



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Faculdade de Engenharia Mecânica

LEONARDO ANTONIAZZI MARQUES DA SILVA

**Estudo sobre o desempenho de estruturas de
superfície na atenuação da vibração do solo**

**Study on the ground vibration attenuation
performance of surface structures**

Campinas

2024

LEONARDO ANTONIAZZI MARQUES DA SILVA

Estudo sobre o desempenho de estruturas de superfície na atenuação da vibração do solo

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, na Área de Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Orientador: Prof. Dr. Josué Labaki Silva

ESTE TRABALHO CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DEFENDIDA PELO ALUNO LEONARDO ANTONIAZZI MARQUES DA SILVA, E ORIENTADA PELO PROF. DR. JOSUÉ LABAKI SILVA.

Campinas

2024

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

Si38e Silva, Leonardo Antoniazzi Marques da, 1998-
Estudo sobre o desempenho de estruturas de superfície na atenuação da vibração do solo / Leonardo Antoniazzi Marques da Silva. – Campinas, SP : [s.n.], 2024.

Orientador: Josué Labaki Silva.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Vibração - Controle. 2. Propagação de ondas. 3. Interação solo-estrutura. 4. Estruturas periódicas. 5. Métodos numéricos. I. Labaki, Josué, 1982-. II. Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações Complementares

Título em outro idioma: Study on the ground vibration attenuation performance of surface structures

Palavras-chave em inglês:

Vibration - Control

Wave propagation

Soil-structure interaction

Periodic structures

Numerical methods

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

Josué Labaki Silva [Orientador]

Ronaldo Carrion

Renato Picelli Sanches

Data de defesa: 28-06-2024

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

Identificação e informações acadêmicas do(a) aluno(a)

- ORCID do autor: <https://orcid.org/0009-0003-9750-5485>

- Currículo Lattes do autor: <http://lattes.cnpq.br/6003189531055372>

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Estudo sobre o desempenho de estruturas de
superfície na atenuação da vibração do solo**

Autor: Leonardo Antoniazzi Marques da Silva

Orientador: Prof. Dr. Josué Labaki Silva

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação de Mestrado:

Prof. Dr. Josué Labaki Silva
Departamento de Sistemas Integrados, FEM, Unicamp

Prof. Dr. Ronaldo Carrion
Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo, Escola Politécnica, USP

Prof. Dr. Renato Picelli Sanches
Departamento de Engenharia Naval e Oceânica, Escola Politécnica, USP

A Ata de Defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no SIGA/Sistema de Fluxo de Dissertação/Tese e na Secretaria do Programa da Unidade.

Campinas, 28 de junho de 2024

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a todos que contribuíram de alguma forma com a realização deste trabalho.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Josué Labaki, pela oportunidade de fazer parte de seu grupo de pesquisa, pela orientação e parceria desde o fim da minha graduação até a conclusão deste trabalho, pelos ensinamentos inestimáveis, e por sua dedicação em prol do desenvolvimento da pesquisa científica. Ao colega David Carneiro, que mesmo de longe, dedicou grande colaboração e suporte no desenvolvimento da pesquisa. Aos colegas de lab, pelo apoio e companheirismo, seja no dia a dia ou nas apresentações em congresso. E aos professores René Quispe, Ronaldo Carrion e Renato Picelli, por aceitarem participar da banca examinadora, e trazerem comentários e sugestões fundamentais para tornar o presente trabalho mais completo.

À minha família e amigos, por todo o apoio ao longo dessa jornada, em especial aos meus pais, por sempre me incentivarem a seguir em frente e proporcionarem condições para que eu pudesse atingir meus objetivos.

E à secretaria e coordenação do programa de pós graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, assim como à Unicamp, por todo o auxílio nesses últimos anos, e por possibilitarem a realização desse trabalho.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001, assim como, com apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processo 2022/02753-5.

RESUMO

A vibração do solo pode ser oriunda de duas fontes de excitação principais: natural ou artificial. As fontes naturais estão relacionadas com as ondas sísmicas que se propagam no solo e são provenientes de fenômenos como terremotos, enquanto as fontes artificiais estão relacionadas com ações antrópicas, tais como tráfego ferroviário ou rodoviário, e operação de máquinas rotativas de grande porte. Independente da fonte, a vibração gerada no solo pode ser prejudicial às instalações que possuem níveis admissíveis de vibração baixos para suas operações, e buscar soluções que ajudem a proteger instalações sensíveis como essas contra a vibração externa é de suma importância. Este trabalho apresenta uma ampla investigação numérica sobre a atuação de placas homogêneas e muros com fundações periódicas, feitos de gabião e de concreto, na atenuação da vibração do solo. O modelo utilizado faz uso do acoplamento do Método dos Elementos de Contorno Indireto (*Indirect Boundary Element Method - IBEM*) com o Método dos Elementos Finitos (*Finite Element Method - FEM*). Nele, a estrutura é modelada como um corpo flexível em contato perfeito com a superfície do solo, que por sua vez, é modelado como um semi-espaço linear-elástico e ilimitado. Diversos resultados numéricos referentes ao desempenho dessas estruturas na atenuação das vibrações verticais e horizontais do solo são fornecidos, os quais foram medidos em vários pontos ao longo da superfície do solo e também no seu interior. Ondas sísmicas e cargas externas são consideradas como forma de excitação, assim como parâmetros geométricos e constitutivos adequados, em termos da prática de engenharia, para o solo e estrutura. Os resultados mostram que placas de superfície apresentam um grande potencial de redução da vibração do solo e, em vista do seu relativo baixo custo de instalação e manutenção, mostram-se como uma boa opção para tais fins. Além disso, mostra-se que muros com fundações periódicas não fornecem proteção relevante contra vibração em pontos atrás do local de sua instalação, porém, essas fundações mostram-se capazes de filtrar a vibração incidente em certas bandas de frequência, protegendo assim a estrutura acima delas.

Palavras-chave: Estruturas de Superfície, Onda de Rayleigh, Carregamento de Superfície, Vibração do Solo, Atenuação de Vibração, Fundação Sanduíche

ABSTRACT

Ground vibration can be originated from two main excitation sources: natural or artificial. Natural sources are related to seismic waves which propagates in the soil and are originated from phenomena like earthquakes, while artificial sources are related to anthropic actions, such as railway and roadway traffic, and heavy rotary machine operation. Regardless the source, the resulting ground vibration can be harmful to installations that require low vibration levels for their operations, and search for solutions that can help protect sensitive installations like these against external vibration is very important. This work presents a broad numerical investigation of the performance of homogeneous mats and wall with periodic foundations, made of gabion and concrete, in providing ground vibration attenuation. The model employed makes use of the coupling of the Indirect Boundary Elements Method (IBEM) with the Finite Elements Method (FEM). The structure is modeled as a flexible plate in fully-bonded contact with the soil surface, which is modeled as an unbounded, linear-elastic half-space. Several numerical results regarding the performance of these structures in attenuating vertical and horizontal ground vibrations are provided, which were measured at various points along the soil surface and also into the soil. Seismic waves and external loads are considered as form of excitation, as well as appropriate geometric and constitutive parameters, in terms of engineering practice, for the soil and structure. The results show that surface mats have a great potential for reducing ground vibration and, given their relative low installation and maintenance cost, they are a good option for such purposes. Furthermore, it is shown that walls with periodic foundations do not provide significant protection against ground vibration at points behind its installation site, although these foundations show to be able to filter the incident vibration at certain frequency bands, thus protecting the structure over them.

Keywords: Surface Structures, Rayleigh Waves, Surface Loads, Ground Vibration, Vibration Attenuation, Sandwich Foundation

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 – Modelo de uma placa de superfície sobre um semi-espaço homogêneo sujeito à (a) onda de Rayleigh e (b) força harmônica uniforme de superfície.	22
Figura 2.2 – Modelo de uma estrutura sobre uma fundação sanduíche sobre um semi-espaço homogêneo sujeito à (a) onda de Rayleigh, e (d) força harmônica uniforme de superfície. A cor preta representa o material que compõe tanto a estrutura homogênea quanto parte da fundação sanduíche, e a cor branca representa um segundo material que compõe o restante da fundação sanduíche.	22
Figura 2.3 – Elemento finito isoparamétrico quadrilateral em coordenadas normalizadas.	23
Figura 2.4 – Plano de isotropia de um material transversalmente isotrópico.	25
Figura 2.5 – Componentes horizontal e vertical da carga uniforme.	26
Figura 2.6 – Representação do comportamento do integrando das funções de influência.	28
Figura 2.7 – Discretização dos elementos finitos e de contorno na interface e acoplamento entre os métodos.	29
Figura 2.8 – Forças e graus de liberdade nodais para um elemento espectral.	33
Figura 2.9 – Composição da célula unitária com dois segmentos de diferentes materiais.	34
Figura 3.1 – <i>Insertion loss</i> horizontais em (a) $x = -L/2$, (b) $x = 0$, (c) $x = L/2$, e (d) $x = 20$ m para placas de gabião de espessura $H = 0,5$ m (preto) e $H = 1,0$ m (vermelho), considerando $L = 5$ m (tracejada), $L = 10$ m (traço-ponto), e $L = 20$ m (contínua).	38
Figura 3.2 – <i>Insertion loss</i> verticais em (a) $x = -L/2$, (b) $x = 0$, (c) $x = L/2$, e (d) $x = 20$ m para placas de gabião de espessura $H = 0,5$ m (preto) e $H = 1,0$ m (vermelho), considerando $L = 5$ m (tracejada), $L = 10$ m (traço-ponto), e $L = 20$ m (contínua).	39
Figura 3.3 – <i>Insertion loss</i> horizontais em (a) $x = -L/2$, (b) $x = 0$, (c) $x = L/2$, e (d) $x = 20$ m para placas de concreto de espessura $H = 0,5$ m (preto) e $H = 1,0$ m (vermelho), considerando $L = 5$ m (tracejada), $L = 10$ m (traço-ponto), e $L = 20$ m (contínua).	40

Figura 3.4 – <i>Insertion loss</i> verticais em (a) $x = -L/2$, (b) $x = 0$, (c) $x = L/2$, e (d) $x = 20$ m para placas de concreto de espessura $H = 0,5$ m (preto) e $H = 0,5$ m (vermelho), considerando $L = 5$ m (tracejada), $L = 10$ m (traço-ponto), e $L = 20$ m (contínua).	41
Figura 3.5 – Deformação vertical ε_{ZZ} para placas de gabião D (cima), E (meio) e F (baixo) com frequência de excitação de 40 Hz (esquerda), 60 Hz (meio) e 80 Hz (direita).	42
Figura 3.6 – Deformação vertical ε_{ZZ} para placas de concreto D (cima), E (meio) e F (baixo) com frequência de excitação de 40 Hz (esquerda), 60 Hz (meio) e 80 Hz (direita).	43
Figura 3.7 – <i>Insertion loss</i> vertical em (a) $x' = -L/2$, (b) $x' = 0$, (c) $x' = L/2$, e (d) $x' = 20$ para placas de gabião de espessura $H = 1,0$ m. As linhas sobrepostas indicam as placas D (tracejada), E (traço-ponto) e F (contínua).	44
Figura 3.8 – <i>Insertion loss</i> vertical em (a) $x' = -L/2$, (b) $x' = 0$, (c) $x' = L/2$, e (d) $x' = 20$ para placas de concreto de espessura $H = 1,0$ m. As linhas sobrepostas indicam as placas D (tracejada), E (traço-ponto) e F (contínua).	45
Figura 3.9 – <i>Insertion loss</i> horizontais em (a) $x = -L/2$, (b) $x = 0$, (c) $x = L/2$, e (d) $x = 20$ m para placas de gabião de espessura $H = 0,5$ m (preto) e $H = 1,0$ m (vermelho), considerando $L = 5$ m (tracejada), $L = 10$ m (traço-ponto), e $L = 20$ m (contínua).	46
Figura 3.10 – <i>Insertion loss</i> verticais em (a) $x = -L/2$, (b) $x = 0$, (c) $x = L/2$, e (d) $x = 20$ m para placas de gabião de espessura $H = 0,5$ m (preto) e $H = 1,0$ m (vermelho), considerando $L = 5$ m (tracejada), $L = 10$ m (traço-ponto), e $L = 20$ m (contínua).	47
Figura 3.11 – <i>Insertion loss</i> horizontais em (a) $x = -L/2$, (b) $x = 0$, (c) $x = L/2$, e (d) $x = 20$ m para placas de concreto de espessura $H = 0,5$ m (preto) e $H = 1,0$ m (vermelho), considerando $L = 5$ m (tracejada), $L = 10$ m (traço-ponto), e $L = 20$ m (contínua).	48
Figura 3.12 – <i>Insertion loss</i> verticais em (a) $x = -L/2$, (b) $x = 0$, (c) $x = L/2$, e (d) $x = 20$ m para placas de concreto de espessura $H = 0,5$ m (preto) e $H = 0,5$ m (vermelho), considerando $L = 5$ m (tracejada), $L = 10$ m (traço-ponto), e $L = 20$ m (contínua).	49

Figura 3.13– <i>Insertion loss</i> horizontais na região Ω_P em $z = 0$ (esquerda), $z = -h/2$ (meio) e $z = -h$ (direita) para placas de gabião de largura $L = 5$ m, e espessura $H = 0,5$ m (cima) e $H = 1,0$ m (baixo).	50
Figura 3.14– <i>Insertion loss</i> verticais na região Ω_P em $z = 0$ (esquerda), $z = -h/2$ (meio) e $z = -h$ (direita) para placas de gabião de largura $L = 5$ m, e espessura $H = 0,5$ m (cima) e $H = 1,0$ m (baixo).	51
Figura 3.15– <i>Insertion loss</i> horizontais na região Ω_P em $z = 0$ (esquerda), $z = -h/2$ (meio) e $z = -h$ (direita) para placas de gabião de largura $L = 10$ m, e espessura $H = 0,5$ m (cima) e $H = 1,0$ m (baixo).	51
Figura 3.16– <i>Insertion loss</i> verticais na região Ω_P em $z = 0$ (esquerda), $z = -h/2$ (meio) e $z = -h$ (direita) para placas de gabião de largura $L = 10$ m, e espessura $H = 0,5$ m (cima) e $H = 1,0$ m (baixo).	52
Figura 3.17– <i>Insertion loss</i> horizontais na região Ω_P em $z = 0$ (esquerda), $z = -h/2$ (meio) e $z = -h$ (direita) para placas de gabião de largura $L = 20$ m, e espessura $H = 0,5$ m (cima) e $H = 1,0$ m (baixo).	52
Figura 3.18– <i>Insertion loss</i> verticais na região Ω_P em $z = 0$ (esquerda), $z = -h/2$ (meio) e $z = -h$ (direita) para placas de gabião de largura $L = 20$ m, e espessura $H = 0,5$ m (cima) e $H = 1,0$ m (baixo).	53
Figura 3.19– <i>Insertion loss</i> horizontais na região Ω_P em $z = 0$ (esquerda), $z = -h/2$ (meio) e $z = -h$ (direita) para placas de concreto de largura $L = 5$ m, e espessura $H = 0,5$ m (cima) e $H = 1,0$ m (baixo).	54
Figura 3.20– <i>Insertion loss</i> verticais na região Ω_P em $z = 0$ (esquerda), $z = -h/2$ (meio) e $z = -h$ (direita) para placas de concreto de largura $L = 5$ m, e espessura $H = 0,5$ m (cima) e $H = 1,0$ m (baixo).	54
Figura 3.21– <i>Insertion loss</i> horizontais na região Ω_P em $z = 0$ (esquerda), $z = -h/2$ (meio) e $z = -h$ (direita) para placas de concreto de largura $L = 10$ m, e espessura $H = 0,5$ m (cima) e $H = 1,0$ m (baixo).	55
Figura 3.22– <i>Insertion loss</i> verticais na região Ω_P em $z = 0$ (esquerda), $z = -h/2$ (meio) e $z = -h$ (direita) para placas de concreto de largura $L = 10$ m, e espessura $H = 0,5$ m (cima) e $H = 1,0$ m (baixo).	55

Figura 3.23– <i>Insertion loss</i> horizontais na região Ω_P em $z = 0$ (esquerda), $z = -h/2$ (meio) e $z = -h$ (direita) para placas de concreto de largura $L = 20$ m, e espessura $H = 0,5$ m (cima) e $H = 1,0$ m (baixo).	56
Figura 3.24– <i>Insertion loss</i> verticais na região Ω_P em $z = 0$ (esquerda), $z = -h/2$ (meio) e $z = -h$ (direita) para placas de concreto de largura $L = 20$ m, e espessura $H = 0,5$ m (cima) e $H = 1,0$ m (baixo).	56
Figura 3.25–Deformação vertical ε_{ZZ} para placas de concreto A (cima), B (meio) e C (baixo) com frequência de excitação de 40 Hz (esquerda), 60 Hz (meio) e 80 Hz (direita).	57
Figura 3.26–Comparação da <i>insertion loss</i> vertical gerada por placas de gabião e concreto, de largura $L = 20$ m e espessura $H = 1$ m, devido à excitação do solo por (a) onda de Rayleigh, e (b) carga harmônica de superfície.	58
Figura 3.27–Modelo de um muro com fundação sanduíche sobre (a) uma base rígida, e (b) um semi-espaco em repouso.	59
Figura 3.28–Deslocamento vertical na base da fundação sanduíche (cima) e diagrama de dispersão (baixo) para materiais fictícios (esquerda), gabião e borracha (meio), e concreto e borracha (direita), considerando muros K unidimensionais do caso III.	60
Figura 3.29–Deslocamento vertical na base da fundação sanduíche para materiais fictícios (esquerda), gabião e borracha (meio), e concreto e borracha (direita), considerando muros K bidimensionais do caso III.	60
Figura 3.30–Efeito do coeficiente de Poisson no deslocamento vertical na base da fundação sanduíche composta por gabião e borracha, considerando muros K bidimensionais do caso III.	61
Figura 3.31–Deslocamento vertical normalizado da base de muros K com (a) estrutura de gabião e fundação sanduíche composta de gabião e borracha, e (b) estrutura de concreto e fundação sanduíche composta de concreto e borracha, considerando os casos de base rígida e solo em repouso.	63
Figura 3.32– <i>Insertion loss</i> (a) horizontal e (b) vertical gerada por um muro K com estrutura de gabião e fundação sanduíche composta de gabião e borracha, considerando o solo excitado por onda de Rayleigh.	64

Figura 3.33– <i>Insertion loss</i> (a) horizontal e (b) vertical gerada por um muro K com estrutura de concreto e fundação sanduíche composta de concreto e borracha, considerando o solo excitado por onda de Rayleigh.	64
Figura 3.34– <i>Insertion loss</i> horizontal em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m gerada por muros G, H, I e J de gabião, considerando o solo excitado por onda de Rayleigh.	65
Figura 3.35– <i>Insertion loss</i> vertical em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m gerada por muros G, H, I e J de gabião, considerando o solo excitado por onda de Rayleigh.	66
Figura 3.36– <i>Insertion loss</i> horizontal em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m gerada por muros G, H, I e J de concreto, considerando o solo excitado por onda de Rayleigh.	67
Figura 3.37– <i>Insertion loss</i> vertical em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m gerada por muros G, H, I e J de concreto, considerando o solo excitado por onda de Rayleigh.	68
Figura 3.38– <i>Insertion loss</i> (a) horizontal e (b) vertical gerada por um muro K com estrutura de gabião e fundação sanduíche composta de gabião e borracha, considerando o solo excitado por carga harmônica de superfície.	69
Figura 3.39– <i>Insertion loss</i> (a) horizontal e (b) vertical gerada por um muro K com estrutura de concreto e fundação sanduíche composta de concreto e borracha, considerando o solo excitado por carga harmônica de superfície.	69
Figura 3.40– <i>Insertion loss</i> horizontal em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m gerada por muros J de gabião, considerando o solo excitado por carga harmônica de superfície.	70
Figura 3.41– <i>Insertion loss</i> vertical em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m gerada por muros J de gabião, considerando o solo excitado por carga harmônica de superfície.	71
Figura 3.42– <i>Insertion loss</i> horizontal em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m gerada por muros J de concreto, considerando o solo excitado por carga harmônica de superfície.	72

Figura 3.43– <i>Insertion loss</i> vertical em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m gerada por muros J de concreto, considerando o solo excitado por carga harmônica de superfície.	73
Figura 3.44–Deslocamento horizontal em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m para muros K de gabião com fundação sanduíche composta de gabião e borracha.	74
Figura 3.45–Deslocamento vertical em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m para muros K de gabião com fundação sanduíche composta de gabião e borracha.	75
Figura 3.46–Deslocamento horizontal em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m para muros K de concreto com fundação sanduíche composta de concreto e borracha.	76
Figura 3.47–Deslocamento vertical em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m para muros K de concreto com fundação sanduíche composta de concreto e borracha.	77
Figura 3.48–Deslocamento horizontal em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m para muros G, H, I e J de gabião.	78
Figura 3.49–Deslocamento vertical em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m para muros G, H, I e J de gabião.	79
Figura 3.50–Deslocamento horizontal em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m para muros G, H, I e J de concreto.	80
Figura 3.51–Deslocamento vertical em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m para muros G, H, I e J de concreto.	81

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Dimensões das placas analisadas nos casos I e II.	36
Tabela 3.2 – Dimensões dos muros analisadas nos casos III a VI.	36
Tabela 3.3 – Propriedades dos materiais consideradas nas análises.	37
Tabela 3.4 – Coeficiente de correlação entre as respostas do caso 2D e a resposta do caso 1D.	62

SUMÁRIO

1	Introdução	17
1.1	Revisão da literatura	18
1.2	Objetivos	20
2	Formulação numérica	21
2.1	Formulação FEM	22
2.1.1	Estado plano de deformação	24
2.1.2	Vibração forçada não amortecida	24
2.2	Modelagem do solo	25
2.2.1	Isotropia transversal	25
2.2.2	Funções de influência	26
2.3	Acoplamento IBEM-FEM	29
2.4	Fundações sanduíche	32
2.4.1	Formulação SEM	32
2.4.2	Transformada Direta e Indireta de Fourier	35
3	Resultados	36
3.1	Placas de superfície	37
3.1.1	<i>Insertion loss</i> devido à onda de Rayleigh	37
3.1.2	Deformação plana do sistema placa-solo devido à onda de Rayleigh	41
3.1.3	Relação entre a largura da placa e o comprimento da onda de Rayleigh	43
3.1.4	<i>Insertion loss</i> devido à carga de superfície	45
3.1.4.1	Distribuição da <i>insertion loss</i> atrás da placa	49
3.1.5	Deformação plana do sistema placa-solo devido à carga de superfície	57
3.1.6	Efeito das propriedades das placas	57
3.2	Fundação Sanduíche	59
3.2.1	Base rígida	59
3.2.1.1	Efeito do coeficiente de Poisson	61
3.2.2	Acoplamento com o solo em repouso	62
3.2.3	Acoplamento com o solo excitado	63
3.2.3.1	<i>Insertion loss</i> devido à onda de Rayleigh	63

3.2.3.2	<i>Insertion loss</i> devido à carga de superfície	68
3.2.4	Análise temporal	73
4	Conclusão	82
	Referências	83

1 INTRODUÇÃO

Na engenharia, o desenvolvimento de modelos matemáticos para descrever fenômenos físicos é de extrema importância. Em geral, busca-se sintetizar de uma forma simplificada e fiel aquilo que é observado na natureza, de modo que seja possível compreender e reproduzir seus mecanismos. Na engenharia geotécnica, em especial, o desenvolvimento de modelos matemáticos tende a ser complicado, devido à complexidade da composição física do solo, e a utilização de testes experimentais pode se fazer necessária (Wood, 2004). Embora o solo possa parecer homogêneo em escala macroscópica, ao observá-lo em escala microscópica, ele pode se mostrar extremamente heterogêneo devido a sua estrutura particulada e a presença de vazios (Wood, 1990). Em contrapartida, a maior parte das estruturas estudadas na geotecnia são grandes em relação a escala das partículas presentes no solo (Labaki, 2012), o que permite que propriedades médias sejam consideradas para volumes contendo diversas partículas, fato que aproxima o modelo do solo de um meio contínuo. Uma vez que a faixa de frequência das ondas sísmicas tipicamente não ultrapassa os 100 Hz, essa consideração se sustenta devido aos grandes comprimentos de onda – consequentes das baixas frequências –, em que as vibrações sísmicas se propagam no solo (Wood, 1990; Mitchell; Soga, 2005).

Dentro da engenharia geotécnica, os danos materiais causados pela vibração do solo e os modos de mitigá-los são bastante estudados. Podendo ser proveniente de terremotos ou tráfego urbano e ferroviário, a vibração do solo pode desencadear efeitos diversos em seus arredores, como danos estruturais em construções, mau funcionamento de instalações sensíveis à vibração e até o desconforto humano (Carneiro, 2021). Dhakal (2010) e Kaplan *et al.* (2010) apresentam estudos sobre os danos estruturais e materiais causados por terremotos em Darfield (Nova Zelândia) e Áquila (Itália), respectivamente. As análises indicam que as falhas ocorreram principalmente em construções antigas, as quais não possuem proteção contra terremotos, e em construções de concreto reforçado feitas com materiais de baixa qualidade e com detalhes feitos de material não dúctil, e apontam como solução a reforma dessas construções para adequação com as tecnologias mais recentes. Connolly *et al.* (2015) apresentam uma revisão sobre o aumento nos problemas relacionados com a vibração oriunda de ferrovias devido tanto ao aumento da quantidade de linhas férreas quanto ao aumento da necessidade de construção de pequenas cidades próximas às linhas existentes. Os resultados apontam que em quase metade

dos projetos a vibração do solo ultrapassa os limites permitidos e que em metade é necessária a implementação de medidas de atenuação da vibração.

Estruturas sensíveis à vibração, como plantas nucleares e aceleradores de partícula, acabam sendo mais prejudicadas do que as demais devido aos limites restritos de vibração externa que elas podem suportar sem terem suas operações afetadas. Um exemplo tangível desse problema é a fonte de luz síncrotron brasileira, Sirius, construída em Campinas (Brasil) e inaugurada em 2019. O Sirius é o primeiro acelerador de partículas de quarta geração da América do Sul e desenvolve diariamente pesquisas sofisticadas nas áreas de energia e materiais. Instalado dentro do Centro Nacional de Pesquisa em Energia e Materiais (CNPEM), o Sirius está cercado por rodovias e centros urbanos movimentados, os quais geram vibrações no solo que podem atingir o acelerador e interferir em seus resultados. Com isso em vista, procurar soluções que ajudem na proteção de estruturas sensíveis como essa contra a vibração oriunda de fontes externas é de suma importância e um grande incentivo para esse trabalho.

1.1 Revisão da literatura

Ao longo dos anos, várias soluções de engenharia voltadas à atenuação da vibração do solo foram estudadas. [Kaewunruen et al. \(2017\)](#) propõem a implementação de materiais absorventes diretamente na fonte da vibração de forma a atenuá-la desde a origem. [Casablanca et al. \(2018\)](#) apresentam uma abordagem baseada no conceito de metamateriais voltada ao projeto de fundações compostas capazes de filtrar a vibração do solo no local da instalação. No meio do caminho entre as duas classes de solução anteriores, há uma terceira classe baseada na instalação de dispositivos atenuadores no trajeto de propagação da onda entre a fonte da vibração e a estrutura que se deseja proteger. Esses dispositivos incluem trincheiras preenchidas e abertas ([Bose et al., 2018](#); [Herbut, 2020](#)), estacas enterradas no solo ([Álamo et al., 2019](#); [Albino et al., 2019](#)), arranjos de ressonadores locais naturais ou artificiais ([Colombi et al., 2016](#)) e estruturas de superfície ([Krylov, 2007](#)), as quais são o foco deste trabalho.

[Krylov \(2007\)](#) propôs um estudo a respeito do papel de pedras decorativas pesadas instaladas na beira de estradas ao redor do Reino Unido no nível de vibração propagada das estradas para seus arredores. A princípio, essas pedras tinham um viés arquitetônico, tendo sido instaladas com o objetivo de tornar os caminhos mais visualmente agradáveis, porém, devido às suas características físicas, esses corpos naturais apresentam um grande potencial na atenuação da vibração oriunda do tráfego veicular. [Krylov \(2007\)](#) mostra que o mecanismo através do

qual pedras decorativas afetam a vibração do solo consiste no espalhamento das ondas de superfície em ondas de corpo, o que reduz a energia propagada na superfície do solo. Evidências experimentais que corroboram com esse fenômeno são apresentadas por [Mhanna et al. \(2014\)](#) e [Masoumi et al. \(2014\)](#), onde tanques de água e blocos de concreto foram usados, respectivamente, como massas pesadas repousando na superfície de um solo excitado artificialmente. Os resultados investigam o efeito da massa e rigidez no desempenho de vibração dessas estruturas de superfície. [Dijckmans et al. \(2015\)](#) realizaram diversos estudos considerando muros gabião e de concreto de diferentes dimensões buscando entender a fundo o desempenho dessas estruturas pesadas na atenuação da vibração propagada a partir de trilhos de trem, e apontam que o desempenho de atenuação apresentado não depende dos modos de vibrar da estrutura. Mais recentemente, [Carneiro et al. \(2022\)](#) apresentaram um modelo usando o método dos elementos de contorno indireto, para representar o solo, acoplado ao método dos elementos finitos, para representar muros de superfície. O modelo IBEM-FEM lhes permitiu analisar mais profundamente o mecanismo de conversão das ondas de superfície em ondas de corpo que os muros de superfície apresentam. Eles mostraram que muros com largura menor que o comprimento da onda incidente têm máximos locais de atenuação correlacionados com os modos de vibrar do sistema solo-estrutura, e que muros mais largos não necessariamente proporcionam melhor desempenho de atenuação da vibração. [Auersch \(2013\)](#) e [Sanitate e Talbot \(2019\)](#) investigaram os efeitos de fundações de superfície na atenuação da vibração do solo. [Auersch \(2013\)](#) apresenta uma análise, no domínio do número de onda, da resposta de placas flexíveis finas (representando a fundação) finitas e infinitas sobre um semi-espço elástico excitado por ondas de Rayleigh, e conclui que a massa é um fator determinante no desempenho da estrutura antes da frequência de coincidência, porém, em frequências maiores é a relação entre a rigidez da placa e a rigidez do solo que tem maior influência. [Sanitate e Talbot \(2019\)](#) optam por outra abordagem, na qual a fundação é modelada como uma camada elástica infinita de espessura finita sobrejacente à um semi-espço elástico excitado por ondas de superfície e corpo, simultaneamente. Como resultado, concluíram que o nível de atenuação gerado sofre forte influência da relação entre a rigidez do solo e da estrutura, sendo a rigidez da fundação o parâmetro mais determinante, e do ângulo de incidência das ondas. [Xiang et al. \(2012\)](#) e [Yan et al. \(2014\)](#) apresentam estudos a respeito da capacidade de fundações periódicas na atenuação de ondas sísmicas. [Xiang et al. \(2012\)](#) propõe uma análise numérica, utilizando elementos finitos, e uma análise experimental de fundações com camadas periódicas. Seus resultados apontam que essas fundações

podem filtrar as vibrações com frequências específicas que se propagam na estrutura, desde que projetadas apropriadamente, e também que é possível ajustar as bandas de atenuação para coincidirem com as frequências naturais da estrutura sobre a fundação, de modo a garantir que a vibração transmitida por ela não contenha essas frequências. [Yan et al. \(2014\)](#) apresenta uma abordagem semelhante, onde é feita uma análise numérica, através de elementos finitos, e uma análise experimental, porém a fundação proposta é composta por placas quadradas periódicas com três componentes de diferentes propriedades. Suas conclusões apontam que a fundação é capaz de atenuar significativamente a vibração quando a frequência de excitação coincide com o intervalo de frequência da banda de atenuação, o chamado *bandgap*.

1.2 Objetivos

Neste trabalho, é investigado o desempenho de atenuação de vibração de estruturas de superfície prismáticas de diferentes dimensões e configurações, e o mecanismo pelo qual o fenômeno de atenuação, caso haja, ocorre. Toda a formulação e parte da análise é feita no domínio da frequência, onde sistemas de equação algébricos podem ser resolvidos para frequências de excitação arbitrárias, e alguns resultados são apresentados no domínio do tempo a fim de verificar se as informações trazidas por essa mudança de perspectiva podem auxiliar na análise do problema. A eficiência das estruturas é obtida através das respostas do sistema medidas abaixo e atrás do ponto de instalação, e é analisada em função da razão entre a vibração do solo antes e depois de sua inserção. Resultados numéricos são apresentados, nos quais diferentes parâmetros, tanto geométricos quanto constitutivos, foram considerados. Ondas planas de Rayleigh e cargas harmônicas uniformes de superfície são consideradas como fontes de excitação do sistema.

2 FORMULAÇÃO NUMÉRICA

O problema proposto consiste em uma estrutura de superfície prismática linear-elástica sobre a superfície de um meio homogêneo, linear-elástico, isotrópico e ilimitado. O contato entre a estrutura e o meio é completo, de modo que o deslocamento relativo na interface é nulo. As estruturas consideradas neste trabalho são divididas em dois grupos, as placas, cuja espessura H é consideravelmente menor que sua largura L , e os muros, cuja altura H é maior que sua largura L . Os muros correspondem a uma estrutura homogênea, com altura $H - H_f$, sobre uma fundação sanduíche de altura H_f , a qual é composta por camadas intercaladas de diferentes materiais. Ambas as estruturas possuem módulo de elasticidade E , coeficiente de Poisson ν e densidade ρ . O solo, meio elástico sob o qual a estrutura é posicionada, possui velocidades das ondas de pressão e cisalhamento $c_{p,s}$ e $c_{s,s}$, respectivamente, e densidade ρ_s . A vibração propagada no solo pode ser oriunda de ondas planas de Rayleigh (Fig. 2.1a, Fig. 2.2a) ou de cargas harmônicas uniformes (Fig. 2.1b, Fig. 2.2b). As ondas planas de Rayleigh, ou ondas R, são ondas sísmicas elásticas ditas superficiais por se propagarem com maior amplitude de oscilação na superfície do solo, e apresentarem um decréscimo significativo dessa amplitude conforme aprofunda-se para dentro do solo. Já as cargas harmônicas uniformes são forças distribuídas de largura a aplicadas na superfície do solo a uma distância d do centro da estrutura, cuja expressão é dada por $F_0 e^{i\omega t}$, onde F_0 é a amplitude da força, $i = \sqrt{-1}$, ω é a frequência de excitação, e t é o tempo. O deslocamento do solo é medido em pontos ao longo da interface solo-estrutura, e em um ponto P atrás (à direita, no sentido positivo do eixo x) da estrutura a uma distância d_P . É medido também o deslocamento do solo em uma região Ω_P , de largura l e profundidade h , localizada atrás da estrutura a uma distância d_O de seu ponto central. Devido ao comprimento relativamente longo dessas estruturas (na direção y) nas aplicações práticas, a abordagem de estado plano de deformação é empregada para a análise.

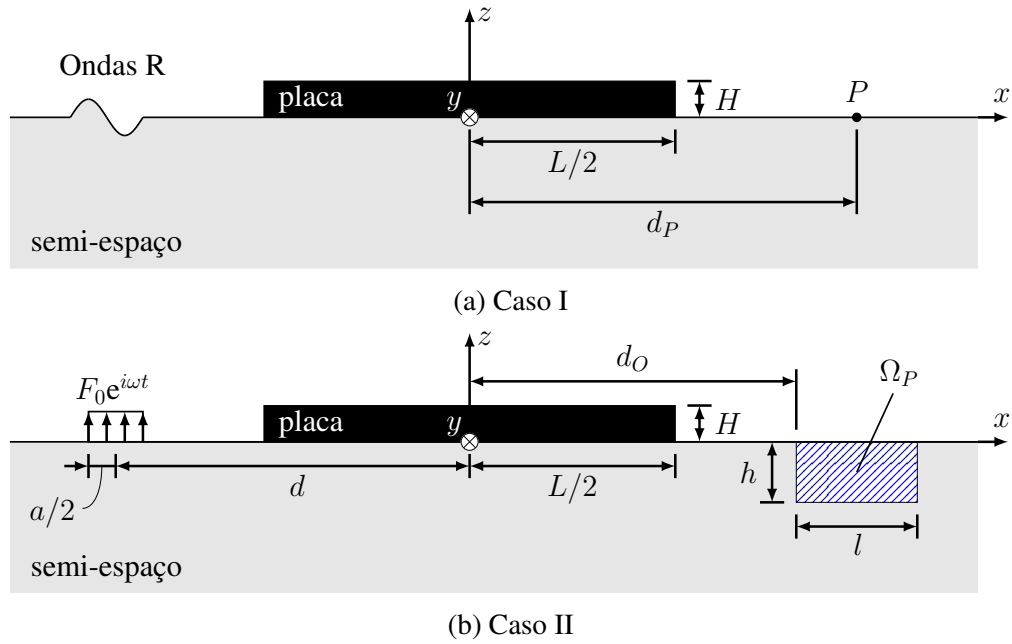


Figura 2.1 – Modelo de uma placa de superfície sobre um semi-espaço homogêneo sujeito à (a) onda de Rayleigh e (b) força harmônica uniforme de superfície.

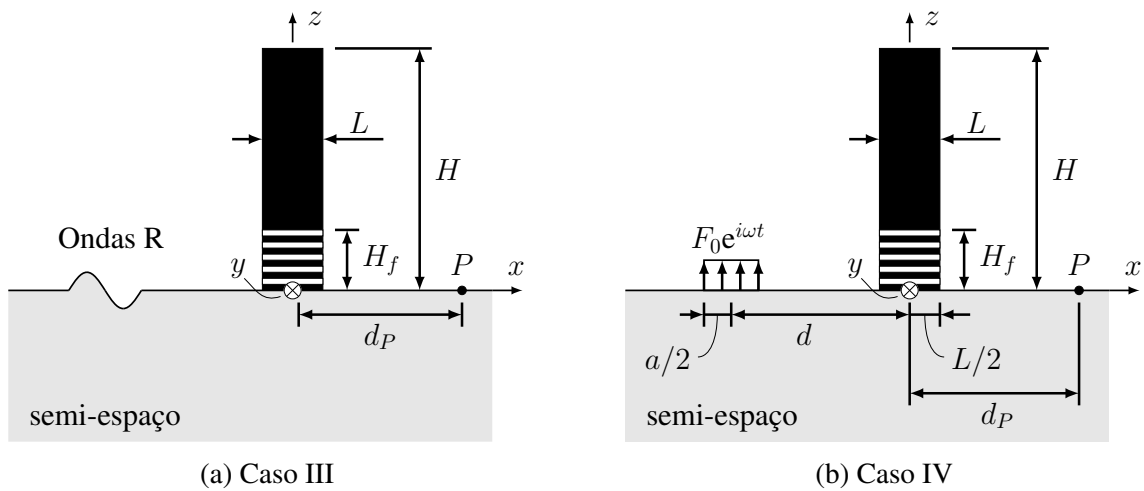


Figura 2.2 – Modelo de uma estrutura sobre uma fundação sanduíche sobre um semi-espaço homogêneo sujeito à (a) onda de Rayleigh, e (d) força harmônica uniforme de superfície. A cor preta representa o material que compõe tanto a estrutura homogênea quanto parte da fundação sanduíche, e a cor branca representa um segundo material que compõe o restante da fundação sanduíche.

2.1 Formulação FEM

A modelagem da estrutura foi feita utilizando o método dos elementos finitos, onde elementos quadriláteros, linear-elásticos e isoparamétricos de quatro nós, com dois graus de liberdade por nó, foram implementados. O elemento é parametrizado no sistema de coordenadas local normalizado, descrito pelas coordenadas ξ e η , como mostrado na Figura 2.3.

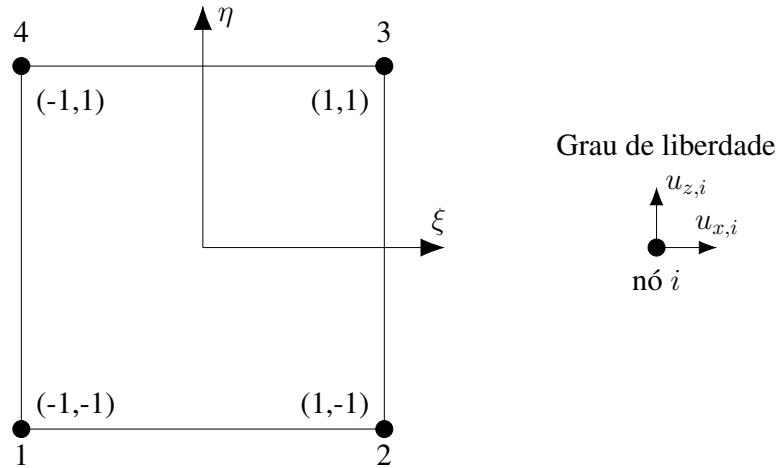


Figura 2.3 – Elemento finito isoparamétrico quadrilateral em coordenadas normalizadas.

As funções de forma (Eq. 2.1) são definidas em função das coordenadas locais normalizadas e o domínio do problema é fornecido nas coordenadas físicas x e z , referentes ao sistema de coordenadas cartesiano. A transformação de um sistema para o outro é alcançada através da matriz jacobiana $\mathbf{J}$.

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4} (1 - \xi) (1 - \eta) , \\ N_2 &= \frac{1}{4} (1 + \xi) (1 - \eta) , \\ N_3 &= \frac{1}{4} (1 - \xi) (1 + \eta) , \\ N_4 &= \frac{1}{4} (1 + \xi) (1 + \eta) . \end{aligned} \quad (2.1)$$

As matrizes elementares de rigidez e massa são dadas, respectivamente, por (Bitencourt, 2015):

$$\mathbf{K}_e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} |\mathbf{J}| d\xi d\eta, \quad (2.2)$$

$$\mathbf{M}_e = \rho \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{N}^T \mathbf{N} |\mathbf{J}| d\xi d\eta, \quad (2.3)$$

onde $\mathbf{B}$ é a matriz de transformação deformação-deslocamento, $\mathbf{C}$ é a matriz tensão-deformação do elemento, $\mathbf{N}$ é a matriz de funções de forma e ρ é a densidade.

Pelo caráter dinâmico do problema, a matriz de rigidez dinâmica da estrutura pode ser escrita como (Bathe, 2006):

$$\bar{\mathbf{K}} = \mathbf{K}_g - \omega^2 \mathbf{M}_g, \quad (2.4)$$

onde $\mathbf{K}_g$ e $\mathbf{M}_g$ são as matrizes globais de rigidez e massa, respectivamente, e ω é uma frequência angular qualquer de excitação.

2.1.1 Estado plano de deformação

Os problemas de estado de deformação plana correspondem aos casos em que as deformações linear e angulares de um dos três eixos cartesianos, por exemplo o eixo y , é nula, ou seja, $\epsilon_{yy} = \gamma_{xy} = \gamma_{zy} = 0$. Para satisfazer esse condição, a dimensão do corpo na direção y deve ser uniforme e consideravelmente maior comparada às outras dimensões, o que é recorrente nas práticas geotécnicas com as barragens, túneis e tubulações. Com isso em vista, é razoável utilizar essa simplificação para as análises deste trabalho. Assim, a matriz tensão-deformação resultante, considerando o estado plano de deformação, é dada por (Bi, 2018):

$$\mathbf{C} = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \begin{bmatrix} 1 - \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1 - \nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix}. \quad (2.5)$$

No estado plano de deformação, a única tensão existente fora do plano é σ_{yy} , a qual é uniforme em todo o plano xz , o que garante que não hajam efeitos de flexão na direção longitudinal, fora do plano.

2.1.2 Vibração forçada não amortecida

A vibração é dita forçada e não amortecida quando o sistema objeto da vibração está sujeito a uma força externa e não há perda ou dissipação de energia durante sua oscilação (Rao, 2008). Em elementos finitos, a equação de movimento para uma estrutura não amortecida sujeita a excitações externas pode ser escrita por:

$$\bar{\mathbf{K}}\mathbf{u} = \mathbf{f}, \quad (2.6)$$

em que $\mathbf{u}$ e $\mathbf{f}$ são os vetores de deslocamento e força nodais, respectivamente.

2.2 Modelagem do solo

O solo foi modelado como um semi-espço homogêneo, transversalmente isotrópico e bidimensional, no qual funções de influência que descrevem a influência de cargas distribuídas na superfície foram deduzidas por [Barros \(1997\)](#).

2.2.1 Isotropia transversal

O material transversalmente isotrópico é aquele que possui um plano de isometria em que todas as direções contidas neste plano são elasticamente equivalentes entre si. Infinitas direções principais passam pelo ponto de interseção das direções, sendo uma delas ortogonal ao plano de isotropia e às outras direções contidas neste plano (Fig. 2.4).

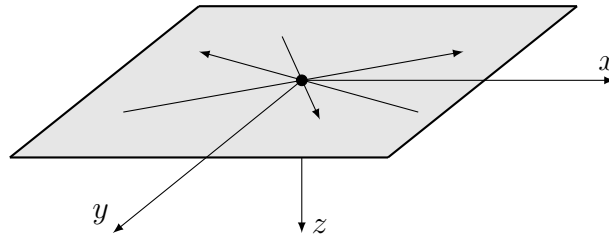


Figura 2.4 – Plano de isotropia de um material transversalmente isotrópico.

Tomando o eixo z ortogonal ao plano de isotropia e os eixos x e y arbitrariamente contidos no plano, o número de constante elásticas independentes diminui e a relação entre tensão e deformação torna-se ([Barros, 1997](#)):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ 2\gamma_{yz} \\ 2\gamma_{xz} \\ 2\gamma_{xy} \end{Bmatrix}, \quad (2.7)$$

onde c_{ij} é a matriz simétrica das constantes elásticas do material. Considerando o estado

plano de deformação, onde só existem deformações no plano de isotropia, a relação tensão-deformação é reduzida para apenas quatro constantes elásticas independentes:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{13} & 0 \\ c_{13} & c_{33} & 0 \\ 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{zz} \\ 2\gamma_{xz} \end{Bmatrix}. \quad (2.8)$$

No plano de isotropia, $c_{11} = c_{33}$ e $c_{44} = (c_{11} - c_{13})/2$, descrevendo um material isotrópico em estado plano de deformação descrito por duas constantes elásticas independentes, as quais são dadas por:

$$\begin{aligned} c_{11} &= \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \\ c_{13} &= \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

2.2.2 Funções de influência

As funções de influência são soluções para o deslocamento causado em um meio devido à ação de um carregamento qualquer através das funções de Green. As funções de Green, por sua vez, são funções que fornecem o deslocamento em um ponto qualquer do domínio do problema devido à uma carga unitária pontual aplicada em um ponto qualquer do mesmo domínio. [Barros \(1997\)](#) desenvolveu soluções para o caso de um semi-espaco transversalmente isotrópico sob ação de uma carga harmônica uniformemente distribuída na superfície (Fig. 2.5).

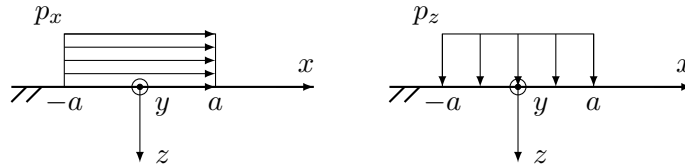


Figura 2.5 – Componentes horizontal e vertical da carga uniforme.

Considere um semi-espaco bidimensional, homogêneo e transversalmente isotrópico com um sistema cartesiano de coordenadas (x, y, z) definido de forma que o eixo z seja, ao mesmo tempo, perpendicular à superfície do meio e paralelo ao eixo de simetria do material. As equações de movimento harmônicas, na ausência de forças de corpo, são dadas por:

$$\begin{aligned}\beta \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} + \kappa \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial z} &= -\delta^2 u_x, \\ \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \alpha \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \kappa \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial z} &= -\delta^2 u_z,\end{aligned}\tag{2.10}$$

onde $\delta^2 = (\rho\omega^2)/c_{44}$ é a frequência normalizada, e $\alpha = c_{33}/c_{44}$, $\beta = c_{11}/c_{44}$ e $\kappa = (c_{13} + c_{44})/c_{44}$ são constantes elásticas normalizadas adimensionais.

As funções de influência para os deslocamentos são obtidas através da aplicação da transformação de Fourier nas condições de contorno do problema de tensões unitárias e aplicação dessas condições de contorno no problema da carga harmônica aplicada sobre a superfície do semi-espço transversalmente isotrópico, o que resulta nas seguintes expressões (Barros, 1997):

$$\begin{aligned}u_{xx}(x, z) &= -\frac{2}{\pi c_{44} \delta} \int_0^\infty \frac{1}{R_c} (\eta_6 \bar{\omega}_1 e^{-\delta \xi_1 z} - \eta_5 \bar{\omega}_2 e^{-\delta \xi_2 z}) \cos(\delta \zeta x) d\zeta, \\ u_{zx}(x, z) &= -\frac{2i}{\pi c_{44} \delta} \int_0^\infty \frac{1}{R_c} (\eta_6 e^{-\delta \xi_1 z} - \eta_5 e^{-\delta \xi_2 z}) \sin(\delta \zeta x) d\zeta, \\ u_{xz}(x, z) &= \frac{2i}{\pi c_{44} \delta} \int_0^\infty \frac{1}{R_c} (\eta_4 \bar{\omega}_1 e^{-\delta \xi_1 z} - \eta_3 \bar{\omega}_2 e^{-\delta \xi_2 z}) \sin(\delta \zeta x) d\zeta, \\ u_{zz}(x, z) &= \frac{2}{\pi c_{44} \delta} \int_0^\infty \frac{1}{R_c} (\eta_4 e^{-\delta \xi_1 z} - \eta_3 e^{-\delta \xi_2 z}) \cos(\delta \zeta x) d\zeta,\end{aligned}\tag{2.11}$$

onde

$$\begin{aligned}R_c(\zeta) &= \frac{\zeta (\eta_3 \eta_6 - \eta_4 \eta_5)}{\sin(\delta \zeta a)}, \\ \bar{\omega}_i(\zeta) &= \frac{\alpha \xi_i^2 - \zeta^2 + 1}{i \kappa \zeta \xi_i}, \\ \xi_{1,2}(\zeta) &= \sqrt{\frac{\gamma \zeta^2 - 1 - \alpha \pm \sqrt{\Phi}}{2\alpha}}, \\ \Phi(\zeta) &= (\gamma \zeta^2 - 1 - \alpha)^2 - 4\alpha[\beta \zeta^4 - (1 + \beta)\zeta^2 + 1], \\ \eta_{3,4} &= -\xi_{1,2} \bar{\omega}_{1,2} + i\zeta, \\ \eta_{5,6} &= (\kappa - 1)i\zeta \bar{\omega}_{1,2} - \alpha \xi_{1,2},\end{aligned}$$

e $\gamma = 1 + \alpha\beta - \kappa^2$, $i = \sqrt{-1}$, a é metade da largura do carregamento, e ζ é o número de onda adimensional e domínio da transformação de Fourier.

A avaliação numérica dessas funções de influência pode ser consideravelmente custosa computacionalmente, devido ao seu comportamento irregular. A figura 2.6 mostra o comportamento do integrando das funções de influência, $u^*(\zeta)$. Notam-se duas regiões bem defini-

das, sendo a região cinza escuro dominada por singularidades e a região cinza claro dominada por oscilações em decaimento exponencial.

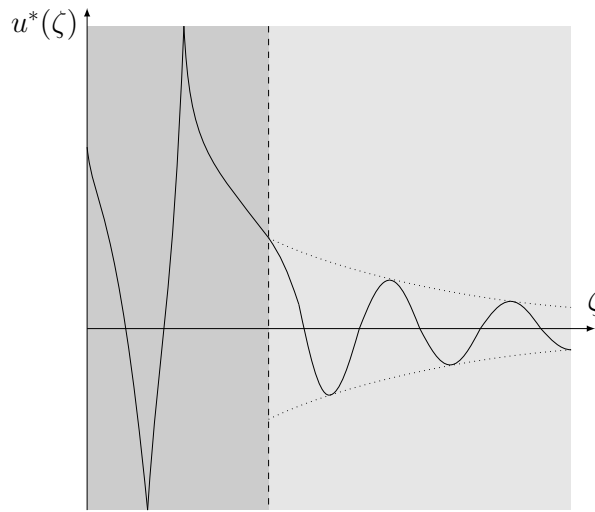


Figura 2.6 – Representação do comportamento do integrando das funções de influência.

Diversos estudos a respeito de métodos numéricos capazes de reduzir esse custo computacional foram investigados. Dentre eles, [Cavalcante \(2019\)](#) apresentou métodos capazes de avaliar integrais impróprias que apresentam intervalos com comportamento de decaimento oscilatório e intervalos com singularidades. O método consiste na integração da parte finita (singularidades) usando quadraturas adaptativas, o método de integração residual e a deformação do caminho de integração e avaliação da região oscilatória através do método de Longman e do algoritmo ϵ .

Nesses estudos, os autores optaram por modelar o solo como viscoelástico, onde uma pequena quantidade de amortecimento é introduzida no material por meio das constantes elásticas a fim de mover as singularidades e facilitar a integração, resultando em ([Christensen, 2010](#)):

$$c_{ij}^* = c_{ij}(1 + i\eta), \quad (2.12)$$

onde c_{ij} são as constantes elásticas reais, $i = \sqrt{-1}$, e η é o amortecimento interno.

Neste trabalho, é adotado um esquema de integrações com quadraturas adaptativas implementado em FORTRAN 90 usando o pacote QUADPACK ([Piessens et al., 2012](#)). As rotinas numéricas DQAGE e DQAGIE são empregadas, onde a primeira estima uma integral na região dominada por singularidades e a segunda avalia a região oscilatória semi-infinita por meio de extrapolações.

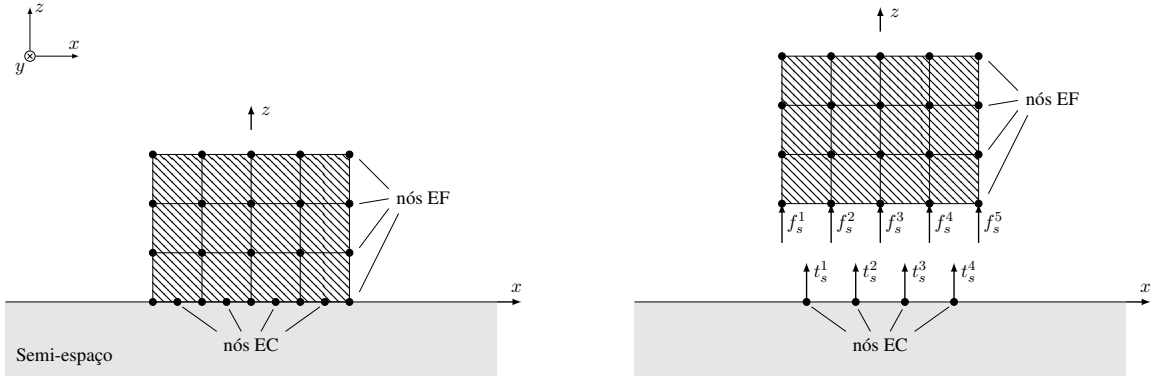


Figura 2.7 – Discretização dos elementos finitos e de contorno na interface e acoplamento entre os métodos.

2.3 Acoplamento IBEM-FEM

O acoplamento entre a malha de elementos finitos e o semi-espaço é feito por meio dos elementos de contorno (Fig. 2.7).

A equação de movimento para os nós da interface solo-estrutura é dada por

$$\bar{\mathbf{K}}' \mathbf{u}' = \mathbf{f}' - \mathbf{f}_s, \quad (2.13)$$

onde o apóstrofe indica as partes de $\bar{\mathbf{K}}$, $\mathbf{u}$ e $\mathbf{f}$ correspondentes aos nós da interface, e $\mathbf{f}_s = \{f_{s_x}^1 \ f_{s_z}^1 \ f_{s_x}^2 \ f_{s_z}^2 \ \dots \ f_{s_x}^{nl} \ f_{s_z}^{nl}\}^T$ é o vetor das forças nodais de contato equivalentes, onde nl corresponde ao número de nós de elementos finitos na interface, e f_{s_x} e f_{s_z} correspondem às componentes horizontal e vertical das forças, respectivamente. A distribuição das trações de contato desconhecidas é aproximada por $\mathbf{t}_s = \{t_{s_x}^1 \ t_{s_z}^1 \ t_{s_x}^2 \ t_{s_z}^2 \ \dots \ t_{s_x}^{ns} \ t_{s_z}^{ns}\}^T$, onde ns corresponde ao número de nós de elementos de contorno na interface, e t_{s_x} e t_{s_z} correspondem às componentes horizontal e vertical das trações de contato, respectivamente.

Devido a diferença entre o número de nós dos elementos finitos e dos elementos de contorno, a seguinte transformação é necessária para garantir condições de equilíbrio entre $\mathbf{f}_s$ e $\mathbf{t}_s$.

$$\mathbf{f}_s = \mathbf{A} \mathbf{t}_s, \quad (2.14)$$

onde

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} l_e^1 & 0 & & & & & \\ 0 & l_e^1 & & & & & \\ l_e^1 & 0 & l_e^2 & 0 & & & \\ 0 & l_e^1 & 0 & l_e^2 & & & \\ & & l_e^2 & 0 & & & \\ & & 0 & l_e^2 & & & \\ & & & \ddots & & & \\ & & & & l_e^N & 0 & \\ & & & & 0 & l_e^N & \\ & & & & l_e^N & 0 & \\ & & & & 0 & l_e^N & \end{bmatrix}_{2nl \times 2ns} \quad (2.15)$$

é a matriz de transformação, na qual l_e^i é o comprimento do elemento finito i ($i = 1, N$), e $N = nl - 1$ é o número de elementos finitos na interface. Substituindo a equação 2.14 na equação 2.13, temos

$$\bar{\mathbf{K}}' \mathbf{u}' + \mathbf{A} \mathbf{t}_s = \mathbf{f}'. \quad (2.16)$$

Neste trabalho, excitações sísmicas são consideradas tanto na forma de ondas planas de Rayleigh quanto na forma de cargas harmônicas uniformes de superfície. Nesse tipo de excitação, uma onda incidente $\mathbf{s}_I$ que se propaga no solo, com maior intensidade em sua superfície, ao encontrar a estrutura em repouso, é parcialmente espalhada, fazendo com que o deslocamento resultante na interface solo-estrutura seja igual a soma dessas duas partes (Fairweather *et al.*, 2003)

$$\mathbf{w}_s = \mathbf{s}_I + \mathbf{s}_E, \quad (2.17)$$

onde $\mathbf{w}_s = \{w_{s_x}^1 \quad w_{s_z}^1 \quad w_{s_x}^2 \quad w_{s_z}^2 \quad \dots \quad w_{s_x}^{ns} \quad w_{s_z}^{ns}\}^T$ é o vetor dos deslocamentos nodais do solo, no qual w_{s_x} e w_{s_z} correspondem aos deslocamentos horizontal e vertical, respectivamente, e $\mathbf{s}_E$ é a porção da onda espalhada, a qual também pode ser escrita em função das trações de contato como

$$\mathbf{s}_E = \mathbf{U} \mathbf{t}_s, \quad (2.18)$$

na qual $\mathbf{U}$ é a matriz de funções de influência do solo cujos termos correspondem às funções de influência do semi-espço devido a carga distribuída aplicada na superfície (Eq. 2.11).

Os deslocamentos do solo $\mathbf{w}_s$ podem ainda serem escritos em função dos deslocamentos nodais da estrutura $\mathbf{u}'$ através da expressão abaixo:

$$\mathbf{w}_s = \mathbf{D}\mathbf{u}', \quad (2.19)$$

onde

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & & & & \\ 0 & 1 & 0 & 1 & & & & \\ & & 1 & 0 & 1 & 0 & & \\ & & 0 & 1 & 0 & 1 & & \\ & & & & \ddots & & & \\ & & & & & 1 & 0 & 1 & 0 \\ & & & & & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{2ns \times 2nl} \quad (2.20)$$

é a matriz de transformação que relaciona os deslocamentos. Substituindo as equações 2.18 e 2.19, a condição de continuidade se torna:

$$\mathbf{D}\mathbf{u}' - \mathbf{U}\mathbf{t}_s = \mathbf{s}_I. \quad (2.21)$$

Assim, escrevendo as equações de equilíbrio (Eq. 2.16) e continuidade (Eq. 2.21) na forma matricial, e juntando a parte do sistema que não está na interface, a equação de movimento do sistema acoplado se torna:

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{K}} & \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{A} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{D} \end{bmatrix} & -\mathbf{U} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{t}_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{s}_I \end{Bmatrix}. \quad (2.22)$$

A onda sísmica incidente $\mathbf{s}_I$ é calculadas de forma distinta a depender da forma de excitação do solo. No caso da carga harmônica uniforme, essa quantidade é calculada através das funções de influência a partir da posição do carregamento no plano cartesiano. Já no caso da onda de Rayleigh, a excitação incidente é dada por:

$$\mathbf{s}_I = \{s_x \quad s_z\}^T e^{i(\omega t - k_R x)}, \quad (2.23)$$

onde s_x e s_z são as amplitudes de deslocamento horizontal e vertical da onda, respectivamente, e $k_R = \omega/c_R$ é o número de onda de Rayleigh, em que

$$c_R = \frac{0,862 + 1,14\nu}{1 + \nu}, \quad (2.24)$$

é a velocidade da onda de Rayleigh, com $\nu \in [0; 0,5]$ sendo o coeficiente de Poisson do solo (Haddad, 2013).

As amplitudes da onda seguem ainda a seguinte relação (Richart *et al.*, 1970)

$$\begin{aligned} s_x &= ik_R S \left[e^{-k_P z} + 2 \frac{k_P k_S}{k_S^2 + k_R^2} e^{-k_S z} \right], \\ s_z &= -k_R S \left[\frac{k_P}{k_R} e^{-k_P z} + 2 \frac{k_P k_R}{k_S^2 + k_R^2} e^{-k_R z} \right], \end{aligned} \quad (2.25)$$

onde S é a amplitude absoluta da onda, e

$$k_{P,S}^2 = k_R^2 - \frac{\omega^2}{c_{P,S}^2}, \quad (2.26)$$

em que c_P e c_S são, respectivamente, as velocidades de onda de pressão e cisalhamento.

2.4 Fundações sanduíche

Assim como o restante da estrutura, as fundações sanduíche são modeladas por elementos finitos quadrilaterais, e as propriedades de cada material é intercalada de acordo com a periodicidade imposta. Entretanto, para podermos interpretar de forma mais completa os resultados obtidos no caso das estruturas bidimensionais, foram considerados modelos unidimensionais dos muros pelo Método dos Elementos Finitos e pelo Método dos Elementos Espectrais (*Spectral Element Method* - SEM). Essa escolha se deve à possibilidade de acoplamento entre os dois métodos e ao fato da formulação do SEM permitir a elaboração dos diagramas de dispersão, os quais apontam a existência de bandas de frequência nas quais o sistema mecânico não apresenta resposta real à excitação de entrada. Essas bandas de frequência são conhecidas na literatura como *bandgaps*.

2.4.1 Formulação SEM

A expressão geral do deslocamento longitudinal de uma barra pode ser dada por (Doyle, 1997):

$$\hat{u}(x) = \hat{A}e^{-ikx} + \hat{B}e^{-ik(L_T-x)}, \quad (2.27)$$

onde $\hat{A}$ e $\hat{B}$ são constantes determinadas a partir das condições de contorno do elemento de barra, k é a relação espectral de onda, e L_T é o comprimento da barra. A expressão dos esforços internos da barra podem ser obtidas por

$$\hat{N}(x) = E_b A_b \frac{d\hat{u}(x)}{dx} = -ikE_b A_b \left(\hat{A}e^{-ikx} - \hat{B}e^{ik(L_T-x)} \right), \quad (2.28)$$

onde $\hat{N}(x)$ corresponde aos esforços longitudinais ao longo da barra, e E_b e A_b são o módulo de Young e a área da seção transversal da barra, respectivamente.

As condições de contorno de deslocamento e força nas extremidades, considerando um único elemento de dois nós, mostrado na Figura 2.8, são:

$$\begin{aligned} \hat{u}(0) = \hat{u}_1 = \hat{A} + \hat{B}e^{-ikL}, \quad \hat{N}(0) = \hat{N}_1 = -ikE_b A_b \left(\hat{A} - \hat{B}e^{ikL_T} \right), \\ \hat{u}(L_T) = \hat{u}_2 = \hat{A}e^{-ikL_T} + \hat{B}, \quad \hat{N}(L_T) = \hat{N}_2 = -ikE_b A_b \left(\hat{A}e^{-ikL_T} - \hat{B} \right). \end{aligned} \quad (2.29)$$

Escrevendo as equações das condições de contorno na forma matricial de modo a relacionar os deslocamentos nas extremidades com as forças externas, tem-se:

$$\begin{Bmatrix} \hat{F}_1 \\ \hat{F}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\hat{N}_1 \\ \hat{N}_2 \end{Bmatrix} = \mathbf{D}(\omega) \begin{Bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \end{Bmatrix}, \quad (2.30)$$

em que

$$\mathbf{D}(\omega) = \frac{E_b A_b (ik)}{1 - e^{-i2kL_T}} \begin{bmatrix} 1 + e^{-i2kL_T} & -2e^{-ikL_T} \\ -2e^{-ikL_T} & 1 + e^{-i2kL_T} \end{bmatrix},$$

é a matriz de rigidez dinâmica para um elemento de barra, onde $k = \omega \sqrt{\rho/E_b}$.

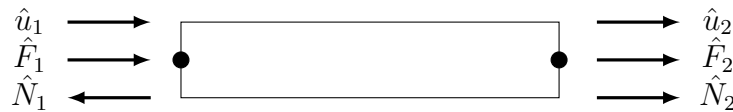


Figura 2.8 – Forças e graus de liberdade nodais para um elemento espectral.

Uma estrutura periódica é composta por uma série de células unitárias repetidas, de forma sequencial, infinitamente. Uma célula unitária, por sua vez, é formada por dois ou mais

segmentos de diferentes materiais e/ou dimensões. A Figura 2.9 apresenta a célula unitária considerada nesse trabalho, onde S_1 e S_2 são segmentos de diferentes materiais com as mesmas dimensões. Para impor condições de periodicidade na célula unitária, para que ela se repita infinitamente, o teorema de Bloch-Floquet para propagação de onda unidimensional é usado.

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}}_r \\ -\hat{\mathbf{F}}_r \end{pmatrix} = e^{-ik_x L_T} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}}_l \\ \hat{\mathbf{F}}_l \end{pmatrix}, \quad (2.31)$$

onde $\hat{\mathbf{u}}_l$ e $\hat{\mathbf{F}}_l$ são os deslocamentos e forças no lado esquerdo da célula unitária, $\hat{\mathbf{u}}_r$ e $\hat{\mathbf{F}}_r$ são os deslocamentos e forças no lado direito da célula unitária, e k_x é o número de onda na direção da propagação da onda.

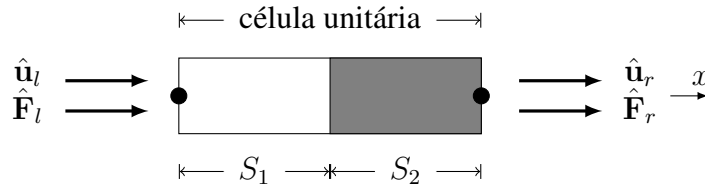


Figura 2.9 – Composição da célula unitária com dois segmentos de diferentes materiais.

Através da formulação da matriz de transferência, tem-se (Nobrega *et al.*, 2016):

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}}_r \\ -\hat{\mathbf{F}}_r \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{D}_{lr}^{-1} \mathbf{D}_{ll} & -\mathbf{D}_{lr}^{-1} \\ \mathbf{D}_{rl} - \mathbf{D}_{rr} \mathbf{D}_{lr}^{-1} \mathbf{D}_{ll} & -\mathbf{D}_{rr} \mathbf{D}_{lr}^{-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}}_l \\ \hat{\mathbf{F}}_l \end{pmatrix}, \quad (2.32)$$

onde $\mathbf{D}_{ll}$, $\mathbf{D}_{lr}$, $\mathbf{D}_{rl}$ e $\mathbf{D}_{rr}$ são os termos da matriz de rigidez dinâmica correspondentes ao lado esquerdo, indicado pelo índice l , e lado direito, indicado pelo índice r , da célula unitária.

Assim, combinando as Equações 2.31 e 2.32, o seguinte problema de autovalor é obtido:

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{D}_{lr}^{-1} \mathbf{D}_{ll} & -\mathbf{D}_{lr}^{-1} \\ \mathbf{D}_{rl} - \mathbf{D}_{rr} \mathbf{D}_{lr}^{-1} \mathbf{D}_{ll} & -\mathbf{D}_{rr} \mathbf{D}_{lr}^{-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}}_l \\ \hat{\mathbf{F}}_l \end{pmatrix} = e^{-ik_x L} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}}_l \\ \hat{\mathbf{F}}_l \end{pmatrix}, \quad (2.33)$$

a partir do qual, pode-se obter a constante de propagação como

$$k_x L = i \ln (\text{eig}(\mathbf{T})), \quad (2.34)$$

onde $\text{eig}(\mathbf{T})$ representa a operação de obtenção dos autovalores da matriz de transferência $\mathbf{T}$.

2.4.2 Transformada Direta e Indireta de Fourier

Toda a formulação apresentada até este ponto do trabalho é dada no domínio da frequência, onde o processamento matemático é feito de forma algébrica e mais simples. A fim de determinar os resultados obtidos também no domínio do tempo, é necessária uma ferramenta que permita a conversão dos dados entre os dois domínios.

A transformada direta de Fourier é uma ferramenta usada para transferir uma função do domínio do tempo para o domínio da frequência. Na prática, essa ferramenta basicamente verifica a contribuição de cada valor da função no tempo para cada frequência de amostragem.

A Equação 2.35 apresenta a expressão da transformada discreta de Fourier, onde N é a amostragem temporal, n é a amostra de tempo presente, x_n é o valor da função no tempo n , k é a amostra de frequência presente e X_k é a quantidade da frequência k presente na função.

$$\mathcal{F}\{x_n\} = X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{\frac{-i2\pi kn}{N}} \quad (2.35)$$

A transformada inversa de Fourier é a ferramenta que realiza o caminho contrário da transformada direta, transferindo uma função do domínio da frequência para o domínio do tempo. De forma similar à transformada discreta na forma direta, a transformada discreta inversa de Fourier é dada por:

$$\mathcal{F}^{-1}\{X_k\} = x_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{\frac{i2\pi kn}{N}} \quad (2.36)$$

Do ponto de vista computacional, a forma discreta da transformada de Fourier é muito custosa. Assim, foi desenvolvido um algoritmo chamado *Fast Fourier Transform - FFT* que calcula a transformada discreta de Fourier, e a sua inversa, de forma otimizada através da transformação da matriz discreta em um produto de fatores esparsos, reduzindo consideravelmente o tempo de processamento.

Neste trabalho, é utilizada a função *IFFT* – função intrínseca do MATLAB – para calcular a transformada rápida de Fourier na forma inversa, ou seja, transformando os dados do domínio da frequência para o domínio do tempo.

3 RESULTADOS

Os resultados numéricos deste trabalho são apresentados em função do deslocamento do solo e da *insertion loss*, que é um parâmetro que quantifica o nível de atenuação ou amplificação do deslocamento com a inserção das estruturas de superfície.

$$IL_{ij} = 20 \log_{10} \left| \frac{u_{ij}^s}{u_{ij}^c} \right| (dB), \quad (3.1)$$

onde u_{ij}^s e u_{ij}^c são os deslocamentos na direção i ($i = x, z$) devido à onda de Rayleigh ($j = R$) ou à carga harmônica vertical ($j = z$) antes e depois da inserção da estrutura, respectivamente. Valores positivos de IL_{ij} indicam que a inserção da placa provoca uma redução da magnitude do movimento do solo, enquanto valores negativos indicam que a inserção da placa gera uma amplificação da vibração.

As tabelas 3.1 e 3.2 apresentam os parâmetros dimensionais considerados para os problemas apresentados anteriormente. A primeira, mostra as dimensões das placas de superfície dos casos I e II, enquanto a segunda mostra as dimensões das estruturas, as quais serão chamadas aqui de muros, considerando os casos III a VI. A tabela 3.3 apresenta as propriedades adotadas para as análises, onde A1 e A2 representam materiais fictícios.

Tabela 3.1 – Dimensões das placas analisadas nos casos I e II.

Placa	A	B	C	D	E	F
H (m)	0,5	0,5	0,5	1,0	1,0	1,0
L (m)	5	10	20	5	10	20

Tabela 3.2 – Dimensões dos muros analisadas nos casos III a VI.

Muro	G	H	I	J	K
H (m)	1	2	3	4	4
H_f (m)					1
L (m)	1	1	1	1	1

Tabela 3.3 – Propriedades dos materiais consideradas nas análises.

Meio	c_s (m/s)	c_p (m/s)	ρ (kg/m ³)	E (Pa)	ν (-)	η (-)
A1			10	1,00E+07	0,2	0,020
A2			1	1,00E+02	0,2	0,020
Gabião			1.700	3,67E+08	0,2	0,020
Concreto			2.400	3,00E+10	0,2	0,020
Borracha ¹			1.300	1,37E+05	0,2	0,020
Solo	250	1.470	1.945			0,025

¹ O coeficiente de Poisson da borracha real é $\nu = 0,463$, entretanto, optou-se por alterá-lo para facilitar a análise.

3.1 Placas de superfície

3.1.1 *Insertion loss* devido à onda de Rayleigh

Nesta seção, são apresentadas as respostas das placas de gabião e de concreto A, B, C, D, E e F, devido à excitação do solo por ondas de Rayleigh, medidas em três pontos da interface placa-solo – extremidade esquerda ($x = -L/2$), centro ($x = 0$) e extremidade direita ($x = L/2$) – e em um ponto P distante $d_P = 20$ m do centro da placa.

As Figuras 3.1 e 3.2 mostram as *insertion loss* horizontais, IL_{xR} , e verticais, IL_{zR} de placas de gabião de diferentes larguras e espessuras, e em diferentes pontos do solo. Esses resultados mostram que a inserção da placa, em geral, resulta na atenuação da vibração tanto abaixo da placa quanto atrás dela. Nos pontos abaixo da placa, aparecem picos de atenuação, os quais atingem valores significativos de até 40 dB através da seleção de dimensões apropriadas para a placa em frequências específicas. No caso da componente horizontal da vibração, não há uma correlação clara entre os picos de atenuação e as dimensões da placa. Já no caso da componente vertical, placas mais espessas, em geral, produzem melhores níveis de atenuação. No ponto atrás da placa, as placas mais espessas geram melhores níveis de atenuação do que as placas mais finas, tanto na direção horizontal quanto na direção vertical, em todo o espectro de frequência. Nesse ponto, a atenuação é maior nas altas frequências para todas as placas, diferentemente do que ocorre abaixo da placa, onde o desempenho de atenuação depende das dimensões da placa e da frequência de excitação.

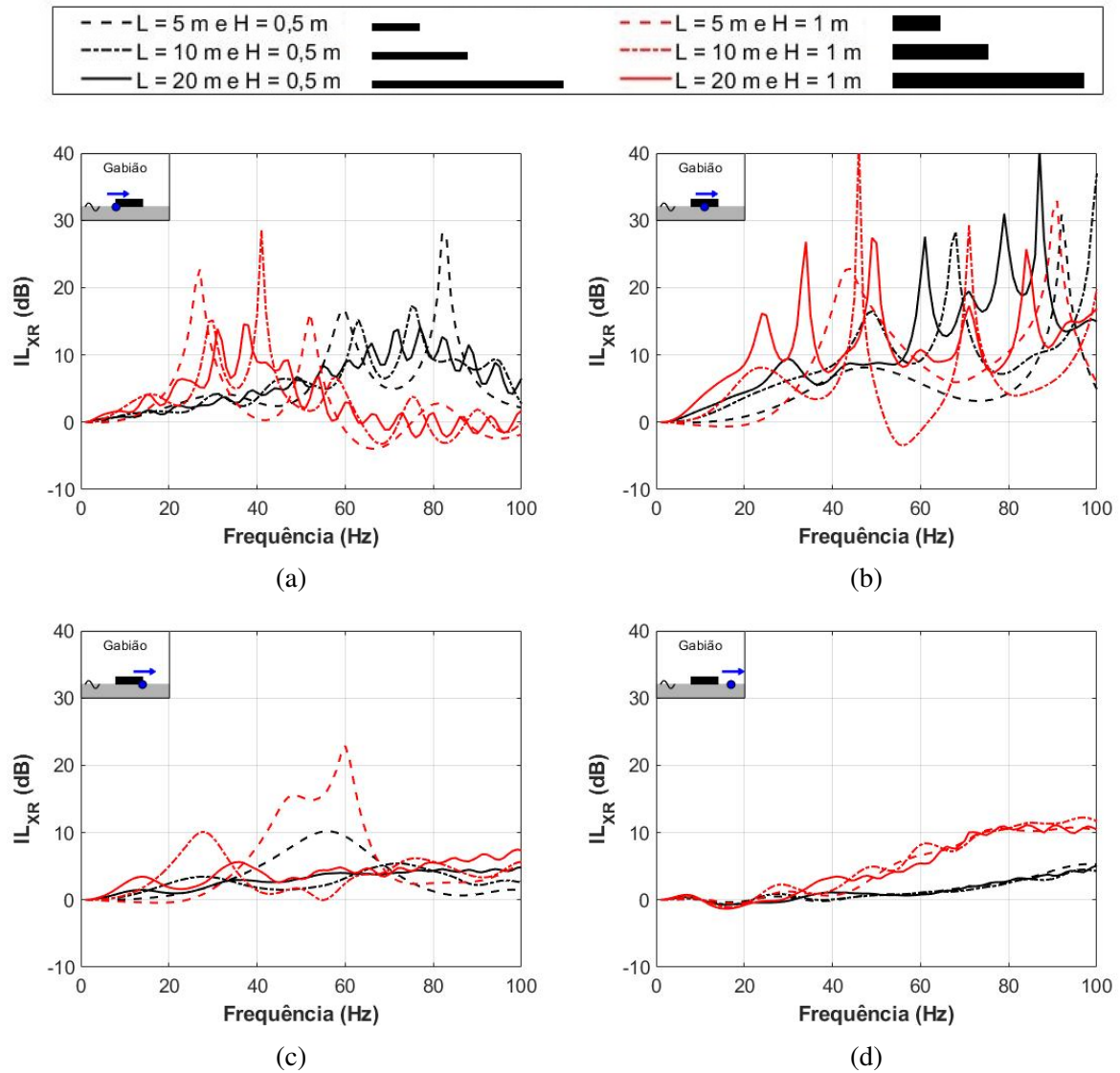


Figura 3.1 – *Insertion loss* horizontais em (a) $x = -L/2$, (b) $x = 0$, (c) $x = L/2$, e (d) $x = 20\text{ m}$ para placas de gabião de espessura $H = 0,5\text{ m}$ (preto) e $H = 1,0\text{ m}$ (vermelho), considerando $L = 5\text{ m}$ (tracejada), $L = 10\text{ m}$ (traço-ponto), e $L = 20\text{ m}$ (contínua).

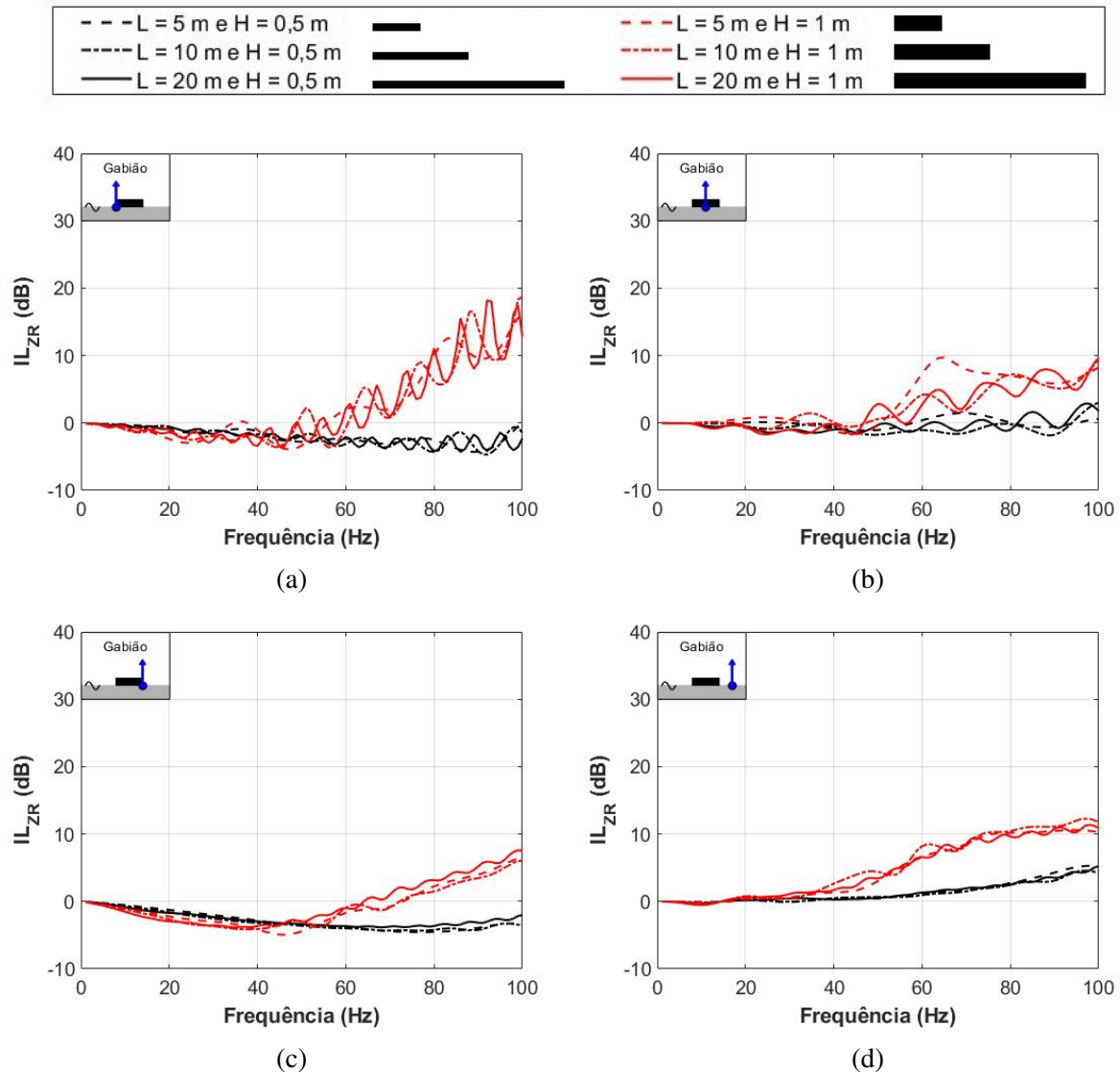


Figura 3.2 – *Insertion loss* verticais em (a) $x = -L/2$, (b) $x = 0$, (c) $x = L/2$, e (d) $x = 20$ m para placas de gabião de espessura $H = 0,5$ m (preto) e $H = 1,0$ m (vermelho), considerando $L = 5$ m (tracejada), $L = 10$ m (traço-ponto), e $L = 20$ m (contínua).

As Figuras 3.3 e 3.4 mostram agora as *insertion loss* horizontais e verticais de placas de concreto de diferentes larguras e espessuras, e em diferentes pontos do solo.

Esses resultados mostram que, assim como visto para as placas de gabião, a inserção de placas de concreto resulta em atenuação da vibração do solo, onde novamente picos de atenuação podem ser observados abaixo e, agora, atrás da placa. A atenuação produzida pelas placas de concreto é consideravelmente maior do que a produzidas pelas placas mais leves e flexíveis de gabião em praticamente todo o espectro de frequência, com exceção de frequências específicas onde as placas de gabião têm um desempenho melhor.

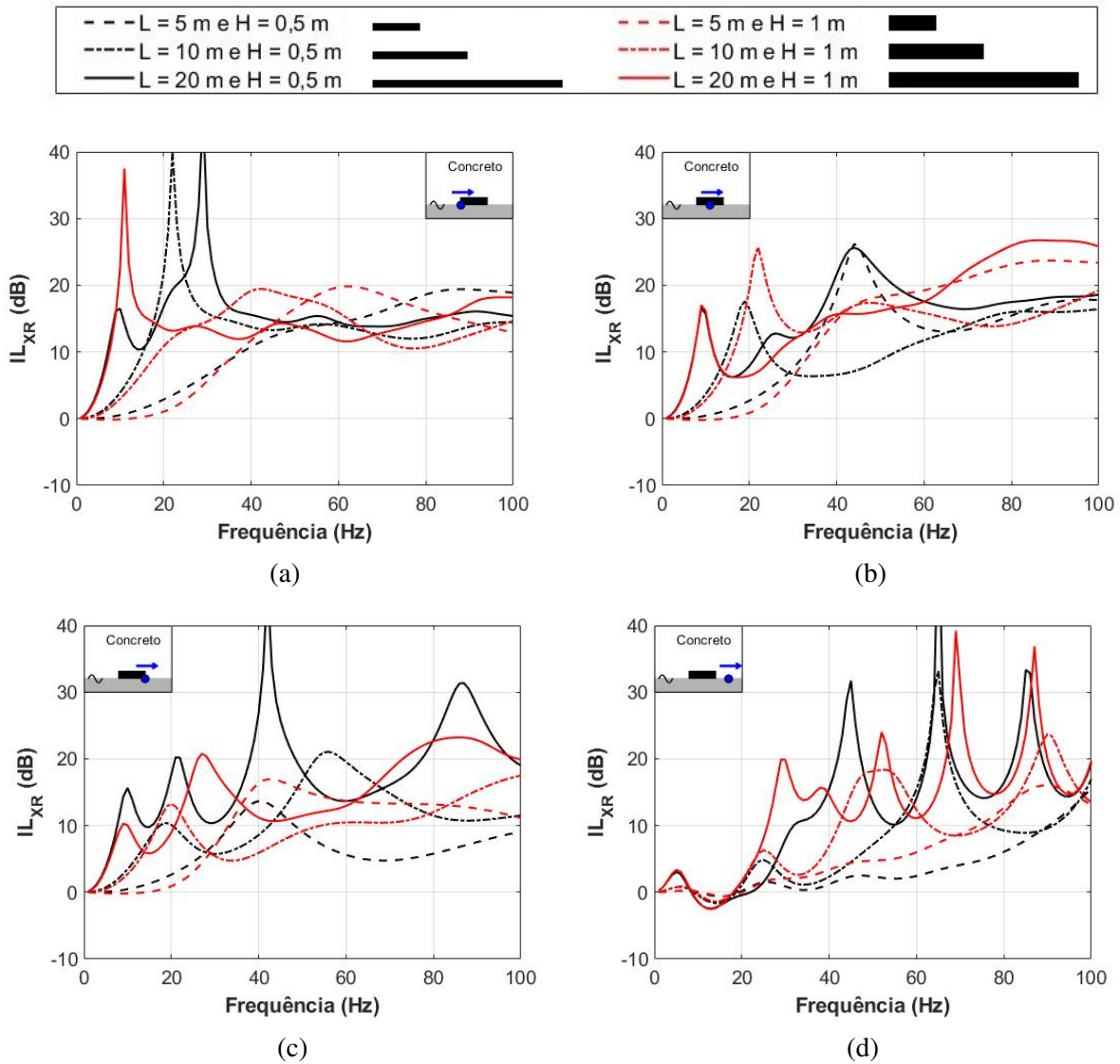


Figura 3.3 – *Insertion loss* horizontais em (a) $x = -L/2$, (b) $x = 0$, (c) $x = L/2$, e (d) $x = 20\text{ m}$ para placas de concreto de espessura $H = 0,5\text{ m}$ (preto) e $H = 1,0\text{ m}$ (vermelho), considerando $L = 5\text{ m}$ (tracejada), $L = 10\text{ m}$ (traço-ponto), e $L = 20\text{ m}$ (contínua).

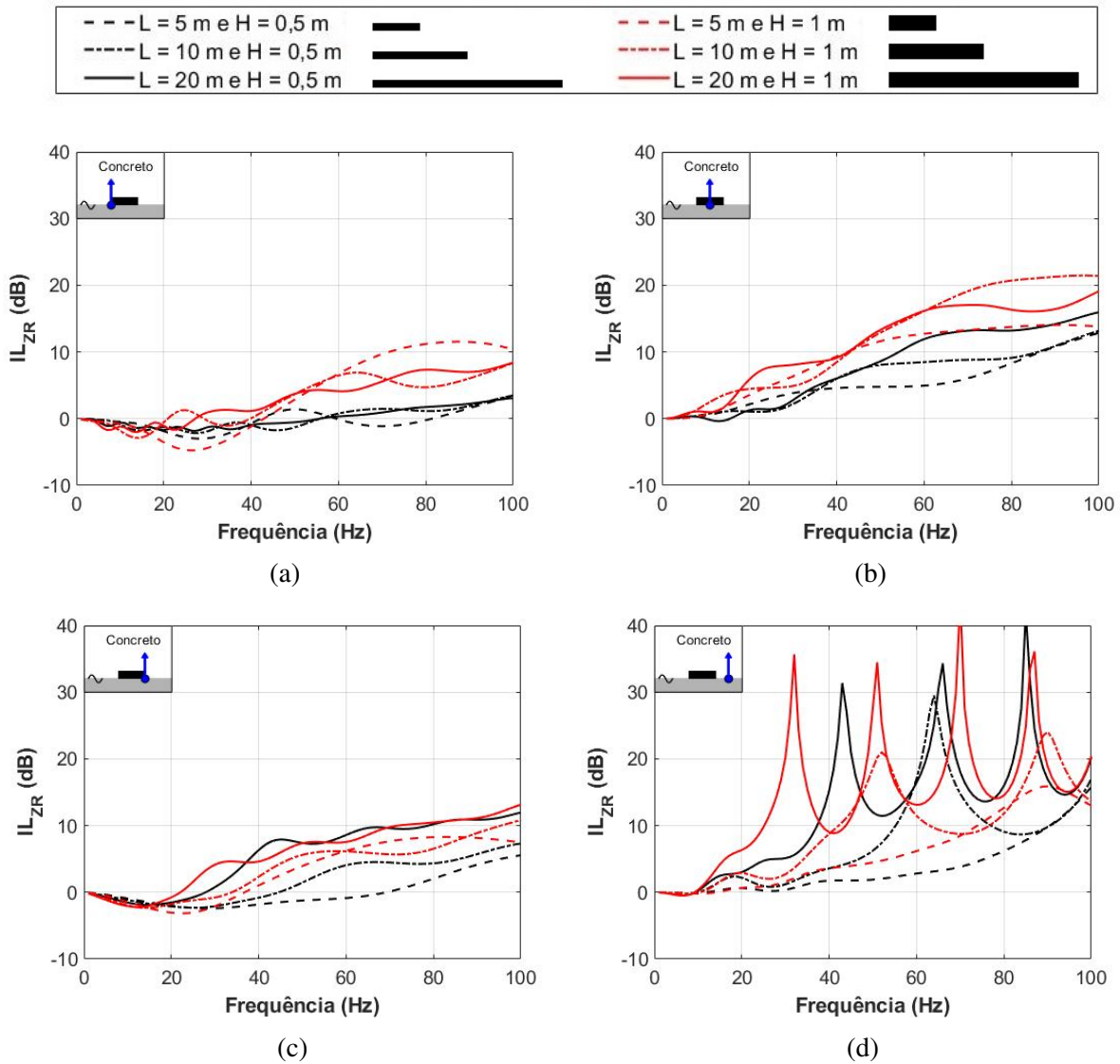


Figura 3.4 – *Insertion loss* verticais em (a) $x = -L/2$, (b) $x = 0$, (c) $x = L/2$, e (d) $x = 20$ m para placas de concreto de espessura $H = 0,5$ m (preto) e $H = 0,5$ m (vermelho), considerando $L = 5$ m (tracejada), $L = 10$ m (traço-ponto), e $L = 20$ m (contínua).

3.1.2 Deformação plana do sistema placa-solo devido à onda de Rayleigh

A partir dos resultados apresentados anteriormente, percebe-se uma forte dependência entre a resposta dos pontos abaixo da placa e a frequência de excitação. Esse comportamento pode ser causado pelo mecanismo de conversão dos tipos de ondas que ocorre na interface da placa com o solo. As Figuras 3.5 e 3.6 mostram o campo de deslocamentos de placas de gabião e de concreto acopladas ao solo junto com um mapa das deformações verticais ε_{ZZ} geradas a partir da onda de Rayleigh incidente e de sua interação com a placa.

Esses resultados mostram que a presença da placa faz com que a onda de Rayleigh,

que se propaga na superfície do solo, ao atingir a placa seja espalhada para dentro do solo. Essa conversão de onda de superfície em onda de corpo faz com que parte da energia proveniente da onda incidente seja dissipada para dentro do solo, o que é em parte responsável pelo caráter atenuador das placas, e também resulta em uma transmissão de uma combinação de ondas de Rayleigh e ondas de corpo para a interface placa-solo. Devido à interação da placa com o meio de propagação, essa combinação de ondas se destaca quanto mais próximo à interface. A medida que nos afastamos da placa, as ondas de corpo são dissipadas para dentro do solo e restam apenas ondas de Rayleigh novamente (Carneiro *et al.*, 2022). Essa onda de Rayleigh remanescente tem amplitude reduzida em relação à onda incidente, o que explica a atenuação observada atrás da placa.

A Figura 3.5 mostra que a onda incidente se propaga tanto na interface placa-solo quanto ao longo da placa de gabião, uma vez que as deformações ao longo de seu comprimento variam entre valores positivos e negativos, evidenciando sua flexibilidade e conformidade em contato com o solo. Já na Figura 3.6, nota-se o comportamento quase perfeitamente rígido da placa de concreto, cujas deformações são praticamente nulas ao longo de seu comprimento.

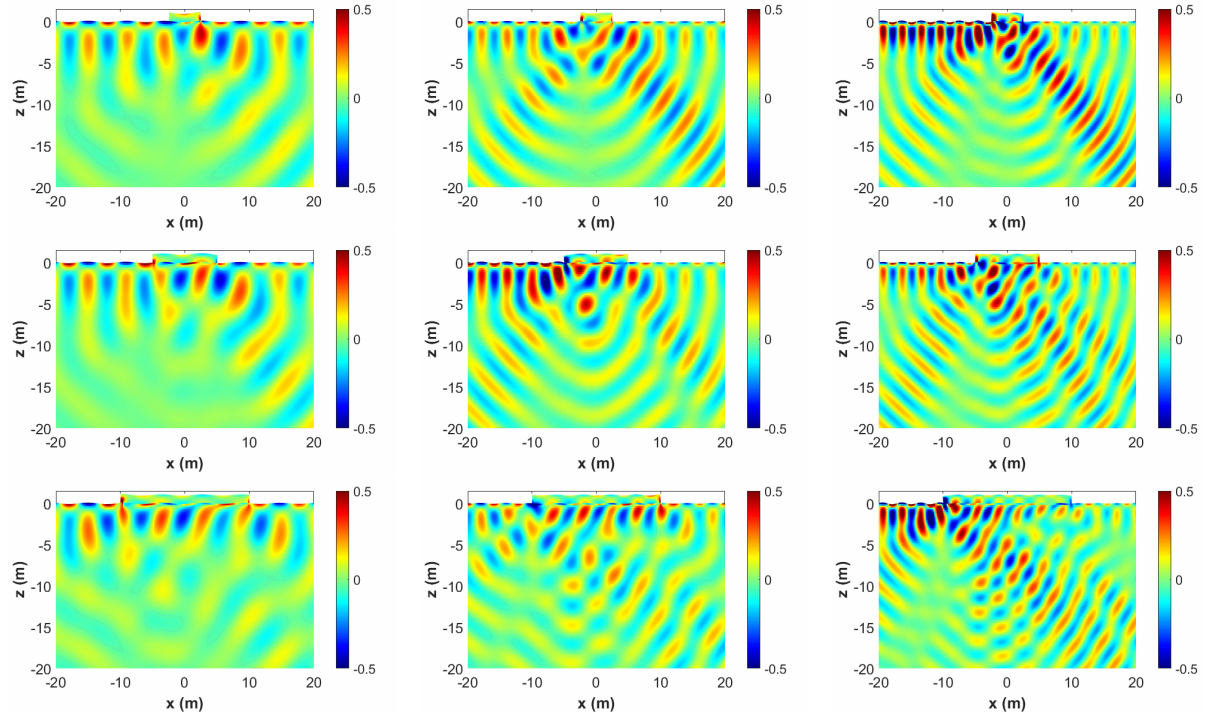


Figura 3.5 – Deformação vertical ε_{ZZ} para placas de gabião D (cima), E (meio) e F (baixo) com frequência de excitação de 40 Hz (esquerda), 60 Hz (meio) e 80 Hz (direita).

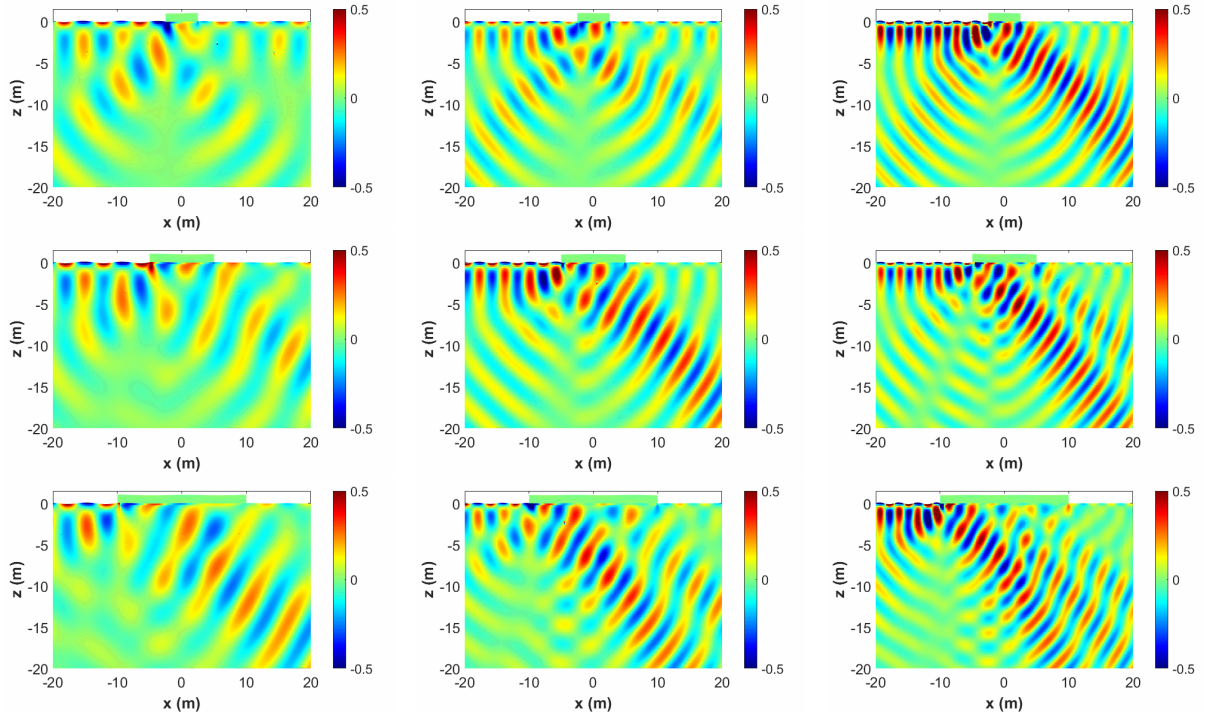


Figura 3.6 – Deformação vertical ε_{ZZ} para placas de concreto D (cima), E (meio) e F (baixo) com frequência de excitação de 40 Hz (esquerda), 60 Hz (meio) e 80 Hz (direita).

Comparando o desempenho das duas placas, observa-se que as placas de concreto injetam mais energia para dentro do solo do que as placas de gabião, disponibilizando menos energia na onda de Rayleigh que continua a se propagar atrás da placa, o que resulta em uma maior atenuação da vibração nesses pontos.

3.1.3 Relação entre a largura da placa e o comprimento da onda de Rayleigh

Os resultados apresentados até aqui consideram placas com três larguras diferentes ($L = 5, 10, 20$ m). Com o intuito de investigar a influência da largura da placa no seu desempenho de atenuação da vibração, a *insertion loss* vertical IL_{zR} é apresentada em função da largura normalizada da placa $L' = L/\lambda_R$, onde λ_R é o comprimento da onda de Rayleigh, e da posição de medição normalizada $x' = x/L$.

As Figuras 3.7 e 3.8 consideram placas de gabião e de concreto, respectivamente, de espessura fixa $H = 1$ m. As linhas tracejada, traço-ponto e contínua indicam a posição das placas D, E e F, respectivamente. Os resultados mostram que a *insertion loss* é afetada consideravelmente pela largura normalizada. Nota-se que, em geral, as maiores atenuações ocorrem nas maiores frequências, porém, há uma forte dependência do comprimento de onda no nível de atenuação. Esses resultados mostram ainda que placas mais largas não geram necessaria-

mente uma maior atenuação da vibração, como observa-se no caso da placa D que gera a maior atenuação entre as três placas, mesmo tendo a menor massa entre elas.

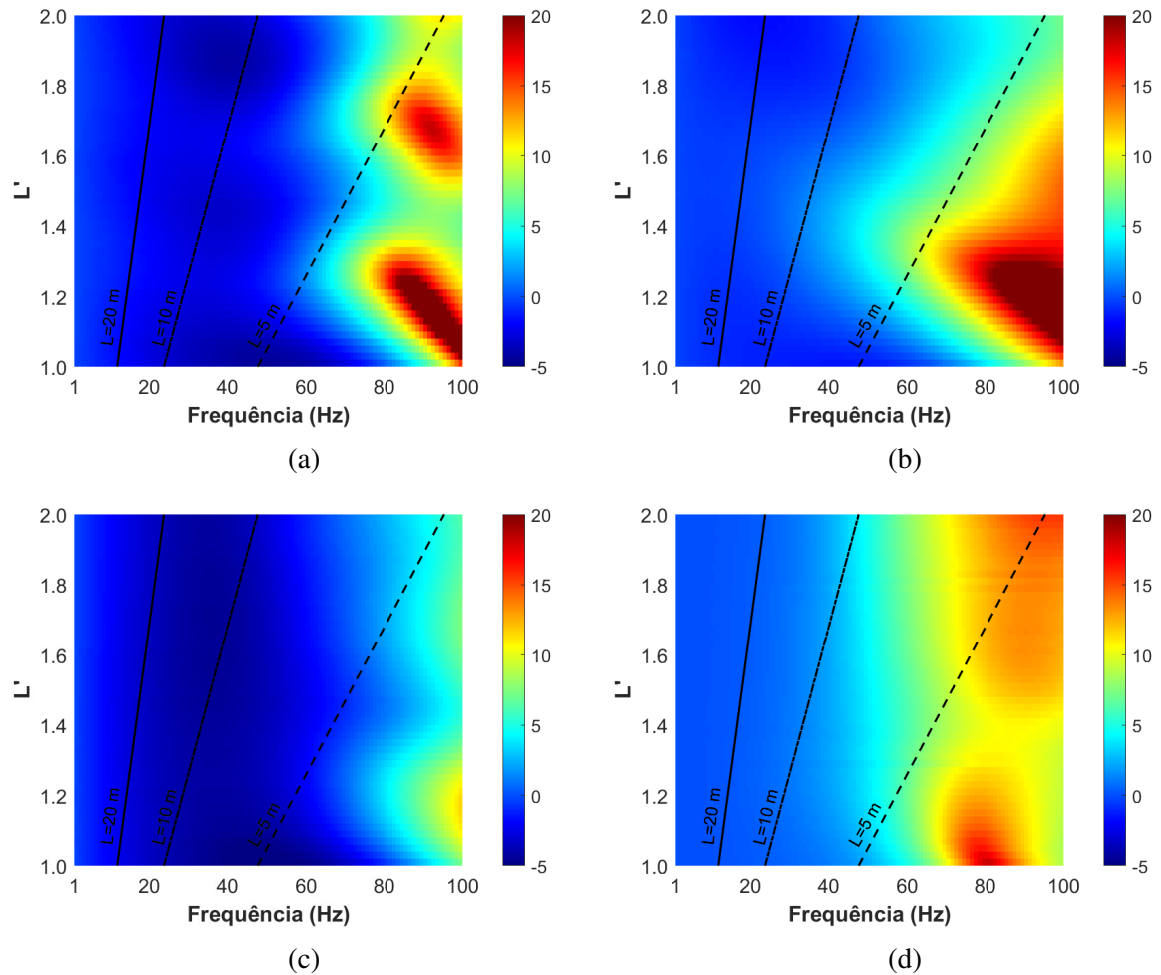


Figura 3.7 – *Insertion loss* vertical em (a) $x' = -L/2$, (b) $x' = 0$, (c) $x' = L/2$, e (d) $x' = 20$ para placas de gabião de espessura $H = 1,0$ m. As linhas sobrepostas indicam as placas D (tracejada), E (traço-ponto) e F (contínua).

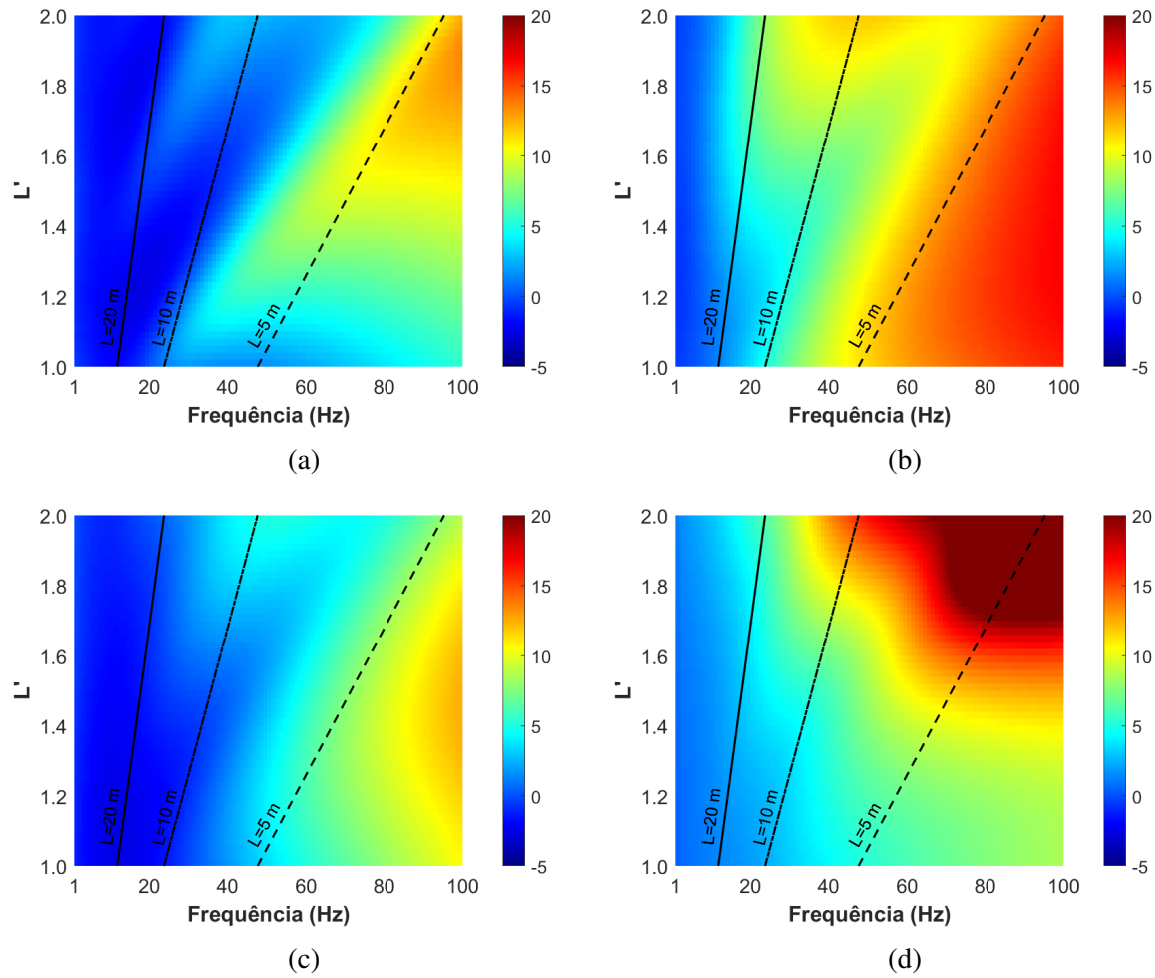


Figura 3.8 – *Insertion loss* vertical em (a) $x' = -L/2$, (b) $x' = 0$, (c) $x' = L/2$, e (d) $x' = 20$ para placas de concreto de espessura $H = 1,0$ m. As linhas sobrepostas indicam as placas D (tracejada), E (traço-ponto) e F (contínua).

3.1.4 *Insertion loss* devido à carga de superfície

Nesta seção, são apresentadas as respostas das placas de gabião e de concreto A, B, C, D, E e F, devido à excitação do solo por uma carga harmônica uniforme de superfície de largura $a = 0,5$ m, medidas nos mesmos três pontos da interface placa-solo – extremidade esquerda ($x = -L/2$), centro ($x = 0$) e extremidade direita ($x = L/2$) –, no ponto $x = 20$ m atrás da placa, e em uma região Ω_P de largura $l = 20$ m e profundidade $h = 1$ metro também localizada atrás da placa. A distância entre a carga de superfície e a placa é $d = 12$ m e a distância entre a placa e a região de interesse Ω_P é $d_O = 14$ m.

As Figuras 3.9 à 3.12 mostram as *insertion loss* horizontais, IL_{xz} , e verticais, IL_{zz} de placas de gabião e de concreto de diferentes larguras e espessuras, e em diferentes pontos do solo. Esses resultados mostram que o desempenho das placas quando expostas à cargas

localizadas é consideravelmente diferente do desempenho quando expostas à onda de Rayleigh pura (Figs. 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4), o que indica que a parte da onda incidente relativa à onda de corpo faz com que o sistema placa-solo responda de forma muito diferente.

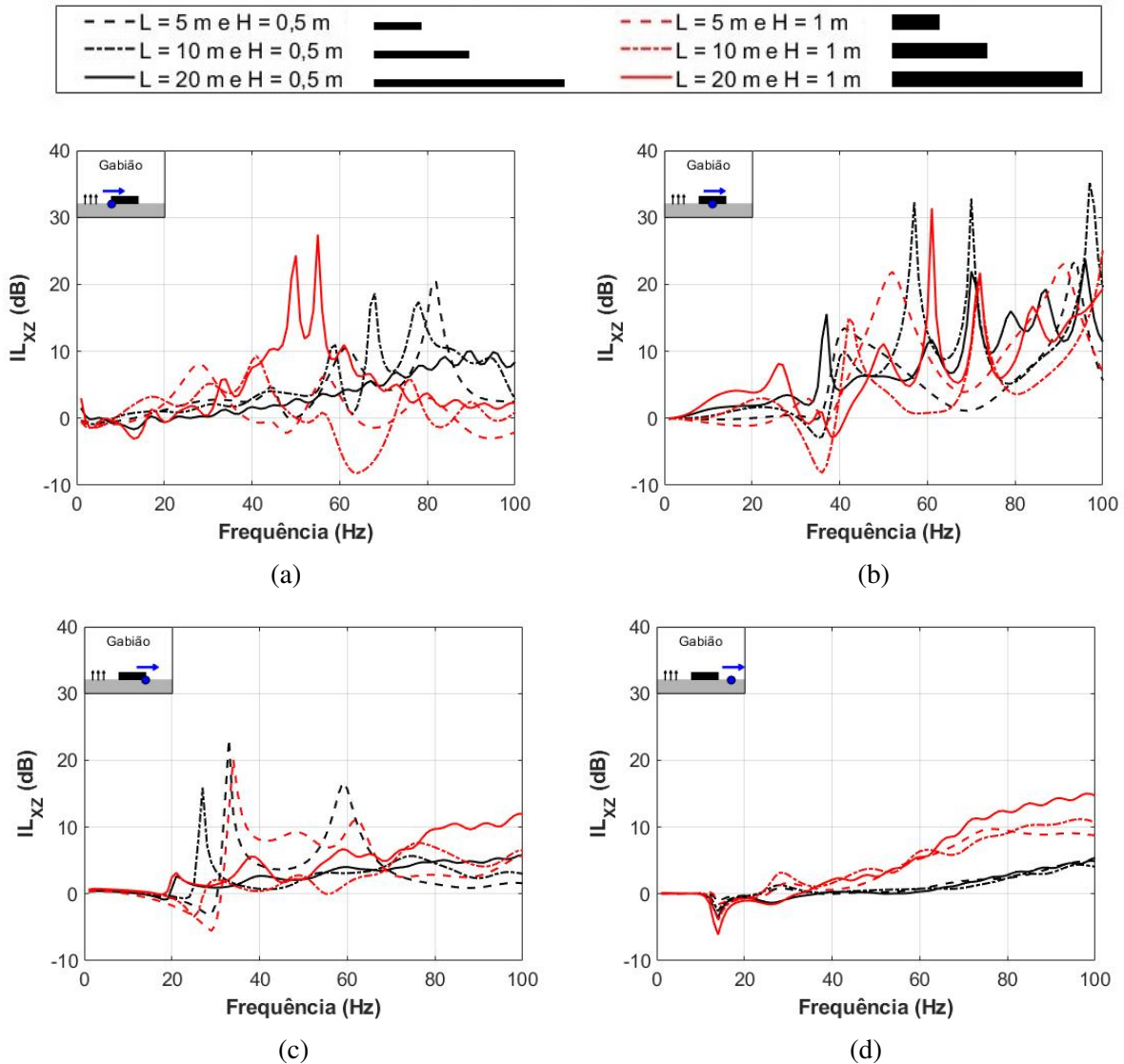


Figura 3.9 – *Insertion loss* horizontais em (a) $x = -L/2$, (b) $x = 0$, (c) $x = L/2$, e (d) $x = 20\text{ m}$ para placas de gabião de espessura $H = 0,5\text{ m}$ (preto) e $H = 1,0\text{ m}$ (vermelho), considerando $L = 5\text{ m}$ (tracejada), $L = 10\text{ m}$ (traço-ponto), e $L = 20\text{ m}$ (contínua).

Nota-se que, com a mudança da fonte de excitação, há alteração das frequências nas quais a atenuação ocorre, e o efeito das dimensões da placa também se modifica, de modo que nenhuma correlação com o caso da onda de Rayleigh pode ser observada. Aparecem também intervalos de frequência relativamente grandes nos quais a inserção da placa resulta na amplificação da vibração, atingindo níveis superiores à 10 dB.

Na interface, menores ampliações da vibração vertical são observadas nas extremidades da placa de gabião mais fina considerando todo o espectro de frequência, e ampliações consideráveis da vibração vertical são observadas em $x = -L/2$ com a instalação da placa de concreto mais espessa em frequências muito baixas. Atrás da placa, os maiores níveis de atenuação são produzidos pela placa de gabião mais espessa nas frequências mais altas, enquanto, no caso das placas de concreto, atenuação consistente em ambas as direções do movimento é observada em frequências mais altas para todas as dimensões da placa.

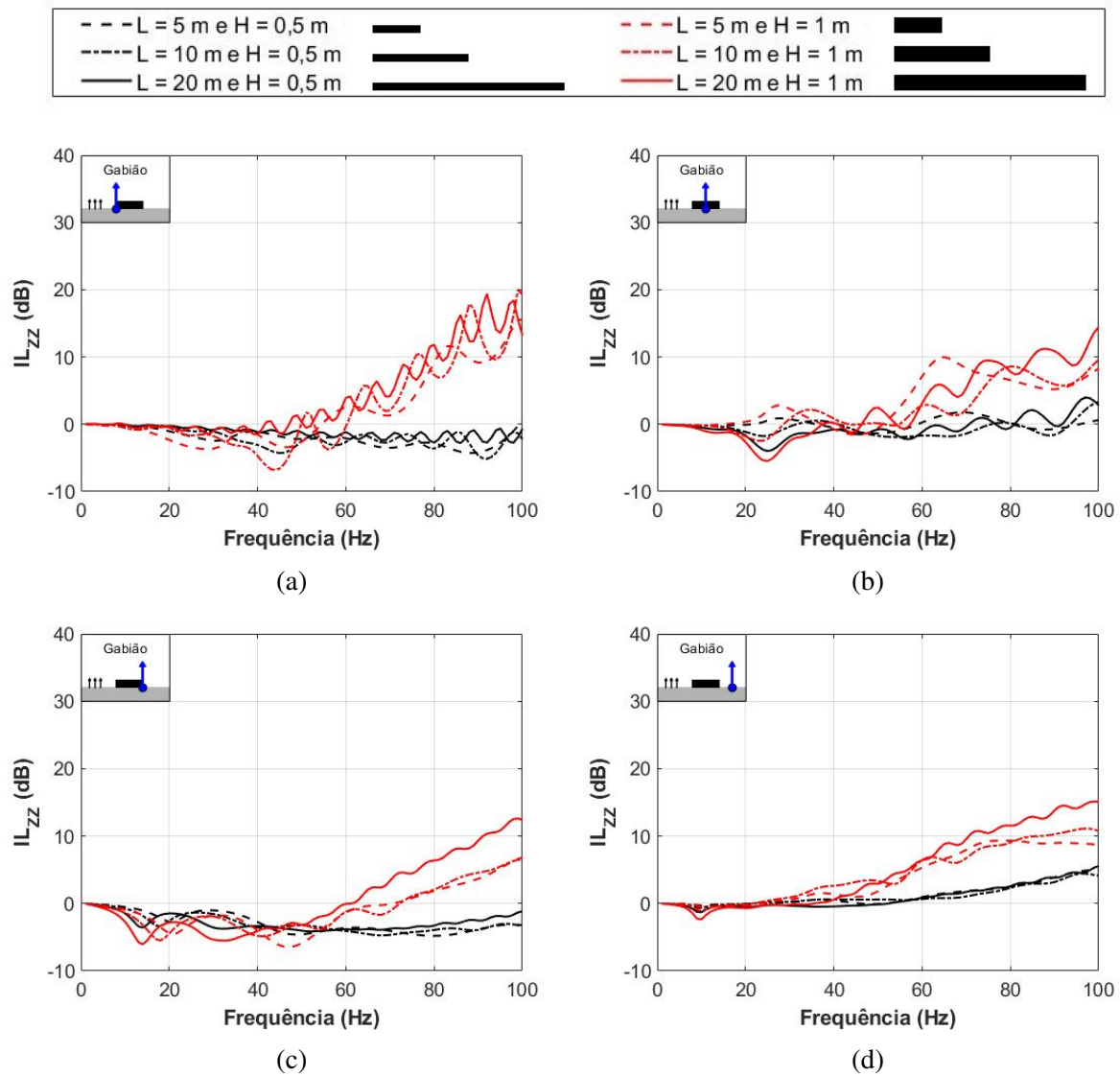


Figura 3.10 – *Insertion loss* verticais em (a) $x = -L/2$, (b) $x = 0$, (c) $x = L/2$, e (d) $x = 20\text{ m}$ para placas de gabião de espessura $H = 0,5\text{ m}$ (preto) e $H = 1,0\text{ m}$ (vermelho), considerando $L = 5\text{ m}$ (tracejada), $L = 10\text{ m}$ (traço-ponto), e $L = 20\text{ m}$ (contínua).

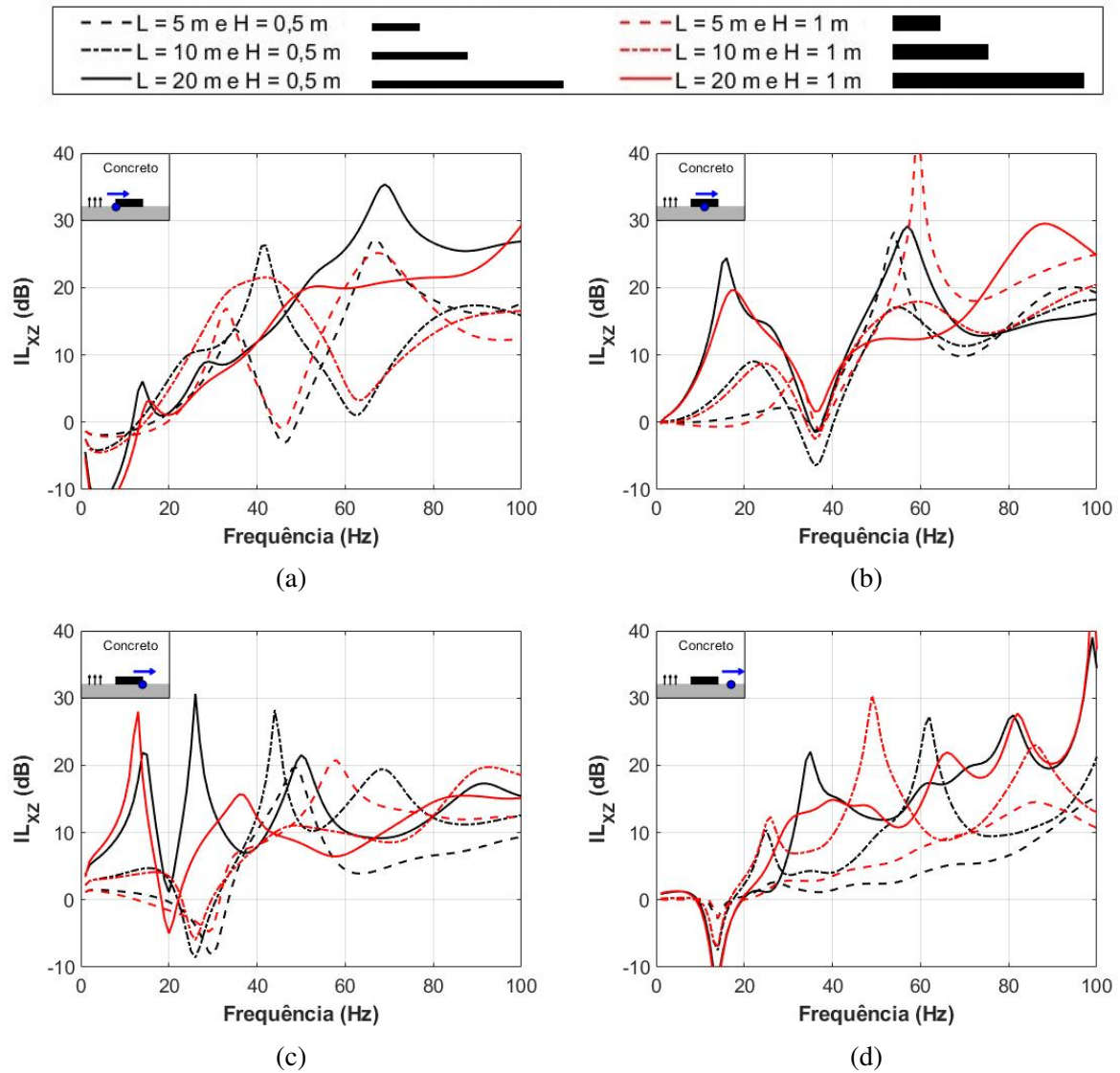


Figura 3.11 – *Insertion loss* horizontais em (a) $x = -L/2$, (b) $x = 0$, (c) $x = L/2$, e (d) $x = 20\text{ m}$ para placas de concreto de espessura $H = 0,5\text{ m}$ (preto) e $H = 1,0\text{ m}$ (vermelho), considerando $L = 5\text{ m}$ (tracejada), $L = 10\text{ m}$ (traço-ponto), e $L = 20\text{ m}$ (contínua).

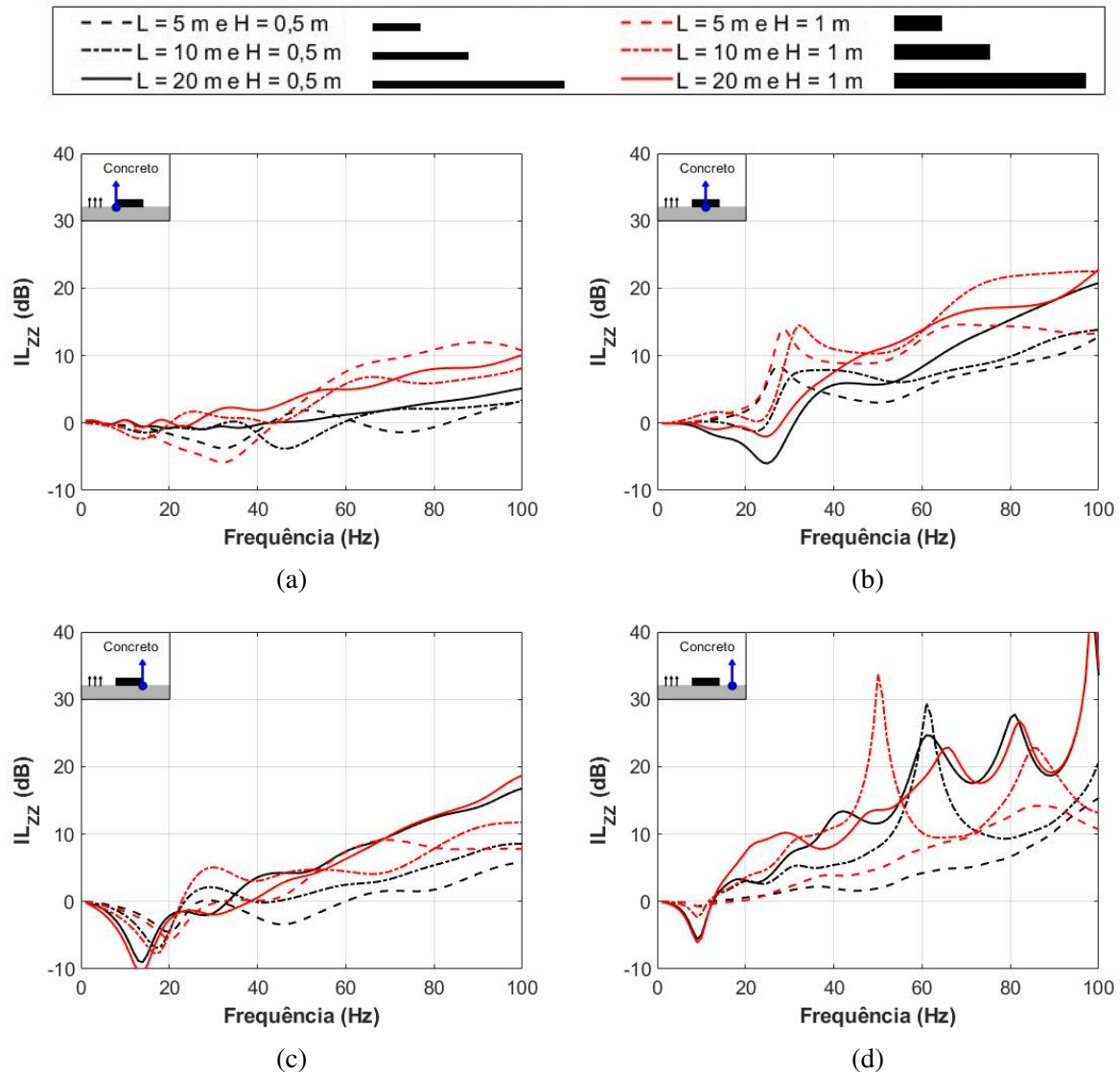


Figura 3.12 – *Insertion loss* verticais em (a) $x = -L/2$, (b) $x = 0$, (c) $x = L/2$, e (d) $x = 20\text{ m}$ para placas de concreto de espessura $H = 0,5\text{ m}$ (preto) e $H = 1\text{ m}$ (vermelho), considerando $L = 5\text{ m}$ (tracejada), $L = 10\text{ m}$ (traço-ponto), e $L = 20\text{ m}$ (contínua).

3.1.4.1 Distribuição da *insertion loss* atrás da placa

Os seguintes resultados mostram a distribuição da *insertion loss* nas duas direções de movimento medidas na região Ω_P . Foi escolhida uma malha com 41×3 pontos de medição nas direções x e z , respectivamente, e as curvas de *insertion loss* resultantes foram agrupadas para cada um dos três patamares de Ω_P ($z = 0$, $z = -h/2$ e $z = -h$) e apresentadas em forma de mapas de calor.

As Figuras 3.13, 3.15 e 3.17 mostram as *insertion loss* horizontais de placas de gabião de largura $L = 5, 10$, e 20 m , respectivamente. Nota-se que o aumento da espessura da

placa mais estreita gera uma maior atenuação da vibração nos três níveis da região analisada, sendo as maiores reduções de magnitude nas frequências mais altas (Fig. 3.13). Porém, nas placas mais largas, o aumento da espessura faz com que a vibração seja pouco atenuada e até amplificada nas maiores frequências (Figs. 3.15 e 3.17). No caso da vibração vertical, esse comportamento já não é observado. As IL_{zz} apresentadas nas Figuras 3.14, 3.16 e 3.18 mostram que, em todas as placas, o desempenho de atenuação é consistente, no qual tanto o aumento da espessura quanto o aumento da frequência produzem maiores níveis de atenuação, e que, devido à semelhança e invariância entre as respostas de uma mesma placa ao longo de toda a região de interesse, pode-se adotar uma única curva de IL para ser usada como valor representativo do desempenho da placa correspondente em toda região.

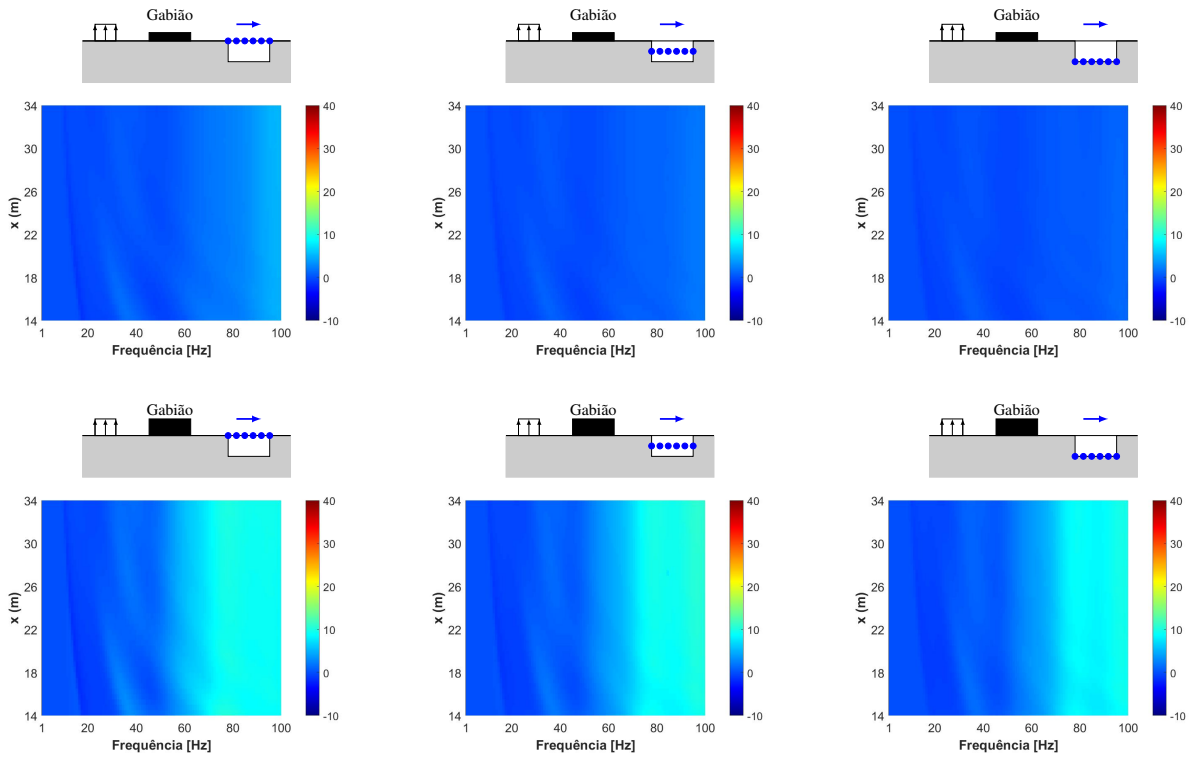


Figura 3.13 – *Insertion loss* horizontais na região Ω_P em $z = 0$ (esquerda), $z = -h/2$ (meio) e $z = -h$ (direita) para placas de gabião de largura $L = 5$ m, e espessura $H = 0,5$ m (cima) e $H = 1,0$ m (baixo).

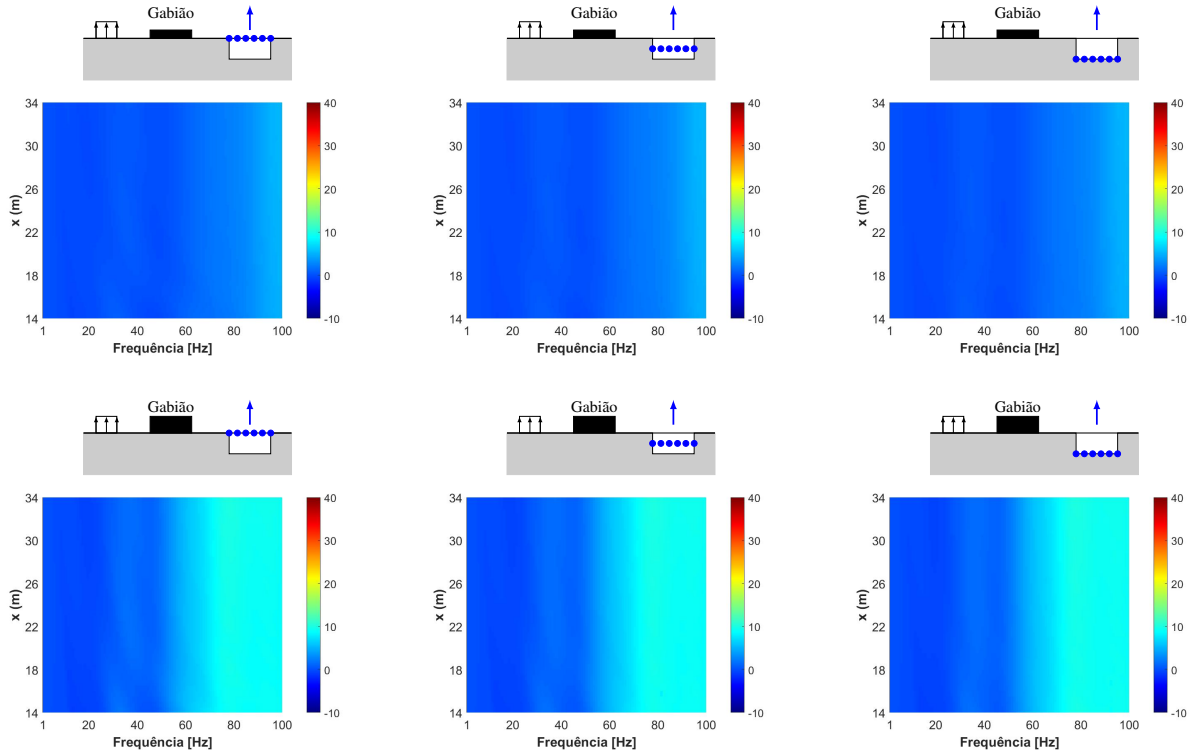


Figura 3.14 – *Insertion loss* verticais na região Ω_P em $z = 0$ (esquerda), $z = -h/2$ (meio) e $z = -h$ (direita) para placas de gabião de largura $L = 5$ m, e espessura $H = 0,5$ m (cima) e $H = 1,0$ m (baixo).

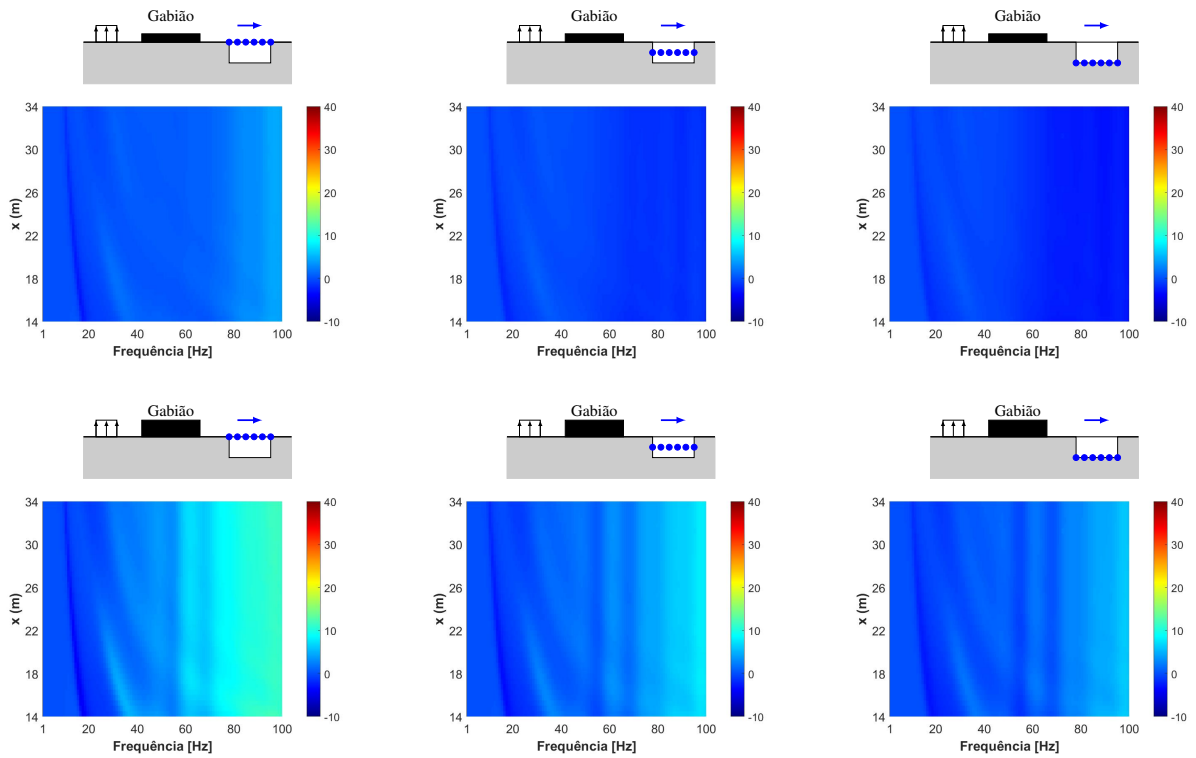


Figura 3.15 – *Insertion loss* horizontais na região Ω_P em $z = 0$ (esquerda), $z = -h/2$ (meio) e $z = -h$ (direita) para placas de gabião de largura $L = 10$ m, e espessura $H = 0,5$ m (cima) e $H = 1,0$ m (baixo).

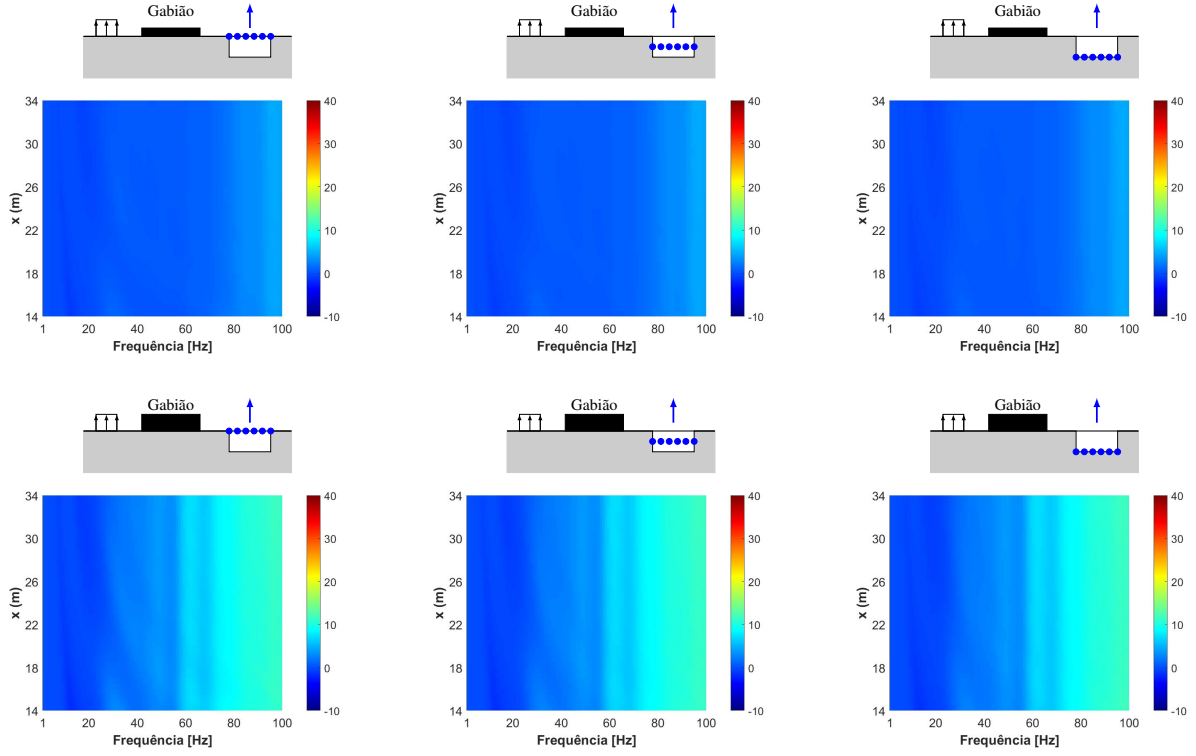


Figura 3.16 – *Insertion loss* verticais na região Ω_P em $z = 0$ (esquerda), $z = -h/2$ (meio) e $z = -h$ (direita) para placas de gabião de largura $L = 10$ m, e espessura $H = 0,5$ m (cima) e $H = 1,0$ m (baixo).

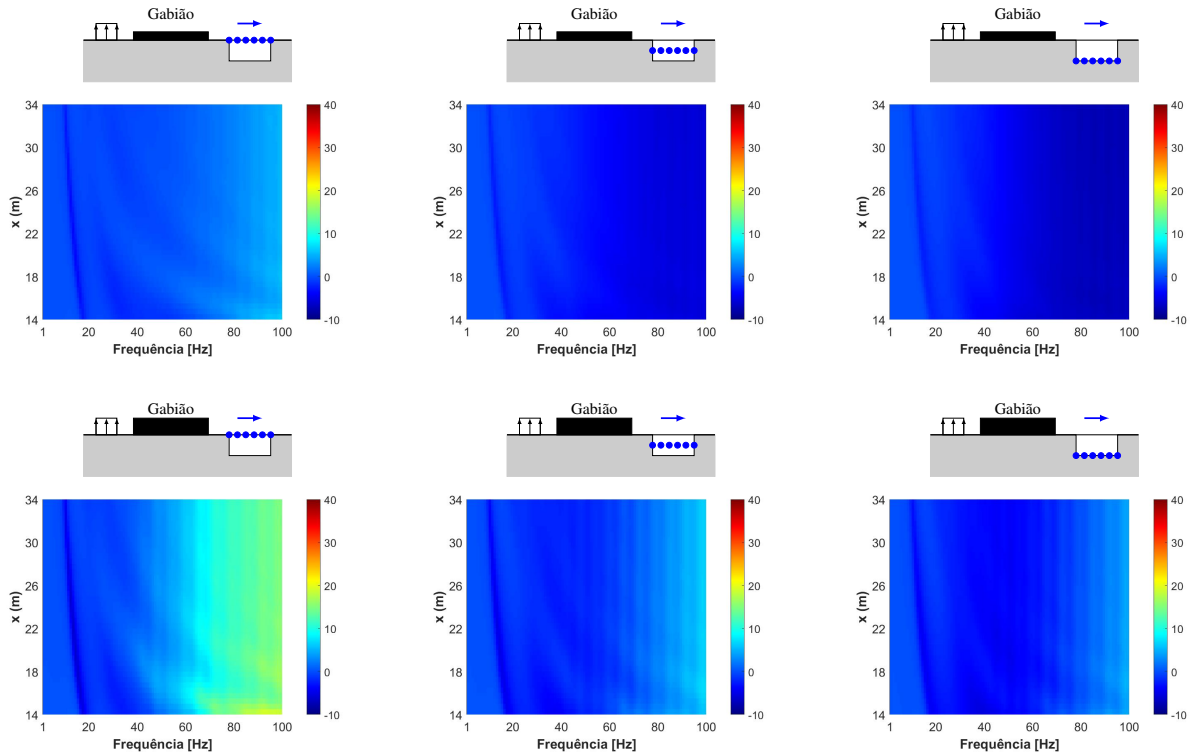


Figura 3.17 – *Insertion loss* horizontais na região Ω_P em $z = 0$ (esquerda), $z = -h/2$ (meio) e $z = -h$ (direita) para placas de gabião de largura $L = 20$ m, e espessura $H = 0,5$ m (cima) e $H = 1,0$ m (baixo).

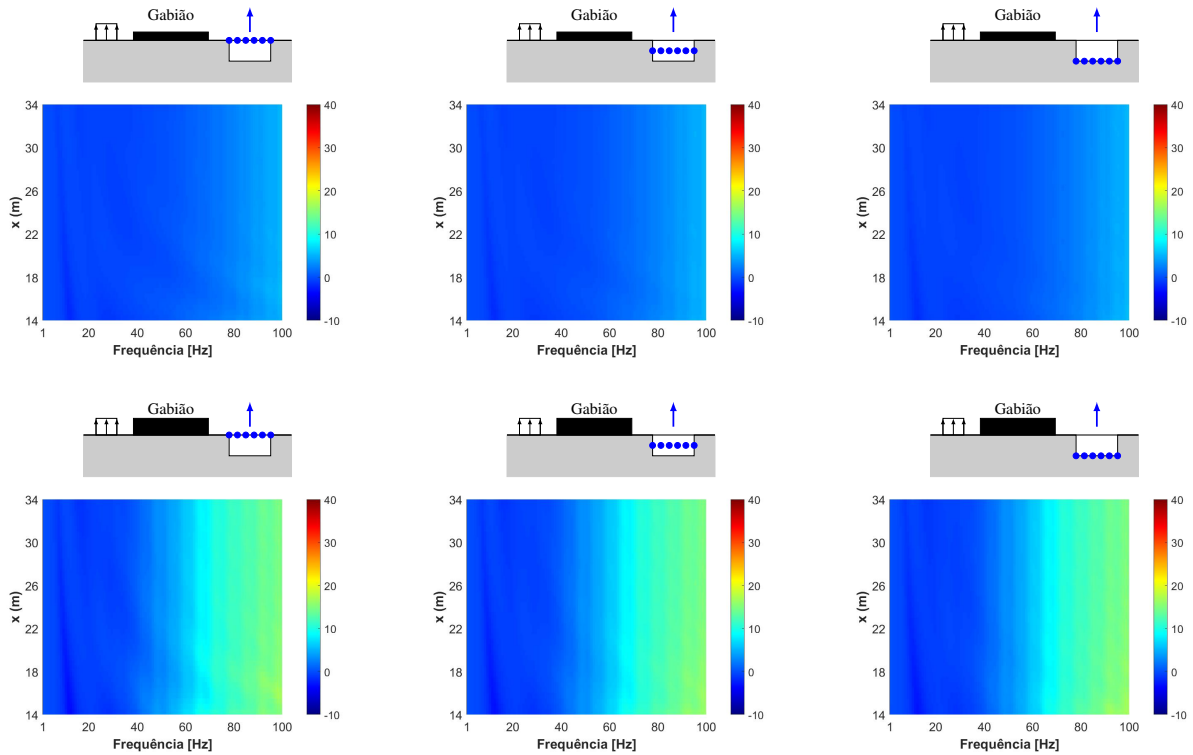


Figura 3.18 – *Insertion loss* verticais na região Ω_P em $z = 0$ (esquerda), $z = -h/2$ (meio) e $z = -h$ (direita) para placas de gabião de largura $L = 20$ m, e espessura $H = 0,5$ m (cima) e $H = 1,0$ m (baixo).

Na sequência, as Figuras 3.19, 3.21 e 3.23 mostram as *insertion loss* horizontais de placas de concreto de largura $L = 5, 10$, e 20 m, respectivamente. Nota-se que, assim como na placa de gabião, o aumento da espessura da placa mais estreita gera uma maior atenuação da vibração, porém, essa atenuação vai tendo sua magnitude reduzida conforme caminha-se para dentro do solo (Fig. 3.19). Nas placas mais largas, o espectro de frequência onde as atenuações ocorrem é maior, podendo ser visto a partir de frequências mais baixas, e picos de frequência ocorrem em certas frequências, ao longo de toda a região de interesse (Figs. 3.15 e 3.17). Assim como nas placas de gabião, o comportamento da atenuação da vibração vertical gerado pelas placas de concreto é conciso em toda a região Ω_P . A placa mais estreita apresenta desempenho muito parecido nos três níveis do solo, onde as maiores atenuações ocorrem nas altas frequências, e o aumento da espessura da placa resulta em uma redução na frequência em que a atenuação inicia-se, aumentando assim a banda de frequência em que se observa maiores níveis de atenuação (Fig. 3.20). As placas mais largas apresentam picos de frequências, os quais se mantêm iguais ao longo de toda a região Ω_P , e que são deslocados em direção às frequências mais baixas com o aumento da espessura da placa.

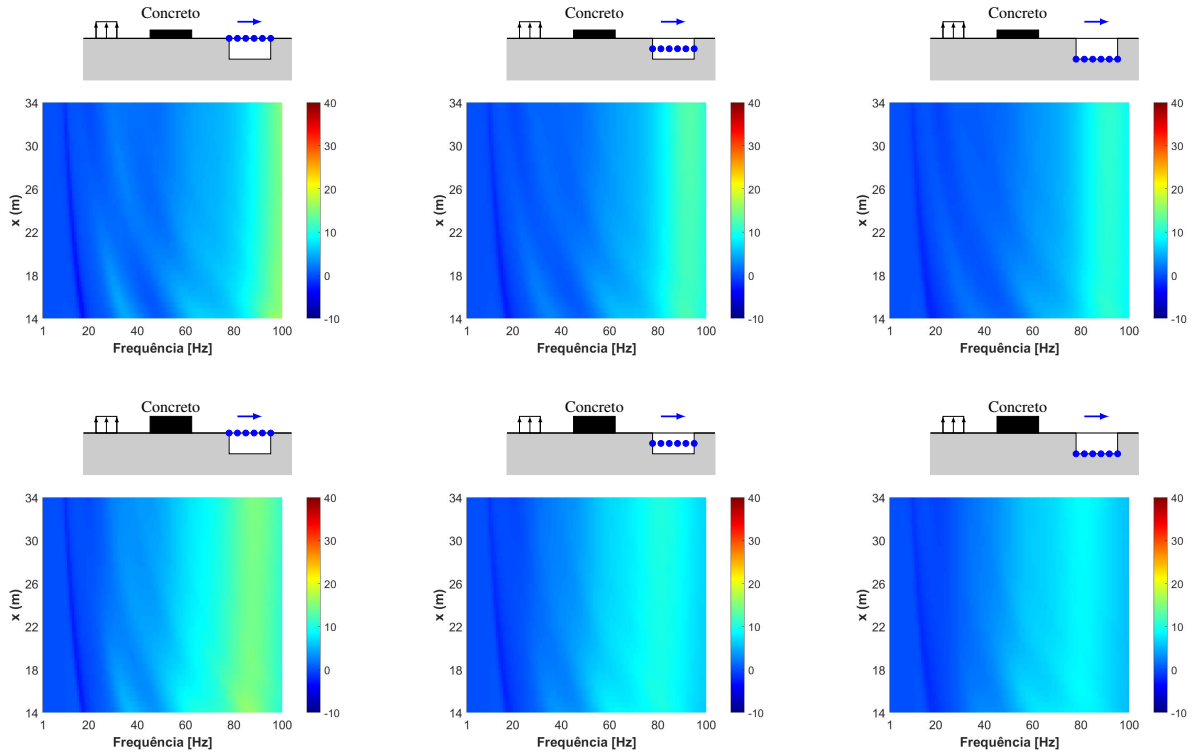


Figura 3.19 – *Insertion loss* horizontais na região Ω_P em $z = 0$ (esquerda), $z = -h/2$ (meio) e $z = -h$ (direita) para placas de concreto de largura $L = 5$ m, e espessura $H = 0,5$ m (cima) e $H = 1,0$ m (baixo).

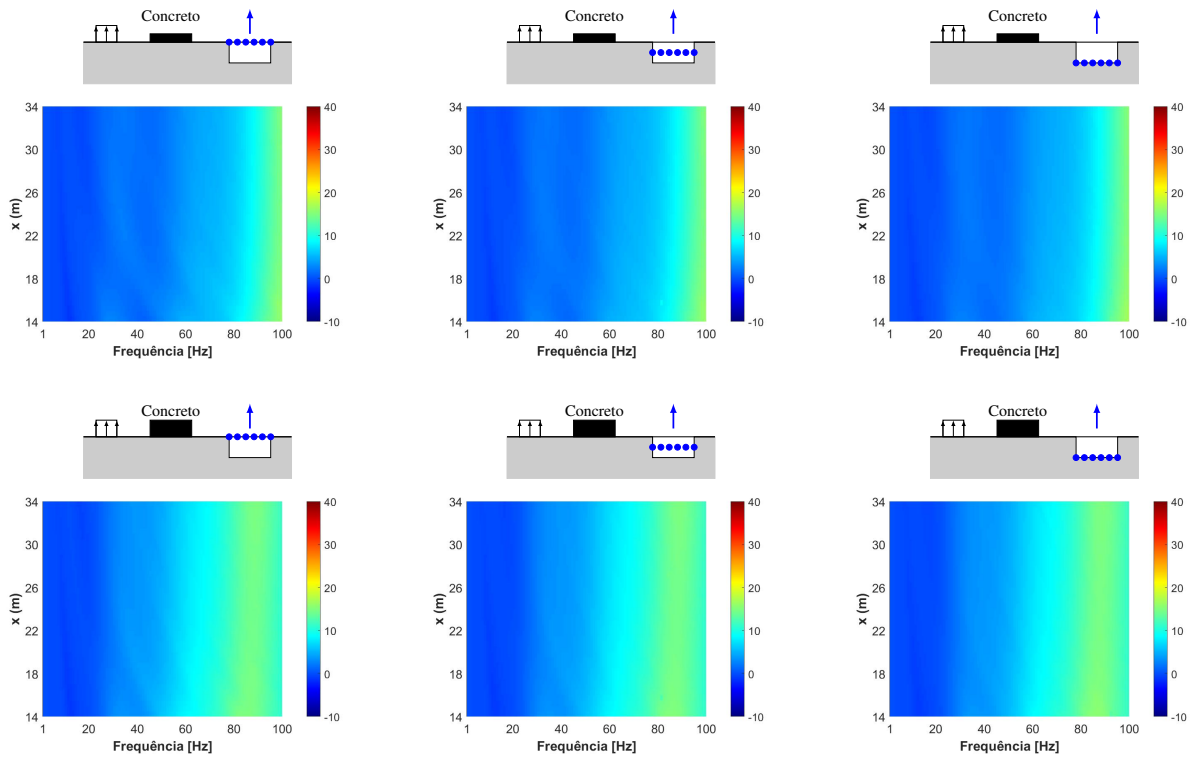


Figura 3.20 – *Insertion loss* verticais na região Ω_P em $z = 0$ (esquerda), $z = -h/2$ (meio) e $z = -h$ (direita) para placas de concreto de largura $L = 5$ m, e espessura $H = 0,5$ m (cima) e $H = 1,0$ m (baixo).

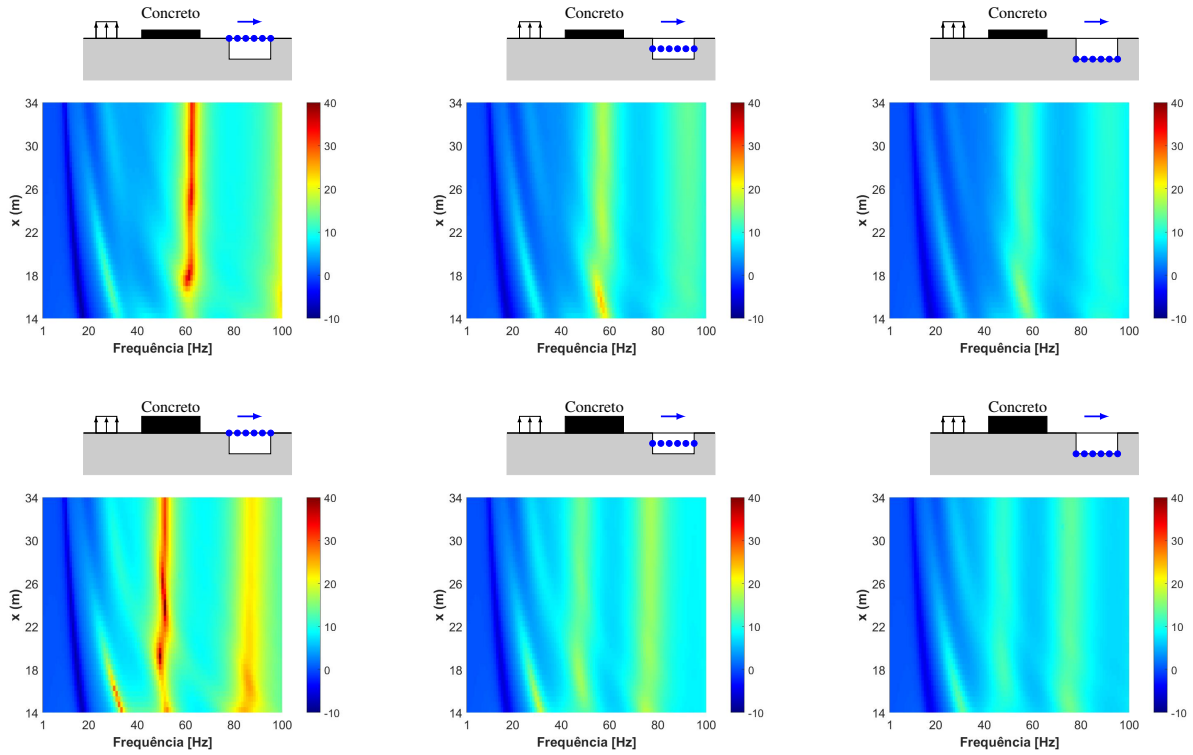


Figura 3.21 – *Insertion loss* horizontais na região Ω_P em $z = 0$ (esquerda), $z = -h/2$ (meio) e $z = -h$ (direita) para placas de concreto de largura $L = 10$ m, e espessura $H = 0,5$ m (cima) e $H = 1,0$ m (baixo).

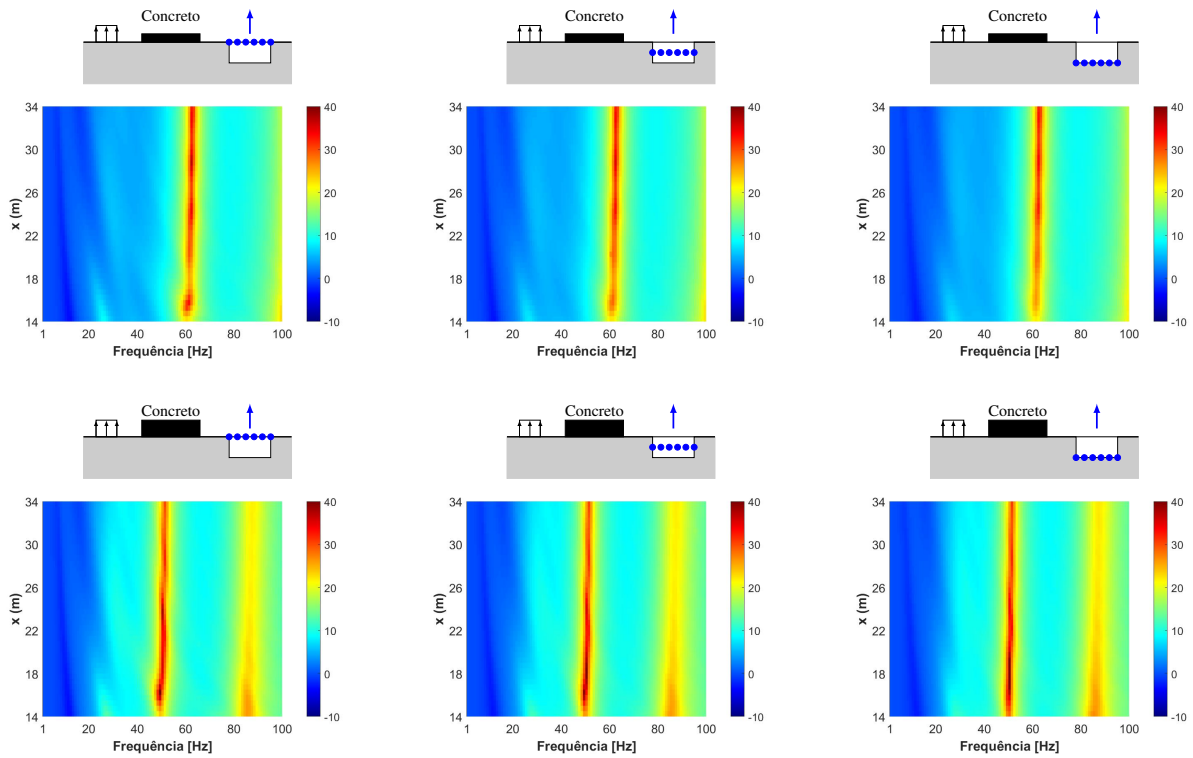


Figura 3.22 – *Insertion loss* verticais na região Ω_P em $z = 0$ (esquerda), $z = -h/2$ (meio) e $z = -h$ (direita) para placas de concreto de largura $L = 10$ m, e espessura $H = 0,5$ m (cima) e $H = 1,0$ m (baixo).

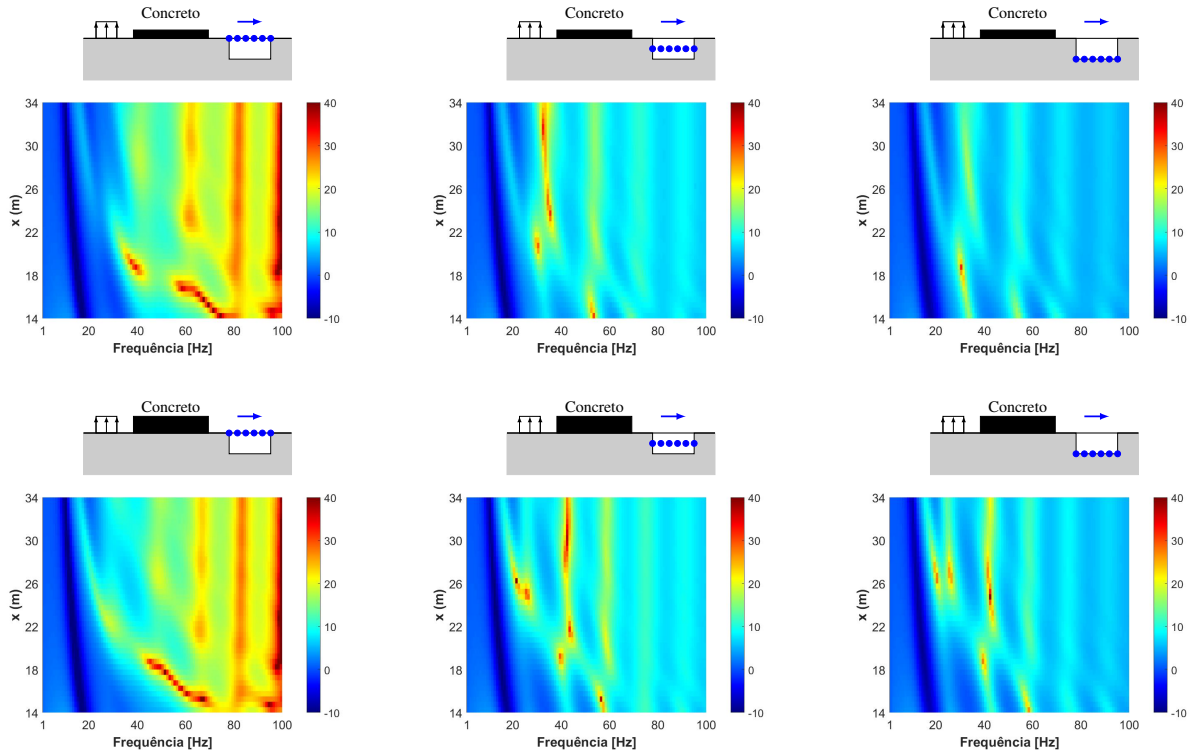


Figura 3.23 – *Insertion loss* horizontais na região Ω_P em $z = 0$ (esquerda), $z = -h/2$ (meio) e $z = -h$ (direita) para placas de concreto de largura $L = 20$ m, e espessura $H = 0,5$ m (cima) e $H = 1,0$ m (baixo).

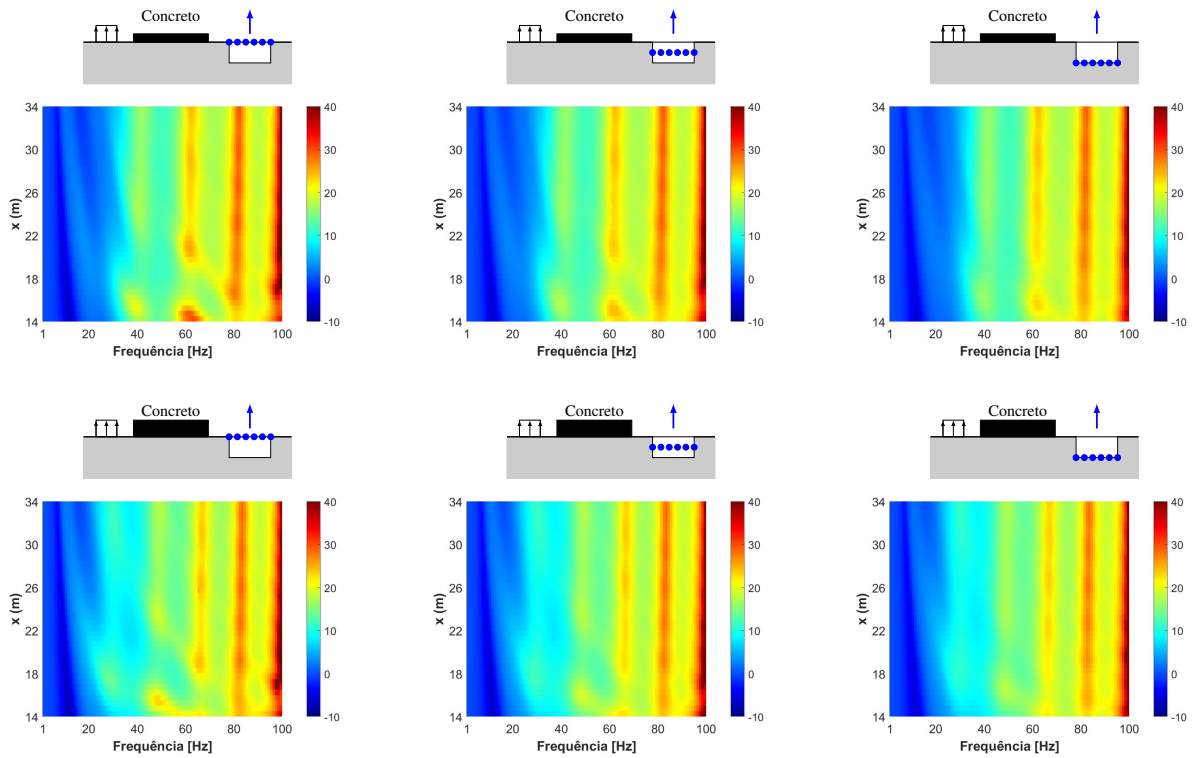


Figura 3.24 – *Insertion loss* verticais na região Ω_P em $z = 0$ (esquerda), $z = -h/2$ (meio) e $z = -h$ (direita) para placas de concreto de largura $L = 20$ m, e espessura $H = 0,5$ m (cima) e $H = 1,0$ m (baixo).

3.1.5 Deformação plana do sistema placa-solo devido à carga de superfície

A principal diferença entre o problema da carga de superfície e o problema da onda de Rayleigh é que a excitação oriunda da carga de superfície carrega uma combinação de ondas de Rayleigh, propagadas na superfície, e ondas de corpo, propagadas dentro do solo, as quais podem interferir no sistema placa-solo, desde que a distância d seja suficientemente pequena.

A Figura 3.25 mostra o campo de deslocamento de placas de concreto acopladas ao solo, onde o mapa de cores representa as deformações verticais ε_{ZZ} geradas por uma carga harmônica uniforme distribuída na superfície do solo. A partir dela, observa-se a mistura de ondas de superfície e ondas de corpo citadas anteriormente. Além disso, comparando esse caso (Fig. 3.25) com o caso da onda de Rayleigh (Fig. 3.6), é possível observar o efeito da redução da distância d entre a carga e a placa no mecanismo de injeção de energia no solo e a própria energia injetada, tanto no ponto de aplicação da força quanto na interface da placa, através da deformação do solo.

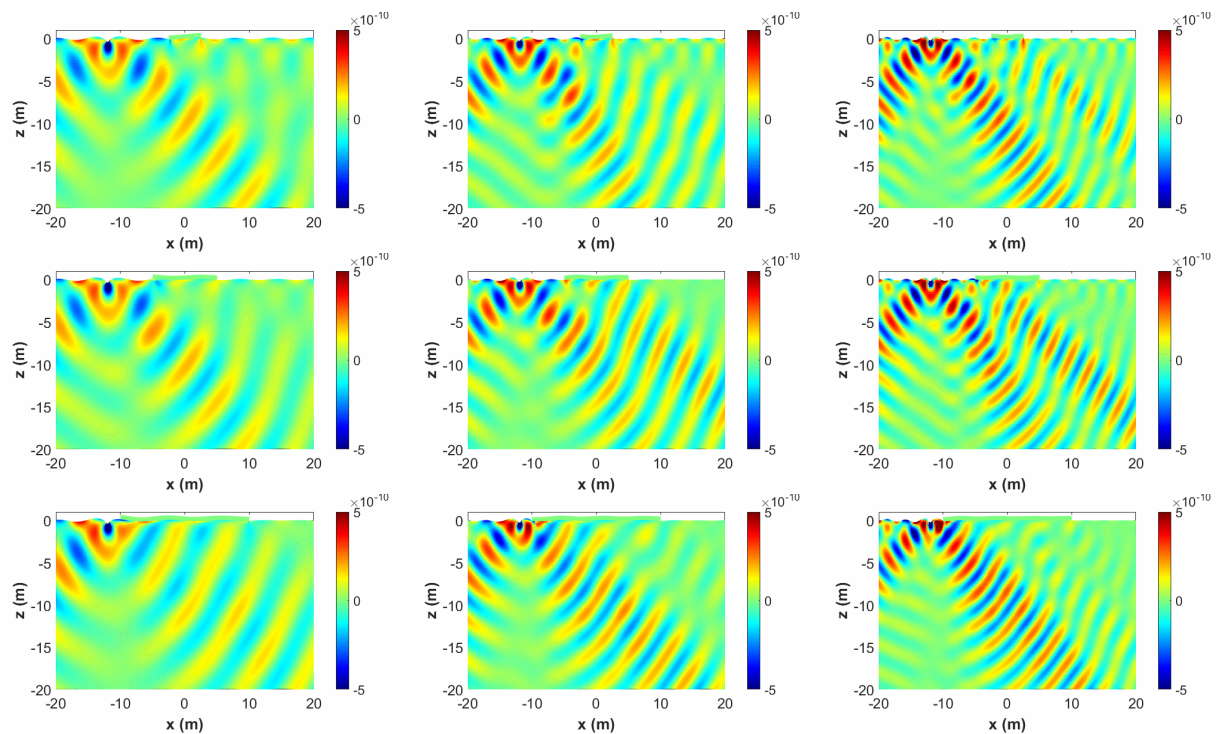


Figura 3.25 – Deformação vertical ε_{ZZ} para placas de concreto A (cima), B (meio) e C (baixo) com frequência de excitação de 40 Hz (esquerda), 60 Hz (meio) e 80 Hz (direita).

3.1.6 Efeito das propriedades das placas

Como visto nas seções 3.1.1 e 3.1.4, o desempenho das placas varia de acordo com suas dimensões e propriedades. Nesta seção é analisado o efeito das propriedades do gabião e

do concreto nos níveis de atenuação gerados.

A figura 3.26 apresenta uma comparação entre a *insertion loss* vertical gerada por placas de gabião e concreto de mesmas dimensões – $L = 20$ m e $H = 1$ m –, considerando as duas formas de excitação do solo estudadas. A figura 3.26a mostra que, quando excitadas por onda de Rayleigh, as placas de concreto geram picos de atenuação ao longo de todo o espectro, atingindo valores superiores a 30 dB. Já as placas de gabião, geram um aumento menor no nível de atenuação, sem aparição de picos, atingindo um máximo de 11,37 dB em 98 Hz. A figura 3.26b mostra que, quando excitadas por uma carga de superfície, ambas as placas geram um pico de amplificação da vibração nas baixas frequências, porém os níveis de atenuação são, em geral, maiores. As placas de concreto apresentam picos de atenuação de menores amplitudes em quase todo o espectro, exceto nas maiores frequências, onde um pico que ultrapassa os 40 dB é observado em 99 Hz. As placas de gabião, por outro lado, apresentam um desempenho praticamente igual ao caso da onda R até a marca dos 60 Hz, a partir do qual a taxa de aumento da atenuação cresce, atingindo um máximo de 15,13 dB em 99 Hz.

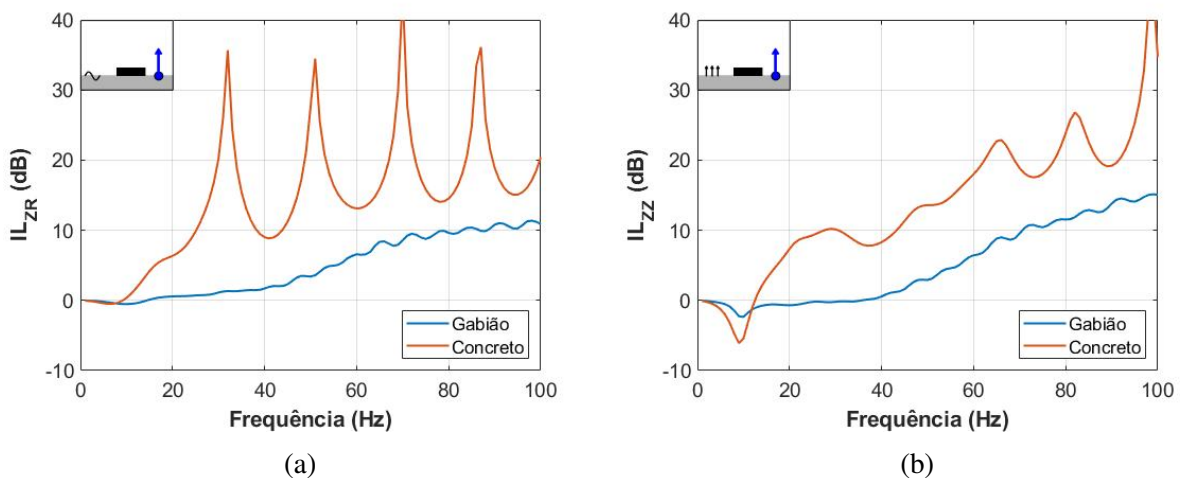


Figura 3.26 – Comparação da *insertion loss* vertical gerada por placas de gabião e concreto, de largura $L = 20$ m e espessura $H = 1$ m, devido à excitação do solo por (a) onda de Rayleigh, e (b) carga harmônica de superfície.

A partir desses resultados, nota-se que a diferença entre as propriedades do gabião e do concreto tem um efeito direto no desempenho de atenuação dessas estruturas. Em geral, observa-se que o material de maior densidade e rigidez apresenta maiores níveis de redução da vibração.

3.2 Fundação Sanduíche

Nesta seção, é apresentado um estudo a respeito da eficiência dos muros G, H, I, J e K na atenuação da vibração. Foram considerados muros K com 10 camadas de materiais intercalados. Os resultados são apresentados na forma dos deslocamentos verticais, em decibéis, $u_{zi}^o = 20 \log_{10} |u_{zi}|$ ($i = z, R$), medidos na base e em pontos atrás do muro.

Inicialmente, é feito um estudo a respeito da eficiência das fundações sanduíche em introduzir *bandgaps* na resposta da estrutura. A figura 3.27 apresenta os dois modelos usados para essa análise, onde cargas harmônicas uniformes são aplicadas no topo de muros, os quais estão em contato perfeito com uma base rígida (Fig. 3.27a) e um solo em repouso, ou seja, não excitado (Fig. 3.27b).

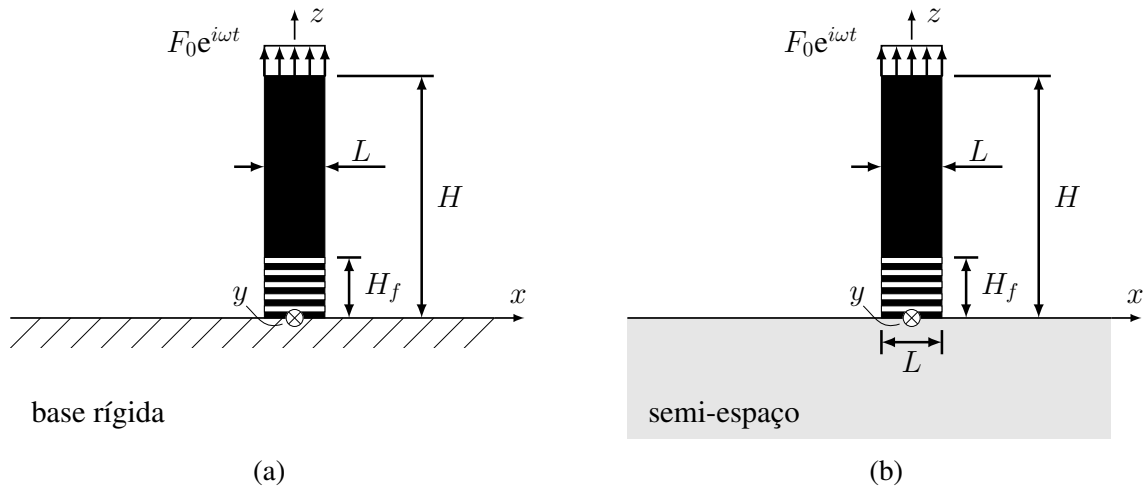


Figura 3.27 – Modelo de um muro com fundação sanduíche sobre (a) uma base rígida, e (b) um semi-espço em repouso.

3.2.1 Base rígida

A Figura 3.28 mostra a resposta vertical da base¹ do muro, calculada tanto pelo método dos elementos finitos quanto pelo método dos elementos espectrais, e o diagrama de dispersão da fundação periódica, obtido pelo SEM. Os muros considerados nesta análise são unidimensionais, restringidos na parte de baixo por uma base rígida e carregados no topo por uma força harmônica vertical (Fig. 3.27a).

As bandas de frequência, na quais os deslocamentos obtidos tanto por elementos finitos quanto por elementos espectrais, apresentam uma grande queda de amplitude, coincidem

¹Como no caso da base rígida, o deslocamento na base do muro é imposto como nulo, aqui é considerado o deslocamento medido no ponto imediatamente acima da base, de modo a não interferir nos resultados.

com os *bandgaps* (cinza claro) identificados pelos diagramas de dispersão, o que indica que essa queda de amplitude não representa apenas uma atenuação da vibração, mas sim uma banda de frequência onde apenas ondas evanescentes existem e, assim, não há propagação de onda (Fig. 3.28).

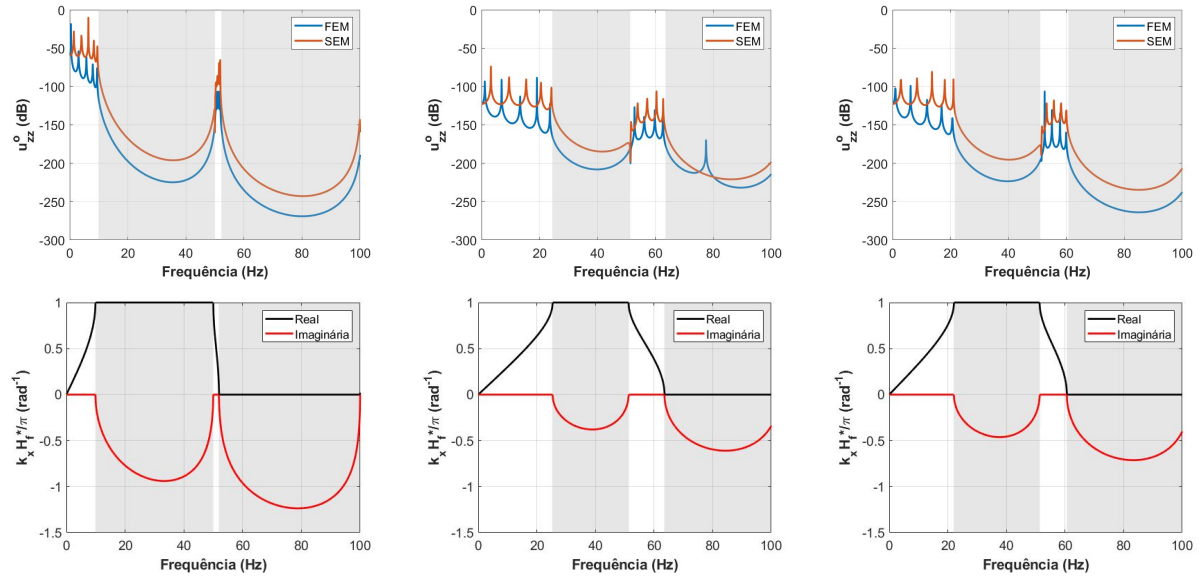


Figura 3.28 – Deslocamento vertical na base da fundação sanduíche (cima) e diagrama de dispersão (baixo) para materiais fictícios (esquerda), gabião e borracha (meio), e concreto e borracha (direita), considerando muros K unidimensionais do caso III.

Aumentando uma dimensão ao problema, a Figura 3.29 apresenta o deslocamento vertical medido na base do muro bidimensional com as mesmas propriedades do caso anterior. Comparando as figuras, nota-se que as bandas de frequência, em que a resposta do muro apresenta queda considerável de amplitude, coincide quase que totalmente com a posição dos *bandgaps* obtidos no caso 1D.

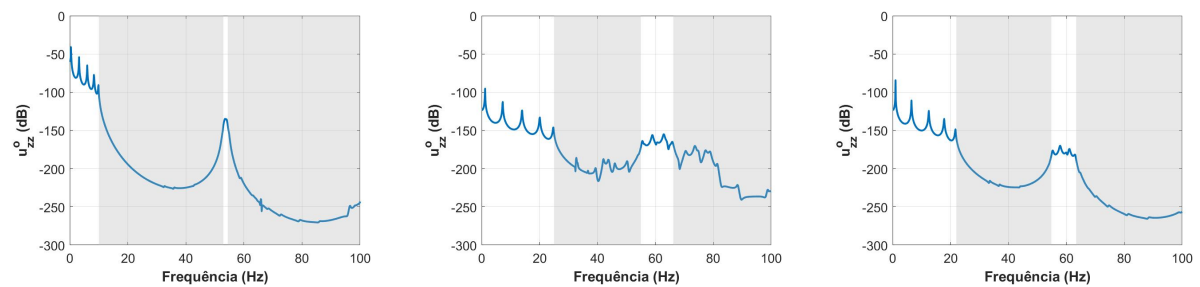


Figura 3.29 – Deslocamento vertical na base da fundação sanduíche para materiais fictícios (esquerda), gabião e borracha (meio), e concreto e borracha (direita), considerando muros K bidimensionais do caso III.

3.2.1.1 Efeito do coeficiente de Poisson

Em termos das propriedades constitutivas dos muros, a diferença entre as estruturas unidimensionais e bidimensionais é o coeficiente de Poisson. Esse coeficiente corresponde à razão entre as deformações ortogonais em um plano de um material homogêneo, linear-elástico e isotrópico. A Figura 3.30 apresenta uma comparação entre os deslocamentos verticais na base de muros com estrutura de gabião e fundação de gabião e borracha, onde diferentes valores do coeficiente de Poisson da borracha são considerados. Os resultados mostram que o aumento do coeficiente de Poisson faz com que a resposta do muro bidimensional divirja cada vez mais da resposta do muro unidimensional. Essa observação é confirmada matematicamente pelo coeficiente de correlação de Pearson (Eq. 3.2), onde u e w são os deslocamentos medidos no muro sobre base rígida e solo em repouso, respectivamente, e $\bar{u}$ e $\bar{w}$ são as médias aritméticas de cada conjunto de variáveis.

$$\varphi = \frac{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})(w_i - \bar{w})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (w_i - \bar{w})^2}}, \quad \bar{u} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_i, \quad \bar{w} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n w_i, \quad \varphi \in [-1; 1]. \quad (3.2)$$

Esse coeficiente quantifica o grau de correlação entre duas variáveis de mesma dimensão através de um escalar que assume valores entre -1 e 1. $\varphi = 1$ indica correlação perfeita entre as variáveis, $\varphi = 0$ indica que as variáveis não dependem linearmente uma da outra, e $\varphi = -1$ indica uma correlação inversamente perfeita entre as variáveis.

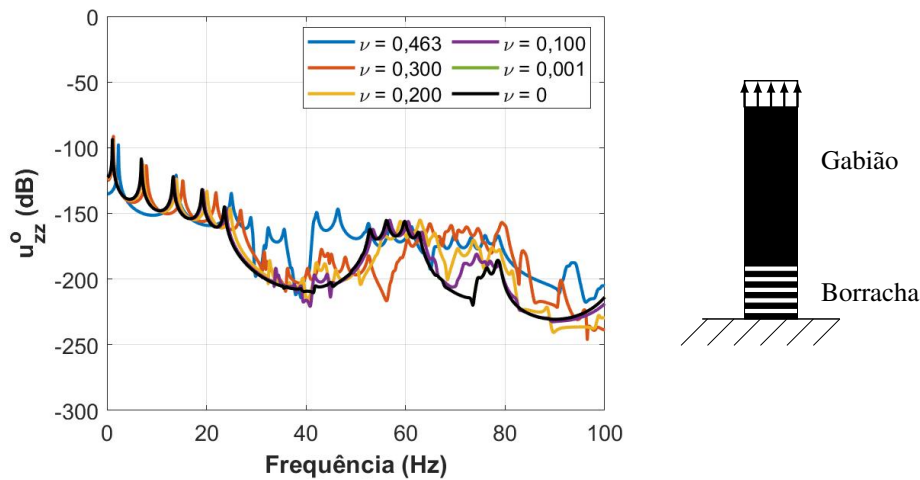


Figura 3.30 – Efeito do coeficiente de Poisson no deslocamento vertical na base da fundação sanduíche composta por gabião e borracha, considerando muros K bidimensionais do caso III.

A Tabela 3.4 mostra os coeficiente de correlação entre o deslocamento do muro K unidimensional de gabião (Fig. 3.28) e os deslocamentos do muro K bidimensional de gabião estudado nesta seção (Fig. 3.30). Nota-se que a redução do valor do coeficiente de Poisson resulta no aumento da correlação entre as respostas 1D e 2D, atingindo quase uma correlação perfeita quando $\nu = 0$. Esses resultados indicam que estruturas esbeltas, como muros, compostas por materiais com baixo coeficiente de Poisson podem ser modeladas utilizando métodos numéricos unidimensionais, que são em geral mais simples, para estruturas periódicas, possibilitando a identificação de *bandgaps*.

Tabela 3.4 – Coeficiente de correlação entre as respostas do caso 2D e a resposta do caso 1D.

ν	0	0,001	0,100	0,200	0,300	0,463
ρ	0,9900	0,9899	0,9696	0,9080	0,7271	0,7934

3.2.2 Acoplamento com o solo em repouso

Com o objetivo de verificar o efeito do solo na resposta da estrutura, os resultados são apresentados em termos do deslocamento vertical normalizado (Eq. 3.3).

$$u_{zz}^{\Delta} = 20 \log_{10} \left| \frac{u_{zz}(\omega)}{u_{zz}(\omega = 0)} \right| (dB), \quad (3.3)$$

onde $u_{zz}(\omega)$ e $u_{zz}(\omega = 0)$ são os deslocamentos correspondentes aos casos dinâmico e estático, respectivamente, do sistema. O deslocamento normalizado permite comparar a magnitude do deslocamento de cada caso sem que as suas características iniciais interfiram nos resultados.

A Figura 3.31 mostra a resposta de muros K com estruturas de gabião e concreto, e fundações compostas de combinações de gabião com borracha e concreto com borracha para os casos da base rígida (Fig. 3.27a) e solo em repouso (Fig. 3.27b), respectivamente.

A partir das Figuras 3.31a e 3.31b, observa-se que o solo tem o efeito de suavizar a resposta do sistema e reduzir a amplitude dessa resposta, atenuando assim um pouco da vibração. Além disso, nota-se que a posição dos *bandgaps* não é alterada pela presença do solo, indicando que apenas as dimensões e propriedades da estrutura influenciam na aparição dessas bandas de frequência onde as ondas não são propagadas.

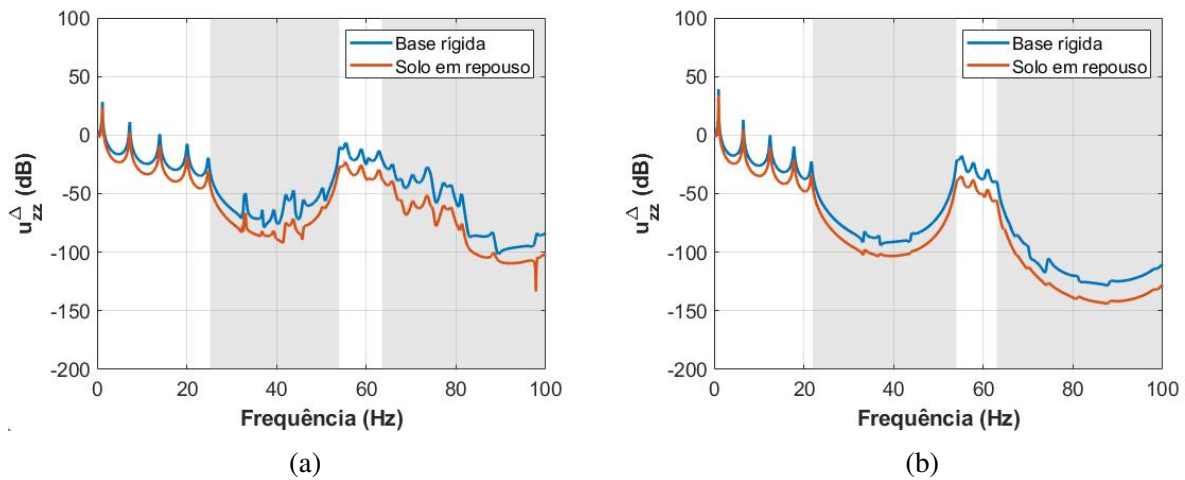


Figura 3.31 – Deslocamento vertical normalizado da base de muros K com (a) estrutura de gabião e fundação sanduíche composta de gabião e borracha, e (b) estrutura de concreto e fundação sanduíche composta de concreto e borracha, considerando os casos de base rígida e solo em repouso.

3.2.3 Acoplamento com o solo excitado

Assim como para as placas estudadas nos casos I e II, o cálculo da *insertion loss* dos muros nos casos III e IV é fundamental para a análise do desempenho dessas estruturas na atenuação da vibração do solo. Foram medidos os deslocamentos na interface do muro com o solo ($x = 0$), e em pontos atrás da área de instalação do muro ($d_P = 5, 10, 20$ m). Muros G, H, I e J de gabião e concreto, assim como muros K de gabião com borracha, e concreto com borracha foram considerados.

3.2.3.1 *Insertion loss* devido à onda de Rayleigh

As Figuras 3.32 e 3.33 apresentam a *insertion loss* horizontal e vertical provida por muros K com estrutura de gabião e concreto, respectivamente, e fundação com camadas de borracha, considerando o Caso III (Fig. 2.2a).

Os resultados mostram que o desempenho dos muros com fundação sanduíche na atenuação da vibração, tanto vertical quanto horizontal, é baixo. Observa-se que as maiores atenuações ocorrem no ponto de instalação do muro de concreto com borracha, onde níveis que chegam próximo de 5 dB de redução na amplitude de vibração são obtidos (Figs. 3.33a e 3.33b). Nos pontos atrás do muro, no entanto, a atenuação é praticamente nula, tanto para pontos mais próximos quanto mais longes de todos os muros considerados.

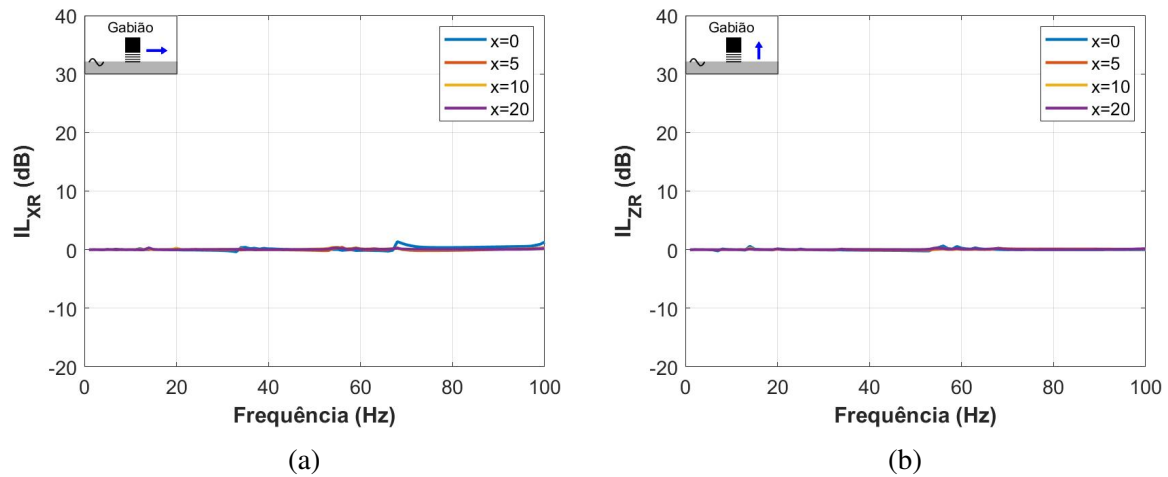


Figura 3.32 – *Insertion loss* (a) horizontal e (b) vertical gerada por um muro K com estrutura de gabião e fundação sanduíche composta de gabião e borracha, considerando o solo excitado por onda de Rayleigh.

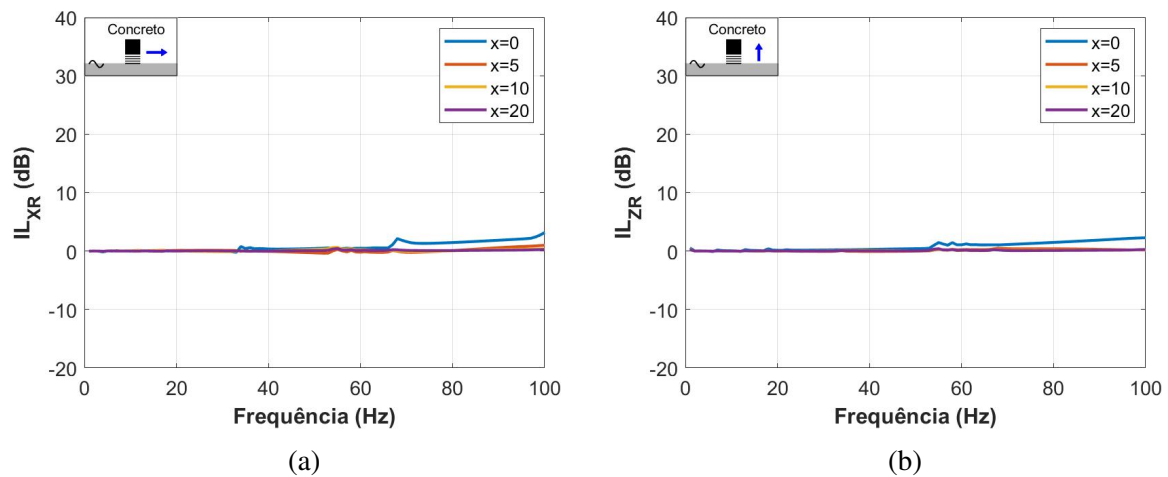


Figura 3.33 – *Insertion loss* (a) horizontal e (b) vertical gerada por um muro K com estrutura de concreto e fundação sanduíche composta de concreto e borracha, considerando o solo excitado por onda de Rayleigh.

As Figuras 3.34 e 3.35 mostram o desempenho de muros de gabião homogêneos – sem fundação –, de diferentes alturas, na atenuação da vibração horizontal e vertical. Comparando esses resultados com os apresentados nas Figuras 3.32a e 3.32b, fica evidente que o desempenho dos muros homogêneos é superior ao desempenho dos muros com fundações sanduíche em quase todo o espectro, exceto em algumas bandas específicas em que amplificações são observadas. No ponto de instalação, os muros mais altos geram as maiores atenuações, em ambas as direções do movimento, chegando à reduções de 30 dB na amplitude de vibração. Já atrás do ponto de instalação, todos os muros apresentam picos de atenuação e bandas de

frequência nas quais um apresenta a maior eficiência entre todos. Nesse caso, a maior atenuação observada é de, aproximadamente, 23 dB gerada pelo muro I na vibração horizontal.

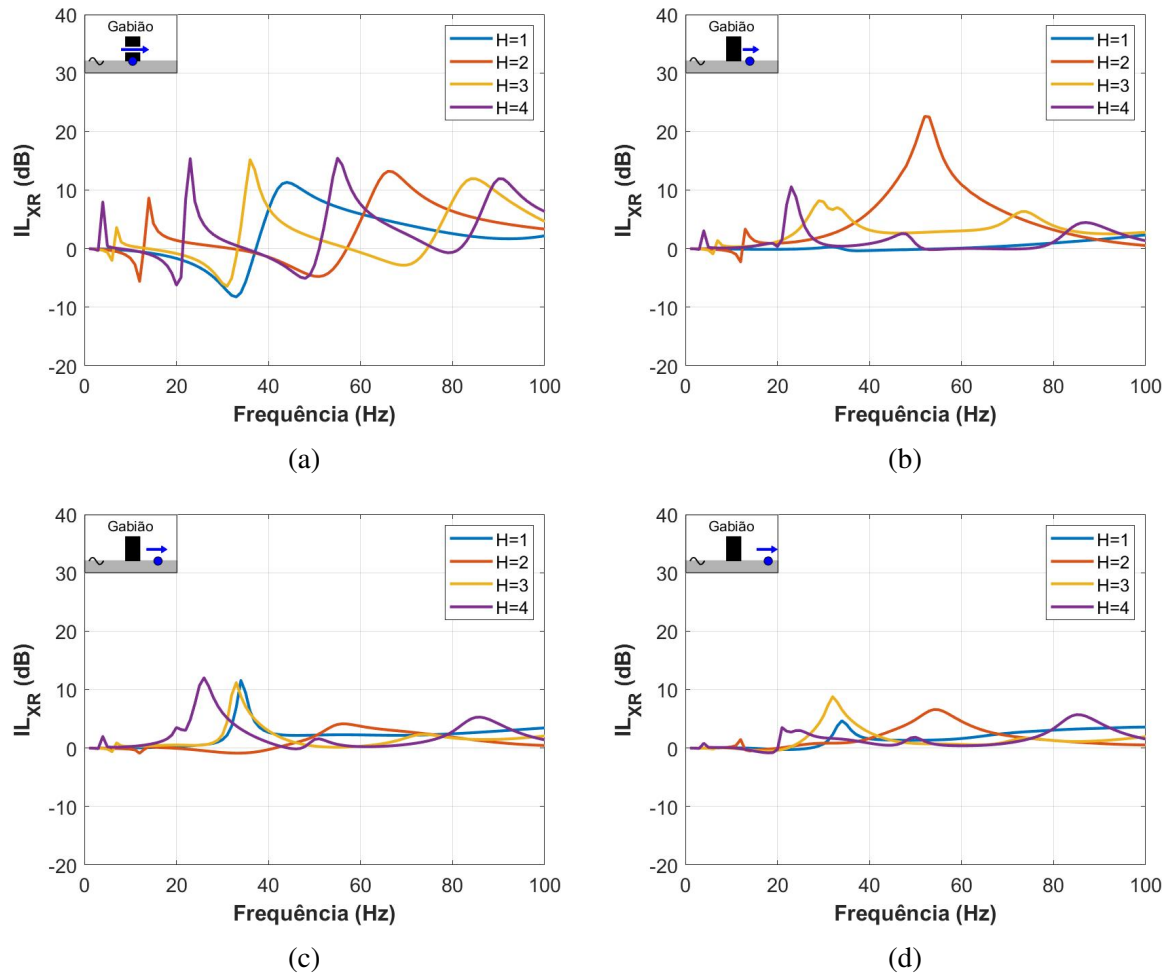


Figura 3.34 – *Insertion loss* horizontal em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m gerada por muros G, H, I e J de gabião, considerando o solo excitado por onda de Rayleigh.

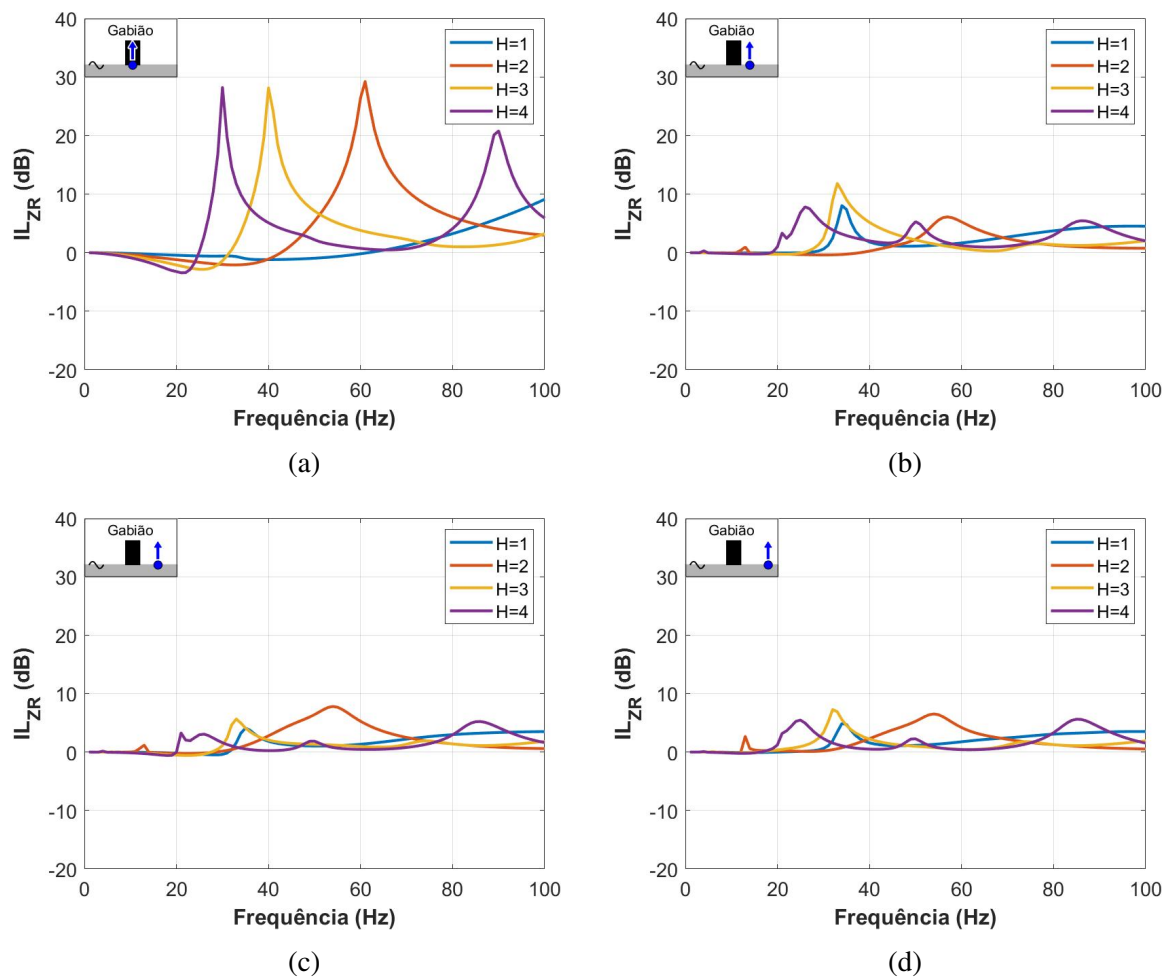


Figura 3.35 – *Insertion loss* vertical em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m gerada por muros G, H, I e J de gabião, considerando o solo excitado por onda de Rayleigh.

Os muros de concreto, assim como os de gabião, têm um desempenho melhor do que o muro K. As Figuras 3.36 e 3.37 mostram que muros de concreto mais altos, em geral, produzem maiores níveis de atenuação da vibração atrás do seu ponto de instalação. O muro J, por exemplo, alcança uma redução de mais de 35 dB na amplitude da vibração horizontal, e em torno de 8 dB na amplitude da vibração vertical atrás do ponto de instalação. No ponto de instalação, observa-se que quanto maior é o muro, maior é a atenuação nas frequências mais altas. O muro J, por exemplo, gera uma redução de 10 dB na vibração horizontal, e 18 dB na vibração vertical, ambas em 100 Hz.

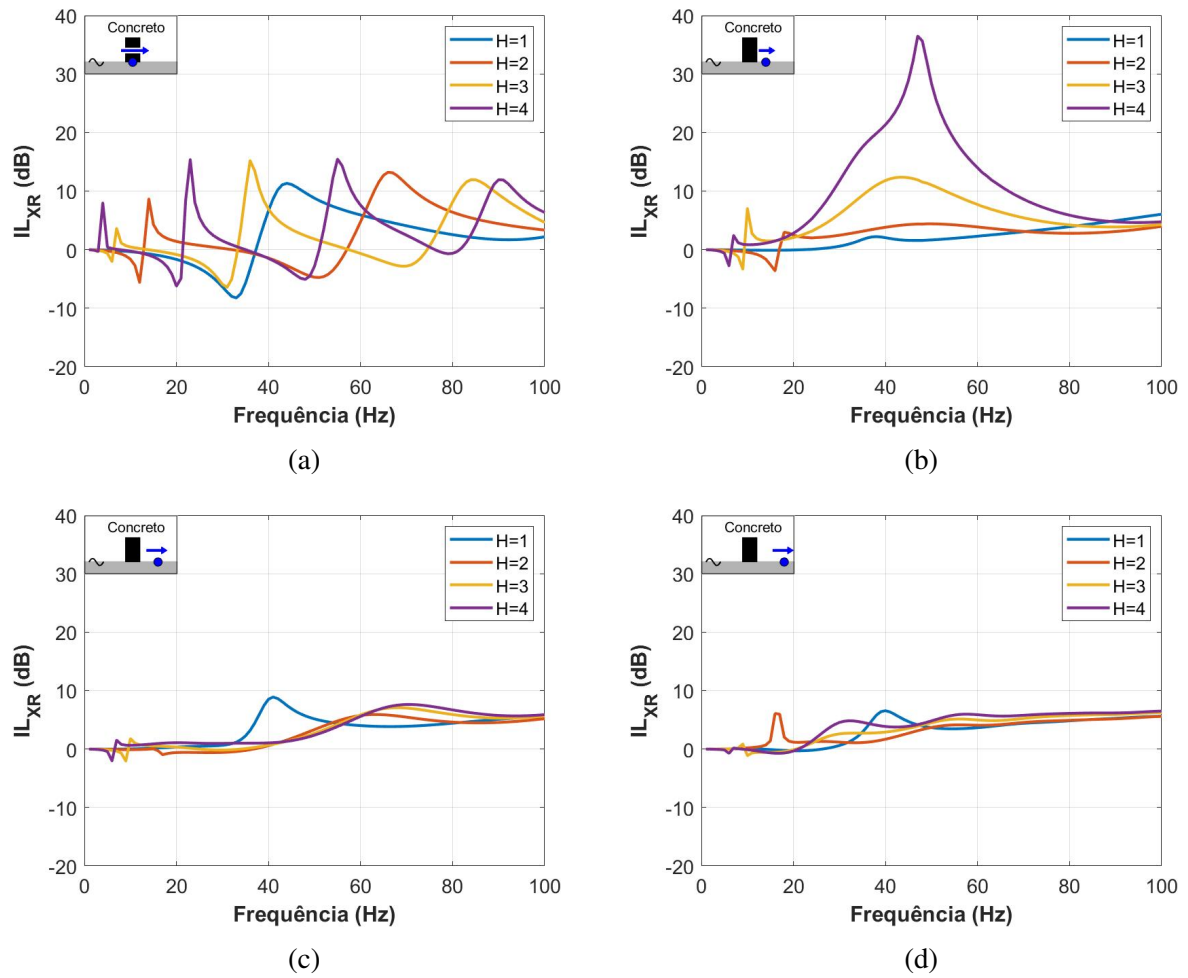


Figura 3.36 – *Insertion loss* horizontal em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m gerada por muros G, H, I e J de concreto, considerando o solo excitado por onda de Rayleigh.

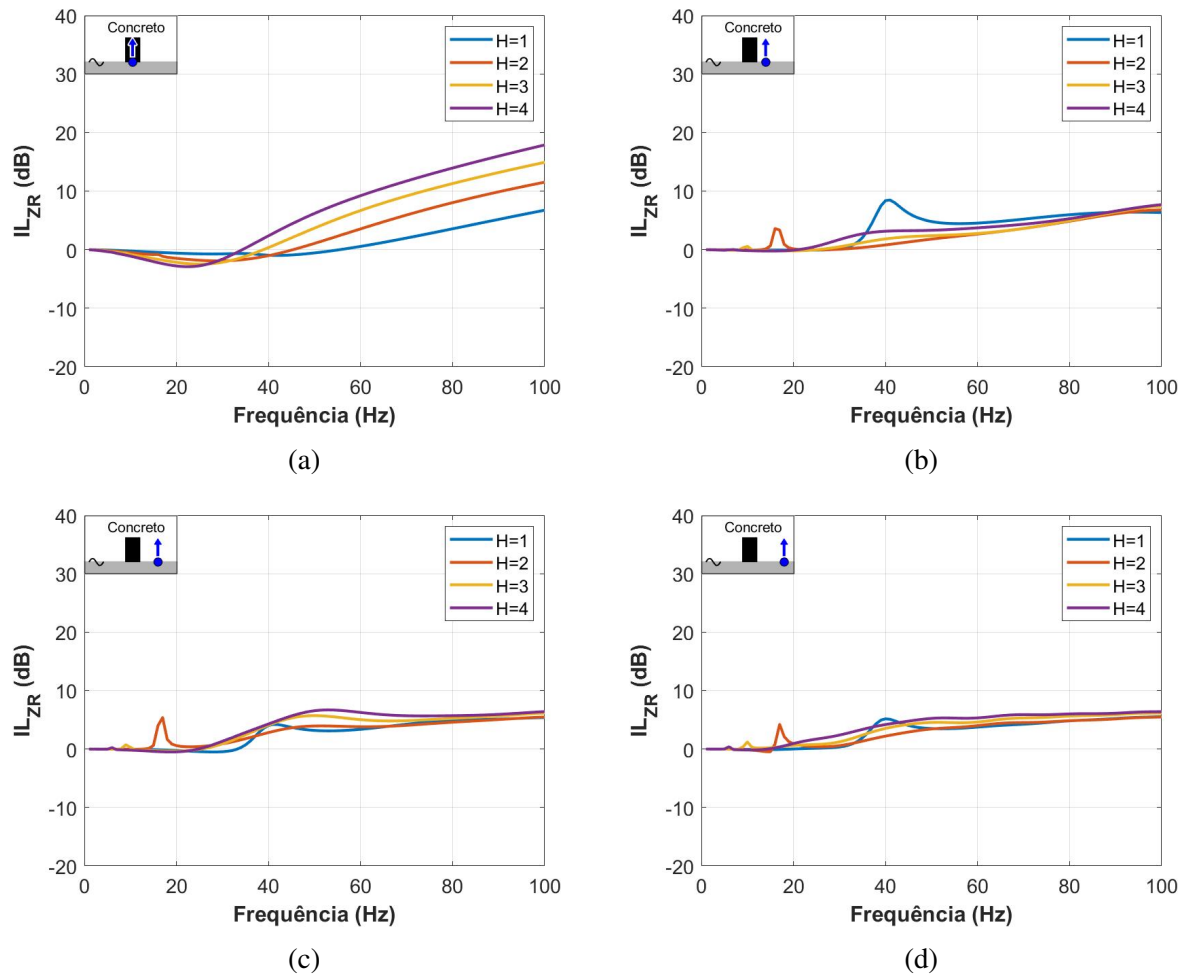


Figura 3.37 – *Insertion loss* vertical em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m gerada por muros G, H, I e J de concreto, considerando o solo excitado por onda de Rayleigh.

3.2.3.2 *Insertion loss* devido à carga de superfície

As Figuras 3.38 e 3.39 apresentam a *insertion loss* horizontal e vertical provida por muros K com estrutura de gabião e concreto, respectivamente, e fundação com camadas de borracha, considerando o Caso IV (Fig. 2.2b).

Os resultados indicam um comportamento bastante semelhante ao apresentado pelo caso anterior, no qual o desempenho dos muros é praticamente neutro por não gerar atenuações ou amplificações significativas.

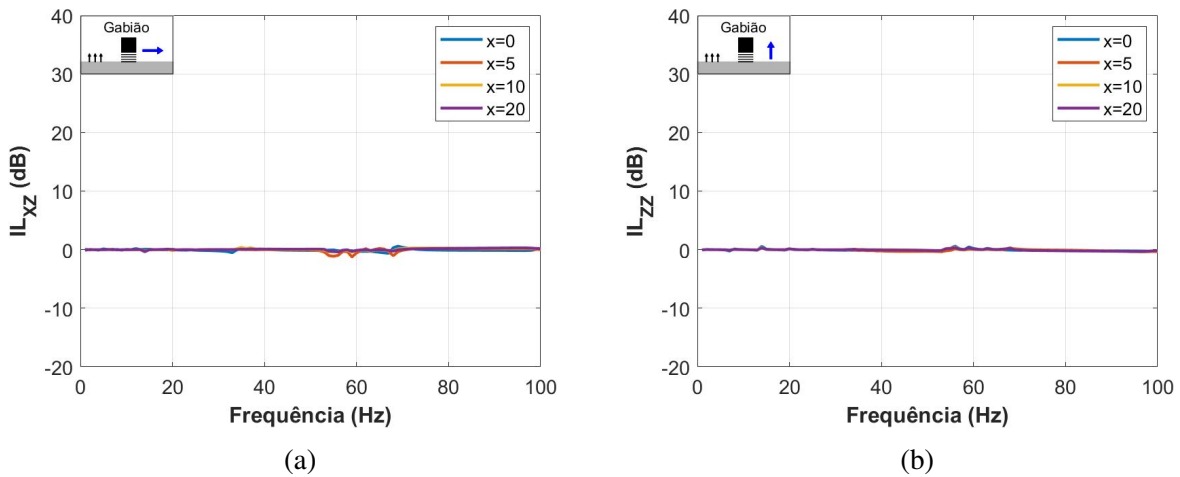


Figura 3.38 – *Insertion loss* (a) horizontal e (b) vertical gerada por um muro K com estrutura de gabião e fundação sanduíche composta de gabião e borracha, considerando o solo excitado por carga harmônica de superfície.

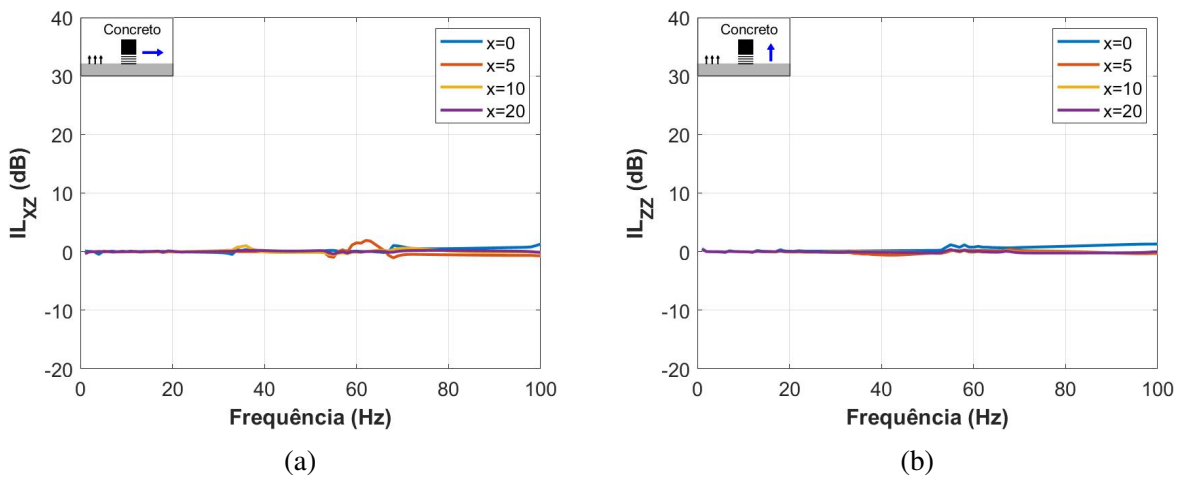


Figura 3.39 – *Insertion loss* (a) horizontal e (b) vertical gerada por um muro K com estrutura de concreto e fundação sanduíche composta de concreto e borracha, considerando o solo excitado por carga harmônica de superfície.

As Figuras 3.40 e 3.41 mostram o desempenho de muros de gabião homogêneos – sem fundação –, de diferentes alturas, na atenuação da vibração horizontal e vertical.

A partir da Figura 3.40, observa-se que, diferentemente do desempenho devido às ondas de Rayleigh (Fig. 3.32a), os muros excitados por cargas harmônicas de superfície geram amplificação de vibração horizontal, atrás do seu ponto de instalação, na maior parte do espectro de frequência, e um desempenho pior no ponto de instalação nas baixas frequências. A vibração vertical (Fig. 3.41), por sua vez, apresenta uma melhora no nível de atenuação atrás do muro, alcançando reduções superiores à 30 dB com as placas H e I. No ponto de instalação, no entanto, o nível de atenuação se manteve quase inalterado.

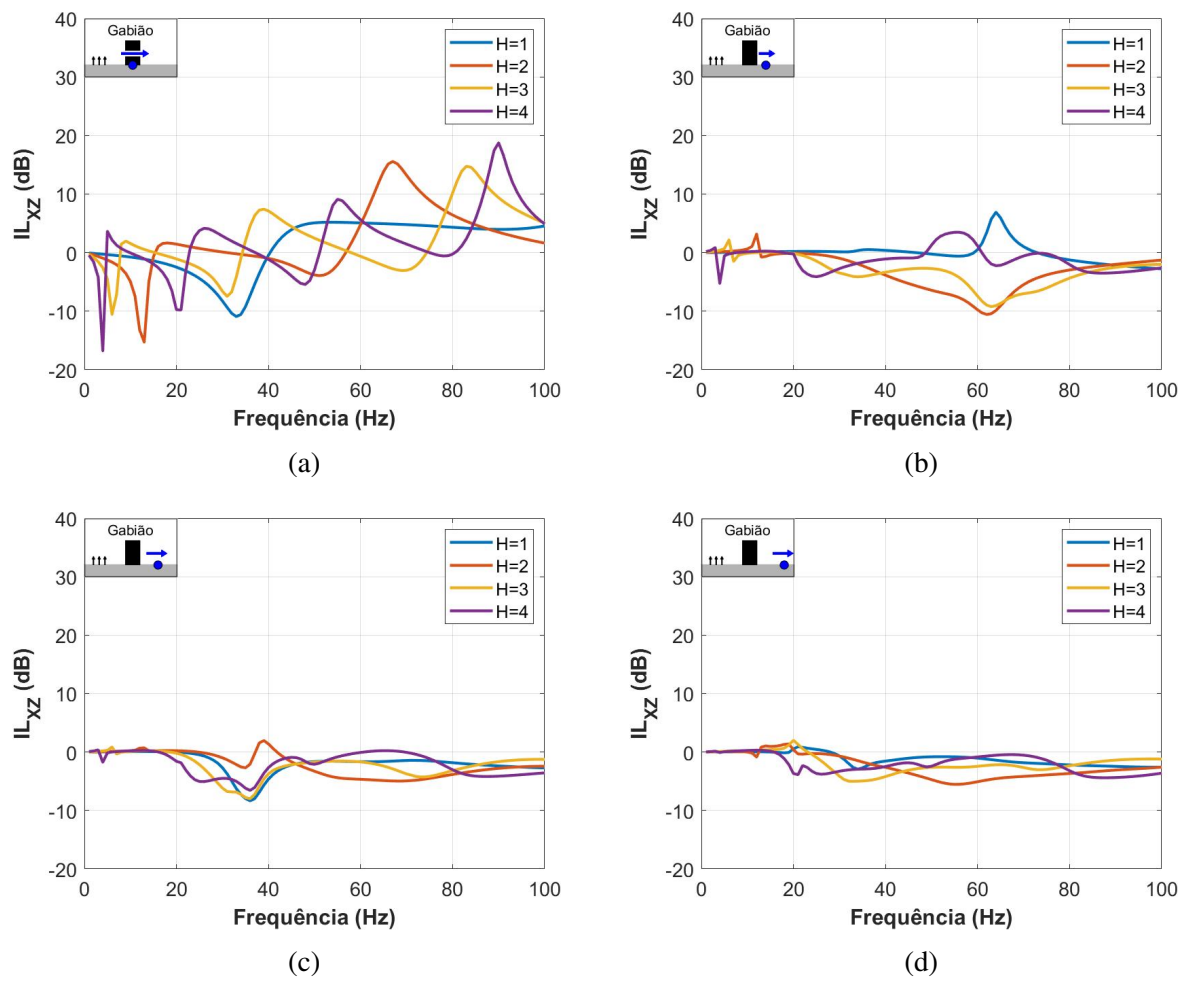


Figura 3.40 – *Insertion loss* horizontal em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m gerada por muros J de gabião, considerando o solo excitado por carga harmônica de superfície.

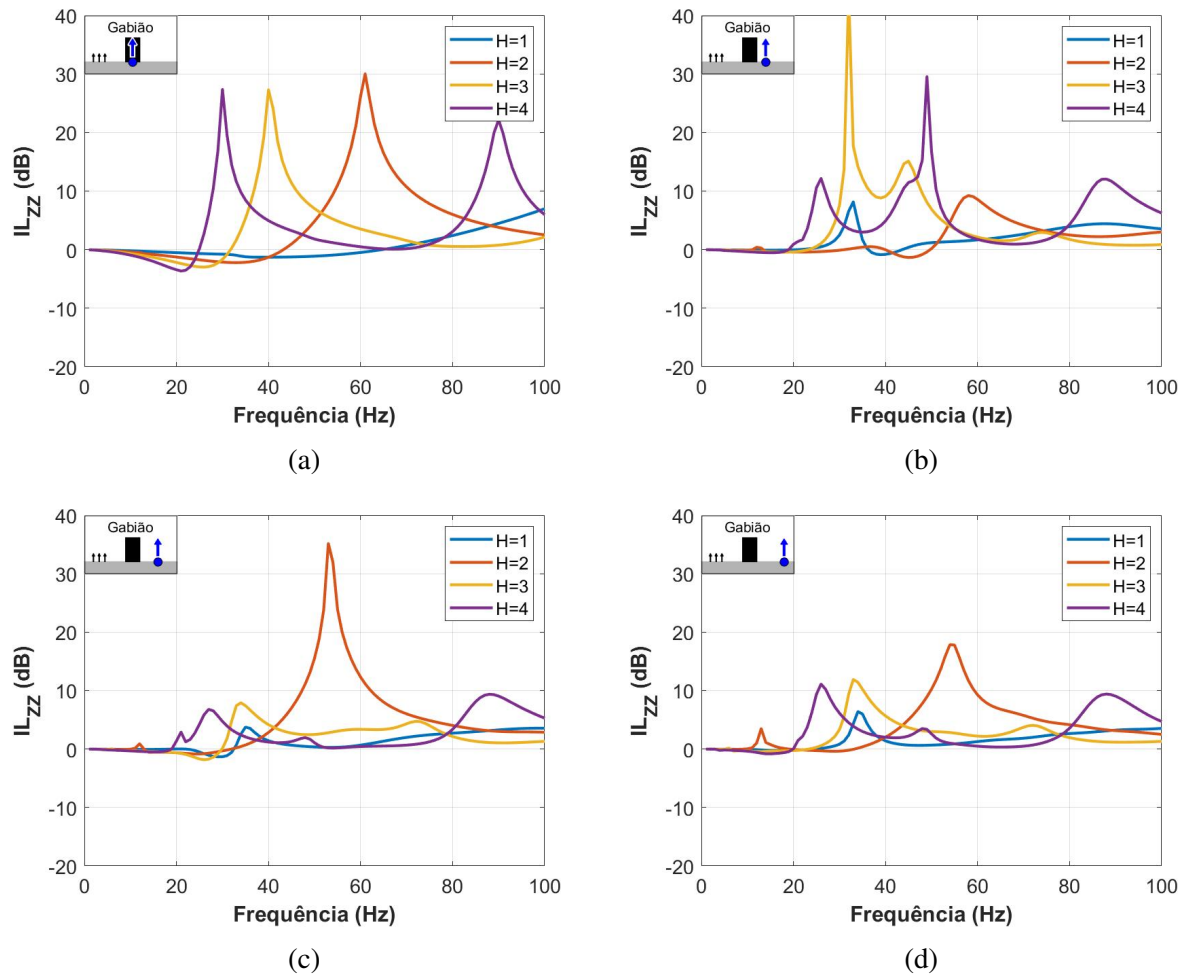


Figura 3.41 – *Insertion loss* vertical em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m gerada por muros J de gabião, considerando o solo excitado por carga harmônica de superfície.

De forma muito semelhante, os muros de concreto apresentam um desempenho pior na atenuação da vibração horizontal, onde a amplificação da vibração é observada em todo o espectro de frequência (Fig. 3.42), e o desempenho na atenuação da vibração vertical é superior, onde níveis de atenuação significativos são obtidos para todos os muros considerados (Fig. 3.43). Além disso, o efeito da altura dos muros fica mais claro no caso da excitação com carga de superfície, o qual aponta que quanto maior é o muro, maior é a atenuação gerada.

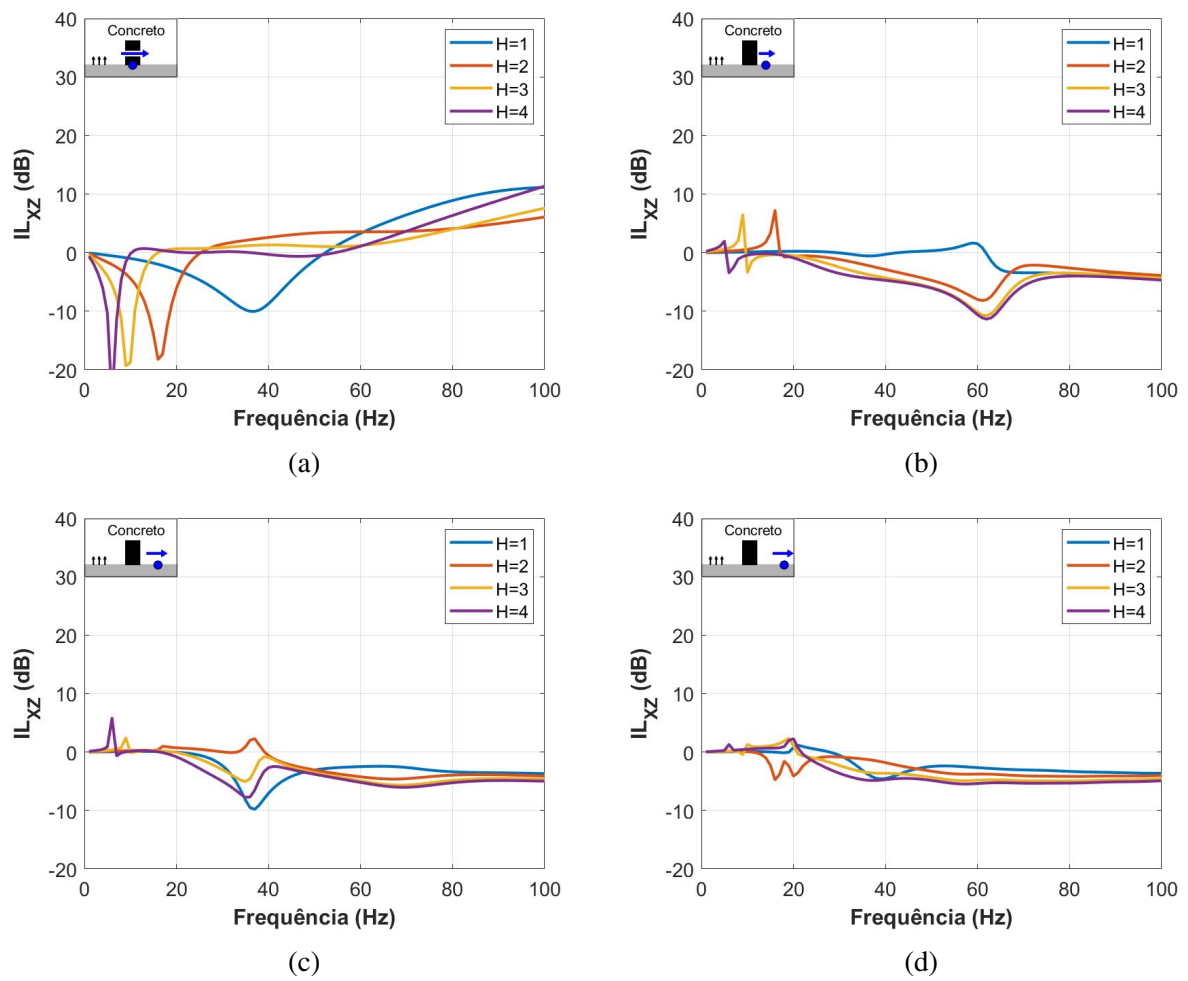


Figura 3.42 – *Insertion loss* horizontal em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m gerada por muros J de concreto, considerando o solo excitado por carga harmônica de superfície.

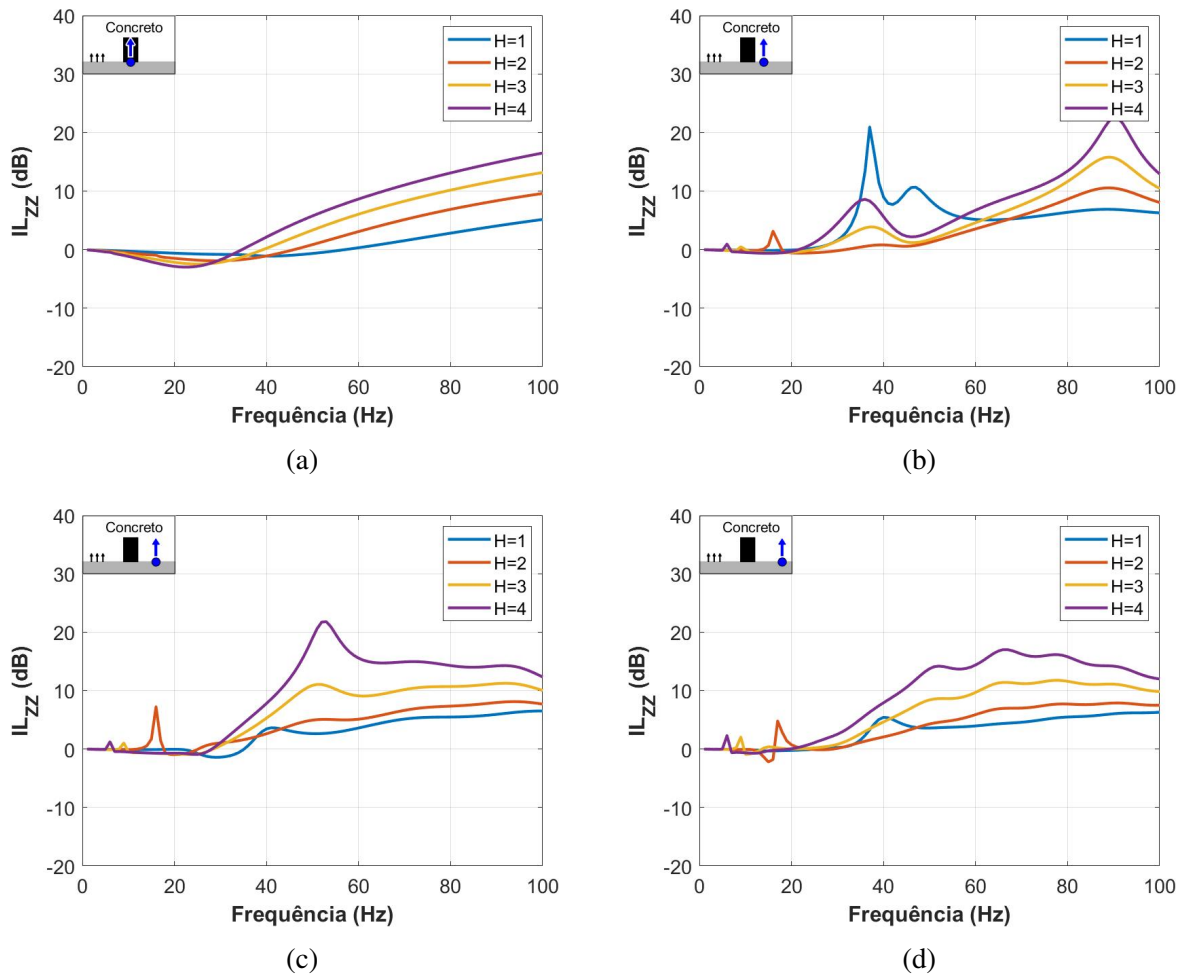


Figura 3.43 – *Insertion loss* vertical em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m gerada por muros J de concreto, considerando o solo excitado por carga harmônica de superfície.

3.2.4 Análise temporal

Até este ponto, todos os resultados foram apresentados no domínio da frequência, onde os deslocamentos do solo são função de sua frequência de excitação. Os resultados a seguir são apresentados no domínio do tempo, no qual os deslocamentos resultantes de uma carga harmônica uniforme de superfície são função do tempo decorrido a partir da início do fenômeno, como se um observador fosse posicionado no ponto de medição e acompanhasse a dinâmica desse ponto ao longo da duração do fenômeno de propagação da vibração.

As Figuras 3.44 e 3.45 apresentam o deslocamento horizontal e vertical do solo devido à presença e ausência do muro K, com estrutura de gabião e fundação sanduíche composta de gabião e borracha, medidos em diferentes pontos ao longo da superfície do solo. Os resultados mostram que, em geral, o deslocamento vertical possui maior magnitude do que o

deslocamento horizontal. Além disso, observa-se que, assim como era esperado, os picos de deslocamento do solo estão associados à chegada das frentes de onda de compressão (primeira onda) e cisalhamento (segunda onda). Nota-se ainda que a resposta do solo com a presença do muro é muito semelhante à resposta sem a presença do muro em todos os pontos do solo medido, o que indica que o efeito de atenuação do muro com fundação sanduichada é muito pequeno, corroborando com o que é observado no domínio da frequência.

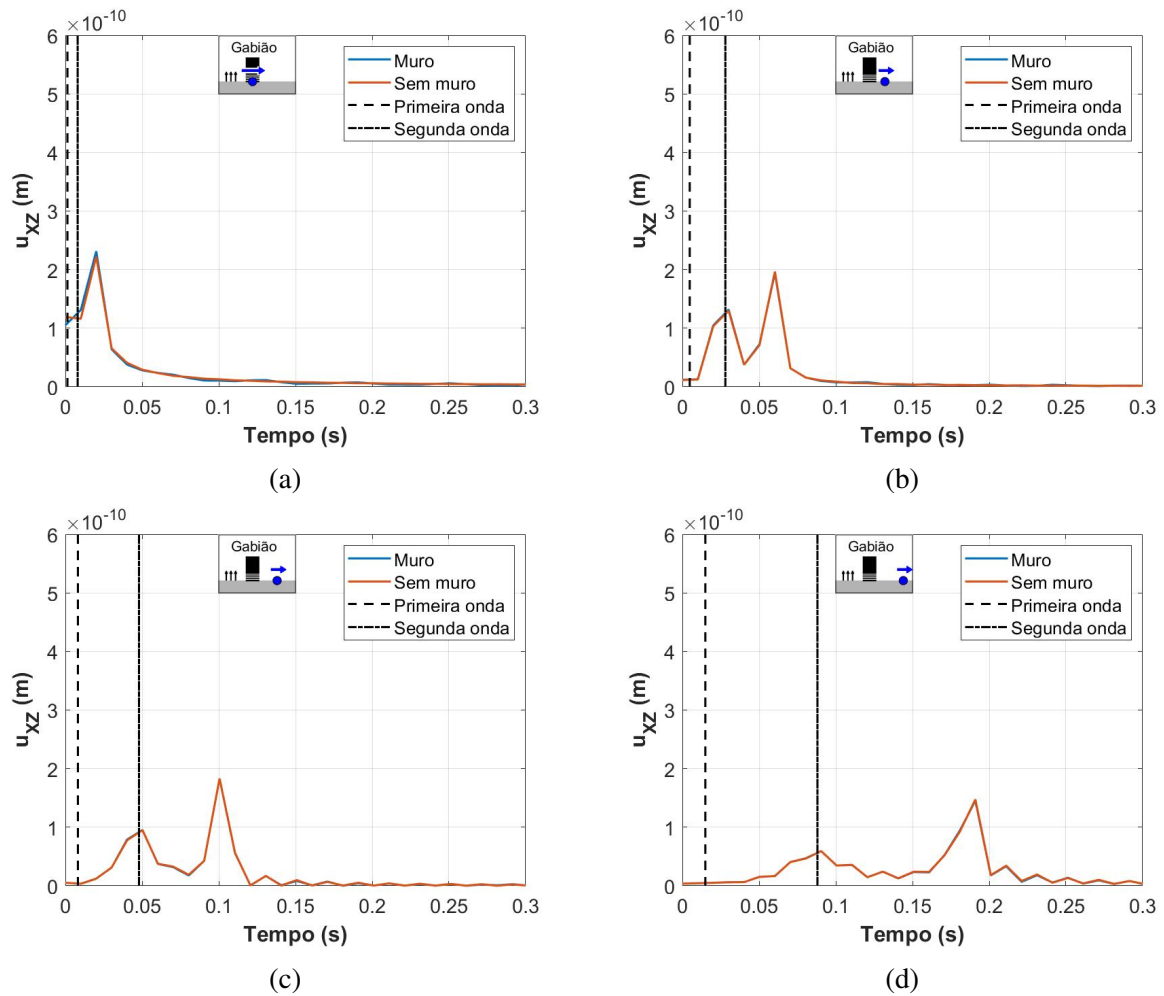


Figura 3.44 – Deslocamento horizontal em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m para muros K de gabião com fundação sanduíche composta de gabião e borracha.

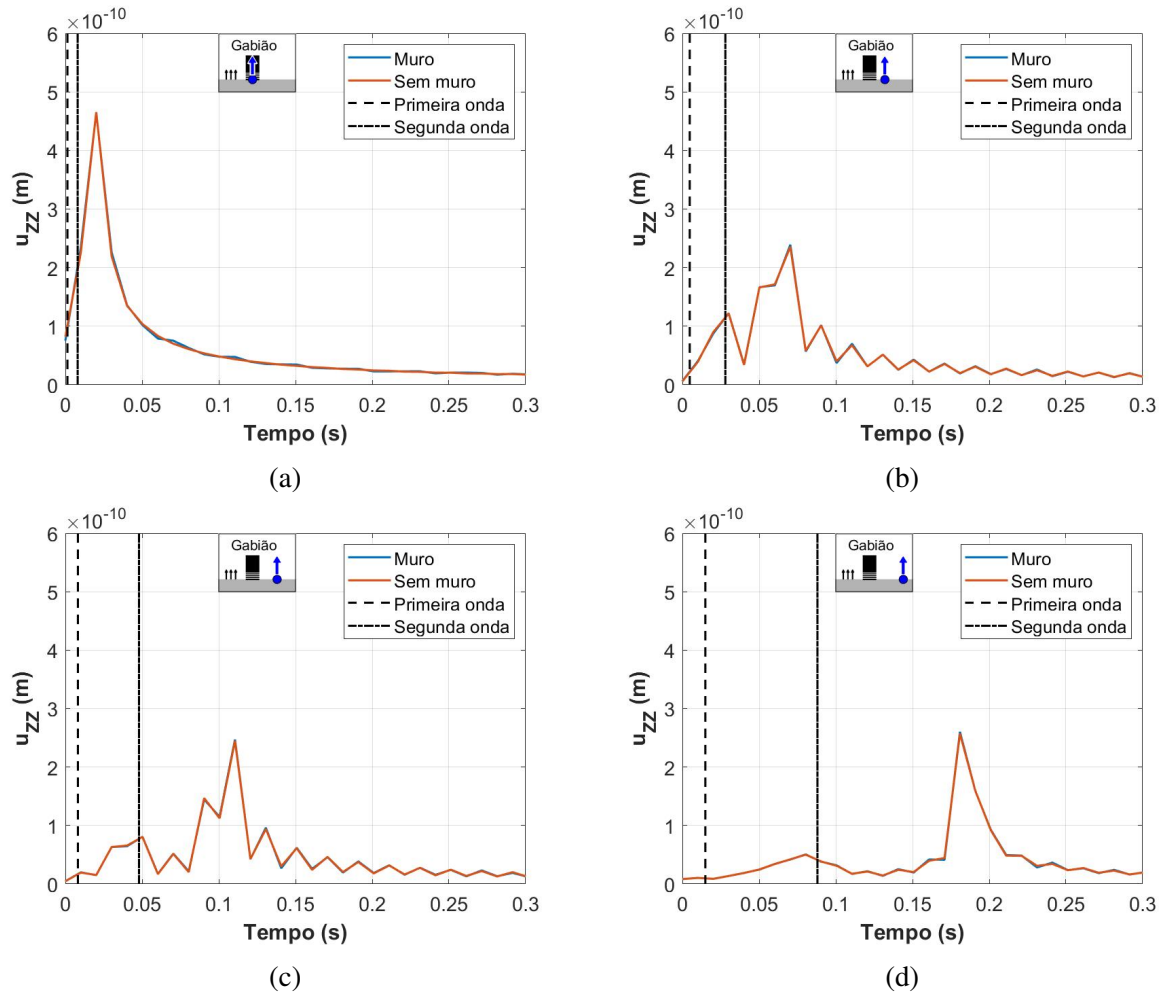


Figura 3.45 – Deslocamento vertical em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m para muros K de gabião com fundação sanduíche composta de gabião e borracha.

As Figuras 3.46 e 3.47 apresentam o deslocamento horizontal e vertical do solo devido à presença e ausência do muro K, com estrutura agora de concreto e fundação sanduíche composta de concreto e borracha. Os resultados mostram que a mudança do material da estrutura e da fundação quase não alterou a resposta do solo. Houve apenas um pequeno aumento, quase imperceptível e praticamente desprezível, na amplitude do deslocamento.

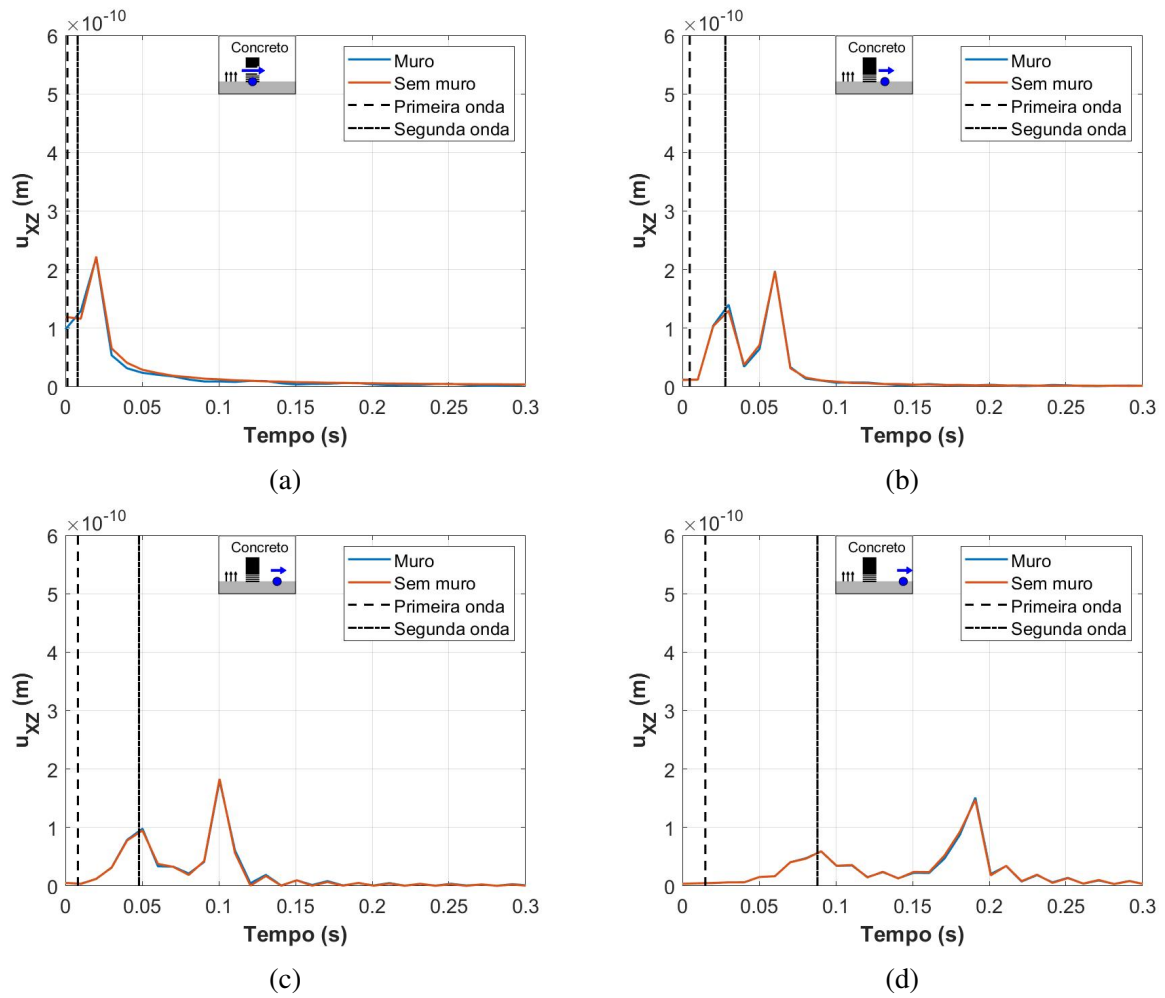


Figura 3.46 – Deslocamento horizontal em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m para muros K de concreto com fundação sanduíche composta de concreto e borracha.

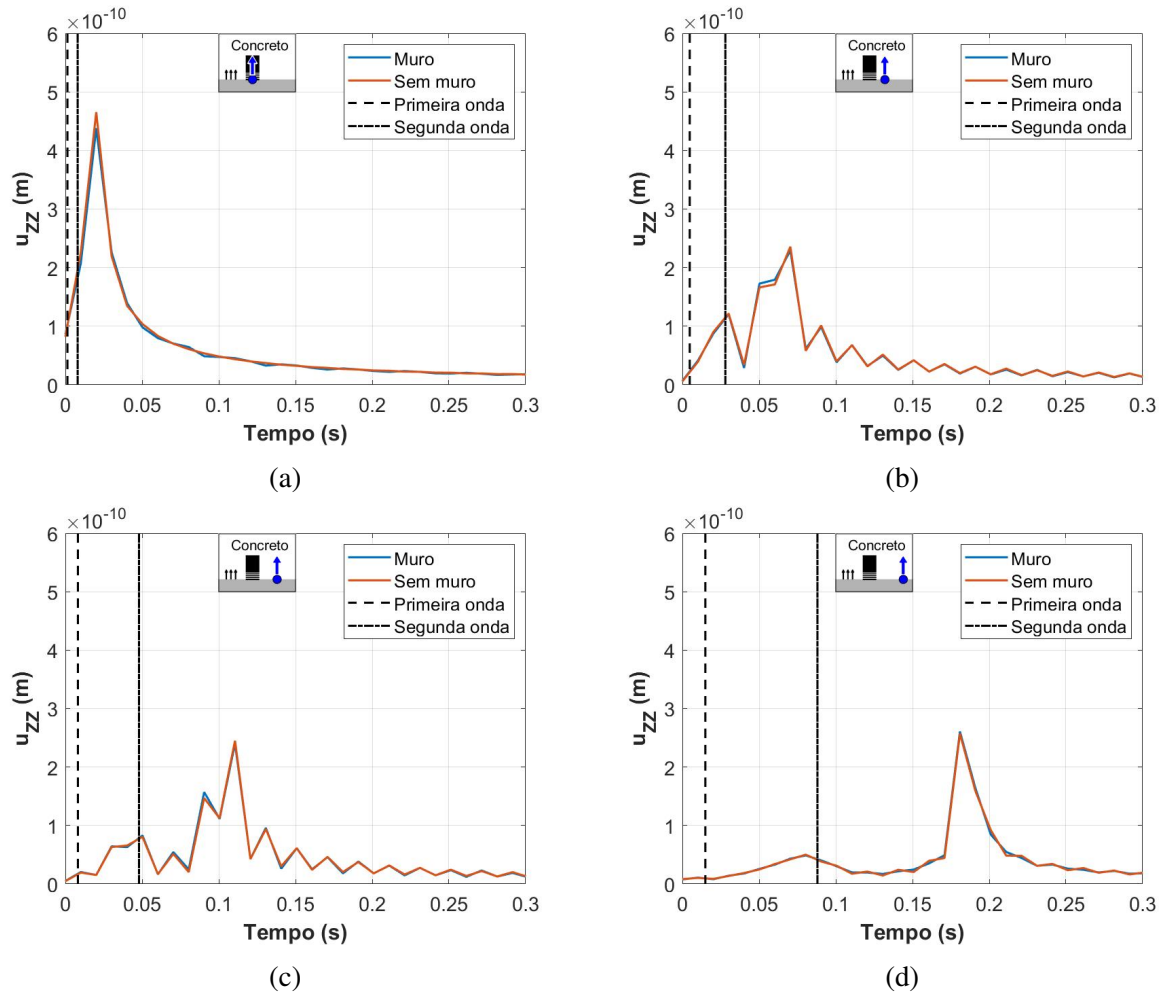


Figura 3.47 – Deslocamento vertical em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m para muros K de concreto com fundação sanduíche composta de concreto e borracha.

As Figuras 3.48 à 3.51 apresentam o deslocamento horizontal e vertical do solo devido à presença e ausência dos muros G, H, I e J, os quais representam estruturas homogêneas e sem fundação, compostos de gabião e concreto. Os resultados mostram que a presença do muro homogêneo reduz os picos de deslocamento vertical do solo e, em geral, atenua sua amplitude no restante da resposta. Já no caso horizontal, nota-se que na interface o muro gera atenuação no pico de vibração, porém, em pontos atrás da estrutura, a presença do muro causa amplificação da vibração. Além disso, a altura dos muros também influenciam o nível de atenuação obtido. No caso da vibração vertical, fica evidente que o aumento da altura H do muro resulta em maiores atenuações ao longo de todo o intervalo de tempo do fenômeno. No caso da vibração horizontal, por outro lado, a influência de H parece ser o contrário, onde o aumento da altura do muro gera um aumento na amplitude dos picos de vibração.

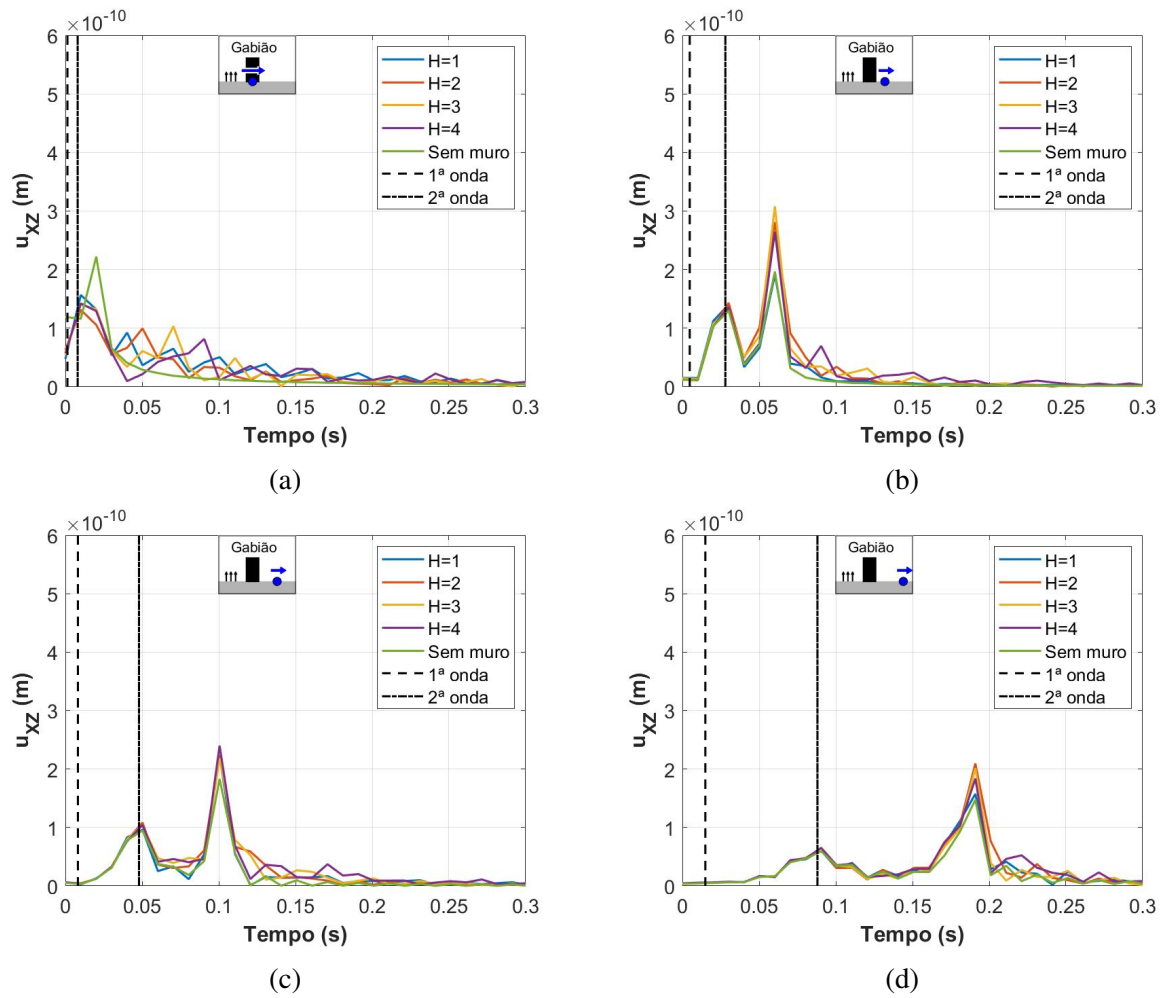
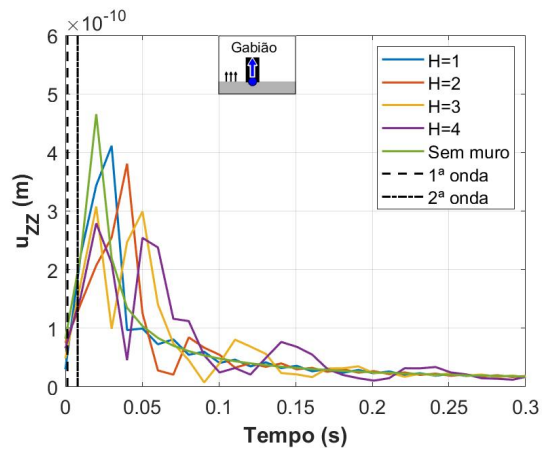
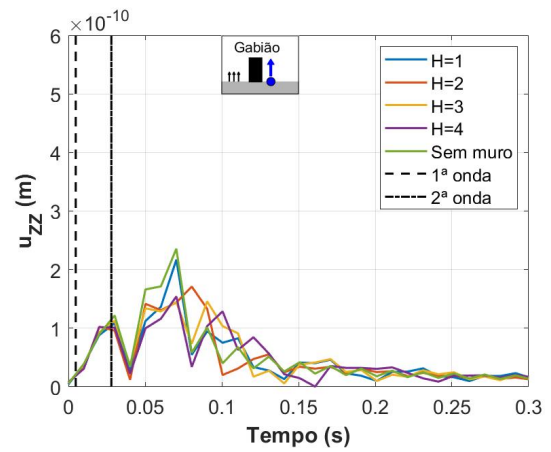


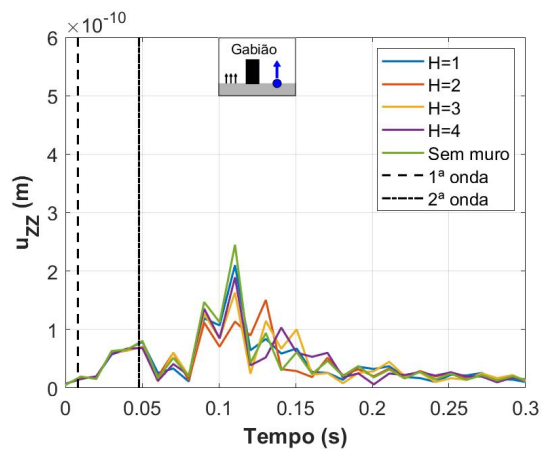
Figura 3.48 – Deslocamento horizontal em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m para muros G, H, I e J de gabião.



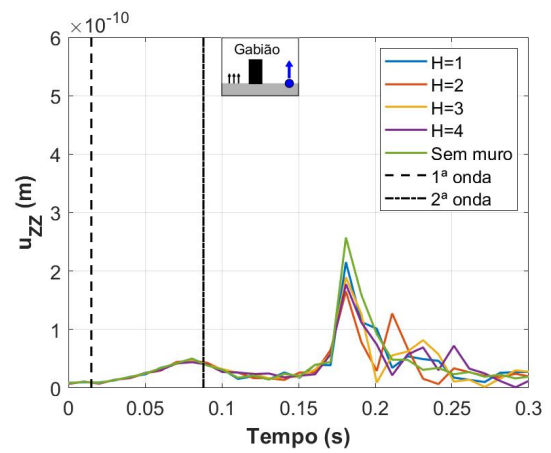
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 3.49 – Deslocamento vertical em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m para muros G, H, I e J de gabião.

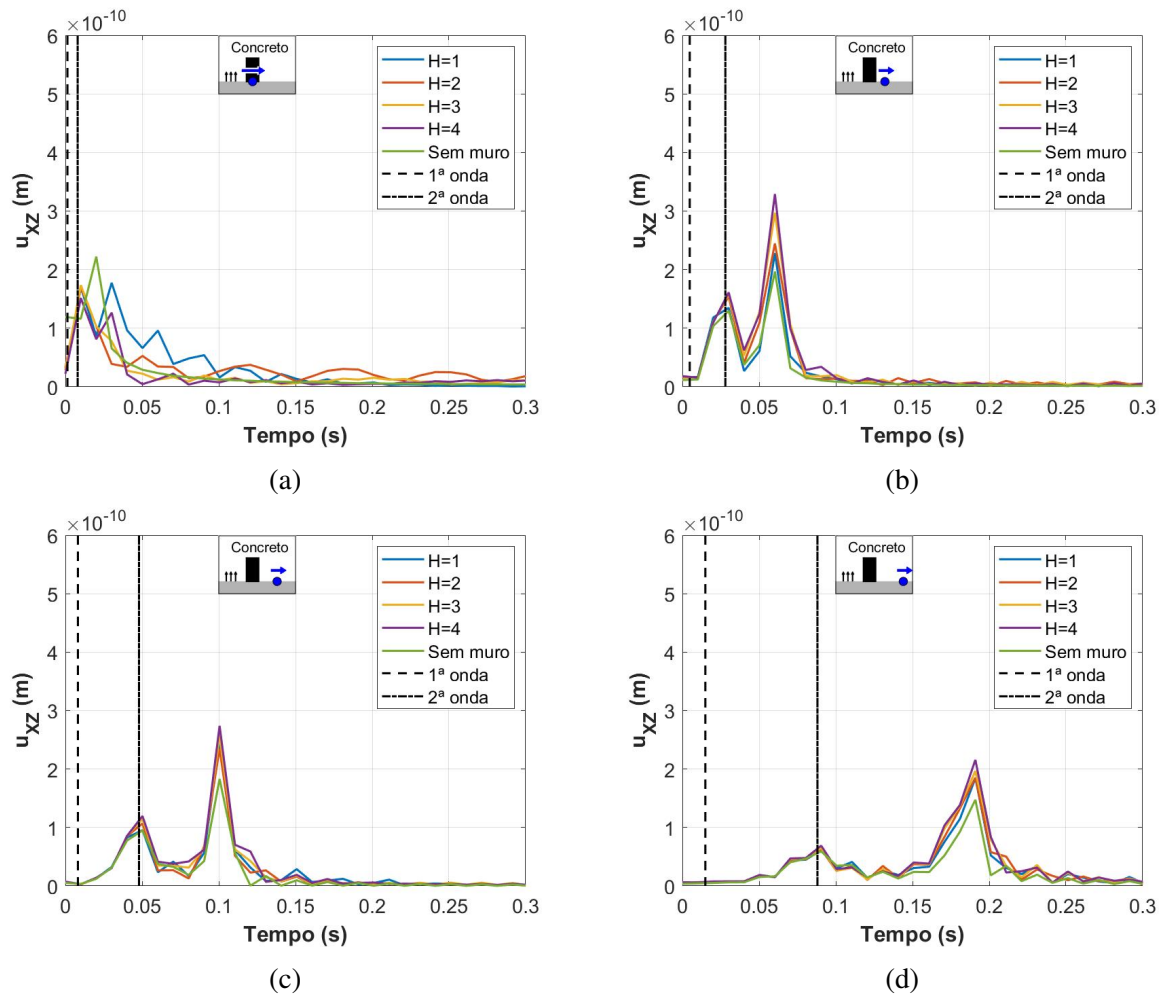
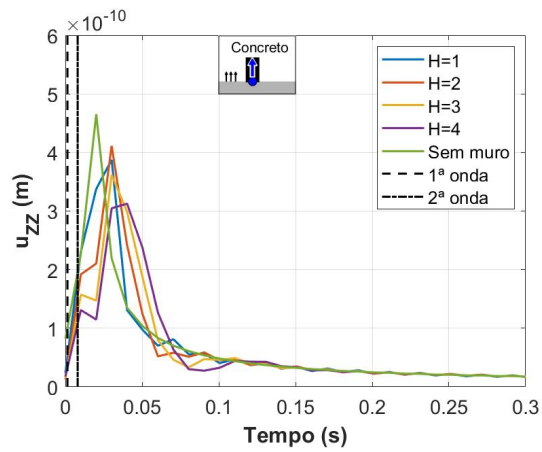
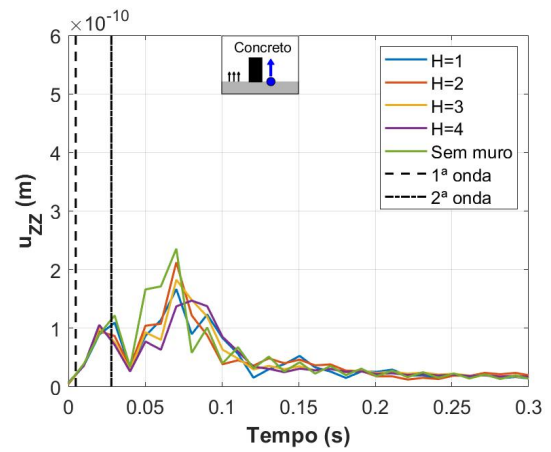


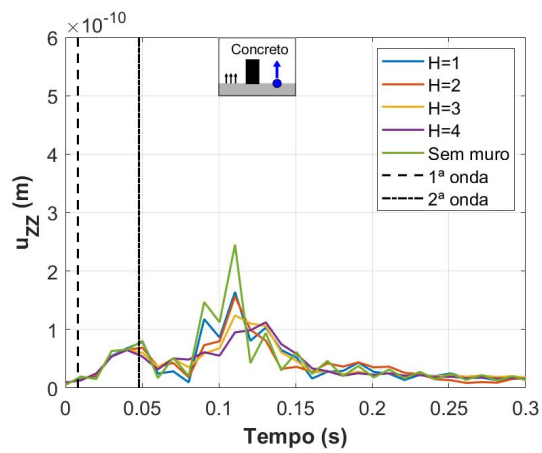
Figura 3.50 – Deslocamento horizontal em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m para muros G, H, I e J de concreto.



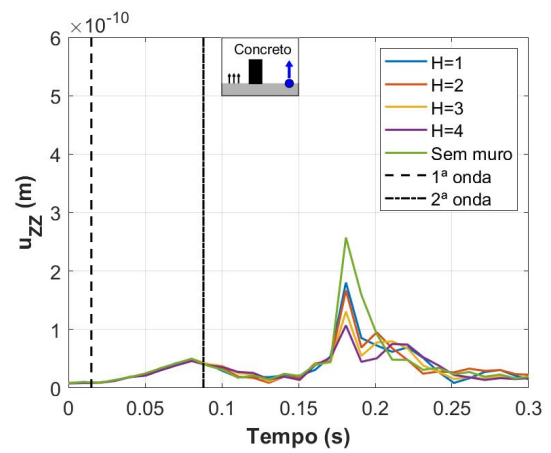
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 3.51 – Deslocamento vertical em (a) $x = 0$, (b) $x = 5$ m, (c) $x = 10$ m, e (d) $x = 20$ m para muros G, H, I e J de concreto.

4 CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou um estudo a respeito do desempenho de estruturas de superfície de diferentes dimensões e configurações na atenuação da vibração propagada ao longo de um solo homogêneo, linear-elástico e isotrópico. Um modelo da interação dinâmica do sistema solo-estrutura foi apresentado, no qual o contato entre os meios é feito através do acoplamento IBEM-FEM. Placas e muros de gabião e concreto, assim como muros com fundações sanduíche de gabião/concreto e borracha foram considerados. A análise das estruturas é feita no domínio da frequência, através da resposta harmônica das placas e muros, e no domínio do tempo, através da resposta transiente dos muros.

Placas de superfície de diferentes espessuras e larguras foram consideradas. Os resultados mostram que as placas são capazes de fornecer atenuação significativa da vibração, tanto na interface placa-solo quanto em pontos atrás da área de instalação dessa estrutura. Picos de atenuação da vibração de 40 dB podem ser obtidos por placas de gabião e concreto de determinadas dimensões, porém, nenhuma correlação clara entre os picos de atenuação e as dimensões das placas foi observada. Observou-se ainda que o aumento da espessura das placas, que resulta no aumento da massa, geraram um crescimento dos níveis de atenuação da vibração, e também que as placas de concreto, as quais são as mais rígidas e pesadas dentre os dois materiais, apresentaram maiores níveis de atenuação.

Muros de superfície, com e sem fundação sanduíche, foram analisados. A fundação sanduíche mostrou-se capaz de filtrar a vibração propagada através dela, funcionando como um elemento que isola tanto uma estrutura em repouso de um meio excitado quanto um meio em repouso de uma estrutura carregada. Em termos do emprego como barreira física de propagação de vibração, os muros com fundação sanduíche apresentam um desempenho baixo, onde a presença do muro é irrelevante para a dinâmica de propagação das ondas. Muros homogêneos, por outro lado, apresentam um desempenho consideravelmente melhor, no qual picos de atenuação derivados de muros de diferentes alturas são obtidos.

REFERÊNCIAS

- Álamo, G. M.; Bordón, J. D.; Aznarez, J. J.; Lombaert, G. The effectiveness of a pile barrier for vibration transmission in a soil stratum over a rigid bedrock. **Computers and Geotechnics**, 2019.
- Albino, C.; Godinho, L.; Amado Mendes, P.; Alves Costa, P.; Dias da Costa, D.; Soares Jr, D. 3D FEM analysis of the effect of buried phononic crystal barriers on vibration mitigation. **Engineering Structures**, 2019.
- Auersch, L. Response to harmonic wave excitation of finite or infinite elastic plates on a homogeneous or layered half-space. **Computers and Geotechnics**, 2013.
- Barros, P. L. A. **Elastodinâmica de Meios Transversalmente Isotrópicos: Funções de Green e o Método dos Elementos de Contorno na Análise da Interação Solo-Estrutura**. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), 1997.
- Bathe, K.-J. **Finite Element Procedures**. [S.l.]: Prentice Hall, 2006. ISBN 978-0-9790049-0-2.
- Bi, Z. Chapter 8 - applications—solid mechanics problems. In: Bi, Z. (Ed.). **Finite Element Analysis Applications**. [S.l.]: Academic Press, 2018. p. 281–339. ISBN 978-0-12-809952-0.
- Bittencourt, M. L. **Computational Solid Mechanics: Variational Formulation and High Order Approximation**. [S.l.]: CRC Press, 2015. ISBN 978-1-4822-4653-7.
- Bose, T.; Choudhury, D.; Sprengel, J.; Ziegler, M. Efficiency of open and infill trenches in mitigating groundborne vibrations. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2018.
- Carneiro, D.; Barros, P. L. A.; Labaki, J. Ground vibration attenuation performance of surface walls. **Computers and Geotechnics**, 2022.
- Carneiro, D. A. S. **Modelo de estruturas pesadas na superfície do solo como atenuadores de vibração**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), 2021.
- Casablanca, O.; Ventura, G.; Garesci, F.; Azzerboni, B.; Chiaia, B.; Chippini, M.; Finocchio, G. Seismic isolation of buildings using composite foundations based on metamaterials. **Journal of Applied Physics**, 2018.
- Cavalcante, I. **Integração numérica de funções de Green para meios estratificados**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), 2019.
- Christensen, R. M. **Theory of Viscoelasticity: Second Edition**. [S.l.]: Dover Publications, 2010.
- Colombi, A.; Roux, P.; Guenneau, S.; Gueguen, P.; Craster, R. V. Forests as a natural seismic metamaterial: Rayleigh wave bandgaps induced by local resonances. **Scientific Reports**, 2016.
- Connolly, D. P.; Marecki, G. P.; Kouroussis, G.; Thalassinakis, I.; Woodward, P. K. The growth of railway ground vibration problems – A review. **Science of the Total Environment**, 2015.

- Dhakal, R. P. Damage to non-structural components and contents in 2010 Darfield earthquake. **Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering**, 2010.
- Dijkmans, A.; Coulier, P.; Jiang, J.; Toward, M.; Thompson, D.; Degrande, G.; Lombaert, G. Mitigation of railway induced ground vibration by heavy masses next to the track. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 2015.
- Doyle, J. F. **Wave propagation in structures: spectral analysis using fast discrete Fourier transforms**. New York: [s.n.], 1997.
- Fairweather, G.; Karageorghis, A.; Martin, P. A. The method of fundamental solutions for scattering and radiation problems. **Engineering Analysis with Boundary Elements**, v. 27, n. 7, p. 759–769, 2003.
- Haddad, Y. M. **Mechanical behaviour of engineering materials: volume 2: dynamic loading and intelligent material systems**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2013.
- Herbut, A. Vibration mitigation efficiency of an inclined, curved, open trench. **PLoS ONE**, 2020.
- Kaewunruen, S.; Aikawa, A.; Remennikov, A. M. Vibration attenuation at rail joints through under sleeper pads. **Procedia Engineering**, 2017.
- Kaplan, H.; Bilgin, H.; Yilmaz, S.; Binici, H.; Öztas, A. Structural damages of L'Aquila (Italy) earthquake. **Nat. Hazards Earth Syst. Sci.**, 2010.
- Krylov, V. V. Control of traffic-induced ground vibrations by placing heavy masses on the ground surface. **Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control**, 2007.
- Labaki, J. **Vibration of Flexible and Rigid Plates on Transversely Isotropic Layered Media**. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), 2012.
- Masoumi, H.; Van Leuven, A.; Urbaniak, S. Mitigation of train induced vibrations by wave impeding blocks: numerical prediction and experimental validation. In: **Eurodyn 2014: Proceedings of the 9th International Conference on Structural Dynamics**. [S.l.]: Faculty of Engineering, 2014.
- Mhanna, M.; Shahrour, I.; Sadek, M.; Dunez, P. Efficiency of heavy mass technology in traffic vibration reduction: Experimental and numerical investigation. **Computer and Geotechnics**, 2014.
- Mitchell, J. K.; Soga, K. **Fundamentals of Soil Behavior**. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 2005. ISBN 0-471-46302-7.
- Nobrega, E. D.; Gautier, F.; Pelat, A.; Dos Santos, J. M. C. Vibration bandgaps for elastic metamaterial rods using wave finite element method. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 79, p. 192–202, 2016.
- Piessens, R.; Doncker-Kapenga, E.; Überhuber, C. W.; Kahaner, D. K. **Quadpack: A Subroutine Package for Automatic Integration**. [S.l.]: Springer Berlin, Heidelberg, 2012. ISBN 978-3-642-61786-7.
- Rao, S. **Vibrações mecânicas**. 4. ed. [S.l.]: Pearson Prentice Hall, 2008. ISBN 978-85-7605-200-5.

Richart, F. E.; Hall, J. R.; Woods, R. D. **Vibration of Soils and Foundations**. [S.l.]: Prentice-Hall Inc., 1970.

Sanitate, G.; Talbot, J. P. On the plate-like and layer-like response of slab foundations to ground-borne vibration. **Computers and Geotechnics**, 2019.

Wood, D. M. **Soil Behaviour and Critical State Soil Mechanics**. [S.l.]: Cambridge University Press, 1990. ISBN 0-521-33782-8.

Wood, D. M. **Geotechnical Modelling**. [S.l.]: Taylor & Francis, 2004. ISBN 0-419-23730-5.

Xiang, H. J.; Shi, Z. F.; Wang, S. J.; Mo, Y. L. Periodic materials-based vibration attenuation in layered foundations: experimental validation. **Smart Materials and Structures**, v. 21, n. 11, p. 112003, 2012.

Yan, Y.; Laskar, A.; Cheng, Z.; Menq, F.; Tang, Y.; Mo, Y. L.; Shi, Z. Seismic isolation of two dimensional periodic foundations. **Journal of Applied Physics**, v. 116, n. 4, p. 044908, 2014.