



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**

Faculdade de Ciências Aplicadas

**MATHEUS HENRIQUE CALEGARI EVANGELISTA**

**DIMENSIONAMENTO DE LOTES COM MÁQUINAS  
PARALELAS E *SETUP Crossover***

**LIMEIRA**

**2024**

**MATHEUS HENRIQUE CALEGARI EVANGELISTA**

**DIMENSIONAMENTO DE LOTES COM MÁQUINAS  
PARALELAS E *SETUP CROSSOVER***

Dissertação apresentada a Faculdade de Ciências Aplicadas da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção e Manufatura na área de Pesquisa Operacional e Gestão de Processos.

**Orientador: Diego Jacinto Fiorotto**

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL  
DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO ALUNO MATHEUS  
HENRIQUE CALEGARI EVANGELISTA, E ORIENTADA  
PELO PROF. DR. DIEGO JACINTO FIOROTTO.

**LIMEIRA  
2024**

Ficha catalográfica  
Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)  
Biblioteca da Faculdade de Ciências Aplicadas  
Ana Luiza Clemente de Abreu Valério - CRB 8/10669

Ev14d Evangelista, Matheus Henrique Calegari, 1993-  
Dimensionamento de lotes com máquinas paralelas e *setup crossover* /  
Matheus Henrique Calegari Evangelista. – Limeira, SP : [s.n.], 2024.

Orientador: Diego Jacinto Fiorotto.  
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas  
(UNICAMP), Faculdade de Ciências Aplicadas.

1. Dimensionamento de lotes. I. Fiorotto, Diego Jacinto. II. Universidade  
Estadual de Campinas (UNICAMP). Faculdade de Ciências Aplicadas. III.  
Título.

Informações complementares

**Título em outro idioma:** Lot sizing with parallel machines and setup crossover

**Palavras-chave em inglês:**

Lot-sizing

**Área de concentração:** Pesquisa Operacional e Gestão de Processos

**Titulação:** Mestre em Engenharia de Produção e de Manufatura

**Banca examinadora:**

Diego Jacinto Fiorotto [Orientador]

Carla Taviane Lucke da Silva Ghidini

Eduardo Machado Silva

**Data de defesa:** 12-12-2024

**Programa de Pós-Graduação:** Engenharia de Produção e de Manufatura

**Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS)**

Não se aplica

**Identificação e informações acadêmicas do(a) aluno(a)**

- ORCID do autor: <https://lattes.cnpq.br/00200651394767>

- Currículo Lattes do autor: <https://lattes.cnpq.br/002006513947679>



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**

Faculdade de Ciências Aplicadas

**MATHEUS HENRIQUE CALEGARI EVANGELISTA**

# **DIMENSIONAMENTO DE LOTES COM MÁQUINAS PARALELAS E *SETUP CROSSOVER***

Dissertação apresentada a Faculdade de Ciências Aplicadas da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção e Manufatura na área de Pesquisa Operacional e Gestão de Processos<sup>1</sup>.

## **Banca Examinadora**

Prof. Dr. Diego Jacinto Fiorotto

Faculdade de Ciências Aplicadas - FCA/Unicamp

Profa. Dra. Carla Taviane Lucke da Silva Ghidini

Faculdade de Ciências Aplicadas - FCA/Unicamp

Prof. Dr. Eduardo Machado Silva

Universidade Federal de São Paulo - São José dos Campos

**LIMEIRA-SP**

**12 de dezembro de 2024**

---

<sup>1</sup>A Ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no SIGA/Sistema de Fluxo de Dissertação/Tese e na Secretaria do Programa da Unidade.

*“Se te apetece esforçar, esforça-te; se te apetece repousar, repousa; se te apetece fugir, fuja; se te apetece resistir, resista; mas saiba bem o que te apetece, e não recue ante nenhum pretexto, porque o universo se organizará para te dissuadir.”*  
*(Friedrich Nietzsche)*

---

## Agradecimentos

---

Agradeço primeiramente à minha mãe, Regina, por todo amor, zelo e carinho e por ter me ensinado, desde criança, que o estudo era o melhor caminho. Seu suporte para que eu finalizasse este trabalho foi fundamental para que eu chegasse até aqui.

Ao meu pai, que sempre apoiou todas as minhas decisões e foi um suporte inabalável, oferecendo sempre um ombro confiável em qualquer situação.

À minha irmã, pelo apoio incondicional, pelo amor e por ser um exemplo constante de esforço e integridade.

À minha namorada, Pauline, por ser meu porto seguro, minha companheira, e por tornar mais leves as dificuldades da vida. Sua compreensão e presença ao meu lado foram fundamentais.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Diego Jacinto Fiorotto, pelo apoio, paciência e compreensão pelas pisadas na bola da minha parte, dedicação e disponibilidade durante a orientação deste trabalho e dos próximos que possivelmente virão.

Ao colega de graduação e doutorando do IMECC Gabriel Amaro, por me indicar essa oportunidade e me auxiliar com a programação em Python e várias dúvidas que sem ele tornaria esse trabalho muito mais difícil.

Ao meu padrasto, Lupércio, por ser um exemplo de cuidado e zelo, por sempre viver a vida de forma leve, e por cuidar tão bem da minha mãe. Sua presença, mesmo à distância, me trouxe a tranquilidade de saber que tudo está bem lá em casa.

Ao povo que mora em Santa Catarina que, apesar das distâncias geográficas, permanecem presentes: Ariadne, Ariela, Léo, Murilo, e aos meus queridos sobrinhos, Matheus e Maria Cecília. Cada reencontro com vocês é repleto de alegria.

Aos "Meus Amigão" de Ourinhos, que me acompanham desde a infância, sendo parceiros de tantas histórias e momentos inesquecíveis.

Às minhas queridas amigas do ensino médio, Mariana, Mie e Natália, que até hoje se fazem presente no meu dia a dia e sempre os encontros são cheios de descontração.

Aos amigos da faculdade do Grupo Panela, com quem compartilhei inúmeras festas e confraternizações. As experiências e os valores vividos com vocês me acompanham até hoje.

Ao Grupathos, pelos momentos de descontração e pelas brincadeiras do dia a dia, que trouxeram leveza à jornada.

Aos professores da graduação e pós-graduação, pelos ensinamentos valiosos que contribuíram para o meu crescimento intelectual e profissional.

E, por fim, a todos os funcionários da FCA/UNICAMP que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho.

Meu sincero agradecimento a todos vocês.

---

## Resumo

---

Este trabalho aborda o problema de dimensionamento de lotes em sistemas de produção com máquinas paralelas, destacando a inclusão de *setups crossover*, que permitem que os tempos de preparação se estendam por múltiplos períodos, aumentando a flexibilidade e a eficiência produtiva. Diferentes formulações matemáticas foram analisadas e adaptadas para cenários com máquinas paralelas, considerando aspectos como custo total, utilização da capacidade produtiva e eficiência computacional. Os resultados indicaram que as adaptações propostas podem oferecer soluções mais eficazes em termos de custo e qualidade, especialmente em ambientes produtivos complexos, evidenciando a importância do equilíbrio entre eficiência computacional e qualidade das soluções na gestão da produção.

**Palavras-chaves:** problema de dimensionamento de lotes; máquinas paralelas; setup crossover

---

## Abstract

---

This work addresses the lot-sizing problem in production systems with parallel machines, emphasizing the inclusion of *setups crossover*, which allow setup times to span multiple periods, thereby increasing production flexibility and efficiency. Different mathematical formulations were analyzed and adapted to scenarios involving parallel machines, considering aspects such as total cost, capacity utilization, and computational efficiency. The results indicated that the proposed adaptations can provide more effective solutions in terms of cost and quality, especially in complex production environments, highlighting the importance of balancing computational efficiency and solution quality in production management.

**Palavras-chaves:** lot sizing problem; parallel machines; setup crossover

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>12</b>
<b>2</b>	<b>O Problema de Dimensionamento de lotes</b>	<b>16</b>
2.1	Dimensionamento de Lotes com Máquinas Paralelas	18
2.2	Dimensionamento de lotes com <i>setup crossover</i>	20
<b>3</b>	<b>Formulações matemáticas para o problema de dimensionamento de lotes</b>	<b>27</b>
3.1	Formulação Clássica para o Problema de Dimensionamento de Lotes	27
3.2	Formulações para o problema de dimensionamento de lotes em máquinas paralelas considerando crossover	30
3.2.1	Formulação baseada em Menezes et al. (2010) (F1)	30
3.2.2	Formulação baseada em Mohan et al. (2012) (F2)	32
3.3	Considerações Finais do Capítulo	33
3.4	Introdução ao Próximo Capítulo	34
<b>4</b>	<b>Experimentos Computacionais</b>	<b>36</b>
4.1	Introdução e Metodologia de Validação dos Modelos	36
4.1.1	Metodologia de Validação e Análise	36
4.1.2	Descrição dos Cinco Experimentos Realizados	37
4.2	Como foram resolvidas as instâncias	37
4.3	Experimento 1	39
4.4	Experimento 2	45
4.5	Experimento 3	51
4.6	Experimento 4	56
4.7	Experimento 5	61
4.8	Comparativo global dos experimentos	67

<b>5</b>	<b>Conclusões e propostas futuras</b>	<b>69</b>
<b>6</b>	<b>Bibliografia</b>	<b>71</b>

## CAPÍTULO 1

---

### Introdução

---

Atualmente, o processo de tomada de decisão nas indústrias evoluiu de forma significativa, impulsionado pela adoção de tecnologias avançadas, pelo uso de grandes volumes de dados (*big data*) e pela automação de processos. O crescimento econômico global e a intensificação da globalização tornaram a concorrência entre empresas ainda mais intensa. Como resultado, as companhias estão sendo obrigadas a aumentar sua capacidade produtiva e aprimorar a qualidade de seus produtos, que geralmente precisam ser entregues em prazos preestabelecidos. Entretanto, a capacidade produtiva é frequentemente limitada, o que exige o desenvolvimento de sistemas eficientes de planejamento de produção. Esses sistemas são metodologias estruturadas para organizar, coordenar e controlar todas as etapas do processo produtivo, visando alcançar eficiência máxima, reduzir custos e tempos de produção, atender às necessidades dos consumidores e evitar custos elevados.

Uma das principais ferramentas no planejamento de produção é o problema de dimensionamento de lotes (*lot sizing problem*), que consiste em determinar a quantidade ótima de produção para cada item em cada período, de forma a minimizar os custos totais, que incluem custos de produção, estocagem e *setup* (preparação de máquina). O dimensionamento de lotes é fundamental para equilibrar a eficiência operacional e a flexibilidade necessária para atender à demanda dos clientes.

As pesquisas sobre dimensionamento de lotes em tempo discreto começaram há mais de meio século, com o trabalho pioneiro de [Wagner e Whitin \(1958\)](#). Desde então, houve um crescente interesse na aplicação desses modelos, e os pesquisadores têm incorporado cada vez mais características do mundo real aos problemas de dimensionamento de lotes.

Os problemas de dimensionamento de lotes podem ser classificados de acordo com várias características:

- **Horizonte de Planejamento:** estático (um período) ou dinâmico (vários períodos).

- **Natureza da Demanda:** determinística ou estocástica.
- **Estrutura do Produto:** item único ou múltiplos itens.
- **Capacidade Produtiva:** limitada ou ilimitada.
- **Tipo de Processo Produtivo:** produção em massa, por encomenda ou em pequenos lotes.
- **Restrições Operacionais:** restrições de capacidade, orçamentárias, de recursos humanos, entre outras.
- **Classificação dos Modelos de Acordo com a Granularidade dos Períodos:**
  - *Modelos Big-Bucket:* permitem múltiplas produções e preparações em cada período.
  - *Modelos Small-Bucket:* permitem apenas uma produção e *setup* por período.

Neste trabalho, focamos no Problema de Dimensionamento de Lotes com Restrição de Capacidade (*Capacitated Lot-Sizing Problem - CLSP*) em um ambiente com múltiplas máquinas paralelas e produção de múltiplos itens. O problema considera modelos *big-bucket* com tempos e custos de *setup*, e inclui a possibilidade de os tempos de *setup* começarem em um período e terminarem no período seguinte, caracterizando o chamado *setup crossover*.

Na abordagem clássica do problema de dimensionamento de lotes, o *setup* para o primeiro tipo de produto produzido em um período começa no início desse período [Trigeiro et al. \(1989\)](#). Neste trabalho, é proposta uma extensão desse problema de dimensionamento de lotes que inclui a possibilidade de um *setup crossover*. Esse tipo de *setup* tem como característica a interrupção no final de um período e retomada no início do próximo período, ou seja, as preparações podem se estender por dois períodos. Na prática, isso implica que o primeiro *setup* no período  $t$  pode começar no final do período anterior se houver capacidade disponível e continuar no início do período  $t$ .

A motivação para este estudo reside na análise de diferentes cenários de máquinas paralelas com *setup*, uma vez que existe na literatura abordagem de dimensionamento de lotes com máquinas paralelas e trabalhos que abordam *setup crossover*, porém, separadamente. Em muitos ambientes produtivos, as preparações não são necessariamente concluídas dentro de um único período. Por exemplo, ajustes de máquinas, calibrações, inspeções e limpezas podem ser iniciados no final de um período (como antes de um fim de semana) e concluídos no início do próximo (como na segunda-feira seguinte). Ignorar essa possibilidade pode levar a planos de produção subótimos que não utilizam eficientemente a capacidade disponível.

Embora o *setup crossover* seja uma expansão natural da abordagem clássica, poucos estudos o consideraram devido à dificuldade de modelagem e aumento da complexidade computacional. Todos os estudos que abordaram *setup crossover* em suas formulações adicionaram variáveis binárias extras para indicar se há *setup crossover* em um determinado período ou não, o que amplia a complexidade das formulações, como pode ser visto nos trabalhos de [Mohan et al.](#)

(2012), Menezes *et al.* (2010), Belo-Filho *et al.* (2014), Fiorotto *et al.* (2015) e Fiorotto *et al.* (2017),

O objetivo principal deste trabalho é adaptar formulações de Mohan *et al.* (2012) e Menezes *et al.* (2010) de dimensionamento de lotes com *setup crossover*, acrescentando o cenário com máquinas paralelas, analisar e comparar as modelagens do Problema de Dimensionamento de Lotes com *Setup Crossover* em um ambiente com múltiplas máquinas paralelas. As contribuições específicas são:

- **Adaptação de Formulações Existentes:** Inserir nas formulações já existentes adaptações para a consideração de máquinas paralelas, tornando-as mais adequadas para ambientes produtivos reais onde múltiplas máquinas são utilizadas simultaneamente.
- **Comparação de Formulações:** Comparar duas formulações consolidadas na literatura, avaliando seu desempenho computacional e identificando qual delas produz os melhores resultados em termos de eficiência e viabilidade.
- **Análise do Impacto das Adaptações:** Analisar o impacto das adaptações nas formulações (considerando máquinas paralelas) sobre os resultados computacionais, investigando como as modificações afetam a complexidade e a qualidade das soluções obtidas.
- **Avaliação do Setup Crossover:** Determinar o impacto da utilização do *setup crossover* nas soluções e entender os motivos pelos quais essa característica influencia os resultados, fornecendo análises sobre quando e como essa extensão pode ser benéfica.

Ao abordar esses aspectos, este trabalho busca contribuir para a literatura de dimensionamento de lotes, fornecendo modelos mais robustos e eficientes para o cenário de máquinas paralelas e *setup crossover*.

Na Figura 1.1, é apresentado um exemplo de *setup crossover*, as barras azuis representam o tempo de *setup*, quanto as barras brancas A, B, C representam o tempo de produção de itens de respectivos tipos:

**Painel (a) - Sem Crossover:** Quando não se considera as preparações *crossover* (Painel (a)), cada *setup* inicia e termina dentro do mesmo período, ocupando períodos completos com preparações e limitando a continuidade da produção.

**Painel (b) - Com Crossover:** ao considerar as preparações *crossover*, observa-se o *setup* do item A, que inicia no final do período 1 e termina no início do período 2. Essa abordagem libera capacidade no período 2 e subsequentes.

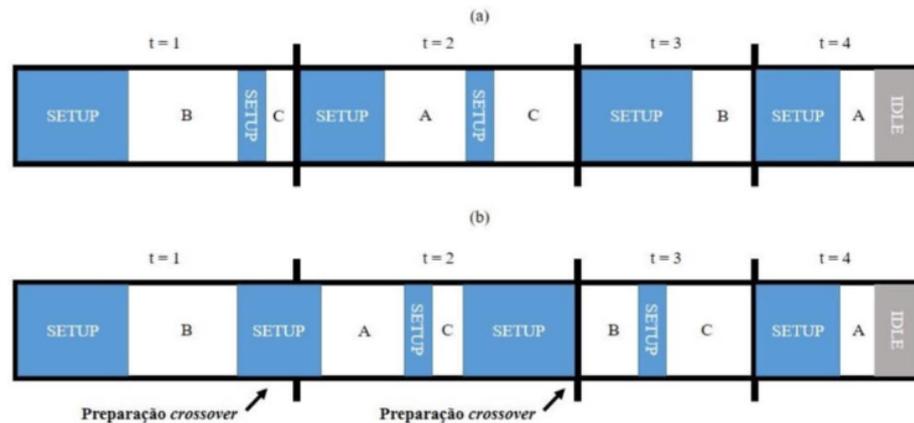


Figura 1.1: Exemplo *setup crossover*

Nos capítulos subsequentes desta dissertação, será apresentado o referencial teórico focado no problema de Dimensionamento de Lotes (Capítulo 2), Dimensionamento de Lotes com Máquinas Paralelas e Dimensionamento de Lotes com *Setup Crossover*, depois é apresentado, no Capítulo 3, as três formulações matemáticas (F0, F1 e F2), adaptadas ao conceito de *setup crossover*. Ademais, este trabalho se dedicará à apresentação de formulações matemáticas desenvolvidas para este estudo.

Em seguida, no Capítulo 4 são apresentados os cinco experimentos realizados, nos quais são avaliados os desempenhos dessas formulações sob diferentes quantidades de máquinas paralelas, ajustes de capacidade e alterações nos custos de produção e estoque. Cada experimento é acompanhado por análises detalhadas dos resultados, com tabelas e gráficos ilustrando o desempenho das formulações em termos de tempo de execução, *gap* de otimalidade e função objetivo.

No Capítulo 5, é realizada uma análise comparativa global dos experimentos, discutindo as principais conclusões obtidas. É destacado que não existe uma formulação universalmente superior, a escolha depende das características específicas do cenário a ser definido. É concluído que ajustes nos parâmetros operacionais, como capacidade e custos de estoque, influenciam o desempenho das formulações, ressaltando a importância de estratégias adaptativas para cada cenário.

---

## O Problema de Dimensionamento de lotes

---

O dimensionamento de lotes é uma decisão crítica na gestão da produção que impacta diretamente os custos e eficiências operacionais. Ao longo dos anos, diferentes variações deste problema surgiram, refletindo a complexidade e diversidade dos ambientes de produção modernos. Neste capítulo, serão discutidas algumas das abordagens mais recentes para resolver variantes específicas do problema de dimensionamento de lotes.

No trabalho de [Fiorotto et al. \(2017\)](#), o foco é dado ao problema de dimensionamento de lotes com *setup* de máquina que pode ser transferido de um período para o outro, o que é conhecido como *setup crossover*. Esta característica é particularmente relevante em ambientes de produção onde os *setups* são demorados e caros. Ao permitir o *setup crossover*, as empresas podem melhorar significativamente a eficiência da produção. Os autores formulam o problema como um modelo de programação linear inteira mista e propõem um algoritmo de decomposição e geração de coluna.

A sustentabilidade tem se tornado uma preocupação crescente nas operações de produção. [Helmrich et al. \(2015\)](#) reconheceu essa tendência e introduziu restrições de limite de emissão, particularmente à emissão de gases de efeito estufa, como dióxido de carbono, óxido nitroso e metano no problema clássico de dimensionamento de lotes. Este enfoque permite que as empresas não apenas otimizem seus custos de produção, mas também suas emissões, alinhando-se às metas de sustentabilidade. O problema é formulado matematicamente como um problema de otimização de dimensionamento de lotes com restrição de capacidade de emissão, onde os custos financeiros e as emissões associadas à produção, manutenção de inventário e configuração do processo de produção são minimizados. Uma abordagem baseada em decomposição de Benders é proposta, oferecendo soluções que equilibram eficiência econômica e ambiental.

No trabalho de [Soler et al. \(2017\)](#), os autores abordaram o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes em linhas de produção paralelas que compartilham recursos escassos, conhecido como *Lot Sizing and Scheduling Problem on Parallel Lines Sharing Scarce Resour-*

ces (LSP-PLSR). Este estudo expande a abordagem tradicional de dimensionamento e sequenciamento de lotes, que geralmente é tratada de forma hierárquica, destacando que essa abordagem pode resultar em soluções subótimas ou inviáveis devido a restrições de tempo de configuração e capacidade. A proposta de Soler *et al.* (2017) considera um cenário onde múltiplas linhas de produção compartilham trabalhadores, máquinas e ferramentas limitadas, exigindo decisões simultâneas sobre quais linhas organizar, a sequência de produção dos itens e o tamanho dos lotes. Para lidar com essas complexidades, o autor desenvolve nove modelos matemáticos de otimização, incluindo reformulações dos modelos *General Lot Sizing and Scheduling Problem* (GLSP) e *Capacitated Lot Sizing with Sequence Dependent setup costs* (CLSD), visando analisar o impacto computacional de diferentes estratégias de modelagem. O estudo também abrange uma análise computacional detalhada para avaliar a eficiência das formulações propostas, oferecendo uma abordagem robusta que pode ser aplicada a diversos setores industriais, como alimentos, automotivo e semicondutores.

No estudo de Sahling *et al.* (2009), foi proposto um modelo que permite a continuidade do estado de configuração ao longo de múltiplos períodos, resultando em padrões de configuração mais eficientes e redução dos tempos de fluxo induzidos pelo planejamento. Para solucionar o problema, os autores aplicaram uma heurística denominada *fix-and-optimize*, que demonstrou ser eficaz ao incorporar restrições adicionais, como tamanhos mínimos de lote ou níveis máximos de inventário, sem comprometer a qualidade da solução. Este modelo avançado é uma extensão de formulações anteriores e permite ajustar de forma flexível as decisões de dimensionamento de lotes conforme a demanda e a utilização de recursos variáveis.

No estudo de Bansal (2019), foi feita análise de problemas de dimensionamento de lotes capacitados para um módulo único e múltiplos módulos, sem permitir *backlogging*, que é o atraso na entrega de pedidos, onde a demanda não atendida em um período é postergada para períodos futuros). A pesquisa destaca a importância de explorar propriedades de desigualdades válidas (*valid inequalities*) utilizando técnicas de geração de cortes específicas, como a abordagem de *mixing* e o emparelhamento sequencial (*sequential pairing*). O objetivo é encontrar condições sob as quais essas desigualdades sejam *facet-defining*, o que assegura a eficiência de modelos de *mixed integer programming* na solução de problemas complexos, como o dimensionamento de lotes em múltiplos estágios. A abordagem de Bansal (2019) busca não apenas aprimorar a formulação matemática desses problemas, mas também abrir caminho para novas técnicas de geração de cortes aplicáveis a programas inteiros mistos de forma geral.

No estudo de Toledo *et al.* (2013), os autores propõem um algoritmo genético híbrido de múltiplas populações para solucionar o problema de dimensionamento de lotes capacitados em múltiplos níveis com *backlogging*. O modelo desenvolvido combina técnicas de programação matemática e métodos metaheurísticos, abordando a complexidade da produção de itens organizados em estruturas de múltiplos níveis e famílias de produtos. A abordagem híbrida utiliza um algoritmo genético para definir variáveis binárias relacionadas à configuração de famílias de produtos, enquanto uma heurística de *fix-and-optimize* é aplicada para refinar a solução inicial

obtida pelo algoritmo genético, melhorando variáveis contínuas. A metodologia é avaliada através de um conjunto de instâncias de teste, e os resultados indicam que a proposta supera técnicas heurísticas anteriores, demonstrando alta eficiência na minimização de custos de inventário e penalidades associadas ao *backlogging*.

No estudo realizado por [Seyfi et al. \(2022\)](#), é proposto um modelo de planejamento de produção estocástico multi-período e multi-estágio para abordar a incerteza na demanda. A pesquisa desenvolve dois modelos matemáticos estocásticos, sendo que o primeiro considera decisões de inventário e *backlogging* em uma estrutura de *wait-and-see*, que envolve a tomada de decisões somente após a realização de certos eventos ou informações sobre a demanda, permitindo uma adaptação mais precisa às condições reais observadas. O segundo modelo inclui decisões adicionais, como pedidos extras, status de linha de produção e alocação de grupos de trabalho. A abordagem de árvore de cenários utilizada visa lidar com a incerteza da demanda de forma computacionalmente viável, embora o número de variáveis de decisão aumente exponencialmente com o crescimento dos períodos. Para mitigar esse desafio computacional, o estudo foca em cenários agregados de demanda durante os experimentos numéricos, validando a aplicabilidade do modelo em diferentes instâncias geradas.

## 2.1 Dimensionamento de Lotes com Máquinas Paralelas

No estudo de [Ruiz-Torres et al. \(2012\)](#), é abordado o problema de agendamento de múltiplos tipos de produtos em máquinas paralelas, considerando a demanda variável ao longo de um horizonte de planejamento multi-período. A produção é organizada em torno de tamanhos de lotes pré-definidos, onde um conjunto consecutivo de lotes de um mesmo tipo de produto é chamado de campanha. Nesse contexto, produtos podem ser produzidos em qualquer uma das máquinas paralelas, que são idênticas, e há *setups* principais no início de cada campanha e *setups* menores incorporados no tempo de processamento de cada lote individual. O estudo é motivado pelo ambiente de produção típico da indústria farmacêutica, onde as receitas aprovadas são raramente alteradas devido aos custos e riscos envolvidos. O modelo desenvolvido considera fatores como a estrutura de *setups* que podem se estender de um período para outro, o uso de máquinas paralelas e a demanda dinâmica e determinística, permitindo *backordering*. A pesquisa contribui propondo um modelo que capta ambientes de produção com demanda variável e produção em máquinas paralelas, focando em minimizar os custos relacionados a *setups* e inventário, e demonstra robustez tanto para problemas pequenos quanto para problemas de maior escala.

O trabalho de [Fiorotto et al. \(2015\)](#) aborda o problema de dimensionamento de lotes de produção, focando na determinação da quantidade ideal de itens a serem produzidos em cada período dentro de um horizonte de planejamento, visando minimizar os custos totais de produção, respeitar a disponibilidade de recursos e atender à demanda. O estudo envolve a produção de múltiplos itens em máquinas paralelas não relacionadas, cada uma com capacidade limitada,

onde diferentes itens podem ser fabricados simultaneamente na mesma máquina (modelo de grande lote). Cada tipo de item requer um tempo e custo de *setup* (configuração), que é independente da sequência de produção. O artigo apresenta três contribuições principais: primeiro, propõe um método para obter limites inferiores mais fortes do que os tradicionalmente obtidos pela decomposição de Dantzig-Wolfe por item; segundo, estende dois algoritmos híbridos que combinam relaxação Lagrangiana com a decomposição de Dantzig-Wolfe, aplicando-os para obter limites inferiores mais rigorosos para o problema em máquinas paralelas não relacionadas; terceiro, aprimora a heurística Lagrangiana proposta por Fiorotto e de Araujo (2014) para obter limites superiores melhores. Os experimentos computacionais, realizados em diferentes instâncias de complexidade, compararam a qualidade dos limites superiores e inferiores gerados pelos novos métodos com aqueles obtidos através de abordagens tradicionais. Os resultados mostraram que o novo método híbrido, combinado com a heurística aprimorada, apresentou gaps menores e maior eficiência computacional, destacando-se em termos de precisão e tempo de execução frente aos métodos existentes para problemas de máquinas paralelas não relacionadas.

O estudo de [Ramezani e Saidi-Mehrabad \(2012\)](#) aborda o problema de *scheduling* de múltiplos produtos em máquinas paralelas não relacionadas, considerando a possibilidade de produção de itens defeituosos e processos de retrabalho. O artigo propõe um modelo de programação não-linear inteiro misto (*MINLP*) para otimizar a alocação de tarefas, incluindo o reprocessamento de produtos que não atendem aos padrões de qualidade. O modelo considera parâmetros como tempos de processamento determinísticos, a possibilidade de produção imperfeita e a necessidade de retrabalho, além de pressupor que não há interrupção das tarefas durante o processamento. O objetivo central do estudo é minimizar o *makespan*, tempo total necessário para completar todas as tarefas, em um ambiente de máquinas não relacionadas, onde os tempos de *setup* são independentes da sequência de produção. Como o problema é classificado como fortemente NP-difícil, o trabalho utiliza algoritmos heurísticos para encontrar soluções eficientes. Os resultados apresentados mostram que os métodos heurísticos desenvolvidos são eficazes na redução do *makespan*, com avaliações baseadas em critérios como o tempo computacional e o valor objetivo obtido para instâncias de teste geradas aleatoriamente, destacando a eficiência do algoritmo *Modified Shortest Processing Time (MSPT)* nas comparações realizadas.

O trabalho de [Özpeynirci et al. \(2016\)](#) aborda o problema de escalonamento de máquinas paralelas com carregamento de ferramentas em um ambiente de manufatura automatizado. O estudo considera a atribuição de operações a máquinas, o carregamento das ferramentas necessárias e a definição da sequência de produção, tudo simultaneamente. A complexidade do problema é aumentada devido às restrições econômicas, que limitam a quantidade de ferramentas disponíveis no sistema, e à necessidade de otimizar o uso de recursos escassos. Neste cenário, cada operação requer um conjunto específico de ferramentas a serem carregadas nas máquinas antes do processamento, e as ferramentas não podem ser compartilhadas entre as máquinas durante a execução das operações. O objetivo do trabalho é minimizar o *makespan*, que

representa o tempo total necessário para concluir todas as operações. Para enfrentar o desafio, são propostos modelos matemáticos que buscam otimizar simultaneamente o escalonamento das operações e a alocação dos recursos de ferramentas, abordando um problema conhecido por ser NP-difícil. Além dos modelos matemáticos, o estudo inclui a aplicação de uma heurística baseada na busca tabu para encontrar soluções de alta qualidade para problemas complexos. Os resultados mostram que a abordagem proposta é eficaz em ambientes industriais automatizados, onde a otimização do uso de ferramentas e o planejamento eficiente são cruciais para melhorar a produtividade e a tomada de decisões gerenciais.

## 2.2 Dimensionamento de lotes com *setup crossover*

O trabalho de Suerie (2006) aborda a importância crítica dos tempos de *setup* no planejamento da produção, especialmente em indústrias onde esses tempos ocupam uma parte significativa da capacidade disponível de um período. Suerie argumenta que, apesar dos esforços contínuos para reduzir os tempos de *setup*, eles ainda são um fator relevante em muitas indústrias de processo. O estudo se concentra no *PLSP* (*Proportional Lot-sizing and Scheduling Problem*), um modelo padrão que combina o dimensionamento de lotes e o *scheduling* em um único framework, mas que apresenta limitações ao lidar com tempos de *setup* que se estendem por mais de um período. Para superar essa limitação, Suerie propõe duas novas formulações matemáticas que permitem que os tempos de *setup* se sobreponham a múltiplos períodos. A primeira formulação adapta o modelo tradicional ao permitir que o estado de *setup* seja carregado de um período para outro, utilizando variáveis binárias que capturam o estado de *setup* de um produto ao final de cada período, enquanto a segunda abordagem oferece uma flexibilidade maior, permitindo dividir o tempo de *setup* entre dois ou mais períodos. Os resultados computacionais indicam que essas novas formulações proporcionam soluções mais eficazes comparadas ao *PLSP* tradicional, especialmente quando os tempos de *setup* consomem uma parte substancial da capacidade de um período, resultando em melhor uso da capacidade disponível, redução dos níveis de inventário e desempenho otimizado no planejamento de produção.

Kaczmarczyk (2009) apresentou dois modelos de programação inteira mista que aprimoraram o problema de dimensionamento de lotes proporcional, incorporando o *setup crossover* e considerando longos tempos de *setup*. Esses novos modelos utilizam as variáveis de preparação propostas por Suerie (2006), que permitem um controle mais detalhado sobre os tempos de *setup* que ultrapassam um único período de produção. Os resultados mostram que os modelos de Kaczmarczyk superam os modelos tradicionais em termos de velocidade de resolução, especialmente quando os tempos de *setup* são superiores à duração dos períodos. Os modelos tradicionais incluem abordagens como o Modelo de Dimensionamento de Lotes e Programação de Produção Proporcional (PLSP), que combina dimensionamento de lotes e programação em um único modelo, e o Modelo CLSP (*Capacitated Lot Sizing Problem*), que considera a capacidade de produção e os tempos de *setup* como parte das restrições de capacidade para cada

período. No entanto, quando os tempos de *setup* são menores do que a duração de um período, a segunda formulação de Suerie (2006), que permite um ajuste mais preciso dos tempos de *setup* dentro de períodos menores, continua sendo a melhor escolha para resolver o problema de forma eficiente.

Menezes *et al.* (2010) apresentam uma nova formulação para o CLSP, tratando-o de maneira similar aos problemas de roteamento de veículos ou o problema do caixeiro-viajante, com *setup crossover* entre períodos consecutivos. Este *setup* leva em conta a sequência e permite a formação de sub-rotas. Dois tipos específicos de sub-rotas são discutidos: sub-rotas alpha e sub-rotas desconexas, sendo que estas últimas não são viáveis em soluções efetivas. Portanto, os pesquisadores desenvolveram uma técnica para detectar e remover sub-rotas desconexas, uma abordagem crucial para problemas de grande porte. Se detectadas, uma restrição global é aplicada para prevenir sua recorrência. Estudos computacionais indicam que *crossover* é vital para melhorar as soluções em modelos *big-bucket*. Menezes *et al.* (2010) propõem uma formulação para o CLSP-SCC (Problema de Dimensionamento de Lotes Capacitado com Custos de Configuração Dependentes de Sequência e *Crossover*), considerando configurações dependentes de sequência e não-triangulares, permitindo sub-rotas e estabelecendo um tamanho mínimo para o lote. Eles apresentam dois lemas para demonstrar que sua formulação é mais eficaz do que o problema clássico de dimensionamento de lotes. Além disso, fornecem um exemplo que evidencia a melhoria nas soluções permitida pela superposição de configuração em comparação com a formulação tradicional.

O trabalho de Kopanos *et al.* (2012) propõe um método inovador para o planejamento e sequenciamento simultâneo da produção em unidades contínuas paralelas, focando na eficiência operacional em setores como alimentos e bebidas, onde a complexidade de processar diversos produtos agrupados em famílias é comum. A abordagem combina três estratégias de modelagem: tempo discreto para custos de estoque e *backlogs*, tempo contínuo com prioridades imediatas para sequenciamento de famílias, e dimensionamento de lotes com restrições de capacidade para itens individuais. Essa integração permite resolver problemas com centenas de itens em menos de 5 minutos, superando ferramentas comerciais existentes, como as discutidas por Chen *et al.* (2008) e Liu *et al.* (2008) ao oferecer soluções de maior qualidade e eficiência para desafios industriais reais, como no engarrafamento contínuo de cerveja, considerando a variabilidade dos custos de *setup* e a interdependência entre planejamento e sequenciamento.

O trabalho de Camargo *et al.* (2012) aborda o problema de dimensionamento de lotes e escalonamento em um ambiente de produção em duas etapas, comum em várias indústrias. Na primeira etapa, há uma produção contínua de um recurso comum, necessária para a manufatura discreta que ocorre em um conjunto de máquinas paralelas na segunda etapa. Exemplos industriais incluem a produção de bebidas, onde o xarope é produzido em tanques e distribuído para máquinas de envase, ou a indústria de vidro e fundição, onde um forno fornece a massa fundida para moldagem em máquinas paralelas. O estudo analisa três formulações matemáticas distintas para abordar esse problema: uma formulação baseada no *General Lot-Sizing and Sche-*

*duling Problem (GLSP)* com uma grade de tempo fixa para ambas as etapas de produção; um modelo híbrido contínuo-discreto baseado no *Capacitated Lot Sizing Problem with Sequence-Dependent Setup (CLSD)*, onde os *slots* de produção têm comprimentos arbitrários dependendo do período e da disponibilidade do recurso comum; e, por fim, um modelo de tempo contínuo, onde os *slots* de produção são de comprimentos arbitrários e independentes dos períodos de tempo. A pesquisa destaca as vantagens e desvantagens de cada abordagem e propõe um procedimento para calcular limites inferiores para parâmetros necessários nas formulações. Testes computacionais são realizados para avaliar a eficácia dos modelos propostos em diferentes cenários industriais, incluindo a produção de bebidas, onde há uma demanda sazonal e a necessidade de sincronização entre a produção de xarope e o envase, e a manufatura de vidros e ligas metálicas, que exige uma coordenação precisa entre a fusão e o processo de moldagem nas máquinas paralelas.

Fiorotto *et al.* (2017) e Fiorotto *et al.* (2019), adaptaram as formulações estabelecidas por Menezes *et al.* (2010) e Mohan *et al.* (2012). Nestes modelos, os autores aplicam limitações no *crossover* para reduzir o tempo de empréstimo e a quantidade de variáveis binárias usadas. Adicionalmente, eles introduzem restrições para evitar a simetria em duas de suas formulações, o que serve para descartar soluções que, embora distintas, possam ter o mesmo valor ótimo para a função objetivo. Utilizando os dados de Trigeiro *et al.* (1989), eles concluem que essas restrições antissimetria são muito eficientes para a formulação baseada em Mohan *et al.* (2012), porém não se mostram tão eficazes para a formulação inspirada em Menezes *et al.* (2010). Além disso, observam uma redução nos custos totais de 2,3% e 4% quando a capacidade é reduzida em 5% e 10%, respectivamente, em comparação com o problema tradicional. Em resumo, a incorporação do *setup crossover* permite alcançar um número maior de soluções factíveis e de maior qualidade em comparação ao modelo clássico.

Em outro trabalho, Fiorotto *et al.* (2017) aprofundam-se em uma extensão específica deste problema: o conceito de *setup crossover*. Essencialmente, a ideia é que as operações de *setup*, que são preparações necessárias antes da produção, podem começar em um período e continuar no seguinte, oferecendo flexibilidade adicional no planejamento da produção. Esta abordagem de *setup crossover* é especialmente relevante em cenários industriais, onde os *setups* frequentemente envolvem atividades como ajustes de máquina, calibração, inspeção e limpeza. A capacidade de estender esses *setups* entre períodos pode ter implicações significativas para a eficiência da produção, a utilização da capacidade e, conseqüentemente, os custos associados.

O artigo também se destaca ao propor formulações matemáticas que abordam o *setup crossover* sem a necessidade de introduzir novas variáveis binárias, simplificando o modelo e tornando-o mais tratável. Este é um avanço significativo, pois modelos matemáticos mais simples podem ser resolvidos mais rapidamente, permitindo uma implementação mais eficiente em ambientes de produção real. Além da formulação matemática, Fiorotto *et al.* (2017) realizam uma análise comparativa de sua abordagem com outras presentes na literatura. Eles demonstram a eficácia de sua metodologia, destacando sua aplicabilidade e os benefícios potenciais em termos de

otimização.

Os problemas de dimensionamento de lotes desempenham um papel fundamental em sistemas de planejamento de produção, determinando a quantidade de itens a serem produzidos em cada período de um horizonte de planejamento. Fiorotto *et al.* (2019) enfatizam que nuances operacionais adicionais, como *setup carryover* e *crossover*, podem complicar significativamente esses problemas. No contexto do artigo, *setup carryover* refere-se à capacidade de iniciar um período com a produção de um item que estava sendo produzido no final do período anterior. Este conceito, segundo o artigo, pode promover economias de tempo e custo, além de reduzir os níveis de estoque. Por outro lado, o *crossover* de *setups* refere-se à possibilidade de uma operação de *setup* começar em um período e continuar no próximo. Fiorotto *et al.* (2019) discutem a relevância prática dessa consideração, destacando exemplos industriais em setores como fabricação de componentes de aço e indústrias químicas. Estes exemplos demonstram a aplicabilidade e o valor do conceito de *crossover* em ambientes de produção do mundo real. O artigo também discute diferentes abordagens para modelar o *setup crossover*. Enquanto algumas abordagens utilizam variáveis adicionais, outras, como as propostas por Fiorotto, Jans e de Araujo em trabalhos anteriores, buscam modelar o *crossover* sem a introdução de novas variáveis, destacando-se pela eficiência. Esta discussão é crucial, pois diferentes formulações podem ter implicações significativas na eficiência da solução e na qualidade dos resultados obtidos. O trabalho de Fiorotto *et al.* (2019) fornece uma análise aprofundada dos desafios e oportunidades associados à consideração do *setup carryover* e *crossover* em problemas de dimensionamento de lote. Ao explorar diferentes formulações e analisar seu impacto em cenários práticos, o estudo oferece *insights* valiosos para pesquisadores e profissionais que buscam otimizar sistemas de produção levando em conta essas nuances operacionais.

Em comparação com o trabalho sobre *crossover* e *carryover* Fiorotto *et al.* (2019), enquanto ambos os artigos exploram o conceito de *setup crossover*, o segundo também introduz e analisa o conceito de *setup carryover*. Isso indica uma abordagem mais ampla no primeiro artigo, enquanto o segundo se concentra especificamente na nuance do *setup crossover*.

Existe uma vasta literatura sobre problemas de dimensionamento de lotes com capacidade limitada (CLSP) e tempos de *setup*, nos quais os tempos de *setup* precisam ser completamente contidos dentro de um período Trigeiro *et al.* (1989). Esses modelos foram estendidos para abordar várias questões industriais, como pode se notar no trabalho de Jans e Degraeve (2007) para uma análise geral, incluindo a continuação do *setup* e a sobreposição de *setup*. Vários artigos investigam a extensão com continuação do *setup*. Sox e Gao (1999) propõem duas formulações para o CLSP com continuação do *setup*. A primeira amplia a formulação proposta por Trigeiro *et al.* (1989) e a segunda utiliza a reformulação do caminho mais curto e as ideias propostas por Eppen e Martin (1987). Suerie e Stadtler (2003) apresentam uma formulação para o CLSP com continuação do *setup* com base na formulação simples de localização da fábrica Krarup e Bilde (1977), e seus testes computacionais mostraram que essa formulação é mais eficiente do que as formulações propostas por Sox e Gao (1999). Gopalakrishnan *et al.*

(2001) desenvolvem uma meta-heurística de busca tabu para resolver o CLSP com continuação da *setup* e, usando os conjuntos de dados de [Trigeiro et al. \(1989\)](#), calculam a eficácia da continuação da *setup*. Seus resultados indicam uma redução média de 8% no custo total através da continuação da *setup* em comparação com o CLSP padrão.

Quanto ao problema de sobreposição de *setup*, que ocorre quando o tempo necessário para preparar uma máquina ou linha de produção para o próximo produto é maior do que a capacidade disponível em um único período de produção, [Suerie \(2006\)](#) investiga o problema de dimensionamento de lotes e programação. Nesse contexto, a sobreposição de *setup* implica que a configuração de uma máquina pode começar em um período e se estender para o seguinte. O autor propõe duas formulações que lidam adequadamente com essas sobreposições, permitindo "longos" tempos de *setup*, ou seja, tempos de *setup* que podem exceder a capacidade de um único período. O autor compara seus resultados com os encontrados pelo problema padrão de dimensionamento de lotes e programação e conclui que as formulações propostas eliminam a incompatibilidade e produzem soluções melhoradas em certos casos.

Para o problema dos grandes volumes, [Sung e Maravelias \(2008\)](#) introduzem uma formulação de programação inteira mista para o desafio de dimensionamento de lotes com capacidade, permitindo a transição e a superposição de configuração (CLSP-SCC). Os autores exploram configurações independentes de sequência, períodos de tempo irregulares e períodos de configuração prolongados. Eles delineiam detalhadamente a abordagem para lidar com as fronteiras temporais, usando a superposição de configuração, sob a premissa de que o custo de configuração é registrado no início do processo de configuração. Por último, eles discutem a possibilidade de estender sua formulação para lidar com questões como tempo ocioso, unidades paralelas, famílias de produtos, backlog e vendas perdidas.

[Mohan et al. \(2012\)](#) integram a possibilidade de *setup crossover* na formulação proposta por [Suerie e Stadtler \(2003\)](#), a qual aborda o problema com transferência de configuração, e comparam o aprimoramento obtido ao adicionar o cruzamento à formulação com transferência de configuração. Eles concluem que em nove dos quinze casos de teste, sua formulação gerou soluções superiores ou eliminou inviabilidades.

[Camargo et al. \(2012\)](#) propõem três abordagens para o problema de dimensionamento de lotes e programação, uma delas contempla o cruzamento de configuração, alcançado por meio de uma representação contínua do tempo. A partir dos resultados computacionais, eles concluem que, apesar de apresentar o pior desempenho em termos de tempo de processamento, a abordagem com *setup crossover* é a mais versátil das três para incorporar características relacionadas à configuração.

[Belo-Filho et al. \(2014\)](#) examinam o problema CLSP-SCC com *backlog*. Eles propõem duas abordagens para o problema, sendo que uma delas se baseia na formulação de [Sung e Maravelias \(2008\)](#), enquanto a outra introduz uma desagregação do índice de tempo, definindo os períodos de início e conclusão da operação de configuração. Eles demonstram a relação entre as abordagens propostas e comparam-nas com a abordagem de [Sung e Maravelias \(2008\)](#).

Por fim, ressaltam que o cruzamento de configuração é uma característica de modelagem crucial quando os tempos de configuração consomem uma parte significativa da capacidade do período.

A Tabela 2.1 traz os trabalhos citados, ordenados por ano de citação e classificados por tipo de problema, modelo utilizado e metodologia ou método de solução.

Nos próximos capítulos, discutimos algumas formulações matemáticas para problemas de dimensionamento de lotes e métodos de solução encontrados na literatura.

Tabela 2.1: Organização das referências por autor, tipo de problema, modelo matemático e metodologia ou método de solução.

Autor(es)	Ano	Tipo de Problema	Modelo Matemático	Metodologia ou Método de Solução
Trigeiro <i>et al.</i> (1989)	1989	CLSP com tempos de <i>setup</i>	Formulação clássica do CLSP	relaxação Lagrangeana combinada com programação dinâmica
Sox e Gao (1999)	1999	CLSP com <i>setup carryover</i>	Duas formulações estendendo Trigeiro <i>et al.</i> (1989) e Eppen e Martin (1987)	modelagem MILP e heurística de decomposição Lagrangeana
Gopalakrishnan <i>et al.</i> (2001)	2001	CLSP com <i>setup carryover</i>	Programação Linear Inteira Mista (MILP)	Meta-heurística de busca tabu
Suerie e Stadtler (2003)	2003	CLSP com <i>setup carryover</i>	Baseado no modelo de localização de planta simples	Testes computacionais mostrando eficiência
Suerie (2006)	2006	Dimensionamento de lotes com <i>setups</i> sobrepostos ( <i>setup crossover</i> )	Duas formulações permitindo <i>setup crossover</i>	Comparação computacional
Sung e Maravelias (2008)	2008	CLSP com <i>setup carryover</i> e <i>crossover</i>	PIM para CLSP-SCC	Discussão de extensões, formulação matemática
Sahling <i>et al.</i> (2009)	2009	Dimensionamento de lotes com estado de <i>setup</i> continuado	Formulações estendidas para <i>setup carryover</i>	Heurística <i>fix-and-optimize</i>
Kaczmarczyk (2009)	2009	Dimensionamento com <i>setup crossover</i> e longos tempos de <i>setup</i>	PIM aprimorado para PLSP	Comparação computacional
Menezes <i>et al.</i> (2010)	2010	CLSP com custos de <i>setup</i> dependentes da sequência e <i>setup crossover</i>	Formulação similar a roteamento de veículos/PCV	Eliminação de sub-rotas desconexas
Ruiz-Torres <i>et al.</i> (2012)	2012	Agendamento em máquinas paralelas com demanda variável	Modelo com <i>setup</i> estendido	Minimização de custos de <i>setups</i> e inventário
Ramezani e Saidi-Mehrabad (2012)	2012	Sequenciamento em máquinas paralelas com itens defeituosos e retrabalho	Programação não-linear de números inteiros mistos (MINLP)	Heurísticas ( <i>Modified Shortest Processing Time - MSPT</i> )
Camargo <i>et al.</i> (2012)	2012	Dimensionamento e sequenciamento em duas etapas com <i>setup crossover</i>	Três abordagens combinando tempo discreto e contínuo	Testes computacionais
Mohan <i>et al.</i> (2012)	2012	CLSP com <i>setup carryover</i> e <i>crossover</i>	Integração de <i>setup crossover</i> na formulação de Suerie e Stadtler (2003)	Comparação computacional
Toledo <i>et al.</i> (2013)	2013	Dimensionamento de lotes capacitados em múltiplos níveis com <i>backlogging</i>	Programação matemática + metaheurísticas	Algoritmo genético híbrido + <i>fix-and-optimize</i>
Belo-Filho <i>et al.</i> (2014)	2014	CLSP com <i>setup crossover</i> e <i>backlogging</i>	Duas abordagens: baseada em Sung e Maravelias (2008) e desagregação de tempo	Análise comparativa e importância do <i>setup crossover</i>
Helmrich <i>et al.</i> (2015)	2015	Dimensionamento de lotes com restrições de emissão	Otimização com restrição de emissão	Decomposição de Benders
Fiorotto <i>et al.</i> (2015)	2015	Dimensionamento de lotes em máquinas paralelas não relacionadas	PIM com decomposição Dantzig-Wolfe	Métodos híbridos (Lagrangiana + D-W)
Özpeynirci <i>et al.</i> (2016)	2016	Sequenciamento em máquinas paralelas com carregamento de ferramentas	Modelos para agendamento e alocação de ferramentas	Heurística de busca tabu
Fiorotto <i>et al.</i> (2017)	2017	Dimensionamento de lotes com <i>setup crossover</i>	Programação linear inteira mista	Decomposição e geração de colunas
Fiorotto <i>et al.</i> (2019)	2019	Dimensionamento com <i>setup carryover</i> e <i>crossover</i>	Formulações sem novas variáveis binárias para <i>setup crossover</i>	Restrições anti-simetria, análise computacional
Bansal (2019)	2019	Dimensionamento de lotes capacitado sem <i>backlogging</i>	PIM com desigualdades válidas	Geração de cortes ( <i>mixing, sequential pairing</i> )
Fiorotto <i>et al.</i> (2019)	2019	Dimensionamento com <i>setup carryover</i> e <i>crossover</i>	Diferentes formulações	Análise e exemplos práticos
Soler <i>et al.</i> (2017)	2017	Dimensionamento e sequenciamento de lotes em linhas paralelas compartilhando recursos (LSP-PLSR)	Nove modelos matemáticos (incluindo reformulações do GLSP e CLSD)	Análise computacional de modelagem
Seyfi <i>et al.</i> (2022)	2022	Planejamento de produção estocástico multi-período e multi-estágio	Dois modelos matemáticos estocásticos	Árvore de cenários e experimentos computacionais

---

## Formulações matemáticas para o problema de dimensionamento de lotes

---

Neste capítulo, é apresentada uma análise das formulações matemáticas utilizadas para representar o problema de dimensionamento de lotes em máquinas paralelas, considerando o *setup crossover*. Inicialmente, foi revisada a formulação clássica chamada de F0 baseada na reformulação de localização de facilidades proposta por [Krarup e Bilde \(1977\)](#), incluindo máquinas paralelas e desconsiderando *setup crossover*, descrevendo cada restrição e a função objetivo, destacando como é garantida a minimização dos custos totais e o atendimento das demandas dentro das capacidades disponíveis.

Em seguida, são introduzidas duas formulações incorporando o *setup crossover*, fundamentadas nos trabalhos de [Menezes et al. \(2010\)](#), chamada de F1 e [Mohan et al. \(2012\)](#) chamada de F2. Para cada formulação, são detalhadas as novas variáveis introduzidas, a função objetivo e cada restrição, explicando como elas se inter-relacionam para destacar a complexidade adicional trazida pelo *setup crossover*. Através dessa análise, são descritos os mecanismos pelos quais as formulações asseguram soluções ótimas, respeitando as restrições operacionais.

### 3.1 Formulação Clássica para o Problema de Dimensionamento de Lotes

Nesta seção, inicialmente abordamos a formulação clássica para Dimensionamento de Lotes utilizando a reformulação básica de localização de facilidade sem *crossover* proposta por [Krarup e Bilde \(1977\)](#). Posteriormente, introduzimos duas abordagens para o problema com *setup crossover*, fundamentadas nas propostas de [Menezes et al. \(2010\)](#) e [Mohan et al. \(2012\)](#). Por fim, oferecemos um exemplo prático no qual exibimos as soluções geradas pelas abordagens analisadas.

Estudos acadêmicos adotaram abordagens alternativas para representar a formulação padrão

do problema de dimensionamento de lotes. Duas reformulações significativas foram introduzidas. A primeira aborda a conversão do problema de Caminho Mais Curto, aplicando uma nova definição de variáveis sugerida por Eppen e Martin (1987). A segunda envolve a transformação baseada no problema da localização de facilidades, determinado por Krarup e Bilde (1977). No trabalho de Araujo *et al.* (2015) é divulgada a teoria e prática desse tipo de reformulação de forma aplicada. Levando em conta que as relaxações lineares dessas abordagens alternativas apresentam maior robustez que a formulação tradicional de Wagner e Whitin (1958), e após a realização de testes computacionais iniciais, decidimos adotar a reformulação baseada em localização de facilidades para todas as abordagens discutidas neste trabalho. Para referências sobre a formulação convencional, podemos citar Trigeiro *et al.* (1989) que inclui a presença de múltiplos itens e períodos, com restrições de capacidade e tempos de *setup* e cuja a formulação baseia-se no fato de que cada item deve ser produzido de forma a respeitar essas restrições e minimizar os custos. Jans e Degraeve (2007) traz uma revisão abrangente de metaheurísticas aplicadas ao CLSP, explora técnicas como algoritmos genéticos, busca tabu e outros métodos avançados podem ser aplicados ao problema, baseando-se em versões estendidas da formulação convencional.

Os parâmetros e variáveis utilizados nas formulações estão descritos a seguir:

#### Parâmetros

---

$I$	= { 1, 2, ..., n } número de tipos de itens;
$T$	= { 1, 2, ..., m } número de períodos;
$J$	= { 1, 2, ..., r } número de máquinas;
$d_{it}$	demanda do item tipo $i$ no período $t$ ;
$hc_{it}$	custo unitário de estoque do item tipo $i$ no período $t$ ;
$sc_{itj}$	custo de <i>setup</i> do item tipo $i$ no período $t$ para máquina $j$ ;
$vc_{ijt}$	custo de produção do item tipo $i$ no período $t$ para máquina $j$ ;
$st_{ijt}$	tempo de <i>setup</i> da máquina $j$ para produção do item tipo $i$ no período $t$ ;
$vt_{ijt}$	tempo de produção do item tipo $i$ no período $t$ para máquina $j$ ;
$Cap_{jt}$	capacidade da máquina $j$ no período $t$ ;
$cs_{ijtk}$	custo de produção do item tipo $i$ no período $t$ na máquina $j$ para atender toda a demanda do período $t$ até o período $k$ , $cs_{ijtk} = (vc_{ijt} + \sum_{u=t}^{k-1} hc_{iu})d_{ik}$ ;
$sd_{itk}$	soma da demanda do item tipo $i$ , do período $t$ até o período $k$ ;

#### Variáveis de decisão

---

$x_{ijtk}$	fração da demanda produzida do item $i$ na máquina $j$ no período $t$ para satisfazer a demanda do período $k$
$y_{ijt}$	variável binária, indicando a produção ou não do item tipo $i$ na máquina $j$ para o período $t$ ;

A reformulação do problema de dimensionamento de lotes, utilizando a ideia de localização de facilidades (F0) é descrita da seguinte maneira::

$$\min F0 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^r \sum_{t=1}^m sc_{ijt} y_{ijt} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^r \sum_{t=1}^m \sum_{k=t}^m cs_{ijtk} x_{ijtk} \quad (3.1)$$

sujeito à:

$$\sum_{k=1}^t \sum_{j=1}^r x_{ijtk} = 1 \quad \forall i \in I, \forall t \in T | d_{it} \geq 0 \quad (3.2)$$

$$\sum_{i=1}^n st_{ijt} y_{ijt} + \sum_{i=1}^n \sum_{k=t}^m vt_{ijt} d_{it} x_{ijtk} \leq Cap_{jt} \quad \forall t \in T \quad \forall j \in J \quad (3.3)$$

$$x_{ijkt} \leq y_{ijt} \quad \forall i \in I, \forall t \in T, \forall j \in J, \forall k \in T, k \leq t \quad (3.4)$$

$$y_{ijt} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, t \in T, j \in J \quad (3.5)$$

$$x_{ijtk} \geq 0 \quad \forall i \in I, t \in T, k \in T, k \leq t \quad (3.6)$$

Na formulação matemática apresentada, a função objetivo, representada em (3.1), consiste na minimização do custo total, que é composto pela soma dos custos de *setup* e dos custos de produção. Esta estrutura de custos considera tanto a fase de *setup* das máquinas quanto os custos incorridos durante as etapas de produção.

No primeiro termo da função objetivo,  $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^r \sum_{t=1}^m sc_{ijt} y_{ijt}$ , contabiliza-se o custo total de *setup* ( $sc_{ijt}$  representa o custo de *setup* da máquina  $j$  para produzir o item tipo  $i$  no período  $t$ ) e  $y_{ijt}$  é uma variável binária que assume valor 1 se o *setup* para o item tipo  $i$  na máquina  $j$  no período  $t$  for realizado, e 0 caso contrário.)

O segundo termo,  $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^r \sum_{t=1}^m \sum_{k=t}^m cs_{ijtk} x_{ijtk}$ , representa o custo total de produção e estoque. Nesta expressão,  $cs_{ijtk}$  é o custo unitário de produção do item tipo  $i$  na máquina  $j$  no período  $t$  para atender à demanda no período  $k$  (com  $k \geq t$ ), e  $x_{ijtk}$  é a quantidade produzida do item tipo  $i$  na máquina  $j$  no período  $t$  destinada ao atendimento da demanda no período  $k$ . Assim, a função objetivo busca determinar o plano de produção e *setup* que minimize o custo total, considerando todos os itens, máquinas e períodos envolvidos no planejamento.

A restrição (3.2) garante que a demanda do item tipo  $i$  no período  $t$  seja totalmente atendida. É representada por  $d_{it}$  a demanda do item tipo  $i$  no período  $t$ . A soma das quantidades produzidas  $x_{ijtk}$  para o item tipo  $i$ , em todas as máquinas  $j$  e em todos os períodos de produção  $k$  até  $t$ , deve ser igual à demanda requerida.

As restrições de capacidade, explicitadas em (3.3), impõem um controle sobre o tempo total utilizado nas etapas de *setup* e produção, assegurando que não se exceda a capacidade disponível de cada máquina em cada período. Nesta restrição,  $st_{ijt}$  é o tempo necessário para preparar a máquina  $j$  para produzir o item tipo  $i$  no período  $t$ , e  $vt_{ijt}$  é o tempo unitário de produção do item tipo  $i$  na máquina  $j$  no período  $t$ . O termo  $Cap_{jt}$  representa a capacidade total (em unidades de tempo) da máquina  $j$  no período  $t$ . A soma dos tempos de *setup* e produção para todos os tipos

de itens não deve exceder a capacidade disponível, garantindo que o cronograma seja viável operacionalmente.

A restrição (3.4) estabelece uma ligação entre as variáveis de produção  $x_{ijtk}$  e as variáveis de *setup*  $y_{ijt}$ . Se  $y_{ijt} = 0$  (ou seja, não há *setup* realizado), então a restrição impõe que  $x_{ijtk} \leq 0$ , o que, dado que  $x_{ijtk} \geq 0$ , implica  $x_{ijtk} = 0$ . Portanto, a produção só pode ocorrer se o *setup* tiver sido efetuado previamente.

Finalmente, as restrições (3.5) e (3.6) definem os domínios das variáveis.

### 3.2 Formulações para o problema de dimensionamento de lotes em máquinas paralelas considerando crossover

Nesta seção são apresentadas as extensões propostas neste trabalho para o problema de dimensionamento de lotes, adaptando as formulações para o cenário de máquinas paralelas considerando *setup crossover*. Essas formulações foram baseadas nos trabalhos de [Menezes et al. \(2010\)](#) e [Mohan et al. \(2012\)](#).

#### 3.2.1 Formulação baseada em Menezes et al. (2010) (F1)

Para esta formulação, é necessário a definição das seguintes novas variáveis:

---

##### Novas variáveis

---

$v_{ijt}$  Variável binária que indica se há *setup crossover* entre o período  $t$  e  $t + 1$  para o item tipo  $i$  na máquina  $j$ .

$u_{jt}$  Tempo extra da máquina  $j$  no período  $t$  para o *setup crossover* em  $t + 1$ .

É assumido que, se um *setup* percorre entre os intervalos  $t - 1$  e  $t$  (ou seja,  $y_{i,j,t-1} = 1$ ), o custo e o tempo de *setup* são atribuídos ao período em que ocorre a efetiva produção, ou seja, no período subsequente. A formulação matemática (F1) fundamentada nas ideias sugeridas por [Menezes et al. \(2010\)](#) é apresentada a seguir:

$$\min F1 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^r \sum_{t=1}^m (sc_{ijt} y_{ijt}) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^r \sum_{t=1}^m \sum_{k=t}^m (cs_{ijtk} x_{ijtk}) \quad (3.7)$$

sujeito a:

$$\sum_{k=1}^t \sum_{j=1}^r x_{ijkt} = 1 \quad \forall i \in I, \forall t \in T, \forall j \in J | d_{it} \geq 0 \quad (3.8)$$

$$\sum_{i=1}^n st_{it} y_{ijt} + \sum_{i=1}^n \sum_{k=t}^m vt_{it} d_{ik} x_{ijtk} + u_{jt} \leq Cap_{jt} + u_{j,t-1} \quad \forall t \in T, \forall j \in J \quad (3.9)$$

$$x_{ijkt} \leq y_{ijt} \quad \forall i \in I, \forall t \in T, \forall j \in J, \forall k \in T, k \geq t \quad (3.10)$$

$$u_{j,t-1} \leq \sum_{i=1}^n v_{i,j,t-1} st_{ijt} \quad \forall t \in T, \forall j \in J \quad (3.11)$$

$$v_{i,j,t-1} \leq y_{ijt} \quad \forall i \in I, \forall t \in T, \forall j \in J \quad (3.12)$$

$$\sum_{i=1}^n v_{ijt-1} \leq 1 \quad \forall t \in T, \forall j \in J \quad (3.13)$$

$$y_{ijt} \in \{0, 1\}, v_{i,j,t-1} \in \{0, 1\}, v_{i,j,0} = 0 \quad \forall i \in I, t \in T, j \in J \quad (3.14)$$

$$x_{ijtk} \geq 0, u_{j,t-1} \geq 0, u_{j,0} = 0 \quad \forall i \in I, j \in J, k \in T, t \in T, k \geq t \quad (3.15)$$

A função objetivo (3.7) busca minimizar o custo total, que é composto pela soma dos custos de *setup* e dos custos de produção. Seguindo o mesmo padrão da formulação de [Krarup e Bilde \(1977\)](#) no primeiro termo,  $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^r \sum_{t=1}^m (sc_{ijt} y_{ijt})$ , contabiliza-se o custo total de *setup*  $sc_{ijt}$  e o segundo termo,  $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^r \sum_{t=1}^m \sum_{k=t}^m (cs_{ijtk} x_{ijtk})$ , representa o custo total de produção.

(3.8) implica que demanda do item tipo  $i$  no período  $t$  seja totalmente atendida. É representada por  $d_{it}$  a demanda do item tipo  $i$  no período  $t$ . A soma das quantidades produzidas  $x_{ijtk}$  para o item tipo  $i$ , em todas as máquinas  $j$  e em todos os períodos de produção  $k$  até  $t$ , deve ser igual à demanda requerida.

A restrição (3.9) impõe que o tempo total gasto em *setups*, produção e tempo extra devido ao *setup crossover* não exceda a capacidade disponível da máquina  $j$  no período  $t$ , considerando também o tempo extra emprestado do período anterior  $u_{j,t-1}$ .

A restrição (3.10) assegura que a produção do item tipo  $i$  na máquina  $j$  no período  $t$  só pode ocorrer se o *setup* correspondente tiver sido realizado. Se  $y_{ijt} = 0$ , então a restrição força  $x_{ijtk} = 0$ .

A restrição (3.11) limita o tempo extra emprestado do período anterior  $u_{j,t-1}$  ao tempo de *setup* dos itens que tiveram um *setup crossover* permitido. Se  $v_{i,j,t-1} = 1$  para algum item tipo  $i$ , então  $u_{j,t-1}$  é limitado pelo tempo de *setup*  $st_{ijt}$  desse item.

A restrição (3.12) garante que não haja *setup crossover* do período anterior  $t - 1$  para o período atual  $t$  se não houver *setup* no período  $t$ . Se  $y_{ijt} = 0$ , então  $v_{i,j,t-1}$  deve ser zero.

A restrição (3.13) limita o *setup crossover* para no máximo um item tipo  $i$  por máquina em cada período. Isso evita que múltiplos *setups crossovers* ocorram simultaneamente na mesma máquina.

As restrições (3.14) e (3.15) definem o domínio das variáveis de decisão do problema.

### 3.2.2 Formulação baseada em Mohan et al. (2012) (F2)

A segunda formulação se baseia no trabalho desenvolvido por Mohan *et al.* (2012) e se diferencia em relação a formulação anterior na maneira de limitar o tempo do *setup crossover*, que são relativos as restrições (3.11) e (3.12). Além disso, para apresentação da formulação, é necessário definir novas variáveis:

---

#### Novas variáveis binárias

---

- $z_{ijt} = 1$  indica se o *setup* na máquina  $j$  terminou no período  $t$  para o item tipo  $i$ , se  $z_{ijt} = 0$  indica *setup* completo no mesmo período;
- $w_{ijt} = 1$  se há *setup crossover* na máquina  $j$  entre período o  $t - 1$  e o período  $t$  para o item tipo  $i$  com separação do tempo de *setup* sendo  $l_{i,j,t-1}$  e  $f_{it}$ , onde  $f_{it} + l_{i,j,t-1} = s_{it}$ .

A seguir a segunda formulação:

$$\min f_2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^r \sum_{t=1}^m (sc_{ijt} z_{ijt} + sc_{ijt} w_{ijt}) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^r \sum_{t=1}^m \sum_{k=t}^m (cs_{ijtk} x_{ijtk}) \quad (3.16)$$

sujeito a:

$$\sum_{k=1}^t \sum_{j=1}^r x_{ijkt} = 1 \quad \forall i \in I, \forall t \in T | d_{it} \geq 0 \quad (3.17)$$

$$\sum_{i=1}^n st_{it} z_{ijt} + \sum_{i=1}^n \sum_{k=t}^m vt_{it} d_{ik} x_{ijtk} + \sum_{i=1}^n l_{ijt} + \sum_{i=1}^n f_{ijt} \leq Cap_{jt} \quad \forall t \in T, \forall j \in J \quad (3.18)$$

$$x_{ijkt} \leq z_{ijt} + w_{ijt} \quad \forall i \in I, \forall t \in T, \forall j \in J, \forall k \in T, k \geq t \quad (3.19)$$

$$f_{it} + l_{i,t-1} = w_{ijt} st_{it} \quad \forall i \in I, t \in T, \forall j \in J \quad (3.20)$$

$$\sum_{i=1}^n w_{ijt} \leq 1 \quad \forall t \in T, \forall j \in J \quad (3.21)$$

$$y_{ijt} \in \{0, 1\}, w_{ijt} \in \{0, 1\}, l_{ijt} \geq 0, l_{i0} = 0, f_{it} \geq 0 \quad \forall i \in I, j \in J, t \in T \quad (3.22)$$

$$x_{ijtk} \geq 0 \quad \forall i \in I, j \in J, t \in T, k \geq t \quad (3.23)$$

A função objetivo (3.16) minimiza o custo total, que é composto pela soma dos custos de *setup* e dos custos de produção.

O primeiro termo representa o custo total *setup*, em que  $sc_{ijt} \cdot z_{ijt}$  contabiliza o custo de *setup* quando é concluído no período  $t$  (sem *crossover*), e  $sc_{ijt} \cdot w_{ijt}$  contabiliza o custo quando há um *setup crossover* envolvendo o período  $t$ .

O segundo termo representa o custo total de produção, em que  $cs_{ijtk} \cdot x_{ijtk}$  é o custo de produzir a quantidade  $x_{ijtk}$  do item tipo  $i$  na máquina  $j$  no período  $t$  para atender a demanda no período  $k$ .

A restrição (3.17) assegura que a demanda  $d_{it}$  de cada item tipo  $i$  em cada período  $t$  seja totalmente atendida pela produção acumulada até aquele período.

Na restrição (3.18)  $\sum_{i=1}^n st_{it} \cdot z_{ijt}$  representa o tempo total gasto em *setups* que são iniciados e concluídos no período  $t$  na máquina  $j$ . Sendo que  $st_{it}$  é o tempo necessário para preparar a máquina  $j$  para produzir o item  $i$  no período  $t$ , e  $z_{ijt}$  é uma variável binária que vale 1 se o *setup* para o item  $i$  na máquina  $j$  é concluído no período  $t$ .  $\sum_{i=1}^n \sum_{k=t}^m vt_{it} \cdot x_{ijtk}$ , representa o tempo total gasto em produção na máquina  $j$  no período  $t$ , em que  $vt_{it}$  é o tempo unitário de produção do item tipo  $i$  no período  $t$ , e  $x_{ijtk}$  é a quantidade produzida do item tipo  $i$  na máquina  $j$  no período  $t$  para atender à demanda no período  $k$ .  $\sum_{i=1}^n l_{ijt}$ , representa a porção do tempo de *setup* que será concluída no próximo período (tempo carregado para o período  $t + 1$ ).  $l_{ijt}$  é a porção do tempo de *setup* do item tipo  $i$  na máquina  $j$  que é iniciada no período  $t$  e continuará no período  $t + 1$ .  $\sum_{i=1}^n f_{ijt}$ , representa a porção do tempo de *setup* que foi iniciada no período anterior e está sendo concluída no período  $t$  (tempo carregado do período  $t - 1$ ).  $f_{ijt}$  é a porção do tempo de *setup* do item tipo  $i$  na máquina  $j$  que foi iniciada no período  $t - 1$  e está sendo finalizada no período  $t$ .

A restrição (3.19) garante que a produção  $x_{ijtk}$  do item tipo  $i$  na máquina  $j$  no período  $t$  só ocorre se o *setup* foi concluído no período ( $z_{ijt} = 1$ ) ou se há um *setup crossover* envolvendo o período ( $w_{ijt} = 1$ ). Assim, assegura-se que a máquina esteja preparada para produzir o item no período considerado. Isto evita produção sem o *setup* adequado, garantindo a sequência correta.

A restrição (3.20) assegura que, quando ocorre um *setup crossover* ( $w_{ijt} = 1$ ), o tempo total de *setup*  $st_{it}$  seja corretamente dividido entre os períodos  $t - 1$  e  $t$ . As variáveis  $l_{i,j,t-1}$  e  $f_{ijt}$  representam as porções do *setup* nos períodos anterior e atual, respectivamente. Portanto, a soma dessas porções é igual ao tempo total necessário para o *setup*.

A restrição (3.21) limita o número de *setups crossovers* a, no máximo, um por máquina  $j$  em cada período  $t$ . Isso evita conflitos de agendamento, impedindo que múltiplos *setups crossovers* ocorram simultaneamente na mesma máquina. Assim, garante-se que a capacidade da máquina não seja excedida devido a *setups* sobrepostos.

As restrições (3.22) e (3.23) definem o domínio das variáveis.

### 3.3 Considerações Finais do Capítulo

Neste capítulo, foram apresentadas três formulações matemáticas aplicadas ao problema de dimensionamento de lotes em máquinas paralelas, inicialmente na forma clássica (F0) adaptada para máquinas paralelas e posteriormente em duas versões que incorporam o *setup crossover* (F1 e F2). A formulação F0, fundamentada na reformulação via localização de facilidades de Krarup e Bilde (1977), serviu como ponto de comparação. Em seguida, as formulações F1 e F2, baseadas nos trabalhos de Menezes *et al.* (2010) e Mohan *et al.* (2012), respectivamente, estenderam o modelo para tratar o *setup crossover*, permitindo explorar cenários de transições

entre dois períodos subsequentes.

Na análise das restrições e funções objetivo de cada formulação, observou-se como o *setup crossover* pode impactar tanto o custo total quanto a utilização de recursos produtivos, ao possibilitar uma alocação mais flexível do tempo de preparação entre períodos. Ainda que resulte em um modelo matemático mais complexo, o *setup crossover* tem potencial para reduzir custos de estoque, diminuir a complexidade e tempo da solução.

Para avaliar e validar essas formulações, adotou-se uma metodologia de experimentação computacional que envolveu:

- **Seleção de instâncias de teste:** foram utilizadas as instâncias propostas por [Trigeiro et al. \(1989\)](#), amplamente adotadas na literatura, abrangendo diferentes combinações de itens, períodos, custos e capacidades.
- **Implementação em Python:** a modelagem de cada formulação (F0, F1 e F2) foi realizada no ambiente Python, aproveitando o seu ecossistema de bibliotecas científicas.
- **Uso do solver CPLEX:** para a resolução dos modelos de programação inteira mista, empregou-se o CPLEX, dada sua eficiência na busca de soluções ótimas ou quase ótimas em problemas de grande porte.
- **Execução em ambiente de alto desempenho:** os experimentos foram conduzidos em um *cluster* com processadores de múltiplos núcleos e grande disponibilidade de memória, assegurando a capacidade de lidar com instâncias de maior complexidade.
- **Comparação de métricas de desempenho:** foram analisados os valores de função objetivo (UB), tempos computacionais, GAP de otimalidade, percentual de custo de *setup* e *holding*, além da capacidade efetivamente utilizada.

A combinação dessas etapas constituiu a base para avaliar o desempenho de cada formulação e validar sua adequação para diferentes configurações de problemas. Em síntese, F0 fornece uma referência clássica para comparação, enquanto F1 e F2 demonstram, em distintos graus, melhor adequação prática quando há possibilidade de divisão ou transição de *setups* entre períodos.

### 3.4 Introdução ao Próximo Capítulo

Tendo explorado as formulações matemáticas e seus aspectos técnicos, o próximo capítulo será dedicado à análise detalhada dos *Experimentos Computacionais* realizados. Serão apresentados os resultados numéricos obtidos a partir das três formulações (F0, F1 e F2) frente às diversas instâncias propostas, englobando cenários com diferentes números de máquinas, variações nos custos de estoque e *setup* e diferentes dimensões de itens e períodos. Além disso,

serão discutidos os impactos que cada formulação gera em termos de tempo de processamento, qualidade da solução (*gap* de otimalidade), alocação de recursos, entre outros indicadores.

Esses estudos visam demonstrar como cada modelo se comporta em condições distintas, sobretudo, esclarecer qual abordagem é mais vantajosa em função das necessidades específicas de planejamento seja priorizando redução de custos, minimização de estoques ou rapidez na obtenção de soluções. Com isso, busca-se oferecer um suporte teórico que embase a tomada de decisão em ambientes de produção, onde a escolha da formulação mais apropriada torna-se fundamental para a competitividade e eficiência dos sistemas produtivos.

---

## Experimentos Computacionais

---

### 4.1 Introdução e Metodologia de Validação dos Modelos

Para avaliar o desempenho e a robustez das formulações propostas (F0, F1 e F2) no problema de dimensionamento de lotes em máquinas paralelas, foi desenvolvida uma série de experimentos computacionais que levam em conta variações em parâmetros como número de máquinas, custos de estoque, tempos de *setup* e capacidade produtiva. Esse conjunto de testes permite validar a qualidade das soluções encontradas (função objetivo), bem como o comportamento das formulações em termos de tempo de execução, *gap* de otimalidade, alocação de capacidade e custos de *setup* e estoque.

#### 4.1.1 Metodologia de Validação e Análise

A metodologia de validação abrangeu as seguintes etapas:

1. **Seleção das Instâncias de Teste:** Utilizaram-se instâncias clássicas da literatura, especificamente as propostas por [Trigeiro et al. \(1989\)](#), que variam na quantidade de itens, períodos, custos e tempos de *setup*, além de contemplarem cenários com múltiplas máquinas.
2. **Implementação:** Cada formulação (F0, F1, F2) foi codificada em *Python*, empregando o *solver* CPLEX para resolver os modelos de programação inteira mista.
3. **Plataforma Computacional:** As execuções ocorreram em um *cluster* de alto desempenho, dotado de 2 processadores *AMD EPYC 7H12* (128 núcleos totais) e 2.048 GB de memória RAM, garantindo recursos suficientes para abordar instâncias de grande porte.
4. **Avaliação de Desempenho:** Para comparar as formulações, analisaram-se:

- **Função Objetivo (UB)** e *gap* em relação à solução ótima ou melhor *bound* conhecido;
- **Tempo de Execução** até atingir a convergência ou o limite estipulado;
- **Custos e Estrutura da Solução**, verificando o percentual de *setup*, *holding* e capacidade utilizada.

#### 4.1.2 Descrição dos Cinco Experimentos Realizados

Foram realizados **cinco experimentos** principais, cada um enfatizando uma condição ou variação nos parâmetros do problema:

- **Experimento 1:** Adota as instâncias originais de [Trigeiro et al. \(1989\)](#), com custos e tempos de *setup* nos intervalos iniciais. Avalia a comparação direta entre F0, F1 e F2 sob diferentes números de máquinas (2, 4 e 8).
- **Experimento 2:** Mantém as mesmas instâncias de [Trigeiro et al. \(1989\)](#), porém aumenta em dez vezes o custo de estoque em relação ao valor original. O objetivo é verificar como o incremento substancial no custo de manter produtos em estoque afeta a escolha de *setup* e produção em cada formulação.
- **Experimento 3:** Repete a abordagem do Experimento 2, mas agora elevando em cem vezes o custo de estoque. Esse cenário extremo busca evidenciar de que forma o sistema responde quando estocar itens torna-se consideravelmente mais caro, forçando uma frequência maior de produções e reduzindo os *setups crossovers* mal alocados.
- **Experimento 4:** Retoma os custos de estoque originais, mas reduz a capacidade das máquinas em 5%. Essa modificação avalia o comportamento das formulações num cenário de leve restrição adicional de recursos, exigindo uma maior precisão no escalonamento da produção e *setup*.
- **Experimento 5:** Similar ao Experimento 4, porém com redução de 10% na capacidade das máquinas. O objetivo é investigar o impacto de uma restrição ainda mais rigorosa de capacidade, observando se as formulações conseguem manter eficiência e boa alocação de recursos mesmo sob um ambiente produtivo mais apertado.

#### 4.2 Como foram resolvidas as instâncias

As instâncias do problema de dimensionamento de lotes foram resolvidas utilizando uma implementação em *Python*, integrada ao *solver* de otimização *CPLEX*. O *Python* foi empregado para estruturar os dados de entrada, configurar o modelo matemático e gerenciar a execução dos experimentos. O *solver* *CPLEX* foi escolhido devido à sua reconhecida eficiência no tratamento de problemas de otimização de grande porte.

Os experimentos ocorreram em um *cluster* de alto desempenho, dotado de:

- 2 processadores *AMD EPYC 7H12*, totalizando 128 núcleos de processamento;
- 2.048 GB de memória RAM.

Esse ambiente de alto desempenho foi essencial para lidar com múltiplos períodos e restrições de capacidade de forma simultânea, garantindo a viabilidade computacional das simulações, mesmo em instâncias de grande porte, envolvendo múltiplos períodos e restrições de capacidade, garantindo o desempenho necessário para lidar com as exigências computacionais das simulações realizadas..

As formulações matemáticas apresentadas no Capítulo 3 foram testadas utilizando um conjunto de 140 instâncias propostas por [Trigeiro et al. \(1989\)](#), divididas da seguinte maneira:

Tabela 4.1: Comparação vertical entre as classes de instâncias F e G.

<b>Características</b>	<b>F</b>	<b>G</b>
<b>Total de Instâncias</b>	70	70
<b>Itens</b>	6	- 50 instâncias com 6 itens e 15 períodos - 5 instâncias adicionais para cada combinação de (itens, períodos): (12,15), (24,15), (6,30), (12,30)
<b>Períodos</b>	15	Principalmente 15 períodos, mas também 30 períodos nas variações adicionais
<b>Faixa de Custo de Setup</b>	Baixo: [520; 680] Médio: [200; 1000] Alto: [400; 2000]	[200; 1000]
<b>Faixa de Tempo de Setup</b>	Baixo: [10; 50] Alto: [30; 150]	[10; 50]
<b>Máquinas em Paralelo</b>	2, 4, 8	
<b>Observações</b>	São 70 instâncias combinando 3 faixas de custos (baixo, médio, alto) com 2 faixas de tempo de setup (baixo, alto). Em todos os casos, são considerados 6 itens e 15 períodos.	Além das 50 instâncias com 6 itens/15 períodos, há 5 instâncias para cada variação adicional de itens e períodos. Custos de setup em [200; 1000] e tempo de setup em [10; 50].

Foram comparadas três formulações denominadas F0, F1 e F2. A formulação base, F0, serve como parâmetro de comparação para avaliar as melhorias oferecidas pelas formulações subsequentes, F1 e F2, em termos de limite superior (UB), pois partem de mesmas instâncias, e tempo computacional. Observa-se que enquanto F0 estabelece a referência, F1 e F2 são projetadas para explorar eficiências computacionais e eficácias otimizadas, respectivamente.

### 4.3 Experimento 1

A Tabela 4.2 apresenta os valores médios dos resultados do Experimento 1 para instâncias com 2 máquinas paralelas. As linhas correspondem à quantidade de períodos  $t$  e de itens tipo  $i$ , enquanto as colunas mostram os valores das funções objetivo F0, F1, F2, tempos de solução, GAPS (diferença percentual entre a melhor solução encontrada e o limite inferior conhecido, indicando a qualidade da solução) e percentuais relativos das funções objetivos. Os valores são médias calculadas de todas as instâncias dentro de cada cenário.

Os dados indicam que a F1 oferece tempos de computação reduzidos em todas as instâncias testadas, sem comprometer significativamente o UB, enquanto F2 apresenta melhorias marginais no UB com variações no tempo de computação, refletindo um foco em otimizar a qualidade da solução.

A análise percentual da função objetivo (FO) revela nuances importantes na avaliação da eficácia das formulações. F1 alcança, em alguns casos, uma FO ligeiramente superior em relação ao F0, demonstrando não apenas a manutenção da qualidade da solução mas, em certas condições, a sua melhoria. Em contraste, F2 mantém a FO entre a 99,2% a 99,9% comparada ao F0, sugerindo que as soluções encontradas, apesar de ligeiramente inferiores, são consistentemente próximas em qualidade à formulação base. Essas observações sublinham o equilíbrio entre tempo de computação e precisão da solução entre as formulações F1 e F2, proporcionando insights valiosos sobre sua aplicabilidade dependendo das exigências específicas do problema.

É notável que F1 se destaca por sua eficiência, reduzindo significativamente os tempos de computação em todas as instâncias avaliadas. Esta eficiência não vem à custa de uma degradação notável no UB, tornando F1 particularmente atraente para situações em que a rapidez é essencial. O sucesso de F1 em manter a qualidade da solução enquanto oferece tempos de computação substancialmente mais curtos sugere que as otimizações realizadas nesta formulação equilibram de forma exemplar os *trade-offs* entre eficácia e eficiência.

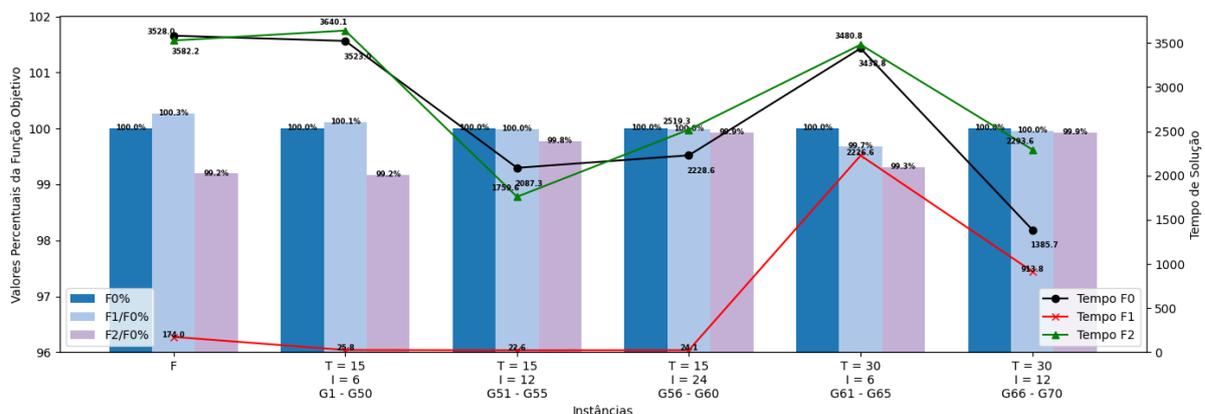
Em contrapartida, a formulação F2, embora apresente uma melhoria na qualidade das soluções (como indicado pelos UBs ligeiramente inferiores), não oferece uma vantagem em termos de tempo de computação quando comparada a F0. Esta característica torna F2 mais adequada para casos onde pequenas melhorias na precisão da solução são prioritárias, mesmo que isso implique em tempos de computação comparáveis aos da formulação base. A escolha entre F1 e F2, portanto, reflete uma decisão estratégica entre priorizar eficiência ou eficácia.

**Tabela 4.2:** Experimento 1 contendo os valores médios referentes à função objetivo e ao tempo de solução para as instâncias considerando 2 máquinas paralelas.

2 Máq	UB			Tempo(s)			GAP			Função Objetivo (%FO)		
	F0	F1	F2	F0	F1	F2	F0	F1	F2	%	F1/F0	F2/F0
F	40600,23	40707,46	40272,09	3582,15	174,00	3528,03	1,44%	0,01%	1,57%	100%	100,3%	99,2%
T = 15 I = 6 G1 - G50	36166,71	36206,78	35866,52	3522,96	25,75	3640,09	1,07%	0,01%	0,94%	100%	100,1%	99,2%
T = 15 I = 12 G51 - G55	67910,8	67898,41	67758,69	2087,25	22,59	1759,63	0,01%	0,01%	0,02%	100%	100,0%	99,8%
T = 15 I = 24 G56 - G60	143776,1	143760,6	143674,5	2228,55	24,06	2519,26	0,01%	0,01%	0,03%	100%	100,0%	99,9%
T = 30 I = 6 G61 - G65	67176,73	66959,05	66709,84	3438,75	2226,64	3480,78	0,61%	0,13%	0,60%	100%	99,7%	99,3%
T = 30 I = 12 G66 - G70	144412,2	144352,8	144303,9	1385,68	913,81	2293,62	0,01%	0,02%	0,03%	100%	100,0%	99,9%

Na Figura 4.1, apresenta-se uma representação gráfica que destaca a diferença de tempo de computação entre as três formulações analisadas, bem como seus correspondentes limites superiores (UB). Observa-se o ganho de tempo proporcionado pela formulação F1 quando comparada às demais estratégias. Tal eficiência no tempo de processamento não apenas sugere uma otimização nos algoritmos subjacentes da F1, mas também indica sua superioridade em termos de aplicabilidade prática, especialmente em contextos onde a rapidez na obtenção de resultados é primordial. Adicionalmente, a formulação F2 se destaca pelo seu ganho de qualidade, conforme refletido nos valores de UB. Essa melhoria na precisão das soluções encontradas pela F2 ilustra o equilíbrio entre a complexidade computacional e a acurácia das soluções, evidenciando o potencial da F2 para problemas de tamanho moderado.

Figura 4.1: Gráfico dos valores médios da função objetivo em porcentagem com os respectivos tempos de solução com 2 máquinas paralelas para o Experimento 1.



A Tabela 4.3 oferece uma análise comparativa entre as mesmas 3 formulações, aplicadas no

mesmo contexto, porém, agora envolvendo quatro máquinas. Os dados revelam informações sobre o desempenho de cada formulação em termos de limites superiores (UB) e tempos de computação, além de fornecer uma visão relativa da eficácia através da percentagem da função objetivo (%FO) comparada à formulação base, F0. Observa-se que F1 mostra uma tendência para tempos de computação reduzidos em quase todas as instâncias analisadas, sugerindo uma eficiência significativamente aprimorada sem comprometer de forma substancial a qualidade das soluções geradas.

Especificamente, a formulação F1 destaca-se pela sua capacidade de otimizar o tempo de computação, evidenciando uma superioridade em eficiência operacional em relação à F0, a formulação base. Esta eficiência é especialmente notável em cenários complexos, como aqueles com um maior número de itens e períodos, onde o tempo de processamento se torna um fator crítico. Apesar de apresentar variações mínimas nos limites superiores (UB) em comparação com F0, F1 mantém uma qualidade de solução próxima à do padrão de referência, ilustrando que é possível alcançar soluções eficientes rapidamente sem sacrificar a precisão. Essa característica faz da F1 uma opção atraente para ambientes de produção que demandam rapidez e eficiência nas tomadas de decisão.

Por outro lado, a formulação F2 exibe uma tendência de fornecer melhorias na qualidade das soluções, conforme indicado pelos valores melhores de UB, principalmente nas instâncias F, G1 a G50 e G61 a G65. Essa melhoria na precisão das soluções sugere que F2 pode ser particularmente vantajosa em situações onde a otimização da solução é prioritária, mesmo que isso possa implicar em tempos de computação comparáveis ou ligeiramente superiores aos da formulação base. Contudo, é importante notar que a vantagem de F2 em termos de qualidade da solução não é uniforme em todas as instâncias, destacando a necessidade de uma avaliação criteriosa da formulação mais adequada com base nas especificidades de cada problema.

**Tabela 4.3:** Experimento 1 contendo os valores médios referentes à função objetivo e ao tempo de solução para as instâncias considerando 4 máquinas paralelas.

4 Máq	UB			Tempo(s)			GAP			Função Objetivo (%FO)		
	F0	F1	F2	F0	F1	F2	F0	F1	F2	%	F1/F0	F2/F0
F	42234,98	41949,85	40867,44	3727,59	2743,64	3427,66	1,44%	1,86%	5,01%	100%	99,3%	97,4%
T = 15 I = 6 G1 - G50	37893,3	37497,87	36833,89	3727,23	3304,45	3687,68	8,01%	2,83%	5,08%	100%	99,0%	98,2%
T = 15 I = 12 G51 - G55	67997,15	68034,02	67696,82	2877,41	2180,04	3017,05	0,85%	0,16%	1,58%	100%	100,1%	99,5%
T = 15 I = 24 G56 - G60	143763,9	143738,5	143587,3	3435,10	2886,50	3565,14	0,07%	0,03%	0,24%	100%	100,0%	99,9%
T = 30 I = 6 G61 - G65	68304,03	67235,85	67769,58	3578,75	2903,61	3445,49	3,75%	2,15%	3,40%	100%	98,4%	100,8%
T = 30 I = 12 G66 - G70	144390	144302,2	144265,1	1904,59	2916,16	3295,27	0,03%	0,03%	0,33%	100%	99,9%	100,0%

Na Figura 4.2, é apresentada uma análise gráfica que destaca de forma efetiva a otimização alcançada pelas diferentes formulações aplicadas ao contexto de produção com 4 máquinas. Este recurso visual permite uma compreensão imediata da eficácia de cada formulação em termos de otimização do processo produtivo. De maneira notável, observa-se um ganho de tempo expressivo associado à formulação F1, evidenciando sua superioridade em termos de eficiência computacional e rapidez na obtenção de soluções otimizadas. Essa vantagem de tempo é demonstrada que a formulação F1 não apenas consegue atingir soluções de melhor qualidade em um contexto complexo de produção, mas também o faz de maneira mais ágil, otimizando recursos e potencializando a capacidade produtiva.

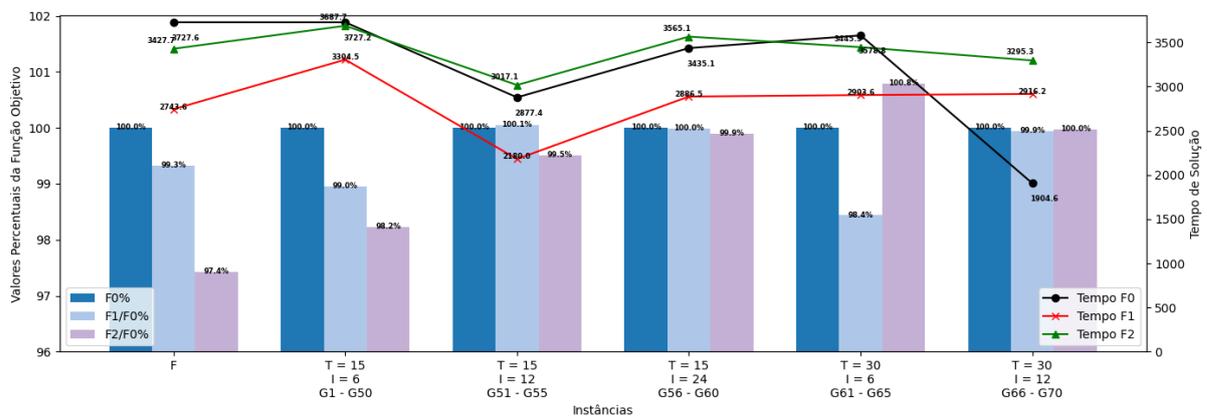


Figura 4.2: Gráfico dos valores médios da função objetivo em porcentagem com os respectivos tempos de solução com 4 máquinas paralelas para o Experimento 1.

A Tabela 4.4 fornece uma análise detalhada dos resultados do Experimento 1, porém, focando no cenário que envolve a operação de 8 máquinas, comparando as formulações F0, F1 e F2.

A formulação F1, mostra uma redução notável no UB em comparação com F0 em quase todos os cenários, indicando uma otimização mais eficiente. Essa eficiência é particularmente evidente no cenário com 30 períodos e 6 itens, onde a porcentagem FO de F1 é de 82,9%, refletindo uma melhoria substancial sobre a formulação base F0. Por outro lado, F2 apresenta um desempenho variado, com a % FO ultrapassando 100% nos cenários com 15 períodos e 12 itens, indicando um UB superior ao de F0, o que reflete uma perda de eficiência para essas instâncias específicas.

No que se refere aos tempos de computação, todos os cenários mostram tempos elevados de processamento, com F1 consumindo menor tempo em média e F2 com tempos similares de processamento em relação a F0, sugerindo uma eficiência computacional. Este aspecto é crucial, pois indica que além de F1 e F2 mostrarem um ganho eficiente de performance na maioria das instâncias, as formulações F1 e F2 podem oferecer pequena economia de tempo.

**Tabela 4.4:** Experimento 1 contendo os valores médios referentes à função objetivo e ao tempo de solução para as instâncias considerando 8 máquinas paralelas.

8 Máq	UB			Tempo(s)			GAP			Função Objetivo (%FO)		
	F0	F1	F2	F0	F1	F2	F0	F1	F2	%	F1/F0	F2/F0
F	54746,02	47636,53	46479,37	3716,62	3407,07	3541,27	13,35%	9,43%	12,08%	100%	87,0%	84,9%
T = 15 I = 6 G1 - G50	50471,9	42402,82	42815,47	3722,15	3600,00	3600,00	12,33%	12,46%	11,53%	100%	84,0%	84,8%
T = 15 I = 12 G51 - G55	68358,56	68622,9	69120,48	3600,00	3600,00	3600,00	8,88%	3,42%	4,77%	100%	100,4%	101,1%
T = 15 I = 24 G56 - G60	143722,4	143610,8	143470,3	3600,00	2993,33	3508,30	0,78%	0,29%	0,20%	100%	99,9%	99,8%
T = 30 I = 6 G61 - G65	83049,48	68859,01	76133,99	3605,81	3600,03	3606,32	8,58%	16,24%	5,99%	100%	82,9%	91,7%
T = 30 I = 12 G66 - G70	140628,8	140257,5	140375,6	1441,99	1835,56	1230,57	0,01%	0,10%	0,01%	100%	99,7%	99,8%

Na Figura 4.3, a representação gráfica fornece uma outra visão dos resultados obtidos no Experimento 1, que se centra em cenários de produção envolvendo 8 máquinas. Esta visualização permite uma comparação direta dos tempos de processamento associados entre as formulações, e também realça a eficácia da formulação. A proximidade nos tempos de produção entre as soluções sugere que, apesar das diferenças nas abordagens de otimização adotadas por F1 e F2 em comparação com a formulação base F0, as variações no tempo necessário para alcançar as soluções são baixas, indicando uma eficiência computacional comparável entre as formulações.

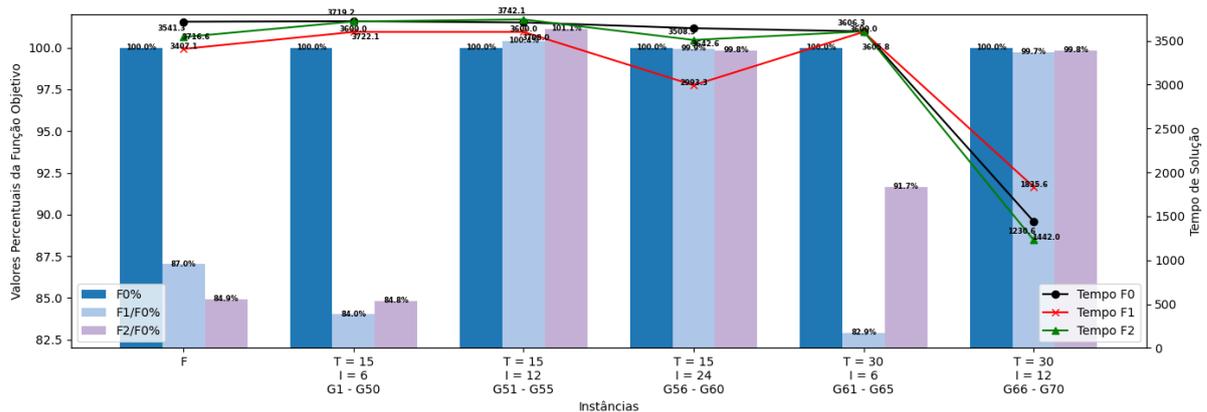


Figura 4.3: Gráfico dos valores médios da função objetivo em porcentagem com os respectivos tempos de solução com 8 máquinas paralelas para o Experimento 1.

Na Tabela 4.5, foi realizada uma análise comparativa dos efeitos da variação no número de máquinas (2, 4 e 8) sobre os custos de *setup* (SC), custos de estoque (HC) e a capacidade utilizada em cenários produtivos distintos, conforme delineado pela formulação F0. A investigação revela uma tendência ascendente nos custos de *setup* à medida que aumenta o número de

máquinas, um fenômeno que ilustra a complexidade adicional imposta pela gestão de múltiplos equipamentos. Paradoxalmente, observa-se uma diminuição nos custos de estoque com o incremento da capacidade produtiva, sugerindo uma gestão de estoque mais eficaz que se beneficia da flexibilidade operacional proporcionada por um maior número de máquinas. Esses padrões sublinham a dialética entre a ampliação da capacidade e sua gestão eficiente, onde benefícios em um aspecto podem acarretar desafios em outro.

Adicionalmente, a análise da capacidade utilizada oferece *insights* fundamentais sobre a eficácia operacional nas diferentes configurações de máquinas. Nota-se que a expansão para 8 máquinas apresenta desafios significativos na maximização da utilização da capacidade, especialmente em contextos com um grande número de itens e períodos, como ilustrado nas instâncias "T = 30, I = 12". Este resultado sugere uma necessidade de menores recursos para a produção a mesma quantidade demandada.

**Tabela 4.5:** Resultados Experimento 1 contendo os percentuais de custo de *setup*, custo de estoque e o percentual de capacidade utilizada para a solução da FO.

2 MÁQUINAS					4 MÁQUINAS					8 MÁQUINAS				
FO	UB	SC	HC	Cap. Utilizada	FO	UB	SC	HC	Cap. Utilizada	FO	UB	SC	HC	Cap. Utilizada
F	100%	68,77%	31,23%	73,09%	F	100%	78,30%	21,70%	70,45%	F	100%	91,61%	8,39%	60,83%
T = 15 I = 6 G 1-50	100%	72,23%	27,77%	72,25%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	80,73%	19,27%	69,85%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	92,05%	7,95%	64,91%
T = 15 I = 12 G 51-55	100%	69,32%	30,68%	74,09%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	71,44%	28,56%	74,48%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	77,11%	22,89%	69,13%
T = 15 I = 24 G 56-60	100%	67,93%	32,07%	75,98%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	68,12%	31,88%	76,06%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	68,87%	31,13%	73,95%
T = 30 I = 6 G 61-65	100%	70,37%	29,63%	78,76%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	77,77%	22,23%	68,60%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	92,84%	7,16%	59,28%
T = 30 I = 12 G 66-70	100%	66,19%	33,81%	74,75%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	66,94%	33,06%	70,42%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	67,90%	32,10%	46,40%

Essa mesma análise foi realizada para a formulação 1 e foi demonstrada na Tabela 4.6, pode-se notar na transição de cenários com 2 para 4 e, posteriormente, para 8 máquinas, uma tendência no aumento do custo de *setup* (SC) e uma diminuição do custo de estoque (HC) à medida que o número de máquinas aumenta. Essa dinâmica sugere que, embora a complexidade operacional e os desafios de otimização escalonem com o aumento do número de máquinas, há uma melhoria concomitante na gestão do estoque. Este fenômeno pode ser atribuído à maior flexibilidade operacional que acompanha o aumento da capacidade produtiva.

Especificamente, no cenário com 8 máquinas, destaca-se a significativa melhora no custo de *setup* em comparação aos cenários com menos máquinas. Isso é acompanhado por uma redução proporcional no HC. Além disso, a capacidade utilizada nesses cenários com 8 máquinas reflete um baixo aproveitamento de capacidade, observa-se uma utilização reduzida quando comparada aos cenários com menos máquinas, potencialmente indicando áreas onde a eficiência operacional poderia ser aprimorada.

**Tabela 4.6:** Resultados Experimento 1 contendo os percentuais de custo de *setup*, custo de estoque e o percentual de capacidade utilizada para a solução da F1.

2 MÁQUINAS					4 MÁQUINAS					8 MÁQUINAS				
F1	UB	SC	HC	Cap. Utilizada	F1	UB	SC	HC	Cap. Utilizada	F1	UB	SC	HC	Cap. Utilizada
F	100%	68,50%	31,50%	72,96%	F	100%	76,40%	23,60%	68,96%	F	100%	88,33%	11,67%	57,20%
T = 15 I = 6 G 1-50	100%	71,86%	28,14%	72,10%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	79,22%	20,78%	68,63%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	90,26%	9,74%	61,58%
T = 15 I = 12 G 51-55	100%	69,45%	30,55%	74,08%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	70,51%	29,49%	74,28%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	77,12%	22,88%	68,52%
T = 15 I = 24 G 56-60	100%	68,05%	31,95%	76,02%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	68,13%	31,87%	76,00%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	68,30%	31,70%	73,81%
T = 30 I = 6 G 61-65	100%	69,86%	30,14%	78,50%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	75,53%	24,47%	67,95%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	87,76%	12,24%	57,38%
T = 30 I = 12 G 66-70	100%	66,36%	33,64%	74,78%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	66,39%	33,61%	70,34%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	67,53%	32,47%	46,37%

Por último, no Experimento 1, foi realizada a análise, demonstrada na Tabela 4.7 da formulação 2, a lógica de aumento de custo de *setup* e a diminuição do custo de estoque conforme aumenta o número de máquinas se mantém, porém, nesse caso específico, chama-se atenção para a redução da capacidade utilizada em relação a F0 e F1.

**Tabela 4.7:** Resultados experimento 1 contendo os percentuais de custo de *setup*, custo de estoque e o percentual de capacidade utilizada para a solução da F2.

2 MÁQUINAS					4 MÁQUINAS					8 MÁQUINAS				
F2	UB	SC	HC	Cap. Utilizada	F2	UB	SC	HC	Cap. Utilizada	F2	UB	SC	HC	Cap. Utilizada
F	100%	67,72%	32,28%	66,47%	F	100%	74,91%	25,09%	58,77%	F	100%	85,83%	14,17%	45,33%
T = 15 I = 6 G 1-50	100%	71,25%	28,75%	66,45%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	69,44%	30,56%	68,96%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	88,26%	11,74%	49,72%
T = 15 I = 12 G 51-55	100%	69,47%	30,53%	71,24%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	78,05%	21,95%	59,49%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	75,13%	24,87%	62,08%
T = 15 I = 24 G 56-60	100%	67,89%	32,11%	73,87%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	67,50%	32,50%	72,42%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	68,33%	31,67%	68,49%
T = 30 I = 6 G 61-65	100%	70,47%	29,53%	72,93%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	73,90%	26,10%	61,76%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	86,52%	13,48%	47,93%
T = 30 I = 12 G 66-70	100%	66,18%	33,82%	71,47%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	66,03%	33,97%	65,64%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	67,53%	32,47%	42,87%

#### 4.4 Experimento 2

No Experimento 2, utiliza-se as mesmas instâncias propostas por [Trigeiro et al. \(1989\)](#), diferenciando o custo de estoque, que agora é considerado dez vezes maior que o originalmente definido. Este ajuste metodológico visa investigar o impacto de um aumento significativo no custo de manter estoque sobre as decisões de produção e as configurações ótimas determinadas pelos modelos de otimização.

Com este aumento deliberado no custo de estoque espera-se influenciar as estratégias de produção, incentivando a adoção de abordagens que reduzam a quantidade de estoque retido,

potencialmente aumentando a frequência de produção para alinhar mais de perto com a demanda real.

Na Tabela 4.8, observamos os resultados obtidos para os cenários com 2, 4 e 8 máquinas paralelas, considerando as formulações F0, F1 e F2. Para os cenários com 2 e 4 máquinas, a análise dos resultados indica que o ganhos pequenos na função objetivo entre as diferentes formulações. Esse comportamento sugere que, embora as estratégias de otimização implementadas possam contribuir para refinamentos marginais nos custos totais, o impacto direto na eficácia geral do processo produtivo é limitado. Contudo, é notável que, apesar da baixa melhoria na função objetivo, o tempo computacional necessário para alcançar esses resultados mostrou-se reduzido. Esse ganho de tempo é de particular importância, pois indica que as formulações conseguem proporcionar respostas mais rápidas sem sacrificar significativamente a qualidade das soluções, um fator crucial em ambientes de produção que exigem agilidade na tomada de decisões.

Por outro lado, ao analisar as instâncias operando com 8 máquinas paralelas, especialmente aquelas com configurações de 15 períodos e 6 itens, 15 períodos e 12 itens e 30 períodos e 6 itens, uma melhoria notável na função objetivo é evidenciada. Essa melhoria na FO sugere que, para configurações de produção mais complexas e com maior capacidade, as formulações adotadas são capazes de explorar de maneira mais eficaz o espaço de soluções, resultando em otimizações mais significativas dos custos de produção e estoque. Além do mais, o benefício não se restringe apenas ao aspecto de custo, pois um ganho de tempo expressivo também foi observado, reforçando a eficiência das formulações em proporcionar soluções otimizadas de maneira rápida.

**Tabela 4.8:** Experimento 2 contendo os valores médios referentes à função objetivo, ao tempo de solução e GAP para as instâncias considerando 2, 4 e 8 máquinas paralelas

2 máquinas												
2 Máq	UB			Tempo(s)			Gap			Função Objetivo (%FO)		
	F0	F1	F2	F0	F1	F2	F0	F1	F2	%	F1/F0	F2/F0
F	62137,5	62059,3	62054,3	2152,86	0,11	654,46	0,31%	0,00%	0,04%	100%	99,87%	99,87%
T = 15 I = 6 G1 - G50	50133,6	49991,3	49985,5	2292,32	1,56	1066,81	0,54%	0,00%	0,02%	100%	99,72%	99,70%
T = 15 I = 12 G51 - G55	98522,2	98494	98494	813,43	0,09	10,98	0,00%	0,00%	0,00%	100%	99,97%	99,97%
T = 15 I = 24 G56 - G60	202328	202300	202300	94,48	0,23	38,38	0,00%	0,00%	0,00%	100%	99,99%	99,99%
T = 30 I = 6 G61 - G65	95363,5	95314	95314	339,19	0,15	12,49	0,00%	0,00%	0,00%	100%	99,95%	99,95%
T = 30 I = 12 G66 - G70	144412,2	144352,8	144303,9	1385,68	913,81	2293,62	0,01%	0,02%	0,03%	100%	100,00%	100,00%
4 máquinas												
4 Máq	UB			Tempo(s)			Gap			Função Objetivo (%FO)		
	F0	F1	F2	F0	F1	F2	F0	F1	F2	%	F1/F0	F2/F0
F	63392,4	62267,5	62080,4	3759,53	389,42	1151,71	10,23%	0,13%	0,34%	100%	98,23%	97,93%
T = 15 I = 6 G1 - G50	50983,8	50293,8	50100,2	3067,20	441,75	1102,25	4,95%	0,08%	0,18%	100%	98,65%	98,27%
T = 15 I = 12 G51 - G55	98546,2	98494	98494	875,79	1,51	175,24	0,00%	0,00%	0,00%	100%	99,95%	99,95%
T = 15 I = 24 G56 - G60	202328	202300	202300	1134,74	0,90	398,82	0,00%	0,00%	0,00%	100%	99,99%	99,99%
T = 30 I = 6 G61 - G65	95986,6	95314	95314	3164,30	0,90	531,89	0,92%	0,00%	0,00%	100%	99,30%	99,30%
T = 30 I = 12 G66 - G70	209562	209562	209562	148,78	1,30	296,95	0,00%	0,00%	0,00%	100%	100,00%	100,00%
8 máquinas												
8 Máq	UB			Tempo(s)			Gap			Função Objetivo (%FO)		
	F0	F1	F2	F0	F1	F2	F0	F1	F2	%	F1/F0	F2/F0
F	66605,9	62857,4	62267,2	2501,11	326,39	293,22	5,45%	0,11%	0,03%	100%	94,37%	93,49%
T = 15 I = 6 G1 - G50	59505,3	52281,4	54840,6	3132,29	1827,40	1473,18	8,08%	5,56%	0,47%	100%	87,86%	92,16%
T = 15 I = 12 G51 - G55	98517,3	98494	98494	3035,27	3,01	492,85	3,10%	0,00%	0,00%	100%	99,98%	99,98%
T = 15 I = 24 G56 - G60	202404	202300	202300	1796,10	94,57	880,61	0,27%	0,00%	0,00%	100%	99,95%	99,95%
T = 30 I = 6 G61 - G65	98509,4	95394	95314	2044,26	1,21	254,35	1,40%	0,00%	0,00%	100%	96,84%	96,76%
T = 30 I = 12 G66 - G70	201680	201680	201680	427,08	2,10	125,86	0,00%	0,00%	0,00%	100%	100,00%	100,00%

Na Figura 4.4, é possível observar o comportamento das funções objetivo (F0, F1, F2) e os tempos de solução das instâncias com 2 máquinas paralelas. A análise revela que, em termos de função objetivo, as diferenças entre F0, F1 e F2 são pequenas, com variações percentuais inferiores a 1%, o que indica que o ganho em qualidade da solução é pouco expressivo. No entanto, a função F1 apresenta um desempenho notável em termos de tempo de solução, com uma redução de tempo em relação às outras formulações, especialmente nas instâncias iniciais, como o conjunto  $T = 15, I = 6$ , em que o tempo de solução de F1 é 1,6 segundos, comparado aos 2292,3 segundos de F0. Para as instâncias maiores, como  $T = 15, I = 24$ , o tempo de F1 ainda se mantém inferior, apesar da diferença em relação a F0 e F2 seja menos evidente. Esses resultados indicam que, para instâncias menores e médias, a função F1 oferece uma solução com qualidade comparável a F0 e F2, mas com uma economia substancial de tempo, enquanto para instâncias maiores, essa vantagem em termos de tempo diminui, porém ainda existe.

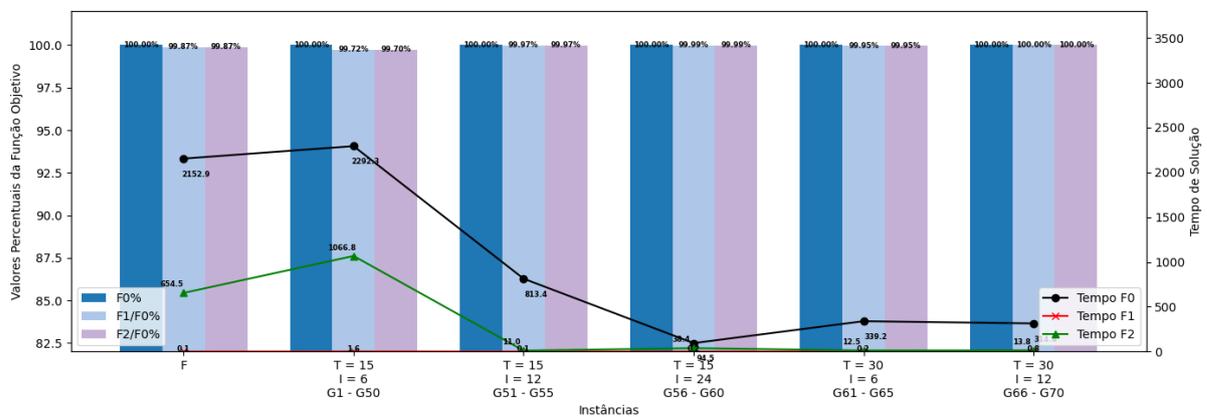


Figura 4.4: Gráfico dos valores médios da função objetivo em porcentagem com os respectivos tempos de solução com 2 máquinas paralelas para o Experimento 2.

Já na Figura 4.5 é graficamente visível, para o cenário com 4 máquinas paralelas, as instâncias iniciais, ganho em termos de performance, também houve um ganho de tempo, e nas finais, em todos os cenários tiveram tempos semelhantes.

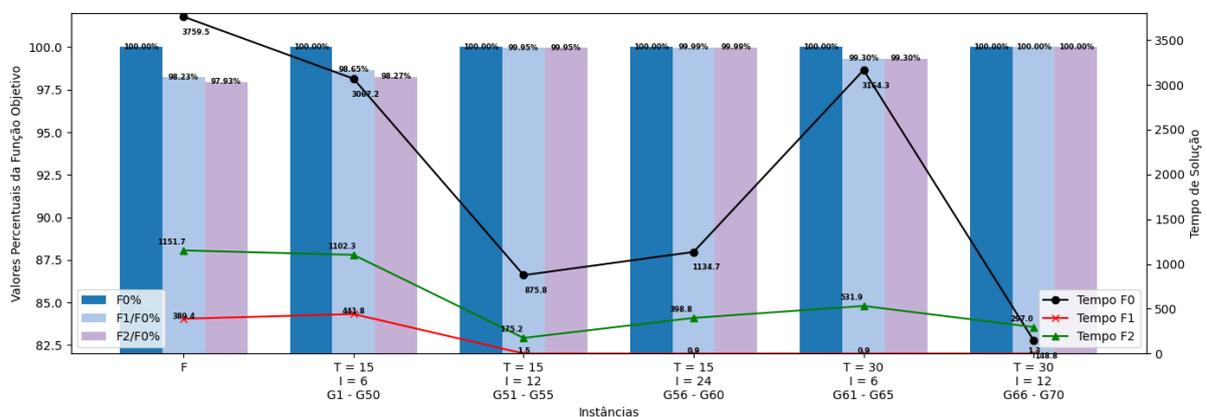


Figura 4.5: Gráfico dos valores médios da função objetivo em porcentagem com os respectivos tempos de solução com 4 máquinas paralelas para o Experimento 2.

Por último, na Figura 4.6 para o cenário de 8 máquinas paralelas, é possível notar um ganho nas instâncias iniciais e nas instâncias de 30 períodos e 6 itens, também houve um ganho con-

siderável de tempo. Com destaque para a formulação 1 que em alguns cenários teve resolução praticamente instantânea.

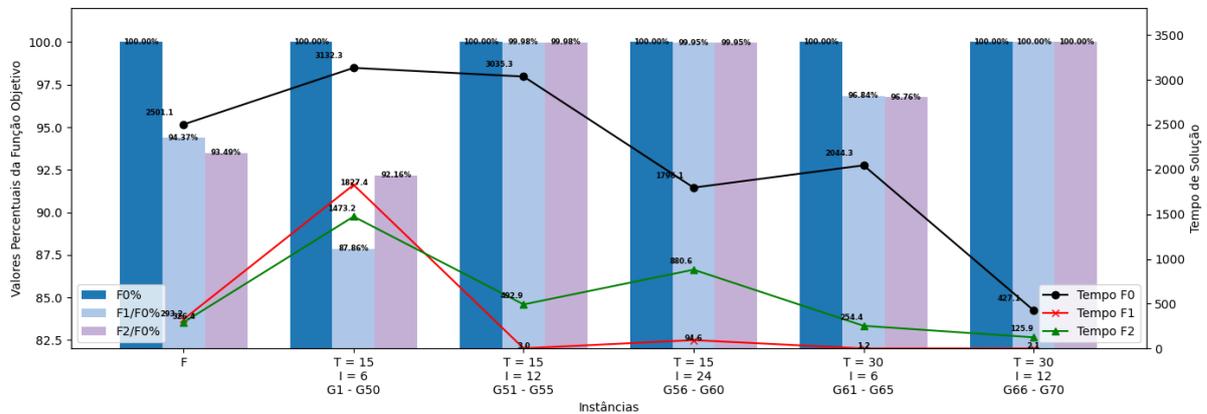


Figura 4.6: Gráfico dos valores médios da função objetivo em porcentagem com os respectivos tempos de solução com 8 máquinas paralelas para o Experimento 2.

Analisando a Tabela 4.9, que compara os resultados das formulações F0, F1 e F2 sob cenários de 2, 4 e 8 máquinas, diferentemente da Tabela 4.8, ela é focada na análise do percentual gasto em custo de estoque e custo de *setup* na função objetivo, além disso, é demonstrado percentual da capacidade utilizada em relação a capacidade total em cada cenário e instâncias.

A formulação F0, sendo a mais básica entre as três, tende a oferecer um ponto de partida sólido para o entendimento da dinâmica do problema. Observamos que, em geral, a utilização da capacidade (Cap. Utilizada) é elevada em todas as configurações de máquinas, o que indica uma boa eficiência na alocação de recursos. No entanto, ao aumentar o número de máquinas de 2 para 8, vemos uma tendência de redução no percentual do custo de *setup* (SC) e um aumento no custo de estoque (HC).

A formulação F1 introduz melhorias específicas em relação à F0, possivelmente focando em aspectos como redução de custos ou aumento da eficiência logística. Nota-se uma melhoria na redução dos custos associados (SC e HC) à medida que avançamos de 2 para 8 máquinas, demonstrando a eficácia da F1 em otimizar esses aspectos em cenários de maior capacidade produtiva. Ainda assim, o ganho na utilização da capacidade não é proporcional ao aumento do número de máquinas, o que pode indicar que a formulação F1 é mais eficaz em otimizar custos do que em maximizar o uso da capacidade. Além disso, também chama a atenção na formulação 1 com 2 máquinas, o quanto o SC é baixo em relação as outras formulações.

A formulação 2, por sua vez, pode estar focada em otimizar ainda mais a eficiência operacional e os custos, talvez através de uma gestão mais refinada do estoque ou da produção. A redução percentual nos custos de *setup* (SC) e nos custos de estoque (HC) torna-se mais evidente com o aumento do número de máquinas, especialmente ao comparar os cenários de 4 e 8 máquinas. Isso sugere que a F2 é particularmente eficaz em ambientes de alta capacidade, onde as complexidades gerenciais são maiores.

**Tabela 4.9:** Resultados Experimento 2 contendo os percentuais de custo de *setup*, custo de estoque e o percentual de capacidade utilizada para a solução da F0, F1, F2, para os cenários de 2, 4 e 8 máquinas.

F0														
2 MÁQUINAS					4 MÁQUINAS					8 MÁQUINAS				
FO	UB	SC	HC	Cap. Utilizada	FO	UB	SC	HC	Cap. Utilizada	FO	UB	SC	HC	Cap. Utilizada
F	100%	30,90%	69,10%	81,66%	F	100%	12,43%	87,57%	79,62%	F	100%	4,75%	95,25%	63,78%
T = 15 I = 6 G 1-50	100%	26,55%	73,45%	80,28%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	4,69%	95,31%	75,93%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	4,80%	95,20%	68,03%
T = 15 I = 12 G 51-55	100%	29,98%	70,02%	82,59%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	1,25%	98,75%	81,47%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	2,56%	97,44%	75,06%
T = 15 I = 24 G 56-60	100%	31,83%	68,17%	84,61%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	2,40%	97,60%	84,65%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	2,46%	97,54%	82,02%
T = 30 I = 6 G 61-65	100%	28,47%	71,53%	88,11%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	1,00%	99,00%	75,32%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	2,15%	97,85%	61,02%
T = 30 I = 12 G 66-70	100%	33,43%	66,57%	83,19%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	1,51%	98,49%	78,92%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	0,39%	99,61%	51,60%
F1														
2 MÁQUINAS					4 MÁQUINAS					8 MÁQUINAS				
F1	UB	SC	HC	Cap. Utilizada	F1	UB	SC	HC	Cap. Utilizada	F1	UB	SC	HC	Cap. Utilizada
F	100%	1,69%	98,31%	84,82%	F	100%	1,93%	98,07%	78,90%	F	100%	2,56%	97,44%	84,63%
T = 15 I = 6 G 1-50	100%	2,10%	97,90%	80,24%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	0,70%	99,30%	61,61%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	2,48%	97,52%	82,01%
T = 15 I = 12 G 51-55	100%	1,88%	98,12%	81,38%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	1,83%	98,17%	74,87%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	0,16%	99,84%	74,91%
T = 15 I = 24 G 56-60	100%	2,48%	97,52%	84,67%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	1,83%	98,17%	64,70%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	0,16%	99,84%	60,05%
T = 30 I = 6 G 61-65	100%	0,16%	99,84%	87,53%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	1,56%	98,44%	81,42%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	1,51%	98,49%	78,92%
T = 30 I = 12 G 66-70	100%	1,51%	98,49%	83,95%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	1,56%	98,44%	74,30%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	0,39%	99,61%	51,60%
F2														
2 MÁQUINAS					4 MÁQUINAS					8 MÁQUINAS				
F2	UB	SC	HC	Cap. Utilizada	F2	UB	SC	HC	Cap. Utilizada	F2	UB	SC	HC	Cap. Utilizada
F	100%	32,28%	67,72%	66,47%	F	100%	25,09%	74,91%	58,77%	F	100%	14,17%	85,83%	45,33%
T = 15 I = 6 G 1-50	100%	28,75%	71,25%	66,45%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	21,95%	78,05%	59,49%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	11,74%	88,26%	49,72%
T = 15 I = 12 G 51-55	100%	30,53%	69,47%	71,24%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	30,56%	69,44%	68,96%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	24,87%	75,13%	62,08%
T = 15 I = 24 G 56-60	100%	32,11%	67,89%	73,87%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	32,50%	67,50%	72,42%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	31,67%	68,33%	68,49%
T = 30 I = 6 G 61-65	100%	29,53%	70,47%	72,93%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	26,10%	73,90%	61,76%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	13,48%	86,52%	47,93%
T = 30 I = 12 G 66-70	100%	33,82%	66,18%	71,47%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	33,97%	66,03%	65,64%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	32,47%	67,53%	42,87%

### 4.5 Experimento 3

No Experimento 3, mantendo a abordagem do Experimento 2, procedeu-se à análise utilizando as instâncias propostas por [Trigeiro \*et al.\* \(1989\)](#), considerando o custo de estoque cem vezes maior do que o definido originalmente.

O objetivo é avaliar, em um cenário com máquinas paralelas e um custo de estoque substancialmente elevado, o impacto dessa alteração nas formulações propostas. Na Tabela 4.10, apresentamos as soluções encontradas para o cenário com o custo de estoque aumentado em cem vezes.

Para o cenário com duas máquinas paralelas, observa-se que o ganho de eficiência de F1 e F2 é relativamente baixo. No entanto, o ganho de tempo é evidente, com algumas instâncias sendo resolvidas quase instantaneamente, especialmente na F1.

Já no cenário com quatro máquinas paralelas, o ganho de eficiência se mostra muito claro nas instâncias F e nas instâncias com 15 períodos e 6 itens. Com o aumento do número de itens, esse ganho de eficiência não é tão evidente.

Por outro lado, o tempo de solução mostra um claro benefício operacional, com a F1 alcançando em certos casos resolução instantânea.

No cenário com oito máquinas, observa-se que as instâncias com desempenho superior contra a F0 destacaram-se ainda mais. As diferenças tornam-se mais notáveis, sublinhando a eficiência aprimorada das formulações alternativas nesse contexto específico de máquinas paralelas.

Quanto ao tempo de solução, a F1 persiste como a alternativa mais vantajosa, superando F0 e F2. Essa superioridade é refletida tanto na rapidez da solução quanto na otimização dos recursos, conferindo a ela um destaque em termos de eficiência operacional.

**Tabela 4.10:** Experimento 3 contendo os valores médios referentes à função objetivo e ao tempo de solução para as instâncias considerando 2, 4 e 8 máquinas paralelas.

2 máquinas												
2 Máq	UB			Tempo(s)			Gap			%	Função Objetivo (%FO)	Função Objetivo (%FO)
	F0	F1	F2	F0	F1	F2	F0	F1	F2	%	F1/F0	F2/F0
<b>F</b>	62873,06	62430,29	62430,29	2011,69	0,05	311,06	2,48%	0,00%	0,00%	100%	99,30%	99,30%
<b>T = 15 I = 6 G1 - G50</b>	51061,91	50136	50136	1799,17	0,05	612,62	0,36%	0,00%	0,00%	100%	98,19%	98,19%
<b>T = 15 I = 12 G51 - G55</b>	98640	98640	98640	310,59	0,08	10,77	0,00%	0,00%	0,00%	100%	100,00%	100,00%
<b>T = 15 I = 24 G56 - G60</b>	203200	203200	203200	431,10	0,21	12,43	0,00%	0,00%	0,00%	100%	100,00%	100,00%
<b>T = 30 I = 6 G61 - G65</b>	95837,09	95320	95320	464,49	0,18	65,68	0,00%	0,00%	0,00%	100%	99,46%	99,46%
<b>T = 30 I = 12 G66 - G70</b>	209880	209880	209880	515,50	1,32	14,50	0,00%	0,00%	0,00%	100%	100,00%	100,00%
4 máquinas												
4 Máq	UB			Tempo(s)			Gap			%	Função Objetivo (%FO)	Função Objetivo (%FO)
	F0	F1	F2	F0	F1	F2	F0	F1	F2	%	F1/F0	F2/F0
<b>F</b>	72094,01	62645,03	62632,95	3714,92	536,13	984,89	21,78%	0,47%	0,28%	100%	86,89%	86,88%
<b>T = 15 I = 6 G1 - G50</b>	52391,07	50422,21	50256,53	3064,13	384,10	872,99	10,57%	0,15%	0,17%	100%	96,24%	95,93%
<b>T = 15 I = 12 G51 - G55</b>	98858,2	98640	98640	890,31	0,50	122,19	0,00%	0,00%	0,00%	100%	99,78%	99,78%
<b>T = 15 I = 24 G56 - G60</b>	203200	203200	203200	1158,17	0,63	468,64	0,00%	0,00%	0,00%	100%	100,00%	100,00%
<b>T = 30 I = 6 G61 - G65</b>	96102,02	95320	95320	3204,71	0,82	291,86	1,49%	0,00%	0,00%	100%	99,19%	99,19%
<b>T = 30 I = 12 G66 - G70</b>	201700	201700	201700	92,99	2,02	345,88	0,00%	0,00%	0,00%	100%	100,00%	100,00%
8 máquinas												
8 Máq	UB			Tempo(s)			Gap			%	Função Objetivo (%FO)	Função Objetivo (%FO)
	F0	F1	F2	F0	F1	F2	F0	F1	F2	%	F1/F0	F2/F0
<b>F</b>	71048,75	63132,78	62719,93	2287,36	54,31	72,97	5,80%	0,23%	0,02%	100%	88,86%	88,28%
<b>T = 15 I = 6 G1 - G50</b>	64743,17	52380,25	56456,28	3004,48	1440,23	935,73	9,28%	7,10%	0,05%	100%	80,90%	87,20%
<b>T = 15 I = 12 G51 - G55</b>	98719,87	98640	98640	3042,65	2,12	392,06	3,66%	0,00%	0,00%	100%	99,92%	99,92%
<b>T = 15 I = 24 G56 - G60</b>	203200	203200	203200	1903,96	9,39	819,24	10,14%	0,00%	0,00%	100%	100,00%	100,00%
<b>T = 30 I = 6 G61 - G65</b>	102427,3	95400	95320	1988,70	1,12	217,69	1,96%	0,00%	0,00%	100%	93,14%	93,06%
<b>T = 30 I = 12 G66 - G70</b>	201700	201700	201700	92,99	2,02	138,92	0,00%	0,00%	0,00%	100%	100,00%	100,00%

Na Figura 4.7 é graficamente visível, para o cenário de 2 máquinas paralelas, o pequeno ganho em termos de performance nas instâncias F e nas G com 15 períodos e 6 itens para encontrar o melhor resultado, nas instâncias restantes, com maior número de itens, não houve impacto na função objetivo.

Pode-se notar o ganho de tempo de processamento em todas as instâncias, e a formulação 1 performou de forma quase instatânea em alguns caso.

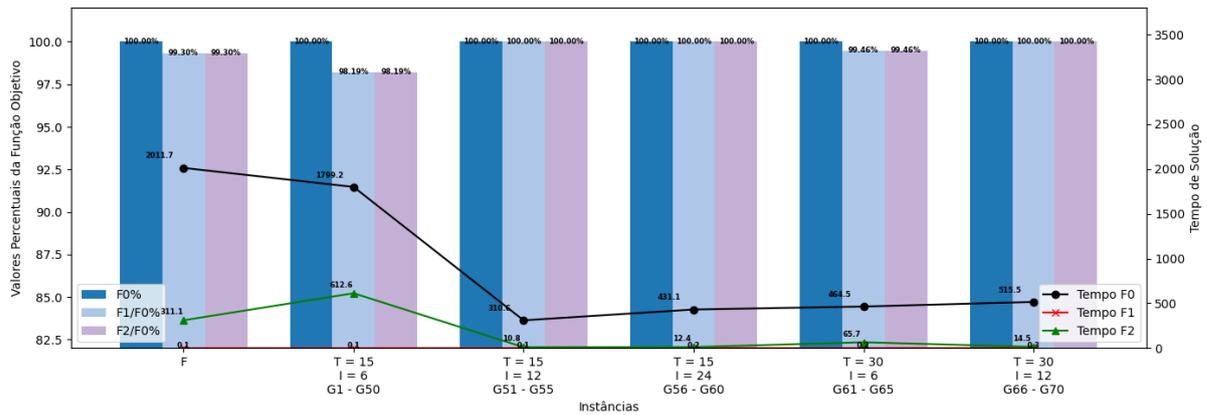


Figura 4.7: Gráfico dos valores médios da função objetivo em porcentagem com os respectivos tempos de solução com 2 máquinas paralelas para o Experimento 3.

Na Figura 4.8 é possível notar pelo gráfico, que para o cenário de 4 máquinas paralelas, houve um elevado ganho em termos de performances nas instâncias F e nas G com 15 períodos e 6 itens para encontrar o melhor resultado, nas instâncias restante com maior número de itens, não houve impacto na função objetivo.

Novamente, é notável o ganho de tempo de processamento em todas as instâncias, e a formulação 1 performou de forma quase instatânea em alguns caso.

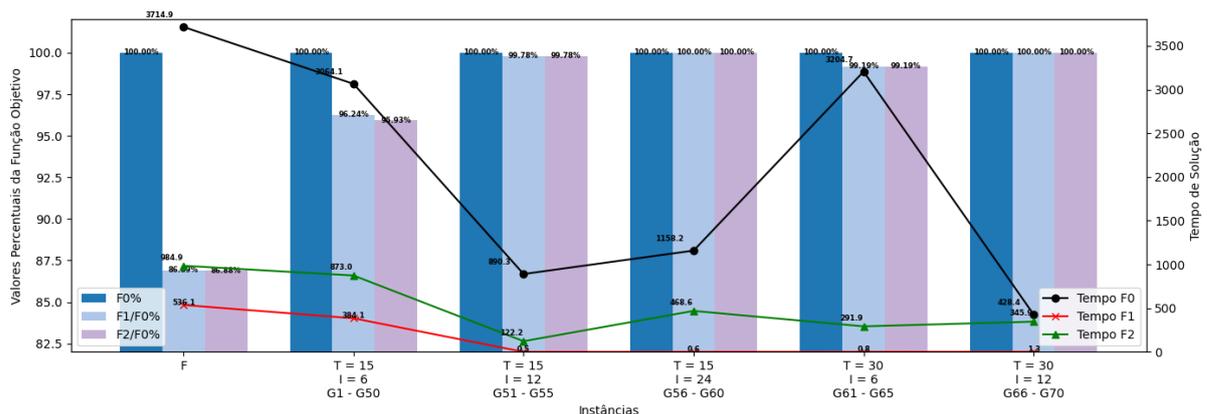


Figura 4.8: Gráfico dos valores médios da função objetivo em porcentagem com os respectivos tempos de solução com 4 máquinas paralelas para o Experimento 3.

No gráfico para o cenário com 8 máquinas paralelas, mostrado na Figura 4.9 é possível notar que para o cenário de 8 máquinas paralelas, houve um elevado ganho em termos de performances nas instâncias F e nas G com 15 períodos e 6 itens para encontrar o melhor resultado, esse ganho ainda é mais elevado do que o identificado para o cenário com 4 máquinas paralelas,

nas instâncias restante com maior número de itens, novamente não houve impacto na função objetivo.

Novamente, é notável o ganho de tempo de processamento em todas as instâncias, e a formulação 1 performou de forma quase instantânea em alguns caso.

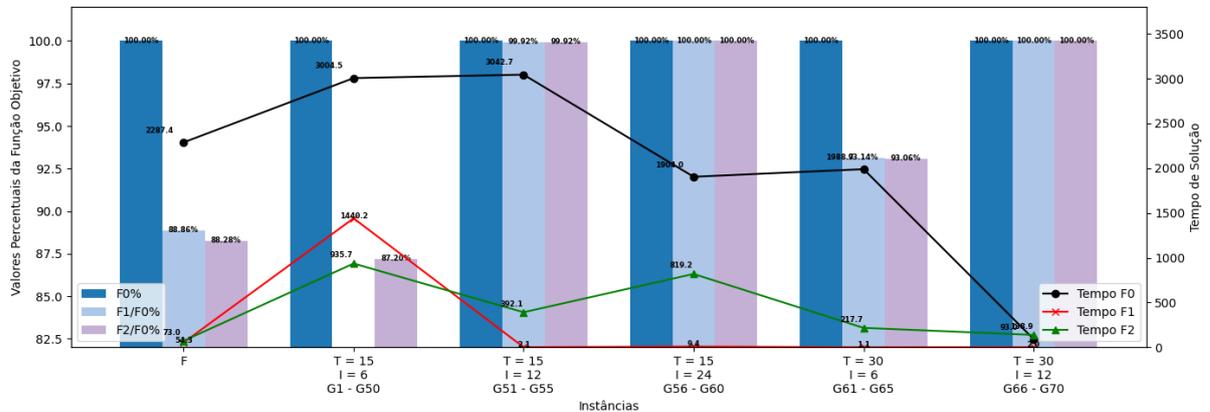


Figura 4.9: Gráfico dos valores médios da função objetivo em porcentagem com os respectivos tempos de solução com 8 máquinas paralelas para o Experimento 3.

Na Tabela 4.11 comparamos as performances das formulações F0, F1 e F2 no contexto do Experimento 3.

A formulação F0 demonstra uma capacidade de manter uma utilização mais equilibrada em todas as instâncias, oscilando entre 51,64% e 82,52%. Essa formulação exibe uma dinâmica operacional eficiente, equilibrando entre custos de *setup*. Isso indica que F0 pode ser mais adequada para operações onde a flexibilidade e a resposta rápida às mudanças na demanda são cruciais.

Por outro lado, a formulação F1 se destaca por sua quase eliminação dos custos de *setup* em várias instâncias, refletindo uma estratégia voltada para a maximização da produção contínua. Com custos de estoque predominantemente altos, essa abordagem sugere uma preferência pela minimização das interrupções operacionais, ideal para cenários onde a estabilidade da produção é prioritária. No entanto, essa estratégia resulta em uma utilização da capacidade um pouco inferior à observada em F0, o que pode indicar uma menor eficiência na alocação de recursos ou uma capacidade excessiva planejada.

A formulação F2 apresenta a menor utilização da capacidade entre as três, com alguns valores abaixo de 50%. Essa baixa utilização é atribuída à elevada capacidade disponibilizada em relação à necessidade do sistema.

Concluindo, cada formulação apresenta *trade-offs* distintos entre a utilização da capacidade e os custos operacionais. Enquanto F0 oferece um equilíbrio, adequado para ambientes de produção variáveis, F1 e F2 são mais vantajosas em contextos onde a continuidade da produção é mais crítica, apesar de suas limitações em termos de eficiência de capacidade. A escolha entre essas estratégias deve considerar o contexto operacional específico, a previsibilidade da demanda e o custo relativo dos *setups* versus os custos de manter o estoque. Esta análise destaca a importância de alinhar a estratégia operacional com as condições específicas do mercado e da produção para otimizar o desempenho global.

**Tabela 4.11:** Resultados experimento 3 contendo os percentuais de custo de *setup*, custo de estoque e o percentual de capacidade utilizada para a solução da F0, F1, F2, para os cenários de 2, 4 e 8 máquinas.

F0														
2 MÁQUINAS					4 MÁQUINAS					8 MÁQUINAS				
F2	UB	SC	HC	Cap. Utilizada	F2	UB	SC	HC	Cap. Utilizada	F2	UB	SC	HC	Cap. Utilizada
F	100%	3,76%	96,24%	85,14%	F	100%	45,11%	54,89%	81,62%	F	100%	2,58%	97,42%	65,80%
T = 15 I = 6 G 1-50	100%	1,71%	98,29%	80,69%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	11,87%	88,13%	77,02%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	6,78%	93,22%	69,95%
T = 15 I = 12 G 51-55	100%	0,00%	100,00%	81,61%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	0,22%	99,78%	81,61%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	0,45%	99,55%	75,83%
T = 15 I = 24 G 56-60	100%	0,00%	100,00%	84,90%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	0,00%	100,00%	84,87%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	11,34%	88,66%	82,52%
T = 30 I = 6 G 61-65	100%	0,54%	99,46%	87,57%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	0,04%	99,96%	75,89%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	1,44%	98,56%	62,21%
T = 30 I = 12 G 66-70	100%	0,00%	100,00%	84,19%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	0,00%	100,00%	79,13%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	0,00%	100,00%	51,64%
F1														
2 MÁQUINAS					4 MÁQUINAS					8 MÁQUINAS				
F2	UB	SC	HC	Cap. Utilizada	F2	UB	SC	HC	Cap. Utilizada	F2	UB	SC	HC	Cap. Utilizada
F	100%	0,00%	100,00%	85,10%	F	100%	0,04%	99,96%	79,30%	F	100%	0,19%	99,81%	61,71%
T = 15 I = 6 G 1-50	100%	0,00%	100,00%	80,61%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	0,01%	99,99%	75,19%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	0,28%	99,72%	65,38%
T = 15 I = 12 G 51-55	100%	0,00%	100,00%	81,61%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	0,00%	100,00%	81,61%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	0,00%	100,00%	74,46%
T = 15 I = 24 G 56-60	100%	0,00%	100,00%	84,90%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	0,00%	100,00%	84,87%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	0,00%	100,00%	82,24%
T = 30 I = 6 G 61-65	100%	0,00%	100,00%	87,57%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	0,00%	100,00%	74,94%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	0,00%	100,00%	60,08%
T = 30 I = 12 G 66-70	100%	0,00%	100,00%	84,19%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	0,00%	100,00%	79,13%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	0,00%	100,00%	51,64%
F2														
2 MÁQUINAS					4 MÁQUINAS					8 MÁQUINAS				
F2	UB	SC	HC	Cap. Utilizada	F2	UB	SC	HC	Cap. Utilizada	F2	UB	SC	HC	Cap. Utilizada
F	100%	0,00%	100,00%	78,31%	F	100%	0,05%	99,95%	65,88%	F	100%	0,18%	99,82%	48,89%
T = 15 I = 6 G 1-50	100%	0,00%	100,00%	75,38%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	0,01%	99,99%	64,28%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	0,32%	99,68%	51,80%
T = 15 I = 12 G 51-55	100%	0,00%	100,00%	77,99%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	0,00%	100,00%	74,96%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	0,00%	100,00%	65,58%
T = 15 I = 24 G 56-60	100%	0,00%	100,00%	81,95%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	0,00%	100,00%	80,14%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	0,00%	100,00%	75,07%
T = 30 I = 6 G 61-65	100%	0,00%	100,00%	82,20%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	0,00%	100,00%	66,79%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	0,00%	100,00%	51,73%
T = 30 I = 12 G 66-70	100%	0,00%	100,00%	80,46%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	0,00%	100,00%	72,90%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	0,00%	100,00%	47,00%

## 4.6 Experimento 4

A Tabela 4.12 oferece uma análise comparativa das formulações F0, F1 e F2 em ambientes com 2, 4 e 8 máquinas em um contexto em que se reduz em 5% a capacidade das máquinas, focando em métricas como o limite superior (UB), o tempo de execução (Tempo) e o gap de otimalidade (Gap). Adicionalmente, avalia-se o desempenho relativo das formulações F1 e F2 em relação à F0, expresso como percentual da função objetivo (%FO).

No cenário com 2 máquinas, a formulação F0 serve como a base para comparação, mostrando um equilíbrio entre tempo e precisão. A F1 destaca-se por uma redução drástica no tempo de execução em todas as instâncias, indicando uma maior eficiência computacional, além de apresentar gaps de otimalidade consistentemente menores, o que sugere uma precisão superior na aproximação da solução ótima. Por outro lado, a F2 exibe uma performance variável na função objetivo, ultrapassando significativamente a F0 em algumas instâncias enquanto fica aquém em outras, indicando uma possível inconsistência ou especialização em tipos específicos de problemas.

Com o aumento para 4 máquinas, observa-se um padrão similar ao das 2 máquinas, mas com gaps de otimalidade geralmente maiores, refletindo o aumento da complexidade do cenário. A F1 continua a exibir um desempenho robusto em termos de tempo de execução, mantendo gaps pequenos, o que reforça sua eficiência em cenários mais complexos. A F2, notavelmente, demonstra uma capacidade de superar a função objetivo de F0 em algumas configurações, atingindo até 214,8% da FO em  $T=30$ ,  $I=6$ , o que pode ser interpretado como uma dificuldade para lidar efetivamente com cenários de alta complexidade operacional.

O cenário com 8 máquinas revela desafios adicionais, com a F0 enfrentando gaps significativos que destacam suas limitações em ambientes de baixa capacidade. A F1, apesar de melhorar o tempo de execução, sofre em alguns casos com uma redução na precisão, como indicado pelo %FO reduzido em certas instâncias. Por sua vez, a F2 mostra um desempenho superior em termos de função objetivo, excedendo em muito a F0 em diversas configurações, sugerindo que esta formulação é particularmente adequada para maximizar a eficiência em configurações de alta demanda operacional.

Estes resultados indicam que a escolha da formulação ideal pode variar significativamente dependendo das especificidades do cenário operacional. A F1 é preferível em cenários onde a eficiência computacional e a precisão são prioritárias, enquanto a F2 pode ser mais adequada para situações que exigem maximização da função objetivo em cenários de alta complexidade, apesar de sua possível variabilidade nos resultados.

**Tabela 4.12:** Experimento 4 contendo os valores médios referentes à função objetivo e ao tempo de solução para as instâncias considerando 2, 4 e 8 máquinas paralelas.

2 máquinas												
2 Máq	UB			Tempo(s)			Gap			% e Funções Objetivo		
	F0	F1	F2	F0	F1	F2	F0	F1	F2	%	F1/F0	F2/F0
F	40950,1	40951,1	41201,7	3600,00	534,73	3600,00	2,03%	0,08%	1,71%	100%	100,0%	100,6%
T = 15 I = 6 G1-G50	36339,8	36258,4	44872,0	3600,00	221,28	3465,43	1,05%	0,01%	1,24%	100%	99,8%	123,8%
T = 15 I = 12 G51-G55	68033,0	68041,5	54398,9	2611,80	417,91	3600,00	0,17%	0,01%	0,03%	100%	100,0%	79,9%
T = 15 I = 24 G56-G60	144014,7	143993,7	36426,7	2517,31	741,63	3600,00	0,02%	0,01%	0,04%	100%	100,0%	25,3%
T = 30 I = 6 G61-G65	67437,9	67065,1	39426,1	3574,79	2946,1	3600,00	0,69%	0,40%	0,96%	100%	99,4%	58,8%
T = 30 I = 12 G66-G70	144554,0	144485,9	50193,1	1871,85	1446,53	3600,00	0,01%	0,02%	0,03%	100%	100,0%	34,7%
4 máquinas												
4 Máq	UB			Tempo(s)			Gap			% e Funções Objetivo		
	F0	F1	F2	F0	F1	F2	F0	F1	F2	%	F1/F0	F2/F0
F	42961,9	42489,4	67923,8	3600,00	2987,8	2409,45	12,17%	2,60%	6,65%	100%	98,9%	159,9%
T = 15 I = 6 G1-G50	38470,9	37794,6	69371,8	3600,00	3408,3	3327,18	9,29%	3,12%	5,36%	100%	98,2%	183,5%
T = 15 I = 12 G51-G55	68132,1	68166,3	72401,4	3367,43	2185,8	3600,00	1,91%	0,46%	2,40%	100%	100,1%	106,2%
T = 15 I = 24 G56-G60	143981,7	143940,0	143941,2	3548,31	3600,0	2786,62	0,26%	0,08%	0,70%	100%	100,0%	100,5%
T = 30 I = 6 G61-G65	69161,3	67394,2	144742,4	3426,83	3600,0	3600,00	4,24%	2,53%	1,56%	100%	97,4%	214,8%
T = 30 I = 12 G66-G70	144509,2	144340,5	144168,0	3488,41	2960,31	3600,00	0,10%	0,06%	0,08%	100%	99,9%	99,9%
8 máquinas												
8 Máq	UB			Tempo(s)			Gap			% e Funções Objetivo		
	F0	F1	F2	F0	F1	F2	F0	F1	F2	%	F1/F0	F2/F0
F	58320,5	49149,8	67454,2	3600,00	3448,70	3600,00	12,56%	9,73%	10,03%	100%	84,3%	137,2%
T = 15 I = 6 G1-G50	53365,9	43896,3	69175,0	3600,00	3600,00	3600,00	12,87%	13,22%	12,37%	100%	82,3%	157,6%
T = 15 I = 12 G51-G55	68995,5	68765,9	83396,6	3600,00	3600,00	3600,00	13,22%	4,51%	3,66%	100%	99,7%	121,3%
T = 15 I = 24 G56-G60	144016,4	143769,4	144433,0	3600,00	3600,00	2095,41	1,02%	0,64%	0,41%	100%	99,8%	100,5%
T = 30 I = 6 G61-G65	86718,2	69693,2	144398,4	3600,00	3600,00	3435,84	8,75%	17,57%	6,39%	100%	80,4%	207,2%
T = 30 I = 12 G66-G70	140918,5	140399,3	140507,5	1936,11	1880,71	2137,93	0,01%	0,24%	0,02%	100%	99,6%	100,1%

A análise detalhada do cenário com 2 máquinas, conforme refletido na Figura 4.10, revela nuances interessantes das formulações F0, F1 e F2, cada uma apresentando características distintas que impactam sua eficácia operacional.

Atuando como base de comparação, a F0 demonstra um equilíbrio notável entre o tempo de execução e a precisão. Com um gap de otimalidade que varia de 0,01% a 2,03%, essa formulação mostra uma consistência razoável na aproximação de soluções ótimas dentro de

um intervalo de tempo moderado (entre 1871,8 e 3710,4 segundos nas diferentes instâncias). Isso sugere que a F0 é robusta e confiável para cenários de complexidade moderada, capaz de produzir resultados precisos dentro de um limite temporal aceitável.

A formulação F1 é particularmente notável pela sua eficiência computacional, reduzindo drasticamente os tempos de execução quando comparada à F0. Por exemplo, nas instâncias mais desafiadoras, o tempo de execução é reduzido de 3710,4 segundos (F0) para 534,7 segundos (F1), uma melhoria significativa que não compromete a precisão, como indicado pelos gaps extremamente baixos, próximos a 0,01%. Este desempenho superior sugere que a F1 é mais eficiente para encontrar a solução ótima sem sacrificar a qualidade dos resultados.

A F2 apresenta a maior variabilidade nos resultados da função objetivo, o que se reflete nas variações dos percentuais comparativos. Por exemplo, enquanto em uma instância (T=15, I=6, G1-G50) a F2 excede a F0 em até 123,8%, em outra (T=15, I=24, G56-G60) ela atinge apenas 25,3% da FO. Esse desempenho inconsistente indica que a F2 não é ideal para cenários com maior número de itens.

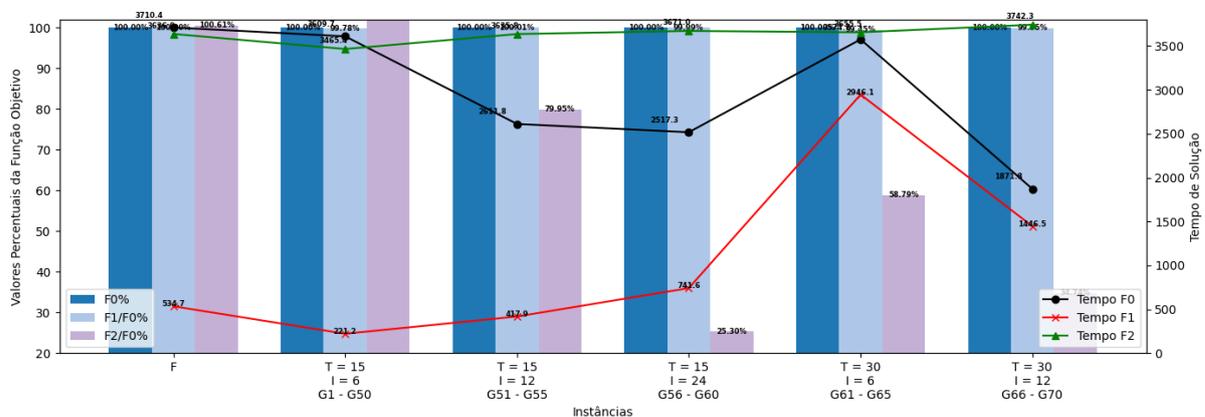


Figura 4.10: Gráfico dos valores médios da função objetivo em porcentagem com os respectivos tempos de solução com 2 máquinas paralelas para o Experimento 4.

A Figura 4.11 demonstra a configuração com 4 máquinas do Experimento 4, a análise das formulações F0, F1 e F2 revela um cenário mais complexo do que com 2 máquinas, ilustrado pelo aumento dos gaps de otimalidade e variações mais acentuadas nos resultados da função objetivo. Esta configuração oferece uma visão mais profunda sobre como cada formulação responde ao aumento da complexidade operacional.

Servindo novamente como base para comparação, a F0 mostra um desempenho que reflete os desafios adicionais impostos pelo aumento do número de máquinas. Os gaps de otimalidade nesta configuração são significativamente mais altos, com valores chegando a 12,17% em algumas instâncias (por exemplo, no caso T=15, I=6, G1-G50). Isso sugere que a F0, embora robusta, pode começar a enfrentar limitações em cenários de complexidade aumentada, onde a coordenação entre um maior número de máquinas se torna mais crítica.

A F1 mantém uma eficiência em termos de tempo de execução, mesmo com a complexidade aumentada. Os tempos de execução são consistentemente mais baixos em comparação com a F0, e os gaps de otimalidade também são reduzidos, como visto com um gap de apenas 2,60% em cenários extremamente desafiadores como o T=15, I=6, G1-G50. Esta eficácia no gerenciamento do tempo e precisão posiciona a F1 como uma escolha vantajosa em ambientes onde a velocidade e a acurácia são cruciais, particularmente em operações industriais onde o tempo de resposta pode ser um diferencial competitivo.

A F2 exibe um baixo desempenho da função objetivo em relação à F0 em determinadas instâncias. Um exemplo marcante é a instância T=30, I=6, G61-G65, onde a F2 alcança 214,8% da função objetivo de F0. Este resultado indica que a F2 pode ter capacidades especiais de otimização ou algoritmos que são particularmente eficazes em cenários de alta complexidade, possivelmente através de uma melhor gestão do sequenciamento de operações ou uma alocação mais eficiente de recursos entre as máquinas. Este desempenho superior sugere que a F2 pode ser altamente vantajosa em configurações que exigem otimização de recursos mais escassos, embora essa eficácia possa variar dependendo das características específicas do problema abordado.

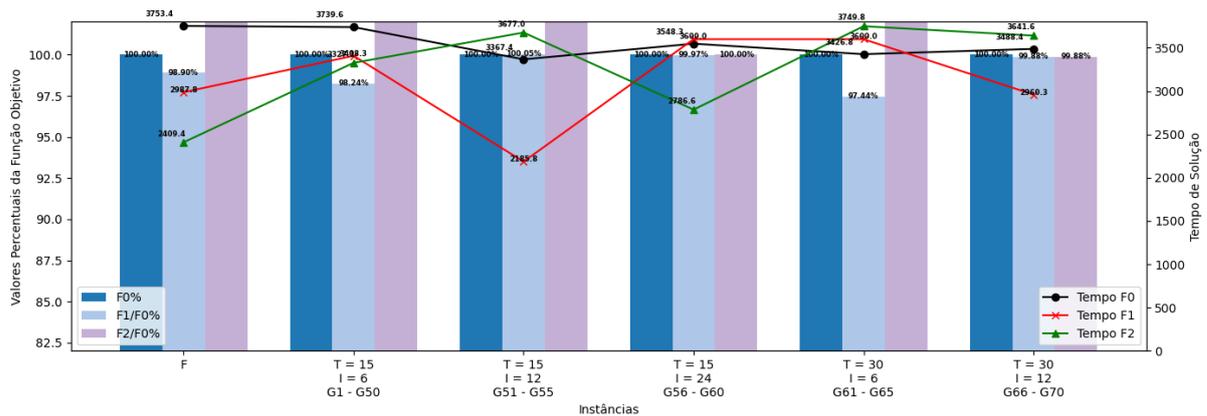


Figura 4.11: Gráfico dos valores médios da função objetivo em porcentagem com os respectivos tempos de solução com 4 máquinas paralelas para o Experimento 4.

Na configuração com 8 máquinas do Experimento 4 demonstrado na Figura 4.12, a complexidade operacional é elevada, expondo limitações e destacando as capacidades distintas das formulações F0, F1 e F2. Este cenário oferece uma perspectiva sobre o desempenho dessas formulações em um ambiente de alta capacidade,

Neste cenário, a F0 enfrenta gaps de otimalidade maiores, que chegam até 13,22%, como observado em T=15, I=12. Estes gaps elevados indicam dificuldades na obtenção de soluções próximas ao ótimo em um tempo razoável, o que pode ser atribuído à complexidade de gerenciar um maior número de máquinas e à intensificação das interações entre variáveis e restrições no modelo. A performance da F0 sugere que enquanto ela pode ser adequada para operações menos complexas, suas estratégias de otimização podem não ser suficientemente robustas para cenários de alta demanda operacional, onde a precisão e a eficiência são críticas.

A F1, apesar de reduzir significativamente o tempo de execução em comparação com a F0, enfrenta uma redução na precisão em alguns casos. Por exemplo, em T=30, I=6, a F1 atinge apenas 80,4% da função objetivo de F0, o que indica uma degradação na qualidade das soluções obtidas. Esse declínio na precisão sob condições extremas de complexidade sugere que, embora a F1 seja mais eficiente em termos de tempo, ela pode sacrificar a precisão quando submetida a pressões de escalabilidade e complexidade elevadas. Ainda assim, a capacidade da F1 de reduzir o tempo de execução pode ser vantajosa em situações onde a rapidez é mais valorizada do que a precisão absoluta.

Contrastando com a F1, a F2 exibe um desempenho superior na função objetivo em muitas das configurações de teste, ultrapassando a F0 por margens significativas, como visto em T=30, I=6, onde alcança 207,2% da função objetivo de F0. Este desempenho indica que a F2 é bem-sucedida em maximizar a eficiência operacional em cenários de alta capacidade. A

habilidade da F2 de entregar resultados superiores pode ser atribuída a métodos de otimização avançados que são capazes de explorar melhor as complexidades adicionadas por múltiplas máquinas, sugerindo uma especialização em cenários de alta demanda que requerem soluções ótimas robustas.

Este cenário com 8 máquinas destaca a necessidade de escolher formulações de otimização que não apenas lidem com a complexidade operacional, mas que também alinhem com as prioridades específicas da produção, seja eficiência, precisão ou a maximização de objetivos específicos. Enquanto a F0 pode lutar para manter a eficácia em alta complexidade, a F1 e F2 oferecem alternativas que podem ser mais adequadas dependendo das exigências específicas de tempo e precisão.

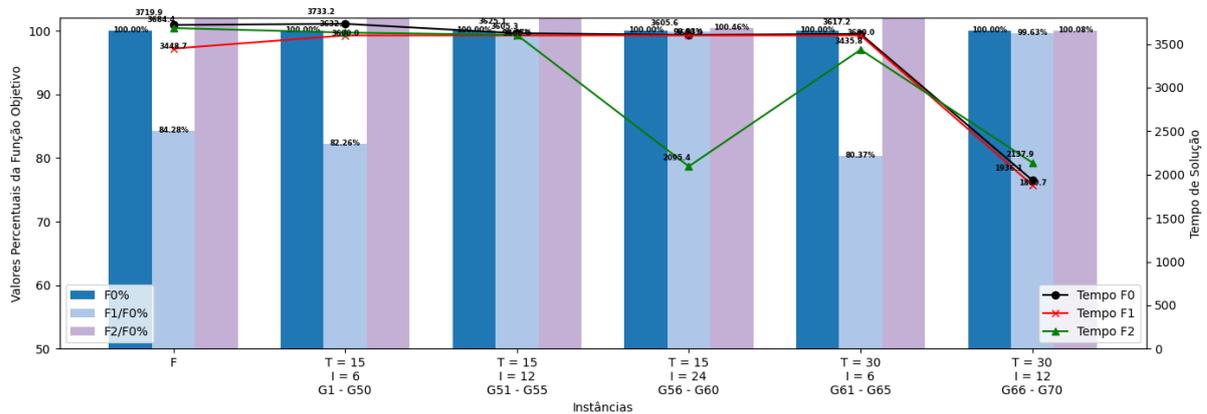


Figura 4.12: Gráfico dos valores médios da função objetivo em porcentagem com os respectivos tempos de solução com 8 máquinas paralelas para o Experimento 4.

A Tabela 4.13 oferece uma análise comparativa das formulações F0, F1 e F2 em configurações de 2, 4 e 8 máquinas em relação ao custos de *setup*, *best bound*, custo de destoque e capacidade utilizada.

Nos cenários com 2 e 4 máquinas, a F0 mantém um equilíbrio entre os custos de *setup* e de estoque, indicando uma estratégia operacional que equilibra eficazmente a produção contínua com a minimização das interrupções. Com o aumento para 8 máquinas, porém, observa-se um aumento nos custos de estoque e uma diminuição correspondente nos custos de *setup*. Este ajuste sugere uma tentativa de lidar com a complexidade aumentada através da minimização de paradas frequentes, mas isso também resulta em uma redução da utilização da capacidade.

Em todas as configurações de máquinas, a F1 mostra uma tendência consistente de minimizar os custos de *setup*, uma estratégia que favorece a produção ininterrupta. Embora isso melhore os tempos de execução, há uma consequência em termos de precisão e flexibilidade operacional, como evidenciado pela redução da utilização da capacidade, especialmente em cenários com 8 máquinas. Isso pode indicar que, enquanto a F1 é eficiente em manter a produção fluindo, ela pode não ser tão eficaz em ajustar-se a variações na demanda ou em lidar com complexidades operacionais mais altas sem comprometer a eficácia geral. A capacidade utilizada em F1 é reduzida no cenário com 8 máquinas paralelas.

A F2 demonstra uma elevada capacidade de adaptar seus custos de *setup* e estoque de acordo com as necessidades operacionais específicas de cada configuração. Nos cenários com 2 máquinas, a capacidade utilizada em F2 varia significativamente. Com o aumento para 4 e 8 máquinas, a F2 minimiza o custos de *setup* ainda mais, enquanto aumenta os custos de estoque. Este padrão é consistente com uma estratégia que busca otimizar a eficiência operacional ao máximo,

mesmo que isso signifique manter níveis mais altos de estoque para evitar interrupções na produção. A utilização da capacidade mantém-se baixa em todos os cenários.

**Tabela 4.13:** Resultados do Experimento 4 contendo os percentuais de custo de *setup*, custo de estoque e o percentual de capacidade utilizada para a solução da F0, F1, F2, para os cenários de 2, 4 e 8 máquinas.

F0														
2 MÁQUINAS					4 MÁQUINAS					8 MÁQUINAS				
F2	UB	SC	HC	Cap. Utilizada	F2	UB	SC	HC	Cap. Utilizada	F2	UB	SC	HC	Cap. Utilizada
F	100%	30,75%	69,25%	77,30%	F	100%	20,22%	79,78%	75,38%	F	100%	7,20%	92,80%	65,60%
T = 15 I = 6 G 1-50	100%	27,05%	72,95%	76,14%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	18,47%	81,53%	73,95%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	7,44%	92,56%	69,98%
T = 15 I = 12 G 51-55	100%	30,32%	69,68%	78,08%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	29,13%	70,87%	78,58%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	22,58%	77,42%	73,70%
T = 15 I = 24 G 56-60	100%	31,58%	68,42%	80,18%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	31,47%	68,53%	80,22%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	30,99%	69,01%	78,10%
T = 30 I = 6 G 61-65	100%	29,10%	70,90%	83,17%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	22,16%	77,84%	72,50%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	6,66%	93,34%	63,39%
T = 30 I = 12 G 66-70	100%	33,46%	66,54%	78,76%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	33,03%	66,97%	74,19%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	31,67%	68,33%	48,95%
F1														
2 MÁQUINAS					4 MÁQUINAS					8 MÁQUINAS				
F2	UB	SC	HC	Cap. Utilizada	F2	UB	SC	HC	Cap. Utilizada	F2	UB	SC	HC	Cap. Utilizada
F	100%	31,14%	68,86%	76,98%	F	100%	22,34%	77,66%	73,14%	F	100%	10,22%	89,78%	61,03%
T = 15 I = 6 G 1-50	100%	27,58%	72,42%	75,91%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	19,69%	80,31%	72,46%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	8,40%	91,60%	65,59%
T = 15 I = 12 G 51-55	100%	30,05%	69,95%	78,11%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	28,90%	71,10%	78,35%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	22,57%	77,43%	72,58%
T = 15 I = 24 G 56-60	100%	31,78%	68,22%	80,06%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	31,72%	68,28%	80,15%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	30,72%	69,28%	78,04%
T = 30 I = 6 G 61-65	100%	30,50%	69,50%	82,76%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	22,88%	77,12%	71,85%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	10,82%	89,18%	61,16%
T = 30 I = 12 G 66-70	100%	33,57%	66,43%	78,72%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	33,08%	66,92%	74,18%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	32,42%	67,58%	48,91%
F2														
2 MÁQUINAS					4 MÁQUINAS					8 MÁQUINAS				
F2	UB	SC	HC	Cap. Utilizada	F2	UB	SC	HC	Cap. Utilizada	F2	UB	SC	HC	Cap. Utilizada
F	100%	31,62%	68,38%	69,49%	F	100%	30,63%	69,37%	74,55%	F	100%	30,15%	69,85%	76,87%
T = 15 I = 6 G 1-50	100%	24,42%	75,58%	61,23%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	29,65%	70,35%	72,69%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	23,73%	76,27%	64,32%
T = 15 I = 12 G 51-55	100%	12,35%	87,65%	47,33%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	24,31%	75,69%	64,92%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	12,03%	87,97%	50,29%
T = 15 I = 24 G 56-60	100%	28,48%	71,52%	69,63%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	32,06%	67,94%	77,73%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	33,75%	66,25%	75,43%
T = 30 I = 6 G 61-65	100%	20,39%	79,61%	62,57%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	32,04%	67,96%	76,28%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	33,24%	66,76%	69,16%
T = 30 I = 12 G 66-70	100%	10,41%	89,59%	52,09%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	31,69%	68,31%	71,77%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	32,39%	67,61%	45,37%

## 4.7 Experimento 5

A Tabela 4.14 do Experimento 5 fornece dados detalhados sobre o desempenho das formulações F0, F1 e F2 em cenários com 2, 4 e 8 máquinas, no cenário em que a capacidade das

máquinas é reduzida 10%.

No cenário com 2 máquinas paralelas, todas as formulações apresentam desempenhos relativamente bons, com a F0 estabelecendo a base. A F1 mostra uma melhoria significativa no tempo de execução em comparação com a F0, reduzindo drasticamente os tempos enquanto mantém os gaps de otimalidade baixos, indicando uma alta eficiência e precisão. A F2, por outro lado, mostra uma ligeira degradação tanto em UB quanto em tempo de execução, sugerindo que essa formulação pode enfrentar dificuldades em cenários menos complexos ou que sua estratégia de otimização pode não ser tão efetiva quando o número de máquinas é limitado.

A Tabela 4.14 apresenta resultados de experimentos realizados com 2 máquinas, analisando o desempenho de três funções (F0, F1, F2) em termos de Upper Bound (UB), tempo de execução e gap percentual. Observa-se que o tempo de execução e o gap tendem a ser menores, especialmente em configurações com valores mais baixos de T e I. Por exemplo, na configuração "T = 15, I = 24, G51-G55", a função F1 apresenta um gap de apenas 0,01%, destacando a eficiência dessa configuração. Esse resultado demonstra que um menor número de máquinas pode proporcionar soluções mais rápidas e com menor desvio em relação ao valor ótimo.

A medida que a complexidade aumenta com 4 máquinas, observa-se um padrão semelhante onde a F1 continua a superar a F0 em termos de tempo de execução, embora com uma pequena redução na eficácia do UB. Isto é indicativo de que a F1 pode comprometer um pouco a qualidade da solução para manter a eficiência temporal. A F2 tem um desempenho misto, com uma redução mais significativa no UB e tempos de execução similares à F0, o que pode refletir desafios na escalabilidade de sua estratégia de otimização.

No cenário com 4 máquinas, há um aumento nos tempos de execução e *gaps* percentuais, indicando uma complexidade maior na resolução dos problemas conforme o número de máquinas aumenta. Configurações como "T = 30, I = 6, G61-G65" mostram um gap elevado de até 7,65% na função F0, enquanto outras configurações como "T = 15, I = 12, G51-G55" conseguem manter o gap relativamente baixo (1,62% para F0). Isso sugere que, embora mais máquinas possam contribuir para um processamento paralelo, elas também podem introduzir sobrecargas que afetam a eficiência global da solução devido ao aumento da dimensão do problema.

O cenário com 8 máquinas é onde a complexidade é maior e os gaps de otimalidade para a F0 aumentam consideravelmente, refletindo dificuldades crescentes em encontrar soluções próximas ao ótimo. A F1, embora ainda mais rápida do que a F0, sofre uma deterioração notável na qualidade do UB, especialmente em instâncias mais desafiadoras como T=30, I=6, indicando que a redução do tempo pode estar vindo às custas da precisão da solução. A F2, apesar de seus desafios anteriores, mostra melhorias em certas métricas como o UB e os gaps, sugerindo que sua abordagem pode ser mais adaptável a ambientes altamente complexos.

Com gaps percentuais frequentemente acima de 10% em várias configurações, como "T = 15, I = 6, G1-G50" que apresenta um gap de 12,27% para F0. Além disso, a eficiência da função objetivo (FO) tende a diminuir com o aumento das máquinas, exemplificado pela configuração "T = 30, I = 6, G61-G65", onde a FO para F1 é de apenas 79,4%. Portanto, enquanto o aumento no número de máquinas pode ser esperado para melhorar o desempenho, os resultados indicam que há um ponto de diminuição de retornos, e uma otimização cuidadosa dos parâmetros T e I é crucial para equilibrar a *trade-off* entre tempo de execução e qualidade das soluções.

**Tabela 4.14:** Experimento 5 contendo os valores médios referentes à função objetivo e ao tempo de solução para as instâncias considerando 2, 4 e 8 máquinas paralelas.

2 máquinas												
2 Máq	F0			F1			F2			F0	F1/F0	F2/F0
	UB	Tempo(s)	Gap	UB	Tempo(s)	Gap	UB	Tempo(s)	Gap	%	Função Objetivo (%FO)	Função Objetivo (%FO)
F	41457,1	3514,38	1,74%	41329,5	986,41	0,19%	40579,1	3600,00	2,40%	100%	99,7%	98,2%
T = 15 I = 6 G1-G50	3600,00	3404,15	1,13%	3600,00	583,00	0,05%	36149,5	3600,00	1,69%	100%	99,5%	99,2%
T = 15 I = 12 G51-G55	68284,3	2842,00	0,26%	68274,6	740,52	0,02%	68056,4	2454,70	0,12%	100%	100,0%	99,7%
T = 15 I = 24 G56-G60	144378,1	3600,00	0,06%	144370,6	968,73	0,01%	144149,8	2728,78	0,05%	100%	100,0%	99,8%
T = 30 I = 6 G61-G65	67187,1	3600,00	2,75%	67232,0	3600,0	0,79%	67035,7	3600,00	1,42%	100%	100,1%	99,7%
T = 30 I = 12 G66-G70	144733,7	2985,00	0,05%	144570,3	1479,65	0,04%	144479,2	2227,15	0,08%	100%	99,9%	99,9%
4 máquinas												
4 Máq	F0			F1			F2			F0	F1/F0	F2/F0
	UB	Tempo(s)	Gap	UB	Tempo(s)	Gap	UB	Tempo(s)	Gap	%	Função Objetivo (%FO)	Função Objetivo (%FO)
F	43902,6	3600,00	12,81%	42708,4	3273,0	3,62%	41454,6	3600,00	7,90%	100%	97,3%	97,1%
T = 15 I = 6 G1-G50	38757,9	3600,00	11,00%	37722,1	3455,3	4,10%	37685,0	3600,00	6,11%	100%	97,3%	99,9%
T = 15 I = 12 G51-G55	68535,0	3600,00	1,62%	68369,3	2881,16	0,69%	67933,4	3181,50	2,73%	100%	99,8%	99,4%
T = 15 I = 24 G56-G60	144325,7	3600,00	0,83%	144282,7	3600,0	0,10%	143957,4	3600,00	0,91%	100%	100,0%	99,8%
T = 30 I = 6 G61-G65	70058,6	3600,00	7,65%	67635,5	3600,00	3,49%	68729,1	3600,00	1,47%	100%	96,5%	101,6%
T = 30 I = 12 G66-G70	144728,1	3600,00	0,36%	144386,7	2917,32	0,16%	144365,1	3600,00	0,11%	100%	99,8%	100,0%
8 máquinas												
8 Máq	F0			F1			F2			F0	F1/F0	F2/F0
	UB	Tempo(s)	Gap	UB	Tempo(s)	Gap	UB	Tempo(s)	Gap	%	Função Objetivo (%FO)	Função Objetivo (%FO)
F	62850,8	3600,00	12,25%	50756,1	3495,93	10,41%	49760,0	3600,00	10,05%	100%	80,8%	98,0%
T = 15 I = 6 G1-G50	55961,0	3600,82	12,27%	45078,9	3600,00	13,75%	45867,8	3600,00	10,38%	100%	80,6%	101,8%
T = 15 I = 12 G51-G55	69978,5	3600,00	13,21%	68895,7	3600,00	6,48%	70220,4	3600,00	5,18%	100%	98,5%	101,9%
T = 15 I = 24 G56-G60	144282,7	3600,00	3,22%	144007,1	3600,00	1,62%	143736,1	3600,00	1,04%	100%	99,8%	99,8%
T = 30 I = 6 G61-G65	89693,1	3600,00	11,90%	71251,4	3600,00	18,32%	79874,6	3600,00	6,14%	100%	79,4%	112,1%
T = 30 I = 12 G66-G70	141233,5	2372,99	0,30%	140390,4	1971,84	0,55%	140619,2	2430,10	0,12%	100%	99,4%	100,2%

No cenário com 2 máquinas, a análise dos desempenhos das formulações é demonstrada na

Figura 4.13.

A F0 serve como referência para as demais formulações. Ela apresenta um desempenho sólido, com um UB de 41457,1 e um tempo de execução de 3514,3 segundos. O gap de otimalidade de 1,74% indica que, embora a F0 não atinja a solução ótima rapidamente, ela se aproxima de maneira consistente do melhor resultado possível dentro de um limite de tempo razoável.

A F1 demonstra uma capacidade significativamente melhorada de reduzir o tempo de execução, com uma queda drástica para 986,4 segundos, mantendo um gap extremamente baixo de 0,19%. Este resultado sugere que a F1 utiliza estratégias de otimização mais avançadas ou eficientes, possivelmente com algoritmos que convergem mais rapidamente para a solução ótima ou que utilizam heurísticas mais eficazes para aproximar-se dela.

Em contraste, a F2 mostra uma leve redução no UB e um aumento no tempo de execução, principalmente em relação a f1.

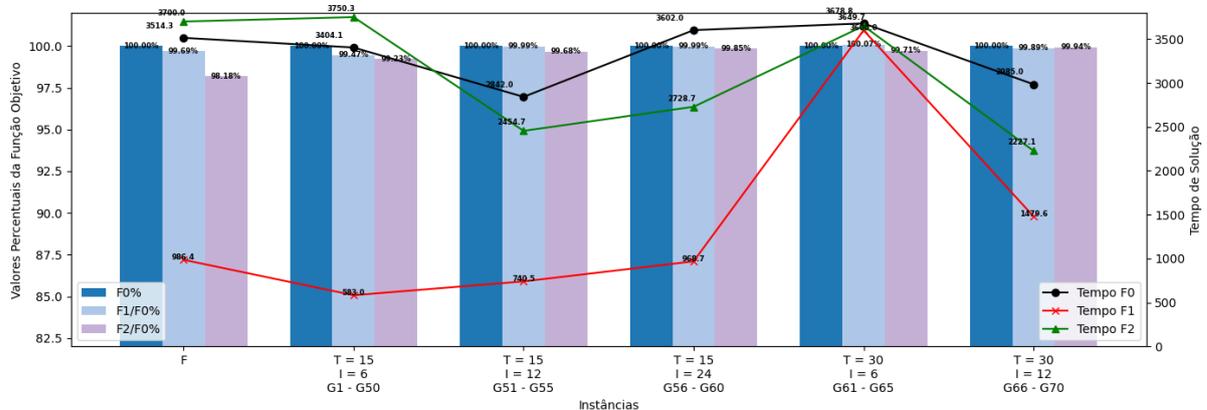


Figura 4.13: Gráfico dos valores médios da função objetivo em porcentagem com os respectivos tempos de solução com 2 máquinas paralelas para o Experimento 5.

No cenário com 4 máquinas, demonstrado na Figura 4.14 a complexidade operacional aumenta significativamente, impactando diretamente a eficácia das formulações F0, F1 e F2. Este ambiente mais complexo proporciona um teste mais rigoroso para as estratégias de otimização empregadas por cada formulação.

A F0 apresenta um desempenho que evidencia os desafios de escalabilidade. Com um UB de 43902,6 e um tempo de execução de 3751,0 segundos, junto a um gap de otimalidade de 12,81%, observa-se um aumento substancial no gap comparado ao cenário com 2 máquinas. Este aumento sugere que, embora a F0 seja robusta em cenários menos complexos, ela começa a enfrentar dificuldades à medida que o número de variáveis e restrições cresce, o que impacta diretamente sua capacidade de encontrar soluções próximas ao ótimo de forma eficiente.

Formulação F1: A F1, conhecida pela sua eficiência de tempo em cenários menos complexos, continua a mostrar um excelente desempenho temporal com um tempo de execução reduzido para 3273,0 segundos. No entanto, o UB reduz para 42708,4 e o gap aumenta para 3,62%, indicando uma possível degradação na qualidade das soluções obtidas. Essa mudança sugere que a F1, ao focar em eficiência temporal, pode estar utilizando abordagens que sacrificam a precisão para acelerar a convergência, o que se torna mais evidente à medida que a complexidade operacional aumenta.

A F2 mostra um desempenho variado neste cenário mais complexo. Com um UB de 41454,6 e um tempo de execução de 3602,5 segundos, juntamente com um gap de 7,90%, a F2 parece sofrer uma diminuição significativa na qualidade do UB em comparação com as outras formulações, enquanto mantém tempos de execução comparáveis aos da F0. Este comportamento

sugere que a F2 pode estar empregando métodos que são altamente eficazes em determinadas condições específicas, mas que podem não generalizar bem para cenários de maior complexidade. Isso indica uma necessidade de ajustar ou refinar sua abordagem de otimização para lidar de forma mais eficaz com um maior número de máquinas.

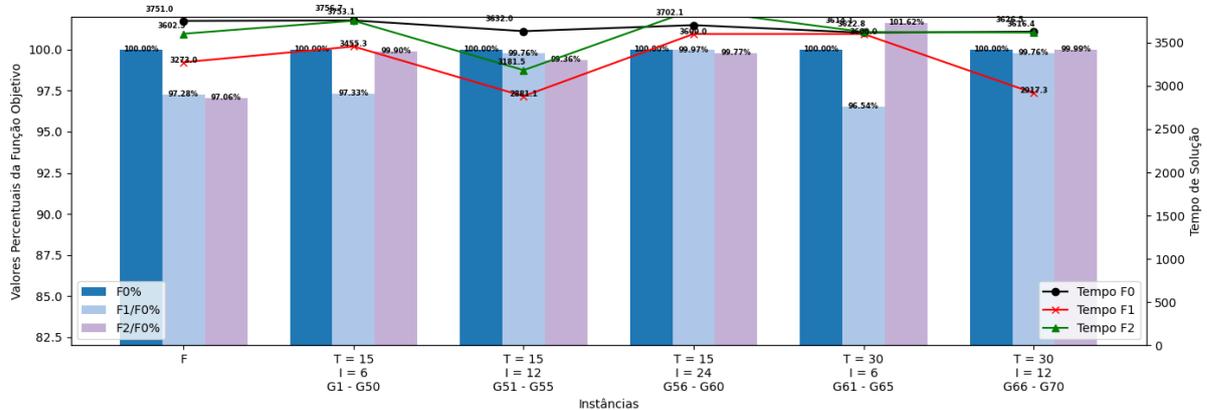


Figura 4.14: Gráfico dos valores médios da função objetivo em porcentagem com os respectivos tempos de solução com 4 máquinas paralelas para o Experimento 5.

No cenário com 8 máquinas a F0 exibe aumentos substanciais nos gaps de otimalidade, alcançando até 12,25% e até 13,21% em instâncias específicas como T=15, I=12. Estes gaps elevados indicam dificuldades crescentes da F0 em aproximar-se das soluções ótimas, refletindo limitações na capacidade da formulação de lidar eficazmente com o aumento de complexidade.

Na Figura 4.15 o alto tempo de execução associado sugere que, nesse cenário, a F0 é pouco eficiente em interações entre múltiplas máquinas

Embora a F1 mantém uma vantagem em termos de tempo de execução em comparação com a F0, este cenário destaca uma elevação notável na qualidade das soluções, como evidenciado pelo UB, entretanto, demonstra um aumento dos gaps de otimalidade. Por exemplo, em configurações extremas como T=30, I=6, a F1 alcança 79,4% da UB de F0 com um gap de 18,32%, o maior entre todas as instâncias. Isso sugere que a estratégia da F1 de priorizar a eficiência do tempo pode estar sacrificando a precisão e a qualidade da solução em cenários altamente complexos, onde a precisão é crucial para o sucesso operacional.

F2 apresentou desempenhos mistos nos diferentes cenários, demonstra uma adaptação notável sob alta complexidade. A F2 mostra uma melhora em certas métricas como UB e gaps em relação à F0, especialmente em instâncias desafiadoras. Por exemplo, em T=15, I=12, a F2 alcança 101,9% da UB de F0 com um gap de 5,18%.

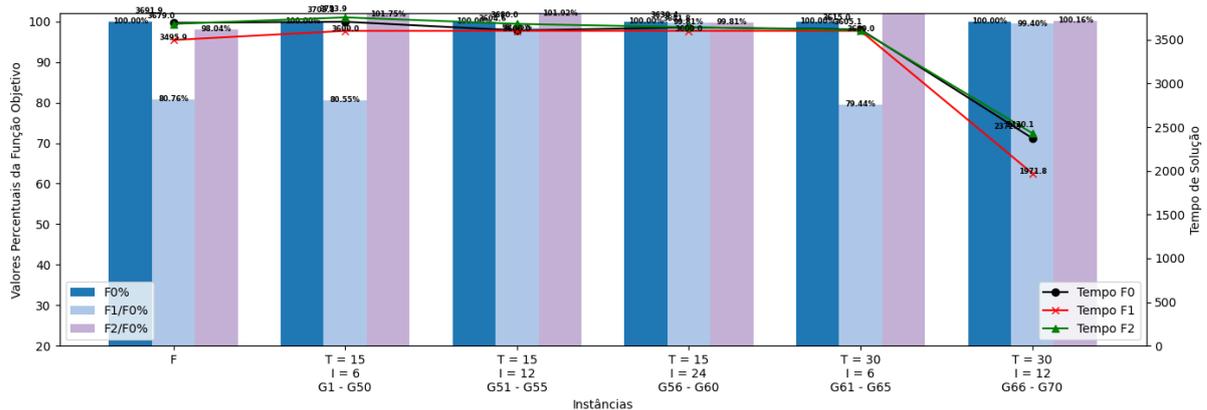


Figura 4.15: Gráfico dos valores médios da função objetivo em porcentagem com os respectivos tempos de solução com 8 máquinas paralelas para o Experimento 5.

A Tabela 4.15 fornece uma visão comparativa entre três as formulações diferentes em contextos de operação com 2, 4 e 8 máquinas considerando o UB, SC, HC e Capacidade utilizada.

Na configuração com 2 máquinas, a F0 apresenta um equilíbrio entre custos de *setup* e de *holding*, indicando uma estratégia geral bem balanceada. A capacidade utilizada é relativamente alta, mostrando que a F0 aproveita eficientemente os recursos disponíveis. A F1 e a F2, por sua vez, apresentam uma pequena redução nos custos de *setup*, mas a F1 mantém um perfil muito semelhante ao da F0 em termos de utilização de capacidade. Já a F2 mostra uma leve redução em ambos os custos de *setup* e de *estoque*.

À medida que a complexidade aumenta para 4 máquinas, observa-se que a F0 começa a mostrar sinais de estresse com uma redução na utilização da capacidade e um aumento nos custos de *estoque*. Isso sugere que a F0 pode estar lutando para adaptar suas estratégias básicas a um cenário mais complexo. A F1, embora reduza significativamente os custos de *setup* em comparação com a F0, também vê uma diminuição na utilização da capacidade. A F2, similarmente, mostra um ajuste nos custos de *setup* e uma redução mais marcada na utilização da capacidade, indicando desafios na manutenção da eficiência operacional com o aumento da complexidade.

No cenário de maior complexidade com 8 máquinas, há um aumento nos custos de *estoque* e uma redução na utilização da capacidade. A F0 e a F1 exibem uma capacidade utilizada consideravelmente elevada em relação a F2.

**Tabela 4.15:** Resultados experimento 5 contendo os percentuais de custo de *setup*, custo de estoque e o percentual de capacidade utilizada para a solução da F0, F1, F2, para os cenários de 2, 4 e 8 máquinas.

F0														
2 MÁQUINAS					4 MÁQUINAS					8 MÁQUINAS				
F2	BB	SC	HC	Cap. Utilizada	F2	BB	SC	HC	Cap. Utilizada	F2	BB	SC	HC	Cap. Utilizada
F	100%	30,90%	69,10%	81,66%	F	100%	19,44%	80,56%	80,16%	F	100%	6,78%	93,22%	71,03%
T = 15 I = 6 G 1-50	100%	26,55%	73,45%	80,28%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	17,72%	82,28%	78,56%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	7,04%	92,96%	74,71%
T = 15 I = 12 G 51-55	100%	29,98%	70,02%	82,59%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	29,15%	70,85%	82,93%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	19,36%	80,64%	78,30%
T = 15 I = 24 G 56-60	100%	31,83%	68,17%	84,61%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	31,51%	68,49%	84,81%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	30,33%	69,67%	82,78%
T = 30 I = 6 G 61-65	100%	28,47%	71,53%	88,11%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	21,94%	78,06%	77,13%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	8,31%	91,69%	67,82%
T = 30 I = 12 G 66-70	100%	33,43%	66,57%	83,19%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	32,99%	67,01%	78,31%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	30,31%	69,69%	51,76%
F1														
2 MÁQUINAS					4 MÁQUINAS					8 MÁQUINAS				
F2	BB	SC	HC	Cap. Utilizada	F2	BB	SC	HC	Cap. Utilizada	F2	BB	SC	HC	Cap. Utilizada
F	100%	30,40%	69,60%	81,49%	F	100%	20,88%	79,12%	77,57%	F	100%	8,56%	91,44%	65,00%
T = 15 I = 6 G 1-50	100%	26,89%	73,11%	80,02%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	18,68%	81,32%	76,85%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	6,50%	93,50%	70,40%
T = 15 I = 12 G 51-55	100%	30,30%	69,70%	82,45%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	28,62%	71,38%	82,77%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	20,69%	79,31%	77,12%
T = 15 I = 24 G 56-60	100%	31,47%	68,53%	84,66%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	31,32%	68,68%	84,69%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	30,18%	69,82%	82,67%
T = 30 I = 6 G 61-65	100%	29,01%	70,99%	87,79%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	22,03%	77,97%	76,14%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	8,91%	91,09%	65,14%
T = 30 I = 12 G 66-70	100%	33,29%	66,71%	83,20%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	33,73%	66,27%	78,16%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	30,83%	69,17%	51,70%
F2														
2 MÁQUINAS					4 MÁQUINAS					8 MÁQUINAS				
F2	BB	SC	HC	Cap. Utilizada	F2	BB	SC	HC	Cap. Utilizada	F2	BB	SC	HC	Cap. Utilizada
F	100%	30,63%	69,37%	73,03%	F	100%	23,24%	76,76%	64,40%	F	100%	10,93%	89,07%	49,58%
T = 15 I = 6 G 1-50	100%	27,97%	72,03%	73,28%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	19,60%	80,40%	65,80%	T = 15 I = 6 G 1-50	100%	8,87%	91,13%	54,66%
T = 15 I = 12 G 51-55	100%	30,55%	69,45%	78,76%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	29,13%	70,87%	76,87%	T = 15 I = 12 G 51-55	100%	24,16%	75,84%	67,63%
T = 15 I = 24 G 56-60	100%	31,86%	68,14%	82,04%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	31,34%	68,66%	80,53%	T = 15 I = 24 G 56-60	100%	31,26%	68,74%	75,79%
T = 30 I = 6 G 61-65	100%	28,74%	71,26%	80,93%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	23,57%	76,43%	67,13%	T = 30 I = 6 G 61-65	100%	10,62%	89,38%	52,64%
T = 30 I = 12 G 66-70	100%	33,38%	66,62%	79,45%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	33,13%	66,87%	72,80%	T = 30 I = 12 G 66-70	100%	31,80%	68,20%	47,56%

#### 4.8 Comparativo global dos experimentos

A análise global dos Experimentos 1 a 5 evidencia que a escolha da formulação (F0, F1 ou F2) e das condições operacionais, como o número de máquinas, ajustes de capacidade e variações nos custos, impacta significativamente a eficiência e a eficácia das soluções de planejamento de produção. Por exemplo, nos cenários com menor complexidade, como no Experimento 1 com duas máquinas, a formulação F1 apresentou desempenho superior em termos

de eficiência computacional, fornecendo soluções com tempos de processamento reduzidos e gaps de otimalidade baixos. No entanto, em ambientes de maior complexidade, como no Experimento 4 com oito máquinas e capacidade reduzida em 5%, a F1 manteve a vantagem em tempo de processamento, mas exibiu gaps maiores (por exemplo, gap de 18,32% na instância com 30 períodos e 6 itens), sugerindo um possível comprometimento na qualidade das soluções. A formulação F2 mostrou-se mais eficaz na minimização da função objetivo em cenários complexos; no Experimento 4, a F2 superou a F0 em até 214,8% da função objetivo em determinadas instâncias (como na configuração com quatro máquinas, 30 períodos e 6 itens), embora apresentasse variabilidade nos resultados conforme as condições específicas.

As conclusões gerais dos experimentos indicam que não existe uma formulação que seja superior em todos os cenários; a escolha depende das características do ambiente operacional e das prioridades organizacionais. Do ponto de vista gerencial, é importante alinhar a estratégia de planejamento de produção com os objetivos da organização. Em ambientes nos quais a rapidez na tomada de decisão é crucial, como nos cenários do Experimento 2 com redução nos custos de estoque, a F1 pode ser a opção preferível, mesmo que ocorra um pequeno sacrifício na precisão. Em cenários que requerem maximização da eficiência operacional, especialmente em contextos de alta complexidade como no Experimento 5 com capacidade reduzida em 10%, a F2 pode ser mais adequada, apesar da necessidade de lidar com a variabilidade nos resultados. Além disso, ajustes em parâmetros operacionais, como capacidade e custos, podem influenciar significativamente o desempenho das formulações, ressaltando a necessidade de estratégias adaptativas em ambientes dinâmicos.

---

## Conclusões e propostas futuras

---

Este trabalho teve como objetivo adaptar o problema de dimensionamento de lotes com *setups crossover* com inclusão de máquinas paralelas, desenvolvendo e testando formulações matemáticas em cenários distintos. O estudo revelou que a formulação F1 demonstrou uma melhoria significativa no tempo de execução em comparação com a F0, especialmente em cenários com 2 e 4 máquinas. No entanto, essa eficiência em tempo resultou em menor precisão em cenários mais complexos, como os com 8 máquinas. Por outro lado, a formulação F2 apresentou um desempenho misto, adaptando-se melhor a cenários de alta complexidade com 8 máquinas, onde conseguiu otimizações significativas nos custos de produção e estoque, mas enfrentou dificuldades em cenários menos complexos, mostrando uma ligeira degradação em tempo de execução e *Upper Bound*.

O estudo também destacou o impacto da complexidade crescente com o aumento do número de máquinas, que afetou significativamente todas as formulações. Embora mais máquinas possam contribuir para um processamento paralelo, elas também introduzem sobrecargas que afetam a eficiência global da solução. Nos cenários com 8 máquinas, os gaps de otimalidade aumentaram, evidenciando as limitações das formulações em ambientes de alta capacidade e complexidade. A F1, apesar de melhorar o tempo de execução, sofreu com uma redução na precisão, enquanto a F2 mostrou um desempenho superior em termos de função objetivo, sugerindo que é mais adequada para maximizar a eficiência em cenários de alta demanda operacional.

Além disso, a utilização da capacidade foi um indicador fundamental para avaliar a eficiência das formulações. A F0 e a F1 mantiveram uma capacidade utilizada consideravelmente elevada em cenários com 2 e 4 máquinas, enquanto a F2 mostrou uma menor utilização da capacidade, especialmente em cenários com 8 máquinas.

Para trabalhos futuros, sugere-se a investigação da combinação das estratégias utilizadas nas formulações F1 e F2, visando desenvolver uma abordagem híbrida que possa equilibrar melhor a eficiência do tempo de execução com a precisão das soluções em diferentes níveis de complexidade. Uma possível direção seria o desenvolvimento de algoritmos adaptativos que, possam selecionar e ajustar a formulação mais apropriada com base nas características do problema específico em cada instante.

Além disso, estudos empíricos em ambientes de produção reais são necessários para validar as formulações e estratégias de otimização propostas, identificando desafios práticos e oportunidades de melhorias adicionais. Essas propostas visam não apenas aprimorar as formulações

existentes, mas também expandir o entendimento e a aplicabilidade das técnicas de otimização em cenários de produção complexos e dinâmicos.

## CAPÍTULO 6

## Bibliografía

---

ARAUJO, S. A. de; REYCK, B. de; DEGRAEVE, Z.; FRAGKOS, I.; JANS, R. Period decompositions for the capacitated lot sizing problem with setup times. *INFORMS Journal on Computing*, v. 27, p. 431–448, 2015.

BANSAL, M. Facets for single module and multi-module capacitated lot-sizing problems without backlogging. *Discrete Applied Mathematics*, v. 255, p. 117–141, 2019.

BELO-FILHO, M. A. F.; ALMADA-LOBO, B.; TOLEDO, F. M. B. Models for capacitated lot-sizing problem with backlogging, setup carryover and crossover. *Journal of the Operational Research Society*, v. 65, n. 11, p. 1735–1747, 2014.

CAMARGO, V. C. B.; TOLEDO, F. M. B.; ALMADA-LOBO, B. Three time-based scale formulations for the two-stage lot sizing and scheduling in process industries. *Journal of the Operational Research Society*, v. 63, p. 1613–1630, 2012.

CHEN, P.; PAPAGEORGIOU, L. G.; PINTO, J. M. Medium-term planning of single-stage single-unit multiproduct plants using a hybrid discrete/continuous-time milp model. *Industrial Engineering Chemistry Research*, v. 47, n. 6, p. 1925–1934, 2008.

EPPEN, G. B.; MARTIN, R. K. Solving multi-item capacitated lot-sizing problems using variable redefinition. *Operations Research*, v. 6, p. 832–848, 1987.

FIOROTTO, D. J.; JANS, R.; ARAUJO, S. A. de. Hybrid methods for lot sizing on parallel machines. *Computers & Operations Research*, v. 63, p. 136–148, 2015.

FIOROTTO, D. J.; JANS, R.; ARAUJO, S. A. de. An analysis of formulations for the capacitated lot sizing problem with setup crossover. *Computers Industrial Engineering*, v. 106, p. 338–350, 2017.

FIOROTTO, D. J.; NEYRA, J. d. C. H.; ARAUJO, S. A. de. Impact analysis of setup carryover and crossover on lot sizing problems. *International Journal of Production Research*, v. 58, p. 6350–6369, 2019.

GOPALAKRISHNAN, M.; DING, K.; BOURJOLLY, J. M.; MOHAN, S. A tabu-search heuristic for the capacitated lot-sizing problem with set-up carryover. *Management Science*, v. 47, n. 6, p. 851–863, 2001.

HELMRICH, M. J. R.; JANS, R.; HEUVEL, W. van den; WAGELMANS, A. P. The economic lot-sizing problem with an emission capacity constraint. *European Journal of Operational Research*, v. 241, n. 1, p. 50–62, 2015.

JANS, R.; DEGRAEVE, Z. Meta-heuristics for dynamic lot sizing: A review and comparison of solution approaches. *European Journal of Operational Research*, v. 177, p. 1855–1875, 2007.

KACZMARCZYK, W. Modeling multi-period set-up times in the proportional lot-sizing problem. *Decision Making in Manufacturing and Services*, v. 3, n. 1-2, p. 15–35, 2009.

KOPANOS, G. M.; PUIGJANER, L.; MARAVELIAS, C. T. Production planning and scheduling of parallel continuous processes with product families. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, v. 50, n. 3, p. 1369–1378, 2012.

KRARUP, J.; BILDE, O. Plant location, set covering and economic lot size: An o(mn)-algorithm for structured problems. *Numerische Methoden bei Optimierungsaufgaben*, p. 155–186, 1977.

LIU, S.; PINTO, J. M.; PAPAGEORGIOU, L. G. A tsp-based milp model for medium-term planning of single-stage continuous multiproduct plants. *Industrial Engineering Chemistry Research*, v. 47, n. 21, p. 7733–7743, 2008.

MENEZES, A. A.; CLARK, A.; ALMADA-LOBO, B. Capacitated lot-sizing and scheduling with sequence-dependent, period-overlapping and nontriangular setups. *Journal of Scheduling*, v. 14, n. 2, p. 209–219, 2010.

MOHAN, S.; GOPALAKRISHNAN, M.; MARATHE, R.; RAJAN, A. A note on modelling the capacitated lot-sizing problem with set-up carryover and set-up splitting. *International Journal of Production Research*, v. 50, n. 19, p. 5538–5543, 2012.

RAMEZANIAN, R.; SAIDI-MEHRABAD, M. Multi-product unrelated parallel machines scheduling problem with rework processes. *Scientia Iranica, Transactions E: Industrial Engineering*, Sharif University of Technology, v. 19, n. 6, p. 1887–1893, 2012.

RUIZ-TORRES, A. J.; ABLANEDO-ROSAS, J. H.; HO, J. C. The parallel machine scheduling problem with variable demand and a pre-defined lot size. *International Journal of Operational Research (IJOR)*, v. 14, n. 1, p. 1–21, 2012.

SAHLING, F.; BUSCHKÜHL, L.; TEMPELMEIER, H.; HELBER, S. Solving a multi-level capacitated lot sizing problem with multi-period setup carry-over via a fix-and-optimize heuristic. *Computers & Operations Research*, v. 36, n. 9, p. 2546–2553, 2009.

SEYFI, S. A.; YILMAZ, G.; YANKOĞLU, İ.; GARIP, A. Capacitated stochastic lot-sizing and production planning problem under demand uncertainty. *IFAC-PapersOnLine*, v. 55, n. 10, p. 2731–2736, 2022.

SOLER, W. d. O.; RIBEIRO, R. S.; SANTOS, M. O. dos. Problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção com preparação dependente da sequência em linhas paralelas e relacionadas. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, v. 5, n. 1, 2017.

SOX, S. R.; GAO, Y. The capacitated lot sizing with setup carry-over. *IIE Transactions*, v. 31, n. 2, p. 173–181, 1999.

- SUERIE, C. Modeling of period overlapping setup times. *European Journal of Operational Research*, v. 174, p. 874–886, 2006.
- SUERIE, C.; STADTLER, H. The capacitated lot-sizing problem with linked lot sizes. *Management Science*, INFORMS, v. 49, n. 8, p. 1039–1054, 2003.
- SUNG, C.; MARAVELIAS, C. T. A mixed-integer programming formulation for the general capacitated lot-sizing problem. *Computers & Chemical Engineering*, v. 32, p. 244–259, 2008.
- TOLEDO, C. F. M.; OLIVEIRA, R. R. R. d.; FRANÇA, P. M. A hybrid multi-population genetic algorithm applied to solve the multi-level capacitated lot sizing problem with backlogging. *Computers & Operations Research*, v. 40, n. 4, p. 910–919, 2013.
- TRIGEIRO, W. W.; THOMAS, J.; MCCLAIN, J. O. Capacitated lot sizing with setup times. *Management Science*, v. 35, p. 353–366, 1989.
- WAGNER, H. M.; WHITIN, T. M. Dynamic version of the economic lotsize model. *Management Science*, v. 5, p. 89–96, 1958.
- ÖZPEYNIRCI, S.; GÖKÜR, B.; HNIC, B. Parallel machine scheduling with tool loading. *Applied Mathematical Modelling*, 2016.