



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

Erick Leonardo de Sousa Monteiro

**Análise de estratégias de estimação espectral e
classificação para interfaces
cérebro-computador**

Campinas

2023



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

Erick Leonardo de Sousa Monteiro

Análise de estratégias de estimação espectral e classificação para interfaces cérebro-computador

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, na Área de Concentração: Engenharia de Computação.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Ferrari

Este exemplar corresponde à versão final da tese defendida pelo aluno Erick Leonardo de Sousa Monteiro, e orientada pelo Prof. Dr. Rafael Ferrari

Campinas

2023

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

M764a Monteiro, Erick Leonardo de Sousa, 1995-
Análise de estratégias de estimação espectral e classificação para interfaces cérebro-computador / Erick Leonardo de Sousa Monteiro. – Campinas, SP : [s.n.], 2023.

Orientador: Rafael Ferrari.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Interfaces cerebro-computador. 2. Análise espectral. 3. Modelos classificadores. 4. Parâmetro espectral. 5. Córtex cerebral. I. Ferrari, Rafael, 1977-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Informações Complementares

Título em outro idioma: Analysis of spectral estimation strategies and classification for brain-computer interfaces

Palavras-chave em inglês:

Brain-computer interfaces

Spectral analysis

Classifier models

Spectral parameter

Cerebral cortex

Área de concentração: Engenharia de Computação

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica

Banca examinadora:

Rafael Ferrari [Orientador]

Sarah Negreiros de Carvalho Leite

Romis Ribeiro de Faissol Attux

Data de defesa: 27-01-2023

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Elétrica

Identificação e informações acadêmicas do(a) aluno(a)

- ORCID do autor: <https://orcid.org/0009-0003-9310-8829>

- Currículo Lattes do autor: <http://lattes.cnpq.br/3809300379413499>

COMISSÃO JULGADORA - DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Candidato: Erick Leonardo de Sousa Monteiro RA: 211494

Data da Defesa: 27 de janeiro de 2023

Título da Tese: Análise de estratégias de estimação espectral e classificação para interfaces cérebro-computador

Prof. Dr. Rafael Ferrari

Prof^a. Dra. Sarah Negreiros de Carvalho Leite

Prof. Dr. Romis Ribeiro de Faissol Attux

A ata de defesa, com as respectivas assinaturas dos membros da Comissão Julgadora, encontra-se no SIGA (Sistema de Fluxo de Dissertação/Tese) e na Secretaria de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

Dedico esta dissertação a todas as vítimas do COVID-19.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Agradeço primeiramente aos meus pais por toda a criação e incentivo ao estudo desde o ensino mais básico até agora.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Rafael Ferrari por todos os ensinamentos tanto técnicos quanto pessoais e por toda a perseverança no desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço ao Prof. Dr. Romis Attux por todos os conselhos e ajudas no desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço a minha namorada por todo o apoio e incentivo no desenvolvimento do trabalho escrito.

Agradeço aos colegas e professores do laboratório, em especial ao Thiago Bulhões e a Luisa Uribe, por todas as conversas, suporte e por propiciarem um ambiente tão agradável para a pesquisa.

Agradeço aos colegas do Instituto de Computação da Unicamp, por todo o apoio e ensinamentos.

Resumo

Interfaces cérebro-computador (BCIs, do inglês *brain-computer interfaces*) são sistemas capazes de permitir a um usuário, por meio da análise de seus sinais cerebrais, o envio de comandos a uma máquina. O desenvolvimento dessa tecnologia promete mudanças importantes principalmente na acessibilidade da parcela da população que sofre de distúrbios neuromusculares - como esclerose lateral amiotrófica (ELA), acidente vascular cerebral (AVC) ou lesão da medula espinhal - que limitam ou bloqueiam outros meios de comunicação com o mundo. A BCI pode usar várias estratégias, dentre as quais se destacam as baseadas nos potenciais visualmente evocados de regime permanente (SSVEP, do inglês *Steady State Visual Evoked Potentials*). Esse tipo de BCI opera por meio da detecção de diferentes padrões de oscilação presentes em estímulos visuais (que indicam diferentes comandos a serem dados pelo usuário) nos sinais de eletroencefalografia (EEG). Tais sinais são gerados principalmente no córtex visual do cérebro a partir de estímulos visuais. As vantagens das BCIs que utilizam sinais de SSVEP são a taxa de transferência relativamente alta e a necessidade de uma etapa de treinamento de menor duração em relação a outras estratégias. Porém, os estímulos utilizados podem causar fadiga em caso de uso prolongado, o que pode afetar o desempenho do sistema. Duas etapas intimamente vinculadas são cruciais para determinar o desempenho da BCI em termos de capacidade de transmissão: as etapas de extração de características e de classificação. Nelas, é preciso utilizar todo o ferramental disponível para interpretar os sinais de modo que seja possível discriminar os possíveis padrões cerebrais correspondentes à cada comando. O uso de atributos baseados na amplitude e fase do espectro do sinal de EEG nas frequências dos estímulos visuais é uma opção natural no contexto de BCIs baseadas em SSVEP. Nesse sentido, uma estimativa precisa do espectro nessas frequências é fundamental para o bom funcionamento do sistema. Da mesma forma, é muito importante que o classificador seja capaz de associar corretamente os atributos extraídos dos sinais cerebrais aos comandos do sistema. Tendo isso em vista, este trabalho apresenta uma análise da aplicação de técnicas de estimação espectral pouco exploradas no contexto de BCIs em SSVEP e uma proposta para utilização de atributos baseados na estimativa de fase do sinal de SSVEP. As técnicas de estimação espectral apresentaram, em média, uma pequena diferença em seu uso, porém, ao analisar cada indivíduo, foi possível observar casos onde há acréscimos absolutos na acurácia de até 7% em relação à Transformada Discreta de Fourier (DFT, do inglês *Discrete Fourier Transform*). Além disto, o uso dos atributos de fase baseados na proposta deste trabalho implicaram em um aumento relativo médio de 25% na acurácia comparados à classificação utilizando apenas atributos de amplitude.

Palavras-chave: SSVEP, estimação espectral, classificadores.

Abstract

Brain-computer interfaces (BCIs) are systems capable of enabling a user to send commands to a machine through the analysis of his brain signals. The development of this technology promises important changes, mainly in the accessibility of the portion of the population that suffers from neuromuscular disorders - such as amyotrophic lateral sclerosis (ALS), cerebrovascular accident (CVA) or spinal cord injury - that limit or block other means of communication with the world. BCI can use several strategies, among which those based on Steady State Visual Evoked Potentials (SSVEP) stand out. This type of BCI operates by detecting different oscillation patterns present in visual stimuli (which indicate different commands to be given by the user) in electroencephalography (EEG) signals. Such signals are mainly generated in the visual cortex of the brain from visual stimuli. The advantages of BCIs that use SSVEP signals are the relatively high throughput and the need for a shorter training step compared to other strategies. However, the visual stimuli used can cause fatigue in prolonged use, which can affect system performance. Two closely linked steps are crucial to determine the performance of the BCI in terms of transmittability: the attribute (or feature) extraction and classification/decision steps. In them, it is necessary to use all the tools available to interpret the signals so that it is possible to discriminate the possible brain patterns corresponding to each command. The use of attributes based on the amplitude and phase of the EEG signal spectrum on the frequencies of visual stimuli is a natural option in the context of SSVEP-based BCIs. In this sense, an accurate estimate of the spectrum at these frequencies is essential for the proper functioning of the system. Likewise, it is very important that the classifier be able to correctly associate the attributes extracted from the brain signals to the system commands. With that in mind, this work presents an analysis of the application of spectral estimation techniques less explored in the context of SSVEP BCIs and a proposal for the use of phase-based attributes based of the SSVEP signal. The spectral estimation techniques presented, on average, a small difference in their use, however, when analyzing each individual, it is possible to observe cases where there are absolute increases in accuracy of up to 7% in relation to the Discrete Fourier Transform (DFT, from English Discrete Fourier Transform). The use of phase attributes based on the proposal of this work resulted in an average relative increase of 25% in accuracy compared to the classification using only amplitude attributes.

Keywords: SSVEP; spectral estimation; classifiers.

Lista de ilustrações

Figura 1.1 – Porcentagem da população, por tipo e grau de deficiência (Brasil - 2010).	12
Figura 1.2 – Eletroencefalograma.	14
Figura 1.3 – Exemplo de excitação na frequência de 3 Hz.	15
Figura 2.1 – Etapas do processamento de sinais.	18
Figura 2.2 – Comparação entre a busca exaustiva e o wrapper incremental.	23
Figura 2.3 – Hiperplano separando as duas classes.	25
Figura 3.1 – Sinais com mesma frequência e diferença de fase constante.	36
Figura 4.1 – Disposição dos eletrodos para aquisição dos sinais de EEG.	39
Figura 4.2 – Diagrama de blocos dos experimentos.	40
Figura 4.3 – Resultado para o experimento 1.	41
Figura 4.4 – Resultado para o experimento 2.	43
Figura 5.1 – Resultado dos estimadores.	48
Figura 5.2 – Aumento relativo da acurácia dada a utilização do Best1.	50
Figura 5.3 – Comparação dos resultados com os resultados do artigo original.	51

Lista de tabelas

Tabela 3.1 – Características computacionais dos estimadores.	35
Tabela 4.1 – Comparação entre os estimadores para janelas de 1 s.	42
Tabela 4.2 – Comparação entre os estimadores para janelas de 3 s.	44
Tabela 4.3 – Perda de desempenho média do <i>Forward Selection</i> em relação à solução ótima (busca exaustiva).	45
Tabela 5.1 – Acurácia global dos indivíduos para os 4 estimadores utilizados.	49

Sumário

1	Introdução	12
1.1	Objetivos	16
1.2	Publicação decorrente da pesquisa	17
2	Processamento de sinais aplicados a sistemas BCI-SSVEP	18
2.1	Pré-processamento	19
2.2	Extração de características	20
2.3	Seleção de características	21
2.3.1	Filtros	21
2.3.2	Wrappers	21
2.4	Classificadores	23
2.4.1	Função discriminante linear	24
2.4.1.1	Quadrados mínimos	25
2.4.2	Classificação multiclasse para classificadores lineares	26
2.4.2.1	Um-contra-todos	26
2.4.2.2	Um contra um	26
3	Extração de Características Espectrais para SSVEP	28
3.1	Técnicas de estimação espectral de senóides complexas	28
3.1.1	Transformada discreta de Fourier	29
3.1.2	Estimador de quadrados mínimos	30
3.1.3	Método Capon	31
3.1.4	Estimador de amplitude e fase	32
3.1.5	Banco de filtros	33
3.1.6	Características computacionais dos métodos de estimação	34
3.2	Uso dos fasores em uma BCI baseada em SSVEP	35
3.2.1	Estimação da referência de fase	37
4	Análise de técnicas de estimação espectral e seleção de características para BCI-SSVEP	38
4.1	Base de dados	38
4.2	Experimentos	39
5	Proposta de Algoritmo para Classificação de Dados de BCI-SSVEP	46
5.1	Base de dados	46
5.2	Experimento	47
	Referências	54

1 Introdução

Grande parte da população mundial sofre com algum tipo de deficiência. Em particular, no Brasil, cerca de 24% da população é portadora de alguma deficiência segundo o último censo realizado (IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2012). Dentro deste grupo, há aqueles que sofrem de deficiência motora severa, o que significa que o indivíduo não possui capacidade alguma na área específica da deficiência. Este tipo de deficiência atinge cerca de 2.4% da população brasileira, como pode ser visto na Figura 1.1.

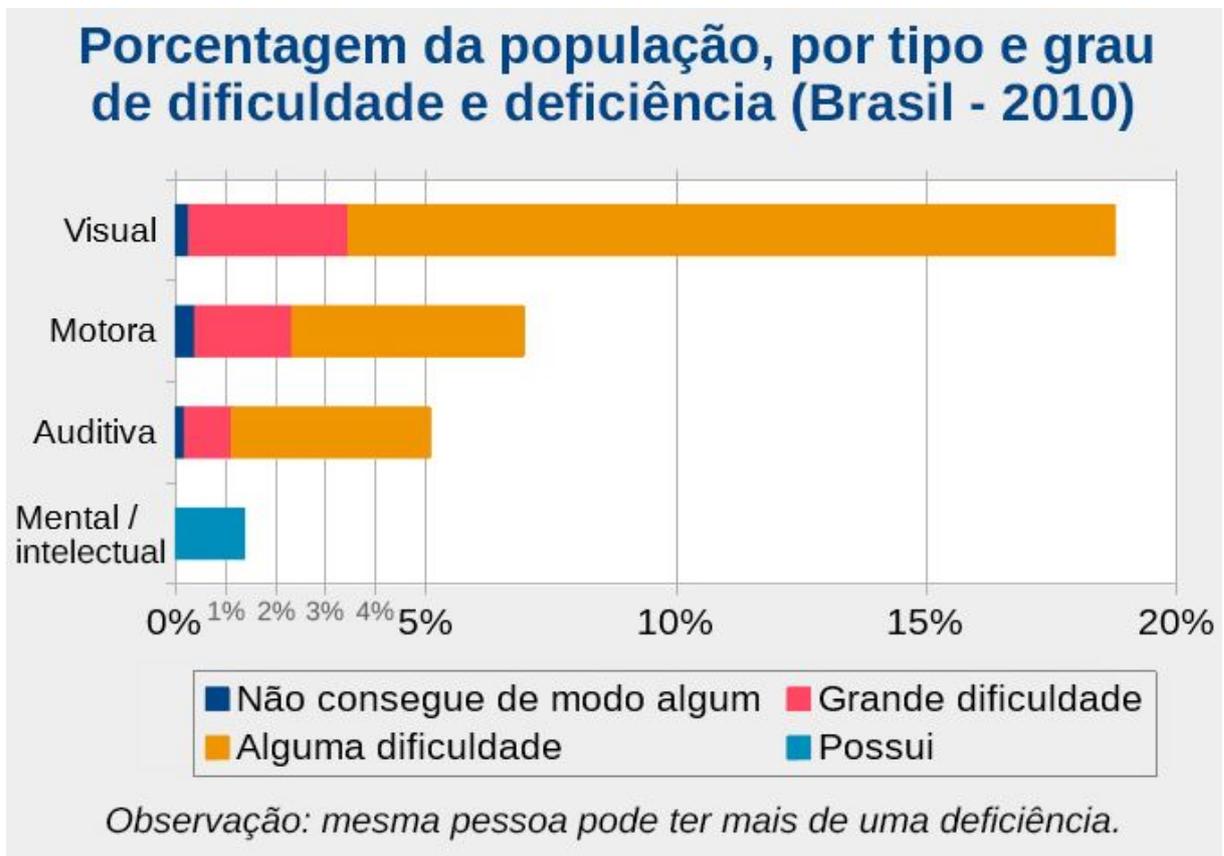


Figura 1.1 – Porcentagem da população, por tipo e grau de deficiência (Brasil - 2010).

Fonte: IBGE, Censo Demográfico 2010.

Para esta parcela da população que possui deficiência motora severa, existem tecnologias assistivas que fornecem meios de comunicação alternativos como soluções baseadas em eletromiografia (EMG), reconhecimento de voz e rastreamento ocular (*Eye Tracking*). Entretanto, todas estas tecnologias partem do pressuposto que ainda exista uma conexão neuromuscular entre o cérebro e os órgãos utilizados em cada uma delas. No caso de distúrbios neuromusculares - como esclerose lateral amiotrófica (ELA), aci-

dente vascular cerebral (AVC) ou lesão da medula espinhal - que limitam ou bloqueiam os meios de comunicação do corpo com o mundo, utilizar uma tecnologia assistiva que consiga auxiliar o usuário se torna uma tarefa mais desafiadora.

Neste contexto, coletar informações do usuário diretamente do cérebro, se apresenta como uma alternativa mais viável e, para isto, foi desenvolvido um conjunto de tecnologias chamado de Interfaces Cérebro-Computador (BCIs, do inglês *Brain-Computer Interface*) que são capazes de permitir a um usuário, através da análise de sua atividade cerebral, o envio de comandos ou mensagens a máquinas que conseguem realizar as ações desejadas (WOLPAW *et al.*, 2002). O desenvolvimento dessa tecnologia promete mudanças importantes, principalmente na acessibilidade da parcela da população que sofre destes distúrbios neuromusculares e que não pode se beneficiar de outros tipos de tecnologias assistivas.

Existem várias tecnologias que são empregadas para a obtenção de sinais para BCI (BANDARA; KIGUCHI, 2018). Entre elas estão:

- A Eletroencefalografia (EEG): método não-invasivo que obtém sinais cerebrais através de eletrodos posicionados no couro cabeludo. Estes sinais são uma representação da atividade elétrica do cérebro (NIEDERMEYER; SILVA, 2004).
- A Espectroscopia Funcional em Infravermelho Próximo (fNIRS, do inglês *Functional Near Infrared Spectroscopy*): método não-invasivo que consiste em medir a concentração das substâncias oxihemoglobina (HbO) e deoxihemoglobina (HbD) na camada superficial do córtex cerebral entretanto, assim como a eletroencefalografia, possui baixa resolução espacial em relação aos métodos invasivos (NASEER; HONG, 2015).
- Eletrocorticograma (ECoG, em inglês *Electrocorticogram*): método invasivo que mede a atividade elétrica na superfície cerebral através de eletrodos implantados na superfície do córtex cerebral. Por ser um método que entra em contato diretamente com o cérebro, é possível obter um sinal com melhor relação sinal-ruído, além de possuir uma maior largura de banda (KEENE *et al.*, 2000).
- Arranjos de Eletrodos Intracorticais (do inglês *Intra-Cortical Electrode Array*): técnica invasiva que consiste em inserir vários eletrodos diretamente no cérebro através de um processo cirúrgico, podendo registrar variações de potencial do nível neuronal. Assim como o eletrocorticograma, apresenta boa relação sinal-ruído e banda ampliada em relação a métodos não invasivos (MAYNARD *et al.*, 1997).

A EEG, tecnologia usada nos *datasets* que este trabalho utiliza, possui certas vantagens em relação a outros métodos por não ser invasiva, mais barata e ser mais fácil

de ser instalada. Entretanto, sinais obtidos por essa tecnologia possuem uma relação sinal-ruído menor, visto que o sinal é obtido de forma indireta (DORNHEGE *et al.*, 2007). A Figura 1.2 apresenta uma aquisição de um sinal de EEG, em que é possível observar uma possível disposição dos eletrodos ao longo do escalpo.



Figura 1.2 – Eletroencefalograma.

Fonte: Telemedicina Morsch (2019).

Atualmente, existem três abordagens principais usadas na construção de uma BCI: o modelo da Imagética Motora (MI, do inglês *Motor Imagery*); o modelo dos Potenciais Relacionados a Eventos (ERP, do inglês *Event-Related Potentials*); e o modelo dos Potenciais Evocados Visualmente em Regime Estacionário (SSVEP, do inglês *Steady-State Visually Evoked Potentials*) (WOLPAW *et al.*, 2002).

O paradigma de MI (JEANNEROD, 1994) baseia-se em representar o acesso voluntário ao conteúdo da intenção de um movimento, isto é, utilizar os dados da atividade cerebral para tentar estimar a representação do movimento. O acesso voluntário a uma intenção de movimento e a atividade motora involuntária apresentam propriedades neurológicas similares, o que viabiliza a construção de uma BCI baseada neste paradigma.

O paradigma de ERP (COLES; RUGG, 1995) se baseia em monitorar variações pequenas na atividade elétrica cerebral que são geradas em decorrência de algum evento externo ou interno.

O paradigma de SSVEP (CARVALHO *et al.*, 2015a) se baseia na seguinte abordagem: quando o usuário foca sua atenção visual em um estímulo cintilante em uma frequência constante e conhecida, observa-se um aumento perceptível da densidade espectral de potência da atividade cerebral exatamente na frequência de excitação. A figura 1.3 mostra um exemplo do efeito que uma estimulação visual periódica com frequência de 3 Hz provoca no espectro do sinal cerebral.

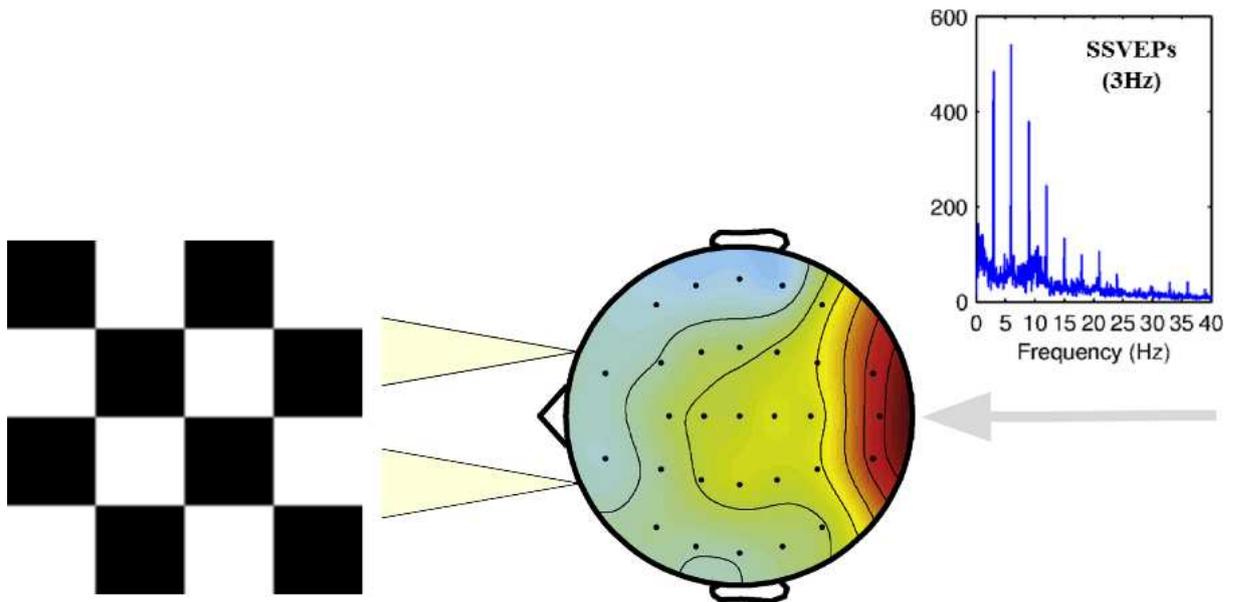


Figura 1.3 – Exemplo de excitação na frequência de 3 Hz.

Fonte: Maurice Rekrut, Tobias Jungbluth (2021).

O uso de atributos baseados nas amplitudes do espectro do sinal de EEG nas frequências dos estímulos visuais são uma opção natural no contexto de BCIs baseadas em SSVEP (FATEHI *et al.*, 2011). Nesse sentido, uma estimativa precisa do espectro nessas frequências é fundamental para o bom funcionamento do sistema. Da mesma forma, é muito importante que o classificador seja capaz de associar corretamente os atributos extraídos dos sinais cerebrais aos comandos do sistema.

Diante desse contexto, o foco central deste trabalho é realizar uma análise comparativa entre estratégias envolvendo as diferentes etapas do processo de decisão, mais especificamente as etapas de extração de atributos, seleção de atributos e de classificação, com o objetivo de aprimorar o desempenho e a confiabilidade de BCIs baseadas no paradigma de SSVEP.

O primeiro registro que se tem de um trabalho que tenha inspirado o paradigma de SSVEP é de David Regan que, em 1966, propôs uma técnica de identificação de médias estacionárias e transientes dos sinais eletroencefalográficos, mediante a apresentação de estímulos cintilantes luminosos aos usuários (REGAN, 1966).

Em 1973, Jean-Jacques Vidal definiu o conceito de Interface Cérebro Computador ao perceber que seria possível construir sistemas de comunicação entre homem e máquina que utilizasse os sinais encefálicos de um indivíduo como portador de informações para a máquina (VIDAL, 1973), provando este conceito em 1977 ao projetar a primeira BCI (VIDAL, 1977).

Após a publicação de Vidal, houve vários trabalhos que contribuíram bastante para a comunidade científica de BCI, seja com novas aplicações possíveis (FARWELL; DONCHIN, 1988) (WOLPAW *et al.*, 1991) ou com observações que inspirariam novas técnicas futuramente (SUTTER, 1992). Com isso, em 1999, foi proposto o primeiro encontro internacional de tecnologia BCI, que formalizou e revisou os principais conceitos e aplicações pertinentes à área, o que instigou o interesse de vários centros pela pesquisa dessa nova tecnologia.

Existem trabalhos que exploram a informação de fase (ZHU *et al.*, 2011) (WITTEVRONGEL; HULLE, 2016) para a classificação e também para a codificação dos estímulos, o que mostra que a fase do espectro contém informações que podem ser úteis na construção de uma BCI.

Entre os métodos de estimação espectral, a maioria dos trabalhos utiliza a Transformada Discreta de Fourier (OPPENHEIM, 1999) ou o Periodograma de Welch (WELCH, 1967).

Quanto à comparação entre os métodos de seleção de atributos, Alotaiby - *et al.* comparam diversas metodologias aplicadas por vários autores (ALOTAIBY *et al.*, 2015). Entre elas, a metodologia utilizada por Kamrunnahar (KAMRUNNAHAR *et al.*, 2009) remete muito à que será explorada neste trabalho, que consiste em analisar o aumento de desempenho ao realizar uma busca exaustiva completa do subconjunto ótimo de atributos em relação à heurística de seleção *Forward Selection* (HOCKING, 1976). Entretanto, o objetivo de Kamrunnahar é obter a solução ótima dado um número fixo de eletrodos do subconjunto a ser testado em sua seleção, enquanto a busca completa não possui essa restrição.

1.1 Objetivos

O primeiro objetivo deste trabalho é realizar um estudo comparativo do desempenho de métodos de estimação espectral, amplamente utilizados em diversos problemas de engenharia, quando aplicados na detecção de potenciais visualmente evocados. Entre as técnicas a serem utilizadas estão o método Capon, o método de estimação de amplitude e fase (APES) e o método de banco de filtros casados (MAFI) (STOICA *et al.*,

2000). Tratam-se de métodos que se baseiam em diferentes hipóteses e, em geral, apresentam uma complexidade computacional maior que os métodos mais empregados que são a Transformada Discreta de Fourier (DFT) (OPPENHEIM, 1999) e o Periodograma de Welch (WELCH, 1967).

O segundo objetivo é analisar o impacto do uso de atributos de fase do espectro em conjunto com os parâmetros de amplitudes. A estratégia proposta permite o uso da fase do sinal cerebral nas frequências de estimulação como um atributo a ser considerado pelo classificador. O intuito disto é verificar o impacto que essa informação apresenta no desempenho da BCI.

1.2 Publicação decorrente da pesquisa

Segue abaixo a referência do artigo publicado durante o mestrado:

- Publicação no congresso SBrT 2020 - Avaliação do desempenho de técnicas de estimulação espectral em interfaces cérebro-computador (10.14209/sbrt.2021.1570730947)

2 Processamento de sinais aplicados a sistemas BCI-SSVEP

O processamento dos sinais cerebrais é uma das etapas mais importantes de um sistema BCI. Nesta etapa, o sinal coletado na aquisição é filtrado com o objetivo de se extrair informações que podem ser usadas em aplicações. A cadeia de processamento, ilustrada na Figura 2.1, pode ser dividida em quatro sub-etapas: pré-processamento, extração de características ou atributos, seleção de características e classificação.

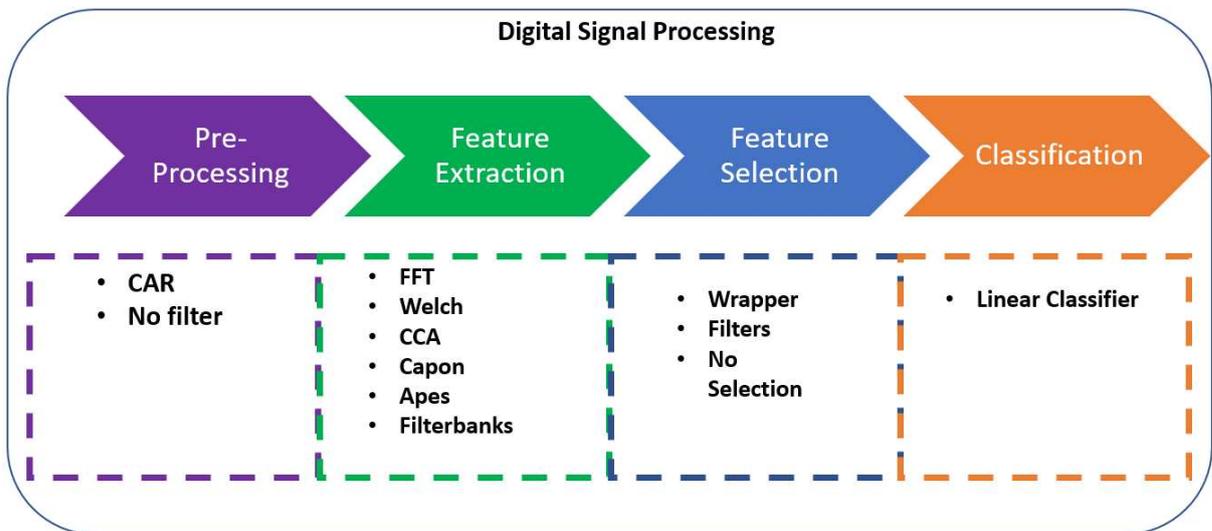


Figura 2.1 – Etapas do processamento de sinais.

O pré-processamento visa melhorar a relação sinal-ruído. A extração de características possibilita extrair características do sinal que o descrevam bem no paradigma utilizado. A seleção de características permite encontrar um conjunto de características para ser utilizado como atributos do classificador. A classificação, por fim, rotula os atributos de um dado em uma ou mais classes que podem ser associadas a comandos para uma aplicação final, como o controle de uma cadeira de rodas ou a seleção de letras em um *speller*.

A forma como essa etapa é projetada define propriedades chave do sistema BCI, como a taxa de transferência de informação, o tempo de resposta e o número de comandos diferentes que podem ser gerados. Essas propriedades podem definir se o sistema é adequado ou não para uma determinada aplicação.

2.1 Pré-processamento

Os sinais capturados na aquisição de dados inicialmente sofrem interferência de outros sinais elétricos de origem extracerebral, chamados de artefatos. Estes artefatos podem ser externos ao indivíduo, como ondas de rádio ou provenientes da rede elétrica, que podem ser minimizados ao utilizar um equipamento de aquisição mais preciso; ou podem ser oriundos do próprio indivíduo, devido à movimentação e à respiração, por exemplo, cuja remoção é mais complexa (JIANG *et al.*, 2019). Embora a modelagem desses artefatos possa ser muito complexa e varie entre indivíduos, é possível utilizar-se de técnicas de filtragem para atenuar o efeito deles sob o sinal de interesse, melhorando então a relação sinal-ruído do sinal de EEG. Devido à natureza seletiva em frequência do paradigma SSVEP, no qual a informação está geralmente concentrada em frequências específicas, a banda utilizada para as soluções baseadas em filtros, neste caso, deve ser bastante pequena.

Antes da aquisição de dados, podem ser realizadas etapas de filtragem analógica para remoção de artefatos da rede elétrica, por exemplo. Na grande maioria dos casos, os filtros utilizados para atenuar o efeito da rede elétrica já estão incorporados ao equipamento de aquisição na forma de um filtro *notch* na frequência da rede elétrica local. Outra possibilidade é o uso de um filtro passa-banda ajustado para atenuar as frequências fora da faixa de interesse.

Outra técnica muito usada é a filtragem espacial de média de referência comum (CAR, do inglês *Common Average Reference*). Os registros de EEG que utilizam referência comum necessitam que um eletrodo de referência seja posicionado em um local isento de biopotencial. Porém, é inviável procurar um potencial nulo estável no corpo humano (RANTA *et al.*, 2010), e a presença de um potencial não nulo na referência interfere nas aquisições (DIEN, 1998). O filtro CAR é então utilizado para prover uma referência neutra para os sinais de EEG. Ele se baseia no princípio que a carga elétrica em uma esfera condutora está distribuída na superfície da cabeça, tendo o campo elétrico resultante nulo no interior da esfera. Ou seja, baseando-se nesse modelo caso todos os pontos ao redor da cabeça sejam medidos, o CAR resultaria em uma distribuição de tensão espacial de média zero (BERTRAND *et al.*, 1985).

Desta forma, a técnica consiste na subtração, em cada instante, do sinal de cada eletrodo pelo sinal resultante da média entre o sinal de todos os eletrodos, o que pode ser expresso por

$$x_i(n) = y_i(n) - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N y_j(n), \quad (2.1)$$

em que N é o número de eletrodos utilizados, $y_i(n)$ é a n -ésima amostra do sinal do i -ésimo

eletrodo e $x_i(n)$ é a n -ésima amostra do sinal filtrado do i -ésimo eletrodo.

Apesar de ser matematicamente simples, o CAR é bastante eficiente em obter uma referência aproximadamente livre de interferências no cenário de sinais de SSVEP e é bastante robusto a *outliers* (COON, 2015). Isto é possível pois, a maioria dos artefatos presentes aparecem em todos os eletrodos de forma semelhante, enquanto o sinal de interesse está concentrado em eletrodos localizados na zona occipital (MCFARLAND *et al.*, 1997).

2.2 Extração de características

O uso dos sinais de EEG em seu formato temporal implica em uma maior dificuldade no treinamento do classificador visto que se tratam de sinais de dimensionalidade alta, o que implica em um alto tempo de classificação e uma alta dificuldade em extrair a informação a partir desses sinais. Uma boa estratégia para resolver este problema é mapear estes sinais em outro espaço que contenha informações relevantes de forma compacta e eficiente. Esta estratégia é chamada de extração de características. Desse modo, as características relevantes e o espaço definido por elas devem ser escolhidos de modo a reduzir o máximo possível a dimensionalidade do problema de classificação, sem que haja perda de informação útil para a BCI.

Escolher as características representativas que aglutinam as informações relevantes para resolver o problema não é uma tarefa fácil. Devido à natureza do paradigma SSVEP, é esperado que a amplitude e a fase do espectro do sinal de EEG nas frequências de estimulação e suas harmônicas carreguem informações suficientes para a discriminação de qual estímulo está ativo (BAKARDJIAN *et al.*, 2010), visto que a densidade espectral de potência do sinal é aumentada nas frequências onde o sinal cintilante é observado.

A extração de características se dá em janelas temporais do sinal de EEG e existem várias técnicas para este fim, como a transformada discreta de Fourier, transformada Wavelet, análise de componentes principais (do inglês *Principal Component Analysis*), entre outras (STORK *et al.*, 2001). A análise espectral de uma janela do EEG pode fornecer tanto informações de magnitude como de fase do espectro do sinal. A informação de magnitude pode ser usada diretamente como um atributo ou característica que permite discriminar a existência ou não de uma evocação. O mesmo não acontece para a informação de fase. Abordaremos a fase e os desafios em seu uso como atributo no Capítulo 3. No Capítulo 3 também são apresentadas e discutidas algumas técnicas de análise espectral consolidadas na literatura e que são empregadas com sucesso em muitos problemas de engenharia, mas que foram pouco ou nada exploradas no contexto de BCI-SSVEP.

2.3 Seleção de características

Em aprendizado de máquina, é comum que haja um grande número de características que descrevam as classes do conjunto de dados. Algumas delas podem influenciar negativamente o desempenho do sistema. Tendo isso em mente, a seleção de características tem como objetivo determinar o conjunto de características que, ao serem usadas no treinamento do classificador, maximizam um certo critério de desempenho. A seleção de características possui várias vantagens, entre elas o aumento do desempenho, redução do custo computacional e aumento da eficácia do classificador, além de possibilitar uma melhor compreensão do fenômeno (BISHOP *et al.*, 1995) (GUYON; ELISSEEFF, 2003).

Os principais procedimentos utilizados para realizar uma seleção de características são os filtros e *wrappers*.

2.3.1 Filtros

A aplicação de filtros em problemas de seleção consiste em ordenar as características em função da sua potencial relevância para o desempenho do classificador. Essa seleção é realizada sem retroalimentação da classificação, ou seja, o conjunto selecionado é totalmente definido *a priori*.

A ordenação dos atributos pode ser feita com base em diversos critérios, como informação mútua e coeficiente de correlação de Pearson. É importante salientar que filtros precisam de algum critério para definir o tamanho do subconjunto que será utilizado, o que pode ser um número fixo de parâmetros ou definir este número com base em um valor de corte de alguma pontuação que o filtro atribui.

Filtros são geralmente mais simples e computacionalmente menos custosos que *wrappers*, pois *wrappers* precisam que seja realizada a etapa de classificação em cada iteração do algoritmo de seleção.

2.3.2 Wrappers

Wrappers são utilizados para obter, por meio de retroalimentação do processo de classificação, um subconjunto de características para discriminação das classes. Esta retroalimentação é baseada em uma métrica de desempenho (geralmente a acurácia global). Os algoritmos do tipo *wrapper* podem ser categorizados como busca exaustiva ou buscas heurísticas.

A busca exaustiva consiste em verificar qual subconjunto, dentre todos os possíveis, apresenta o melhor desempenho para o problema. Entretanto, devido à natureza combinatória do algoritmo, o número de subconjuntos possíveis cresce exponencialmente

com o número de características, o que torna este procedimento muito custoso computacionalmente: a complexidade do algoritmo de busca exaustiva é $O(2^A O(\text{Classifier}(S)))$, em que A é o número de características e $O(\text{Classifier}(S))$ é a complexidade computacional do classificador utilizado. Apesar de sua complexidade exponencial, a busca exaustiva pode ser usada em casos que há poucos atributos (valores baixos de A).

Os algoritmos que utilizam buscas heurísticas partem de um subconjunto inicial (vazio, completo ou aleatório) e utilizam um critério para definir quais outros subconjuntos serão testados até que um critério de parada seja atingido. Diferentemente da busca exaustiva, estas heurísticas não garantem a otimalidade da solução.

Em especial, a busca heurística utilizada neste trabalho foi o *wrapper* incremental *Forward Selection*. O algoritmo consiste em realizar A iterações e a cada iteração verificar se o classificador obtém um resultado melhor que o resultado anterior caso um dos atributos que ainda não foi inserido seja incorporado ao conjunto de atributos. Neste caso, o algoritmo mantém o atributo cuja inserção proporcionou o melhor desempenho, como pode ser visto no pseudocódigo 2.1.

Pseudocódigo 2.1 *Wrapper* incremental.

Entrada: A e função do classificador $\text{Classifier}(S)$

Saída: Conjunto de atributos com maior desempenho

início

```

|  $S \leftarrow \emptyset$ 
| resultadoatual  $\leftarrow 0$ 
| para  $i = 1$  até  $A$  faça
|   |  $indice \leftarrow 0$ 
|   | para  $j = 1$  até  $A$  faça
|   |   | se  $j \in S$  então
|   |   |   | continua
|   |   | fim
|   |   |  $resultado \leftarrow \text{Classifier}(S \cup j)$ 
|   |   | se  $resultado > resultadoatual$  então
|   |   |   |  $resultadoatual \leftarrow resultado$ 
|   |   |   |  $indice \leftarrow j$ 
|   |   | fim
|   | fim
|   | se  $indice = 0$  então
|   |   | break
|   | fim
|   |  $S \leftarrow S \cup indice$ 
| fim
fim

```

A principal vantagem do *wrapper* incremental é que ele testa apenas os atributos que ainda não foram selecionados a cada iteração, o que reduz o custo computacional

da etapa de seleção.

O critério de parada também limita a solução, pois este força o término do algoritmo caso não haja um aumento na taxa de acerto do classificador. Como os incrementos só acontecem quando o classificador acerta ao menos um dado a mais que a última iteração, a complexidade do *Forward Selection* pode ser expressa por $O(A^2 \times O(\text{Classifier}(S)))$.

Na Figura 2.2 são comparados os percursos de ambos os algoritmos em um conjunto com 3 atributos. Neste caso, a economia do wrapper incremental foi de 2 subconjuntos. Em conjuntos com mais atributos, a economia seria exponencialmente maior.

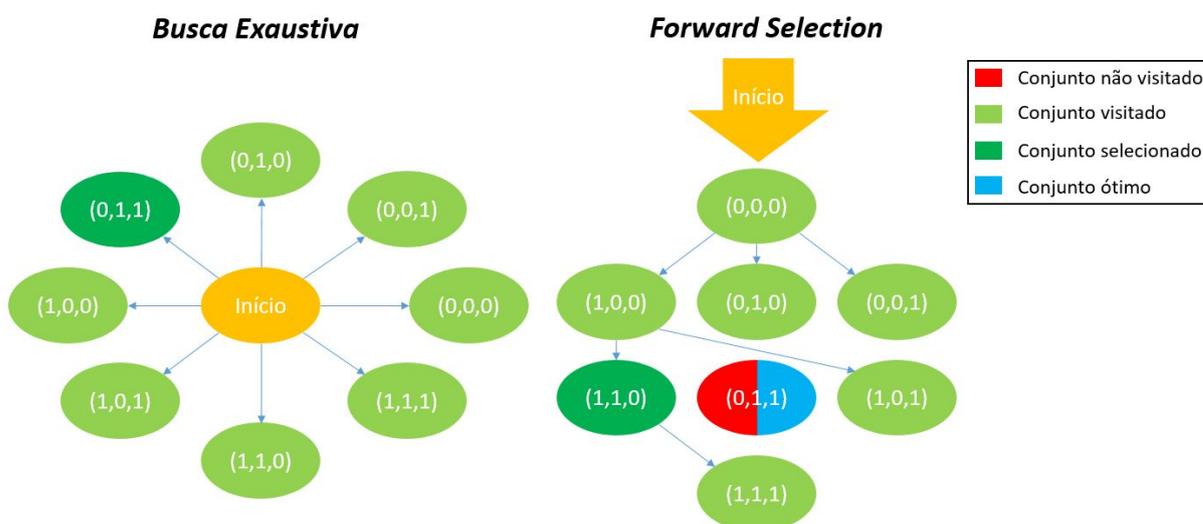


Figura 2.2 – Comparação entre a busca exaustiva e o wrapper incremental.

2.4 Classificadores

Após a filtragem e a extração dos atributos, é necessário que os dados sejam analisados para que possa ser tomada uma decisão. Para isso, a estratégia de rotular os dados de entrada em classes que generalizam características comuns entre os objetos consegue discretizar e limitar o conjunto de rótulos que serão usados na aplicação. As características obtidas pela seleção têm como objetivo propiciar que cada dado que seja pertencente a uma classe ou conjunto de classes seja rotulado como membro delas. Matematicamente, este problema equivale à divisão do espaço de atributos em regiões de decisão, cujos limites são chamados de fronteiras.

O projeto supervisionado de um classificador pode ser dividido em três etapas: treinamento, validação e teste. Os dados devem ser divididos em conjuntos com interseção nula entre a etapa de treinamento e a etapa de teste. Na etapa de treinamento, são determinadas as fronteiras de decisão com base no conjunto de dados de treinamento. A validação pode ser feita de duas formas: (i) por autovalidação, na qual são usados os dados

do conjunto de treinamento para verificar o desempenho do sistema; ou (ii) por validação cruzada, na qual é separado um conjunto que não possui interseção com o conjunto de treinamento e nem com o conjunto de teste para avaliar o desempenho do classificador.

A validação cruzada é realizada para obter uma estimativa do desempenho do sistema antes de utilizá-lo no conjunto de teste. No caso da autovalidação no entanto não é possível ter uma ideia da capacidade de generalização do classificador, pois são apenas usados os mesmos dados empregados no treinamento. Logo, não se sabe como o classificador irá atuar em outro conjunto de dados até o instante que ele seja utilizado no conjunto de teste.

Neste trabalho, os padrões de entrada do classificador são os atributos selecionados na etapa de extração de características e as classes são definidas pelas frequências dos estímulos. A métrica adotada para mensurar o desempenho do classificador é a acurácia global, que é determinada pela taxa de acerto obtida pela comparação entre o rótulo atribuído pelo classificador e a frequência de estímulo associada ao padrão de entrada. O classificador utilizado para este trabalho utiliza a função discriminante linear e é projetado através do critério de quadrados mínimos, que será explorado na próxima subseção.

2.4.1 Função discriminante linear

A função discriminante linear pode ser vista como uma combinação linear dos dados de entrada, como pode ser visto em

$$g(\mathbf{z}) = \mathbf{w}_c^T \mathbf{s}(\mathbf{z}) + w_0, \quad (2.2)$$

onde \mathbf{w} é o vetor de pesos que pondera os dados de entrada, $\mathbf{s}(\mathbf{z})$ é o vetor de características associadas aos dados \mathbf{z} , w_0 determina o offset do classificador e $g(\mathbf{z})$ é o valor obtido pelo discriminante.

Geometricamente, esta equação representa um hiperplano onde \mathbf{w} define a orientação do plano e w_0 o coeficiente linear. Por consequência, este hiperplano forma uma fronteira que divide o espaço dos dados em dois subespaços, C_1 e C_2 , cada um representando uma classe diferente. A pertinência de um dado a uma das classes é definida pela função discriminante, segundo a relação

$$\mathbf{z} \in \begin{cases} C_1, & \text{se } g(\mathbf{z}) \geq 0 \\ C_2, & \text{se } g(\mathbf{z}) < 0. \end{cases} \quad (2.3)$$

Na figura 2.3 é ilustrado o hiperplano associado a uma função discriminante linear separando um espaço de duas dimensões em duas regiões.

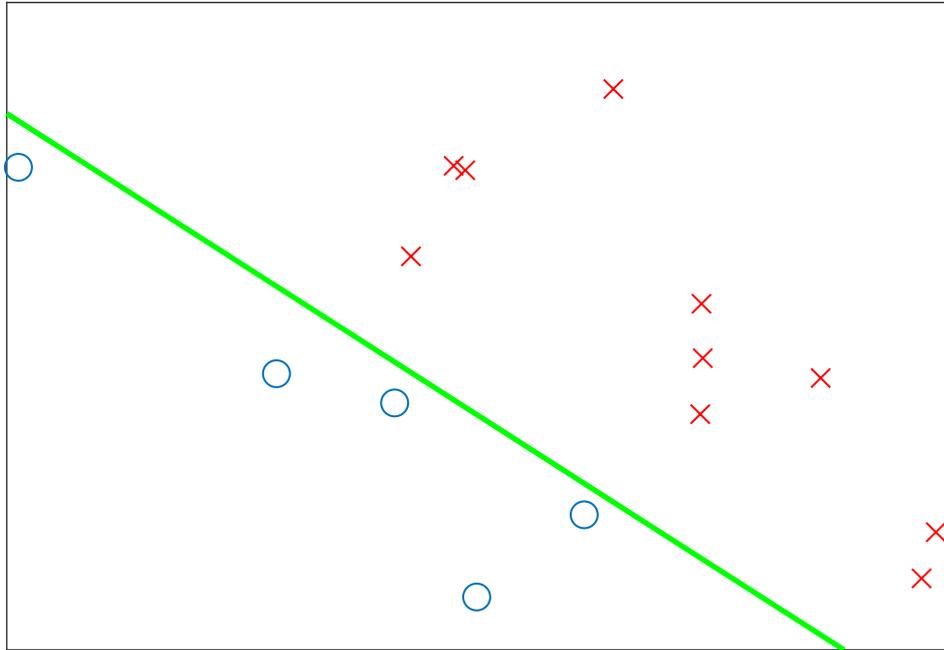


Figura 2.3 – Hiperplano separando as duas classes.

2.4.1.1 Quadrados mínimos

O método de quadrados mínimos (MSE, do inglês *Minimum Squared-Error*) (STORK *et al.*, 2001), que foi utilizado neste trabalho, é um dos diversos métodos que permitem obter o vetor de pesos do classificador. O vetor de pesos do classificador utilizando este critério é o vetor que define o hiperplano com uma orientação capaz de separar as classes de forma a minimizar o erro de classificação quadrático médio de todo o conjunto. Com estas exigências, pode ser definido o seguinte problema de otimização:

$$\mathbf{w}_c = \arg \min_{\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{K+1}} \|\Phi \mathbf{w} - \mathbf{r}\|^2, \quad (2.4)$$

sendo Φ é a matriz de atributos do conjunto de treinamento, K é o número de atributos de cada classe e \mathbf{r} é a matriz que contém os valores numéricos associados aos rótulos, estando cada linha de Φ relacionada a uma linha de \mathbf{r} . As linhas da matriz Φ incorporam aos padrões de entrada uma constante associada ao *offset* da função discriminante

$$\Phi = \begin{bmatrix} \mathbf{s}(\mathbf{z}_1), & 1 \\ \mathbf{s}(\mathbf{z}_2), & 1 \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{s}(\mathbf{z}_N), & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

em que N é o número de padrões do conjunto de treinamento.

A solução para o problema de otimização da equação 2.3 é conhecida e pode ser obtida pelo cálculo da pseudo-inversa esquerda de Moore-Penrose (PENROSE, 1955), que é dada por:

$$\Phi^+ = (\Phi^H \Phi)^{-1} \Phi^H. \quad (2.6)$$

2.4.2 Classificação multiclasse para classificadores lineares

Muitos problemas de classificação, no entanto, necessitam rotular mais que duas classes, o que não é possível com a abordagem inicial de utilizar apenas um hiperplano. Para isto, são adotadas estratégias (BISHOP, 2006) para combinar os resultados dentre vários classificadores binários para obter o rótulo final.

2.4.2.1 Um-contra-todos

Um-contra-todos (OvA, do inglês *One vs All*) é uma heurística para adaptar algoritmos de classificação binária para classificação multiclasse. Consiste em projetar classificadores binários, um para cada classe, onde o valor da função discriminante de cada classificador representa um indicador de pertinência à classe. A classe atribuída ao padrão de entrada é definida por:

$$\arg \max_{1 \leq c \leq C} g_c(\mathbf{z}), \quad (2.7)$$

onde C é o número de classes e $g_c(\mathbf{z})$ é a função discriminante do c -ésimo classificador.

Esta estratégia apresenta dois problemas. O primeiro é que as classes são desbalanceadas visto que para um classificador, todas as classes que não são a classe para a qual este classificador foi projetado são utilizadas como caso negativo enquanto apenas a classe esperada é utilizada como caso positivo. O segundo é causado pela função *argmax* da equação 2.7 pois a saída dos classificadores não necessariamente é escalada na mesma forma, isto é, o mesmo valor em dois classificadores pode representar níveis diferentes de pertinência, o que não tornaria a comparação justa.

2.4.2.2 Um contra um

Um contra um (OvO, do inglês *One vs One*) é outra heurística que pode ser utilizada para o problema de classificação multiclasse. Nesta estratégia, são projetados classificadores para cada par de classes dentre o conjunto de classes, ou seja $\binom{C}{2}$ classificadores. Cada classificador binário contribui com um voto e a classe que possuir o maior número de votos define o rótulo final a ser atribuído ao padrão de entrada. Matematica-

mente, isso pode ser expresso por:

$$\arg \max_{1 \leq i \leq C} \sum_{1 \leq j \leq C, i \neq j} h_{ij}(\mathbf{z}), \quad (2.8)$$

onde

$$h_{ij}(\mathbf{z}) = \begin{cases} 1, & \text{se } g_{ij}(\mathbf{z}) \geq 0 \\ 0, & \text{se } g_{ij}(\mathbf{z}) < 0 \end{cases}, \quad (2.9)$$

onde g_{ij} é o classificador que rotula como classe i caso $g_{ij} \geq 0$ e como classe j caso contrário. Estes classificadores possuem uma propriedade reflexiva onde

$$g_{ij} = g_{ji}. \quad (2.10)$$

Esta estratégia não sofre os problemas da estratégia um-contra-todos pois os valores dos discriminantes são discretizados antes da heurística apresentar a decisão final, ou seja, a escala dos valores dos discriminantes só importam para aquele voto. Além disso, as classes também podem ser balanceadas pois, para o projeto de cada classificador, só são utilizados os padrões de treinamento associados ao par de classes envolvidos na classificação.

Entretanto, esta heurística pode ter problemas com empates e também existe o problema que o classificador não é treinado para classes que não são nenhuma das duas classes em questão, o que pode provocar resultados equivocados.

3 Extração de Características Espectrais para SSVEP

Os sinais de SSVEP são respostas no cérebro de um indivíduo ao focar a atenção um estímulo visual que cintila em uma dada frequência fixa. A evocação implica em um aumento da densidade espectral de potência em frequências próximas à frequência do estímulo observado (DORNHEGE *et al.*, 2007), assim como um aumento mais moderado nas harmônicas do estímulo. Este aumento é um forte indício de que a amplitude da frequência do estímulo e suas harmônicas no espectro do sinal cerebral possuam informações capazes de discriminar a existência ou não de uma evocação.

Métodos como a DFT são capazes de estimar a amplitude de um sinal em uma dada frequência, o que os transformam em opções interessantes para extrair características do EEG associadas à magnitude do seu espectro. Além disso, estes métodos estimam a fase do espectro do sinal, grandeza que também contém informação que pode ser relevante para a detecção de uma evocação: o sinal evocado apresenta uma certa sincronia com o sinal provindo do estímulo visual (WANG *et al.*, 2016).

Nesta seção, iremos apresentar alguns métodos de estimação espectral que podem ser usados no processo de detecção de evocações. Apresentaremos também uma proposta que viabiliza o uso da informação de fase do espectro estimado em uma BCI-SSVEP.

3.1 Técnicas de estimação espectral de senóides complexas

Obter a distribuição energética de um sinal na frequência é uma tarefa importante em diversas áreas (STOICA *et al.*, 2005), pois permite destacar sinais periódicos em espaços de tempo finito, o que pode enfatizar certos fenômenos que ocorreram neste instante.

Isto pode ser feito de duas formas. A primeira delas consiste em utilizar filtros passa-banda com largura de banda estreita ao longo das frequências de interesse. A métrica utilizada para cada intervalo pode ser obtida pela razão entre a saída do filtro e a largura de banda do filtro. A segunda forma é chamada de estimação espectral, que consiste em definir um modelo para os dados que possibilite parametrizar o espectro, reduzindo o problema à estimação dos parâmetros que definem o modelo.

A soma de um conjunto de senóides complexas imersas em ruído é um modelo

que pode ser usado para representar um sinal de SSVEP-BCI, dado que as evocações se manifestam majoritariamente em frequências específicas do espectro do EEG, associadas às frequências dos estímulos. Segundo este modelo, o sinal pode ser escrito como

$$x(n) = \sum_{k=1}^K \alpha_k e^{j\omega_k n} + v(n), n \in [0, N[, \quad (3.1)$$

em que K é o número de senóides complexas, α_k é o fasor associado à k -ésima senóide complexa de frequência ω_k e $v(n)$ é um ruído de observação. O fasor α_k também pode ser representado por

$$\alpha_k = |\alpha_k| e^{j\beta_k}, \quad (3.2)$$

em que β_k é a fase do fasor na frequência ω_k .

Esta representação é conveniente pois parametriza o fasor em função de sua magnitude e fase. Como a evocação modifica a magnitude e a fase do sinal de EEG nas frequências dos estímulos e nas de suas harmônicas, estas grandezas, $|\alpha_k|$ e β_k , constituem atributos representativos que podem ser usados para identificar se há evocação e a qual estímulo ela se refere.

Há várias maneiras de se obter a representação do sinal na forma descrita pela equação (3.1), que serão apresentadas nas seções a seguir utilizando a mesma notação empregada em (STOICA *et al.*, 2000).

3.1.1 Transformada discreta de Fourier

A transformada discreta de Fourier (DFT, do inglês *Discrete Fourier Transform*) é uma transformada que representa dados, que estão no domínio temporal, no domínio da frequência (OPPENHEIM *et al.*, 2001). A DFT normalmente é utilizada de forma a construir representações com um número de amostras igual ao número de amostras temporais. Entretanto, ela também pode ser usada como uma transformação de conjuntos com diferentes dimensões. Em sua forma mais simples, a DFT pode ser expressa por

$$X(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\omega n}, \quad (3.3)$$

em que $X(\omega)$ é a representação do sinal no domínio da frequência, ω é a frequência de interesse e N é o número de amostras da sequência $x(n)$.

A complexidade de realizar uma transformação de N pontos no domínio da frequência para K pontos no domínio da frequência é $O(NK)$, o que pode ser otimizado sobre certas restrições com a família dos algoritmos conhecidos como Transformada Rápida de Fourier (OPPENHEIM *et al.*, 2001). O representante mais conhecido desta família de algoritmos (COOLEY; TUKEY, 1965), elaborado por J. W. Cooley e J. W. Tukey em

1965, consegue estimar a DFT com uma complexidade $O(N \log(N))$, se N é uma potência de dois.

3.1.2 Estimador de quadrados mínimos

O Estimador de Quadrados Mínimos (LSE, do inglês *Least Squares Estimator*) utiliza o método dos quadrados mínimos já apresentado na subseção 2.4.1.1. Neste problema, o objetivo é encontrar o vetor de fasores tal que a soma das exponenciais complexas ponderadas por estes fasores seja a mais próxima possível do sinal $x(n)$. A métrica utilizada neste método é a norma ao quadrado da diferença entre a soma das senoides complexas e o sinal $x(n)$. Dessa forma, temos o seguinte problema de otimização

$$\hat{\alpha} = \arg \min_{\alpha \in \mathbb{C}^K} \|\mathbf{A}\alpha - \mathbf{x}\|^2 \quad (3.4)$$

em que $\hat{\alpha}$ é o vetor contendo os K fasores estimados para cada frequência de interesse, \mathbf{x} é o vetor contendo as amostras de $x(n)$, $n = 0, \dots, N - 1$, e \mathbf{A} é a matriz que contém os sinais das senoides complexas avaliadas cada instante de tempo, conforme a equação

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ e^{j\omega_1} & \dots & e^{j\omega_k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{j(N-1)\omega_1} & \dots & e^{j(N-1)\omega_k} \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Para resolver este problema, existem duas abordagens. A primeira, chamada de LSEK (STOICA *et al.*, 2000), consiste em estimar todos os fasores ao mesmo tempo, cuja solução pode ser expressa por

$$\hat{\alpha} = (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{x}. \quad (3.6)$$

A segunda abordagem, chamada de LSE1 (STOICA *et al.*, 2000), consiste em estimar um fasor por vez, considerando todo o resto do sinal como ruído, a solução para este problema pode ser obtida por

$$\hat{\alpha}_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\omega_k n}. \quad (3.7)$$

Esta segunda abordagem também pode ser resolvida pela equação (3.6), com $K = 1$. Entretanto, a solução mostrada em (3.7) é computacionalmente mais eficiente e é equivalente à DFT de N pontos de $x(n)$, calculada na frequência ω_k (OPPENHEIM *et al.*, 2001).

3.1.3 Método Capon

A resposta sem distorção de mínima variância (MVDR, do inglês *Minimum Variance Distortionless Response*), também conhecida como método Capon, foi proposta por Jack Capon em 1969 e consiste em uma abordagem de estimação espectral não paramétrica, frequentemente utilizada para direcionamento de arranjos de antenas (CAPON, 1969). Devido ao método Capon destacar mais os picos no espectro, pois há um menor vazamento espectral (LI; STOICA, 1995), acredita-se que sua aplicação poderá apresentar uma boa contribuição para os trabalhos que utilizam o paradigma SSVEP. Há trabalhos anteriores que exploraram esta técnica no contexto de BCI, como (LEITE *et al.*, 2016), onde foi feita uma aplicação de MVDR em um sistema SSVEP com duas classes com sinais de 3 segundos e (VARGAS *et al.*, 2021) onde foi feita uma aplicação em um sistema SSVEP com quatro classes e sinais de 1 segundo.

Uma possível dedução desse método pode ser obtida pelo uso de quadrados mínimos ponderados ou generalizados (WLS, do inglês *Weighted Least Squares*) (KARIYA; KURATA, 2004) que é utilizado quando o processo é heterocedástico, ou seja, a variância do processo não é constante ao longo das observações. O critério de otimização para este método é semelhante ao dos quadrados mínimos e pode ser visto na expressão

$$\hat{\alpha} = \arg \min_{\alpha \in \mathbb{C}^K} \left\| \hat{\mathbf{Q}}^{-1}(\mathbf{A}\alpha - \mathbf{x}) \right\|^2, \quad (3.8)$$

onde $\hat{\mathbf{Q}}$ é uma estimativa da matriz de autocorrelação do ruído.

A solução para este problema é

$$\hat{\alpha} = (\mathbf{A}^H \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A} \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \mathbf{x}. \quad (3.9)$$

No caso do método Capon, $\hat{\mathbf{Q}}$ pode ser estimado utilizando uma relação entre a matriz de autocorrelação do sinal $x(n)$, $\hat{\mathbf{R}}$. Para isso, é necessário que existam estimativas iniciais dos fasores, que podem ser obtidos pelos estimadores do tipo LSE. A relação entre as matrizes de autocorrelação é dada pela expressão

$$\hat{\mathbf{Q}} = \hat{\mathbf{R}} - \mathbf{A} \hat{\mathbf{P}} \mathbf{A}^H, \quad (3.10)$$

onde $\hat{\mathbf{P}}$ é uma matriz diagonal que contém as estimativas iniciais das K frequências. Por consequência da equação 3.10, é possível fazer a seguinte afirmação:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{R}} \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \mathbf{A} &= (\mathbf{A} \hat{\mathbf{P}} \mathbf{A}^H + \hat{\mathbf{Q}}) \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \mathbf{A} \\ \hat{\mathbf{R}} \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \mathbf{A} &= \mathbf{A} \hat{\mathbf{P}} \mathbf{A}^H \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \mathbf{A} + \mathbf{A} \\ \hat{\mathbf{R}} \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \mathbf{A} &= \mathbf{A} (\hat{\mathbf{P}} \mathbf{A}^H \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \mathbf{A} + \mathbf{I}_K) \\ \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \mathbf{A} &= \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{A} (\hat{\mathbf{P}} \mathbf{A}^H \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \mathbf{A} + \mathbf{I}_K), \end{aligned} \quad (3.11)$$

onde \mathbf{I}_K é uma matriz identidade de dimensão $K \times K$. A matriz $\hat{\mathbf{P}}\mathbf{A}^H\hat{\mathbf{Q}}^{-1}\mathbf{A} + \mathbf{I}_K$ pode ser aproximada por uma matriz diagonal caso o valor de N seja muito grande. Aplicando esta aproximação em 3.9, temos

$$\hat{\alpha} = (\mathbf{A}^H\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{x}, \quad (3.12)$$

pois as matrizes diagonais se cancelam após a substituição. É importante observar que não é necessário, apesar de ser mencionado o uso da estimativa de $\hat{\mathbf{P}}$, não foi necessário a sua realização para obter a solução.

Como a premissa original estabelece que o processo é heterocedástico, é necessário que o sinal seja tratado em janelas para se obter uma estimativa adequada. Para isso, define-se

$$\mathbf{y}(l) = [x(l) \quad x(l+1) \quad \dots \quad x(l+M-1)]^T \quad (3.13)$$

$$l = 0, 1, \dots, L-1,$$

onde L é o número de janelas e M é o comprimento da janela. Além disso, $N = L + M - 1$.

A solução WLS com janelamento é dada por

$$\hat{\alpha} = \left[\sum_{l=0}^{L-1} (\mathbf{A}_l^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{A}_l) \right]^{-1} \left[\sum_{l=0}^{L-1} (\mathbf{A}_l^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{y}(l)) \right], \quad (3.14)$$

onde \mathbf{A}_l é equivalente a

$$\mathbf{A}_l = \mathbf{A} \begin{bmatrix} e^{j\omega_1 l} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & e^{j\omega_K l} \end{bmatrix}. \quad (3.15)$$

O método derivado acima é denominado CaponK. Assim como nos estimadores do tipo LSE, é possível resolver o problema estimando um fasor por vez, considerando as demais componentes como parte do ruído. Este método recebe o nome de Capon1 e sua solução é obtida da seguinte forma:

$$\hat{\alpha}_k = \frac{\mathbf{a}^H(\omega_k)\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{g}(\omega_k)}{\mathbf{a}^H(\omega_k)\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{a}(\omega_k)}, \quad (3.16)$$

onde

$$\mathbf{a}(\omega_k) = [1 \quad e^{j\omega_k} \quad \dots \quad e^{j(N-1)\omega_k}] \quad (3.17)$$

e

$$\mathbf{g}(\omega_k) = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{y}(l) e^{-j\omega_k l}. \quad (3.18)$$

3.1.4 Estimador de amplitude e fase

O Estimador de Amplitude e Fase (APES, do inglês *Amplitude and Phase Estimator*) também é um estimador de alta resolução espectral que é bastante similar

aos estimadores baseados no método Capon. O APES possui estimativas espectrais mais acuradas que o método Capon, porém possui lóbulos mais largos (GLENTIS, 2008). A principal diferença entre o APES e o Capon é que o método APES utiliza estimativas iniciais dos fasores, obtidas pelo método LSE, e não utiliza a aproximação da equação 3.11, utilizando a equação 3.10 diretamente.

A solução para o método ApesK, que estima os K fasores de uma vez, pode ser descrita por

$$\hat{\alpha} = \left[\sum_{l=0}^{L-1} (\mathbf{A}_l^H \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \mathbf{A}_l) \right]^{-1} \left[\sum_{l=0}^{L-1} (\mathbf{A}_l^H \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \mathbf{y}(l)) \right], \quad (3.19)$$

Já a solução Apes1, usada para estimar um fasor por vez, pode ser expressa por

$$\hat{\alpha}_k = \frac{\mathbf{a}^H(\omega_k)(\hat{\mathbf{R}} - \mathbf{g}(\omega_k)\mathbf{g}^H(\omega_k))^{-1}\mathbf{g}(\omega_k)}{\mathbf{a}^H(\omega_k)(\hat{\mathbf{R}} - \mathbf{g}(\omega_k)\mathbf{g}^H(\omega_k))^{-1}\mathbf{a}(\omega_k)}. \quad (3.20)$$

Esta solução é muito custosa visto que não é aproveitado nada das operações de inversão de matrizes envolvidas no cálculo de um fasor para os demais. Para contornar este problema, é utilizado o Lema de Inversão de Matrizes (WOODBURY, 1950), resultando na seguinte equação

$$\hat{\alpha}_k = \frac{\mathbf{a}^H(\omega_k)\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{g}(\omega_k)}{[1 - \mathbf{g}^H(\omega_k)\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{g}(\omega_k)]\mathbf{a}^H(\omega_k)\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{a}(\omega_k) + \|\mathbf{a}^H(\omega_k)\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{g}(\omega_k)\|^2}. \quad (3.21)$$

Desta forma, é possível reaproveitar o valor de $\hat{\mathbf{R}}^{-1}$ para o cálculo de todos os fasores, além de reduzir uma ordem de complexidade no cálculo dos produtos de matrizes.

3.1.5 Banco de filtros

O conceito de banco de filtros consiste em um conjunto de filtros que permite analisar o comportamento de um sinal em várias bandas de frequência simultaneamente (HAYKIN, 2008). Este conceito pode ser aplicado como uma técnica para estimação espectral.

Como a resposta SSVEP tende a aumentar a densidade espectral de potência nas bandas que contém a frequência do estímulo visual, o uso de banco de filtros se mostra uma alternativa natural para o problema.

Idealmente, o modelo de um filtro passa-banda é definido pela expressão

$$H(\omega) = \begin{cases} 1, & \text{se } \omega_1 < \omega < \omega_2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad (3.22)$$

onde as componentes do sinal cujas frequências estão dentro da faixa de interesse são mantidas e as outras frequências são rejeitadas. Na prática, não é possível implementar

um filtro ideal, mas é possível implementar filtros com bandas de transição onde é feita uma atenuação gradual do sinal.

Na aplicação de banco de filtros utilizada neste problema (STOICA *et al.*, 2000), nomeada MAFI1, o objetivo não é apenas filtrar as faixas de frequência desejadas. O projeto também inclui a filtragem para a rejeição do ruído colorido que contamina o sinal. Para isso, é projetado um filtro \mathbf{H} que, quando aplicado ao sinal, maximiza a relação sinal-ruído das K saídas do filtro, como pode ser visto na expressão

$$\mathbf{H} = \arg \max_{\mathbf{H}} \text{tr}[(\mathbf{H}^H \widehat{\mathbf{Q}} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H (\mathbf{A} \widehat{\mathbf{P}} \mathbf{A}^H \mathbf{H})], \quad (3.23)$$

onde $\text{tr}[\cdot]$ representa o traço da matriz e \mathbf{H} está sujeito a um conjunto de restrições lineares, definido na seguinte expressão

$$\mathbf{H}^H \mathbf{A} = \mathbf{I}_K. \quad (3.24)$$

A solução para este problema de otimização é dada por

$$\mathbf{H} = \widehat{\mathbf{Q}}^{-1} \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \widehat{\mathbf{Q}}^{-1} \mathbf{A})^{-1}. \quad (3.25)$$

O vetor $\hat{\alpha}$ pode ser obtido após a estimação por quadrados mínimos do sinal filtrado, como pode ser visto na expressão

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} (\mathbf{H}^H \mathbf{x}(l)) \circ \mathbf{z}(l) \quad (3.26)$$

onde \circ representa o produto de Schur e

$$\mathbf{z}(l) = [e^{-j\omega_1 l} \quad e^{-j\omega_2 l} \quad e^{-j\omega_3 l} \quad \dots \quad e^{-j\omega_K l}]^T. \quad (3.27)$$

3.1.6 Características computacionais dos métodos de estimação

Como um dos possíveis objetivos de uma BCI é ser utilizada como uma aplicação em tempo real, é importante analisar a complexidade computacional dos estimadores utilizados para verificar a viabilidade dos mesmos. Para as aplicações de SSVEP, o valor de K costuma ser muito pequeno e por isso acaba não sendo um fator determinante para a complexidade do problema. Certas otimizações como a Transformada Rápida de Fourier podem acabar aumentando a complexidade do problema visto que o número de frequências estimadas pode ser muito baixo. No quadro 3.1 são apresentadas algumas características computacionais dos estimadores e a ordem de suas complexidades computacionais quando implementados sem nenhuma otimização de tempo.

Tabela 3.1 – Características computacionais dos estimadores.

Estimador	Complexidade assintótica	Comprimentos recomendados das janelas
LSE1	$O(NK)$	-
LSEK	$O(NK^2)$	-
Capon1	$O(LM^2)$	$N/8 \leq M \leq N/4$
CaponK	$O(LKM^2)$	$N/8 \leq M \leq N/4$
APES1	$O(LM^2)$	$N/8 \leq M \leq N/4$
APESK	$O(LKM^2)$	$N/8 \leq M \leq N/4$
MAFI1	$O(LM^2)$	$N/8 \leq M \leq N/4$

Os dados relativos à complexidade assintótica dos algoritmos foram obtidos com base na análise dos algoritmos e os comprimentos recomendados das janelas foram observados por Stoica (STOICA *et al.*, 2000). É interessante observar que é possível otimizar estes algoritmos por meio de hardwares dedicados, pois todos eles têm pouca ou nenhuma dependência entre as operações vetoriais a serem executadas, ou seja, é possível paralelizar os algoritmos conforme as possibilidades oferecidas pelo hardware utilizado.

3.2 Uso dos fasores em uma BCI baseada em SSVEP

Conforme discutido anteriormente, a presença de uma evocação modifica as características espectrais do sinal de EEG, sobretudo nas frequências do estímulo e suas harmônicas. A evocação tende a aumentar a magnitude do espectro nestas frequências enquanto que a fase tende a se sincronizar com o estímulo (TSONEVA *et al.*, 2021).

É importante notar que a informação da magnitude pode ser empregada diretamente como um atributo de classificação na construção de uma BCI, mas a informação da fase não. De fato, a fase estimada em uma janela de tempo arbitrária do EEG, por si só, não discrimina a existência ou não de uma evocação. A relação da fase com a evocação se dá através da sincronização do sinal com o estímulo, ou seja, ela se manifesta através da diferença entre as fases do sinal de EEG e da estimulação. Quando não há evocação, a diferença de fase tem um caráter aleatório, que depende da atividade cerebral e muscular do indivíduo durante a janela de tempo considerada. Por outro lado, quando há uma evocação, a fase do sinal cerebral tende a se alinhar com a do estímulo de forma que a diferença de fase entre ambas permanece aproximadamente constante, independentemente do instante inicial da janela de tempo considerada na análise. A diferença não é nula, pois existe um atraso ligado ao tempo de reação visual, porém, este atraso é constante (WANG *et al.*, 2016).

Ou seja, caso o atraso entre o estímulo e a evocação seja conhecido e constante, é possível saber qual seria a fase esperada em qualquer instante de tempo para a evocação,

visto que os dois sinais possuem aproximadamente a mesma frequência. Na figura 3.1 é possível ver a relação entre o sinal de estímulo $A(t)$ e o sinal evocado $\alpha(t)$, onde $\theta(t)$ é a função horária do sinal de evocação, que pode ser escrito como

$$\theta(t) = \theta_0 + 2\pi ft, \quad (3.28)$$

onde θ_0 é a diferença de fase entre o sinal de estímulo e o sinal evocado no instante 0 e f é a frequência do sinal.

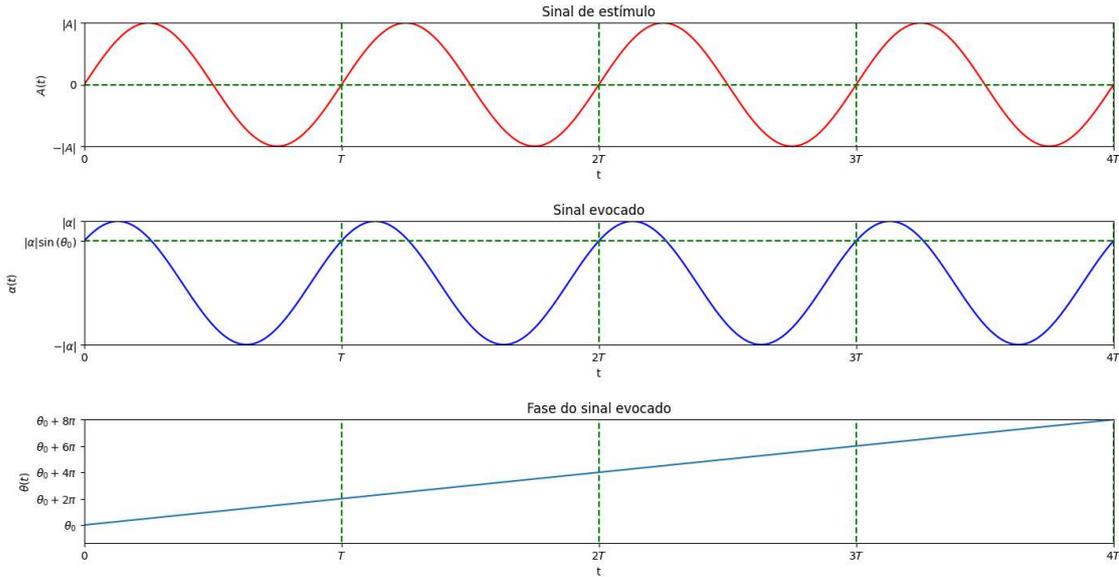


Figura 3.1 – Sinais com mesma frequência e diferença de fase constante.

Como mencionado anteriormente, esteja ocorrendo uma evocação, a diferença de fase entre o sinal de estimulação e a componente de mesma frequência do EEG tende a se manter constante e igual a θ_0 . Uma possível métrica capaz de capturar esta característica da evocação é o afastamento da fase estimada em relação à fase do sinal de estimulação, que pode ser obtido pelo mapeamento

$$\begin{aligned} \phi(\beta(t), \theta(t), t) &= \text{acos}(\cos(\beta(t) - \theta(t))) \\ &= \text{acos}(\cos(\beta(t) - \theta_0 - 2\pi ft)), \end{aligned} \quad (3.29)$$

onde $\beta(t)$ é a estimativa de fase da janela com início no instante t .

A função $\cos(\beta(t) - \theta(t))$ compensa o fato de $\beta(t) - \theta(t)$ não estar restrito ao intervalo $[0, 2\pi[$. Além disso, por ser uma função par, os argumentos x e $-x$ geram a mesma imagem, o que é desejável, visto que uma diferença positiva e uma negativa de mesmo módulo devem ter o mesmo valor no atributo. A combinação da função acos com $\cos(\beta(t) - \theta(t))$ obtém o menor arco congruente a $\beta(t) - \theta(t)$. Quanto mais próximo $\phi(t)$ estiver de zero, mais em sincronia aquela janela está em relação ao estímulo, o que dá indícios de que há uma evocação naquele instante.

3.2.1 Estimação da referência de fase

Existe um problema para usar a expressão 3.29, pois o valor de θ_0 deve ser conhecido. Sabe-se que boa parte da latência provém da latência visual. No entanto, a variação de latência entre indivíduos é muito grande quando comparada ao período das frequências geralmente utilizadas em SSVEP (WANG *et al.*, 2016). Ou seja, utilizar um mesmo valor de latência visual para definir a referência de fase para todos os indivíduos pode não ser adequado.

Dessa forma, é necessário estimar o valor de θ_0 para cada indivíduo, a partir de um conjunto de observações de treinamento. Esta estimativa pode ser obtida a partir do seguinte problema de otimização

$$\theta_0 = \arg \min_{\hat{\theta} \in]-\pi, \pi[} \sum_{k \in S} (\phi(\beta(t_k), \hat{\theta} + 2\pi f t_k, t_k))^2, \quad (3.30)$$

onde S é o conjunto de índices de todas as janelas do conjunto de treinamento onde há um estímulo ativo, t_k é o tempo inicial associado à k -ésima janela e $\beta(t_k)$ a fase estimada da janela no instante t_k .

Esta equação assume a hipótese que o atraso de fase entre o estímulo e a evocação se mantém aproximadamente constante em diferentes sessões, visto que a referência de fase é estimada no conjunto de treinamento para ser utilizada no conjunto de teste.

Por se tratar de um problema unidimensional, uma forma de obter a solução de (3.30) numericamente é realizar uma varredura em um conjunto finito de valores de $\hat{\theta}$ no intervalo $]-\pi, \pi[$, com resolução de 0.01, com o intuito de encontrar o valor mais próximo do mínimo global. Esta estratégia garante achar o mínimo global da função com uma resolução de $0.01^2|S|$, pois uma diferença de 0.01 no valor de θ implica, no máximo, em uma diferença de 0.01 no valor de $\phi(\alpha(t), \theta(t), t)$ visto que o modelo obtém o menor arco congruente.

4 Análise de técnicas de estimação espectral e seleção de características para BCI-SSVEP

Neste Capítulo serão apresentados os resultados obtidos ao utilizar os diferentes métodos de seleção descritos no Capítulo 2 e extração de características descritos na Seção 3.1.

4.1 Base de dados

Para este estudo, foi utilizada a base de dados de SSVEP coletada pelo grupo de pesquisa do DSPCOM/Unicamp (CARVALHO *et al.*, 2015b). Esta base possui os dados de 10 indivíduos, cada um deles possuindo 8 sessões de aquisição de sinais de EEG de 12 s de duração para cada uma das frequências de estimulação (0 Hz, 6 Hz, 12 Hz, 15 Hz, 20 Hz, 30 Hz e 75 Hz). As aquisições foram realizadas utilizando 16 eletrodos dispostos conforme o padrão 10-20 (HOMAN *et al.*, 1987), conforme mostrado na Figura 4.1.

O procedimento utilizado nas aquisições foi de apresentar aos indivíduos estímulos luminosos cintilantes, por meio de um monitor, e registrar os seus sinais elétricos enquanto os mesmos estão fixando a sua atenção nos estímulos. Os equipamentos utilizados para a realização das aquisições foram um amplificador de sinais biológicos *g.USBamp* e um sistema de eletrodos secos *g.SAHARAsys*, ambos desenvolvidos pela *g.tec*. Com eles, é possível realizar a aquisição dos 16 canais a uma taxa de amostragem de 256 Hz com uma resolução de 24 bits por amostra. A aplicação que gerencia a coleta de dados e a emissão dos estímulos foi desenvolvida em *MATLAB 2012b*, de autoria da MathWorks.

Esta base de dados não foi empregada em experimentos que envolvem o uso de atributos baseados na fase pois ela não possui a informação da fase dos sinais de estimulação que foram utilizados durante as seções de aquisição.

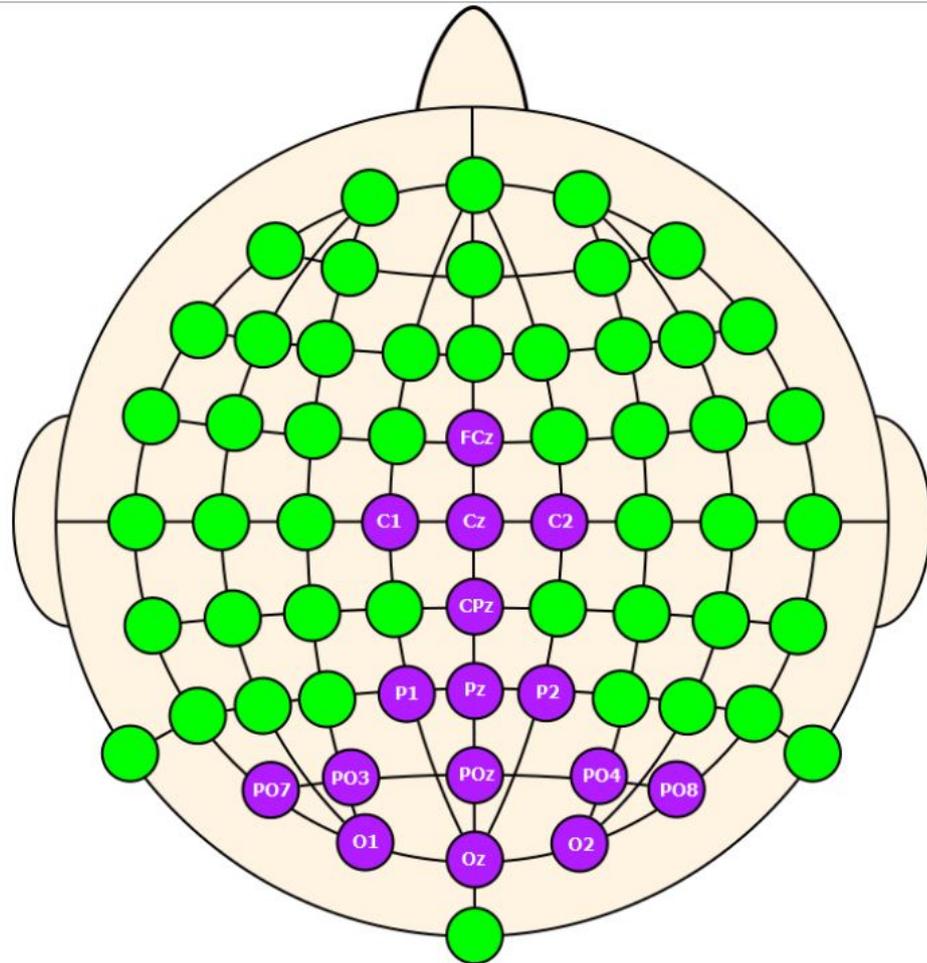


Figura 4.1 – Disposição dos eletrodos para aquisição dos sinais de EEG.

Fonte: (CARVALHO *et al.*, 2015a)

4.2 Experimentos

Para averiguar a eficácia do uso de diferentes métodos de extração e seleção, foram elaborados dois experimentos cujo objetivo é classificar os dados gravados para as frequências de excitação de 12 Hz e 15 Hz, classificando-os em dados da classe 1, referentes à frequência de 12 Hz, e da classe 2, referentes à frequência de 15 Hz.

Ambos os experimentos consistem em comparar os desempenhos entre os sete estimadores definidos no Capítulo 3 e também comparar os métodos de *Forward Selection* e de busca exaustiva apresentados no Capítulo 2 quando aplicados aos dados de cada um dos 10 indivíduos. Para isto, foi utilizado um classificador linear binário que deve discriminar as evocações nas frequências de 12 Hz e 15 Hz (classe 1 e classe 2, respectivamente).

Para o primeiro experimento, os dados da base foram segmentados em janelas de 1 s sem nenhuma sobreposição, totalizando 12 janelas por sessão. As janelas contidas nas primeiras 6 sessões de cada classe (75% do conjunto de dados) foram utilizadas para

treinamento e as janelas das últimas 2 sessões de cada classe (25% do conjunto de dados) foram utilizadas para validação. Cada janela contém as informações dos 16 eletrodos.

Para o segundo experimento, os dados da base foram segmentados em janelas de 3 s com sobreposição de 2 s, totalizando 10 janelas por sessão. Novamente, as janelas contidas nas primeiras 6 sessões de cada classe (75% do conjunto de dados) foram utilizadas para treinamento e as das últimas 2 sessões de cada classe (25% do conjunto de dados) foram utilizadas para validação. Cada janela contém as informações dos 16 eletrodos.

Os dados foram primeiramente filtrados pelo filtro CAR para realizar a remoção de artefatos e, logo em seguida, foram estimados, utilizando cada um dos sete estimadores, os fasores das frequências de 12 Hz e 15 Hz para as janelas de cada uma das classes. Nestes experimentos, foram utilizados como atributos apenas os módulos dos fasores estimados para as frequências de 12 Hz e 15 Hz.

Para cada um dos resultados da estimação foram utilizados os métodos de seleção *Forward Selection* e busca exaustiva no conjunto dos eletrodos, isto é, para cada eletrodo selecionado, todos os atributos associados a ele serão utilizados para a classificação. Ou seja, a seleção atua no domínio dos eletrodos e não dos atributos individualmente.

Na Figura 4.2 é possível ver um diagrama que representa o fluxo de processamento adotado nos experimentos.

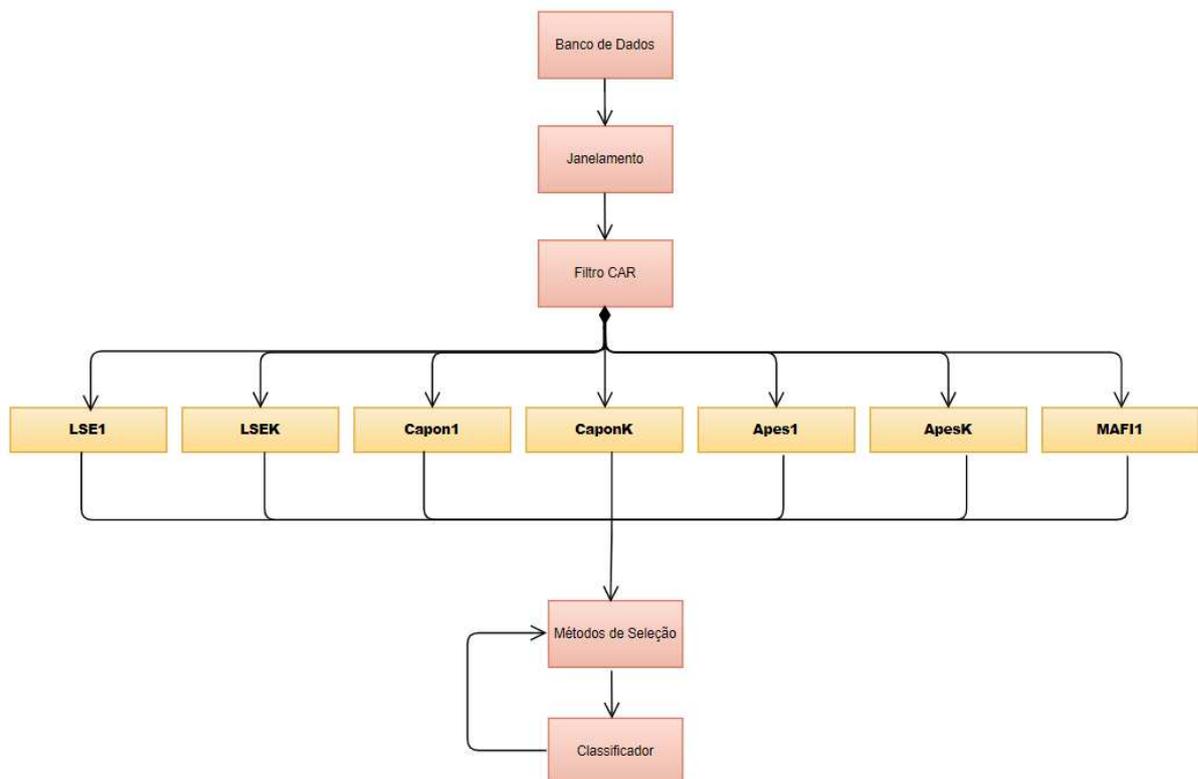


Figura 4.2 – Diagrama de blocos dos experimentos.

Os resultados obtidos para o experimento 1, em termos da taxa de acerto média, podem ser vistos na Figura 4.3.

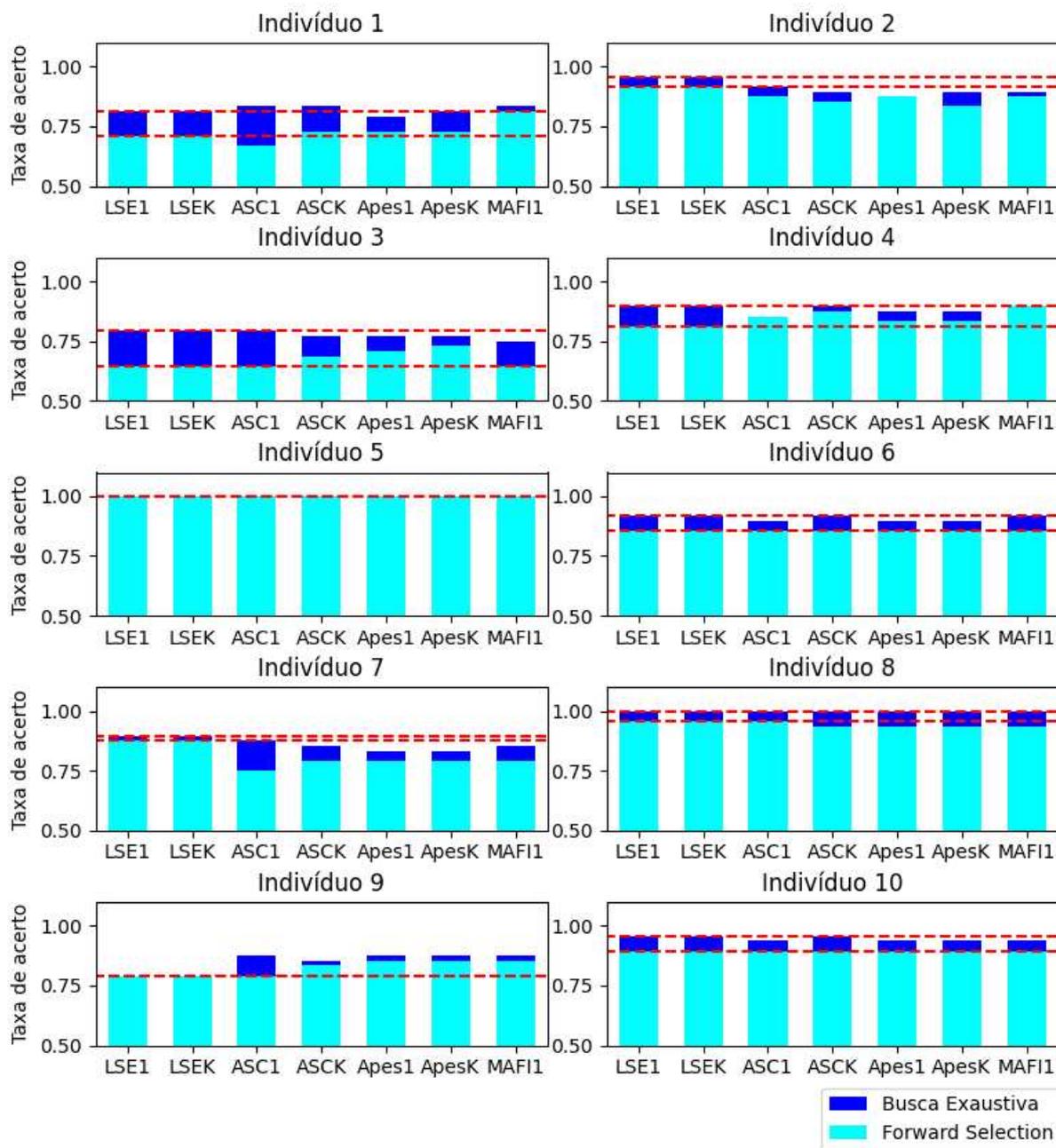


Figura 4.3 – Resultado para o experimento 1.

Os resultados, com ênfase nas técnicas que obtiveram a maior acurácia para o experimento 1, podem ser vistos na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Comparação entre os estimadores para janelas de 1 s.

Indivíduo	<i>Forward Selection</i>		Busca exaustiva			
	LSE1	Melhor Estimador	LSE1	Melhor Estimador	LSE1	Melhor Estimador
1	70.83%	MAFI1	81.25%	81.25%	Capon1, CaponK, MAFI1	83.33%
2	91.67%	LSE1	91.67%	95.83%	LSE1	95.83%
3	64.58%	ApesK	72.92%	79.17%	LSE1, Capon1	79.17%
4	81.25%	CaponK	89.58%	89.58%	LSE1, MAFI1	89.58%
5	100%	Todos	100%	100%	Todos	100%
6	85.42%	Todos	85.42%	91.67%	LSE1, CaponK, MAFI1	91.67%
7	87.5%	LSE1	87.5%	89.58%	LSE1	89.58%
8	95.83%	LSE1	95.83%	100%	Todos	100%
9	79.17%	Apes1, ApesK, MAFI1	85.42%	79.17%	Capon1, Apes1, MAFI1	87.5%
10	89.58%	Todos	89.58%	95.83%	LSE1	95.83%

Os resultados obtidos para o experimento 2 podem ser vistos de forma gráfica na Figura 4.4 e com ênfase nas técnicas que obtiveram o melhor desempenho na Tabela 4.2.

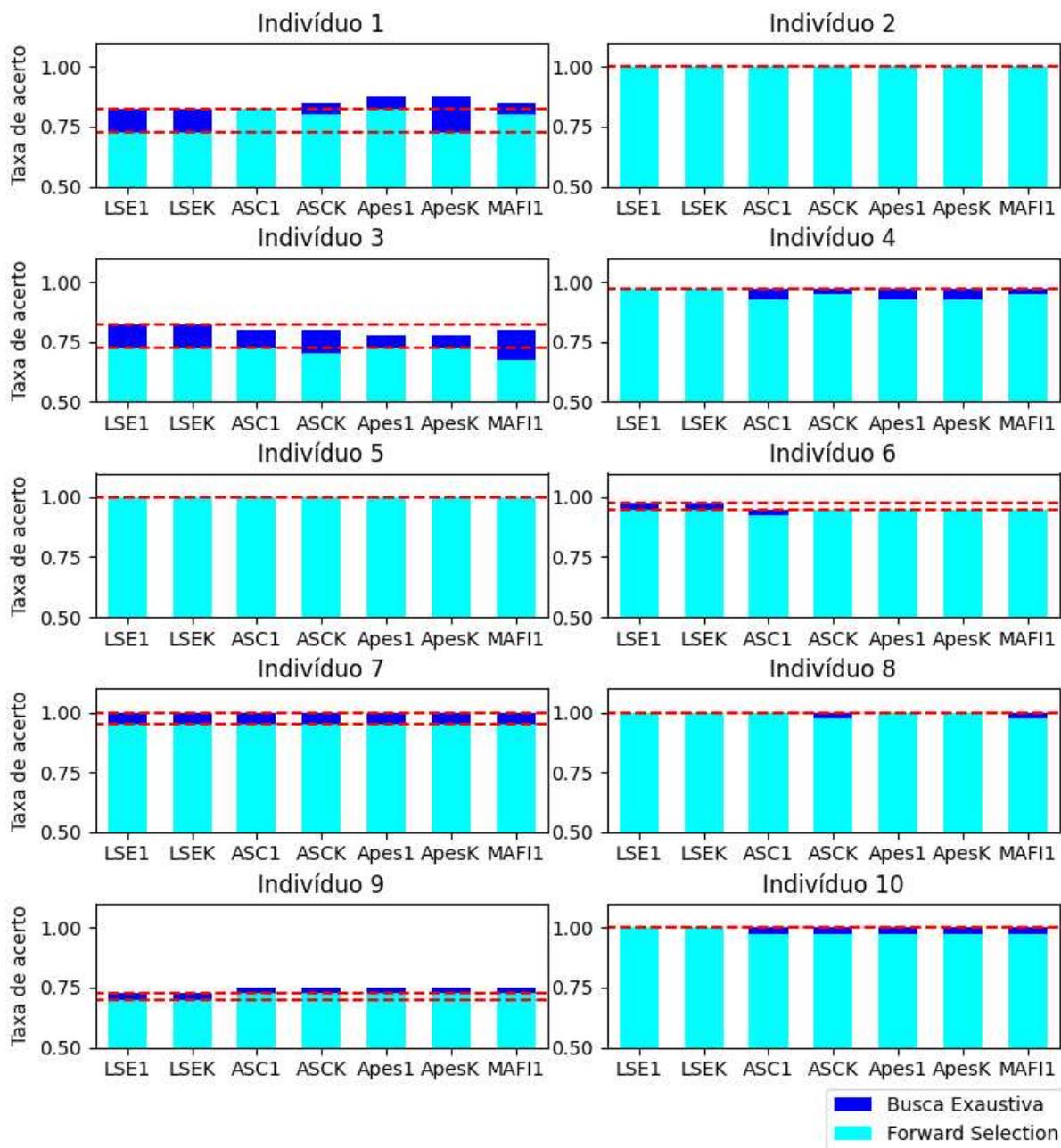


Figura 4.4 – Resultado para o experimento 2.

Tabela 4.2 – Comparação entre os estimadores para janelas de 3 s.

Indivíduo	Forward Selection			Busca exaustiva		
	LSE1	Melhor Estimador	LSE1	LSE1	Melhor Estimador	LSE1
1	72.5%	Capon1, Apes1	82.5%	82.5%	Apes1, ApesK	87.5%
2	100%	Todos	100%	100%	Todos	100%
3	72.5%	LSE1, Capon1, Apes1, ApesK	72.5%	82.5%	LSE1	82.5%
4	97.5%	LSE1	97.5%	97.5%	Todos	97.5%
5	100%	Todos	100%	100%	Todos	100%
6	95%	Todos	95%	100%	Todos	100%
7	95%	Todos	95%	97.5%	LSE1	97.5%
8	100%	LSE1, Capon1, Apes1, ApesK	100%	100%	Todos	100%
9	70%	Capon1, CaponK, Apes1, ApesK, MAFI1	72.5%	72.5%	Capon1, CaponK, Apes1, ApesK, MAFI1	75%
10	100%	LSE1	100%	100%	Todos	100%

Aumentando-se a janela de extração de atributos para 3 s, com sobreposição de 2 s entre janelas vizinhas, foram obtidos os resultados de taxa de acerto de classificação no conjunto de validação mostrados na Figura 4.4 e na Tabela 4.2. Nesse caso, são produzidas 60 janelas para cada indivíduo, sendo 45 para treinamento e 15 para a validação.

O aumento da janela se traduz em um aumento do número de amostras usadas na obtenção das estimativas dos atributos e, conseqüentemente, no aumento de acurácia. Entretanto, a presença de um erro de classificação em uma janela de 1s na sobreposição pode afetar três amostras e, por conseqüência, ter uma redução assim como houve para o indivíduo 9.

Os resultados referentes à seleção com busca exaustiva permitem uma comparação melhor da influência dos estimadores no desempenho, uma vez que o sistema opera garantidamente com o melhor conjunto de atributos nesse caso. Por outro lado, os resultados do *Forward Selection* possibilitam a observação do impacto da combinação da estimação com a heurística de seleção.

Considerando-se a seleção por busca exaustiva, observa-se que a melhor técnica de estimação pode variar de acordo com o indivíduo, ou seja, nenhuma técnica é superior às demais para todos os cenários. Além disso, para a maioria dos indivíduos, a diferença

de desempenho entre os estimadores é pequena.

Como efeito do aumento da janela, observamos um aumento geral no desempenho, acompanhado de uma diminuição do impacto do tipo de estimador na taxa de acerto. A redução média de desempenho devido ao uso do *Forward Selection* foi menor do que a observada com a janela de 1s e, os estimadores APES1 e ASC1 foram os menos afetados, conforme mostrado na tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Perda de desempenho média do *Forward Selection* em relação à solução ótima (busca exaustiva).

Estimador	Janela de 1 s (%)	Janela de 3 s (%)
LSE1	6.47	3.52
LSEK	6.47	3.52
ASC1	8.00	2.80
ASCK	5.96	3.43
Apes1	4.35	2.81
ApesK	5.01	3.96
MAFI1	4.59	3.74

Foi possível atestar a partir dos resultados experimentais que nenhuma das técnicas testadas se sobressai de maneira significativa em relação às demais. Entretanto, quando se considera o efeito combinado da estimação dos atributos com a heurística de seleção, algumas técnicas apresentaram menor perda de desempenho em relação ao obtido utilizando busca exaustiva, com destaque para a APES1.

Quando comparados ao resultado do LSE1 (DFT) com *Forward Selection*, também é interessante ver que os outros estimadores apresentaram incrementos significativos quando a janela é menor, indicando que eles podem ser usados para aumentar a confiabilidade do sistema perante um período de aquisição menor, possivelmente levando a uma taxa de transferência de informação maior também.

5 Proposta de Algoritmo para Classificação de Dados de BCI-SSVEP

Neste Capítulo, são apresentados os resultados referentes ao uso da informação de fase do espectro do EEG em uma BCI-SSVEP. É usada uma base de dados pública que inclui as informações dos estímulos necessárias para o cálculo dos atributos baseados na fase que foram propostos na Seção 3.2.

5.1 Base de dados

Para obter os resultados descritos neste capítulo, foi utilizada uma base de dados pública de BCI-SSVEP com 40 estímulos (WANG *et al.*, 2016) que contém os dados de 35 indivíduos, onde os 8 primeiros indivíduos já possuíam experiência com o sistema e os outros 27 eram novatos. A base de dados foi contruída a partir de aquisições utilizando 64 eletrodos dispostos de acordo com o sistema 10-20 (HOMAN *et al.*, 1987). Apenas nove destes eletrodos, que pertencem às regiões occipital e parietal (Pz, PO5, PO3, POz, PO4, PO6, O1, Oz and O2), foram utilizados para a extração de características em nossos experimentos. Estes eletrodos foram escolhidos para realizar comparações com os resultados obtidos em (WANG *et al.*, 2016), que utiliza apenas este subconjunto de eletrodos.

Para cada um dos 40 estímulos utilizados para gerar a base de dados, foram realizadas seis sessões de aquisição de 6s, adquiridas a uma taxa de 250 amostras por segundo. Apenas os 5 s do centrais foram utilizados para este estudo, visto que os 0.5 s inicial e final de cada seção representam intervalos transitórios da evocação. Os 40 estímulos usados podem ser modelados por

$$e(k, t) = \frac{1}{2} \{1 + \sin[2\pi(8 + 0.2k)t + 0.5\pi k]\} \quad (5.1)$$

$$k \in [0, 40[$$

onde k é o índice do estímulo, t é o tempo atual, $e(k, t)$ é a função que representa a magnitude do estímulo visual exibido em um monitor: o valor 0 corresponde à cor preta e o valor 1 está associado à cor branca. Os valores intermediários são tons de cinza que variam entre estes dois extremos, resultando em um estímulo cintilante com frequência igual a $8 + 0.2k$ Hz.

5.2 Experimento

O objetivo deste experimento é verificar o efeito do uso de atributos de fase no desempenho do classificador, usando a base de dados apresentada na Seção 5.1. A métrica de desempenho utilizada para a análise deste experimento é a acurácia global.

O experimento consiste em verificar o ganho de performance que se obtém ao utilizar atributos de fase na BCI. Foi utilizada uma mesma estratégia de classificação com conjuntos distintos de atributos: o primeiro contendo apenas atributos de amplitude e segundo com atributos de amplitude e fase. O objetivo do sistema é classificar os sinais em uma das 40 classes relacionadas às 40 frequências de estimulação presentes no *dataset*.

Foi empregada a estratégia um contra um, apresentada na subseção 2.4.2.2, na classificação, ou seja, foram utilizados $\binom{40}{2}$ classificadores lineares binários para realizar a decisão. O programa que realiza as classificações foi desenvolvido em linguagem C++ por meio da biblioteca *Armadillo* (SANDERSON; CURTIN, 2016).

Os dados do conjunto de eletrodos foram primeiramente filtrados usando um filtro CAR e logo em seguida foi realizada a extração das características pelos estimadores LSE1, Capon1, Apes1 e MAFI1. Não foi possível utilizar os estimadores LSEK, CaponK e ApesK pois o tamanho das janelas não era grande o suficiente.

O primeiro conjunto de atributos envolve as estimativas de magnitude da frequência fundamental, primeira e segunda harmônicas de cada uma das 40 frequências e para os 9 eletrodos, totalizando 1080 atributos comuns aos dois procedimentos de classificação que foram usados neste experimento.

O segundo conjunto, além dos atributos de magnitude, também utiliza os atributos de fase da frequência fundamental mapeados pela expressão 3.29, extraídos em cada uma das 40 frequências de estimulação, nos 9 eletrodos selecionados. Isso significa que o segundo conjunto possui 360 atributos adicionais relacionados à fase, totalizando 1440 atributos.

O conjunto de dados de 6 sessões foi dividido em 4 sessões para o conjunto de treinamento e 2 sessões para o conjunto de teste. Foram utilizadas todas as $\binom{6}{2}$ combinações de sessões de treinamento e teste para obter um resultado mais representativo. Os dados foram seccionados em janelas de tempo de 0.1s a 1s, com intervalo de 0.1s. Deste modo, a quantidade e o tamanho das janelas utilizadas para o treinamento podem ser expressos por

$$\begin{aligned} n_w(t) &= 4 \left\lfloor \frac{5}{t} \right\rfloor \\ s_w(t) &= 250t, \end{aligned} \tag{5.2}$$

onde t é a duração da janela. De forma análoga, o número de janelas utilizadas para o

teste é $0.5n_w(t)$, com o mesmo comprimento de janela. É importante observar que, no processo de extração de características para este experimento, não há uma redução do número de características, mas sim uma expansão para um conjunto de características que são mais representativas para o problema.

Quanto à seleção dos atributos, foi utilizado apenas o *Forward Wrapper* visto que, devido ao alto volume de dados, utilizar a busca exaustiva seria computacionalmente inviável.

Foi possível observar que, para todos os estimadores utilizados, houve um acréscimo relativo de aproximadamente 25% na taxa de acerto com a inclusão das características de fase, como pode ser visto na Figura 5.1.

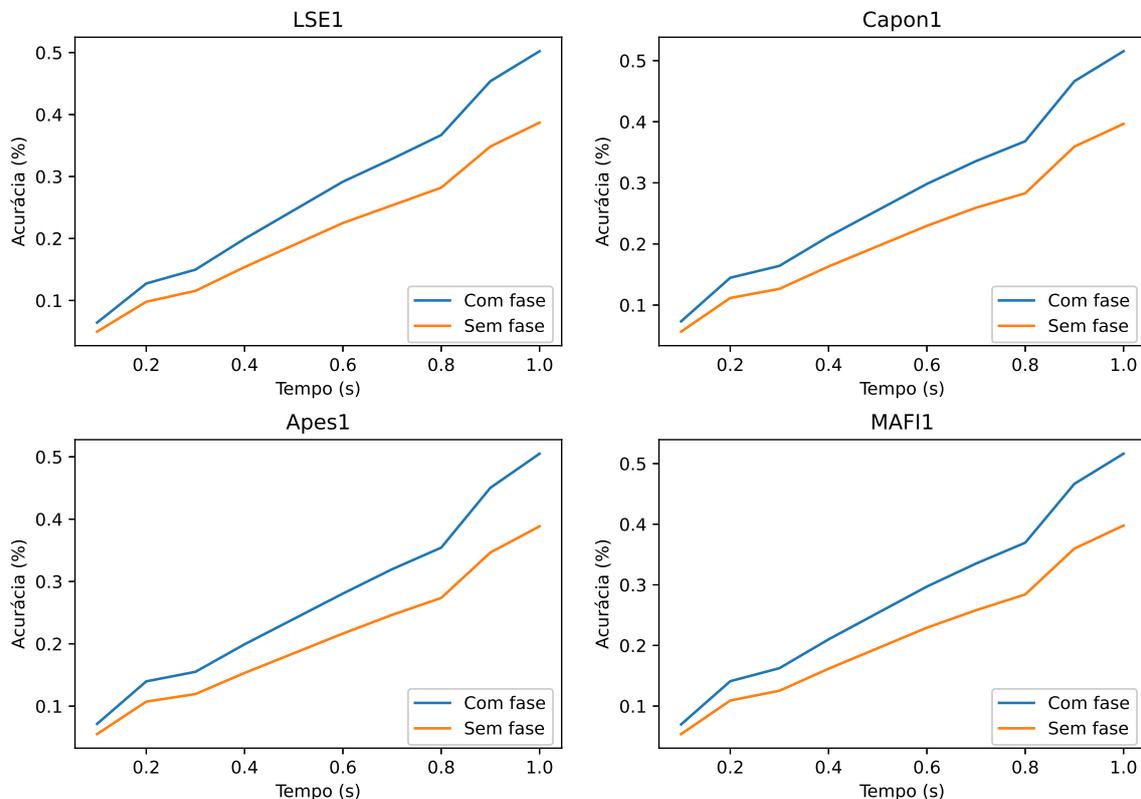


Figura 5.1 – Resultado dos estimadores.

Foi verificado que, a acurácia global média dos estimadores foi praticamente igual. No entanto, para certos indivíduos, há uma diferença relevante entre o uso de cada estimador, como pode ser visto na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Acurácia global dos indivíduos para os 4 estimadores utilizados.

Indivíduo	LSE1		Capon1		Apes1		MAFI1	
	0.5 s	1 s						
1	29.87%	56.35%	28.92%	56.68%	27.34%	55.27%	27.96%	57.04%
2	42.63%	74.18%	48.07%	76.87%	46.39%	78.75%	47.59%	76.99%
3	40.60%	70.65%	45.78%	73.21%	44.18%	74.99%	45.32%	73.32%
4	38.66%	71.67%	40.35%	71.75%	37.80%	71.45%	40.25%	72.05%
5	35.15%	66.08%	35.77%	65.53%	33.86%	64.63%	35.60%	65.48%
6	24.34%	50.27%	29.91%	57.42%	28.07%	55.96%	29.96%	57.61%
7	19.40%	44.50%	21.11%	43.64%	19.54%	42.13%	20.58%	43.97%
8	23.57%	49.55%	21.98%	47.30%	20.69%	46.06%	21.61%	47.27%
9	14.06%	30.25%	14.03%	30.25%	13.73%	29.42%	14.22%	30.09%
10	26.79%	56.05%	26.08%	53.21%	25.01%	52.52%	25.86%	52.61%
11	10.97%	27.58%	10.56%	27.03%	10.06%	25.85%	10.92%	26.87%
12	16.07%	36.38%	27.05%	57.83%	24.95%	55.61%	27.03%	57.86%
13	19.09%	50.08%	17.50%	46.94%	16.07%	43.86%	17.58%	47.33%
14	28.23%	63.25%	26.27%	62.37%	25.06%	61.74%	26.33%	62.15%
15	15.24%	41.20%	16.63%	41.86%	15.91%	38.55%	16.70%	41.55%
16	15.81%	33.06%	21.65%	44.80%	19.88%	42.85%	21.95%	44.33%
17	28.01%	59.24%	26.78%	57.92%	25.42%	55.91%	26.76%	58.52%
18	14.54%	32.20%	14.39%	31.60%	13.59%	30.39%	14.06%	31.62%
19	9.80%	25.11%	12.23%	29.23%	11.37%	27.89%	12.08%	29.29%
20	25.42%	53.98%	24.15%	52.11%	22.61%	52.19%	24.17%	52.22%
21	21.61%	49.69%	22.03%	46.92%	20.52%	44.88%	21.54%	47.03%
22	28.21%	58.60%	27.04%	56.60%	24.54%	54.84%	26.73%	56.62%
23	20.62%	41.99%	23.17%	46.61%	22.29%	44.41%	22.82%	46.81%
24	17.75%	43.17%	18.60%	44.22%	16.92%	42.87%	18.96%	44.60%
25	23.67%	53.79%	25.42%	56.32%	24.11%	56.54%	25.00%	55.80%
26	23.73%	50.63%	23.97%	51.81%	23.17%	50.49%	23.85%	51.56%
27	39.85%	67.16%	37.10%	66.16%	34.62%	66.14%	36.90%	66.66%
28	28.88%	57.06%	28.80%	57.67%	26.67%	54.81%	29.18%	58.16%
29	4.88%	8.91%	11.29%	27.47%	10.61%	28.49%	11.16%	27.50%
30	29.40%	58.22%	28.38%	56.87%	26.49%	54.89%	28.03%	56.90%
31	41.74%	76.18%	40.29%	74.39%	38.20%	74.77%	40.09%	74.55%
32	38.55%	70.87%	37.79%	68.04%	34.75%	68.23%	37.34%	68.26%
33	8.14%	13.83%	8.41%	14.66%	7.45%	13.89%	8.24%	15.57%
34	24.68%	57.86%	23.99%	54.15%	22.26%	53.38%	23.72%	54.20%
35	31.47%	61.52%	29.97%	58.11%	27.79%	56.79%	29.74%	58.41%
Média	24.55 ± 9.78%	50.22 ± 16.27%	25.52 ± 9.47%	51.54 ± 14.35%	23.99 ± 9.04%	50.50 ± 14.76%	25.36 ± 9.38%	51.63 ± 14.35%

Isto motivou a adoção de um novo procedimento de classificação que, para futuras referências, foi nomeado como Best1: selecionar o estimador que obteve a maior acurácia na fase de treinamento para ser utilizado na extração dos atributos. Esta estratégia propiciou um leve aumento na acurácia para janelas de tempo maiores e um aumento

considerável em relação às janelas menores, como pode ser visto na Figura 5.2. Este resultado indica que os desempenhos dos estimadores são mais divergentes em janelas de tamanho menor.

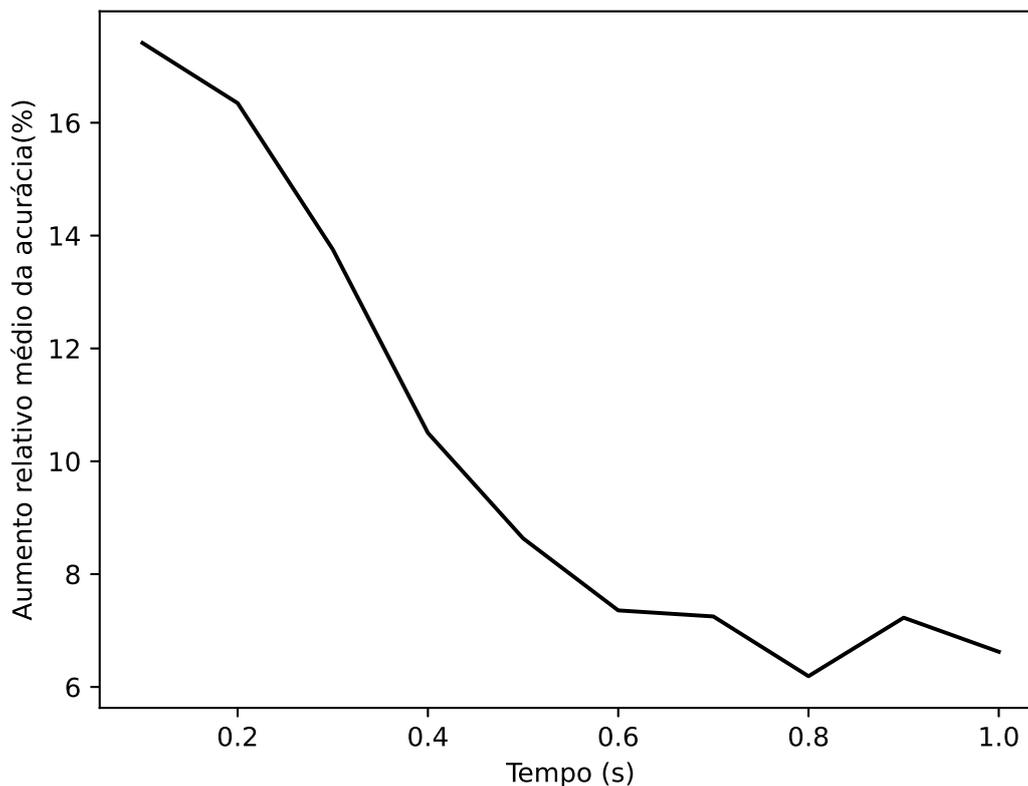


Figura 5.2 – Aumento relativo da acurácia dada a utilização do Best1.

Os resultados obtidos na aplicação do classificador Best1 foram então utilizados para realizar a comparação com os resultados do artigo (WANG *et al.*, 2016). Neste artigo, são apresentadas duas análises de algoritmos aplicados na mesma base utilizada neste trabalho.

A primeira, que foi utilizada para comparação com os resultados deste trabalho, utiliza dois algoritmos: o primeiro chamado de Análise de Correlação Canônica (CCA, do inglês *Canonical Correlation Analysis*), que é uma técnica amplamente utilizada em aplicações de BCIs SSVEP (BIN *et al.*, 2009); e o segundo se chama *Filter Bank Canonical Correlation Analysis* (FBCCA) que é uma modificação do CCA na qual são utilizados bancos de filtros para melhoria do desempenho (CHEN *et al.*, 2015).

Os resultados obtidos pelo classificador Best1 utilizando os atributos de fase conseguiram ser superiores aos resultados obtidos ao utilizar o CCA no artigo original e foram piores que os resultados do FBCCA a partir de uma janela de tempo de 0.6 s

como pode ser visto na Figura 5.3. Foi possível então verificar indícios que a aplicação da técnica descrita neste trabalho tem um decaimento menor da acurácia global quando o tamanho da janela é diminuído em relação às técnicas CCA e FBCCA.

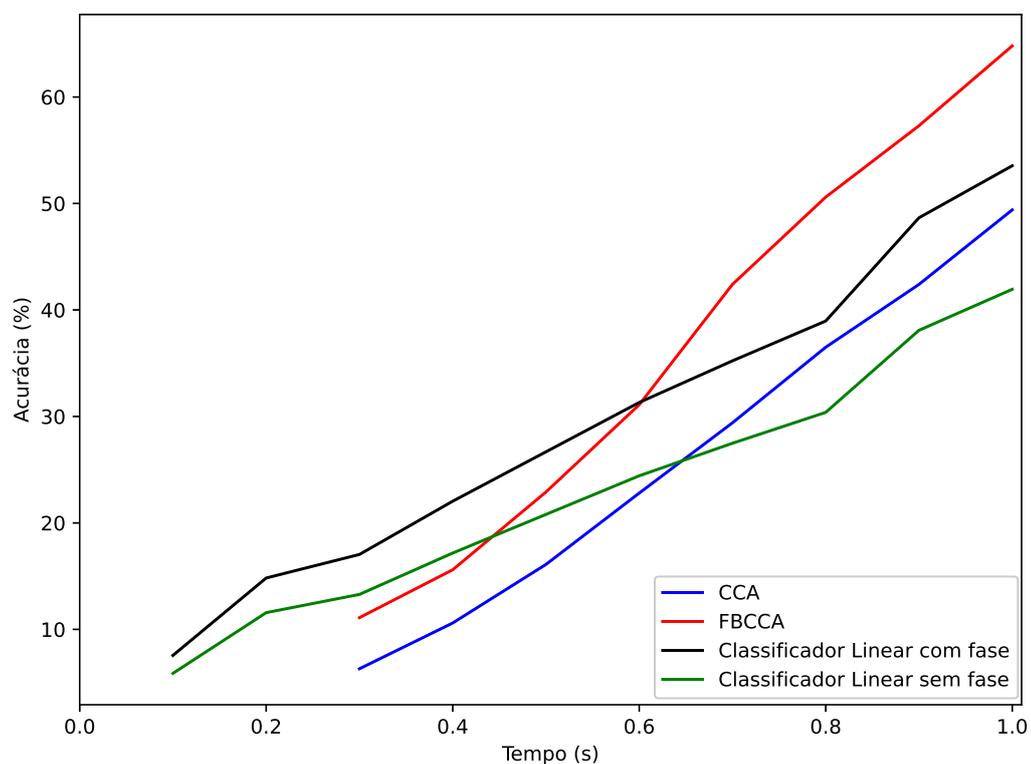


Figura 5.3 – Comparação dos resultados com os resultados do artigo original.

Conclusão

A partir do primeiro experimento descrito no Capítulo 4, foi possível verificar que a utilização dos estimadores apresentados nesse trabalho podem apresentar acréscimos relevantes na taxa de acerto do classificador em relação ao estimador LSE1. Também foi possível verificar que a seleção de atributos baseada na busca exaustiva teve um relevante acréscimo médio de 7 pontos percentuais entre todos os casos. Estes acréscimos foram mais evidentes quando as janelas eram menores, o que é algo positivo visto que existe a possibilidade de, utilizando estes métodos, aumentar a confiabilidade de um sistema BCI quando operado a uma taxa de aquisição maior, possivelmente obtendo uma taxa de transferência de informação maior também.

O experimento descrito no Capítulo 4 foi essencial para que fosse possível aumentar a complexidade do problema, utilizando classificadores multi-classe e valores de fase como atributo, o que foi o foco dos experimentos descritos no Capítulo 5.

No Capítulo 5, onde a base de dados descreve o sinal de referência com fase bem definida, foi possível estimar uma referência de fase para os sinais evocados. Esta referência teve uma variação baixa em relação às sessões, o que possibilitou que a fase pudesse ser utilizada como um atributo.

No primeiro experimento, foram empregados os estimadores LSE1, ASC1, Apes1 e MAFI1. Os estimadores Capon1 e MAFI1 se sobressaíram em relação ao estimador LSE1 tanto em acurácia média quanto em estabilidade entre os indivíduos conforme pôde ser visto na Tabela 5.1, o que foi um resultado diferente do Capítulo 4 onde os estimadores ASC1 e Apes1 se sobressaíram. Como o melhor estimador varia de indivíduo para indivíduo, foi empregada uma técnica (Best1) que utiliza o estimador cujo resultado tenha sido o melhor na etapa de treinamento. Esta estratégia se mostrou bastante proveitosa, visto que a mesma apresentava aumentos consideráveis em relação ao uso de um estimador único, principalmente quando o tamanho da janela era muito pequeno: o aumento relativo de desempenho nestes casos foi superior a 16%.

Além disso, também foi possível verificar que o uso de atributos relacionados à fase do espectro implicou em um aumento relativo médio de cerca de 25%, sendo este valor bastante consistente quando o tamanho da janela de tempo variava, conforme pôde ser visto na Figura 5.1. Este aumento consistente mostra que o atributo proposto na expressão 3.29 captura com eficiência a sincronização entre a evocação e a estimulação, auxiliando na discriminação da existência ou não da evocação.

Perspectivas Futuras

Para trabalhos futuros, seria interessante focar nas seguintes direções:

- Existe um desafio bastante recorrente em trabalhos relacionados a BCI baseadas em SSVEP que é o de detectar se o usuário está em repouso, ou seja, não está focando sua atenção em nenhum dos estímulos. Seria interessante investigar se a informação de fase pode contribuir para a detecção de repouso. Provavelmente sim, uma vez que não deve ocorrer sincronização do sinal cerebral com nenhum dos estímulos nesta situação.
- O artigo (WANG *et al.*, 2016) apresenta resultados bastante interessantes que são obtidos ao adaptar o CCA com a informação *a priori* de que os estímulos são gerados conforme o método de Modulação em Fase e Frequência (JFPM, do inglês *Joint Frequency and Phase Modulation*). Seria interessante um estudo no sentido de viabilizar o uso desta abordagem no contexto de classificação.
- O uso de outras estruturas de classificação, como as não lineares, em conjunto com os estimadores discutidos neste trabalho também é um tema interessante a ser investigado e que pode trazer ganhos de desempenho em BCIs baseadas em SSVEP.

Referências

- ALOTAIBY, T.; EL-SAMIE, F. E. A.; ALSHEBEILI, S. A.; AHMAD, I. A review of channel selection algorithms for eeg signal processing. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, Springer, v. 2015, n. 1, p. 1–21, 2015. Citado na página 16.
- BAKARDJIAN, H.; TANAKA, T.; CICHOCKI, A. Optimization of ssvep brain responses with application to eight-command brain–computer interface. *Neuroscience letters*, Elsevier, v. 469, n. 1, p. 34–38, 2010. Citado na página 20.
- BANDARA, D.; KIGUCHI, K. Brain signal acquisition methods in bcis to estimate human motion intention—a survey. In: IEEE. *2018 International Symposium on Micro-NanoMechatronics and Human Science (MHS)*. [S.l.], 2018. p. 1–7. Citado na página 13.
- BERTRAND, O.; PERRIN, F.; PERNIER, J. A theoretical justification of the average reference in topographic evoked potential studies. *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology/Evoked Potentials Section*, Elsevier, v. 62, n. 6, p. 462–464, 1985. Citado na página 19.
- BIN, G.; GAO, X.; YAN, Z.; HONG, B.; GAO, S. An online multi-channel ssvep-based brain–computer interface using a canonical correlation analysis method. *Journal of neural engineering*, IOP Publishing, v. 6, n. 4, p. 046002, 2009. Citado na página 50.
- BISHOP, C. M. *Pattern recognition and machine learning*. [S.l.]: springer, 2006. Citado na página 26.
- BISHOP, C. M. *et al. Neural networks for pattern recognition*. [S.l.]: Oxford university press, 1995. Citado na página 21.
- CAPON, J. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis. *Proceedings of the IEEE*, IEEE, v. 57, n. 8, p. 1408–1418, 1969. Citado na página 31.
- CARVALHO, S. N.; COSTA, T. B.; URIBE, L. F.; SORIANO, D. C.; YARED, G. F.; CORADINE, L. C.; ATTUX, R. Comparative analysis of strategies for feature extraction and classification in ssvep bcis. *Biomedical Signal Processing and Control*, Elsevier, v. 21, p. 34–42, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 39.
- CARVALHO, S. N.; COSTA, T. B.; URIBE, L. F.; SORIANO, D. C.; ALMEIDA, S. R.; MIN, L. L.; CASTELLANO, G.; ATTUX, R. Effect of the combination of different numbers of flickering frequencies in an ssvep-bci for healthy volunteers and stroke patients. In: IEEE. *2015 7th International IEEE/EMBS Conference on Neural Engineering (NER)*. [S.l.], 2015. p. 78–81. Citado na página 38.
- CHEN, X.; WANG, Y.; GAO, S.; JUNG, T.-P.; GAO, X. Filter bank canonical correlation analysis for implementing a high-speed ssvep-based brain–computer interface. *Journal of neural engineering*, IOP Publishing, v. 12, n. 4, p. 046008, 2015. Citado na página 50.
- COLES, M. G.; RUGG, M. D. *Event-related brain potentials: An introduction*. [S.l.]: Oxford University Press, 1995. Citado na página 14.

- COOLEY, J. W.; TUKEY, J. W. An algorithm for the machine calculation of complex fourier series. *Mathematics of computation*, JSTOR, v. 19, n. 90, p. 297–301, 1965. Citado na página 29.
- COON, W. G. *Separating the signal from the noise in electrocorticographic (ECoG) signals: Novel analytic methods and their application to experimental and theoretical neuroscience*. [S.l.]: State University of New York at Albany, 2015. Citado na página 20.
- DIEN, J. Issues in the application of the average reference: Review, critiques, and recommendations. *Behavior Research Methods, Instruments, & Computers*, Springer, v. 30, n. 1, p. 34–43, 1998. Citado na página 19.
- DORNHEGE, G.; MILLÁN, J. d. R.; HINTERBERGER, T.; MCFARLAND, D. J.; MULLER, K.-r. *et al. Toward brain-computer interfacing*. [S.l.]: Citeseer, 2007. v. 63. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 28.
- FARWELL, L. A.; DONCHIN, E. Talking off the top of your head: toward a mental prosthesis utilizing event-related brain potentials. *Electroencephalography and clinical Neurophysiology*, Elsevier, v. 70, n. 6, p. 510–523, 1988. Citado na página 16.
- FATEHI, T. A.-H.; SULEIMAN, A.-B. R. *et al.* Features extraction techniques of eeg signals for bci application. In: *International Arab Conference for Information Technology*. [S.l.: s.n.], 2011. Citado na página 15.
- GLENTIS, G.-O. A fast algorithm for apes and capon spectral estimation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, IEEE, v. 56, n. 9, p. 4207–4220, 2008. Citado na página 33.
- GUYON, I.; ELISSEEFF, A. An introduction to variable and feature selection. *Journal of machine learning research*, v. 3, n. Mar, p. 1157–1182, 2003. Citado na página 21.
- HAYKIN, S. S. *Adaptive filter theory*. [S.l.]: Pearson Education India, 2008. Citado na página 33.
- HOCKING, R. R. A biometrics invited paper. the analysis and selection of variables in linear regression. *Biometrics*, JSTOR, p. 1–49, 1976. Citado na página 16.
- HOMAN, R. W.; HERMAN, J.; PURDY, P. Cerebral location of international 10–20 system electrode placement. *Electroencephalography and clinical neurophysiology*, Elsevier, v. 66, n. 4, p. 376–382, 1987. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 46.
- IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. *Censo Brasileiro de 2010*. [S.l.], 2012. Citado na página 12.
- JEANNEROD, M. The representing brain: Neural correlates of motor intention and imagery. *Behavioral and Brain sciences*, Cambridge University Press, v. 17, n. 2, p. 187–202, 1994. Citado na página 14.
- JIANG, X.; BIAN, G.-B.; TIAN, Z. Removal of artifacts from eeg signals: a review. *Sensors*, MDPI, v. 19, n. 5, p. 987, 2019. Citado na página 19.
- KAMRUNNAHAR, M.; DIAS, N.; SCHIFF, S. Optimization of electrode channels in brain computer interfaces. In: IEEE. *2009 Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*. [S.l.], 2009. p. 6477–6480. Citado na página 16.

- KARIYA, T.; KURATA, H. *Generalized least squares*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2004. Citado na página 31.
- KEENE, D.; WHITING, S.; VENTUREYRA, E. Electrocorticography. *Epileptic Disorders*, v. 2, n. 1, p. 57–64, 2000. Citado na página 13.
- LEITE, S. N. d. C. *et al.* Contribuições ao desenvolvimento de interfaces cérebro-computador baseadas em potenciais evocados visualmente em regime estacionário. [sn], 2016. Citado na página 31.
- LI, J.; STOICA, P. Adaptive filtering approach to spectral estimation and sar imaging. In: INTERNATIONAL SOCIETY FOR OPTICS AND PHOTONICS. *Algorithms for Synthetic Aperture Radar Imagery II*. [S.l.], 1995. v. 2487, p. 153–164. Citado na página 31.
- MAYNARD, E. M.; NORDHAUSEN, C. T.; NORMANN, R. A. The utah intracortical electrode array: a recording structure for potential brain-computer interfaces. *Electroencephalography and clinical neurophysiology*, Elsevier, v. 102, n. 3, p. 228–239, 1997. Citado na página 13.
- MCFARLAND, D. J.; MCCANE, L. M.; DAVID, S. V.; WOLPAW, J. R. Spatial filter selection for eeg-based communication. *Electroencephalography and clinical Neurophysiology*, Elsevier, v. 103, n. 3, p. 386–394, 1997. Citado na página 20.
- NASEER, N.; HONG, K.-S. fnirs-based brain-computer interfaces: a review. *Frontiers in human neuroscience*, Frontiers, v. 9, p. 3, 2015. Citado na página 13.
- NIEDERMEYER, E.; SILVA, F. L. D. Eeg recording and operation of the apparatus. *Electroencephalography: basic principles, clinical applications, and related fields*, Lippincott Williams and Wilkins Baltimore, Md, USA, 2004. Citado na página 13.
- OPPENHEIM, A. V. *Discrete-time signal processing*. [S.l.]: Pearson Education India, 1999. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 17.
- OPPENHEIM, A. V.; BUCK, J. R.; SCHAFER, R. W. *Discrete-time signal processing. Vol. 2*. [S.l.]: Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 30.
- PENROSE, R. A generalized inverse for matrices. In: CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS. *Mathematical proceedings of the Cambridge philosophical society*. [S.l.], 1955. v. 51, n. 3, p. 406–413. Citado na página 26.
- RANTA, R.; SALIDO-RUIZ, R.; LOUIS-DORR, V. Reference estimation in eeg recordings. In: IEEE. *2010 Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology*. [S.l.], 2010. p. 5371–5374. Citado na página 19.
- REGAN, D. Some characteristics of average steady-state and transient responses evoked by modulated light. *Electroencephalography and clinical neurophysiology*, Elsevier, v. 20, n. 3, p. 238–248, 1966. Citado na página 15.
- SANDERSON, C.; CURTIN, R. Armadillo: a template-based c++ library for linear algebra. *Journal of Open Source Software*, v. 1, n. 2, p. 26, 2016. Citado na página 47.

- STOICA, P.; LI, H.; LI, J. Amplitude estimation of sinusoidal signals: survey, new results, and an application. *IEEE Transactions on Signal Processing*, IEEE, v. 48, n. 2, p. 338–352, 2000. Citado 5 vezes nas páginas 17, 29, 30, 34 e 35.
- STOICA, P.; MOSES, R. L. *et al.* Spectral analysis of signals. Pearson Prentice Hall Upper Saddle River, NJ, 2005. Citado na página 28.
- STORK, D. G.; DUDA, R. O.; HART, P. E.; STORK, D. Pattern classification. *A Wiley-Interscience Publication*, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 25.
- SUTTER, E. E. The brain response interface: communication through visually-induced electrical brain responses. *Journal of Microcomputer Applications*, Elsevier, v. 15, n. 1, p. 31–45, 1992. Citado na página 16.
- TSONEVA, T.; GARCIA-MOLINA, G.; DESAIN, P. Ssvep phase synchronies and propagation during repetitive visual stimulation at high frequencies. *Scientific reports*, Nature Publishing Group, v. 11, n. 1, p. 1–13, 2021. Citado na página 35.
- VARGAS, G. V. *et al.* Filtragem espaço-temporal baseada no princípio mvdr aplicada a interfaces cérebro-computador sob o paradigma ssvep. [sn], 2021. Citado na página 31.
- VIDAL, J. J. Toward direct brain-computer communication. *Annual review of Biophysics and Bioengineering*, Annual Reviews 4139 El Camino Way, PO Box 10139, Palo Alto, CA 94303-0139, USA, v. 2, n. 1, p. 157–180, 1973. Citado na página 16.
- VIDAL, J. J. Real-time detection of brain events in eeg. *Proceedings of the IEEE*, IEEE, v. 65, n. 5, p. 633–641, 1977. Citado na página 16.
- WANG, Y.; CHEN, X.; GAO, X.; GAO, S. A benchmark dataset for ssvep-based brain-computer interfaces. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, IEEE, v. 25, n. 10, p. 1746–1752, 2016. Citado 6 vezes nas páginas 28, 35, 37, 46, 50 e 53.
- WELCH, P. The use of fast fourier transform for the estimation of power spectra: a method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE Transactions on audio and electroacoustics*, IEEE, v. 15, n. 2, p. 70–73, 1967. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 17.
- WITTEVRONGEL, B.; HULLE, M. M. V. Frequency-and phase encoded ssvep using spatiotemporal beamforming. *PloS one*, Public Library of Science San Francisco, CA USA, v. 11, n. 8, p. e0159988, 2016. Citado na página 16.
- WOLPAW, J. R.; BIRBAUMER, N.; MCFARLAND, D. J.; PFURTSCHELLER, G.; VAUGHAN, T. M. Brain-computer interfaces for communication and control. *Clinical neurophysiology*, Elsevier, v. 113, n. 6, p. 767–791, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 14.
- WOLPAW, J. R.; MCFARLAND, D. J.; NEAT, G. W.; FORNERIS, C. A. An eeg-based brain-computer interface for cursor control. *Electroencephalography and clinical neurophysiology*, Elsevier, v. 78, n. 3, p. 252–259, 1991. Citado na página 16.
- WOODBURY, M. A. *Inverting modified matrices*. [S.l.]: Statistical Research Group, 1950. Citado na página 33.

ZHU, D.; GARCIA-MOLINA, G.; MIHAJLOVIĆ, V.; AARTS, R. M. Online bci implementation of high-frequency phase modulated visual stimuli. In: SPRINGER. *International Conference on Universal Access in Human-Computer Interaction*. [S.l.], 2011. p. 645–654. Citado na página 16.