



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS SISTEMA DE BIBLIOTECAS DA UNICAMP REPOSITÓRIO DA PRODUÇÃO CIENTIFICA E INTELECTUAL DA UNICAMP

Versão do	arquivo a	nexado /	Version	of a	attached	file:

Versão do Editor / Published Version

Mais informações no site da editora / Further information on publisher's website:

https://mdc.ulpgc.es/s/mdc/item/458304

DOI: 0

Direitos autorais / Publisher's copyright statement:

© 2021 by Sociedad Canaria de profesorado de matemáticas Luis Balbuena Castellano. All rights reserved.

NÚMEROS

Revista de Didáctica de las Matemáticas http://www.sinewton.org/numeros

ISSN: 1887-1984

Volumen 106, enero de 2021, páginas 23-32

Variáveis estatísticas e suas representações em gráficos: reflexões para seu ensino

Irene Mauricio Cazorla¹ Miriam Cardoso Utsumi² Carlos Eduardo Ferreira Monteiro³

(¹Universidade Estadual de Santa Cruz. Brasil) (²Universidade Estadual de Campinas. Brasil) (³Universidade Federal de Pernambuco. Brasil)

Título

Variables estadísticas y sus representaciones gráficas: reflexiones para su enseñanza

Resumen

Este artículo es un ensayo teórico que tiene como objetivo presentar los fundamentos que sustentan las variables estadísticas y sus representaciones gráficas, con el fin de sistematizar recomendaciones deseables para su enseñanza en la Educación Básica. Examinamos los diferentes tipos de gráficos para representar las variables estadísticas en el contexto univariado y bivariado, explicitando sus principales características. Postulamos un esquema conceptual inicial para ayudar a los profesores en la selección y construcción de gráficos, potencializar la enseñanza de este tema curricular y contribuir a la alfabetización estadística de los estudiantes.

Keywords

Educación Estadística, variables estadísticas, gráficos estadísticos, Educación Básica.

Resumo

Este artigo é um ensaio teórico que tem como objetivo apresentar os fundamentos que embasam as variáveis estatísticas e suas representações gráficas, a fim de sistematizar recomendações desejáveis para seu ensino na Educação Básica. Examinamos os diversos tipos de gráficos para representar as variáveis estatísticas de forma univariada e bivariada, explicitando suas principais características. Postulamos um esquema conceitual inicial visando auxiliar os professores na escolha e construção dos gráficos, potencializar o ensino deste tópico curricular e contribuir para o letramento estatístico dos estudantes.

Palabras clave

Educação Estatística, variáveis estatísticas, gráficos estatísticos, Educação Básica.

Title

Statistical variables and its representations in graphs: reflections for teaching

Abstract

This article is a theoretical essay that aims to present the fundamentals that support the statistical variables and their graphic representations, in order to systematize desirable recommendations for teaching in elementary education. We examined the different types of graphs to represent the statistical variables in a univariate and bivariate way, explaining the main characteristics. We postulate an initial conceptual scheme to assist teachers in the choice and construction of graphs, enhancing the teaching of this curricular topic, and contributing to students' statistical literacy.

Keywords

Statistics education, statistical variables, statistical graphs, school education.



1. Introdução

Segundo Cazorla (2002), o objetivo do gráfico estatístico é comunicar ao leitor um conjunto de informações, numéricas ou não, usando objetos cujas dimensões correspondem às respectivas escalas e cujos valores em cada dimensão se relacionam. Para a autora, um gráfico é uma representação simbólica de dados, que, em geral, relaciona duas ou mais variáveis utilizando o sistema de coordenadas cartesianas. Todavia, para compreendermos os gráficos estatísticos, precisamos explicitar os conceitos subjacentes à sua construção, bem como seus componentes. Neste artigo focamos a escolha do tipo de gráfico estatístico conforme a natureza da variável estatística e propomos uma tipologia de acordo com o arcabouço em que são construídos os gráficos, baseada na abordagem de Harris (1999). Considerando que existe uma ampla variedade de gráficos, muitos deles utilizados ostensivamente pela mídia, como destacado por Alsina, Vásquez, Muñiz-Rodríguez e Rodríguez-Muñiz (2020), neste trabalho optamos por concentrar nossa análise nos gráficos que devem ser ensinados aos estudantes da Educação Básica brasileira (dos 6 aos 17 anos de idade), em atendimento às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (MEC, 2018).

2. Conceitos subjacentes aos gráficos estatísticos

Os gráficos estatísticos envolvem vários conceitos dos quais destacamos neste artigo os imprescindíveis, a saber: população, amostra, variáveis e dados (Figura 1). População ou universo refere-se a todos os elementos que compõem o objeto de investigação e amostra é um subconjunto dessa população. As variáveis estatísticas constituem-se nas características investigadas na população ou amostra (Cazorla e Oliveira, 2010) e sua realização geram dados.

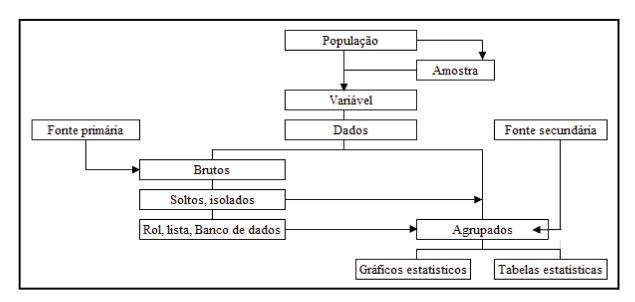


Figura 1. Conceitos estatísticos subjacentes aos gráficos estatísticos.

Os dados podem ser brutos sem tratamento, apresentados de forma solta, isolada, ou organizados em rol, lista, planilha ou banco de dados. Os dados, podem também estar agrupados ou agregados, quando já sofreram algum tratamento, podendo ser apresentados em gráficos ou em tabelas estatísticas. A fonte de onde se originaram os dados pode ser primária, quando coletamos os dados, ou secundária quando trabalhamos com dados coletados por outrem. Em geral, as variáveis estatísticas estão ligadas aos fenômenos das ciências da natureza e das ciências sociais e humanas, como por exemplo, altura e massa corpórea de um recém-nascido ou proficiência em inglês e gosto pela língua inglesa. Diferentemente das variáveis matemáticas, as variáveis estatísticas são marcadas pela variabilidade. Santana (2020, p. 18) ilustra essa diferença recorrendo a relação entre a área do círculo (A) e o raio (r), onde $A = \pi r^2$ (Figura 2), e a relação que se estabelece entre a altura de um menino e sua idade (Figura 3).

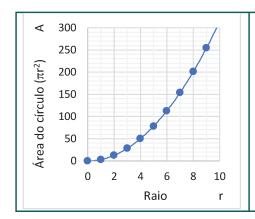




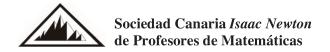
Figura 2. Relação entre a área do círculo e o raio. Fonte: Santana (2020).

Figura 3. Relação entre a altura e idade de meninos de 0 a 5 anos. Fonte: Santana (2020).

As variáveis quantitativas raio, área, tempo e altura são definidas em um domínio, neste caso contínuo, formado pelos números reais positivos, por exemplo, [0; L], com um L arbitrário, isto é, tomam qualquer valor nesse domínio. Além de poder assumir qualquer valor, a variável estatística "altura dos meninos", dentro de um grupo etário, tem uma variação intrínseca de menino para menino, pois existem outros fatores tais como etnia e classe social que interferem no crescimento da criança, dificultando prever à priori a altura de um determinado menino. O que podemos fazer é prever a sua altura provável. Por essa razão, para descrever o comportamento das variáveis estatísticas podemos recorrer aos gráficos de pontos (dotplot), histogramas, ramos e folhas ou de caixa (box-plot); e para resumir suas principais características, às medidas de tendência central (média, mediana e moda), às medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão); ou às de posição, como os quartis.

Além disso, a relação que se estabelece entre as variáveis raio e área do círculo é matemática, portanto, determinística; isto é, dado um valor de entrada, o valor de saída sempre será o mesmo, ou seja, sabemos a priori o resultado (Santana, 2020). Já a relação entre a altura do menino e sua idade é estatística, isto é, para um mesmo valor de entrada, o resultado pode ser diferente e seu valor estimado pode ser calculado por meio da teoria de probabilidades. A curva de crescimento é construída para a altura por idade e por gênero, partindo do pressuposto de que para uma idade fixa, a distribuição da altura em uma amostra de tamanho suficientemente grande segue uma distribuição normal (Ferreira, 2012).

Uma vez que a variabilidade é uma das características das variáveis estatísticas, elas precisam ter um tratamento diferenciado das variáveis matemáticas. Por exemplo, a conjectura de Vitruvius sobre "A altura é igual à envergadura dos braços" (Silva, Magina e Silva, 2010, p. 82), em teoria geraria a função linear "altura = envergadura dos braços". Todavia, quando desenhamos os pontos no plano cartesiano verificamos uma nuvem de pontos, espalhada em torno da reta y = x. Esse resultado é devido ao fato de que podemos encontrar pessoas com a mesma altura, porém com diferentes envergaduras dos braços. Nesse contexto, esperamos que quanto mais aderente os pontos estejam à reta, mais plausível seja a conjectura. Assim, o que observaremos serão padrões, tendências e relações, sendo que, em última instância, utilizaremos funções matemáticas para modelá-las, levando em consideração o erro de estimação e o nível de confiança. Neste particular, um aspecto importante é considerar o papel que cada variável estatística desempenha quando se estuda a relação entre elas, isto é, qual delas é a variável dependente e qual é a independente, pois esses papéis não são tão claros como nas funções matemáticas.



As variáveis estatísticas podem ser classificadas, de acordo com a sua natureza em qualitativas e quantitativas, conforme a Figura 4. Observamos que a BNCC (MEC, 2018) adotou os termos categórica e numérica. Uma variável qualitativa revela uma característica agrupada em categorias, podendo ser nominal ou ordinal. Nominal é quando suas categorias não apresentam ordenação, como por exemplo, animal de estimação favorito, com categorias cachorro, gato etc. Por sua vez, a variável é ordinal quando suas categorias apresentam uma ordenação natural, como por exemplo, nível de proficiência em inglês com categorias básico, intermediário e superior. A variável quantitativa é aquela cujos resultados são contáveis ou mesuráveis. As discretas são aquelas que tomam valores inteiros positivos, como por exemplo, número de irmãos. A variável contínua é resultante de mensuração, como, por exemplo, o peso (massa corpórea) de um recém-nascido normal, que é esperado variar, de 2,9 a 3,3 kg.

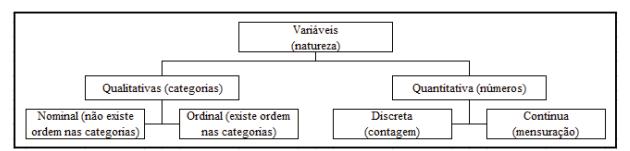


Figura 4. Classificação das variáveis de acordo com a sua natureza.

As variáveis também podem ser classificadas de acordo com a referência de observação: em empíricas, aquelas que possuem referentes observáveis no mundo empírico, como por exemplo a idade; e, em conceituais, aquelas que não podem ser diretamente observáveis, mas inferidas pelo comportamento dos participantes da pesquisa (Cazorla e Oliveira, 2010). Na Tabela 1 exemplificamos a operacionalização da variável empírica idade.

Formas de operacionalização	Tipo	Valores /categorias
Data de nascimento	Contínua	dia/mês/ano
Faixas – grupos quinquenais	Contínua	[0 a 5[; [5 a 10[; Intervalos semiabertos
Idade em anos completos	Discreta	0, 1, 2,
Faixas – grupos quinquenais	Discreta	[0 a 4]; [5 a 9]; Intervalos fechados (pirâmides populacionais)
Grupos de idades	Ordinal	Criança, adolescente, adulto, idoso
Grupos de idades	Nominal	Adulto, não adulto (variável dicotômica)

Tabela 1. Exemplo de operacionalização da variável empírica idade.

Na Figura 5 apresentamos um exemplo de uma variável conceitual: "hábitos de prevenção ao contágio pela Covid-19" com diferentes opções de operacionalização, inclusive utilizando uma escala do tipo Likert. A escala Likert é muito utilizada nas pesquisas de opinião, como aquelas para avaliar nível de satisfação de clientes, mas pode se adequar bem ao contexto escolar (Silva-Júnior, 2018). O pressuposto básico desta escala é que uma variável conceitual pode ser desagregada em várias dimensões e assim pode ser apreendida de forma mais fidedigna, do que pela realização de uma única pergunta.

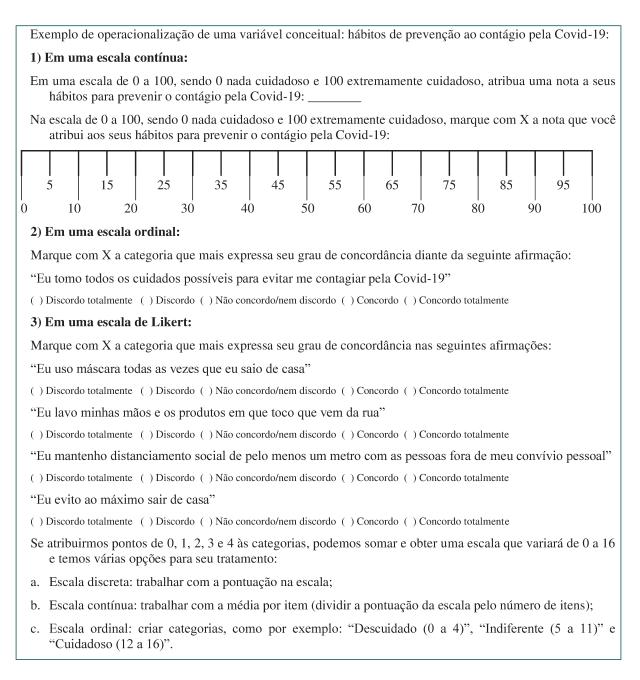
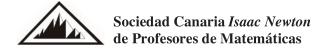


Figura 5. Exemplo de operacionalização de uma variável conceitual.

3. Gráficos estatísticos

3.1 Componentes dos gráficos estatísticos

Para Kosslyn (1994) todos os gráficos possuem três elementos primários: arcabouço/estrutura (framework), conteúdo (content) e rótulos (labels). Além desses componentes, o título, a legenda e a fonte são informações necessárias e completam a informação contida no gráfico. Segundo Harris (1999, p. 334) as escalas podem ser de três tipos: categórica, quantitativa e sequencial. A escala categórica (qualitativa) é formada por palavras ou números, mas neste caso os números não têm sentido numérico; as categorias podem ser reordenadas, embora isso não seja desejável para as



variáveis ordinais. A escala quantitativa (numérica), pode ser intervalar (não existe o zero) e são utilizadas para operacionalizar variáveis conceituais (Escalas do tipo Likert), ou de razão, que tem o zero e descreve a maioria das variáveis empíricas. A escala sequencial é formada por palavras ou números ordenados, com igual espaçamento, os números são utilizados apenas como identificação, e a sequência não pode ser reordenada; em geral, são utilizadas nas séries de tempo. As escalas categóricas e sequenciais são utilizadas para representar variáveis independentes, já as escalas numéricas podem representar tanto as variáveis dependentes quanto as independentes, ver Figura 6.

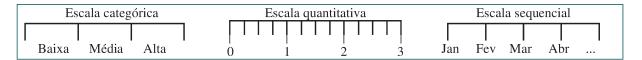


Figura 6. Tipos de escalas utilizadas na construção de gráficos estatísticos.

3.2 Gráficos estatísticos segundo seu arcabouço

Harris (1999, pp. 164) categoriza os gráficos segundo seu arcabouço (major family or configuration). Nesse artigo só consideramos aqueles que são ensinados na Educação Básica brasileira. Deste modo distinguimos quatro tipos de arcabouços no qual são construídos os gráficos estatísticos: a) coordenadas circulares, formada pelo círculo e respectivos setores (Figura 7a); b) um eixo cartesiano (Figura 7b) para representar uma variável quantitativa de forma univariada (escala quantitativa); c) o pseudo plano cartesiano, quando um eixo representa uma escala quantitativa e o outro uma escala categórica ou sequencial, onde estão assentados os gráficos de colunas/barras, as séries temporais representadas em gráficos de colunas/barras, bem como o diagrama de pontos ou de caixa por uma variável categórica (Figura 7c) e d) o plano cartesiano genuíno, formado por dois eixos cartesianos, com duas escalas quantitativas nos quais estão assentados os diagramas de dispersão e de linhas; ou uma quantitativa e a outra sequencial, própria das séries temporais representadas por gráficos de linhas (Figura 7d).

Observamos que no caso dos gráficos de barras assentados em pseudo planos cartesianos (Figura 7c), o de barras azuis, representa uma variável categórica e sua frequência (absoluta ou relativa); enquanto que, o de barras verdes, representa uma variável quantitativa em função do tempo. Observamos, também, no contexto univariado, que a variável pode ser independente ou dependente, de acordo com o papel que desenvolverá em possíveis relações. Já no contexto bivariado, devemos esclarecer, qual é a variável dependente, qual é a independente ou se elas estão apenas relacionadas. No caso das séries temporais, a variável tempo sempre será a variável independente.

Nesta classificação não abordamos os pictogramas, pois devem ter um tratamento diferenciado. Podemos observar que frequentemente os pictogramas são assentados em pseudo planos cartesianos, nos quais, por exemplo, as barras/colunas são substituídas por símbolos ou por material concreto manipulável em situações de ensino nos primeiros anos de escolaridade, conforme discutido nos trabalhos de Cazorla, Magina, Gitirana e Guimarães (2017), Arruda (2017), Alsina, Vásquez, Muñiz-Rodríguez e Rodríguez-Muñiz (2020) e Lira (2020).

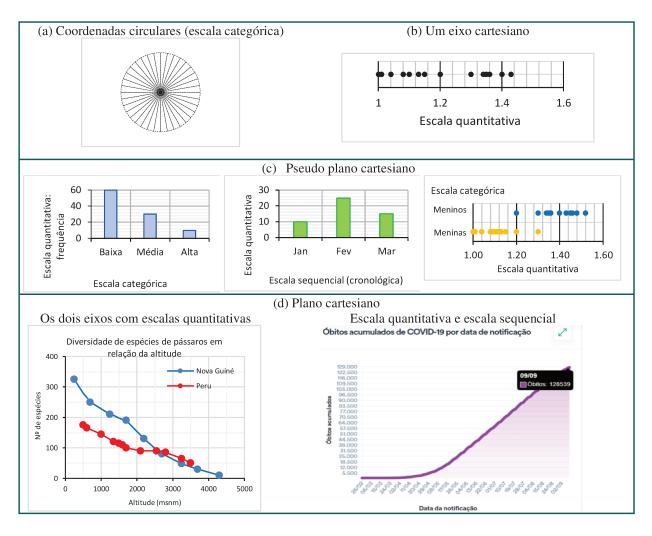


Figura 7. Arcabouços de gráficos estatísticos para ensino na Educação Básica.

3.3. Escolha de um gráfico estatístico

Para escolher ou construir um gráfico estatístico, o conceito de variável é crucial, pois o gráfico adequado para representá-la depende de sua natureza (Cazorla e Utsumi, 2010). Na Figura 8 apresentamos um diagrama com tipos de gráficos associados à análise de uma variável per se (análise univariada). No caso das variáveis ordinais recomenda-se utilizar o gráfico de barras/colunas e não o circular, pois a escala sequencial pode evidenciar informações intrínsecas à ordem das categorias (Harris, 1999). No caso das variáveis discretas que tomam poucos valores, o ideal seria o uso do gráfico de hastes ou o de pontos, todavia esses não são abordados pelos documentos oficiais brasileiros e há poucos softwares gratuitos acessíveis que os realizam, como por exemplo, o Geogebra. No caso da Educação Básica brasileira, no componente curricular de Matemática, excetuando-se os gráficos de caixa (box-plot), histograma e ramos e folhas que são previstos para serem ensinados no Ensino Médio (15 a 17 anos de idade), os demais gráficos devem ser interpretados e/ou construídos no ensino Fundamental (6 a 14 anos de idade), de acordo com a BNCC (MEC, 2018). Na Figura 9 são apresentados os tipos de gráficos adequados para representar o contexto bivariado. Observamos que não é feita distinção entre o gráfico de colunas (barras verticais) e o gráfico de barras (barras horizontais), pois basta fazer uma rotação de 90º no sentido horário de um para se obter o outro (ou no sentido anti-horário caso contrário). Quanto às séries temporais, observamos que em geral têm sido representadas em barras verticais e, muito raramente em barras horizontais utilizando a escala sequencial, mais especificamente a escala de séries temporais, denominadas também de escala cronológica (Harris, 1999).

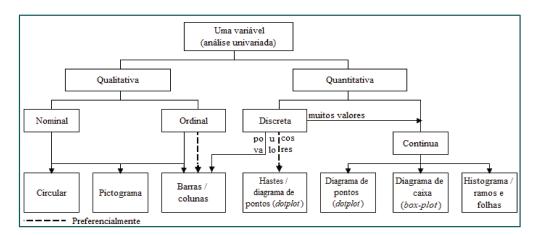


Figura 8. Tipos de gráficos para representar uma variável.

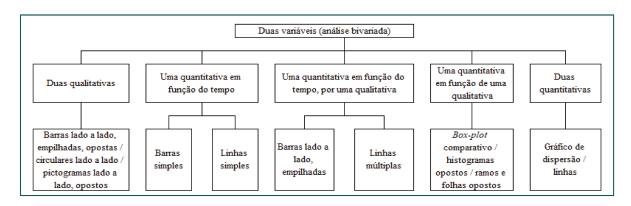


Figura 9. Tipos de gráficos para representar duas variáveis.

Na Figura 9 não incluímos os pictogramas e os gráficos circulares para representar a análise de duas variáveis quantitativas, pois além serem complexos para a construção em sala de aula, não são tão eficientes para comunicar a informação quantitativa (Santos e Branches, 2019). Para exemplificar este aspecto, na Figura 10 pode-se comparar um pictograma com um gráfico de linhas que representam variáveis quantitativas. Nota-se que o gráfico de linhas representa os dados de maneira mais sintética.

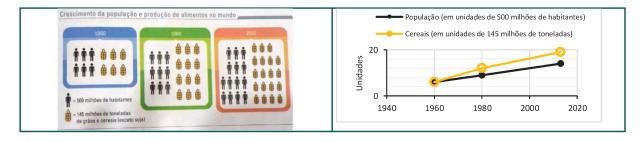


Figura 10. Exemplo de um pictograma e um gráfico de linhas para representar duas variáveis quantitativas. (Alves, Boligian, Garcia e Martinez, 2019, p. 59).

Considerações finais

Nossas reflexões indicam que a relação entre os tipos de gráficos estatísticos e suas escolhas a partir da natureza da variável e do objetivo de sua construção, constituem-se em aspectos importantes para o ensino de Estatística. Após mais de 20 anos de inserção como um tópico curricular na Educação Básica brasileira, os estudantes ainda enfrentam dificuldades para analisar o quanto seria mais adequado ou não um determinado gráfico para um tipo de variável, como mostra Matos (2019).

Além disso, o rápido desenvolvimento da computação gráfica e do processamento de grande volume de dados em fração de segundos revolucionou o poder dos gráficos, fazendo emergir gráficos novos, mais complexos, interativos e dinâmicos como apresentado por Alsina et al. (2020). Tais gráficos por um lado se tornam ferramentas poderosas para transmitir informação, mas por outro nos desafiam para ensiná-los em sala de aula. O fato de dificilmente termos condições de construir gráficos complexos, de forma manual, em contexto escolar, não nos exime de ensinar os estudantes a lê-los e interpretá-los, como alertam Rodríguez-Muñiz et al. (2020). Nesse sentido, acreditamos que a comunidade de educadores estatísticos precisaria tornar acessível aos professores os resultados das pesquisas nessa área, bem como continuar a investigar as possibilidades pedagógicas para o ensino de diversos tipos de gráficos, bem como os recém incluídos no currículo brasileiro da Educação Básica (MEC, 2018), como o diagrama de ramos e folhas e o de caixa (box-plot).

Bibliografia

- Alsina, Á., Vásquez, C., Muñiz-Rodríguez, L. e Rodríguez-Muñiz, L.J. (2020). ¿Cómo promover la alfabetización estadística y probabilística en contexto? Estrategias y recursos a partir de la COVID-19 para Educación Primaria. Épsilon, 104, 99-128.
- Alves, A., Boligian, L., Garcia, W. e Martinez, R. (2019). Geografia espaço e vivência: 7º ano. São
- Arruda, T. C. (2017). A educação estatística no ciclo da alfabetização: problematizando os gráficos. Monografia em Pedagogia, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, PB, Brasil.
- Cazorla, I. M. (2002). A relação entre a habilidades viso-pictóricas e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos. Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.
- Cazorla, I. M. e Oliveira, M. S. (2010). Para saber mais. Em I. M. Cazorla e E. Santana (Orgs.). Do tratamento da informação ao letramento estatístico (pp. 113-144). Itabuna: Via Litterarum.
- Cazorla, I. M. e Utsumi, M. C. (2010). Reflexões sobre o ensino de estatística na educação básica. Em I. M. Cazorla e E. Santana (Orgs.). Do tratamento da Informação ao letramento estatístico (pp. 9-18). Itabuna: Via Litterarum.
- Cazorla, I., Magina, S., Gitirana, V. e Guimarães, G. (2017). Estatística para os anos iniciais do ensino fundamental. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Recuperado em 10 de setembro de 2020 de http://www.sbem.com.br/files/ebook_sbem.pdf.
- Ferreira, A. A. (2012). Avaliação do crescimento de crianças: a trajetória das curvas de crescimento. Demetra, 7(3), 191-202. Recuperado em 10 de setembro de 2020, de https://www.epublicacoes.uerj.br/index.php/demetra/article/view/3786/3844.
- Harris, R. L. (1999). Information graphics: a comprehensive illustrated reference. New York: Oxford University Press.
- Kosslyn, S. M. (1994). Elements of graph design. New York: W. H. Freeman and Company.
- Lira, F. L. (2020). Letramento estatístico na educação infantil: analisando possibilidades pedagógicas para o trabalho docente. Dissertação de Mestrado. Recife: Universidade Federal de Pernambuco, PE, Brasil.



- Matos, L. G. P. R. (2019). Leitura e construção de gráficos estatísticos por estudantes do ensino fundamental. Dissertação de mestrado em Educação Matemática. Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, BA, Brasil.
- Ministério da Educação MEC. (2018). Base nacional comum curricular. Brasília: MEC.
- Rodríguez-Muñiz, L. J., L. Muñiz-Rodríguez, L., Vásquez, C. e Alsina, Á. (2020) ¿Cómo promover la alfabetización estadística y de datos en contexto? Estrategias y recursos a partir de la COVID-19 para Educación Secundaria. Números, 104, 217-238.
- Santana, C. V. (2020). Relações entre variáveis estatísticas na contextualização e apropriação da função afim. Dissertação de Mestrado Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, BA, Brasil.
- Santos, R. M. dos e Branches, M. V. (2019). Problemas identificados em gráficos estatísticos publicados nos meios de comunicação. Amazônia, 15(33), 201-218.
- Silva, C. B., Magina, S. e Silva, E. (2010). Homem vitruviano. Em I. Cazorla e E. Santana (Orgs.). Do tratamento da informação ao letramento estatístico (pp. 80-93). Itabuna: Via Litterarum.
- Silva-Júnior, A. V. (2018). Efeitos do ciclo investigativo PPDAC e das transformações de representações semióticas na aprendizagem de Estatística no ensino fundamental. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, BA, Brasil.

Irene Mauricio Cazorla. Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC, Ilhéus, Bahia, Brasil. Rua Isolina Guimarães, 130, apto. 102, Zildolândia, Itabuna, BA. CEP 45.600-680. Mestre em Estatística, Doutora em Educação, realiza pesquisa em Educação Estatística. Email: icazorla@uol.com.br

Miriam Cardoso Utsumi. Programa de Pós-graduação Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática – PECIM e Programa de Pós-graduação em Educação Escolar, da Universidade Estadual de Campinas - Unicamp, Campinas, São Paulo, Brasil. Av. Bertrand Russell, 801, Bloco A, sala 12, Cidade Universitária, Campinas, SP. CEP 13065-865. Mestre e Doutora em Educação, Líder do Grupo de Pesquisa PSIEM-GEPEMAI. Email: mutsumi@unicamp.br

Carlos Eduardo Ferreira Monteiro. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica - Edumatec, da Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, Recife, Pernambuco, Brasil. Rua Acadêmico Hélio Ramos, s/n, Cidade Universitária, Recife, PE. CEP. 50.740-530. PhD in Education, Mestre em Psicologia Cognitiva, Líder do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Estatística – GPEME. Email: carlos.fmonteiro@ufpe.br