



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Instituto de Física Gleb Wataghin

Instituto de Química

Instituto de Geociências

Faculdade de Educação

Programa Multiunidades de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

LISANDRA RODRIGUES GARCIA RODOLFO

**O Sentido de Número em estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental: contribuições a partir do desenvolvimento de uma sequência didática**

Campinas

2024

LISANDRA RODRIGUES GARCIA RODOLFO

**O Sentido de Número em estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental: contribuições a partir do desenvolvimento de uma sequência didática**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa Multiunidades de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, sediado no Instituto de Física Gleb Wataghin da Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestra em Ensino de Ciências e Matemática, na Área de concentração de Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Miriam Cardoso Utsumi

Este trabalho corresponde à versão final de dissertação de mestrado defendida pela aluna Lisandra Rodrigues Garcia Rodolfo e orientada pela Profa. Dra. Miriam Cardoso Utsumi.

Campinas

2024

Ficha catalográfica  
Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)  
Biblioteca do Instituto de Física Gleb Wataghin  
Lucimeire de Oliveira Silva da Rocha - CRB 8/9174

R618s Rodolfo, Lisandra Rodrigues Garcia, 1972-  
O sentido de número em estudantes do 3º ano do ensino fundamental :  
contribuições a partir do desenvolvimento de uma sequência didática / Lisandra  
Rodrigues Garcia Rodolfo. – Campinas, SP : [s.n.], 2024.

Orientador: Miriam Cardoso Utsumi.  
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP),  
Instituto de Física Gleb Wataghin.

1. Adição. 2. Subtração. 3. Sentido numérico. 4. Procedimento algorítmico.  
I. Utsumi, Miriam Cardoso, 1970-. II. Universidade Estadual de Campinas  
(UNICAMP). Instituto de Física Gleb Wataghin. III. Título.

Informações Complementares

**Título em outro idioma:** The sense of number in 3rd grade students : contributions from the  
development of a didactic sequence

**Palavras-chave em inglês:**

Addition

Subtraction

Number sense

Algorithmic procedure

**Área de concentração:** Ensino de Ciências e Matemática

**Titulação:** Mestra em Ensino de Ciências e Matemática

**Banca examinadora:**

Miriam Cardoso Utsumi [Orientador]

Alina Galvão Spinillo

Alessandra Rodrigues de Almeida

**Data de defesa:** 27-06-2024

**Programa de Pós-Graduação:** Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática

**Identificação e informações acadêmicas do(a) aluno(a)**

- ORCID do autor: <https://orcid.org/0009-0004-7817-9239>

- Currículo Lattes do autor: <http://lattes.cnpq.br/3151340360037761>

## **COMISSÃO EXAMINADORA**

DATA: 27/06/2024

Professora Doutora Miriam Cardoso Utsumi (Presidente- Orientadora)

Professora Doutora Alina Galvão Spinillo – Universidade Federal de Pernambuco

Professora Doutora Alessandra Rodrigues de Almeida – Universidade Estadual de Campinas

A Ata de defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no SIGA/ Sistema de Fluxo de Dissertação/ Tese e na Secretaria do Programa da Unidade.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por tudo que tenho!

Às crianças, que entre travessões e travessuras, sempre foram minha fonte de inspiração de estudo, de motivação para aprender mais e querer me tornar uma pessoa melhor.

À minha família, em especial ao meu marido Rodolfo, pelo amor, apoio e parceria nos projetos e sonhos que compartilhamos.

Aos meus filhos, que são pessoas especiais com as quais vivencio momentos de amor incondicional e de plenitude.

Aos meus pais e irmãs por sempre acreditarem em mim.

Aos meus amigos que acompanharam o percurso desse projeto e colaboraram de diversas formas.

Às professoras e colegas do PSIEM/GEPEMAI, por todas as leituras, discussões e colaborações, sem as quais eu não teria conseguido realizar esta pesquisa.

Aos colegas, coordenadores e secretário do PECIM que sempre me ajudaram nas minhas solicitações.

À minha orientadora, Profa. Dra. Miriam Utsumi, pela confiança, pelo incentivo, pelas trocas e pelos ensinamentos dados durante toda a trajetória de pesquisa, contribuindo para minha formação acadêmica e profissional. Um exemplo de dedicação, que mesmo nos momentos mais difíceis enfrentados na pandemia de covid-19 esteve com todo esforço ao meu lado.

À Profa. Dra. Odaléa Viana, pelas trocas, conversas, leituras e orientações durante este trabalho e por compartilhar alegremente as vivências de ensino com as crianças.

À Profa. Dra. Maria de Lurdes Serrazina, que muito gentilmente me recebeu na Universidade de Lisboa e contribuiu com reflexões nesta pesquisa.

À Profa. Dra. Irene Cazorla, pela disponibilidade nos tratamentos de dados desta pesquisa.

À Profa. Dra. Alina Spinillo, Profa. Dra. Alessandra Rodrigues de Almeida e ao Prof. Dr. Carlos Miguel Ribeiro, por aceitarem fazer parte da banca na qualificação e defesa desta pesquisa e pelos quais sempre tive admiração profissional.

## RESUMO

Este estudo analisou em que medida uma sequência didática que envolve o sentido de número contribui para o desempenho de estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental em operações de adição e subtração por meio de algoritmos. A pesquisa foi realizada com estudantes de uma escola pública do interior do estado de São Paulo e aconteceu em três etapas. Na primeira, foi aplicado um instrumento tipo prova, pré-teste, com o objetivo de diagnosticar o desempenho dos estudantes em atividades sobre conhecimentos e destreza com números, conhecimentos e destreza com operações e, por último, aplicação do conhecimento em situações de cálculo. Na segunda, foram trabalhadas com os estudantes atividades pedagógicas de uma sequência didática envolvendo o sentido de número e, por fim, na terceira etapa, foi aplicado novamente o mesmo instrumento tipo prova, pós-teste, para comparação dos resultados. A análise da produção dos estudantes foi realizada por meio das anotações no diário de bordo da pesquisadora e nos registros fotográficos das atividades realizadas pelos estudantes nas três etapas do estudo. A análise quantitativa dos dados mostrou um ganho de pouco mais de 15,5% na média das notas dos participantes entre o pré-teste e o pós-teste e diferença estatisticamente significativa entre os desempenhos nos dois momentos. A análise qualitativa corroborou que os estudantes avançaram no conhecimento a respeito dos números, nas representações dos mesmos e na compreensão das relações entre as operações de adição e subtração. As anotações do diário de bordo mostraram também que os estudantes exercitaram formas flexíveis e passaram a fazer mais tentativas nas resoluções de cálculos. Foi observado ainda que a sequência didática contribuiu mais com os estudantes que apresentavam maior dificuldade em matemática.

**Palavras-chave:** adição; subtração; sentido de número; procedimento algorítmico.

## ABSTRACT

This study analyzed the extent to which a didactic sequence involving the sense of number contributes to the performance of 3rd grade students in addition and subtraction operations using algorithms. The research was carried out with students from a public school in the interior of the state of São Paulo and took place in three stages. In the first, a pre-test instrument was used to diagnose the students' performance in activities about knowledge and skill with numbers, knowledge and skill with operations and, finally, the application of knowledge in calculation situations. In the second stage, the students worked on pedagogical activities in a didactic sequence involving the meaning of number and, finally, in the third stage, the same post-test instrument was applied again to compare the results. The students' production was analyzed using the notes in the researcher's logbook and photographic records of the activities carried out by the students in the three stages of the study. The quantitative analysis of the data showed a gain of just over 15.5% in the participants' average scores between the pre-test and post-test and a statistically significant difference between the performances at the two stages. The qualitative analysis corroborated that the students had made progress in their knowledge of numbers, their representations and their understanding of the relationships between addition and subtraction operations. The logbook entries also showed that the students practiced flexible forms and began to make more attempts at solving calculations. It was also observed that the didactic sequence contributed more to the students who had greater difficulty in mathematics.

**Keywords:** addition; subtraction; number sense; algorithmic procedure.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> - Proficiência média em matemática no 5º ano do Ensino Fundamental, por unidade da federação e região – Saeb, 2021 .....	14
<b>Figura 2</b> - Sala de aula com carteiras e lousa branca.....	43
<b>Figura 3</b> - Questão 1 – Sequências numéricas.....	45
<b>Figura 4</b> - Questão 6 – Escrita dos números.....	45
<b>Figura 5</b> - Questão 11 – Algoritmos de adição.....	46
<b>Figura 6</b> - Questão 11 – Algoritmos de subtração .....	46
<b>Figura 7</b> - Resposta de um participante à atividade “Contagem das frutas” .....	51
<b>Figura 8</b> - Resposta de um participante à atividade “Festa dos dinossauros” .....	52
<b>Figura 9</b> - Respostas de dois participantes à atividade “Amarelinha” .....	53
<b>Figura 10</b> - Resposta de um participante à atividade “Construção e comparação com bloquinhos”.....	54
<b>Figura 11</b> - Resposta de um participante à atividade “As escadas” .....	55
<b>Figura 12</b> - Material utilizado na atividade “Jogo do copo” .....	56
<b>Figura 13</b> - Resposta de um participante na cartela de registro do Jogo do Copo .....	56
<b>Figura 14</b> - Utilização de bloquinhos plásticos de brinquedo por um participante na atividade “Descubra as bolinhas faltantes” .....	58
<b>Figura 15</b> - Respostas de dois estudantes à atividade “Registro das bolinhas faltantes” .....	58
<b>Figura 16</b> - Resposta de dois participantes à atividade “Completando parte-todo” .....	59
<b>Figura 17</b> - Resposta de um participante à atividade “Formação do número 10” .....	60
<b>Figura 18</b> - Resposta de um participante à atividade “Estimando as medidas” .....	61
<b>Figura 19</b> - Resposta de um participante à atividade “Realizando comparações para estimar” .....	62
<b>Figura 20</b> - Atividade “Estimativa nas compras” .....	63
<b>Figura 21</b> - Resposta de um participante à atividade “Formação do todo em partes” .....	66
<b>Figura 22</b> - Resposta de um participante à atividade Partes do todo - subtração .....	68
<b>Figura 23</b> - Resposta de um participante à atividade “Família de fatos fundamentais da adição e subtração” .....	70
<b>Figura 24</b> - Adição com mais de duas parcelas .....	71
<b>Figura 25</b> - Respostas de dois participantes à atividade “Decompondo em dezenas e unidades na adição” .....	72
<b>Figura 26</b> - Resposta de um participante à atividade “Máquina maluca dos números” .....	73

<b>Figura 27</b> - Resposta de dois participantes à atividade “Máquina Maluca dos Números” .....	74
<b>Figura 28</b> - Resposta de um participante à atividade “Atividade Quadro de Números” .....	75
<b>Figura 29</b> - Resposta de um participante à atividade “Decompondo dezenas e unidades – subtração” .....	76
<b>Figura 30</b> - Resposta de um participante à atividade Salto do grilo na linha de números” .....	77
<b>Figura 31</b> - Resposta de um participante à atividade “Subtração por decomposição” .....	78
<b>Figura 32</b> - Resposta de um participante à atividade “Calculando” .....	79
<b>Figura 33</b> - Modelo do Jogo Kenken .....	80
<b>Figura 34</b> - Modelo da atividade “Os robôs” .....	82
<b>Figura 35</b> - Modelo da atividade “Prêmios” .....	83
<b>Figura 36</b> - Resposta de dois participantes à atividade “Prêmios” .....	83
<b>Figura 37</b> - Produção coletiva da atividade “Tabela de Medalhas” .....	84
<b>Figura 38</b> - Modelo da atividade “Comprando brinquedos” .....	85
<b>Figura 39</b> - Resposta de um participante à atividade “Comprando brinquedos” .....	85
<b>Figura 40</b> - Resposta de um participante à atividade “Os táxis” .....	86
<b>Figura 41</b> - Resposta de outro participante à atividade “Os táxis” com adição .....	86
<b>Figura 42</b> - Modelo da atividade “O galinheiro” .....	87
<b>Figura 43</b> - Resposta de um participante à atividade “O galinheiro” .....	88
<b>Figura 44</b> - Respostas dos estudantes à atividade “Representando o número 16” .....	88
<b>Figura 45</b> - Análise de regressão das notas no Bloco 1 .....	90
<b>Figura 46</b> - Análise de regressão das notas no Bloco 2 .....	91
<b>Figura 47</b> - Análise de regressão das notas no Bloco 3 .....	92
<b>Figura 48</b> - Análise de regressão das notas no pré-teste e pós-teste .....	94
<b>Figura 49</b> - Resposta do Sujeito D à Questão 7 do Bloco 1 no pré-teste e pós-teste .....	95
<b>Figura 50</b> - Resposta do Sujeito D à Questão 8 do Bloco 1 no pré-teste e pós-teste .....	96
<b>Figura 51</b> - Resposta do Sujeito D à Questão 11 do Bloco 2 no pré-teste e pós-teste .....	97
<b>Figura 52</b> - Resposta do Sujeito E à Questão 7 do Bloco 1 no pré-teste e pós-teste .....	98
<b>Figura 53</b> - Resposta do Sujeito E à Questão 8 do Bloco 1 no pré-teste e pós-teste .....	98
<b>Figura 54</b> - Resposta do Sujeito E à Questão 11 do Bloco 2 no pré-teste e pós-teste .....	99
<b>Figura 55</b> - Resposta do Sujeito J à Questão 11 do Bloco 2 no pré-teste e pós-teste .....	100
<b>Figura 56</b> - Resposta do Sujeito I à Questão 11 do Bloco 2 no pré-teste e pós-teste .....	101
<b>Figura 57</b> - Resposta do Sujeito T à Questão 8 do Bloco 1 no pré-teste e pós-teste .....	102
<b>Figura 58</b> - Resposta do Sujeito T à Questão 10 do Bloco 2 no pré-teste e pós-teste .....	103
<b>Figura 59</b> - Resposta do Sujeito T à Questão 12 do Bloco 3 no pré-teste e pós-teste .....	104

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1</b> - Características do sentido de número nas pesquisas.....	31
<b>Quadro 2</b> - Quadro de referência para caracterizar o sentido de número.....	32
<b>Quadro 3</b> - Quadro de habilidades e orientações referentes ao conhecimento e destreza com os números .....	39
<b>Quadro 4</b> - Quadro de habilidades e orientações ao conhecimento e destreza com as operações .....	41
<b>Quadro 5</b> - Quadro de habilidades e orientações referentes ao conhecimento e destreza com os números e as operações em situações de cálculo .....	42
<b>Quadro 6</b> - Pontuação atribuída a cada questão do instrumento de avaliação .....	44
<b>Quadro 7</b> - Componentes do conhecimento e destreza com os números .....	49
<b>Quadro 8</b> - Componentes do conhecimento e destreza com as operações .....	65
<b>Quadro 9</b> - Respostas dos estudantes na atividade Máquina Maluca dos números.....	75
<b>Quadro 10</b> – Componentes do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo .....	81

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1</b> - Resultado de buscas.....	17
<b>Tabela 2</b> – Estatísticas obtidas no Bloco 1 no pré-teste e no pós-teste.....	90
<b>Tabela 3</b> – Estatísticas obtidas no Bloco 2 no pré-teste e pós-teste.....	91
<b>Tabela 4</b> – Estatísticas obtidas no Bloco 3 no pré-teste e pós-teste.....	92
<b>Tabela 5</b> – Estatísticas obtidas no pré-teste e pós-teste.....	93

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>13</b>
<b>2 REVISÃO DA LITERATURA .....</b>	<b>17</b>
<b>3 REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>	<b>31</b>
<b>4 DELINEAMENTO DO ESTUDO .....</b>	<b>36</b>
4.1 LÓCUS .....	36
4.2 PARTICIPANTES .....	36
4.3 INSTRUMENTOS E MATERIAIS .....	37
4.4 SEQUÊNCIA DIDÁTICA (SD) .....	38
4.5 PROCEDIMENTOS DE COLETA DE DADOS .....	43
4.6 PROCEDIMENTO DE ANÁLISE DOS DADOS.....	44
<b>5 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS DA PESQUISA.....</b>	<b>48</b>
5.1 ANÁLISE QUALITATIVA.....	48
<b>5.1.1 Atividades do Bloco 1: Conhecimento e destreza com os números.....</b>	<b>48</b>
<b>5.1.2 Atividades do Bloco 2: Conhecimento e destreza com as operações.....</b>	<b>65</b>
<b>5.1.3 Atividades do Bloco 3: Aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo .....</b>	<b>81</b>
5.2 ANÁLISE QUANTITATIVA POR BLOCO NO PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE.....	89
5.3 ANÁLISE QUANTI- QUALITATIVA PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE .....	93
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>105</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>114</b>
ANEXO I – Instrumento de avaliação.....	114
ANEXO II – Sequência didática .....	120
ANEXO III – Convite para juízes .....	152
ANEXO IV – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE).....	155
ANEXO V – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE).....	157

## 1 INTRODUÇÃO

Este trabalho teve como objetivo geral analisar em que medida uma sequência didática (SD) que envolve o sentido de número contribui para o desempenho nas operações de adição e subtração por meio de algoritmos em estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental.

O interesse pelo tema surgiu a partir da minha experiência profissional com alunos do ensino fundamental que apresentam dificuldades ou transtornos de aprendizagem. Entender por que não aprendem ou não têm bom desempenho em matemática tornou-se para mim um objeto de estudo, assim como a busca por melhorar minha competência em ensinar.

Em meu percurso profissional, percebi que não só os alunos que apresentavam dificuldades geravam preocupações, pois, no cenário nacional, o baixo desempenho dos estudantes pode ser constatado nas avaliações nacionais e internacionais, por exemplo, a do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes – Pisa, que, apesar de ser um instrumento que tem a participação de estudantes mais velhos, aponta defasagens de aprendizagens nos níveis mais básicos da educação.

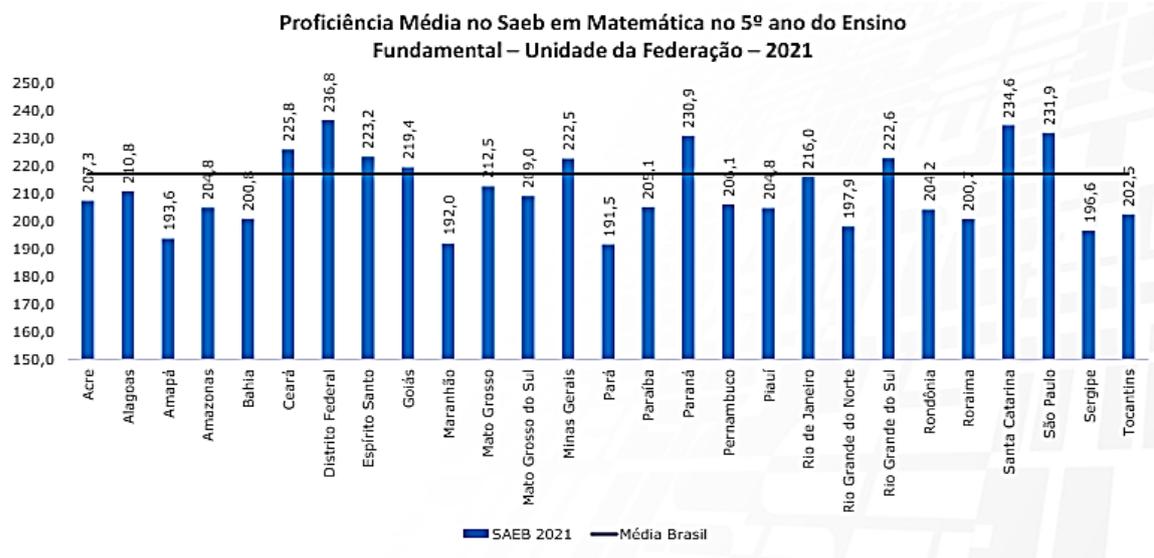
A edição de 2022 apontou que o Brasil apresentou um desempenho médio de 379 pontos em matemática, sendo que 73% dos estudantes brasileiros registraram baixo desempenho nessa disciplina (abaixo do nível 2). O nível 2 é considerado pela OCDE o padrão mínimo para que os jovens possam exercer plenamente sua cidadania.

Entre os países membros da OCDE, o percentual dos que não atingiram o nível 2 foi de 31%, e apenas 1% dos brasileiros atingiu alto desempenho em matemática (Brasil, 2023). Os resultados internacionais são reforçados pelos resultados obtidos em avaliações nacionais de larga escala.

As avaliações de larga escala que fazem parte do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Sinaeb) permitem o diagnóstico da qualidade do ensino oferecido pelo sistema educacional brasileiro a partir de testes padronizados e questionários socioeconômicos. Elas são desenvolvidas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep/MEC).

Mais recentemente, o relatório com os resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Brasil, 2022a) apresentou a proficiência média nacional em Matemática no 5º ano do Ensino Fundamental de 217 pontos na avaliação no ano de 2021, sendo que o máximo era 350 pontos. Esse resultado constata uma queda de 11 pontos na média em relação a 2019. Na Figura 1, são apresentadas as médias em cada estado do país.

**Figura 1** - Proficiência média em matemática no 5º ano do Ensino Fundamental, por unidade da federação e região – Saeb, 2021



Fonte: Brasil, 2022a, p. 32.

Na comparação entre os estados, observa-se uma diferença significativa entre a Unidade Federativa com a maior proficiência média (Distrito Federal, com 236,80 pontos) e aquela com a menor proficiência média (Pará, com 191,5 pontos). Também, é preocupante constatarmos que os estudantes de 18 estados estão abaixo da média e, ainda, segundo as Escalas de Proficiência do Saeb (2021), além da discrepância entre o nível dos estudantes dos estados com menor e maior média, constata-se que há uma distância longa a ser percorrida até o nível mais alto.

Essas avaliações são importantes para que sejam obtidas informações sobre a dimensão das aprendizagens dos estudantes, a fim de buscar a melhoria das políticas educacionais e o desenvolvimento de projetos educativos mais eficientes; mas entendemos que isso não tem sido suficiente para reverter o desempenho dos estudantes.

Em relação ao que se avalia em matemática no Saeb, no bloco números e operações, destacamos os seguintes descritores: D13 – Reconhecer e utilizar características do SND, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional; D14 – Identificar a localização de números naturais na reta numérica; D15 – Reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens; D16 – Reconhecer a composição e a decomposição de números naturais em sua forma polinomial; e D17 – Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais (Brasil, 2022b). A partir da seleção desses descritores, podemos verificar a relevância dada para a aprendizagem, tanto do SND como das operações de adição

e subtração. Esses descritores interessam a esta pesquisa pela linha investigativa que adotamos, como veremos mais à frente.

Diante do cenário de fracasso dos estudantes brasileiros retratados nas avaliações descritas acima, buscamos pesquisas que tivessem investigado o conhecimento dos alunos sobre números e operações básicas de adição e subtração.

A respeito da adição e subtração, a criança começa a compreender essas operações pelas representações das ações de juntar e retirar, respectivamente (Nunes *et al.* 2009). Para esses autores, nas situações em que as crianças não contam os objetos em si, mas utilizam outras formas de representação dos objetos, como os dedos, elas obtêm a solução através de um “esquema de ação”.

Segundo Fayol (2012), nas situações informais, antes do início da escolarização, as crianças já percebem e compreendem os efeitos das transformações que afetam a quantidade (acréscimo, retirada, partilha). Para esse autor, as resoluções das adições e subtrações seguem trajetórias próximas no desenvolvimento dos estudantes, ou seja, primeiro acontecem pelas manipulações físicas das quantidades e depois pelas manipulações mentais. O autor ainda ressalta que as subtrações permanecem mais procedimentais do que as adições, talvez por serem de uso menos frequente. Nas adições aparece mais o processo de memorização e de associações. Já as operações aritméticas consistem em manipular símbolos respeitando regras, mas isso não invalida a importância de entenderem o processo algorítmico.

Para Vergnaud (1987 *apud* Santana, 2012), os algoritmos são esquemas compostos por objetivos, expectativas, regras, invariantes operatório e possibilidades de inferência. Contudo, não são apenas funcionais, mas também efetivos.

O mau desempenho em operações básicas por estudantes do ensino fundamental parece ser uma questão que requer atenção. Estudos apontam que estudantes cometem erros de diferentes naturezas, além da falta de compreensão das operações e do domínio das características do Sistema de Numeração Decimal (Guérios; Daniel, 2015; Silva, 2015).

Entendemos que o conhecimento sobre as características do Sistema de Numeração Decimal (SND) seja importante, além de ser um dos descritores da Matriz de referência do Saeb (D13 – Reconhecer e utilizar características do SND). As pesquisas que investigaram o ensino e os conhecimentos dos estudantes em nossa revisão de literatura (Monteiro, 2016; Milan, 2017; Figueiredo, 2019 e Trancanella, 2019) também apontaram dificuldades dos estudantes e trouxeram questionamentos em relação ao ensino desse domínio.

A respeito do desempenho em algoritmos, um artigo em específico nos chamou a atenção por trazer a questão de domínio de cálculos e o sentido de número, dos problemas e da

potencialidade dos algoritmos matemáticos (Brocardo; Serrazina; Kraemer, 2003). A partir das reflexões de respostas de estudantes, os autores concluem que é necessário dar oportunidade para desenvolver o sentido de número e pensar de um modo crítico sobre as operações.

As reflexões trazidas nesse artigo nos motivaram a conhecer mais sobre o sentido de número e sua relação com as operações básicas. Nos estudos que pesquisamos, vimos que não há uma única definição de sentido de número (McIntosh; Reys; Reys, 1992; Assis *et al.* 2020), embora os estudos afirmem o papel relevante do sentido de número na construção dos saberes matemáticos ainda em séries iniciais. Essa vertente também é encontrada em programas de prevenção e intervenção precoce de dificuldades de aprendizagem, bem como em uma perspectiva educacional delineada nos currículos escolares.

Com base no exposto, esquadramos o problema de pesquisa baseado na seguinte questão: **em que medida uma sequência didática que envolve o sentido de número contribui para o desempenho nas operações de adição e subtração por meio de algoritmos em estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental?**

Para responder essa pergunta, elaboramos uma sequência didática cujas atividades serão descritas mais adiante, baseadas no modelo de sentido de número de McIntosh, Reys e Reys (1992), referencial teórico adotado nesta pesquisa para reflexões e análises dos resultados. Também foi elaborado um instrumento de avaliação, aplicado aos estudantes antes e após a sequência didática, para avaliar o efeito das atividades nas suas habilidades com números e operações.

A pesquisa é apresentada em seis capítulos, incluindo essa introdução. No capítulo 2 apresentamos uma revisão dos estudos sobre algoritmos de adição e subtração, sentido de número e sistema de numeração decimal. O capítulo 3 traz a fundamentação teórica da pesquisa apresentando o modelo de McIntosh, Reys e Reys (1992). O método e a fundamentação metodológica são apresentados no capítulo 4. A apresentação dos dados obtidos com o instrumento de avaliação e a análise dos dados estão no capítulo 5, e as considerações finais estão no capítulo 6.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

Apresentamos neste capítulo a revisão da literatura, que abrangeu o período de 2015 a 2024, com base em pesquisas acessadas nos seguintes portais da web: Biblioteca Digital da Faculdade de Educação da Unicamp; Biblioteca Eletrônica Scientific Electronic Library Online – SciELO; Biblioteca Brasileira de Teses e Dissertações – BDTD; e Plataforma Google Scholar.

O período delimitado foi definido pelos últimos dez anos e as buscas foram realizadas em dois grupos: o primeiro contendo as palavras algoritmos de adição e subtração, senso numérico, sentido de número e SND; e o segundo contendo a junção dos termos, senso numérico e algoritmo de adição e subtração, sentido de número e algoritmo de adição e subtração, SND e sentido de número/sentido numérico.

A opção por pesquisar os termos sentido de número e senso numérico deve-se ao fato de não haver na literatura um consenso sobre o conceito e o termo a ser usado, podendo haver trabalhos que tratam o mesmo tema com nomenclaturas diferentes. O resultado dessa busca está expresso na Tabela 1.

**Tabela 1 - Resultado de buscas**

	SBU Unicamp		BDBD:T		Google Acadêmico		SciELO		Total
	Resultado	Utilizados	Resultado	Utilizados	Resultado	Utilizados	Resultado	Utilizados	
Algoritmos adição e subtração	1	1	5	2	4	1	–	–	4
Senso numérico	1	1	2	–	3	–	–	–	1
Sentido de Número	3	1	1	–	4	2	–	–	3
Sentido de Número e algoritmos de adição e subtração	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Senso Numérico e algoritmos de adição e subtração	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Sistema de numeração decimal	1	1	9	4	–	–	1	–	5
Sistema de numeração decimal e sentido de número	–	–	–	–	–	–	–	–	–
<b>Total</b>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>17</b>	<b>6</b>	<b>11</b>	<b>3</b>	<b>–</b>	<b>–</b>	<b>13</b>

Fonte: Elaboração própria.

A seleção dos textos se deu após a leitura dos resumos dos trabalhos que possuíam algum dos termos escolhidos no título. Os trabalhos selecionados apresentavam um potencial

de contribuição ao estudo da dissertação em desenvolvimento, quer seja para as discussões, quer seja para o embasamento teórico, e estão localizados na Tabela 1, nas colunas “utilizados”.

Na seção a seguir são apresentados e discutidos os resultados da revisão sistemática, seguindo a ordem citada na introdução nas linhas de investigação que encontramos para discutir o mau desempenho dos estudantes e sobre conhecimentos de números e operações matemáticas.

Nota-se que, apesar de termos separados em temas, algoritmos de adição e subtração, sistema de numeração decimal, senso numérico e sentido de número, eles são interrelacionados, não sendo necessariamente excludentes.

A primeira linha de investigação do baixo desempenho em matemática se deu na análise de erros dos estudantes a partir dos procedimentos algoritmos. Para esta pesquisa, buscamos estudos que trouxeram em suas descrições análises e intervenções dos algoritmos das operações de adição e subtração, embora alguns estudos tenham relatado as quatro operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão.

Esse tema revelou uma grande quantidade de trabalhos escritos, sendo necessário refiná-la, pois o termo algoritmo incluiu muitos trabalhos distantes do objetivo de estudo, por ser utilizado em vários contextos, como ênfase na tecnologia. Após esse refinamento, foi realizada a leitura dos trabalhos, o que possibilitou a escolha da utilização ou não dos mesmos, haja vista que alguns citavam intervenção com alunos dos anos finais do ensino fundamental ou médio, outros formação de professores ou estavam dentro do contexto de solução de problemas. Por esse motivo, podemos dizer que é um tema de relevância para o contexto escolar, visto que não se finda na aquisição da aprendizagem de adicionar e subtrair nos anos iniciais da escolarização dos estudantes.

Guérios e Daniel (2015) realizaram um estudo com 25 alunos que frequentavam o 4º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Curitiba, estado do Paraná, que permaneceram na mesma escola no quinto ano, com cálculos que envolviam as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Eles identificaram as dificuldades por meio da análise dos erros dos alunos em duas atividades: a primeira com 19 contas armadas e a outra com enunciados de problemas cuja solução contemplava seis dessas contas.

Para os autores, as resoluções dos alunos revelaram que há erros procedimentais e conceituais e que a dificuldade em resolver os algoritmos convencionais das quatro operações aritméticas é acentuada, indicando que a aprendizagem matemática ao final dos anos iniciais é frágil e preocupante. Verificaram, ainda, que as dificuldades são de diferentes naturezas, dentre elas, em uma operação de adição o resultado obtido é menor do que o valor da primeira parcela: o estudante não percebe a inconsistência da resposta obtida. Há falta de compreensão do

significado dos sinais de cálculo e de sistematização por parte dos estudantes, pois, ora subtraíram o valor menor do maior sem respeitar ordem alguma no minuendo, subtraindo ou parcelas, ora confundiam as operações em uma mesma conta.

Os autores concluem que mesmo com a ausência de lógica nos resultados que os estudantes obtêm nas operações, estes são aceitos sem qualquer reflexão. Outro erro identificado com grande número de ocorrências foi o de tabuada. Por fim, relatam a falta de compreensão do processo de agrupamento e as trocas necessárias para o registro algorítmico na ordem da dezena, embora os participantes estivessem no 5º ano do Ensino Fundamental.

Na análise relacional com a solução de problemas, identificou-se que os estudantes apresentaram erros nos algoritmos, além da dificuldade de interpretação dos enunciados. Em suas conclusões, os autores afirmam que há urgência em refletir sobre a formação de professores dos anos iniciais, principalmente nos cursos de Pedagogia.

Silva (2015) fez uma pesquisa de cunho qualitativo com estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental sobre as dificuldades apresentadas por esses alunos ao efetuarem as operações de adição e subtração por meio dos processos algorítmicos. Os erros cometidos pelos estudantes foram classificados por operações e tipos: adição – erro nas reservas, falta de domínio dos fatos fundamentais da adição; e subtração – forma incorreta de armar a operação e de fazer os reagrupamentos, confundir a subtração com a adição, além de não dominarem os fatos fundamentais subtrativos.

A pesquisadora elaborou uma proposta de sequência didática, por meio de um caderno de atividades com situações-problemas que envolviam as ideias aditivas, a fim de ressignificar os algoritmos de adição e subtração e sanar as dificuldades encontradas. Na conclusão do estudo, ela aponta que a abordagem do desenvolvimento das atividades contextualizadas possibilitou a compreensão dos processos algoritmos por meio da interação dos múltiplos caminhos, registros e estratégias utilizadas. Os estudantes puderam significar a matemática com seus próprios pensamentos, estabelecendo relações entre os conceitos envolvidos nas atividades, solidificando conceitos fundamentais das operações aritméticas, além de compreenderem o sistema de numeração decimal.

A pesquisa traz a reflexão a respeito do perfil do professor reflexivo, motivador, colaborador e socializador, que, além de deter um bom conhecimento sobre o conteúdo a ser ensinado e da didática desse conteúdo, deve ter conhecimento sobre o currículo escolar. Nesse sentido, as atividades elaboradas por ela seriam um exemplo de meio para que os estudantes fossem desafiados a pensar e construir seu conhecimento, não de forma mecanizada, nem seguindo padrões.

Rodrigues (2017), em sua pesquisa sobre adição e subtração com estudantes do nível pré-escolar e do 1º Ciclo do Ensino Básico, realizada na região de Braga, Portugal, procurou compreender quais os conhecimentos que as crianças possuem acerca dessas operações e se a implementação de um programa com atividades relacionadas com o uso das operações de adição e subtração promoveria o desenvolvimento de competências nesse domínio.

A autora utilizou uma metodologia qualitativa, centrada na investigação-ação, que ocorreu em três etapas. A primeira foi dedicada a um momento de avaliação, seguida de quatro sessões de intervenção, após a qual houve novo momento de avaliação para comparação de resultados e conclusões. No final da intervenção, verificou-se progressos nas capacidades de cálculo mental, no desenvolvimento do sentido de número e dos processos de contagem nas crianças do nível pré-escolar. Os estudantes dos dois níveis de ensino demonstraram maior domínio das atividades que envolviam a operação da adição, comparativamente à de subtração.

Esse estudo evidenciou alguns pontos que merecem destaque, dentre eles, a preocupação em detectar as dificuldades com as operações de adição e subtração, pois tais dificuldades podem levar a uma desmotivação pelo aprender, e, a partir dessa identificação, foi possível que a pesquisadora elaborasse situações com foco nessas dificuldades. O papel da intervenção pedagógica na aprendizagem dos estudantes e o olhar para aquisição das operações, relacionando-as com seus sentidos e o desenvolvimento do sentido de número, são outros aspectos que se destacam no trabalho.

Segundo a autora, os resultados apontaram que os estudantes foram capazes de usar estratégias de um modo flexível, selecionando a mais apropriada para cada situação, recorrendo mais ao cálculo mental e à aplicação dos algoritmos. A interpretação dos enunciados foi tarefa mais difícil para alguns alunos. De modo geral, obteve-se mudanças positivas e concluiu-se que a intervenção pedagógica contribuiu para a aprendizagem dos estudantes com sucesso.

Esse estudo também traz as impressões das implicações educacionais associadas ao papel do docente como dinamizador de novas abordagens curriculares, adequadas aos diferentes perfis intelectuais dos seus educandos, dando-lhes oportunidade de desenvolverem experiências estruturantes. O estudo colabora para esta pesquisa identificando como os alunos desenvolvem a aprendizagem de algoritmos por meio do trabalho pedagógico com o sentido do número.

Araújo (2020) avaliou o efeito do ensino do algoritmo para a resolução de problemas escritos de adição e subtração. Participaram do estudo quatro crianças com idades entre 7 e 9 anos, do 2º e 3º ano do Ensino Fundamental, atendidas individualmente e utilizando computadores. A pesquisadora utilizou o software Contingência Programada (Hanna; Batitucci;

Batitucci, 2014) e o programa PowerPoint da Microsoft (Office 365 para a plataforma Windows) para a apresentação de slides, informatizando a tarefa. Os participantes também utilizaram fones de ouvido para melhorar a nitidez dos estímulos auditivos apresentados nas sessões.

As tarefas continham operações de adição e subtração, com a incógnita em diferentes posições (a, b e c) e em três formatos (sentença com numerais, conjunto de figuras e problema escrito). A autora aplicou pré-teste geral, que avaliava a resolução de problemas nos três formatos, e o programa de ensino foi dividido em duas unidades: uma composta por números de 1 a 4 e a outra por números de 5 a 9. A coleta de dados durou, aproximadamente, dois meses e meio e foram realizadas de três a cinco sessões por semana para cada participante, com duração máxima de 35 minutos.

A amostra com poucos alunos permitiu uma descrição detalhada do desempenho individual em cada uma das etapas, e, no pós-teste geral, observou-se o aumento da porcentagem de acerto na resolução de problemas de adição e subtração, com a incógnita nas três posições e nos três diferentes formatos. Ainda, segundo a autora, ficou evidenciado o efeito positivo do treino do algoritmo para a resolução de problemas escritos, mas com a sugestão de aprimorar a automatização de cada uma das etapas.

Seguindo as linhas de investigação do baixo desempenho em matemática, buscamos estudos que discutissem as dificuldades dos alunos na falta de domínio das características do Sistema de Numeração decimal.

Cenci, Becker e Mackedanz (2015) fizeram um levantamento de pesquisas realizadas nos últimos sete anos sobre o tema formação de professores, cujas intervenções estavam voltadas para o ensino do Sistema de Numeração Decimal. Utilizando cinco repositórios, os autores selecionaram vinte e nove produções, consideradas relevantes para o estudo.

Os autores consideraram o Sistema de Numeração Decimal um constructo cultural importante em nossas sociedades e afirmaram que os estudos revistos apontaram que as noções matemáticas envolvidas nesse sistema podem ser construídas a partir das situações do dia a dia dos estudantes. Ao professor, caberia o apoio ao desenvolvimento do pensamento lógico matemático e a utilização de materiais didáticos diversificados, propiciando a criação de momentos capazes de possibilitar e proporcionar o contato com problemas e experiências diversificadas (envolvendo as habilidades de classificar, seriar e ordenar), assim como debates e reflexão com os pares.

No entanto, eles advertiram que os professores, em geral, não proporcionavam práticas coerentes com estudos da área no ensino de Matemática, questionando os currículos dos cursos

de Pedagogia e afirmando que, em cursos de Formação Continuada, era dada ênfase aos registros numéricos, operações, havendo pouco investimento na construção numérica e operatória.

Por fim, os pesquisadores ressaltaram que as pesquisas realizadas nos últimos sete anos se direcionaram para o levantamento das dificuldades de aprendizagem do Sistema Numérico Decimal em crianças, mas faltavam pesquisas sobre as intervenções docentes em sala de aula referentes ao ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para esse grupo de pesquisadores, ficaram evidentes as dificuldades dos alunos, mas sem estudos que contribuíssem com a abordagem de uma solução para essas.

Figueiredo (2019) realizou um estudo com objetivo de investigar o ensino do Sistema de Numeração Decimal nos anos iniciais do Ensino Fundamental, baseado em situações que os alunos apresentavam dificuldades de aprendizagem dos números racionais positivos e nos algoritmos das operações básicas.

Segundo o autor do estudo, o ensino de números precisa de uma maior atenção, pois o nosso sistema de numeração, embora pareça simples, possui características intrínsecas que nem sempre são de fácil compreensão para os estudantes. A investigação baseou-se em estudos realizados anteriormente e análise de material didático sobre formação dos números, valorizando sua composição e decomposição, os algarismos, as ordens e classes, sua parte inteira e sua parte não inteira, o uso da vírgula, o sistema como aditivo e multiplicativo de base 10, como características do Sistema de Numeração Decimal. Quanto às operações matemáticas, usou a multiplicação e divisão por apresentarem maiores dificuldades por parte dos estudantes.

Como conclusão, o pesquisador apontou que é preciso trabalhar mais com os estudantes a composição e decomposição de um número para que eles entendam melhor sua grandeza, compreendendo de forma mais eficiente termos como a ordem, a classe, a vírgula, sua parte inteira e sua parte não inteira. Ainda, segundo o pesquisador, o trabalho de composição e decomposição do número evidencia o conceito de valor posicional e leva ao entendimento dos algoritmos convencionais.

Tracanella (2019), em sua pesquisa com estudantes do 4º ano, investigou quais conhecimentos sobre valor posicional no SND são mobilizados pelos alunos nesse ano escolar. Foram observados conhecimentos sobre sequência numérica, comparação numérica, experiências cotidianas e agrupamentos. A pesquisadora destacou que a composição e decomposição dos números não são operações intuitivas e que os estudantes desse ano apresentavam conhecimento instável sobre os atributos do SND. Ainda, ressaltou a importância de o professor saber que o trabalho com os números naturais e com as características do SND

é gradativo e precisa ser retomado durante todos os anos do ensino fundamental, atrelando a maturidade das estruturas mentais para a aprendizagem efetiva e relacional destes conceitos que servirão de base para conceitos matemáticos a serem aprendidos a posteriori.

Milan (2017) investigou o sistema de numeração decimal nas séries iniciais do ensino fundamental e as relações da aprendizagem do sistema posicional, utilizando situações didáticas cujo ponto de partida era a numeração escrita. A autora relata que a situação didática que foi utilizada é parte de um projeto desenvolvido em Buenos Aires, na Argentina, e essa “transposição” gerou conflito com o ensino tradicional dos estudantes do Brasil, impossibilitando os resultados esperados.

As atividades previam antecipações, argumentações e, de início, os estudantes brasileiros estavam habituados a dar uma resposta aprendida – daí a interpretação da pesquisadora em atribuir o uso do algoritmo de adição logo na primeira atividade. Mesmo com um expressivo número de erros, os alunos não apresentaram outra estratégia para resolver as adições. Ela atribui esse alto índice de erros à precocidade do ensino dos algoritmos e de forma mecânica, sem entendimento por parte dos estudantes. A segunda etapa da pesquisa foi mais satisfatória, talvez por contar com a presença de uma pesquisadora para auxiliar a professora. Dessa forma, os estudantes puderam abandonar estratégias tradicionais e com as argumentações deram respostas que contribuíram para a produção de regras sobre o sistema posicional.

Nesse estudo, assim como nos anteriores, a autora reitera que o ensino precoce de algoritmos – um ensino tradicional, centrado no professor – prejudica a construção dos alunos em relação às suas hipóteses. Novamente, a formação do professor, a complexidade do tema e o pouco tempo que é destinado ao ensino do sistema numérico podem acarretar dificuldades que acompanharão o estudante nos demais anos escolares.

Monteiro (2016) aplicou uma sequência didática, elaborada por Lerner e sua equipe, voltada para o ensino do sistema de numeração posicional em três turmas do 2º ano do Ensino Fundamental. Inicialmente, uma avaliação diagnóstica foi realizada e revelou que as professoras e os alunos não tinham experiência em uma perspectiva didática que identificasse o conhecimento prévio das crianças sobre sistema de numeração e o utilizasse como ponto de partida.

Com base em estudos anteriores, a pesquisadora identificou que os estudantes cometem erros ao resolverem operações por meio da técnica de algoritmo convencional por não compreenderem as regras do SND, além da apresentação prematura das ordens e classes e uso de recurso material dos agrupamentos da base 10, que não garantem a compreensão e impedem que as crianças construam sentido dos conhecimentos matemáticos.

Na sequência didática utilizada, as crianças tinham que comparar, antecipar e justificar os resultados para as contas apresentadas, pois, para a autora, a resolução de operações constitui uma boa oportunidade para aprofundar a compreensão do sistema de numeração.

Embora alguns estudantes tenham escrito a operação em forma de algoritmo, eles recorreram à contagem de risquinhos e o índice de erro envolvendo a operação  $38+25$ , por exemplo, foi significativo.

O desenvolvimento da sequência didática não foi como o esperado pela pesquisadora devido à dificuldade dos estudantes em expressar seus pensamentos, mas foi possível observar progressos nos alunos depois de intervenções que os ajudaram a avançar em suas hipóteses. A pesquisadora ponderou, ainda, que o tema sistema de numeração é complexo, está presente na vida dos estudantes dentro e fora da escola e, também, que essa complexidade se dá pelos diferentes contextos nos quais utilizamos os números, as regras e características que compõem um sistema de representação. Além disso, a autora faz referência ao recurso pedagógico do material dourado, afirmando que há limitações para o entendimento das crianças, e mesmo fazendo parte da orientação didática de propostas curriculares há 30 anos, estas precisam ser revistas.

Os estudos a seguir contribuíram com a linha de investigação que estuda o desempenho em algoritmos matemáticos a partir do conhecimento sobre os números. Pesquisou-se com os termos senso numérico, sentido de número e sentido numérico, por serem usados como sinônimos.

Assis *et al.* (2020) realizaram um estudo sobre senso numérico na perspectiva matemática. As autoras apresentaram a complexidade que envolve a definição e origem do termo senso numérico devido ao interesse multidisciplinar, levando a produções diferenciadas, dependendo do grupo que as constrói. Isso acaba impactando nas pesquisas, uma vez que não se trata de uma definição única e, por vezes, são definições contraditórias que acabam por não possibilitar comparações e, conseqüentemente, não avançando nos resultados.

No artigo *Estudo do senso numérico: aprendizagem matemática e pesquisa em perspectiva*, elas apresentam as diferentes nomenclaturas encontradas na literatura, como senso numérico, sentido de número, numeralização, e identificam duas correntes principais: a construtivista e a inatista. Embora aparentem ser opostas, há uma complementariedade (entre o aparato biológico e a construção da aprendizagem matemática).

Sobre as pesquisas preditivas que analisaram os fatores que seriam importantes para a aprendizagem matemática, destacaram-se dois grupos: um sobre os domínios específicos (competência numérica) e outro de domínios gerais, como memória de trabalho, velocidade de

processamento e atenção. Ambas as vertentes indicaram ser esses fatores importantes no desenvolvimento de intervenções matemáticas.

Em relação às pesquisas voltadas para ações educacionais no campo da matemática, foram indicados dois instrumentos de avaliação do senso numérico: o Teste de Conhecimento Numérico (Okamoto; Case, 1996) e *Number Sense Brief* (Jordan *et al.*, 2010). A respeito dos estudos de intervenção envolvendo os componentes relativos ao senso numérico, esses demonstraram efeitos positivos, uma vez que as crianças participantes apresentaram avanços na aprendizagem.

Na conclusão, as autoras reconhecem o senso numérico como um constructo relevante, e as intervenções citadas não o trataram como uma unidade curricular, mas sim, uma forma de pensar. Os dados produzidos apontam caminhos para a prática educacional, com objetivo de promover o raciocínio matemático.

Sander, Pirola e Brocardo (2018) desenvolveram um estudo com 351 alunos de 29 turmas do 3º ano do Ensino Fundamental de 12 escolas públicas (municipais e estaduais) do município de Bauru – São Paulo, selecionadas por meio de sorteio para investigar se os estudantes realizavam cálculo por estimativa, e de que modo realizavam, ao resolverem tarefas numéricas.

Eles elaboraram um instrumento com o objetivo de analisar os componentes do sentido de número dos alunos, como o conhecimento e a destreza com números e operações e a forma de aplicá-los em situações de cálculo, apoiados no modelo de McIntosh, Reys e Reys (1992), e para verificar se os alunos compreendiam a relação entre o contexto da tarefa e o cálculo necessário.

O instrumento contava com duas tarefas intituladas “*Quantos dias João já viveu?*” e “*A compra de Marisa*”. Na primeira, foi solicitado que fosse respondido se João, com dois anos de idade, já havia vivido mais do que 400 dias, e a explicação de como eles pensaram para chegar na resposta. Na segunda tarefa, foi perguntado se Marisa, com 50 reais, poderia comprar uma camiseta de 29 reais e um sapato de 25 reais para dar de presente para sua irmã, sendo solicitado que os alunos também justificassem a resposta.

Em relação à resolução da atividade 1 (*Quantos dias João já viveu?*), apenas 13,11% dos alunos acertaram totalmente (resolução e explicação). Na análise do restante dos alunos, 7,41% dos alunos acertaram a resposta, porém, erraram a explicação ou a deixaram incompleta; e 15,95% acertaram a resposta, porém, não explicaram como haviam chegado àquela conclusão. Do total, apenas 0,57% erraram a resposta, embora tenha explicado corretamente como pensou para resolver.

Na tarefa “*A compra de Marisa*”, 45,01% dos alunos acertaram a tarefa totalmente (resolução e explicação). Na análise das demais respostas, observou-se que 3,42% dos alunos acertaram a resposta, porém, erraram a explicação ou a deixaram incompleta; 19,09% acertaram a resposta, porém, não explicaram como haviam chegado àquela conclusão. Do total, apenas 0,28% dos alunos erraram a resposta e acertou a explicação, e 22,51% dos alunos erraram completamente a resolução da tarefa.

Diante dos resultados, os autores concluíram que o desempenho foi melhor quando os valores eram relativamente baixos, como aconteceu na tarefa “*A compra de Marisa*”, em que tinham que somar (25+29). Quando a tarefa envolvia valores relativamente altos, como “*Quantos dias João já viveu?*”, as dificuldades foram maiores, considerando que ela requeria a compreensão de grandezas e valores relativos e absolutos dos números.

O critério de classificação das respostas encontradas foi entre acertar ou errar a resposta e acertar ou errar a explicação. Em relação à resolução dos alunos, os autores descrevem que os estudantes utilizaram algoritmo, cálculo mental, estimativa, resposta não matemática ou outro. Os pesquisadores concluíram que a estimativa é um meio pouco utilizado pelos estudantes, prevalecendo o uso do algoritmo.

Outro apontamento foi o sentido de número pouco desenvolvido nos estudantes, pois notou-se a dificuldade de relacionar o contexto do problema e o cálculo necessário para encontrar a solução correta. Esses achados vão ao encontro dos estudos de McIntosh, Reys e Reys (1992), evidenciando a importância do trabalho com estimativa, uma vez que, nem sempre, cálculos exatos são necessários, embora o ensino da matemática venha enfatizando o ensino de procedimentos algorítmicos, sem o sentido das operações e de número.

Spinillo, Correa e Cruz (2021) realizaram um estudo com cinquenta crianças do 1º e 2º ano do Ensino Fundamental que examinou três indicadores de sentido numérico: significado dos números, magnitude relativa dos dígitos em números e distância entre números na sequência numérica. Os autores relataram a importância e relevância do tema devido à sua relação com os conhecimentos matemáticos e compreensão de conceitos matemáticos complexos.

A pesquisa contou com 50 participantes de escolas públicas municipais da Região Metropolitana do Recife, sendo 25 alunos do 1º ano, com idades entre 6 anos e 1 mês e 7 anos e 3 meses, e 25 alunos do 2º ano, com idades entre 6 anos e 9 meses e 8 anos e 1 mês. Os estudantes não tinham histórico de reprovação escolar, limitações sensoriais ou qualquer tipo de transtorno do neurodesenvolvimento.

Os participantes responderam três tarefas com itens de múltipla escolha, relativos a diferentes aspectos do conhecimento sobre número, considerados indicadores de sentido numérico. Seguindo um paradigma compatível com a avaliação de sentido de número, foi solicitado que os participantes emitissem julgamentos acerca de situações que lhes foram apresentadas, sem que fosse necessário realizar qualquer tipo de cálculo numérico.

A primeira tarefa sobre o *significado dos números* tinha por objetivo avaliar se as crianças seriam capazes de identificar de forma apropriada os diferentes significados que o número pode assumir no cotidiano, a saber: (a) identidade, como o número da placa de um carro ou de uma residência; (b) quantidade, como o número de gols em uma partida de futebol ou a idade de uma pessoa em anos; e (c) medida, como a altura de uma pessoa ou a distância entre objetos.

A segunda tarefa sobre *magnitude relativa dos dígitos em números* tinha por objetivo avaliar as noções das crianças sobre a magnitude relativa dos dígitos em função de sua localização nos números. De forma resumida, a cada participante era dito que os números podem ser grandes e podem ser pequenos. Às vezes tem um número que é maior que o outro. Por exemplo, o número 21 (lia e mostrava uma cartela com o número impresso) é maior que o número 19 (mesmo procedimento). O número 5 (lia e mostrava a cartela com o número impresso) é maior que o número 2 (mesmo procedimento). Depois, a pesquisadora mostrava duas cartelas ao mesmo tempo, cada uma com um número, e o estudante tinha que descobrir qual era o número maior.

A terceira tarefa sobre *distância entre números na sequência numérica* tinha por objetivo avaliar as noções das crianças sobre sequência numérica, tratando especificamente sobre a distância entre os números. Resumidamente, a cada participante era dito que os números se sucedem uns aos outros. Por exemplo, o número 5 vem antes do número 9 e vem depois do número 2. Já o número 2 vem antes do número 3 e do número 5. Depois, a pesquisadora mostrava algumas cartelas, cada uma com um número. O estudante tinha que descobrir se o número que era mostrado estava mais perto de um número ou se estava mais perto de outro número que ela também mostrava.

Os autores utilizaram a Análise de Agrupamentos e definiram o perfil dos participantes em relação ao conhecimento sobre números em dois grupos. O primeiro com estudantes que demonstraram um bom domínio e o segundo com aqueles que demonstraram um domínio limitado. Sobre os resultados, as crianças mais habilidosas tiveram um melhor desempenho em atribuir significado aos números e em relação à noção da magnitude relativa dos dígitos em

números. Contudo, atribuir significado aos números foi a tarefa mais difícil para os participantes de ambos os grupos.

Ainda sobre os resultados, vale ressaltar que o grupo com um maior domínio era constituído predominantemente por crianças do 2º ano do Ensino Fundamental, parecendo haver relações com o avanço da escolaridade.

Em relação ao tema da pesquisa, os autores afirmaram que os dados obtidos nesse estudo evidenciam que os indicadores que constituem o sentido numérico possuem certa independência e que, por isso, se desenvolvem em ritmos distintos. Ressaltaram, ainda, que, por não se tratar de um constructo único, para se examinar o sentido de número, requer investigar cada um dos seus indicadores.

Por fim, relatam que o desenvolvimento de sentido numérico se caracteriza por um longo e amplo caminho que envolve tanto experiências informais quanto formais com a matemática, dentro e fora da escola.

Serrazina e Rodrigues (2021) investigaram duas questões a respeito do sentido de número e flexibilidade de cálculo. A primeira tratou de resultados de duas tarefas realizadas por estudantes dos 2º e 3º anos do Ensino Fundamental e a segunda questão sobre a ação dos professores com o objetivo de promover sentido de número e flexibilidade de cálculo nos estudantes.

O objetivo do trabalho foi discutir a flexibilidade de cálculo mental dos estudantes (a partir do conhecimento que os estudantes têm sobre os números, as operações e suas relações) e a capacidade de criarem uma rede de relações numéricas. Em relação às tarefas realizadas pelos estudantes, na primeira delas, com estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental, pedia-se que eles apresentassem soluções para a seguinte situação: “Todos os sábados, o padeiro do Pão Bom assa 800 pãezinhos e os dispõe em assadeiras. Você tem ideia de quantas assadeiras ele precisará?”. As autoras consideram essa tarefa do tipo aberta, na qual poderiam ser apresentadas várias respostas.

Uma dupla de alunos apresentou uma tabela com uma série de soluções envolvendo a decomposição do número 800 em produtos de dois fatores, por exemplo: 1 assadeira com 800 pães, 2 assadeiras com 400 pães cada, 4 assadeiras com 200 pães cada e assim por diante. Na busca de novas possibilidades, um dos alunos descobriu produtos resultantes de fatos aritméticos que ele já conhecia, utilizando a estratégia dobro–metade ( $50 \times 4 = 200$ ,  $50 \times 8 = 400$ , logo,  $50 \times 16$  será igual a 800). Essa estratégia surgiu ao longo do processo de perceber as relações numéricas.

As autoras relacionaram as estratégias e componentes da flexibilização de cálculos (aspectos dos números e as relações entre eles, possibilitando cálculos parciais, a questão da multiplicidade e divisibilidade, as propriedades comutativas, associativas ou distributivas associadas à multiplicação e a composição e decomposição numérica como relevantes para a construção do sentido de número) demonstrados pelos alunos com estudos descritos na literatura.

A segunda tarefa, desenvolvida com estudantes do 2º ano do Ensino Fundamental, solicitava que os estudantes separassem 18 cartões que continham fatos numéricos de adição e subtração com números até três ordens em duas pilhas: uma com os cartões que eles sabiam rapidamente os resultados e outra com os que eles não sabiam os resultados. O objetivo era investigar o uso de fatos conhecidos para estabelecer relações numéricas e calcular de modo flexível.

Apesar dos estudantes terem selecionado os cartões que continham operações envolvendo o número 100 como os mais difíceis, foi a partir deles que criaram uma rede de relações numéricas através das relações de parte-todo, na qual os números são decompostos e recompostos de diferentes maneiras, bem como pelas relações entre adição e subtração.

O último tópico que as autoras comentaram foi a respeito das ações dos professores, envolvendo tanto os processos de comunicação durante a aula como sobre o tipo de tarefa que é trabalhada. Por fim, ressaltam a necessidade do conhecimento profundo da matemática, pertinente à sociedade digital do século XXI, incluindo o desenvolvimento flexível dos números e a rede de relações numéricas para aplicação em diferentes situações.

A partir dos estudos revistos nesse capítulo, gostaríamos de ressaltar alguns pontos importantes que nortearam nossa pesquisa. Em relação aos algoritmos das quatro operações matemáticas (adição, subtração, multiplicação e divisão), constatamos que os estudos apontaram alto índice de erros dos estudantes, que foram justificados pelo desconhecimento dos procedimentos, conceitos que envolvem as operações e as características do SND, além da desmotivação pelo aprender e aprendizagem mecanizada de técnicas. Essa taxa de erros presentes é apresentada até por alunos em fase de conclusão do ensino fundamental.

Houve estudos que, na tentativa de contribuir para melhoria do desempenho dos estudantes, elaboraram e aplicaram sequências didáticas com situações-problemas, com uso de algoritmos e com intervenções pontuais, todas relatando momentos de discussão com os alunos, percebendo-se um aumento da motivação por parte dos estudantes e que o ensino nessas situações não ocorreu de forma mecanizada.

Os estudos com algum tipo de proposta de intervenção apresentaram melhoras no desempenho dos estudantes. Em comum, essas pesquisas ressaltaram também a importância do papel do professor e a necessidade de promover o diálogo, a reflexão e a motivação dos estudantes, além de reflexões sobre a formação dos professores.

Em relação ao sentido de número, ainda que haja divergência sobre a denominação senso numérico, sentido de número, sentido numérico ou numeralização, os estudos mostraram eficácia na melhora do desempenho dos estudantes após o trabalho com o uso de estratégias não mecanizadas, oferecimento de situações e oportunidades visando o uso da estimativa, investimento na construção numérica e operatória baseada na reflexão das características do SND, composição e decomposição dos números.

Nesse sentido, propomos uma pesquisa sobre o desempenho nos algoritmos de adição e subtração, potencializado por uma sequência didática baseada no domínio dos números, no significado das operações, das relações existentes entre elas e da flexibilidade de cálculo – mental, estimado e escrito –, como postulado pelo referencial teórico apresentado no próximo capítulo.

### 3 REFERENCIAL TEÓRICO

O termo sentido de número tem se mostrado, nas últimas décadas, um tema de grande interesse nas produções acadêmicas nas áreas de educação matemática, educação especial e cognição matemática, embora, segundo Whitacre, Henning e Atabay (2020), trata-se de um termo polissêmico. Essa questão é apontada por eles e por outros autores como um problema a ser resolvido, pois o progresso nas pesquisas, assim como no ensino da matemática, depende de quanto mais claro e bem definido for seu conceito.

Em uma revisão de 141 artigos, esses pesquisadores categorizaram 3 principais constructos, dependendo de como o termo sentido de número foi utilizado e definido pelos autores dos artigos, assim como pelos métodos de pesquisa. O objetivo era que essa revisão servisse como um guia, apontando as distinções com mais clareza.

**Quadro 1 - Características do sentido de número nas pesquisas**

Característica	Sentido de número Aproximado	Sentido de número Antecipado	Sentido de número Maduro
Trabalhos Seminais	Dehaene (1997/2011); Dehaene (2001); Geary <i>et al.</i> (2015).	Jordan <i>et al.</i> (2006); Andrews and Sayers (2015).	McIntosh; Reys e Reys. (1992)
Origem do sentido de número	Inato	Aprendido (pode ser construído a partir das habilidades inatas).	Aprendido (construído a partir de habilidades fundamentais).
Natureza do sentido de número	Habilidades neurológicas.	Habilidades básicas como contagem.	Estruturas conceituais e hábitos mentais.
Conceitos-chaves	Aproximação de magnitude numérica, linha numérica mental.	Reconhecimento de números, contagem, reconhecimento de padrões de números, comparação de números, operações de números e estimativa.	Flexibilidade, mentalidade computacional, seleção de estratégias, razoabilidade de solução.
População estudada	Humanos de todas as idades e alguns animais	Humanos na primeira infância e atenção especial aos estudantes com deficiência.	Humanos desde as séries do ensino fundamental até os adultos.
Medição	Medição altamente específica; por exemplo, razão entre números pertencentes a conjuntos distinguíveis.	Testes gerais servem como rastreo para sentido de número antecipado ou medidas de habilidade específicas.	Testes alinhados com componentes do Sentido de Número Maduro ou descrições de estratégias usadas.

Fonte: Whitacre, Henning e Atabay (2020, p. 101, tradução nossa).

Em resumo, podemos descrevê-los:

(1) – *Approximate number sense* (ANS) – tem sua origem inata. Trata-se de uma habilidade neurológica de aproximação numérica de magnitudes e da linha numérica mental.

(2) – *Early number sense* (ENS) – pode ser aprendido a partir de uma habilidade inata e contém contagem, conhecimento de números como padrões numéricos, comparação e estimativa.

(3) – *Mature number sense* (MNS) – é aprendido, contém a flexibilidade, seleção de estratégias e a razoabilidade das soluções.

Este trabalho será baseado no último constructo, por atender a população estudada e por ser mais condizente com o campo da pesquisa em Educação Matemática. Dessa forma, consideramos a aquisição do sentido de número um processo evolutivo e gradual, particular de cada indivíduo e, por isso, difícil de descrevê-lo. Nesse sentido, McIntosh, Reys e Reys (1992, p. 2) consideram:

Que o sentido de número se refere ao conhecimento geral que uma pessoa tem acerca de números e das suas operações a par com a capacidade de inclinação para usar esse conhecimento de forma flexível para construir raciocínios matemáticos e desenvolver estratégias úteis para lidar com números e operações. Reflete uma inclinação e uma capacidade de usar números e métodos quantitativos como meio de comunicação, processamento e interpretação da informação. Resulta numa perspectiva de que números são úteis e de que existe uma certa regularidade na Matemática.

A fim de apresentar uma proposta de caracterização do sentido de número, esses autores elaboraram um modelo, dividido em três blocos maiores, sendo o primeiro conhecimento e destreza com os números; o segundo, conhecimento e destreza com as operações; e o terceiro, aplicação do conhecimento e destreza com os números e as operações em situações de cálculo. Cada bloco tem subdivisões com outros componentes relacionados a esses grandes blocos, como se observa no Quadro 2.

**Quadro 2 - Quadro de referência para caracterizar o sentido de número**

Blocos	Componentes	Subcomponentes
Conhecimento e destreza com os números	Sentido da ordenação dos números	Valor de posição
		Relações entre tipos de números
		Ordenação de números do mesmo tipo ou entre tipos de números
	Múltiplas representações dos números	Gráficas/simbólicas
		Formas numéricas equivalentes (incluindo decomposição/recomposição)
		Comparação com números de referência
	Sentido das grandezas relativa e absoluta dos números	Comparação com referenciais físicos
		Comparação com referenciais matemáticos
	Sistemas de valores de referência	Matemáticos
		Pessoais
		Operações com números inteiros

Conhecimento e destreza com as operações	Compreensão do efeito das operações	Operações com frações/decimais
	Compreensão das propriedades matemáticas	Comutativa
		Associativa
		Distributiva
		Identidades
		Inversas
	Compreensão das relações entre as operações	Adição/Multiplicação
		Subtração/divisão
		Adição/subtração
		Multiplicação/divisão
Aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo	Compreensão para relacionar o contexto de um problema e os cálculos necessários	Reconhecimento de dados como exatos ou aproximados
		Consciencialização que as soluções podem ser exatas ou aproximadas
	Consciencialização da existência de múltiplas estratégias	Capacidade para criar e/ou inventar estratégias
		Capacidade para reconhecer estratégias diferentes
		Capacidade para selecionar uma estratégia eficaz
	Inclinação para usar representações e/ou métodos eficazes	Facilidade com vários métodos (mentais, calculadoras, papel e lápis)
		Facilidade para escolher números eficazes
	Inclinação para rever os dados e a razoabilidade do resultado	Reconhecer a razoabilidade dos dados
Reconhecer a razoabilidade dos cálculos		

Fonte: McIntosh, Reys e Reys (1992, p. 7).

O primeiro bloco, **conhecimento e destreza com os números**, subdivide-se em: (1) Compreensão da regularidade do sistema de numeração hindu arábico, sua organização e característica. Por exemplo, quando o aluno aprende a contar a partir do 20, começa a identificar, oralmente e por escrito, padrões, regularidades que são inerentes ao sistema de numeração. Esses padrões, uma vez identificados, proporcionam um suporte importante para que o processo de contagem continue e se generalize, tanto em números inteiros quanto decimais, assim como o valor posicional dos algarismos; (2) As múltiplas representações dos números, nas suas várias apresentações que o indivíduo possa a vir a pensar e manipular de formas diferentes. Esse item engloba o reconhecimento que um número pode ser expresso com diversos símbolos e representações gráficas, auxiliando a resolução de uma determinada situação de forma mais eficiente, por exemplo, reconhecer que  $2 + 2 + 2 + 2$  é o mesmo que  $4 \times 2$ , ou que 30 minutos é o mesmo que meia hora. Aqui também se trata de reconhecer a composição e decomposição do número, percebendo as partes do todo, por exemplo, saber que se pode pagar uma conta com o valor de R\$ 8,50 com uma nota de R\$ 10,00, recebendo de troco R\$ 1,50. O uso de “âncoras” que ajudem a fazer comparações de um número com alguma referência, por exemplo, saber que  $\frac{5}{8}$  é mais que a metade; (3) Reconhecimento dos valores relativos e absolutos de um número ou de uma quantidade, dependendo do contexto em que

estão inseridos. Por exemplo, um aluno do ensino fundamental identifica se já viveu mais, ou menos, do que 1000 dias, dando-lhe uma oportunidade de pensar acerca do número 1000 num contexto pessoal, contribuindo para a compreensão da quantidade 1000 noutros contextos; (4) Sistema de referência. As referências podem ser desenvolvidas a partir de atributos pessoais ou de contextos sociais e auxiliam o julgamento de uma resposta ou o arredondamento de um número, facilitando o cálculo mental. Por exemplo, reconhecer que a soma de 2 números de 2 dígitos é menor que 200 ou que uma pessoa que pese 50 kg pode usar isso como referência para estimar o peso de outra pessoa.

O segundo bloco, **conhecimento e destreza com as operações**, subdivide-se em: (1) Entendimento sobre o efeito das operações com vários números, inteiros e racionais. Por exemplo, modelar a multiplicação como uma adição repetida permite aos alunos pensarem sobre a multiplicação, bem como realizá-la. No entanto, é importante que sejam explorados vários modelos para a multiplicação (linha numérica ou modelo geométrico), de modo que os alunos se habituem a ver esta operação em vários contextos e modelos. Também é importante investigar a resposta, por exemplo, o que acontece quando dois números menores que 1 são multiplicados, para que os alunos desconstruam generalizações que possam surgir do modelo de soma repetida de parcelas, tais como “multiplicações sempre aumentam as coisas”; (2) Compreensão das propriedades matemáticas, não como regra, mas aplicar intuitivamente como procedimento em cálculos inventados. Por exemplo, ao multiplicar mentalmente  $36 \times 4$ , o aluno pode pensar em  $4 \times 35$  e  $4 \times 1$  ou  $140 + 4$ . O que deve ser ressaltado aqui é a importância de vincular aplicações práticas na compreensão das propriedades matemáticas; (3) Compreender a relação entre as operações. Conexões entre as operações permitem aos alunos resolverem problemas de diferentes maneiras. Por exemplo, na questão “quantas rodas há em 8 triciclos?”, o estudante pode utilizar a contagem das rodas, ou a soma de parcelas repetidas, ou, ainda, a multiplicação, entre outras estratégias.

O terceiro bloco, **aplicação do conhecimento e destreza com os números e as operações em situações de cálculo**, subdivide-se em: (1) Compreender o contexto do problema e os cálculos necessários, a partir das pistas que o problema traz, dos números a serem utilizados e se a solução precisa ser exata ou aproximada. Por exemplo, a partir da seguinte situação: “João gastou R\$ 2,88 em maçãs, R\$ 2,38 em bananas e R\$ 3,76 em laranjas”, pode-se elaborar várias questões e, dependendo de qual delas escolher, poderá ser uma resposta exata ou um valor aproximado. Dessa forma, se a pergunta for “Quanto João gastou com as frutas?”, é necessário considerar os valores indicados e aplicar qualquer método de cálculo (mental, escrito ou com a calculadora) para que a resposta seja exata; por outro lado, se a pergunta for “Será que João

pode pagar a despesa com uma nota de R\$10,00?”, então podemos usar a estimativa para rapidamente, e com confiança, responder afirmativamente; (2) Conscientização da existência de múltiplas estratégias, pois, se uma estratégia inicial mostra-se improdutiva, aplica-se uma nova estratégia e segue-se um novo caminho; (3) Inclinação para utilizar uma representação ou um método eficiente, a partir da conscientização de que, em um determinado momento, algumas estratégias ou ferramentas de cálculo são mais eficientes do que outras. Por exemplo, diante da pergunta “Quanto é  $8 + 7$ ?”, um estudante não precisa utilizar a estratégia de contar um a um, mas pode pensar em  $7 + 7 + 1$  ou em  $8 + 2 + 5$ , baseando-se no conhecimento que já possui sobre 2 vezes 7 ser 14 e  $8 + 2 = 10$ , respectivamente; (4) Inclinação para rever os dados e resultados encontrados em um problema frente ao que foi questionado. Possuir sentido do número é examinar a solução obtida à luz do problema original, para determinar se a resposta “faz sentido”. Essa análise é geralmente feita rapidamente, naturalmente e torna-se parte integrante do processo de resolução de problemas.

Esses constructos e seus respectivos exemplos nortearam a construção e as escolhas das atividades elaboradas e aplicadas nesta pesquisa, que serão apresentadas no próximo capítulo. Como os próprios autores apontaram, não se trata de um modelo definitivo, mas um ponto de partida útil para ser complementado, dialogado por profissionais que se dedicarem ao tema (McIntosh; Reys; Reys, 1992).

## 4 DELINEAMENTO DO ESTUDO

Esta pesquisa é de natureza exploratória<sup>1</sup> e teve como objetivo geral analisar em que medida uma sequência didática que envolve o sentido de número contribui para o desempenho nas operações de adição e subtração, por meio de algoritmos em estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental. Pesquisas desse tipo têm como finalidade esclarecer ideias, tendo em vista a formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores (Gil, 2008).

Estabelecemos como objetivos específicos:

- Investigar os conhecimentos dos estudantes sobre números;
- Investigar os conhecimentos dos estudantes sobre as operações de adição e subtração;
- Analisar as contribuições de uma sequência didática para o desenvolvimento do sentido de número.

O protocolo de pesquisa foi aprovado pelo Comitê de Ética em Ciências Humanas e Sociais Aplicadas sob o número do CAAE: 40969120.0.0000.8142.

### 4.1 LÓCUS

O lócus da pesquisa foi uma escola pública localizada no bairro central de uma cidade do interior do estado de São Paulo. A escolha da escola se deu pela proximidade, facilitando o trabalho de campo da pesquisadora. A escola possuía 9 salas de aula e atendia em média 560 alunos do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental, sendo 4 turmas de 3º ano (2 turmas no período da manhã e 2 turmas no período da tarde), totalizando 116 alunos.

### 4.2 PARTICIPANTES

Participaram, de início, 13 estudantes, sendo 7 meninos e 6 meninas, porém, 2 meninas não concluíram todas as etapas da pesquisa, ambas por motivo de saúde, e 2 meninos não realizaram o instrumento de pós-teste.

Todos os estudantes eram do 3º ano do Ensino Fundamental, com idades entre 7 anos e 11 meses a 8 anos e 8 meses e frequentaram os encontros em grupo no contraturno escolar.

---

<sup>1</sup> Pesquisas desse tipo têm como finalidade esclarecer ideias, tendo em vista a formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores (Gil, 2008).

Essa é uma amostra do tipo conveniência, na qual os elementos foram selecionados a partir do acesso do pesquisador, admitindo que esses podiam, de alguma forma, representar o universo da pesquisa (Gil, 2008).

#### 4.3 INSTRUMENTOS E MATERIAIS

O instrumento de avaliação (Anexo I), assim como as atividades pedagógicas (Anexo II), foram elaboradas pela pesquisadora a partir de adaptações de modelos existentes a respeito do sentido de número, contemplando os componentes descritos no referencial teórico.

O objetivo do instrumento foi elaborar pelo menos uma questão para os seguintes componentes descritos no referencial teórico sobre sentido de número: conhecimento e destreza com os números; conhecimento e destreza com as operações; e aplicação do conhecimento em situações de cálculo.

O instrumento tinha 12 questões, sendo que algumas continham dois itens, outras três e outras quatro, totalizando 23 itens. Dessas 12 questões, 11 foram elaboradas para contemplar os componentes do sentido de número e uma era sobre algoritmos de adição e subtração. Essa última foi inserida no instrumento de avaliação com o objetivo de coletar dados para comparação de desempenho antes e após a intervenção.

Após a elaboração, o instrumento foi submetido à avaliação de cinco juízes para verificar qual aspecto do sentido de número cada questão poderia avaliar, bem como a clareza de cada questão (escala tipo Likert de 1 a 5, na qual 1 correspondia a nada clara e 5 correspondia a muito clara).

As formações acadêmicas e campo de atuação dos juízes<sup>2</sup> eram: 1) pedagoga, licenciada em Matemática, Mestrado Profissional em Educação Escolar (em curso) e professora de matemática do Ensino Fundamental II de rede pública; 2) pedagoga, licenciada em Matemática, mestra em Educação para a Ciência e Técnica em Assuntos Educacionais na UNIFESP; 3) pedagoga, especialista em Psicopedagoga, mestra e doutora em Psicologia Educacional, diretora e coordenadora da Assessoria Educacional Universo do Saber; 4) licenciada em Matemática, mestra e doutora em Educação Matemática, professora aposentada e voluntária da Universidade Federal de Uberlândia; e 5) licenciada em Matemática, mestra e doutora em Educação Matemática e professora da Faculdade de Educação da UNICAMP.

As sugestões feitas pelos juízes consistiram: na questão 1 – acrescentar uma sequência numérica com centenas e colorir alguns espaços que não deveriam ser preenchidos pelos

---

<sup>2</sup> Os juízes foram preparados para realizar seus julgamentos estudando e conhecendo o referencial teórico utilizado na pesquisa.

estudantes e foram contempladas na versão final do instrumento; na questão 3 – mudar as cores dos quadrados a serem preenchidos, pois estavam iguais ao exercício anterior, o que poderia induzir ao erro os estudantes; na questão 5 – acrescentar um par de números para comparação envolvendo dezenas, um par de números que tivessem a mesma dezena, mas unidades diferentes; na questão 8 – foram sugeridas as formas de composição do número oito usado como exemplo; na questão 9 – foi sugerido colocar um modelo; na questão 11 – foram sugeridas adições cujos resultados fossem menores ou iguais a nove nas ordens e outros que fossem maiores que nove, assim como subtrações com algarismos do subtraendo menores do que os algarismos do minuendo e outras com algarismos do subtraendo maiores do que o minuendo; por último, foi sugerido deixar espaço em algumas situações de cálculos para que os estudantes pudessem representar a resolução de mais de uma maneira.

A pesquisadora também utilizou um diário de bordo com anotações e registros das atividades, progressos, respostas dos estudantes, descrições e observações relevantes ocorridas durante o desenvolvimento da sequência didática.

#### 4.4 SEQUÊNCIA DIDÁTICA (SD)

Nesta pesquisa, chamaremos de sequência didática as aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar as situações de aprendizagem previstas na pesquisa (Pais, 2002).

A SD foi elaborada a partir dos componentes do sentido de número, considerando que sentido de número não é um conceito ou assunto do currículo, mas uma forma de pensar matematicamente que permeia o ensino de todos os conteúdos de matemática abordados no ensino fundamental e, apesar de não se restringir apenas ao contexto escolar, este pode e deve se tornar um ambiente capaz de contribuir de forma expressiva com o seu desenvolvimento (Spinillo, 2014).

A SD foi composta de 33 atividades desenvolvidas com os estudantes em 17 dias. A elaboração foi feita em 3 blocos: conhecimento e destreza com os números, conhecimento e destreza com as operações e conhecimento e destreza com os números e as operações em situações de cálculos, apresentadas nos quadros 3, 4 e 5, respectivamente.

A elaboração e seleção de atividades foi baseada em pesquisas de materiais didáticos com adaptações para atender aos domínios que se pretendia trabalhar em cada encontro com os estudantes. A sequência de aplicação das atividades também foi planejada a fim de que os estudantes pudessem avançar nos conhecimentos trabalhados previamente, nem sempre

pautados no grau de dificuldade, mas nos conhecimentos e descobertas que gostaríamos de promover. O uso de material manipulável também foi disponibilizado propositalmente em algumas atividades, mas nem sempre esteve presente nos encontros.

Seguindo para as descrições, apresentamos na primeira coluna de cada quadro os objetos de conhecimento ou habilidades que foram selecionados segundo a Base Nacional Comum Curricular- BNCC (2018), e na segunda coluna as orientações didáticas para os materiais ou atividades confeccionadas que a pesquisadora seguiu durante os encontros com os estudantes. O Quadro 3 apresenta as habilidades e orientações relacionadas ao primeiro bloco da caracterização do sentido de número.

**Quadro 3** - Quadro de habilidades e orientações referentes ao conhecimento e destreza com os números

Objeto de conhecimento/ Habilidades	Orientações para o professor
Contagem até 10	Explorar: <ul style="list-style-type: none"> <li>• a utilização dos números nos diversos contextos;</li> <li>• onde encontramos e utilizamos os números;</li> <li>• o uso do número como identificação, que não envolve contagem: número de celular, número da casa, datas, numeração de roupa;</li> <li>• uso do número como contagem: cardinalidade;</li> <li>• uso do número como ordem: ordinalidade;</li> <li>• uso do número como medida.</li> </ul>
Contagem até 20	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Socializar as estratégias pessoais utilizadas para contagem;</li> <li>• Perceber se há diferença entre contagem até 10 elementos e acima de 10 elementos, quais são os facilitadores e o dificultadores.</li> </ul>
Comparação de quantidades	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabalhar os conceitos/ vocabulário:               <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ mais de uma certa quantidade, menos de uma certa quantidade;</li> <li>✓ maior/ menor.</li> </ul> </li> <li>• Explorar que alguns exercícios podem ter mais de uma resposta correta, socializando as estratégias utilizadas por cada estudante.</li> </ul>
Ordenar números	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explorar a sequência numérica até 10;</li> <li>• Incentivar a contagem de dez em dez e outras possibilidades de sequências.</li> </ul>
Contagem envolvendo 1 a mais, 1 a menos; 2 a mais, 2 a menos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Agilizar o acréscimo de pequenas quantidades do material manipulativo para outras formas de representação, pictórica e abstrata;</li> <li>• Utilizar jogo para agilizar e compartilhar estratégias;</li> <li>• Estender a estratégia para números acima de 10.</li> </ul>
Contagem e sequências numéricas ascendente e descendente	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explorar contagens a partir de um certo número;</li> <li>• Identificar os números entre o maior e o menor;</li> <li>• Realizar contagem crescente e decrescente.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realizar jogos que auxiliem os estudantes a acharem o total de pontos;</li> </ul>

Construção de fatos fundamentais da adição	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ explorar material manipulativo, pictórico e numérico no contexto de adição.</li> <li>• Observar como os alunos determinam as quantidades totais (contagem do início ou a partir de um número) ou uso de memorização de fatos numéricos.</li> </ul>
Composição e decomposição de números naturais	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabalhar com situações que envolvam a interpretação de números em termos de relação parte todo;</li> <li>• Exercitar a composição dos números e a ideia de números como composição de outros números;</li> <li>• Ler e registrar as partes que faltam para composição do todo;</li> <li>• Fazer listas para o aluno selecionar os dois números que formam o todo.</li> </ul>
Significado dos números dependendo do contexto em que estão inseridos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabalhar oralmente o sentido das grandezas relativa dos números, explorando:</li> <li>✓ situações para conectar números a situações reais através de questionamentos ou hipóteses. Ex: 1000 pode ser a idade de uma pessoa?</li> </ul>
Contagem utilizando padrões figurais	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizar cartões com Quadro de 10 bolinhas com a  intenção de promover: <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ contagem de 10 em 10, de 5 em 5;</li> <li>✓ contagem a partir das dezenas inteiras;</li> <li>✓ contagem a partir de 5;</li> <li>✓ ampliar cálculo mental para números até 100;</li> <li>✓ relacionar números com 5 e com 10;</li> <li>✓ falar da composição dos números (ex.: “8 como 5 com mais 3” e como “2 para 10”);</li> <li>✓ estabelecer relações semelhantes para números maiores como <math>68 + 5</math>;</li> <li>✓ realizar jogos em duplas para dinamizar e agilizar o reconhecimento de quantidades.</li> </ul> </li> </ul>
Estimativa de medida	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fazer estimativas usando conceitos: <b>cerca de/ quase/ perto de</b>, a partir de referências pessoais;</li> <li>• Explorar instrumentos de medidas, convencionais ou não;</li> <li>• Construir uma fita métrica de 1 metro, em etapas, para checagem de estimativas, colando de 10 cm em 10 cm;</li> <li>• Explorar medidas até 50 centímetros;</li> <li>• Explorar medidas entre 50 centímetros e 1 metro.</li> </ul>
Estimativa de preço / sistema monetário	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estimar o valor monetário de alguns produtos tendo um valor de referência a partir de experiências pessoais e discutir em grupo para comparação de resultados</li> </ul>

Fonte: Elaboração própria.

No Quadro 4 apresentamos os objetos de conhecimento ou habilidades e suas respectivas orientações didáticas que contemplaram o conhecimento e destreza com as operações.

Na elaboração das atividades, percebemos que nem sempre conseguimos separar muito bem os componentes, pois, ao trabalharmos com as operações, os componentes com os números estão presentes e há necessidade de serem retomados durante as operações.

**Quadro 4 - Quadro de habilidades e orientações ao conhecimento e destreza com as operações**

Objeto de conhecimento/ Habilidades	Orientações para o professor
Construção de fatos fundamentais da adição	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Oferecer fileiras de blocos com uma determinada quantidade e explorar quantas combinações diferentes para um determinado número os alunos podem fazer. Ex.: 8 blocos (<math>8+0</math>, <math>7+1</math>, <math>6+2</math>, <math>5+3</math>, <math>4+4</math>, <math>3+5</math>, <math>1+7</math>, <math>2+6</math>, <math>0+8</math>);</li> <li>• Incentivar que os alunos nomeiem e registrem as partes que formam o todo.</li> </ul>
Construção de fatos fundamentais da subtração	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Oferecer fileiras de blocos com uma determinada quantidade e explorar quantas combinações diferentes para um determinado número os alunos podem fazer as subtrações. Ex.: 3 blocos (<math>3-0</math>, <math>3-1</math>, <math>3-2</math> e <math>3-3</math>);</li> <li>• Realizar atividades com cubos envolvendo a subtração na qual o todo é conhecido, retirar uma parte desconhecida sem que eles vejam e pedir para que descubram qual quantidade foi retirada.               <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Pedir para que registrem na folha a quantidade retirada;</li> <li>✓ Pedir para que registrem a subtração;</li> <li>✓ Pedir que os alunos leiam a sentença. Ex.: <math>25 - 8 = 17</math>.</li> </ul> </li> <li>• Introduzir a escrita de adição após os alunos terem registrado as subtrações, a fim de que formem o todo novamente;</li> <li>• Conectar as operações de adição e subtração;</li> <li>• Conversar com os alunos que eles estão usando o mesmo modelo para as operações de adição e subtração;</li> <li>• Retirar a quantidade de blocos de perto para diferenciar a subtração da decomposição.</li> </ul>
Construção de fatos básicos da adição e subtração e utilizá-los no cálculo mental ou escrito	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Escrever 2 equações de adição e 2 equações de subtração a partir dos números que receberão escritos na folha (Ex.: 3, 5, 8);</li> <li>• Conversar com os alunos quais adições e subtrações que eles poderiam realizar utilizando os números escritos;</li> <li>• Socializar as diferentes soluções e ressaltar as propriedades comutativa e associativa;</li> <li>• Realizar adições a partir de equações de 3 parcelas, nas quais as somas de 2 delas terão como resultado 10. (Ex.: <math>4+7+6</math>).</li> <li>✓ os alunos deverão adicionar sem qualquer orientação e depois demonstrar como realizaram as adições;</li> <li>✓ refletir com os alunos, se entre as respostas tiver alguém que achou as adições que tinham como resultado 10, se isso foi um facilitador para as operações;</li> <li>✓ ressaltar a importância, se essas pequenas adições já estiverem memorizadas para agilizar o cálculo.</li> <li>• Utilizar jogos que promovam estratégias de cálculos</li> </ul>
Composição e decomposição números naturais com suporte de	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realizar adições decompondo os números em dezenas e unidades;</li> <li>• Registrar e discutir as soluções encontradas;</li> <li>• Utilizar cubos, se necessário, ou Quadro de dez (ten frame) Ex.: <math>13 + 24 = 10+3+20+4 = 30 + 7 = 37</math>;</li> </ul>

material manipulável, por meio de diferentes adições	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Possibilitar o entendimento do efeito da operação em diferentes números individualmente ou em grupo.</li> </ul>
Sequência numérica e identificação das características do sistema de numeração decimal	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Observar e explorar a regularidade da sequência dos números de 1 até 100 através de atividades solicitadas no próprio quadro. Ex.: colocar o número no quadro e completar com seu antecessor/ sucessor; dezena acima/ dezena abaixo.</li> <li>✓ Falar as operações envolvidas: mais 1, menos 1; mais 10, menos 10.</li> </ul>
Construção de fatos básicos de subtração e utilizá-los no cálculo mental ou escrito	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explorar a decomposição e a composição dos números, facilitando o cálculo, e contribuir para a visualização dos agrupamentos em 10 para resolução de subtrações.</li> <li>✓ Explorar a ideia de subtração associada à ideia de completar;</li> <li>✓ Ampliar repertório de cálculo;</li> <li>✓ Incentivar diferentes formas de calcular.</li> </ul>

Fonte: Elaboração própria.

No Quadro 5 apresentamos os objetos de conhecimento ou habilidades na primeira coluna e suas respectivas orientações didáticas na segunda coluna, que contemplaram o conhecimento e destreza com os números, e as operações em situação de cálculo.

Selecionamos e adaptamos essas situações a partir de uma publicação do tipo passatempo de matemática<sup>3</sup>, por se tratar de problemas não rotineiros<sup>4</sup>, para que os estudantes pudessem explorar estratégias diversificadas de cálculos.

**Quadro 5** - Quadro de habilidades e orientações referentes ao conhecimento e destreza com os números e as operações em situações de cálculo

<b>Objeto de conhecimento/ Habilidades</b>	<b>Orientações para o professor</b>
Resolver problemas envolvendo significados da adição e da subtração: juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Incentivar estratégias diversificadas de cálculos;</li> <li>• Reconhecer se a situação exige dados exatos ou aproximados para resolução;</li> <li>• Socializar as estratégias utilizadas na resolução, verificando a relação entre o contexto do problema e os cálculos necessários;</li> <li>• Solicitar a elaboração de situações de cálculo a partir dos dados já existentes.</li> </ul>

Fonte: Elaboração própria.

<sup>3</sup> Meu Bloco De Passatempos Matemática, Usborne, 2016.

<sup>4</sup> Problemas não rotineiros são aqueles que motivam os alunos a encontrarem a solução, possibilita maior uso dos recursos de comunicação, estimula a interação entre os alunos, permite o desenvolvimento de diferentes estratégias, proporciona o desencadeamento de ideias, o desenvolvimento e a formação dos conceitos matemáticos (Comério, 2007, p. 85).

#### 4.5 PROCEDIMENTOS DE COLETA DE DADOS

Para coleta de dados, foi solicitada por escrito uma autorização da diretora da escola e, depois da sua anuência e da aprovação do Comitê de Ética, foram entregues os termos de consentimento livre e esclarecido (Anexo IV) para os responsáveis pelos alunos. Com os termos todos assinados, seguiu-se para o encontro com os estudantes, que também assinaram o termo de assentimento (Anexo V) para menores de 18 anos.

No total foram 21 encontros em dias sequenciais, com duração média de uma hora cada, que ocorreram no contraturno escolar e sem a presença do professor dos estudantes. Os estudantes se sentavam em carteiras que formavam um semicírculo, em uma sala de aula, com uma lousa branca (Figura 2). Todo material dos encontros foi fornecido pela pesquisadora.

Nos dois primeiros encontros foi aplicado o instrumento de avaliação, depois, 17 encontros foram utilizados para a execução da sequência didática e os dois últimos com reaplicação da avaliação. Durante e após os encontros, a pesquisadora anotava os fatos mais importantes e fotografava a produção dos estudantes, compondo um diário e imagens das atividades.

A atividades da SD foram encadernadas e cada estudante utilizou seu “caderno de atividades” diariamente, diferentemente do estudo piloto, em que as atividades foram entregues por blocos dos componentes. Nesta pesquisa, o caderno era entregue aos estudantes no início dos encontros e recolhido ao final, diariamente.

**Figura 2** - Sala de aula com carteiras e lousa branca



Fonte: Acervo de pesquisa.

#### 4.6 PROCEDIMENTO DE ANÁLISE DOS DADOS

A análise qualitativa se deu pela identificação dos avanços e das dificuldades encontradas pelos estudantes, apoiada pelas anotações no diário de bordo da pesquisadora e nos registros das atividades realizadas pelos estudantes.

A análise quantitativa foi realizada com o teste não paramétrico, Teste de Postos Sinalizados de Wilcoxon, uma vez que a amostra era pequena e as medidas são relacionadas (cada aluno respondeu ao pré e pós-teste). Inicialmente, foi comparado o total de pontos individuais nos dois instrumentos, mas separados por blocos, dos componentes do sentido de número, para efeito de comparação do desempenho de cada estudante consigo mesmo. Depois, utilizou-se o total de pontos de cada participante no pré-teste e pós- teste.

Para comparação de resultados de cada estudante consigo mesmo no instrumento de avaliação, utilizou-se o critério de notas individuais. O instrumento continha 12 questões e foram atribuídos valores para cada item, de modo que cada questão valesse um ponto, totalizando 12 pontos, como pode ser observado no Quadro 6.

**Quadro 6 - Pontuação atribuída a cada questão do instrumento de avaliação**

Blocos dos componentes	Questão	Quantidade de itens	Valor de cada item	Total da Questão
Questões referentes ao conhecimento e destreza com os números	Q1	4	0,25	1,0
	Q2	5	0,2	1,0
	Q3	5	0,2	1,0
	Q4	10	0,1	1,0
	Q5	4	0,25	1,0
	Q6	4	0,25	1,0
	Q7	2	0,5	1,0
	Q8	9	0,111	1,0
	Q9	4	0,25	1,0
Questões referentes ao conhecimento e destreza com as operações	Q10	2	0,5	1,0
	Q11	6	0,167	1,0
Questões referentes à aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo	Q12	4	0,25	1,0
Total	12	59	–	12

Fonte: Elaboração própria.

Como observa-se no quadro 6, o Bloco 1 é o que possui mais questões sendo avaliadas, pois nele estão contidas as habilidades básicas relacionadas ao conhecimento de número que serão utilizadas no Bloco 2 e no Bloco3.

Em algumas situações, foram considerados meio certo ou um décimo de ponto,

dependendo do resultado apresentado, sendo que a atribuição zerada da questão indica falta de tentativa ou resultado totalmente errado, como exemplificaremos adiante.

A Figura 3 exemplifica alguns casos em que foram considerados meio certo ou com alguma tentativa de resolução e suas respectivas pontuações.

**Figura 3 - Questão 1 – Sequências numéricas**

Figura 3a	<p>1. COMPLETE AS TABELAS COM OS NÚMEROS QUE ESTÃO FALTANDO NOS ESPAÇOS EM BRANCO:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th></th> <th>6</th> <th>7</th> <th></th> <th>9</th> <th>10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>11</td> <td>12</td> <td></td> <td>13</td> <td>15</td> <td>16</td> <td></td> <td>18</td> <td>19</td> <td>20</td> </tr> </tbody> </table>	1	2	3	4		6	7		9	10	11	12		13	15	16		18	19	20	0,125
1	2	3	4		6	7		9	10													
11	12		13	15	16		18	19	20													
Figura 3b	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>25</td> <td>26</td> <td>27</td> <td></td> <td>29</td> <td>30</td> <td>31</td> <td>32</td> <td></td> <td>34</td> </tr> </tbody> </table>	25	26	27		29	30	31	32		34	0,25										
25	26	27		29	30	31	32		34													
Figura 3c	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>51</td> <td>52</td> <td>53</td> <td>54</td> <td>55</td> <td></td> <td>57</td> <td>58</td> <td>59</td> <td>60</td> </tr> </tbody> </table>	51	52	53	54	55		57	58	59	60	0,25										
51	52	53	54	55		57	58	59	60													
Figura 3d	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>135</td> <td>136</td> <td></td> <td>138</td> <td>139</td> <td>140</td> <td></td> <td>142</td> <td>143</td> <td>144</td> </tr> </tbody> </table>	135	136		138	139	140		142	143	144	0,20										
135	136		138	139	140		142	143	144													

Fonte: Dados da pesquisa.

Na questão 1, cada sequência numérica valia 0,25. Nos casos em que os estudantes erraram apenas um número na sequência, foi considerado 0,125 ponto (Figura 3a). Se o estudante deixou de completar o último algarismo de um número em uma sequência, foi considerado 0,20 ponto (Figura 3d).

A Figura 4 ilustra outro tipo de erro, que teve pontuação parcial atribuída, no caso, na questão 6.

**Figura 4 - Questão 6 – Escrita dos números**

Figura 4a	<p>6. ESCREVA POR EXTENSO OS NÚMEROS:</p> <p>58 CINCUENTA</p>	0,125
Figura 4b	<p>75 SETENTA E CINCO</p>	0,25
Figura 4c	<p>123 SETENTA E VINTE TRÊS</p>	0,25
Figura 4d	<p>706 SETENTA E SEIS</p>	0,25

Fonte: Dados da pesquisa.

Na questão 6, não foram descontados erros ortográficos, porque os estudantes encontravam-se em processo de alfabetização. O objetivo era conferir se eles conheciam o nome

dos números apresentados. Para a escrita mais próxima e correspondente da correta, foi considerado 0,25 ponto para cada item (Figuras 4b, 4c e 4d); no caso de errarem ou desconsiderarem uma parte da escrita do número, foi atribuído 0,125 ponto (Figura 4a), e se a escrita não correspondia ao número, foi zerada a questão.

**Figura 5 - Questão 11 – Algoritmos de adição**

**Figura 5a**

Correto  
**0,17**

**Figura 5b**

Realizou a adição, mas não  
domina a técnica  
**0,01**

**Figura 5c**

Errou um algarismo na  
operação  
**0,083**

Fonte: Dados da pesquisa.

A questão 11 era composta de operações de adição (vide Figura 5) e subtração (vide Figura 6), em que os estudantes podiam resolver com a estratégia que quisessem. Para cada item correto, foi atribuído o valor de 0,17 ponto. No caso das operações com resultado em que um algarismo estava errado, foi considerado 0,083 ponto, como ilustrado nas Figuras 5c e 6b. Quando houve a tentativa de resolução indicando um processo de adição ou subtração, mas o resultado estava incorreto, como ilustrado nas Figuras 5b e 6c, em que houve problema com as trocas das unidades pela dezena, foi considerado 0,01 ponto.

**Figura 6 - Questão 11 – Algoritmos de subtração**

Figura 6a

368 - 124 = 244

3	6	8	
-	1	2	4
2	4	4	

Correto  
0,17

Figura 6b

742 - 327 = 425

7	4	2	
-	3	2	7
4	2	5	

Errou um número na  
operação  
0,083

Figura 6c

346 - 78 = 318

3	4	6	
-	0	7	8
3	1	8	

Realizou a subtração,  
mas não domina a  
técnica  
0,01

Fonte: Dados da pesquisa.

Para facilitar a compreensão do leitor, os pontos do diagnóstico inicial e final foram transformados para uma escala de zero a dez. Dessa forma, o máximo de pontos obtidos no **bloco 1** foi de **7,5**; no **bloco 2** foi de **1,67** e no **bloco 3** foi de **0,83**.

O pré-teste foi a primeira atividade que os estudantes realizaram individualmente, sem consultar os pares. A pesquisadora realizou a leitura dos itens em voz alta e verificou se todos os estudantes haviam compreendido o que deveria ser feito. Os estudantes foram respondendo o instrumento item a item.

Os estudantes ficaram espaçados para facilitar a observação da pesquisadora enquanto eles respondiam as questões. Houve alguns estudantes que copiaram a resposta e a pesquisadora fez uma marcação, sem que os estudantes percebessem, para que a resposta copiada não fosse pontuada.

O pós-teste foi a última atividade realizada e a aplicação ocorreu da mesma forma que o pré-teste: a pesquisadora realizou a leitura dos itens em voz alta e verificou se todos os estudantes haviam compreendido o que deveria ser feito. Os estudantes foram respondendo o instrumento item a item.

No próximo capítulo, apresentamos uma análise dos resultados obtidos nos instrumentos de avaliação, que consiste em uma análise qualitativa e uma análise quantitativa não paramétrica das produções dos estudantes.

## 5 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS DA PESQUISA

Este capítulo está dividido em três seções. Na primeira seção, na qual é apresentada a análise qualitativa das atividades da SD com os estudantes, são expostos os indícios dos processos de construção de conhecimentos dos estudantes por meio das falas, discussões e resoluções das atividades, que consideramos significativos do ponto de vista de avanços nos componentes descritos no Modelo de McIntosh, Reys e Reys (1992), com os quais nos propomos a trabalhar.

Esses componentes, segundo esse grupo de autores, segue a seguinte categorização: conhecimento e destreza com os números, conhecimento e destreza com as operações e aplicação do conhecimento e destreza com os números e as operações em situações de cálculo. Entendendo que a participação dos estudantes na formulação de perguntas, busca de respostas e hipóteses formuladas contribui com o desenvolvimento da aprendizagem, a pesquisadora esteve atenta a todos os estudantes, incentivando-os a encontrarem respostas, de modo que a atividade fosse o “veículo” para a mobilização de conhecimentos, mesmo nas atividades coletivas.

Na segunda seção apresentamos as comparações entre os resultados obtidos em cada um dos blocos do sentido de número em dois momentos: no pré-teste (diagnóstico inicial), representado pela letra D, e no pós-teste (diagnóstico final), representado pela letra F.

Por fim, na terceira seção, apresentamos as comparações e discussões entre resultados totais no pré e pós-teste de sujeitos com melhores desempenhos. A análise de comparações foi realizada com o Teste de Postos Sinalizados de Wilcoxon, utilizando o software IBM® SPSS®, e o nível de significância adotado foi  $\alpha = 0.05$ , por ser convencional em ciências humanas (Feijoo, 2010).

### 5.1 ANÁLISE QUALITATIVA

#### 5.1.1 Atividades do Bloco 1: Conhecimento e destreza com os números

Durante as atividades, as aulas aconteceram sempre na mesma sala, com a disposição das carteiras em semicírculo. A pesquisadora tinha uma mesa de apoio maior que ficava próxima à lousa branca que servia de recurso, quando necessário.

Os alunos eram conduzidos até a sala pela pesquisadora e já sabiam que participariam de uma aula com atividades de matemática, avisados pelos pais e responsáveis, que tinham

assinado o termo de autorização, e pela pesquisadora, que se apresentou como professora de matemática.

Em um primeiro momento, eles apresentavam curiosidade e receio sobre o que aconteceria nas aulas, conversando baixinho entre os pares. À medida que o vínculo entre estudantes e pesquisadora foi se estabelecendo, eles demonstraram animação e motivação, conversando com a pesquisadora (que era chamada de professora), perguntando o que seria feito no dia, antes mesmo de chegarem à sala de aula.

No primeiro dia, após o pré-teste, foi entregue um “caderno” com todas as atividades que faziam parte da sequência didática dessa pesquisa. Foi solicitado aos estudantes que colocassem o nome e a data na primeira folha, e muitos chegaram a folhear o material para olhar as demais atividades, demonstrando curiosidade.

A seguir, descreveremos as atividades, divididas nos três blocos de análise: conhecimento e destreza com os números, conhecimento e destreza com as operações e aplicação do conhecimento e destreza com os números.

O Quadro 7 apresenta os componentes do Bloco 1 do Modelo de McIntosh, Reys e Reys (1992).

**Quadro 7 - Componentes do conhecimento e destreza com os números**

1.1 – Sentido da ordenação dos números	1.1.1 – Valor de posição
	1.1.2 – Relações entre tipos de números
	1.1.3 – Ordenação de números do mesmo tipo ou entre tipos de números
1.2 – Múltiplas representações dos números	1.2.1 – Gráficas/simbólicas
	1.2.2 – Formas numéricas equivalentes (incluindo decomposição/recomposição)
	1.2.3 – Comparação com números de referência
1.3 – Sentido das grandezas, relativa e absoluta dos números	1.3.1 – Comparação com referenciais físicos
	1.3.2 – Comparação com referenciais matemáticos
1.4 – Sistemas de valores de referência	1.4.1 – Matemáticos
	1.4.2 – Pessoais

Fonte: Elaboração própria.

A primeira atividade, “*Contagem das frutas*” (Figura 7), envolvia a contagem e a representação da quantidade em registro numérico e registro na língua natural. Os estudantes deveriam contar o total de cada tipo de fruta e colocar o número correspondente na linha que tinha à frente, em seguida, escrever o número em palavras.

Antes de começarem a contagem e a escrita da atividade, a pesquisadora instigou os estudantes a refletirem e falarem sobre a utilidade dos números: para o quê, na opinião deles, eles serviam. As respostas, em geral, foram que eles serviam para contar e eram usados na matemática.

A pesquisadora tinha como objetivo promover mais conhecimentos a respeito do uso dos números e utilizou uma série de perguntas norteadoras que os levaram a arriscar outras respostas. As perguntas foram baseadas em locais e situações em que usamos os números. Por exemplo:

Pesquisadora: Vamos pensar mais um pouco se os números servem só para contar?

P: Quantos anos você tem?

P: Qual o número da sua casa? E do telefone da sua mãe?

P: Quem chegou primeiro na sala hoje?

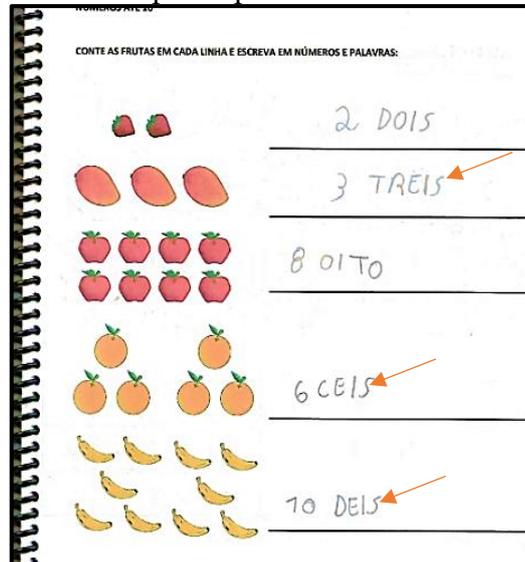
P: Qual a sua altura? E o seu peso?

A partir das respostas que foram dadas, a pesquisadora iniciou a diferenciação dos usos, por exemplo: o número da casa de uma pessoa não serve para contagem, mas para identificação; a classificação de participantes de uma corrida serve para ordenar as posições; e a altura e o peso servem para medir. Dessa forma, os estudantes foram conhecendo as finalidades do uso dos números, como contagem, identificação, ordenação e medição, promovendo o desenvolvimento do sentido das grandezas nos números (componente 1.3 do Quadro 7). Embora os estudantes não tenham tido dificuldade em responder às perguntas e terem acompanhado a apresentação dos usos dos números pela pesquisadora, eles demonstraram estar aprendendo algo novo com essa categorização.

Desse dia em diante, a pesquisadora iniciava as aulas retomando os diferentes usos dos números, e os estudantes citavam diferentes exemplos. Com o passar dos dias, as respostas dos estudantes apresentaram uma ampliação de repertório, como a numeração de calçados, placas com limites de velocidade, marcação dos quilômetros em rodovias, dias, meses e anos, idade e dinheiro.

Retomando a primeira atividade sobre contagem de figuras de frutas até dez, somente um aluno não soube representar a quantidade corretamente com números e a maioria teve dificuldade para escrever corretamente com palavras, cometendo erros ortográficos (*treis* para três, *ceis* para seis, *deis* para dez), mas não na contagem, como se observa na figura 7.

**Figura 7** - Resposta de um participante à atividade “Contagem das frutas”



Fonte: Dados da pesquisa.

A pesquisadora questionou aos estudantes se eles tinham tido dificuldade nessa atividade e eles disseram que não. Ao serem questionados como tinham feito as contagens, a maioria respondeu apontando com os dedos as figuras. Propositamente, as figuras foram organizadas em fileiras ou pequenos agrupamentos do tipo arranjo conhecido (como no dado, por exemplo, ou pequenos agrupamentos de três em três, de quatro em quatro). Ao serem questionados se tinham utilizado algum recurso facilitador, eles responderam que as quantidades menores, como dois ou três (morangos e mangas), nem precisavam ser contadas, bastava olhar e eles já sabiam a resposta, mostrando que eles adquiriram habilidade na cardinalidade até 10.

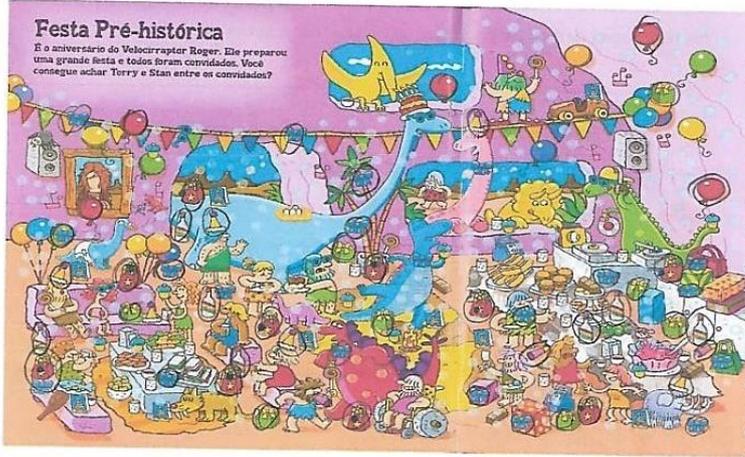
Depois, foi solicitado aos estudantes que observassem que as figuras estavam organizadas de forma que a contagem poderia ser feita mais rapidamente, de dois em dois ou quatro em quatro, como as maçãs, ou de três em três, como as laranjas. Eles concordaram que isso poderia ajudar, mas ninguém admitiu ter usado essa estratégia. A contagem para esse grupo ocorreu de um em um – talvez por se tratar de pequenas quantidades. Segundo Van de Walle (2009), uma vez adquiridas habilidades de contagem, deve-se proporcionar mais relações para que as crianças desenvolvam senso numérico, um conceito flexível de número, além da contagem por unidades, como o reconhecimento da quantidade de objetos em arranjos padronizados, sem a necessidade de contar.

Na segunda atividade, “*Festa dos Dinossauros*”, os estudantes tinham que realizar a contagem até 20 de objetos espalhados em um desenho que representava uma festa (Figura 8). Diferentemente da anterior, os objetos dessa atividade não estavam agrupados. Essa atividade foi realizada, de início, individualmente, mas conforme a contagem, foi ficando mais difícil, e a pesquisadora incentivou a socialização de estratégias para não se perderem na contagem. Os estudantes, ao mesmo tempo em que se divertiam, ficavam preocupados em encontrar todos os objetos e conferir o resultado, mas o rastreamento visual não era muito fácil, tanto por conter muitos elementos diferentes como pela quantidade de alguns objetos (até 20).

Para ajudá-los, a pesquisadora tinha uma cópia plastificada em tamanho maior do desenho, na qual também assinalava os objetos, conforme eram encontrados, tipo um gabarito, caso alguém precisasse para conferência. Ela só não preencheu a parte numérica para analisar o registro individual dos estudantes.

**Figura 8** - Resposta de um participante à atividade “Festa dos dinossauros”

VAMOS CONTAR? ENCONTRE OS OBJETOS NA FIGURA E ESCREVA A QUANTIDADE NA TABELA ABAIXO:



**Festa Pré-histórica**  
É o aniversário do Velociraptor Roger. Ele preparou uma grande festa e todos foram convidados. Você consegue achar Terry e Stan entre os convidados?

 PALHAÇO DAS CAVERNAS	01	 LAÇOS AZUIS	20	 CHAPÉUS DE FESTA	6
 MÁQUINAS DE BOLHAS	02	 BALÕES VERMELHO	5	 CARTÕES DE ANIVERSÁRIO	09
 SACOLINHAS SURPRESA	10	 BARRAS DE CHOCOLATE	04	 PRESENTES VERDES	8
 APTOS DE FESTA	3	 REFRESCO PRÉ-HISTÓRICOS	7		

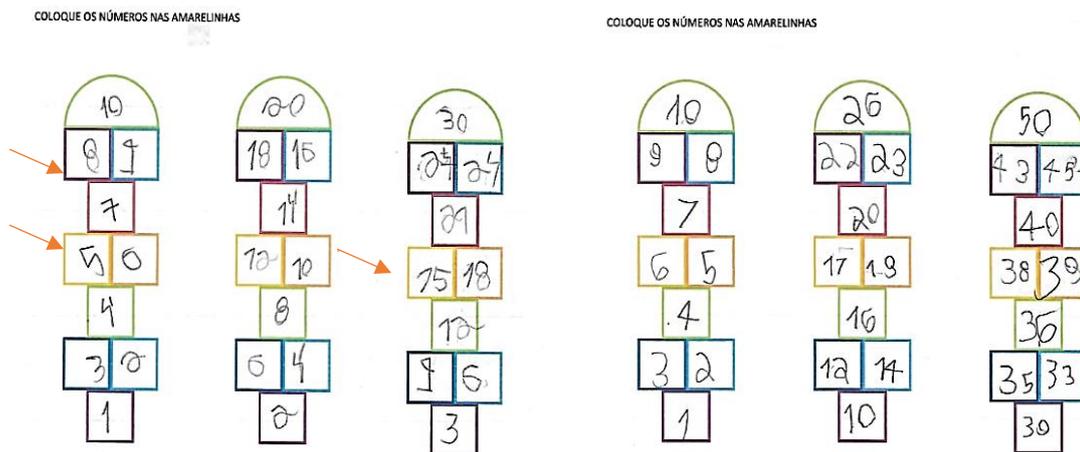
Fonte: Atividade adaptada do livro 1001 Dinossauros e outras coisas.

Depois de completarem a atividade com as quantidades e conferirem as respostas, a pesquisadora perguntou aos estudantes quais objetos tinham em maior ou menor quantidade. A maioria dos estudantes soube responder corretamente (Figura 8), mas um em particular ainda

apresentou dificuldade nessa comparação. A pesquisadora chegou a fazer uma intervenção individual com esse aluno, relacionando o numeral com a quantidade de objetos desenhados.

Nas atividades “*Contagem das frutas*” e “*Festa dos Dinossauros*”, buscamos favorecer a compreensão da regularidade do sistema de numeração decimal pela contagem e comparação de quantidade. De acordo com McIntosh, Reys e Reys (1992), em fase inicial de aprendizagem, o estudante deve perceber que, com apenas dez algarismos, é possível escrever qualquer número, tendo em vista que o algarismo muda de valor dependendo da posição na qual se encontra: ao aprender a contar a partir de 20, o aluno perceberá padrões inerentes ao sistema de numeração decimal, identificando-os de forma oral e gráfica. A exploração dos padrões e regularidades (componente 1.1 do Quadro 7) também foi propiciada na atividade da amarelinha (Figura 9).

**Figura 9** - Respostas de dois participantes à atividade “Amarelinha”



Fonte: Acervo da pesquisa.

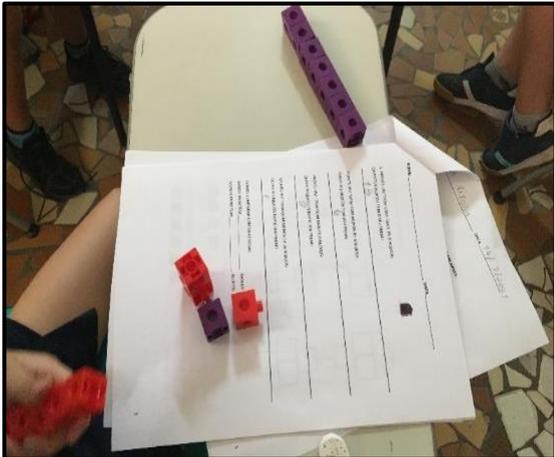
Na atividade da “*Amarelinha*” (Figura 9), cada estudante recebeu três amarelinhas em branco e podia preencher com os números que quisesse. A pesquisadora perguntou se os estudantes conheciam essa brincadeira e como os números eram escritos nos quadradinhos. Eles disseram que brincavam com os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10, na sequência crescente, de 1 em 1. Ela explicou que nessa atividade da folha poderiam “inventar” amarelinhas diferentes, com novas sequências com intervalos diferentes, por exemplo, de 2 em 2.

Podemos ver que um estudante conseguiu montar uma sequência de 2 em 2, 3 em 3 e até de 100 em 100, ainda que em alguns momentos ele tenha trocado as ordens nos quadradinhos, como assinalado em vermelho (vide Figura 9, à esquerda). Outro estudante (Figura 9, à direita) teve dificuldade para manter a regularidade na sequência de 2 em 2 (10, 12,

14, 16, 17, 19, 20, 22, 23 e 26) e na sequência de 3 em 3 (30, 33, 35, 36, 39, 38, 40, 45, 43 e 50), mesmo com o auxílio dos bloquinhos plásticos que foram disponibilizados para contagem e com a mediação da pesquisadora; mas não desistiu de tentar.

Na atividade seguinte, “*Construção e comparação com bloquinhos*” (apresentada na Figura 10), foram distribuídos alguns blocos plásticos de encaixe para os estudantes. Eles deveriam fazer o que se pedia em cada enunciado, por exemplo, montar um “trem” com **mais de oito blocos** ou montar um “trem” com **menos de dez blocos** e anotar no papel a quantidade de blocos que tinham utilizado. Nota-se que esse tipo de exercício podia ter mais de uma resposta correta. Por fim, os estudantes fizeram uma comparação do **maior** e **menor trem** construído em cada enunciado.

**Figura 10** - Resposta de um participante à atividade “Construção e comparação com bloquinhos”

<p>3. MONTE UM TREM COM MAIS DE 8 BLOCOS: QUANTOS BLOCOS TEM O SEU TREM?</p> <p>10</p>	
<p>MONTE UM TREM COM MENOS DE 8 BLOCOS: QUANTOS BLOCOS TEM SEU TREM?</p> <p>3</p>	
<p>MONTE UM TREM COM MAIS DE 6 BLOCOS: QUANTOS BLOCOS TEM O SEU TREM?</p> <p>9</p>	
<p>MONTE UM TREM COM MENOS DE 10 BLOCOS: QUANTOS BLOCOS TEM O SEU TREM?</p> <p>1</p>	
<p>VAMOS COMPARAR COM OS COLEGAS</p> <p>MAIOR TREM TEM <u>10</u> BLOCOS</p> <p>MENOR TREM TEM <u>1</u> BLOCOS</p>	

Fonte: Acervo da pesquisa.

Apesar de ser uma atividade sem muita complexidade, notou-se que os estudantes estranharam a “liberdade” de escolher a quantidade de blocos para a construção dos trens. Alguns ficaram inseguros e chegaram a questionar a pesquisadora sobre a quantidade que deveriam utilizar, sendo reafirmado que a escolha era livre, desde que atendesse a regra do enunciado. O estudo de Flores e Gusmão (2022) é concordante com a rigidez nos pensamentos dos estudantes do ensino médio, ao responderem questões que não estavam acostumados na rotina escolar. Essa rigidez se manifestou através de um padrão de respostas sem flexibilidade,

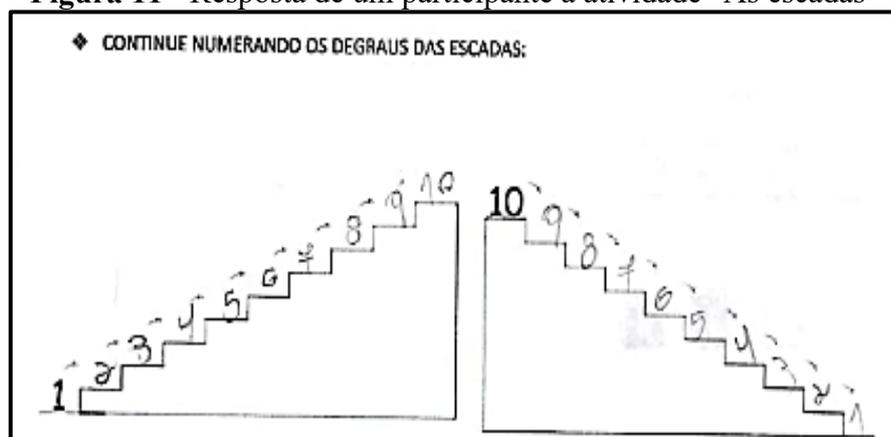
indicando que os estudantes não foram capazes de ativar processos de pensamento mais elaborados.

Na presente pesquisa, a mediação deu-se no sentido de ajudá-los a explorar as possibilidades que eles teriam para um trem com mais de oito blocos e, assim, foram surgindo respostas como nove, dez, onze. Um misto de liberdade de escolha (dentro das respostas possíveis), acrescido da “brincadeira” com os blocos, despertou no grupo uma motivação e alegria em resolver as atividades.

Essa atividade também favoreceu a contagem a partir de um certo número, tanto para mais como para menos, contribuindo para desenvolver habilidade de contagem, da cardinalidade, avançando nas relações numéricas, vendo, por exemplo, que o número 10 é composto pela adição das partes 8 e 2, o que consideramos promover a destreza com os números (1.1 e 1.2 do Quadro 7).

Na atividade “*As escadas*” (Figura 11), foi proposto que os estudantes numerassem os degraus das escadas em sequência crescente e decrescente, de 1 em 1, até o número dez. Os estudantes não tiveram dificuldade para realizar essa atividade, que tinha como objetivo introduzir a ideia de sequência numérica em dois sentidos, visando desenvolver a flexibilidade de pensamento numérico, já que a escrita decrescente não é tão usual, embora seja importante para operar quantidades.

**Figura 11 - Resposta de um participante à atividade “As escadas”**



Fonte: Acervo da pesquisa.

O estudante que apresentou maior dificuldade no pré-teste e nas atividades iniciais para comparar e nomear o maior e o menor número começou a apresentar resultados melhores a partir dessa atividade, tanto na escrita dos números como arriscando mais respostas. Podemos inferir que a diversidade de atividades e situações envolvendo números pareceu auxiliar esse aluno a progredir em seu conhecimento e destreza com números.

Com a intencionalidade de favorecer a agilidade mental de manipulação com os números dos estudantes, a partir da atividade da amarelinha, a pesquisadora apresentou o jogo “*mais um, mais dois, menos um, menos dois*”. No início ou final da aula, a pesquisadora lançava algumas dessas questões aproveitando o contexto, que, no caso da escada, foi muito propício:

P: Se vocês estivessem no degrau 1 e subissem mais um degrau, em qual degrau ficariam? E se subissem mais dois? E assim por diante.

Da mesma forma, foram feitas perguntas para a descida e, ainda, perguntas diferentes para cada aluno:

P: Quanto é:  $2+1$ ,  $4+2$ ,  $10-1$ ,  $7+2$ ,  $7-2$ ?

De início, os estudantes precisavam de um tempo maior para pensar sobre o resultado, mas aos poucos, as respostas foram ficando mais rápidas e até automatizadas, o que acabava sendo divertido para eles, até mesmo quando alguém se confundia e os demais percebiam o erro e corrigiam rapidamente, demonstrando uma evolução na agilidade com esse tipo de cálculo. Esse jogo foi realizado em vários encontros do grupo.

A atividade “*Jogo do Copo*” tinha como objetivo promover a ideia de parte-todo utilizando um dado, botões coloridos, copos e uma tabela (Figura 12).

**Figura 12** - Material utilizado na atividade “Jogo do copo”



Fonte: Atividade adaptada Van de Walle, 2009.

Cada participante deveria jogar um dado e colocar dentro do copo a mesma quantidade de botões que tinha saído no lançamento. Em uma tabela plastificada, o estudante anotava o número correspondente à quantidade de botões na primeira coluna escrito DENTRO. Em seguida, deveria virar uma carta de baralho e anotar o número correspondente na segunda coluna escrito FORA. Por último, ele deveria realizar a adição e colocar o número da soma na coluna escrito TOTAL (vide Figura 13).

**Figura 13** - Resposta de um participante na cartela de registro do Jogo do Copo

Carta do Baralho  
Dado/ Botões

DENTRO	FORA	TOTAL
8	6	14
5	6	11
9	6	15
9	1	10
5	1	6
9	3	12
8	3	11
4	6	10

DENTRO	FORA	TOTAL
9	1	10
9	3	12
8	5	13

Fonte: Acervo da pesquisa.

Para preencher a última coluna, alguns estudantes recorreram à contagem de botões, mais o desenho dos símbolos dos naipes das cartas, e a maioria utilizou os dedos. Outros perceberam que os números que se repetiam nas duas primeiras colunas davam o mesmo resultado, mesmo estando em ordem invertida (propriedade comutativa da adição), e já copiavam o total, sem uma nova contagem.

Outros, ainda, começaram a memorizar alguns fatos aritméticos que saíam repetidos e completavam o total. A variedade de materiais (cartas de baralho, dado e cartão de resultados) também promoveu as múltiplas representações dos números, reconhecendo que um número pode ser expresso com diversos símbolos e representações gráficas (itens 1.2.1 e 1.2.2 do Quadro 7).

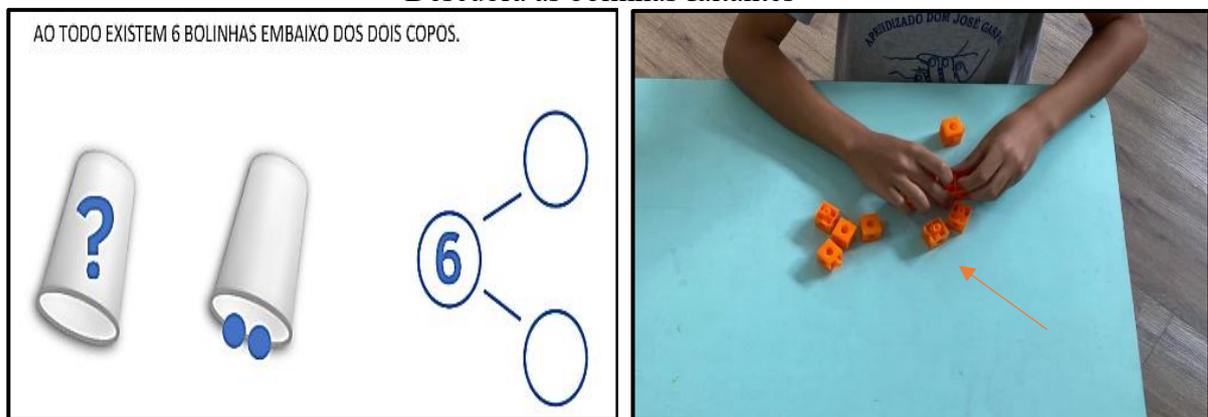
O registro do jogo também oportunizou aos estudantes perceberem que, quando precisam adicionar “um” a qualquer número, não é necessário recorrer à contagem, se já memorizaram a sequência numérica crescente dos números naturais, agilizando, assim, o cálculo.

Outro fato que a pesquisadora chamou a atenção dos estudantes, a partir das adições que apareciam no cartão de registro, é que, para um mesmo total, havia mais de uma possibilidade de parcelas ( $5 + 6 = 11$ ,  $8 + 3 = 11$ ,  $7 + 4 = 11$ ). Segundo McIntosh, Reys e Reys (1992, p. 6), “o sentido de número inclui o reconhecimento de que os números assumem muitas formas e podem ser pensados e manipulados de várias maneiras para atingir um determinado objetivo”.

Destacamos que, embora o objetivo principal do jogo fosse introduzir a ideia de parte-todo, os estudantes também utilizaram a adição, mostrando uma conexão entre esses domínios.

Na atividade “*Descubra as bolinhas faltantes*”, os estudantes foram desafiados a descobrir as bolinhas que estavam escondidas no primeiro copo que, juntamente com as bolinhas mostradas no segundo, formariam o total mostrado no diagrama ao lado dos copos. Para essa atividade, foram disponibilizados cubinhos plásticos de brinquedo (Figura 14) para uso dos estudantes, caso sentissem necessidade de utilizá-los.

**Figura 14** - Utilização de bloquinhos plásticos de brinquedo por um participante na atividade “*Descubra as bolinhas faltantes*”



Fonte: Acervo da pesquisa.

Após a leitura e explicação da atividade, a pesquisadora esteve atenta para não influenciar as tentativas de descobertas das crianças, focando sua mediação para explicação do que estava sendo solicitado. Alguns estudantes precisaram desenhar, embaixo do primeiro copo, as bolinhas faltantes para achar o todo (vide Figura 15, à esquerda) e, em seguida, completavam o diagrama ao lado; outros conseguiram mentalmente ou com auxílio dos dedos e um estudante precisou do auxílio dos bloquinhos plásticos, juntando, separando e realizando contagens para achar a resposta.

**Figura 15** - Respostas de dois estudantes à atividade “*Registro das bolinhas faltantes*”

8. DESCUBRA O NÚMERO DE BOLINHAS QUE FALTAM:

AO TODO EXISTEM 6 BOLINHAS EMBAIXO DOS DOIS COPOS.

AO TODO EXISTEM 8 BOLINHAS EMBAIXO DOS DOIS COPOS:

AO TODO EXISTEM 10 BOLINHAS EMBAIXO DOS TRÊS COPOS.

8. DESCUBRA O NÚMERO DE BOLINHAS QUE FALTAM:

AO TODO EXISTEM 6 BOLINHAS EMBAIXO DOS DOIS COPOS.

AO TODO EXISTEM 8 BOLINHAS EMBAIXO DOS DOIS COPOS:

AO TODO EXISTEM 10 BOLINHAS EMBAIXO DOS TRÊS COPOS.

Fonte: Acervo da pesquisa.

Na continuidade, a atividade “*Completando parte-todo*” tinha o mesmo diagrama, mas dessa vez, somente com a parte numérica e da mesma forma, os cubinhos plásticos continuaram disponíveis para o uso dos estudantes.

Os estudantes deveriam usar o conhecimento da atividade anterior (relação parte-todo) para descobrirem inicialmente o total, pois as partes já estavam preenchidas; depois fizeram o inverso: preencheram as partes, pois o todo já estava preenchido.

As respostas dos estudantes foram variadas, como se observa na Figura 16, porque cada um fazia a sua própria descoberta e, a essa altura, já estavam mais acostumados com atividades que não tinham uma única resposta correta.

**Figura 16** - Resposta de dois participantes à atividade “*Completando parte-todo*”

PREENCHA O VALOR DAS PARCELAS

PREENCHA O VALOR DAS PARCELAS

Fonte: Acervo da pesquisa.

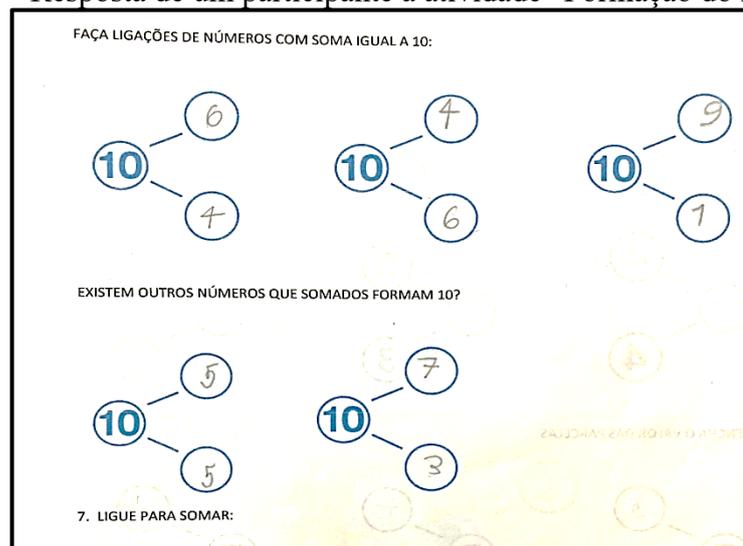
O total 7 e 9 foram repetidos em três diagramas (Figura 16) para que os estudantes produzissem diferentes combinações numéricas, potencializando a habilidade de composição e recomposição (componente 1.2.2 do Quadro 7).

As representações múltiplas de números, como as composições e decomposições, adicionam informações, aprofundando o conhecimento e facilitando a identificação de relações numéricas, segundo McIntosh, Reys e Reys (1992) e Serrazina e Rodrigues (2021).

Na realização dessa atividade, os estudantes ficaram concentrados e a diversificação das atividades sobre uma mesma habilidade de compor e recompor os números favoreceu o interesse e o engajamento, sem a necessidade da cópia da solução um dos outros.

A última fase da mesma atividade era completar cinco diagramas com parte e todo de 10 (vide Figura 17), promovendo a destreza com um número “âncora” do sistema de numeração decimal.

**Figura 17 - Resposta de um participante à atividade “Formação do número 10”**



Fonte: Acervo da pesquisa.

Dentre as relações numéricas para desenvolvimento do sentido de número, o conhecimento e destreza com números âncoras têm um papel de destaque. A dezena é fundamental no nosso sistema de numeração decimal, sendo assim, o número 5 e o número 10 são marcos importantes de referência. Segundo McIntosh, Reys e Reys (1992, p. 8), números “âncoras” ou “marcos” são quaisquer valores para os quais o aluno tenha entendimento seguro para servir de referência para julgar o tamanho de uma resposta ou para arredondar um número que seja mais fácil para processá-lo mentalmente.

A atividade “*Estimando as medidas*” (Figura 18) continha um quadro com quatro colunas: a primeira com os nomes dos objetos seguidos de suas respectivas figuras. Os

estudantes deveriam estimar as medidas (meu braço, minha mão, meu lápis, carteira, lado menor da folha de sulfite, lado maior da porta e meu dedo indicador); na segunda coluna, o palpite da medida que fosse menor que 15 cm; na terceira, a medida real e na última a conferência do acerto ou erro do palpite.

**Figura 18** - Resposta de um participante à atividade “Estimando as medidas”

8. VAMOS ESTIMAR? FAÇA UM X NO QUADRINHO DO PALPITE PARA OS OBJETOS QUE VOCÊ ACHA QUE MEDEM MENOS QUE 15 CENTÍMETROS.

	PALPITE	MEDIDA	ACERTOU/ERROU
MEU BRAÇO 	9	47	✓
MINHA MÃO 	5	16	✓
MEU LÁPIS 	3	17	✓
CARTEIRA 	12	29	✓
LADO MENOR DA FOLHA DE SULFITE 	4	27	✓
LADO MAIOR DA PORTA 	200	200	✓
MEU DEDO INDICADOR 	4	6	✓

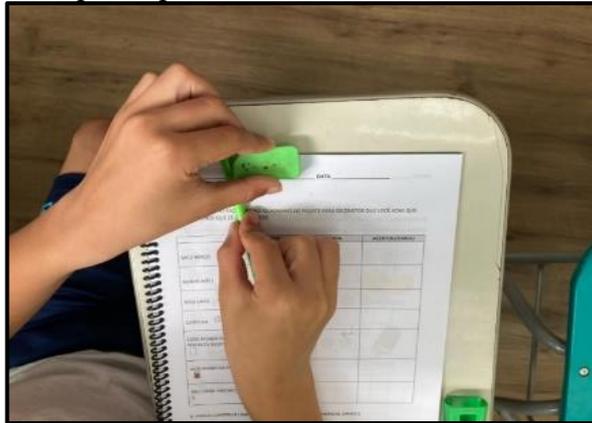
9. VAMOS CONSTRUIR UMA FITA MÉTRICA PARA CONFERIR AS MEDIDAS. (ANEXO)

Fonte: Acervo da pesquisa.

Nota-se pelo enunciado que os estudantes deveriam colocar um “x” no palpite, mas eles preferiram colocar a estimativa da medida em números e a pesquisadora acatou a mudança feita por eles.

Observamos que alguns estudantes pegavam objetos ou partes do corpo (por exemplo, os dedos) como um referencial para estimar o tamanho de alguns objetos. Na Figura 19, por exemplo, o estudante estimou uma medida para a borracha, em seguida, utilizou essa estimativa como referência para “medir” o lápis. Segundo Campos (2017), essa forma de comparação e medida demonstra que os estudantes compreendem o número como uma medida e a relação de comparação experimental é um preparo para a futura comparação entre números.

**Figura 19** - Resposta de um participante à atividade “Realizando comparações para estimar”



Fonte: Acervo da pesquisa.

Para a conferência dos palpites, cada estudante confeccionou uma fita métrica de papel de um metro. A pesquisadora distribuiu cola e pedaços de dez centímetros, seguindo a sequência numérica de zero até cem.

Após a explicação da pesquisadora de como a fita métrica seria construída, ela mostrou todos os pedaços que os estudantes receberiam para colar e uma fita métrica pronta. Um deles disse que um metro era equivalente a 100 centímetros. Essa fala trouxe uma repercussão para estimativa do tamanho da porta, porque eles achavam-na muito grande e a maioria concordou que, então, deveria ter *dois metros* ou *duzentos centímetros* e completaram a estimativa da medida da porta dessa maneira.

A vivência em situações de ensino diferentes das que estavam acostumados gerou empenho dos estudantes, tanto na realização das atividades como nas expressões de conhecimentos, ideias e pensamentos, sabendo que seriam escutados e valorizados, havendo participação ativa dos estudantes durante o desenvolvimento de toda a sequência. Esse comportamento também foi descrito nas pesquisas de Rodrigues (2017) e Serrazina e Rodrigues (2021), nas atividades que proporcionavam o desenvolvimento do sentido de número .

Durante a confecção da fita métrica, além da contagem de dez em dez, a cada pedaço que era colado, era solicitado aos estudantes que dissessem o que poderia ser medido com a “régua” que tinha sido construída:

P: O que poderia ser medido com uma fita métrica de dez centímetros?

P: E o que pode ser medido com a fita métrica de vinte centímetros? De trinta centímetros?

As respostas em geral eram baseadas em objetos que estavam na sala de aula, como o interruptor da luz (régua de 10 cm), estojo de lápis (régua de 30 cm), a cartolina do cartaz (régua de 50 cm), sendo, em geral, bons palpites.

Alguns estudantes já verificavam se tinham acertado ou errado seu palpite antes mesmo de chegar a um metro, medindo o lápis, a mão, o braço, quando achavam que a fita métrica já estava grande o suficiente para a checagem. Acreditamos que, com a oportunidade de medir, comparar resultados e checar resultados, tenha sido favorecido o significado do número como medida para os estudantes.

Durante as estimativas e palpites, surgiu, entre duas estudantes, o assunto da medida do cachorro que elas tinham. Uma delas disse:

A: Meu cachorro é grande e acho que ele tem 1,60 m. Algumas crianças disseram que isso era impossível, que ele teria que ser maior do que ela!

B: Outra estudante disse que a cachorra dela era muito pequena e que deveria ter 10 cm.

Os colegas estranharam “as medidas” ditas pelas colegas e disseram que as duas deveriam estar enganadas, pois 10 cm era muito pouco para a medida de um cachorro, assim como 1,60 m era muito grande. Eles ainda tentaram estimar a medida, pedindo que elas mostrassem o tamanho dos cachorros “com as mãos”. Depois, usando a fita métrica que tinham construído, concluíram que ambas as medidas (10 cm e 1,60 m) estavam erradas. Consideramos que essa conversa sobre medidas e estimativas tenha sido potencializadora para o desenvolvimento do sistema de referência dos estudantes (componente 1.4 do Quadro 7), que, de acordo com McIntosh, Reys e Reys (1992), são padrões desenvolvidos com o amadurecimento matemático e a experiência.

Para a verificação da medida da porta, foi necessária mais de uma fita, pois a porta da sala realmente media dois metros no lado maior, e foi um momento de muita expectativa dos estudantes, para verificarem se tinham acertado ou não. Eles precisaram ajudar a pesquisadora a segurar as fitas métricas para a conferência e, a cada pedaço que era encostado na porta, eles ficavam eufóricos e felizes.

Essa experimentação de comparação de medidas e tamanhos possibilitou aos estudantes estabelecerem também a comparação entre os números, fazendo-os pensar sobre eles, contribuindo, assim, para o desenvolvimento de habilidades com grandezas relativa e absoluta dos números (componente 1.3 do Quadro 7).

A atividade “*Estimativa nas compras*” apresentava no enunciado uma situação de compra em que os estudantes deveriam circular quais produtos, dentre os desenhados, poderiam custar até cinco reais (vide Figura 20).

**Figura 20** - Atividade “Estimativa nas compras”

10. CAIO GANHOU R\$ 5,00 DE SEU PAI E FOI PARA UM HIPERMERCADO PARA GASTÁ-LOS.  
CIRCULE QUAIS PRODUTOS VOCÊ ACHA QUE CUSTAM ATÉ R\$ 5,00 PARA CAIO ESCOLHER O QUE PODERÁ COMPRAR.



SALGADINHO      PÃO FRANCÊS      REFRIGERANTE

PICOLÉ      CELULAR      HAMBURGUER

Fonte: Acervo da pesquisa.

Essa atividade foi realizada coletivamente para gerar reflexão a partir da estimativa de cada um. Os produtos que geraram maior incerteza foram o refrigerante e o picolé. Outros produtos foram rapidamente descartados por haver concordância que eram mais caros e custavam mais de cinco reais, como o celular e o hambúrguer, demonstrando que os estudantes tinham noção de preços. A respeito do pão francês, os alunos comentaram que o quilograma do pão francês variava de um lugar para o outro, mas se fosse apenas um pão, como no desenho, custaria menos de cinco reais.

A discussão do refrigerante e do picolé envolveu tanto o tamanho da embalagem (garrafa grande, garrafa pequena ou latinha) como os tipos (recheado, de frutas, de chocolate, paleta mexicana), no caso do picolé, pois esses atributos poderiam fazer com que eles custassem mais ou menos de cinco reais.

Acreditamos que essa discussão tenha sido muito pertinente por se tratar da realidade para compra de produtos, pois a variação de preço depende do tamanho da embalagem, do fabricante e do local de compra. Observamos, nesse caso, como o contexto social contribui para o conhecimento e destreza com os números, na construção de referências pessoais de cada um, favorecendo os estudantes a terem julgamentos mais acertados em situações diárias que envolvam estimativas de preço, por exemplo.

Nas atividades do bloco 1, *contagem das frutas, contagem dos objetos da figura da festa dos dinossauros, da construção e comparação dos trens montados a partir dos blocos plásticos, da amarelinha, das escadas, jogo do copo, diagramas de parte-todo e estimativas de medida*, consideramos que a principal ferramenta numérica utilizada pelos estudantes foi a **contagem**; porém, esta se tornará cada vez menos necessária, à medida que as crianças construirão novas relações e começarem a usar pensamentos mais poderosos sobre os números (Van de Walle, 2009).

### 5.1.2 Atividades do Bloco 2: Conhecimento e destreza com as operações

O Quadro 8 apresenta os componentes do Bloco 2 do Modelo McIntosh, Reys e Reys (1992).

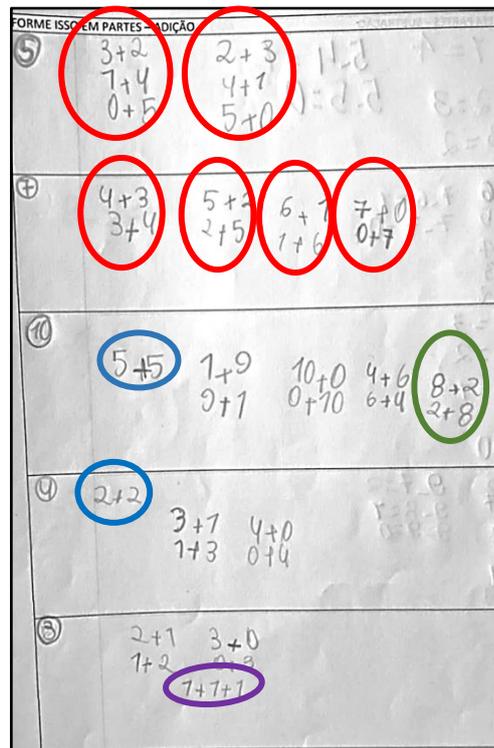
**Quadro 8 - Componentes do conhecimento e destreza com as operações**

2.1 – Compreensão do efeito das operações	2.1.1 – Operações com números inteiros
	2.1.2 – Operações com frações/decimais
2.2 – Compreensão das propriedades matemáticas	2.2.1 – Comutativa
	2.2.2 – Associativa
	2.2.3 – Distributiva
	2.2.4 – Identidades
	2.2.5 – Inversas
2.3 – Compreensão das relações entre as operações	2.3.1 – Adição/multiplicação
	2.3.2 – Subtração/divisão
	2.3.3 – Adição/subtração
	2.3.4 – Multiplicação/divisão

Fonte: Elaboração própria.

Na primeira atividade, “*Formação do todo em partes*”, os estudantes deveriam “descobrir” e escrever as possíveis combinações das partes para formar um todo (Figura 21). Os bloquinhos plásticos de encaixe foram utilizados como recurso principal.

**Figura 21** - Resposta de um participante à atividade “Formação do todo em partes”



Fonte: Atividade adaptada Van de Walle, 2009.

Para a primeira quantidade “cinco”, a pesquisadora colocou cinco cubinhos soltos em uma mesa no centro das carteiras dos estudantes e perguntou como eles poderiam juntar os cubinhos de formas diferentes para obter o total de cinco.

A pesquisadora contou o total de cinco cubinhos com os estudantes e fez algumas perguntas que favorecessem a compreensão dos mesmos:

P: Podemos juntar quatro mais um?



P: E três mais dois?



A cada resposta, os estudantes registravam essas adições no papel e, em seguida, a pesquisadora seguia questionando se também poderia ser  $1+4$ , e eles confirmavam, à medida que visualizavam os cubinhos. Então, um dos alunos perguntou se poderia ser também  $2+3$ , e todos confirmaram que sim. Por último, a pesquisadora juntou todos os cubinhos de um lado, deixando o outro lado da mesa livre, e questionou se poderia registrar aquela adição como  $5+0$ . Alguns estudantes de pronto responderam que sim, enquanto outros ficaram pensando, sem muita prontidão no retorno.

Essa ação de questionamentos se enquadra na classificação de Ponte, Mata-Pereira e Quaresma (2013), de como *apoiar/orientar* promovendo a participação dos alunos, conduzindo-os de modo discreto ou explícito, por meio de perguntas e intervenções.

A pesquisadora chamava a atenção dos estudantes para o fato de aparecer parcelas invertidas para o mesmo todo, que eram 5, como se observa pelos destaques com círculos vermelhos da Figura 21. As demais quantidades foram: sete, dez, quatro e três.

Outra orientação dada aos estudantes era que eles “lessem” ou repetissem em voz alta as combinações de parte e todo que fossem sendo “descobertas”. A leitura, a escrita, o registro servem como um meio de encorajar o pensamento reflexivo na relação parte-todo. No caso desta pesquisa, foi introduzido o registro em forma de adições, pois existe uma clara conexão entre o conceito de parte-todo e as ideias de adição e subtração (Van de Walle, 2009).

Nas quantidades pares, a adição de parcelas iguais acabou aparecendo primeiro, como pode ser observado nos círculos azuis, e, na última quantidade “três”, os estudantes falaram da possibilidade de adição de três parcelas iguais ( $1+1+1$ ), destacada no círculo roxo (Figura 21).

Durante a realização da atividade, uma estudante não tinha feito o registro das adições  $8+2$  e  $2+8$  para o total 10, como destacado no círculo verde. Ela foi até a mesinha do centro, mexeu nos cubinhos dizendo que estava faltando alguma adição, mas não conseguia descobrir qual. A pesquisadora perguntou se alguém poderia ajudar, e outra estudante respondeu que era a adição de  $2+8$ , ajudando a colega. Embora ela tenha feito esse registro, ainda ficaram faltando as adições  $7+3$  e  $3+7$  (Figura 21). Consideramos essa percepção de que estavam faltando combinações como um avanço da estudante na compreensão das relações envolvidas nessas adições e composição do todo.

Com a descoberta das “partes” que compunham o todo, proporcionamos avanços no domínio da relação parte-todo, precursores para um maior domínio das operações, flexibilidade de cálculo e que são generalizações de fatos numéricos, além do conhecimento de algumas propriedades da adição, como elemento neutro e comutativa (componentes 2.1, 2.2 e 2.3 do Quadro 8).

Na atividade “*Partes do todo – subtração*”, os estudantes deveriam escolher um total de 1 a 10 cubinhos e registrar as possíveis “retiradas” do todo. A pesquisadora precisou intermediar os registros, pois se tratava de uma atividade nova para eles (Figura 22).

Figura 22 - Resposta de um participante à atividade Partes do todo - subtração

FORME ISSO EM PARTES - SUBTRAÇÃO		
$5-1=4$	$5-3=2$	$5-5=0$
$5-2=3$	$5-4=1$	$5-0=5$
$7-1=6$	$7-3=4$	$7-6=1$
	$7-4=3$	$7-7=0$
$7-2=5$	$7-5=2$	$7-0=7$
$4-1=3$		
$4-2=2$	$4-0=4$	
$4-3=1$		
$4-4=0$		
$9-0=9$	$9-4=5$	$9-9=0$
$9-1=8$	$9-5=4$	
	$9-6=3$	
$9-2=7$	$9-7=2$	
$9-3=6$	$9-8=1$	

Fonte: Atividade adaptada Van de Walle, 2009.

A partir dos cinco cubinhos juntos, foram “descobertas” as diferentes subtrações:  $5-0=5$ ,  $5-1=4$ ,  $5-2=3$ ,  $5-3=2$ ,  $5-4=1$ ,  $5-5=0$ . No registro, a pesquisadora utilizou os sinais de subtração (-) e de igual (=) em forma de equação.

A cada equação escrita, a pesquisadora lia para eles (cinco menos um igual a quatro) e estimulava a leitura feita pelos estudantes. A relação do número após o sinal de igual, com o resto que sobrava do total de cubinhos, também foi um item importante para que eles fizessem relação com a escrita.

Nas quantidades seguintes, sete e quatro, os estudantes ainda necessitaram da ajuda da pesquisadora, mas na última quantidade, nove, eles conseguiram fazer sozinhos e apareceram algumas “descobertas” interessantes.

Duas estudantes comentaram que os resultados das subtrações estavam em sequência decrescente: 6; 5; 4; 3; 2; 1; 0 (Figura 22), e a pesquisadora perguntou se elas sabiam o porquê. Depois de refletirem, chegaram à conclusão de que cada vez que um cubinho a mais do total era retirado, o resto diminuía. Chegar a essa conclusão não foi tão fácil e alguns estudantes pareciam refletir sobre essa explicação.

Consideramos que essa discussão e explicação das estudantes tenha contribuído para a compreensão dos efeitos das operações (componente 2.1.1 do Quadro 8).

A pesquisadora perguntou se mais alguém tinha feito outra “descoberta”, e um dos estudantes disse que tinha descoberto que “ $5-1=4$ ”, porque ele pensou “ $4+1=5$ ”, verbalizando, assim, a compreensão das relações entre as operações (componente 2.3.1 do Quadro 8). Segundo McIntosh, Reys e Reys (2009), a reflexão sobre as interações entre as operações e números estimula o raciocínio de alto nível e aprimora o senso numérico.

Na atividade “*Descubra a parte desconhecida*”, a pesquisadora apresentava um total de cubos plásticos aos estudantes, em seguida, sem que eles vissem, a pesquisadora retirava uma certa quantidade e mostrava o “resto” que havia sobrado. Os estudantes deveriam falar e depois registrar o quanto havia sido retirado.

Para que todos pudessem acompanhar a atividade, o total de cubinhos era registrado na lousa pela pesquisadora e no caderno dos estudantes. Depois a pesquisadora colocava o sinal de subtração e um tracinho, indicando que havia uma parte desconhecida; em seguida, o sinal de igual e a quantidade que havia sobrado, o resto. Por exemplo: “ $6 - \underline{\quad} = 4$ ”.

Os estudantes tentavam descobrir o quanto tinha sido retirado e depois de discutirem as hipóteses e entrarem em acordo com alguma quantidade, a pesquisadora anotava e eles verificavam se estava correto, fazendo a operação inversa, ou seja, adicionando o resto com a parte faltante, achando o todo novamente. Essas adições eram feitas ora mentalmente, ora com a contagem nos dedos.

O fato de as quantidades serem menores que dez unidades facilitou a participação de todos. Nesse momento, somente dois estudantes com mais dificuldade precisaram dos bloquinhos para operar com as quantidades; os demais já conseguiam fazê-las mentalmente, o que consideramos um progresso.

A atividade “*Família de fatos fundamentais da adição e subtração*” apresentava uma tríade de números e os estudantes deveriam “descobrir” se havia alguma relação entre eles (Figura 23).

**Figura 23** - Resposta de um participante à atividade “Família de fatos fundamentais da adição e subtração”

FAMÍLIA DE FATOS FUNDAMENTAIS	
3,5,8	$8 - 5 = 3$ $3 + 5 = 8$ $5 + 3 = 8$ $8 - 3 = 5$
10,20,30	$10 + 20 = 30$ $30 - 20 = 10$ $30 - 10 = 20$ $20 + 10 = 30$
18,12,30	$12 + 18 = 30$ $18 + 12 = 30$ $30 - 18 = 12$ $30 - 12 = 18$
25,15,40	$25 + 15 = 40$ $15 + 25 = 40$ $40 - 15 = 25$ $40 - 25 = 15$
22,25,47	$22 + 25 = 47$ $47 - 25 = 22$ $25 + 22 = 47$

Fonte: Atividade adaptada Van de Walle, 2009.

A primeira tríade apresentada foi resolvida com a mediação da pesquisadora e os estudantes mostravam-se mais familiarizados com a flexibilidade de cálculos. Notou-se também que eles estavam mais atentos aos detalhes e as associações com os conhecimentos anteriores estavam mais presentes com acerto das respostas.

Na primeira linha, tinham os números 3, 5 e 8, e a primeira associação que os estudantes fizeram foi de adição “ $5+3=8$ ”. Indagados se poderiam pensar em alguma subtração, eles disseram que “ $8-5=3$ ”. Em seguida, a pesquisadora perguntou se haveria mais alguma opção e eles continuaram, “ $3+5=8$ ” e “ $8-3=5$ ” (Figura 23), demonstrando avanços na compreensão das relações entre as operações (componente 2.3 do Quadro 8).

Os estudantes se sentiram mais desafiados no momento que apareceram quantidades maiores, como “25, 15, 40” e “22, 25, 47”. Nessas tríades, alunos com mais facilidade nos cálculos colaboraram associando o terceiro número, e a pesquisadora fez a verificação dos cálculos na lousa, coletivamente.

A atividade “*Mais de duas parcelas*” trazia oito adições com três ou quatro parcelas, sendo que algumas delas tinham o número dez como resultado.

Em um primeiro momento, a pesquisadora instigou os estudantes a pensarem como poderiam realizar as adições e se havia uma estratégia para facilitar o cálculo. Eles não conseguiram pensar na dezena inteira e começaram a adicionar os números na ordem que apareciam.

Na adição de  $5+9+5$ , a pesquisadora perguntou se alguém sabia quanto era  $5 + 5$  e muitos estudantes responderam que era 10. Em seguida, perguntou se ficava fácil adicionar ‘nove’ ao 10, e eles responderam que sim, que ficaria 19. Ela perguntou se eles achavam que adicionar qualquer quantidade ao dez era mais fácil e todos concordaram e começaram a procurar essa relação nas demais adições (Figura 24). Esse contexto de adicionar com parcelas que formavam 10, ou adicionar as parcelas na ordem que apareciam e ver que não havia alteração no resultado, propiciou aos estudantes a compreensão das propriedades comutativa e associativa da adição (componentes 2.2.1 e 2.2.2 do Quadro 8).

**Figura 24 - Adição com mais de duas parcelas**

MAIS DE DUAS PARCELAS	
$4+7+6$ $10+7=17$	$5+9+5$ $10+9=19$
$4+7+3$ $10+4=14$	$2+3+8$ $10+3=13$
$1+1+9$ $10+1=11$	$8+8+2$ $10+8=18$
$5+1+9+5$ $10+10=20$	$4+8+6+2+1$ $10+10+1=21$

Fonte: Atividade adaptada Van de Walle, 2009.

A pesquisadora perguntou se eles sabiam o porquê da facilidade de adicionar quantidades com a dezena inteira, e eles concluíram que bastava trocar o zero das unidades pela unidade que estava sendo adicionada ( $10+7=17$ ). Também falaram que em algumas adições já sabiam o resultado, porque eles tinham sido memorizados, como “ $5+5$ ” e “ $9+1$ ”.

No debate em que se coloca a compreensão de fatos aritméticos básicos versus memorização, consideramos que o mais importante seja a relação que os alunos podem estabelecer entre esses fatos e as relações entre adição e subtração (Ferreira, 2009).

A atividade “*Decompondo em dezenas e unidades na adição*” apresentava modelos de decomposição dos números em unidades e dezenas na realização de adições (Figura 25).

**Figura 25** - Respostas de dois participantes à atividade “*Decompondo em dezenas e unidades na adição*”

The figure shows two student responses to a math activity. Each response is on a grid paper with the title "DECOMPONDO DEZENAS E UNIDADES - ADIÇÃO".

**Left Student's Work:**

- Model:  $13 + 24$  is decomposed into  $10 + 3 + 20 + 4$ , which is then summed as  $30 + 7 = 37$ .
- Problem 1:  $82 + 17 =$ . Decomposition:  $80 + 10 + 2 + 7 = 90 + 9 = 99$ .
- Problem 2:  $50 + 38 =$ . Decomposition:  $50 + 30 + 8 = 80 + 8 = 88$ .
- Problem 3:  $32 + 65 =$ . Decomposition:  $30 + 60 + 2 + 5 = 90 + 7 = 97$ .

**Right Student's Work:**

- Model:  $13 + 24$  is decomposed into  $10 + 3 + 20 + 4$ , which is then summed as  $30 + 7 = 37$ .
- Problem 1:  $82 + 17 = 99$ . Decomposition:  $80 + 10 + 2 + 7 = 90 + 9 = 99$ .
- Problem 2:  $50 + 38 = 88$ . Decomposition:  $50 + 30 + 8 = 80 + 8 = 88$ .
- Problem 3:  $32 + 65 =$ . Decomposition:  $30 + 60 + 2 + 5 = 97$ . An orange arrow points to the result "97".

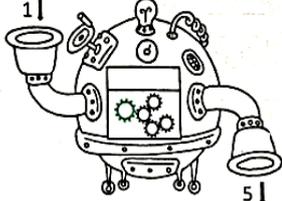
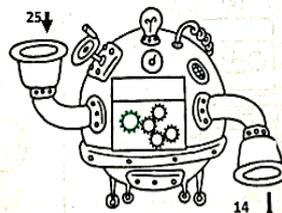
Fonte: Atividade adaptada Van de Walle, 2009.

Além da decomposição dos números em parcelas de unidades e dezenas inteiras, as adições estavam representadas por ligações (dezenas com dezenas e unidades com unidades) e, por fim, a soma final.

Os estudantes, embora tenham participado oralmente para o registro na lousa feito pela pesquisadora, apresentaram algumas dificuldades para realizar o procedimento e o registro dos procedimentos em suas folhas. Apesar das somas estarem corretas, observa-se que algumas passagens não fazem sentido, demonstrando incompreensão do registro, como “ $32 + 65$ ”, em que na última linha tem-se o registro “ $2 + 5 = 97$ ” (Figura 25).

A atividade “*Máquina maluca dos números*” tinha o desenho de uma máquina em que os números que entravam de um lado sofriam alguma modificação e saíam alterados do outro lado (Figura 26). A partir do modelo, os estudantes tinham que descobrir que alteração ocorria dentro da máquina com os números que saíam diferentes.

**Figura 26 - Resposta de um participante à atividade “Máquina maluca dos números”**

MÁQUINA MALUCA DOS NÚMEROS		
DESCUBRA O QUE ACONTECEU COM OS NÚMEROS DEPOIS QUE SAÍRAM DA MÁQUINA E COMPLETE OS NÚMEROS FALTANTES:		
ENTRADA		SAÍDA
1		5
14		18
38	51	42
ENTRADA		SAÍDA
25		14
46		35
23	14	12

Fonte: Acervo da pesquisa.

Os estudantes precisaram de ajuda para compreender a atividade. A pesquisadora iniciou com a explicação que a máquina maluca provocava uma modificação nos números que entravam dentro dela, pois saíam diferentes do outro lado.

Ela perguntou aos alunos:

P: O que aconteceu com o número 1, que entrou e depois saiu como 5?

P: E o que aconteceu com o número 14? E o 38?

P: Os números ficaram maiores ou menores?

Eles responderam que na primeira máquina os números ficaram maiores e na máquina debaixo os números ficaram menores. Então ela seguiu:

P: Vocês conseguem descobrir o quanto maior e menor eles ficaram?

Nenhum estudante conseguiu responder à pergunta e a pesquisadora falou das atividades anteriores que tinham realizado como “mais 1”, “menos 1”, “mais 2”, “menos 2” e as modificações dos números após esse processo.

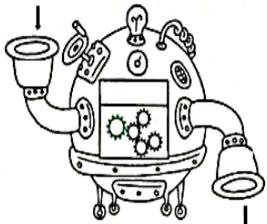
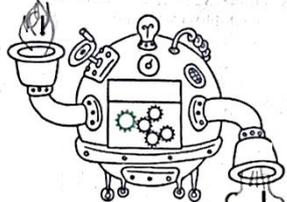
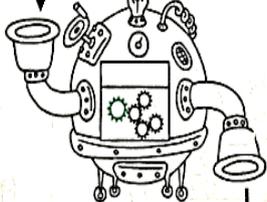
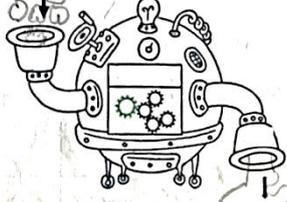
P: Vamos lembrar quando contávamos mais 1 e menos 1 com os números. Se pensarmos do mesmo jeito, quanto a mais a máquina colocou para o número 1 sair 5?

Todos contaram juntos e descobriram que tinha aumentado “4”. A atividade prosseguiu para os números 14 e 38 com a contagem coletiva.

A segunda máquina foi mais difícil para eles realizarem os cálculos, pois a máquina “subtraía” onze dos números da entrada. A pesquisadora trouxe para a discussão com os alunos como poderiam subtrair 11 dos números que entravam (25, 46, 23), também a partir do que eles tinham aprendido com a soma e subtração de *mais um* e *menos um*.

Em seguida, foi dado o mesmo desenho da máquina, mas dessa vez sem modelos. Os estudantes podiam colocar os números e escolher a operação que seria realizada pelas máquinas. A pesquisadora disse aos estudantes que ela e os colegas iriam adivinhar o que cada máquina tinha feito (Figura 27).

**Figura 27 - Resposta de dois participantes à atividade “Máquina Maluca dos Números”**

ENTRADA 5 6		SAÍDA 6 7	AGORA É SUA VEZ! VAMOS DESCOBRIR O QUE A SUA MÁQUINA FAZ!! ENTRADA <del>20</del> <del>50</del>	 $+ 200$	SAÍDA <del>70</del> <del>70</del>
ENTRADA 4 3		SAÍDA 2 1	ENTRADA 10 11	 $- 2$	SAÍDA 8 9

Fonte: Acervo da pesquisa.

A maioria dos estudantes conseguiu entender a estratégia e outros ainda ficaram pensativos, mas nas respostas encontramos modificações variadas nos números dentre elas: +1, +10, +200 e -2 (Figura 27), demonstrando que os estudantes construíram conhecimentos para compreenderem as modificações numéricas a partir das operações de adição e subtração (componente 2.1 do Quadro 8).

**Quadro 9** - Respostas dos estudantes na atividade Máquina Maluca dos números

Entrada	Saída	Estratégia
4	5	+1
20	30	+10
500	700	+200
11	9	-2

Fonte: Elaboração própria.

A atividade “*Quadro de Números*” consistia em completar um quadro de dezenas (Figura 28). Alguns estudantes se anteciparam e começaram a preencher seguindo a ordem numérica de forma mecânica. A pesquisadora solicitou que aguardassem um pouco, pois pretendia explorar a regularidade da sequência, tanto na linha como na coluna.

**Figura 28** - Resposta de um participante à atividade “Atividade Quadro de Números”

QUADRO DE NÚMEROS									
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Fonte: Acervo da pesquisa.

A pesquisadora levou números de um a cem escritos em plaquinhas de EVA (etileno acetato de vinila), usadas para sorteio. Depois que um número era sorteado, os estudantes deveriam escrevê-lo na tabela de centena (que tinha alguns espaços em branco) e, em seguida, preencher seu antecessor, seu sucessor, os números acima e abaixo do número sorteado.

A partir do preenchimento dos números “vizinhos”, a pesquisadora perguntava aos estudantes qual a relação de um número para o seu vizinho, promovendo a exploração dos padrões de menos um para a esquerda, mais um para direita, menos dez para cima, mais dez para baixo.

Essas operações foram sendo repetidas pela pesquisadora e pelos estudantes, à medida que o quadro era preenchido. Além das operações, a pesquisadora perguntava qual coluna ou

linha tinha sido preenchida ou estava prestes a ser, explorando, dessa forma, os números contidos em cada dezena.

Os estudantes conseguiram acompanhar a pesquisadora nas observações e concluir o preenchimento do quadro. O estudante com maior dificuldade também conseguiu perceber os locais de preenchimento, preenchê-los corretamente, embora não lembrasse o nome de todos os números. Acreditamos que essa atividade tenha favorecido o sentido de ordenação dos números (componente 1.1 do Quadro 7), assim como a compreensão do efeito das operações (componente 2.1 do Quadro 8).

As últimas atividades do Bloco 2 tratavam da operação de subtração. A primeira, “*Decompondo dezenas e unidades – subtração*”, apresentava um modelo de subtração pela decomposição do número em dezenas e unidades. O modelo separava o minuendo e o subtraendo em dezenas e unidades e depois realizava a subtração (Figura 29).

**Figura 29** - Resposta de um participante à atividade “Decompondo dezenas e unidades – subtração”

DECOMPONDO DEZENAS E UNIDADES - SUBTRAÇÃO

$$29 - 13$$

$$\begin{array}{r} 20 \quad 9 \\ - 10 \quad 3 \\ \hline 10 \quad + \quad \quad = 16 \end{array}$$


---

 $87 - 13 =$ 

$$\begin{array}{r} 80 \quad + 7 \\ - 10 \quad + 3 \\ \hline 70 \quad + 4 = 74 \end{array}$$


---

 $55 - 32 =$ 

$$\begin{array}{r} 50 \quad + 5 \\ - 30 \quad + 2 \\ \hline 20 \quad + 3 = 23 \end{array}$$


---

 $68 - 42 =$ 

$$\begin{array}{r} 60 \quad + 8 \\ - 40 \quad + 2 \\ \hline 20 \quad + 6 = 26 \end{array}$$


---

 $79 - 63 =$ 

$$\begin{array}{r} 70 \quad + 9 \\ - 60 \quad + 3 \\ \hline 10 \quad + 6 = 16 \end{array}$$

Fonte: Acervo da pesquisa.

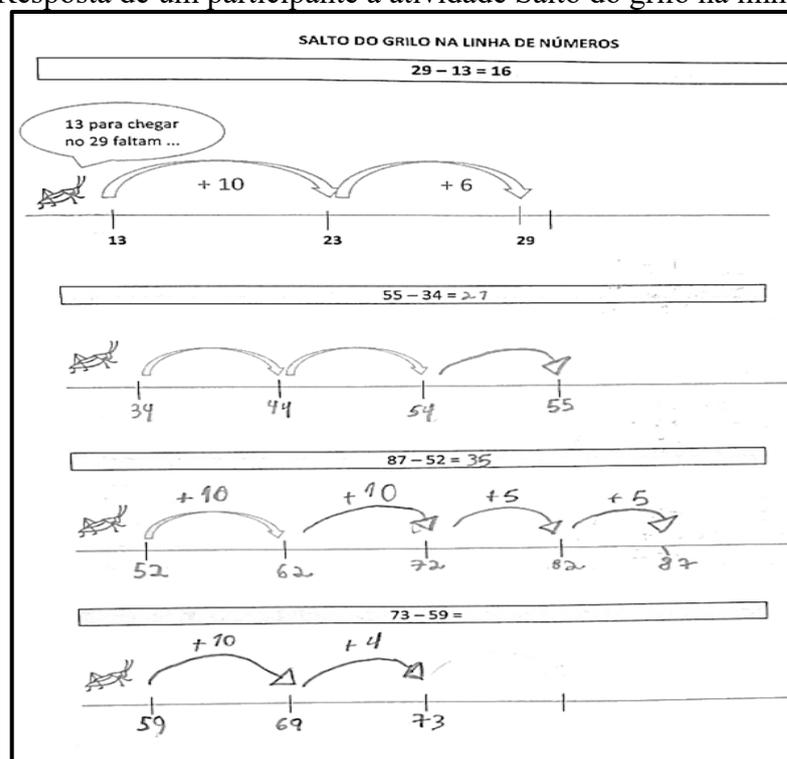
A pesquisadora não só explicou o modelo, como a todo momento verificava tanto a compreensão como a habilidade de cálculo dos estudantes. Ela perguntou se eles se lembravam como tinham realizado as adições com o mesmo modelo, facilitando o cálculo com as dezenas inteiras (números âncoras). Embora eles falassem que se recordavam das adições, o complicador era a subtração em si, mesmo que com a atividade do “*Quadro de dezenas*” as adições de mais 10 e as subtrações com menos 10 tivessem sido trabalhadas.

Os estudantes chegavam a verbalizar que “conta de menos” era difícil, que eles não sabiam fazer. Consideramos que, embora os estudantes da pesquisa estivessem no terceiro ano, eles passaram pelo confinamento da pandemia de 2020 causada pela covid-19, sem aulas presenciais nos dois primeiros anos de escolarização do ensino fundamental. Nossos encontros mais sistematizados sobre subtração ocorreram no início do ano letivo de 2022, após a reabertura total das escolas para aulas presenciais. Acreditamos que essa interrupção nas aulas presenciais tenha contribuído ainda mais para as dificuldades que eles verbalizavam.

A segunda atividade, “Salto do grilo na linha de números” (Figura 30), apresentava outra estratégia de subtração, utilizando pensamento aditivo, propondo que os estudantes contassem o quanto faltava para o todo. Essa ideia já tinha sido apresentada anteriormente na atividade da subtração de parte desconhecida e nos exercícios de parte e todo. Ainda assim, não foi uma atividade que eles tiveram facilidade para realizar sozinhos. Acredita-se que isso tenha acontecido por não ser uma estratégia rotineira apresentada nas escolas.

Sabemos que as pessoas usam diferentes estratégias para calcular, e as diferentes estratégias possibilitam que depois cada um possa utilizar a que achar melhor ou a que tiver mais facilidade para operar.

**Figura 30** - Resposta de um participante à atividade Salto do grilo na linha de números”



Fonte: Acervo da pesquisa.

Essa atividade apresentava a subtração a ser calculada em um retângulo e, abaixo, o desenho de um grilo e uma linha com alguns números. O primeiro número era o minuendo, as

setas indicavam a contagem para frente (de preferência usando as dezenas inteiras) e, depois, o restante de unidades para chegar ao todo. Para chegar ao resultado da subtração, os estudantes deveriam contar as dezenas e unidades “dos saltos do grilo”, que estavam em vermelho no exemplo.

Embora nenhum estudante tenha conseguido realizar sozinho a atividade, a pesquisadora preocupou-se com o entendimento dos estudantes. A dificuldade em realizar a subtração em comparação com a adição é concordante com o estudo de Rodrigues (2017).

A atividade “*Subtração por decomposição*” apresentava outro modelo de subtração com a decomposição em unidades e dezenas do minuendo e subtraendo, realizada horizontalmente, e a subtração final parecida com algoritmo tradicional (Figura 31).

**Figura 31** - Resposta de um participante à atividade “Subtração por decomposição”

CALCULE:

$29 - 13 = 16$

$29 \rightarrow 20 + 9$

$13 \rightarrow 10 + 3$

$16 \rightarrow 10 + 6 = 16$

---

$87 - 52 = 35$

$87 \rightarrow 80 + 7$

$52 \rightarrow 50 + 2$

$35 \rightarrow 30 + 5$

---

$55 - 34 = 21$

$55 \rightarrow 50 + 5$

$34 \rightarrow 30 + 4$

$21 \rightarrow 20 + 1$

---

$48 - 23 = 25$

$48 \rightarrow 40 + 8$

$23 \rightarrow 20 + 3$

$25 \rightarrow 20 + 5$

Fonte: Acervo da pesquisa.

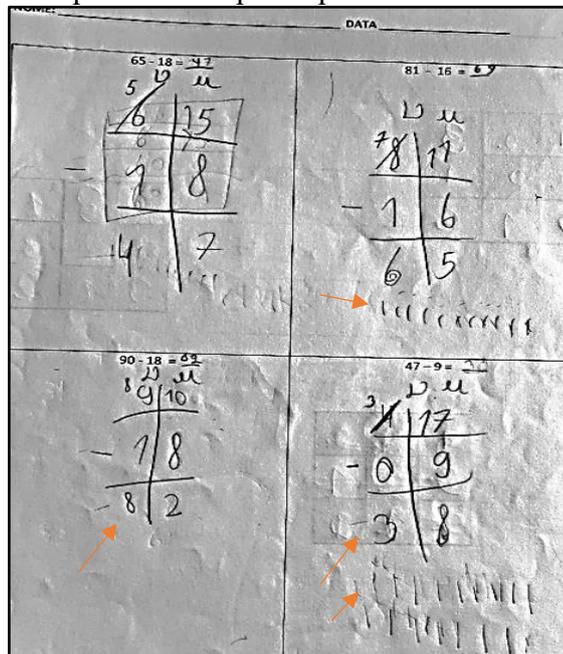
Novamente, os estudantes não tiveram facilidade em realizar as operações sozinhos, mas já estavam familiarizados com a decomposição. A atividade ocorreu coletivamente com o registro feito na lousa pela pesquisadora após as respostas dos estudantes. Para as subtrações das dezenas inteiras, a pesquisadora solicitava a contagem regressiva de 10 em 10, usando o exemplo do “salto do grilo”, mas dessa vez para trás na linha numérica.

Nota-se que a contagem regressiva não era novidade para os estudantes; eles já tinham visto na atividade “*As escadas*”, na atividade “*Decompondo dezenas e unidades – subtração*” e na atividade “*Quadro de Números*”. Outra orientação dada pela pesquisadora aos estudantes

era que eles poderiam operar com as dezenas inteiras, utilizando os conhecimentos da subtração das unidades, pensando, por exemplo, no “80” e no “50” como 8 e 5, realizando a subtração  $8 - 5 = 3$  e depois acrescentando o zero, relativo às unidades. Acreditamos que operar com as regularidades do sistema de numeração decimal favorece o desenvolvimento da compreensão e destreza com números e a destreza com cálculos, pois, como afirmam McIntosh, Reys e Reys (1992), o sentido de número é um constructo que integra número, operações e definições.

A atividade “Calculando” apresentava quatro subtrações para serem resolvidas pelos estudantes da forma que quisessem. Uma das estudantes pediu para fazer as subtrações na lousa com algoritmos tradicionais. A pesquisadora permitiu o uso da lousa para quem quisesse (Figura 32).

**Figura 32** - Resposta de um participante à atividade “Calculando”

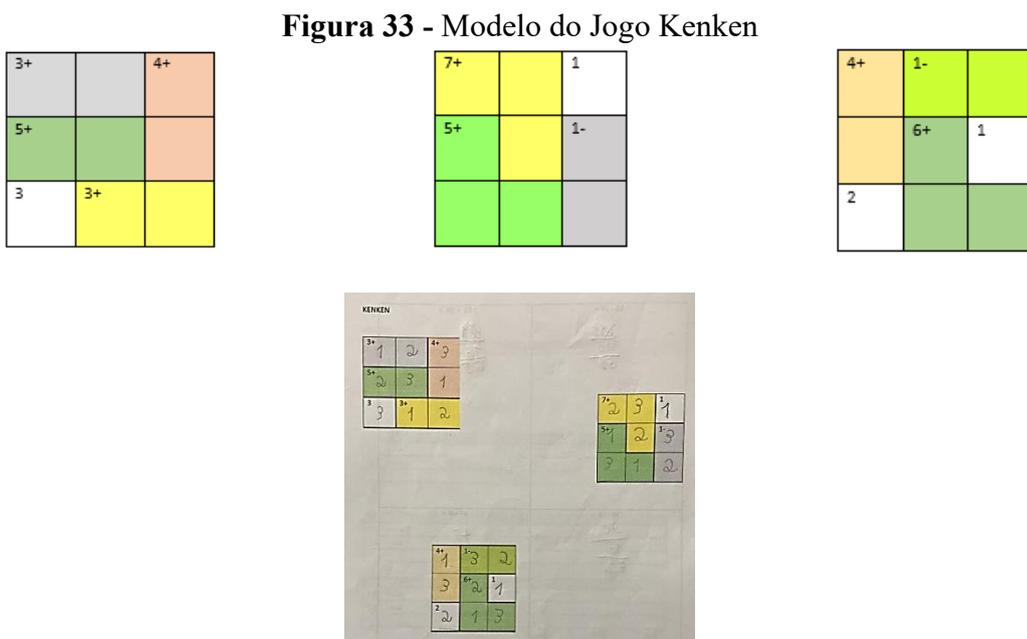


Fonte: Acervo de pesquisa.

Os demais não se sentiram seguros em fazer sozinhos e tentaram copiar os algoritmos dos colegas, demonstrando que ainda não dominavam a sistematização e representação de subtrações. A pesquisadora perguntou à estudante com quem ela tinha aprendido a fazer as subtrações como as da lousa e ela respondeu que tinha aprendido com a mãe em casa, durante o isolamento da pandemia. Os demais disseram que ainda não tinham aprendido subtração. Por se tratar de um conteúdo dos anos iniciais do ensino fundamental, acreditávamos que eles já tivessem conhecimento, mas não sabemos a forma que tenha sido ensinado, pois a volta às aulas presenciais em 2021 era suspensa cada vez que um aluno ou professor era infectado, ocorrendo várias interrupções durante o semestre.

A primeira e a segunda subtrações (Figura 32, à esquerda) demonstram que a estudante operou com conhecimento o algoritmo tradicional<sup>5</sup> de subtração, mas na terceira e quarta subtrações ela cometeu um erro na ordem das dezenas e precisou de apoio de contagem com risquinhos. Acreditamos que, ao resolver o algoritmo tradicional sem compreensão das operações, aumenta a chance de erros, corroborando com Milan (2017), Guérios e Daniel (2015), Silva (2015) e Figueiredo (2019).

A atividade *Kenken* era um jogo semelhante ao Sudoku (Figura 33).



Fonte: Acervo da pesquisa.

Os números usados para preencher os quadrados deveriam ser usados sem repetição em cada linha e em cada coluna. Os números em cada grade, juntamente com a operação matemática correspondente, devem ter como resultado o número destacado no canto superior esquerdo.

Nesse caso, a pesquisadora elaborou três jogos com as operações de adição e subtração e com nove quadrados em cada jogo. Ela também utilizou cores para facilitar as jogadas dos estudantes. O número e a operação no canto esquerdo deveria ser “a comanda” do que deveria ser feito. Cada jogo deveria ser preenchido com números de 1 a 3, pois se tratava de um quadrado dividido em 3 linhas e 3 colunas. No caso do primeiro jogo, o “3+”, eles poderiam preencher os quadrados azuis com 2, 1 ou 1, 2, pois a adição dessas parcelas tem 3 como resultado.

<sup>5</sup> Adotamos a nomenclatura de algoritmo tradicional que utiliza a decomposição do minuendo.

Quando aparecesse só o número no canto esquerdo, sem nenhuma operação, ele deveria ser copiado no espaço em branco. De início, essas eram boas dicas para não o repetir nem na linha, nem na coluna e para começar o jogo.

Os estudantes realizaram o jogo em pequenos grupos e ficaram motivados para tentar descobrir as soluções. Um estudante conseguiu na primeira tentativa resolver o último jogo e ficou radiante com seu desempenho, depois, compartilhou com os colegas do grupo como tinha feito para conseguir a solução do jogo.

Os valores baixos dos números ajudaram na motivação, pois eram de baixa complexidade de resolução para que todos conseguissem resolver e colaborar no grupo para alcançarem as soluções dos jogos, pois conseguiam resolver mentalmente os cálculos.

### 5.1.3 Atividades do Bloco 3: Aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo

O Quadro 9 apresenta os componentes do Bloco 3 do Modelo McIntosh, Reys e Reys (1992).

#### Quadro 10 - Componentes do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo

3.1 – Compreensão para relacionar o contexto de um problema e os cálculos necessários	3.1.1 – Reconhecimento de dados como exatos ou aproximados
	3.1.2 – Consciencialização que as soluções podem ser exatas ou aproximadas
3.2 – Consciencialização da existência de múltiplas estratégias	3.2.1 – Capacidade para criar e/ou inventar estratégias
	3.2.2 – Capacidade para reconhecer estratégias diferentes
	3.2.3 – Capacidade para selecionar uma estratégia eficaz
3.3 – Inclinação para usar representações e/ou métodos eficazes	3.3.1 – Facilidade com vários métodos (mentais, calculadoras, papel e lápis)
	3.3.2 – Facilidade para escolher números eficazes
3.4 – Inclinação para rever os dados e a razoabilidade do resultado	3.4.1 – Reconhecer a razoabilidade dos dados
	3.4.2 – Reconhecer a razoabilidade dos cálculos

Fonte: Elaboração própria.

Por último, apresentaremos seis situações-problemas que envolviam cálculos de adição e subtração. A pesquisadora deixou os estudantes livres para as estratégias de solução.

Na primeira situação tinham quatro robôs com um quadro em destaque, mostrando a força, a velocidade e a inteligência de cada um deles (Figura 34).

**Figura 34 - Modelo da atividade “Os robôs”**

1). ESTES ROBÔS TRABALHADORES ACABARAM DE SEREM FABRICADOS.

O MAIS FORTE SERÁ PEDREIRO .

O MAIS RÁPIDO SERÁ ASTRONAUTA.

O MAIS INTELIGENTE SERÁ PROFESSOR.

ESTIME OS VALORES E DESCUBRA QUEM É QUEM CIRCULE O ROBÔ QUE SERÁ SOLDADO.

Robô	Força	Velocidade	Inteligência
Robô Vermelho (Top Left)	50 - 20	40 ÷ 3	20 + 20
Robô Roxo (Top Right)	50 - 40	80 + 10	90 - 10
Robô Azul (Bottom Left)	50 - 30	80 - 1	50 + 50
Robô Vermelho (Bottom Right)	50 - 10	60 - 10	20 + 10

Fonte: Atividade adaptada do Meu Bloco de Passatempos em Matemática.

Os estudantes deveriam identificar a profissão de cada um deles a partir dos critérios dados: o mais forte era o pedreiro, o mais rápido era o astronauta, o mais inteligente era o professor e o último seria o soldado (que deveria ser circulado). Na comanda, pedia-se que os estudantes “estimassem” os resultados das contas, uma vez que as operações seriam realizadas com dezenas inteiras (Figura 34).

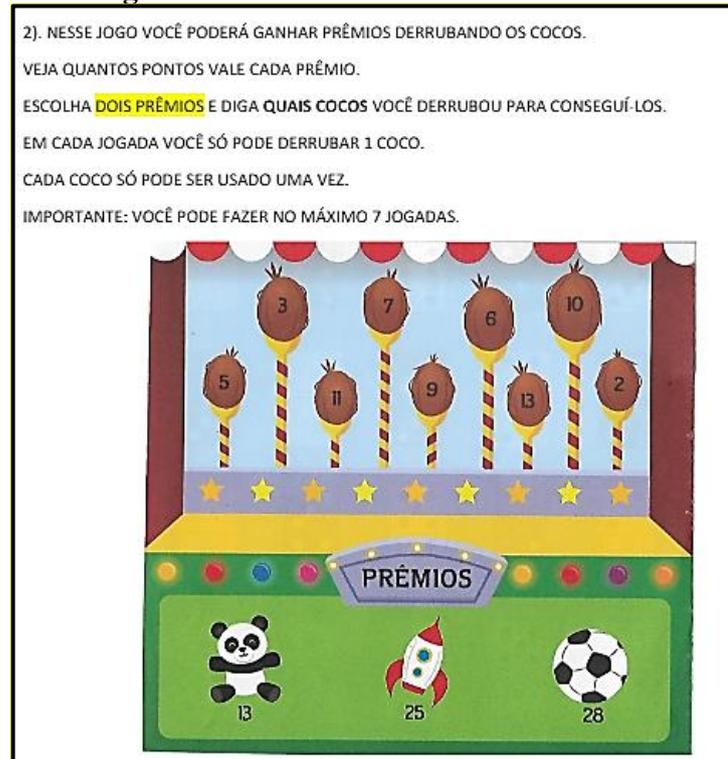
A maioria dos estudantes conseguiu realizar a atividade sem auxílio da pesquisadora e até dizia em voz alta os resultados com segurança: “ $20 + 20$  igual a 40 e  $50 + 50$  igual a 100”, portanto, “o mais inteligente é o robô professor”.

Nas subtrações, a pesquisadora incentivou os estudantes a usarem a estratégia de contagem regressiva de dez em dez. No caso da força, todas as subtrações iniciavam com “50”. No caso do primeiro robô, “ $50 - 20$ ”, a intervenção da pesquisadora foi que a contagem poderia ser feita “ $50 - 10 = 40$ ” e “ $40 - 10 = 30$ ”, e os estudantes a acompanharam oralmente. Alguns dos

atributos dos robôs exigiam cálculos com mais 10, menos 10 e mais 1, revendo conhecimentos adquiridos em atividades anteriores.

A segunda situação-problema era um jogo para ganhar prêmios, como os de parque de diversões. Cada prêmio tinha um valor determinado de pontos que os estudantes deveriam conseguir derrubando os cocos, que também tinham um determinado valor (Figura 35).

**Figura 35 - Modelo da atividade “Prêmios”**



Fonte: Atividade adaptada do Meu Bloco de Passatempos em Matemática.

A realização dessa atividade necessitou de maior intervenção da pesquisadora, tanto pela complexidade do exercício, que demandava proficiência dos cálculos e antecipação de jogadas, quanto pelo uso da regra de que cada coco só poderia ser usado uma vez. Alguns estudantes não se atentavam a isso e acabavam usando o coco mais de uma vez ou cometiam erros nos cálculos, como demonstrado na Figura 36 (resolução da esquerda). Já o estudante da direita teve boa resolução de cálculo, inclusive com adição de três parcelas.

**Figura 36 - Resposta de dois participantes à atividade “Prêmios”**

PRÊMIO	PONTOS QUE VOCÊ FEZ
PANDA 🐼	$10+3=13$
BOLA 🏀	$13+2=28$

PRÊMIO	PONTOS QUE VOCÊ FEZ
BOLA	$5+13+10=28$
URSO 🐻	$7+6=13$

Fonte: Acervo da pesquisa.

Na terceira situação-problema, os estudantes deveriam preencher uma tabela de uma competição de ginástica com o número de medalhas de diferentes países e duas faixas etárias de competidores. Primeiro a pesquisadora precisou explicar como funcionava a tabela de dupla entrada, a leitura dos dados e como deveria ser o preenchimento. A ênfase com os estudantes foi para completar os espaços faltantes. Eles poderiam pensar o quanto faltava para o total, como já havia sido feito em atividades anteriores.

A pesquisadora reproduziu a tabela na lousa e os estudantes que quiseram puderam realizar cálculos e discutir com os demais a forma que estavam pensando, conforme mostra a Figura 37.

**Figura 37 - Produção coletiva da atividade “Tabela de Medalhas”**

3). EM UMA COMPETIÇÃO DE GINÁSTICA, UM TREINADOR ESTÁ ANOTANDO QUANTAS MEDALHAS CADA PAÍS RECEBEU EM CADA FAIXA ETÁRIA.

VAMOS AJUDÁ-LO A COMPLETAR A TABELA?

	ATÉ 12 ANOS	ATÉ 16 ANOS	TOTAL
EUA	4		14
RÚSSIA	8	9	
CHINA			22
BRASIL	1		5
TOTAL	22		

Fonte: Acervo da pesquisa.

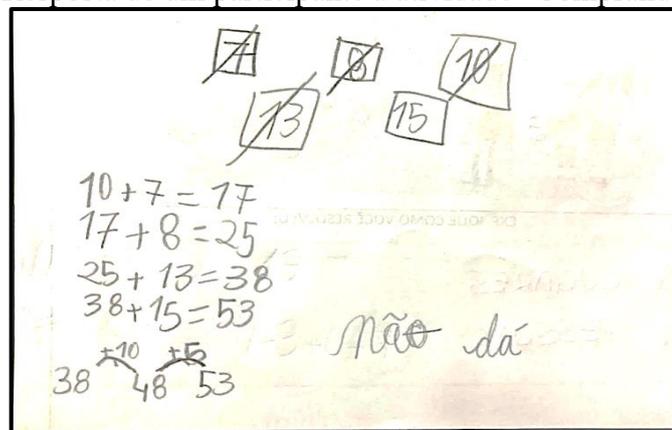
A maioria dos estudantes fez, sem dificuldade, o preenchimento do número de medalhas dos EUA até 16 anos, que seria 10, sabendo que já tinham 4 medalhas na faixa até 12 anos e que possuíam 14 medalhas do total. Dessa mesma maneira, foi feito com as medalhas faltantes no Brasil e o total de medalhas da Rússia, que bastava somar 8 e 9 para achar o total. Para completar as medalhas da China, a pesquisadora precisou ajudar os estudantes a realizarem a adição das parcelas para chegarem ao total.

A próxima situação-problema tinha como objetivo conferir se seria possível comprar cinco brinquedos em uma loja gastando, no máximo, 50 fichas (Figura 38).

**Figura 38 - Modelo da atividade “Comprando brinquedos”**

Fonte: Atividade adaptada do Meu Bloco de Passatempos em Matemática.

A pesquisadora iniciou a atividade perguntando se alguém tinha uma ideia de como poderiam resolver o problema e três estudantes disseram que poderiam começar pelos brinquedos mais baratos e os demais concordaram. Então eles selecionaram o urso (7 fichas), o cachorro (8 fichas), o ratinho (10 fichas), o extraterrestre (13 fichas) e o coelho (15 fichas). A maioria teve dificuldade de concluir sozinha a soma  $7+8+10+13+15$ , necessitando da ajuda individual da pesquisadora. Uma das estudantes conseguiu realizar sozinha, utilizando a estratégia das somas parciais, riscando o que já estava somado para não se perder (propriedade associativa da adição). Para a soma final, utilizou a estratégia aprendida na atividade “Salto do grilo na linha de números”, somando as dezenas inteiras e depois as unidades, como mostra a Figura 39.

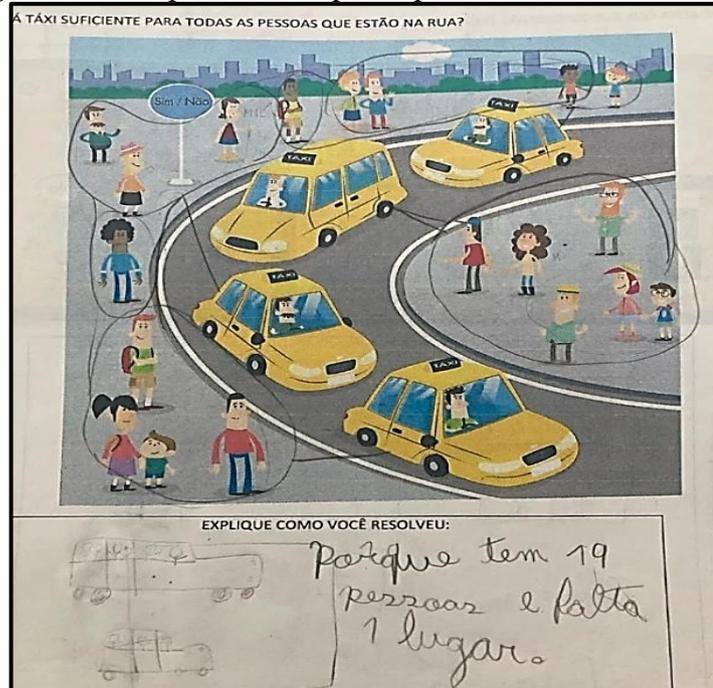
**Figura 39 - Resposta de um participante à atividade “Comprando brinquedos”**

Fonte: Acervo de pesquisa.

A próxima situação-problema era sobre verificar, em um cenário com táxis grandes e pequenos, se havia lugares suficientes para os passageiros desenhados ao redor da rua. Os táxis

grandes possuíam seis lugares e os pequenos apenas quatro lugares (Figura 40). A maioria dos estudantes resolveu, ligando cada passageiro a um táxi, mas não foi uma estratégia que funcionou para todos, pois eles se perdiam e não conseguiam chegar na solução.

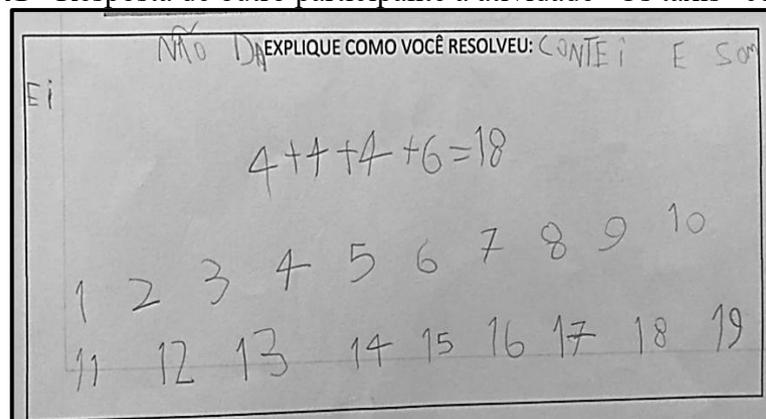
**Figura 40** - Resposta de um participante à atividade “Os táxis”



Fonte: Atividade adaptada do Meu Bloco de Passatempos em Matemática.

Um estudante fez uma estrutura mais organizada usando a soma dos lugares disponíveis e depois a contagem dos passageiros, solucionando, assim, a questão, como mostra a Figura 41. Na descrição de como resolveu, o estudante escreveu “que não dá (para explicar), contei e somei”.

**Figura 41** - Resposta de outro participante à atividade “Os táxis” com adição

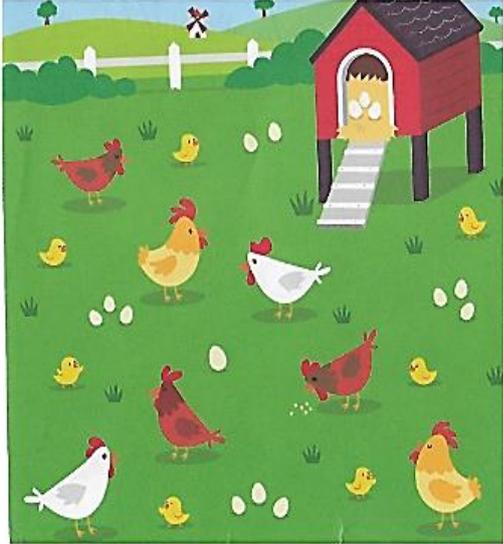


Fonte: Acervo da pesquisa.

A última situação era composta por uma cena de galinheiro com galinhas, galos, ovos e pintinhos. Cada estudante deveria formular uma pergunta, envolvendo cálculos matemáticos, para ser respondida, como mostra a Figura 42.

**Figura 42 - Modelo da atividade “O galinheiro”**

6). CADA GALINHA DESTA GALINHEIRO BOTOU 4 OVOS.  
ALGUNS JÁ SE TRANSFORMARAM EM PINTINHOS.  
OUTROS DESAPARECERAM.



VOCÊ JÁ SEGUROU UM PINTINHO NAS MÃOS? \_\_\_\_\_

INVENTE UMA PERGUNTA, ENVOLVENDO CÁLCULOS MATEMÁTICOS PARA SER RESPONDIDA À PARTIR DA FIGURA DO GALINHEIRO.

PERGUNTA: \_\_\_\_\_

Fonte: Atividade adaptada do Meu Bloco de Passatempos em Matemática.

Os estudantes tiveram muita dificuldade para elaborar a questão, então a pesquisadora realizou a atividade coletivamente, ajudando-os a pensar em situações que pudessem utilizar cálculos para serem resolvidas.

P: Quantos desenhos há na cena?

P: Qual o total de ovos botados, contando com os pintinhos?

P: Quantas aves há no total?

P: Quais aves são grandes e quantas são filhotes? E ao total?

Entre as falas e sugestões que os estudantes foram dando, chegou-se à seguinte situação:

“Se cada galinha botasse 2 ovos, quantos ovos haveria no galinheiro?”.

**Figura 43** - Resposta de um participante à atividade “O galineiro”

VOCÊ JÁ SEGUROU UM PINTINHO NAS MÃOS? Sim

INVENTE UMA PERGUNTA, ENVOLVENDO CÁLCULOS MATEMÁTICOS PARA SER RESPONDIDA À PARTIR DA FIGURA DO GALINEIRO.

PERGUNTA: Cada galinha Bateu 2 ovos. Quantas  
Quanto, ovos há no galineiro?

CÁLCULO:

7 galinhas Bateu 2 ovos  
 $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 14$  ovos

RESPOSTA: 14

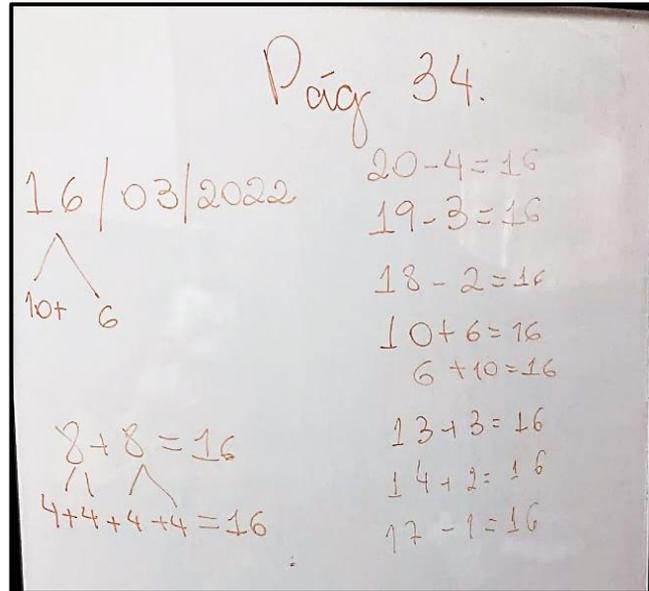
Fonte: Acervo da pesquisa.

Os alunos resolveram pela adição repetida de parcelas e não apresentaram dificuldade em encontrar o resultado (Figura 43). Apenas uma estudante resolveu escrever outra situação-problema: “*Se juntarmos os pintinhos e as galinhas, quantas aves tem?*”. A resolução dessa estudante foi a adição de  $7+7=14$ .

Diferentes pesquisas em nossa revisão de literatura utilizaram as situações-problemas para investigar o conhecimento matemático dos estudantes – Silva (2015); Sander, Pirola e Brocardo (2018); Serrazina e Rodrigues (2021) –, como: capacidade de resolução por meio de cálculos, estimativa e sentido de número. No nosso caso, buscamos propiciar resoluções a partir dos conhecimentos dos estudantes, mas percebemos que eles ainda necessitaram do apoio da pesquisadora para organizar e finalizar as situações.

Após a finalização da atividade, a pesquisadora perguntou aos estudantes se eles sabiam que dia era. Todos responderam que era dia 16. Ela explicou que o trabalho com o caderno tinha sido finalizado e que teriam mais um encontro para finalizarem as aulas de matemática, mas antes, ela queria saber se eles poderiam ajudá-la a escrever o número 16 de outras formas. Os estudantes começaram respondendo com várias representações, como mostra a Figura 44.

**Figura 44** - Respostas dos estudantes à atividade “Representando o número 16”



Fonte: Acervo da pesquisa.

As respostas dadas para representar o número 16 foram:  $10 + 6$ ,  $8+8$  e  $4+4+4+4$  (utilizando a formação em parcelas como estratégia). Em seguida, um deles disse a subtração  $20-4$  e depois  $19-3$ , e concluiu:

Estudante: Já entendi! Se eu diminuir um número primeiro (referindo-se ao minuendo), é só diminuir um número do outro também! (referindo-se ao subtraendo). E continuou com a subtração  $18-2$ .

Depois, eles voltaram a falar em adições  $10+6$  e  $6+10$  (aplicando a propriedade comutativa),  $13+3$ ,  $14+2$ , e a última,  $17-1$ .

Por se tratar do último dia da aplicação dos exercícios da sequência didática planejada para oportunizar o desenvolvimento do sentido de números dos estudantes dessa pesquisa, constatamos, pelas respostas dadas pelos estudantes, uma evolução nas múltiplas representações dos números, composição e decomposição, uso da propriedade comutativa da adição e relação entre as operações (componentes referentes ao Bloco 1 e ao Bloco 2 do referencial teórico).

## 5.2 ANÁLISE QUANTITATIVA POR BLOCO NO PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE

O *Bloco 1* se refere ao bloco de conhecimento e destreza com os números. A pontuação máxima possível de ser obtida nesse bloco era de 7,5. A Tabela 2 apresenta as estatísticas obtidas nos dois momentos de realização do teste matemático.

**Tabela 2 – Estatísticas obtidas no Bloco 1 no pré-teste e no pós-teste**

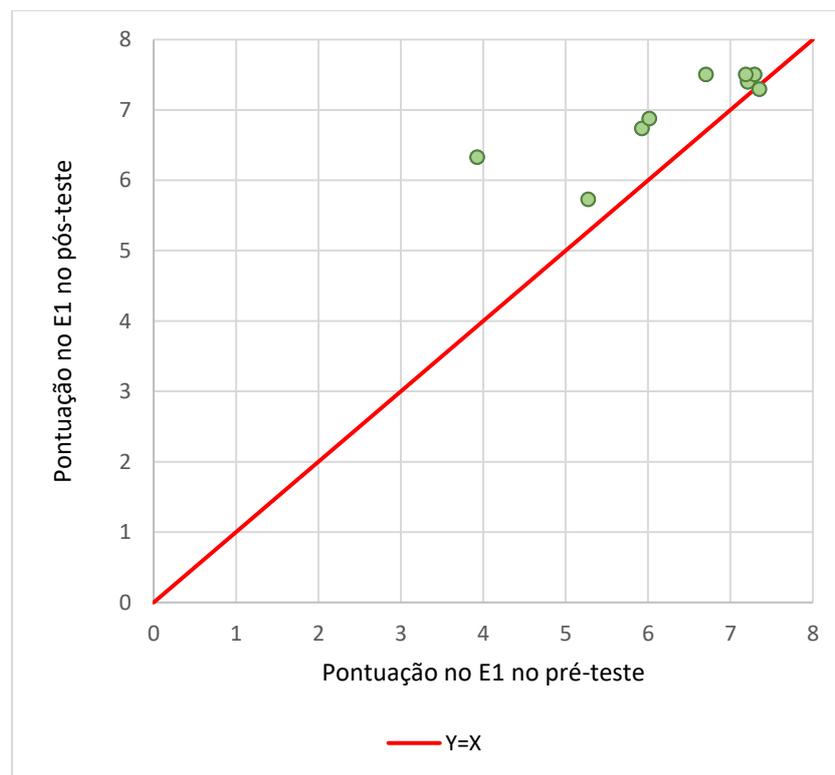
Amostra	N	média	Desvio padrão	V. mínimo	V. máximo	Variância
Pré	09	6,319	1,230	3,926	7,350	1,346
Pós	09	6,984	0,663	5,727	7,500	0,393

Fonte: Elaboração própria.

A Tabela 2 evidencia um ganho de um pouco mais de 10% na média das notas dos participantes e o desvio padrão mostra que o desempenho do grupo ficou mais homogêneo ao final da intervenção.

Para verificar se havia diferença estatisticamente significativa, foi realizado o teste de Wilcoxon para amostras emparelhadas, que evidenciou que havia diferença estatística significativa entre as médias das notas obtidas no Bloco 1 no pré e pós-teste [ $Z = -2,547$ ,  $p = 0,01$ ].

A Figura 45 ilustra a representação gráfica das notas no Bloco 1 no pré e pós-teste.

**Figura 45 - Análise de regressão das notas no Bloco 1**

Fonte: Dados da pesquisa.

A reta identidade ( $y=x$ ) na Figura 45 ilustra que, com exceção de 4 participantes que já apresentavam bom desempenho no pré-teste, todos os demais tiveram ganho de desempenho, sendo alguns bastante expressivos, como o do participante que obteve quase 4 pontos no pré-teste e um pouco mais de 6 pontos no pós-teste.

A reta de regressão  $y=0,4501x+4,1395$ , com  $R^2=0,6932$ , evidencia que, para cada 1 ponto obtido no pré-teste, os participantes em média ganharam quase 0,5 ponto (0,45) no pós-teste e que o resultado do pós-teste é explicado quase que 70% pelos resultados no pré-teste. O intercepto 4,1395 mostra, ainda, que os estudantes que mais se beneficiaram das atividades de intervenção no Bloco 1 foram aqueles que apresentavam mais dificuldade.

O *Bloco 2* se refere ao bloco de conhecimento e destreza com operações. A pontuação máxima possível a ser obtida nesse bloco era de 1,67. A Tabela 3 apresenta as estatísticas obtidas nos dois momentos de realização do teste matemático.

**Tabela 3** – Estatísticas obtidas no Bloco 2 no pré-teste e pós-teste

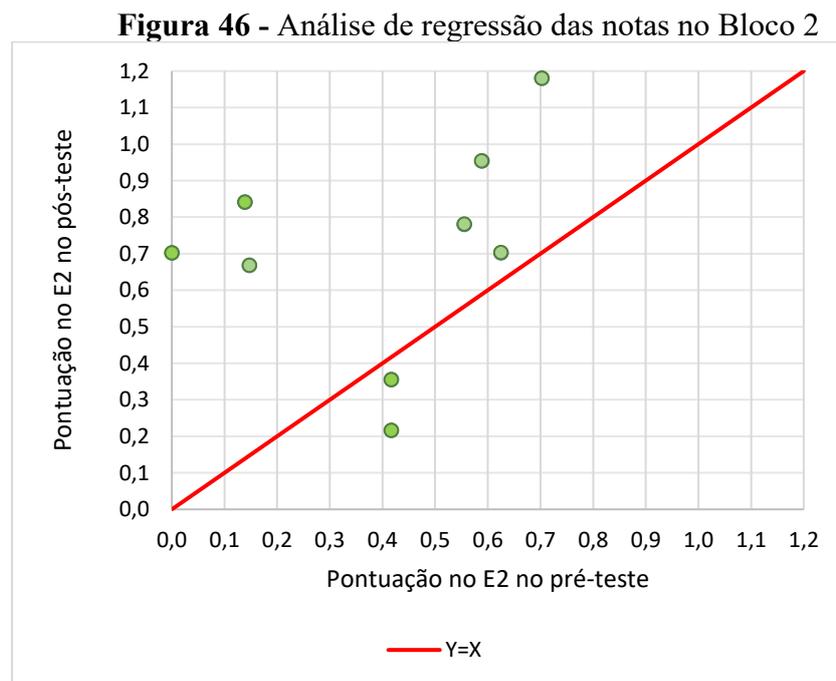
Amostra	N	média	Desvio padrão	V. mínimo	V. máximo	Variância
Pré	09	0,399	0,249	0,0	0,217	0,062
Pós	09	0,711	0,290	0,703	1,181	0,084

Fonte: Elaboração própria.

A Tabela 3 evidencia um ganho de 78% na média dos participantes, sendo o bloco com maior ganho no valor das notas.

Para verificar se havia diferença estatisticamente significativa, foi realizado o teste de Wilcoxon para amostras emparelhadas, que evidenciou que havia diferença estatística entre as médias das notas obtidas no Bloco 2 no pré e pós-teste [ $Z = -2,194$   $p=0,03$ ].

A Figura 46 ilustra a representação gráfica das notas no Bloco 2 no pré e pós-teste.



Fonte: Dados da pesquisa.

A reta identidade ( $y=x$ ), na Figura 46, ilustra que, com a exceção de 2 participantes que tiveram notas menores no pós-teste, os demais tiveram ganho de desempenho, sendo alguns bastante expressivos, como o do participante que obteve 0 ponto no pré-teste e 0,7 ponto no pós-teste.

A reta de regressão  $y=0,329x+0,58$ ,  $R^2=0,0796$  mostra uma correlação fraca entre os dois momentos de avaliação, principalmente por conta desses dois participantes que pontuaram menos no momento final.

O *Bloco 3* se refere à aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo. A pontuação máxima possível a ser obtida nesse bloco era de 0,83. A Tabela 4 apresenta as estatísticas obtidas nos dois momentos de realização do teste matemático.

**Tabela 4** – Estatísticas obtidas no Bloco 3 no pré-teste e pós-teste

Amostra	N	média	Desvio padrão	V. mínimo	V. máximo	Variância
Pré	09	0,289	0,264	0,0	0,833	0,070
Pós	09	0,400	0,169	0,208	0,625	0,028

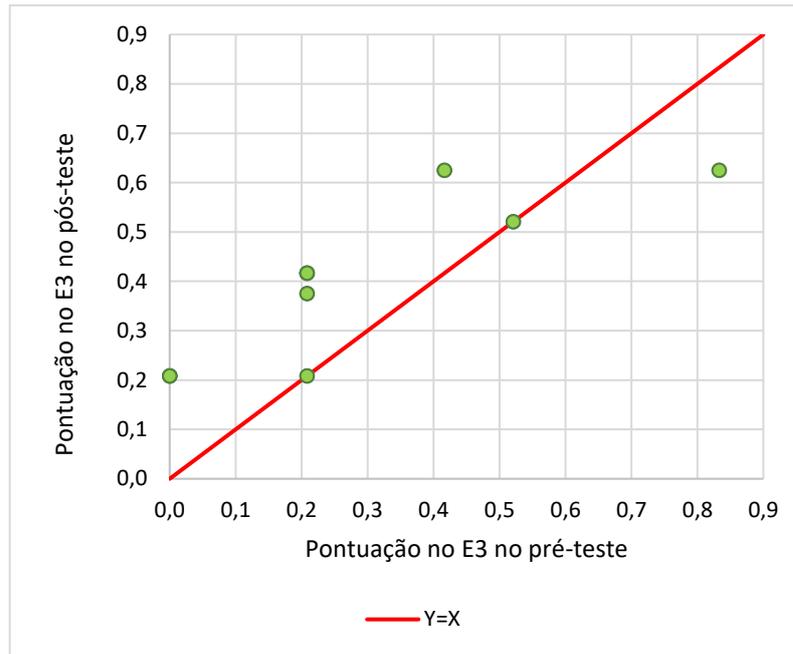
Fonte: Elaboração própria.

A Tabela 4 evidencia um ganho de 38% na média dos participantes e o desvio padrão mostra que o grupo ficou mais homogêneo.

Para verificar se havia diferença estatisticamente significativa, foi realizado o teste de Wilcoxon para amostras emparelhadas, que evidenciou que não havia diferença estatística significativa entre as médias das notas obtidas no Bloco 3 no pré e pós-teste [ $Z$ ]=-1,717  $p=0,09$ ].

A Figura 47 ilustra a representação gráfica das notas no Bloco 3 no pré e pós-teste.

**Figura 47** - Análise de regressão das notas no Bloco 3



Fonte: Dados da pesquisa.

A reta identidade ( $y=x$ ), na Figura 47, ilustra que um participante apresentou queda de nota no pós-teste, dois participantes não tiveram alteração de nota entre os dois momentos de avaliação, e os demais tiveram ganho de desempenho no momento do pós-teste.

A reta de regressão  $y=0,5448x+0,2428$ , com  $R^2=0,7308$ , evidencia que, para cada 1 ponto obtido no pré-teste, os participantes, em média, ganharam mais 0,5 ponto (0,54) no pós-teste e que o resultado do pós-teste é explicado quase que 73% pelos resultados no pré-teste.

### 5.3 ANÁLISE QUANTI- QUALITATIVA PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE

O pré-teste e o pós-teste se referem à aplicação dos três blocos juntos e a pontuação máxima possível a ser obtida era 10. A Tabela 6 apresenta as estatísticas obtidas nos dois momentos de realização do teste matemático.

**Tabela 5** – Estatísticas obtidas no pré-teste e pós-teste

Amostra	N	média	Desvio padrão	V. mínimo	V. máximo	Variância
Pré	09	7,008	1,468	4,343	8,750	2,156
Pós	09	8,096	0,969	6,499	9,306	0,940

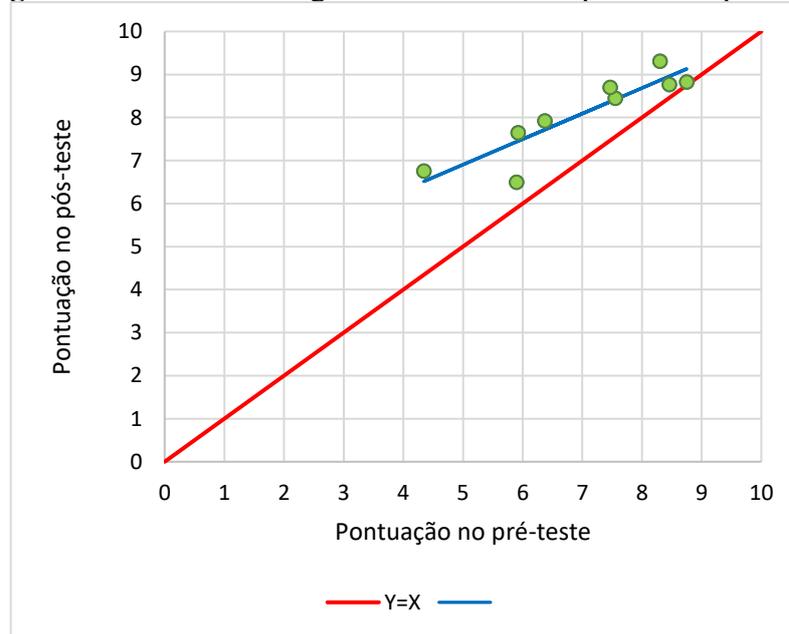
Fonte: Elaboração própria.

A Tabela 5 evidencia um ganho de pouco mais de 15,5% na média das notas dos participantes e o desvio padrão mostra que o desempenho do grupo ficou mais homogêneo ao final da intervenção.

Para verificar se havia diferença estatisticamente significativa, foi realizado o teste de Wilcoxon para amostras emparelhadas, que evidenciou que havia diferença estatística entre as médias das notas obtidas no pré e pós-teste [ $Z=-2,666$ ,  $p=0,01$ ].

A Figura 48 ilustra a representação gráfica das notas totais no pré e pós-teste.

**Figura 48** - Análise de regressão das notas no pré-teste e pós-teste



Fonte: Elaboração própria.

A reta identidade ( $y=x$ ), na Figura 48, ilustra que as notas evoluíram do momento diagnóstico inicial em relação ao momento diagnóstico final, evidenciando que a intervenção contribuiu para a evolução da nota de todos os participantes.

A reta de regressão  $y=0,5935x+3,9369$ , com  $R^2=0,8081$ , evidencia que, para cada 1 ponto obtido no pré-teste, os participantes, em média, ganharam quase 0,6 ponto (0,59) no pós-teste e que o resultado do pós-teste é explicado em 80% pelos resultados no pré-teste.

Dentre os participantes desta pesquisa, dois tiveram uma evolução menor em relação aos demais, como pode ser observado na Figura 48. No pré-teste, eles já haviam alcançado as pontuações mais altas (8,45 e 8,77) e apresentaram pontuações com pouca mudança no pós-teste (8,75 e 8,82, respectivamente).

Por outro lado, os estudantes que tiveram maiores avanços na nota total no pré e pós-teste foram o Sujeito D (4,34 e 6,75, respectivamente) e o Sujeito E (5,92 e 7,64,

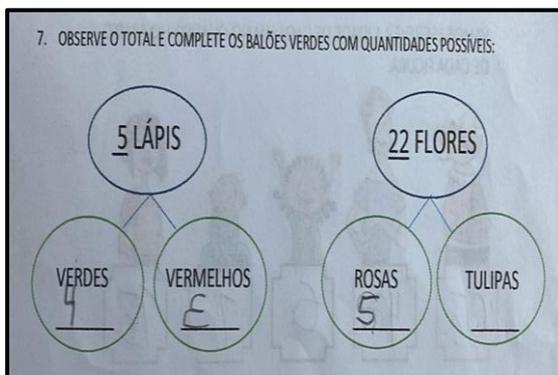
respectivamente). Ainda, o Sujeito I e Sujeito J obtiveram os maiores avanços na Questão 11 sobre as operações de adição e subtração, e o Sujeito T obteve avanços na Questão 10, sobre conhecimento e destreza com operações, e na Questão 12, sobre aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo.

Relembrando que o Bloco 1 se refere ao conhecimento e destreza com os números, discutiremos, aqui, como os Sujeitos D e E solucionaram questões sobre composição e decomposição de números nos dois momentos de avaliação, mais especificamente nas questões 7 e 8.

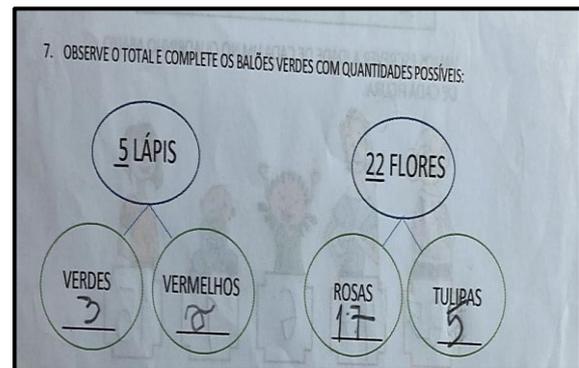
A Questão 7 trabalha a decomposição de números. Os estudantes tinham que determinar valores parciais, a fim de obter o valor total de lápis e flores. Na Figura 49, apresentamos as respostas do Sujeito D.

**Figura 49** - Resposta do Sujeito D à Questão 7 do Bloco 1 no pré-teste e pós-teste

**Figura 49a**



**Figura 49b**



Fonte: Dados da pesquisa.

O Sujeito D não conseguiu realizar a questão no pré-teste, como é possível observar na Figura 49a, em que, na situação dos lápis, ele inverteu a escrita do número 3 e chegou a um total de 7 lápis, superior aos 5 lápis iniciais. Também não conseguiu produzir uma decomposição adequada na situação com as flores. Já no pós-teste, o estudante já apresentou o número 3 escrito corretamente e conseguiu decompor adequadamente, tanto a quantidade de 5 lápis como a quantidade de 22 flores (Figura 49b).

**Figura 50 - Resposta do Sujeito D à Questão 8 do Bloco 1 no pré-teste e pós-teste**  
**Figura 50a** **Figura 50b**

8	40	66	250
4+4	20+20	30+35	100+25
10-2	11+11	20+30	107+100
3+4+1	15+20	33+15	200+100

8	40	66	250
4+4	20+20	25+40	107+100
10-2	19+19	67-1	100+15
3+4+1	10+30	68-2	200-1

Fonte: Dados da pesquisa.

A Questão 8 também explora a decomposição de números, porém, maiores que os da questão anterior. Os estudantes deveriam escrever algumas formas de representar os números da primeira linha com operações matemáticas, como indicava o modelo da primeira coluna. O Sujeito D conseguiu acertar somente a primeira célula da tabela com a composição  $20+20$  para representar o número 40 no pré-teste, como se observa na Figura 50a. Nota-se que no pós-teste, ainda que ele não tenha acertado todas as decomposições, houve uma evolução, como podemos verificar na Figura 50b.

Na representação do número 40, ele conseguiu acertar duas representações ( $20+20$  e  $10+30$ ), operando com dezenas inteiras. Na representação do número 66, ele errou um número da primeira representação ( $25+40$ ), mas acertou as demais, aumentando uma unidade no minuendo e compensando no subtraendo ( $67-1$  e  $68-2$ ), demonstrando um conhecimento maior sobre representação de números.

A estratégia de calcular mais um e menos um, mais dois, menos dois foi trabalhada na sequência didática, e ele conseguiu utilizar nesse contexto. A última coluna tratava da representação do número 250 e o estudante não conseguiu acertar nenhuma representação, talvez por se tratar de número com ordem de grandeza maior (centenas), como ocorreu no estudo de Serrazina e Rodrigues (2021), em que os estudantes de anos escolares similares consideraram que os cálculos envolvendo números com três ordens eram mais difíceis, embora tenham conseguido fazer relações após a intervenção da professora e da socialização com os colegas.

O Bloco 2 se refere ao conhecimento e destreza com as operações – algoritmos de adição e subtração. Na Questão 11, os estudantes deveriam resolver as operações de soma e subtração da forma que quisessem.

**Figura 51 - Resposta do Sujeito D à Questão 11 do Bloco 2 no pré-teste e pós-teste**  
**Figura 51a** **Figura 51b**

11. CALCULE:		
23 + 15 =  345 + 8 03415	132 + 279 =	256 + 72 =
368 - 124 =	742 - 327 =	346 - 78 =

11. CALCULE:		
23 + 15 =  38	132 + 279 =  3011	256 + 72 =  970
368 - 124 =  243	742 - 327 =  525	346 - 78 =  460

Fonte: Dados da pesquisa.

A Figura 51a apresenta a tentativa de resolução do Sujeito D no pré-teste apenas para a primeira operação. Nela, o participante tentou operar com as unidades, depois reproduziu os números e a operação, sem sucesso. Já na Figura 51b, que apresenta as resoluções no pós-teste, observa-se que, embora o estudante não tenha feito o registro, o resultado da primeira operação de adição está correto; na segunda, com números de ordem maior, ele fez a adição das unidades, mas deixou o resultado 11 na ordem das unidades, sem fazer a troca para a ordem das dezenas.

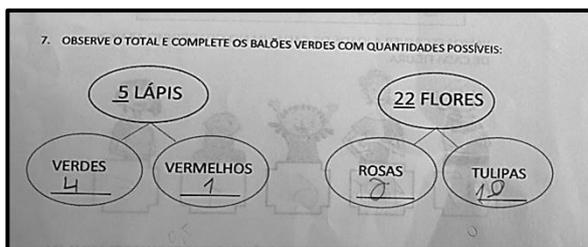
Na adição  $256 + 72$ , ele somou as 2 centenas com as 7 dezenas e as 5 dezenas com as 2 unidades, o que parece indicar uma lacuna que ainda precisa ser preenchida. Nenhuma das operações de subtração no pré-teste foi resolvida, entretanto, no pós-teste, em  $368 - 124$ , ele erra a subtração das unidades, em  $742 - 327$ , ele não realizou o desagrupamento da dezena para o empréstimo nas unidades e em  $346 - 78$ , ele subtrai 3 centenas das 7 dezenas, parecendo indicar que procura tirar o menor valor absoluto do maior valor absoluto dos algarismos. Também não percebeu que o resultado foi maior que a quantidade que tinha inicialmente. Essas resoluções demonstra que ele não dominava a técnica do algoritmo, realizando subtrações de valores absolutos.

Considerou-se, dessa forma, que houve uma evolução geral nas tentativas de resolução, indicando que ele avançou nas hipóteses de resolver as operações, embora não tenha apresentado domínio dos procedimentos de agrupamento e desagrupamento.

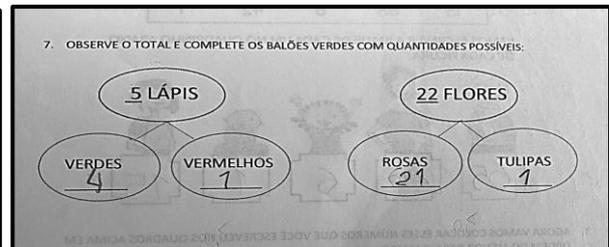
Apesar desse ser um recorte que consideramos mais expressivo da evolução desse sujeito, ele foi um dos estudantes com mais dificuldades no início, apresentando pouco conhecimento sobre números e operações. Ainda, não apresentava conservação de quantidade para realizar operações e foi se desenvolvendo de forma muito positiva durante as atividades da sequência didática, por meio da participação, conhecimento de fatos numéricos, composição e decomposição de números, representação e significado dos números.

Em seguida, faremos a análise das mesmas questões realizadas pelo Sujeito E.

**Figura 52** - Resposta do Sujeito E à Questão 7 do Bloco 1 no pré-teste e pós-teste



**Figura 52a**



**Figura 52b**

Fonte: Dados da pesquisa.

Na Questão 7, o Sujeito E conseguiu acertar a decomposição da quantidade de lápis que envolvia unidades, mas não realizou adequadamente a decomposição da quantidade de flores que envolvia dezenas (Figura 52a). No pós-teste, ele conseguiu realizar as duas decomposições, como se observa na Figura 52b. Nota-se que ele utilizou a mesma estratégia do valor total menos um nas duas alternativas. Consideramos uma boa estratégia para manipulação mental de quantidades, e esta foi incentivada nas atividades da sequência didática com o jogo mais um e menos um.

**Figura 53** - Resposta do Sujeito E à Questão 8 do Bloco 1 no pré-teste e pós-teste

Figura 53a

8	40	66	250
4+4	$20+20=40$		
10-2			
3+4+1			

Figura 53b

8	40	66	250
4+4	$20+20$	$60+6$	$200+50$
10-2			
3+4+1			

Fonte: Dados da pesquisa.

Na Questão 8, no pré-teste, o Sujeito E só conseguiu fazer uma representação do número 40 pela soma das parcelas 20+20 (Figura 53a). No pós-teste, ele conseguiu apresentar uma representação de cada número (Figura 53b) em 3 situações, também utilizando a soma de duas parcelas, sendo que a primeira é sempre com um múltiplo de 10 (dezenas e centenas inteiras), que também foi uma estratégia incentivada na sequência didática, tanto no bloco correspondente ao conhecimento de números como no das operações.

**Figura 54 - Resposta do Sujeito E à Questão 11 do Bloco 2 no pré-teste e pós-teste**

Figura 54a

11. CALCULE:		
23 + 15 =	132 + 279 =	256 + 72 =
368 - 124 =	742 - 327 =	346 - 78 =

Figura 54b

11. CALCULE:		
23 + 15 =	132 + 279 =	256 + 72 =
$\begin{array}{r} 23 \\ + 15 \\ \hline 38 \end{array}$	$\begin{array}{r} 132 \\ + 279 \\ \hline 31011 \end{array}$	$\begin{array}{r} 256 \\ + 72 \\ \hline 328 \end{array}$
368 - 124 =	742 - 327 =	346 - 78 =
$\begin{array}{r} 368 \\ - 124 \\ \hline 244 \end{array}$		

Fonte: Dados da pesquisa.

Na Questão 11, observa-se que o Sujeito E não conseguiu resolver nenhuma questão no pré-teste (Figura 54a). No pós-teste, ele resolveu quatro das operações, tentando utilizar o algoritmo tradicional, sendo que na primeira adição e na primeira subtração, ambas sem reserva, ele foi bem-sucedido (Figura 54b).

Na operação  $132 + 279$ , ele adicionou corretamente os números das parcelas, mas deixou registrado no total os valores obtidos, sem realizar as trocas das unidades pelas dezenas

e das dezenas pelas centenas, e na adição de 255 com 72, o Sujeito E apresentou a mesma falha conceitual que o Sujeito D, demonstrando que ainda não dominava totalmente a técnica operatória do algoritmo tradicional.

O sujeito E era um estudante com uma postura mais rígida, que durante as atividades, não gostava muito de arriscar as respostas. Sendo assim, seus protocolos de resolução ficavam mais em branco, mas nota-se um avanço nas múltiplas representações dos números, como observado na Figura 53b e nas operações de adição e subtração representadas na Figura 54b.

Nos casos do Sujeito D e do Sujeito E, notamos que houve uma progressão entre as respostas dadas pelos estudantes no pré-teste e no pós-teste. Atribuímos esse avanço às atividades trabalhadas na sequência didática com múltiplas representações dos números, assim como a construção de fatos numéricos de adição e subtração e cálculo mental, corroborando com Silva (2015) e Rodrigues (2017) que, após sessões de intervenção com atividades contextualizadas, constataram melhoria nos desempenhos dos estudantes nas operações matemáticas, progressos no cálculo mental e sentido de número.

Em seguida, apresentamos mais duas resoluções dos participantes da pesquisa, que apresentaram maior avanço na resolução das operações de adição e subtração, embora não tenham concluído todas as operações com êxito.

**Figura 55 - Resposta do Sujeito J à Questão 11 do Bloco 2 no pré-teste e pós-teste**  
**Figura 55a** **Figura 55b**

11. CALCULE:		
23 + 15 =	132 + 279 =	256 + 72 =
368 - 124 =	742 - 327 =	346 - 78 =

23 + 15 = 38	132 + 279 = 132 + 279 411	256 + 72 = 256 + 72 328
368 - 124 = 368 - 124 244	742 - 327 = 742 - 327 415	346 - 78 = 346 - 78 268

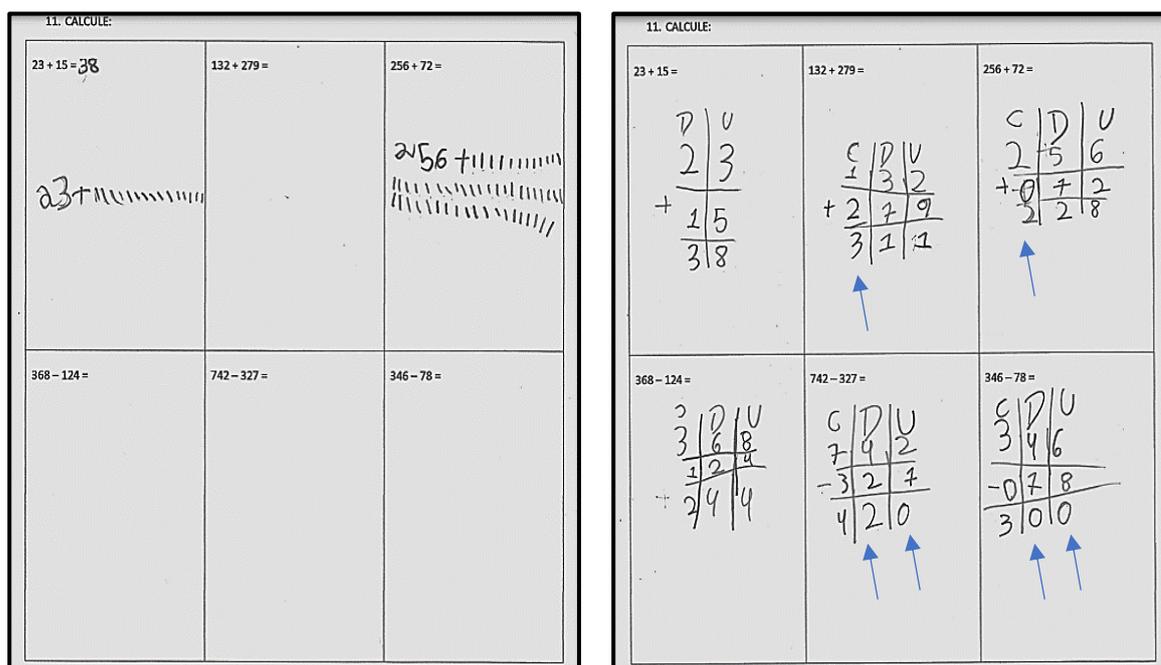
Fonte: Dados da pesquisa.

O Sujeito J não resolveu nenhuma operação da Questão 11 no pré-teste, como se observa na Figura 55a. No pós-teste, ele resolveu cinco operações, sendo duas corretamente: a primeira adição e a primeira subtração (Figura 55b). A primeira operação de adição, ele fez um registro

da soma das unidades e da soma das dezenas por um algoritmo que foi trabalhado na sequência didática. Na segunda adição, ele errou o resultado da soma dos algarismos da ordem das unidades, o que pode ter sido falta de atenção, mas acertou os demais. Na segunda subtração, ele não fez o desagrupamento das dezenas para realizar o procedimento correto do algoritmo tradicional e não conseguiu realizar a adição e subtração da última coluna. Observa-se, nesse caso, o mesmo erro cometido pelos Sujeitos D e E de tentar adicionar algarismos de ordens diferentes.

Nota-se, entretanto, que houve evolução. Esta foi na tentativa de resolver as operações, e as que não tinham agrupamento ou desagrupamento, ele conseguiu realizar. O algoritmo apresentado na primeira adição, que foi uma forma apresentada na sequência didática, foi o primeiro que ele recorreu ao tentar resolver o exercício, mas não conseguiu generalizar para os demais, talvez por se tratar de números com maior ordem de grandeza (com unidades, dezenas e centenas).

**Figura 56 - Resposta do Sujeito I à Questão 11 do Bloco 2 no pré-teste e pós-teste**



Fonte: Dados da pesquisa.

O Sujeito I, na questão 11 do pré-teste, tentou realizar duas adições por meio do desenho da quantidade de uma das parcelas, mas sem alcançar sucesso no resultado, como pode se observar na Figura 56a. No pós-teste, nota-se que ele fez tentativas numéricas em todas as operações, utilizando algoritmos tradicionais com acerto total de uma adição e uma subtração que não necessitavam de agrupamento ou desagrupamento. Na segunda e terceira adição, ele

quase acertou as operações, realizando a troca das dezenas pela centena, mas falhando no agrupamento da centena trocada com as demais centenas.

Nas operações de subtração, ele acertou apenas a primeira, que não necessitava de realizar desagrupamentos. Nas operações de  $742 - 327$  e  $346 - 78$ , observa-se que, apesar de registrar os números no Quadro de Valor Posicional adequadamente, o estudante ainda não compreendeu a possibilidade de realizar os desagrupamentos quando algum algarismo do minuendo é menor que o de ordem correspondente no subtraendo. Nesses casos, ele sinaliza a impossibilidade de se retirar 7 unidades de 2 unidades ou 8 unidades de 6 unidades, ou ainda 7 dezenas de 4 dezenas, colocando o algarismo zero na resposta (Figura 56b).

Os avanços que acabamos de descrever dos estudantes, fazendo comparações entre as soluções deles nos momentos de pré e pós-teste, não estão representados por resultados totalmente corretos das questões, pois esse não foi o objetivo desta pesquisa, que se propôs a investigar em que medida uma sequência didática que envolve o sentido de número contribui para o desempenho em procedimentos algorítmicos das operações de adição e subtração em estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental I.

Notamos que os estudantes avançaram no conhecimento a respeito dos números, suas representações, na relação entre as operações de adição e subtração, exercitaram formas flexíveis de realizar cálculos ou passaram a realizar mais tentativas de solução, corroborando com os resultados de Serrazina e Rodrigues (2021), que falam que o trabalho com os aspectos dos números e as relações entre eles possibilita cálculos parciais, descoberta de padrões, entendimento da relação entre subtração e adição, levando a um cálculo mais fluido.

O último participante que escolhemos para análise também fez avanços em relação às situações de cálculo. Esse participante não estava alfabetizado, mas tinha um bom domínio em relação aos números, como podemos ver nas respostas da Questão 8, tanto no pré-teste como no pós-teste.

**Figura 57 - Resposta do Sujeito T à Questão 8 do Bloco 1 no pré-teste e pós-teste**

8. OBSERVE O EXEMPLO FEITO COM NÚMERO 8 E ESCREVA COMO PODEMOS OBTER OS NÚMEROS 40, 66, 250:				
	8	40	66	250
4+4		$20+20$	$50+10+0$	$100+100+50$
10-2		$30-10$	$60+6$	$200+50$
3+4+1		$10+10+20$	$10+10+20+20$	$300+50+50$

**Figura 57a**

8. OBSERVE O EXEMPLO FEITO COM NÚMERO 8 E ESCREVA COMO PODEMOS OBTER OS NÚMEROS 40, 66, 250:				
	8	40	66	250
4+4		$20+20$	$30+36$	$100+100+50$
10-2		$30-10$	$67-1$	$200+50$
3+4+1		$30-10$	$40+26$	$300-50$

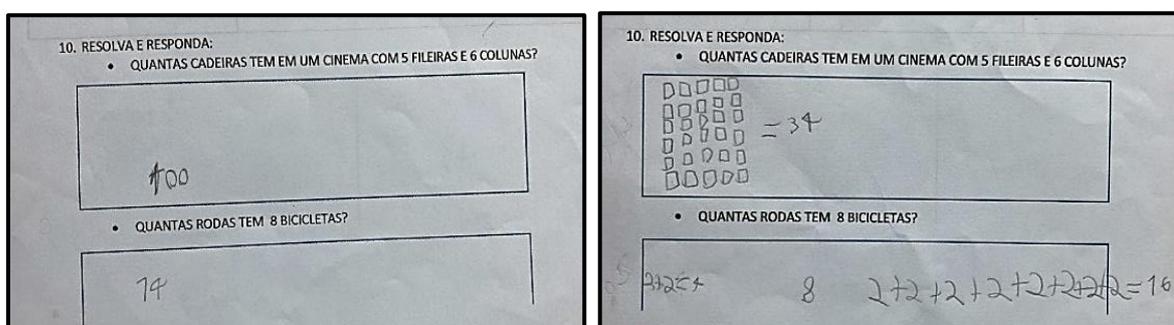
**Figura 57b**

Fonte: Dados da pesquisa.

Observa-se, na Figura 57a, que no pré-teste ele acertou todas as decomposições, utilizando apenas adições. Já no pós-teste, nota-se que ele diversificou as representações para os mesmos números, tendo utilizado, inclusive, subtrações nas decomposições, acertando todas, demonstrando um domínio consistente (Figura 57b).

A Figura 58 apresenta a evolução nas soluções do mesmo estudante na Questão 10 sobre operações.

**Figura 58 - Resposta do Sujeito T à Questão 10 do Bloco 2 no pré-teste e pós-teste**



Fonte: Dados da pesquisa.

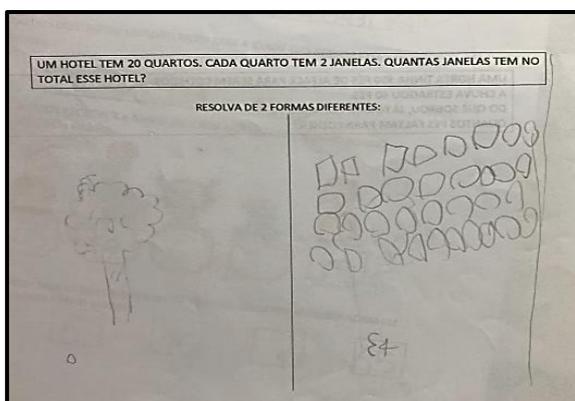
Na avaliação diagnóstica inicial, ele apresentou resultados numéricos incorretos, tanto para o primeiro item como para o segundo, sem apresentar como chegou à resposta. Na primeira questão, sobre quantas cadeiras tem um cinema com cinco fileiras e seis colunas, ele colocou o número 100. Na segunda, sobre quantas rodas tem 8 bicicletas, ele colocou o número 14.

Na avaliação diagnóstica final, observa-se uma evolução na resolução de ambas as questões. Na primeira, ele realizou uma representação pictórica das cadeiras organizadas em fileiras e colunas e colocou o resultado total de forma incorreta, no caso, 34. Apesar da representação pictórica apresentar o total correto de cadeiras, a representação numérica do resultado não correspondeu à contagem correta.

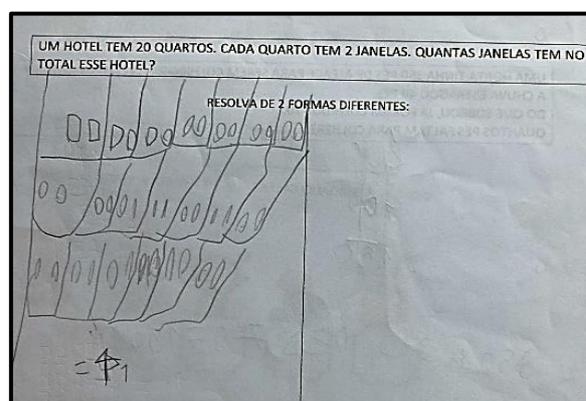
Por meio dessa representação pictórica, acreditamos que o estudante tenha entendido o enunciado e escolhido uma estratégia correta de solução.

Na segunda questão, sobre o total de rodas das bicicletas, ele colocou primeiro uma adição, de  $2+2=4$ , em seguida o número 8 (correspondente ao número de bicicletas do enunciado), e em seguida a soma repetida de oito parcelas de 2 ( $2+2+2+2+2+2+2+2$ ) e o resultado correto 16.

**Figura 59** - Resposta do Sujeito T à Questão 12 do Bloco 3 no pré-teste e pós-teste



**Figura 59a**



**Figura 59b**

Fonte: Dados da pesquisa.

As Figuras 59a e 59b apresentam as soluções para a seguinte situação de cálculo: “quantas janelas tem um hotel de 20 quartos, sendo que cada quarto tem duas janelas?”. No pré-teste (Figura 22a), o Sujeito T desenhou 34 formas pictóricas e representou o total em forma de numeral com a escrita do algarismo 3 invertida.

No pós-teste, observa-se, pela Figura 59b, que o Sujeito T desenhou 20 “células” com duas formas dentro de cada uma delas e colocou o sinal de igual seguido do número 41. Essa representação mostrou uma evolução em relação à anterior e novamente a representação pictórica das janelas está correta, mas a representação numérica do resultado não está, apesar de chegar muito próximo, parecendo indicar um erro de contagem.

Consideramos que o Sujeito T apresentou uma boa evolução em relação ao grupo, uma vez que sua nota total no pré-teste, de 6,37, elevou-se no pós-teste para 7,92, que representa um percentual de quase 25%.

A partir dos resultados dos estudantes nas atividades descritas, podemos dizer que a sequência didática envolvendo o sentido de número colaborou para os avanços nos componentes do referencial teórico sobre os números e operações. No capítulo a seguir apresentaremos as considerações finais desse trabalho.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa pesquisa se desenvolveu a partir da motivação de buscarmos entendimentos e alternativas para o baixo desempenho em matemática dos estudantes brasileiros, com foco mais específico em algoritmos matemáticos de adição e subtração, conteúdo trabalhado desde o início do ensino fundamental. Ainda que a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) reconheça a importância das habilidades de operar com algoritmos matemáticos, também destaca outras, como a capacidade de realizar cálculos mentalmente, fazer estimativas e decidir quando utilizar um procedimento de cálculo específico.

Nossa busca na revisão de literatura iniciou-se com estudos sobre o ensino de algoritmos das operações básicas que, de forma geral, tem recebido diversas críticas em relação à precocidade que eles são introduzidos na escolarização das crianças e devido à constatação das dificuldades que os estudantes apresentam ao resolvê-los.

Kamii e Livingston (1994) consideram que há uma ênfase no ensino de algoritmos matemáticos e apontam que o ensino precoce dos algoritmos força os alunos a desistirem do seu raciocínio numérico, obstruem o desenvolvimento do sentido de número e tornam as crianças dependentes de cálculos feitos em lápis e papel, ou até mesmo de outras pessoas.

Essas colocações são concordantes com Nunes e Bryan (1997), ao afirmarem que, embora seja importante aprender os procedimentos, é igualmente essencial transformar esses procedimentos em ferramentas de pensamento, ou seja, ensinar as crianças a aplicarem esses algoritmos de maneira significativa e compreender o raciocínio por trás deles.

De acordo com McIntosh, Reys e Reys (1992), a atenção excessiva aos algoritmos formais pode impedir o uso de métodos informais e criativos de cálculo, o que levou a uma ênfase recente nos estudos sobre o sentido de número, como uma reação a essa tendência.

Um ponto destacado por esses pesquisadores é que o desenvolvimento bem-sucedido de um algoritmo requer facetas do sentido de número, como decomposição, recomposição e compreensão das propriedades dos números. Além disso, tanto para os algoritmos aprendidos em lápis e papel como na calculadora, o sentido de número estará refletido nas respostas obtidas.

Outro aspecto que investigamos foi a respeito dos erros e dificuldades dos estudantes nos algoritmos de adição e subtração, assim como estratégias que pudessem contribuir para melhorias nesses quesitos. Deparamo-nos com estudos que se dedicaram a analisar e categorizar os erros cometidos por alunos do ensino fundamental no que diz respeito aos procedimentos algorítmicos das operações básicas (Guérios; Daniel, 2015; Silva, 2015). Consideramos que

esses estudos foram importantes para compreendermos as dificuldades encontradas por esses alunos.

Ainda, outros estudos concluíram que os estudantes apresentavam dificuldades para compreender o sistema de numeração decimal (Monteiro, 2016; Milan, 2017; Trancanella, 2019; Figueiredo, 2019).

Em relação ao ensino, alguns estudos (Cenci; Becker; Mackedanz, 2015; Monteiro, 2016; Milan, 2017) identificaram uma lacuna, desde as séries iniciais, em relação aos números, sua composição e decomposição, causadas por um ensino desatualizado e mecanizado.

Os estudos sobre o sentido de número destacam a necessidade do ensino de matemática desenvolver as habilidades de pensar e raciocinar sobre os números. Além disso, é essencial promover interações entre os diferentes conhecimentos matemáticos, visando o desenvolvimento de estratégias úteis para lidar com números e operações.

Outros estudos como os de Campos (2017), Serrazina e Rodrigues (2021), Sander, Pirola e Brocardo (2018) e Rodrigues (2017) discutem o sentido de número abordando situações didáticas relacionadas a cálculos, estimativa e educação estatística, e a contribuição desses temas para o desenvolvimento e as interrelações com o sentido de número. Pesquisadores como Assis *et al.* (2020) e Spinillo, Correa e Cruz (2021) focam na avaliação e intervenção dos componentes relacionados ao sentido de número.

Inspirados nas discussões dos estudos que apresentavam situações didáticas sobre o sentido de número, elaboramos uma sequência didática (Anexo II) abordando os componentes propostos no Modelo elaborado por McIntosh, Reys e Reys (1992), a saber: conceitos numéricos, operações com números e aplicação de números e operações em situações de cálculos utilizando principalmente atividades impressas em forma de caderno e alguns materiais manipulativos.

Pesquisamos diferentes fontes que pudessem servir de inspiração para adaptações de exercícios prontos, para criação de novos exercícios que atendessem o objetivo desejado ou ainda, utilização de exercícios propostos nessas fontes. Nesse processo, não apenas ampliamos o repertório de exercícios, mas também garantimos que as atividades fossem relevantes e eficazes para os objetivos educacionais estabelecidos.

Nossa experiência anterior da em sala de aula foi valiosa nesse processo. A vivência nos permitiu identificássemos estratégias que funcionariam bem em diferentes contextos, além de pensarmos nas dificuldades mais comuns enfrentadas pelos alunos. Essa compreensão foi importante para a elaboração de exercícios que não apenas desafiavam, mas também incentivavam a participação ativa dos estudantes.

A sequência didática foi desenvolvida com estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental, em 17 encontros de uma hora cada, no contraturno das aulas regulares, com um grande comprometimento e esforço por parte dos estudantes para participarem das atividades propostas.

Para a realização das atividades, foram utilizados materiais simples, como lápis, papel, borracha e cubos plásticos de brinquedo, botões e cartas de baralho, que são facilmente encontrados na maioria das escolas ou podem ser substituídos por outros materiais. Portanto, a infraestrutura necessária para a realização das atividades propostas é básica e acessível para a maioria dos professores.

Concordamos com Serrazina e Rodrigues (2021) sobre a importância da comunicação, das propostas das atividades e das ações dos professores nas aulas para o desenvolvimento e progresso do sentido de número dos alunos. Esses aspectos tiveram uma grande importância no desenvolvimento da sequência pela pesquisadora do presente estudo, porque sentido de número não é um conteúdo escolar, mas uma forma flexível de pensar os números e situações matemáticas, cabendo aos professores favorecerem o processo de construção ativa de conhecimento dos seus alunos. Sem uma mediação eficaz, as atividades poderiam se tornar meras tarefas mecânicas, sem promover um aprendizado significativo.

Um exemplo dessa flexibilidade foi apresentada pelo grupo de estudantes dessa pesquisa ao decompor a escrita do dia 16 de diversas formas (adição e subtração)  $10+6$ ;  $8+8$ ;  $4+4+4+4$ ;  $13+6$  e  $20-4$ ;  $19-3$ ;  $18-2$ . Durante a fala de subtrações, um estudante chegou a reconhecer o padrão de que bastava diminuir uma unidade no subtraendo e no minuendo que o resultado continuava correto.

As discussões realizadas no grupo de pesquisa em Psicologia da Educação Matemática e formação de professores (PSIEM/GEPENAI) foram fundamentais para o desenvolvimento teórico e formação da pesquisadora, assim como nas escolhas das atividades, que poderiam propiciar e promover o desenvolvimento cognitivo dos estudantes (Moreira, 2002).

A construção das atividades de cada bloco foi um processo colaborativo, no qual apresentávamos e explicávamos detalhadamente as propostas para os integrantes do grupo de pesquisa. Esse diálogo aberto permitiu que os membros do grupo trouxessem suas perspectivas e sugestões, contribuindo para o aprimoramento das atividades. A troca de ideias foi essencial para garantirmos que as atividades fossem direcionadas e adequadas aos objetivos propostos.

Além disso, a elaboração do instrumento de avaliação do pré-teste e pós-teste seguiu a mesma metodologia colaborativa. A pesquisadora apresentou a avaliação ao grupo para que

analisassem a clareza, a relevância e a adequação dos itens em relação aos objetivos de aprendizagem.

Portanto, o envolvimento ativo do grupo de pesquisa foi crucial para a construção de atividades e avaliações que realmente atendessem às necessidades dos alunos, promovendo um aprendizado significativo e a metodologia colaborativa não só enriqueceu o diagnóstico das atividades e avaliações, mas também fortaleceu a formação teórico dos integrantes grupo, criando um ambiente propício para a troca de conhecimentos.

O instrumento de avaliação (Anexo I) foi delineado para coletar dados sobre como os estudantes entendiam e utilizavam os números em diferentes contextos matemáticos. Por meio do instrumento, pudemos obter informações sobre o conhecimento a respeito dos números e operações matemáticas e habilidades relacionadas ao sentido de número dos estudantes, antes e depois do desenvolvimento da sequência didática.

Concordamos com Spinillo, Correa e Cruz (2021) que o sentido de número não se desenvolve como um único constructo, mas sim em diferentes aspectos independentes entre si. Ao analisar e investigar cada um dos indicadores separadamente, podemos obter uma análise mais precisa e detalhada de como essas diferentes habilidades relacionadas ao sentido de número se desenvolvem ao longo do tempo. Isso nos permite compreender os processos envolvidos no desenvolvimento do sentido de número em crianças e como essas habilidades podem interagir entre si.

A ordem das questões do instrumento de avaliação também seguiu a ordem dos componentes descritos no marco teórico. As questões de 1 a 9 tinham como objetivo obter informações sobre o conhecimento e destreza dos estudantes mais relacionados a números (Bloco 1). As questões 10 e 11 estavam relacionadas ao conhecimento e destreza com as operações (Bloco 2), sendo a de número 11 especificamente sobre algoritmos matemáticos de adição e subtração. Por fim, a questão 12 visava obter informações sobre a aplicação do conhecimento e destreza com os números e as operações em situações de cálculo (Bloco 3).

O Bloco 1 foi projetado com um maior número de itens para atender à realidade dos estudantes que retornaram às aulas presenciais no terceiro ano do ensino fundamental e precisavam consolidar os conhecimentos de números adquiridos anteriormente. Essa abordagem foi fundamental, pois muitos deles estavam em fase de recuperação de conteúdos que, devido à pandemia, não puderam ser explorados de forma mais aprofundada.

Ao mesmo tempo, é importante reconhecer que alguns estudantes poderiam ter avançado em suas habilidades matemáticas, especialmente em áreas como operações e situações de cálculo. Essa diversidade de níveis de conhecimento nos sugere a necessidade de

um olhar mais atento e individualizado para cada aluno. Assim, ao planejarmos as atividades e avaliações, consideramos tanto os que estavam em processo de consolidação quanto aqueles que estavam prontos para desafios maiores.

A análise quantitativa das notas no pré e pós-teste dos estudantes mostrou que houve diferença estatisticamente significativa ( $p < \alpha = 0.05$ ) nas médias das notas obtidas no Bloco 1 [ $M_{pré} = 6,319$   $M_{pós} = 6,984$ ], no Bloco 2 [ $M_{pré} = 0,399$ ,  $M_{pós} = 0,711$ ] e no total [ $M_{pré} = 7,008$ ,  $M_{pós} = 8,096$ ], quando comparados o pré e o pós-teste. Além disso, o desempenho do grupo tornou-se mais homogêneo após a intervenção [ $DP_{pré} = 1,468$ ,  $DP_{pós} = 0,969$ ].

As discussões e avanços dos estudantes, descritos na seção 4.6.1, mostraram que estes foram desenvolvendo o sentido de número, arriscando mais nas respostas e fazendo conexões entre as operações ao longo do desenvolvimento da sequência. As atividades do Bloco 1, referentes ao conhecimento e destreza com os números, foram as que os estudantes mais participaram, sem muita mediação da pesquisadora. Percebemos que eles eram mais ativos nas resoluções, demonstrando mais domínio.

Em relação às atividades do Bloco 2, referentes ao conhecimento e destreza com as operações, apesar da boa participação dos estudantes, eles ainda precisavam de um apoio mais direto da pesquisadora para compreender e dominar as operações de subtração. Embora tenham conseguido acertar parcialmente algumas respostas, seria preciso mais prática para alcançarem um domínio completo dessa habilidade matemática.

Acreditamos que a ausência e interrupções das aulas presenciais nos dois primeiros anos de escolarização desses estudantes (2020 e 2021), por causa do confinamento durante a pandemia da covid-19, contribuíram para as dificuldades que os estudantes verbalizavam em relação à subtração.

Quanto ao Bloco 3, aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo, os estudantes também precisaram da mediação em todas as atividades. Como as atividades não envolviam problemas com palavras, os alunos precisavam da mediação para entender como resolver corretamente os cálculos propostos. Alguns, depois de pensarem em uma estratégia, conseguiam seguir sozinhos, mas foram raros os casos.

Nesse bloco os estudantes demonstraram ter maior dificuldade, pois a natureza do conhecimento era mais complexa e a resolução das questões necessitava de mais habilidade matemática dos estudantes.

Vale destacar que nas questões 7 e 8 do instrumento de avaliação, os estudantes foram desafiados a lidar com múltiplas representações dos números. Neste domínio específico, houve

uma melhora significativa no desempenho dos alunos, que utilizaram diversas formas de composição e decomposição.

O domínio na composição e decomposição de números naturais é tido como um componente importante para realização de operações aplicadas às várias situações do cotidiano, como destacado no Plano de Desenvolvimento da Educação da Prova Brasil de 2009. Isso significa que ter habilidades nesse aspecto é essencial para resolver problemas matemáticos do dia a dia, como fazer cálculos e utilizar a matemática de forma prática e funcional.

A composição refere-se a juntar ou somar partes para formar um todo, enquanto a decomposição envolve separar um número em suas partes constituintes. Dominar essas habilidades permite que os alunos compreendam melhor os números e suas propriedades, facilitando, assim, a resolução de problemas matemáticos. Dessa forma, é recomendado que os professores proporcionem aos alunos a oportunidade de expor suas hipóteses sobre os números e suas diversas representações numéricas.

Os dados obtidos evidenciaram evolução nas resoluções dos algoritmos de adição e subtração. Apesar de os estudantes não terem acertado os resultados, percebeu-se um progresso em relação às suas tentativas anteriores, pois essa pesquisa não tinha como objetivo ensinar a técnica específica do algoritmo matemático tradicional. Sendo assim, consideramos que a estratégia utilizada foi eficaz. Além disso, observamos que a sequência didática contribuiu mais com os estudantes que apresentavam maior dificuldade.

Acreditamos que a complementaridade entre a vivência dos estudantes e o trabalho desenvolvido na escola contribui para que o sentido de número seja construído de maneira sólida e significativa, possibilitando o desenvolvimento de competências matemáticas essenciais para a vida.

Outros estudos que investiguem o uso de atividades pedagógicas e abertura para a comunicação e o diálogo semelhantes ao desenvolvido nessa pesquisa realizados, porém no horário regular de aulas, com maior número de aulas e estudantes, podem avançar para a aprendizagem dos algoritmos tradicionais e contribuir para o desenvolvimento do sentido de número.

## REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, K. V. **Efeito do ensino do algoritmo na aprendizagem de operações de adição e subtração com diferentes posições da incógnita**. Dissertação (Mestrado em Ciências do Comportamento) – Universidade de Brasília. Brasília, 2020. Disponível em: [https://repositorio.unb.br/bitstream/10482/38934/1/2020\\_KarenVargasdeAra%C3%BAjo.pdf](https://repositorio.unb.br/bitstream/10482/38934/1/2020_KarenVargasdeAra%C3%BAjo.pdf). Acesso: 16 ago. 2022.
- ASSIS, E. F.; CORSO, L. V.; THORNTON, A. F.; NUNES, S. C. T. Estudo do senso numérico: aprendizagem matemática e pesquisa em perspectiva. *Revista Eletrônica de Educação*. São Carlos, v. 14, 2020. Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/2757>. Acesso em: 09 mai. 2020.
- BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Saeb, 2021**. Brasília, DF: Inep, 2022a. Disponível em: [https://download.inep.gov.br/saeb/resultados/apresentacao\\_saeb\\_2021.pdf](https://download.inep.gov.br/saeb/resultados/apresentacao_saeb_2021.pdf). Acesso: 01 jun. 2024.
- BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Matriz de referência de matemática**. Brasília, DF: Inep, 2022b. Disponível em: [https://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/saeb/matriz-de-referencia-de-Matematica\\_2001.pdf](https://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/matriz-de-referencia-de-Matematica_2001.pdf). Acesso: 01 jun. 2024.
- BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Divulgados os resultados do PISA 2022**. DF: Inep, 2023. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/assuntos/noticias/acoes-internacionais/divulgados-os-resultados-do-pisa-2022>. Acesso em: 01 jun. 2023.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação. Brasília, 2018.
- BROCARD J.; SERRAZINA L.; KRAEMER, J. M. Algoritmos e sentido de número. **Educação e Matemática: Revista da Associação de Professores de Matemática**. Portugal, n. 75, 2003. Disponível em: <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1241>. Acesso em: 01 jun. 2024.
- CAMPOS, S. G. V. B **Sentido de número e estatística: uma investigação com crianças do 1º ano do ciclo de alfabetização**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita”. Rio Claro, 2017. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/server/api/core/bitstreams/d3672df0-8c15-42c8-a6e2-49eeeb8f6119/content>. Acesso em: 02 de jun. 2024
- CENCI D.; BECKER, M. L. R.; MACKEDANZ, L. F. Produções Acadêmicas sobre o Ensino do Sistema de Numeração Decimal: O Estado da Arte. **PORANDU – Rev. Divulgação Científica em Ciências Exatas e Tecnológicas**, v. 1, n. 1, p. 29-41, 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/porandu/article/view/522>. Acesso em: 01 jun. 2024.
- COMÉRIO, M. S. **Interação social e solução de problemas aritméticos nas séries iniciais do ensino fundamental**. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007. Disponível em: [https://www.psiem.fe.unicamp.br/pf-psiem/comerio\\_martasantana\\_m.pdf](https://www.psiem.fe.unicamp.br/pf-psiem/comerio_martasantana_m.pdf). Acesso em: 23 out. 2022.
- FAYOL, M. **Numeramento: aquisição das competências matemáticas**. São Paulo: Parábola editora, 2012.
- FEIJOO, A. M. L. C. **A pesquisa e a estatística na psicologia e na educação** [online]. Rio

- de Janeiro: Centro Edelstein de Pesquisas Sociais, 2010. Disponível em: <https://static.scielo.org/scielobooks/yvwnwq/pdf/fejoo-9788579820489.pdf>. Acesso em: 17 out. 2022.
- FERREIRA, E. Adição e subtração no contexto do sentido de número. *In*: BROCARD, J.; SERRAZINA, L.; ROCHA, I. **O sentido do número: reflexões que entrecruzam teoria e prática**. Lisboa: Escolar Editora, 2008, p.135-158.
- FIGUEIREDO, W. L. **Articulando características do sistema de numeração decimal para o ensino de números**. (Dissertação de Mestrado Profissional) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufmg.br/handle/1843/32688>. Acesso em: 20 ago. 2022.
- FLÔRES, A. A.; GUSMÃO, T. C. R. S. Processos de pensamentos ativados na resolução de tarefas matemáticas Standards e Não Standards. **INTERMATHS**, v. 3, n. 1, p. 183-209, jan./jun. 2022.
- GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.
- GUÉRIOS, E.; DANIEL, J. E. S. Entre erros e acertos: revelações sobre a aprendizagem das Operações Aritméticas Elementares de alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. **REMATEC**, v. 10, n. 20, 2016. Disponível em: <http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/49/26>. Acesso em: 02 nov. 2020.
- KAMII, C.; LIVINGSTON, S. J. **Desvendando a aritmética** – Implicações da Teoria de Piaget. Campinas, SP: Papirus, 1995.
- MCINTOSH, A.; REYS, B. J.; REYS, R. E. A Proposed Framework for Examining Basic Number Sense. **For the Learning of Mathematics**, v. 12, n. 3, p. 1-17, 1992.
- Meu Bloco De Passatempos **Matemática**. Londres: Usborne, 2016.
- MILAN, I. S. **O ensino do Sistema de Numeração Decimal nas séries iniciais: as relações com a aprendizagem do sistema posicional – um estudo sobre o valor posicional**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017. Disponível em: <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/20788>. Acesso em: 14 jul. 2020.
- MONTEIRO, M. P. B. **Conhecimentos de crianças sobre o sistema de numeração: o desafio de utilizar eficazmente a numeração escrita**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/19518>. Acesso em: 14 ago. 2022.
- MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nessa área. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 7, n. 1, p. 7-29, mar. 2002. Disponível em : <https://ienci.if.ufrgs.br/index.php/ienci/article/view/569>. Acesso em: 02 jun. 2024.
- NUNES, T.; BRYAN, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
- NUNES, T. *et al.* **Educação Matemática 1: números e operações numéricas**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2009.
- ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT (OECD). **Programme for international student assessment from PISA**, 2018. Disponível em: <https://www.oecd.org/pisa/publications/pisa-2018-results.htm>. Acesso em: 26 jul. 2020.
- PAIS, L. C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PONTE, J. P.; MATA-PEREIRA, J.; QUARESMA, M. Ações do professor na condução de discussões matemáticas. **Quadrante**, Portugal, v. 22, n. 2, p. 55-81, 2013. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/issue/view/119>. Acesso em: 11 mai. 2024.

RODRIGUES, P. J. **A adição e subtração no Pré-Escolar e no 1º ciclo no Ensino Básico**. Dissertação (Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino de 1º Ciclo do Ensino Básico) – Universidade do Minho, Braga, 2017. Disponível em: <http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/57295>. Acesso em: 15 ago. 2022.

SANDER, G. P.; PIROLA, N. A.; BROCARDO, J. O uso da estimativa em tarefas numéricas com alunos do 3º ano do ensino fundamental na perspectiva do sentido de número. **Rev. Est. e Pesq. Em Educação**, Minas Gerais, v. 1, n. 2, p. 275-286, 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufjf.br/index.php/revistainstrumento/article/view/19144>. Acesso em: 27 jan. 2022.

SANTANA, E. R. S. **Adição e Subtração: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?** Ilhéus, BA: Editus, 2012.

SÃO PAULO. Secretaria Municipal de Educação. **Cadernos de apoio e aprendizagem: Matemática – 1º. 2. ed. rev.e atual.** SME. São Paulo: 2014.

SERRAZINA, L.; RODRIGUES, M. Number Sense and Flexibility of Calculation: A Common Focus on Number Relations. *In*: SPINILLO, A. G.; LAUTERT, S. L.; BORBA, R. E. d. S. R. (eds). **Mathematical Reasoning of Children and Adults**. Cham: Springer, 2021. p. 19-40.

SILVA, L. C. C. **Ressignificando a construção dos algoritmos da adição e subtração**. Dissertação (Mestrado no Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2015. Disponível em: [http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC\\_DSC\\_NOME\\_ARQUI20150803103324.pdf](http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20150803103324.pdf). Acesso em: 27 jan. 2022.

SPINILLO, A. G. Usos e funções do número em situações do cotidiano. *In*: BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de apoio à gestão educacional. **Pacto Nacional pela alfabetização na idade certa: quantificação, registros e agrupamentos**. Brasília: MEC, SEB, 2014. p. 20-29. Disponível em: <https://wp.ufpel.edu.br/obeducpacto/files/2019/08/Unidade-2-4.pdf>. Acesso em: 03 set. 2022.

SPINILLO, A. G.; CORREA J.; CRUZ, M. S. S. Sentido numérico em crianças: significado dos números, magnitude relativa e sequência numérica. **Zetetiké**, v. 29, 2021, p. 1-18. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8660951>. Acesso em: 27 jul. 2022.

TRACANELLA, A. T. **O Sistema de Numeração Decimal: um estudo sobre o valor posicional**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2018. Disponível em: <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/21279>. Acesso em: 14 jul. 2020.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores em sala de aula**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

WHITACRE, I.; HENNING, B.; ATABAS, S. Desembaraçando a literatura de pesquisa sobre sentido numérico: três números, um nome. **Review of Educational Research**, v. 90, n. 1, p. 95-134, 2020. Doi:10.3102/0034654319899706. Acesso em: 04 fev. 2022.

## ANEXOS

## ANEXO I – Instrumento de avaliação

## ATIVIDADES DE MATEMÁTICA

NOME \_\_\_\_\_

DATA \_\_\_\_\_ SÉRIE \_\_\_\_\_

1. COMPLETE AS TABELAS COM OS NÚMEROS QUE ESTÃO FALTANDO NOS ESPAÇOS EM BRANCO:

1	2		4		7		10
11				15			19

25				29	30				34
----	--	--	--	----	----	--	--	--	----

51			54			58	59	
----	--	--	----	--	--	----	----	--

135			138				142		
-----	--	--	-----	--	--	--	-----	--	--

2. OS NÚMEROS DENTRO DO QUADRO MOSTRAM A IDADE DAS PESSOAS DA FAMÍLIA DE LUCAS.

15	65	6	42	1
----	----	---	----	---

VAMOS ESCREVER A IDADE DE CADA UM NO QUADRINHO ABAIXO DE CADA FIGURA.

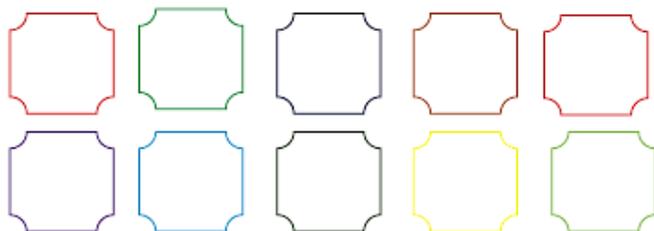


3. AGORA VAMOS COLOCAR ESSES NÚMEROS QUE VOCÊ ESCREVEU NOS QUADROS ACIMA EM ORDEM DO MENOR PARA O MAIOR:

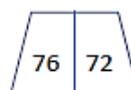
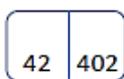
--	--	--	--	--

Fonte: Cadernos de Apoio de Aprendizagem (2014)

4. ESCREVA EM CADA FIGURA O NÚMERO DITADO:



5. PINTE O LADO DA FIGURA EM QUE ESTÁ O MAIOR NÚMERO:



6. ESCREVA POR EXTENSO OS NÚMEROS:

58 \_\_\_\_\_

75 \_\_\_\_\_

123 \_\_\_\_\_

706 \_\_\_\_\_

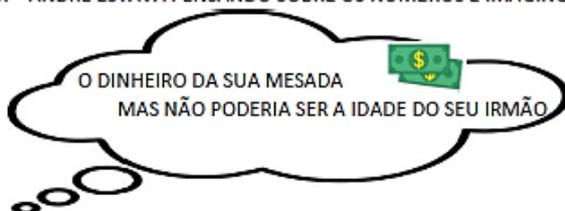
7. OBSERVE O TOTAL E COMPLETE OS BALÕES VERDES COM QUANTIDADES POSSÍVEIS:



8. OBSERVE O EXEMPLO FEITO COM NÚMERO 8 E ESCREVA COMO PODEMOS OBTER OS NÚMEROS 40, 66, 250:

8	40	66	250
$4 + 4$			
$10 - 2$			
$3 + 4 + 1$			

9. ANDRÉ ESTAVA PENSANDO SOBRE OS NÚMEROS E IMAGINOU QUE O NÚMERO 50 PODERIA SER:



AGORA É COM VOCÊ!! O QUE PODE SER O NÚMERO:

100 \_\_\_\_\_

30 \_\_\_\_\_

1000 \_\_\_\_\_

12 \_\_\_\_\_

10. RESOLVA E RESPONDA:

- QUANTAS CADEIRAS TEM EM UM CINEMA COM 5 FILEIRAS E 6 COLUNAS?

- QUANTAS RODAS TEM 8 BICICLETAS?

11. CALCULE:

$23 + 15 =$

$132 + 279 =$

$256 + 72 =$

$368 - 124 =$

$742 - 327 =$

$346 - 78 =$

12. RESOLVA:

LUANA TEM NO SEU POMAR 32 ÁRVORES. QUANTAS LARANJEIRAS, LIMOEIROS E ABACATEIROS ELA PODE TER?



LARANJEIRAS \_\_\_\_\_



LIMOEIROS \_\_\_\_\_



ABACATEIROS \_\_\_\_\_

COMO VOCÊ RESOLVEU?

UM HOTEL TEM 20 QUARTOS. CADA QUARTO TEM 2 JANELAS. QUANTAS JANELAS TEM NO TOTAL ESSE HOTEL?

RESOLVA DE 2 FORMAS DIFERENTES:



JOANA ENTREGARÁ 25 LIVROS EM UMA ESCOLA. ELA JÁ ENTREGOU 12. QUANTOS FALTAM PARA ELA ENTREGAR?

UMA HORTA TINHA 350 PÉS DE ALFACE PARA SEREM COLHIDOS.  
A CHUVA ESTRAGOU 40 PÉS.  
DO QUE SOBROU, JÁ FORAM COLHIDOS 70.  
QUANTOS PÉS FALTAM PARA COLHER?

## ANEXO II – Sequência didática

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

NÚMEROS ATÉ 10

CONTE AS FRUTAS EM CADA LINHA E ESCREVA EM NÚMEROS E PALAVRAS:

Two strawberries

Three mangoes

Two rows of four apples each

Two groups of oranges (one with one orange, one with two oranges)

Two rows of four bananas each

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

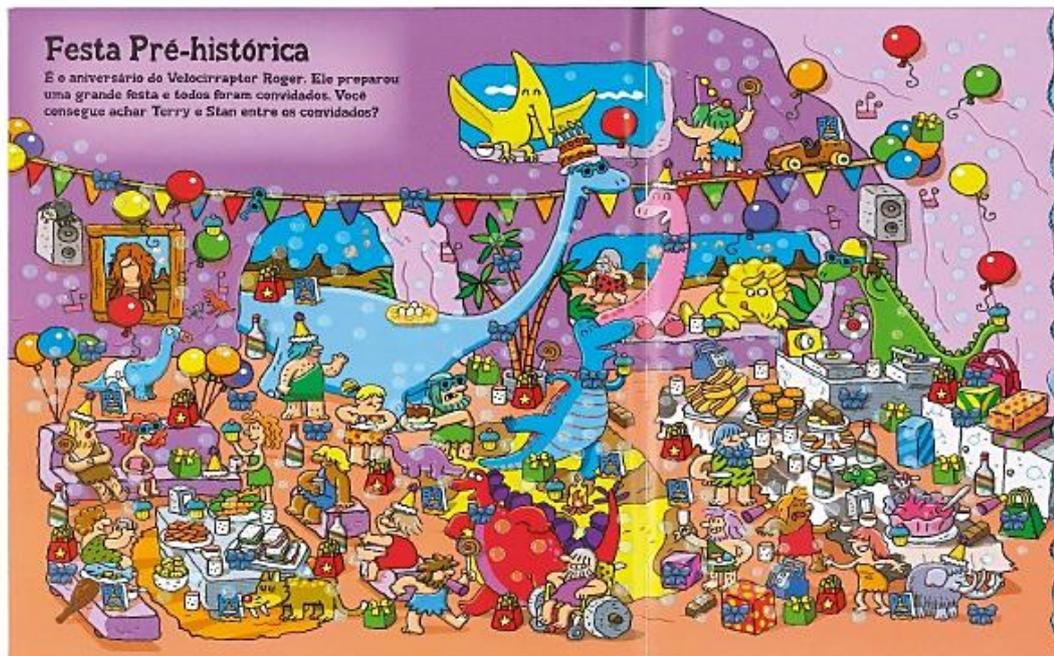
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

NOME: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_\_\_

VAMOS CONTAR? ENCONTRE OS OBJETOS NA FIGURA E ESCREVA A QUANTIDADE NA TABELA ABAIXO:



Fonte: Atividade adaptada do livro 1001 Dinossauros e outras coisas.

	PALHAÇO DAS CAVERNAS	01		LAÇOS AZUIS			CHAPÉUS DE FESTA	
	MÁQUINAS DE BOLHAS	02		BALÕES VERMELHO			CARTÕES DE ANIVERSÁRIO	09
	SACOLINHAS SURPRESA			BARRAS DE CHOCOLATE	04		PRESENTES VERDES	
	APITOS DE FESTA			REFRESCO PRÉ-HISTÓRICOS				

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_



3. MONTE UM TREM COM MAIS DE 8 BLOCOS:

QUANTOS BLOCOS TEM O SEU TREM?

\_\_\_\_\_

MONTE UM TREM COM MENOS DE 8 BLOCOS:

QUANTOS BLOCOS TEM SEU TREM?

\_\_\_\_\_

MONTE UM TREM COM MAIS DE 6 BLOCOS:

QUANTOS BLOCOS TEM O SEU TREM?

\_\_\_\_\_

MONTE UM TREM COM MENOS DE 10 BLOCOS:

QUANTOS BLOCOS TEM O SEU TREM?

\_\_\_\_\_

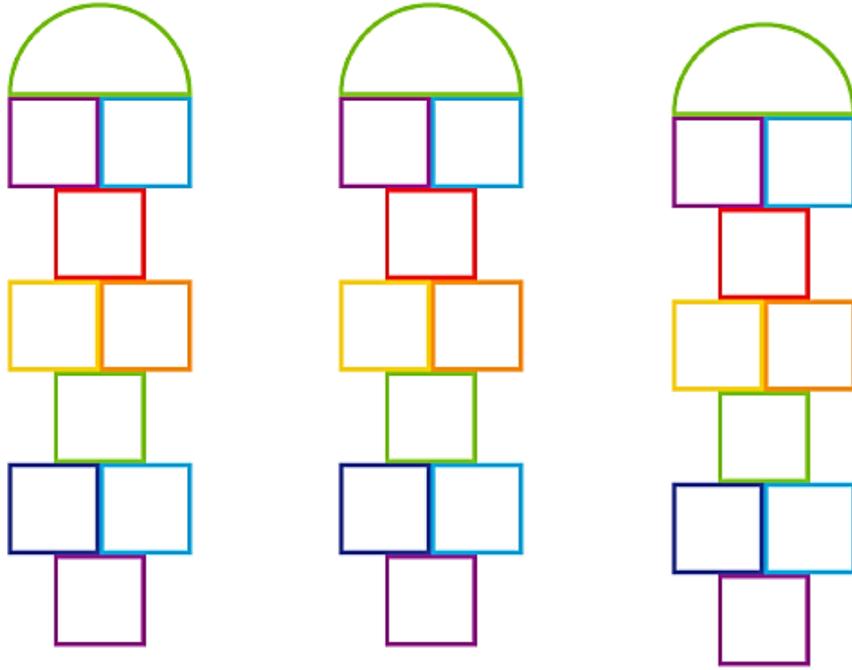
VAMOS COMPARAR COM OS COLEGAS

MAIOR TREM TEM \_\_\_\_\_ BLOCOS

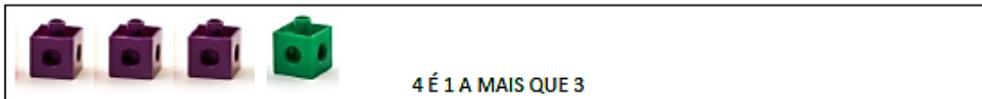
MENOR TREM TEM \_\_\_\_\_ BLOCOS

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

COLOQUE OS NÚMEROS NAS AMARELINHAS



4. QUANTO É 1 A MAIS QUE 3?



QUANTO É 1 A MAIS QUE 6? DESENHE E COMPLETE



NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

QUANTO É 1 A MENOS QUE 5?



1 A MENOS



4 É 1 A MENOS QUE 5

QUANTO É 1 A MENOS QUE 7?



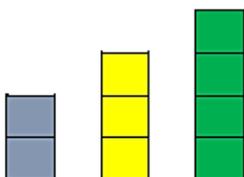
\_\_\_\_\_



É 1 A MENOS QUE

7

5. SEQUÊNCIA COM BLOCOS



2

3

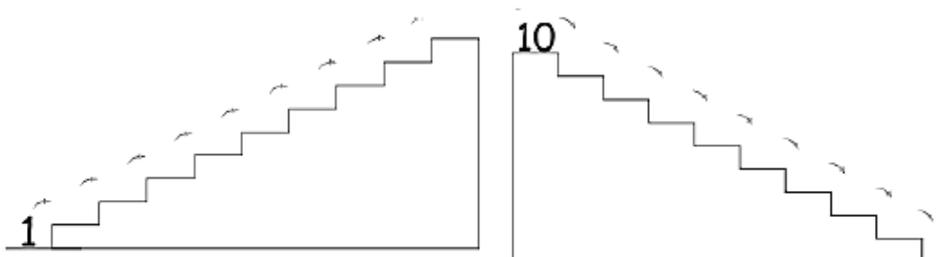
4

ESTA É UMA SEQUÊNCIA DE 2 A 4 BLOCOS.

- MONTE E MOSTRE UMA SEQUÊNCIA DE 5 A 8.
- MONTE E MOSTRE UMA SEQUÊNCIA DE 4 A 6.

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

❖ CONTINUE NUMERANDO OS DEGRAUS DAS ESCADAS:



PINTE DE AMARELO OS NÚMEROS MENORES QUE 5.

PINTE DE AZUL OS NÚMEROS DE 5 A 7.

PINTE DE ROSA OS NÚMEROS MAIORES QUE 7.

6. JOGO DO COPO



4



DENTRO	FORA	TOTAL
4	3	

Fonte: Atividade adaptada Van de Walle, 2009.

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

DENTRO	FORA	TOTAL


NOME: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_\_\_

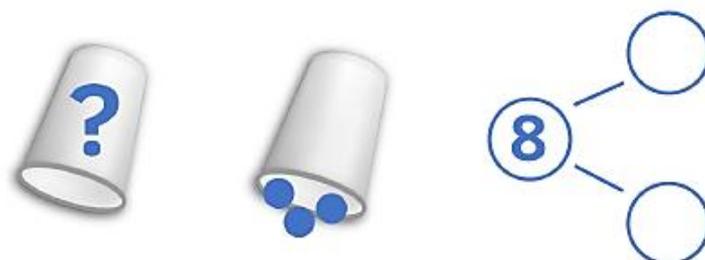
7. JOGO A MAIS OU A MENOS

8. DESCUBRA O NÚMERO DE BOLINHAS QUE FALTAM:

AO TODO EXISTEM 6 BOLINHAS EMBAIXO DOS DOIS COPOS.



AO TODO EXISTEM 8 BOLINHAS EMBAIXO DOS DOIS COPOS:

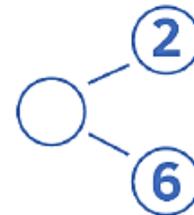
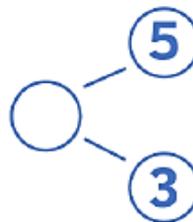
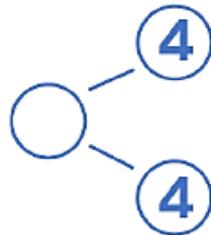
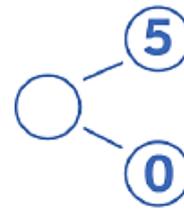
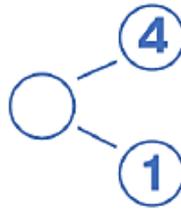
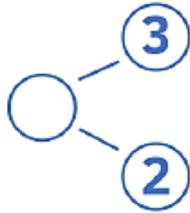


AO TODO EXISTEM 10 BOLINHAS EMBAIXO DOS TRÊS COPOS.

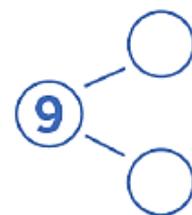
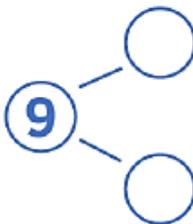
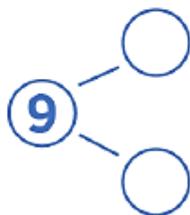
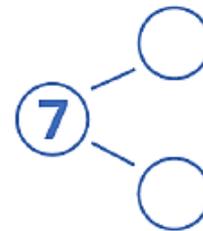
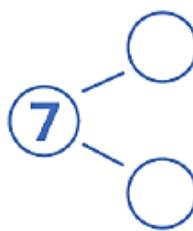
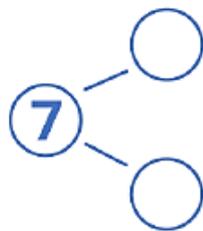


NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

PREENCHA O VALOR TOTAL:

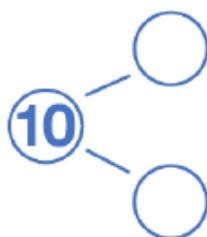
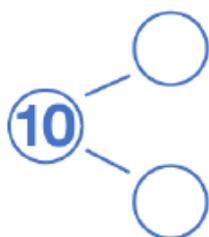


PREENCHA O VALOR DAS PARCELAS

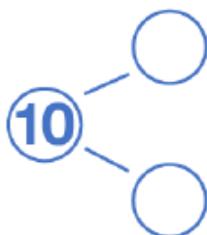
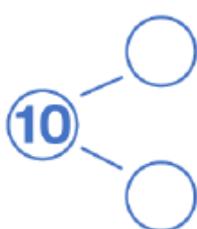


NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

FAÇA LIGAÇÕES DE NÚMEROS COM SOMA IGUAL A 10:



EXISTEM OUTROS NÚMEROS QUE SOMADOS FORMAM 10?



7. LIGUE PARA SOMAR:

**6**

	°3
0°	°1
4°	°6
5°	°2
3°	

**9**

	°6
8°	°5
2°	°1
3°	°7
4°	

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

8. VAMOS ESTIMAR? FAÇA UM X NO QUADRINHO DO PALPITE PARA OS OBJETOS QUE VOCÊ ACHA QUE MEDEM MENOS QUE 15 CENTÍMETROS.

	PALPITE	MEDIDA	ACERTOU/ERROU
MEU BRAÇO 			
MINHA MÃO 			
MEU LÁPIS 			
CARTEIRA 			
LADO MENOR DA FOLHA DE SULFITE 			
LADO MAIOR DA PORTA 			
MEU DEDO INDICADOR 			

9. VAMOS CONSTRUIR UMA FITA MÉTRICA PARA CONFERIR AS MEDIDAS. (ANEXO)

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

10. CAIO GANHOU R\$ 5,00 DE SEU PAI E FOI PARA UM HIPERMERCADO PARA GASTÁ-LOS.

CIRCULE QUAIS PRODUTOS VOCÊ ACHA QUE CUSTAM ATÉ R\$ 5,00 PARA CAIO ESCOLHER O QUE PODERÁ COMPRAR.



SALGADINHO



PÃO FRANCÊS



REFRIGERANTE



PICOLÉ



CELULAR



HAMBURGUER

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

FORME ISSO EM PARTES – ADIÇÃO


Fonte: Atividade adaptada Van de Walle, 2009.

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

FORME ISSO EM PARTES – SUBTRAÇÃO


Fonte: Atividade adaptada Van de Walle, 2009.

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

SUBTRAÇÃO COM PARTE DESCONHECIDA


Fonte: Atividade adaptada Van de Walle, 2009.

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

FAMÍLIA DE FATOS FUNDAMENTAIS
3,5,8
10,20,30
18,12,30
25,15,40
22,25,47

Fonte: Atividade adaptada Van de Walle, 2009.

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

MAIS DE DUAS PARCELAS	
4+7+6	5+9+5
4+7+3	2+3+8
1+1+9	8+8+2
5+1+9+5	4+8+6+2+1

Fonte: Atividade adaptada Van de Walle, 2009.

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

## DECOMPONDO DEZENAS E UNIDADES – ADIÇÃO

$$\begin{array}{c} 13 + 24 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 10 + 3 + 20 + 4 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 30 + \quad = 37 \end{array}$$

$82+17=$

$50+38=$

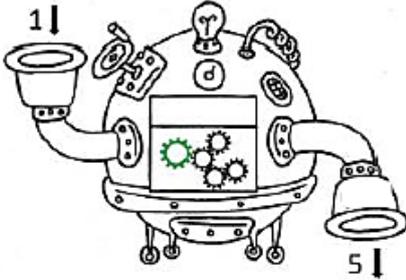
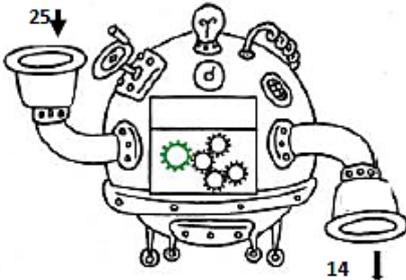
$32+65=$

$13+24+42=$

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

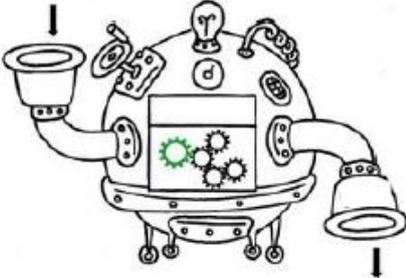
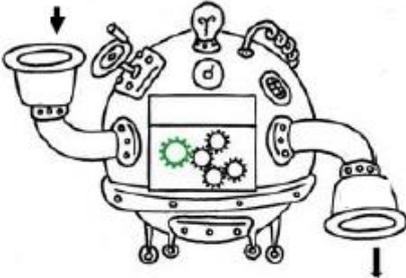
**MÁQUINA MALUCA DOS NÚMEROS**

DESCUBRA O QUE ACONTECEU COM OS NÚMEROS DEPOIS QUE SAÍRAM DA MÁQUINA E COMPLETE COM OS NÚMEROS FALTANTES:

<p>ENTRADA</p> <p>1</p> <p>14</p> <p>38</p>		<p>SAÍDA</p> <p>5</p> <p><input type="text"/></p> <p><input type="text"/></p>
<p>ENTRADA</p> <p>25</p> <p>46</p> <p>23</p>		<p>SAÍDA</p> <p>14</p> <p><input type="text"/></p> <p><input type="text"/></p>

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

AGORA É SUA VEZ! VAMOS DESCUBRIR O QUE A SUA MÁQUINA FAZI!

<p>ENTRADA</p> <input type="radio"/> <input type="radio"/>		<p>SAÍDA</p> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
<p>ENTRADA</p> <input type="radio"/> <input type="radio"/>		<p>SAÍDA</p> <input type="radio"/> <input type="radio"/>

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

QUADRO DE NÚMEROS

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10		12	13	14	15	16		18	19
20	21				25				29
30	31	32			35				
40			43					48	49
50	51		53		55				59
60									
70	71				75			78	
80			83		85			88	89
90					95				

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

DECOMPONDO DEZENAS E UNIDADES – SUBTRAÇÃO

$$\begin{array}{r} 29 - 13 \\ \hline \end{array}$$

$10 + \underline{\quad} = 16$

$87 - 13 =$

$55 - 32 =$

$68 - 42 =$

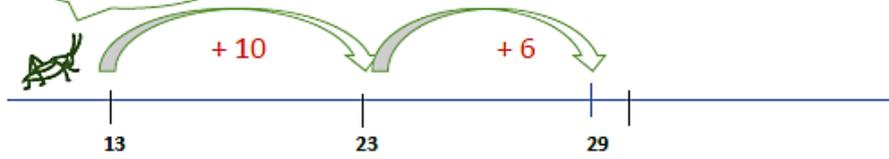
$79 - 63 =$

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

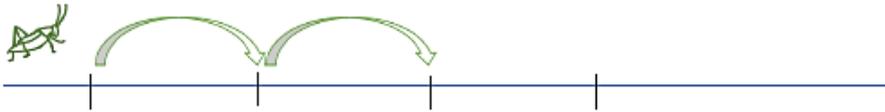
SALTO DO GRILO NA LINHA DE NÚMEROS

$$29 - 13 = 16$$

13 para chegar  
no 29 faltam ...



$$55 - 34 =$$



$$87 - 52 =$$



$$73 - 59 =$$



NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

CALCULE:

$$29 - 13 = 16$$

$$29 \longrightarrow \_ 20 + 9$$

$$13 \longrightarrow \underline{10 + 3}$$

$$10 + 6 = 16$$

$$87 - 52 =$$

$$87 \longrightarrow$$

$$52 \longrightarrow$$

$$55 - 34 =$$

$$55 \longrightarrow$$

$$34 \longrightarrow$$

$$48 - 23 =$$

$$48 \longrightarrow$$

$$23 \longrightarrow$$

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

$65 - 18 =$

$81 - 16 =$

$90 - 18 =$

$47 - 9 =$

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

KENKEN

3+		4+
5+		
3	3+	

7+		1
5+		1-

4+	1-	
	6+	1
2		

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

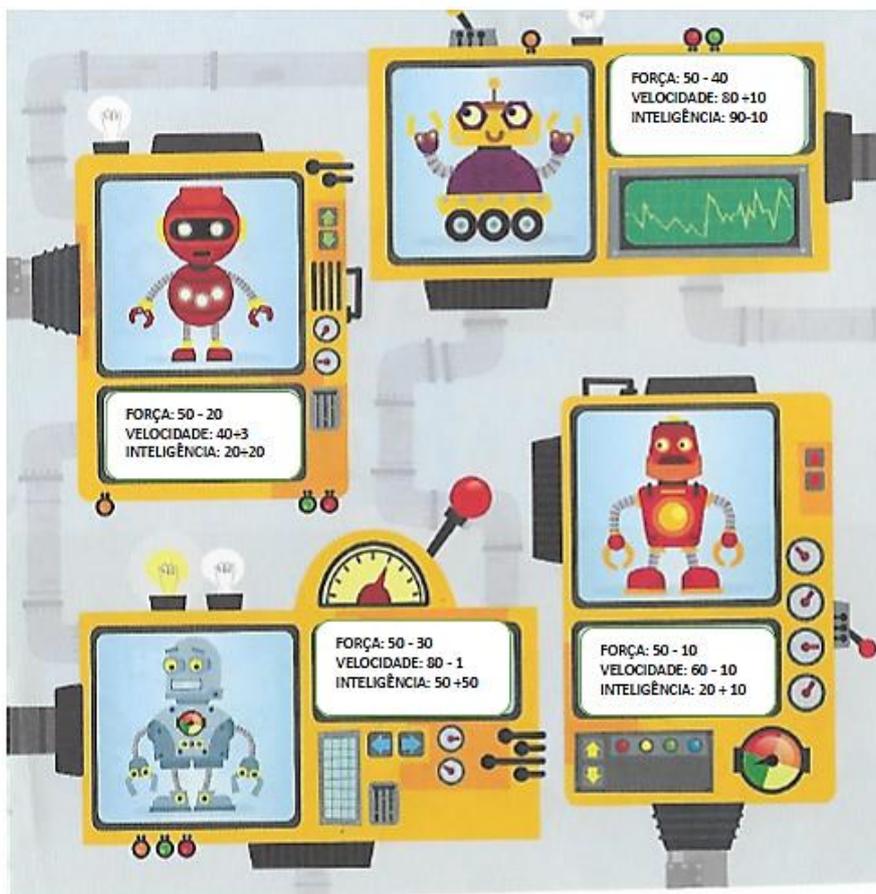
1). ESTES ROBÔS TRABALHADORES ACABARAM DE SEREM FABRICADOS.

O MAIS FORTE SERÁ PEDREIRO .

O MAIS RÁPIDO SERÁ ASTRONAUTA.

O MAIS INTELIGENTE SERÁ PROFESSOR.

ESTIME OS VALORES E DESCUBRA QUEM É QUEM CIRCULE O ROBÔ QUE SERÁ SOLDADO.



Fonte: Atividade adaptada Meu Bloco de Passatempos Matemática, 2016

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

2). NESSE JOGO VOCÊ PODERÁ GANHAR PRÊMIOS DERRUBANDO OS COCOS.

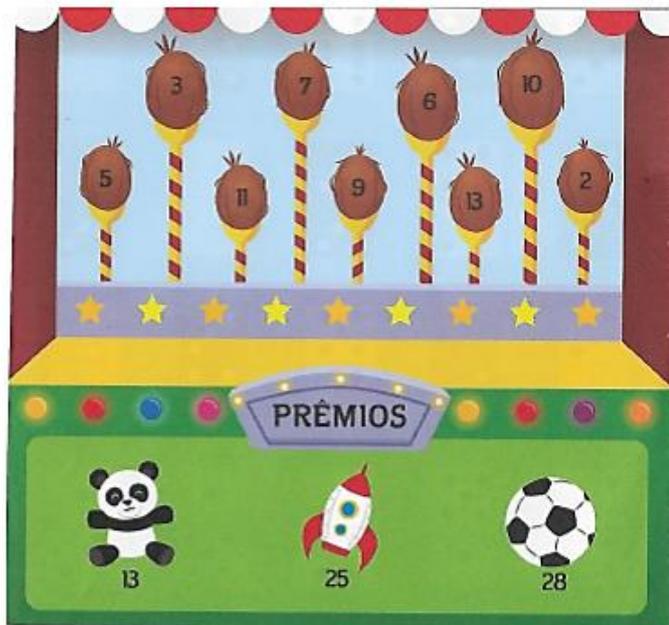
VEJA QUANTOS PONTOS VALE CADA PRÊMIO.

ESCOLHA **DOIS PRÊMIOS** E DIGA **QUAIS COCOS** VOCÊ DERRUBOU PARA CONSEGUÍ-LOS.

EM CADA JOGADA VOCÊ SÓ PODE DERRUBAR 1 COCO.

CADA COCO SÓ PODE SER USADO UMA VEZ.

IMPORTANTE: VOCÊ PODE FAZER NO MÁXIMO 7 JOGADAS.



PRÊMIO	PONTOS QUE VOCÊ FEZ

Fonte: Atividade adaptada Meu Bloco de Passatempos Matemática, 2016

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

3). EM UMA COMPETIÇÃO DE GINÁSTICA, UM TREINADOR ESTÁ ANOTANDO QUANTAS MEDALHAS CADA PAÍS RECEBEU EM CADA FAIXA ETÁRIA.

VAMOS AJUDÁ-LO A COMPLETAR A TABELA?

	ATÉ 12 ANOS	ATÉ 16 ANOS	TOTAL
EUA	4		14
RÚSSIA	8	9	
CHINA			22
BRASIL	1		5
TOTAL	22		



Fonte: Atividade adaptada Meu Bloco de Passatempos Matemática, 2016

NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

- 4). ELISA TEM 50 FICHAS PARA GASTAR NA LOJA DE BRINQUEDOS.  
CADA ETIQUETA INDICA QUANTAS FICHAS CADA BRINQUEDO VALE.  
VOCÊ ACHA QUE ELA CONSEGUIRÁ PEGAR 5 BRINQUEDOS?



EXPLIQUE SUA RESPOSTA:

Fonte: Atividade adaptada Meu Bloco de Passatempos Matemática, 2016

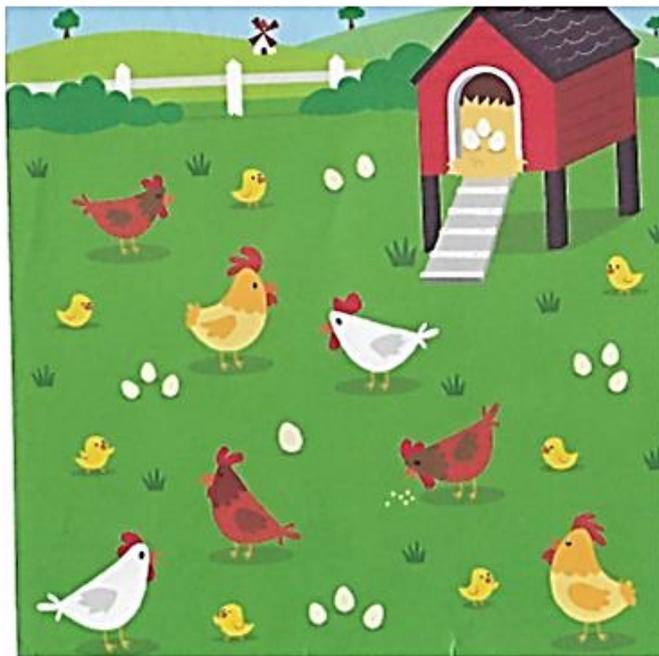


NOME: \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

6). CADA GALINHA DESTE GALINHEIRO BOTOU 4 OVOS.

ALGUNS JÁ SE TRANSFORMARAM EM PINTINHOS.

OUTROS DESAPARECERAM.



VOCÊ JÁ SEGUROU UM PINTINHO NAS MÃOS? \_\_\_\_\_

INVENTE UMA PERGUNTA, ENVOLVENDO CÁLCULOS MATEMÁTICOS PARA SER RESPONDIDA À PARTIR DA FIGURA DO GALINHEIRO.

PERGUNTA: \_\_\_\_\_

CÁLCULO:

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

Fonte: Atividade adaptada Meu Bloco de Passatempos Matemática, 2016

## ANEXO III – Convite para juízes

Prezado(a),

Você está sendo convidado(a) a compor o Comitê de Juízes(as) que irá colaborar na avaliação dos itens do teste diagnóstico para uso com alunos do 3º ano do Ensino Fundamental que participarão da pesquisa de mestrado da pesquisadora Lisandra R. G. Rodolfo. Caso aceite participar desta avaliação, a sua tarefa consistirá em, **até a próxima terça, às 9:00h:**

- a) Julgar que aspecto do sentido numérico cada questão pode conseguir avaliar;
- b) Julgar a clareza de cada questão, com um valor de 1 – nada clara a 5 – muito clara.

Por gentileza, a seguir, registre nos espaços apropriados – digitando um X ou se for na última coluna, um valor de 1 a 5 – a sua resposta. Lembre-se: quando você atribuir nota menor que 4, por favor, informe o que deve ser aperfeiçoado.

Grata,

---

De acordo com McIntosh, o sentido de número engloba:

- 1) Conhecimentos e destreza com os números

1A – Sentido de ordenação (regularidade) dos números que diz respeito à **compreensão do sistema indo-arábico, de sua organização e de suas características**. Por exemplo, o aluno em fase inicial de aprendizagem deve perceber que, com apenas dez algarismos, é possível escrever qualquer número, tendo em vista que ele muda de valor dependendo da posição no qual se encontra.

1B – Múltiplas representações dos números que engloba **reconhecer que os números podem ser manipulados, compostos ou decompostos, de acordo com certo propósito**. Por exemplo,  $4 \times 2$  é igual a  $2 + 2 + 2 + 2$  e é o mesmo que 8.

1C – Sentido da grandeza relativa e absoluta dos números que inclui **reconhecer o valor relativo dos números ou quantidades, dependendo dos contextos nos quais estão inseridos**. Por exemplo, perguntar a uma criança se ela já viveu 1000 dias ou se é possível viver 1000 anos, são questões que envolvem diferentes contextos pessoais que contribuem com a compreensão da quantidade 1000.

1D – Sistema de números de referência que é desenvolvido a partir de números que proporcionam essenciais **marcos mentais** para pensar sobre eles e são utilizados para avaliar a grandeza de uma resposta ou ainda para arredondar um número de modo que fique mais fácil processá-lo. Por exemplo, para estimar o peso de alguém, uma pessoa que pesa 50 kg pode basear-se nesse valor para aferir o peso de outra pessoa.

- 2) Conhecimentos e destreza com as operações

2A – Compreensão do efeito das **operações que está associado com os conceitos das operações e como isso se sucede aos vários tipos de números**, tais como naturais e racionais. Por exemplo, não só utilizar o modelo da multiplicação como adição repetida, mas também

utilizar outros modelos, como o modelo retangular ou reta numérica, que contribuam com a compreensão da multiplicação.

2B – Compreensão das propriedades matemáticas das operações que está associada ao entendimento das propriedades matemáticas, tais como a comutativa, a associativa, a distributiva, as identidades e as inversas, **são propriedades que estão relacionadas às operações**. Por exemplo, o aluno pode aplicar a propriedade comutativa e distributiva ao multiplicar  $36 \times 4$  pensando em  $4 \times 35$  e  $4 \times 1$ , ou em  $140 + 4$ , resultando em 144.

2C – Compreender a relação entre as operações, o que contribui com as **possibilidades dos alunos em resolver problemas**. Por exemplo, na questão “Quantas rodas há em 8 triciclos?”, o aluno pode aplicar o procedimento de contagem das rodas, pode aplicar o procedimento de adições sucessivas ( $3+3+3+3+3+3+3+3$ ), pode agrupar as quantidades (quatro grupos de 2 triciclos cada:  $6+6+6+6$ ), entre outras estratégias.

### 3) Aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo

3A – Compreender a relação entre o contexto de um problema e os cálculos necessários que engloba perceber que as situações trazem pistas acerca das operações que podem ser utilizadas na resolução, dos números a serem considerados e do tipo de resultado a ser obtido (aproximado ou exato). Por exemplo, na questão “**João gastou R\$ 2,88 em maçãs, R\$ 2,38 em bananas e R\$ 3,76 em laranjas. João pode pagar sua despesa com R\$10,00?**” uma estimativa já seria eficaz para resolver a situação.

3B – Compreensão que existem múltiplas estratégias, **que inclui o reconhecimento de que pode haver diferentes formas de resolver certo problema e que quando uma estratégia parece inadequada**, é preciso que o aluno busque alternativas de resolução.

3C– Inclinação para **utilizar uma representação ou um método eficiente que diz respeito a estratégias e ferramentas de cálculo** podem ser mais eficientes em certas situações que outras. Por exemplo, para somar  $8 + 7$  não precisa contar de um em um, pode-se escolher uma estratégia de decomposição como  $7 + 7 + 1$ .

3D – Inclinação para rever os dados e o resultado que implica na tendência e **na capacidade do aluno analisar os cálculos realizados e os resultados encontrados** diante do problema proposto.

Questão	Conhecimento e destreza com os números				Conhecimento e destreza c/ as operações			Aplicação do conhecimento em situações de cálculo				Clareza
	1A	1B	1C	1D	2A	2B	2C	3A	3B	3C	3D	
Q1												
Q2												
Q3												
Q4												
Q5												
Q6												
Q7												
Q8												
Q9												
Q10												
Q11												
Q12a												
Q12b												
Q12c												
Q12d												

Por favor, registre, a seguir, como as questões que ficaram com valor menor ou igual a 4 podem ser aperfeiçoadas:

---



---



---



---



---



---

## ANEXO IV – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

**Título do trabalho**  
**Nome da pesquisadora e orientadora**  
**Número do CAAE:**

Sr(a), responsável legal pelo(a) menor, apresentamos este convite e solicitamos seu consentimento para que ele(a) participe como voluntário de uma pesquisa. Este documento, chamado Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, visa assegurar os direitos do menor como participante e é elaborado em duas vias, uma que deverá ficar com você e outra com o pesquisador.

Por favor, leia com atenção e calma, aproveitando para esclarecer suas dúvidas. Se houver perguntas antes ou mesmo depois de assiná-lo, você poderá esclarecê-las com o pesquisador. Se preferir, pode levar este Termo para casa e consultar seus familiares ou outras pessoas antes de decidir participar. Não haverá nenhum tipo de penalização ou prejuízo se você não aceitar participar ou retirar sua autorização em qualquer momento.

**Justificativa e objetivos:****Procedimentos:**

**Desconfortos e riscos:** As atividades propostas aos participantes são consideradas seguras, não oferecendo riscos aos mesmos. Em relação a desconfortos, caso o participante sinta incômodo, de qualquer natureza, no período de atividade, o pesquisador orientará o participante a interromper a atividade, e se desejar pode retomá-la após um descanso, caso sinta-se melhor.

O menor **não** deve participar deste estudo se não for estudante XXXXXXXXXXXXXXXX

**Benefícios:** XXXXXXXXXXXXXXXX

Entre os benefícios indiretos desta pesquisa para a sociedade, podemos ressaltar a ampliação do conhecimento sobre a XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

**Acompanhamento e assistência:**

A qualquer momento, antes, durante ou até o término da pesquisa, os participantes poderão entrar em contato com os pesquisadores para esclarecimentos e assistência sobre qualquer aspecto da pesquisa.

**Sigilo e privacidade:**

O menor tem a garantia de que sua identidade será mantida em sigilo e nenhuma informação identificada será dada a outras pessoas que não façam parte da equipe de pesquisadores. Na divulgação dos resultados desse estudo, seu nome não será citado.

Faz-se necessário esclarecer que poderá haver registro XXXXXXXXXX

**Ressarcimento e Indenização:**

A pesquisa não trará ônus aos participantes, não havendo necessidade de ressarcimento. O menor terá a garantia ao direito a indenização diante de eventuais danos decorrentes da pesquisa quando comprovados nos termos da legislação vigente.

**Contato:**

Em caso de dúvidas sobre a pesquisa, se precisar consultar esse registro de consentimento ou quaisquer outras questões, você poderá entrar em contato com os pesquisadores XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

Em caso de denúncias ou reclamações sobre sua participação e sobre questões éticas do estudo, você poderá entrar em contato com a secretaria do Comitê de Ética em Pesquisa em Ciências Humanas e Sociais XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

**O Comitê de Ética em Pesquisa (CEP).**

O papel do CEP é avaliar e acompanhar os aspectos éticos de todas as pesquisas envolvendo seres humanos. A Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP), tem por objetivo desenvolver a regulamentação sobre proteção dos seres humanos envolvidos nas pesquisas. Desempenha um papel coordenador da rede de Comitês de Ética em Pesquisa (CEPs) das instituições, além de assumir a função de órgão consultor na área de ética em pesquisas.

**Consentimento livre e esclarecido:**

Após ter recebido esclarecimentos sobre a natureza da pesquisa, seus objetivos, métodos, benefícios previstos, potenciais riscos e o incômodo que esta possa acarretar, aceito participar:

Nome do(a) participante:

\_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_  
(Assinatura do participante ou nome e assinatura do seu RESPONSÁVEL LEGAL)

**Responsabilidade do Pesquisador:**

Asseguro ter cumprido as exigências da resolução 510/2016 CNS/MS e complementares na elaboração do protocolo e na obtenção deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. Asseguo, também, ter explicado e fornecido uma via deste documento ao participante. Informo que o estudo foi aprovado pelo CEP perante o qual o projeto foi apresentado e pela CONEP, quando pertinente. Comprometo-me a utilizar o material e os dados obtidos nesta pesquisa exclusivamente para as finalidades previstas neste documento ou conforme o consentimento dado pelo participante.

\_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_.

(Assinatura do pesquisador)

ANEXO V – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE)

**TERMO DE ASSENTIMENTO PARA MENOR DE 18 ANOS**

**Título do trabalho**

**Nome da pesquisadora e orientadora**

Você está sendo convidado a participar da pesquisa com o título: XXXXXXXXXXXXX, coordenada pela pesquisadora XXXXXXXXX. Seus pais permitiram que você participe.

Queremos saber como os estudantes XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX.

Você só precisa participar dessa pesquisa se quiser, é um direito seu e não terá nenhum problema se desistir. As crianças que participarão desta pesquisa são estudantes do XXXX Escola XXXXXXXXXXXXXXXX.

Participando do estudo, você está sendo convidado a responder XXXXXXXXXXXXXXXX. O tempo previsto para responder esses XXXXXXXXX é de 3 horas no total. Este tempo será dividido em dois dias. A sequência de atividades poderá acontecer em até XXX encontros de no máximo 1h30 minutos cada um. Não haverá nenhuma nota para essas atividades.

Essas atividades são consideradas seguras, mas se você sentir algum desconforto, você pode parar na hora que quiser e avisar a pesquisadora que estará presente o tempo todo. Se acontecer algo errado, você pode nos procurar pelos telefones que estão no final do texto. Mas há coisas boas que podem acontecer como aprender novas atividades sobre XXXXXXXXXXXXXXXX

Ninguém saberá que você que você está participando dessa pesquisa, não falaremos a outras pessoas, nem daremos a estranhos as informações que você nos der. Os resultados da pesquisa servirão para uma dissertação de mestrado e possível artigo de revista, mas sem identificar as crianças que participaram.

**CONSENTIMENTO PÓS-INFORMADO**

Eu, \_\_\_\_\_ aceito participar da pesquisa, XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

Entendi as coisas boas e ruins que podem acontecer.

Entendi que posso dizer “sim” e participar, mas que, a qualquer momento, posso dizer “não” e desistir sem nenhum problema.

A pesquisadora tirou minhas dúvidas e conversou com meus responsáveis.

Recebi uma cópia deste termo de assentimento e li e concordo em participar desta pesquisa.

XXXXXX, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_.

**Contato:**

Em caso de dúvidas sobre a pesquisa, se precisar consultar esse registro de consentimento ou quaisquer outras questões, você poderá entrar em contato com os pesquisadores XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

