



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**

Faculdade de Engenharia Mecânica

**FLAIANNY BASTOS PACHÊCO**

**Propagação de Ondas em um Duto Acústico com  
Tubos em Ramificação Lateral Periódicos**

Campinas

2023

**FLAIANNY BASTOS PACHÊCO**

# **Propagação de Ondas em um Duto Acústico com Tubos em Ramificação Lateral Periódicos**

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, na Área de Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Orientador: Prof. Dr. José Maria Campos dos Santos

ESTE TRABALHO CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DEFENDIDA PELO ALUNO FLAIANNY BASTOS PACHÊCO, E ORIENTADA PELO PROF. DR. JOSÉ MARIA CAMPOS DOS SANTOS.

Campinas

2023

Ficha catalográfica  
Universidade Estadual de Campinas  
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura  
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

P115p Pacheco, Flaianny Bastos, 1994-  
Propagação de ondas em um duto acústico com tubos de ramificação lateral periódicos / Flaianny Bastos Pacheco. – Campinas, SP : [s.n.], 2023.

Orientador: José Maria Campos dos Santos.  
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Metamateriais. 2. Propagação de ondas. 3. Estruturas periódicas. 4. Tubos de ramificação lateral. 5. Ondas sonoras. I. Santos, José Maria Campos dos, 1953-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações Complementares

**Título em outro idioma:** Wave propagation in a acoustic duct with periodic side branch tubes

**Palavras-chave em inglês:**

Metamaterials

Wave propagation

Periodic structures

Side branch tubes

Sound waves

**Área de concentração:** Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

**Titulação:** Mestra em Engenharia Mecânica

**Banca examinadora:**

José Maria Campos dos Santos [Orientador]

Stelamaris Rolla Bertoli

Marcela Rodrigues Machado

**Data de defesa:** 07-02-2023

**Programa de Pós-Graduação:** Engenharia Mecânica

**Identificação e informações acadêmicas do(a) aluno(a)**

- ORCID do autor: <https://orcid.org/0000-0002-9212-6254>

- Currículo Lattes do autor: <https://lattes.cnpq.br/4404311787530926>

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

# **Propagação de Ondas em um Duto Acústico com Tubos em Ramificação Lateral Periódicos**

Autor: Flaianny Bastos Pachêco

Orientador: Prof. Dr. José Maria Campos dos Santos

Coorientador:

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação de Mestrado:

**Prof. Dr. José Maria Campos dos Santos**  
**DMC/Faculdade de Engenharia Mecânica/UNICAMP**

**Prof. Dra. Stelamaris Rolla Bertoli**  
**DAC/Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo/UNICAMP**

**Prof. Dra. Marcela Rodrigues Machado**  
**DEM/Faculdade de Tecnologia/UnB**

A Ata de Defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no SIGA/Sistema de Fluxo de Dissertação/Tese e na Secretaria do Programa da Unidade.

Campinas, 07 de fevereiro de 2023

## **DEDICATÓRIA**

Dedico essa dissertação de mestrado aos meus pais Flávio e Sandra, e a toda a minha família.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, por ter me guiado e me iluminado durante toda a minha trajetória.

Agradeço imensamente a minha família por todo o amor, carinho, ensinamentos, apoio e incentivo que me deram para que eu concluir essa etapa.

Ao meu orientador José Maria Campos dos Santos a minha mais sincera gratidão por todos os ensinamentos, paciência, apoio e direcionamento em todos os momentos que necessitei.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa e ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico do Maranhão (FAPEMA), processo nº BM-08714/17.

## RESUMO

Este trabalho apresenta uma análise do comportamento acústico de um duto com ressonadores periódicos do tipo tubo em ramificação lateral. Também denominado de tubo de um quarto de onda, comumente usado como dispositivo para atenuação de ruído, estes podem ser sintonizados em uma banda de frequência estreita para aumentar a perda de transmissão sonora em um duto acústico. Uma abordagem interessante usada para obter uma largura da banda de atenuação maior é usar infinitos tubos em ramificação lateral, periodicamente ao longo do duto, gerando bandas de frequência proibidas ou “bandgaps”, onde as ondas não podem se propagar. As bandas proibidas são geradas pela periodicidade de uma célula unitária com diferenças de impedância acústica significativas, produzindo o efeito de espalhamento de Bragg (interferência acústica destrutiva) e gerando as bandas proibidas. Outros bandgaps são também gerados devido o efeito de ressonância local produzido pelo ressonador local (tubo lateral). Esta dissertação investiga as bandas proibidas criadas no sistema periódico duto-tubo lateral usando o método da matriz de transferência (*Transfer Matrix Method* - TMM). A implementação do TMM é verificada pelo método dos elementos finitos. Resultados numéricos de exemplos simulados computacionalmente são apresentados na forma de diagramas de dispersão, perda de transmissão sonora (TL) e nível de pressão sonora (SPL). Estes resultados são discutidos e comparados com aqueles obtidos por outros métodos e encontrados na literatura. Efeitos da variação de parâmetros geométricos do tubo lateral e do período espacial do metamaterial duto-tubo lateral são também investigadas e apresentadas.

**Palavras-chave:** bandas proibidas; tubo em ramificação lateral; perda de transmissão sonora; metamaterial.

## ABSTRACT

This work presents the behavior of an acoustic duct with periodic side branch tube resonators, also known as quarter wavelength tube, commonly used as a noise attenuation device, which can be tuned to increase the duct-side branch tube sound transmission loss. An interesting approach to obtain a broader attenuation range consists in to distribute a infinity number of side branche tube resonators periodically along the duct. This generates some frequency bands, known as prohibited bands or bandgaps, were harmonic waves do not propagate. Bandgaps are generated based on the special frequency of mismatched impedance which produce Bragg scattering effect (destructive acoustic interference) and local resonance effect from the side brach tube resonator. This work investigates bandgaps created in duct-side branch tube system using acoustic transfer matrix method (TMM). The implementation is verified by the finite element method. Numeric results are presented as dispersion diagrams, sound transmission loss (STL) and forced response. These results are discussed and compared with each other. Variation in the side branche tube geometry and in the space period of the duct-side brach tube system are also investigated and presented.

**Keywords:** bandgaps; side branch tube; sound transmission loss, metamaterial.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 – Metamateriais acústicos de ressonância local: a) Primeiro metamaterial ( <i>direita</i> ) concebido com efeito de massa anômala induzido por ressonância local (Liu <i>et al.</i> , 2000) e vista em corte de uma célula unitária ( <i>esquerda</i> ) consistindo em uma pequena esfera metálica revestida por uma camada de borracha de silicone; b) Uma ilustração de metamaterial compreendendo uma série de ressonadores de Helmholtz conectados a um lado de um condúite, que produziu a dispersão do módulo de compressibilidade (Ma; Sheng, 2016)).	13
Figura 1.2 – Ressonador de ramificação lateral. . . . .	14
Figura 3.1 – Esquema de um duto circular uniforme. . . . .	18
Figura 3.2 – Esquema do metamaterial acústico de duto com tubos em ramificação lateral (MDTL) enfatizando uma célula unitária (vermelho). . . . .	22
Figura 3.3 – Modelo da célula unitária duto-tubo lateral. . . . .	22
Figura 4.1 – Discretização do modelo duto-tubo lateral por MEF (ANSYS): (a) perspectiva; (b) vista frontal. . . . .	25
Figura 4.2 – Comparação da Perda de Transmissão ( $TL$ ) do modelo duto-tubo lateral calculados por TMM e MEF. . . . .	26
Figura 4.3 – Discretização do modelo duto-tubo lateral por MEF (ANSYS): (a) perspectiva; (b) vista frontal. . . . .	27
Figura 4.4 – Comparação da Perda de Transmissão ( $TL$ ) do modelo metamaterial com 3 células duto-tubo lateral calculados por TMM e MEF. . . . .	27
Figura 4.5 – Diagrama de Dispersão para $\beta = 1/3$ e $1/2$ . . . . .	28
Figura 4.6 – Diagrama de Dispersão para $\beta = 1/4$ e $1/5$ . . . . .	29
Figura 4.7 – Diagrama de Dispersão para $\beta = 2/3$ e $4/5$ . . . . .	30
Figura 4.8 – SPL do metamaterial acústico com $N = 3$ células . . . . .	31

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Geometria do modelo acústico e propriedades do ar. Adaptado de <a href="#">Wang et al. (2016)</a> . . . . .	25
--	----

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>12</b>
1.1	Objetivos	14
1.2	Organização do trabalho	14
<b>2</b>	<b>Revisão da literatura</b>	<b>16</b>
<b>3</b>	<b>Fundamentação Teórica</b>	<b>18</b>
3.1	Método da Matriz de Transferência	18
3.2	Metamaterial Acústico Duto-Tubos em Ramificação Lateral	21
<b>4</b>	<b>Resultados</b>	<b>25</b>
4.1	Validação do Método da Matriz de Transferência	25
4.2	Variação de Parâmetros do Metamaterial	27
<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>32</b>
	<b>Referências</b>	<b>33</b>

# 1 INTRODUÇÃO

A aplicação de sistemas periódicos, como os cristais fonônicos e os metamateriais acústicos, para controle de ruído tem sido crescente (Xiao *et al.*, 2011). Ruído pode ser definido como qualquer som indesejado que interfere na fluência de uma atividade. Por esse motivo, ao longo dos anos foram buscadas maneiras de amenizar ruídos através do desenvolvimento de estudos teóricos e experimentais dos sistemas acústicos. Nas últimas décadas, os novos conceitos dos metamateriais e cristais fonônicos abriram a possibilidade de aplicação do efeito das bandas proibidas como ferramenta que auxilie a reduzi-los (Farooqui *et al.*, 2016).

Metamateriais acústicos são estruturas compostas por um conjunto de ressonadores distribuídos espacialmente, periódicos ou não. Dentre as características tem-se o efeito da ressonância local que produz bandas proibidas. Quando os ressonadores são distribuídos de forma periódica ao longo do espaço, estes produzem também bandas proibidas do tipo Bragg, geradas por incompatibilidade de impedância (efeito de Bragg), que impedem a propagação de ondas em determinadas faixas de frequências. (Hussein *et al.*, 2014; Sousa *et al.*, 2017).

Os ressonadores acústicos tem sido amplamente utilizados para controle de ruído em diversos sistemas mecânicos, tais como motores de combustão, compressores industriais e sistemas de ventilação. Os ressonadores acústicos podem ser classificados como passivos e ativos. Os ressonadores passivos funcionam a partir da atenuação do som por meio da reflexão da energia acústica. Em geral, os ressonadores ativos utilizam dispositivos eletrônicos de filtragem dos sinais para gerar interferências destrutivas que produzem a atenuar dos ruídos (Barron, 2002). Tais como os ressonadores acústicos, as estruturas periódicas dos metamateriais tem sido amplamente estudadas para aplicação de filtragem da banda e controle de ruídos (Wang *et al.*, 2016).

Atualmente, diversos estudos abordam novas técnicas e formas de aplicação a fim de tornar os ressonadores acústicos mais eficientes. Os artigos de Ma e Sheng (2016) e Kumar e Lee (2020) apresentam uma revisão dos principais trabalhos sobre metamateriais acústicos publicados nas duas últimas décadas e suas aplicações.

Os metamateriais são sistemas acústicos artificiais que exibem propriedades fascinantes não encontradas nos materiais naturais. Uma das primeiras realizações deste tipo de metamaterial foi obtida usando um metamaterial acústico que incorpora ressonâncias locais.

Este metamaterial é uma matriz de esferas metálicas revestidas de borracha de silicone embebidas em uma matriz de epóxi (Liu *et al.*, 2000). Imagens fotográficas de uma célula unitária e um composto destas células na matriz de epóxi estão mostradas na Figura 1.1a. Um exemplo simples de um metamaterial acústico periódico construído com ressonadores de Helmholtz conectados a um duto de seção retangular é mostrado na Figura 1.1b.

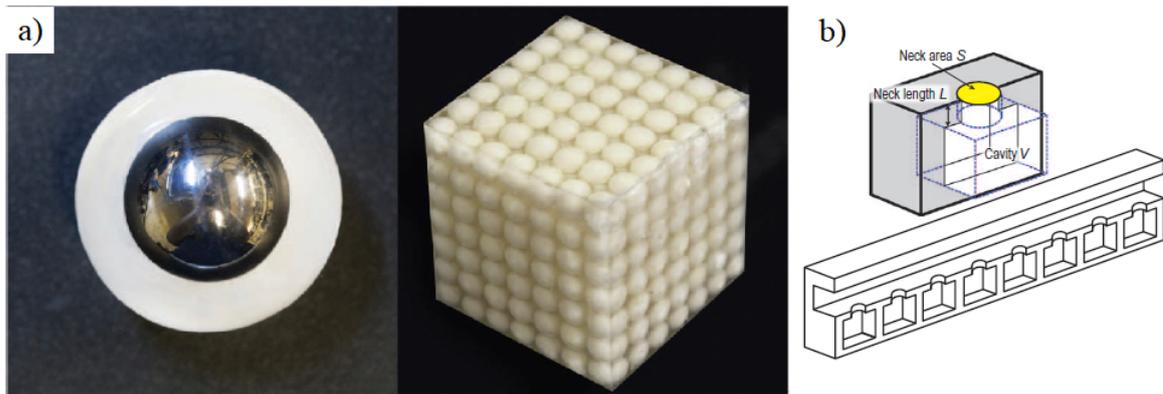


Figura 1.1 – Metamateriais acústicos de ressonância local: a) Primeiro metamaterial (*direita*) concebido com efeito de massa anômala induzido por ressonância local (Liu *et al.*, 2000) e vista em corte de uma célula unitária (*esquerda*) consistindo em uma pequena esfera metálica revestida por uma camada de borracha de silicone; b) Uma ilustração de metamaterial compreendendo uma série de ressonadores de Helmholtz conectados a um lado de um condúite, que produziu a dispersão do módulo de compressibilidade (Ma; Sheng, 2016)).

Os ressonadores do tipo tubo de ramificação lateral compõe-se por um tubo acoplado a duto principal (Figura 1.2). São comumente usados como dispositivo para controle de ruído, podendo aumentar a largura da banda de ressonância e melhorar a perda de transmissão no conjunto duto-tubo. Tais tubos podem ter a extremidade aberta ou fechada.

Estes ressonadores funcionam de maneira similar aos ressonadores de Helmholtz, contudo espera-se que sejam mais eficientes em termos de espaço, uma vez que comportam-se como se a cavidade do ressonador de Helmholtz fosse de diâmetro igual ao diâmetro do pescoço do ressonador. Para conseguir uma faixa de atenuação mais larga, pode-se distribuí-los periodicamente ao longo do duto, a fim de criar bandas proibidas. Essas bandas proibidas são geradas devido o efeito de espalhamento de Bragg (Dupont *et al.*, 2011).

Este trabalho investiga as bandas proibidas criadas no sistema periódico duto-tubo em ramificação lateral usando o Método da Matriz de Transferência (Transfer Matrix Method – TMM), o qual é bastante utilizado para avaliar desempenho de ressonadores acústicos. O TMM vem sendo utilizado há décadas para avaliar o desempenho de silenciadores acústicos. A

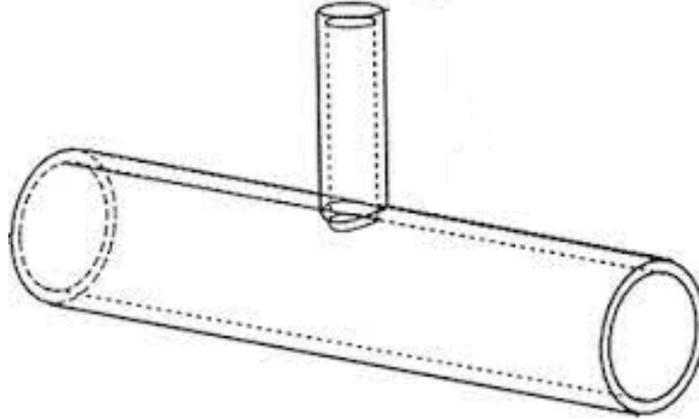


Figura 1.2 – Ressonador de ramificação lateral.

matriz de transferência pode ser chamada de matriz de transmissão ou de quatro pólos (Munjal, 1987). Diversas pesquisas acerca da utilização do TMM para análise de dutos acústicos tem sido realizadas ao longo dos anos, contudo pouco se encontra sobre análises detalhadas de um sistema específico (Singh *et al.*, 2008). Este método baseia-se na formulação acústica da onda plana. Os resultados obtidos com o TMM são verificados pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) usando o programa ANSYS.

## 1.1 Objetivos

Esta dissertação tem como objetivo geral modelar metamateriais acústicos consistindo em um duto acoplado a um conjunto de tubos em ramificação lateral periódicos utilizando o método da matriz de transferência.

### Objetivos Específicos

- Verificar a implementação da modelagem do metamaterial por TMM com o MEF;
- Analisar a influência da variação dos parâmetros geométricos do metamaterial duto-tubo lateral na sua eficiência acústica.

## 1.2 Organização do trabalho

A dissertação está organizada da seguinte forma: Neste capítulo apresentam-se uma introdução sobre o tema a ser estudado, o objetivo da dissertação e uma revisão da literatura publicada; No Capítulo 2 apresentam-se a formulação teórica do método da matriz de transferência

e sua aplicação na modelagem do metamaterial acústico duto-tubo em ramificação lateral; No Capítulo 3 apresentam-se a verificação da implementação computacional do método, resultados de exemplos de simulações numéricas e análise de variações dos parâmetros dos metamateriais; No Capítulo 4 são apresentadas as conclusões e as sugestões de trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

Nesta seção apresenta-se uma breve revisão da literatura relacionada com os metamateriais constituído por um duto acústico com tubos de ramificação lateral periódicos, bem como, as técnicas utilizadas para o seu projeto e avaliação de desempenho acústico.

Uma referência fundamental para o projeto e predição do comportamento dinâmico de elementos acústicos unidimensionais é o livro do (Munjal, 1987). O autor apresenta os fundamentos teóricos da propagação de ondas acústicas em dutos e silenciadores, com especial ênfase a modelagem com o método da matriz de transferência. (Munjal, 1987) apresenta métodos experimentais de verificação da teoria e métodos analíticos 3D que permitem previsão de modos de ordem mais alta. Dois tipos de silenciadores são analisados: os reativos e os dissipativos. De particular interesse neste trabalho, a atenuação em silenciadores reativos acontece devido a diferença de impedância gerada por geometrias diferentes no sistema, onde grande parte da energia acústica é refletida de volta a fonte.

Neste artigo Wang *et al.* (2016) apresentam um estudo teórico da propagação do som em um duto com tubos em ramificação lateral distribuídos periodicamente. A interação da onda é analisada pelo método da matriz de transferência e validada por simulação numérica. Uma distância constante é introduzida entre os tubos laterais, chamada distância periódica, o que leva à ocorrência do efeito de Bragg e a formação de bandgaps. O desempenho geral resultante da periodicidade e da ressonância local do tubo é verificado. Este trabalho foi usado como semente do trabalho desenvolvido nesta dissertação.

De acordo com Tang (2012) ramificações laterais com comprimentos comparáveis a largura do duto principal apresentam comportamento similar a uma câmara de expansão, e um tubo lateral estreito terá o desempenho semelhante a um ressonador de Helmholtz, porém mais eficazes em termos de espaço, para redução de ruídos para uma mesma largura de banda.

De acordo com Howard e Craig (2012) tubos em ramificação lateral, também definidos como ressonadores de quarto de onda, são dispositivos acústicos reativos que fornecem atenuação acústica em múltiplos ímpares da frequência de ressonância, quando conectados a um duto acústico, utilizados na atenuação de ruídos em banda estreita de frequências. Segundo Tang e Sirignano (1973) os tubos de ramificação lateral apresentam picos de maior absorção de energia, porém um comportamento de ressonância pobre quando comparados aos ressonadores

de Helmholtz.

Li *et al.* (2013) afirmam que os ressonadores de quarto de onda podem ser até três vezes mais eficientes que os ressonadores de meio comprimento de onda em determinados diâmetros e frequências. Comparado ao ressonador de Helmholtz, em certas frequências, necessita de um volume menor para absorver a mesma quantidade de energia, assim apresenta o melhor design para absorção de energia acústica em espaços fechados.

Para Cambonie *et al.* (2018) uma das principais desvantagens dos tubos de ramificação lateral é que o comprimento do ressonador é um parâmetro importante para atenuação em baixas frequências, podendo ser um desafio para acomodar em espaços pequenos.

Li *et al.* (2016) afirmam que a introdução de ressonadores periódicos no sistema de tubulação pode gerar bandgaps próximo a frequência de corte do ressonador e que bandgaps do tipo Bragg surgem devido a periodicidade. Bem como Seo e Kim (2005) apontam que um arranjo de ressonadores podem ser utilizados para ampliar as características de banda estreita de um ressonador de baixa frequência.

Segundo Ordoñez e Nunes (2018) os tubos de ramificação lateral têm como princípio de funcionamento a reflexão sonora devido à variação da seção transversal entre as estruturas, neste caso, entre o duto principal e o tubo de ramificação lateral, e podem ser utilizados em diversas aplicações sistemas tubulares na indústria, construção civil e veículos.

De acordo com Singh *et al.* (2008) o método da matriz de transferência tem sido muito utilizado para avaliar sistemas devido a eficiência e flexibilidade, se tornando uma ferramenta essencial para análise de propagação de ondas. O Método da Matriz de Transferência (Transfer Matrix Method - TMM) vem sendo utilizado há décadas para avaliar o desempenho de silenciadores acústicos. A matriz de transferência pode ser chamada de matriz de transmissão ou de quatro pólos (Munjal, 1987).

Gerges *et al.* (2005) cita que os fundamentos do Método da Matriz de Transferência podem ser aplicados a diferentes configurações de silenciadores para avaliar perda de transmissão. Nesse método, considera-se as relações entre os níveis de pressão sonoros e a velocidade de partícula na entrada e saída do duto.

Munjal (1987) apresenta o desenvolvimento de matrizes de transferência de dutos uniformes, dutos perfurados, ressonador de Helmholtz, entre outros. Diversos estudos foram realizados a fim de desenvolver matrizes de transferências para diferentes sistemas.

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste Capítulo apresentam-se as formulação do método da matriz de transferência e sua aplicação na modelagem do metamaterial acústico utilizados no trabalho.

#### 3.1 Método da Matriz de Transferência

O Método da Matriz de Transferência (*Transfer Matrix Method* - TMM), tem sido amplamente utilizado para calcular e otimizar transmissão sonora de sistemas acústicos (Munjaj, 1987; Beranek; Vér, 1992). O metamaterial acústico de duto com tubos em ramificação lateral pode ser modelado pelo TMM, pois tem como base a formulação da matriz de transferência de um duto circular uniforme. O método consiste em relacionar a pressão acústica e a velocidade da partícula (ou velocidade mássica, ou velocidade de volume) para dois estados do duto. A Figura 3.1 mostra um duto circular uniforme de comprimento  $L$ , raio  $a$  e área da seção transversal  $S = \pi a^2$ .

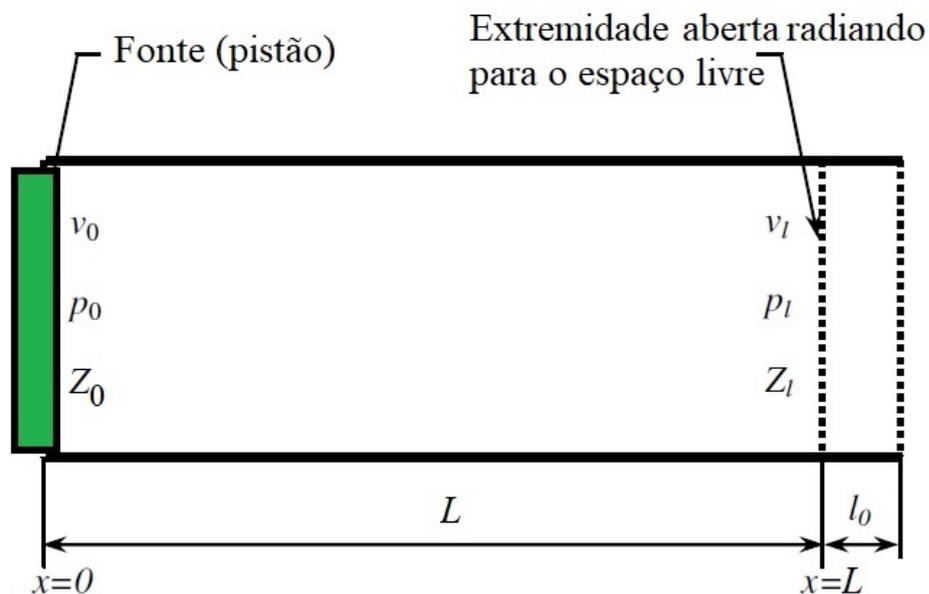


Figura 3.1 – Esquema de um duto circular uniforme.

Mostra, também, que o duto é modelado como sendo excitado na extremidade esquerda por uma fonte tipo pistão de amplitude constante e velocidade de volume unitária. Na extremidade direita o duto está aberto radiando para o espaço livre incluindo o fator de correção de extremidade do duto  $l_0$ .

O TMM assume a hipótese de propagação de ondas planas no duto, a qual limita a faixa de frequências de aplicação do método. Por esse motivo torna-se importante estimar o que denomina-se por *frequência de corte*, a qual é a frequência abaixo da qual apenas ondas planas se propagam dentro do duto e pode ser escrita como (Singh *et al.*, 2008):

$$f_c = \frac{1.8412c_0}{2\pi a}, \quad (3.1)$$

onde  $c_0$  é a velocidade do som no ar.

Para modelarmos as condições de contorno em um duto, o cálculo da impedância acústica torna-se necessário. Por exemplo, no caso de um duto aberto radiando som no espaço livre, a impedância acústica de radiação pode ser usada. Esta pode ser aproximada por um pistão circular com *baffle* infinito, onde a impedância acústica de radiação será a relação entre a força exercida pelo pistão sobre o campo acústico e a velocidade do pistão. A impedância de radiação é um valor complexo dada por  $Z_r = R + jX$  (Kinsler *et al.*, 1999), onde  $R$  é a *reatância* de radiação e representa a energia radiada para fora da extremidade aberta do duto na forma de ondas sonoras,  $X$  é a *admitância* de radiação e representa a carga mássica do ar logo após a saída do duto aberto e  $j$  é a unidade imaginária. A expressão teórica para a impedância acústica de um duto aberto sem flange é dada por (Beranek; Vér, 1992; Kinsler *et al.*, 1999; Munjal, 1987):

$$Z_r = \frac{\rho_0 c_0}{S} \left[ \frac{(ka)^2}{4} + j(0,6)ka \right], \quad (3.2)$$

onde  $\rho_0$  é a densidade do ar e  $k$  é o número de onda. Dutos ou orifícios abertos devem adicionar ao seu comprimento original um *fator de correção da extremidade*, o qual leva em conta a massa de fluido que vibra para fora do mesmo. Para um duto sem flange radiando em campo livre este fator de correção da extremidade é dado por  $l_0 = 0,6a$  (Kinsler *et al.*, 1999).

Considerando o ar estacionário, a propagação da onda plana e unidimensional, a equação diferencial homogênea de governo do problema acústico pode ser escrita como (Kinsler *et al.*, 1999):

$$\frac{\partial^2 P(t)}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 P(t)}{\partial x^2} = 0, \quad (3.3)$$

onde  $P(t)$  é a pressão acústica no domínio do tempo. Transformando a Eq. (3.3) para o domínio da frequência obtém-se a equação de Helmholtz como:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k^2 p = 0, \quad (3.4)$$

onde  $k = \omega/c_0 = 2\pi/\lambda$ , e  $\lambda$  é o comprimento de onda. A solução da Eq.(3.4) pode escrita como:

$$p(x) = Ae^{-j\hat{k}x} + Be^{j\hat{k}x}, \quad (3.5)$$

onde  $\hat{k} = k(1 + j\eta)$  é o numero de onda complexo,  $\eta$  é o fator de perda,  $A$  e  $B$  são os coeficientes complexos da onda acústica que se propagam na direção positiva e negativa de  $x$ , respectivamente. Usando a equação de Euler, obtém-se a equação da velocidade da partícula como:

$$u(x) = \frac{1}{\rho_0 c_0} [Ae^{-j\hat{k}x} - Be^{j\hat{k}x}] = \frac{1}{z} [Ae^{-j\hat{k}x} - Be^{j\hat{k}x}], \quad (3.6)$$

onde  $z = p/u = \rho_0 c_0$  é a impedância acústica específica, também denominada de impedância acústica característica do meio. A velocidade da partícula pode ser rescrita em termos de velocidade de volume  $v = uS$  ou de velocidade mássica  $V = \rho_0 uS$ . Assim, as correspondentes impedâncias acústicas serão obtidas como:  $Z_0 = p/v = \rho_0 c_0/S = z/S$  e  $Y_0 = p/V = c_0/S$  (Munjal, 1987). Substituindo-se estas relações na Eq.(3.6) obtém-se as velocidades de volume e mássica, respectivamente, como:

$$v(x) = \frac{1}{Z_0} [Ae^{-j\hat{k}x} - Be^{j\hat{k}x}], \quad (3.7)$$

$$V(x) = \frac{1}{Y_0} [Ae^{-j\hat{k}x} - Be^{j\hat{k}x}]. \quad (3.8)$$

Na Fig. 3.1 indicamos dois estados de um duto circular: um na extremidade esquerda do duto ( $x = 0$ ), onde definimos a pressão acústica  $p_0$ , velocidade de volume  $v_0$  e impedância acústica  $Z_0 = p_0/v_0$ ; e o outro na extremidade direita do duto ( $x = L$ ), onde definimos a pressão acústica  $p_L$ , velocidade de volume  $v_L$  e impedância acústica  $Z_L = p_L/v_L$ . Aplicando as Eqs. (3.5) e (3.7) para os dois estados do duto teremos:

$$p_0 = p(0) = A + B, \quad (3.9)$$

$$v_0 = v(0) = \frac{(A - B)}{Z_0}, \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} p_L &= p(L) = Ae^{-j\hat{k}L} + Be^{j\hat{k}L}, \\ &= (A + B) \cos(\hat{k}L) - j(A - B) \text{sen}(\hat{k}L), \\ &= p_0 \cos(\hat{k}L) - jZ_0 v_0 \text{sen}(\hat{k}L), \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned}
v_L = v(L) &= \frac{(Ae^{-j\hat{k}L} - Be^{j\hat{k}L})}{Z_0}, \\
&= \frac{(A - B)}{Z_0} \cos(\hat{k}L) - j \frac{(A + B)}{Z_0} \text{sen}(\hat{k}L), \\
&= v_0 \cos(\hat{k}L) - j \frac{p_0}{Z_0} \text{sen}(\hat{k}L).
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Rescrevendo na forma matricial as Eqs. (3.11) e (3.12) obtém-se:

$$\begin{Bmatrix} p_L \\ v_L \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\hat{k}L) & -jZ_0 \text{sen}(\hat{k}L) \\ \frac{-j}{Z_0} \text{sen}(\hat{k}L) & \cos(\hat{k}L) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_0 \\ v_0 \end{Bmatrix}. \tag{3.13}$$

Invertendo a Eq. (3.13) obtém-se:

$$\begin{Bmatrix} p_0 \\ v_0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\hat{k}L) & jZ_0 \text{sen}(\hat{k}L) \\ \frac{j}{Z_0} \text{sen}(\hat{k}L) & \cos(\hat{k}L) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_L \\ v_L \end{Bmatrix}. \tag{3.14}$$

Finalmente, o fator de correção da extremidade do duto aberto sem flange precisa ser incluído na formulação. Assim, o fator de correção deve ser adicionado ao comprimento físico do duto obtendo-se o comprimento efetivo do duto como  $L_e = L + l_0$ , o qual pode ser introduzido na Eq.(3.14) obtendo-se:

$$\begin{Bmatrix} p_0 \\ v_0 \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\hat{k}L_e) & jZ_0 \text{sen}(\hat{k}L_e) \\ \frac{j}{Z_0} \text{sen}(\hat{k}L_e) & \cos(\hat{k}L_e) \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_D} \begin{Bmatrix} p_L \\ v_L \end{Bmatrix}. \tag{3.15}$$

onde  $\mathbf{T}_D$  é a matriz de transferência do duto.

### 3.2 Metamaterial Acústico Duto-Tubos em Ramificação Lateral

A Fig. 3.2 mostra um esboço de um Metamaterial acústico de Duto com Tubos em ramificação Lateral (MDTL). Consiste em um duto principal conectado periodicamente ao longo do seu comprimento a vários tubos em ramificação lateral. Na Fig. 3.2 podemos identificar uma célula unitária do MDTL, a qual consiste de um duto principal de comprimento  $L$  (período espacial) e diâmetro  $D$  conectado na metade do seu comprimento a um tubo lateral de comprimento  $l$  e diâmetro  $d$ . Temos que  $m$  e  $m+1$  representam a periodização das células.

A Figura 3.3 mostra o modelo de uma célula unitária composta pelo duto com o tubo em ramificação lateral na posição  $x$ , juntamente com as variáveis requeridas ao problema do acoplamento duto-tubo lateral. A velocidade de volume na entrada do duto e antes do tubo-lateral é  $v_0$ , na entrada do tubo-lateral é  $v_T$ , após o tubo-lateral é  $v_1$  e na saída do duto é  $v_L$ . Da

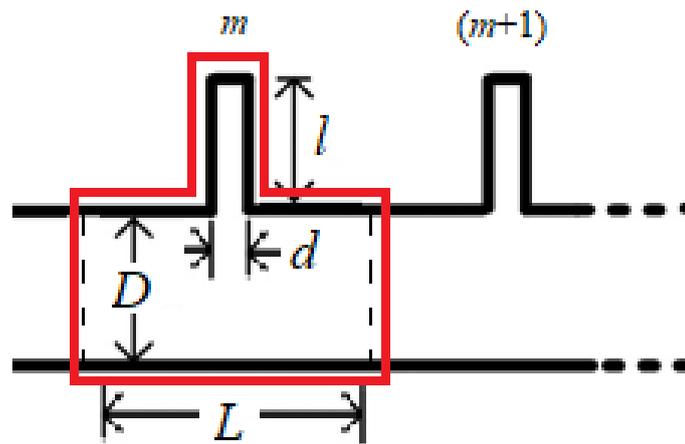


Figura 3.2 – Esquema do metamaterial acústico de duto com tubos em ramificação lateral (MDTL) enfatizando uma célula unitária (vermelho).

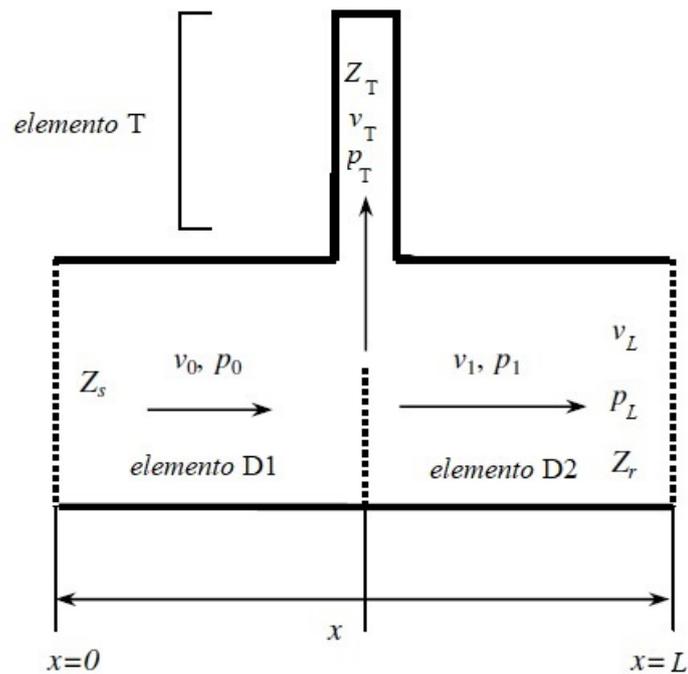


Figura 3.3 – Modelo da célula unitária duto-tubo lateral.

condição de continuidade, a velocidade de volume e a pressão acústica são localmente conservadas na junção em  $x$ , logo

$$\begin{aligned} p_0(x) &= p_T(x) = p_1(x), \\ v_0(x) &= v_T(x) + v_1(x). \end{aligned} \quad (3.16)$$

Rescrevendo a Eq.(3.16) na forma matricial, teremos:

$$\begin{Bmatrix} p_0 \\ v_0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 \\ v_T + v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \left(\frac{v_T}{p_1}\right) & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{Bmatrix}. \quad (3.17)$$

Observando que  $p_1 = p_T = p_L$ ,  $v_1 = v_L$  e sabendo que a impedância acústica do tubo é dada por  $\frac{p_T}{v_T} = Z_T$  podemos rescrever a Eq. (3.17) como:

$$\begin{Bmatrix} p_0 \\ v_0 \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \left(\frac{1}{Z_T}\right) & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_T} \begin{Bmatrix} p_L \\ v_L \end{Bmatrix}, \quad (3.18)$$

onde  $\mathbf{T}_T$  é a matriz de transferência do tubo lateral.

A matriz de transferência do sistema duto-tubo pode ser obtida através do acoplamento dos elementos indicados na Figura 3.3 onde: o *elemento* D1 é a primeira seção do duto antes do tubo lateral (*elemento* T) e o *elemento* D2 é a segunda seção do duto após o tubo lateral. Assim, a matriz de transferência do sistema acoplado será:

$$\begin{Bmatrix} p_0 \\ v_0 \end{Bmatrix} = \underbrace{\mathbf{T}_{D1} \mathbf{T}_T \mathbf{T}_{D2}}_{\mathbf{T}} \begin{Bmatrix} p_L \\ v_L \end{Bmatrix}. \quad (3.19)$$

onde  $\mathbf{T} = \mathbf{T}_{D1}$  é a matriz de transferência do duto antes do tubo lateral,  $\mathbf{T}_T$  é a matriz de transferência do tubo lateral acoplado,  $\mathbf{T}_{D2}$  é a matriz de transferência do duto após o tubo lateral e  $\mathbf{T} = \mathbf{T}_{D1} \mathbf{T}_T \mathbf{T}_{D2}$  é a matriz de transferência do sistema duto-tubo lateral.

A perda de transmissão (*Transmission Loss* - TL) de um sistema acústico duto-tubo lateral é descrita a partir da diferença entre o potência sonora incidente antes do ressonador e a potência sonora que continua a ser transmitida após o ressonador. Pode ser determinada a partir dos elementos da sua matriz de transferência da Eq.(3.19), rescrita na forma:

$$\begin{Bmatrix} p_0 \\ v_0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_L \\ v_L \end{Bmatrix}. \quad (3.20)$$

Da Eq. (3.20) a resposta da pressão acústica na posição  $x = L$  do duto a uma velocidade de volume em  $x = 0$  pode ser obtida como (Singh *et al.*, 2008):

$$\frac{p_L}{v_0} = \frac{Z_r}{T_{11} + T_{12} Z_r}. \quad (3.21)$$

onde  $Z_l$ , é a impedância de radiação na extremidade do duto sem flange (Eq. 3.2).

Também, da Eq. (3.20) obtém-se a perda de transmissão do sistema duto-duto lateral como (Munjaj, 1987):

$$TL = 20 \log_{10} \left| \frac{T_{11} + \frac{S}{\rho_0 c_0} T_{12} + \frac{\rho_0 c_0}{S} T_{21} + T_{22}}{2} \right|. \quad (3.22)$$

Denominando os vetores de estado a direita e a esquerda como  $\mathbf{q}_R = \{p_0 \ v_0\}^T$  e  $\mathbf{q}_L = \{p_L \ v_L\}^T$  podemos rescrever a Eq.(3.18) de forma compacta como:

$$\mathbf{q}_R = \mathbf{T} \mathbf{q}_L. \quad (3.23)$$

Para obtermos o MDTL vamos considere  $m$  e  $m + 1$  células unitárias consecutivas do sistema duto-tubo (Fig. 3.2). Das condições de continuidade de velocidade de volume e pressão acústica  $\mathbf{q}_R^{(m)} = \mathbf{q}_L^{(m+1)}$ , substituindo na Eq.(3.19) teremos:

$$\mathbf{q}_L^{(m+1)} = \mathbf{T} \mathbf{q}_L^{(m)}. \quad (3.24)$$

Para um número infinito de células unitárias o teorema de Bloch-Floquet (Mencik, 2014) estabelece:

$$\mathbf{q}_L^{(m+1)} = e^{\mu} \mathbf{q}_L^{(m)}, \quad (3.25)$$

onde  $\mu = -jkL$  é a constante de atenuação. Substituindo a Eq.(3.25) em (3.24) e abandonando os sobre e sub índices teremos:

$$\mathbf{T} \mathbf{q} = e^{\mu} \mathbf{q}, \quad (3.26)$$

a qual é a equação do auto-problema de propagação de ondas de Bloch onde os autovalores,  $e^{-jkL}$ , produzem os números de onda de Bloch e os correspondentes autovetores,  $\mathbf{q}$ , são as formas dos modos de onda de Bloch. A partir destes resultados diagramas de dispersão e respostas forçadas do metamaterial MDTL podem ser obtidas.

## 4 RESULTADOS

Neste Capítulo apresentam-se os resultados simulados de alguns exemplos de metamateriais acústicos com variação de alguns dos seus parâmetros mais sensíveis. .

### 4.1 Validação do Método da Matriz de Transferência

Para validar a implementação computacional do Método da Matriz de Transferência (TMM), dois exemplos simulados são realizados e comparados com os resultados obtidos pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) com o programa comercial ANSYS<sup>®</sup>. Os exemplos consistem de uma célula duto-tubo lateral e de uma metamaterial contendo 03 células dessas como esboçado na Fig. 3.2. As dimensões do modelo foram definidas a partir do artigo publicado por Wang *et al.* (2016). As dimensões e propriedades usadas estão apresentadas na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Geometria do modelo acústico e propriedades do ar. Adaptado de Wang *et al.* (2016)

Geometria/Propriedade	Valor
Comprimento da célula unitária ( $L$ )	0,342 [m]
Diâmetro do duto ( $D$ )	0,150 [m]
Comprimento do duto lateral ( $l$ )	0,342 [m]
Diâmetro do tubo lateral ( $d$ )	0,075 [m]
Densidade do ar ( $\rho_0$ ) (20°C)	1,2 [kg/m <sup>3</sup> ]
Velocidade dos som no ar ( $c_0$ ) (20°C)	343,0 [m/s]

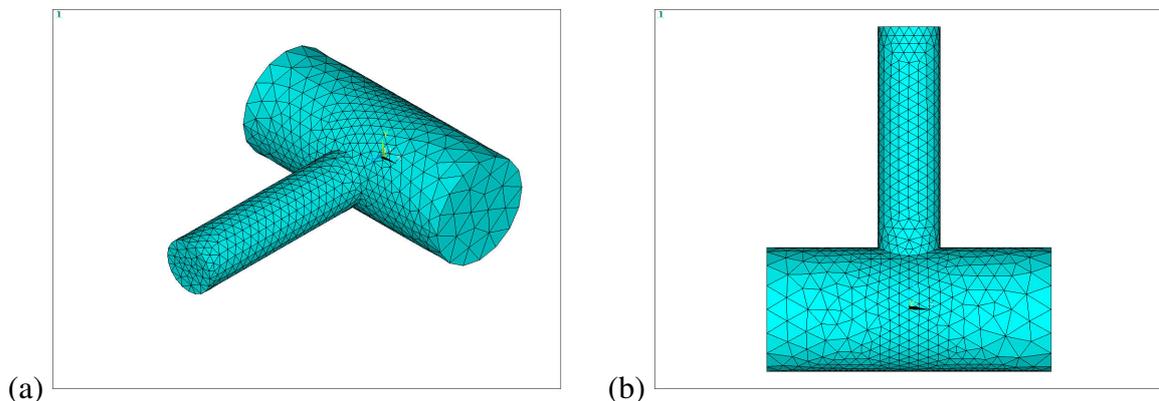


Figura 4.1 – Discretização do modelo duto-tubo lateral por MEF (ANSYS): (a) perspectiva; (b) vista frontal.

A célula duto-tubo lateral foi modelado em 3D no programa ANSYS-APDL, onde a parte estrutural é assumida como rígida e apenas o fluido acústico (ar) é considerado. Para

obter uma boa convergência entre os modelos TMM e MEF, este último foi discretizado com 17.535 elementos do tipo FLUID30 (Fig. 4.1). Uma análise harmônica na faixa de 0-500 Hz é realizada, considerando-se uma excitação de pressão acústica unitária na entrada do duto e condições de contorno anecoicas (sem reflexão) em ambas extremidades. Um parâmetro importante na avaliação dos ressonadores acústicos é a Perda de Transmissão (Transmission Loss - TL). Perda de Transmissão se trata do quanto de energia sonora é absorvida no elemento ou dissipada, e está relacionada a características do elemento. A Figura 4.2 mostra uma comparação entre os resultados de perda de transmissão ( $TL$ ) calculada por TMM e MEF (ANSYS), onde podemos observar uma boa concordância entre os resultados obtidos.

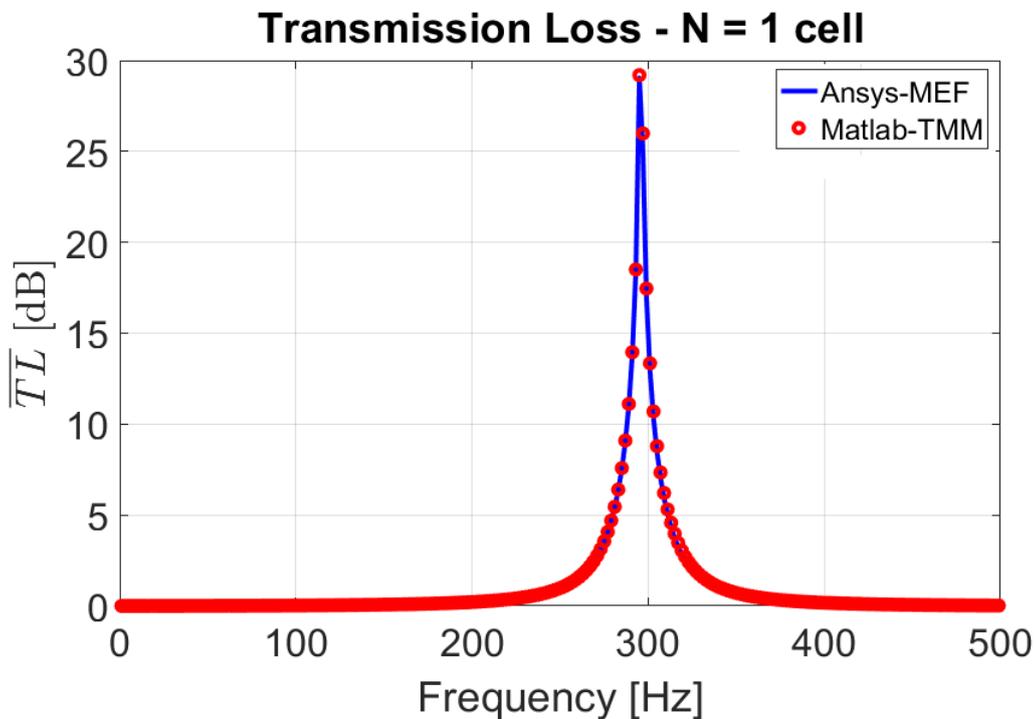


Figura 4.2 – Comparação da Perda de Transmissão ( $TL$ ) do modelo duto-tubo lateral calculados por TMM e MEF.

Usando 03 células do duto-tubo lateral um metamaterial acústico foi modelado em 3D no programa ANSYS-APDL (Figura 4.3). O modelo do MEF foi discretizado com 52.605 elementos FLUID30. Uma análise harmônica na faixa de 0-500 Hz é realizada com excitação de pressão acústica unitária e terminações anecoicas.

A Figura 4.4 mostra uma comparação entre os resultados de perda de transmissão ( $TL$ ) calculada por TMM e MEF (ANSYS), onde, também neste caso podemos observar uma boa concordância entre os resultados obtidos.

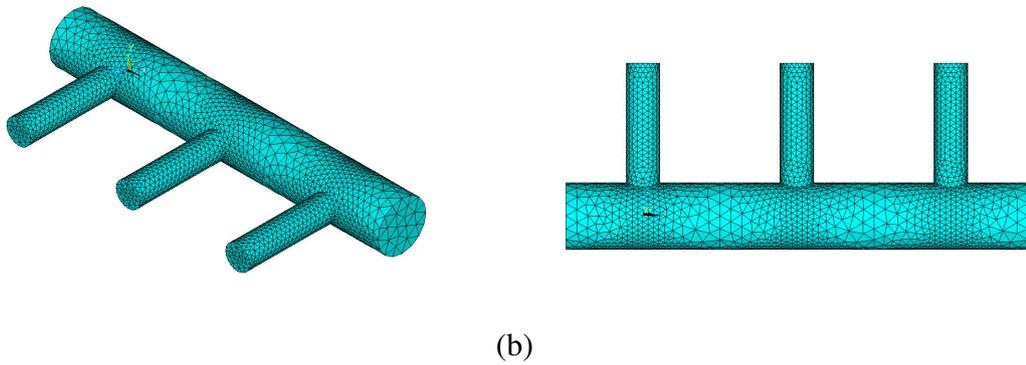


Figura 4.3 – Discretização do modelo duto-tubo lateral por MEF (ANSYS): (a) perspectiva; (b) vista frontal.

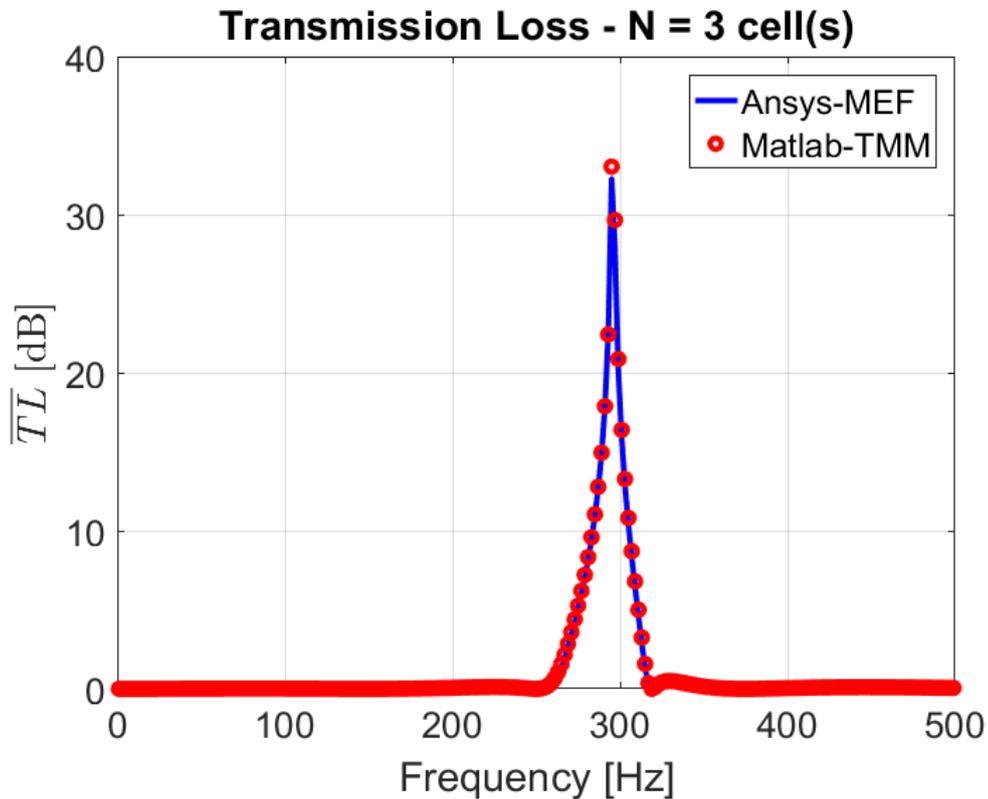


Figura 4.4 – Comparação da Perda de Transmissão ( $TL$ ) do modelo metamaterial com 3 células duto-tubo lateral calculados por TMM e MEF.

## 4.2 Variação de Parâmetros do Metamaterial

Análises preliminares da variação de alguns parâmetros do sistema duto-tubo lateral demonstraram que o comprimento da célula unitária ( $L$ ) e do tubo lateral ( $l$ ) são os parâmetros mais sensíveis para a obtenção de bandas proibidas e da sua largura. Desta forma, exemplos simulados do sistema duto-tubo lateral foram calculados por TMM, na faixa de 0-2.000 kHz,

variando-se a relação comprimento do tubo lateral em relação ao comprimento da célula ( $\beta = l/L$ ), para valores de  $\beta = 1/5, 1/4, 1/3, 1/2, 2/3$  e  $4/5$ .

Na Figura 4.5 é apresentado o diagrama de dispersão para  $\beta = 1/3$  e  $1/2$ , os quais mostram a parte real (*superior*) e parte imaginária negativa (*inferior*) do número de onda ( $k$ ) em função da frequência ( $f$ ). As bandas proibidas (*bandgaps*) podem ser identificadas pelas faixas de frequência onde a parte real do número de onda é igual a  $\pi$  (limite de Bragg) ou zero ( $Re\{k\} = \pi \mid 0$ ) e a parte imaginária do número de onda for diferente de zero ( $-Im\{k\} \neq 0$ ).

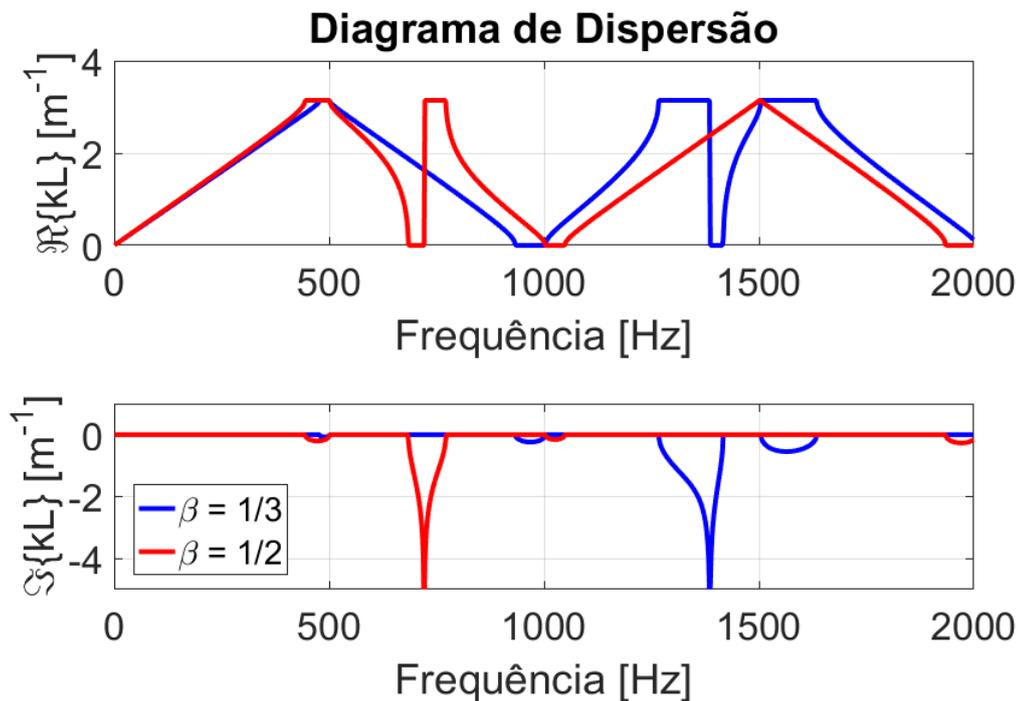


Figura 4.5 – Diagrama de Dispersão para  $\beta = 1/3$  e  $1/2$ .

Na Figura 4.5, observa-se que para  $\beta = 1/2$  (*curvas em vermelho*) o primeiro band-gap surge aproximadamente na banda de 445-501 Hz ( $Re\{k\} = \pi$  e  $-Im\{k\} \neq 0$ ), o qual caracteriza-se como um bandgap do tipo Bragg (gerado pelo efeito de periodicidade do sistema). O segundo bandgap ocorre na banda de 682-772 Hz, onde apresenta um pico na parte imaginária do diagrama, que ocorrem próximo da primeira frequência natural do tubo lateral ( $f_n = c_0(n - 0.5)/2l$ ,  $n = 1, 2, \dots$ ), neste caso de valor  $f_1 = 721$  Hz, caracterizando-se como um bandgap do tipo ressonância local do tubo-lateral (gerado pelo ressonador localizado). Um terceiro e quarto bandgaps surgem nas bandas de 1.003-1.048 Hz e 1.800- acima de 2.000 Hz, ambos do tipo Bragg ( $Re\{k\} = 0$  e  $-Im\{k\} \neq 0$ ). Um comportamento similar ocorre para  $\beta = 1/3$  (*curvas em azul*), mas neste caso os bandgaps tipo Bragg ocorrem em sequência nas

bandas de frequências 478-501 Hz e 934-1.002 Hz, respectivamente, enquanto o bandgap do tipo ressonância local ocorre na banda de 1265-1417 Hz com um pico na parte imaginária do diagrama na primeira frequência natural do tubo lateral de valor  $f_1 = 1.386$  Hz. Pode-se observar que reduzindo  $\beta$  de  $1/2$  para  $1/3$  produz-se o deslocamento do bandgap tipo ressonância local para bandas de frequências mais altas com o aumento da largura da banda. Entretanto, nos bandgaps tipo Bragg observa-se a permanência da banda com redução da largura ou eventual deslocamento para uma banda de frequências mais alta.

A Figura 4.6 mostra os diagramas de dispersão para o sistema duto-tubo lateral calculado com os valores de  $\beta = 1/4$  (curvas em *vermelho*) e  $1/5$  (curvas em *azul*).

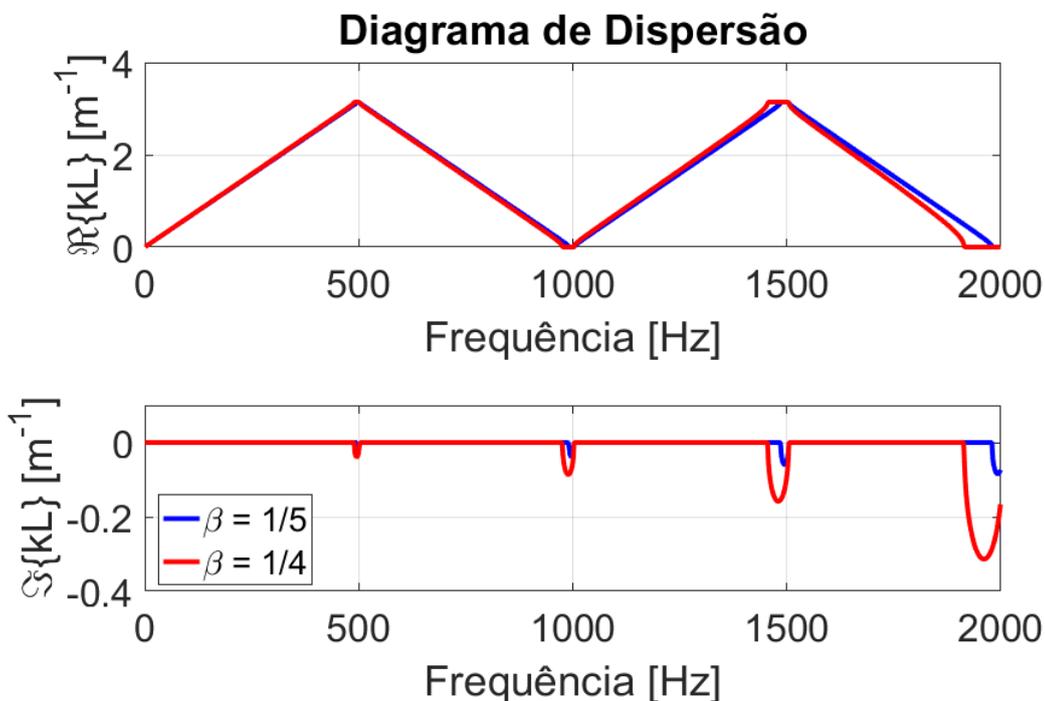


Figura 4.6 – Diagrama de Dispersão para  $\beta = 1/4$  e  $1/5$ .

Em ambos os casos, observa-se que o bandgap de ressonância local foi deslocado para uma banda de frequências mais alta e fora da banda analisada (0-2 kHz). Assim, apenas bandgaps do tipo Bragg estão presentes, onde temos bandgaps nas faixas de 490-501 Hz, 976-1.002 Hz, 1.456-1.504 Hz e 1.900- acima de 2.000 Hz para  $\beta = 1/4$ ; e em 496-501 Hz, 991-1002 Hz, 1486-1504 Hz e 1.980- acima de 2.000 Hz para  $\beta = 1/5$ . Estes resultados corroboram a tendência de redução da largura da banda de frequências do bandgap com a redução de  $\beta$ , ou seja, quando o comprimento do tubo lateral torna-se menor do que o período da célula unitária ( $l < L$ ).

A Figura 4.7 apresenta os diagramas de dispersão dos valores de  $\beta$  igual a  $2/3$  e  $4/5$ . No caso de  $\beta = 2/3$  (*curvas em azul*), observa-se um primeiro bandgap similar ao tipo resso-

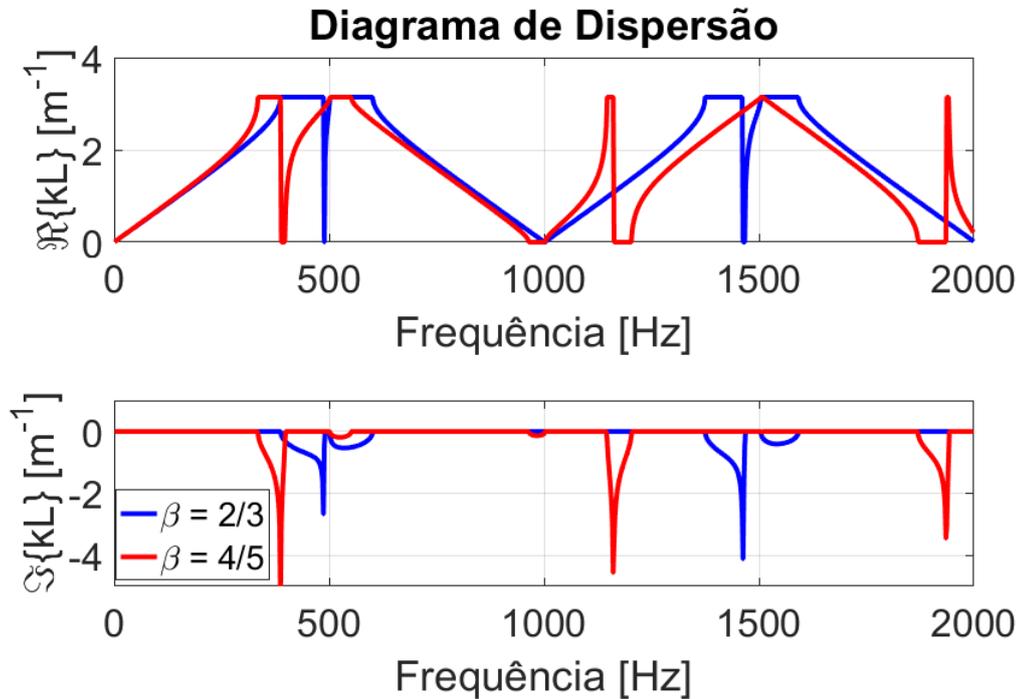


Figura 4.7 – Diagrama de Dispersão para  $\beta = 2/3$  e  $4/5$ .

nância local (388-601 Hz). Contudo, uma observação mais precisa mostra tratar-se de um acoplamento de bandgaps tipo Bragg e ressonância local, pois a frequência natural do duto-lateral encontrar-se próxima da frequência do bandgap tipo Bragg ( $f_{b_n} = nc_0/2L$ ,  $n = 1, 2, \dots$ ). Neste caso, suas primeiras frequências são  $f_1 = 487,6$  Hz e  $f_{b_1} = 501,5$  Hz. Embora as frequências  $f_2 = 1.462,7$  Hz e  $f_{b_3} = 1.504,4$  Hz sejam próximas o acoplamento dos bandgaps não ocorre e pode-se identificar o bandgap de ressonância local (1.375-1.462 Hz) e o de Bragg (1.505-1.592 Hz). Um terceiro bandgap de Bragg, quase imperceptível, pode ser observado na banda de 1.000-1003 Hz.

No caso de  $\beta = 4/5$  (*curvas em vermelho*), as frequências dos bandgaps de Bragg se afastam mais das frequências naturais do tubo-lateral e dois bandgaps de ressonância local (335-387 Hz e 1147-1203 Hz) e dois bandgaps tipo Bragg (502-551 Hz e 965-1002 Hz) são identificados facilmente. Um terceiro bandgap tipo Bragg, quase imperceptível, pode ainda ser identificado na banda de 1505-1510 Hz. Pode-se observar que aumentando  $\beta$  produz-se o deslocamento do bandgap tipo ressonância local para bandas de frequências mais baixas e com a redução da largura da banda. Estes resultados demonstram a tendência do aumento da largura

da banda de frequências do bandgap com aumento de  $\beta$ , ou seja, quando o comprimento do tubo lateral torna-se maior do que o período da célula unitária ( $l > L$ ). Para o acoplamento dos bandgaps tipo ressonância local e tipo Bragg podemos determinar o valor de  $\beta$  tal que as frequências naturais do tubo-lateral e de Bragg sejam iguais ou bem próximas.

Considerando-se uma excitação de pressão acústica unitária na entrada do duto e condições de contorno anecoicas (sem reflexão) em ambas extremidades, foi realizada a comparação dos resultados de resposta forçada, utilizando três células periódicas. Os resultados obtidos por TMM e FEM apresentam algumas divergências, porém apresenta resultados satisfatórios.

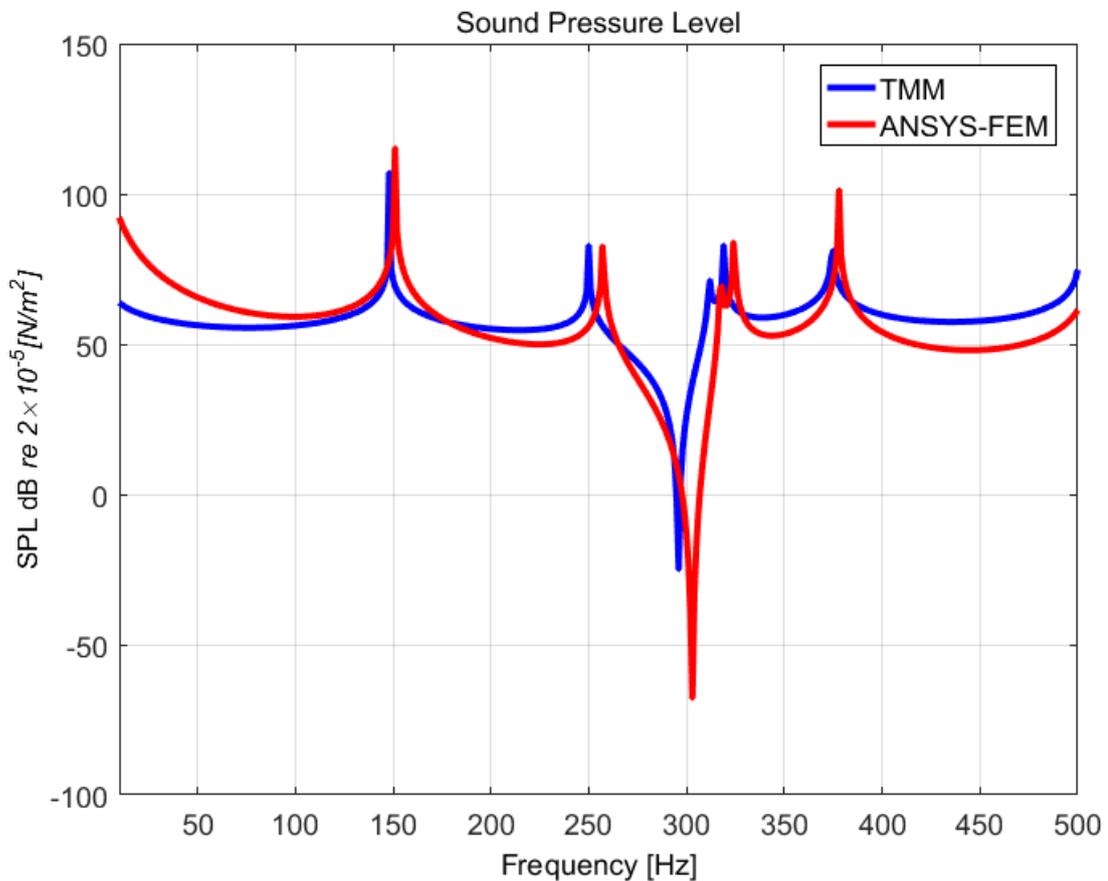


Figura 4.8 – SPL do metamaterial acústico com  $N = 3$  células

## 5 CONCLUSÃO

Um modelo detalhado para avaliação do desempenho acústico de um sistema tubo lateral (ressonador de quarto de onda) acoplado a um duto circular uniforme usando o método da matriz de transferência (TMM) é revisto e apresentado. Esta formulação é estendida para aplicação em um metamaterial acústico consistindo em um conjunto de células unitárias duto-tubo lateral periódico.

O TMM foi implementada em MATLAB e os resultados obtidos em termos de perda de transmissão são comparados com aqueles obtidos pelo FEM (ANSYS), os quais apresentam boa concordância.

Análises de variação dos parâmetros mais sensíveis, como comprimento da célula unitária ( $L$ ) e do tubo lateral ( $l$ ) do sistema duto-tubo lateral, são realizadas em termos dos diagramas de dispersão e os seus efeitos em termos do alargamento dos bandgaps são discutidos. De forma geral, observa-se o quanto esses parâmetros podem interferir e como podem ser utilizados de forma a otimizar resultados. Análises similares em termos da perda de transmissão (TL) são também realizadas e os resultados de desempenho apresentados. Uma análise em termos de nível de pressão sonora (SPL) é também apresentada e comparada com os resultados do FEM (Ansys), mas os resultados entre os métodos ainda apresentam discordâncias decorrentes de uma discretização mais afinada no FEM (ANSYS).

Baseado nos resultados e nos estudos disponíveis na literatura, pode-se depreender que as metodologias utilizadas para avaliar a atenuação sonora podem auxiliar a otimizar o controle de ruídos em demais dispositivos acústicos.

## REFERÊNCIAS

- Barron, R. F. **Industrial noise control and acoustics**. [S.l.]: CRC Press, 2002.
- Beranek, L.; Vér, I. **Noise and vibration control engineering: principles and application**. [S.l.]: Wiley Interscience, 1992.
- Cambonie, T.; Mbailassem, F.; Gourdon, E. Bending a quarter wavelength resonator : Curvature effects on sound absorption properties. **Applied Acoustics**, v. 131, p. 87–102, 2018.
- Dupont, T.; Leclaire, P.; Panneton, R. Methods for measuring the porosities of porous materials incorporating dead-end pores. In: **Proceedings of the Symposium on the Acoustics of Poro-Elastic Materials (SAPEM), Paper Session**. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1–1.
- Farooqui, M.; Elnady, T.; Akl, W. Sound attenuation in ducts using locally resonant periodic aluminum patches. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 139, n. 6, p. 3277–3287, 2016.
- Gerges, S.; Jordan, R.; Thieme, F.; Bento Coelho, J.; Arenas, J. Muffler modeling by transfer matrix method and experimental verification. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 27, n. 2, p. 132–140, 2005.
- Howard, C. Q.; Craig, R. A. Variation in acoustic performance of an adaptive quarter wave tube with orifice geometries of side-branches in a duct with flowing gas. **Australian Acoustical Society Conference 2012: Acoustics, Development, and the Environment**, pp.119-124, 2012.
- Hussein, M. I.; Leamy, M. J.; Ruzzene, M. Dynamics of phononic materials and structures: Historical origins, recent progress, and future outlook. **Applied Mechanics Reviews**, v. 66, n. 4, 2014.
- Kinsler, L. E.; Frey, A. R.; Coppens, A. B.; Sanders, J. V. **Fundamentals of acoustics**. [S.l.]: Wiley-VCH, 1999. 560 p.
- Kumar, S.; Lee, H. P. Recent advances in acoustic metamaterials for simultaneous sound attenuation and air ventilation performances. **Crystals**, v. 686, n. 10, 2020.
- Li, B.; Laviage, A. J.; You, J. H.; Kim, Y.-J. Harvesting low-frequency acoustic energy using quarter-wavelength straight-tube acoustic resonator. **Applied Acoustics**, v. 74, n. 11, p. 1271–1278, 2013.
- Li, Y.; Shen, H.; Zhang, L.; Su, Y.; Yu, D. c. **Physics Letters A**, v. 380, n. 29-30, p. 2322–2328, 2016.
- Liu, Z.; Zhang, X.; Mao, Y.; Zhu, Y.-Y.; Yang, Z.; Chan, C. T.; Sheng, P. Locally resonant sonic materials. **Science**, v. 289, n. 5485, p. 1734–1736, 2000.
- Ma, G.; Sheng, P. Acoustic metamaterials: From local resonances to broad horizons. **Science Advances**, v. 2, n. 2, p. e1501595, 2016.

- Mencik, J.-M. New advances in the forced response computation of periodic structures using the wave finite element (wfe) method. **Computational Mechanics**, v. 54, n. 3, p. 789–801, 2014.
- Munjal, M. L. **Acoustics of ducts and mufflers with application to exhaust and ventilation system design**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1987.
- Bautista Ordoñez, J. M.; Nunes, M. A. d. A. Estudo do comportamento vibratório em tubos ressonantes utilizando síntese modal de componentes. **ENCONTRO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE ACÚSTICA**, 2018.
- Seo, S.-H.; Kim, Y.-H. Silencer design by using array resonators for low-frequency band noise reduction. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 118, n. 4, p. 2332–2338, 2005.
- Singh, S.; Hansen, C. H.; Howard, C. Q. A detailed tutorial for evaluating in-duct net acoustic power transmission in a circular duct with an attached cylindrical helmholtz resonator using transfer matrix method. In: **Acoustics 2008**. Victoria, Australia: [s.n.], 2008.
- Sousa, A. R. C. d. *et al.* Modelagem de metamaterial acústico para absorção sonora em baixas frequências. 2017.
- Tang, P.; Sirignano, W. Theory of a generalized helmholtz resonator. **Journal of Sound and Vibration**, v. 26, n. 2, p. 247–262, 1973.
- Tang, S. Narrow sidebranch arrays for low frequency duct noise control. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 132, n. 5, p. 3086–3097, 2012.
- Wang, X.; Zhu, W.; Zhou, Y. Sound transmission in a duct with a side-branch tube array mounted periodically. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 139, n. 6, p. 202–208, 2016.
- Xiao, Y.; Mace, B. R.; Wen, J.; Wen, X. Formation and coupling of band gaps in a locally resonant elastic system comprising a string with attached resonators. **Physics Letters A**, v. 375, n. 12, p. 1485–1491, 2011.