



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Faculdade de Engenharia Mecânica

MARCOS VIEIRA DE ALBUQUERQUE

Absorvedor de vibração por efeito de impacto aplicado em vigas com e sem rotação

Campinas
2022

MARCOS VIEIRA DE ALBUQUERQUE

Absorvedor de vibração por efeito de impacto aplicado em vigas com e sem rotação

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica, na Área de Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico.

Orientador: Prof. Dr. Robson Pederiva

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA TESE DE DOUTORADO DEFENDIDA PELO ALUNO MARCOS VIEIRA DE ALBUQUERQUE, E ORIENTADA PELO PROF. DR. ROBSON PEDERIVA.

Campinas
2022

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

Al15a Albuquerque, Marcos Vieira de, 1988-
Absorvedor de vibração por efeito de impacto aplicado em vigas com e sem rotação / Marcos Vieira de Albuquerque. – Campinas, SP : [s.n.], 2022.

Orientador: Robson Pederiva.

Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Vibração. 2. Amortecimento (Mecânica). 3. Impacto. I. Pederiva, Robson, 1957-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Impact damper applied to beams with and without rotation

Palavras-chave em inglês:

Vibration

Damping (Mechanics)

Impact

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Doutor em Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

Robson Pederiva [Orientador]

Milton Dias Júnior

Anselmo Eduardo Diniz

Rodrigo Nicoletti

Carlos Alberto Bavastri

Data de defesa: 25-05-2022

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

Identificação e informações acadêmicas do(a) aluno(a)

- ORCID do autor: <https://orcid.org/0000-0001-5241-6516>

- Currículo Lattes do autor: <http://lattes.cnpq.br/8727071658529898>

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

TESE DE DOUTORADO

**Absorvedor de vibração por efeito de impacto
aplicado em vigas com e sem rotação**

Autor: Marcos Vieira de Albuquerque

Orientador: Prof. Dr. Robson Pederiva

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Tese de Doutorado:

**Prof. Dr. Robson Pederiva, Presidente
DSI/FEM/UNICAMP**

**Prof. Dr. Milton Dias Júnior
DSI/FEM/UNICAMP**

**Prof. Dr. Anselmo Eduardo Diniz
DEMM/UNICAMP**

**Prof. Dr. Rodrigo Nicoletti
SEM/EESC-USP**

**Prof. Dr. Carlos Alberto Bavastri
DEMEC/UFPR**

A Ata de Defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no SIGA/Sistema de Fluxo de Dissertação/Tese e na Secretaria do Programa da Unidade.

Campinas, 25 de maio de 2022.

DEDICATÓRIA

À minha família.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, pois sei que sem Ele nada é possível. Aos meus pais, Geraldo e Marcia, pelo amor, incentivo e dedicação sem fim. Às minhas irmãs, Celina e Miriam, pelo apoio e carinho. À Gláucia, pelo amor e incentivo constante.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Robson Pederiva, pela oportunidade concedida. Agradeço também pela orientação, amizade, pelo exemplo de profissionalismo.

Aos professores Prof. Dr. Alberto Luiz Serpa e Prof. Dr. Anselmo Eduardo Diniz, membros da banca examinadora do exame de qualificação, pelas ponderações e contribuições dadas a este trabalho.

Ao amigo Prof. Dr. Jorge Nei Brito, uma pessoa muito importante na minha formação e na minha caminhada acadêmica.

Aos membros da banca examinadora, Prof. Dr. Anselmo Eduardo Diniz, Prof. Dr. Milton Dias Júnior, Prof. Dr. Rodrigo Nicoletti e Prof. Dr. Carlos Alberto Bavastri por aceitarem o convite para avaliar este trabalho.

Aos colegas do Laboratório de Vibrações, Clodoaldo Chagas, David Moraes, Lucas Carvalho, Matheus Bacheга, Lucas Simões e Jean Martins pela convivência, amizade, e pela troca de experiências e conhecimentos. Todos foram muito importantes. Mas deixo um agradecimento especial ao amigo Clodoaldo, que esteve presente diariamente durante esta jornada, e também ao amigo David, que sempre esteve por perto dando apoio e participando de valiosas discussões.

Aos colegas do Laboratório de Dinâmica de Estruturas e Máquinas, Fábio Meneghatti e Hugo pelo convívio quase diário, conversas, e trocas de experiências agregadoras.

Aos colegas do Laboratório de Usinagem, Victor Saciotto, Fausto Galarza, Wallyson Silva e ao Prof. Dr. Daniel Suyama pela parceria e trocas de conhecimentos.

Aos funcionários da oficina do departamento, Maurício, Eli, Ferreira e Mauro pelo essencial apoio na construção da bancada experimental e na realização dos testes experimentais.

À FAPESP, cujo projeto temático de número do processo 2013/00551-7 foi indispensável e de valiosa contribuição para compra de materiais e equipamentos.

À CAPES, por conceder apoio financeiro para a realização deste trabalho. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

A persistência é o caminho do êxito.

Charles Chaplin

RESUMO

ALBUQUERQUE, Marcos Vieira de. Absorvedor de vibração por efeito de impacto aplicado em vigas com e sem rotação. 2022. 258p. Tese (Doutorado). Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

Este trabalho aborda a modelagem e a análise do comportamento de um absorvedor de vibração por efeito de impacto para atuar em vigas sem e com rotação. Os absorvedores por efeito de impacto (Impact Dampers), ao serem aplicados no sistema vibrante, possuem uma ou uma série de pequenas massas enclausuradas que colidem entre si e contra a estrutura, dissipando parte da energia cinética. Esses absorvedores vem sendo estudados experimentalmente desde os primeiras décadas do século XX e analítica e numericamente a partir do terço final do século XX. Neste trabalho, uma determinada configuração de absorvedor por efeito de impacto é aplicada para reduzir as vibrações impostas a uma viga engastada submetida ou não a uma rotação constante em torno de seu eixo axial. É proposta a utilização de um modelo de contato conhecido para modelar os impactos no interior de uma viga engastada modelada em elementos finitos. Primeiramente, estudos puramente numéricos são realizados em sistemas mais simples, usando um modelo massa-mola-amortecedor, para compreensão dos fenômenos envolvidos e o comportamento do absorvedor. Em seguida, no estudo da viga, resultados experimentais são reproduzidos no modelo matemático para validação teórica-experimental. Os resultados teóricos e experimentais indicam que os impactos são muito eficientes para reduzir os níveis de vibração, principalmente em estruturas sem rotação. O modelo matemático se mostrou eficiente para representar os efeitos dos impactos e muito sensível aos parâmetros relacionados à folga e ao coeficiente de restituição.

Palavras-chave: Vibração; Amortecimento (Mecânica); Absorvedor de Vibrações; Amortecimento de Vibrações; Impacto

ABSTRACT

ALBUQUERQUE, Marcos Vieira de. Absorvedor de vibração por efeito de impacto aplicado em vigas com e sem rotação. 2022. 258p. Tese (Doutorado). Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

This work is about the modeling and the behaviour of an impact damper applied in a cantilever beam with and without rotation. Impact Dampers, when applied in the vibrating system, contains one or many small enclosed masses that collide with each other and against to the structure, dissipating part of the kinetic energy. These absorbers have been studied experimentally since the first decades of the 20th century and analytically and numerically from the final third of the 20th century. In this work, a specific configuration of impact damper is applied to reduce the vibrations imposed on a cantilever beam subjected or not to a constant rotation around its axial axis. It is proposed to use a known contact model to model the impacts inside the cantilever beam modeled using the finite element method. First, purely numerical studies are carried out in mass-spring-damper systems, in order to understand the phenomena involved and the impact damper behaviour. Then, in the study of the cantilever beam, experimental results are reproduced in the proposed mathematical model for theoretical-experimental validation. Theoretical and experimental results indicate that impacts are very efficient to reduce vibration amplitudes, especially in structures without rotation. The mathematical model is efficient to represent the effects of impacts and very sensitive to the variation of the clearance gap and the coefficient of restitution.

Keywords: Vibration; Damping; Vibration Absorber; Impact Damper; Impact

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

2.1	Influência dos parâmetros geométricos da ferramenta de torneamento na vibração. Fonte: SANDVIK.	36
2.2	Influência dos ângulo de posição da ferramenta na atuação da força de corte. Fonte: SANDVIK.	37
2.3	Ângulo de saída da ferramenta. Fonte: SANDVIK.	38
2.4	Ângulo de posição da ferramenta na fresa e a influência na direção da força de corte. Fonte: SANDVIK.	38
2.5	Fresa com passo variável. Fonte: SANDVIK.	39
2.6	Interação ferramenta-peça no torneamento. Adaptado de Siddhpura e Paurobally (2012).	41
2.7	Interação ferramenta-peça no fresamento. Adaptado de Altintas e Budak (1995). . .	42
2.8	<i>Stability Lobe Diagram</i> Fonte: Quintana e Ciurana (2011).	43
2.9	TVA Fonte: Rao (2008).	44
2.10	Absorvedor dinâmico aplicado à peça. Adaptado de Moradi <i>e outros</i> (2015). . . .	45
2.11	Comparação do SLD com e sem observador. Adaptado de Moradi <i>e outros</i> (2015). .	46
2.12	Comparação dos sinais de deslocamento em função do tempo para o sistema sem e com absorvedor. Adaptado de Saadabad <i>e outros</i> (2014).	47
2.13	Absorvedor dinâmico utilizado por Yiqing e Yu (2015). Adaptado de Yiqing e Yu (2015)	48
2.14	Comparação entre as respostas sem e com absorvedor na FRF (a) e no SLD (b). Adaptado de Yiqing e Yu (2015).	48
2.15	Partes do sistema antivibração SILENT TOOLS. Fonte: (SANDVIK)	48
2.16	: Amortecimento da vibração, sem e com sistema antivibratório SILENT TOOLS. Fonte: (SANDVIK)	49
2.17	Diagrama esquemático dos tradicionais tipos de absorvedores por impacto. <i>Impact damper</i> (a), <i>multi-unit impact damper</i> (b), <i>particle damper</i> (c) e <i>multi-unit particle damper</i> (d). Fonte: Lu <i>e outros</i> (2018).	50
3.1	Representação de uma cavidade tridimensional com uma esfera alojada.	64
3.2	Vetores posição da esfera (a) e da cavidade (b) em relação ao referencial inercial. .	66
3.3	Contato entre os corpos.	68
3.4	Diagrama de corpo livre da cavidade e da esfera.	69
3.5	Exemplo de fresa e indicação das direções de vibração.	79

3.6	Diagrama esquemático para caracterização de um modelo NGDL com esferas. . . .	80
3.7	Modelo com a discretização básica da barra. Adaptado de Diniz <i>e outros</i> (2019). . .	84
4.1	Diagrama esquemático da barra engastada.	92
4.2	Montagem experimental da viga engastada com o <i>shaker</i> na direção X	92
4.3	Detalhe da fixação dos transdutores à barra.	93
4.4	Estrutura da bancada experimental #2.	94
4.5	Detalhe da montagem na extremidade da barra.	95
4.6	Representação da montagem da barra na bancada experimental #2.	96
4.7	Detalhe da montagem da barra e da disposição dos transdutores.	97
4.8	Discretização do modelo da barra em elementos finitos para representação da montagem experimental #1.	98
4.9	Diagrama esquemático da barra com esferas.	99
4.10	Montagem experimental.	101
4.11	Discretização do modelo em elementos finitos.	102
4.12	Ajuste do modelo para utilização das esferas de 6,0 mm. Força e aceleração medidas em Y	104
4.13	Ajuste do modelo para utilização das esferas de 6,0 mm. Força e aceleração medidas em X	105
4.14	Discretização do modelo de viga baseado na montagem experimental da barra. . . .	107
4.15	Comprimento dos elementos aplicados ao modelo da barra utilizada na bancada experimental #2.	108
4.16	PID acoplado a um <i>shaker</i> . Adaptado de Melo (2018).	109
5.1	Caso particular de uma estrutura de cavidade circular com uma esfera.	113
5.2	Redução de vibração obtida pelos impactos de uma esfera de aço de 6,0 mm considerando $\zeta = 0$ e $e = 1$	115
5.3	Resposta temporal do sistema conservativo com $R = 3,05$ para (a) 0,2 s e (b) 10 s de simulação.	116
5.4	Variação da velocidade da esfera e da fase estimada entre os sinais de força e posição da cavidade ao longo do tempo.	117
5.5	Comparação das respostas do sistema considerando a esfera aderida à estrutura e submetida aos impactos.	117
5.6	Potência fornecida pela força externa $F(t)$	118
5.7	Energia mecânica do sistema conservativo com $e = 1$ e $R = 3,05$ mm.	119
5.8	(a) Energia mecânica do sistema não amortecido; (b) trabalho da força externa (linha contínua) e energia dissipada pelo contato (linha tracejada). Sistema conservativo com $e = 0,2$, $e = 0,5$ e $e = 0,9$	120

5.9	(a) Energia mecânica do sistema não amortecido; (b) trabalho da força externa (linha contínua), energia dissipada pelo contato (linha tracejada) e posição da cavidade em função do tempo. Sistema conservativo com uma esfera e $e = 0,5$ operando em cavidades de raios $R = 3,05$, $R = 3,09$ e $R = 3,13$ mm.	121
5.10	Potência obtida pela força externa para o caso do sistema com $R = 3,09$ mm e $e = 0,5$	122
5.11	Energia fornecida ao sistema (linha contínua) e energia dissipada pelos impactos (linha tracejada) com diferentes coeficientes de restituição. Simulação de 2 s do sistema não amortecido com uma esfera operando em cavidades de raios $R = 3,05$, $R = 3,09$ e $R = 3,13$ mm.	123
5.12	Potência do sistema para diferentes coeficientes de restituição em função do tempo. Simulação de 2 s do sistema não amortecido com uma esfera operando em cavidades de raios $R = 3,05$, $R = 3,09$ e $R = 3,13$ mm.	124
5.13	Potência fornecida ao sistema amortecido com $\zeta = 0,03$ em função do tempo para diferentes coeficientes de restituição. Cavidade de raio $R = 3,09$ mm.	125
5.14	Potência fornecida ao sistema com diferentes amortecimentos em função do tempo para $e = 0,9$ e $R = 3,02$ mm. (a) Resultado entre 0 e 2 s de simulação e (b) detalhe do resultado entre 1 e 1,01 s.	126
5.15	Diferentes configurações utilizadas no PID.	127
5.16	Redução de vibração de um sistema com uma esfera em função do raio da cavidade, para diferentes coeficientes de restituição e amplitudes da força excitadora.	128
5.17	Redução de vibração de um sistema com três esferas em função do raio da cavidade, para diferentes coeficientes de restituição e amplitudes da força excitadora.	129
5.18	Redução de vibração de um sistema com dez esferas em função do raio da cavidade, para diferentes coeficientes de restituição e amplitudes da força excitadora.	130
5.19	Velocidades simuladas da estrutura e da esfera utilizando força excitadora de 0,4 N e coeficiente de restituição $e = 0,5$. (a) Respostas em regime permanente e (b) detalhe dos sinais. Condição de folga ótima.	131
5.20	Velocidades simuladas da estrutura e da esfera utilizando força excitadora de 0,4 N e coeficiente de restituição $e = 0,5$. (a) Respostas em regime permanente e (b) detalhe dos sinais. Condição de uma folga menor que a ótima.	131
5.21	Velocidades simuladas da estrutura e da esfera utilizando força excitadora de 0,4 N e coeficiente de restituição $e = 0,5$. (a) Respostas em regime permanente e (b) detalhe dos sinais. Condição de uma folga maior que a ótima.	132
5.22	Detalhe dos sinais de velocidades da estrutura e das esferas para diferentes folgas do sistema com 3 esferas.	133

5.23	Detalhe dos sinais de velocidades da estrutura e das esferas para diferentes folgas do sistema com 10 esferas.	134
5.24	Posições da estrutura e das esferas durante o regime transiente.	134
5.25	Posições da estrutura e das esferas durante os primeiros impactos.	134
5.26	Redução de vibração de um sistema com uma esfera se movimentando no plano $X - Y$ em função da folga, para diferentes coeficientes de restituição e amplitudes da força excitadora.	136
5.27	Redução de vibração de um sistema com três esferas se movimentando no plano $X - Y$ em função da folga, para diferentes coeficientes de restituição e amplitudes da força excitadora.	137
5.28	Redução de vibração de um sistema com dez esferas se movimentando no plano $X - Y$ em função da folga, para diferentes coeficientes de restituição e amplitudes da força excitadora.	138
5.29	Trajetória realizada pela esfera em diferentes folgas.	139
5.30	Redução de vibração de um sistema em função da folga normalizada, para diferentes coeficientes de restituição. Movimento da esfera apenas na direção Y sob diferentes forças excitadoras.	141
5.31	(a) Redução da vibração em função da folga normalizada para diferentes casos que representam a variação da frequência natural e da força excitadora; (b) comparação dos casos 2, 4 e 6 com excitação na frequência natural e numa frequência maior que a frequência natural. Respostas do sistema com $e = 0,5$	143
5.32	(a) Comparação das velocidades da esfera de massas diferentes em cavidades com suas respectivas folgas ótimas. (b) Comparação da resposta em função da folga normalizada para diferentes massas de esferas.	144
5.33	Resposta do sistema com movimento na direção Y em função da folga normalizada para diferentes coeficientes de restituição.	145
5.34	Redução de vibração em função da folga normalizada para um sistema com uma esfera e coeficientes de restituição $e = 0,5$ e $e = 0,9$ com diferentes fatores de amortecimento.	145
5.35	Comparação da velocidade da esfera e da fase calculada a cada período de oscilação em diferentes folgas, $e = 0,5$ e $\zeta = 0,03$	146
5.36	Comparação da velocidade da esfera e da fase calculada a cada período de oscilação em diferentes folgas, $e = 0,9$ e $\zeta = 0,03$	147
5.37	Comparação da velocidade da esfera e da fase calculada a cada período de oscilação na folga ótima, $e = 0,9$ e $\zeta = 0,01$	148

5.38	Comparação das respostas numéricas considerando ou não o grau de liberdade de rotação da esfera.	150
5.39	FRF de receptância do sistema 1GDL descrito.	152
5.40	FRF e resposta de deslocamento em função da frequência para uma força $F_0(\omega)$ variável para manter $y(\omega) = y(f_n)$	153
5.41	Redução da vibração à $2f_n$ com uma esfera de massas m_e e $5m_e$	154
5.42	Resposta de velocidade em função da frequência do sistema com uma esfera para uma força $F_0(\omega)$ variável para manter $\dot{y}(\omega) = \dot{y}(f_n)$	155
5.43	Velocidades da estrutura e da esfera em diferentes combinações de frequência e folga. Deslocamento constante.	156
5.44	Velocidades da estrutura e da esfera em diferentes combinações de frequência e folga. Velocidade constante.	156
5.45	(a) Resposta de deslocamento em função da frequência do sistema com três esferas para uma força $F_0(\omega)$ variável para manter $y(\omega) = y(f_n)$. (b) Redução da vibração à $2f_n$ com três esferas em função da folga com diferentes coeficientes de restituição.	157
5.46	(a) Resposta de velocidade em função da frequência do sistema com três esferas para uma força $F_0(\omega)$ variável para manter $\dot{y}(\omega) = \dot{y}(f_n)$. (b) Redução da vibração à $2f_n$ com três esferas em função da folga com diferentes coeficientes de restituição.	158
5.47	Caso particular de um PID com uma esfera.	159
5.48	Redução de vibração obtida em função do raio da cavidade e da rotação imposta à cavidade. Sistema com uma esfera de aço de 6,0 mm, $e = 0,7$ e amplitude da força excitadora de 0,63 N.	161
5.49	Trajetória da esfera no interior da cavidade de diferentes raios mediante rotação de 0 e 10 rad/s (95,49 rpm).	162
5.50	Redução de vibração obtida em função do raio da cavidade para as rotações de 95,49 (10 rad/s) e 315,12 rpm (33 rad/s). Sistema com uma esfera de aço de 6,0 mm, $e = 0,7$ e amplitude da força excitadora de 0,63 N.	163
5.51	Redução de vibração obtida em função da rotação da cavidade para cavidades de raio $R = 3,077$ mm e $R = 3,095$ mm. Sistema com uma esfera de aço de 6,0 mm, $e = 0,7$ e amplitude da força excitadora de 0,63 N.	164
5.52	Redução de vibração em função da folga normalizada para coeficientes de restituição 0,2, 0,5 e 0,9. Sistema com uma esfera de aço de 6,0 mm.	166
5.53	Redução de vibração obtida para diferentes valores de rotação e de amplitudes de força aplicada. Sistema normalizado com uma esfera de aço de 6,0 mm, $e = 0,5$ e $\epsilon = 2,472$	167

5.54	Redução de vibração em função da folga normalizada para diferentes amplitudes de força excitadora com $\Omega = 50$ rad/s. Sistema normalizado com uma esfera de aço de 6,0 mm.	168
5.55	Redução de vibração em função da rotação da cavidade obtida ao utilizar a folga ótima para cada coeficiente de restituição. Sistema normalizado submetido a força harmônica (em ressonância) de amplitude 3,5 N.	169
5.56	Redução de vibração em função da rotação da cavidade obtida ao utilizar a folga ótima para diferentes coeficiente de atrito. Sistema normalizado submetido a força harmônica (em ressonância) de amplitude 3,5 N.	170
5.57	Trajatória realizada pela esfera no interior da cavidade ao aplicar diferentes rotações e coeficientes de atrito μ . Sistema normalizado com uma esfera de aço de 6,0 mm, $e = 0,5$ e $F_{0y} = 3,5$ N.	170
5.58	Redução da vibração de uma cavidade em rotação constante com diferentes amplitudes de força excitadora.	171
5.59	Trajatória da esfera no interior da cavidade em rotação mediante aplicação de diferentes amplitudes de força excitadora. Sistema normalizado com $\epsilon = 3,643$, $e = 0,5$, $\mu = 0,1$ e $\zeta = 0,0673$	172
5.60	Exemplos de trajetórias da esfera e força de contato desenvolvidas a partir duas condições de força diferentes.	174
5.61	Espectro de deslocamento do sistema sem e com impacto. Sistema com uma esfera de aço de 6,0 mm, $e = 0,7$, $R = 3,077$ mm e $\Omega = 0$. Força aplicada: situação 2. . .	175
5.62	Trajatória realizada pela esfera no interior da cavidade ao aplicar as forças excitadoras descritas como situação 1 e 2. Sistema com uma esfera de aço de 6,0 mm, $e = 0,7$, $R = 3,077$ mm e $\Omega = 0$	175
5.63	Comparação das respostas do sistema normalizado ao ser submetido às situações de força 1 e 2, com $\Omega = 0$	176
5.64	Redução de vibração em fnção da folga normalizada para o sistema excitado a força da situação 2. Sistema com uma esfera de aço de 6,0 mm, $e = 0,7$, $\mu = 0,1$ mm e $\Omega = 40$	177
5.65	Trajatória (a) e aceleração em Y (b) da esfera para uma folga normalizada $\epsilon = 4,969$ ao utilizar $\Omega = 0$ e $\Omega = 40$ rad/s, com o sistema excitado pela força da situação 2. .	177
5.66	Redução de vibração em função da rotação da cavidade para o sistema excitado com a força descrita na situação 2.	179
5.67	RMS da aceleração (a) e porcentagem da redução da aceleração em função do número de esferas (b).	180

5.68	Comparação da posição da esfera em sistemas amortecidos com 1 esfera e com duas esferas.	181
5.69	Amplitude de vibração da viga submetida a impactos de 1 a 5 esferas de aço de 6,0 mm.	182
5.70	Exemplificação de como a curva desloca ao aumentar o fator de amortecimento, o coeficiente de restituição ou a razão de massa.	183
5.71	(a) RMS da força excitadora e da aceleração em X e (b) Fase para diferentes configurações de esferas. Amplitude 1.	186
5.72	(a) RMS da força excitadora e da aceleração em X e (b) Fase para diferentes configurações de esferas. Amplitude 2.	186
5.73	(a) RMS da força excitadora e da aceleração em X e (b) Fase para diferentes configurações de esferas. Amplitude 3.	187
5.74	(a) RMS da força excitadora e da aceleração em Y e (b) Fase para diferentes configurações de esferas. Amplitude 1.	189
5.75	(a) RMS da força excitadora e da aceleração em Y e (b) Fase para diferentes configurações de esferas. Amplitude 2.	190
5.76	(a) RMS da força excitadora e da aceleração em Y e (b) Fase para diferentes configurações de esferas. Amplitude 3.	190
5.77	Comparação das respostas experimentais e simuladas sem esferas. Força aplicada e aceleração medida na direção X	192
5.78	Reprodução da Figura 4.9(b)	193
5.79	Redução de vibração alcançada ao variar o coeficiente de restituição e o raio da cavidade, utilizando uma esfera de 6,0 mm de aço ($- \bullet -$) e tungstênio ($- \square -$).	195
5.80	Redução de vibração alcançada ao variar o coeficiente de restituição e o raio da cavidade, utilizando cinco esferas de 6,0 mm de aço ($- \bullet -$) e tungstênio ($- \square -$).	196
5.81	Concentração dos resultados numéricos utilizando diferentes coeficientes de restituição para comparação do desempenho de 3 e 5 esferas de aço e tungstênio.	197
5.82	Aceleração da estrutura em função do raio da cavidade ao utilizar diferente quantidades de esferas e coeficientes de restituição. Esferas de 6,0 mm de aço.	198
5.83	Aceleração da estrutura em função do raio da cavidade ao utilizar diferente quantidades de esferas e coeficientes de restituição. Esferas de 6,0 mm de tungstênio.	199
5.84	Comparação dos resultados simulados e experimentais. Força na direção X , Amplitude de tensão 1.	201
5.85	Comparação dos resultados simulados e experimentais. Força na direção X , Amplitude de tensão 2.	202

5.86	Comparação dos resultados simulados e experimentais. Força na direção X , Amplitude de tensão 3.	203
5.87	Simulação do desempenho das esferas de tungstênio com diferentes valores de R e e . Força na direção X , Amplitude de tensão 3.	204
5.88	Resultado experimental de força, aceleração e fase em função do intervalo de frequências estabelecido.	205
5.89	Resultado numérico e experimental da aceleração e fase em função do intervalo de frequências estabelecido.	206
5.90	Aceleração simulada para diferentes valores de frequência e de raios da cavidade. Sistema com 5 esferas de 6,0 mm de aço com $e = 0,9$	207
5.91	Aceleração simulada para diferentes valores de frequência e de coeficientes de restituição. Sistema com 5 esferas de 6,0 mm de aço com cavidade de raio $R = 3,025$ mm.	207
5.92	Sinais de aceleração original e filtrado da barra forçada a 508 Hz e 950 rpm.	209
5.93	Comparação das acelerações da barra, excitada a 508 Hz e submetida à rotação de 950 rpm, sem esferas e com 5 esferas de 6,0 mm (aço).	209
5.94	Resultado experimental do pico de aceleração em 508 Hz à 0 rpm.	211
5.95	Aceleração medida a 508 Hz para as diferentes amplitudes de força e rotações aplicadas no sistema sem esferas.	212
5.96	Resultado experimental do pico de aceleração em 508 Hz à 950,4 rpm.	213
5.97	Resultado experimental do pico de aceleração em 508 Hz à 1500 rpm.	214
5.98	Resultado experimental da redução de vibração obtida com excitação a 508 Hz a 950,4 e 1500 rpm. Amplitude de força 1.	215
5.99	Resultado experimental da redução de vibração obtida com excitação a 508 Hz a 950,4 e 1500 rpm. Amplitude de força 2.	215
5.100	Resultado experimental da redução de vibração obtida com excitação a 508 Hz a 950,4 e 1500 rpm. Amplitude de força 3.	216
5.101	Resultado experimental do pico de aceleração em 508 Hz à 2256 rpm.	217
5.102	Redução de vibração obtida para diferentes rotações e amplitudes de força. Esferas de 6,0 mm de aço.	218
5.103	Redução de vibração obtida para diferentes rotações e amplitudes de força. Esferas de 6,0 mm de tungstênio.	220
5.104	Sinais de aceleração experimental e simulada ao aplicar a amplitude de força 3 ao sistema.	221
5.105	Comparação das respostas simuladas e experimentais para $R = 3,036$ mm e $e = 0,9$	223

5.106	Comparação das respostas simuladas e experimentais para sistemas com 3 esferas submetido às amplitudes de força 2 e 3 ao utilizar coeficientes de restituição 0,7 e 0,9. $R = 3,036$ mm.	224
5.107	Comparação dos valores das fases medidas e estimadas para o sistema com diferentes números de esferas de 6,0 mm (aço).	225
5.108	Comparação das respostas de aceleração estimada ao variar o coeficiente de restituição e o raio da cavidade. Esferas de 6,0 mm e sistema submetido à amplitude de força 3.	226
5.109	Comparação das resposta experimentais e simuladas das esferas de 5,953 mm mediante a variação de R e e . Excitação com amplitude de força 2.	227
5.110	Comparação das respostas experimentais e simuladas das esferas de 6,0 mm (tungstênio) mediante a variação de R e e . Excitação com amplitude de força 2.	229
5.111	Comparação das respostas experimentais e simuladas das esferas de 6,0 mm (tungstênio) mediante a variação de R e e . Excitação com amplitude de força 3.	229
5.112	Comparação dos espectros de aceleração experimental e simulado da barra sem esferas com $\Omega = 950,4$ rpm.	232
5.113	Comparação dos espectros de aceleração experimental e simulado da barra sem esferas com $\Omega = 1500$ rpm.	233
5.114	Comparação dos espectros de aceleração experimental e simulado da barra sem esferas com $\Omega = 2256$ rpm.	234
5.115(a)	Espectros de aceleração simulados e (b) comparação das respostas simuladas e experimentais para diferentes quantidades de esferas de 6,0 mm (aço). Sistema submetido à amplitude de força 1 e $\Omega = 950,4$ rpm.	235
5.116	Comparação das respostas simuladas (Sim.) e experimentais (Exp.) para $\Omega = 950,4$ rpm.	236
5.117	Comparação das respostas simuladas (Sim.) e experimentais (Exp.) para $\Omega = 1500$ rpm.	237
5.118	Comparação das respostas simuladas (Sim.) e experimentais (Exp.) para $\Omega = 2256$ rpm.	238
A.1	Exemplo da esfera rolando sobre uma superfície plana. Fonte: (Beer e outros, 2009)	251
A.2	Respostas simuladas da esfera rolando sobre uma superfície plana. (a) Velocidade do CG (v_2) e angular (ω_2) da esfera em função do tempo; (b) comparação da velocidade do CG (v_2) com a velocidade calculada por $\omega_2 \cdot r$	252
A.3	Resposta simulada de uma esfera rolando sobre uma superfície circular. (a) cavidade circular onde a esfera de movimentação; (b) comparação da velocidade do CG da esfera (v_2) com a velocidade calculada pelo produto $\omega_2 \cdot r$	253

A.4	Exemplo disco na esteira. Fonte: (Beer e outros, 2009)	254
A.5	Respostas simuladas do problema do disco sobre uma esteira. (a) representação de um disco rolando sobre uma superfície com velocidade constante, análoga a uma esteira; (b) velocidade da esteira e velocidade angular do disco em função do tempo.	255

LISTA DE TABELAS

4.1	Distâncias entre os nós aplicadas ao modelo para cada caso.	100
4.2	Valores estabelecidos dos parâmetros iniciais e limites para o ajuste do modelo. . .	103
4.3	Valores obtidos para o ajuste do modelo à FRF experimental medida na direção Y . . .	104
4.4	Valores obtidos para o ajuste do modelo à FRF experimental medida na direção X . . .	105
4.5	Distâncias entre os nós aplicadas ao modelo para cada caso. Bancada experimental #2.	106
5.1	Parâmetros físicos do PID.	114
5.2	Parâmetros físicos dos PID's	127
5.3	Parâmetros para as simulações do sistema normalizado.	142
5.4	Esferas utilizadas nos experimentos	184
5.5	Média das amplitudes dos picos de força a 508 Hz (em Newtons, N) para as dife- rentes rotações Ω (em rpm) aplicadas à barra.	210
5.6	Média das amplitudes dos picos de força a 508 Hz (em Newtons, N) para $\Omega = 0$. . .	222
B.1	Valores definitivos para rigidez do engaste e amortecimento proporcional aplicados aos modelos matemáticos para simulação sob excitação na direção X	256
B.2	Valores definitivos para rigidez do engaste e amortecimento proporcional aplicados aos modelos matemáticos para simulação sob excitação na direção Y	257
B.3	Amplitude de força a 508 Hz, rigidez no nó 14 k_{xx14} e coeficiente de amorteci- mento proporcional β aplicados ao modelo matemático, considerando a variação da frequência natural da barra com o aumento da rotação.	258
B.4	Amplitude de força a 508 Hz, rigidez no nó 14 k_{xx14} e coeficiente de amortecimento proporcional β aplicados ao modelo matemático, desconsiderando a variação da frequência natural da barra com o aumento da rotação.	258

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CG	-	Centro de Gravidade
DEM	-	<i>Discrete Elements Method</i> - Método de Elementos Discretos
EF	-	Elementos Finitos
FRF	-	Função Resposta em Frequência
GDL	-	Graus de Liberdade
HMS	-	<i>High Speed Machining</i>
MEF	-	Método de Elementos Finitos
NGDL	-	<i>N</i> Graus de Liberdade
PID	-	<i>Particles Impact Damper</i>
rms/RMS	-	<i>Root Mean Square</i>
TVA	-	<i>Tunable Vibration Absorber</i>
TMD	-	<i>Tuned Mass Damper</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

Matrizes e Vetores

- $[C]$ - Matriz de amortecimento global
- $[C_1]$ - Matriz de amortecimento do sistema equivalente
- $[C_{cav}]$ - Matriz de amortecimento da estrutura (cavidade) modelada em elementos finitos
- $[C_s]$ - Matriz de amortecimento do sistema (estrutura + esferas) utilizada na modelagem em elementos finitos
- ${}_I\mathbf{F}_C$ - Vetor força de contato escrito no referencial inercial
- ${}_{nt}\mathbf{F}_C$ - Vetor força de contato escrito no referencial normal-tangencial
- $[K]$ - Matriz de rigidez global
- $[K_1]$ - Matriz de rigidez do sistema equivalente
- $[K_{cav}]$ - Matriz de rigidez da estrutura (cavidade) modelada em elementos finitos
- $[K_s]$ - Matriz de rigidez do sistema (estrutura + esferas) utilizada na modelagem em elementos finitos
- $[M]$ - Matriz de massa global
- $[M_1]$ - Matriz de massa do sistema equivalente
- $[M_{cav}]$ - Matriz de massa da estrutura (cavidade) modelada em elementos finitos
- $[M_{esf}]$ - Matriz de massa da(s) esfera(s) utilizada na modelagem em elementos finitos
- $[M_s]$ - Matriz de massa do sistema (estrutura + esferas) utilizada na modelagem em elementos finitos
- ${}_I\mathbf{n}_r$ - Vetor direção da posição da esfera em relação à cavidade escrito no referencial inercial

- $I\mathbf{p}_e$ - Vetor ponto de contato da esfera escrito no referencial inercial
- $I\mathbf{p}_{cav}$ - Vetor ponto de contato da cavidade escrito no referencial inercial
- $\{\mathbf{q}_{cav}\}_i$ - Vetor que contém os deslocamentos nodais de um nó i da estrutura
- $\{\mathbf{q}_e\}_i$ - Vetor posição da esfera em um nó i da estrutura
- $\{\mathbf{q}_{cav}\}$ - Vetor posição da estrutura no modelo de elementos finitos
- $\{\dot{\mathbf{q}}_{cav}\}$ - Vetor velocidade da estrutura no modelo de elementos finitos
- $\{\ddot{\mathbf{q}}_{cav}\}$ - Vetor aceleração da estrutura no modelo de elementos finitos
- $\{\mathbf{q}_e\}$ - Vetor posição da esfera no modelo de elementos finitos
- $\{\dot{\mathbf{q}}_e\}$ - Vetor velocidade da esfera no modelo de elementos finitos
- $\{\ddot{\mathbf{q}}_e\}$ - Vetor aceleração da esfera no modelo de elementos finitos
- $\{\mathbf{q}\}$ - Vetor posição completo do sistema (estrutura + esfera) do modelo em elementos finitos
- $\{\dot{\mathbf{q}}\}$ - Vetor velocidade completo do sistema (estrutura + esfera) do modelo em elementos finitos
- $\{\ddot{\mathbf{q}}\}$ - Vetor aceleração completo do sistema (estrutura + esfera) do modelo em elementos finitos
- $I\mathbf{r}_{cav}$ - Vetor posição da cavidade escrito no referencial inercial
- $I\dot{\mathbf{r}}_{cav}$ - Vetor velocidade da cavidade escrito no referencial inercial
- $I\mathbf{r}_e$ - Vetor posição da esfera escrito no referencial inercial
- $I\dot{\mathbf{r}}_e$ - Vetor velocidade da esfera escrito no referencial inercial
- $I\mathbf{r}$ - Vetor posição relativa escrito no referencial inercial
- $[{}_Z T_r]$ - Matriz de Transformação de Coordenadas para um sistema de referência ao ser rotacionado em torno do eixo Z fixo
- $I\mathbf{u}_1$ - Vetor que liga o centro da esfera ao ponto de contato escrito no referencial inercial
- $I\mathbf{u}_{cav}$ - Vetor que liga o centro da cavidade ao ponto de contato escrito no referencial inercial
- $I\boldsymbol{\delta}$ - Vetor de deformação relativa escrito no referencial inercial
- ${}_{nt}\boldsymbol{\delta}$ - Vetor de deformação relativa escrito no referencial normal-tangencial
- ${}_{nt}\dot{\boldsymbol{\delta}}$ - Vetor velocidade de deformação relativa escrito no referencial normal-tangencial
- $I\boldsymbol{\theta}_{cav}$ - Vetor posição angular da cavidade escrito no referencial inercial
- $I\dot{\boldsymbol{\theta}}_{cav}$ - Vetor velocidade angular da cavidade escrito no referencial inercial
- $I\boldsymbol{\theta}_e$ - Vetor posição angular da esfera escrito no referencial inercial
- $I\dot{\boldsymbol{\theta}}_e$ - Vetor velocidade angular da esfera escrito no referencial inercial

Letras Latinas

- a_t - Aceleração tangencial do CG da esfera
- c_1 - Coeficiente de amortecimento viscoso equivalente da cavidade em um sistema com 1 GDL
- c_F - Fator de amortecimento histerético
- D - Diâmetro externo da viga
- d - Diâmetro interno da viga
- e - Coeficiente de restituição
- E_c - Energia cinética
- E_p - Energia potencial
- E_{cesf} - Energia cinética da esfera
- E_{pesf} - Energia potencial da esfera
- E_{sist} - Energia mecânica do sistema
- F_c - Força de amortecimento
- F_H - Força na mola não linear de Hertz
- F_N - Força normal de contato
- F_T - Força tangencial de contato (atrito)
- F_x - Força excitadora na direção x
- F_y - Força excitadora na direção y
- F_{Cx} - Força de contato na direção x
- F_{Cy} - Força de contato na direção y
- F_{0x} - Amplitude da força excitadora atuante na direção x
- F_{0y} - Amplitude da força excitadora atuante na direção y
- f_0 - Frequência da força excitadora
- f_{0x} - Frequência da força excitadora atuante na direção x
- f_{0y} - Frequência da força excitadora atuante na direção y
- f_n - Frequência natural em Hz
- I_e - Inércia de massa da esfera
- k_1 - Rigidez equivalente da cavidade em um sistema com 1 GDL
- k_H - Rigidez da mola não linear de Hertz ou Rigidez de contato do modelo de Hertz
- k_x - Rigidez da mola equivalente na direção x
- k_y - Rigidez da mola equivalente na direção y

- L_0 - Comprimento do furo interno da barra (comprimento útil)
- L_p - Comprimento da ponta da barra (seção maciça)
- m_1 - Massa equivalente da cavidade em um sistema com 1 GDL
- m_e - Massa da esfera
- N - Número de esferas
- n - Número de nós no modelo em elementos finitos
- P_F - Potência produzida por uma força
- R - Raio da cavidade
- r - Raio da esfera
- U_F - Trabalho da força externa
- v_{te} - Velocidade tangencial da esfera devido à sua rotação
- v_{tcav} - Velocidade tangencial devido à rotação da cavidade circular
- ${}_n\dot{v}_e$ - Aceleração da esfera na direção normal
- ${}_t\dot{v}_e$ - Aceleração da esfera na direção tangencial
- x_{cav} - Posição da cavidade na direção x
- \dot{x}_{cav} - Velocidade da cavidade na direção x
- \ddot{x}_{cav} - Aceleração da cavidade na direção x
- x_e - Posição da esfera na direção x
- x_{ei} - Posição da esfera alocada ao nó i na direção x
- \dot{x}_e - Velocidade da esfera na direção x
- \ddot{x}_e - Aceleração da esfera na direção x
- x_i - Posição do nó i na direção x
- y_{cav} - Posição da cavidade na direção y
- \dot{y}_{cav} - Velocidade da cavidade na direção y
- \ddot{y}_{cav} - Aceleração da cavidade na direção y
- y_e - Posição da esfera na direção y
- y_{ei} - Posição da esfera alocada ao nó i na direção y
- \dot{y}_e - Velocidade da esfera na direção y
- \ddot{y}_e - Aceleração da esfera na direção y
- y_i - Posição do nó i na direção y
- $y(\omega)$ - Resposta de deslocamento em função da frequência

Letras Gregas

- α - Constate de amortecimento proporcional que multiplica a matriz de massa da estrutura
- $\alpha(\omega)$ - Receptância
- β - Constate de amortecimento proporcional que multiplica a matriz de rigidez da estrutura
- δ - Deformação relativa
- δ_n - Deformação relativa na direção normal
- δ_t - Deformação relativa na direção tangencial
- $\dot{\delta}$ - Velocidade relativa da colisão
- $\dot{\delta}_n$ - Velocidade relativa da colisão na direção normal
- $\dot{\delta}_t$ - Velocidade relativa da colisão na direção tangencial
- $\dot{\delta}(-)$ - Velocidade relativa imediatamente antes do impacto
- ϕ_{xi}, ϕ_{yi} - Rotações do nó i em torno dos eixos x e y , respectivamente
- μ - Coeficiente de atrito
- Ω - Rotação da cavidade
- ω - Frequência
- ω_n - Frequência natural em rad/s
- θ_{cav} - Posição angular da cavidade em torno do eixo z
- $\dot{\theta}_{cav}$ - Velocidade angular da cavidade em torno do eixo z
- $\ddot{\theta}_{cav}$ - Aceleração angular da cavidade em torno do eixo z
- θ_e - Posição angular da esfera em torno do eixo z
- $\dot{\theta}_e$ - Velocidade angular da esfera em torno do eixo z
- $\ddot{\theta}_e$ - Aceleração angular da esfera em torno do eixo z
- θ_{zei} - Posição angular da esfera no nó i em torno do eixo z
- ϕ_r - Ângulo de rotação do sistema de referência móvel
- ζ - Fator de amortecimento

Outras Notações

- $\{\}^T, []^T$ - Transposto de um vetor ou matriz
- 1D - Elemento unidimensional
- 2D - Elemento bidimensional
- 3D - Elemento tridimensional

SUMÁRIO

1	Introdução	30
1.1	Objetivos	32
1.1.1	Objetivos específicos	33
1.2	Organização do trabalho	33
2	Revisão Bibliográfica	35
2.1	Vibrações em usinagem	35
2.1.1	Vibrações em torneamento	35
2.1.2	Vibrações em fresamento	37
2.1.3	Vibrações em fresamento - <i>High Speed Machining</i>	40
2.1.4	Vibrações autoexcitadas (<i>chatter</i>)	41
2.2	Absorvedores dinâmicos aplicados em processos de usinagem	44
2.3	<i>Silent Tools</i>	46
2.4	Absorvedores por efeito de impacto - <i>Particle Impact Dampers</i>	49
2.5	Aplicação de absorvedores por impacto em operações de usinagem	59
3	Modelagem Matemática	64
3.1	Cinemática de uma esfera dentro da cavidade	64
3.2	Cinética de uma esfera dentro da cavidade	67
3.3	Equações de movimento de uma esfera dentro da cavidade	71
3.4	Verificação do modelo de atrito	75
3.5	Cinemática de várias esferas dentro da cavidade com NGDL	75
3.6	Cinética de várias esferas dentro da cavidade com NGDL	77
3.7	Equações de movimento de várias esferas dentro da cavidade com NGDL	79
3.8	Modelagem usando Elementos Finitos	84
4	Materiais e Métodos	91
4.1	Bancada experimental	91
4.1.1	Bancada experimental #1	91
4.1.2	Bancada experimental #2	93
4.2	Instrumentação e equipamentos utilizados	96

4.3	Discretização do modelo em elementos finitos para simular a barra engastada na bancada experimental #1	98
4.3.1	Modelagem do Engaste	100
4.3.2	Ajuste do modelo - Força aplicada na direção Y	103
4.3.3	Ajuste do modelo - Força aplicada na direção X	104
4.3.4	Refino do ajuste do modelo	104
4.4	Discretização do modelo em elementos finitos para simular a viga na bancada experimental #2	106
4.4.1	Ajuste do modelo	107
4.5	Integração das equações de movimento	108
	Integração convencional - PID	110
	Integrador por passo - modelo com elementos finitos	110
5	Resultados	113
5.1	Simulação do PID submetido à vibração forçada	113
5.1.1	Análise de um PID aplicado em uma estrutura conservativa	113
5.1.2	Análise de um PID aplicado em uma estrutura amortecida	126
5.1.3	Análise do PID normalizado	140
5.1.4	PID considerando a rotação da esfera em torno do seu próprio eixo	148
5.1.5	PID operando em diferentes frequências	151
5.2	PID em rotação constante	158
5.3	Simulação do modelo de viga com diversas esferas	179
5.4	Resultados medidos na bancada experimental #1	183
5.4.1	Resultados experimentais da viga engastada na posição horizontal	184
	Viga engastada na horizontal excitada na direção X	185
	Viga engastada na horizontal excitada na direção Y	188
5.5	Resultados numéricos da barra engastada na posição horizontal	191
	Simulação da viga engastada na horizontal excitada na direção X	193
5.5.1	Comparação dos resultados numéricos e experimentais para a resposta em função da frequência	204
5.6	Resultados medidos na bancada experimental #2	208
5.7	Simulação numérica da barra na posição vertical	220
5.7.1	Simulação numérica da barra sem rotação	220
5.7.2	Simulação numérica da viga com rotação	230
6	Conclusões	239

7 Sugestões para trabalhos futuros	241
A – Verificação do modelo de atrito	251
A.1 Esfera sobre uma superfície plana	251
A.2 Esfera / disco sobre uma superfície circular	253
B – Ajuste do modelo: engaste	256
B.1 Bancada experimental #1	256
B.2 Bancada experimental #2	257

1 Introdução

Sistemas mecânicos são constantemente submetidos a vibrações oriundas do movimento e da interação de diferentes corpos ou devido a fatores externos. Muitas vezes a afirmação de que um corpo está vibrando é vista somente como algo ruim e que o levará a uma falha. Na realidade, qualquer corpo pode estar sujeito à vibração, mas esta vibração lhe causará algum efeito danoso se estiver ocorrendo dentro de algumas condições específicas fora daquelas a que foi projetado. Aos sistemas que estão sujeitos a vibrações indesejáveis/prejudiciais, são projetados dispositivos (absorvedores) para reduzir a amplitude de vibração, deixando-a dentro de um limite adequado. De uma forma geral, os absorvedores de vibração podem ser classificados em dois tipos básicos: ativos e passivos. Os absorvedores *ativos* são aqueles que utilizam alguma fonte de energia externa para atuarem sobre o corpo vibrante, enquanto que os *passivos* não necessitam de fonte externa.

Os absorvedores passivos utilizam a própria energia gerada da vibração para atuarem e reduzir a amplitude de vibração, desde que estejam operando numa condição específica para tal. Exemplos destes absorvedores são conhecidos como TMD's (*Tuned Mass Damper*) e PID's (*Particle Impact Dampers*). O primeiro consiste em uma massa extra acoplada à estrutura vibrante via um elemento elástico, de forma que seja sintonizada na frequência de vibração, de forma que a massa extra vibre ao invés da massa principal do sistema. O segundo é caracterizado por uma ou um conjunto de massas auxiliares enclausuradas em uma estrutura folgada, a qual é aplicada à estrutura vibrante para que os impactos das massas auxiliares (entre elas e a estrutura vibrante) reduzam a amplitude de vibração. Esse é o tipo de absorvedor estudado neste trabalho.

A utilização de impactos para reduzir vibrações induzidas em estruturas flexíveis vem sendo estudada desde as primeiras décadas do século XX. Diversos resultados experimentais demonstraram a eficiência destes absorvedores nas mais variadas aplicações. Devido às vantagens de baixo custo e de simplicidade de montagem, os absorvedores por impacto podem ser utilizados em diversas aplicações em que a montagem de absorvedores ativos é inviável ou até impossível.

Do ponto de vista de modelo matemático, as colisões nos absorvedores por impacto geralmente são modeladas a partir da quantidade de movimento do sistema ou por um conjunto de mola-amortecedor, representando a rigidez e a dissipação de energia no impacto. Os modelos que consideram uma associação de mola e amortecedor são baseados e utilizadas nas simulações de interações entre corpos com o método dos elementos discretos (DEM). Diversos modelos de contato foram desenvolvidos para representar os impactos, desde modelos puramente elásticos (ideal, sem

dissipação de energia) até modelos mais complexos para a representação de contatos de materiais viscoelásticos, por exemplo.

Neste trabalho, é aplicado um modelo de contato não linear já utilizado para modelar a colisão entre dois corpos rígidos, mas ainda não aplicada para modelar as colisões em absorvedores por impacto.

Os absorvedores por impacto são utilizados em uma grande gama de aplicações. Uma das aplicações que vem apresentando grandes resultados é a utilização dos absorvedores por impacto em operações de usinagem. Algumas condições de corte em operações de torneamento e fresamento são muito propícias ao surgimento de vibrações indesejáveis que prejudicam o acabamento superficial da peça usinada e deterioram a ferramenta precocemente.

Durante o processo de usinagem, as componentes da força de usinagem atuam sobre a ferramenta no instante do corte, deslocando-a e impondo-a a um movimento vibratório, com uma determinada frequência e amplitude. As vibrações não podem ser eliminadas totalmente, pois é uma característica inerente de sistemas mecânicos que interagem entre si, mas somente aquelas que possuem maiores amplitudes são tratadas como problemas, devido ao acabamento superficial indesejado causado à peça e ao desgaste/avaria acelerado(a) da ferramenta. Contudo, podem ser minimizadas para que valores indesejados não sejam alcançados, evitando que causem prejuízos ao processo de usinagem. Quintana e Ciurana (2011) dividem as vibrações na usinagem em três tipos: livre, forçada e auto-excitada. Segundo esses autores a vibração livre ocorre quando há uma colisão entre a ferramenta e a peça devido ao erro de posicionamento; a vibração forçada ocorre devido à excitação externa harmônica; e a auto-excitada ocorre pela interação entre a peça e a ferramenta podendo levar o sistema à instabilidade.

Num caso real, a análise de vibrações durante a usinagem é um processo complexo, pois, além da constante variação dos parâmetros de usinagem, que modificam o comportamento da força excitadora e, conseqüentemente, do deslocamento da ferramenta, alguns casos como instabilidades e vibrações auto-excitadas (*chatter vibration*) podem dificultar a identificação de suas causas e formas para controlá-las.

A robustez dos absorvedores por impacto e a grande demanda para minimizar os efeitos provocados pelas vibrações excessivas em operações de torneamento e fresamento incentivaram a realização do presente trabalho buscando avaliar o desempenho, contribuindo com resultados teóricos e experimentais em aplicações que se assemelham à essas duas operações.

O presente trabalho se baseia em alguns resultados experimentais da área de usinagem recentemente publicados, que analisam a utilização de esferas para reduzir as vibrações nas ferramentas em processos de torneamento e fresamento. Porém, a literatura é carente de um estudo teórico que venha corroborar com esses resultados experimentais obtidos. A compreensão do fenômeno dos impactos, sua influência na dinâmica de estruturas vibrantes e como se modificam mediante às influências de algumas variáveis não é trivial. Assim, uma análise teórica mais direcionada à essa aplicação é muito importante e pode trazer grandes benefícios para o projeto de absorvedores eficientes e de baixo custo.

O absorvedor é analisado em duas aplicações distintas. A primeira consiste de uma cavidade simples, representada por um sistema massa-mola-amortecedor nas três direções do sistema de coordenadas (3D), em que as esferas são alocadas internamente de acordo com o tipo de configuração que se deseja estudar. O objetivo da utilização dessa modelagem é poder analisar o movimento e compreender o comportamento do sistema a partir de uma simulação computacionalmente menos complexa. A segunda, consiste em uma cavidade presente em uma viga modelada em elementos finitos. Essa, é equivalente às aplicações reais de processos de cortes contínuo e interrompido. O grau de liberdade de rotação da esfera também é admitido e a resposta também pode ser analisada a partir da aplicação de uma velocidade angular constante à viga. Os resultados de diversas simulações numéricas do sistema modelado numa viga são suportados por experimentos realizados em duas bancadas experimentais, para validação teórico-experimental.

1.1 Objetivos

Os objetivos principais deste trabalho são:

- Modelar e analisar um absorvedor por efeito de impacto com N esferas sob diferentes condições de força excitadora e rotação;
- Analisar o comportamento dinâmico de uma viga engastada na direção horizontal (sem rotação) utilizando diferentes configurações de esferas para dissipar parte da sua energia cinética, numa condição que se assemelha a um processo de torneamento;
- Analisar o comportamento dinâmico de uma viga engastada na direção vertical (sob diferentes rotações) utilizando diferentes configurações de esferas para dissipar parte da sua energia cinética, numa condição que se assemelha a um processo de fresamento;

- Modelar e analisar numericamente a resposta dinâmica da viga engastada com esferas, utilizando um modelo de contato não linear para a representação dos impactos no modelo matemático.

1.1.1 Objetivos específicos

Os seguintes objetivos específicos são estabelecidos para que os objetivos do trabalho sejam atingidos:

- Revisão da literatura sobre absorvedores de vibração e problemas de vibrações em processos de usinagem;
- Modelagem e análise numérica do absorvedor aplicado a uma estrutura representada por um sistema massa-mola-amortecedor;
- Modelagem do absorvedor aplicado a uma viga modelada em elementos finitos;
- Projeto, construção, montagem e instrumentação de bancadas experimentais;
- Determinação dos parâmetros das bancadas experimentais através de testes experimentais;
- Simulação numérica das condições impostas às bancadas experimentais, utilizando os parâmetros levantados experimentalmente;
- Comparação dos resultados numéricos e experimentais.

1.2 Organização do trabalho

O presente trabalho está organizado como segue.

No capítulo 2 são apresentadas uma revisão da literatura abordando os problemas de vibração em usinagem e uma revisão sobre os absorvedores por efeito de impacto.

O capítulo 3 traz uma detalhada formulação matemática do absorvedor aplicado em uma estrutura mais simples (massa-mola-amortecedor) e aplicado em uma viga modelada em elementos

finitos. A cinemática e a cinética de uma e de várias esferas dentro da cavidade são explicadas separadamente.

A descrição do projeto das bancadas experimentais, a metodologia aplicada e o procedimento para a realização do ajuste do modelo matemático aos casos experimentais são apresentados no capítulo 4.

O capítulo 5 apresenta nas primeiras seções resultados numéricos em função de alguns parâmetros essenciais. Além disso, uma normalização do sistema é apresentada. Em seguida, são apresentados resultados experimentais obtidos das bancadas que emulam algumas condições de corte. Simultaneamente, os resultados numéricos são apresentados para uma comparação qualitativa.

Por fim, as conclusões acerca do desenvolvimento e dos resultados encontrados são destacadas no capítulo 6.

2 Revisão Bibliográfica

Neste capítulo, através da revisão da literatura, são abordados os problemas de vibração nos processos de usinagem e a utilização dos absorvedores de vibração por efeito de impacto.

2.1 Vibrações em usinagem

Durante o processo de usinagem, as componentes da força de usinagem atuam sobre a ferramenta no instante do corte, impondo-a um movimento vibratório. As vibrações não podem ser eliminadas totalmente, mas somente aquelas que possuem maiores amplitudes são tratadas como problemas, devido ao acabamento superficial indesejado causado à peça e ao desgaste/avaria acelerado(a) da ferramenta. Contudo, as vibrações podem ser minimizadas para que valores indesejados não sejam alcançados, evitando que causem prejuízos ao processo de usinagem. A seguir são tratados alguns pontos sobre vibrações em processos de torneamento e fresamento.

2.1.1 Vibrações em torneamento

De acordo com (SANDVIK), as geometrias da ferramenta, como o raio de ponta e o ângulo de posição, influenciam na sua vibração durante o processo de corte, pois as forças de usinagem, que causam a deflexão da ferramenta, são dependentes desses fatores. A tendência de vibração para diferentes parâmetros geométricos da ferramenta é ilustrada na Figura 2.1.

A Figura 2.1 mostra que a ferramenta apresenta menores tendências de vibração se: o ângulo de posição for grande; o raio da ponta for pequeno; a macrogeometria for positiva; a microgeometria for ER; e a profundidade de corte for maior que o raio de ponta.

A geometria da ferramenta afeta diretamente a vibração durante o processo de corte, pois as mudanças na geometria alteram as componentes da força de corte. A Figura 2.2 ilustra como a força de corte tem sua direção alterada pela mudança do ângulo de posição da ferramenta. Quando o ângulo de posição é de 90 graus, a força atua ao longo da direção axial da ferramenta, que possui uma rigidez muito alta. A diminuição do ângulo de posição permite que uma parte da força atue ao longo da direção radial o que privilegia o surgimento de vibração devido à menor rigidez nessa direção. Para torneamento interno, o ângulo de posição nunca deve ser menor que 75° (ângulo de

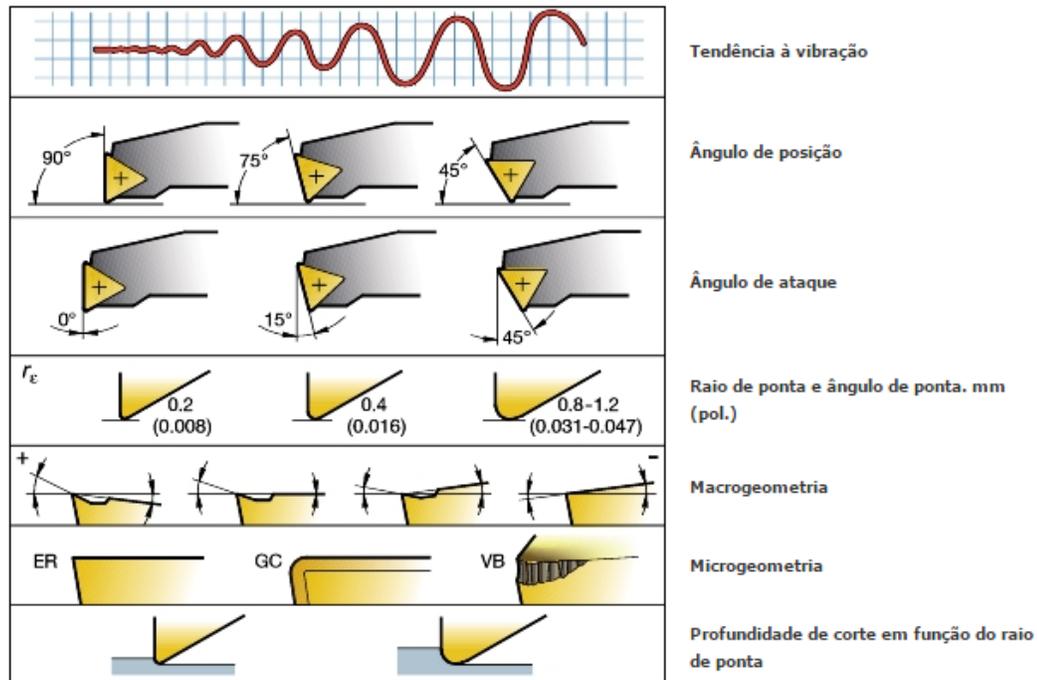


Figura 2.1: Influência dos parâmetros geométricos da ferramenta de torneamento na vibração. Fonte: SANDVIK.

ataque 15°). Especificamente no caso de torneamento interno, a ferramenta é pouco rígida, porque para entrar no furo a ser usinado, é necessário que fique em balanço para fora da torre da máquina (balanço maior que o comprimento usinado) além de ter diâmetro menor que o diâmetro do furo.

Em relação ao ângulo de saída da ferramenta (Figura 2.3), quanto mais positivo for, menor será o esforço de corte para usinar a peça, o que proporciona menor deflexão, diminuindo as vibrações durante o processo.

O raio de ponta da ferramenta também é um fator que influencia no surgimento de vibrações durante o processo de usinagem. De uma forma geral, os menores raios de ponta melhoram a estabilidade da ferramenta e tendem a apresentar menores vibrações em comparação com ferramentas de raios maiores. Os raios de ponta estão associados às componentes da força de usinagem. Os maiores raios de ponta apresentam maior componente radial da força, justamente na direção em que a ferramenta não é rígida. Um raio de ponta maior da pastilha fortalece a aresta, mas requer mais potência de usinagem, pois uma aresta de corte maior está em contato no corte. Ainda relacionado à aresta, o seu arredondamento (ER) em menor grau fornece forças de corte mais baixas em todas as direções, resultando em um corte mais fácil e uma menor deflexão da ferramenta.

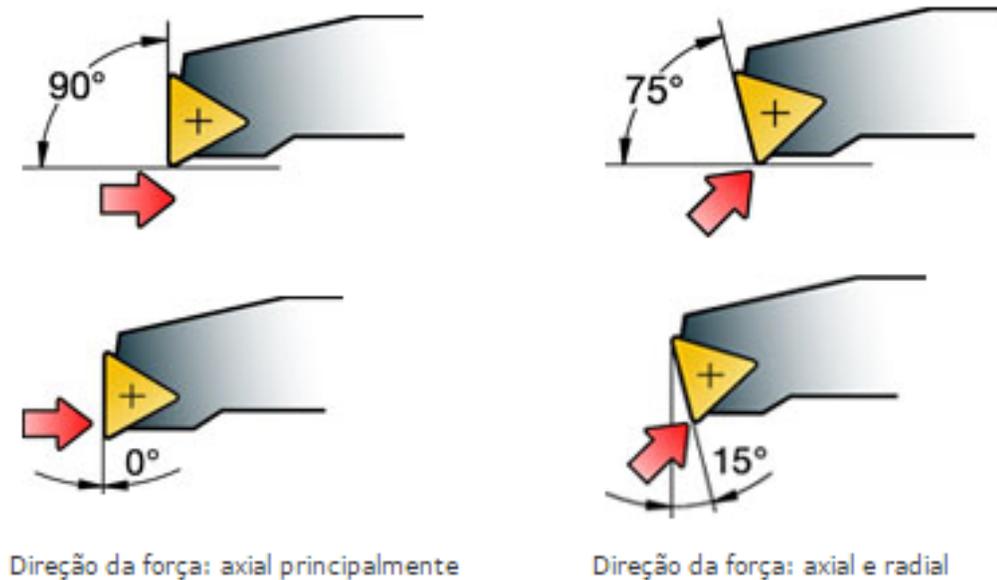


Figura 2.2: Influência dos ângulos de posição da ferramenta na atuação da força de corte. Fonte: SANDVIK.

2.1.2 Vibrações em fresamento

De forma análoga ao que ocorre em processos de torneamento, as vibrações oriundas do processo de fresamento são dependentes da geometria da ferramenta (pastilha) e do porta ferramenta. Entretanto, no fresamento existe um outro fator que também influencia diretamente na vibração: o passo da fresa, que está associado à frequência de entrada de dentes.

A Figura 2.4 mostra a direção da força de corte atuando sobre o corpo da fresa ao utilizar ferramentas com diferentes ângulos de posição. No fresamento, a utilização de ângulos maiores tende a concentrar grande parte da força de corte ao longo da direção radial, o que diminui a estabilidade da ferramenta, gerando mais vibrações. Ângulos de posição pequenos, concentram a força de corte sobre a direção axial, que é muito mais rígida que a direção radial.

O uso de múltiplas pastilhas aumenta a produtividade da operação, mas pode aumentar a tendência de vibração, dependendo dos parâmetros de corte. A utilização de ferramentas com várias pastilhas pode ter passo variável, que é a disposição das pastilhas em ângulos diferentes, como mostra a Figura 2.5, que altera a frequência de entrada de dentes na peça e minimiza a possibilidade de excitar alguma ressonância do sistema.

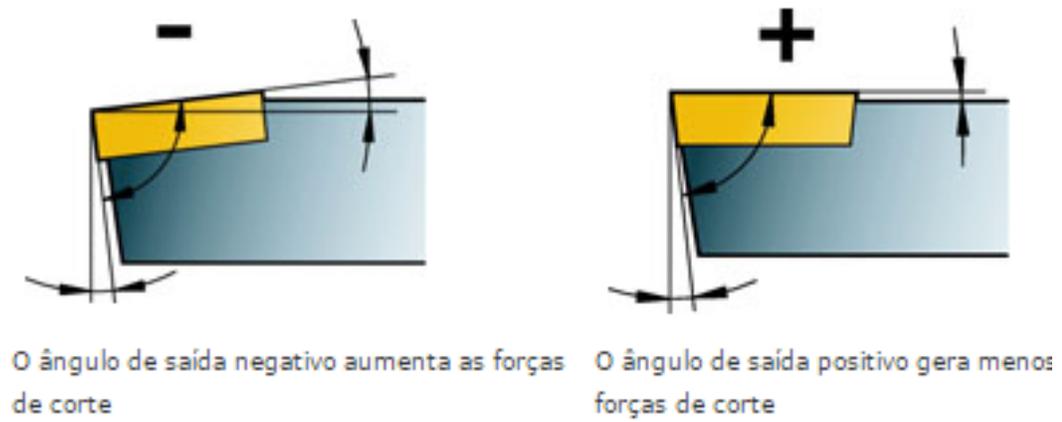


Figura 2.3: Ângulo de saída da ferramenta. Fonte: SANDVIK.

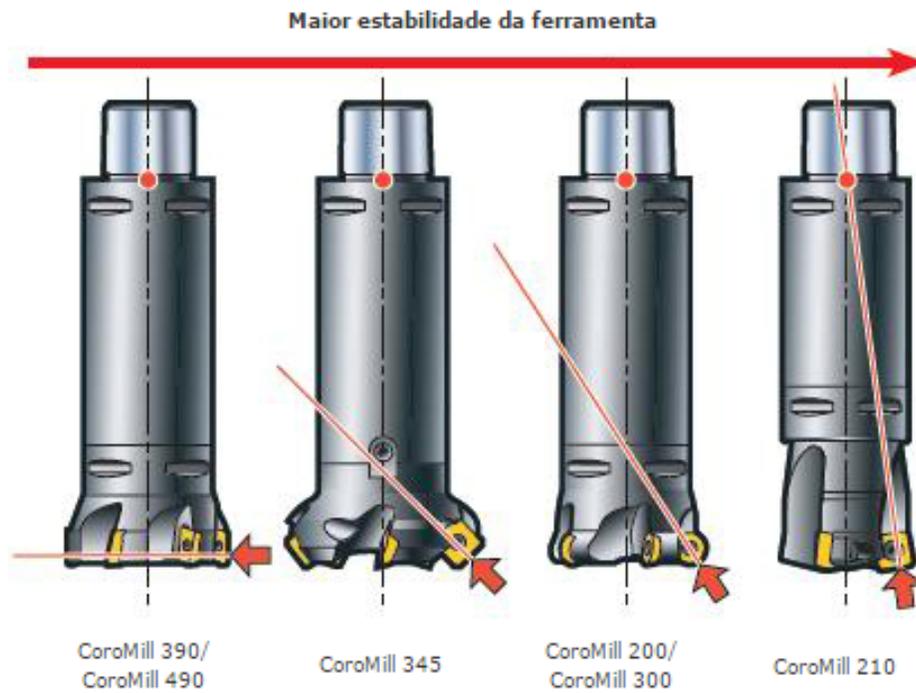


Figura 2.4: Ângulo de posição da ferramenta na fresa e a influência na direção da força de corte. Fonte: SANDVIK.

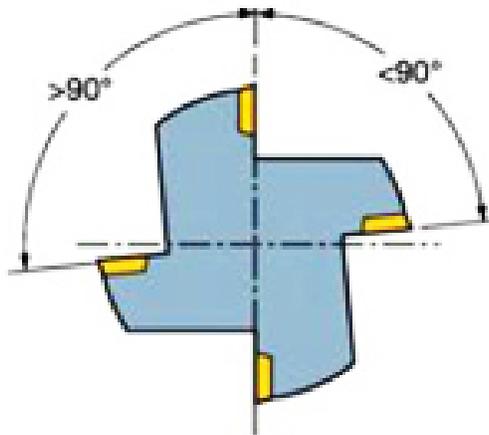


Figura 2.5: Fresa com passo variável. Fonte: SANDVIK.

2.1.3 Vibrações em fresamento - *High Speed Machining*

A High Speed Machining (HSM) é a técnica de fresamento utilizada para usinagem convencional de matrizes de aço que visa eliminar ou diminuir processos como a eletroerosão e o polimento para a finalização da peça. A HSM produz baixas temperaturas da peça e da ferramenta, devido aos baixos valores de profundidade de corte e espessura média de cavaco, proporcionando baixas força de corte e rugosidades, permitindo a usinagem de paredes finas.

A relação da largura de corte pelo diâmetro da ferramenta e ângulo de contato são baixos, portanto a ferramenta não atinge altas temperaturas e a velocidade de corte pode ser bem alta. Geralmente, o diâmetro da ferramenta é pequeno, logo deve-se utilizar rotações muito altas para se atingir as altas velocidades de corte desejadas.

HSM é uma operação frequentemente utilizada no acabamento e semi-acabamento de moldes e matrizes. Para usinar moldes com cavidades profundas e com pequenos raios de canto são necessárias ferramentas longas e com diâmetros pequenos, caracterizando uma condição propícia para aparecimento de vibrações. Com isso, torna-se um desafio encontrar formas de minimizar as vibrações produzidas pelo uso de uma ferramenta de corte com uma rigidez tão baixa e obter uma boa qualidade superficial da peça com uma longa vida da ferramenta. As forças de corte influenciam diretamente a precisão e a qualidade de superfície da peça, a vibração do sistema, a potência de corte e a vida da ferramenta. As forças de corte são influenciadas por vários fatores, tais como a geometria da ferramenta, as propriedades do material da peça de trabalho, condições de corte, a estratégia de corte, etc.

De acordo Lamikiz *e outros* (2004), a força de corte é um dos fatores que mais influenciam no acabamento da peça e na vida da ferramenta no fresamento. As forças de corte provocam deflexões no sistema de ferramenta-peça, causando distorções significativas na superfície da peça de trabalho, principalmente quando uma elevada relação de comprimento/diâmetro da ferramenta é utilizada. É fundamental para a qualidade da peça usinada e para minimizar o desgaste da ferramenta buscar meios para reduzir as vibrações de alta amplitude. No fresamento de moldes com usinagem de alta velocidade (HSM) os principais tipos de vibrações envolvidos são as vibrações forçadas e de auto-excitação conhecida como *chatter* (Oliveira, 2007). Oliveira (2007) estudou a influência do metal duro e do aço como materiais do porta ferramenta sobre o desgaste, a vida útil da ferramenta e a qualidade de superfície usinada. Devido à maior rigidez, a barra de metal duro reduz a tendência a vibração.

2.1.4 Vibrações autoexcitadas (*chatter*)

Chatter é uma vibração autoexcitada que pode levar um sistema à instabilidade, proporcionando aumento da amplitude de vibração ao longo do tempo. Nos processos de usinagem, esse fenômeno pode ocorrer com combinações específicas de parâmetros de corte, causando grande movimento relativo entre a ferramenta e a peça em usinagem. A grande amplitude gerada na ferramenta é criticamente indesejável e prejudicial à produtividade, comprometendo o tempo e o custo de produção, pois causa avaria da aresta de corte da ferramenta e proporciona um acabamento superficial ruim.

Autores classificam *chatter* em primário, relacionado com o mecanismo físico do processo de corte (como o atrito peça - ferramenta e os efeitos termodinâmicos devido à taxa de deformação na zona de deformação plástica), e secundário, relacionado com o efeito regenerativo (Tlustý (2000) e Faassen et al. (2003) apud Lamraoui e outros (2014) e Quintana e Ciurana (2011)). Entretanto, atualmente, as publicações tratam o efeito regenerativo (*regenerative chatter*) apenas como *chatter*, por convenção, pois o efeito regenerativo é o principal causador de *chatter* (Quintana e Ciurana, 2011).

O efeito regenerativo está relacionado com o perfil “ondulado” deixado na superfície pela ferramenta após o corte, conforme ilustrado na Figura 2.6 (torneamento) e na Figura 2.7 (fresamento). No passe seguinte, o dente inicia o corte em uma posição diferente do corte anterior, passando a existir uma defasagem entre as ondas dos cortes atual e anterior. A defasagem promove uma variação na espessura do cavaco e, conseqüentemente, variação nos esforços de corte sobre a ferramenta durante o corte, caracterizando o efeito *chatter* (Altintas (2000) e Kayhan e Budak (2009)).

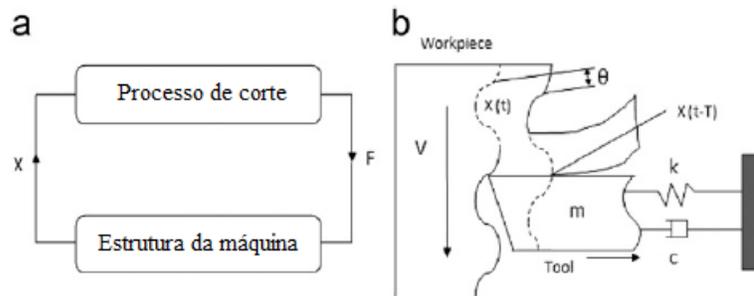


Figura 2.6: Interação ferramenta-peça no torneamento. Adaptado de Siddhpura e Paurobally (2012).

O principal parâmetro que contribui para causar instabilidade ao sistema (vibração autoexcitada) é a profundidade de corte, devido à espessura do cavaco, que aumenta com o aumento da profundidade de corte. A partir do instante que a espessura do cavaco ultrapassa um determinado

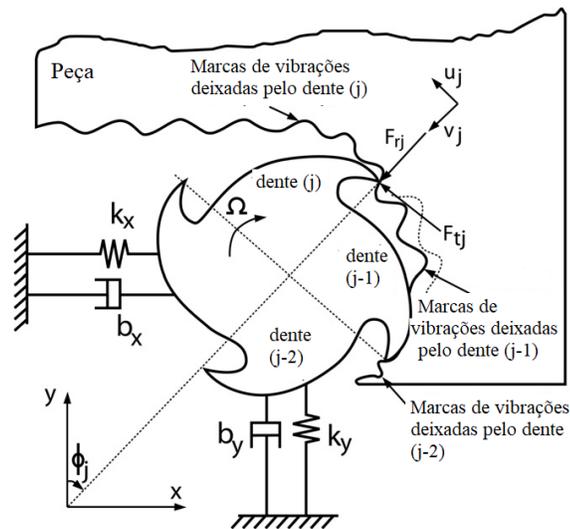


Figura 2.7: Interação ferramenta-peça no fresamento. Adaptado de Altintas e Budak (1995).

limite, inicia-se o *chatter*, que aumenta sua intensidade se a espessura do cavaco continua a aumentar (Siddhpura e Paurobally, 2012). Dessa forma, a profundidade de corte limite, torna-se um parâmetro importante para evitar o fenômeno.

Comparado com vibrações livres e forçadas, vibrações auto excitadas são muito mais prejudiciais para a superfície da peça e para a ferramentas de corte, devido ao seu comportamento instável, que pode resultar em deslocamentos relativos de grande amplitude entre peça e ferramenta (Kayhan e Budak, 2009).

O *chatter* pode ser previsto por um diagrama que relaciona a profundidade de corte limite com a rotação da máquina, conhecido como *Stability Lobe Diagram* (SLD), Figura 2.8, calculado para condições específicas do sistema peça-ferramenta-máquina, a partir da função resposta em frequência (FRF) do sistema. Assim, é possível selecionar a melhor combinação de profundidade de corte e rotação para evitar a ocorrência de *chatter*.

O uso do SLD garante estabilidade ao sistema, pois selecionando os parâmetros adequadamente, o *chatter* não se faz presente. Esta é uma forma de controlar esta vibração indesejável sem a necessidade de nenhuma influência externa. Porém, a usinagem se limita a determinadas condições de rotação e profundidades de corte, em que qualquer variação nesses parâmetros pode levar o sistema à instabilidade. Nos últimos anos, novas formas de evitar a ocorrência de *chatter* vêm se desenvolvendo, utilizando dispositivos de controles ativo ou passivo. Os dispositivos ativos são aqueles que utilizam alguma fonte de energia externa ao sistema máquina-ferramenta para eliminar as vibrações da ferramenta durante a usinagem. Já os dispositivos passivos, utilizam a própria

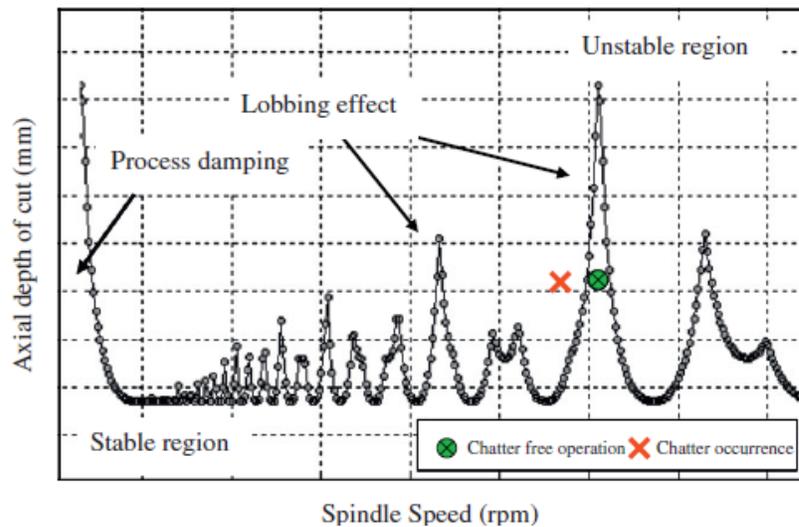


Figura 2.8: *Stability Lobe Diagram* Fonte: Quintana e Ciurana (2011).

energia cinética da ferramenta para vibrar uma massa auxiliar (adicionada à ferramenta) e diminuir a vibração da ferramenta. Esses dois tipos de dispositivos serão explicados mais adiante.

Alguns mecanismos experimentais vêm sendo utilizados para identificar a ocorrência do *chatter* durante a usinagem, ao invés da utilização do SLD, como aquisição e processamento de sinais de força, aceleração e emissão acústica, por exemplo. Siddhpura e Paurobally (2012) retratam uma série de estudos de diversos autores que utilizaram diferentes análises de sinais para a identificação do *chatter* em operações de torneamento e fresamento. Apesar de grande parte dos pesquisadores utilizarem acelerômetros para medir a vibração na ferramenta, Tlustý e Andrews (1983) realizaram testes com diversos sinais em processo de torneamento e fresamento, comprovando que a medição da força é mais eficaz para a detecção de *chatter* em relação aos sinais de vibração. Testes analisando as emissões acústicas durante a usinagem foram utilizados inicialmente por Grabec e Leskovar (1977) em torneamento de alumínio. A emissão acústica está relacionada com as ondas de tensão que se propagam no material da peça quando esta é submetida a esforços que provocam sua deformação. De acordo com Li (2002) e Siddhpura e Paurobally (2012), a principal vantagem da emissão acústica é que a gama de frequência de seus sinais é muito maior do que a da vibração da máquina e dos ruídos ambientais, além de não ser invasivo nas operações de corte.

A identificação do *chatter* permite conhecer os limites de operação a partir das condições de corte estabelecidas. Utilizar um dispositivo para reduzir as vibrações, evitando o *chatter*, é muito importante para garantir um aumento da produtividade.

2.2 Absorvedores dinâmicos aplicados em processos de usinagem

Ao contrário dos dispositivos de controles de vibrações que utilizam fonte de energia externa para diminuir amplitudes de vibrações em sistemas mecânicos, os dispositivos passivos utilizam a própria energia gerada durante a vibração para amortecer sistemas mecânicos. Entretanto, eles necessitam ser devidamente projetados para cumprir a função a que se destinam dentro de uma faixa de frequências. Um exemplo desse dispositivo é o absorvedor dinâmico de vibração, conhecidos na literatura como *Tunable Vibration Absorber* (TVA) ou *Tuned Mass Damper* (TMD), ilustrado na Figura 2.9, acoplado a um sistema com um grau de liberdade.

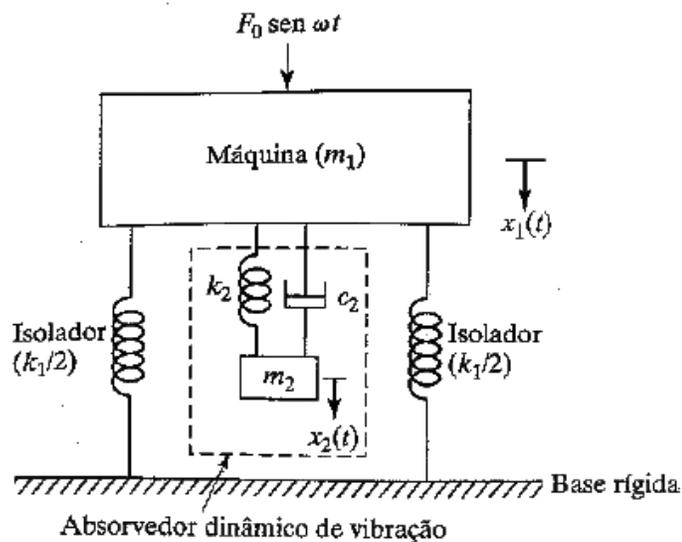


Figura 2.9: TVA Fonte: Rao (2008).

O absorvedor dinâmico consiste numa massa auxiliar m_2 acoplada à massa principal m_1 , da qual se deseja diminuir a vibração, por um elemento de rigidez k_2 e amortecimento c_2 . De acordo com Rao (2008), uma máquina ou sistema pode experimentar vibração excessiva se sofrer a ação de uma força cuja frequência for igual ou próxima a uma das frequências naturais do sistema. Então, um absorvedor dinâmico de vibração pode ser projetado (m_2 , k_2 e c_2) de modo tal que as frequências naturais do sistema resultante (sistema + absorvedor) fiquem longe da frequência de excitação.

A aplicação de dispositivos para controlar vibrações em processos de usinagem é encontrada mais facilmente em processos de torneamento. Nesse processo, como a ferramenta não possui movimento de rotação, o uso de dispositivos passivos torna-se uma alternativa muito eficiente e de fácil implementação. No fresamento, devido à rotação, é difícil aplicar o dispositivo diretamente

à ferramenta, fazendo com que seja aplicado à peça em alguns casos. Entretanto, em peças mais rígidas, a própria rigidez se torna empecilho para a aplicação direta do absorvedor sobre a peça.

Tarnag *e outros* (2000) utilizaram um atuador piezoelétrico como um absorvedor dinâmico para controlar amplitudes de vibração oriundas de *chatter* em operações de torneamento. Os resultados obtidos por esses autores mostraram que o *chatter* pode ser eficientemente controlado com a utilização desse absorvedor, devidamente sintonizado na frequência natural da ferramenta. Além disso, profundidades de corte seis vezes maiores foram utilizadas na usinagem sem a ocorrência de *chatter*, em relação ao teste sem o absorvedor.

Moradi *e outros* (2012) modelaram matematicamente e simularam o comportamento de uma fresa, sem e com absorvedor dinâmico, sintonizado para controlar o *chatter*, mostrando que o absorvedor foi capaz de dissipar a vibração, obtendo baixas amplitudes de deslocamento. Os autores concluíram que em condições de corte propícias para o surgimento do *chatter* o absorvedor deve ser utilizado para o controle das vibrações.

Moradi *e outros* (2015) projetaram um absorvedor dinâmico para diminuir o *chatter* em fresamento de placas “em balanço” (*cantilever plates*), Figura 2.10, modelando-o a partir do comportamento não linear da força de corte. Os resultados obtidos por esses autores demonstraram a eficiência do absorvedor dinâmico na estabilidade do sistema, como pode ser visto pelo diagrama SLD da Figura 2.11.

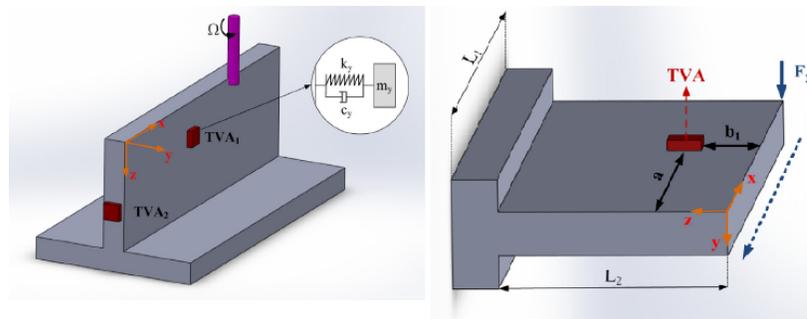


Figura 2.10: Absorvedor dinâmico aplicado à peça. Adaptado de Moradi *e outros* (2015).

Com o absorvedor devidamente sintonizado, ao iniciar o *chatter*, o sistema é amortecido instantaneamente, evitando a instabilidade característica da vibração autoexcitada. O trabalho de Saadabad *e outros* (2014) ilustra bem esse fato. Os autores realizaram um teste com a ferramenta durante o *chatter* e repetiram o teste, com as mesmas condições, para a ferramenta com o absorvedor. Como pode ser visto na Figura 2.12, o absorvedor reduziu a amplitude de vibração da ferramenta, evitando o surgimento da instabilidade e mantendo baixas amplitudes de vibração.

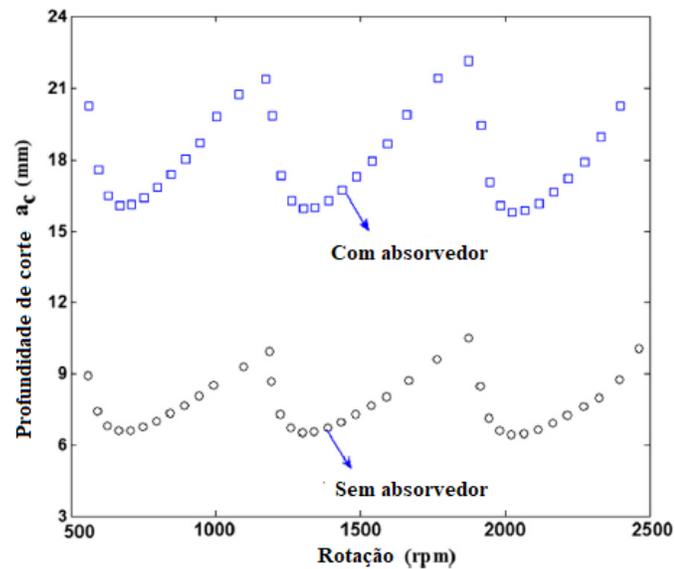


Figura 2.11: Comparação do SLD com e sem observador. Adaptado de Moradi *e outros* (2015).

Aplicações do absorvedor diretamente ao porta ferramenta também é utilizada. Yiqing e Yu (2015) simularam o comportamento de um absorvedor dinâmico internamente ao porta ferramenta para operações de fresamento (Figura 2.13), comparando os resultados de FRF e do diagrama de estabilidade de lóbulos (*Stability Lobe Diagram - SLD*) com um porta ferramenta sem o absorvedor. Conforme esperado, utilizando o absorvedor foram obtidas menores amplitudes de vibração e maiores profundidades de corte sem a ocorrência de instabilidade, conforme mostrado na Figura 2.14.

2.3 Silent Tools

Silent Tools é a marca comercial de um porta-ferramenta com absorvedor de vibrações integrado, desenvolvida pela SANDVIK, disponível para operações de torneamento, fresamento e furação. Conforme mostrado na Figura 2.15, o absorvedor consiste numa massa pesada apoiada por elementos de mola de borracha envolta em óleo. É considerada como uma ferramenta que utiliza um absorvedor dinâmico para diminuir as vibrações geradas durante o processo de usinagem, análogo ao TVA/TMD descrito anteriormente.

Esse porta ferramenta é indicado para operações que demandam a utilização de longos balanços, aplicações que necessitam de um excelente acabamento superficial ou alta produtividade. Ao utilizar um dispositivo amortecedor é possível aumentar os parâmetros de corte e obter uma ope-

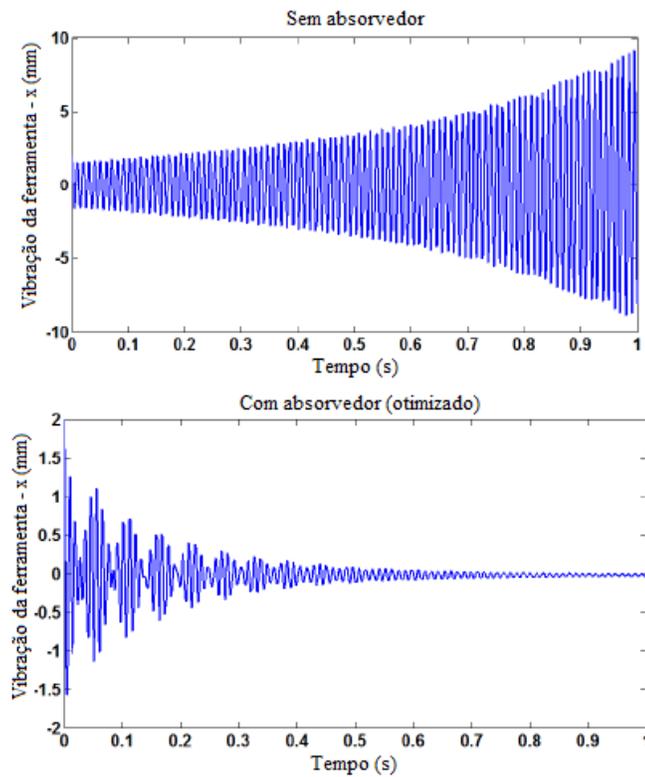


Figura 2.12: Comparação dos sinais de deslocamento em função do tempo para o sistema sem e com absorvedor. Adaptado de Saadabad *e outros* (2014).

ração com tolerâncias mais estreitas, bom acabamento superficial e taxas de remoção de material mais altas, o que pode reduzir o custo de fabricação por peça.

A Figura 2.16 mostra a diferença entre as respostas temporais do porta ferramentas convencional e do porta ferramentas com o absorvedor. Para a melhor eficiência do dispositivo, é importante respeitar os limites estipulados em relação à carga, temperatura, rotação, balanço, etc.

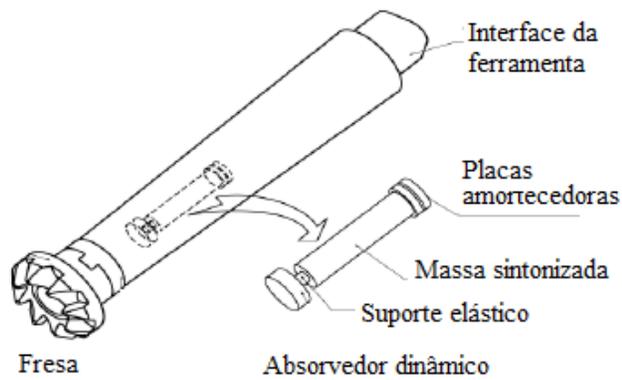


Figura 2.13: Absorvedor dinâmico utilizado por Yiqing e Yu (2015). Adaptado de Yiqing e Yu (2015)

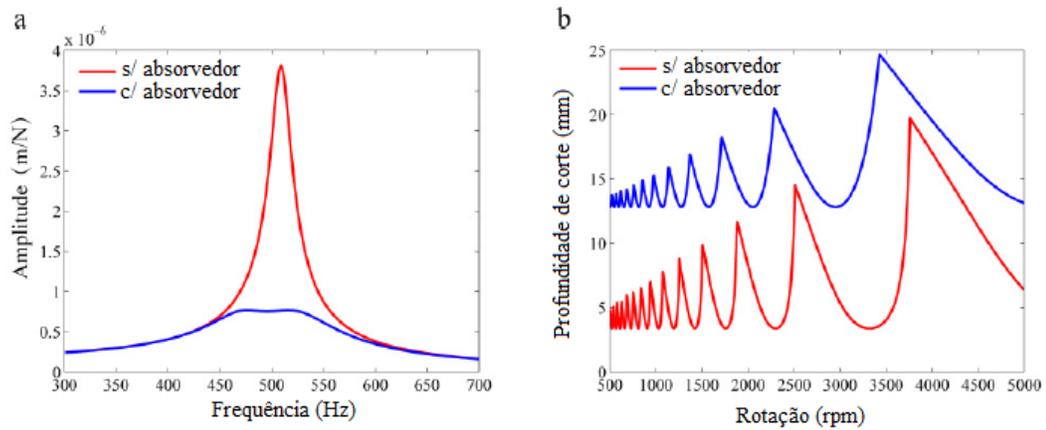


Figura 2.14: Comparação entre as respostas sem e com absorvedor na FRF (a) e no SLD (b). Adaptado de Yiqing e Yu (2015).



Figura 2.15: Partes do sistema antivibração SILENT TOOLS. Fonte: (SANDVIK)

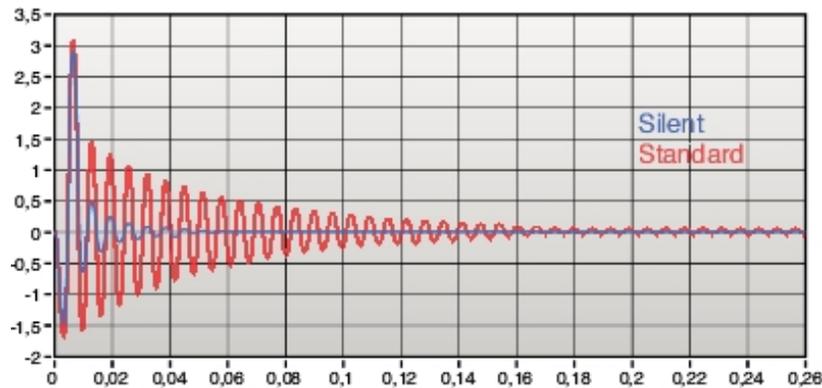


Figura 2.16: : Amortecimento da vibração, sem e com sistema antivibratório SILENT TOOLS. Fonte: (SANDVIK)

2.4 Absorvedores por efeito de impacto - *Particle Impact Dampers*

A dinâmica de vibro-impacto tem trazido grandes benefícios nos últimos anos, principalmente no controle de vibrações em estruturas e máquinas (Ibrahim, 2009). O trabalho de Paget, intitulado *Mechanical Damping by Impact*, de 1930 apud (MASRI, 1969a), foi o pioneiro nesse estudo. Daí em diante, vários trabalhos foram publicados explorando a dinâmica de contato e sua aplicação em sistemas para diminuir a amplitude vibracional. Surgiram, então, os absorvedores de vibração por efeito de impacto, conhecidos na literatura como *Particle Impact Dampers*. Neste trabalho, dá-se o nome de absorvedor por impacto afim de utilizar uma nomenclatura traduzida para o português, abrangendo os principais tipos desses absorvedores. Em alguns casos, para uma diferenciação entre os diferentes tipos desses absorvedores são utilizados seus respectivos nomes em inglês.

Basicamente, os absorvedores por impacto são dispositivos constituídos por uma ou várias partículas sólidas que se movem livremente confinadas em um determinado espaço preestabelecido. São aplicados à uma estrutura que apresenta vibrações indesejáveis para que a vibração propicie colisões partícula-partícula e partícula-estrutura. As diversas colisões e o atrito entre os corpos proporcionam uma redução da energia da estrutura diminuindo a amplitude de vibração.

A função desses amortecedores em sistemas vibratórios é dissipar parte da energia cinética, proporcionando uma diminuição na amplitude de vibração. As colisões sucessivas induzem a troca de momento linear entre massas envolvidas, causando mudanças nas respostas dinâmicas e diminuindo a vibração do sistema (Masri, 1969a), (Wong *e outros*, 2009). São dispositivos simples, baratos, insensíveis à degradação e à temperatura e não necessitam de energia externa, sendo capa-

zes de fornecer amortecimento eficaz sobre uma gama de acelerações e frequências em ambientes onde alguns dispositivos tradicionais podem falhar (Du e Wang, 2010). Outras vantagens do uso do absorvedor por impacto em relação a outros dispositivos são: baixo custo, simplicidade, robustez e a promoção do amortecimento em diversas acelerações e frequências, sendo utilizado em torres de televisão, pás de turbinas, eixos, placas, entre outros (Duncan *e outros*, 2005).

Os absorvedores por impacto podem ser divididos em diferentes tipos dependendo da configuração adotada. De uma forma geral, eles podem ser classificados de acordo com o número de partículas e com o número de alojamentos onde as partículas são inseridas. Os alojamentos também podem ser chamados de *unidades* em uma tradução direta do termo em inglês *units*. Os *impact dampers* são absorvedores que contêm uma esfera alocada em uma unidade. Quando existem várias unidades e uma esfera é alocada em cada, o absorvedor recebe a denominação *multi-unit impact damper*. Utilizando uma quantidade maior de esferas, os absorvedores passam a utilizar o nome *particle damper* e *multi-unit particle damper*, se forem constituídos de uma ou várias unidades, respectivamente. A Figura 2.17 ilustra as configurações mencionadas em um diagrama esquemático presente no trabalho de Lu *e outros* (2018).

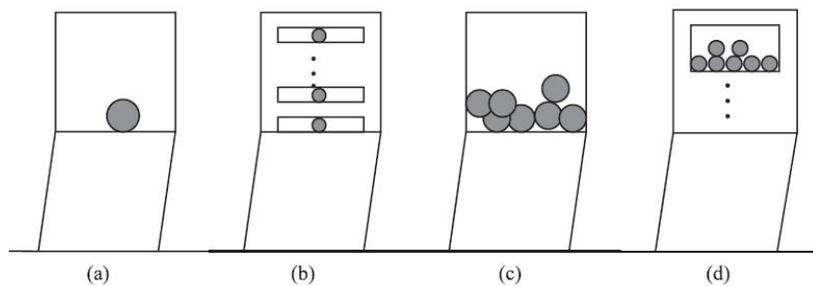


Figura 2.17: Diagrama esquemático dos tradicionais tipos de absorvedores por impacto. *Impact damper* (a), *multi-unit impact damper* (b), *particle damper* (c) e *multi-unit particle damper* (d). Fonte: Lu *e outros* (2018).

Ao longo dos anos, esses absorvedores foram estudados analítica, numérica e experimentalmente por diversos pesquisadores, como nos trabalhos de Masri (1969a), Bapat e Sankar (1985a), Friend e Kinra (2000), Blazejczyk-Okolewska (2001), Cheng e Wang (2003), Duncan *e outros* (2005), Cheng e Xu (2006), dentre vários outros.

Através dos diversos experimentos realizados com o passar dos anos, e também com o advento das simulações numéricas, os pesquisadores notaram que, apesar da aparente simplicidade do absorvedor, seu desempenho poderia ser muito modificado ao variar algum parâmetro essencial, como a folga e a razão de massa (relação entre as massas da(s) partícula(s) e do sistema principal).

O trabalho de Masri (1969a) é um dos trabalhos mais conceituados, citado por praticamente todos os pesquisadores da área. Masri (1969a) apresentou em seu trabalho uma solução analítica em regime permanente de uma estrutura com *impact damper*, comparando as respostas obtidas com resultados experimentais. Além disso, o autor apresenta discussões sobre alguns parâmetros importantes do absorvedor como efeitos do amortecimento viscoso, frequência, razão de massa, coeficiente de restituição, etc. No mesmo ano, (Masri, 1969) analisou analítica e experimentalmente um absorvedor de múltiplas unidades (*multi-unit impact damper*) submetido à excitação senoidal. Em seu estudo, foi verificado que o absorvedor de múltiplas unidades foi mais eficiente do que o de uma.

Yasuda e Toyoda (1978) analisaram a relação entre a folga interna e a taxa de amortecimento para várias razões de massa, em um sistema submetido à vibração livre e verificaram que essa relação é linear. A taxa de amortecimento (que os autores chamam de *damping inclination*) é calculada como a razão entre a diferença de dois picos de vibração seguidos de seus respectivos tempos de ocorrência. No entanto, Bapat e Sankar (1985a) mostraram que grandes folgas produzem baixo amortecimento. Isso se deve ao pequeno número de impactos que ocorrem nas paredes da massa principal causados pela grande folga. Assim, considerando que todos os demais parâmetros são mantidos constantes, existe uma folga específica que proporciona o amortecimento máximo ao sistema.

Bapat e Sankar (1985b) estudaram o efeito do atrito Coulomb aplicado em sistemas com absorvedor do tipo *multi-unit impact damper*. De acordo com esses autores, o efeito do atrito sobre o desempenho é geralmente prejudicial, em comparação com o desempenho sem atrito, sendo mais pronunciado quando a frequência de ressonância é extremamente baixa.

A capacidade de dissipação de energia pelo absorvedor de impacto está diretamente relacionada à amplitude da força, frequência de vibração, massa das partículas, rigidez e amortecimento estrutural, folga, frequência natural do sistema, deslocamento inicial, aceleração da gravidade e coeficiente de restituição (Yasuda e Toyoda, 1978; Duncan *e outros*, 2005) .

A razão de massa (relação entre as massas da(s) partícula(s) e da estrutura) é um dos parâmetros mais importantes para proporcionar um bom desempenho ao absorvedor, uma vez que um alto valor de massa de partícula produz maior amortecimento, conforme indicado por Bapat e Sankar (1985a), Friend e Kinra (2000) e Marhadi e Kinra (2005). No entanto, deve-se ter cuidado, pois a massa da partícula pode promover mudança na frequência natural estrutural original e pode prejudicar o amortecimento abaixo dessa frequência. Popplewell *e outros* (1983) encontraram em seus

experimentos de vibração forçada com uma única partícula que as frequências de excitação em ou ligeiramente acima da frequência natural estrutural produziram amortecimento positivo, enquanto frequências mais baixas do que a frequência natural produziram amortecimento negativo, ou seja, a estrutura vibra mais do que sem o absorvedor por impacto.

Ema e Marui (1994) realizaram um estudo experimental do absorvedor por impacto atuando em vibração livre e alcançaram o efeito de amortecimento ideal ajustando a relação de massa e folga. Marhadi e Kinra (2005) também analisaram a influência da folga no amortecimento do sistema para três tipos de materiais esféricos. Nesse trabalho é possível notar a tendência não linear deste parâmetro para amortecedores com multipartículas, de forma análoga como ocorre para um amortecedor de apenas uma partícula. Li e Darby (2006a) relataram o mesmo comportamento de amortecimento em relação à folga para um absorvedor de única esfera colidindo contra uma parede revestida com material mais macio, chamado pelo autor de *buffer*. Esses autores concluíram em seus testes que a presença desses materiais no contato aumentou o desempenho do absorvedor.

A razão de massa e a folga são dois dos principais parâmetros que influenciam na resposta do sistema e existe um consenso de como eles modificam a resposta do sistema. No entanto, em relação ao coeficiente de restituição, alguns autores relatam resultados distintos. Popplewell e Liao (1991), Dokainish e Elmaraghy (1973) apud Duncan *e outros* (2005) relataram que altos valores de coeficiente de restituição geram alto amortecimento, enquanto Pinotti e Sadek (1970) apud Duncan *e outros* (2005) relataram a tendência inversa. De acordo com Li e Darby (2006a) se uma quantidade de energia significativa for absorvida durante o impacto (ou seja, se o coeficiente de restituição for pequeno) então a velocidade pós-impacto será pequena e o impulso subsequente será menor, conseqüentemente, menos energia cinética da estrutura é transferida para a massa de impacto. Chatterjee *e outros* (1996) relataram que, no caso de um oscilador forçado, o coeficiente de restituição deve ser o mais alto possível para atingir o amortecimento máximo.

Alguns estudos também abordam a aplicação dos absorvedores por impacto em sistemas com múltiplos graus de liberdade (MGDL), como Li e Darby (2006b), Nigm e Shabana (1983) e Li e Darby (2008).

Li e Darby (2006b) conduziram uma série de investigações experimentais para descobrir o efeito de um amortecedor de impacto em um sistema MGDL, analisando a influência dos efeitos da folga, da razão de massa e do tipo e localização da fonte excitadora no controle das vibrações nos três primeiros modos da estrutura proposta. Dentre os resultados apresentados pelos autores, um dos que se destaca é que a uma maior razão de massa não necessariamente proporciona uma

maior redução da vibração em modos diferentes do primeiro.

O trabalho de Lu *e outros* (2018) apresenta uma relação extensa de trabalhos que abrangem outros tipos de absorvedores por impacto, baseados nas configurações tradicionais, mas são variantes que apresentam alguma característica especial: uma combinação com outros tipos de absorvedores ou utilização de materiais flexíveis para o alojamento ou para as partículas, por exemplo, que foram sendo desenvolvidos com o passar dos anos, fruto de estudos vários autores nesta área.

Independentemente do tipo de absorvedor, a simulação numérica é uma ferramenta muito importante para a representação e/ou previsão de fenômenos/respostas experimentais. As simulações geralmente são realizadas a partir de formulações baseadas na dinâmica de corpos rígidos ou flexíveis. Entretanto, outras formulações também são encontradas na literatura, como a utilizada por Liu *e outros* (2005), que utilizaram um modelo de amortecimento viscoso equivalente para representar a não linearidade do sistema, a partir de resultados experimentais. De acordo com Lu *e outros* (2010), embora esses modelos equivalentes ou estudos empíricos tenham dado contribuições importantes para o assunto, eles são essencialmente fenomenológicos e os resultados são difíceis de extrapolar além de suas respectivas condições experimentais.

Uma metodologia que trouxe grandes benefícios para o estudo da dinâmica de sistemas com materiais particulados é o Método de Elementos Discretos (*Discrete Element Method* - DEM), desenvolvido por Cundall e Strack (1979). O DEM é um método de modelagem numérica para a simulação computacional de interações entre partículas (O'Sullivan, 2011), sendo aplicado com sucesso na simulação e previsão do desempenho de muitos processos envolvendo materiais granulares (Di Renzo e Di Maio, 2004). Com o DEM, as interações das partículas são modeladas usando equações de movimento e leis de contato para estabelecer a relação entre força e deformação (Syed *e outros*, 2017). Essa técnica é muito aplicada para estudos de relacionados à mecânica dos solos, por exemplo. O DEM é uma alternativa à abordagem típica adotada na simulação do comportamento mecânico de materiais granulares, em que é assumido que o solo se comporta como um material contínuo e os movimentos e rotações relativos das partículas dentro do material não são considerados (O'Sullivan, 2011).

Dentro do DEM existem diferentes modelos de contato que podem ser empregados na simulação numérica. De um modo geral, o modelo para representar os contatos na direção normal é caracterizado por uma associação de um par mola-amortecedor.

O modelo mais simples que pode ser aplicado para modelar o contato na direção normal é o

linear elástico (baseado no trabalho de Cundall e Strack (1979)), em que a força de contato F_n é proporcional à deformação entre os corpos δ_n :

$$F_n = k_n \cdot \delta_n \quad (2.1)$$

onde k_n é a rigidez do contato

De acordo com O'Sullivan (2011) o valor de k_n não pode ser facilmente relacionado com as propriedades do material das partículas, entretanto, é possível calibrar o modelo ajustando o valor de k_n para corresponder à resposta observada em laboratório.

Para evitar o uso de um parâmetro de rigidez que não tem relação direta com as propriedades mecânicas dos corpos, o modelo pode ser escrito a partir de um parâmetro de rigidez derivado da teoria de Hertz para contatos elásticos. O modelo de contato de Hertz (*the Hertzian contact model*) contempla formulações não lineares (O'Sullivan, 2011).

No modelo de contato elástico, tanto linear quanto não linear, a energia é conservada. Em colisões inelásticas a energia não se conserva e representação da perda de energia existente deve ser considerada. Walton e Braun (1986) utilizaram diferentes rigidezes para representar as fases da colisão. Porém, o mais comum é considerar na equação da força de contato uma parcela que representa um amortecedor viscoso (de coeficiente c_n):

$$F_n = k_n \cdot \delta_n + c_n \cdot \dot{\delta}_n \quad (2.2)$$

O parâmetro de amortecimento c_n é associado à dissipação de energia que ocorre durante o processo da colisão. Logo, é um parâmetro que está relacionado ao coeficiente de restituição. Conforme discutido por Cleary (2000) apud O'Sullivan (2011), para um determinado coeficiente de restituição e , o valor de c_n para um contato entre dois corpos de massas m_i e m_j é calculado a partir da seguinte expressão:

$$c_n = 2 \frac{-\ln(e)}{\sqrt{\pi^2 + \ln(e)^2}} \sqrt{\frac{m_i m_j}{m_i + m_j}} k_n \quad (2.3)$$

A parcela de amortecimento contempla a dissipação de energia devido à deformação plástica

no ponto de contato, e também pode ser não linear, sendo dependente da velocidade do impacto e da deformação. Delaney e outros (2007) propuseram o uso de uma equação não linear para a força de contato:

$$F_n = k_n \cdot \delta_n^{3/2} + c_n^* \cdot \dot{\delta}_n \cdot \delta_n^{1/2} \quad (2.4)$$

Embora os modelos linear e não linear pareçam ser muito semelhantes para aplicações nas modelagens do DEM, o comportamento das partículas obtido pelos dois modelos pode ser muito diferente e é fortemente dependente dos valores escolhidos para os parâmetros de contato (Malone e Xu, 2008).

No modelo de Hertz para força normal, assume-se que a superfície da partícula é completamente lisa. Teoricamente, o atrito não pode se desenvolver no contato entre duas partículas perfeitamente lisas. Contudo, o atrito de deslizamento está incluído em quase todos os códigos DEM, em que assume-se ter surgido devido ao intertravamento das asperezas nas superfícies das partículas (O'Sullivan, 2011).

Ainda de acordo com O'Sullivan (2011), os termos "forças de cisalhamento" e "forças tangenciais" são frequentemente e indistintamente usados para se referir ao componente da força que atua ao longo da superfície de contato, ou seja, ortogonal ao normal de contato.

A alternativa mais simples para considerar uma força tangencial F_t atuando no ponto de contato da partícula é utilizar o modelo de atrito Coulomb. Assim, a força tangencial assume um valor proporcional à força normal desenvolvida durante a colisão: $|F_t| \leq \mu F_n$, onde μ é o coeficiente de atrito. Quando $|F_t| < \mu F_n$, o movimento na direção está na fase "stick" e enquanto $|F_t| = \mu F_n$ ocorre o deslizamento entre os corpos e a força tangencial atua no sentido oposto ao escorregamento e é igual ao produto μF_n .

Existem modelos para a força tangencial que são baseados na utilização de coeficientes de rigidez tangencial. Os trabalhos de Vu-Quoc et al. (2000) e Thornton e Yin (1991), ambos citados por O'Sullivan (2011), apresentam modelos de contato constitutivos para implementação em códigos DEM que relacionam a dependência força com o deslocamento obtido através de um coeficiente de rigidez tangencial.

O trabalho de Di Renzo e Di Maio (2004) apresenta uma comparação de diferentes imple-

mentações de força tangencial, simulando o impacto oblíquo de uma esfera contra uma superfície rígida usando três diferentes implementações de força tangencial, comparando os resultados com medições experimentais. Os autores compararam os modelos linear (baseado de Cundall e Strack (1979)), Hertz – Mindlin e Deresiewicz simplificado (*no slip*, H–MDns) e Hertz – Mindlin e Deresiewicz completo (H–MD). Os resultados mostrados pelo autores indicaram que, pelos valores de velocidades testados, não houve melhora significativa na resposta ao utilizar modelos complexos. Em vez disso, o modelo linear dá resultados ainda melhores do que o modelo H–MDns e muitas vezes é equivalente ao modelo de Mindlin e Deresiewicz H–MD.

O DEM é muito aplicado para simulações de sistemas com grande quantidade de partículas. Mas, a formulação adotada no DEM pode ser aplicada para simular sistemas que tenham apenas dois corpos que colidem, por exemplo. De acordo com Malone e Xu (2008) a vantagem da utilização do DEM é que a partir do movimento de uma partícula é possível obter informações detalhadas sobre o comportamento do sistema, mas a partir de simulações com um alto custo computacional. O trabalho de Lu *e outros* (2010) investiga numericamente através do DEM o desempenho de absorvedores do tipo *particle dampers* (verticais e horizontais) ligados a um sistema primário (1GDL e MGD) sob diferentes cargas dinâmicas (vibração livre, excitação aleatória estacionária, bem como excitação aleatória não estacionária), com o objetivo de encontrar formas eficientes para melhor caracterizar o comportamento desse absorvedor.

Considerando o contato de dois corpos, a forma mais simples de modelar o contato é através de uma combinação mola-amortecedor em paralelo. Segundo Nagurka e Huang (2004), a literatura não relacionava até então a massa, a rigidez e o amortecimento às propriedades relacionadas ao impacto, como coeficiente de restituição e tempo de contato. Em seguida, os autores desenvolveram essa conexão para um caso de uma bola quicando sobre uma superfície rígida (*bouncing ball*). A formulação apresentada no trabalho de Nagurka e Huang utiliza os dados de tempo de contato e coeficiente de restituição para estimar os parâmetros de rigidez e amortecimento viscoso do contato.

Outros problemas de impacto são estudados também em sistemas multicorpos, através da implementação do modelo da força de contato de forma análoga à aplicada no DEM. Os modelos de força de contato vêm ganhando importância significativa para aplicação em sistemas multicorpos com contatos, devido à sua simplicidade e eficiência computacional (Flores *e outros*, 2011).

O modelo mola-amortecedor linear (Kelvin-Voigt) apresenta uma fragilidade, fato da força de contacto na deformação zero não ser nula devido à existência da componente de amortecimento não nula. Este problema não é realista porque, quando o contato começa, as componentes da força

elástica e de amortecimento devem ser nulas (Seifried *e outros*, 2010; Flores *e outros*, 2011).

De acordo com Lu *e outros* (2018), diversos pesquisadores propuseram vários modelos de contato para representar os contatos normal e tangencial, no entanto, o modelo de contato linear na direção normal e o modelo de atrito Coulomb na direção tangencial são amplamente adotados no estudo de simulação atualmente.

A partir da teoria de Hertz alguns modelos de contato não lineares foram desenvolvidos, como os apresentados nos trabalhos de Hunt e Crossley (1975), Lankarani e Nikravesch (1990) e Flores *e outros* (2011), entre outros. Esses modelos têm sido utilizados para simular o impacto entre dois corpos que se aproximam com uma velocidade relativa. Basicamente, esses modelos de força de contato não lineares são proporcionais à rigidez do contato e a um elemento viscoso dissipativo. De forma geral, os modelos propostos pelos autores mencionados se diferem pela componente de amortecimento calculada, mais precisamente pelo fator χ :

$$F_n = k_n \cdot \delta_n^n + \chi \cdot \dot{\delta}_n \cdot \delta_n^n \quad (2.5)$$

onde χ é chamado originalmente de *hysteresis damping factor*.

Com o modelo proposto por Hunt e Crossley (1975), a perda de energia durante o contato seria associada à dissipação na forma de calor devido ao amortecimento do material (Flores *e outros*, 2011). Com este modelo, assume-se que a perda de energia durante o contato está associada ao amortecimento do material dos corpos em contato, o que dissiparia energia na forma de calor. O fator de amortecimento para o modelo de Hunt e Crossley é:

$$\chi = \frac{3k_n(1 - e)}{2\dot{\delta}_n^{(-)}}$$

onde e é o coeficiente de restituição e $\dot{\delta}_n^{(-)}$ é a velocidade inicial do impacto.

Lankarani e Nikravesch (1990) também propuseram seu modelo baseado na teoria de contato Hertz incorporada com um fator de amortecimento de histerese para aplicação em sistemas multi-corpos. É um modelo muito similar ao modelo de Hunt e Crossley (1975), e foi obtido ao igualar a energia cinética perdida do sistema no impacto com o trabalho da força de contato. O fator de amortecimento do modelo de Lankarani e Nikravesch é:

$$\chi = \frac{3k_n(1 - e^2)}{4\dot{\delta}_n^{(-)}}$$

Flores *e outros* (2011) destacam que os modelos apresentados por Hunt e Crossley (1975) e (Lankarani e Nikravesh, 1990) são mais adequados para impactos que tenham um alto coeficiente de restituição, próximos a 1. Flores *e outros* (2011) apresentaram seu modelo matemático, cujo fator de amortecimento é:

$$\chi = \frac{8k_n(1 - e)}{5e\dot{\delta}_n^{(-)}}$$

Hu e Guo (2015) compararam os diferentes modelos não lineares propostos pelos autores mais conhecidos, uma vez que cada um desses autores propõe seu próprio fator de amortecimento. Segundo Hu e Guo (2015), os modelos propostos por Lankarani e Nikravesh e Hunt e Crossley são indicados para impactos com alto coeficiente de restituição, enquanto o modelo de Flores *e outros* é apropriado para impactos com qualquer coeficiente de restituição. Ao lado das comparações, Hu e Guo (2015) propuseram também seu próprio modelo de fator de amortecimento e mostraram que ele pode ser usado para qualquer contato. O fator de amortecimento proposto por Hu e Guo é dado por:

$$\chi = \frac{3k_n(1 - e)}{2e\dot{\delta}_n^{(-)}}$$

Geralmente, os contatos em absorvedores por impacto são modelados diretamente pelo coeficiente de restituição e a conservação do momento linear como, por exemplo, em Duncan *e outros* (2005), Gharib e Ghani (2013) e Vinayaravi *e outros* (2013), ou usando um conjunto linear de mola e amortecedor, como em Cheng e Xu (2006) e Li e Darby (2009). Os parâmetros de rigidez de contato e amortecimento viscoso são estimados a partir dos valores de coeficiente de restituição e do tempo de contato entre os corpos, conforme mostrado em Nagurka e Huang (2004) e Li e Darby (2009). Nos últimos anos, novos modelos usam uma mola não linear (contato de Hertz) com um amortecedor viscoso como o utilizado por Afsharfard e Farshidianfar (2012) e Afsharfard (2016). Afsharfard e Farshidianfar (2013) apresentaram em sua investigação uma nova formulação para a força de contato baseada na teoria de Hertz, chamada *cubic contact force*.

Analisando a modelagem tradicional em absorvedores por impacto, a formulação baseada na conservação quantidade de movimento é geralmente aplicada a corpos rígidos, mas não a corpos deformáveis. Um modelo de contato linear mola-amortecedor é mais apropriado para descrever os contatos entre estruturas rígidas e deformáveis. No entanto, neste caso, o tempo de contato é um parâmetro de entrada necessário para estimar os coeficientes de rigidez e amortecimento. É muito difícil obter o tempo de contato experimentalmente, principalmente quando os corpos em contato são deformáveis. Portanto, a aplicação de modelos não lineares para a formulação matemática desses absorvedores é bem-vinda, uma vez que é independente do tempo de contato, apesar de ainda ser dependente do coeficiente de restituição como parâmetro de entrada.

2.5 Aplicação de absorvedores por impacto em operações de usinagem

Os esforços de corte durante o processo de usinagem podem promover vibrações indesejáveis que comprometem o acabamento superficial da peça e aumentam o desgaste da ferramenta.

Os casos mais críticos envolvem o surgimento de vibrações auto excitadas (*chatter vibrations*) que são altamente indesejáveis e prejudiciais ao processo. A utilização de atuadores ou de absorvedores de vibração busca conferir maior estabilidade ao conjunto ferramenta-peça, evitando o surgimento quaisquer vibrações indesejáveis, seja ela autoexcitada ou não.

No trabalho de Ema e Marui (2000), uma massa auxiliar com movimento livre dentro de uma cavidade, localizada externamente na extremidade livre de uma barra de toronar, foi utilizada e apresentou um controle eficaz da vibração quando a folga é ajustada. Os autores indicaram que, na prática, é desejável aplicar o absorvedor para atuar na face de flanco da barra de toronar e que com o absorvedor é possível usinar furos mais profundos.

Sims *e outros* (2005) utilizaram absorvedores do tipo *particle damper* aplicados à peça para eliminar o *chatter* durante o processo de fresamento. Os autores concluíram que a aplicação desse absorvedores na peça testada aumentou significativamente a estabilidade, aumentando o valor da profundidade de corte limite do processo.

O desempenho de uma barra de toronar parcialmente preenchida com esferas metálicas para atenuar as vibrações durante o processo de torneamento interno foi analisado por autores como Biju e Shunmugam (2014), Sathishkumar *e outros* (2014), Suyama *e outros* (2016), Singh *e outros* (2018), Thomas *e outros* (2019) e Diniz *e outros* (2019). Em todos esses trabalhos citados, as

esferas proporcionaram redução de vibração da ferramenta e da rugosidade das peças.

Biju e Shunmugam (2014) avaliaram a capacidade de amortecimento mediante diferentes tamanhos de esferas e frações de volume a partir de experimentos usando testes com impacto e *shaker*. Em seguida testaram o absorvedor durante o torneamento interno, cujos resultados indicaram que as esferas promoveram uma melhora na circularidade e no acabamento superficial da peça usinada.

Como já discutido previamente ao abordar o absorvedor por impacto, o material das esferas e a folga existente entre a cavidade e as esferas influenciam diretamente no desempenho do absorvedor. Ramesh e Alwarsamy (2012) apud Paul *e outros* (2018) indicaram que, no amortecedor por impacto, os materiais com alta densidade levam a uma maior redução na vibração da ferramenta.

Sathishkumar *e outros* (2014) utilizaram pequenas partículas de diferentes diâmetros e materiais como aço, cobre, latão, chumbo e prata, preenchendo o porta ferramenta. Com isso os autores buscaram analisar a influência do tamanho, da densidade e da dureza das partículas na rugosidade superficial da peça usinada. Os autores concluíram que partículas menores, mais densas e mais duras são favoráveis ao amortecimento, promovendo melhores rugosidades superficiais.

O trabalho de Suyama *e outros* (2016) apresenta uma comparação do torneamento interno de aço endurecido SAE 4340 com três diferentes porta-ferramentas: de aço, de metal duro e de aço com esferas para absorver vibração. Foram utilizadas esferas de aço de 0,5 a 1 mm de diâmetro, com um preenchimento de 20% do volume, alocadas em uma cavidade produzida por um furo axial, seguindo a linha de centro da ferramenta. Os ensaios realizados por Suyama *e outros* (2016) indicaram que a o porta-ferramentas de aço de 20 mm de diâmetro com esferas foi mais eficiente do que o convencional de aço, alcançando um corte estável até balanços de 80 mm. Contudo, o desempenho do porta-ferramentas de metal duro (com 20 mm de diâmetro) foi melhor, alcançando cortes estáveis até atingir balanços de 95 mm. Os autores concluíram que o uso de porta-ferramentas com amortecimento por esferas pode ser uma alternativa simples e barata aos porta-ferramentas de metal duro, se o balanço necessário excede o valor máximo de um porta-ferramentas convencional e é menor que o balanço máximo estável um porta-ferramentas de metal duro.

Os resultados apresentados por Suyama *e outros* (2016) se basearam na utilização de um porta-ferramentas com esferas montadas em uma única configuração. Sabe-se que mudanças na configuração do absorvedor podem representar alterações significativas nas respostas desempenhadas por ele.

O aumento da eficiência do torneamento interno de aço endurecido foi estudado de duas maneiras por Silva (2018). A primeira delas foi a utilização da fixação da barra (porta-ferramentas) na torre da máquina através de uma bucha do tipo *Easy Fix*. A segunda foi comparar o desempenho de uma barra inteiriça e de uma barra com amortecedor passivo por impacto em torneamento interno com sistema de fixação *Easy Fix*. Os resultados dos ensaios obtidos por Silva (2018) mostraram que a fixação *Easy Fix* permite toronar furos aproximadamente 30% mais longos do que utilizando fixação convencional. Além disso, a barra com o absorvedor testado possibilitou a usinagem de furos mais longos que a barra inteiriça, cujos melhores resultados foram obtidos ao utilizar esferas maiores (que associam simultaneamente maior massa com menor folga, já que o diâmetro da cavidade é constante). Com a melhor configuração utilizada, foi possível aumentar o balanço da ferramenta (razão entre seu comprimento pelo seu diâmetro - L/D) em quase duas vezes (de $L/D = 4,4$ para $L/D = 8$) obtendo uma eficiência de 82% quando se compara com a barra convencional (inteiriça), mantendo-se a mesma rugosidade da peça e vida da ferramenta (Silva, 2018).

Os absorvedores além de agregarem amortecimento à ferramenta de torneamento, proporcionaram também redução da força de corte, do desgaste da ferramenta e da rugosidade superficial durante a usinagem de aços endurecidos AISI4340 (Paul *e outros*, 2018).

A grande diferença dos trabalhos de Silva (2018), Thomas *e outros* (2019) e Diniz *e outros* (2019) está na configuração adotada para as esferas: ao invés de utilizar uma grande quantidade de pequenas esferas para preencher a cavidade do porta ferramentas, os autores utilizaram esferas de diâmetro muito próximo ao diâmetro da cavidade. Os resultados apresentados nesses três trabalhos são excelentes.

Assim como no trabalho de Suyama *e outros* (2016), Diniz *e outros* (2019) avaliaram o uso do absorvedor no torneamento interno do aço endurecido SAE 4340. Entretanto, os autores propuseram uma configuração para o absorvedor distinta daquela utilizada até então: um furo de 8,32 mm na direção axial de uma ferramenta com 16 mm de diâmetro no qual foram adicionadas esferas de aço com diâmetros pouco menores que o furo (5, 6,5 e 8 mm). Dentre as configurações testadas, Diniz *e outros* (2019) verificaram que o porta-ferramenta com esferas de 8 mm apresentou o melhor resultado, possibilitando um balanço de até 128 mm ($L/D = 8$), mantendo bons níveis de rugosidade à peça. Os autores concluíram que os melhores resultados são encontrados quando se associa esferas de maior massa e uma menor folga entre esfera e cavidade.

Em um trabalho análogo, Thomas *e outros* (2019) mostraram através dos ensaios experimentais que a utilização do absorvedor no porta-ferramenta viabiliza a usinagem de furos mais longos

(profundos), sem prejudicar a rugosidade superficial e a vida útil da ferramenta. Os autores também verificaram que a vida útil da ferramenta de ambas as barras (sem e com absorvedor) não é diferente quando os balanços da ferramenta estão no limite de estabilidade. No entanto, este limite é muito maior para a barra com o absorvedor do que para a barra convencional, indicando que a barra com absorvedor pode ser usada em furos mais longos sem prejudicar a vida útil da ferramenta.

Geralmente, sistemas com absorvedores por impacto utilizam a própria energia cinética da estrutura vibrante para promover os impactos. No entanto, a utilização de uma fonte extra de energia para promover mais impactos também foi estudada recentemente. Aguiar *e outros* (2020) usaram fluxos de ar comprimido para impor uma maior quantidade de choques de pequenas esferas contra um porta-ferramenta durante operação de torneamento interno de aços endurecidos. No caso, os autores utilizaram pequenas esferas preenchendo parcialmente a cavidade do porta-ferramentas, indicando que os fluxos de ar comprimido podem favorecer os impactos, aumentando a eficiência do absorvedor.

A aplicação dos absorvedores por impacto em processos de usinagem não é tão comum, sendo muito mais utilizada em processos de torneamento. Para fresamento, o número de estudos é muito baixo atualmente.

Galarza (2018) aplicou o absorvedor por impacto no porta-ferramenta durante o fresamento de uma superfície curva (convexa) de aço D6 (60 HRc), em trajetórias ascendente e descendente. Para alocar as esferas no porta-ferramenta, foi feito um furo central ao longo da direção axial, com diâmetro de 6 mm e comprimento de 130 mm. O furo foi preenchido com esferas de 5, 5,5 e 5,9 mm de diâmetro. Galarza (2018) verificou experimentalmente que, tanto para o corte ascendente quanto para o corte descendente, a menor rugosidade da peça foi obtida para a fresa com esferas de maior diâmetro (5,9 mm).

Os benefícios da aplicação de esferas para processos de fresamento também estão reportados no trabalho de Galarza *e outros* (2020). Uma maior vida útil da ferramenta foi alcançada usando as ferramentas com o absorvedor. Em cortes descendentes, a ferramenta com as esferas maiores (5,9 mm) cortou aproximadamente o dobro do volume do material e nos ascendentes cortou cerca de quatro vezes o volume do material em comparação com a ferramenta sólida. Ao final da vida útil da ferramenta, o absorvedor continuou diminuindo a vibração, gerando uma superfície com menos rugosidade e menor variação de força de corte.

Um estudo análogo ao de Galarza (2018) foi realizado por Saciotto (2020). Para a mesma peça

circular de aço D6, usinada em cortes ascendente e descendente, Saciotto (2020) aplicou esferas de 6,0 mm numa cavidade de 6,1 mm, comparando a utilização de esferas de aço e tungstênio e também de cilindros de aço de 6,0 mm de diâmetro. O desempenho do porta-ferramenta com as diferentes configurações do absorvedor foi comparado com o desempenho de um porta-ferramentas de metal duro ao usinar a mesma superfície.

Os resultados mostraram que as ferramentas com esferas proporcionaram menores índices de rugosidade na peça em relação à ferramenta sem as esferas, principalmente ao usinar regiões onde ocorrem altas forças radiais e tangenciais; e a utilização de cilindros de aço como massas de impacto não é recomendada para situações com alta força axial, indicando que seu desempenho é altamente dependente da direção resultante dos esforços de corte (Saciotto, 2020). O autor também concluiu com seus ensaios experimentais que a ferramenta com haste de metal duro proporcionou menores níveis de vibração e rugosidade em comparação com as demais. Mesmo assim, (Saciotto, 2020) conclui que se deve preferir a utilização da barra com esferas de aço, que apresentam custo menor em relação à barra de metal duro.

3 Modelagem Matemática

Neste capítulo serão apresentados os modelos matemáticos utilizado na simulação numérica da colisão das esferas contra o corpo da fresa. Todos os movimentos considerados aqui encontram-se no plano.

3.1 Cinemática de uma esfera dentro da cavidade

A Figura 3.1 mostra uma esfera no interior de uma cavidade circular representada nas três direções do sistema de coordenadas.

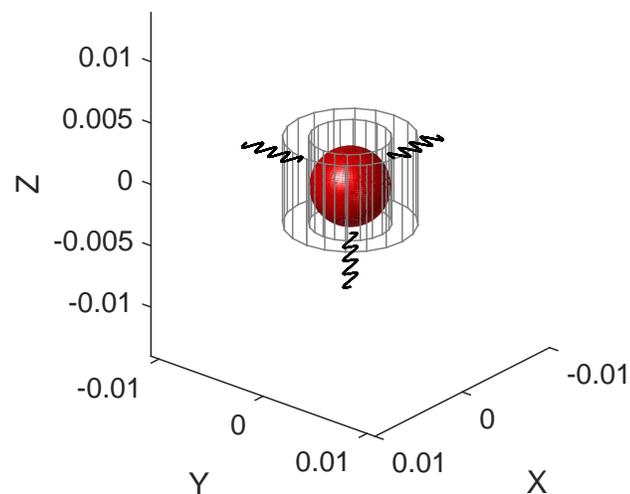


Figura 3.1: Representação de uma cavidade tridimensional com uma esfera alojada.

Para analisar a cinemática (e posteriormente a cinética) de uma esfera dentro da cavidade, é considerado somente que o movimento da esfera ocorre no plano XY . O movimento na direção Z é desprezado. Então, seja uma esfera cujo centro localiza-se no ponto (x_e, y_e) se move livremente no plano (x, y) dentro de uma cavidade circular com centro no ponto (x_{cav}, y_{cav}) (Figura 3.2). Os vetores posição da esfera, posição da cavidade e suas respectivas derivadas temporais são escritos em relação ao referencial inercial como:

$${}^I \mathbf{r}_e = \begin{bmatrix} x_e & y_e & 0 \end{bmatrix}^T$$

$${}_I\dot{\mathbf{r}}_e = \begin{bmatrix} \dot{x}_e & \dot{y}_e & 0 \end{bmatrix}^T$$

$${}_I\mathbf{r}_{cav} = \begin{bmatrix} x_{cav} & y_{cav} & 0 \end{bmatrix}^T$$

$${}_I\dot{\mathbf{r}}_{cav} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{cav} & \dot{y}_{cav} & 0 \end{bmatrix}^T$$

em que T indica a operação de *transposição*

Além dos graus de liberdade de translação, os corpos podem rotacionar em torno do eixo Z . Os vetores posição angular e velocidade angular da esfera e da cavidade são dados por:

$${}_I\boldsymbol{\theta}_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \theta_e \end{bmatrix}^T$$

$${}_I\dot{\boldsymbol{\theta}}_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{\theta}_e \end{bmatrix}^T$$

$${}_I\boldsymbol{\theta}_{cav} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \theta_{cav} \end{bmatrix}^T$$

$${}_I\dot{\boldsymbol{\theta}}_{cav} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{\theta}_{cav} \end{bmatrix}^T$$

O vetor ${}_I\mathbf{r}$ expressa a diferença entre as posições da esfera e da cavidade, ${}_I\mathbf{r}_e - {}_I\mathbf{r}_{cav}$. Sabendo que a direção de um vetor pode ser obtida a partir da divisão desse vetor por sua norma, tem-se:

$${}_I\mathbf{n}_r = {}_I\mathbf{r} \cdot \|{}_I\mathbf{r}\|^{-1}$$

onde ${}_I\mathbf{n}_r$ é o vetor direção da posição da esfera em relação à cavidade escrita no referencial inercial.

Os vetores que ligam o centro da esfera ao ponto de contato e o centro da cavidade ao ponto de contato podem ser escritos a partir dessa direção e dos seus respectivos raios. Assim,

$${}_I\mathbf{u}_1 = r \cdot {}_I\mathbf{n}_r$$

$${}_I\mathbf{u}_{cav} = R \cdot {}_I\mathbf{n}_r$$

onde os escalares r e R são os raios da esfera e da cavidade, respectivamente.

Busca-se encontrar os vetores do ponto de contato em cada um dos corpos a fim de utilizá-los na estimativa da força de contato durante a integração numérica. Estes vetores são obtidos pela seguinte soma vetorial, para cada um dos corpos:

$${}^I\mathbf{p}_e = {}^I\mathbf{r}_e + {}^I\mathbf{u}_1$$

$${}^I\mathbf{p}_{cav} = {}^I\mathbf{r}_{cav} + {}^I\mathbf{u}_{cav}$$

Adotar-se-á ${}^I\delta$ para representar a deformação relativa dos corpos, expressa pela diferença entre os vetores do ponto de contato (${}^I\delta = {}^I\mathbf{p}_e - {}^I\mathbf{p}_{cav}$). No instante inicial da colisão os pontos de contato representados na esfera e na cavidade são coincidentes e a deformação é nula, ou seja, ${}^I\delta = {}^I\mathbf{p}_e - {}^I\mathbf{p}_{cav} = \mathbf{0}$. Todos os vetores mencionados até aqui estão escritos em relação ao referencial inercial (X,Y), mostrados na Figura 3.2 para uma posição arbitrária dos corpos.

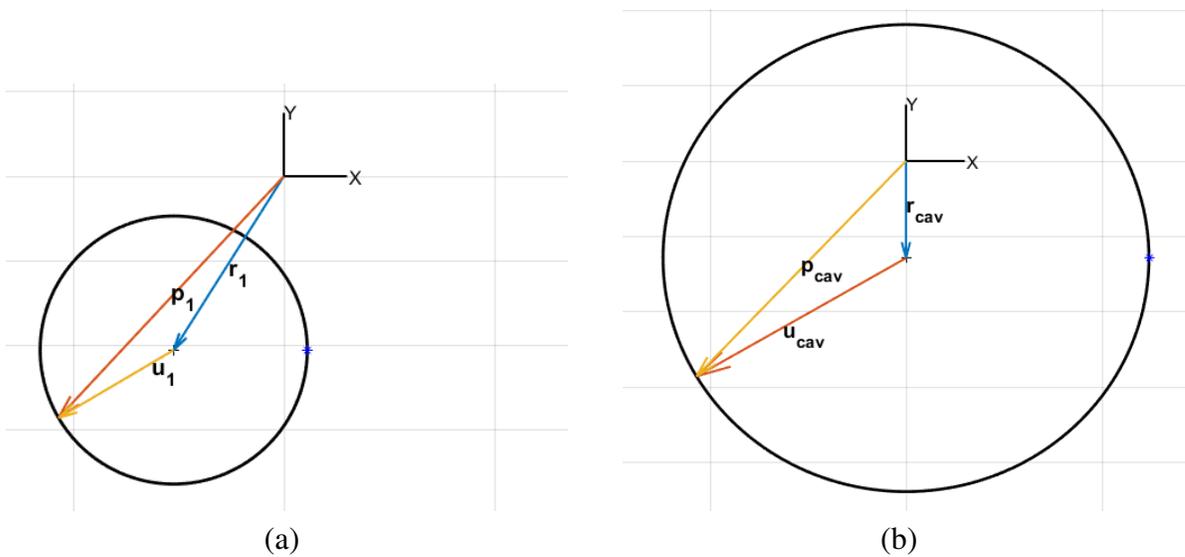


Figura 3.2: Vetores posição da esfera (a) e da cavidade (b) em relação ao referencial inercial.

Durante a colisão, foi escolhido utilizar o referencial normal-tangencial para a representação da deformação no contato e da velocidade relativa, com o intuito de facilitar a aplicação da força de contato, como será visto adiante, ao ser abordada a cinética. Sabe-se que a representação de qualquer vetor em um referencial diferente daquele em que está escrito é obtida a partir da Matriz de Transformação de Coordenadas. Assim, os vetores de deformação e velocidade relativa entre a esfera e a cavidade, representados no referencial inercial, ${}^I\delta$ e ${}^I\dot{\mathbf{r}}$, são escritos no referencial normal-tangencial da seguinte forma:

$${}_{nt}\boldsymbol{\delta} = [{}_Z T_r] \cdot {}_I\boldsymbol{\delta} \quad (3.1)$$

$${}_{nt}\dot{\mathbf{r}} = {}_{nt}\dot{\boldsymbol{\delta}} = [{}_Z T_r] \cdot {}_I\dot{\mathbf{r}} = \begin{pmatrix} v_{e_n} - v_{cav_n} \\ v_{e_t} - v_{cav_t} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

$$[{}_Z T_r] = \begin{bmatrix} \cos(\phi_r) & \text{sen}(\phi_r) & 0 \\ -\text{sen}(\phi_r) & \cos(\phi_r) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

em que $[{}_Z T_r]$ é a Matriz de Transformação de Coordenadas para um sistema de referência posicionado de um ângulo ϕ_r ao ser rotacionado em torno do eixo Z fixo.

O contato entre os corpos ocorrerá sempre que a posição relativa dos corpos for maior ou igual à diferença dos raios da cavidade (R) e da esfera (r). Neste caso, os corpos sofrerão a ação da força de contato, que será discutida adiante. Matematicamente:

$$\|{}_I\mathbf{r}\| \geq (R - r)$$

A Figura 3.3 mostra o contato entre os corpos em uma posição arbitrária ilustrando alguns dos vetores tratados até aqui para esta condição.

3.2 Cinética de uma esfera dentro da cavidade

Neste tópico é abordado o movimento dos corpos considerando as forças atuantes sobre eles durante todo o instante. As duas condições diferentes que são avaliadas são justamente a ocorrência da colisão ou não. Para identificar a ocorrência do contato, a posição relativa entre os corpos é verificada a cada instante. Sejam as condições:

$$\|{}_I\mathbf{r}\| < (R - r) \rightarrow \text{Não há contato};$$

$$\|{}_I\mathbf{r}\| \geq (R - r) \rightarrow \text{Impacto};$$

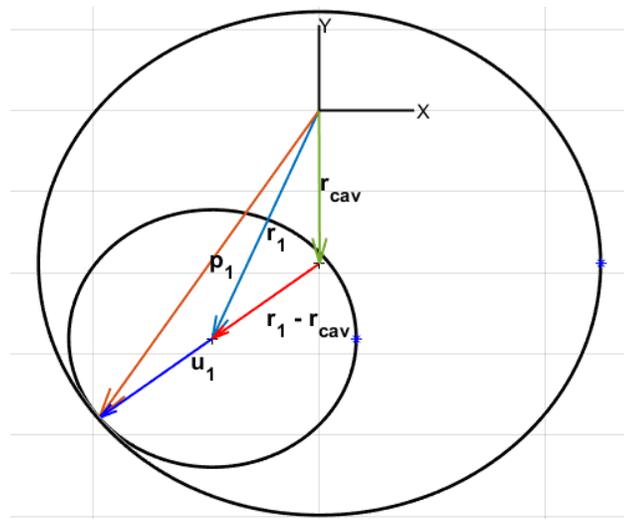


Figura 3.3: Contato entre os corpos.

Enquanto a colisão não ocorre, a esfera se move sem a ação de qualquer força sobre ela, sendo desprezado o atrito (que seria o atrito de rolamento sobre a cavidade) e a força peso (pois o movimento considerado ocorre no plano). Em relação à cavidade, o movimento pode ser causado por uma força externa e/ou por uma perturbação inicial. Atua-se sobre ela as forças de reação relacionadas à sua rigidez e ao amortecimento.

O impacto entre dois corpos é caracterizado pelas fases de compressão e de restituição. Durante o tempo de impacto, atua-se sobre os corpos as forças de contato, modeladas neste trabalho como um par não linear mola-amortecedor, em que a mola representa a rigidez do contato e o amortecedor a dissipação de energia, uma vez que as colisões são inelásticas. Além disso, a força de atrito em cada colisão também é considerada. Enquanto a força normal de contato F_N é responsável pelo movimento de translação da esfera, a de atrito F_T modifica seu movimento de rotação. A Figura 3.4 mostra os diagramas de corpo livre dos corpos durante a colisão.

Para a modelagem do contato, foi utilizado um modelo de mola não linear baseado na Teoria de Hertz. Este modelo relaciona o produto da rigidez do contato (k_H) pela deformação relativa entre os corpos elevada à potência 1,5 ($\delta^{1,5}$). Especificamente neste modelo são considerados somente as colisões elásticas, ou seja, a dissipação de energia não é considerada. Assim, escrevemos a força desenvolvida na mola não linear (Hertz) como:

$$F_H = k_H \cdot \delta^{1.5} \quad (3.3)$$

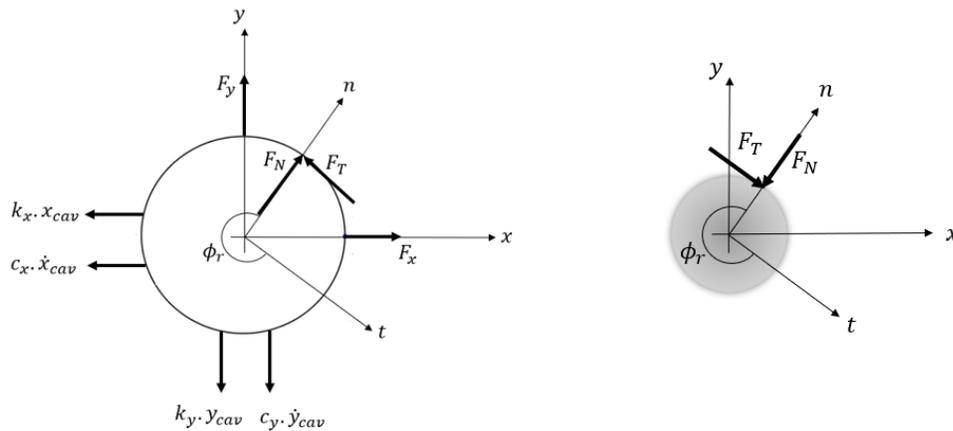


Figura 3.4: Diagrama de corpo livre da cavidade e da esfera.

Entretanto, as colisões elásticas são somente teóricas. Na realidade, qualquer impacto produz uma perda de energia ao sistema. Por esse motivo, diversos autores propuseram modelos dissipativos para a representação da física real. Neste trabalho, optou-se pela utilização do modelo dissipativo de Flores *e outros* (2011), que relaciona a parcela de amortecimento (F_c) ao produto de um fator de amortecimento (c_F) pela deformação relativa elevada à potência 1,5 ($\delta^{1,5}$) e à velocidade relativa da colisão ($\dot{\delta}$). Sendo assim, tem-se:

$$F_c = c_F \cdot \delta^{1,5} \cdot \dot{\delta} \quad (3.4)$$

$$c_F = \frac{8 \cdot (1 - e)}{(5 \cdot e \cdot \dot{\delta}^{(-)}) \cdot k_H}$$

em que e é o coeficiente de restituição, k_H é a rigidez de contato do modelo de Hertz e $\dot{\delta}^{(-)}$ é a velocidade relativa imediatamente antes do impacto.

Assim, a força normal de contato F_N é escrita como a soma das componentes F_H e F_c :

$$F_N = F_H + F_c$$

Para utilizar as Eqs. 3.3 e 3.4 corretamente e aplicá-las ao problema proposto, optou-se por utilizar a coordenada normal-tangencial para escrever os termos relacionados à posição e velocidade. A deformação e a velocidade relativa escritas no referencial normal-tangencial foram obtidas a partir das Eqs 3.1 e 3.2. Reescrevendo estes vetores em termos de suas componentes, tem-se:

$${}_{nt}\boldsymbol{\delta} = \begin{bmatrix} \delta_n & \delta_t & 0 \end{bmatrix}^T$$

$${}_{nt}\dot{\boldsymbol{\delta}} = \begin{bmatrix} \dot{\delta}_n & \dot{\delta}_t & 0 \end{bmatrix}^T$$

Considerando que k_H e c_F representam a rigidez de contato e o fator de amortecimento entre a esfera e a cavidade, respectivamente, e que o contato ocorre somente na direção normal, tem-se o modelo para representar a força de contato na direção normal F_N mostrado na Eq. 3.5.

$$F_N = k_H \cdot \delta_n^{1.5} + \frac{8 \cdot (1 - e)}{(5 \cdot e \cdot \dot{\delta}_n^{(-)}) \cdot k_e} \cdot \delta_n^{1.5} \cdot \dot{\delta}_n \quad (3.5)$$

A magnitude da componente tangencial da força de contato F_T é representada pela força de atrito de Coulomb existente durante a colisão. O sentido de F_T depende da direção da velocidade tangencial relativa entre a esfera e a cavidade no ponto de contato. Logo:

$$F_T = \mu F_N \cdot \text{sign}(\dot{\delta}_t + v_{te} - v_{tcav}) \quad (3.6)$$

onde: $v_{te} = \dot{\theta}_e \cdot r$ é a velocidade tangencial da esfera devido à sua rotação e $v_{tcav} = \dot{\theta}_{cav} \cdot R$ é a velocidade tangencial devido à rotação da cavidade circular.

Usando as magnitudes das forças de contato nas direções normal e tangencial, Eqs 3.5 e 3.6, respectivamente, o vetor força de contato é construído. Assim:

$${}_{nt}\mathbf{F}_C = \begin{bmatrix} F_N & F_T & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3.7)$$

As equações de movimento do sistema devem ser escritas no referencial inercial. Como as equações dependem da força de contato, e esta está escrita no referencial normal-tangencial, é necessário transformá-la para o referencial inercial. Assim:

$${}_I\mathbf{F}_C = [{}_Z T_r]^T \cdot {}_{nt}\mathbf{F}_C = \begin{bmatrix} F_{Cx} & F_{Cy} & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3.8)$$

Se os corpos não estão em contato:

$${}_{nt}\mathbf{F}_C = {}_I\mathbf{F}_C = \mathbf{0}$$

3.3 Equações de movimento de uma esfera dentro da cavidade

As equações de movimento do sistema são montadas a partir do diagrama de corpo livre dos corpos usando a formulação de Newton-Euler. Os graus de liberdade do sistema são as translações nas direções x e y e a rotação em torno do eixo z (θ_z), medidos em relação ao referencial inercial. Assim, tem-se:

$$\sum F_x = m \cdot \ddot{x}$$

$$\sum F_y = m \cdot \ddot{y}$$

$$\sum M_z = I \cdot \ddot{\theta}_z$$

Considerando que a esfera de raio r tem massa m_e , que a cavidade de raio R e massa m_1 tem rigidez equivalente k_1 e coeficiente de amortecimento viscoso equivalente c_1 , e seja submetida à uma força harmônica senoidal de amplitude F_{0i} e frequência f_{0i} , tem-se as seguintes equações de movimento:

- Cavidade sem impacto

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x}_{cavsi} \\ \ddot{y}_{cavsi} \\ \ddot{\theta}_{cavsi} \end{Bmatrix} = m_1^{-1} \left[\begin{Bmatrix} F_{0x} \text{sen}(2\pi f_{0x} t) \\ F_{0y} \text{sen}(2\pi f_{0y} t) \\ 0 \end{Bmatrix} - k_1 \begin{Bmatrix} x_{cavsi} \\ y_{cavsi} \\ 0 \end{Bmatrix} - c_1 \begin{Bmatrix} \dot{x}_{cavsi} \\ \dot{y}_{cavsi} \\ 0 \end{Bmatrix} \right] \quad (3.9)$$

- Cavidade com impacto

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x}_{cav} \\ \ddot{y}_{cav} \\ \ddot{\theta}_{cav} \end{Bmatrix} = m_1^{-1} \begin{bmatrix} F_{0x} \text{sen}(2\pi f_{0x} t) \\ F_{0y} \text{sen}(2\pi f_{0y} t) \\ 0 \end{bmatrix} - k_1 \begin{Bmatrix} x_{cav} \\ y_{cav} \\ 0 \end{Bmatrix} - c_1 \begin{Bmatrix} \dot{x}_{cav} \\ \dot{y}_{cav} \\ 0 \end{Bmatrix} + {}_I\mathbf{F}_C \quad (3.10)$$

o Esfera

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x}_e \\ \ddot{y}_e \\ \ddot{\theta}_e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m_e^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & m_e^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & I_e^{-1} \end{bmatrix} (-{}_I\mathbf{F}_C) \quad (3.11)$$

Tem-se, então, seis equações diferenciais que descrevem o movimento de translação no plano de uma esfera dentro de uma cavidade de parede circular e o movimento da estrutura com a ocorrência dos impactos (Eqs. 3.11 e 3.10, respectivamente). A integração numérica das equações de movimento é realizada pelo método de Runge-Kutta, através do integrador *ode* do MATLAB. A resposta da cavidade sem impacto é obtida pela integração da Eq. 3.9 que é idêntica à Eq. 3.10 com ${}_I\mathbf{F}_C = \mathbf{0}$.

Se o grau de liberdade de rotação da esfera precisa ser analisado, a única força atuante na esfera que causa momento em relação ao seu centro de gravidade (CG) é a força de contato tangencial. Basicamente, a força tangencial é escrita como uma fração da força normal atuando no sentido oposto à velocidade tangencial relativa dos corpos, como mostrado na Eq. 3.6. Existem duas situações distintas para a aplicação dessa força durante o impacto, dependendo da velocidade dos corpos:

$$F_T = \begin{cases} \mu \cdot F_N \cdot (-\text{sign}(\dot{\delta}_t - v_{tcav})), & \text{se } |\dot{\delta}_t - v_{tcav}| - |v_{te}| = 0 \\ \mu \cdot F_N \cdot (-\text{sign}(\dot{\delta}_t - v_{tcav} + v_{te})), & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.12)$$

O sinal negativo presente na Eq. 3.12 indica que a força tangencial F_T é aplicada à esfera. O primeiro caso representa a condição da esfera rolar sem deslizar sobre a superfície da cavidade e o segundo representa qualquer outra condição diferente da primeiro.

A aceleração angular da esfera pode ser estimada a partir do momento gerado pela força

tangencial (em relação ao CG da esfera) ou pela aceleração tangencial, dependendo do tipo de movimento que a esfera realiza sobre a superfície: rolamento, deslizamento ou ambos. A aceleração tangencial da esfera pode ser estimada a partir das acelerações estimadas no referencial inercial, como segue:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} {}_n\dot{v}_e \\ {}_t\dot{v}_e \\ 0 \end{Bmatrix} &= [{}_zT_r] \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{x}_e \\ \ddot{y}_e \\ 0 \end{Bmatrix} \\ \ddot{\theta}_e &= \begin{cases} -{}_t\dot{v}_e/r, & \text{se } |\dot{\delta}_t - v_{tcav}| - |v_{te}| = 0 \\ (F_T \cdot r)/I_e, & \text{caso contrário} \end{cases} \end{aligned} \quad (3.13)$$

O primeiro caso da Eq. 3.13 representa a condição de rolamento sem deslizamento da esfera sobre a superfície da cavidade. Neste caso, a velocidade do CG da esfera na direção tangencial ${}_t v_e$ é igual ao produto de sua velocidade angular pelo raio, ${}_t v_e = \dot{\theta}_e \cdot r$, logo o módulo da aceleração angular pode ser obtido a partir da derivada temporal dessa relação e o sinal negativo indica uma desaceleração provocada pela atrito. O segundo representa a condição do primeiro caso mas quando existe deformação dos corpos durante o contato. O último caso representa a condição de rolamento e deslizamento durante o contato, sem ou com deformação. Nestes dois últimos, o momento da força tangencial em relação ao CG da esfera é utilizado para estimar a aceleração angular, onde I_e é o momento de inércia de massa da esfera em relação ao seu CG.

Os movimentos angulares da esfera são aqui estabelecidos em torno do eixo z do referencial inercial. As rotações em torno dos outros eixos do sistema de referência são suprimidas. Assim, as equações de movimento dos sistema considerando a rotação da esfera em torno de z são reescritas como segue:

- Cavidade sem impacto

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x}_{cavsi} \\ \ddot{y}_{cavsi} \\ \ddot{\theta}_{cavsi} \end{Bmatrix} = [\mathbf{M}_1]^{-1} \left[\begin{Bmatrix} F_{0x} \text{sen}(2\pi f_{0x} t) \\ F_{0y} \text{sen}(2\pi f_{0y} t) \\ 0 \end{Bmatrix} - [\mathbf{K}_1] \begin{Bmatrix} x_{cavsi} \\ y_{cavsi} \\ 0 \end{Bmatrix} - [\mathbf{C}_1] \begin{Bmatrix} \dot{x}_{cavsi} \\ \dot{y}_{cavsi} \\ 0 \end{Bmatrix} \right] \quad (3.14)$$

- Cavidade com impacto

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x}_{cav} \\ \ddot{y}_{cav} \\ \ddot{\theta}_{cav} \end{Bmatrix} = [\mathbf{M}_1]^{-1} \begin{Bmatrix} F_{0x} \operatorname{sen}(2\pi f_{0x} t) \\ F_{0y} \operatorname{sen}(2\pi f_{0y} t) \\ 0 \end{Bmatrix} - [\mathbf{K}_1] \begin{Bmatrix} x_{cav} \\ y_{cav} \\ 0 \end{Bmatrix} - [\mathbf{C}_1] \begin{Bmatrix} \dot{x}_{cav} \\ \dot{y}_{cav} \\ 0 \end{Bmatrix} + {}_I\mathbf{F}_C \quad (3.15)$$

- Esfera

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x}_e \\ \ddot{y}_e \\ \ddot{\theta}_e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m_e^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & m_e^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{array}{l} -F_{Cx} \\ -F_{Cy} \\ \begin{cases} -\dot{v}_e/r, & \text{se } |\dot{\delta}_t - v_{tcav}| - |v_{te}| = 0 \\ (F_T \cdot r)/I_e, & \text{caso contrário} \end{cases} \end{array} \right\} \quad (3.16)$$

onde as matrizes \mathbf{M}_1^{-1} , \mathbf{K}_1 e \mathbf{C}_1 são :

$$[\mathbf{M}_1]^{-1} = \begin{bmatrix} m_1^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & m_1^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & I_{cav}^{-1} \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{K}_1] = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{C}_1] = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3.4 Verificação do modelo de atrito

Para garantir que o modelo matemático contemplando o atrito entre as superfícies dos corpos responda adequadamente, uma verificação com as respostas analíticas de problemas clássicos da dinâmica de corpos rígidos é realizada. As análises estão dispostas no Apêndice A.

3.5 Cinemática de várias esferas dentro da cavidade com NGDL

Assim como apresentado na seção 3.1, nesta seção será abordada a cinemática das esferas presentes numa cavidade discretizada com NGDL. A partir daqui a cavidade consiste num cilindro de raio R e comprimento L discretizado em N nós. Em cada um dos nós, uma esfera será alocada.

A modelagem do problema em cada um dos nós segue a modelagem apresentada no item 3.1. Ao analisar o sistema como um todo, ter-se-á a disposição dos vetores apresentados em forma matricial, em que cada coluna está relacionada a cada nó.

As matrizes com os vetores posição $[W_i]$, velocidade $[\dot{W}_i]$, posição angular $[\Theta_i]$ e velocidade angular $[\dot{\Theta}_i]$ da esfera e da cavidade são dadas por:

$$[W_e] = \left[\{I\mathbf{r}_e\}_1 \quad \{I\mathbf{r}_e\}_2 \quad \dots \quad \{I\mathbf{r}_e\}_N \right]$$

$$[\dot{W}_e] = \left[\{I\dot{\mathbf{r}}_e\}_1 \quad \{I\dot{\mathbf{r}}_e\}_2 \quad \dots \quad \{I\dot{\mathbf{r}}_e\}_N \right]$$

$$[\Theta_e] = \left[\{I\boldsymbol{\theta}_e\}_1 \quad \{I\boldsymbol{\theta}_e\}_2 \quad \dots \quad \{I\boldsymbol{\theta}_e\}_N \right]$$

$$[\dot{\Theta}_e] = \left[\{I\dot{\boldsymbol{\theta}}_e\}_1 \quad \{I\dot{\boldsymbol{\theta}}_e\}_2 \quad \dots \quad \{I\dot{\boldsymbol{\theta}}_e\}_N \right]$$

$$[W] = \left[\{I\mathbf{r}_{cav}\}_1 \quad \{I\mathbf{r}_{cav}\}_2 \quad \dots \quad \{I\mathbf{r}_{cav}\}_N \right]$$

$$[\dot{W}] = \left[\{I\dot{\mathbf{r}}_{cav}\}_1 \quad \{I\dot{\mathbf{r}}_{cav}\}_2 \quad \dots \quad \{I\dot{\mathbf{r}}_{cav}\}_N \right]$$

$$[\Theta_{cav}] = \left[\{I\boldsymbol{\theta}_{cav}\}_1 \quad \{I\boldsymbol{\theta}_{cav}\}_2 \quad \dots \quad \{I\boldsymbol{\theta}_{cav}\}_N \right]$$

$$[\dot{\Theta}_{cav}] = \left[\{I\dot{\boldsymbol{\theta}}_{cav}\}_1 \quad \{I\dot{\boldsymbol{\theta}}_{cav}\}_2 \quad \dots \quad \{I\dot{\boldsymbol{\theta}}_{cav}\}_N \right]$$

onde os índices 1, 2, ..., N relacionam o vetor ao respectivo nó.

A matriz que contém os vetores posição relativa entre esfera e cavidade, representados no referencial inercial, $\{I\mathbf{r}\}_i = \{I\mathbf{r}_e\}_i - \{I\mathbf{r}_{cav}\}_i$, é escrita como:

$$[W_{e/cav}] = \left[\{I\mathbf{r}\}_1 \quad \{I\mathbf{r}\}_2 \quad \dots \quad \{I\mathbf{r}\}_N \right]$$

Da mesma maneira, a matriz que contém os vetores deformação relativa dos corpos, escritos como $\{I\boldsymbol{\delta}\}_i = \{I\mathbf{p}_e\}_i - \{I\mathbf{p}_{cav}\}_i$, representada na base normal-tangencial é escrita a partir da Eq. 3.1

$$[{}_{nt}\boldsymbol{\Delta}] = \left[\{{}_{nt}\boldsymbol{\delta}\}_1 \quad \{{}_{nt}\boldsymbol{\delta}\}_2 \quad \dots \quad \{{}_{nt}\boldsymbol{\delta}\}_N \right]$$

A partir dos vetores $\{I\mathbf{r}\}_i$ e $\{{}_{nt}\boldsymbol{\delta}\}_i$ cada impacto pode ser detectado e a força de contato calculada, conforme será mostrado a seguir.

3.6 Cinética de várias esferas dentro da cavidade com NGDL

A identificação da ocorrência do impacto depende da posição relativa entre a esfera e a cavidade em cada nó, verificada a cada instante de tempo. Neste caso, as condições são:

$$\|\{\mathbf{r}\}_i\| < (R - r) \rightarrow \text{Não há contato};$$

$$\|\{\mathbf{r}\}_i\| \geq (R - r) \rightarrow \text{Impacto};$$

A não ocorrência do impacto impõe que a força de contato é nula. Nos nós em que os contatos forem detectados a força de contato assume um valor diferente de zero, proporcional à deformação $\{\mathbf{\delta}\}_i$ dos corpos no referido nó. Para facilitar, foi adotada a utilização das coordenadas normal e tangencial para o cálculo da força de contato. Adiante, essa força é escrita no referencial inercial a partir da matriz de transformação de coordenadas.

Sabendo que o vetor deformação relativa no nó i contém as deformações nas direções normal e tangencial, a força de contato nessas direções (F_{Ni} e F_{Ti}) para cada instante de tempo será:

$$\{\mathbf{\delta}\}_i = \begin{bmatrix} \delta_{ni} & \delta_{ti} & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$F_{Ni} = k_H \cdot \delta_{ni}^{1,5} + \frac{8 \cdot (1 - e)}{(5 \cdot e \cdot \delta_{ni}^{(-)}) \cdot k_H} \cdot \delta_{ni}^{1,5} \cdot \dot{\delta}_{ni} \quad (3.17)$$

$$F_{Ti} = \mu F_{Ni} \cdot \text{sign}(\dot{\delta}_{ti} + (\dot{\theta}_{ei} \cdot r) - (\dot{\theta}_{cavi} \cdot R)) \quad (3.18)$$

Usando as magnitudes das forças de contato, para cada instante de tempo, Eqs 3.17 e 3.18, respectivamente, o vetor força de contato é construído. Assim:

$$\{\mathbf{F}_C\}_i = \begin{bmatrix} F_{Ni} & F_{Ti} & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3.19)$$

As forças na direção tangencial F_{Ti} são importantes para a determinação do movimento angular das corpos e também pela contribuição para força de contato a ser escrita no referencial

inercial, conforme será visto mais adiante. Por isso, é importante escrever o vetor força de contato tangencial \mathbf{F}_T :

$$\mathbf{F}_T = \begin{bmatrix} F_{T1} & \dots & F_{TN} \end{bmatrix}^T \quad (3.20)$$

As equações de movimento do sistema estão escritas no referencial inercial. Como as equações dependem da força de contato, e esta está escrita no referencial normal-tangencial, é necessário transformá-la para o referencial inercial. Assim, o vetor força de contato escrito no referencial inercial é dado por:

$$\{I\mathbf{F}_C\}_i = [zT_r]^T \cdot \{nt\mathbf{F}_C\}_i = \begin{bmatrix} F_{Cxi} & F_{Cyi} & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3.21)$$

O vetor força de contato no referencial inercial pode ser escrito também na sua forma geral:

$$[I\mathbf{F}_C] = \begin{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{Cx1} \\ F_{Cy1} \\ 0 \end{Bmatrix} & \begin{Bmatrix} F_{Cx2} \\ F_{Cy2} \\ 0 \end{Bmatrix} & \dots & \begin{Bmatrix} F_{CxN} \\ F_{CyN} \\ 0 \end{Bmatrix} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Escrevendo os vetores da força de contato separadamente para as direções x e y , contemplando o contato em todos os nós, tem-se:

$$[\mathbf{F}_{Cx}] = \begin{bmatrix} F_{Cx1} & F_{Cx2} & \dots & F_{CxN} \end{bmatrix}^T \quad (3.23)$$

$$[\mathbf{F}_{Cy}] = \begin{bmatrix} F_{Cy1} & F_{Cy2} & \dots & F_{CyN} \end{bmatrix}^T \quad (3.24)$$

Estes vetores são aplicados nas equações de movimento do sistema para que a integração seja realizada. Nos nós em que não ocorrerem impacto em uma ou ambas direções, os respectivos valores de F_{Cxj} e/ou F_{Cyj} , nas Eqs. 3.23 e 3.24, serão nulos, uma vez que F_{Ni} também será.

3.7 Equações de movimento de várias esferas dentro da cavidade com NGDL

Um sistema com N graus de liberdade (NGDL) é representado por uma associação de N massas m_i interligadas por molas de rigidez k_i e amortecimento c_i . Deseja-se modelar o comportamento mecânico de uma fresa submetidas a impactos de esferas metálicas para redução da vibração. A fresa acoplada à máquina é modelada como uma viga engastada de seção circular constante que pode vibrar ao longo das direções x e y , conforme indicado na Figura 3.5.

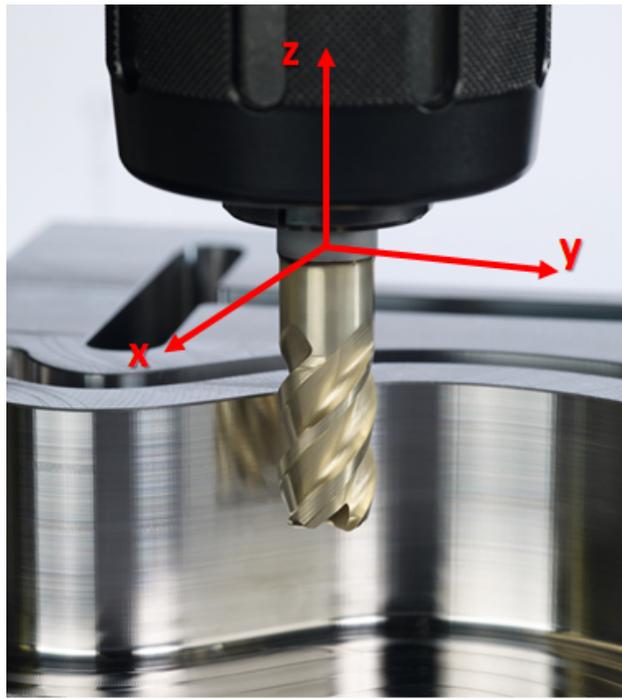


Figura 3.5: Exemplo de fresa e indicação das direções de vibração.

A fresa a ser estudada possui um furo de diâmetro constante ao longo do eixo longitudinal (z), formando a *cavidade* onde são inseridas as esferas. Discretiza-se a cavidade em N nós onde serão alocados as massas, as rigidezes e os coeficientes de amortecimento para que o sistema possa ser representado (Figura 3.6). Este clássico sistema com NGDL é representado matematicamente na forma matricial como:

$$[M]\ddot{\mathbf{u}} + [C]\dot{\mathbf{u}} + [K]\mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (3.25)$$

onde \mathbf{u} representa o deslocamento em qualquer direção e suas primeira e segunda derivadas temporais são as respectivas velocidade e aceleração. As matrizes de massa $[M]$, rigidez $[K]$ e amortecimento $[C]$ de um sistema NGDL são dadas por:

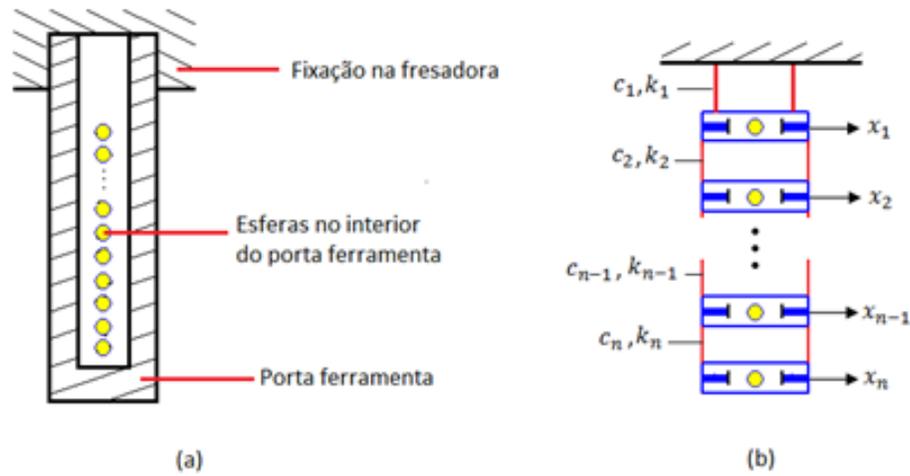


Figura 3.6: Diagrama esquemático para caracterização de um modelo NGDL com esferas.

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & m_N \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \dots & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \dots & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & k_N + k_{N+1} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & \dots & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & \dots & 0 \\ 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & c_N + c_{N+1} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Os deslocamentos nas direções x e y são analisados. Para a comparação do efeito da adição das esferas na cavidade, é necessário conhecer os deslocamentos para a cavidade sem e com os impactos. Assim, definem-se os vetores com a posição de cada nó nas direções x e y num determinado

instante de tempo:

$$\mathbf{x}_{cavsi} = \begin{Bmatrix} x_{cavsi1} \\ \vdots \\ x_{cavsiN} \end{Bmatrix} \quad \mathbf{y}_{cavsi} = \begin{Bmatrix} y_{cavsi1} \\ \vdots \\ y_{cavsiN} \end{Bmatrix} \quad (3.29)$$

$$\mathbf{x}_{cav} = \begin{Bmatrix} x_{cav1} \\ \vdots \\ x_{cavN} \end{Bmatrix} \quad \mathbf{y}_{cav} = \begin{Bmatrix} y_{cav1} \\ \vdots \\ y_{cavN} \end{Bmatrix} \quad (3.30)$$

onde os subscritos "cavsi" e "cav" indicam a resposta da cavidade sem impacto e com impacto, respectivamente.

Analogamente, as derivadas temporais (velocidades) são dadas por:

$$\dot{\mathbf{x}}_{cavsi} = \begin{Bmatrix} \dot{x}_{cavsi1} \\ \vdots \\ \dot{x}_{cavsiN} \end{Bmatrix} \quad \dot{\mathbf{y}}_{cav} = \begin{Bmatrix} \dot{y}_{cavsi1} \\ \vdots \\ \dot{y}_{cavsiN} \end{Bmatrix} \quad (3.31)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{cav} = \begin{Bmatrix} \dot{x}_{cav1} \\ \vdots \\ \dot{x}_{cavN} \end{Bmatrix} \quad \dot{\mathbf{y}}_{cav} = \begin{Bmatrix} \dot{y}_{cav1} \\ \vdots \\ \dot{y}_{cavN} \end{Bmatrix} \quad (3.32)$$

Para a esfera, os vetores contendo a posição e a velocidade de cada nó para um determinado instante de tempo são:

$$\mathbf{x}_e = \begin{Bmatrix} x_{e1} \\ \vdots \\ x_{eN} \end{Bmatrix} \quad \mathbf{y}_e = \begin{Bmatrix} y_{e1} \\ \vdots \\ y_{eN} \end{Bmatrix} \quad (3.33)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_e = \begin{Bmatrix} \dot{x}_{e1} \\ \vdots \\ \dot{x}_{eN} \end{Bmatrix} \quad \dot{\mathbf{y}}_{cav} = \begin{Bmatrix} \dot{y}_{e1} \\ \vdots \\ \dot{y}_{eN} \end{Bmatrix} \quad (3.34)$$

Além das translações em x e y são considerados também os movimentos angulares da cavidade. Considerando que a fresa gira com velocidade angular constante, a aceleração angular dos nós da cavidade sem impacto ($\ddot{\theta}_{cavsi}$) é um vetor nulo em todo instante de tempo.

O sistema é submetido à uma força harmônica senoidal de amplitude F_0 e frequência f_0 . Como o sistema possui NGDL, os vetores \mathbf{F}_{0x} e \mathbf{F}_{0y} contêm as amplitudes de força aplicadas a cada um dos nó nas direções x e y , respetivamente. Assim:

$$\mathbf{F}_{0x} = \begin{bmatrix} F_{0x1} & \dots & F_{0xN} \end{bmatrix}_{1 \times N}^T \quad (3.35)$$

$$\mathbf{F}_{0y} = \begin{bmatrix} F_{0y1} & \dots & F_{0yN} \end{bmatrix}_{1 \times N}^T \quad (3.36)$$

Dessa forma, qualquer nó pode ser submetido a uma força harmônica, conforme a conveniência. Caso um ou um conjunto de nós não estejam sujeitos à ação de uma força, F_{0xi} e/ou F_{0yi} assumem valores nulos.

Assume-se que a frequência da força excitadora é constante. As matrizes de massa, rigidez e amortecimento nas duas direções são iguais devido à simetria da fresa, ou seja, $[M_x] = [M_y] = [M]$, $[K_x] = [K_y] = [K]$ e $[C_x] = [C_y] = [C]$, definidas em (3.26), (3.27) e (3.28).

Baseado nas considerações apresentadas até aqui e nas análises cinemática e cinética, apresentadas nas seções 3.5 e 3.6, as equações de movimento do sistema são construídas. As equações de movimento da cavidade sem impacto são as clássicas de um sistema NGDL, construídas a partir das matrizes (3.26), (3.27) e (3.28), dos vetores (3.29), (3.31), (3.35) e (3.36):

$$\ddot{\mathbf{x}}_{cavsi} = [M_x]^{-1} ([\mathbf{F}_x] - [K_x] \mathbf{x}_{cavsi} - [C_x] \dot{\mathbf{x}}_{cavsi}) \quad (3.37)$$

$$\ddot{\mathbf{y}}_{cavsi} = [M_y]^{-1} ([\mathbf{F}_y] - [K_y] \mathbf{y}_{cavsi} - [C_y] \dot{\mathbf{y}}_{cavsi}) \quad (3.38)$$

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{cavsi} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{1 \times N}^T \quad (3.39)$$

onde $[\mathbf{F}_x] = [\mathbf{F}_{0x}] \text{sen}(2\pi f_{0x} t)$ e $[\mathbf{F}_y] = [\mathbf{F}_{0y}] \text{sen}(2\pi f_{0y} t)$;

As equações de movimento da cavidade com impacto contemplam os vetores força de contato (3.23) e (3.24), além das matrizes (3.26), (3.27) e (3.28) e dos vetores posição (3.30), velocidade (3.32) e força excitadora (3.35 e 3.36). Assim:

$$\ddot{\mathbf{x}}_{cav} = [M_x]^{-1} ([\mathbf{F}_x] - [K_x] \mathbf{x}_{cav} - [C_x] \dot{\mathbf{x}}_{cav} + \mathbf{F}_{Cx}) \quad (3.40)$$

$$\ddot{\mathbf{y}}_{cav} = [M_y]^{-1} ([\mathbf{F}_y] - [K_y] \mathbf{y}_{cav} - [C_y] \dot{\mathbf{y}}_{cav} + \mathbf{F}_{Cy}) \quad (3.41)$$

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{cav} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{1 \times N}^T \quad (3.42)$$

As esferas de massa m_e se movem livremente dentro da cavidade e a única força que atua sobre sua superfície é a força de contato. Como descrito na análise cinética (seção 3.6), uma vez que o contato deixa de existir, a força de contato é nula e a esfera desloca-se com velocidade constante. Desprezando seu movimento rotacional, as equações de movimento das esferas são:

$$\ddot{\mathbf{x}}_e = -\mathbf{F}_{Cx} m_e^{-1} \quad (3.43)$$

$$\ddot{\mathbf{y}}_e = -\mathbf{F}_{Cy} m_e^{-1} \quad (3.44)$$

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}}_e = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{1 \times N}^T \quad (3.45)$$

Tem-se seis equações diferenciais que contemplam o movimento em cada nó do sistema em questão (Eqs. 3.40, 3.41, 3.42, 3.43, 3.44 e 3.45). Então, ao todo, ter-se-á $6 \times N$ equações diferen-

ciais para descrever o movimento completo de todos os graus de liberdade. A integração numérica das equações de movimento é realizada pelo integrador *ode* do Matlab. Um ajuste cuidadoso entre o incremento de tempo e as tolerâncias relativa e absoluta do integrador se faz necessária, devido aos pequenos deslocamentos relativos entre os corpos em contato em comparação ao deslocamento da cavidade.

3.8 Modelagem usando Elementos Finitos

As equações de movimento descritas na seção 3.7 foram construídas a partir de um modelo clássico de N graus de liberdade. É conveniente utilizar as matrizes de massa, rigidez e amortecimento oriundas da modelagem por elementos finitos, uma vez que as matrizes com as massas e coeficientes de rigidez e amortecimentos equivalentes de um sistema NGDL são mais difíceis de serem obtidas.

Um modelo de Elementos Finitos pode aproximar o corpo do porta ferramenta como uma viga de seção circular, de diâmetro externo constante, mas com duas seções transversais diferentes: maciça e oca. O esquema básico do modelo é mostrado na Figura 3.7, onde os nós especificados pelas letras A e C representam os limites da barra e B representa a mudança da seção oca para maciça. A partir desse modelo básico, respeitando as distâncias L_0 e L_p entre os nós mostrados, o modelo definitivo pode ser construído de acordo com a discretização conveniente para a alocação das esferas e a representação do sistema. Posteriormente, as discretizações utilizadas serão mostradas.

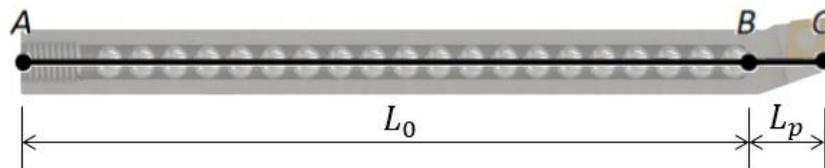


Figura 3.7: Modelo com a discretização básica da barra. Adaptado de Diniz *e outros* (2019).

As esferas são alocadas nos nós ao longo do comprimento L_0 da viga de acordo com a configuração a ser analisada. Por essa razão, ao utilizar esferas com diâmetros diferentes, o modelo precisa ser atualizado, alterando a posição dos nós e o comprimento dos elementos. Para simular o comportamento bidimensional do porta ferramenta, em cada nó são considerados quatro graus de liberdade: deslocamento na direção x , rotação em torno de x , deslocamento na direção y e rotação

em torno de y . O vetor que contém os deslocamentos nodais de um nó i da estrutura é expresso por:

$$\{\mathbf{q}_{cav}\}_i = \{x_i \ \phi_{xi} \ y_i \ \phi_{yi}\}^T$$

onde ϕ_{xi} e ϕ_{yi} são as rotações em torno dos eixos x e y , respectivamente.

Considerando que uma esfera seja alocada ao nó i da estrutura, seu movimento nas direções x e y é analisado, bem como seu movimento angular em torno do eixo z . Desprezando as rotações da esfera em torno dos eixos x e y , escreve-se o vetor posição de esfera no nó i , $\{\mathbf{q}_e\}_i$ como:

$$\{\mathbf{q}_e\}_i = \{x_{ei} \ y_{ei} \ \theta_{zei}\}^T$$

Para o caso de n nós tem-se as posições, velocidades e acelerações:

$$\{\mathbf{q}_{cav}\} = \begin{Bmatrix} \{\mathbf{q}_{cav}\}_1 \\ \vdots \\ \{\mathbf{q}_{cav}\}_n \end{Bmatrix} \quad \{\mathbf{q}_e\} = \begin{Bmatrix} \{\mathbf{q}_e\}_1 \\ \vdots \\ \{\mathbf{q}_e\}_n \end{Bmatrix} \quad (3.46)$$

$$\{\dot{\mathbf{q}}_{cav}\} = \begin{Bmatrix} \{\dot{\mathbf{q}}_{cav}\}_1 \\ \vdots \\ \{\dot{\mathbf{q}}_{cav}\}_n \end{Bmatrix} \quad \{\dot{\mathbf{q}}_e\} = \begin{Bmatrix} \{\dot{\mathbf{q}}_e\}_1 \\ \vdots \\ \{\dot{\mathbf{q}}_e\}_n \end{Bmatrix} \quad (3.47)$$

$$\{\ddot{\mathbf{q}}_{cav}\} = \begin{Bmatrix} \{\ddot{\mathbf{q}}_{cav}\}_1 \\ \vdots \\ \{\ddot{\mathbf{q}}_{cav}\}_n \end{Bmatrix} \quad \{\ddot{\mathbf{q}}_e\} = \begin{Bmatrix} \{\ddot{\mathbf{q}}_e\}_1 \\ \vdots \\ \{\ddot{\mathbf{q}}_e\}_n \end{Bmatrix} \quad (3.48)$$

Caso um nó j não tenha uma esfera alocada, os vetores posição, velocidade e aceleração da esfera j são considerados nulos, $\{\mathbf{q}_e\}_j = \{\dot{\mathbf{q}}_e\}_j = \{\ddot{\mathbf{q}}_e\}_j = \{\mathbf{0}\}$. Além disso, a força de contato não é aplicada. É importante considerar esses vetores como nulos para que as ordens das matrizes sejam mantidas, não comprometendo as operações matriciais e garantindo que a integração numérica seja realizada.

As matrizes de massa e rigidez dos elementos são construídas a partir das Eqs. 3.49 e 3.50.

$$[M_{el.}] = \frac{\rho \cdot A_e \cdot L_e}{420} \cdot \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L_e & 54 & 0 & 0 & 13L_e \\ 0 & 4L_e^2 & 22L_e & 0 & 0 & -3L_e^2 & 13L_e & 0 \\ 0 & 22L_e & 156 & 0 & 0 & -13L_e & 54 & 0 \\ -22L_e & 0 & 0 & 4L_e^2 & -13L_e & 0 & 0 & -3L_e^2 \\ 54 & 0 & 0 & -13L_e & 156 & 0 & 0 & 22L_e \\ 0 & -3L_e^2 & -13L_e & 0 & 0 & 4L_e^2 & -22L_e & 0 \\ 0 & 13L_e & 54 & 0 & 0 & -22L_e & 156 & 0 \\ 13L_e & 0 & 0 & -3L_e^2 & 22L_e & 0 & 0 & 4L_e^2 \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

$$[K_{el.}] = \frac{E}{(1+a) \cdot L_e^3} \cdot \begin{bmatrix} 12I_{1y} & 0 & 0 & -6L_e I_{1y} & -12I_{1y} & 0 & 0 & -6L_e I_{1y} \\ 0 & (4+a)L_e^2 I_{1x} & 6L_e I_{1x} & 0 & 0 & (2-a)L_e^2 I_{1x} & -6L_e I_{1x} & 0 \\ 0 & 6L_e I_{1x} & 12I_{1x} & 0 & 0 & 6L_e I_{1x} & -12I_{1x} & 0 \\ -6L_e I_{1y} & 0 & 0 & (4+a)L_e^2 I_{1y} & 6L_e I_{1y} & 0 & 0 & (2-a)L_e^2 I_{1y} \\ -12I_{1y} & 0 & 0 & 6L_e I_{1y} & 12I_{1y} & 0 & 0 & 6L_e I_{1y} \\ 0 & (2-a)L_e^2 I_{1x} & 6L_e I_{1x} & 0 & 0 & (4+a)L_e^2 I_{1x} & -6L_e I_{1x} & 0 \\ 0 & -6L_e I_{1x} & -12I_{1x} & 0 & 0 & -6L_e I_{1x} & 12I_{1x} & 0 \\ -6L_e I_{1y} & 0 & 0 & (2-a)L_e^2 I_{1y} & 6L_e I_{1y} & 0 & 0 & (4+a)L_e^2 I_{1y} \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

onde ρ é massa específica, A_e é a área da seção transversal do elemento, L_e é o comprimento do elemento, I_{1x} é o momento de inércia de área em relação ao eixo x , I_{1y} é o momento de inércia de área em relação ao eixo y , E é o módulo de elasticidade e a .

$$[K_s] = \begin{bmatrix} [K_{cav}]_{(4n \times 4n)} & [0]_{(4n \times 3N)} \\ [0]_{(3N \times 4n)} & [0]_{(3N \times 3N)} \end{bmatrix} \quad [C_s] = \begin{bmatrix} [C_{cav}]_{(4n \times 4n)} & [0]_{(4n \times 3N)} \\ [0]_{(3N \times 4n)} & [0]_{(3N \times 3N)} \end{bmatrix}$$

Escreve-se, então, uma única equação de movimento que contempla todos os graus de liberdade do sistema, a ser integrada numericamente utilizando integradores disponíveis no MATLAB. Os vetores posição (\mathbf{q}), velocidade ($\dot{\mathbf{q}}$) e aceleração ($\ddot{\mathbf{q}}$) contém os respectivos vetores pertencentes à cavidade e às esferas, como segue:

$$\{\mathbf{q}\} = \left\{ \{\mathbf{q}_{cav}\}_1 \quad \dots \quad \{\mathbf{q}_{cav}\}_n \quad \{\mathbf{q}_e\}_1 \quad \dots \quad \{\mathbf{q}_e\}_N \right\}^T$$

$$\{\dot{\mathbf{q}}\} = \left\{ \{\dot{\mathbf{q}}_{cav}\}_1 \quad \dots \quad \{\dot{\mathbf{q}}_{cav}\}_n \quad \{\dot{\mathbf{q}}_e\}_1 \quad \dots \quad \{\dot{\mathbf{q}}_e\}_N \right\}^T$$

$$\{\ddot{\mathbf{q}}\} = \left\{ \{\ddot{\mathbf{q}}_{cav}\}_1 \quad \dots \quad \{\ddot{\mathbf{q}}_{cav}\}_n \quad \{\ddot{\mathbf{q}}_e\}_1 \quad \dots \quad \{\ddot{\mathbf{q}}_e\}_N \right\}^T$$

Assim, a equação do movimento é dada por:

$$\ddot{\mathbf{q}} = [M_s]^{-1} \cdot (\mathbf{F} - [K_s]\mathbf{q} - [C_s]\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}_{Cq}) \quad (3.55)$$

onde \mathbf{F} é o vetor da força harmônica externa à cavidade, \mathbf{F}_{Cq} é o vetor força de contato reescrito de forma a seguir a sequência estabelecida pelos graus de liberdade no vetores \mathbf{q} e $\dot{\mathbf{q}}$.

4 Materiais e Métodos

Na primeira parte deste capítulo serão apresentadas as bancadas experimentais construídas para analisar o desempenho do absorvedor de vibrações por efeito de impacto em aplicações semelhantes às operações de usinagem de torneamento e fresamento. Na segunda parte, a metodologia utilizada para a obtenção dos resultados experimentais será descrita.

O intuito de construir bancadas experimentais consiste na tentativa de eliminar a maior quantidade possível de variáveis que podem influenciar as observações experimentais relacionadas aos efeitos causados pelos impactos. Entretanto, sabe-se que outros efeitos podem não ser eliminados por motivo de serem inerentes da própria montagem. Além disso, existem outros trabalhos que analisaram experimentalmente os absorvedores em operações reais de usinagem. Assim, os resultados numéricos e experimentais obtidos em bancada experimental podem ser comparados qualitativamente com os resultados obtidos durante os processos de usinagem. Mediante essas ponderações, optou-se por não realizar os ensaios experimentais do presente trabalho em máquinas ferramentas reais.

4.1 Bancada experimental

Conforme já foi mencionado anteriormente, os absorvedores por impacto vêm sendo aplicado com muito sucesso em processos de torneamento e fresamento. Considerando que as operações mais comuns de torneamento ocorrem na direção horizontal e as de fresamento ocorrem na vertical (além da diferença óbvia relacionada à rotação da ferramenta), optou-se por construir duas bancadas experimentais, para representar mais adequadamente cada uma dessas operações.

4.1.1 Bancada experimental #1

A primeira bancada é uma montagem bem simples e consiste numa viga engastada de aço de seção transversal circular. A viga tem diâmetro $D = 10$ mm e contém um furo ao longo de seu eixo axial de diâmetro d e comprimento útil $L_0 = 75$ mm, onde as esferas são inseridas, como mostrado na Figura 4.1. À extremidade da barra é acoplado um excitador eletromagnético (*shaker*) e transdutores de força e de aceleração para as medições dos sinais de entrada e saída. A Figura 4.2 mostra a montagem experimental com o *shaker* posicionado para excitar a estrutura ao longo da

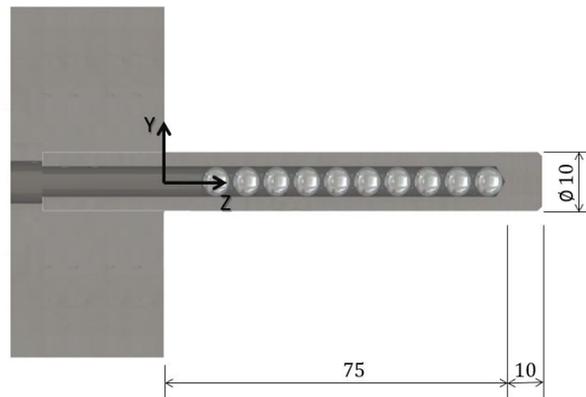


Figura 4.1: Diagrama esquemático da barra engastada.

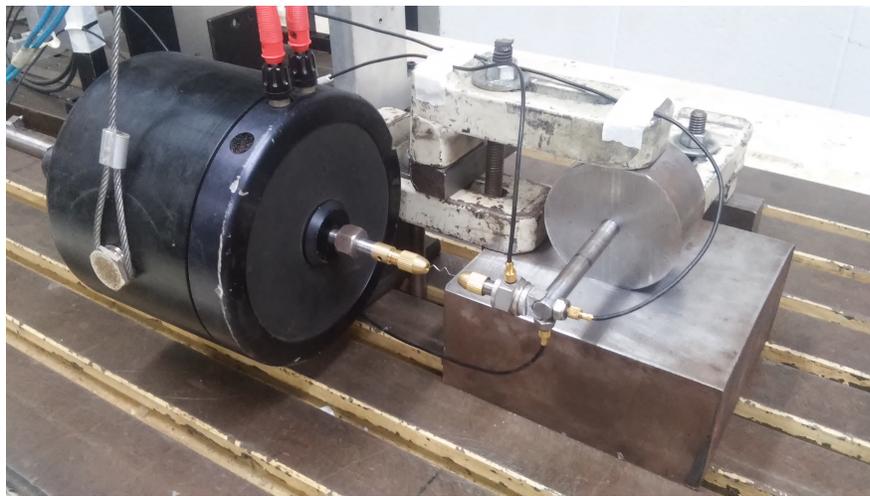


Figura 4.2: Montagem experimental da viga engastada com o *shaker* na direção X .

direção X .

O sinal de entrada (força) foi medido através de uma célula de carga B&K modelo Type 8200 de sensibilidade 3,80 pC/N. As respostas de aceleração foram obtidas por meio de dois acelerômetros uniaxiais ENDEVCO modelo 226C de sensibilidades 2,97 e 3,0 pC/g, dispostos perpendicularmente para medição das respostas nas direções X e Y . A Figura 4.3 apresenta o detalhe dos transdutores fixados à viga. A massa dos transdutores e dos componentes necessários para fixação foram adicionadas ao modelo matemático.



Figura 4.3: Detalhe da fixação dos transdutores à barra.

4.1.2 Bancada experimental #2

A segunda bancada experimental é uma montagem mais complexa do que a primeira. Buscando verificar o desempenho do absorvedor atuando em uma condição similar a um processo de fresamento, esta montagem utiliza um motor elétrico para aplicar um movimento angular (rotação) à barra enquanto esta é forçada harmonicamente em sua extremidade. Assim, as diferenças em relação à montagem da primeira bancada experimental são a aplicação da rotação e o posicionamento vertical da barra. A Figura 4.4 mostra a montagem da bancada experimental que simula a operação de fresamento.

A bancada experimental contém os seguintes componentes: motor elétrico WEG, 1 cv, 220 V, 2 polos; acoplamento flexível; mancal com dois rolamentos de esferas de contato angular (15°) e precisão de giro modelo 7908C; eixo porta pinça modelo 100x90 ER40; pinça para fresa de 10 mm ER40. A estrutura da bancada é formada por um quadro de aço de seção quadrada maciça e uma base de chapa de 25,4 mm de espessura.

A barra utilizada na bancada rotativa para representar um porta ferramenta em operação de fresamento possui as mesmas dimensões da barra engastada utilizada na montagem experimental #1, porém algumas diferenças existem entre elas. A principal diferença está relacionada à forma como foram fabricadas. A barra engastada possui um furo axial que atinge quase a totalidade do seu comprimento, o que proporciona uma superfície cônica no fim do furo deixada pela aresta de corte da broca. Esta barra foi fabricada dessa maneira pois os porta ferramentas de usinagem precisam



Figura 4.4: Estrutura da bancada experimental #2.

ser furados assim para receber as esferas numa aplicação real. Já a barra utilizada na bancada rotativa, foi fabricada com um furo passante ao longo de todo comprimento, no intuito de ter um furo mais uniforme e de eliminar a existência da parte cônica deixada em um furo não passante, fato que aproxima mais o modelo matemático do objeto analisado nos experimentos, visto que o modelo matemático utilizado não contempla a parte cônica. Na extremidade da barra um mancal de rolamento foi montado para permitir que a barra gire enquanto a força harmônica fosse aplicada pelo *shaker* simultaneamente.

Para formar a cavidade e armazenar as esferas na barra com furo passante, foi usinado um componente para realizar duas funções: fechar uma das extremidades (utilizando um ajuste por interferência) e servir como eixo para receber o mancal de rolamento. Para fechar a extremidade do furo, uma pequena peça "A" foi usinada e montada com interferência no furo da barra "B", sendo também utilizada para receber o conjunto do rolamento "C" e anel externo "D", como mostrado na Figura 4.5. A outra diferença da barra utilizada na bancada rotativa em relação à barra engastada é o comprimento total, um pouco maior na primeira para garantir uma melhor fixação pela pinça. Contudo, o comprimento em balanço das duas barras utilizadas nos experimentos é idêntico.

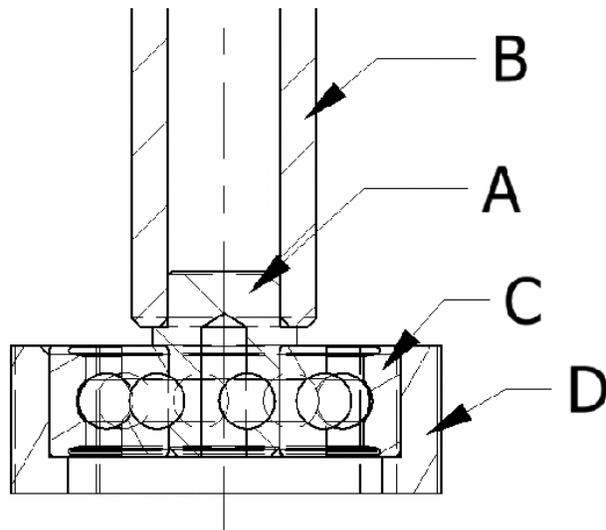


Figura 4.5: Detalhe da montagem na extremidade da barra.

A montagem da barra na bancada rotativa é feita por um conjunto de pinça e porta pinça exatamente como em algumas máquinas ferramenta. A Figura 4.6 mostra o desenho da representação montagem com corte parcial na barra para visualização das esferas no interior da barra. As esferas são inseridas e removidas a partir do furo na extremidade da barra, localizada no interior do porta pinça. Para colocar ou retirar esferas é necessário desrosquear a porca do porta pinça, remover o conjunto barra e pinça, colocar/retirar esferas e montar novamente. Visto que a cavidade

não é preenchida totalmente com as esferas e que a maior quantidade de esferas utilizadas é 10 (como representado na Figura 4.6), a extremidade localizada no interior do porta pinça não possui nenhum dispositivo para fechamento. A Figura 4.7 mostra a montagem da barra, do *shaker* e dos transdutores na bancada experimental.

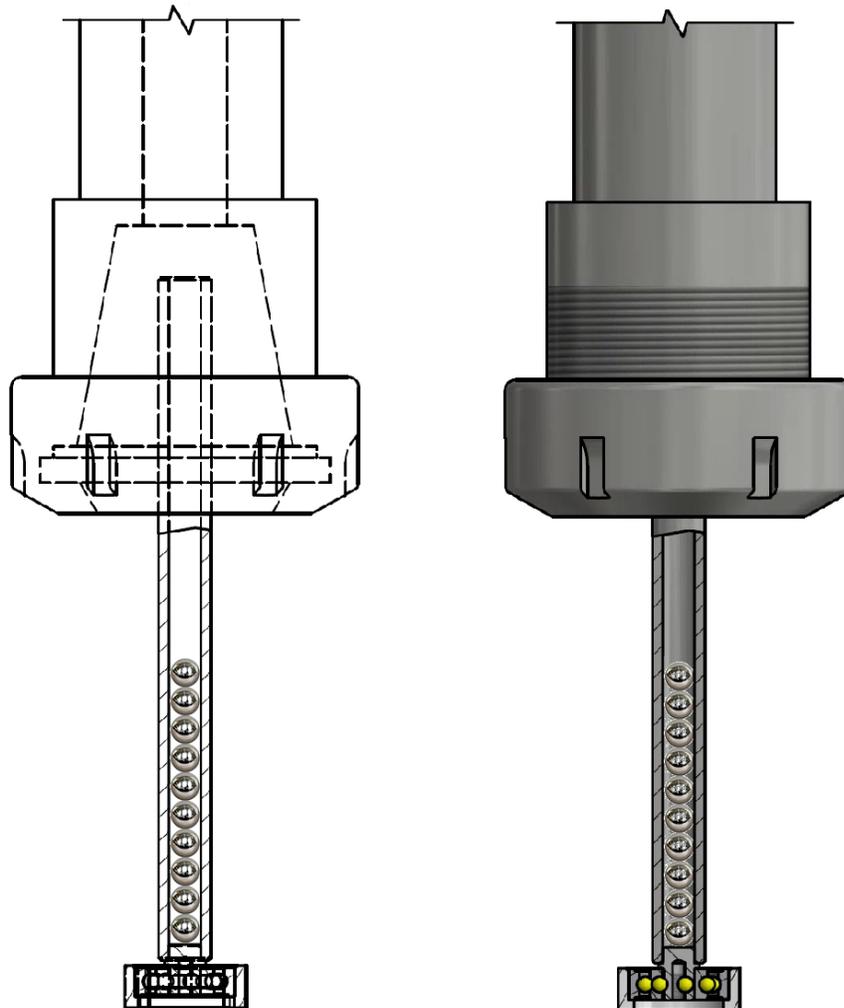


Figura 4.6: Representação da montagem da barra na bancada experimental #2.

4.2 Instrumentação e equipamentos utilizados

Nas duas bancadas experimentais propostas para analisar o desempenho do absorvedor sob vibração forçada os transdutores utilizados e os equipamentos necessários para a excitação e para a aquisição dos sinais são os praticamente os mesmos. Na segunda bancada experimental, mais



Figura 4.7: Detalhe da montagem da barra e da disposição dos transdutores.

transdutores foram utilizados para obter a resposta em outros pontos que foram julgados como importantes.

O sinal de entrada é gerado a partir de um gerador de função e amplificado pelo amplificador de potência B&K antes de ser aplicado ao *shaker* B&K modelo 4809. A força aplicada pelo *shaker* é transmitida para o objeto de estudo e medida pela célula de carga B&K modelo 4800 de 3,8 pC/N de sensibilidade. A resposta de aceleração do movimento é medida por dois acelerômetros ENDEVCO 226C com 2,97 e 3,0 pC/g de sensibilidade.

Os sinais de entrada e saída passaram pelos condicionadores de sinais B&K NEXUS para ajustar a sensibilidade e aplicar filtros passa-banda nos sinais de aceleração e, em seguida, foram gravados a partir de uma placa de aquisição NATIONAL INSTRUMENTS conectada a um micro computador. Os arquivos gerados pela gravação são lidos pelo *software* MATLAB.

4.3 Discretização do modelo em elementos finitos para simular a barra engastada na bancada experimental #1

O modelo geral da haste (barra) é construído a partir da discretização de uma viga em elementos finitos, apresentando n nós, $n - 1$ elementos e 4 graus de liberdade por nó. A partir deste modelo geral, o modelo matemático para cada caso a ser estudado é gerado, sendo discretizada a partir do diâmetro da esfera a ser utilizada, para garantir que cada esfera seja alocada em um nó.

Um modelo arbitrário é mostrado na Figura 4.8, onde d_e é a distância entre os nós igual ao diâmetro da esfera, r_e é a distância entre o nó de alocação da primeira esfera e o nó que representa a mudança da seção transversal (indicado pela letra B), que é igual ao raio da esfera, d_1 é a distância da última esfera até o nó do engaste A , L_0 é o comprimento (profundidade) do furo e L_p é o comprimento da ponta da haste.

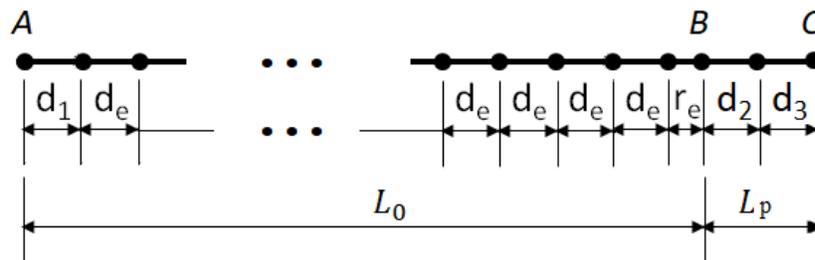


Figura 4.8: Discretização do modelo da barra em elementos finitos para representação da montagem experimental #1.

O modelo matemático considera inicialmente que a haste é perfeitamente engastada em uma das suas extremidades. A consideração de engaste perfeito aplicado ao modelo em elementos finitos não representa fielmente as aplicações reais. Esta condição proporciona frequências naturais maiores do que são na realidade. Diante disso, faz-se necessário ajustar o modelo para que este represente adequadamente o objeto de estudo, acrescentando no nó do engaste (A) as rigidezes de translação e de rotação nos graus de liberdade adequados.

A barra tem seção transversal circular, comprimento em balanço de 85 mm, diâmetro externo de 10 mm e um furo com profundidade de 75 mm a partir do ponto de engaste, conforme ilustra o diagrama esquemático da Figura 4.9(a). Devido ao comprimento em balanço da barra, optou-se por utilizar até 10 esferas. Como o estudo está relacionado ao primeiro modo de vibração, as esferas posicionadas próximas ao engaste são praticamente ineficientes devido à baixíssima amplitude de

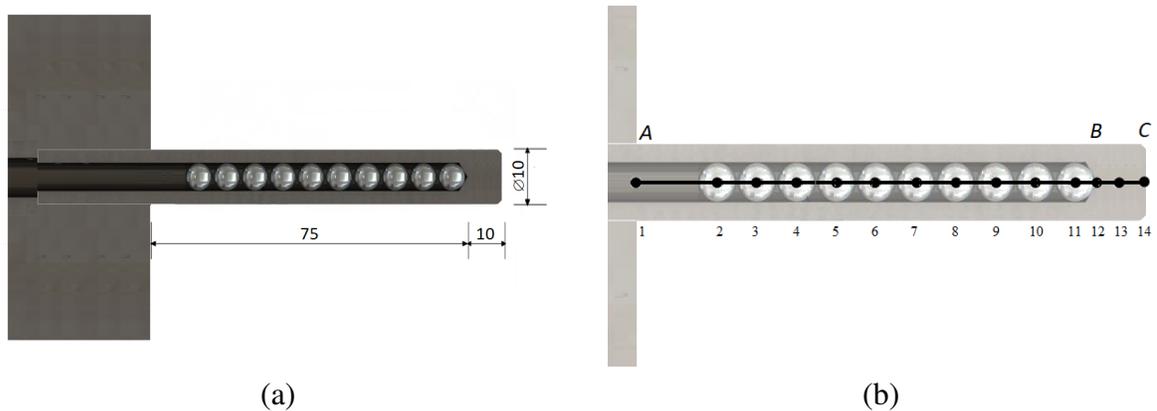


Figura 4.9: Diagrama esquemático da barra com esferas.

vibração nesta região.

Baseado no modelo geral apresentado na Figura 4.8, o modelo em elementos finitos da barra com até 10 esferas é ilustrado na Figura 4.9(b).

É estudado o comportamento dinâmico da haste submetida à vibração forçada, com amplitude e frequências constantes, comparando sua resposta ao adicionar esferas em seu interior. Para as dimensões da barra a ser estudada, foram escolhidos quatro tipos de esferas diferentes: 5,5 mm, 5,953 mm, 6,0 mm (essas três de aço-cromo) e 6,0 mm de tungstênio. Com estas esferas, é possível verificar o desempenho dessas sob pequenas variações na folga, sem variação expressiva da massa (comparando as de 5,953 com as de 6,0 mm), e sob folga constante alterando apenas o material das mesmas (6,0 mm de aço-cromo com 6,0 mm de tungstênio). Essas verificações são analisadas numericamente e experimentalmente.

A Tabela 4.1 mostra as distâncias entre os nós para cada um dos casos estudados. O comprimento do primeiro elemento (próximo ao engaste) é encontrado a partir da relação entre o diâmetro das esferas e a profundidade total do furo:

$$d_1 = L_0 - 9 \cdot d_e - r_e$$

Tabela 4.1: Distâncias entre os nós aplicadas ao modelo para cada caso.

Esferas	d_1 (mm)	d_e (mm)	r_e (mm)	d_2 (mm)	d_3 (mm)
esf. 5,5 mm	22,75	5,5	2,75	5,0	5,0
esf. 5,953 mm	18,44	5,953	2,9765	5,0	5,0
esf. 6,0 mm	18	6,0	3,0	5,0	5,0
esf. 6,0 mm tung.	18	6,0	3,0	5,0	5,0

4.3.1 Modelagem do Engaste

Foram seguidos os seguintes passos para a caracterização do modelo matemático:

- Criação de um modelo matemático geral em elementos finitos de uma viga com dois tipos de seção circular diferentes (oca e maciça), que pode ser submetida a diferentes condições de fixação. Este modelo foi descrito anteriormente;
- Projeto, fabricação e montagem da haste a ser estudada, fixada à um suporte rígido de aço;
- Determinação das funções de resposta em frequência (FRF) experimentais da haste através da análise modal;
- Configuração do modelo matemático em relação às dimensões, características do material, inserção das massas dos transdutores nos nós adequados (*Mass Loading*), referentes ao experimento;
- Alteração das rigidezes de translação e de rotação no nó do engaste e correção dos coeficientes de amortecimento proporcional no modelo matemático, para a correta representação do primeiro modo de vibração da haste;
- Comparação das FRF's teórica (gerada pelo princípio da superposição modal) e experimental;

Inicialmente foi realizado o procedimento descrito acima para ajustar o modelo matemático à resposta experimental sem o *shaker* acoplado. A barra foi fixada ao suporte para representar a condição de engaste, conforme mostra a Figura 4.10. Na extremidade livre da haste, os acelerômetros foram fixados para medirem as resposta nas direções x e y , como indicado.

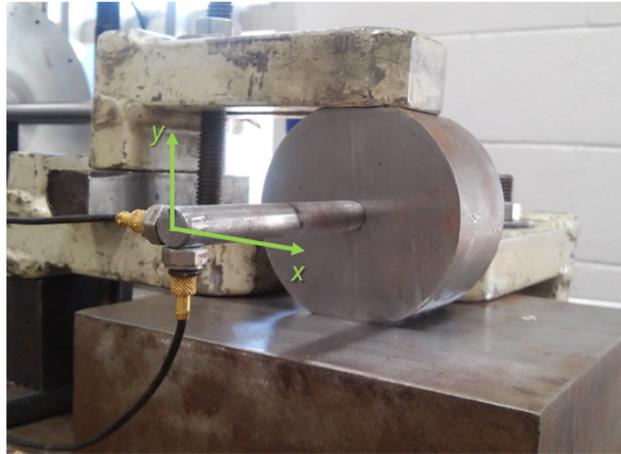


Figura 4.10: Montagem experimental.

Para ajustar o modelo matemático, é necessário alterar as rigidezes de cada grau de liberdade no nó do engaste. A matriz de rigidez do primeiro elemento para a haste livre, que contém as rigidezes dos dois primeiros nós, é:

$${}_{1}K_{el} = 1e6 \begin{bmatrix} 1293.4 & 0 & 0 & -6.0628 & -1293.4 & 0 & 0 & -6.0628 \\ 0 & 0.0379 & 6.0628 & 0 & 0 & 0.0189 & -6.0628 & 0 \\ 0 & 6.0628 & 1293.4 & 0 & 0 & 6.0628 & -1293.4 & 0 \\ -6.0628 & 0 & 0 & 0.0379 & 6.0628 & 0 & 0 & 0.0189 \\ -1293.4 & 0 & 0 & 6.0628 & 2586.8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0189 & 6.0628 & 0 & 0 & 0.0758 & 0 & 0 \\ 0 & -6.0628 & -1293.4 & 0 & 0 & 0 & 2586.8 & 0 \\ -6.0628 & 0 & 0 & 0.0189 & 0 & 0 & 0 & 0.0758 \end{bmatrix}$$

Definindo k_{xx} e k_{yy} como as rigidezes do engaste nas direções x e y , respectivamente, e k_{tx} e k_{ty} como as rigidezes torcionais nas referidas direções, soma-se cada um desses termos aos seus respectivos graus de liberdade do primeiro nó, apenas. Assim, as 4 primeiras linhas e colunas da matriz ${}_{1}K_{el}$ tornam-se:

$${}_{1}K_{el} = 1e6 \begin{bmatrix} 1293.4 + k_{xx} & 0 & 0 & -6.0628 & \dots \\ 0 & 0.0379 + k_{ty} & 6.0628 & 0 & \dots \\ 0 & 6.0628 & 1293.4 + k_{yy} & 0 & \dots \\ -6.0628 & 0 & 0 & 0.0379 + k_{tx} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

É necessário, então, encontrar os valores de k_{xx} , k_{yy} , k_{tx} e k_{ty} que satisfazem a condição do engaste para que as frequências naturais teóricas e experimentais do primeiro modo coincidam. Além disso, o amortecimento precisa ser ajustado para que as amplitudes teóricas correspondam com as amplitudes medidas. Como a matriz de amortecimento é proporcional às matrizes de massa e de rigidez, $[C] = \alpha[M] + \beta[K]$, ajusta-se α e β .

Os parâmetros de rigidez e os coeficientes de amortecimento proporcional foram variados para que a FRF gerada no modelo teórico tenha o melhor ajuste em relação à FRF experimental. O procedimento consiste em solucionar problemas de ajuste de curvas não lineares utilizando o método de otimização matemático dos Mínimos Quadrados, aplicado a partir de uma rotina criada no *software* MATLAB, com o auxílio da função *lsqcurvefit*.

O programa de otimização requer que sejam definidos os valores iniciais dos parâmetros analisados bem como os limites inferior e superior de cada parâmetro. A cada iteração, os valores testados são utilizados para gerar as matrizes globais de elementos finitos e, em seguida, gerar a FRF a partir da solução modal. Por fim, a FRF teórica obtida é comparada com a FRF experimental. O processo se repete até que o número máximo de iterações seja atingido ou que a diferença buscada seja menor que a tolerância estabelecida.

O modelo em elementos finitos foi discretizado com 14 nós (13 elementos) conforme mostrado na Figura 4.9(b) reproduzido na Figura 4.11.

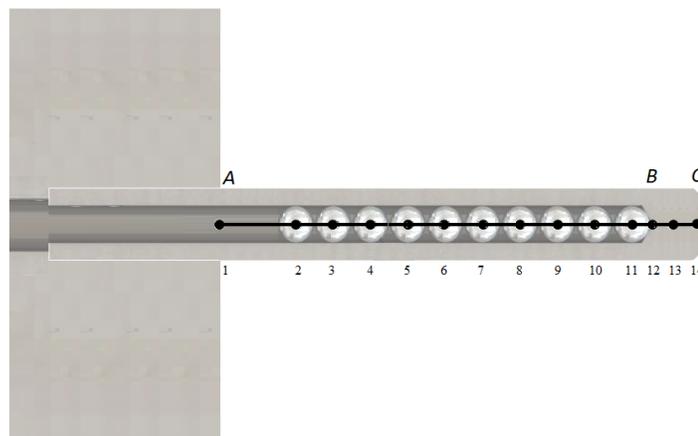


Figura 4.11: Discretização do modelo em elementos finitos.

O engaste é caracterizado através do processo de otimização por mínimos quadrados, comparando a resposta do modelo com a resposta experimental. Neste caso, a resposta é a aceleração (inertância). Os parâmetros ajustados são as rigidezes de translação e de rotação do primeiro nó e o parâmetro de amortecimento proporcional à matriz de rigidez. Como o diâmetro das esferas influencia na sua posição no interior da cavidade, o modelo deve ser ajustado para cada diâmetro de esfera a ser utilizado, uma vez que o comprimento dos elementos muda, conforme mostrado na Tabela 4.1. A seguir são apresentados os resultados do ajuste do modelo quando a força é aplicada nas direções X (horizontal) e Y (vertical).

4.3.2 Ajuste do modelo - Força aplicada na direção Y

Inicialmente, o ajuste do modelo para a direção Y é estabelecido. Considerando que o movimento da estrutura ocorre unicamente na direção Y , os parâmetros de entrada para o ajuste da estrutura na direção X são indiferentes para a caracterização da resposta em Y . Ou seja, para o ajuste em mínimos quadrados, qualquer valor estabelecido para os parâmetros ligados à direção X não altera a resposta na direção Y . E vice-versa. Sendo assim, foram atribuídos valores nulos para as rigidezes do modelo na direção X (k_{xx} e k_{tx}) e valores não nulos e arbitrários para Y (k_{yy} e k_{ty}), entre os valores mínimo e máximo estabelecidos. Para todos os casos, foram utilizados os mesmos parâmetros iniciais e os mesmos limites inferior e superior, como segue:

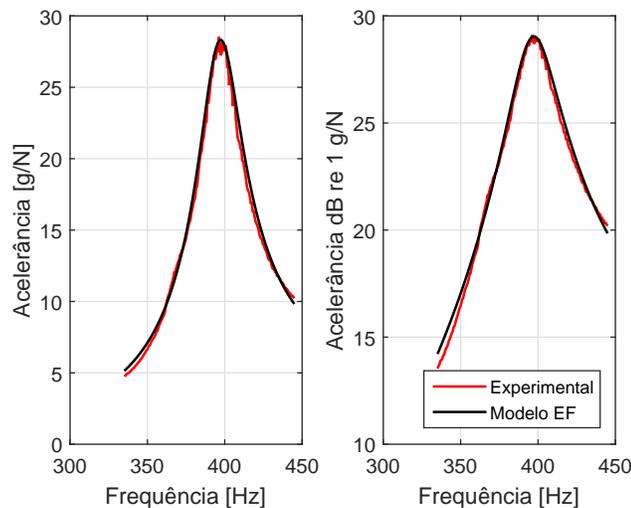
Tabela 4.2: Valores estabelecidos dos parâmetros iniciais e limites para o ajuste do modelo.

	k_{xx1}	k_{ty1}	k_{yy1}	k_{tx1}	α	β
Param. iniciais	0	3766.7	9,9846e+07	0	0	2e-5
Limite inf.	0	1000	9,9846e+06	0	0	1e-6
Limite sup.	0	10000	9,9846e+08	0	0	3,5e-5

A partir da FRF obtida experimentalmente utilizando a técnica *Sine-Sweep* na direção Y , identifica-se o primeiro modo em 398 Hz, aproximadamente. O ajuste do modelo em elementos finitos foi realizado a partir dos parâmetros mostrados na Tabela 4.2 e os valores numéricos dos parâmetros obtidos no resultado para a utilização de cada tipo de esfera são mostrados na Tabela 4.3. Graficamente, a comparação das FRF's medida e ajustada é mostrada na Figura 4.12.

Tabela 4.3: Valores obtidos para o ajuste do modelo à FRF experimental medida na direção Y .

Esferas	k_{xx1}	k_{ty1}	k_{yy1}	k_{tx1}	α	β
5,5 mm	0	3257,1	1,0578e8	0	0	3,1287e-5
5,953 mm	0	4419,7	1,1142e8	0	0	3,1093e-5
6,0 mm	0	4584,7	9,6293e7	0	0	3,1067e-5
6,0 mm tung.	0	4584,7	9,6293e7	0	0	3,1067e-5

Figura 4.12: Ajuste do modelo para utilização das esferas de 6,0 mm. Força e aceleração medidas em Y .

4.3.3 Ajuste do modelo - Força aplicada na direção X

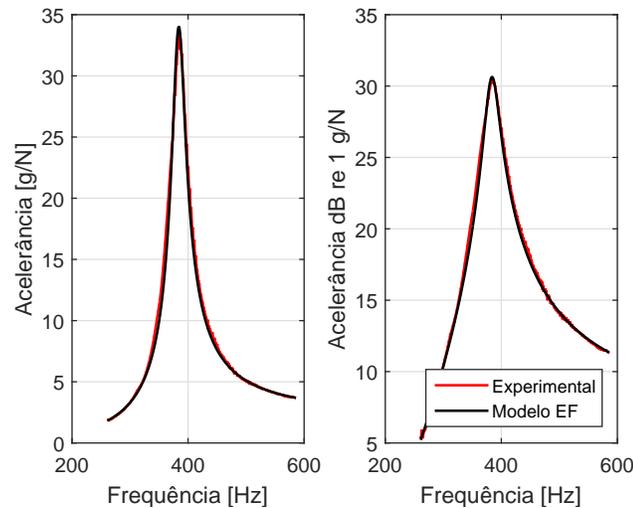
O ajuste do modelo na direção X foi feito de forma análoga ao ajuste na direção Y . Entretanto, ao invés de utilizar valores nulos de rigidezes relacionadas ao movimento em Y , os próprios valores ajustados obtidos anteriormente foram utilizados. Os parâmetros obtidos pelo resultado do ajuste por mínimos quadrados são mostrados na Tabela 4.4 para serem utilizados de acordo com a configuração de cada tipo de esfera. Graficamente, o ajuste do modelo é mostrado na Figura 4.13 comparando as FRF's medida e ajustada.

4.3.4 Refino do ajuste do modelo

Foi verificado durante os ensaios experimentais preliminares que a montagem experimental da viga engastada apresenta uma não linearidade da resposta em relação à força excitadora aplicada

Tabela 4.4: Valores obtidos para o ajuste do modelo à FRF experimental medida na direção X .

Esferas	k_{xx1}	k_{ty1}	k_{yy1}	k_{tx1}	α	β
5,5 mm	1,0094e9	3257,1	1,0578e8	2870,6	0	2,5913e-5
5,953 mm	1,0081e9	4419,7	1,1142e8	3799,6	0	2,5758e-5
6,0 mm	1,0097e9	4584,7	9,6293e7	3921,2	0	2,5743e-5
6,0 mm tung.	1,0097e9	4584,7	9,6293e7	3921,2	0	2,5743e-5

Figura 4.13: Ajuste do modelo para utilização das esferas de 6,0 mm. Força e aceleração medidas em X .

sobre ela. Assim, em experimentos utilizando excitação harmônica, dependendo da amplitude de força aplicada, a frequência natural pode sofrer uma pequena variação acima ou abaixo dos valores encontrados através das FRF's mostradas nas Figuras 4.12 e 4.13. Portanto, ao selecionar as amplitudes de força utilizadas nos experimentos, o valor da frequência natural precisa ser verificado pelo valor da fase.

Para as amplitudes de força selecionadas para serem utilizadas nos experimentos, foi necessário realizar pequenos ajustes nos valores dos parâmetros do engaste do modelo, para coincidir as frequências naturais obtidas no modelo matemático e nos experimentos. Os valores definitivos utilizados no ajuste do engaste, referentes à excitação nas direções X e Y , estão dispostos no apêndice B, Tabelas B.1 e B.2, respectivamente.

4.4 Discretização do modelo em elementos finitos para simular a viga na bancada experimental #2

O modelo em elementos finitos da barra montada na bancada rotativa é desenvolvido considerando somente o comprimento em balanço da barra. Qualquer componente que não seja a barra é considerado como rígido. Sendo assim, o modelo da barra pode ser discretizado como mostrado na Figura 4.14. Da mesma maneira como foi realizada a discretização da barra engastada, os nós são aplicados nas extremidades da barra, na localização das esferas e onde há mudança da seção transversal. Os nós 1 e 14 representam os limites da barra próximo à fixação e na extremidade livre, respectivamente. O conjunto na extremidade livre da barra que contem o rolamento é considerado como parte da barra, pois é onde a força e as respostas são medidas nos testes com e sem rotação. A sequência dos nós 2 ao 11 representam a localização das esferas. Independentemente da quantidade de esferas utilizadas (até 10, obviamente), essa discretização é mantida. Já os nós 12 e 13 estão relacionados à conexão entre a barra propriamente dita e o mancal de rolamento da extremidade. O nó 12 representa a mudança da seção transversal, onde a cavidade deixa ser oca e passa a ser maciça até o nó 13. Do nó 13 ao 14, o diâmetro da barra deixa de ser 10 mm e passa a ser de 6 mm (desprezando a tolerância dimensional), onde o rolamento é montado.

Sabendo que o comprimento total em balanço do conjunto que compõe a barra é de 85 mm, l_2 é o comprimento do eixo preso por interferência na extremidade da barra que vale 3 mm, l_3 é a distância entre o fim do corpo da barra até o centro do eixo onde é montado o rolamento que vale 4 mm, l_4 é a distância até a extremidade (3 mm) e conhecendo as esferas a serem utilizadas (diâmetro d_e e raio r_e), o comprimento do primeiro elemento é dado pela seguinte expressão:

$$l_1 = 85 - (9d_e + r_e + l_2 + l_3 + l_4)$$

Os valores dos comprimentos dos elementos utilizados na modelagem matemática são apresentados na Tabela 4.5.

Tabela 4.5: Distâncias entre os nós aplicadas ao modelo para cada caso. Bancada experimental #2.

Esferas	l_1 (mm)	d_e (mm)	r_e (mm)	l_2 (mm)	l_3 (mm)	l_4 (mm)
esf. 5,5 mm	22,75	5,5	2,75			
esf. 5,953 mm	18,44	5,953	2,9765	3	4	3
esf. 6,0 mm	18	6,0	3,0			
esf. 6,0 mm tung.	18	6,0	3,0			

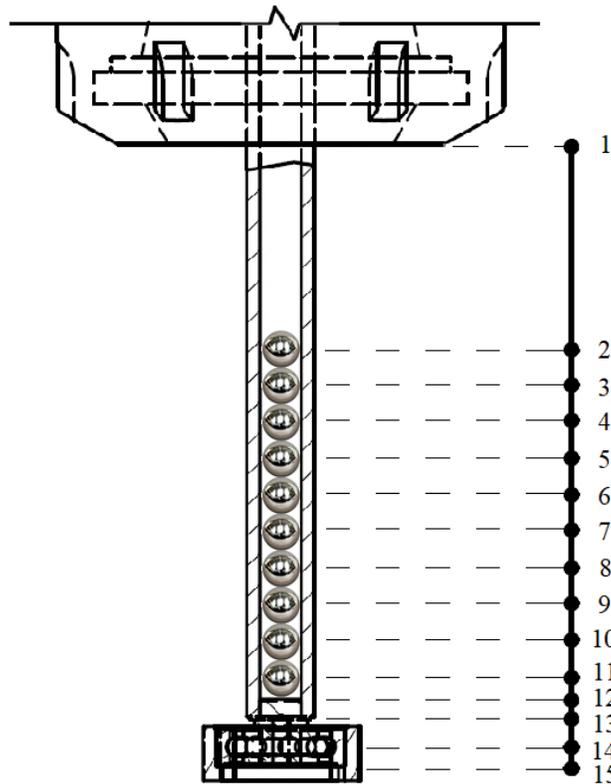


Figura 4.14: Discretização do modelo de viga baseado na montagem experimental da barra.

4.4.1 Ajuste do modelo

O modelo em elementos finitos foi ajustado previamente para a representação correta do sistema sem esferas, para cada uma das condições de rotação utilizadas. Os sinais de aceleração (nas direções X e Y) foram medidos no nó 14, bem como a força excitadora através da célula de carga. Sendo assim, as massas desses transdutores foram aplicadas ao nó 14 do modelo em elementos finitos, juntamente com as massas do rolamento e do anel externo.

Diferentemente do que foi adotado no caso da barra engastada utilizada na bancada experimental #1, neste caso, foi considerado um engaste ideal no modelo matemático. Ou seja, os deslocamentos no primeiro nó são exatamente zero. Em relação ao amortecimento aplicado ao modelo, foi adotado um amortecimento proporcional, onde somente o coeficiente β , proporcional à matriz de rigidez, foi ajustado. O coeficiente proporcional à matriz de massa, α , foi adotado como nulo. A comparação dos resultados simulados e medidos foi realizada pelo pico de aceleração medido a 508 Hz, obtido através do espectro do sinal filtrado entre 500 e 520 Hz, através da aplicação do filtro *Butterworth* de ordem 3. A seleção da faixa de frequência e da ordem do filtro foi realizada

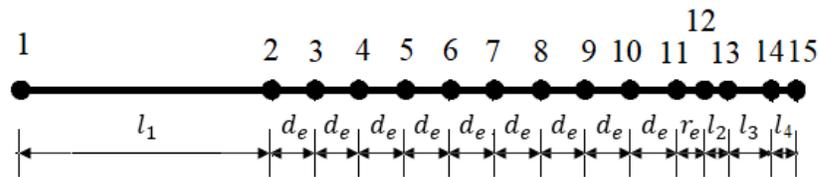


Figura 4.15: Comprimento dos elementos aplicados ao modelo da barra utilizada na bancada experimental #2.

tomando as precauções para evitar que a amplitude do pico na frequência de 508 Hz fosse afetada.

Considerando a condição de engaste ideal e aplicando ao modelo as massas existentes no nó 14, a primeira frequência natural de flexão, obtida pela simulação, foi um pouco menor do que a medida experimentalmente. Adotou-se, então, a aplicação de uma rigidez ao nó 14 para representar uma rigidez pontual proporcionada pelo acoplamento do *shaker* e aumentar o valor da frequência natural numérica. O ajuste entre a frequência natural numérica e experimental foi realizado pela alteração no valor da rigidez aplicada ao nó 14 (k_{xx14}), comparando-se os valores medidos e estimados da fase entre os sinais temporais de força e deslocamento.

Os valores de rigidez k_{xx14} e os coeficientes de amortecimento proporcional β ajustados em função das forças excitadoras e das rotações aplicadas são apresentados na Tabela B.3 do apêndice B. Os valores crescentes da força estão relacionados às amplitudes de força (Amp. força) 1, 2 e 3, nesta ordem.

4.5 Integração das equações de movimento

Os softwares comerciais como o MATLAB possuem algumas alternativas para a integração numérica de equações diferenciais, devendo ser aplicadas de acordo com o tipo do problema, da precisão almejada, etc. Obviamente, as soluções obtidas por cada tipo de integrador podem sofrer pequenas variações de um para outro e também o tempo necessário para a solução do problema é diferente. Métodos como Runge-Kutta ou Newmark podem apresentar o mesmo resultado final da solução, mas com tempos para sua realização bem distintos. Não é o intuito deste trabalho explorar os métodos, mas cabe esta pequena introdução para descrever a situação da integração numérica das equações de movimento apresentadas neste trabalho.

Divide-se aqui duas subseções dedicadas a apresentar como a integração numérica é realizada em cada etapa do estudo. Primeiramente, a análise puramente numérica dos resultados e da influência de alguns parâmetros sobre a resposta do absorvedor é feita a partir do modelo matemático de um absorvedor geral onde uma ou várias esferas podem ser alocadas com movimento livre nas três direções do sistema de referência. Este modelo representa um *Particle Impact Damper* (PID), como o exemplificado na Figura 4.16. Com o algoritmo desenvolvido, é possível simular diversas configurações diferentes submetidas a forças excitadoras harmônicas em qualquer direção (ou em combinação) na presença ou ausência de condições iniciais de posição (deslocamento) e/ou velocidade, que podem ser aplicadas a cada corpo separadamente. Em relação à geometria da cavidade, o absorvedor pode ter paredes laterais planas (como um cubo, por exemplo) ou parede circular (cilindro) e, em ambos, as paredes que delimitam o topo e o fundo são planas. Com este modelo de PID é possível analisar, por exemplo, as seguintes características: a comparação do absorvedor com uma e várias esferas e a influência dos choques entre esferas adjacentes em relação ao sistema com choques apenas entre esfera(s) e parede. Essas comparações não são possíveis de serem feitas no modelo do absorvedor com a viga em elementos finitos, pois, nesse, a esfera precisa ser alocada sempre a um nó específico, impossibilitando de analisar o movimento da esfera no eixo axial da barra.

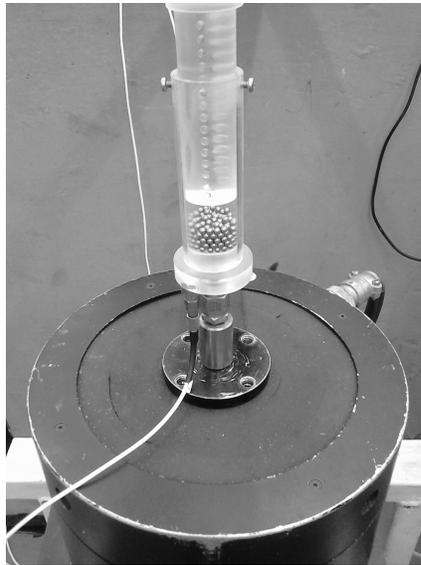


Figura 4.16: PID acoplado a um *shaker*. Adaptado de Melo (2018).

A seguir, a forma como é realizada a integração numérica do modelo da viga em elementos finitos com as esferas é apresentada. Optou-se por utilizar dois integradores diferentes para otimizar o custo computacional durante a integração numérica, nomeado neste trabalho como *integração por passo*.

Integração convencional - PID

O modelo matemático do PID é integrado numericamente utilizando qualquer integrador disponível no MATLAB, desde que não seja aqueles indicados para resolver problemas de equações diferenciais rígidas, como o *ode15s* e *ode23s*, por exemplo.

O que deixa o modelo pesado, neste caso, são as colisões existentes entre os corpos, uma vez que a estrutura do PID é basicamente um sistema massa-mola-amortecedor: uma única massa com um par de mola-amortecedor para cada direção do sistema de referência inercial. O sistema sem esfera é extremamente simples e é facilmente integrado. A partir do momento que esferas são adicionadas ao sistema, o processo de integração torna-se mais lento, pois a cada iteração é necessário verificar: se há contato de cada esfera com as paredes (laterais, topo e fundo) e se há contato de cada esfera com as esferas adjacentes. Com isso, dependendo do número de esferas, a integração pode ser extremamente demorada.

Integrador por passo - modelo com elementos finitos

O problema estudado aqui pode ser dividido em duas partes: o modelo da estrutura em elementos finitos e o modelo do impacto aplicado durante o tempo em que os corpos estão em contato.

Utilizando o software MATLAB, as equações de movimento de uma viga modelada em elementos finitos podem ser integradas numericamente a partir de diferentes integradores, como: *ode45*, *ode15s*, *ode23*, *ode23s*, *ode23t*, *ode23tb* e *ode113*. As respostas numéricas produzidas por esses integradores são praticamente iguais, mas os tempos necessários para a solução podem ser significativamente diferentes, principalmente em sistemas com um número maior de graus de liberdade. Os integradores mais rápidos para estes sistemas são os integradores para equações diferenciais rígidas, como o *ode15s* e *ode23s*.

Por outro lado, os integradores de equações diferenciais rígidas não apresentaram um bom desempenho para analisar sistemas com impactos em múltiplos graus de liberdade. Considerando dois corpos que se movimentam e colidem (como a estrutura e a esfera) duas observações são feitas: primeira, se a estrutura é perfeitamente rígida e encontra-se em repouso, os contatos são identificados e as forças de impacto são aplicadas adequadamente, alterando o movimento da esfera; segunda, se a esfera e a estrutura estão em movimento, algumas colisões podem não ser bem

detectadas, acarretando em aplicação de forças incorretas e fazendo a resposta divergir daquela esperada. Utilizando integradores não rígidos (*ode45*, *ode23* ou *ode113*), os contatos são detectados, as forças são aplicadas corretamente e a resposta converge.

Tem-se então a seguinte situação: as equações de movimento (da(s) esfera(s) e da estrutura modelada em elementos finitos) precisam ser integradas numericamente utilizando integradores de equações diferenciais não rígidas, o que aumenta muito o custo computacional, pois são muito lentos para integrar as equações da estrutura. Assim, utilizou-se uma estratégia de integração "mista" para que o desempenho seja otimizado e a integração em seja bem sucedida. Como as posições da(s) esfera(s) e da estrutura precisam ser continuamente verificadas para a aplicação das forças de contato (quando um impacto é detectado), tem-se para cada passo de integração:

- Estima-se um valor ao qual foi dado a alcunha de *tendência de contato* (γ), que é igual ao produto de um *fator de tendência* (χ) pelo *parâmetro de detecção do contato* ($R - r$). Matematicamente: $\gamma = \chi \cdot (R - r)$, onde χ é um número entre 0 e 1 para representar a proporção;
- Se não há tendência de contato ($\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{cavi}\| \leq \gamma$), a integração é realizada usando o integrador *ode15s*;
- Se há tendência de contato ($\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{cavi}\| > \gamma$), a integração é realizada usando o integrador *ode23*, *ode45* ou *ode113*;

Em outras palavras, a tendência de contato é um fator que indica a proximidade de ocorrência de um impacto.

Obviamente, se esta forma de integração for utilizada para integrar somente as equações de movimento da estrutura, um maior tempo para realização da integração será observado em comparação com a implementação normal do *ode15s*. Em compensação, ao integrar as equações do sistema com impacto, um menor tempo de realização é observado quando comparado com a integração usando somente o *ode23*, por exemplo.

No geral, a integração das equações de movimento escritas em coordenadas físicas já apresenta um bom desempenho ao utilizar a integração "mista". Entretanto, as equações de movimento do sistema podem ser escritas usando as coordenadas modais, para desacoplar as matrizes. É necessário, porém, a transformação do vetor posição da estrutura para coordenadas físicas em cada

iteração para que o impacto possa ser detectado. Uma vez detectado e as forças de contato aplicadas, transforma-se o vetor de força de contato atuando na estrutura para coordenadas modais e integra-se as equações de movimento. Essas transformações de coordenadas modais para físicas e vice-versa, utilizando a matriz modal, tem um custo computacional, mas em algumas condições pode ser mais vantajosa a sua utilização.

5 Resultados

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos por simulação numérica e os resultados experimentais. As simulações realizadas e apresentadas aqui são muito mais abrangentes que os experimentos realizados, com o intuito de analisar alguns casos que são impossíveis ou muito difíceis de serem executados em experimentos no laboratório, mas que são fundamentais para a compreensão dos fenômenos envolvidos nestes absorvedores. O planejamento dos estudos deste trabalho se baseia no uso de esferas de diâmetro próximo do diâmetro da cavidade.

5.1 Simulação do PID submetido à vibração forçada

Inicialmente, são abordados os resultados numéricos de um absorvedor do tipo PID (*Particle Impact Damper*), considerando o movimento da(s) esfera(s) no plano, desprezando o movimento na direção Z . São analisadas as respostas de sistemas conservativos e amortecidos mediante impactos de diferentes coeficientes de restituição.

5.1.1 Análise de um PID aplicado em uma estrutura conservativa

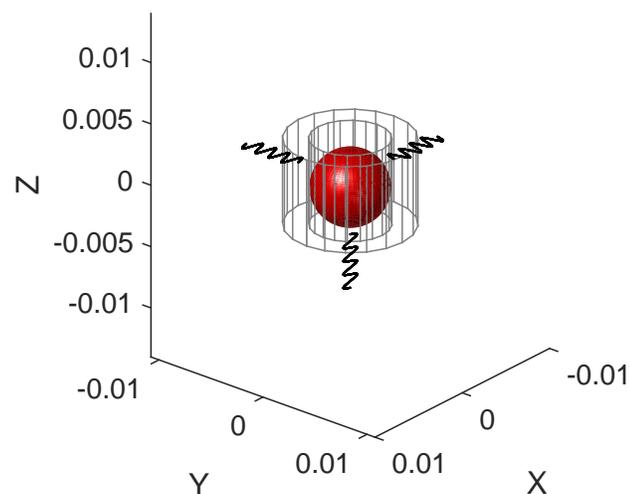


Figura 5.1: Caso particular de uma estrutura de cavidade circular com uma esfera.

Seja uma estrutura que contem uma cavidade de raio R que é modelada como um sistema

massa-mola-amortecedor com 1 GDL (Figura 5.1), submetida a uma força harmônica de amplitude e frequência constante. À essa cavidade pode(m) ser adicionada(s) esfera(s) de raio r , caracterizando um PID.

Considerando, a princípio, que a estrutura seja conservativa (fator de amortecimento $\zeta = 0$) e submetida à excitação em ressonância, sua amplitude de vibração cresce indefinidamente com o tempo. A adição de esfera(s) visa reduzir os níveis de vibração da estrutura, sendo altamente influenciados pelos parâmetros de projeto do absorvedor. Para verificar como os impactos são capazes de reduzir as vibrações da estrutura, são realizadas diversas simulações em sistemas simples. Utilizando os parâmetros físicos apresentados na Tabela 5.1, a resposta da estrutura sem e com esfera(s) é obtida a partir da integração numérica das Eqs. 3.9, 3.10 e 3.11. Para simplificar as primeiras análises, considera-se que impactos são colineares e somente ocorrem na direção Y .

Tabela 5.1: Parâmetros físicos do PID.

Parâmetro		Valor	Unidade
Massa equivalente	m_1	0,0333	kg
Rigidez equivalente*	k_1	$2,1178 \cdot 10^5$	N/m
Coef. amortecimento viscoso*	c_1	0	Ns/m
Amplitude da força excitadora em X	F_{0x}	0	N
Amplitude da força excitadora em Y	F_{0y}	0,4	N
Frequência da força excitadora	f_0	401,3656	Hz
Raio da cavidade	R	**	m
Diâmetro da esfera	$2r$	$6,0 \cdot 10^{-3}$	m
Massa da esfera	m_e	$0,8815 \cdot 10^{-3}$	kg
Coefficiente de restituição	e	**	-

* Iguais nas direções X e Y

** Diversos valores - indicado no texto

Para analisar somente o efeito causado pelos impactos para a redução da amplitude de vibração aplica-se ao sistema condições que o fazem operar em condições ideais, sem qualquer fonte extra de dissipação de energia, utilizando $\zeta = 0$ (sistema conservativo) e $e = 1$ (impactos perfeitamente elásticos). Isso é importante para isolar o efeito causado pelas colisões na estrutura. A partir dos parâmetros apresentados na Tabela 5.1 e utilizando $e = 1$, a resposta do sistema conservativo, em função do raio da cavidade, submetido a impactos de uma esfera de aço de 6,0 mm de diâmetro é mostrada na Figura 5.2(a). A porcentagem de redução é calculada como a porcentagem da razão das amplitudes RMS do sistema com e sem impacto, em regime permanente. Porém, como o sistema é conservativo, a amplitude de vibração da estrutura sem esferas aumenta com o tempo e não estabiliza, o que leva a uma diferença no resultado do cálculo da porcentagem de redução.

Os resultados apresentados na Figura 5.2(a) foram obtidos a partir da integração numérica durante 0,2 s. Alterando o tempo de integração, a estimativa da amplitude RMS da estrutura com e sem esferas é alterada, o que produz resultados da porcentagem de redução diferentes, como exemplifica a Figura 5.2(b), cujos resultados foram obtidos com integração de 1 s. Por essa razão, a porcentagem de redução não é utilizada como parâmetro de comparação entre diferentes casos do sistema conservativo.

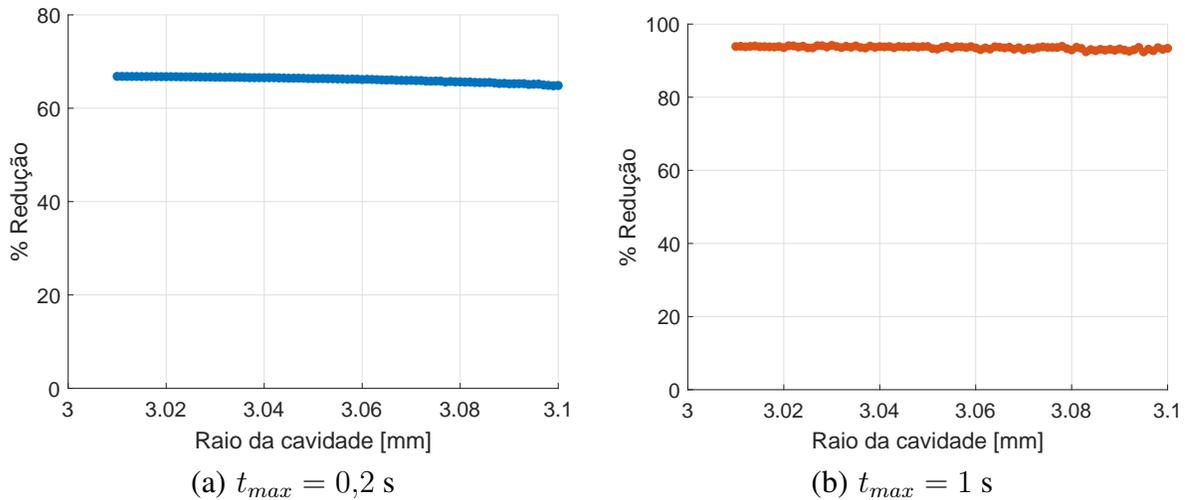


Figura 5.2: Redução de vibração obtida pelos impactos de uma esfera de aço de 6,0 mm considerando $\zeta = 0$ e $e = 1$.

A resposta temporal do sistema conservativo para $R = 3,05$ mm é mostrada na Figura 5.3(a) para os casos sem esfera e com uma esfera de aço de 6,0 mm. Mesmo utilizando $e = 1$, os impactos perfeitamente elásticos promovidos pela esfera reduziram significativamente a vibração, evidenciando que mesmo que não exista dissipação de energia no contato, a vibração é reduzida devido a um outro fator. A resposta do sistema com a esfera apresentou um comportamento similar ao batimento, o que indica que a excitação a 401,36 Hz não caracteriza mais a condição de ressonância. A Figura 5.3(b) mostra a posição da cavidade simulada até 10 s, indicando que o sistema encontra-se estável e que, evidentemente, não ocorre o fenômeno de batimento propriamente dito, mas a resposta lembra a de um sistema atuando numa frequência próxima da natural.

A partir das observações baseadas nos resultados apresentados na Figura 5.3(a), busca-se verificar a fase entre os sinais de força e da posição da estrutura ao longo do tempo. Analisando os resultados apresentados na Figura 5.4, verifica-se que a fase varia no tempo assumindo valores muito maiores que 90 graus. Ou seja, as colisões da esfera modificam o sistema original (sistema sem impactos), promovendo uma alteração da frequência natural. Logo, a excitação com a frequência de 401,36 Hz não caracteriza mais a condição de ressonância.

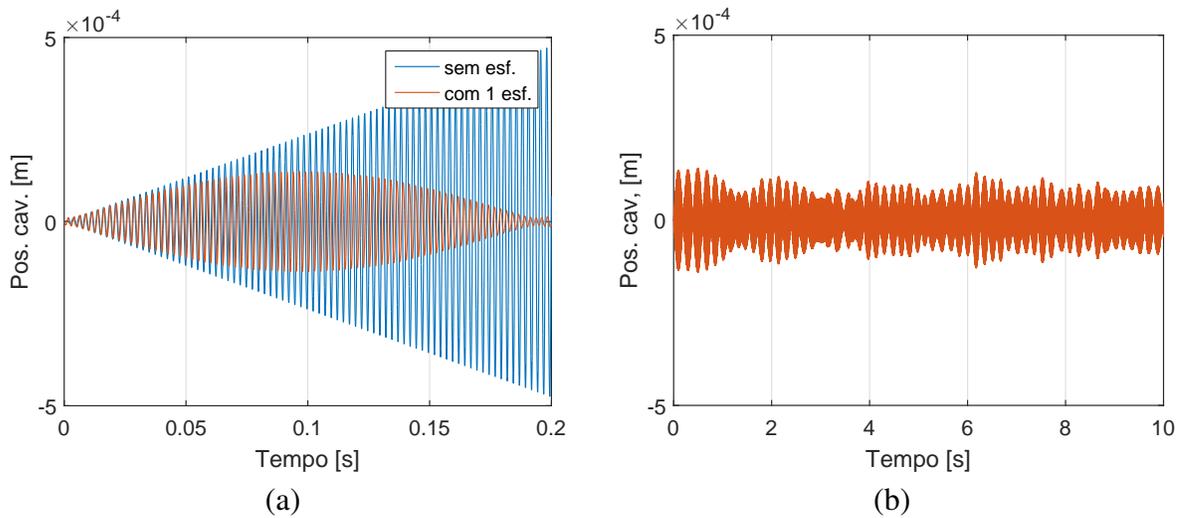


Figura 5.3: Resposta temporal do sistema conservativo com $R = 3,05$ para (a) 0,2 s e (b) 10 s de simulação.

O fato dos impactos modificarem a frequência natural do sistema poderia levar a uma interpretação de que a redução de vibração é causada somente pela modificação da frequência natural. Não é bem assim. Para demonstrar, é realizada uma simulação considerando a esfera aderida à estrutura, de forma que não ocorram impactos mas a massa da esfera é adicionada à estrutura, cujo resultado é comparado com a resposta do sistema com impactos. Fica claro ao analisar as respostas apresentadas na Figura 5.5 que os impactos reduzem a vibração da estrutura a valores menores daqueles obtidos se apenas um aumento da massa da estrutura (igual ao valor da massa da esfera) fosse realizado para evitar a condição de ressonância.

Visto que o sistema simulado é conservativo e os impactos são perfeitamente elásticos, busca-se verificar qual a influência da força externa sobre o sistema. A potência produzida pela força externa é estimada a partir do produto da força pela velocidade da estrutura em função do tempo. Considerando o movimento da estrutura apenas na direção Y , tem-se matematicamente:

$$P_F = F_y(t) \cdot \dot{Y}_{cav} = F_{0y} \cdot \text{sen}(2\pi \cdot f_0 \cdot t) \cdot \dot{Y}_{cav}$$

A Figura 5.6(a) mostra a potência calculada a partir do trabalho da força externa para o sistema conservativo sem impacto. Com o sistema operando na ressonância, o trabalho da força ($\int P_F dt$) é sempre positivo, o que é uma condição contínua de injeção de energia no sistema. A Figura 5.6(b) mostra a comparação da potência do sistema conservativo em duas situações distintas:

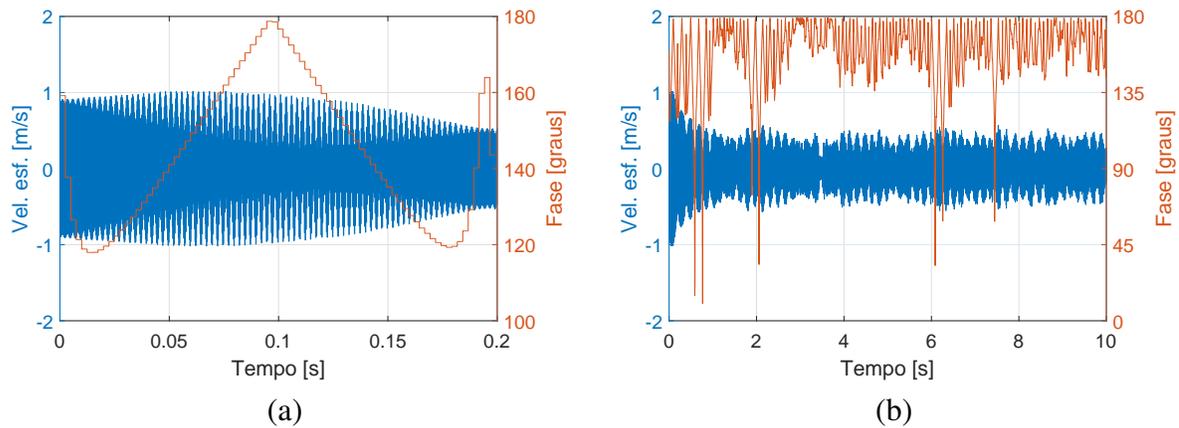


Figura 5.4: Variação da velocidade da esfera e da fase estimada entre os sinais de força e posição da cavidade ao longo do tempo.

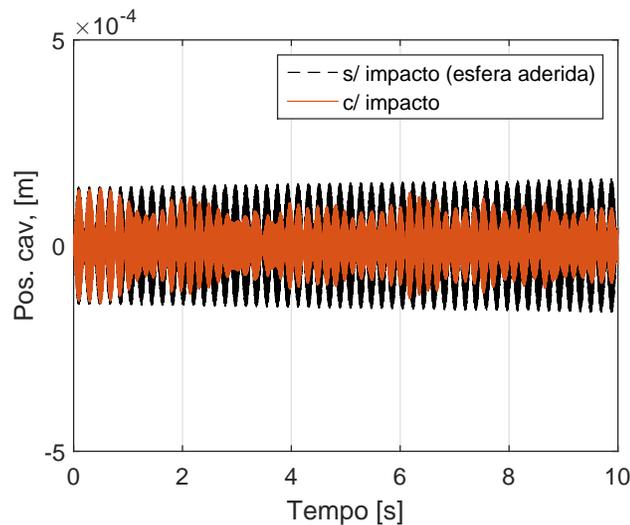


Figura 5.5: Comparação das respostas do sistema considerando a esfera aderida à estrutura e submetida aos impactos.

com impactos perfeitamente elásticos ($e = 1$) de uma esfera; e sem impactos, mas considerando a massa da esfera adicionada à estrutura.

Comparando os resultados da Figura 5.6(b) nota-se que a presença de valores negativos de potência indicam que a força externa realizou também trabalho negativo, uma vez que a potência é a derivada do trabalho no tempo. O fato da estrutura estar submetida a uma condição fora da ressonância já é suficiente para que a força realize trabalho negativo, pois na condição fora da ressonância não existe mais a injeção constante de energia promovida pela força excitadora. Entretanto, neste caso, os impactos perfeitamente elásticos adicionados à estrutura vibrante são responsáveis

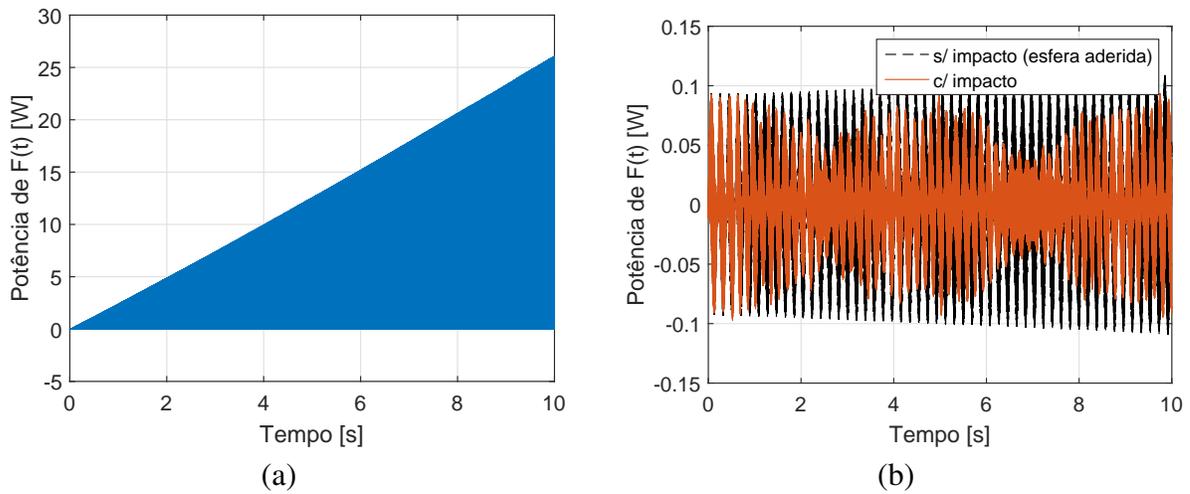


Figura 5.6: Potência fornecida pela força externa $F(t)$.

por dois mecanismos de redução de vibração: o surgimento de trabalhos negativos da força excitadora e a transferência de momento linear que muda o balanço de energia do sistema, já que as energias cinética e potencial da esfera passam a ser consideradas.

A energia mecânica do sistema conservativo e com $e = 1$ é calculada a partir das energias cinética e potencial da estrutura e da esfera, da seguinte forma:

$$E_{sist}(t) = E_c + E_p + E_{c_{esf}} + E_{p_{esf}} \quad (5.1)$$

onde E_c e E_p representam as energias cinética e potencial da estrutura, respectivamente, e o subíndice esf indica as energias relacionadas à esfera.

Considerando o movimento do sistema ocorre no plano, a energia potencial gravitacional é desprezada. Sendo assim, $E_{p_{esf}}$ está relacionada somente à energia elástica armazenada durante o impacto e é calculada a partir do trabalho da força na mola não linear que representa a rigidez do contato, como segue:

$$E_{p_{esf}} = \int_{t_1}^{t_2} k_H \delta^{1.5} d\delta \quad (5.2)$$

O trabalho da força externa (U_F) é calculado a partir da integração da potência (produto entre

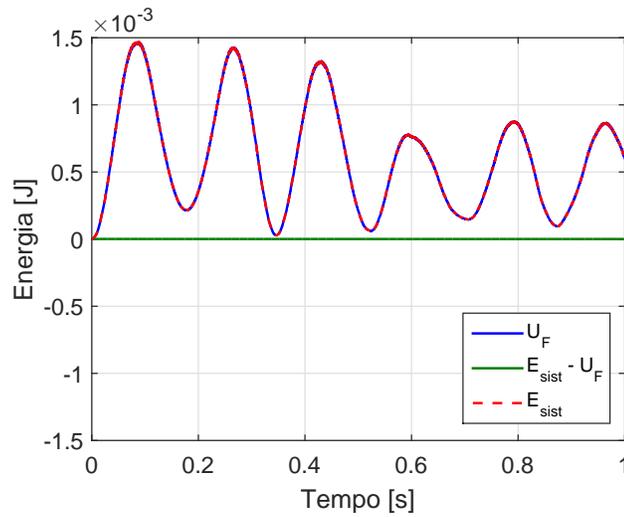


Figura 5.7: Energia mecânica do sistema conservativo com $e = 1$ e $R = 3,05$ mm.

a força aplicada e a velocidade da estrutura. Considerando o movimento ao longo da direção Y , tem-se:

$$U_F = \int F_y \cdot \dot{Y}_{cav} dt \quad (5.3)$$

Sabendo que o trabalho da força externa é igual à variação de energia do sistema, para o sistema conservativo com $e = 1$ tem-se:

$$E_c + E_p + E_{cesf} + E_{pesf} - U_F = 0 \quad (5.4)$$

O lado direito da Eq. 5.4 vale zero para sistemas conservativos com $e = 1$. Se houver amortecimento externo e/ou $e \neq 1$ o lado direito terá um valor diferente de zero que representa a energia dissipada pela estrutura, durante o impacto ou por ambos. A Figura 5.7 mostra a energia do sistema conservativo, em função do tempo, sujeito a impactos de uma esfera com $e = 1$. Os resultados apresentados na Figura 5.7 estão relacionados com a Eq. 5.4.

Utilizando no sistema conservativo colisões que não são perfeitamente elásticas, ou seja, com $0 < e < 1$, cada impacto dissipa um pouco de energia através do amortecedor não linear que é considerado no modelo do contato. Logo, o lado direito da Eq. 5.4 assume um valor negativo, o que indica que existe uma quantidade de energia está sendo removida da energia total do sistema,

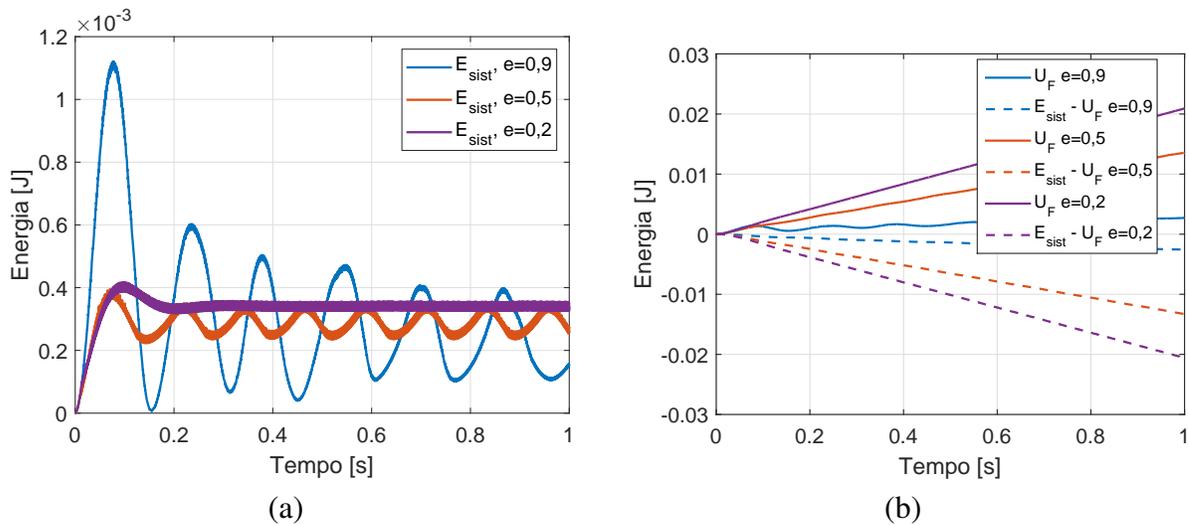


Figura 5.8: (a) Energia mecânica do sistema não amortecido; (b) trabalho da força externa (linha contínua) e energia dissipada pelo contato (linha tracejada). Sistema conservativo com $e = 0,2$, $e = 0,5$ e $e = 0,9$.

devido, neste caso, somente às colisões. A Figura 5.8(a) mostra os resultados da energia mecânica do sistema para três valores de coeficientes de restituição. A Figura 5.8(b) mostra a energia baseada no trabalho da força externa U_F (linhas contínuas) e a energia removida do sistema devido aos impactos de uma esfera (linhas tracejadas), calculada como $E_{sist} - U_F$. Nestes casos, o trabalho da força externa contribuiu menos para redução de vibração do que no caso do sistema amortecido com $e = 1$.

A energia dissipada sofre alterações de acordo com as modificações aplicadas ao absorvedor. Mesmo mantendo constante os parâmetros físicos mais óbvios para a estimação da energia do sistema, como massa da esfera e coeficiente de restituição, por exemplo, a energia dissipada varia de acordo com a folga utilizada no absorvedor, pois a folga modifica a velocidade da esfera, podendo alterar também a deformação estimada durante o contato. Para exemplificar, considere o sistema não amortecido, $e = 0,5$ e com uma esfera movendo em cavidades de raios $R = 3,05$, $R = 3,09$ e $R = 3,13$ mm, de forma que a cavidade com $R = 3,09$ proporciona uma folga ótima para a esfera de 6,0 mm de aço ao excitar o sistema com uma força senoidal de amplitude 0,4 N em ressonância. As respostas de posição da cavidade em função do tempo e as energias calculadas estão dispostas nas Figuras 5.9(a) e 5.9(b)

Analisando a Figura 5.9(b) é possível notar de imediato que a folga influencia no balanço de energia do sistema. Porém, o que é mais interessante é que tanto a energia dissipada quanto o trabalho da força externa tiveram valores menores ao utilizar a folga ótima. Os maiores valores

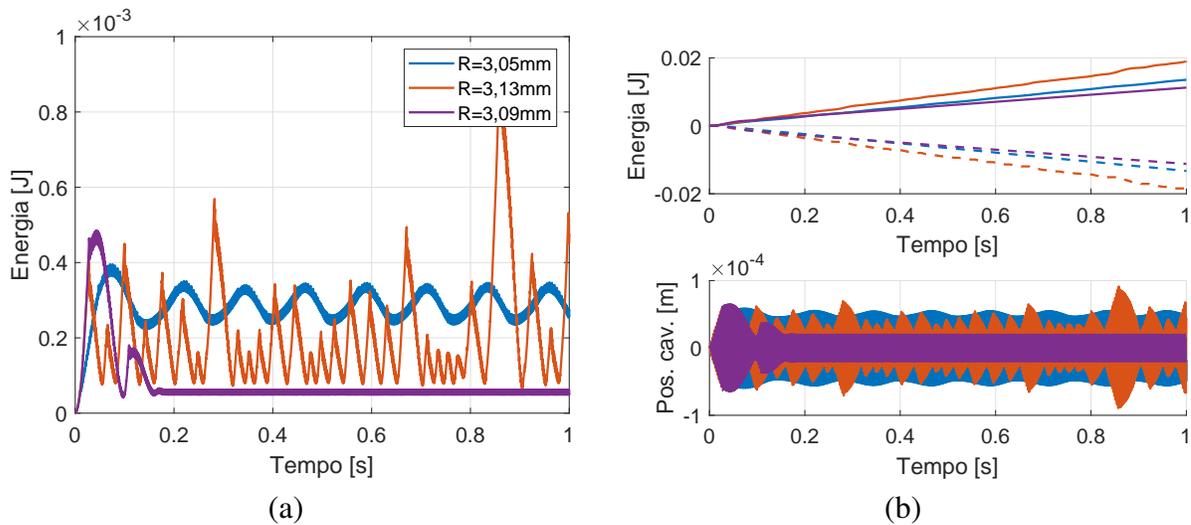


Figura 5.9: (a) Energia mecânica do sistema não amortecido; (b) trabalho da força externa (linha contínua), energia dissipada pelo contato (linha tracejada) e posição da cavidade em função do tempo. Sistema conservativo com uma esfera e $e = 0,5$ operando em cavidades de raios $R = 3,05$, $R = 3,09$ e $R = 3,13$ mm.

das energias foram obtidas ao utilizar a cavidade de raio $R = 3,13$ mm. Estes resultados sugerem que ao utilizar a folga ótima, não significa que o sistema terá uma maior redução de energia devido aos impactos, e sim que haverá uma menor taxa de inserção de energia ao sistema em comparação com as outras folgas. Outro ponto que merece destaque é a estabilização da amplitude de vibração, principalmente ao utilizar a folga ótima. O fato de o sistema ser não amortecido e a resposta apresentada ao utilizar a folga ótima ser semelhante a de um sistema amortecido, em regime permanente, demonstra o quão este absorvedor é poderoso.

Outro destaque dos resultados apresentados na Figura 5.9(b) é o trabalho da força externa ser crescente em praticamente todo o intervalo de tempo. Isso significa que, diferentemente das simulações com $e = 1$, em que a própria força externa reduzia a amplitude de vibração durante alguns instantes, a força realizou um trabalho positivo durante todo (ou praticamente todo) instante de tempo. Para demonstrar esse efeito da força, a potência obtida pela aplicação da força é apresentada na Figura 5.10. Logo, conclui-se que neste caso a redução de vibração observada é obtida a partir da energia dissipada pelos impactos.

Se a redução de vibração foi atenuada pelo trabalho negativo da força externa quando $e = 1$ e pela dissipação de energia no contato quando $e = 0,5$, existe uma transição entre esses mecanismos de redução de forma que em algumas condições ambos os mecanismos atuam para reduzir a vibração da estrutura. Sendo assim, as energia de entrada e a dissipada pelos impactos são avali-

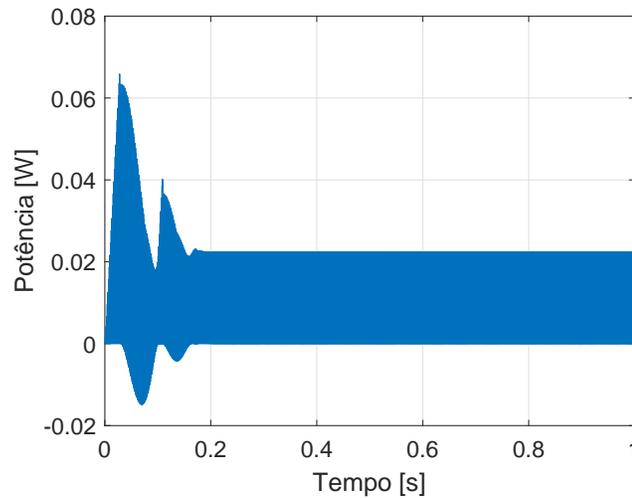


Figura 5.10: Potência obtida pela força externa para o caso do sistema com $R = 3,09$ mm e $e = 0,5$.

adas para diferentes valores de coeficiente de restituição. A energia calculada a partir do trabalho da força externa (fornecida) e a energia dissipada pelos impactos com diferentes coeficientes de restituição são mostradas nas Figuras 5.11(a), 5.11(b) e 5.11(c) para sistemas com cavidades de raios $R = 3,05$, $R = 3,09$ e $R = 3,13$ mm, respectivamente.

A utilização de altos coeficientes de restituição implica em uma baixa energia dissipada por contato, mas uma grande parte da perda de energia está associada à presença dos trabalhos negativos da força excitadora. Conforme o coeficiente de restituição diminui, os impactos passam a dissipar mais energia e a força excitadora vai deixando de realizar trabalho negativo, até que os impactos sejam os únicos responsáveis pela dissipação de energia do sistema. Isso é válido para estruturas não amortecidas e pode ser observado a partir da potência calculada mostrada nas Figuras 5.12(a), 5.12(b) e 5.12(c) para sistemas com cavidades de raios $R = 3,05$, $R = 3,09$ e $R = 3,13$ mm, respectivamente.

Visto que o absorvedor é muito sensível à variação da folga, as observações relacionadas à dissipação de energia pelo contato e pelo trabalho negativo da força excitadora sofrem alterações conforme a folga é modificada. Utilizando uma cavidade de raio $R = 3,05$, pode ser observado que mesmo as colisões com coeficientes de restituição muito baixo, ainda uma parte da redução de vibração é obtida pelo trabalho negativo da força, que gera uma potência negativa (Figura 5.12(a)). Aumentando o raio para $R = 3,09$, é possível notar que a potência foi sempre positiva para $e = 0,2$ e $e = 0,5$, indicando que a energia foi dissipada exclusivamente pelos impactos (Figura 5.12(b)). Utilizando coeficientes de restituição mais altos, a potência negativa indica que a força excitadora realizou trabalho negativo, contribuindo também com a redução de vibração. Com raio da cavidade

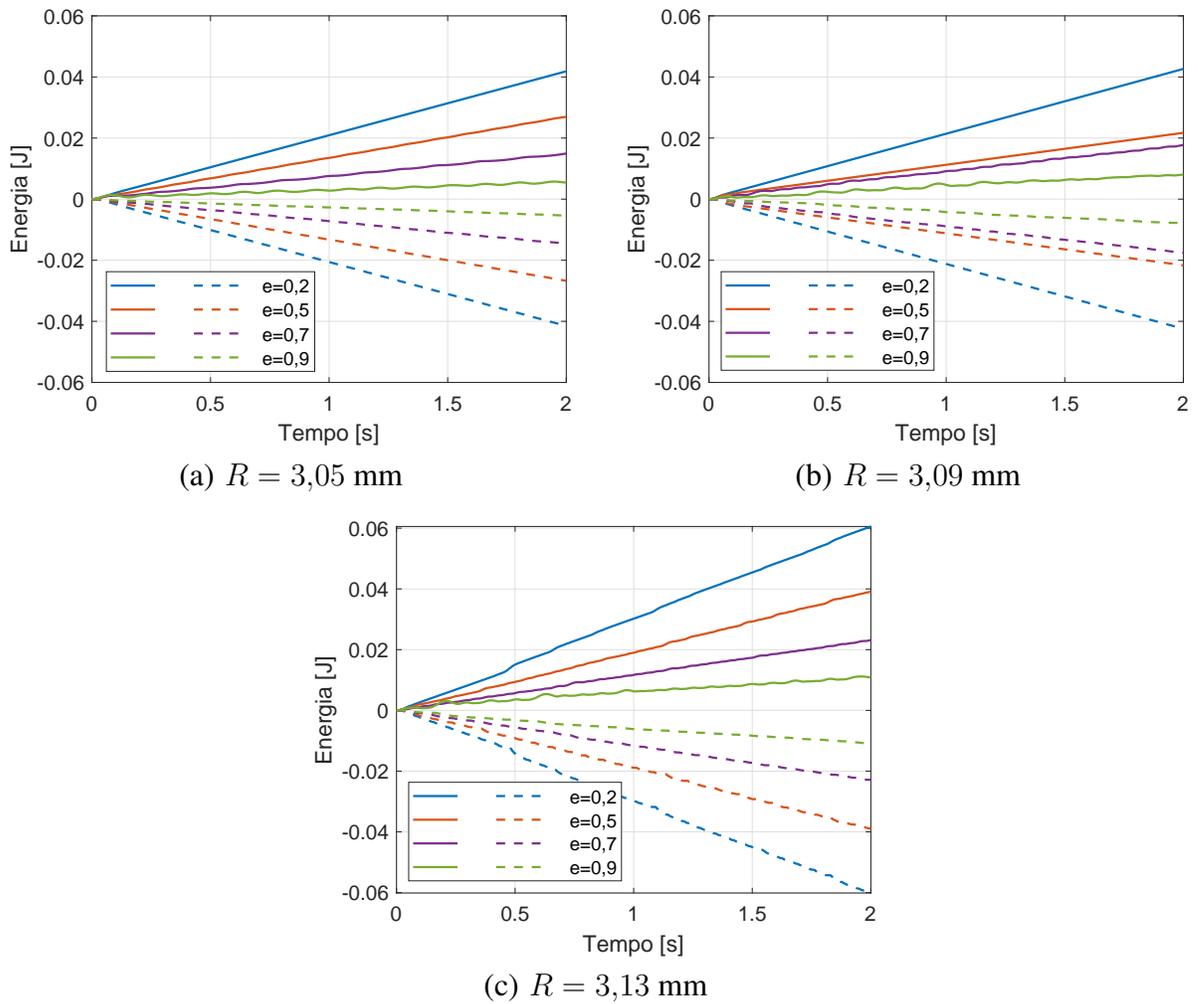


Figura 5.11: Energia fornecida ao sistema (linha contínua) e energia dissipada pelos impactos (linha tracejada) com diferentes coeficientes de restituição. Simulação de 2 s do sistema não amortecido com uma esfera operando em cavidades de raios $R = 3,05$, $R = 3,09$ e $R = 3,13 \text{ mm}$.

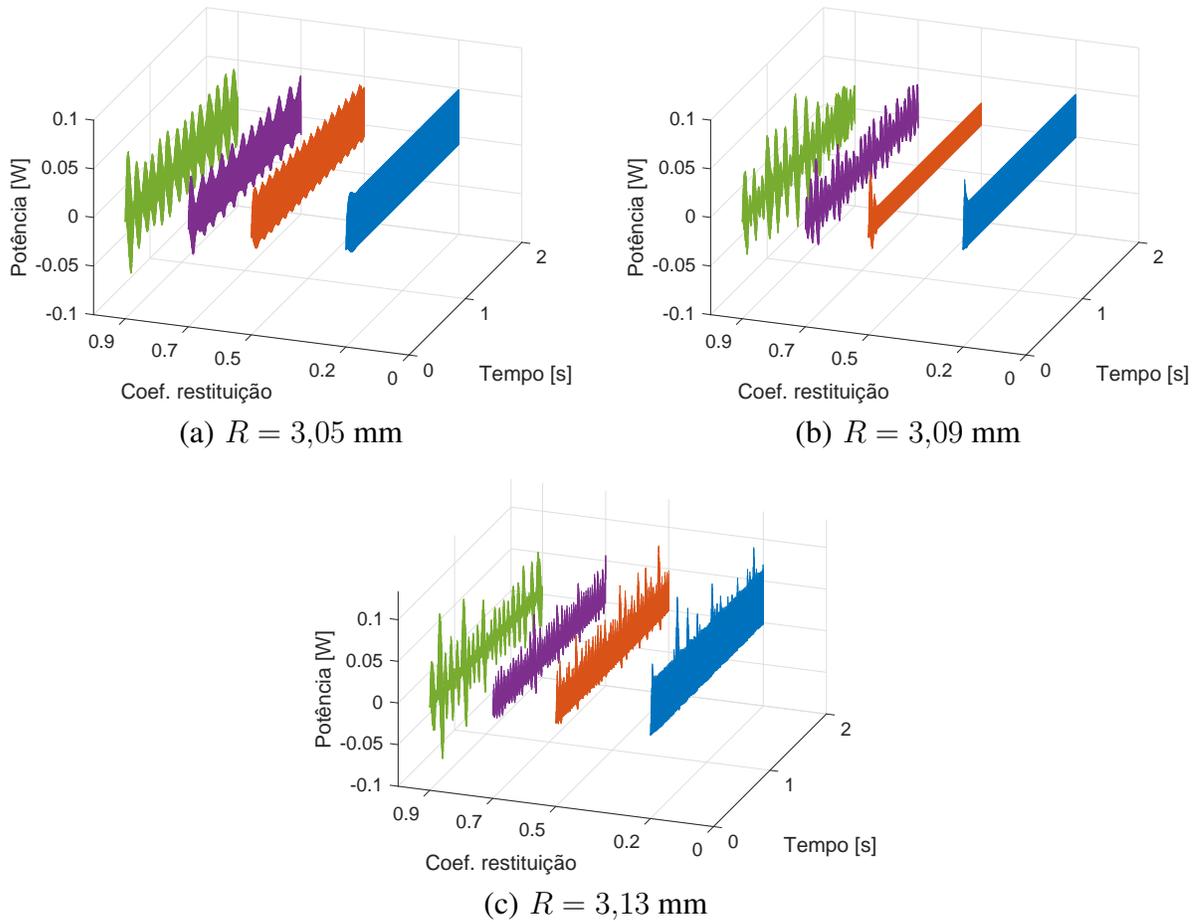


Figura 5.12: Potência do sistema para diferentes coeficientes de restituição em função do tempo. Simulação de 2 s do sistema não amortecido com uma esfera operando em cavidades de raios $R = 3,05$, $R = 3,09$ e $R = 3,13$ mm.

$R = 3,13$ mm, a dissipação de energia prevaleceu por conta dos impactos para coeficientes de restituição mais baixos.

O efeito do trabalho negativo da força excitadora sobre a estrutura tende a ser reduzido conforme o amortecimento da estrutura aumenta. Para exemplificar, a Figura 5.13 mostra a potência fornecida pela força excitadora em um sistema amortecido com $\zeta = 0,03$ sujeito a colisões com diferentes coeficientes de restituição na cavidade de raio $R = 3,09$ mm, onde é possível verificar que valores majoritariamente positivos de potência são obtidos. Sabendo que a folga influencia diretamente na resposta, de forma que folgas menores são mais favoráveis à presença de potência negativa, assim como altos coeficientes de restituição, a Figura 5.14 mostra uma comparação da potência mediante diferentes fatores de amortecimento utilizando coeficiente de restituição $e = 0,9$ e raio da cavidade $R = 3,02$ mm, que fornece uma folga muito pequena para o sistema em questão.

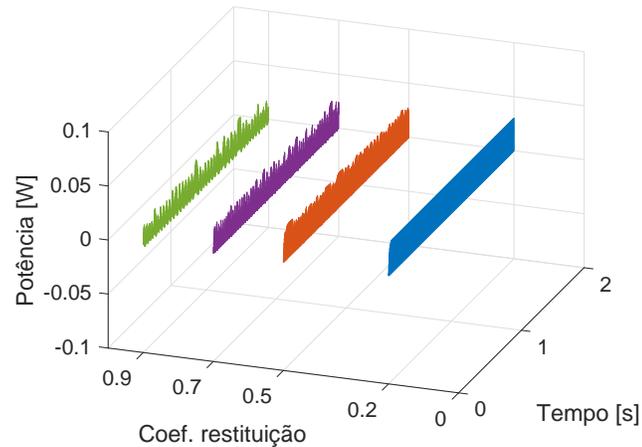


Figura 5.13: Potência fornecida ao sistema amortecido com $\zeta = 0,03$ em função do tempo para diferentes coeficientes de restituição. Cavidade de raio $R = 3,09$ mm.

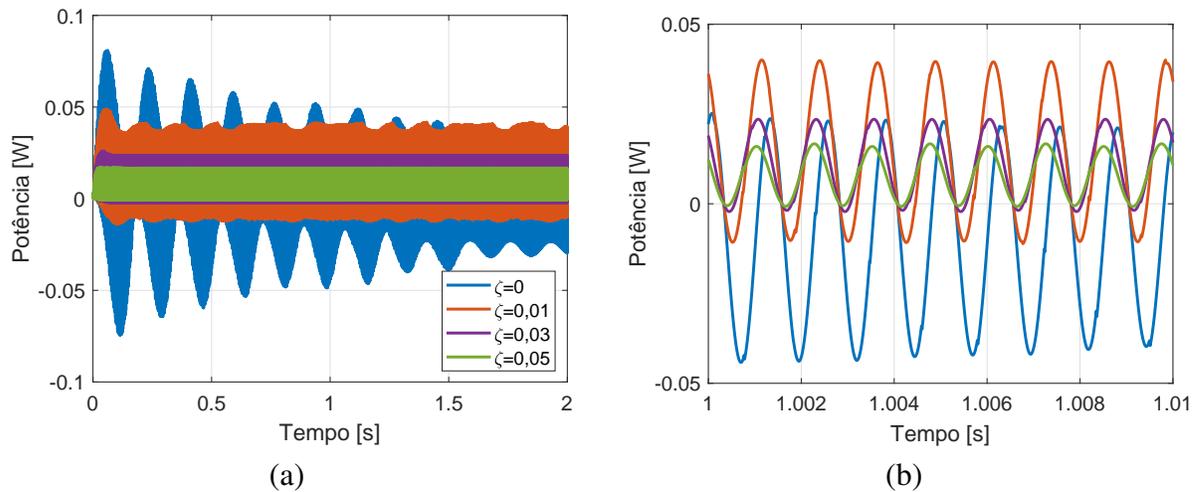


Figura 5.14: Potência fornecida ao sistema com diferentes amortecimentos em função do tempo para $e = 0,9$ e $R = 3,02$ mm. (a) Resultado entre 0 e 2 s de simulação e (b) detalhe do resultado entre 1 e 1,01 s.

5.1.2 Análise de um PID aplicado em uma estrutura amortecida

Nesta seção, são apresentados alguns resultados relacionados à variação da força excitadora, do amortecimento da estrutura, do coeficiente de restituição e do número de esferas.

Ao modelo do PID cilíndrico utilizado nesta seção são dadas as seguintes dimensões: diâmetro externo de 10 mm e altura de 61 mm. O diâmetro interno muda conforme a folga desejada, sendo analisado valores de 6,02 a 6,2 mm (3,01 a 3,1 mm de raio). A Figura 5.15 ilustra as configurações usadas nas simulações desta seção.

Os parâmetros físicos estabelecidos às diferentes configurações do PID estão dispostos na Tabela 5.2. A frequência excitação é a frequência natural da estrutura ($\sqrt{k_1/m_1}/2\pi$, em Hz) e o tempo total de simulação selecionado foi de 0,2 s, com incremento de tempo de $1 \cdot 10^{-5}$ s, suficiente para que a resposta permanente seja alcançada para o amortecimento escolhido. À cada esfera foi adicionada uma velocidade inicial aleatória na direção Y (a mesma da força excitadora), para que as colisões de cada esfera contra a parede não ocorressem simultaneamente no início do movimento.

Utilizando os parâmetros físicos apresentados na Tabela 5.2, as respostas do sistema são obtidas a partir da integração numérica das Eqs. 3.9, 3.10 e 3.11.

A influência do coeficiente de restituição e da amplitude da força excitadora no desempenho

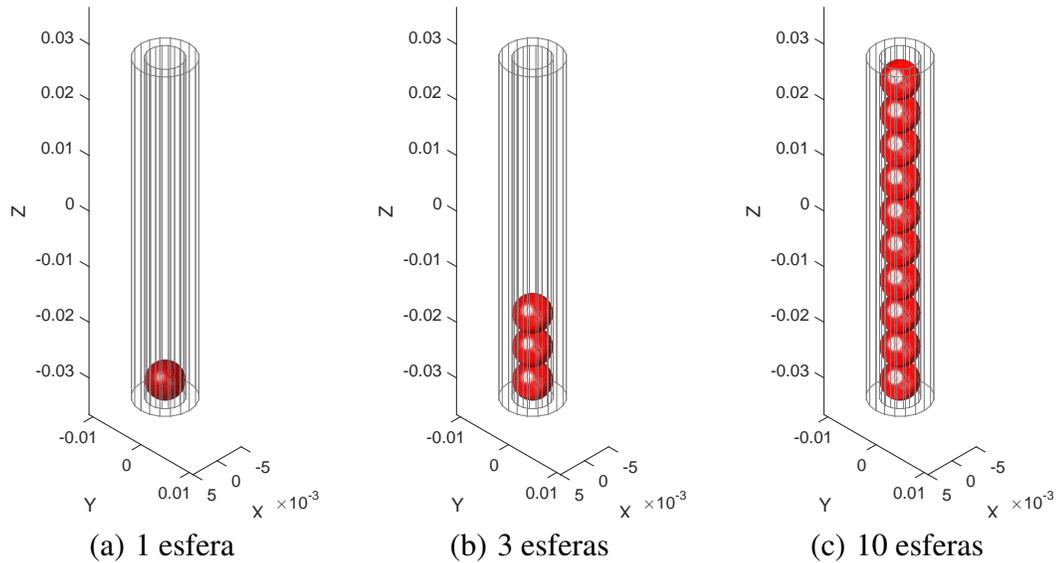


Figura 5.15: Diferentes configurações utilizadas no PID.

Tabela 5.2: Parâmetros físicos dos PID's .

Parâmetro		Valor	Unidade
Massa equivalente	m_1	0,0333	kg
Rigidez equivalente*	k_1	$2,1178 \cdot 10^5$	N/m
Coef. amortecimento viscoso*	c_1	11,4	Ns/m
Amplitude da força excitadora em X	F_{0x}	0	N
Amplitude da força excitadora em Y	F_{0y}	0,4, 0,63 e 0,9	N
Frequência da força excitadora	f_0	401,3656	Hz
Raio da cavidade	R	$3,01 \cdot 10^{-3}$ a $3,1 \cdot 10^{-3}$	m
Diâmetro da esfera	$2r$	$6,0 \cdot 10^{-3}$	m
Massa da esfera	m_e	$0,8815 \cdot 10^{-3}$	kg
Coeficiente de restituição	e	**	-

* Iguais nas direções X e Y

** Diversos valores - indicado no texto

do absorvedor, para diferentes valores de folga, é mostrada a seguir. Considerando o absorvedor com uma esfera de aço de 6,0 mm de diâmetro ($r = 3$ mm), de massa $m_e = 0.8815$ g e coeficientes de restituição $e = 0,5$, $e = 0,7$ e $e = 0,9$, o comportamento não linear do desempenho do absorvedor em relação ao raio da cavidade é mostrado na Figura 5.16, ao ser submetido a três diferentes amplitudes de força excitadora: 0,4, 0,63 e 0,9 N. A comparação entre as respostas é feita a partir da porcentagem de redução de vibração obtida em relação ao sistema sem impacto, utilizando no cálculo as amplitudes RMS de deslocamento da estrutura com e sem impacto.

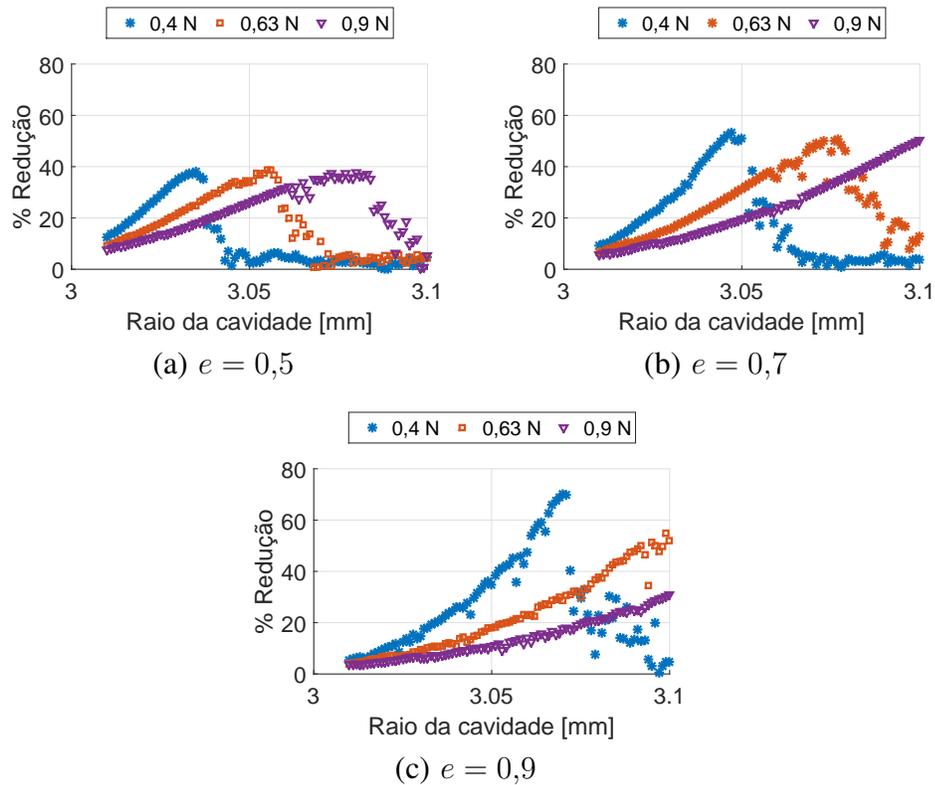


Figura 5.16: Redução de vibração de um sistema com uma esfera em função do raio da cavidade, para diferentes coeficientes de restituição e amplitudes da força excitadora.

A folga está diretamente relacionada à dimensão da cavidade e é dada pela diferença $2R - 2r$ (ou a folga radial é $R - r$). Ao raio da cavidade R para o qual ocorre a máxima redução é caracterizada a folga ótima do absorvedor para a condição imposta. Mantendo o coeficiente de restituição constante, o aumento da força excitadora faz com que a folga ótima também aumente. Como a amplitude de vibração é maior, uma folga maior se faz necessária para que os impactos ocorram na condição mais favorável para a dissipação de energia. Na folga ótima, os maiores coeficientes de restituição proporcionam uma maior redução da vibração da estrutura e estão relacionados com maiores velocidades das esferas, uma vez que uma quantidade menor de energia cinética é dissipada nessas colisões. Com maiores velocidades, folgas maiores são necessárias para que as colisões fora de fase ocorram. Assim, quanto maior for o coeficiente de restituição, maior será a folga ótima.

A dissipação de energia relacionada ao contato em si, que se relaciona ao coeficiente de restituição, pode ter uma contribuição mais ou menos significativa na dissipação de energia de uma forma geral. Com base na Figura 5.16, se o sistema operasse com uma força de 0,4 N e com uma cavidade de raio 3,02 mm, por exemplo, que daria uma folga pequena para todos os casos mostrados, o caso em que houve maior redução de vibração foi o de $e = 0,5$, justamente o

menor coeficiente de restituição mostrado. Ou seja, neste caso, como a folga é pequena, uma maior dissipação de energia do contato em si colaborou para um melhor desempenho. Nos casos com folga ótima foi observado o contrário, indicando que a transferência da quantidade de movimento foi mais importante para um melhor desempenho do absorvedor. Isso também pode ser observado para as curvas referentes às forças de 0,63 e 0,9 N.

Até aqui todas as simulações apresentadas são de sistemas com apenas uma esfera. A seguir são apresentadas simulações de sistemas com três e dez esferas, como mostrado na Figura 5.15, destacando as principais alterações nas respostas causadas pelos impactos de múltiplos corpos. Considerando um sistema com três e dez esferas idênticas, as reduções de vibração em função da folga são mostradas nas Figuras 5.17 e 5.18, respectivamente.

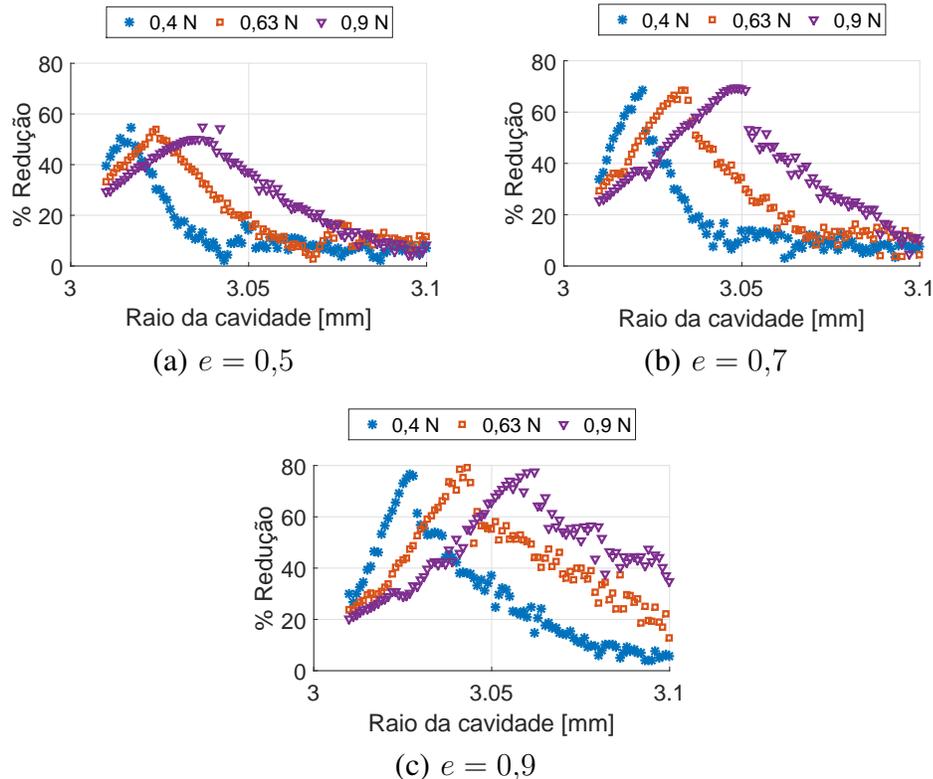


Figura 5.17: Redução de vibração de um sistema com três esferas em função do raio da cavidade, para diferentes coeficientes de restituição e amplitudes da força excitadora.

Comparando através das Figuras 5.16(a) e 5.17(a) casos com a mesma força excitadora e mesmo coeficiente de restituição, é possível observar que a folga ótima diminuiu ao adicionar esferas ao sistema. Além disso, o pico de redução foi maior ao utilizar três esferas do que uma, comparando os valores em suas respectivas folgas ótimas. Esta maior redução é esperada visto que existem mais esferas para colidir contra uma estrutura submetida às mesmas condições de força.

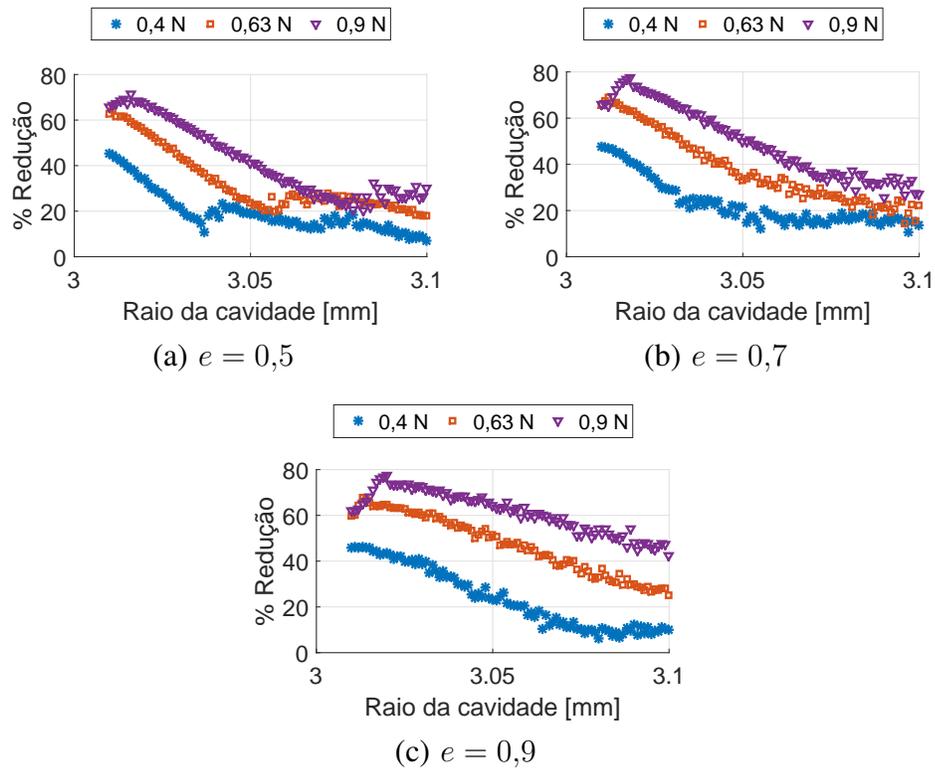


Figura 5.18: Redução de vibração de um sistema com dez esferas em função do raio da cavidade, para diferentes coeficientes de restituição e amplitudes da força excitadora.

Entretanto, a variação da folga ótima, a princípio, não seria esperada. Mas, analisando o movimento dos corpos é possível demonstrar o porquê deste resultado.

Com o sistema submetido à força excitadora de 0,4 N e coeficiente de restituição $e = 0,5$ na folga ótima, as velocidades da estrutura e da esfera ao longo do tempo são mostradas na Figura 5.19. A Figura 5.19(b) mostra detalhadamente como são as curvas entre 0,1 e 0,11 s, aproximadamente, em que é possível verificar que na folga ótima as colisões ocorreram nos instantes em que a velocidade da estrutura é máxima. Para comparação, as mesmas velocidades para uma folga menor e uma folga maior são mostradas nas Figuras 5.20(b) e 5.21(b), respectivamente. Nestes casos, as colisões ocorreram em instantes que a velocidade da estrutura não apresenta o valor máximo. No caso com a folga menor, os impactos foram regulares, mas como os impactos ocorreram com uma menor velocidade relativa, a eficiência das colisões é menor o que diminui a eficiência do absorvedor. Na folga maior, os impactos ocorreram de forma irregular (mais aleatória) o que contribui para uma eficiência mais baixa do absorvedor. Este fato também justifica as maiores dispersões na redução de vibração apresentadas nas simulações com folgas maiores, mostradas nas Figuras 5.16, 5.17 e 5.18.

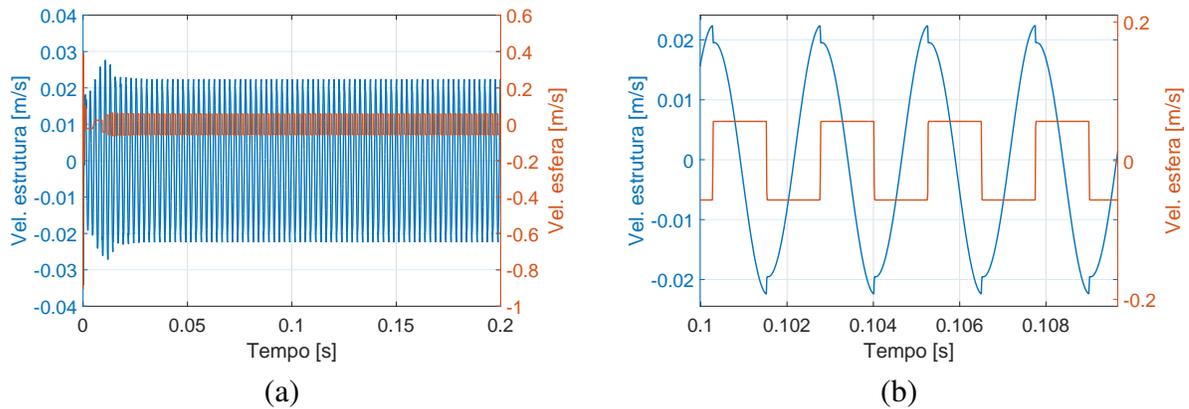


Figura 5.19: Velocidades simuladas da estrutura e da esfera utilizando força excitadora de 0,4 N e coeficiente de restituição $e = 0,5$. (a) Respostas em regime permanente e (b) detalhe dos sinais. Condição de folga ótima.

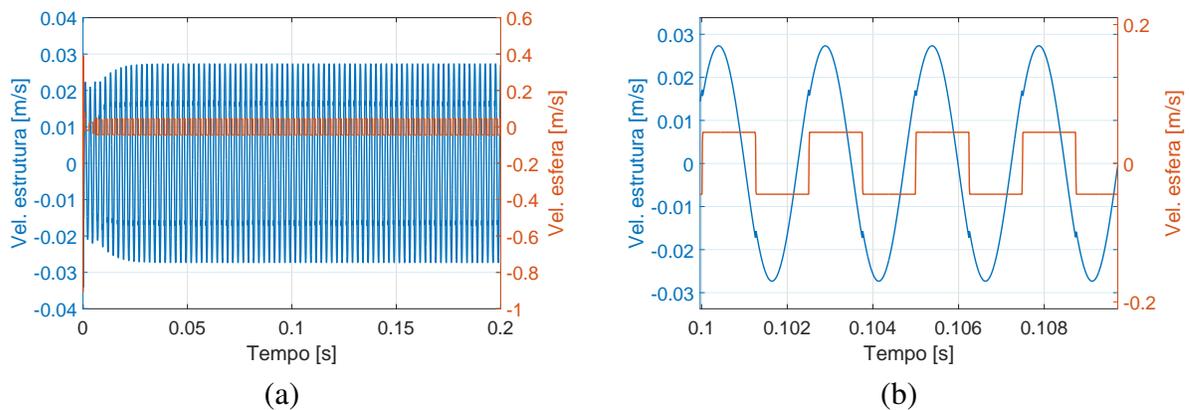


Figura 5.20: Velocidades simuladas da estrutura e da esfera utilizando força excitadora de 0,4 N e coeficiente de restituição $e = 0,5$. (a) Respostas em regime permanente e (b) detalhe dos sinais. Condição de uma folga menor que a ótima.

Ao analisar o sistema com mais de uma esfera, para entender a redução do valor da folga ótima, é necessário analisar tanto a comparação das velocidades da estrutura e da esfera como também analisar a posição das esferas ao longo do tempo. Isso é importante para verificar se o mesmo comportamento observado das velocidades da estrutura e da esfera ocorre como no caso do sistema com uma esfera. Além disso, é preciso verificar se as esferas colidem juntas contra a parede ou de forma completamente aleatória. A Figura 5.22 mostra as velocidades da estrutura e das esferas de um sistema com três esferas submetido às mesmas condições de força do sistema com uma esfera, durante um instante de tempo em regime permanente, para três folgas diferentes. As velocidades das três esferas são mostradas. Com mais de uma esfera, a folga ótima ocorre quando as esferas se movem praticamente juntas e as colisões ocorrem no instante que a velocidade da estrutura é alta.

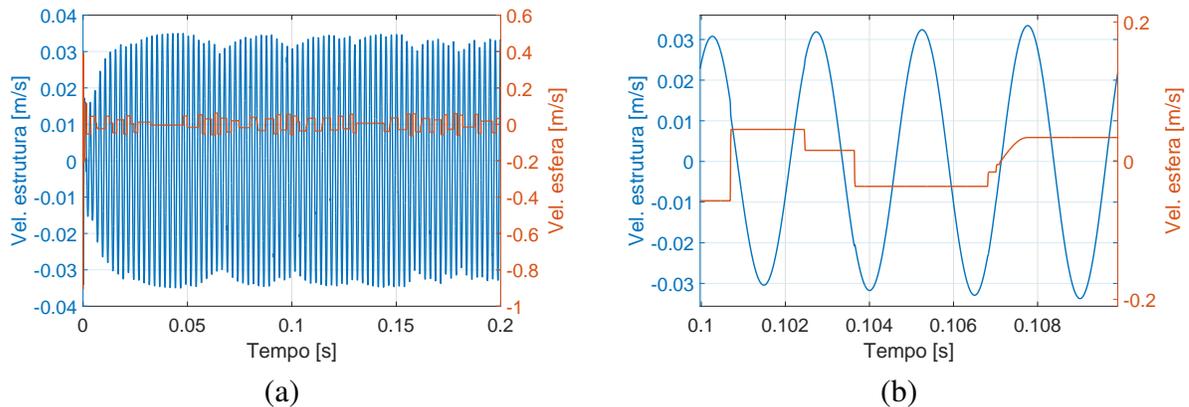


Figura 5.21: Velocidades simuladas da estrutura e da esfera utilizando força excitadora de 0,4 N e coeficiente de restituição $e = 0,5$. (a) Respostas em regime permanente e (b) detalhe dos sinais. Condição de uma folga maior que a ótima.

Esse resultado é análogo àquele mostrado para o sistema com uma esfera. Analisando as curvas referentes às velocidades das esferas da Figura 5.22, verifica-se que as esferas colidem quase simultaneamente quando a folga é ótima. O sistema em regime permanente entra numa condição de equilíbrio em relação aos impactos, desde que a folga não seja muito grande. Em folgas maiores, choques mais aleatórios são comuns e não existe um equilíbrio do sistema.

A mesma tendência observada ao comparar as respostas do sistema com uma e três esferas também é observada comparando o sistema de três e dez esferas, ou seja, a folga ótima diminui e o pico de redução da vibração aumenta (Figuras 5.16, 5.17 e 5.18). Assim como ocorre nos casos com três esferas, o sistema com dez esferas apresentou o melhor desempenho quando as colisões ocorrem praticamente no mesmo instante contra a estrutura com velocidade mais alta, como mostrado na Figura 5.23(a). Para uma folga maior, as esferas colidem em diferentes instantes de tempo fazendo que o sistema não tenha um equilíbrio entre os choques (Figura 5.23(b)). Todas as folgas utilizadas para comparação de cada caso são diferentes entre si, utilizadas somente para ilustrar o comportamento do sistema em diferentes casos.

Comparando a resposta do sistema com diferentes números de esferas atuando em uma mesma folga (igual em todos os casos) e sob as mesmas condições de força aplicada e o coeficiente de restituição, busca-se mostrar o que causa a alteração da folga ótima pelo acréscimo de esferas. Baseado nas simulações numéricas utilizando uma amplitude de força de 0,63 N, coeficiente de restituição $e = 0,7$, folga constante de 0,077 mm e velocidades iniciais constantes aplicadas à cada esfera, as posições da estrutura e das esferas em relação ao tempo, em regime transiente, são mostradas na Figura 5.24. A folga escolhida é a folga ótima para o sistema operando com uma es-

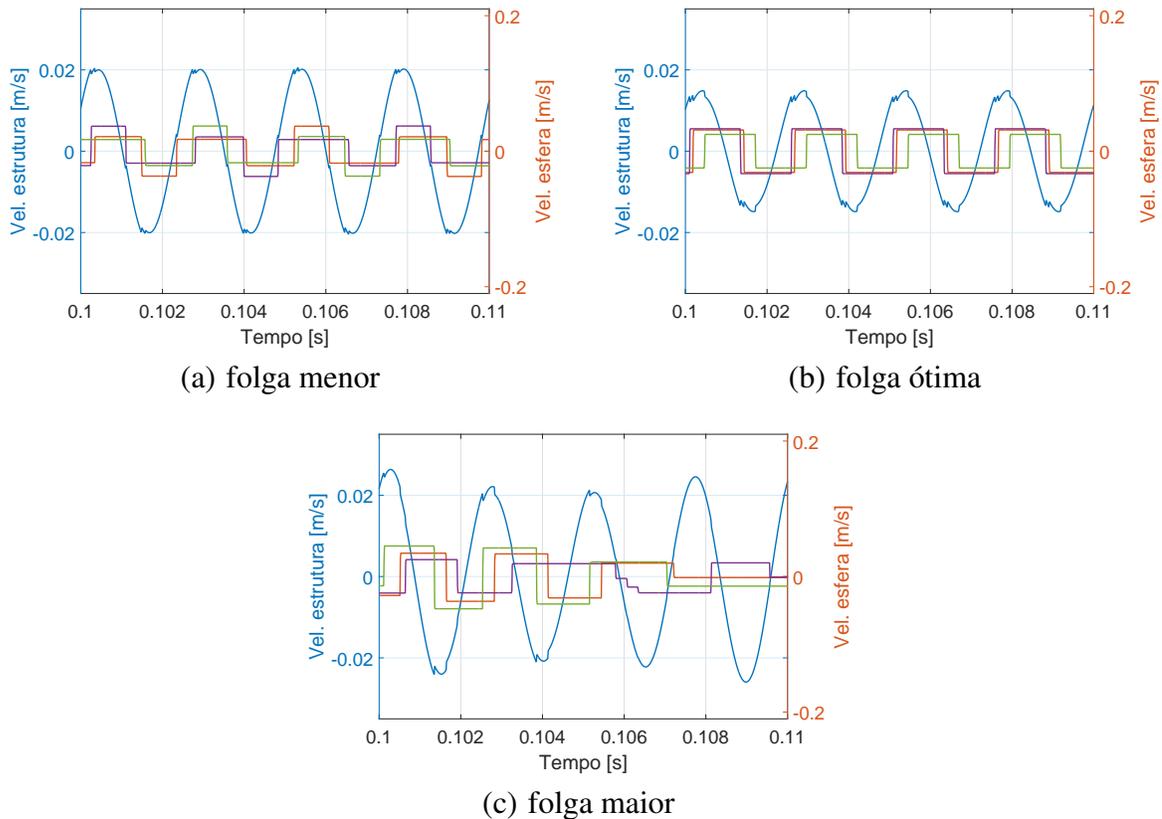


Figura 5.22: Detalhe dos sinais de velocidades da estrutura e das esferas para diferentes folgas do sistema com 3 esferas.

fera. Analisando os três gráficos da Figura 5.24, o sistema com uma esfera já entra numa condição de equilíbrio a partir de 0,02 s, enquanto os casos com três e dez esferas apresentam colisões aleatórias. Se o sistema apresenta a mesma excitação nos três casos e a folga utilizada é a folga ótima pro caso de uma esfera, alguma perturbação interna causa o desequilíbrio dos impactos causando a diminuição da eficiência do absorvedor. Visualizando os três casos durante um intervalo de tempo mais estreito, é possível observar como as colisões ocorreram desde o primeiro contato, como mostra a Figura 5.25. Analisando a Figura 5.25 e tomando o caso com uma esfera como a referência, pelo fato de a folga de 0,077 mm ser ótima para este caso, os efeitos causados pelas outras esferas ao sistema podem ser visualizadas. Os dois primeiros contatos ocorreram até 0,0004 s e a partir desse momento as respostas de cada caso se diferem, devido ao diferente número de corpos que colidem contra a parede. Sendo assim, o comportamento do sistema deixa de ser o mesmo daquele em que apenas uma esfera atua, pois os impactos alteram a posição da estrutura e, por sua vez, alteram a forma como os impactos seguintes ocorrem. Este efeito se propaga ao longo do tempo, evitando que uma sintonia entre as colisões seja atingida.

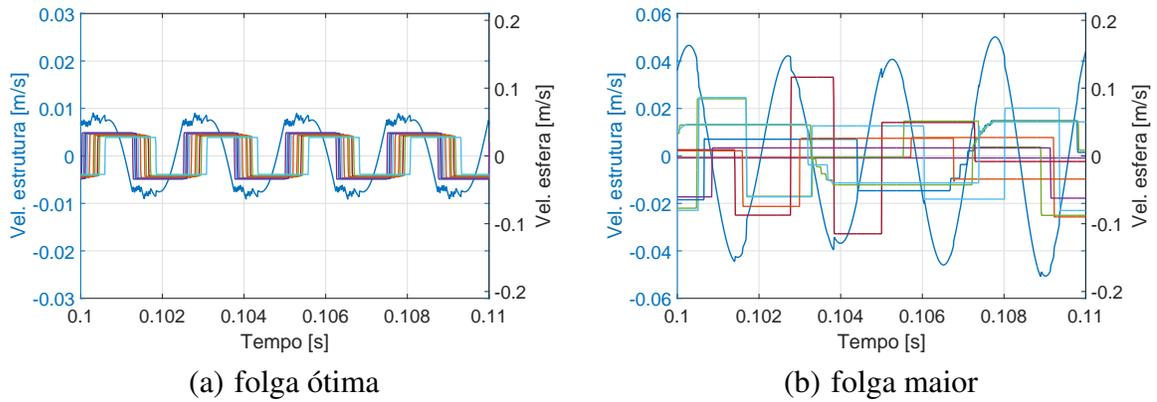


Figura 5.23: Detalhe dos sinais de velocidades da estrutura e das esferas para diferentes folgas do sistema com 10 esferas.

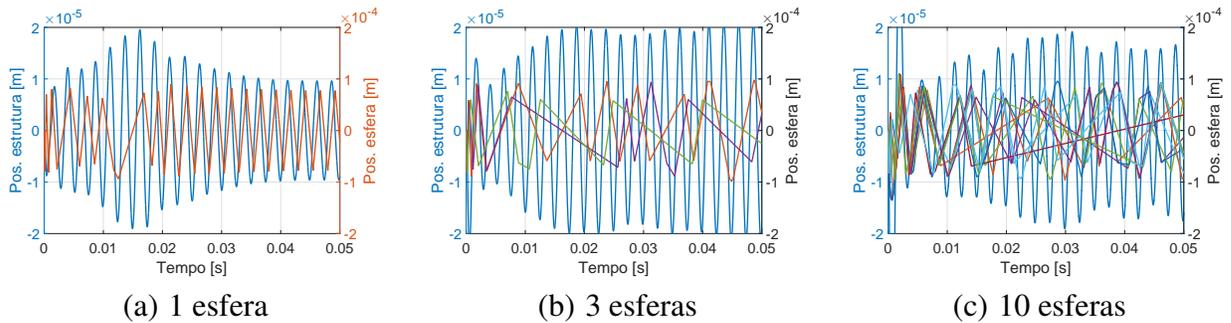


Figura 5.24: Posições da estrutura e das esferas durante o regime transiente.

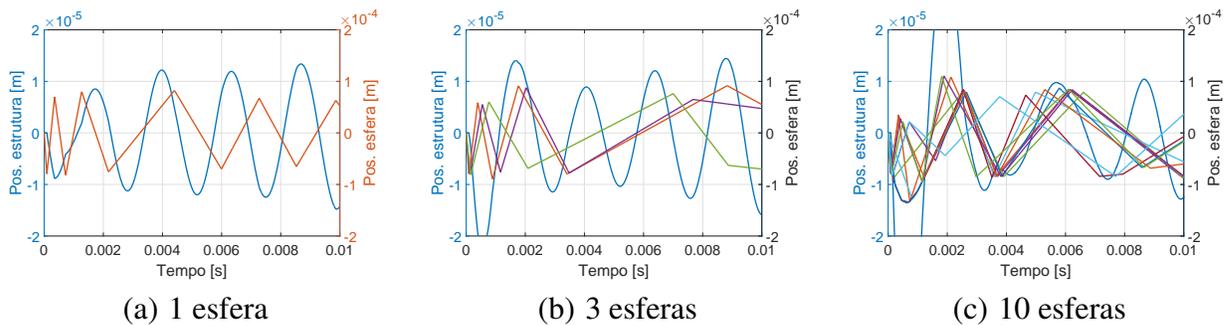


Figura 5.25: Posições da estrutura e das esferas durante os primeiros impactos.

As simulações apresentadas até aqui consideram o movimento da esfera em apenas uma direção, caracterizando impactos colineares entre os corpos. Essa característica pouco diferencia se a parede é circular ou plana, matematicamente o valor da rigidez do contato muda, mas a inexistência da força de contato tangencial não modifica significativamente a resposta. Entretanto, a análise desses sistemas mais simples são importantes para a compreensão de alguns dos fenômenos que envolvem os absorvedores. Para analisar a resposta do sistema com uma, três e dez esferas se movimentando livremente em qualquer direção, as mesmas condições de força e os mesmos coeficientes de restituição foram aplicados ao sistema proposto para que a influência do movimento livre da esfera na resposta do sistema seja verificada, comparando com as simulações apresentadas até o momento. Nos casos com mais de uma esfera, uma pequena amplitude de força foi aplicada na direção X , só para que se diferencie de zero, visto que alguns erros numéricos foram observados em algumas simulações prévias com a utilização do valor *zero*. Quando as simulações estão relacionadas às colisões puramente colineares, essa estratégia não se faz necessária uma vez que as colisões ocorrem somente na direção da excitação principal do sistema, não havendo nenhuma perturbação do sistema outra direção diferente da principal.

Ao considerar que a esfera se move em outras direções, a existência da força tangencial do contato impõe que mais um parâmetro seja atribuído ao sistema: o coeficiente de atrito. Com isso, a influência desse parâmetro na resposta do modelo também precisa ser verificada.

Considerando que o coeficiente de atrito seja $\mu = 0,1$, a resposta do sistema com uma esfera é mostrada na Figura 5.26. Os picos de redução tendem a ocorrer nas mesmas folgas ótimas, mas alguns pontos de baixa redução surgiram entre folgas pequenas e a folga ótima. Além disso, não houve uma significativa alteração na quantidade de energia removida da estrutura.

Analogamente, as respostas do sistema com três e dez esferas que se movem sobre o plano $X - Y$ são mostradas nas Figuras 5.27 e 5.28.

A esfera ao colidir de forma excêntrica contra uma superfície circular pode adquirir trajetórias diferentes, que dependerão da folga, da força excitadora, do coeficiente de restituição e da força tangencial do contato (influenciada pelo coeficiente de atrito). Para exemplificar, considerando a resposta mostrada na Figura 5.26(a) ao utilizar a força de 0,4 N, algumas trajetórias realizadas pela esfera em diferentes folgas e as respectivas reduções de vibração alcançadas são mostradas na Figura 5.29. Essas trajetórias estão relacionadas ao referencial inercial.

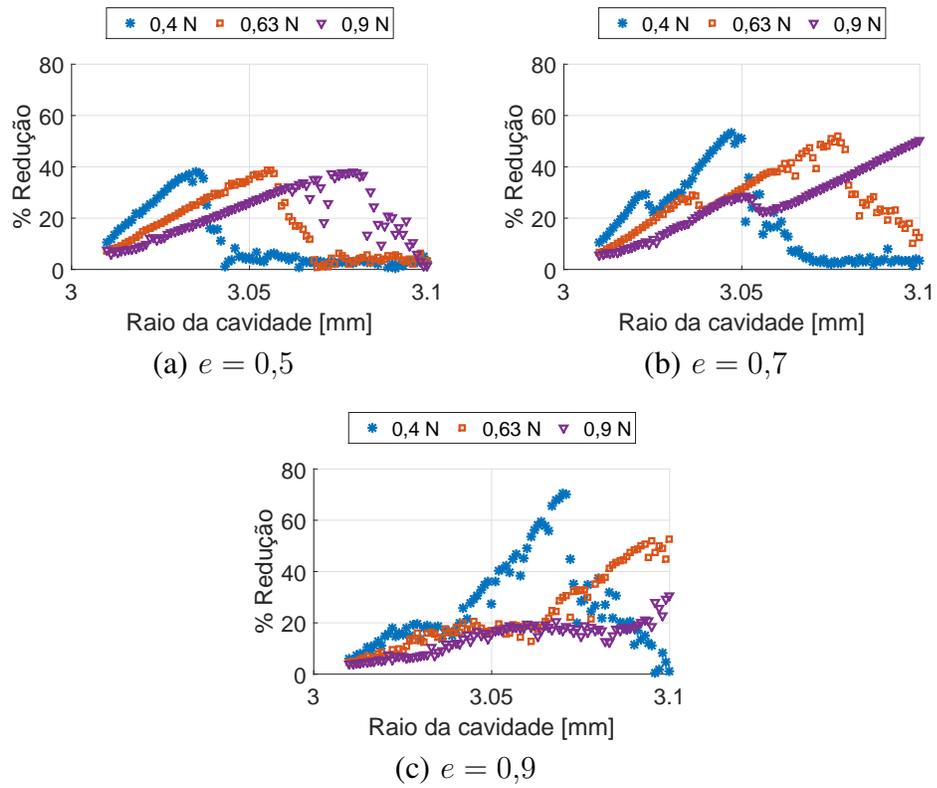


Figura 5.26: Redução de vibração de um sistema com uma esfera se movimentando no plano $X - Y$ em função da folga, para diferentes coeficientes de restituição e amplitudes da força excitadora.

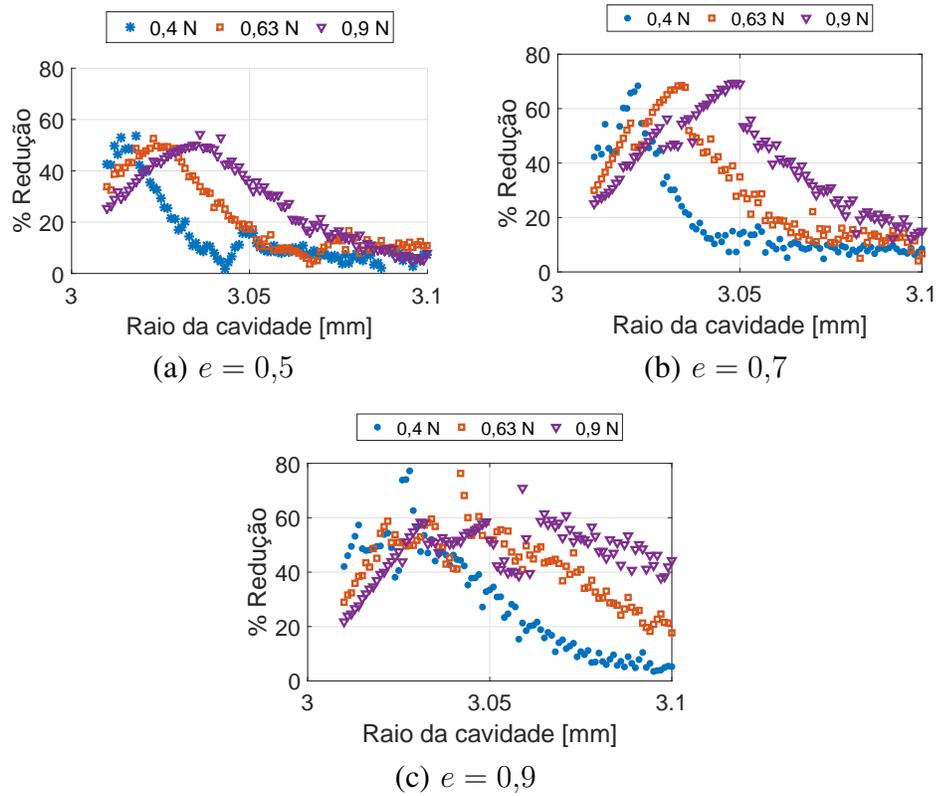


Figura 5.27: Redução de vibração de um sistema com três esferas se movimentando no plano $X - Y$ em função da folga, para diferentes coeficientes de restituição e amplitudes da força excitadora.

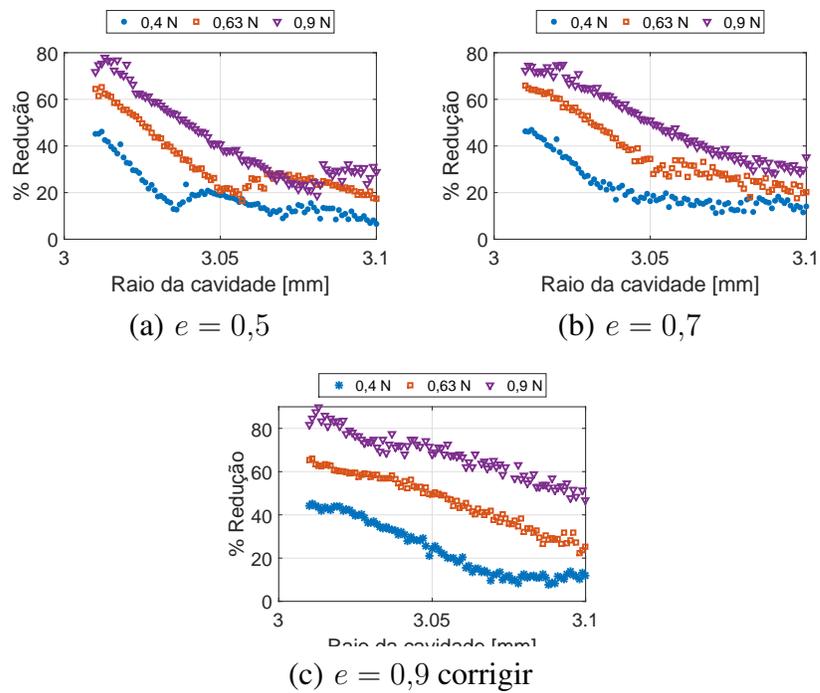
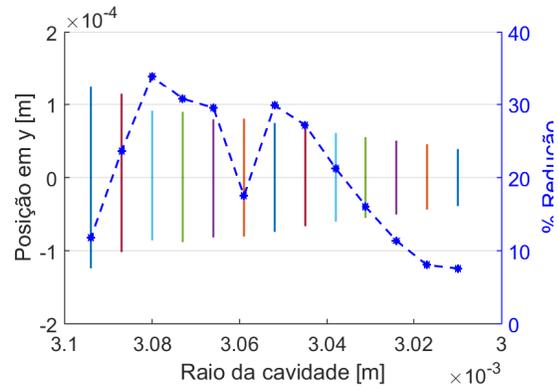
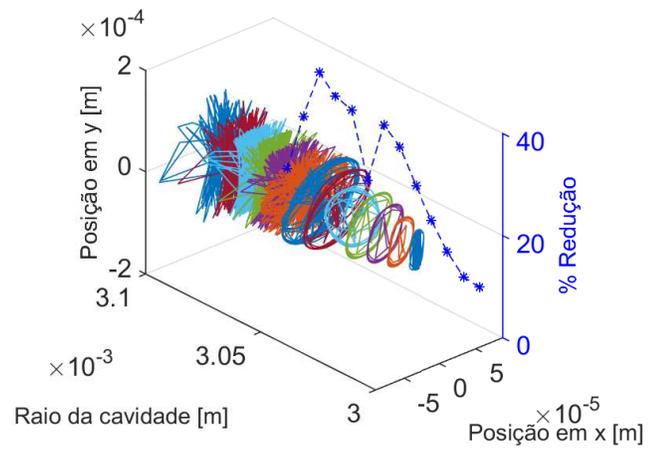


Figura 5.28: Redução de vibração de um sistema com dez esferas se movimentando no plano $X - Y$ em função da folga, para diferentes coeficientes de restituição e amplitudes da força excitadora.



(a)



(b)

Figura 5.29: Trajetória realizada pela esfera em diferentes folgas.

5.1.3 Análise do PID normalizado

Analisando os valores apresentados nas Figuras 5.16, 5.17 e 5.18 é possível verificar que entre as curvas existem semelhanças ao variar tanto em relação às forças excitadoras quanto em relação aos coeficientes de restituição usados. Ao analisar essas figuras, levantou-se a hipótese da possibilidade de obter uma normalização dessas curvas. Havendo uma normalização, essas curvas tenderiam a mostrar um comportamento padronizado e, talvez, previsível.

Mas como os resultados mostrados nas Figuras 5.16, 5.17 e 5.18 podem ser trabalhados para produzirem uma resposta normalizada? Os gráficos apresentados nessas figuras mostram a relação entre a porcentagem de redução obtida em função do raio da cavidade. Ao dividir os valores do eixo X por algum valor de unidade de comprimento (mm, no caso) ambos os eixos serão adimensionais.

Do ponto de vista prático, é mais conveniente expressar a folga existente entre a esfera e a parede da cavidade do que simplesmente utilizar seus respectivos valores de raio ou diâmetro. Assim, a folga radial é expressa como a diferença entre os raios da cavidade e da esfera ($R - r$).

Se pegarmos os valores de raio da cavidade mostrados nas Figuras 5.16, 5.17 e 5.18 e subtrairmos o valor do raio da esfera utilizada nas simulações (lembrando que a mesma esfera foi utilizada em todos esses casos), o resultado será os valores da folga radial, expressa em milímetros (mm). Assim, podemos dizer que o sistema estará normalizado se esses valores de folga radial forem divididos por algum parâmetro de unidade de comprimento em milímetros. Por exemplo, os resultados podem ser normalizados pela amplitude RMS de vibração do sistema sem impacto (deslocamento, em mm). Essa é uma boa alternativa visto que a porcentagem de redução (eixo Y) é calculada a partir da razão entre as amplitudes RMS do sistema com e sem impacto.

Sendo assim, considerando um sistema com as esferas se movimentando somente na direção Y , a variação do coeficiente de restituição e da força excitadora produzem respostas que seguem um determinado padrão, ao normalizar a folga radial ($R - r$) pela amplitude RMS de deslocamento que o sistema tem (ou teria) sem os impactos ($\text{rms}(Y_{cav_{si}})$), como pode ser observado na Figura 5.30. Dessa forma, fica evidenciado que a solução numérica indica a maior redução possível quando uma folga n vezes maior que a amplitude RMS de deslocamento for utilizada. O aumento do número de esferas dentro da cavidade altera o valor da proporção ideal, na qual a maior redução é alcançada. Este fato já era previsto, visto que a normalização é realizada pelo deslocamento da cavidade sem impacto, que é idêntica para todos os casos.

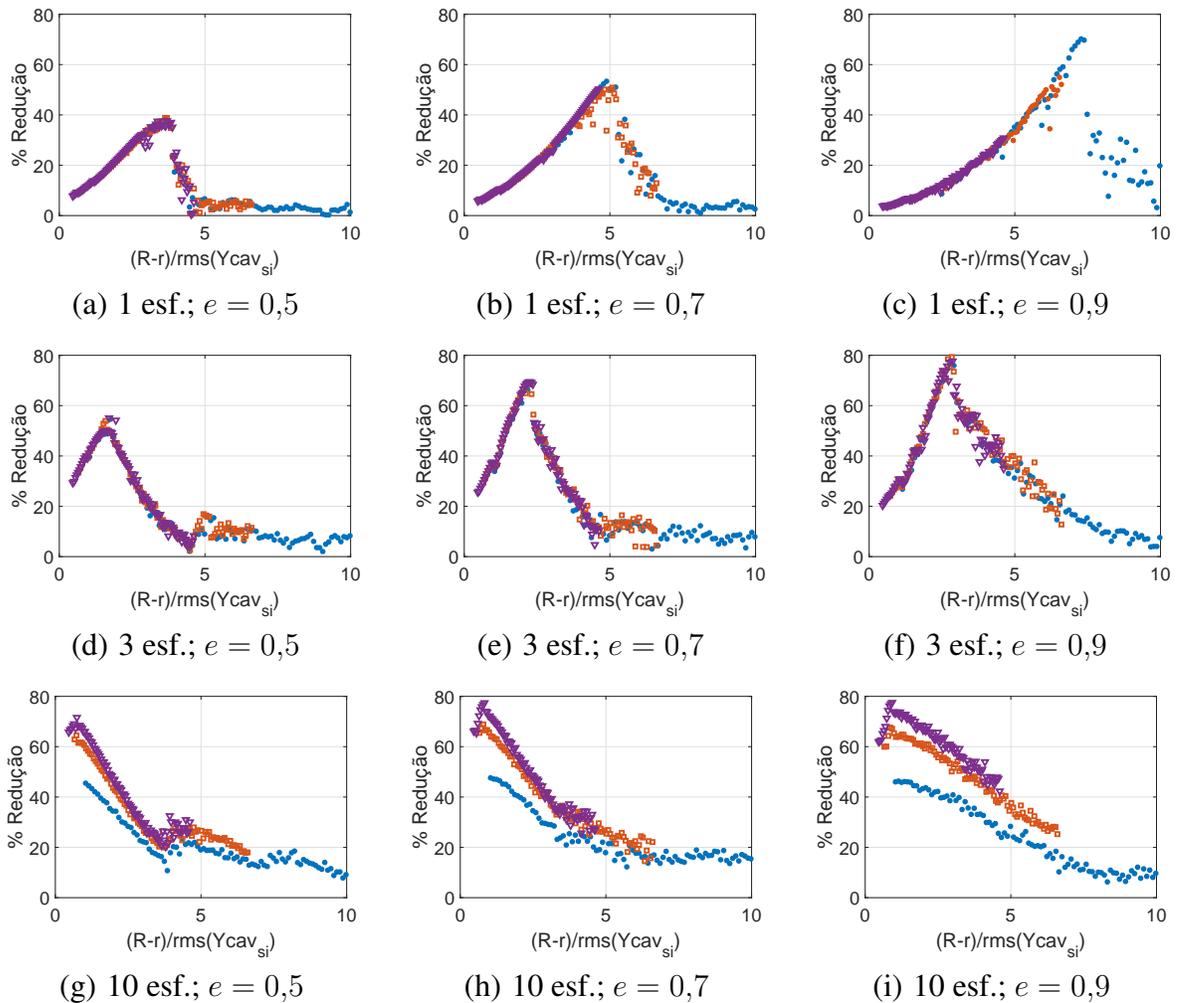


Figura 5.30: Redução de vibração de um sistema em função da folga normalizada, para diferentes coeficientes de restituição. Movimento da esfera apenas na direção Y sob diferentes forças excitadoras.

Baseado nesses resultados, é esperado que exista uma faixa de valores em que é possível obter um bom desempenho do absorvedor, independentemente da configuração e do coeficiente de restituição, desde que o raio e a massa da esfera sejam mantidos.

Mantendo o fator de amortecimento constante $\zeta = 0,0679$, definido arbitrariamente, a frequência natural pode ser modificada alterando a rigidez equivalente k do sistema. Assim, o coeficiente de amortecimento viscoso equivalente é calculado como:

$$c = \zeta \cdot \left(2m_1 \sqrt{\frac{k}{m_1}} \right)$$

Como a folga é parametrizada pela amplitude de deslocamento da estrutura sem impacto, a amplitude da força excitadora precisa ser escrita em função do deslocamento da estrutura em regime permanente (Y_{0cavsi}), da frequência de excitação (f_0 , em Hz) e dos parâmetros físicos estruturais:

$$F_{0y} = Y_{0cavsi} \sqrt{(k - m_1 \cdot (2\pi f_0)^2)^2 + c^2 \cdot (2\pi f_0)^2};$$

O tempo máximo de integração deve ser escolhido de forma a conter aproximadamente 80 oscilações que, para o amortecimento utilizado, é suficiente ter grande parte das oscilações em regime permanente. Assim, o tempo máximo pode ser calculado a partir da frequência de excitação:

$$t_{max} = \frac{80,2731}{f_0}$$

Os seguintes parâmetros são mantidos constantes para a simulação numérica: 1 esfera, $e = 0,5$, $m_1 = 0,0333$ kg, $m_e = 0,8815$ g, $r = 3$ mm e $\zeta = 0,0679$. A Tabela 5.3 apresenta seis casos variando a rigidez (para alterar a frequência natural) e a amplitude de deslocamento em regime permanente para o sistema sem impacto (obtido pela variação da força excitadora). Um caso extra (identificado como caso 7) reproduz o caso 4 alterando apenas a razão de massa m_1/m_e . A frequência de excitação em cada caso coincide com a frequência natural em todos os casos. Lembrando que a frequência natural é a frequência obtida cuja fase entre a força e a resposta de deslocamento vale 90 graus, sendo diferente da frequência cuja resposta apresenta o maior deslocamento, devido ao amortecimento presente no sistema.

Tabela 5.3: Parâmetros para as simulações do sistema normalizado.

Casos	k [N/m]	Y_{cavsi} [m]	m_1/m_e	e	ζ
Caso 1	2500	$3,131 \cdot 10^{-5}$			
Caso 2	6600	$2,654 \cdot 10^{-5}$			
Caso 3	16646	$1,350 \cdot 10^{-5}$			
Caso 4	64800	$1,350 \cdot 10^{-5}$	37,7765	0,5	0,0679
Caso 5	210000	$2,654 \cdot 10^{-5}$			
Caso 6	950000	$3,131 \cdot 10^{-5}$			
Caso 7	64800	$1,350 \cdot 10^{-5}$	19,8085		

Os resultados obtidos pela simulação numérica dos casos apresentados na Tabela 5.3 são mostrados na Figura 5.31(a). Considerando os casos 1 a 6, a Figura 5.31(a) mostra que a redução da vibração em função da folga normalizada pela amplitude de deslocamento da estrutura sem im-

pacto é independente da frequência natural do sistema. Como os casos de 1 a 6 possuem diferentes frequências naturais, mediante à variação da rigidez da estrutura, e as respostas tendem a ser coincidentes, os resultados dessas simulações evidenciam que o absorvedor não reconhece a frequência que está sendo aplicada ao sistema.

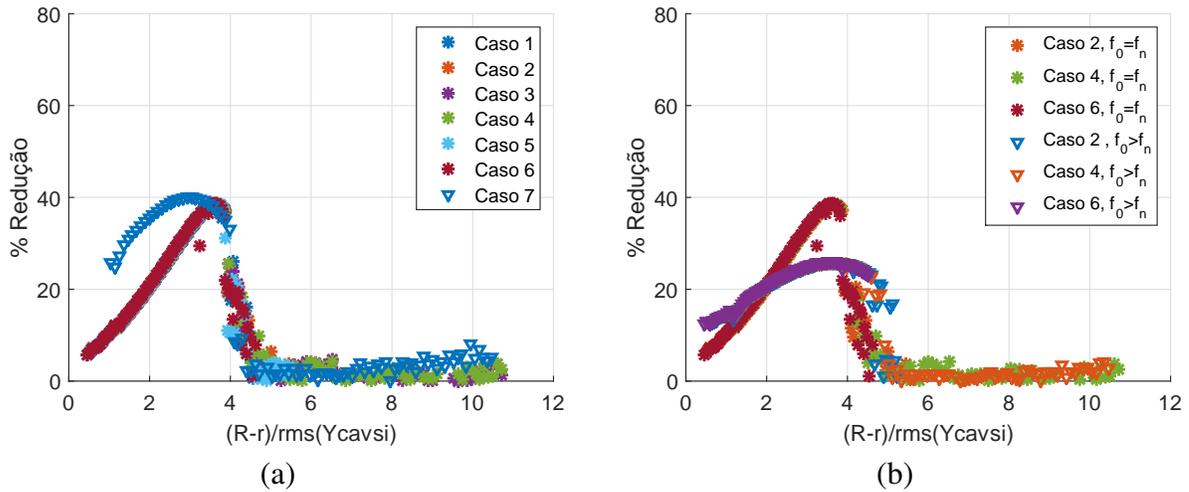


Figura 5.31: (a) Redução da vibração em função da folga normalizada para diferentes casos que representam a variação da frequência natural e da força excitadora; (b) comparação dos casos 2, 4 e 6 com excitação na frequência natural e numa frequência maior que a frequência natural. Respostas do sistema com $e = 0,5$.

A Figura 5.31(b) mostra a comparação dos casos 2, 4 e 6 em duas condições distintas: excitação na frequência natural de cada caso e numa frequência maior que a frequência natural. Como pode ser observado, duas tendências distintas são mostradas na Figura 5.31(b), uma para cada condição simulada ($f_0 = f_n$ e $f_0 > f_n$). Em ambas, a reprodução dos casos 2, 4 e 6 tendem a ser constantes para cada condição de frequência, indicando que não importa qual a condição da frequência de excitação, o sistema responde da mesma maneira independentemente do valor da frequência.

Essas simulações apresentadas indicam que o absorvedor não é sensível ao valor numérico da frequência em si, mas sim à condição de excitação à que está submetido: ressonância ou não. Possivelmente a explicação pode estar relacionada à combinação de deslocamentos e velocidades impostos nessas condições.

Se as massas da estrutura e da esfera forem alteradas na mesma proporção, ou seja, se a relação m_1/m_e for mantida, a mesma tendência é alcançada. Alterando apenas a massa da esfera, o pico da curva será deslocado. Isso ocorre pelo fato da massa da esfera ser um parâmetro diretamente

relacionado com a dissipação de energia do sistema durante o contato. Para exemplificar, o caso 7 reproduz o caso 4 alterando a massa da esfera para $m_e = 1,6811$ g, o que reduz a relação m_1/m_e para 19,8085. A resposta do caso 7 também é mostrada na Figura 5.31(a) para comparação. O aumento da massa da esfera implicou na redução da folga ótima para as mesmas condições de excitação. Pelo fato da massa ser maior, a esfera terá uma velocidade menor (Figura 5.32(a)), necessitando de uma folga menor para que os impactos ocorram de forma mais sintonizada com a estrutura. No caso, o raio da esfera foi mantido e a massa foi aumentada em aproximadamente 1,9 vezes em relação à massa utilizada nas simulações dos casos 1 a 6, que é um aumento significativo e fisicamente possível, substituindo uma esfera de aço por uma de tungstênio. Com essa alteração, o resultado do caso 7 apresentou uma redução praticamente idêntica à dos casos 1 a 6, havendo uma diminuição da folga normalizada ideal. Entretanto, ao utilizar uma folga normalizada idêntica à folga normalizada ideal das simulações dos casos 1 a 6, a redução foi ligeiramente menor que nesses casos. Do ponto de vista numérico, aumentando consideravelmente a massa da esfera e mantendo o raio, o que pode ser fisicamente impossível, a tendência seria conseguir uma redução maior em uma folga normalizada menor, como mostrado na comparação entre a resposta obtida pela simulação dos casos 4 e 7 e a simulação com uma massa hipotética de $5 \cdot m_e$ da Figura 5.32(b).

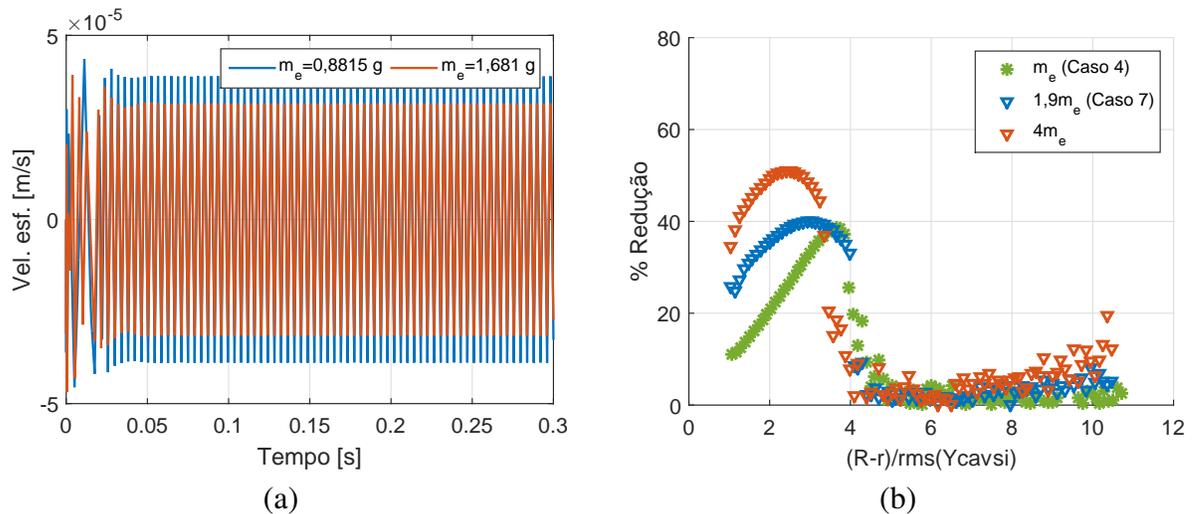


Figura 5.32: (a) Comparação das velocidades da esfera de massas diferentes em cavidades com suas respectivas folgas ótimas. (b) Comparação da resposta em função da folga normalizada para diferentes massas de esferas.

Analogamente, alterando o coeficiente de restituição a curva também será deslocada. A tendência é que quanto maior o coeficiente de restituição, maior será a redução de vibração e maior será a proporcionalidade entre a folga ótima e a amplitude de vibração sem impacto. A Figura 5.33(a) mostra a variação da redução e da folga normalizada causada pela variação do coeficiente de restituição para um sistema com uma esfera se movimentando apenas na direção Y .

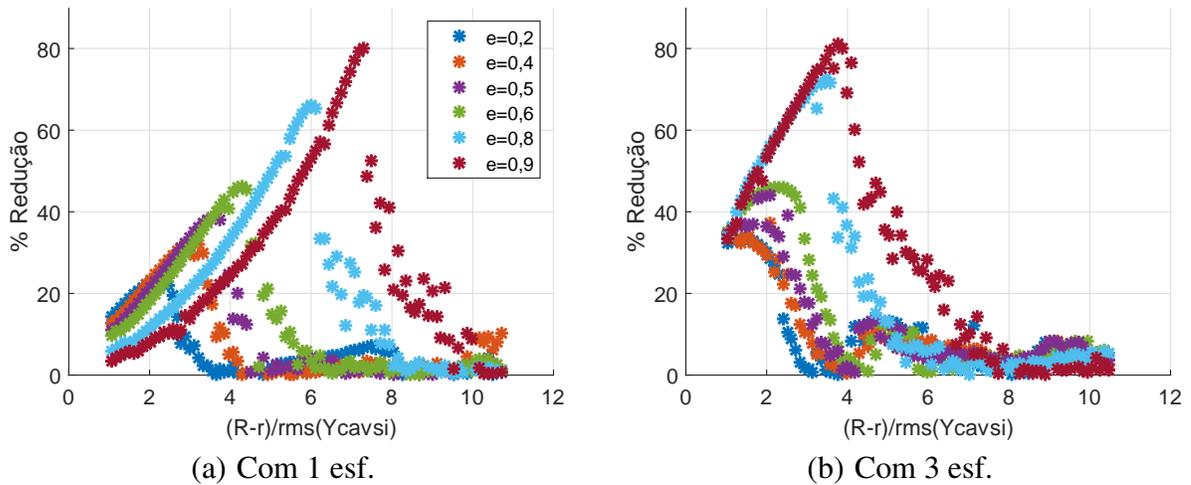


Figura 5.33: Resposta do sistema com movimento na direção Y em função da folga normalizada para diferentes coeficientes de restituição.

Se o amortecimento do sistema for alterado, a curva que representa a redução de vibração em função da folga normalizada sofre um deslocamento tanto em relação à folga quanto em relação à redução alcançada. De um modo geral, sistemas menos amortecidos tendem a ter maiores reduções que sistemas mais amortecidos, ao utilizar a mesma esfera com o mesmo coeficiente de restituição. Além disso, os picos de redução de sistemas menos amortecidos ocorrem em folgas menores, conforme pode ser visto na Figura 5.34. Os resultados apresentados na Figura 5.34 foram gerados para um sistema com uma esfera de aço de 6,0 mm de diâmetro, excitado por uma força senoidal de amplitude 0,4 N e frequência 401,36 Hz, durante 1 s de simulação.

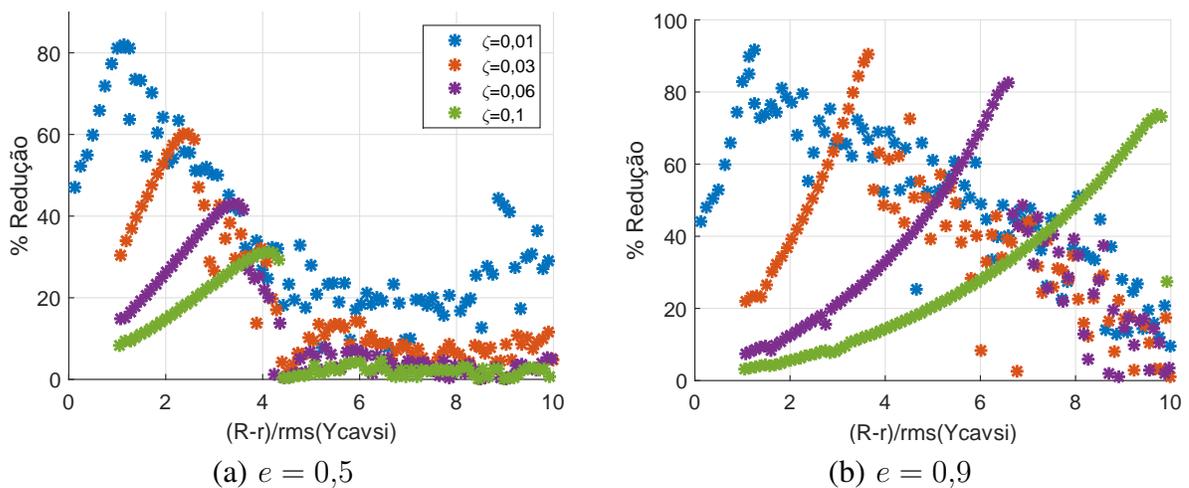


Figura 5.34: Redução de vibração em função da folga normalizada para um sistema com uma esfera e coeficientes de restituição $e = 0,5$ e $e = 0,9$ com diferentes fatores de amortecimento.

A alteração do fator de amortecimento promove mudanças na resposta do sistema, alterando tanto a folga ótima normalizada quanto a redução obtida, mesmo utilizando uma amplitude de deslocamento idêntica em todos os casos. Sistemas mais amortecidos são menos eficientes e apresentam uma folga ótima maior do que os menos amortecidos.

Sabendo que os impactos podem promover uma modificação da frequência natural da estrutura, é interessante verificar o valor da fase ao comparar os sinais de força e deslocamento a cada período de oscilação. Dessa forma, é possível comparar a fase ao longo do tempo. A fase a cada período de oscilação foi calculada a partir de um pequeno algoritmo no MATLAB.

Utilizando como exemplo os resultados obtidos ao simular o sistema com um fator de amortecimento de $\zeta = 0,03$ e $e = 0,5$, os sinais de velocidade da esfera e da fase em função do tempo, para três folgas diferentes (uma folga muito pequena, a folga ótima e uma folga grande), são mostrados na Figura 5.35.

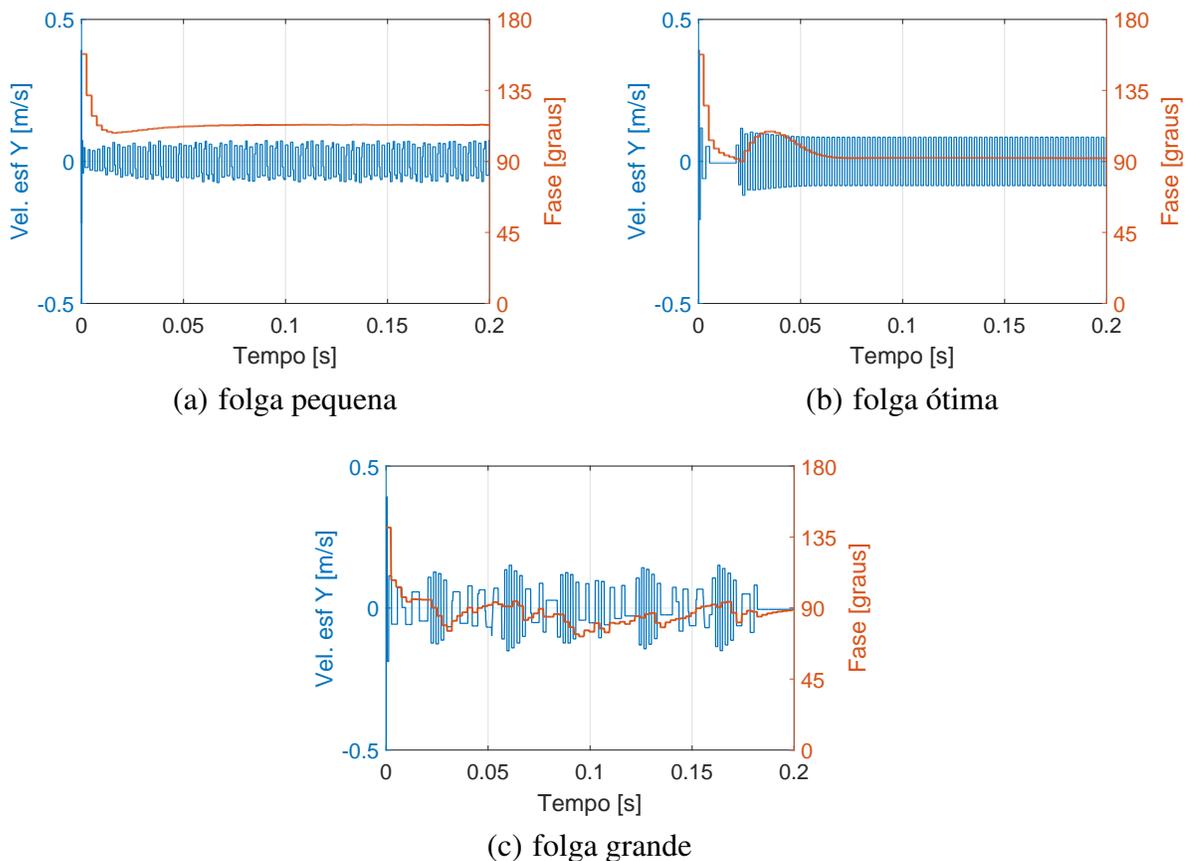


Figura 5.35: Comparação da velocidade da esfera e da fase calculada a cada período de oscilação em diferentes folgas, $e = 0,5$ e $\zeta = 0,03$.

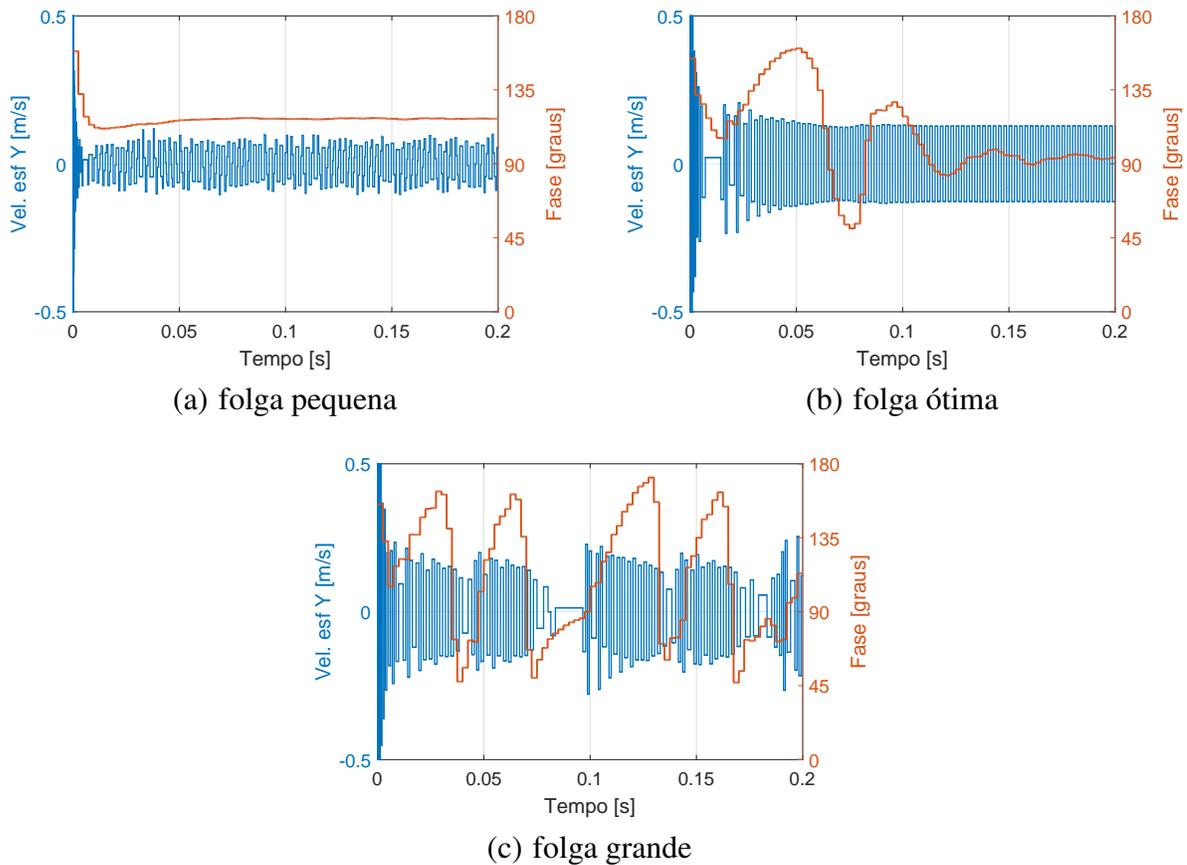


Figura 5.36: Comparação da velocidade da esfera e da fase calculada a cada período de oscilação em diferentes folgas, $e = 0,9$ e $\zeta = 0,03$.

Nas simulações apresentadas, uma velocidade inicial foi aplicada à esfera. Os valores de velocidade da esfera são muito melhores para avaliar a ocorrência dos impactos do que os valores de deslocamento, por exemplo, pois pelo fato da esfera viajar com velocidade constante, qualquer impacto causa uma variação bem evidente no sinal. Como pode ser visto nos sinais de velocidade apresentados na Figura 5.35, ao utilizar a folga ótima, a esfera apresentou uma regularidade de impactos mantendo-a até o fim do tempo de simulação. Em contrapartida, ao utilizar uma folga muito pequena, a velocidade não atinge amplitudes tão diferentes das obtidas com a folga ótima, mas seu comportamento é mais irregular, indicando que os impactos não estão sintonizados com a amplitude de vibração da estrutura.

Analisando a Figura 5.35(b), a fase diminuiu a 90 graus até 0,02 s enquanto a esfera permaneceu numa velocidade muito próxima de zero, o que caracteriza um tempo maior sem impacto. A partir do momento que os impactos iniciaram novamente, a fase atingiu valores maiores que 90 até que a estabilização da velocidade da esfera fosse atingida. A partir de 0,06 s a esfera entra em

sintonia com a estrutura e a fase tende novamente a 90 graus.

Ao utilizar uma folga grande, a fase tende a oscilar em torno de 90 graus, como mostrado na Figura 5.35(c). A oscilação em torno do valor de 90 graus pode ser de pequena ou grande magnitude, dependendo da combinação entre a folga, a velocidade da esfera e o coeficiente de restituição. Em folgas maiores que a folga ótima a colisões não são regulares, onde períodos com menos de um impacto por ciclo são frequentes, o que leva a fase a se aproximar de 90 graus. Durante os períodos em que existem impactos sucessivos a fase se afasta de 90 graus. Resultados análogos podem ser observados na Figura 5.36, para o sistema utilizando $e = 0,9$ e $\zeta = 0,03$. É importante frisar que nos resultados apresentados com o absorvedor operando com a folga ótima, a fase tende a 90 graus, e o valor exato de 90 graus só seria alcançado se não houvesse impacto, já que o sistema opera na frequência natural da estrutura sem impacto. Porém, os resultados obtidos pela simulação numérica de um sistema menos amortecido ($\zeta = 0,01$) e utilizando um alto coeficiente de restituição $e = 0,9$, indicaram que os valores da fase não tenderam a 90 graus ao utilizar um raio igual ao raio ótimo como nos demais casos, e sim a 150 graus (Figura 5.37). Por outro lado, o comportamento oscilatório da fase em folgas maiores que a folga ótima foi observado, bem como os altos valores da fase em folgas pequenas.

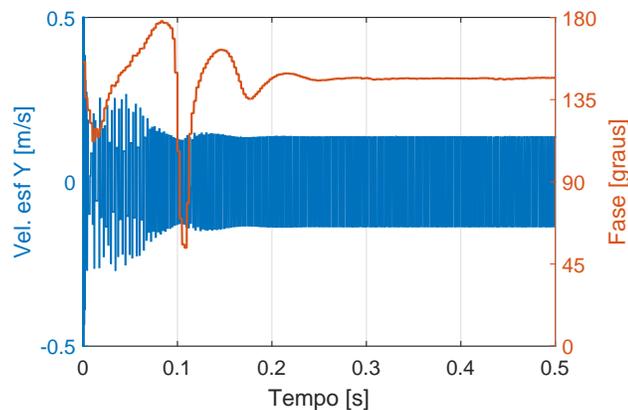


Figura 5.37: Comparação da velocidade da esfera e da fase calculada a cada período de oscilação na folga ótima, $e = 0,9$ e $\zeta = 0,01$.

5.1.4 PID considerando a rotação da esfera em torno do seu próprio eixo

O grau de liberdade de rotação da esfera em torno do seu próprio eixo foi adicionado à modelagem matemática para verificar se o efeito do movimento angular da esfera causa mudanças significativas na resposta do absorvedor. De acordo com o modelo matemático, haverá movimento angular se a velocidade relativa dos corpos possuir componente na direção tangencial durante a co-

lisão e se o coeficiente de atrito no contato for maior que zero. Se o vetor velocidade relativa estiver totalmente na direção normal, o impacto é caracterizado como colinear, não havendo, portanto, movimento angular. Em outras palavras, só existe o movimento angular da esfera se o impacto for excêntrico (oblíquo) e com atrito.

Considerando uma esfera posicionada no centro de uma cavidade circular e aplicando uma velocidade inicial na direção Y , por exemplo, o impacto será colinear. Entretanto, mantendo a condição de velocidade, qualquer localização inicial da esfera que seja diferente do centro da cavidade, acarretará num impacto oblíquo. As diferentes posições iniciais interferem diretamente na magnitude da força de contato normal bem como na velocidade angular obtida após a colisão.

Em comparação com o caso de impacto colinear, se a velocidade inicial for na direção Y , quanto mais a esfera for posicionada ao longo do eixo X em direção à parede da cavidade, menor será a força normal desenvolvida durante o impacto. Exemplificando, uma esfera de raio r localizada inicialmente num ponto de coordenadas $(x,0)$ dentro da cavidade circular de raio R estará sujeita a maiores força de contato (na direção normal) quando x for mais próximo de 0. A esfera estará em contato com a parede da cavidade na direção X quando $x = R - r$ e quanto mais próxima da parede maior será a velocidade angular adquirida após o contato ocorrer a partir da velocidade aplicada em Y . Mas, esta condição é caracterizada por uma força normal menor e a velocidade angular só é maior porque o tempo de colisão é maior.

O modelo apresenta lentidão na solução numérica da equação de movimento da esfera quando a velocidade tangencial relativa e a velocidade angular da esfera são muito próximas de zero. Quando a soma das velocidades de translação na direção tangencial e a velocidade tangencial devido à rotação é zero, é considerado que a esfera está numa condição de rolamento sem deslizamento. Muitas iterações são realizadas para calcular a aceleração angular da esfera nesta condição. Entretanto, dependendo da força imposta ao sistema, a hipótese de que a esfera não atinja esta condição é bem razoável.

Para analisar a influência do movimento angular da esfera sobre o desempenho do absorvedor, alguns resultados apresentados na seção 5.1.2 foram reproduzidos considerando este grau de liberdade. Em seguida, a variação do coeficiente de atrito permite verificar a sua influência sobre os resultados. Verificou-se que as respostas numéricas são praticamente idênticas às respostas obtidas na seção 5.1.2. Isso indica que a esfera se movimenta praticamente em translação, com pouca ou nenhuma rotação. O coeficiente de atrito também influencia no movimento de translação da esfera, uma vez que a força tangencial de contato é escrita no referencial inercial para a integração das

equações de movimento. O momento gerado por ela, em relação ao CG da esfera, é o responsável pelo movimento angular. Apesar da importância física do coeficiente de atrito para a fidelidade do modelo, a sua variação apresentou muito pouca influência nos resultados.

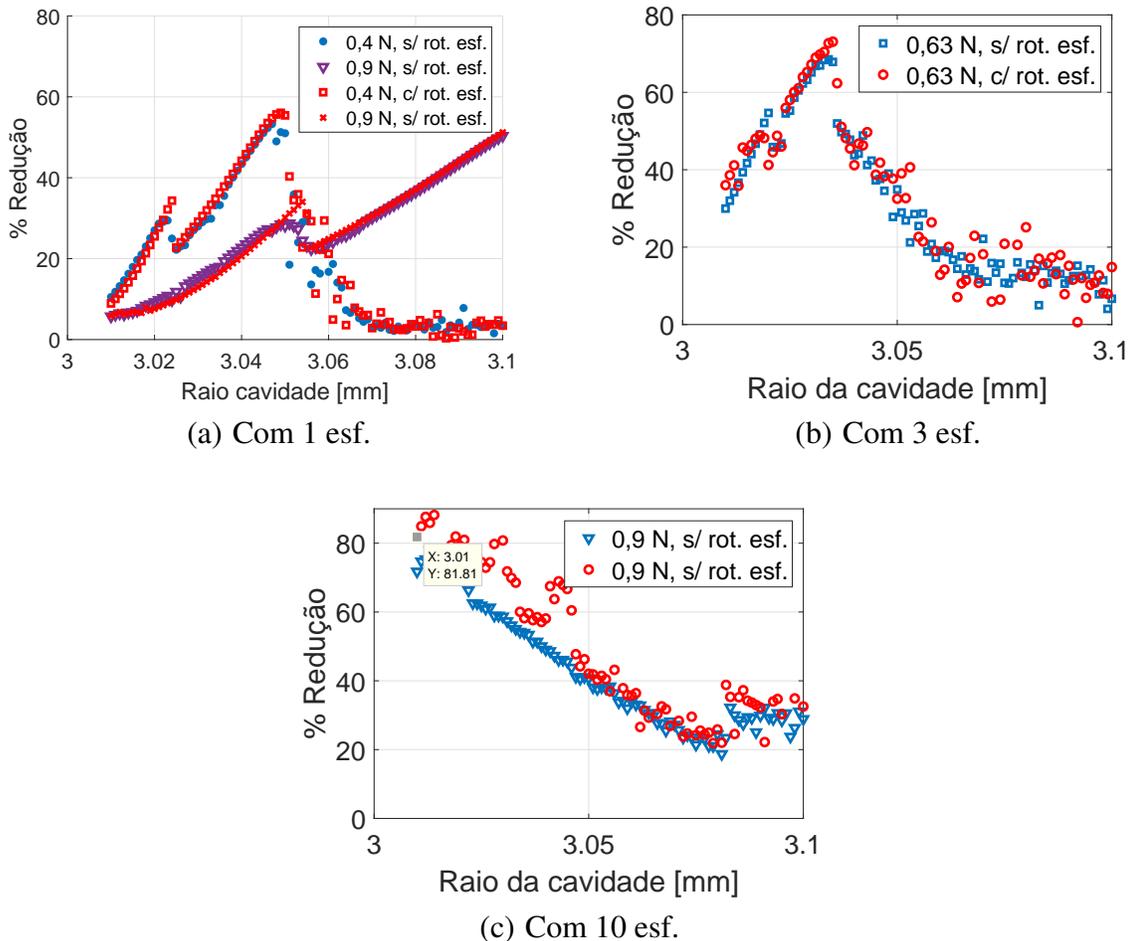


Figura 5.38: Comparação das respostas numéricas considerando ou não o grau de liberdade de rotação da esfera.

Dependendo da forma como se aplica a força de atrito e como se calcula a aceleração angular da esfera, a resposta do sistema pode ser modificada. De uma maneira geral, o módulo da aceleração angular da esfera é calculado como:

$$\ddot{\theta}_e = \frac{\mu \cdot F_{Cn}}{I_e} \quad (5.5)$$

Porém, na modelagem matemática apresentada neste trabalho, foi acrescentada uma condição para monitorar a velocidade relativa no ponto de contato: se esta for nula em determinado instante

de tempo, a aceleração angular da esfera passa a ser expressa pela condição de rolamento puro. Assim:

$$\ddot{\theta}_e = -\frac{a_t}{r} \quad (5.6)$$

onde a_t representa a aceleração do CG da esfera na direção tangencial.

Os resultados apresentados na Figura 5.38 contemplam ambas as considerações descritas acima (5.5 e 5.6).

5.1.5 PID operando em diferentes frequências

Nesta seção é apresentada a resposta de um absorvedor submetido a diferentes frequências e amplitudes de força de excitação. Pretende-se verificar se o deslocamento da estrutura em outras frequências fora da frequência natural é suficiente para que o absorvedor funcione.

Seja um sistema com um grau de liberdade (1GDL) de massa equivalente $m = 0,0880$ kg, rigidez equivalente $k = 4,7882 \cdot 10^4$ N/m e coeficiente de amortecimento viscoso $c = 1,2985$ Ns/m, cuja frequência natural é $f_n = 117,4$ Hz e o fator de amortecimento é $\zeta = 0,01$. A função de resposta em frequência do sistema é obtida e ilustrada na Figura 5.39. Nesta seção, todas as FRF's e as respostas de deslocamento e velocidades mostradas estão relacionadas às respectivas amplitudes RMS dos sinais.

Sabendo que a razão da resposta de deslocamento $y(\omega)$ pela amplitude da força excitadora $F_0(\omega)$ caracteriza a FRF de receptância, $\alpha(\omega)$, tem-se:

$$\alpha(\omega) = \frac{y(\omega)}{F_0(\omega)}$$

Busca-se analisar numericamente se um absorvedor atuará significativamente se o sistema for submetido à uma amplitude de deslocamento constante para toda a faixa de frequência. Para isso, é necessária a aplicação de forças diferentes para cada frequência analisada. Assim, baseado na FRF

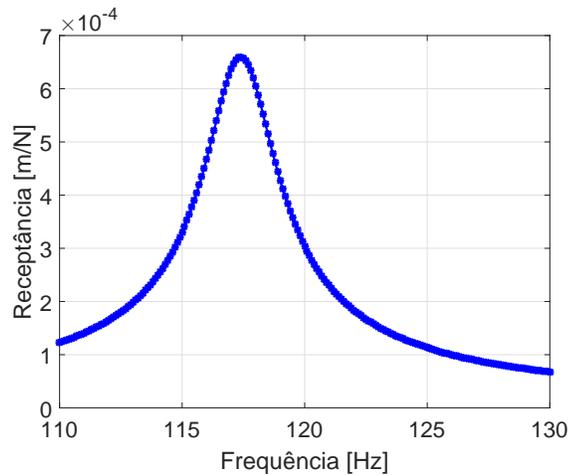


Figura 5.39: FRF de receptância do sistema 1GDL descrito.

da Figura 5.39, para que o sistema tenha a mesma amplitude obtida em ressonância em todas as frequências, a força a ser aplicada é dada por:

$$F_0(\omega) = \frac{y(\omega_n)}{\alpha(\omega)}$$

onde $y(\omega_n)$ é o deslocamento encontrado quando $\omega = \omega_n$ e vale para o dado sistema $6,596 \cdot 10^{-4}$ m.

A resposta do sistema 1GDL ao ser submetido aos diferentes valores de forças para que o deslocamento se mantenha constante, independentemente da frequência utilizada, é comparada com a resposta do sistema com o absorvedor. Para o absorvedor foram selecionados os seguintes parâmetros: uma esfera de aço de 6,0 mm de diâmetro com massa $m_e = 0,8815 \cdot 10^{-3}$ kg, coeficiente de restituição $e = 0,5$ e uma cavidade circular de raio $R = 4,64$ mm, que caracteriza uma folga de 3,28 mm. Neste caso, é considerado que todos os impactos são colineares na direção Y , não existindo a componente de força de contato tangencial, o que é similar aos casos de colisões em paredes planas, diferindo-se o valor da rigidez de contato aplicada ao modelo matemático. A folga adotada é a folga ótima de um absorvedor com as condições e os parâmetros estabelecidos atuando a partir de uma excitação harmônica de amplitude 1 N na frequência natural.

As equações de movimento foram integradas numericamente utilizando o comando *ode113* do MATLAB, com tolerâncias relativa e absoluta de $1 \cdot 10^{-4}$ e $1 \cdot 10^{-6}$, respectivamente. O intervalo de tempo simulado foi zero a um segundo com incremento de tempo de $1 \cdot 10^{-5}$ s, suficiente para garantir que o regime permanente seja atingido. Além das condições de força aplicadas, a

esfera é submetida à uma velocidade inicial aleatória na direção Y , a mesma direção da excitação harmônica.

A FRF obtida com a variação da força excitadora para que a amplitude de deslocamento seja constante em todas as frequências, bem como as respostas de deslocamento para os casos sem e com impacto são mostradas na Figura 5.40. Com exceção da frequência natural, em nenhuma outra frequência houve uma redução de vibração tão evidente.

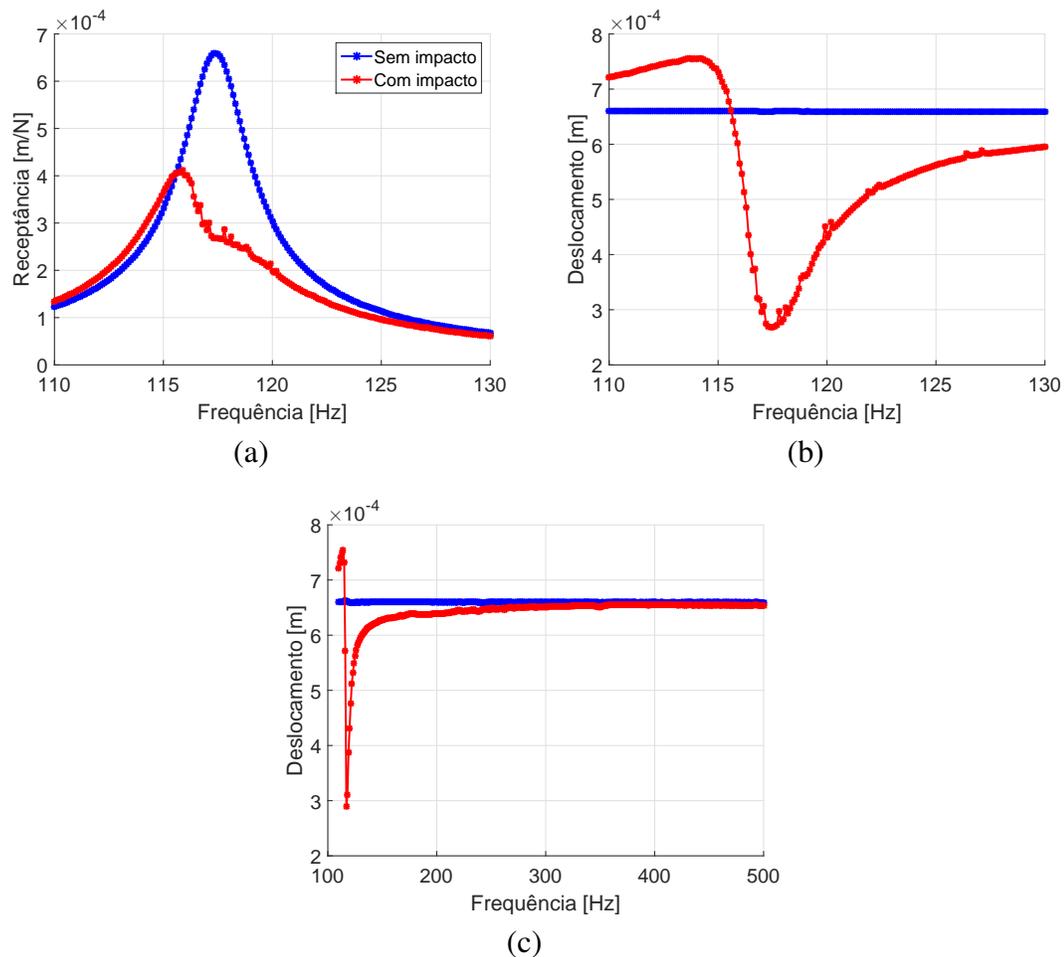


Figura 5.40: FRF e resposta de deslocamento em função da frequência para uma força $F_0(\omega)$ variável para manter $y(\omega) = y(f_n)$.

O absorvedor atuando em frequências mais altas não atinge níveis de redução satisfatórios, mesmo que tenha a folga otimizada para a dada frequência. Como exemplo, considera-se uma frequência $f = 2f_n$, atuando sobre o sistema com uma amplitude de força $F_0 = 118,84$ N, que garante ao sistema sem impacto um deslocamento idêntico ao deslocamento obtido por uma excitação com $F_0 = 1$ N e f_n . Apresentando na Figura 5.41(a) a resposta de deslocamento em função

da folga, a maior redução obtida foi da ordem de 3%, numa folga menor que a folga utilizada nas simulações apresentadas na Figura 5.40. O que poderia contribuir para uma redução maior seria utilizar esferas de massa maior otimizando a folga para a excitação utilizada. Mesmo assim, a redução foi muito inferior àquela conseguida quando o sistema está submetido à frequência natural, como pode ser visto nos resultados apresentados na Figura 5.41(b). Aumentando a massa da esfera em cinco vezes, a maior redução obtida foi na ordem de 12% (Figura 5.41(b)).

Os resultados apresentados mostram que estes absorvedores não apresentam um desempenho satisfatório quando submetidos a frequências diferentes da frequência natural ou próxima desta. Entretanto, dependendo das características do sistema (estrutura – esfera(s) – excitação), em frequências abaixo da frequência natural pode haver um aumento da vibração, uma vez que o deslocamento da FRF para a esquerda é observado.

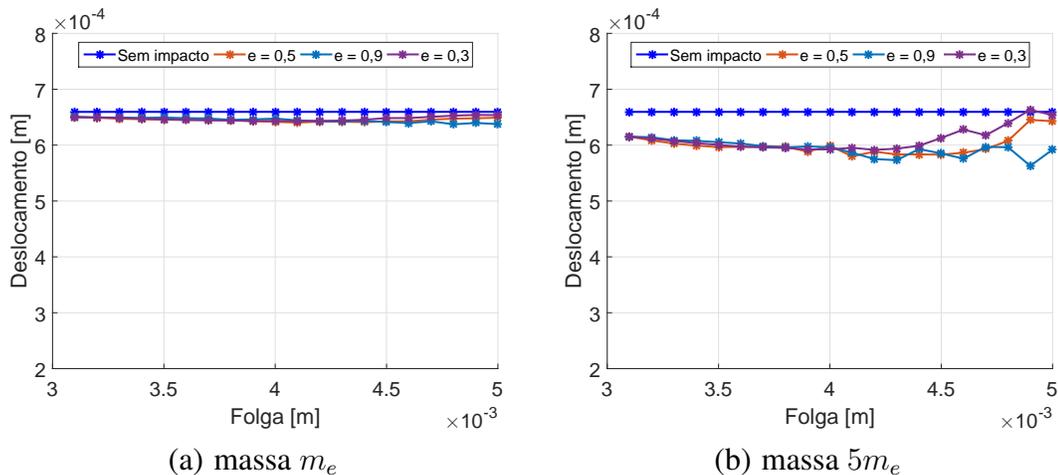


Figura 5.41: Redução da vibração à $2f_n$ com uma esfera de massas m_e e $5m_e$.

Ainda em relação ao sistema atuando em frequências mais altas do que a frequência natural, duas perguntas ainda precisam ser respondidas:

- E se o sistema possuir mais esferas?
- Assim como foi feita a consideração de manter o deslocamento constante, e se a velocidade da estrutura fosse mantida constante para todas as frequências?

A resposta da primeira pergunta é mais intuitiva. Aumentando o número de esferas, a tendência é reduzir mais a amplitude de vibração. Mas, mantendo todos os parâmetros aplicados ao caso com uma esfera, é possível que o desempenho não seja melhor, pelo fato do sistema com uma

esfera operar na folga ótima, que é diferente da folga ótima para casos com mais de uma esfera, como mostrado na seção 5.1.2.

Para responder a segunda pergunta, analogamente ao que foi realizado para a alteração da força excitadora manter constante o deslocamento da estrutura sem impacto, a velocidade também pode ser mantida constante a partir da mobilidade do sistema, expressa como:

$$\Gamma(\omega) = \frac{\dot{y}(\omega)}{F_0(\omega)} = \frac{\omega \cdot y(\omega)}{F_0(\omega)}$$

e a força excitadora para a faixa de frequência analisada pode ser expressa a partir da velocidade da estrutura na ressonância:

$$F_0(\omega) = \frac{\dot{y}(f_n)}{\Gamma(\omega)}$$

onde $\dot{y}(f_n)$ é a velocidade encontrada quando $\omega = f_n$ e vale para o dado sistema 0,484 m/s.

As respostas da velocidade do sistema sem e com impacto são mostradas na Figura 5.42. Analogamente ao caso com deslocamento constante, houve somente uma redução significativa da vibração na frequência natural do sistema.

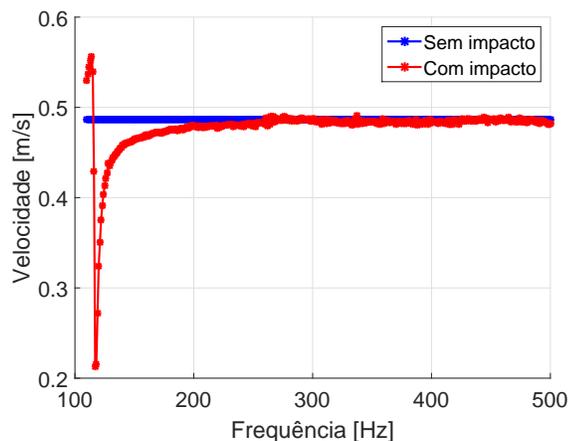


Figura 5.42: Resposta de velocidade em função da frequência do sistema com uma esfera para uma força $F_0(\omega)$ variável para manter $\dot{y}(\omega) = \dot{y}(f_n)$.

Para comparar a ocorrência dos impactos em diferentes frequências e folgas, as velocidades

da estrutura e da esfera ao longo do tempo, em regime permanente, são apresentadas em três diferentes casos: excitação com f_n em folga de 3,28 mm, excitação com $2f_n$ e folga de 3,28 mm e excitação com $2f_n$ e folga de 2,20 mm. A folga de 3,28 mm é a folga ótima para o sistema submetido à f_n e a de 2,20 mm é a folga que apresentou a menor vibração em $2f_n$. As Figuras 5.43 e 5.44 apresentam a comparação das velocidades para o sistema sem impacto com deslocamento constante e com velocidade constante, respectivamente.

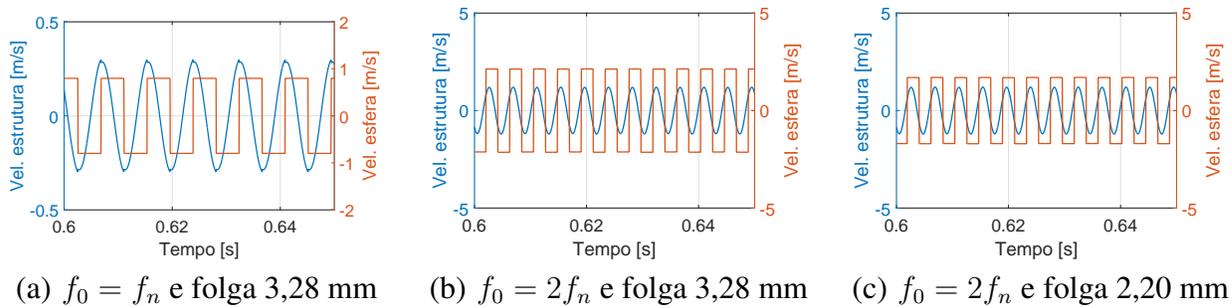


Figura 5.43: Velocidades da estrutura e da esfera em diferentes combinações de frequência e folga. Deslocamento constante.

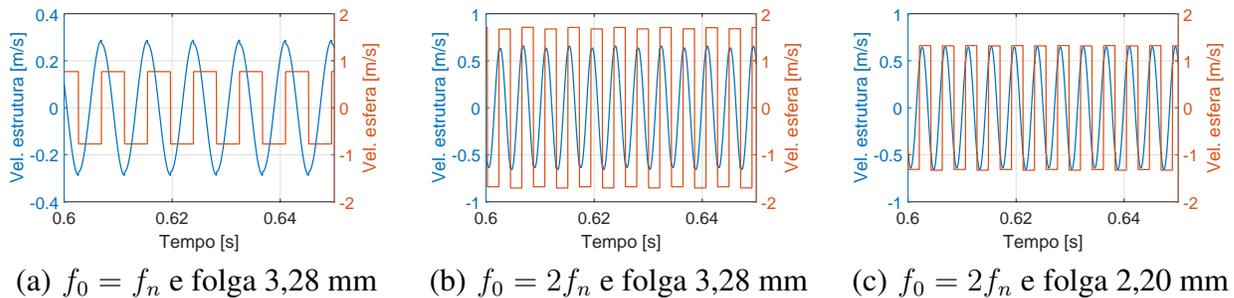


Figura 5.44: Velocidades da estrutura e da esfera em diferentes combinações de frequência e folga. Velocidade constante.

Os resultados mostrados nas Figuras 5.43 e 5.44 indicam que em frequências mais altas os impactos não ocorrem no momento que a estrutura apresenta a maior velocidade. Os resultados previamente apresentados na seção 5.1.2 já mostravam que o sistema com impacto, submetido à frequência natural do sistema sem impacto, apresenta a menor amplitude em uma folga que propicia que as colisões ocorram no instante que a velocidade da estrutura é máxima. Provavelmente, esta não é a única nem a principal justificativa para o desempenho do absorvedor em altas frequências. A característica do sistema que mais se modifica ao comparar os casos de excitação à f_n e $2f_n$ é *fase* entre os sinais de resposta e de força excitadora. Em altas frequências, acima da frequência natural, a fase entre o deslocamento e a força tende a 180° , podendo ser um motivo para o baixo desempenho.

As mesmas condições impostas ao sistema com uma esfera foram repetidas para verificar e comparar o efeito da adição de esferas ao sistema, mantendo constante todos os parâmetros e condições já estabelecidos. As Figuras 5.45(a) e 5.46(a) mostram as respostas de deslocamento e velocidade do sistema ao serem submetidos às condições de força para que o deslocamento e a velocidade do sistema sem impacto sejam constantes, respectivamente. Assim como visto nos casos com uma esfera, a adição de mais esferas não promoveu redução da amplitude de vibração em frequências mais altas. O que pode ser visto nas repostas do sistema com três esferas é que houve uma redução da vibração em uma faixa de frequência maior do que nos casos com uma esfera.

As Figuras 5.45(b) e 5.46(b) mostram as respostas do sistema com diferentes coeficientes de restituição, em função da folga, ao ser submetido à uma frequência de excitação de $2f_n$ ao manter deslocamento e velocidade constantes, respectivamente. Os resultados evidenciam que a variação desses parâmetros não modificam consideravelmente a resposta.

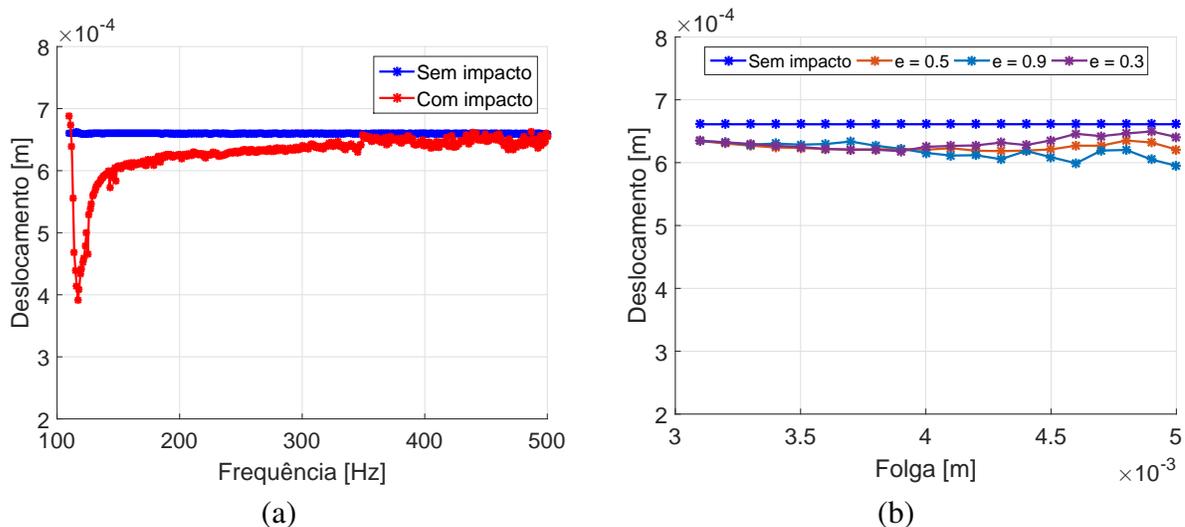


Figura 5.45: (a) Resposta de deslocamento em função da frequência do sistema com três esferas para uma força $F_0(\omega)$ variável para manter $y(\omega) = y(f_n)$. (b) Redução da vibração à $2f_n$ com três esferas em função da folga com diferentes coeficientes de restituição.

Os resultados apresentados nesta seção mostram que mesmo mantendo o deslocamento ou a velocidade constante para toda a faixa de frequência analisada, o absorvedor só é efetivo se o sistema for submetido à frequência natural ou próxima dela.

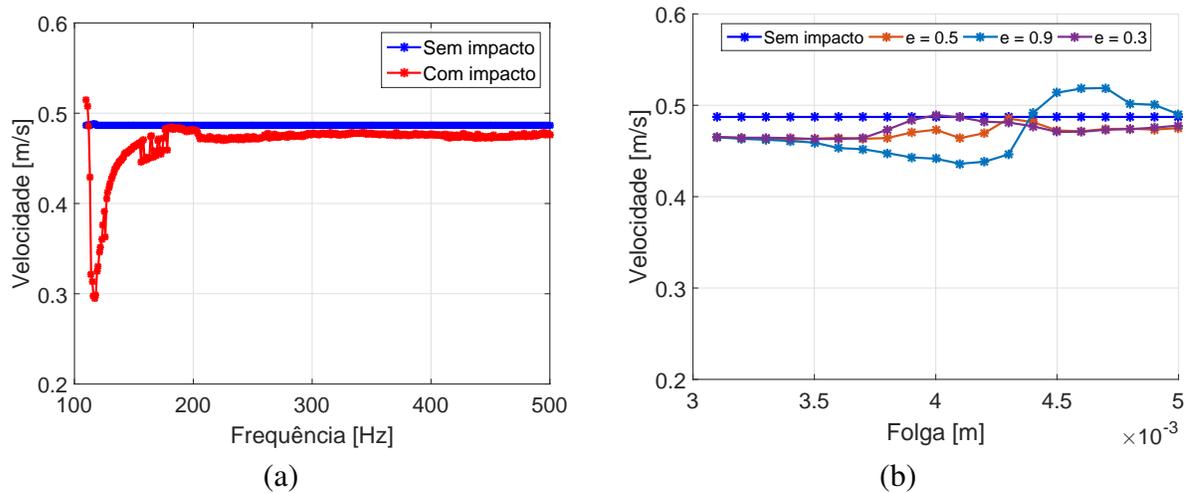


Figura 5.46: (a) Resposta de velocidade em função da frequência do sistema com três esferas para uma força $F_0(\omega)$ variável para manter $\dot{y}(\omega) = \dot{y}(f_n)$. (b) Redução da vibração à $2f_n$ com três esferas em função da folga com diferentes coeficientes de restituição.

5.2 PID em rotação constante

A rotação da cavidade é mais um fator que modifica o movimento da esfera dentro da cavidade, causando alterações no desempenho do absorvedor. O intuito desta seção é apresentar alguns casos em que a cavidade gira com velocidade angular constante, comparando com casos análogos com a cavidade sem rotação.

A modelagem matemática é praticamente igual à utilizada para os sistemas sem rotação. A diferença está no cálculo da velocidade relativa ao longo da direção tangencial no ponto de contato: a parcela referente à velocidade tangencial da cavidade devido à rotação é não nula.

A Figura 5.47 ilustra um caso particular de um PID com uma esfera, utilizado nas simulações apresentadas na presente seção. O sistema é composto pela *esfera* que é inserida na *cavidade* circular existente na *estrutura*. A *estrutura* é o corpo representado por um sistema massa-mola-amortecedor de massa m , rigidez k e amortecimento viscoso c . A *cavidade* consiste de um furo de raio constante presente na *estrutura*. Como não existe movimento relativo entre a cavidade e a estrutura, o movimento sempre é associado a ambas. Logo, dizer que um deslocamento é aplicado à estrutura ou à cavidade é a mesma coisa. A estrutura tem graus de liberdade de translação nas três direções do sistema de coordenadas e permite rotação em torno de Z . A esfera translada livremente no interior da cavidade e pode rotacionar em torno do seu próprio eixo paralelo a Z , somente. Os

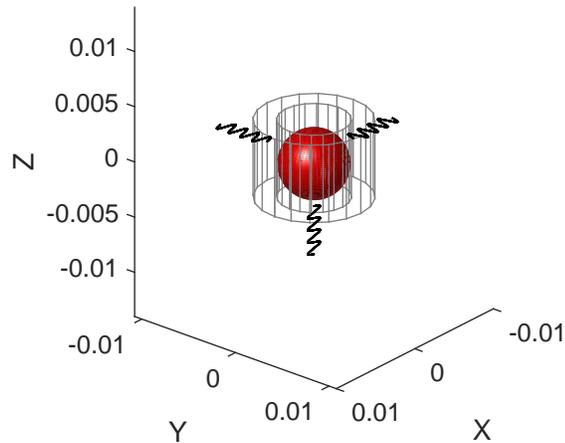


Figura 5.47: Caso particular de um PID com uma esfera.

movimentos angulares orientados nas demais direções não são considerados.

Considere uma estrutura circular perfeitamente rígida girando com uma velocidade angular Ω constante em torno do eixo Z (sem nenhuma força externa atuando sobre ela) e, internamente, uma esfera translada no plano com velocidade constante até se chocar contra a parede da cavidade. Se os impactos forem inelásticos, existe dissipação de energia cinética da esfera a cada colisão e, após um determinado número de impactos, a esfera permanecerá em contato com a cavidade, movendo-se juntas, não havendo velocidade relativa entre elas. Assim, a partir de um determinado instante de tempo, a esfera realiza uma trajetória circular em relação ao centro da cavidade. Em um caso ideal, no qual o coeficiente de restituição é igual a 1, uma trajetória circular não é observada, pois sempre ocorrerão colisões da esfera contra a cavidade, já que não há energia cinética dissipada na direção normal.

Nos casos em que a cavidade não é rígida, se uma força excitadora (externa) for submetida à cavidade, cada colisão entre a esfera e a cavidade é afetada pelo movimento angular da última, pois durante o período do contato a esfera está sujeita a uma variação na sua velocidade tangencial causada pela velocidade tangencial da cavidade. Basicamente, a partir das respostas numéricas observadas, divide-se aqui dois tipos de movimento da esfera dentro da cavidade: movimento com colisões bem definidas e movimento de rolamento e deslizamento da esfera sobre a superfície da cavidade. No primeiro caso, sucessivos impactos oblíquos podem ser facilmente visualizados nas respostas numéricas e a esfera descreve uma trajetória aleatória. No segundo, pequenos impactos podem ser observados, mas o rolamento e o deslizamento da esfera a faz seguir uma trajetória predominantemente circular ou elíptica em relação à cavidade. Esses movimentos são resultantes

da combinação dos parâmetros aplicados ao modelo matemático, principalmente das condições de força impostas e da rotação aplicada.

O tipo de movimento observado nas respostas numéricas também é influenciado pelos valores dos raios da esfera e da cavidade. Para uma mesma condição de força aplicada, sistemas que apresentam uma maior relação entre o raio da cavidade e o raio da esfera tendem a apresentar um movimento mais aleatório com mais impactos oblíquos. Caso contrário, o movimento de deslizamento e rolamento tende a acontecer mais facilmente.

A análise inicial do sistema submetido à rotação constante é feita a partir de alguns casos apresentados na seção 5.1.2, onde o desempenho do PID amortecido foi verificado (sem rotação da cavidade). Assim, algumas simulações são replicadas, mas adicionando a rotação desejada à cavidade, sendo que qualquer alteração promovida à resposta é oriunda da rotação.

Inicialmente, ao utilizar uma amplitude de força excitadora de 0,63 N aplicada ao sistema com uma esfera de 6,0 mm de aço e com coeficiente de restituição $e = 0,7$, as respostas do sistema ao ser submetido a diferentes valores de rotação da cavidade são apresentadas na Figura 5.48. Utilizando um coeficiente de atrito $\mu = 0,2$, o sistema responde de forma praticamente idêntica ao utilizar $\Omega = 0$ e $\Omega = 38,2$ rpm (4 rad/s). Ou seja, a velocidade angular aplicada não foi suficiente para promover alterações significativas da resposta para os diferentes raios de cavidade utilizados. Ao aumentar a velocidade angular da cavidade, a resposta começa a apresentar algumas modificações em relação à resposta da cavidade sem rotação. Utilizando uma rotação $\Omega = 95,49$ rpm (10 rad/s), a resposta do sistema sofreu alterações consideráveis em uma faixa de raios onde as maiores reduções de vibração foram obtidas no sistema sem rotação.

Dentro do intervalo de raios da cavidade utilizado, nos raios menores e nos maiores as respostas do sistema sem e com as rotações aplicadas apresentaram um desempenho equivalente, não promovendo ao sistema uma alteração evidente. Uma explicação provável para esse fato está na forma como a esfera se move dentro da cavidade. Considerando o caso com $\Omega = 0$, em raios menores, a resposta numérica indica que a esfera apresenta um movimento de deslizamento em relação à cavidade, com poucos impactos. Já nos casos com raios maiores, uma quantidade maior de impactos é observada, porém, os impactos ocorrem aleatoriamente no plano da cavidade. Nos raios intermediários, onde as maiores reduções são observadas, os impactos ocorrem de uma forma mais orientada ao longo da direção da força excitadora.

Aplicando uma rotação à cavidade, os casos que os impactos predominam ao longo da direção

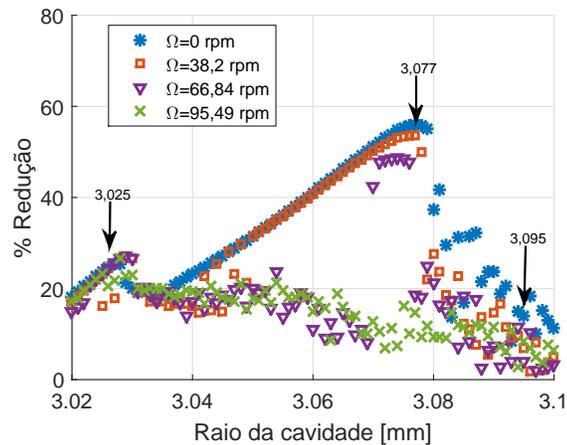


Figura 5.48: Redução de vibração obtida em função do raio da cavidade e da rotação imposta à cavidade. Sistema com uma esfera de aço de 6,0 mm, $e = 0,7$ e amplitude da força excitadora de 0,63 N.

da força excitadora tendem a ser afetados se a velocidade angular da cavidade for maior que um determinado valor. O movimento angular da cavidade desloca a esfera tangencialmente durante o impacto, evitando a condição de impactos consecutivos ao longo da direção da excitação, o que diminui significativamente o desempenho do absorvedor. Nos casos dos raios mais próximos dos extremos do intervalo selecionado, a condição de deslizamento (nos raios menores) tende a ser mantida e os impactos aleatórios (nos raios maiores) sofrem uma alteração, mas nesses dois casos a rotação promove nenhuma ou pouca modificação no desempenho do absorvedor. Os motivos pelos quais a resposta sofre pouca influência da rotação estão relacionados à manutenção do movimento da esfera, observada nos raios menores, e pelo valor alto da folga em relação à força aplicada (raios maiores).

Para ilustrar o que foi mencionado, três raios presentes em regiões diferentes das curvas apresentadas na Figura 5.48 foram escolhidos para apresentar a trajetória da esfera dentro da cavidade: 3,025, 3,077 e 3,095 mm. A Figura 5.49 mostra a trajetória realizada pela esfera no interior da cavidade ao utilizar na simulação as rotações $\Omega = 0$ e $\Omega = 10$ rad/s, para cada um dos raios mencionados. A trajetória é escrita a partir das posições em X e Y da esfera em relação ao referencial inercial. Analisando a Figura 5.49(a) fica claro que a esfera se move praticamente da mesma maneira tanto para $\Omega = 0$ quanto para $\Omega = 10$ rad/s quando $R = 3,025$ mm, motivo que proporcionou uma porcentagem de redução de vibração parecida nesses dois casos. Já ao utilizar os raios $R = 3,077$ mm e $R = 3,095$ mm, a esfera tende a manter os impactos ao longo da direção de excitação quando $\Omega = 0$, mas são muito modificados ao submeter a cavidade a uma rotação $\Omega = 10$ rad/s, Figuras 5.49(b) e 5.49(c). Como os impactos deixam de estar concentrados ao longo da direção da força excitadora, o desempenho do absorvedor diminui. A queda do desempenho é

muito mais significativa em $R = 3,077$ mm, pois esse raio da cavidade é responsável para obter a folga ótima do sistema em questão (com $\Omega = 0$). Quando $R = 3,095$ mm, a folga torna-se muito grande, e, apesar da completa modificação do movimento da esfera, a rotação da cavidade influencia muito menos no desempenho. Rever Figura 5.48 para comparar o desempenho do absorvedor com os raios mencionados.

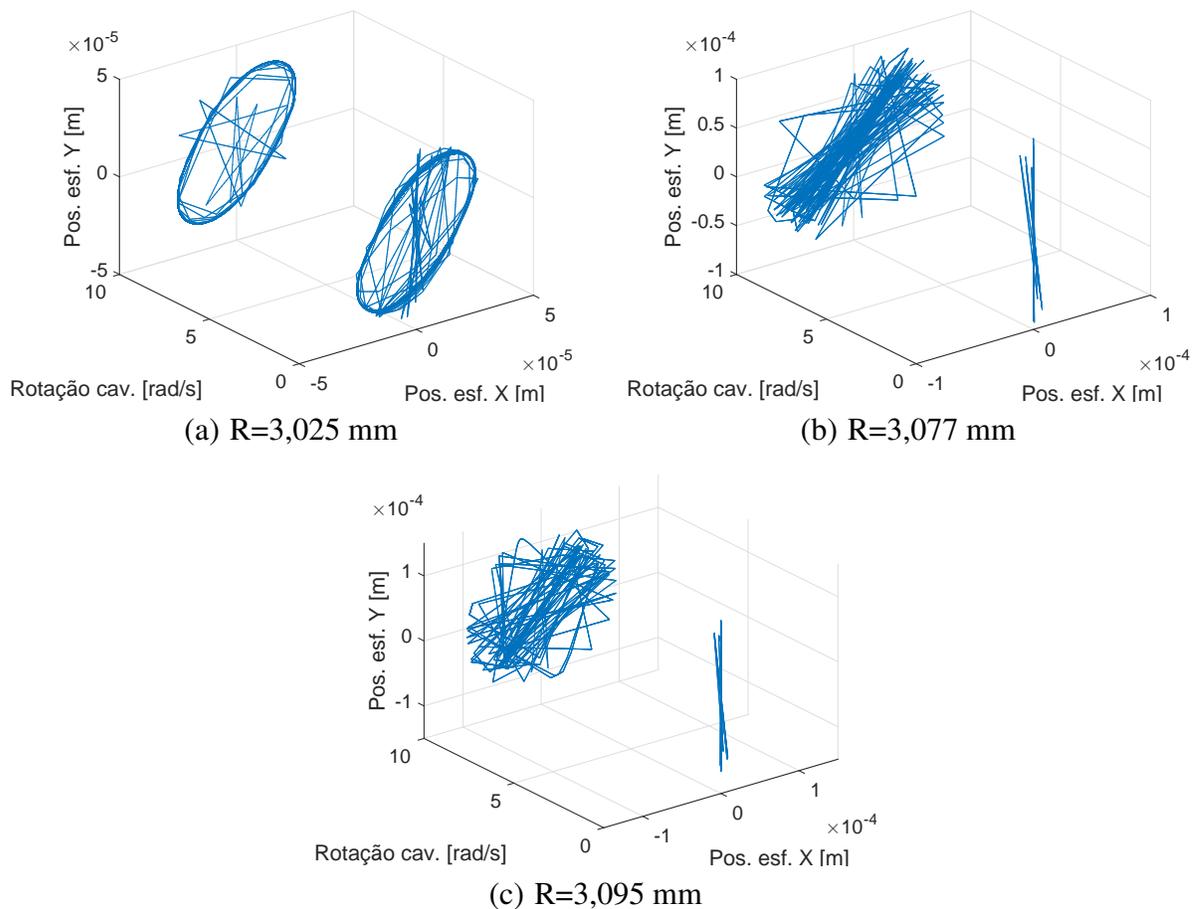


Figura 5.49: Trajetória da esfera no interior da cavidade de diferentes raios mediante rotação de 0 e 10 rad/s (95,49 rpm).

O aumento da rotação tende a estabilizar a porcentagem de redução obtida através das respostas numéricas, indicando que o efeito da rotação sobre as respostas é minimizado até se tornar um parâmetro que deixa de modificar o desempenho do absorvedor. As respostas numéricas indicam que conforme a rotação aumenta, a esfera tende a colidir menos e assumir um movimento de deslizamento e rolamento sobre a parede da cavidade. Ao assumir essa condição de movimento, a rotação passa a ser indiferente para a redução de vibração observada. Porém, ao continuar aumentando a rotação, é possível que ao atingindo um determinado valor, o absorvedor deixa de ser eficiente para as condições de força impostas a ele.

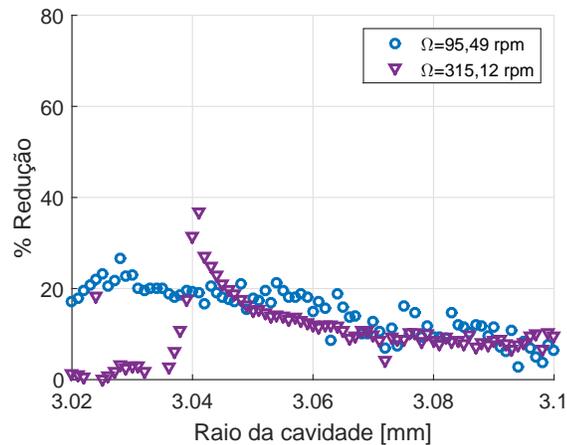


Figura 5.50: Redução de vibração obtida em função do raio da cavidade para as rotações de 95,49 (10 rad/s) e 315,12 rpm (33 rad/s). Sistema com uma esfera de aço de 6,0 mm, $e = 0,7$ e amplitude da força excitadora de 0,63 N.

A Figura 5.50 mostra a comparação da porcentagem de redução obtida nas simulações em função do raio da cavidade para duas rotações diferentes: 95,49 rpm (10 rad/s) e 315,12 rpm (33 rad/s). Os resultados mostram que a partir de $R = 3,05$ mm, aproximadamente, o desempenho do absorvedor não foi muito afetado pelo aumento da rotação.

Ao utilizar $\Omega = 33$ rad/s em raios pequenos houve uma grande quantidade de pequenos impactos, ao invés de um movimento de deslizamento e rolamento da esfera. Isso pode ser visto ao analisar o sinal no domínio do tempo da aceleração da esfera na direção Y , por exemplo. Os impactos não foram suficientes para melhorar o desempenho do absorvedor em raios muito pequenos.

Além dos impactos, o movimento de deslizamento e rolamento da esfera sobre a cavidade também é uma forma de reduzir a amplitude de vibração. Isso porque a interação entre a cavidade e a esfera modifica a fase entre a força excitadora e a resposta. Dependendo da combinação dos parâmetros de entrada do modelo matemático, a redução de vibração observada pela ocorrência de deslizamento e rolamento pode ser de maior ou menor magnitude em comparação com casos somente com impactos para um mesmo valor de folga.

É importante analisar a resposta do absorvedor mediante a outras rotações diferentes das apresentadas nas Figuras 5.48 e 5.50. Entretanto, apresentar as respostas em outras rotações sobrepostas às mostradas na Figura 5.50 torna a apresentação confusa. Sendo assim, a variação da resposta do absorvedor mediante à variação da rotação é apresentada ao utilizar apenas alguns dos raios da cavidade presentes no intervalo selecionado. A Figura 5.51 mostra como a redução de vibração se modifica ao submeter as cavidades de 3,077 e 3,095 mm a diferentes rotações: 0, 7, 16, 23, 30, 37,

50 e 90 rad/s.

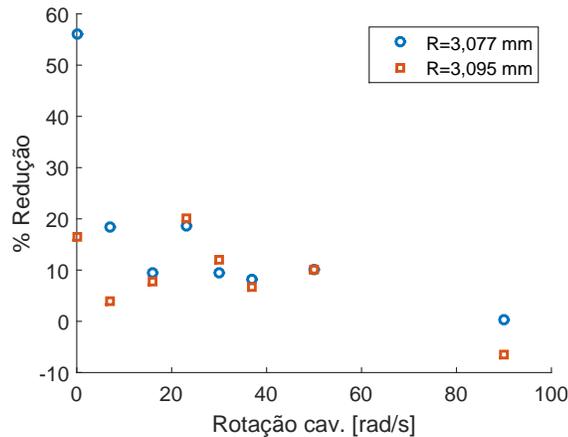


Figura 5.51: Redução de vibração obtida em função da rotação da cavidade para cavidades de raio $R = 3,077$ mm e $R = 3,095$ mm. Sistema com uma esfera de aço de 6,0 mm, $e = 0,7$ e amplitude da força excitadora de 0,63 N.

O raio $R = 3,077$ mm é o que propicia a folga ideal para o sistema simulado quando $\Omega = 0$ e $e = 0,7$. Assim como já mostrado nas Figuras 5.48 e 5.50, a aplicação da rotação é prejudicial para este absorvedor. Os resultados apresentados na Figura 5.51 mostram que entre 7 e 50 rad/s, o absorvedor reduziu a vibração entre 10 e 20%, aproximadamente. Porém, ao aplicar uma rotação à cavidade de 90 rad/s, a redução de vibração alcançada foi praticamente nula. Isso é um indicativo de que existe um limite de rotação que o sistema seja capaz de suportar para que exista alguma redução de vibração.

Já no caso da cavidade de raio $R = 3,095$ mm, a folga promovida pela diferença existente entre os raios da cavidade e da esfera é grande em comparação com o deslocamento atingido pela cavidade, dividido à amplitude de força aplicada. Neste caso, os resultados variaram entre 4 e 20% de redução obtida ao aplicar as rotações entre 0 e 50 rad/s, não seguindo uma tendência de queda clara como ocorrido no caso de $R = 3,077$ mm. A tendência é que qualquer rotação aplicada dentro desse intervalo proporcionaria uma redução dentro desta faixa de 4 a 20%, sendo ela nula ou não. Isso já não ocorre quando $R = 3,077$ mm, onde rotação nula ou muito baixas promovem uma redução muito maior do que em comparação com rotações maiores que 7 rad/s. Ao aplicar uma rotação de 90 rad/s à cavidade de raio $R = 3,095$ mm o resultado obtido pelo absorvedor foi menor que zero, o que indica que o sistema passou a vibrar mais do que o sistema operando sem o absorvedor.

Para demonstrar o efeito da rotação sobre as respostas numéricas em sistemas com diferentes parâmetros de entrada, é utilizado o sistema normalizado de maneira análoga àquela apresentada

na seção 5.1.3. Inicialmente, o fator de amortecimento do sistema é alterado para $\zeta = 0,03$ e são avaliados os coeficientes de restituição $e = 0,2$, $e = 0,5$ e $e = 0,9$.

No sistema normalizado pode-se escrever a amplitude da força excitadora em função dos parâmetros físicos do sistema e também da amplitude de deslocamento desejada ($Y_{0cav_{si}}$). O raio da cavidade é escrito em função da proporcionalidade em relação à amplitude RMS de deslocamento da estrutura sem impacto. Assim, considerando que a força é aplicada ao longo da direção Y :

$$F_{0y} = Y_{0cav_{si}} \sqrt{(k - m_1 \cdot (2\pi f_0)^2)^2 + c^2 \cdot (2\pi f_0)^2} \quad (5.7)$$

$$R = \epsilon \cdot rms(Y_{cav_{si}}) + r \quad (5.8)$$

onde ϵ é a proporção, que também pode ser definida como a folga radial normalizada.

Considerando o movimento da esfera no plano da cavidade, com $\Omega = 0$, as respostas normalizadas do absorvedor ao submeter o sistema à forças harmônicas em ressonância de amplitudes 0,2774, 0,9, 3,5 e 15 N são mostradas na Figura 5.52, para três valores de coeficientes de restituição: 0,2, 0,5 e 0,9. Conforme esperado, as respostas normalizadas tendem a seguir um determinado padrão independentemente da amplitude de força aplicada. Como já apresentado na seção 5.1.3, as simulações numéricas indicam que o sistema normalizado tende a apresentar a mesma redução de vibração se a proporção entre a folga radial e o deslocamento da estrutura sem o absorvedor for mantida constante. Ou seja, é indiferente aplicar ao sistema uma força de 1 ou 10 N desde que se aumente o raio da cavidade para que a folga seja aumentada em 10 vezes, por exemplo. Se um valor de folga fosse mantido constante e a força aumentada, haveria diferença na redução de vibração entre as respostas obtidas com cada força.

Ao submeter a cavidade a uma rotação constante, a resposta do absorvedor sofre variações que dependem não só da rotação aplicada, mas também da amplitude de força na qual o sistema é submetido. A Figura 5.53 mostra a variação da resposta do absorvedor em função da rotação aplicada à cavidade, considerando um sistema normalizado com $R = 2,472 \cdot rms(Y_{cav_{si}}) + r$. Ao utilizar três amplitudes de força diferentes, as simulações apresentam respostas diferentes se $\Omega > 0$.

Os resultados dispostos na Figura 5.53 abrangem as amplitudes de força de 0,2774, 0,6646

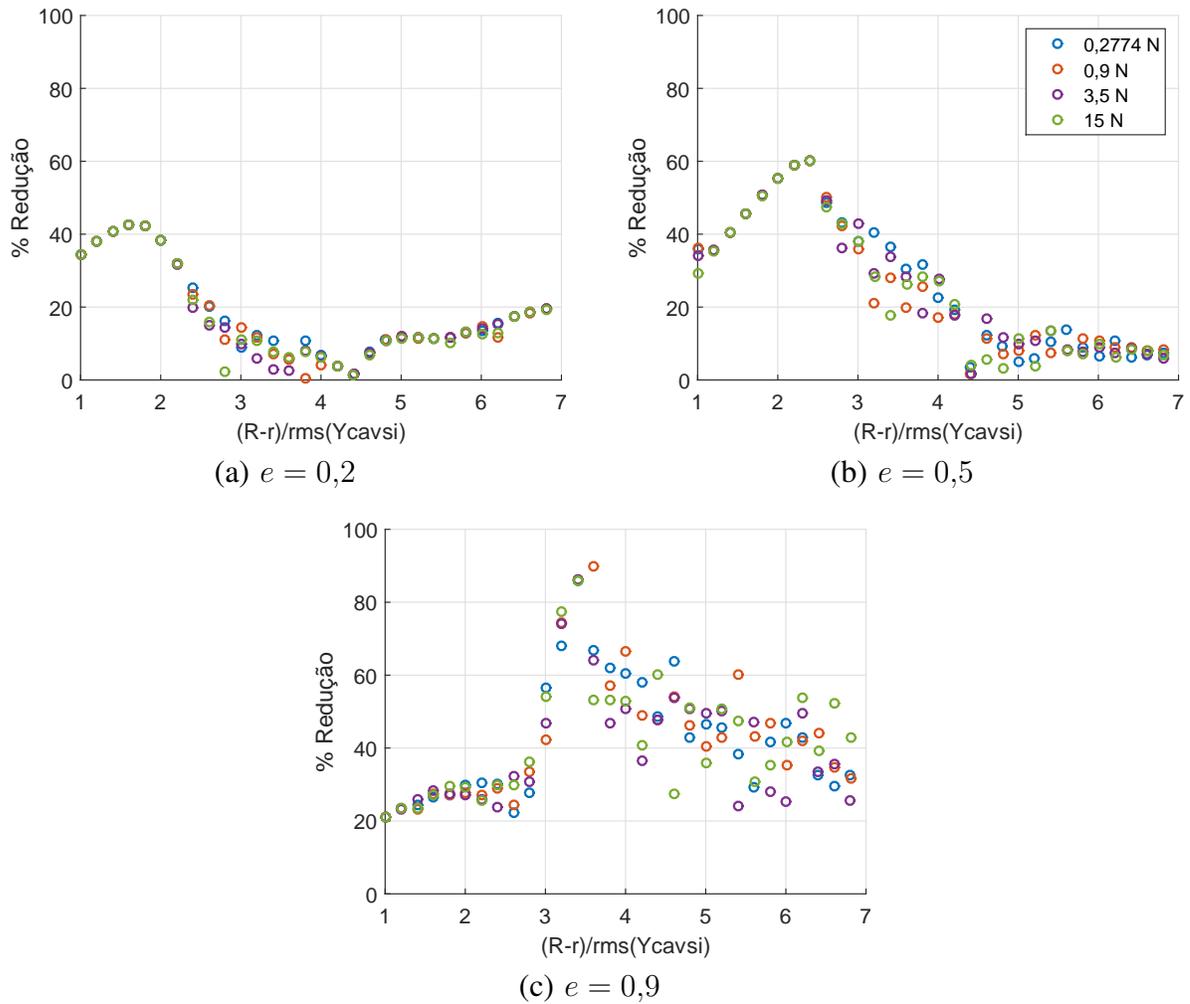


Figura 5.52: Redução de vibração em função da folga normalizada para coeficientes de restituição 0,2, 0,5 e 0,9. Sistema com uma esfera de aço de 6,0 mm.

e 0,9060 N aplicadas ao sistema, promovendo um deslocamento em regime permanente de $2,18 \cdot 10^{-5}$, $5,23 \cdot 10^{-5}$ e $7,13 \cdot 10^{-5}$ m à estrutura sem absorvedor. Com a cavidade sem movimento angular ($\Omega = 0$), as três respostas são iguais, como esperado. Ao atribuir rotação para a cavidade, os resultados devem ser analisados de duas maneiras. Primeiro, a tendência da queda do desempenho do absorvedor seguido de uma estabilização é observada nas três condições simuladas. Segundo, as diferenças entre as respostas em cada rotação aplicada são, a princípio, inesperadas, uma vez que o sistema é normalizado. Porém, sabendo que a rotação modifica a trajetória da esfera a cada colisão, entende-se que a combinação de rotação da cavidade e amplitudes de forças diferentes podem resultar em movimentos bem distintos da esfera dentro da cavidade, o que reflete no desempenho do absorvedor.

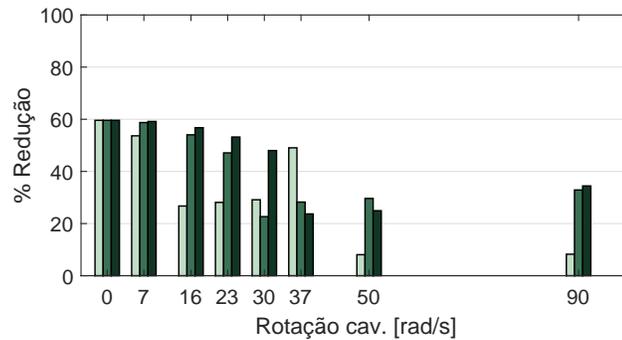


Figura 5.53: Redução de vibração obtida para diferentes valores de rotação e de amplitudes de força aplicada. Sistema normalizado com uma esfera de aço de 6,0 mm, $e = 0,5$ e $\epsilon = 2,472$.

As simulações indicam que mesmo para o sistema normalizado o desempenho do absorvedor está relacionado à amplitude de deslocamento da estrutura (ou à amplitude da força aplicada) e à rotação. A tendência observada nos resultados da Figura 5.53 indica que ao aumentar a força excitadora o absorvedor tende a apresentar o desempenho mais próximo do desempenho obtido para $\Omega = 0$, em comparação com os resultados obtidos ao aplicar uma força menor. Ou seja, se a força aplicada for suficientemente alta, o absorvedor atuando em uma cavidade com rotação pode responder da mesma maneira que se estivesse atuando em uma cavidade sem rotação. Entende-se que a força suficientemente alta é uma determinada força a partir da qual a esfera passe a colidir contra a estrutura girante.

Para ilustrar este resultado observado através das simulações numéricas, a Figura 5.54 mostra a comparação das reduções de vibração obtidas a partir de excitações de diferentes amplitudes, numa cavidade com velocidade angular constante de $\Omega = 50$ rad/s. A linha pontilhada representa a curva da redução de vibração em função da folga normalizada do sistema com $\Omega = 0$. Os pontos apresentados representam a redução obtida na simulação numérica sob diferentes amplitudes de força aplicadas ao sistema, com $\Omega = 50$ rad/s.

Os resultados apresentados na Figura 5.54 indicam que ao aplicar uma força harmônica com amplitudes maiores, as reduções de vibração se aproximam das reduções obtidas com a cavidade sem rotação. As amplitudes de força testadas contemplam os valores de 0,2774, 0,9, 3,5 e 15 N. Pelos resultados apresentados, a utilização de uma amplitude de 3,5 N faz o sistema responder de uma maneira análoga utilizando $\Omega = 0$ ou $\Omega = 50$ rad/s, para os coeficientes de restituição $e = 0,2$ e $e = 0,5$. Se outra amplitude maior que 3,5 N fosse aplicada, a resposta tenderia ao mesmo ponto obtido ao aplicar a amplitude de 3,5 N (não apresentada para não comprometer a clareza do gráfico). Ao utilizar $e = 0,9$, uma força de amplitude 15 N ainda é insuficiente para atingir a redução estabelecida pela linha tracejada (Figura 5.54(c)).

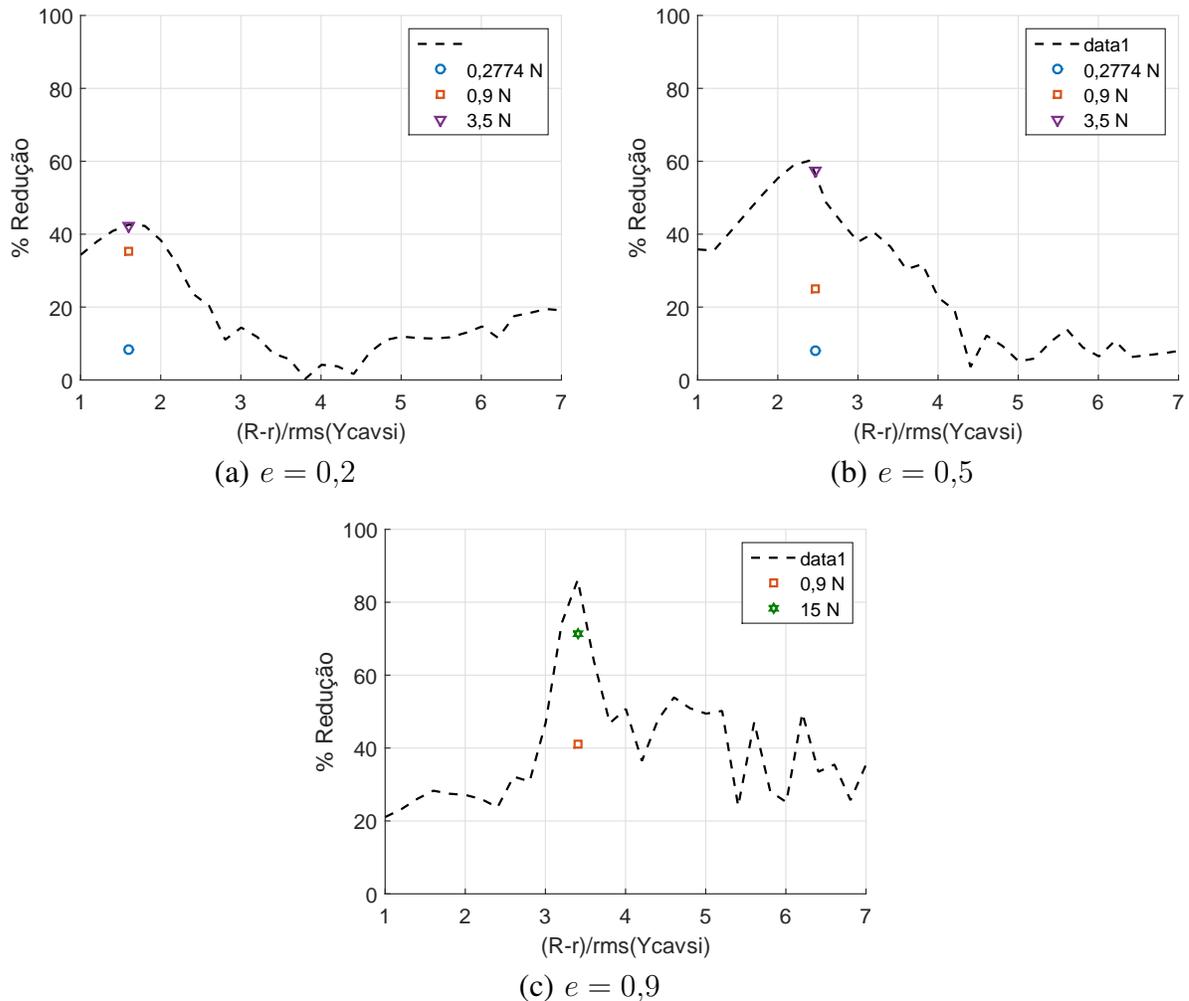


Figura 5.54: Redução de vibração em função da folga normalizada para diferentes amplitudes de força excitadora com $\Omega = 50$ rad/s. Sistema normalizado com uma esfera de aço de 6,0 mm.

A Figura 5.55 mostra que dependendo do coeficiente de restituição, uma força maior ou menor precisa ser aplicada ao sistema para que ele alcance a mesma redução observada no sistema sem rotação. Para uma determinada rotação da cavidade, sistemas com coeficientes de restituição mais baixos precisam de uma força menor para obter a resposta do sistema sem rotação. Ao aplicar a força de 3,5 N ao sistema, o desempenho do absorvedor com $e = 0,2$ se manteve praticamente inalterado para todas as rotações simuladas até $\Omega = 50$ rad/s. Ao aplicar uma rotação de 90 rad/s, uma pequena queda no desempenho pode ser observada. Nesse caso, a força precisaria ser aumentada para que a resposta a $\Omega = 90$ rad/s tendesse novamente a 42%. No caso do absorvedor com $e = 0,5$, uma pequena queda nos valores de redução de vibração começa a ser observada a partir de $\Omega = 37$ rad/s, mas somente em $\Omega = 90$ rad/s se torna mais evidente, indicando que a rotação de $\Omega = 90$ rad/s começa a promover mudanças no movimento da esfera de forma a reduzir o de-

sempenho do absorvedor. Já ao utilizar um absorvedor com $e = 0,9$, as modificações na resposta já são observadas a $\Omega = 16$ rad/s, indicando que seria necessário uma força muito maior para que o sistema respondesse da mesma maneira que em $\Omega = 0$, ou seja, uma força maior seria necessária para tornar o sistema invariável com a rotação dentro do intervalo de rotação analisado.

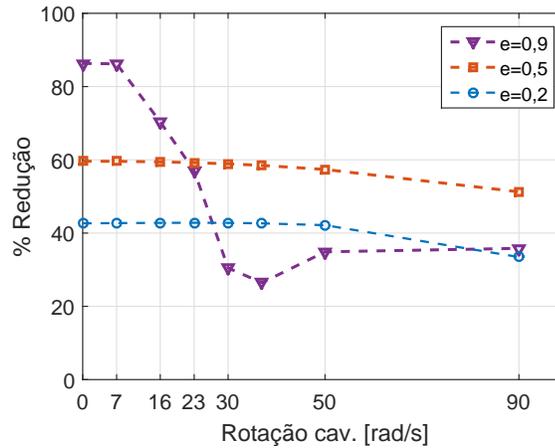


Figura 5.55: Redução de vibração em função da rotação da cavidade obtida ao utilizar a folga ótima para cada coeficiente de restituição. Sistema normalizado submetido a força harmônica (em ressonância) de amplitude 3,5 N.

Sabe-se que a rotação modifica a trajetória da esfera no interior da cavidade quando ocorre o impacto. Isso só é possível devido à força tangencial desenvolvida durante a colisão, cujo módulo é calculado como o produto entre a força normal e o coeficiente de atrito. Neste trabalho, é considerado o modelo simples de atrito de Coulomb, cujo coeficiente de atrito é mantido constante e invariável com a velocidade relativa no ponto de contato. Assim, a utilização de diferentes valores de coeficiente de atrito pode modificar a resposta do absorvedor ao submeter a cavidade a diferentes rotações.

A Figura 5.56 apresenta os resultados obtidos ao submeter o sistema normalizado a um coeficiente de restituição $e = 0,5$ e uma força de amplitude 3,5 N, aplicando ao modelo matemático diferentes rotações e coeficientes de atrito. Os resultados para $\mu = 0,2$ são os mesmos apresentados na Figura 5.55, sendo utilizados como uma referência. Os resultados obtidos com $\mu = 0,02$ indicam que, nas rotações testadas, a redução de vibração não sofre variação ao aumentar a rotação da cavidade. Diferentemente do que ocorre quando $\mu = 0,2$, as respostas para $\mu = 0,02$ não indicam uma tendência de queda do desempenho ao utilizar rotações mais altas, e sim mantêm uma redução constante e menor do que a obtida quando $\Omega = 0$. Isso pode ser explicado pela trajetória da esfera no interior da cavidade, que é praticamente idêntica em todas as rotações. A trajetória da esfera quando $\Omega = 0$ é praticamente idêntica para $\mu = 0,02$ e $\mu = 0,2$, pois a alta força aplicada ao sistema impõe este movimento. As trajetórias realizadas pela esfera ao submeter

a cavidade a diferentes rotações são apresentadas na Figura 5.57(a), evidenciando um movimento com menos impactos quando $\Omega > 0$, predominando um movimento sobre a cavidade (deslizamento e rolamento). A Figura 5.57(b) mostra que a esfera colide continuamente sobre a cavidade, mesmo quando $\Omega > 0$. Esse resultado numérico só é possível se a força excitadora for alta o suficiente para manter essas colisões durante todo o tempo. Por esta razão, a redução de vibração sofreu pouca ou nenhuma variação ao aumentar a velocidade angular da cavidade (Figura 5.56).

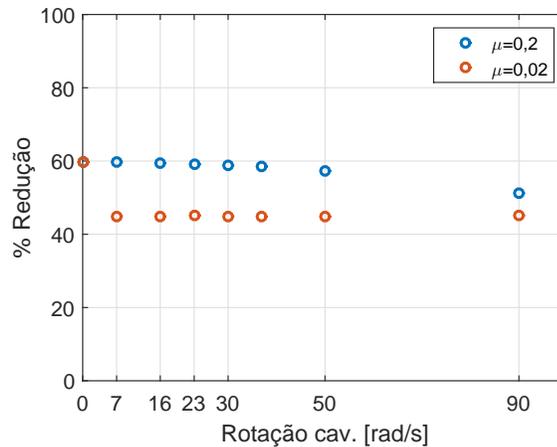


Figura 5.56: Redução de vibração em função da rotação da cavidade obtida ao utilizar a folga ótima para diferentes coeficiente de atrito. Sistema normalizado submetido a força harmônica (em ressonância) de amplitude 3,5 N.

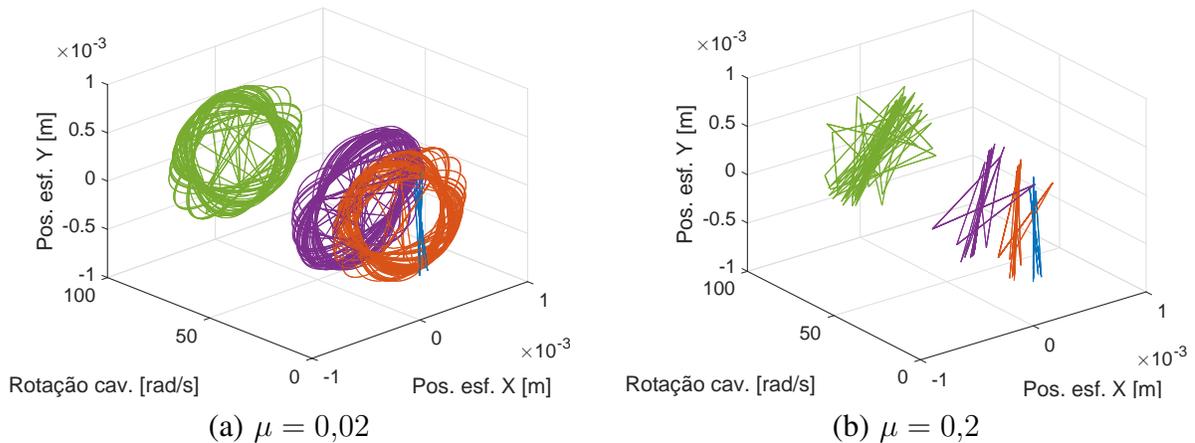


Figura 5.57: Trajetória realizada pela esfera no interior da cavidade ao aplicar diferentes rotações e coeficientes de atrito μ . Sistema normalizado com uma esfera de aço de 6,0 mm, $e = 0,5$ e $F_{0y} = 3,5$ N.

Alterando outros parâmetros do sistema, como o coeficiente de restituição ou o amortecimento do sistema, por exemplo, o comportamento geral do absorvedor mediante a aplicação de diferentes amplitudes de força e rotação é mantido: de uma maneira geral, ao aumentar a rotação, o desempenho do absorvedor tende a diminuir se a amplitude da força excitadora não for suficiente

para continuar a promover os impactos efetivos necessários. Entretanto, os valores das reduções de vibração obtidas em função da rotação da cavidade mudam conforme a seleção dos parâmetros do sistema. Para demonstrar que os resultados numéricos do absorvedor se comportam conforme mencionado, aumentando o fator de amortecimento do sistema para $\zeta = 0,0673$ e utilizando $\mu = 0,1$ e uma folga normalizada de 3,643 (que representa a folga ótima para o sistema com $e = 0,5$ e $\zeta = 0,0673$), a redução de vibração em função da rotação da cavidade é apresentada na Figura 5.58, para as amplitudes de força de 5 e 26 N.

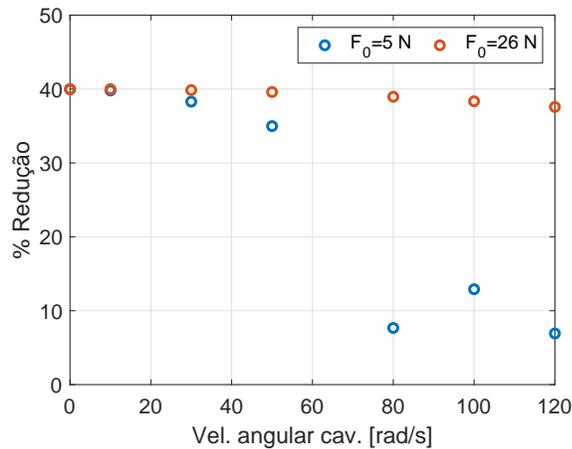


Figura 5.58: Redução da vibração de uma cavidade em rotação constante com diferentes amplitudes de força excitadora.

Ao analisar os resultados apresentados na Figura 5.58, novamente as simulações indicam que: se a força atuante no sistema tem baixa magnitude, o absorvedor pode ser pouco eficiente ao aumentar a rotação da cavidade; se a força excitadora for alta o suficiente, o absorvedor pode ser pouco sensível à variação da rotação. Obviamente, essa análise deve ser feita sempre em relação a uma faixa de interesse, pois por maior que seja a força sempre haverá a tendência de queda do desempenho do absorvedor ao aumentar mais a rotação.

No caso dos resultados apresentados na Figura 5.58, a redução obtida quando $F_0 = 5$ N foi muito afetada ao atribuir uma rotação igual e superior a 80 rad/s. O motivo foi uma distribuição dos contatos ao longo de diversas direções sobre o plano de movimento da esfera, causada pela magnitude da força tangencial de contato e pela rotação. Ao aumentar para $F_0 = 26$ N a faixa de velocidade angular utilizada não é suficiente para distribuir as colisões da esfera sobre muitas direções, mantendo as colisões principalmente na mesma direção da força excitadora, o que é o mais apropriado para um bom desempenho do absorvedor. As trajetórias realizadas pela esfera ao variar a rotação da cavidade e a amplitude da força excitadora são mostradas na Figura 5.59.

Os coeficientes de restituição e de atrito são parâmetros fundamentais e que podem modificar

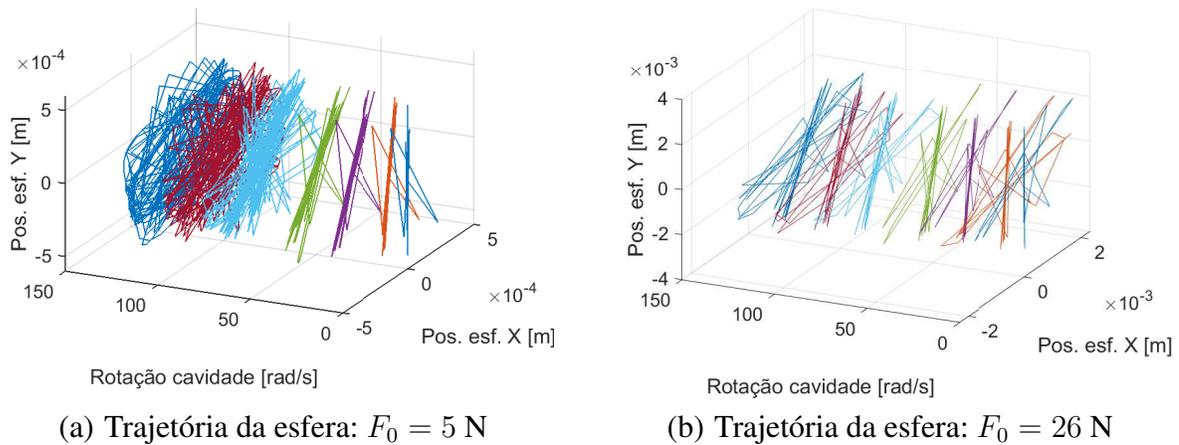


Figura 5.59: Trajetória da esfera no interior da cavidade em rotação mediante aplicação de diferentes amplitudes de força excitadora. Sistema normalizado com $\epsilon = 3,643$, $e = 0,5$, $\mu = 0,1$ e $\zeta = 0,0673$.

completamente a resposta numérica do sistema. Além de toda a modificação causada na resposta da estrutura pelos impactos, os diferentes coeficientes de restituição modificam bastante a trajetória da esfera dentro de uma cavidade em rotação. Considerando que o sistema seja excitado por uma força de amplitude constante, simulações realizadas com altos coeficientes de restituição tendem a ter mais impactos e menor será a tendência da esfera se movimentar junto com a cavidade, para um mesmo coeficiente de atrito. Em relação ao coeficiente de atrito, seu efeito sobre as simulações em cavidades sem rotação é praticamente nulo, como já apresentado. Entretanto, ao considerar o movimento angular da cavidade, é um parâmetro que pode modificar a trajetória da esfera, alterando a resposta numérica obtida, pois é um parâmetro diretamente relacionado com a força tangencial desenvolvida no ponto de contato.

De acordo com os resultados numéricos apresentados até aqui, para um sistema submetido a uma única força harmônica em ressonância, a rotação da cavidade tende a ser prejudicial para o desempenho do absorvedor, em maior ou menor grau dependendo da amplitude da força excitadora.

Os resultados apresentados nesta seção, até o momento, são baseados em simulações considerando uma excitação harmônica unidirecional com uma frequência (frequência natural). A menos que a aplicação real de sistemas com os absorvedores seja muito bem controlada, a força excitadora real pode não ser da mesma natureza da força aplicada nas simulações da presente seção.

Sistemas reais podem estar sujeitos à excitações em várias direções e que combinam diversas amplitudes e frequências, sejam elas harmônicas ou não, o que contribui para uma modificação

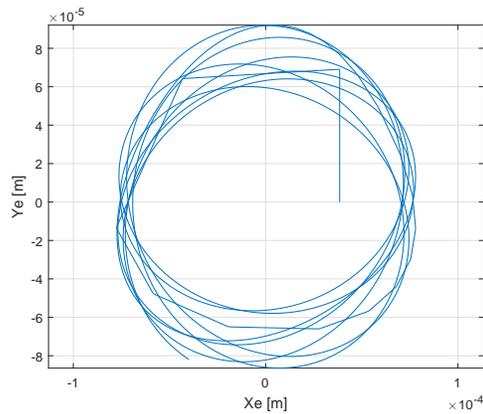
nas ocorrências dos impactos. Para exemplificar esta situação, um sistema composto de uma esfera de raio $r = 3 \text{ mm}$ e massa $m_e = 0,8815 \text{ g}$ que se move dentro de uma cavidade circular de raio $R = 3,077 \text{ mm}$, massa $m = 0,0333 \text{ kg}$, rigidez equivalente $k = 2,117 \cdot 10^5 \text{ N/m}$ e coeficiente de amortecimento viscoso $c = 11,4 \text{ Ns/m}$. Os coeficientes de atrito e de restituição estabelecidos para a simulação numérica são $\mu = 0,1$ e $e = 0,5$, respectivamente. Mantendo uma velocidade angular da cavidade constante de 100 rad/s , duas situações distintas são analisadas, baseadas na aplicação das forças excitadoras nas direções X (F_x) e Y (F_y):

- Situação 1: $F_x = 0$ e $F_y = 0,63 \cdot \text{sen}(2\pi 401,3656t)$
- Situação 2: $F_x = 10 \cdot \text{sen}(2\pi 2100t + \frac{\pi}{2})$ e $F_y = 0,63 \cdot \text{sen}(2\pi 401,3656t) + 20 \cdot \text{sen}(2\pi 2500t)$

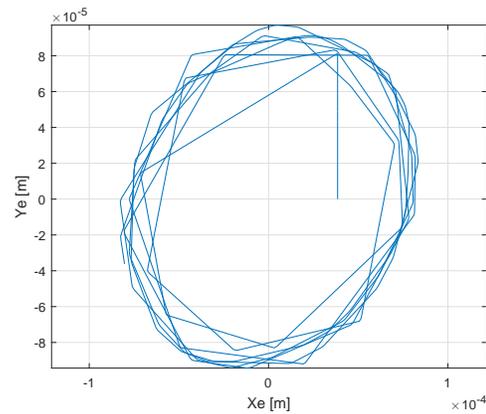
Alguns resultados da simulação numérica para as duas situações mencionadas são mostrados na Figura 5.60. A trajetória da esfera é obtida plotando as posições da esfera nas direções X (X_e) e Y (Y_e) simultaneamente. Comparando as trajetórias das Figuras 5.60(a) e 5.60(b) é possível notar que na situação 1 a esfera colidiu poucas vezes contra a cavidade e prescreveu uma trajetória praticamente circular, indicando que estava se movimentando junto com a cavidade. Para uma melhor ilustração, a força normal de contato ao longo do tempo dessa situação é mostrada na Figura 5.60(c), onde os pulsos indicam os impactos e flutuação dos valores em torno de um valor não nulo indica um que a esfera permanece em contato com a cavidade. Nos resultados da situação 2, é possível notar que a trajetória (Figura 5.60(b)) indica a presença de mais impactos, o que é evidenciado pela força normal de contato (Figura 5.60(d)). Assim, fica demonstrado que a presença de forças harmônicas de alta frequência contribuem para que os impactos ocorram. Excitações dessa natureza podem ser facilmente encontradas em aplicações reais.

A utilização de componentes de alta frequência na excitação do sistema pode modificar completamente sua resposta numérica, mesmo que essas frequências não promovam um aumento no deslocamento realizado pela estrutura. A Figura 5.61 mostra o espectro do sinal de deslocamento da estrutura na direção Y ao aplicar a força excitadora descrita na situação 2. O deslocamento referente à componente de alta frequência (2500 Hz) possui uma amplitude bem menor do que a da componente de 401,36 Hz. Isso demonstra que mesmo deslocamentos pequenos em alta frequência são capazes de promover alterações nas respostas do sistema, pois modificam o movimento da esfera na cavidade, como ilustrado na Figura 5.62.

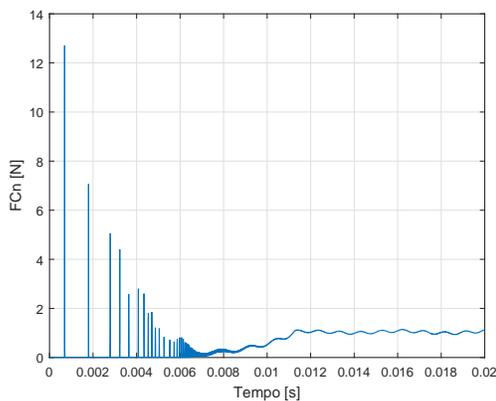
A aplicação de uma força harmônica como descrita pela situação 1 em um sistema com $\Omega = 0$, proporciona um movimento praticamente unidirecional à esfera, o que se aproxima de



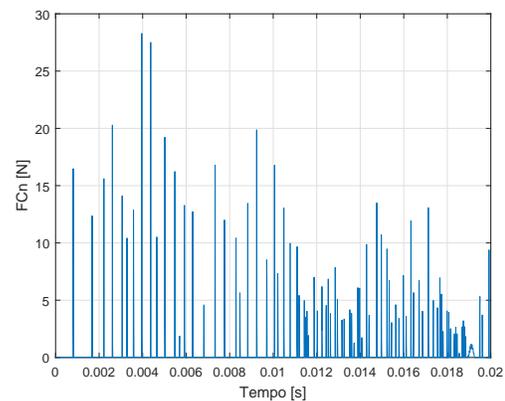
(a) Trajetória da esfera: Situação 1



(b) Trajetória da esfera: Situação 2



(c) Força normal de contato: Situação 1



(d) Força normal de contato: Situação 2

Figura 5.60: Exemplos de trajetórias da esfera e força de contato desenvolvidas a partir duas condições de força diferentes.

uma condição ideal de impactos colineares. Ao aplicar uma força como descrita na situação 2, as componentes de alta frequência impedem que a esfera adquira um movimento preferencial, como uma tendência de movimento unidirecional, por exemplo. O fato dos impactos se distribuírem em diversas direções, ao invés de se concentrarem ao longo da direção da aplicação da força excitadora, faz com que a sua eficiência seja minimizada.

Evidentemente, mudanças nas amplitudes das componentes de alta frequência, bem como mudanças na própria frequência, alteram o comportamento do sistema. Considerando somente a componente de alta frequência, se forem aplicadas frequências maiores, mantendo constante a amplitude do sinal, a resposta do sistema tenderá à resposta do sistema excitado com a força de uma única frequência. Ou seja, tenderia à resposta obtida ao aplicar a situação 1. Isso ocorre porque conforme a frequência aumenta, ao manter a amplitude da força constante, a amplitude da aceleração

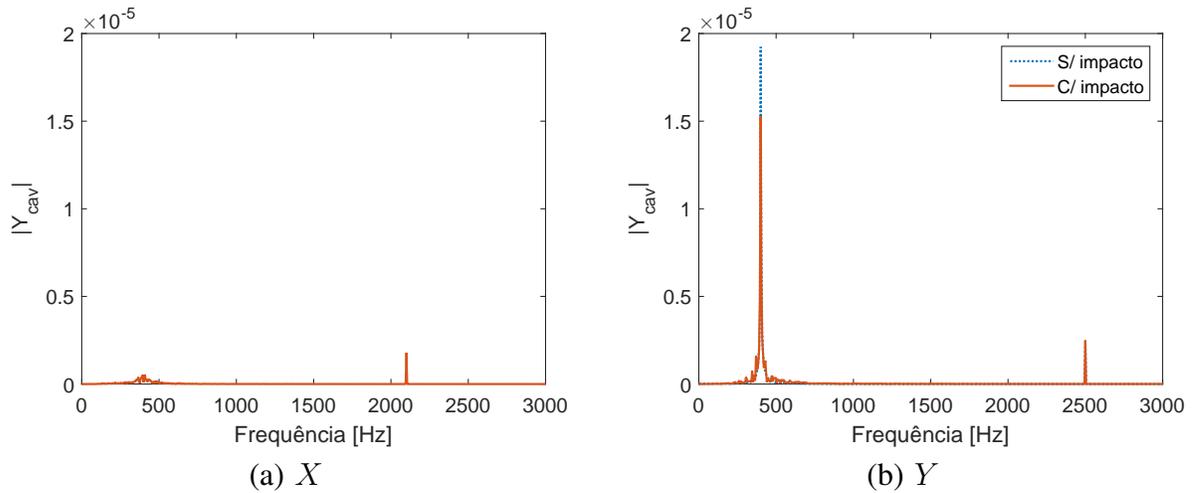


Figura 5.61: Espectro de deslocamento do sistema sem e com impacto. Sistema com uma esfera de aço de 6,0 mm, $e = 0,7$, $R = 3,077$ mm e $\Omega = 0$. Força aplicada: situação 2.

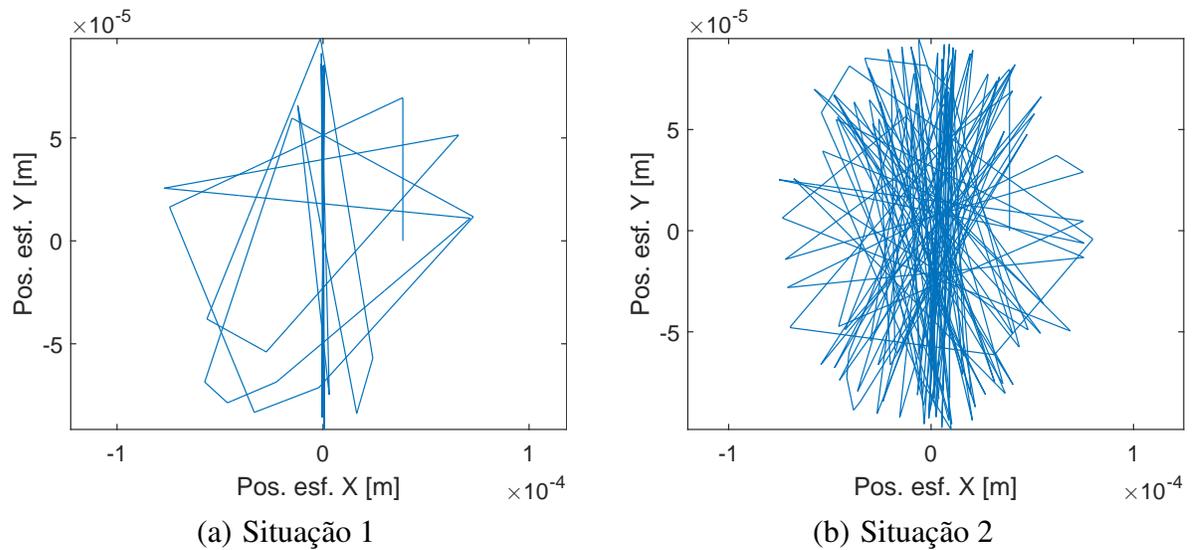


Figura 5.62: Trajetória realizada pela esfera no interior da cavidade ao aplicar as forças excitadoras descritas como situação 1 e 2. Sistema com uma esfera de aço de 6,0 mm, $e = 0,7$, $R = 3,077$ mm e $\Omega = 0$.

nessa frequência diminui, influenciando menos no movimento da esfera, fazendo esse movimento ser praticamente igual ao movimento observado na situação 1.

As respostas estimadas para o sistema submetido à condição de força descrita como Situação 2 indicam que, diferentemente dos casos de excitação com apenas uma frequência, um valor específico de folga normalizada que proporciona a máxima eficiência ao absorvedor não é obtido. Além

disso, nos casos com $e = 0,7$ e $e = 0,9$, por exemplo, a curva apresenta uma faixa muito ampla da folga normalizada onde a redução de vibração varia muito pouco. Por exemplo: entre uma folga normalizada de 3 a 6 para $e = 0,7$ e entre 3 e 7 para $e = 0,9$. Com exceção dos resultados para $e = 0,2$, as simulações indicam que a eficiência do absorvedor pode ser reduzida significativamente ao comparar com os resultados obtidos com a excitação em apenas uma frequência (Situação 1), como é mostrado na Figura 5.63. De acordo com as simulações realizadas, ao aumentar o coeficiente de restituição, maiores diferenças são observadas entre as respostas a partir das duas situações de força aplicadas. Isso demonstra que apenas a adição de uma componente de alta frequência na força excitadora, pode modificar completamente a respostas numérica do modelo matemático.

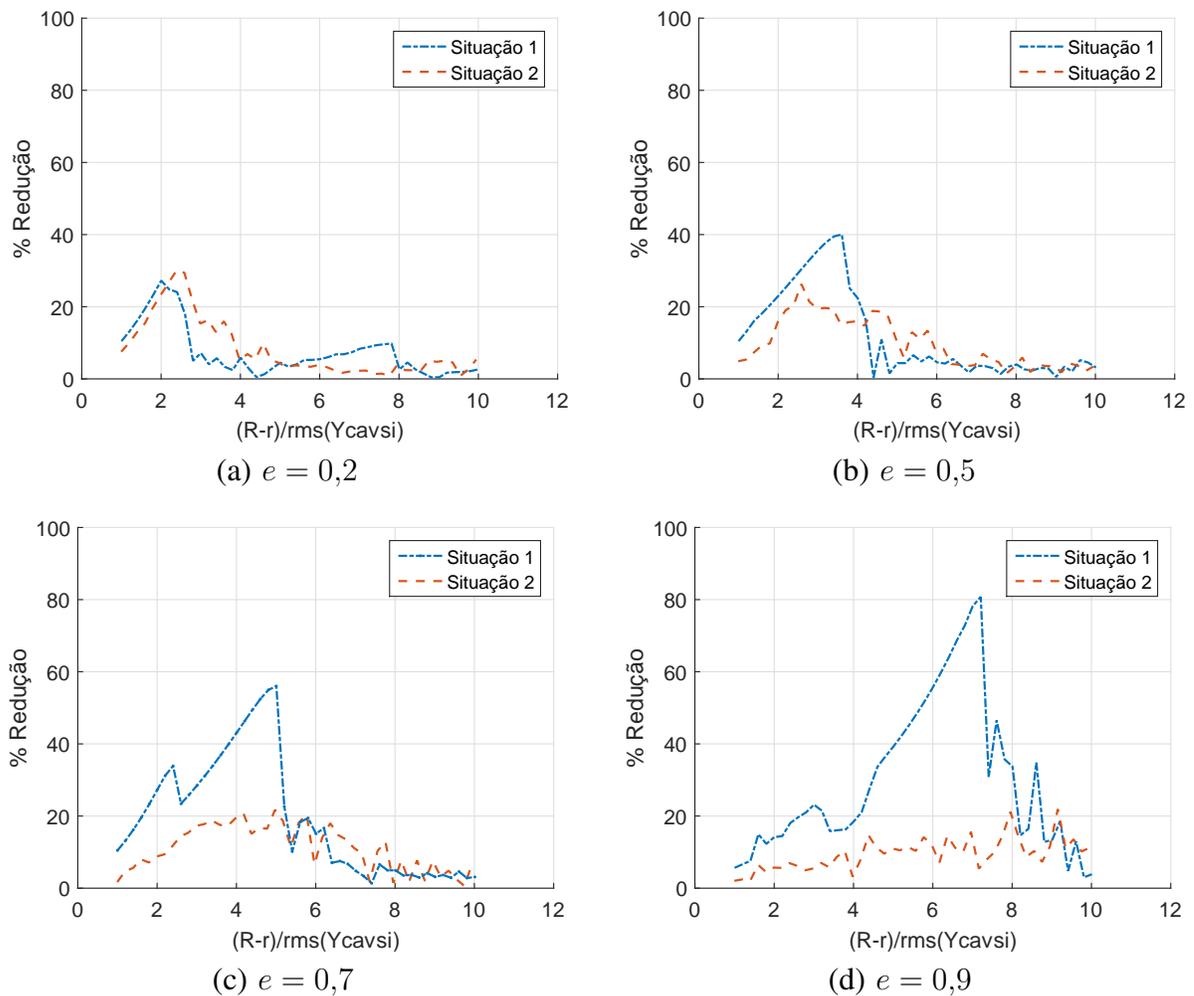


Figura 5.63: Comparação das respostas do sistema normalizado ao ser submetido às situações de força 1 e 2, com $\Omega = 0$.

Aplicando uma rotação constante Ω à cavidade do sistema submetido à força da situação 2, a resposta simulada da redução de vibração em função da folga normalizada pode ser influenciada

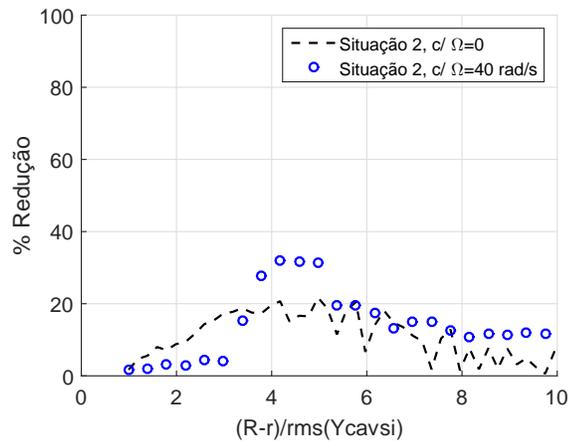


Figura 5.64: Redução de vibração em função da folga normalizada para o sistema excitado a força da situação 2. Sistema com uma esfera de aço de 6,0 mm, $e = 0,7$, $\mu = 0,1$ mm e $\Omega = 40$.

positivamente, ou seja, melhorando o desempenho do absorvedor, como mostrado na Figura 5.64. Porém, ao aumentar mais a rotação, mantendo a força excitadora, o desempenho do absorvedor tende a diminuir.

A análise da trajetória da esfera e dos sinais de aceleração da esfera auxiliam no entendimento dos resultados apresentados na Figura 5.64. Considerando uma folga normalizada $\epsilon = 5$, quando $\Omega = 0$, os impactos da esfera contra a estrutura se distribuem ao longo de várias direções. Quando $\Omega = 40$, os impactos também ocorrem em várias direções, mas a esfera passa a prescrever também um movimento angular em relação ao centro da cavidade, fato que contribuiu para um aumento no número de impactos, como pode ser visto pela resposta de aceleração da esfera na Figura 5.65.

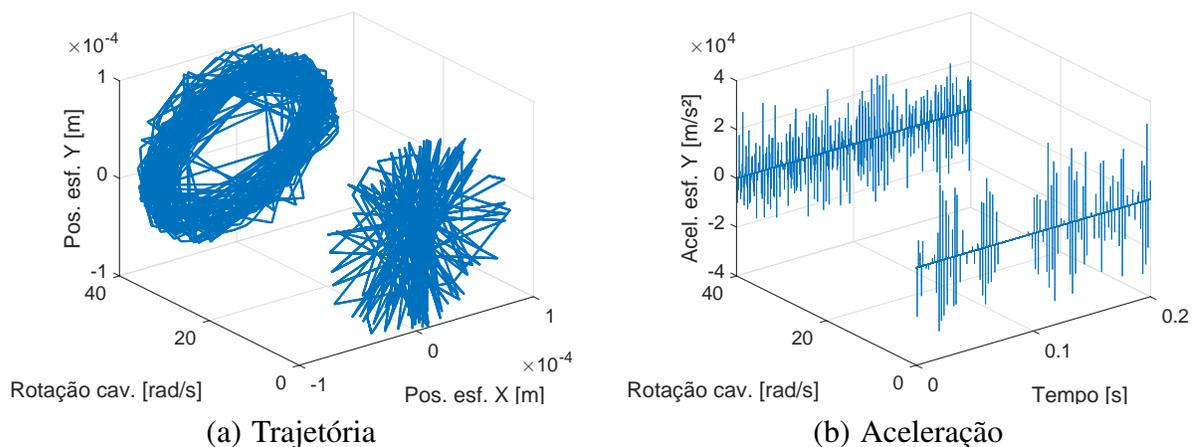


Figura 5.65: Trajetória (a) e aceleração em Y (b) da esfera para uma folga normalizada $\epsilon = 4,969$ ao utilizar $\Omega = 0$ e $\Omega = 40$ rad/s, com o sistema excitado pela força da situação 2.

Baseado nos resultados apresentados na Figura 5.63, a Figura 5.66 mostra a variação da redu-

ção de vibração em função da rotação da cavidade, em um sistema submetido à excitação descrita na situação 2, para diferentes valores de coeficiente de restituição. A simulação dos casos apresentados na Figura 5.66 consideram uma folga normalizada constante para cada coeficiente de restituição analisado: 2,387, 3,605, 4,969 e 7,209, respectivamente para os coeficientes de restituição 0,2, 0,5, 0,7 e 0,9. Como a amplitude da força excitadora principal é $F_{0y} = 0,63$ N, os raios da cavidade que proporcionam as folgas normalizadas mencionadas são 3,0370, 3,0559, 3,0770 e 3,1117 mm, respectivamente.

No caso da força descrita na situação 2, existem duas componentes de frequência que compõem o sinal da força. Na direção principal de excitação, Y , a frequência de 401,3656 Hz é dita como a frequência principal e a de 2500 Hz é a secundária. No caso da direção X há somente a frequência secundária de 2100 Hz. Essa divisão é importante para poder trabalhar corretamente com os dados da folga normalizada. Especificamente na situação 2, as amplitudes adotadas nessas frequências secundárias praticamente não causam alteração na resposta de deslocamento que possa comprometer o cálculo do seu valor RMS. Porém, dependendo dos valores das amplitudes e frequências secundárias, o sinal das respostas pode ser completamente alterado. Por esta razão, em excitação com várias frequências, a folga normalizada deve ser calculada baseada na amplitude de deslocamento na frequência principal da excitação f_0 . Assim:

$$\epsilon = \frac{R - r}{rms(Y_{cav_{si}}(f_0))} \quad (5.9)$$

Os resultados apresentados na Figura 5.66 demonstram que, em alguns casos, a rotação pode ser favorável para o desempenho do absorvedor. É possível estabelecer um comportamento genérico que indica que o desempenho do absorvedor pode aumentar conforme a rotação aumenta, até que se atinja uma determinada rotação, a partir da qual a redução de vibração começa a diminuir. De acordo com os resultados das simulações apresentadas, em algumas rotações é possível que o absorvedor perca seu efeito, fazendo inclusive a estrutura vibrar mais do que vibraria sem esfera.

A melhora do desempenho do absorvedor ao utilizar uma rotação não nula aplicando a força descrita na situação 2 é um resultado diferente daquele apresentado quando o sistema está submetido à força da situação 1, onde o desempenho tende a diminuir com o aumento da rotação (como mostrado na Figura 5.53, por exemplo). Ao utilizar a situação 1, em nenhuma simulação realizada houve uma melhora no desempenho do absorvedor ao aplicar uma rotação à cavidade.

As porcentagens de redução obtidas bem como os valores da rotação relacionados à variação

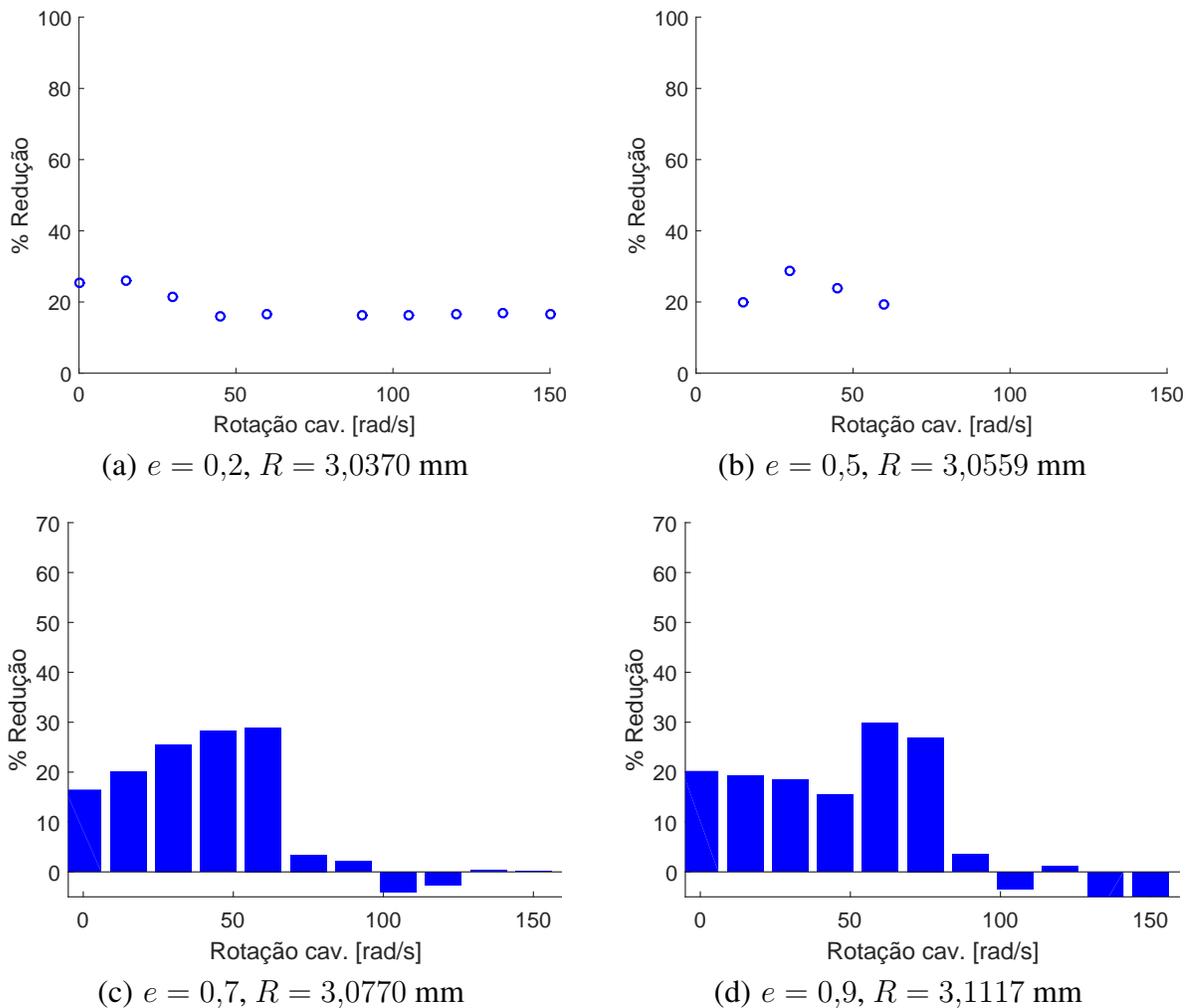


Figura 5.66: Redução de vibração em função da rotação da cavidade para o sistema excitado com a força descrita na situação 2.

do desempenho do absorvedor são dependentes tanto das amplitudes quanto das frequências utilizadas no sinal da força excitadora. Não é objetivo deste trabalho verificar como a resposta varia sob diferentes combinações de amplitudes e frequências da força excitadora, mas sim apresentar que excitações deste tipo interferem e modificam a resposta numérica obtida pelo modelo matemático.

5.3 Simulação do modelo de viga com diversas esferas

Nesta seção é estudado o uso das esferas para reduzir as vibrações aplicadas à uma viga modelada em elementos finitos. A estrutura em questão é modelada como uma viga de seção circular, com um furo não passante ao longo de seu comprimento (direção axial). O furo caracteriza a

cavidade onde são acrescentadas as esferas.

Na aplicação de esferas para reduzir as vibrações em uma viga engastada, com a configuração de esferas adotada (esferas de diâmetro próximo ao diâmetro do furo enfileiradas), aquelas mais próximas ao engaste tendem a colidir menos contra a estrutura do que aquelas mais próximas à extremidade. Assim, dependendo da amplitude da força excitadora aplicada ao sistema, a adição de um número maior de esferas pode não ser mais eficiente como inicialmente seria esperado. Isso significa que a redução da amplitude tende a ser estabilizada com um determinado número de esferas, fazendo que a adição de novas não altere a resposta do sistema, desde que a força excitadora seja alta o suficiente para manter as esferas colidindo constantemente contra a estrutura. A Figura 5.67 mostra a amplitude RMS de aceleração e a porcentagem de redução obtida com diferentes números de esferas de aço de 6 mm.

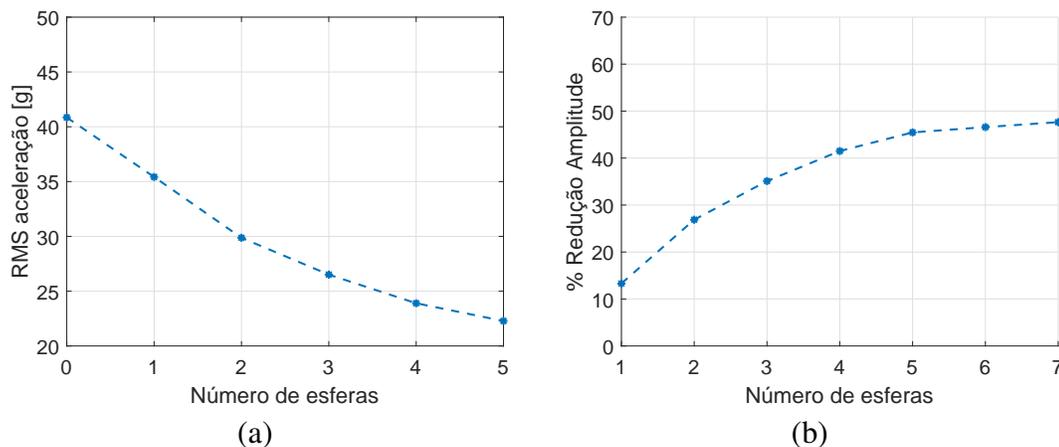


Figura 5.67: RMS da aceleração (a) e porcentagem da redução da aceleração em função do número de esferas (b).

De maneira geral, a adição de esferas à estrutura aumenta a redução da vibração, porém isso não é uma regra. Dependendo da força aplicada à estrutura, dos parâmetros de contato e do tipo de esfera, a redução da amplitude pode ser mantida ou até diminuída ao adicionar esferas. Não significa que a estrutura passará a vibrar mais do que na condição sem esfera, mas é possível que apenas uma única esfera seja mais eficiente, por exemplo. Considerando um caso no qual o sistema com apenas uma esfera esteja atuando com folga ótima, o impacto de mais de uma esfera sobre a estrutura pode desequilibrar a condição ótima (ou próxima da condição ótima) deixando a configuração um pouco menos eficiente, como ilustrado na Figura 5.68. Este fato ocorre porque a adição de esferas altera a folga ótima do absorvedor, como já mostrado na análise do modelo PID, podendo ser mais ou menos significativo dependendo da razão de massa utilizada, do coeficiente de restituição e da força aplicada ao sistema. Para que o sistema mostrado na Figura 5.68(b) tenha

sua eficiência aumentada, seria necessário aumentar a força excitadora para que as esferas colidam nas extremidades opostas da cavidade circular, como no sistema da Figura 5.68(a).

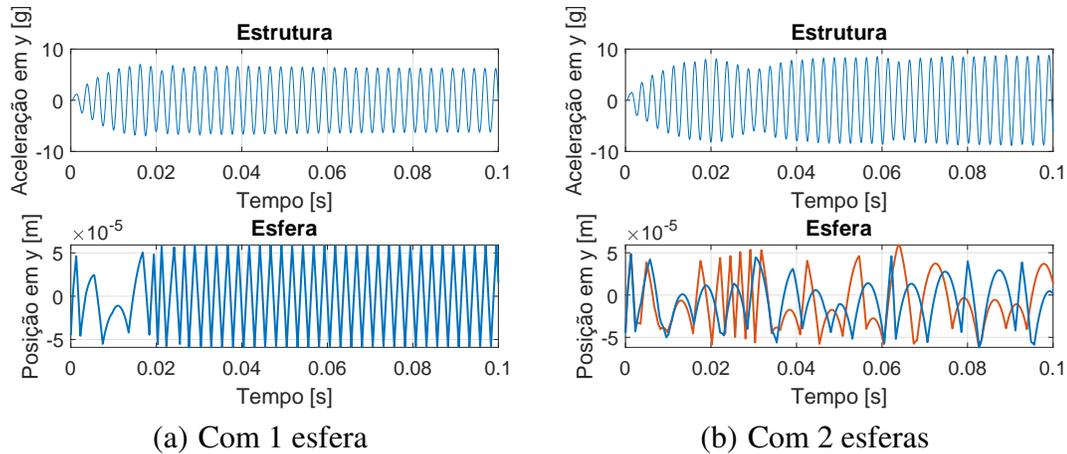


Figura 5.68: Comparação da posição da esfera em sistemas amortecidos com 1 esfera e com duas esferas.

Aplicando uma força excitadora $F_0 = 0,48$ na viga engastada, utilizando coeficiente de restituição $e = 0,8$ e coeficiente de atrito $\mu = 0,1$, as repostas da viga ao ser amortecida utilizando de 1 a 5 esferas de aço de 6,0 mm são mostradas na Figura 5.69. Neste caso, ao adicionar a segunda esfera pode-se observar uma melhora no desempenho, mas adicionando a terceira, a quarta e a quinta, o desempenho das colisões é reduzido e a estrutura passa a vibrar novamente próximo do caso com uma esfera.

Baseado nos resultados das simulações apresentadas, dois pontos importantes precisam ser pontuados:

- A adição de esferas agregará amortecimento à estrutura se a folga estiver em um intervalo menor que a folga ótima para o mesmo sistema operando com apenas uma esfera;
- Se o sistema com uma esfera estiver operando acima da folga ótima, a adição de mais esferas reduz o valor real da folga ótima fazendo com que o sistema opere numa folga ainda maior. Neste caso, não haverá a redução de vibração esperada.

Assim como observado nos modelos mais simples, o absorvedor aplicado na viga modelada por elementos finitos apresenta o mesmo comportamento ao ser submetido à variações do coeficiente de restituição, folga, força excitadora, razão de massa e fator de amortecimento. Como a

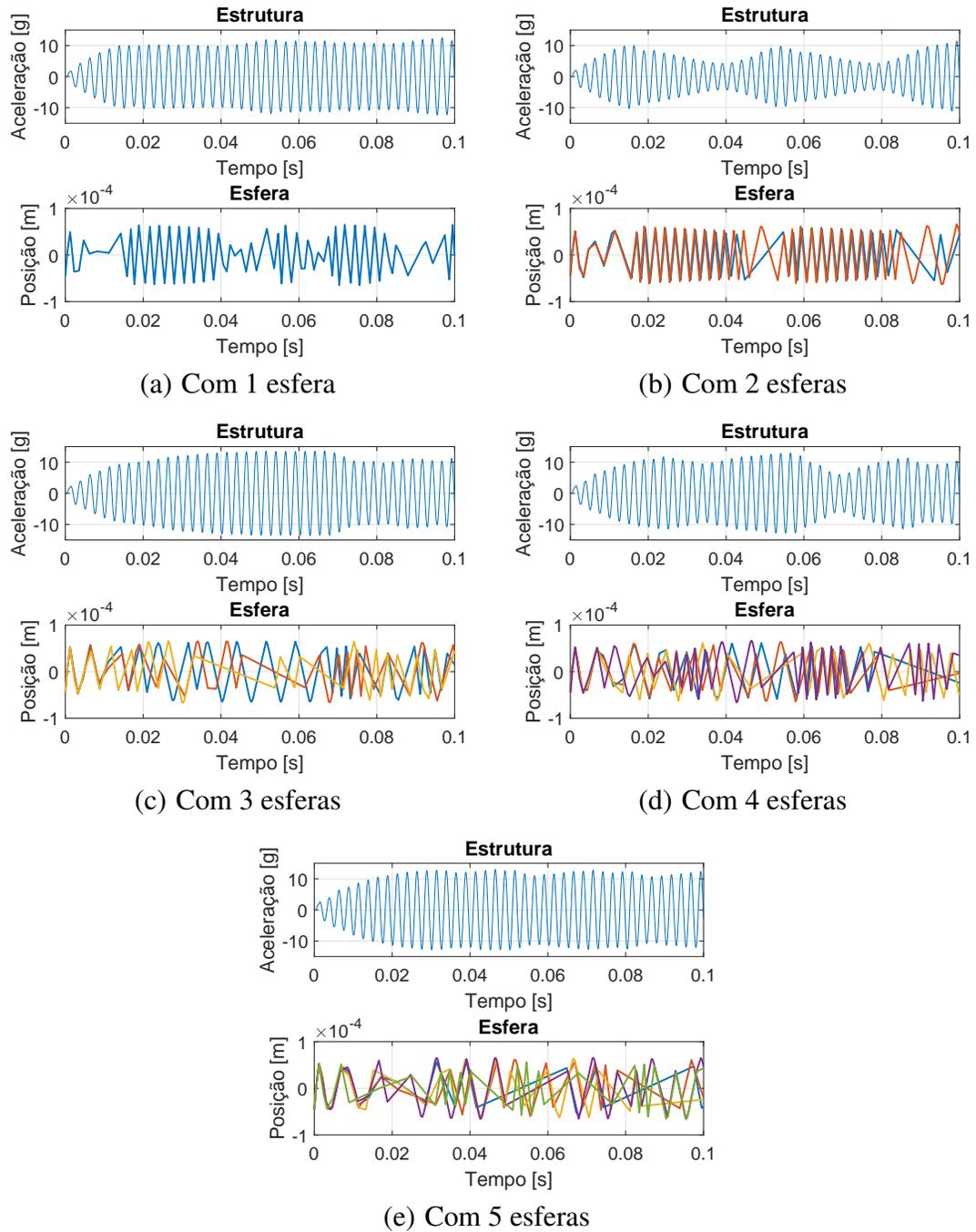


Figura 5.69: Amplitude de vibração da viga submetida a impactos de 1 a 5 esferas de aço de 6,0 mm.

resposta é normalizada pela amplitude de deslocamento da estrutura sem impacto, esta resposta é independente da frequência natural e é válida se as comparações forem realizadas na mesma frequência de excitação. A Figura 5.70 mostra como a curva de redução de vibração em função da folga normalizada deslocaria se aumentasse cada um dos parâmetros indicados, razão de massa η , coeficiente de restituição e ou o fator de amortecimento ζ . A diminuição de qualquer um dos parâmetros implicaria num deslocamento no sentido oposto ao indicado. Dos três parâmetros mostrados, o coeficiente de restituição e é o que apresenta uma não-linearidade muito mais evidente, de forma que os altos valores de coeficiente de restituição promovem uma alteração mais significativa da resposta numérica. Os demais têm crescimento ou decrescimento que tendem a ser linear na maioria dos casos que foram analisados. A inclinação das setas que representam o fator de amortecimento da estrutura ζ e a razão de massa do sistema η são diferentes e indicam que pequenas variações no amortecimento provocam maior alteração da resposta do que pequenas alterações de razão de massa.

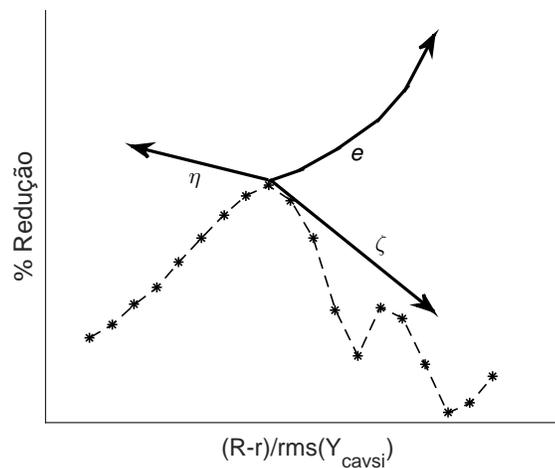


Figura 5.70: Exemplificação de como a curva desloca ao aumentar o fator de amortecimento, o coeficiente de restituição ou a razão de massa.

5.4 Resultados medidos na bancada experimental #1

Esta seção apresenta alguns resultados experimentais medidos na bancada experimental #1, cuja montagem visa emular uma operação de torneamento. A utilização dos absorvedores por impacto vêm se mostrando eficiente através dos testes reais, durante o processo de corte. Para que seja possível dominar a utilização desses absorvedores, uma verificação do desempenho relacionando um modelo matemático e ensaios controlados em laboratório é necessária.

O desempenho do absorvedor foi avaliado utilizando quatro tipos diferentes de esferas,

diferenciando-se pelo diâmetro e pelo material. A Tabela 5.4 contém as informações relacionadas às esferas utilizadas nos experimentos. Os valores de massa mostrados na Tabela 5.4 se referem à massa de uma esfera e foram medidos com o auxílio de uma balança de precisão.

Tabela 5.4: Esferas utilizadas nos experimentos

Diâmetro (mm)	Material	Massa real (g)
5,5	Aço-cromo	0,6793
5,953	Aço-cromo	0,8594
6,0	Aço-cromo	0,8815
6,0	Tungstênio	1,6811

Na sequência são apresentados os resultados experimentais da viga engastada na horizontal, ao ser excitada separadamente nas direções X e Y , engastada na vertical e posicionada na vertical sendo submetida a rotação constante.

5.4.1 Resultados experimentais da viga engastada na posição horizontal

As forças aplicadas nos experimentos foi gerada a partir de uma tensão e uma frequência previamente selecionadas, usando um *shaker* eletromagnético. Para utilizar as três amplitudes de força diferentes nos experimentos, alterava-se o valor da tensão no gerador de função, cujas três amplitudes se referem à utilização das tensões de 1,5, 2,5 e 3,5 V. O sinal gerado foi amplificado para ser utilizado no *shaker* e o ganho no amplificador foi mantido constante para todos os casos.

Analisando os resultados experimentais, ao utilizar a força nas direções X e Y é possível observar que a força medida aumentou conforme as esferas foram sendo adicionadas. Uma vez que a seleção dos parâmetros para a geração do sinal da força aplicada à estrutura não foi alterada durante os ensaios, a alteração da força medida é resultado da interação dinâmica da esfera contra a estrutura. O *shaker* aplica a força a partir da seleção dos parâmetros que modificam a corrente elétrica responsável pela geração e variação do campo magnético na bobina, que produz o movimento imposto ao objeto de estudo. Alguma modificação na dinâmica da estrutura acaba afetando a força aplicada porque os parâmetros ajustados mantém a corrente elétrica constante, e não a força.

Apesar do cuidado tomado ao selecionar a faixa de força utilizada nos experimentos, ainda foi possível observar uma pequena variação na proporcionalidade da resposta ao variar a força excitadora. Isso significa que se a força fosse dobrada a resposta não obedeceria a mesma propor-

ção. Baseado nos resultados experimentais dos casos sem esferas apresentados, verificou-se que ao aumentar a força o sistema respondeu de forma mais amortecida e vice-versa, fato que pode ser facilmente verificado ao comparar as razões das forças e das respostas. Se a montagem do sistema fosse totalmente linear, as razões seriam iguais. Então, é provável que grande parte da redução de vibração observada ao utilizar cada esfera está relacionada aos efeitos dos impactos, mas uma parte pode estar relacionada ao efeito da modificação estrutural influenciada pela interação *shaker*-estrutura ao alterar o número de esferas e/ou a amplitude da força excitadora.

É importante frisar que a montagem experimental proposta não permite o isolamento dos fenômenos para certificar a redução de vibração causada somente pelos efeitos dos impactos na estrutura. Isso prejudica uma comparação quantitativa dos resultados com as respostas obtidas com o modelo matemático. Entretanto, ainda é possível comparar as respostas de uma forma qualitativa.

Viga engastada na horizontal excitada na direção X

Nesta configuração de montagem, o *shaker* foi posicionado para excitar a estrutura ao longo da direção X e dois acelerômetros foram dispostos para captar as respostas nas direções X e Y .

O primeiro teste realizado na montagem foi para encontrar a primeira frequência natural de flexão na direção X , a partir da FRF gerada utilizando a técnica de *Sine-Sweep*. Em seguida, a estrutura foi submetida a uma força harmônica de amplitude constante na frequência identificada como sendo a sua primeira frequência natural de flexão. Em seguida, foram selecionadas três amplitudes de força diferentes para serem utilizadas nos experimentos. Devido à não linearidade da montagem, principalmente devido ao *stinger* utilizado, as amplitudes de força precisaram ser cuidadosamente escolhidas para que não houvesse uma alteração da frequência natural, devido a um maior ou menor grau de interação/acoplamento *shaker*-estrutura.

As esferas utilizadas têm os diâmetros de 5,5, 5,953 e 6,0 mm, todas de aço, e 6,0 mm de tungstênio. Nos experimentos, foram utilizadas de 1 a 10 esferas para as três amplitudes de força excitadora selecionadas. Medindo os sinais de força e de aceleração é possível verificar qual a fase entre os sinais de entrada e saída para todos os casos. Foi adotado como um padrão na determinação da fase utilizar a resposta de deslocamento da estrutura, que pode ser estimada a partir do sinal

filtrado de aceleração medido e da frequência de excitação f_0 :

$$X = \frac{-\ddot{X}}{(2\pi \cdot f_0)^2}$$

As respostas experimentais de força, aceleração e a fase calculada entre os sinais de força e deslocamento são apresentadas nas Figuras 5.71, 5.72 e 5.73 para três diferentes amplitudes de excitação.

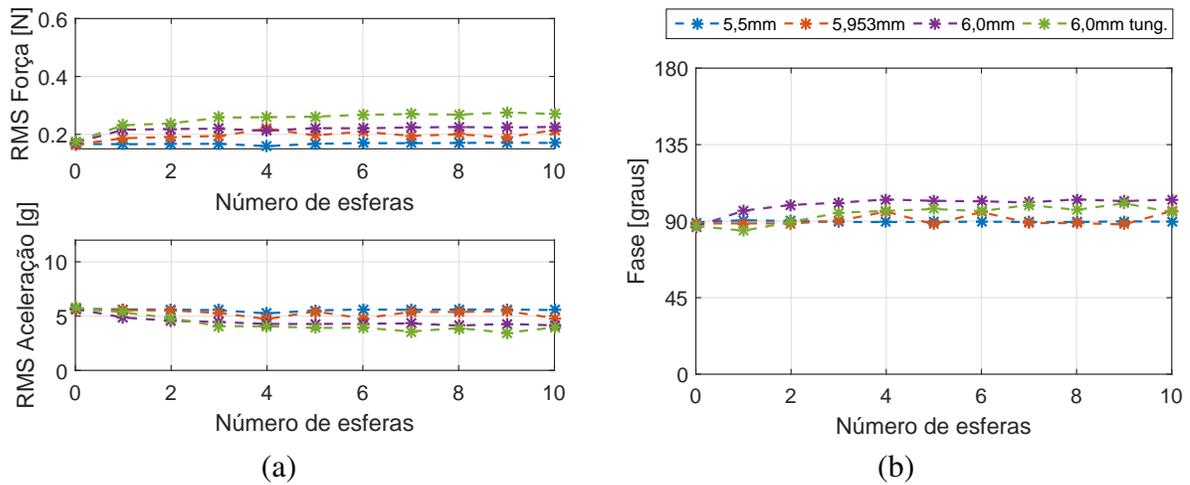


Figura 5.71: (a) RMS da força excitadora e da aceleração em X e (b) Fase para diferentes configurações de esferas. Amplitude 1.

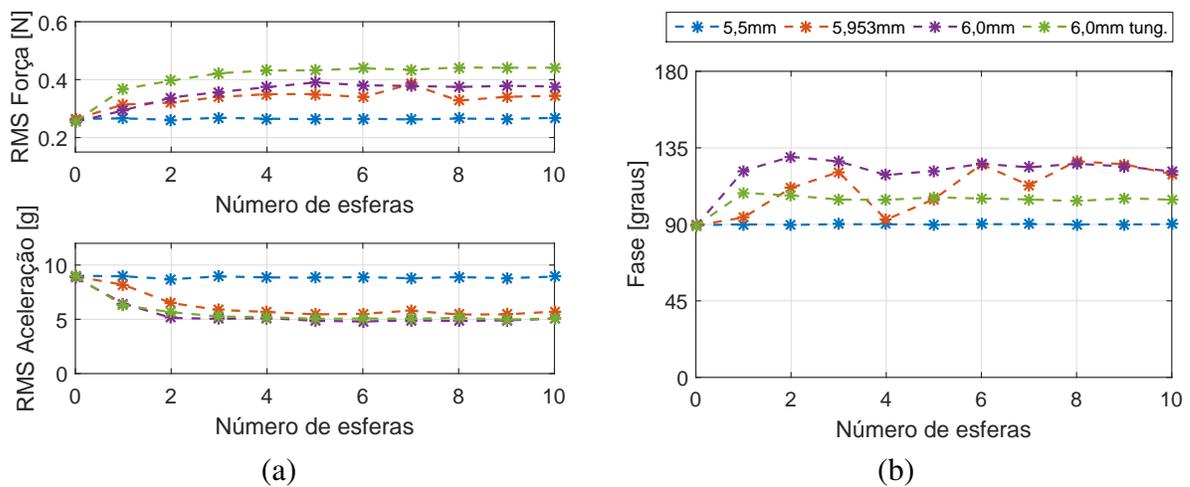


Figura 5.72: (a) RMS da força excitadora e da aceleração em X e (b) Fase para diferentes configurações de esferas. Amplitude 2.

Os sinais de aceleração medidos na direção Y , ortogonal à força excitadora, não são apre-

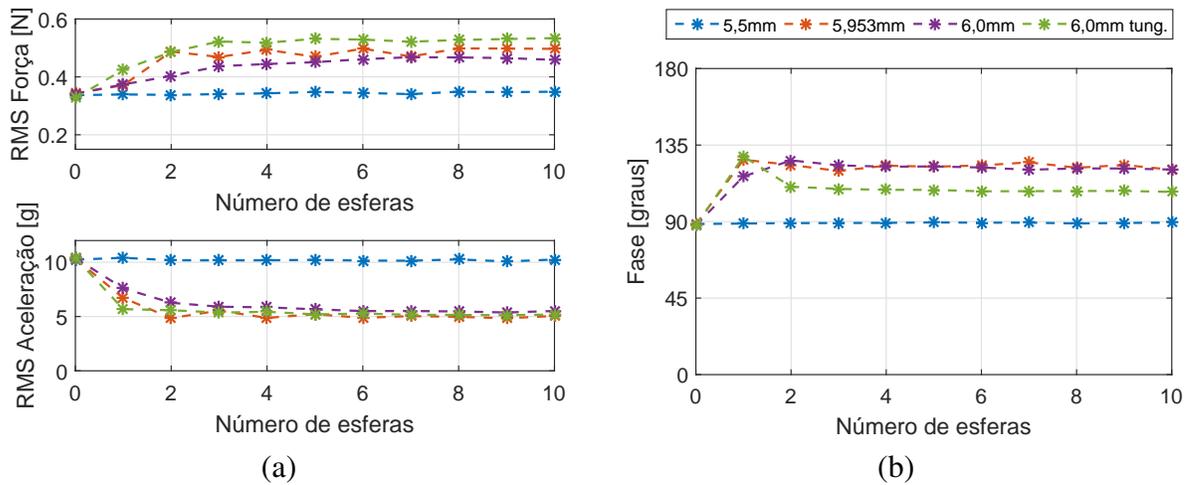


Figura 5.73: (a) RMS da força excitadora e da aceleração em X e (b) Fase para diferentes configurações de esferas. Amplitude 3.

sentados devido à ausência de força aplicada nesta direção, possuindo amplitudes bem mais baixas que as medidas na direção de excitação.

As respostas medidas apresentadas na Figura 5.71 mostram que as esferas de 5,5 e 5,953 mm foram ineficientes e pouco eficientes, respectivamente. Isso se deve ao fato de a amplitude de força imposta à estrutura produzir um deslocamento muito pequeno perante a folga radial existente entre cada esfera e a cavidade. Ao utilizar esferas de 6,0 mm, para a mesma excitação e, logo, o mesmo deslocamento, a folga é reduzida e os impactos dessas esferas contra a cavidade se tornaram efetivos, promovendo uma redução pequena da amplitude de vibração. Também na Figura 5.71 pode ser observado que a fase entre a resposta de deslocamento e de força foi afetada pelo impacto das esferas de 6,0 mm, muito pouco afetada pela esfera de 5,953 mm e permaneceu inalterada ao utilizar esferas de 5,5 mm. Isso indica que com a fase fora de 90 graus não existe mais a condição ótima de injeção de energia ao sistema característica de sistemas em ressonância. É muito importante ressaltar que este efeito não é o único responsável pela diminuição da vibração, os efeitos do impacto propriamente dito têm contribuição importante também, como já demonstrado através de algumas simulações.

Ao aumentar a força excitadora a relação entre a folga radial e a amplitude de deslocamento é diminuída permitindo que mais impactos ocorram e que a eficiência do absorvedor seja aumentada nos casos em que a folga estava grande demais. Ao analisar as acelerações medidas e mostradas nas Figuras 5.71 e 5.72 é possível notar que o desempenho do absorvedor utilizando as esferas de 5,953 mm foi consideravelmente melhor em relação àquele mostrado na Figura 5.71. Ao utilizar

mais de quatro esferas, a resposta medida ao utilizar a Amplitude 2 e a Amplitude 3 foi praticamente igual para as esferas de 5,953, 6,0 (aço) e 6,0 mm (tungstênio). Em compensação, a força aplicada ainda é muito pequena para compensar a grande folga existente entre as esferas de 5,5 mm e a parede da cavidade. Ainda seria necessário uma força maior para que essas esferas começassem a apresentar algum resultado mais positivo.

O fato do desempenho das esferas de tungstênio ter ficado tão próximo dos resultados com as esferas de aço foi, inicialmente, algo inesperado. Antes dos resultados serem medidos esperava-se que as respostas das esferas de 6,0 mm de aço e tungstênio fossem visivelmente diferentes, uma vez que a folga radial foi mantida mas a massa foi aumentada em duas vezes, aproximadamente. Uma possível explicação para essa ocorrência só pôde ser verificada com o auxílio do modelo matemático e será apresentada mais adiante.

Assim como relatado nas simulações iniciais apresentadas na seção 5.3, há uma tendência de estabilização nas respostas de aceleração apresentadas, indicando que a partir de um determinado número de esferas, para a condição de força aplicada, a redução se mantém praticamente constante, ou seja, a adição de mais esferas não afeta a vibração do sistema.

Em relação à fase entre os sinais de força e deslocamento, ficou bem evidente que os impactos promoveram uma alteração na fase em todas as amplitudes testadas. Se os impactos não existem, ou existem mas não causam uma redução significativa da vibração a fase tende a permanecer no seu valor inicial (sem esfera), ou variar em torno do valor inicial, como pode ser observado nos casos da esfera de 5,5 mm (para todas as forças) e de 5,953 mm (para a força de Amplitude 1) das Figuras 5.71, 5.72 e 5.73. A observação da alteração da fase causada pelos impactos e da manutenção da fase em casos com folgas grandes, como são as folgas nos casos em questão, já foi prevista por um modelo matemático de um PID arbitrário mostrado na seção 5.1.3. Já nos casos em que os impactos proporcionaram uma diminuição da vibração foi observado que a fase aumentou atingindo valores de até 130 graus, aproximadamente.

Viga engastada na horizontal excitada na direção Y

Nesta configuração de montagem, o *shaker* foi posicionado para excitar a estrutura ao longo da direção Y e dois acelerômetros foram dispostos para captar as respostas nas direções X e Y .

O primeiro teste realizado na montagem foi para encontrar a primeira frequência natural de

flexão na direção Y , identificada em 383,5 Hz a partir da FRF gerada utilizando a técnica de *Sine-Sweep*. Em seguida, foram selecionadas as três amplitudes de força diferentes para serem utilizadas nos experimentos. Os valores de força medidas nesta configuração ficaram muito próximos dos valores medidos no caso com excitação na direção X . Mas, comparando as medições de aceleração para os casos sem esferas nas direções X e Y , o sistema excitado em Y apresentou uma aceleração entre 9 e 13% maior.

As respostas medidas seguiram exatamente as respostas medidas no caso com excitação em X . As esferas de 5,5 mm são muito pequenas para as amplitudes de força utilizada, deixando a folga exageradamente grande e não contribuindo para a redução de vibração. As outras esferas tiveram um desempenho muito bom ao utilizar as duas amplitudes de forças maiores. Assim como observado anteriormente, redução de vibração estabilizou a partir de um determinado número de esferas, tornando-se insensível à adição de mais esferas.

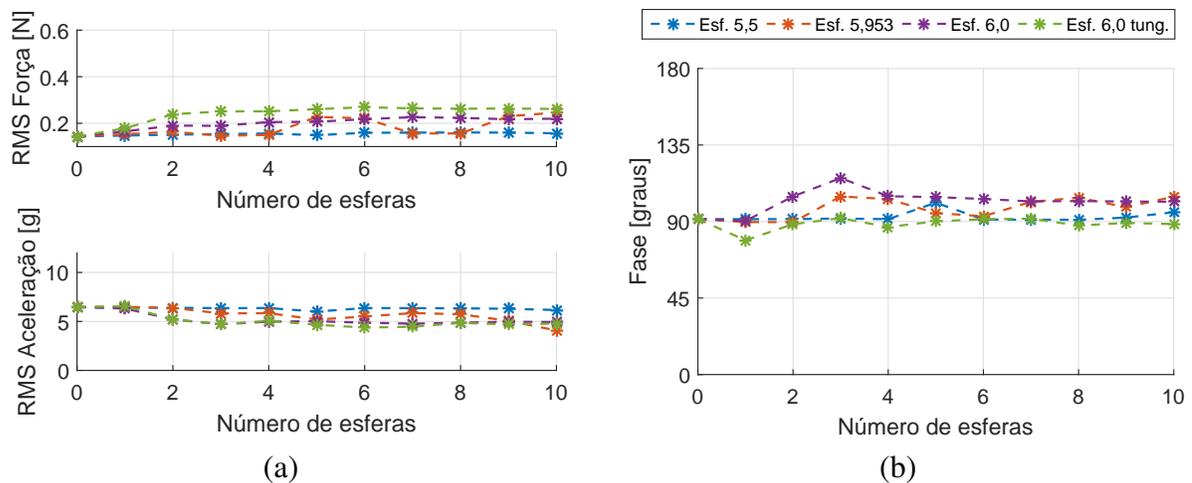


Figura 5.74: (a) RMS da força excitadora e da aceleração em Y e (b) Fase para diferentes configurações de esferas. Amplitude 1.

O comportamento observado pela fase entre os sinais de força e de deslocamento manteve a mesma tendência observada com o sistema excitado em X . É importante destacar o fato das fases encontradas ao utilizar as esferas de 6,0 mm de tungstênio serem menores que as fases da esfera de 6,0 mm de aço. Isso é uma evidência de que a massa da esfera não é a responsável pela mudança da fase, pois se fosse assim, a fase para os casos com esfera de tungstênio deveria ser maior que a fase das esferas de aço, visto que a massa específica do tungstênio é aproximadamente o dobro da do aço.

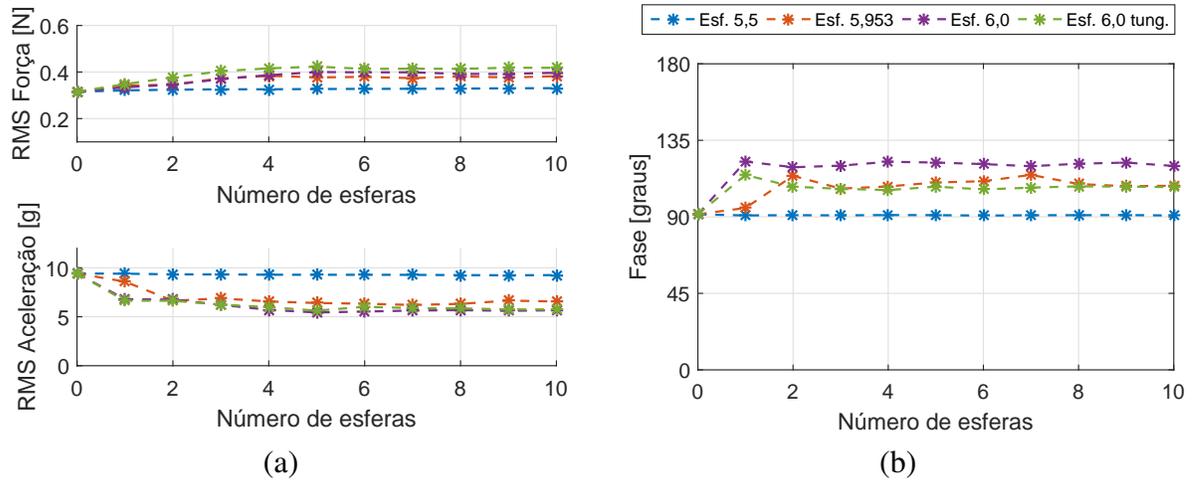


Figura 5.75: (a) RMS da força excitadora e da aceleração em Y e (b) Fase para diferentes configurações de esferas. Amplitude 2.

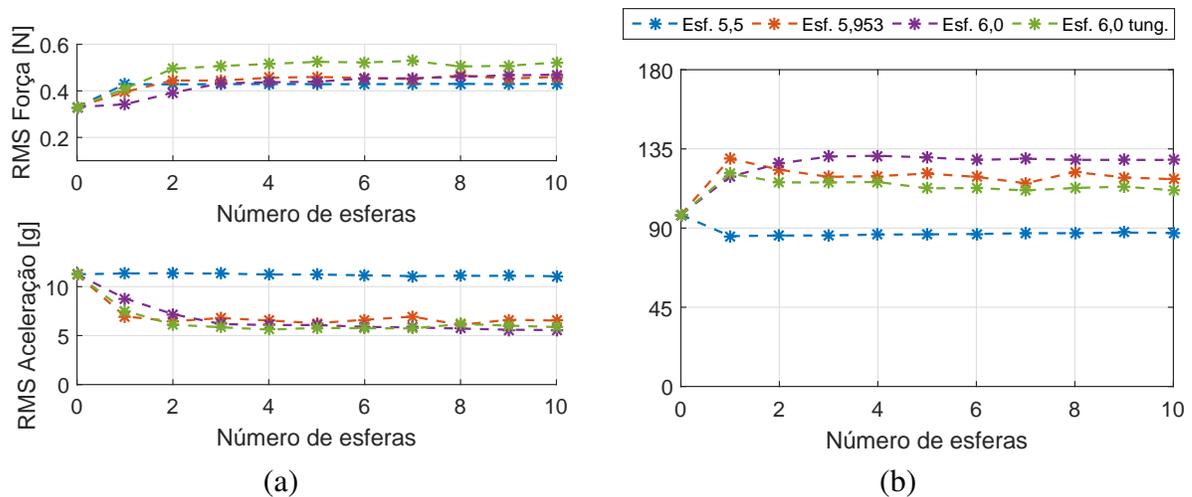


Figura 5.76: (a) RMS da força excitadora e da aceleração em Y e (b) Fase para diferentes configurações de esferas. Amplitude 3.

5.5 Resultados numéricos da barra engastada na posição horizontal

Nesta seção a comparação entre os resultados experimentais (medidos) e simulados (obtidos pela integração numérica das equações de movimento) é apresentada.

Alguns parâmetros de entrada das equações de movimento são fáceis de serem medidos ou estimados, mas outros nem tanto. Parâmetros como diâmetro e massa são triviais e módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson e rigidez de contato são obtidos a partir da definição do material. Porém, dois parâmetros fundamentais para o resultado teórico são extremamente difíceis de serem medidos ou estimados: o *diâmetro interno* do furo da barra próximo à sua extremidade e o *coeficiente de restituição* entre a esfera e as paredes internas barra. Também importante, mas não no mesmo grau desses dois, o *coeficiente de atrito* é outro parâmetro difícil de ser estimado. Diante desse cenário, surgem as seguintes perguntas: quais valores de folga e de coeficiente de restituição devem ser utilizados no modelo matemático? A variação desses parâmetros causa uma mudança significativa na resposta?

A primeira pergunta é mais difícil de ser respondida. A resposta da segunda é sim, como já foi apresentado nas simulações mais simples, o coeficiente de restituição e a folga podem modificar completamente a resposta numérica obtida pelo modelo matemático. Dentre os dois parâmetros citados, de um modo geral, o coeficiente de restituição é, certamente, o parâmetro mais complicado de ser estimado experimentalmente, inclusive por, teoricamente, ser variável com a velocidade dos corpos.

A comparação quantitativa entre as respostas reais e simuladas não pode ser feita fielmente, devido à dificuldade de conhecer todos os parâmetros reais necessários para a integração das equações de movimento. Entretanto, qualitativamente, os resultados podem e são comparados. De posse de todos os parâmetros possíveis de serem medidos ou estimados, a resposta teórica para alguns casos foi estimada para diferentes valores de diâmetro interno do furo (que se relaciona com a folga interna, uma vez que o diâmetro da esfera é conhecido) e de coeficiente de restituição. Assim, a sensibilidade da resposta a partir da variação desses parâmetros pode ser observada. De início, espera-se que a resposta seja bem sensível à variação da folga, baseado em toda a teoria acerca do absorvedor.

Conforme mostrado no capítulo 4, o modelo em elementos finitos da barra sem esferas foi previamente ajustado a partir da FRF obtida experimentalmente. Como foram utilizadas esferas

de diferentes diâmetros, o posicionamento dessas esferas na cavidade será dependente do seu diâmetro, o que afeta a ligeiramente a discretização do modelo em elementos finitos, alterando o comprimento dos elementos entre dois nós consecutivos onde há a alocação de esfera. Assim, tem-se três modelos em elementos finitos referentes aos três diâmetros de esferas utilizados. Ao simular a condição do sistema sem esfera, as respostas dos três modelos deve ser a mesma. Uma vez estabelecidos os parâmetros necessários para o ajuste das FRF's medida e simulada, um refino no ajuste do amortecimento foi realizado para garantir que as respostas temporais fossem o mais próxima possível das respostas medidas a partir das três amplitudes de força excitadora aplicadas. A princípio, buscou-se um ajuste de amortecimento que atendessem às três respostas obtidas a partir das três amplitudes de força utilizadas. Adotou-se então a resposta obtida pela excitação a 0,29 N como sendo a referência para o ajuste do amortecimento para os três modelos a serem utilizados. A comparação das respostas dos três modelos, sem esferas, com as respostas medidas experimentalmente é apresentada na Figura 5.77.

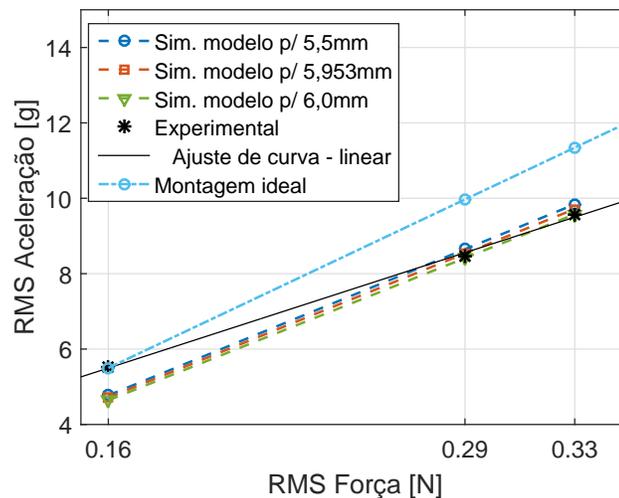


Figura 5.77: Comparação das respostas experimentais e simuladas sem esferas. Força aplicada e aceleração medida na direção X.

Analisando a Figura 5.77 é possível notar que os modelos para os diferentes diâmetros de esferas representaram muito bem o experimento ao utilizar as duas amplitudes maiores de força. Ao utilizar a força de 0,16 N, os modelos apresentaram respostas mais amortecidas do que a resposta medida, indicando a não linearidade da montagem experimental. Como os modelos foram calibrados a partir da amplitude de 0,29 N, as respostas sob excitação a 0,33 N já apresentam ligeira diferença em relação à resposta medida, indicando que pequenas diferenças surgem mesmo ao variar muito pouco a força excitadora (de 0,29 a 0,33 N), tendendo a serem menos amortecidas. Ou seja, baseado nas respostas medidas dispostas na Figura 5.77, o sistema tende a responder de forma mais amortecida conforme a força excitadora aumenta. Para que as respostas do modelo sem impacto sejam exatamente como as do experimento, um refino no ajuste do amortecimento é ne-

cessário ao alterar a força excitadora. A Figura 5.77 também mostra como seria o comportamento do sistema se a montagem fosse totalmente linear (Montagem ideal).

Uma vez que o modelo da viga está bem definido e representando corretamente o comportamento real da barra sem esferas, busca-se verificar o efeito de diferentes configurações do absorvedor atuando na estrutura.

Simulação da viga engastada na horizontal excitada na direção X

A viga que representa um porta ferramentas para operação de torneamento foi discretizada em 14 nós, como mostrado na seção 4.3, cuja representação foi apresentada na Figura 4.9(b), reproduzida abaixo.

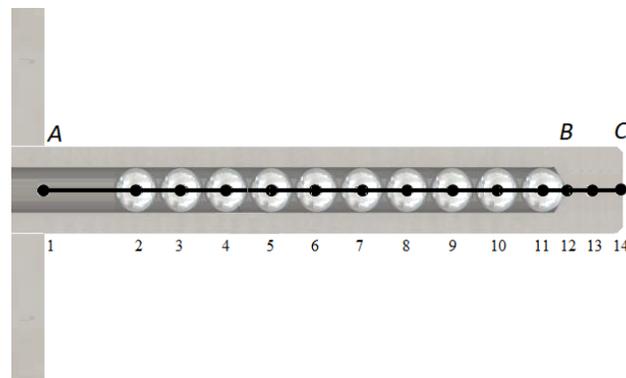


Figura 5.78: Reprodução da Figura 4.9(b)

O eixo Z está orientado ao longo do eixo axial viga. Assim, o plano da página contém o plano YZ e o plano perpendicular à página contém o plano XY do sistema de coordenadas.

Uma diferença existente entre a barra utilizada nos experimentos e o modelo em EF está localizada no nó 12, representado pela letra B . A mudança da seção transversal ocorrida nesse ponto é *cônica* na barra e *reta* no modelo (perpendicular ao eixo axial), não representando a conicidade deixada pela broca no processo de furação. Isso pode influenciar no resultado final da simulação e na comparação dos resultados numéricos e experimentais, mas, no momento, a utilização de uma modelagem mais simplificada foi preferida.

Todos os dados geométricos referentes à barra utilizada nos experimentos foram inseridos no modelo matemático e os valores de rigidez referentes ao engaste (nó 1) foram ajustados para que

a primeira frequência natural de flexão fosse 375,8 Hz. Aplicando ao nó 13 uma força excitadora senoidal de amplitude 0,4089 N, que equivale a uma amplitude RMS de 0,29 N, a 375,8 Hz, a resposta obtida mediante a utilização de diversas configurações do absorvedor é apresentada. A Figura 5.79 mostra como o desempenho do absorvedor ao utilizar diferentes valores de folga (que está relacionada ao raio da cavidade) e de coeficiente de restituição, quando submetido a impactos de só uma esfera de 6,0 mm de aço e tungstênio. O uso de esferas de aço e tungstênio nas simulações se baseou em utilizar esferas com mesmo diâmetro e massa bem diferentes, fisicamente possível e comercialmente de fácil aquisição para a implantação em aplicações reais.

De um modo geral, os resultados obtidos em função da variação do raio da cavidade seguem a tendência como mostrado na Figura 5.70, ou seja, haverá um determinado raio da cavidade que para a esfera utilizada produzirá uma maior redução de vibração, o que caracteriza a folga ótima do absorvedor. Isso vale para qualquer coeficiente de restituição utilizado e o pico de redução ocorrerá em uma folga menor ou maior se um menor ou maior coeficiente de restituição for utilizado.

Analisando os resultados apresentados na Figura 5.79, verifica-se que para o intervalo de raio da cavidade utilizado (3,01 a 3,06 mm), os picos de redução para a esfera de aço não foram atingidos dentro desse intervalo ao utilizar os coeficientes de restituição 0,7 e 0,9. Nestes casos, a curva obtida ainda se encontra em crescimento. De um modo geral, assim como observado nos resultados apresentados na seção 5.1.3, as maiores reduções são atingidas ao utilizar maiores coeficientes de restituição com o sistema operando nas respectivas folgas ótimas. Comparando especificamente o desempenho das esferas de aço e tungstênio em cada caso, utilizando o coeficiente de restituição 0,2, os desempenhos da esfera de aço e de tungstênio foram muito similares, com pequenas diferenças observadas nas folgas menores. Conforme o coeficiente de restituição aumenta, aumentam as diferenças entre as respostas obtidas por essas esferas dentro do intervalo de folga estabelecido.

Conforme mais esferas são adicionadas ao absorvedor submetido à mesma excitação, a folga ótima tende a diminuir deslocando o pico de redução de vibração. Com o sistema operando com cinco esferas, a Figura 5.80 mostra que em todos os casos apresentados o pico de redução não está presente no intervalo de folga utilizado. Nestes casos, a adição de esferas deslocou o pico de redução para valores inferiores a 3,01 mm, o que indica que o sistema está operando acima da folga ótima. Os resultados apresentados na Figura 5.80 mostram que o desempenho do absorvedor não foi significativamente alterado ao utilizar as esferas descritas.

Baseado nos resultados apresentados, as simulações indicam que o absorvedor é muito mais sensível à variação da massa da esfera em alguns valores de folga. Nos resultados com uma esfera

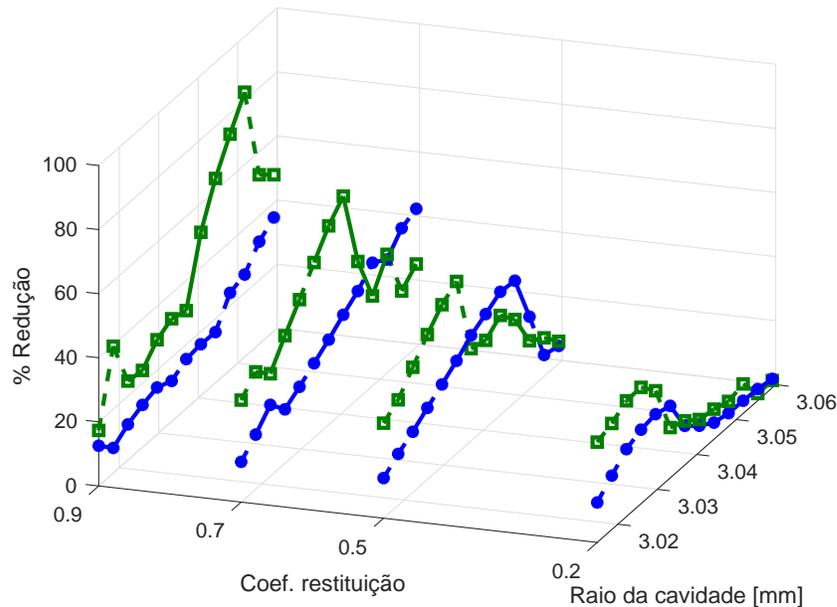


Figura 5.79: Redução de vibração alcançada ao variar o coeficiente de restituição e o raio da cavidade, utilizando uma esfera de 6,0 mm de aço (—●—) e tungstênio (—□—).

usando o coeficiente de restituição de 0,2 a resposta da esfera de tungstênio já se mostrou praticamente idêntica à resposta da esfera de aço em grandes folgas. Mas, o fato de não ter havido uma diferença muito expressiva em todo o intervalo de folga analisado impediria de afirmar no momento a pouca sensibilidade do sistema em relação à massa da esfera. Ao adicionar mais esferas, fazendo o sistema operar acima da folga ótima em todo o intervalo estabelecido (para todos os coeficientes de restituição), a proximidade das respostas obtidas ao utilizar esferas de aço e tungstênio permitem afirmar que no modelo matemático o uso de esferas de massa maior nem sempre promoverá uma redução tão maior de vibração como inicialmente pode ser esperado.

A tendência de estabilização da redução de vibração a partir de um determinado número de esferas já foi discutida previamente. Para demonstrar este efeito comparando o desempenho do absorvedor utilizando três e cinco esferas, os resultados obtidos pelas simulações usando os coeficientes de restituição 0,2 0,5 e 0,9 foram agrupados para serem visualizados em um gráfico 2D, conforme ilustrado na Figura 5.81. Levando em consideração a grande variação dos parâmetros de folga e de coeficiente de restituição utilizados nas simulações, analisando os resultados apresentados na Figura 5.81 vê-se que os pontos estão bem concentrados entre si. Dois pontos importantes podem ser discutidos baseados no número de esferas e no material das mesmas. Primeiro, estes resultados indicam que não foram observadas diferenças significativas entre os desempenhos do absorvedor com três ou cinco esferas, seja de aço ou tungstênio, o que indica a estabilização da

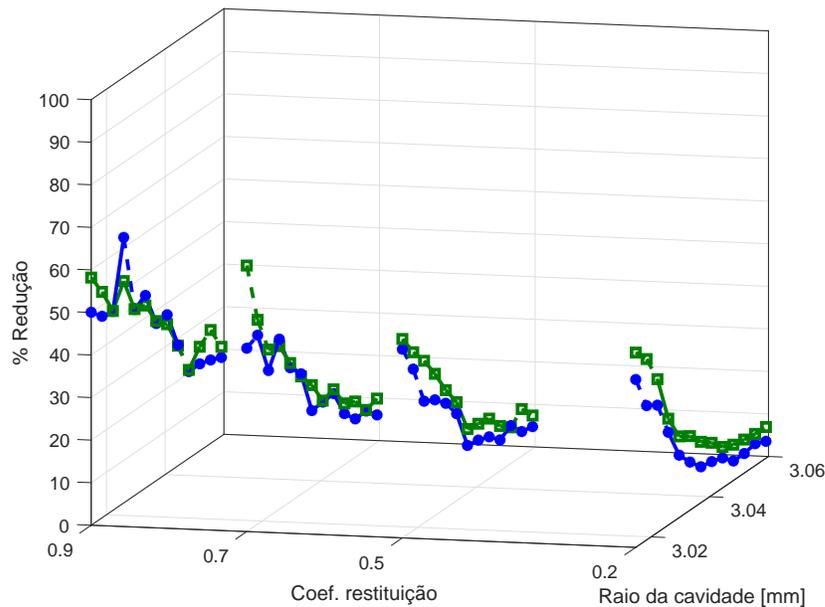


Figura 5.80: Redução de vibração alcançada ao variar o coeficiente de restituição e o raio da cavidade, utilizando cinco esferas de 6,0 mm de aço (—●—) e tungstênio (—□—).

redução de vibração. Dessa forma, ao manter esta mesma excitação (amplitude e frequência), fazer o absorvedor operar com dez esferas não melhorará consideravelmente seu desempenho. Segundo, na maioria dos casos, as esferas de tungstênio não promoveram uma melhora significativa em relação às esferas de aço. As esferas de tungstênio foram mais eficientes, mas, considerando que a massa da esfera de tungstênio é aproximadamente o dobro da massa da esfera de aço, a expectativa seria um desempenho bem melhor, que evidentemente não foi.

A Figura 5.82 mostra a comparação dos valores de aceleração RMS estimados em função do raio da cavidade, para diferentes valores de coeficientes de restituição e quantidades de esferas de 6,0 mm. Os resultados apresentados na Figura 5.82 confirmam que as acelerações estimadas do sistema com 3, 5 ou 10 esferas são praticamente iguais, ao analisar as respostas de cada coeficiente de restituição separadamente. Ao utilizar $e = 0,9$ há uma maior dispersão dos resultados, mas, ainda assim, não existe uma diferença tão significativa entre as respostas com 3, 5 e 10 esferas. Analogamente, os resultados para as esferas de tungstênio são mostrados na Figura 5.83 e as mesmas observações feitas para os resultados com as esferas de aço de 6,0 mm são válidas para os resultados das esferas de tungstênio.

Mesmo com as imprecisões dos parâmetros para alimentar o modelo matemático, os pontos destacados nesses resultados numéricos estão de acordo com o que foi observado experimental-

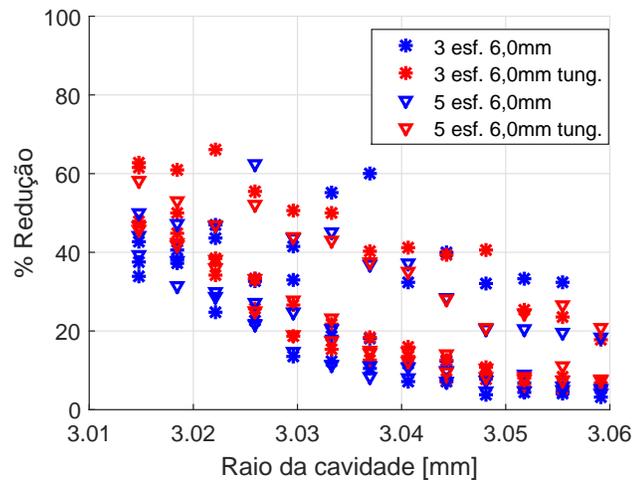


Figura 5.81: Concentração dos resultados numéricos utilizando diferentes coeficientes de restituição para comparação do desempenho de 3 e 5 esferas de aço e tungstênio.

mente.

Os resultados experimentais apresentados na seção 5.4.1 mostraram que a força medida aumentou conforme as esferas foram adicionadas, ou seja, a excitação dos casos com impacto foi diferente da excitação do sistema sem esfera. O modelo matemático com a aplicação direta da força excitadora sobre um nó específico não contempla essa mudança da amplitude da força com a adição de esferas. Para comparar os resultados experimentais e simulados, duas opções são possíveis: 1) aplicar o valor medido da força ao modelo, atualizando-o conforme adicionar cada esfera; ou 2) utilizar o modelo matemático considerando o *shaker* acoplado ao nó de aplicação da força. Independentemente da opção utilizada, uma consideração muito importante relacionada ao amortecimento da estrutura deve ser destacada. Conforme verificado nos resultados da estrutura sem impacto apresentados na Figura 5.77, o amortecimento da estrutura foi afetado pela alteração da força excitadora, devido à não linearidade da montagem experimental. Se, ao adicionar esferas, a força aumenta, o amortecimento da estrutura está sendo afetado também. Isso significa que as reduções obtidas estão relacionadas obviamente aos impactos, mas também a uma parcela devido ao aumento do amortecimento provocado pelo aumento da força. Considerando que no modelo matemático não é considerada a variação do amortecimento com a força, uma divergência já é observada entre os resultados numéricos e experimentais antes que seja apresentada qualquer comparação.

Para comparar as respostas experimentais e numéricas de uma maneira mais objetiva, é necessário estabelecer valores fixos de folga e de coeficiente de restituição para serem empregados no modelo matemático. Como não foi possível medir a folga real existente entre as esferas e a cavidade utilizada nestes experimentos (barra engastada), a folga produzida pela utilização de uma cavidade

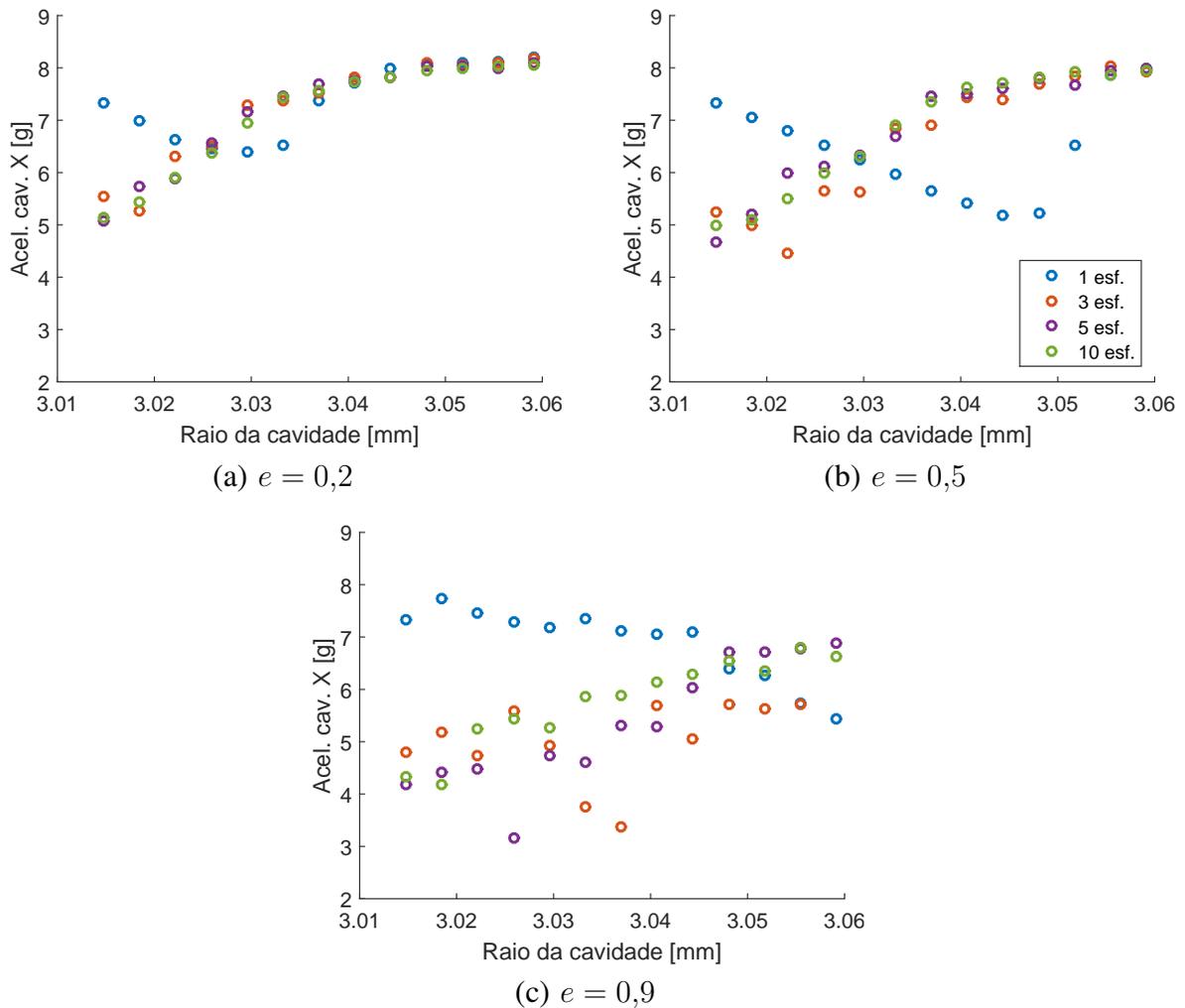


Figura 5.82: Aceleração da estrutura em função do raio da cavidade ao utilizar diferente quantidades de esferas e coeficientes de restituição. Esferas de 6,0 mm de aço.

de raio $R = 3,035$ mm foi adotada para ser utilizada nas simulações numéricas. Chegou-se a este valor através de medições do diâmetro interno do furo produzido em uma barra similar, de mesmas dimensões, utilizando a mesma broca, porém com furo passante ao longo de todo comprimento da barra. Não se pode garantir que este valor de raio da cavidade estabelecido esteja 100% correto, mediante às variações que podem ocorrer no processo de corte, mas acredita-se que este valor esteja próximo do valor real. O valor do coeficiente de restituição foi escolhido baseado nos resultados experimentais da fase. Como já foi apresentado previamente, o valor da fase obtida através dos resultados numéricos arbitrários é influenciada pela folga e pelo coeficiente de restituição. Os resultados numéricos prévios indicaram que, no geral, a fase entre a força e o deslocamento tende a ser maior que 90 graus quando a folga é menor que a folga ótima. E a folga ótima é influenciada pelo coeficiente de restituição. Conforme apresentado nas Figuras 5.71, 5.72 e 5.73, as fases me-

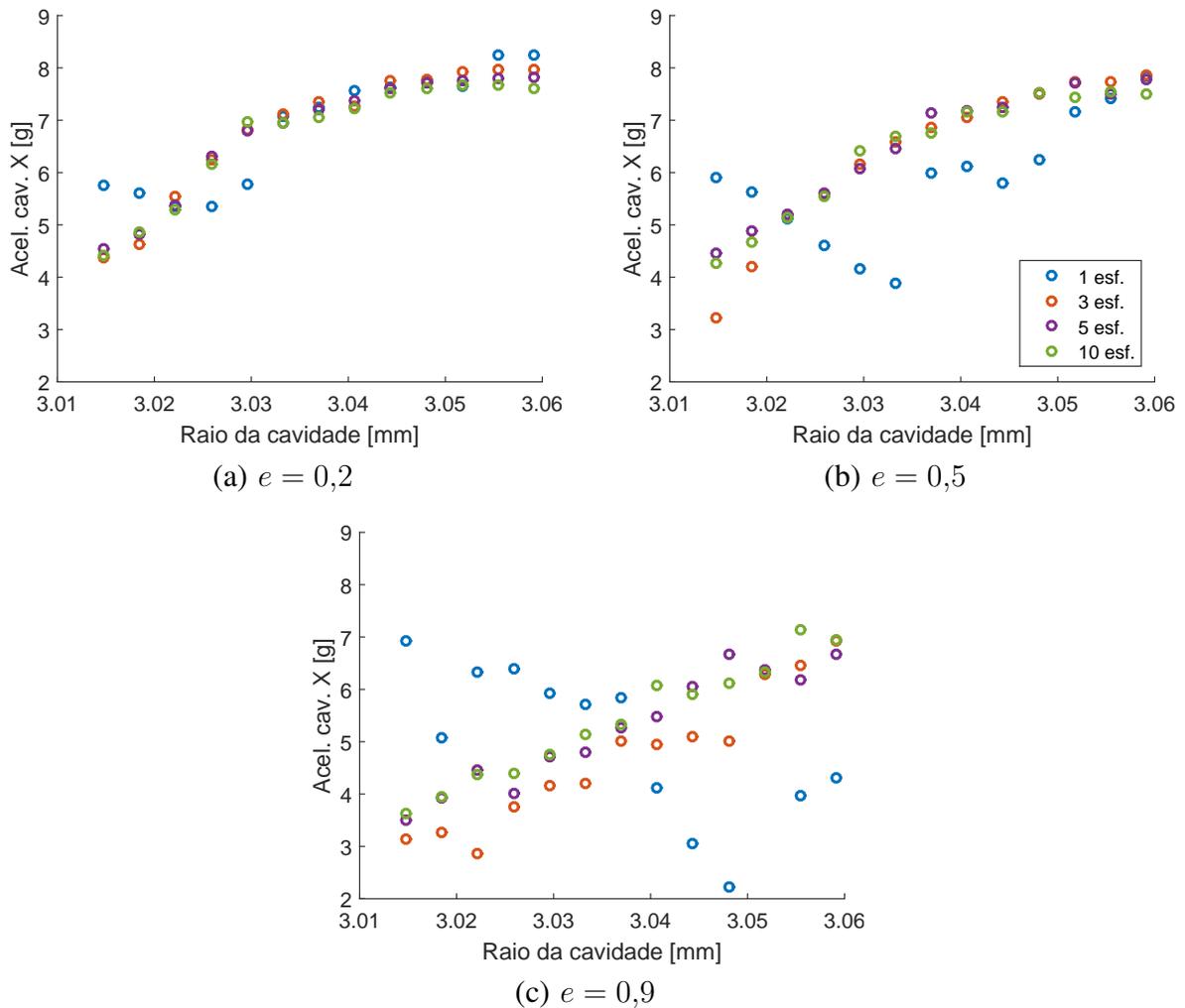


Figura 5.83: Aceleração da estrutura em função do raio da cavidade ao utilizar diferente quantidades de esferas e coeficientes de restituição. Esferas de 6,0 mm de tungstênio.

didadas assumiram valores maiores que 90 graus sempre que os impactos foram efetivos. Sabendo o valor escolhido do raio da cavidade a ser empregado na simulação numérica ($R = 3,035$ mm), foi verificado que somente o uso de altos coeficientes de restituição faziam a resposta numérica da fase convergir para valores maiores que 90 graus, como nos experimentos. Sendo assim, adotou-se para a aplicação nas simulações o valor de $e = 0,9$.

As Figuras 5.84, 5.85 e 5.86 mostram a comparação entre os resultados experimentais e os resultados simulados utilizando uma cavidade de raio $R = 3,035$ mm e $e = 0,9$ (para todas as esferas), para as três amplitudes de tensão aplicadas ao *shaker* utilizadas nos ensaios experimentais. As amplitudes de força medidas aumentaram conforme as esferas foram adicionadas à cavidade. Para a realização da simulação numérica, os valores exatos da força medidas foram utilizados no

modelo matemático em cada um dos casos analisados.

De uma maneira geral, as respostas simuladas ficaram mais próximas das experimentais ao utilizar a amplitude de tensão 2. Mesmo com as incertezas relacionadas aos parâmetros de folga e coeficiente de restituição, que são fundamentais para a obtenção das respostas numéricas, uma tendência qualitativa pode ser observada. As esferas de 5,5 mm são muito pequenas para atuarem na cavidade estabelecida com os níveis de força impostos, devido à baixa amplitude de deslocamento proporcionada perante o valor da folga. Independentemente da amplitude de tensão aplicada ao *shaker*, as respostas simuladas se ajustaram muito bem às respostas experimentais. Por outro lado, os resultados com as esferas de 5,953 mm foram os que mais se afastaram dos valores medidos. Certamente, a incerteza da folga contribuiu para essa maior diferença entre os resultados medidos e estimados. Em relação às esferas de 6,0 mm, verifica-se um ajuste muito bom entre as respostas simuladas e os valores medidos, em todas as amplitudes utilizadas, principalmente ao utilizar as esferas de aço. Com as esferas de tungstênio, as respostas estimadas se afastaram um pouco mais das respostas medidas ao utilizar a amplitude de tensão 3.

Na Figura 5.87 é mostrada a resposta simulada com diferentes valores de R e e , evidenciando como a alteração desses parâmetros modificam a resposta simulada.

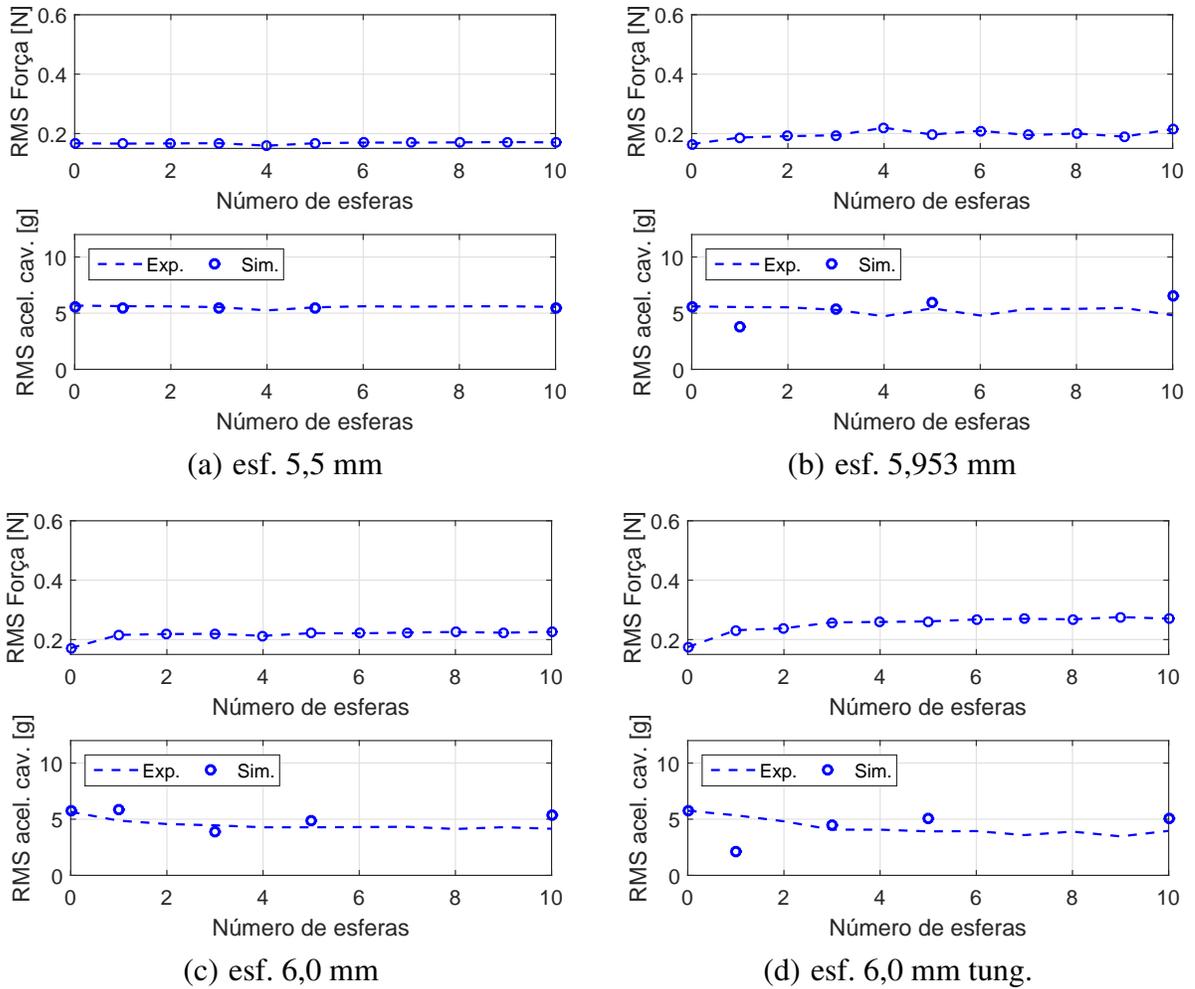


Figura 5.84: Comparação dos resultados simulados e experimentais. Força na direção X , Amplitude de tensão 1.

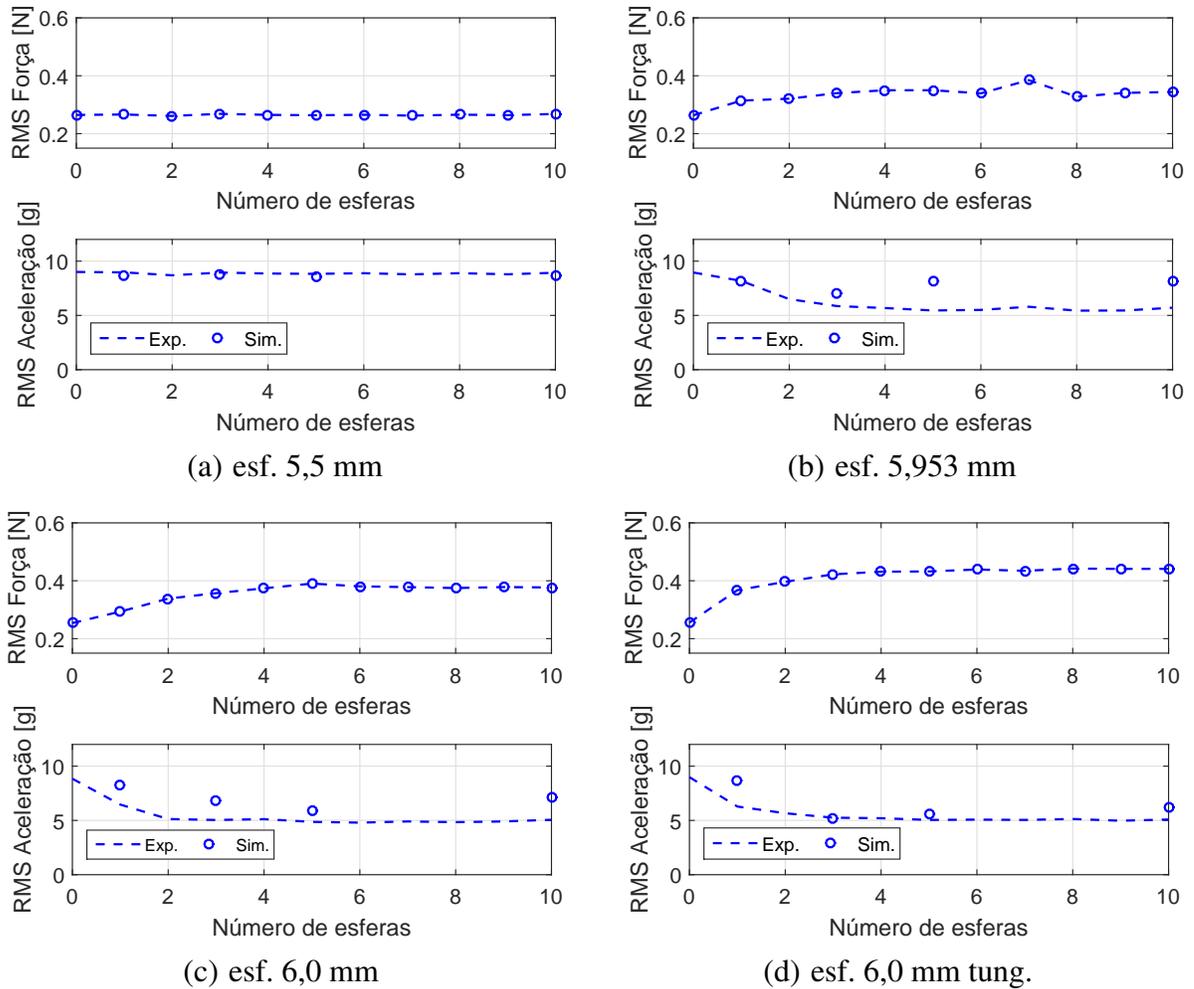


Figura 5.85: Comparação dos resultados simulados e experimentais. Força na direção X , Amplitude de tensão 2.

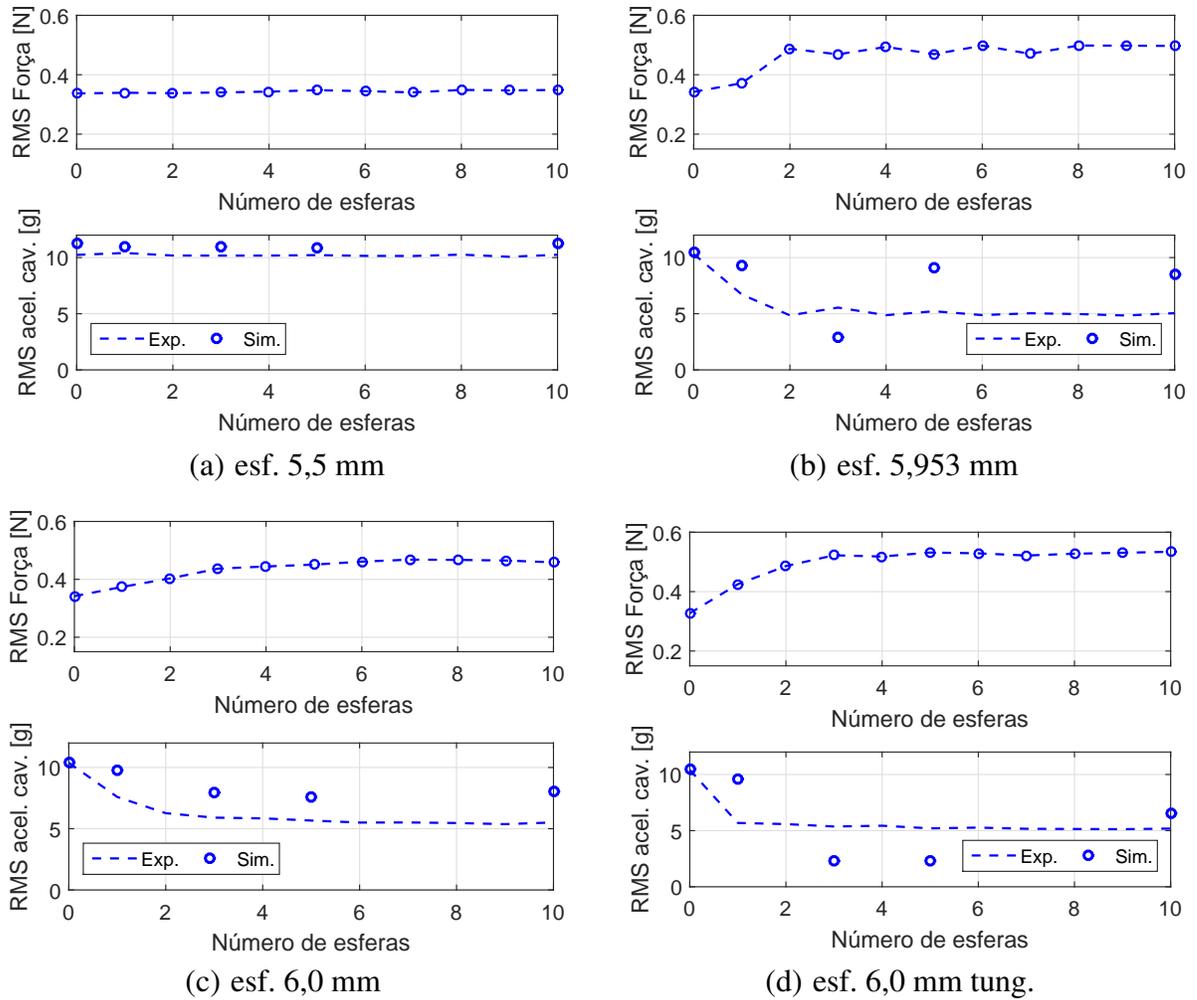


Figura 5.86: Comparação dos resultados simulados e experimentais. Força na direção X , Amplitude de tensão 3.

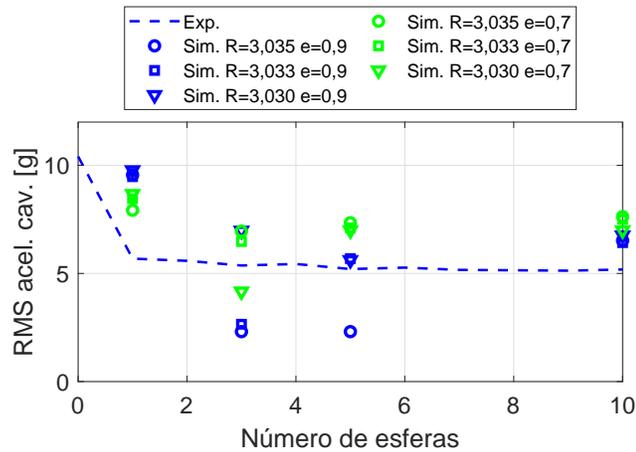


Figura 5.87: Simulação do desempenho das esferas de tungstênio com diferentes valores de R e e . Força na direção X , Amplitude de tensão 3.

5.5.1 Comparação dos resultados numéricos e experimentais para a resposta em função da frequência

Muito já foi dito a respeito da dificuldade da comparação quantitativa dos resultados numéricos e experimentais. Não obstante, é válido também verificar qualitativamente a resposta do modelo matemático em frequências diferentes da frequência natural, buscando comparar o comportamento geral das respostas estimadas e medidas, não focando somente nos valores de amplitude encontrados.

Sabe-se que o absorvedor de vibrações é altamente eficiente quando atua em uma estrutura submetida à vibrações em sua frequência natural. Para verificar a resposta do sistema em frequências diferentes da natural, testes experimentais foram realizados na barra engastada, utilizando nenhuma, 5 e 10 esferas de 6,0 mm (aço), com a força excitadora atuando na direção X . O sistema foi submetido a uma vibração harmônica em cada uma das frequências selecionadas, entre 300 e 400 Hz com incremento de 10 Hz. A amplitude de tensão necessária para gerar o sinal e o ganho ajustado no amplificador de potência do *shaker* foram mantidos constantes durante todo o experimento. Primeiramente, os testes com a estrutura sem esferas foram realizados para todas as frequências e, na sequência, e da mesma maneira, os com 5 e 10 esferas. Todos os resultados foram reproduzidos para garantir a confiabilidade. O intuito da realização destes ensaios consiste em analisar o comportamento do sistema em algumas frequências diferentes da frequência natural, utilizando como parâmetro de comparação a aceleração.

A Figura 5.88 dispõe os resultados de força e aceleração medidos e a fase obtida entre os

sinais de força e deslocamento para cada um dos casos analisados. A amplitude da aceleração em 380 Hz vale 13,91 g/N e a força medida foi 0,3778 N, o que indica que a aceleração vale 5,25 g, que está de acordo com o que foi medido nos ensaios a 381,8 Hz apresentados na Figura 5.75.

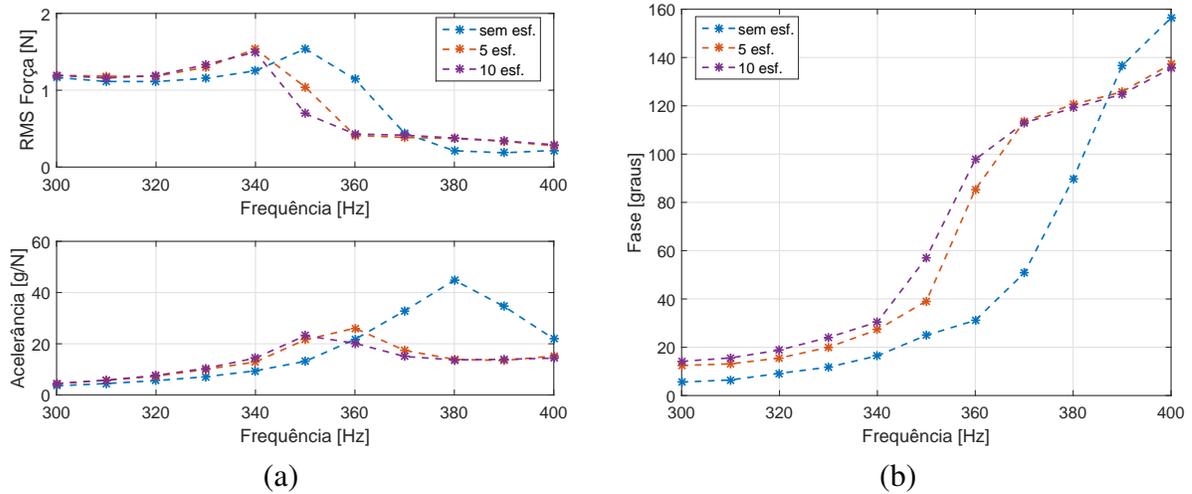
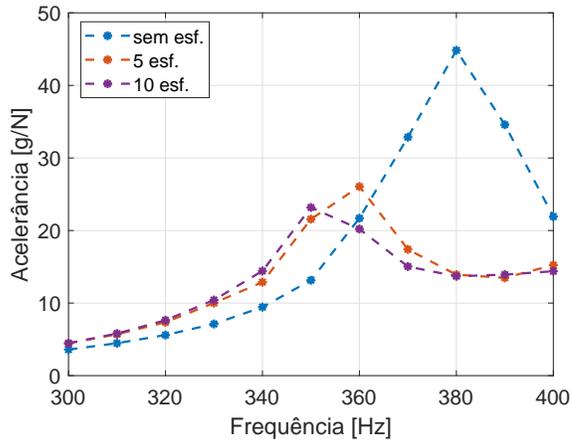


Figura 5.88: Resultado experimental de força, aceleração e fase em função do intervalo de frequências estabelecido.

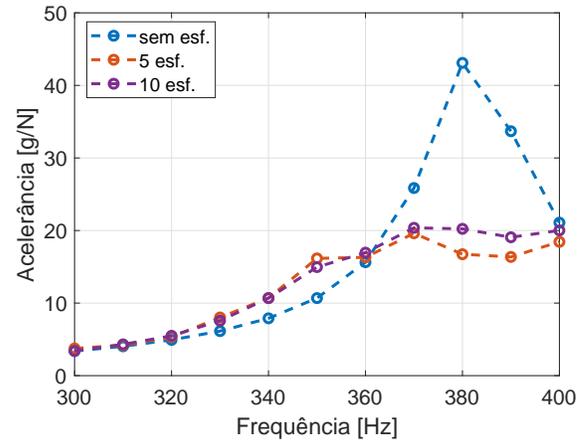
A Figura 5.89 mostra a comparação entre as respostas medidas e as simuladas utilizando uma cavidade de raio $R = 3,035$ mm e $e = 0,9$. Os resultados sem esfera mostram que um bom ajuste entre as simulações e as medições foi alcançado tanto para aceleração quanto para a fase. Ao utilizar 5 e 10 esferas de 6,0 mm de aço, as respostas simuladas foram praticamente idênticas. As medições indicaram que as respostas tendem a ser muito próximas. Ou seja, qualitativamente as simulações e os experimentos estão em conformidade. Além disso, o modelo foi capaz de prever o aumento da vibração em frequências menores que a frequência natural do sistema sem esferas, causada pelo deslocamento da frequência natural, que pode ser verificado pelo deslocamento do valor de 90 graus da fase. Porém, quantitativamente, existem diferenças significativas entre essas respostas, tanto em relação à amplitude da aceleração quanto em relação à fase. No caso da fase, os resultados do modelo indicaram que a frequência natural do sistema com esferas seria maior do que aquela observada experimentalmente, através da indicação da fase de 90 graus.

Considerando os resultados em 380 Hz, frequência próxima da frequência natural do sistema sem esfera, os resultados simulados da fase do sistema com 5 esferas estão mais próximos dos resultados experimentais, logo também pode ser verificada uma maior proximidade entre as acelerações estimada e medida em comparação com essas respostas obtidas em 350 e 360 Hz. Mesmo utilizando diferentes valores de raios de cavidade e de coeficientes de restituição é possível verificar pelas Figuras 5.90 e 5.91 que a resposta não sofre variações significativas, não sendo pos-

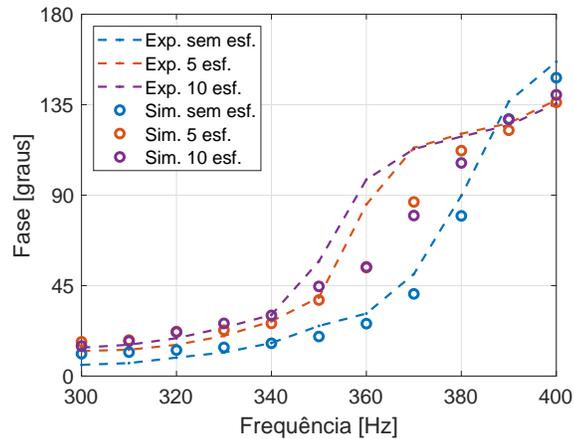
sível representar melhor o comportamento real do sistema entre 350 e 360 Hz. Analisando a Figura 5.91 nota-se que o coeficiente de restituição somente proporcionou uma alteração na resposta em frequências acima de 370 Hz.



(a) Acelerância experimental



(b) Acelerância simulada



(c) Fase simulada e experimental

Figura 5.89: Resultado numérico e experimental da aceleração e fase em função do intervalo de frequências estabelecido.

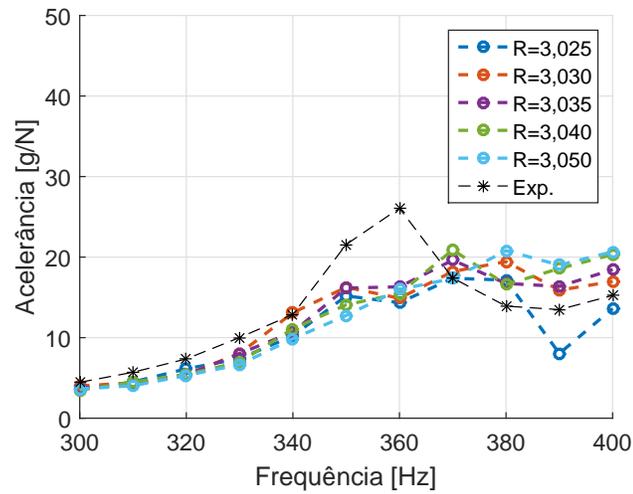


Figura 5.90: Aceleração simulada para diferentes valores de frequência e de raios da cavidade. Sistema com 5 esferas de 6,0 mm de aço com $e = 0,9$.

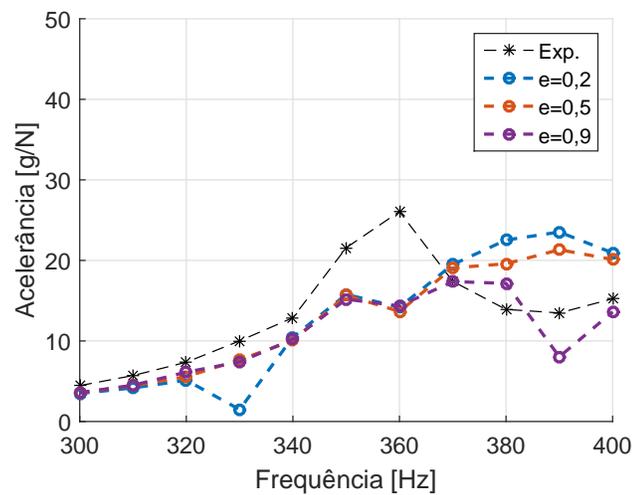


Figura 5.91: Aceleração simulada para diferentes valores de frequência e de coeficientes de restituição. Sistema com 5 esferas de 6,0 mm de aço com cavidade de raio $R = 3,025$ mm.

5.6 Resultados medidos na bancada experimental #2

Com a bancada experimental #2, é possível analisar o desempenho do absorvedor ao ser submetido à uma rotação constante simultaneamente ao ser forçado harmonicamente na direção radial.

Três amplitudes de força foram selecionadas a partir da amplitude de tensão no gerador de função e controladas pelo ganho no amplificador do *shaker*. Uma vez selecionados os valores desejados, durante os experimentos o ajuste do ganho no amplificador foi mantido constante.

Para cada rotação e cada amplitude de força aplicada, foram realizados 17 experimentos, relacionados à combinação de 4 quantidades (1, 3, 5 e 10) e 4 tipos de esferas (5,5, 5,953 e 6,0 mm de aço e 6,0 mm de tungstênio) mais o experimento sem esfera. Cada experimento foi repetido 5 vezes.

Se o sistema for submetido à excitação harmônica sem rotação, a única componente de frequência presente no espectro do sinal é a frequência de excitação. Porém, a excitação simultânea com uma rotação constante leva ao surgimento de diversas componentes de frequências no espectro. Independentemente da rotação estabelecida, o interesse é analisar o desempenho do absorvedor na frequência de excitação imposta pelo *shaker*, a qual é a primeira frequência natural de flexão da barra.

Nos casos em que a rotação é diferente de zero, dependendo do que se quer analisar no sinal, é conveniente aplicar um filtro aos sinais de força e aceleração para eliminar as componentes de frequência desnecessárias e evidenciar a componente de interesse. A adoção desta técnica não promove uma alteração significativa no pico de amplitude de interesse (508 Hz), mas permite estimar mais precisamente a fase entre os sinais de entrada e saída. A Figura 5.92 mostra a comparação dos sinais de aceleração (nos domínios do tempo e da frequência) da barra sem impacto, com rotação de 950 rpm e excitação harmônica a 508 Hz, sem a aplicação do filtro (sinal original) e com a aplicação de um filtro passa-banda entre 450 e 550 Hz. A aplicação do filtro foi realizada através dos comandos *butter* e *filtfilt* do MATLAB. Os sinais de aceleração foram medidos no dispositivo criado para alocar os transdutores, como mostrado foi na Figura 4.7. Em relação aos resultados medidos, mostrados na Figura 5.93, é

A Figura 5.93 mostra a comparação da resposta (sem filtro) da barra submetida à força harmô-

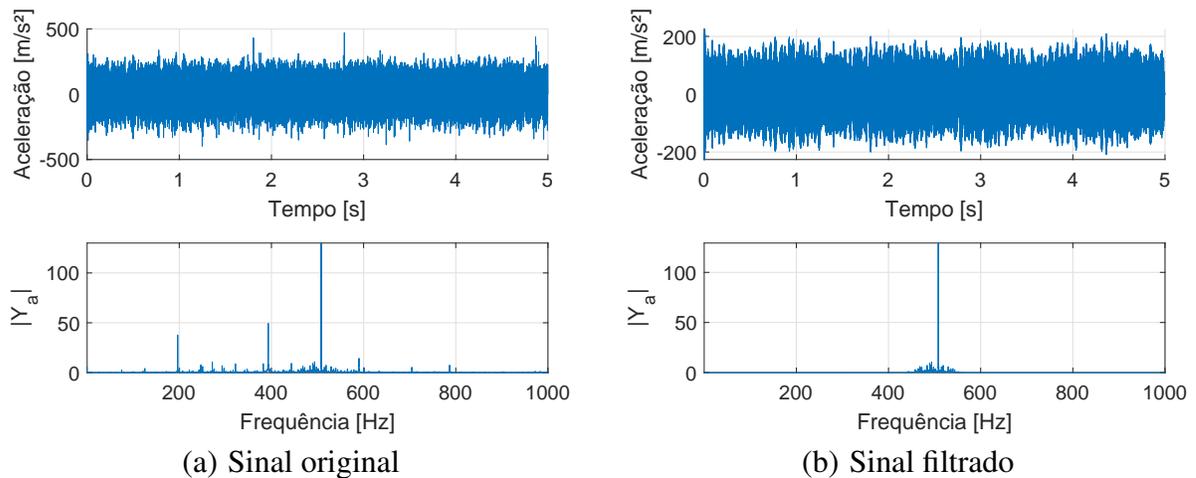


Figura 5.92: Sinais de aceleração original e filtrado da barra forçada a 508 Hz e 950 rpm.

nica a 508 Hz e 950 rpm em duas configurações distintas: sem esferas e com 5 esferas de 6,0 mm de aço. É bem nítida a redução de vibração proporcionada pelas esferas na frequência de 508 Hz e com $\Omega = 950$ rpm. As frequências diferentes de 508 Hz presentes no espectro são relacionadas aos efeitos da rotação da barra e não são frequências de interesse neste estudo.

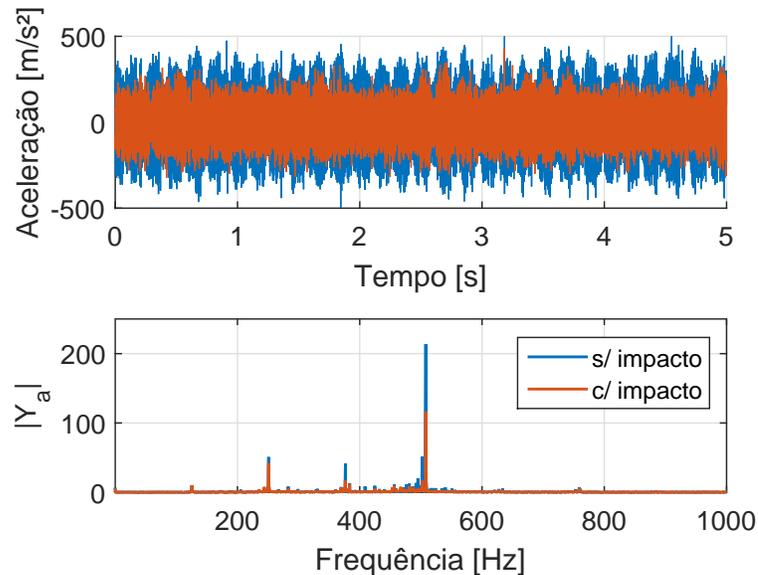


Figura 5.93: Comparação das acelerações da barra, excitada a 508 Hz e submetida à rotação de 950 rpm, sem esferas e com 5 esferas de 6,0 mm (aço).

Deseja-se verificar o desempenho do absorvedor atuando somente na frequência de excitação aplicada, no caso, 508 Hz (primeiro modo de flexão da barra). Por essa razão, e também para uma melhor estimativa da fase entre os sinais de entrada e saída, os sinais foram devidamente filtrados (filtro passa-banda entre 450 e 550 Hz) e somente o pico de aceleração a 508 Hz é adotado como

parâmetro de comparação entre os diferentes casos, ao analisar diferentes configurações de esferas, amplitudes de força excitadora e rotações.

A Tabela 5.5 mostra os valores médios da força de excitação medidos experimentalmente para diferentes rotações. Os valores representam o pico de amplitude a 508 Hz do sinal filtrado, obtidos a partir das médias das medições. Estes valores são utilizados no modelo matemático para a obtenção das respostas numéricas, apresentadas na seção 5.7.

Tabela 5.5: Média das amplitudes dos picos de força a 508 Hz (em Newtons, N) para as diferentes rotações Ω (em rpm) aplicadas à barra.

	$\Omega = 0$	$\Omega = 950$	$\Omega = 1500$	$\Omega = 2256$
Amp. força 1	0,8787	0,8614	0,8547	0,9220
Amp. força 2	1,4614	1,4080	1,4056	1,5187
Amp. força 3	1,9214	1,7693	1,7538	1,8656

Inicialmente são apresentados os resultados experimentais da barra com $\Omega = 0$. A Figura 5.94 mostra a resposta de aceleração para diferentes configurações de esferas e amplitudes de força excitadora, com $\Omega = 0$.

Os resultados apresentados na Figura 5.94 são semelhantes àqueles apresentados na seção 5.4.1 (barra engastada na horizontal). A diferença é que os resultados apresentados na presente seção foram obtidos de ensaios com a barra posicionada na direção vertical, ou seja, a aceleração gravitacional atua na direção axial da barra. Mesmo havendo diferenças entre as duas montagens propostas, de uma maneira geral, as mesmas observações descritas na seção 5.4.1 também são válidas para os resultados da barra na vertical. Porém, nos resultados apresentados nesta seção, observa-se que o desempenho de cada tipo de esfera apresentou diferenças muito mais significativas entre si, enquanto os resultados apresentados na 5.4.1 tenderam a um desempenho praticamente indiferente ao variar as esferas de 5,953, 6,0 (aço) e 6,0 mm (tungstênio).

Diversas razões contribuem para as diferenças observadas entre os dois experimentos mencionados. Os fatos das barras serem diferentes, da amplitude de força ser diferente em cada caso (barra na horizontal e na vertical), da direção da aceleração gravitacional, etc, influenciam o comportamento do absorvedor, logo, as respostas desses experimentos não devem ser comparadas diretamente entre si. Algumas tendências são intrínsecas das configurações do absorvedor utilizadas, como, por exemplo, a estabilização da redução de vibração com a adição de esferas, que mostrou-se independente da amplitude da força excitadora, da direção da aplicação da força e da direção da aceleração gravitacional.

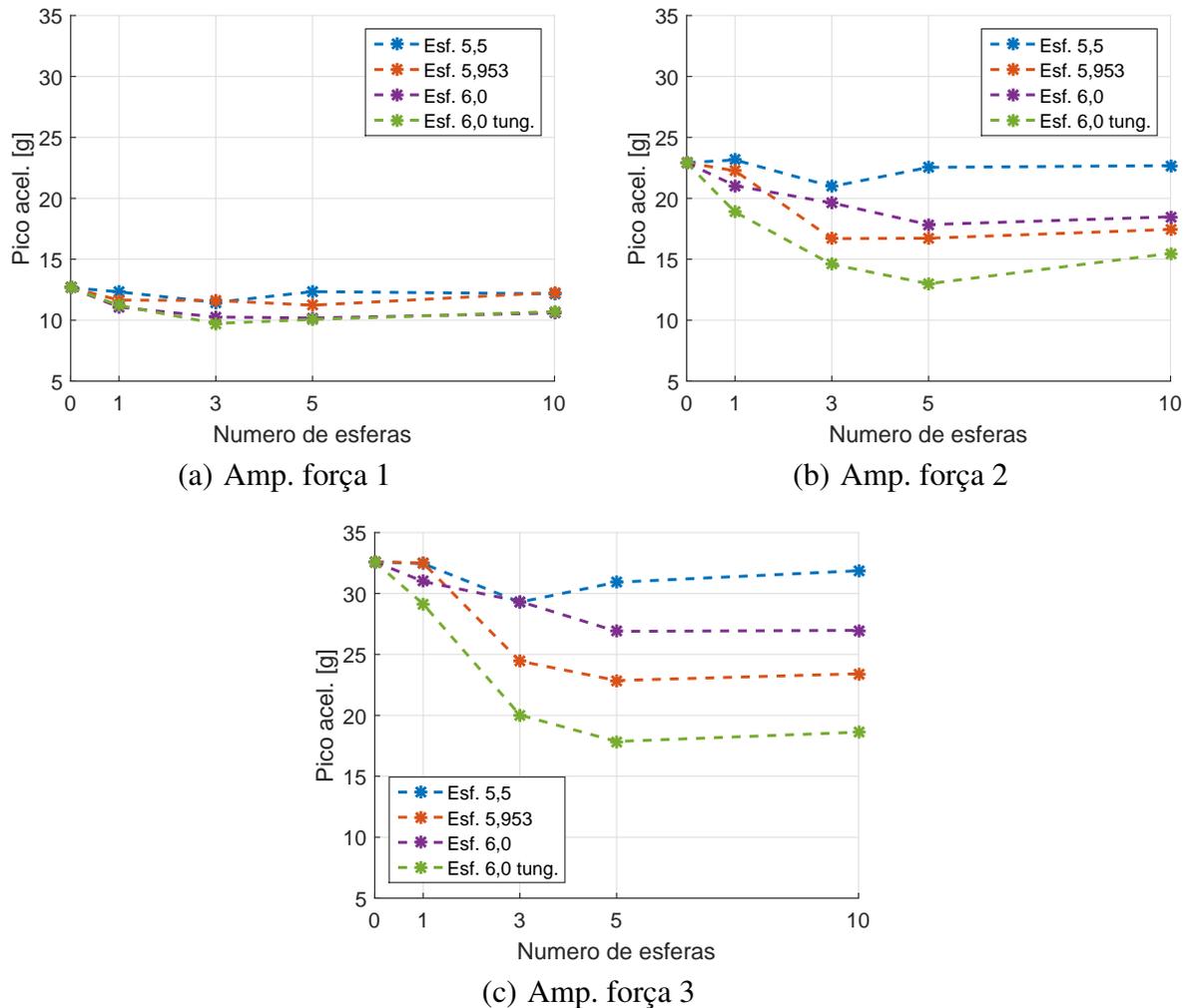


Figura 5.94: Resultado experimental do pico de aceleração em 508 Hz à 0 rpm.

O objetivo da construção da montagem experimental #2 consiste na possibilidade de testar também a eficiência do absorvedor ao ser submetido a uma velocidade angular constante, cuja inspiração veio da possibilidade de aplicação do absorvedor diretamente a um porta ferramentas para aplicação em processos de fresamento.

Os ensaios experimentais realizados na bancada experimental #2, com a aplicação de uma rotação constante à barra, consistem em utilizar uma determinada velocidade angular e, simultaneamente, aplicar uma força excitadora controlada, para verificar a influência de diferentes configurações de esferas na dinâmica da barra em rotação. As rotações utilizadas nos testes experimentais são 950,4, 1500 e 2256 rpm, escolhidas arbitrariamente, mas com precaução para evitar que frequências de alta amplitude estivessem presentes na faixa de frequência de interesse do experimento (508 Hz).

A Figura 5.95 mostra a comparação dos picos de acelerações a 508 Hz medidos na barra sem esferas em função da rotação e das três amplitudes de força aplicadas. Conforme a força e a rotação aumentam, diferenças entre as acelerações medidas podem ser observadas. De acordo com os resultados apresentados na Figura 5.95, as acelerações medidas no sistema sem esfera, ao aplicar a força 1, não sofreram alterações significativas ao variar a rotação da cavidade. As respostas medidas ao aplicar as amplitudes de força 2 e 3 apresentam uma tendência de queda no valor da aceleração ao aumentar a rotação da cavidade. Portanto, comparações quantitativas diretamente entre os valores de aceleração dos casos sem esfera e com esferas não devem feitas para todos os casos. É conveniente, então, analisar o desempenho do absorvedor em relação à porcentagem de redução de vibração.

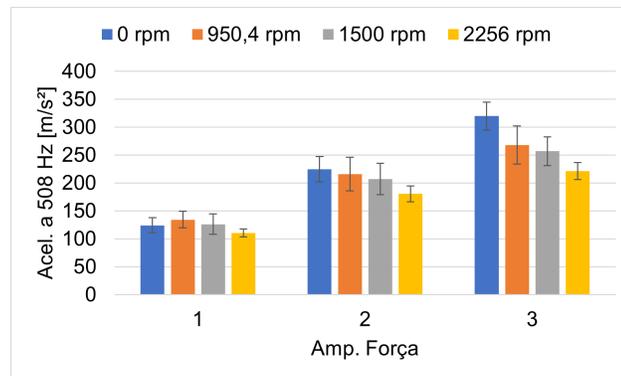


Figura 5.95: Aceleração medida a 508 Hz para as diferentes amplitudes de força e rotações aplicadas no sistema sem esferas.

A Figura 5.96 mostra os picos de aceleração obtidos no espectro à 508 Hz (frequência de excitação do *shaker*), ao aplicar uma rotação $\Omega = 950,4$ rpm à barra. Analisando os picos de aceleração medidos ao utilizar as esferas, mesmo submetendo a barra a uma rotação de 950,4 rpm, as esferas foram capazes de reduzir a vibração da barra. O comportamento geral do absorvedor de reduzir a vibração conforme as esferas são adicionadas até que uma estabilidade seja atingida segue exatamente o que foi observado nos ensaios com $\Omega = 0$, tanto na direção vertical quanto na direção horizontal.

O desempenho das esferas de 5,5 mm é considerado como insatisfatório devido aos níveis de aceleração medidos, que pode ser explicado pela folga muito grande para a força aplicada. Porém, os resultados medidos com as esferas de 5,5 mm mostram um resultado muito importante: a adição de mais esferas pode prejudicar o desempenho do absorvedor. Não significa que a vibração seja maior do que no caso sem esfera, mas fica demonstrado experimentalmente que nem sempre a adição de mais esferas resulta em uma maior redução de vibração. Isso ocorre porque a força é muito pequena perante a folga existente entre a esfera e a cavidade da barra. As esferas de 5,953

e de 6,0 mm (aço) apresentaram um desempenho equivalente, indicando que a pequena variação da massa e a alteração da folga foram insuficientes para modificarem o desempenho do absorvedor nas condições testadas. Já as esferas de tungstênio proporcionaram os menores níveis de aceleração em todos os casos testados a 950,4 rpm.

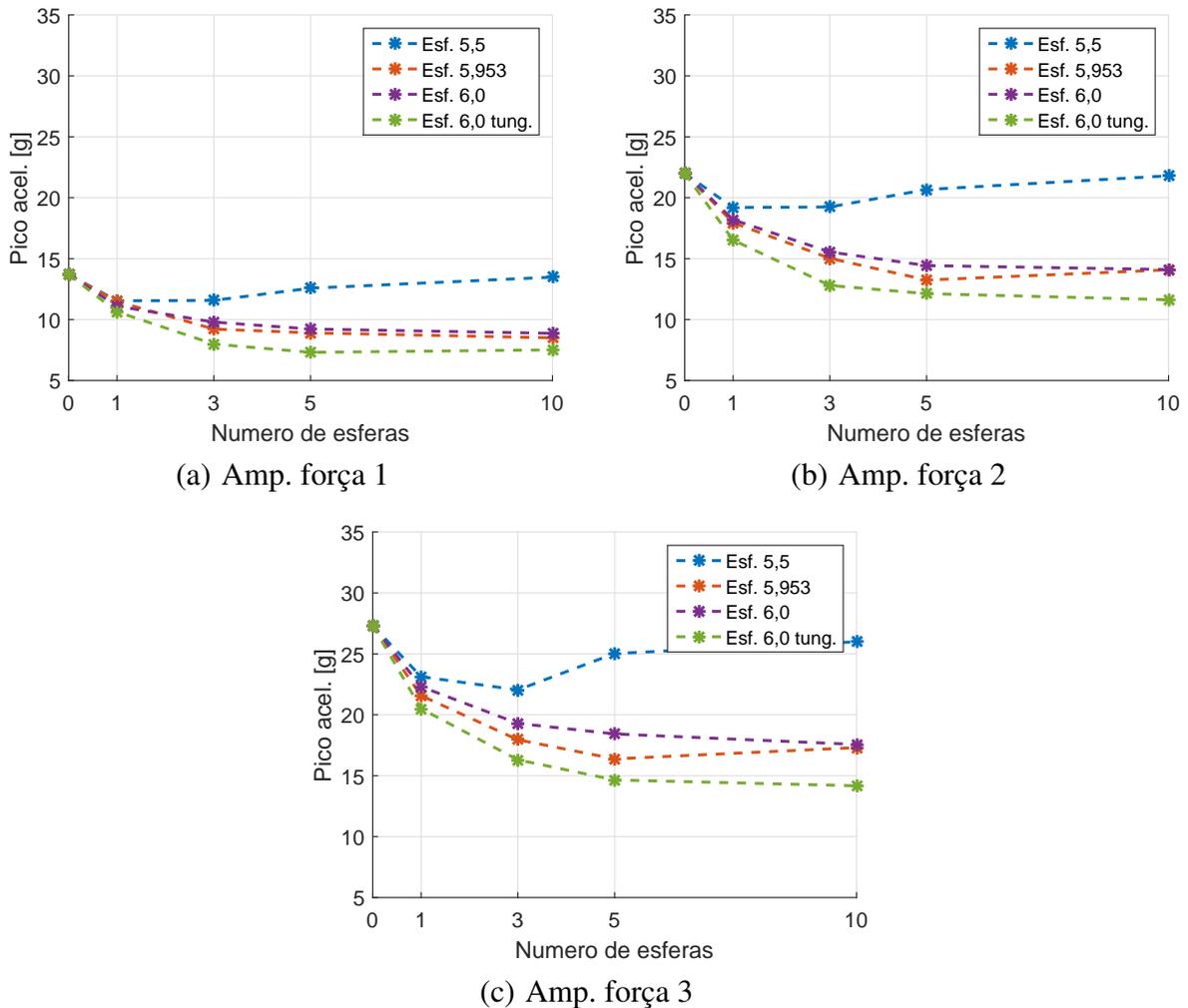


Figura 5.96: Resultado experimental do pico de aceleração em 508 Hz à 950,4 rpm.

Analisando os casos com esferas, observa-se que o comportamento geral do absorvedor foi mantido ao utilizar $\Omega = 950,4$ e $\Omega = 1500$ rpm, conforme ilustrado nas Figuras 5.96 e 5.97, respectivamente. Com $\Omega = 1500$ rpm, as esferas de 5,5 mm foram pouco eficazes para promoverem uma redução significativa de vibração nas combinações de folga utilizada com os níveis de força impostos. Para que as esferas de 5,5 mm apresentassem um melhor desempenho, seria necessário diminuir a folga ou aumentar a amplitude de excitação. Ao contrário das esferas de 5,5 mm, as demais esferas testadas proporcionaram um bom desempenho dentro das condições estabelecidas nos experimentos, destacando novamente o melhor desempenho para as esferas de tungstênio.

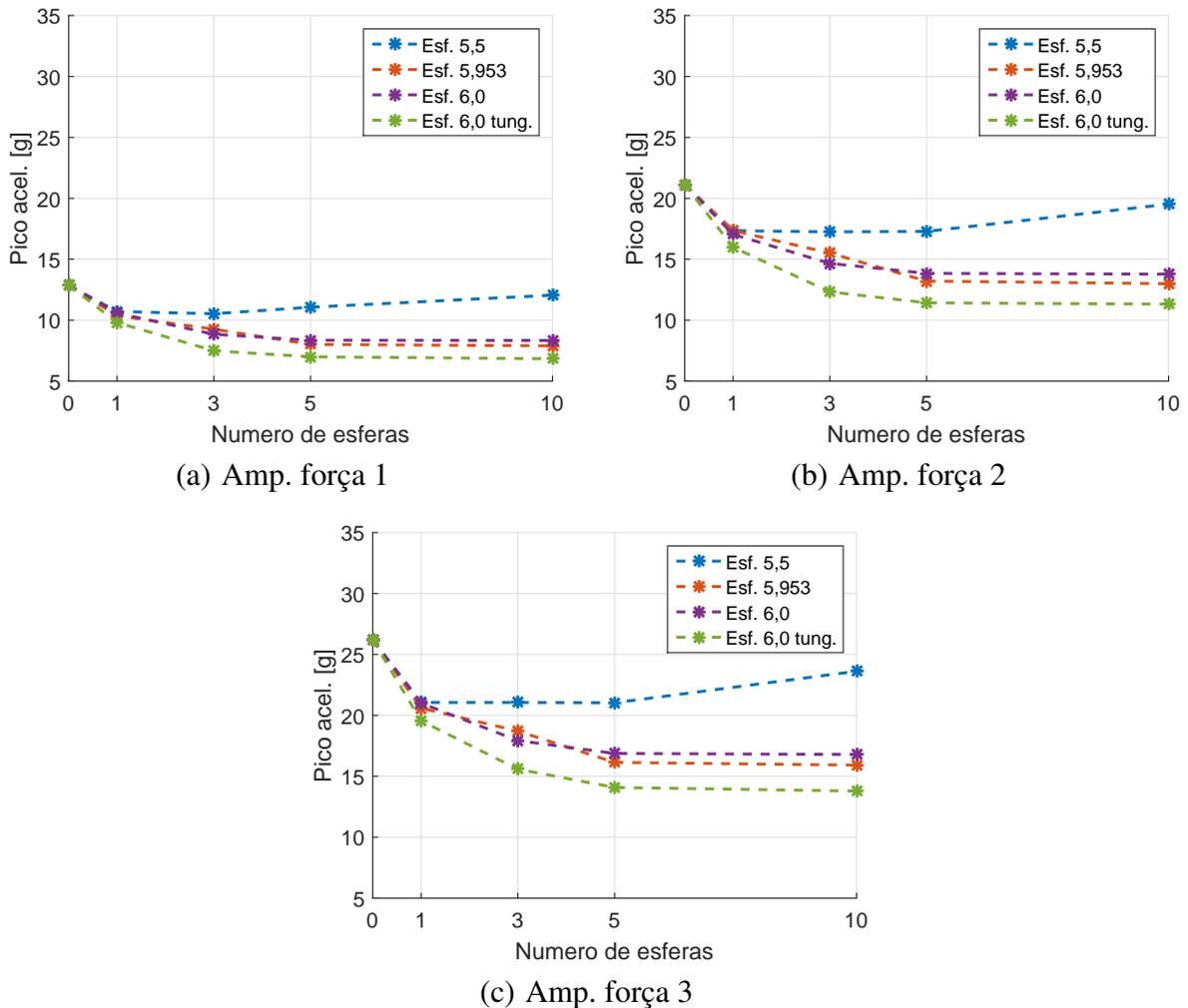


Figura 5.97: Resultado experimental do pico de aceleração em 508 Hz à 1500 rpm.

Para comparar os resultados utilizando a porcentagem de redução de vibração observada, as Figuras 5.98, 5.99 e 5.100 mostram os valores das reduções de vibração ao utilizar $\Omega = 950,4$ e $\Omega = 1500$ rpm nas três amplitudes de força excitadora. A porcentagem de redução é calculada a partir da razão entre a aceleração medida no sistema com esfera e sem esfera. Comparando os resultados para uma mesma força excitadora, em todas as configurações testadas, a redução de vibração se mostrou praticamente insensível à essa variação de rotação aplicada. Entretanto, isso não garante que o absorvedor tenha o mesmo desempenho independentemente da rotação aplicada.

Para a análise do sistema operando a $\Omega = 2256$ rpm, adotou-se somente a utilização das esferas de 6,0 mm, tanto de aço quanto de tungstênio. Visto que as esferas de 5,5 mm apresentaram um desempenho muito ruim para os valores de folga e de força aplicada estabelecidos, não se justifica a sua utilização. Ao contrário do que ocorreu com as esferas de 5,5 mm, as esferas de 5,953 mm

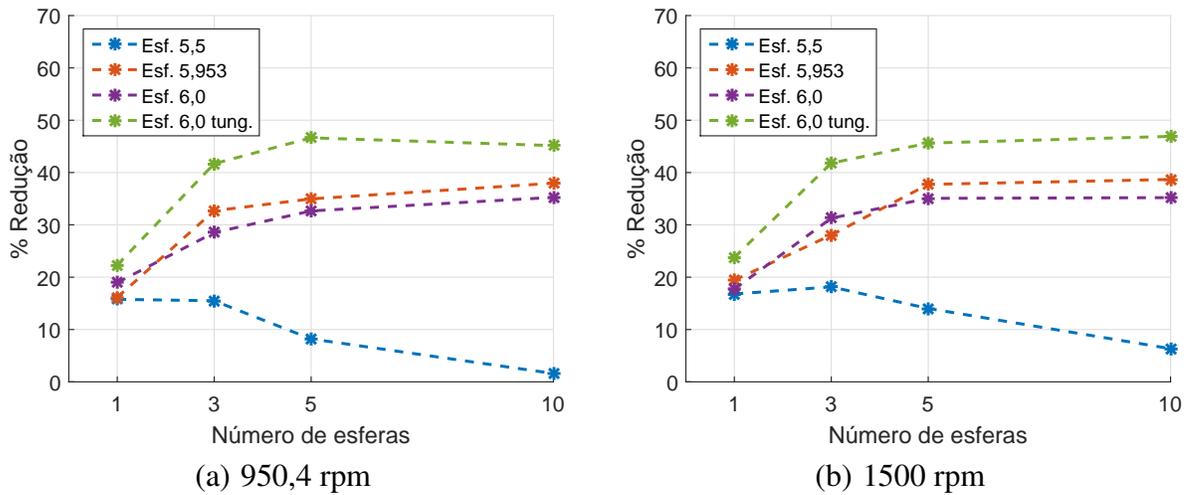


Figura 5.98: Resultado experimental da redução de vibração obtida com excitação a 508 Hz a 950,4 e 1500 rpm. Amplitude de força 1.

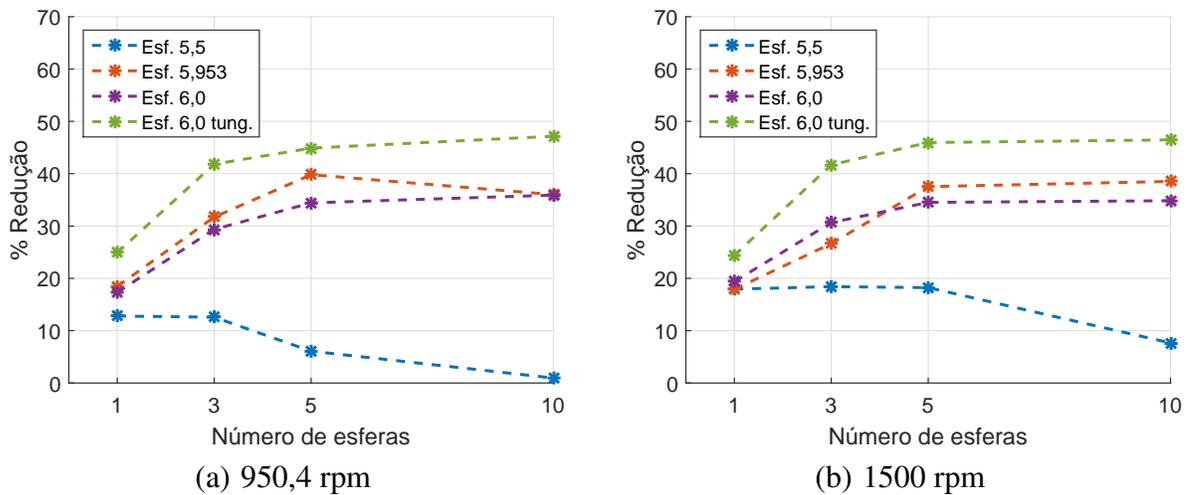


Figura 5.99: Resultado experimental da redução de vibração obtida com excitação a 508 Hz a 950,4 e 1500 rpm. Amplitude de força 2.

foram eficientes, mas também foram excluídas da análise dos resultados com $\Omega = 2256$ rpm, pois optou-se por utilizar esferas onde apenas um parâmetro físico fosse alterado: a massa (para que a folga fosse mantida constante). A Figura 5.101 apresenta os resultados medidos da aceleração à 508 Hz para $\Omega = 2256$ rpm e as três amplitudes de força aplicadas.

Os resultados apresentados na Figura 5.101 mostram que as diferentes configurações de esferas reduziram a amplitude de vibração da barra ao utilizar $\Omega = 2256$ rpm. No geral, as curvas medidas a $\Omega = 2256$ rpm são similares às curvas medidas com $\Omega = 950,4$ e $\Omega = 1500$ rpm. As

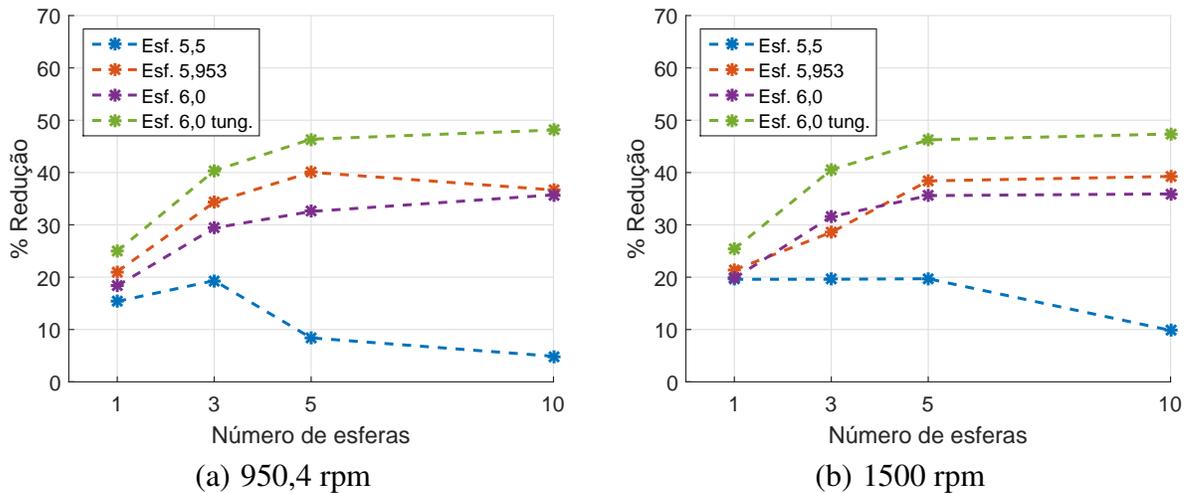


Figura 5.100: Resultado experimental da redução de vibração obtida com excitação a 508 Hz a 950,4 e 1500 rpm. Amplitude de força 3.

esferas de tungstênio foram consideravelmente mais eficientes do que as esferas de aço, em todas as amplitudes de força que foram aplicadas ao sistema. A resposta do sistema se mostrou estável ao variar a quantidade de esferas de aço de 5 para 10. Em relação às esferas de tungstênio, nas três amplitudes de força utilizadas, o sistema ainda apresentou uma tendência de redução da vibração ao variar de 5 para 10 esferas, ou seja, a estabilização não foi atingida durante os experimentos realizados.

A comparação dos casos sem e com esferas sob as diferentes rotações empregadas é feita, a princípio, considerando somente as repostas medidas ao aplicar a amplitude de força 1 ao sistema. Dessa maneira, garante-se que as alterações promovidas pelas esferas em cada rotação são devidas somente a elas e as repostas podem ser comparadas em diferentes rotações de uma forma mais precisa e adequada, pelo fato das repostas do sistema sem esferas serem praticamente iguais (ver novamente a Figura 5.95). A Figura 5.102(a) mostra a porcentagem de redução de vibração medida sob o uso de diferentes números de esferas de 6,0 mm de aço e diferentes rotações aplicadas à cavidade, ao submeter o sistema à excitação com a amplitude de força 1.

Os resultados apresentados na Figura 5.102(a) indicam que a rotação causou modificações na dinâmica da barra com esferas. Independentemente da quantidade de esferas, o desempenho do absorvedor foi superior ao aplicar $\Omega = 950,4$ e $\Omega = 1500$ rpm em relação à cavidade com $\Omega = 0$. Porém, considerando a rotação $\Omega = 2256$ rpm, o absorvedor foi menos eficiente ao utilizar uma esfera, teve um desempenho equivalente com três e um desempenho superior ao utilizar 5 e 10 esferas.

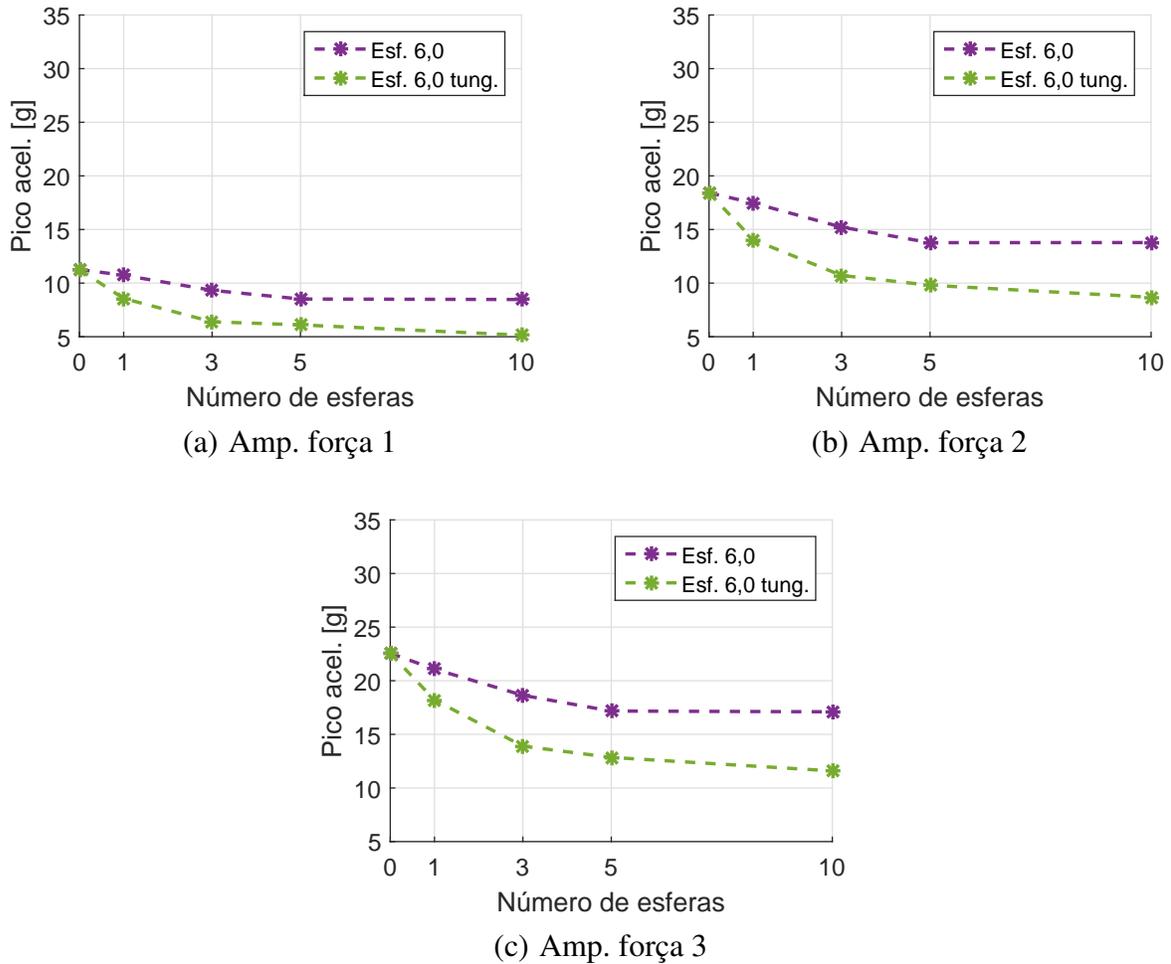
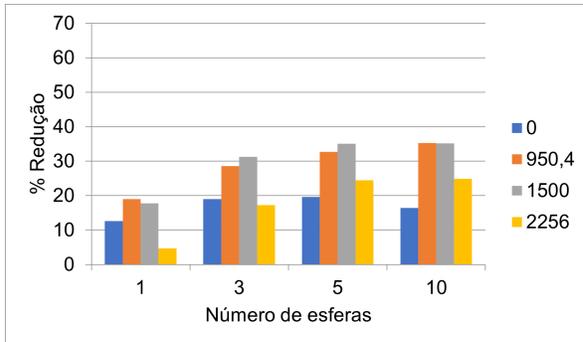


Figura 5.101: Resultado experimental do pico de aceleração em 508 Hz à 2256 rpm.

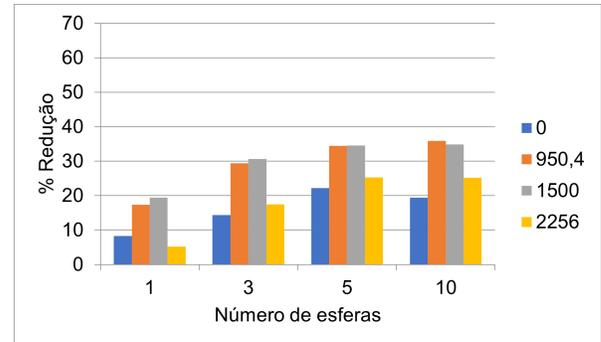
Comparando os valores das reduções de vibração medidas com a cavidade em rotação, verifica-se que a utilização de $\Omega = 950,4$ e $\Omega = 1500$ rpm resultaram em desempenhos equivalentes para as diferentes quantidades de esferas. Ao aplicar $\Omega = 2256$ rpm, o desempenho do absorvedor diminuiu. Percebe-se pela Figura 5.102(a) que a proporção entre a redução obtida à $\Omega = 950,4$ e $\Omega = 2256$ rpm é muito maior no caso com uma esfera do que no caso com dez. Comparando somente os casos com rotação, e considerando a grande diferença obtida entre as reduções medidas a 1500 e 2256 rpm, há um indício de que a rotação tende a influenciar negativamente o desempenho do absorvedor se a força excitadora for mantida constante.

Aplicando as amplitudes de força 2 e 3, diferentemente do que foi observado para $\Omega = 0$, a redução de vibração medida para cada quantidade de esferas praticamente não sofreu alteração (Figuras 5.102(b) e 5.102(c)). Ao aumentar a força excitadora, os picos de amplitude medidos com

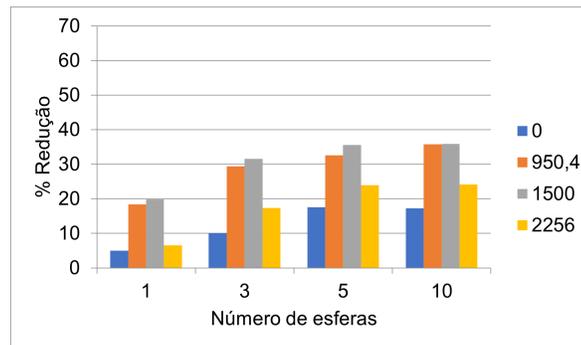
uma, três, cinco e dez esferas aumentaram aproximadamente na mesma proporção que a amplitude do sistema sem esfera, fazendo a porcentagem de redução permanecer praticamente inalterada. As mesmas observações descritas a partir dos resultados da Figura 5.102(a) são válidas também para os resultados apresentados nas Figuras 5.102(b) e 5.102(c). O que muda na comparação dos resultados das Figuras 5.102(b) e 5.102(c) com os resultados da Figura 5.102(a) é a proporção entre as reduções medidas no sistema com e sem rotação.



(a) Amp. força 1



(b) Amp. força 2



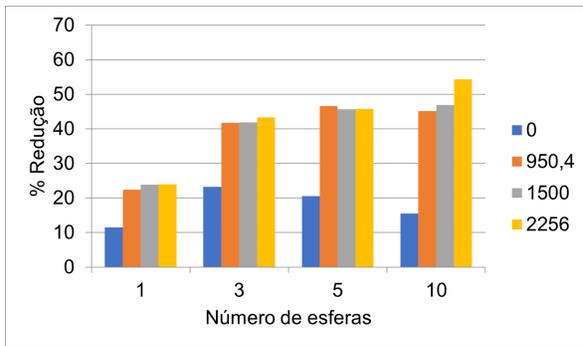
(c) Amp. força 3

Figura 5.102: Redução de vibração obtida para diferentes rotações e amplitudes de força. Esferas de 6,0 mm de aço.

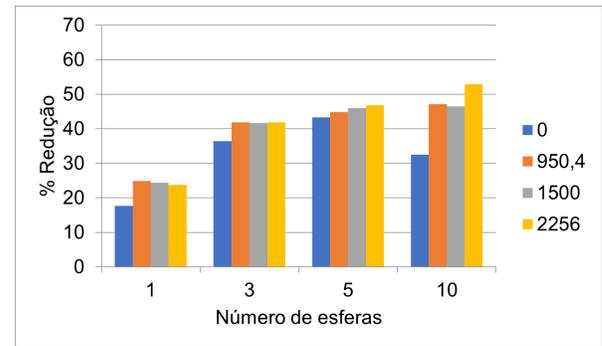
A Figura 5.103 mostra a redução de vibração medida experimentalmente ao utilizar as esferas de tungstênio, variando a amplitude da força excitadora e a rotação da barra. Em todos os casos testados, as esferas de tungstênio proporcionaram maiores reduções de vibração em comparação com as esferas de aço. Novamente, os resultados medidos indicam que a redução de vibração tende a estabilizar conforme as esferas são adicionadas, mesmo que ainda não há, de fato, uma estabilização propriamente dita. Se após a estabilização mais esferas forem adicionadas, o desempenho do absorvedor pode diminuir, como pode ser visto nos casos com $\Omega = 0$ nas Figuras 5.103(a) e 5.103(b). Resultados similares foram previstos previamente mediante a interpretação dos resultados obtidos pela simulação numérica de um PID sob rotação, como mostrado na seção 5.3.

Considerando somente os casos medidos com a barra em rotação, independentemente da força aplicada, os resultados medidos com as esferas de tungstênio apresentados na Figura 5.103 mostram que o desempenho do absorvedor nas três rotações testadas são equivalentes. Porém, o desempenho do absorvedor em relação à barra sem rotação muda conforme a força excitadora. Aplicando à barra a força de amplitude 1 (Figura 5.103(a)), as reduções medidas foram significativamente maiores ao aplicar as rotações. Entretanto, ao aumentar a amplitude da força excitadora, é possível observar através dos resultados mostrados nas Figuras 5.103(b) e 5.103(c) uma aproximação entre os desempenhos do absorvedor atuando na barra sem e com rotação.

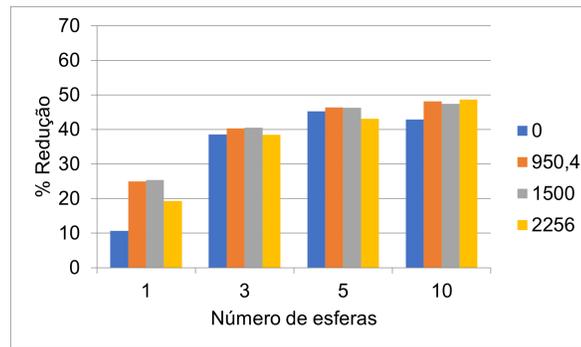
Os resultados medidos com $\Omega \neq 0$ se aproximaram dos resultados com $\Omega = 0$ ao aumentar a amplitude da força excitadora. Inclusive, é possível observar que dos 8 diferentes casos (relacionados à quantidade de esferas) apresentados nas Figuras 5.103(b) e 5.103(c), 5 podem ser considerados como resultados iguais ao comparar a resposta sem e com rotação, e estão relacionados à utilização de 3, 5, e 10 esferas. A observação experimental de que as respostas sem e com rotação tendem à mesma redução de vibração, se a força excitadora apresentar uma amplitude adequada para isso, é muito importante e vem corroborar alguns resultados numéricos apresentados na seção 5.2. Porém, é possível que se a rotação continuasse sendo aumentada, haveria a tendência de queda do desempenho da mesma maneira como ocorreu com as esferas de aço.



(a) Amp. força 1



(b) Amp. força 2



(c) Amp. força 3

Figura 5.103: Redução de vibração obtida para diferentes rotações e amplitudes de força. Esferas de 6,0 mm de tungstênio.

5.7 Simulação numérica da barra na posição vertical

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos pelo modelo matemático ao simular condições análogas às apresentadas na seção 5.6.

5.7.1 Simulação numérica da barra sem rotação

A simulação numérica da barra utilizada na bancada experimental #2 é feita a partir da discretização do modelo apresentada na seção 4.4. Neste caso, como não é aplicada rotação à barra, as respostas medidas experimentalmente, apresentadas na seção 5.6, são dependentes exclusivamente do sinal de força aplicado pelo *shaker*. Os valores de força medidos nos experimentos são utilizados no modelo matemático previamente ajustado. Assim, as respostas numéricas e experimentais podem ser comparadas.

Diferentemente do que ocorreu nos experimentos realizados na bancada experimental #1, ao selecionar a amplitude de força desejada, o valor medido da amplitude da força excitadora não sofreu variação significativa ao adicionar esferas à cavidade. Visto que os valores medidos foram praticamente constantes, optou-se por utilizar no modelo um valor médio desses valores.

Os valores médios para as três amplitudes de força selecionadas para o experimento (Amp. força 1, 2 e 3), ao utilizar $\Omega = 0$, são reproduzidos novamente na Tabela 5.6. Esses valores são aplicados ao modelo matemático para a integração numérica das equações de movimento. Como neste caso não é aplicada uma rotação à cavidade, a força excitadora consiste de um sinal senoidal de amplitude e frequência constantes, aplicada de forma unidirecional. A frequência da força excitadora f_0 vale 508 Hz para todos os casos. Assim, a força excitadora utilizada no modelo matemático é aplicada ao longo da direção X e é escrita da seguinte forma:

$$F_x = F_{0x} \cdot \text{sen}(2\pi \cdot f_0 \cdot t) \quad (5.10)$$

onde F_{0x} é a amplitude da força excitadora, cujos valores são dispostos na Tabela 5.6.

A Figura 5.104 mostra a comparação entre os sinais de aceleração, nos domínios do tempo e da frequência, obtidos experimentalmente e numericamente. Uma vez que o modelo sem esferas é devidamente ajustado, conforme mostrado na seção 4.4.1, aplicam-se as diferentes configurações de esferas para obter as respostas numéricas nas configurações desejadas.

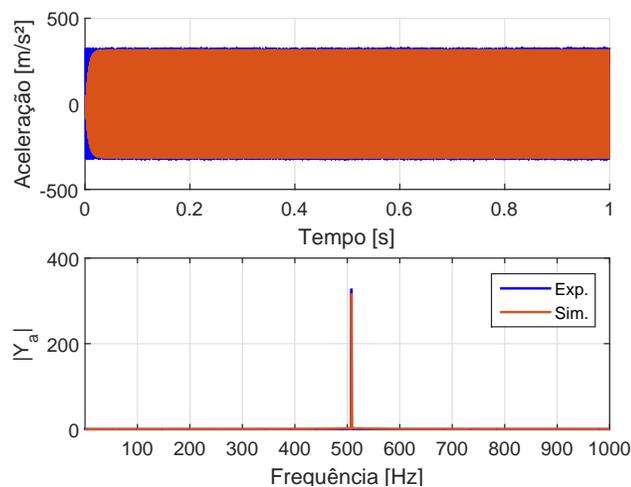


Figura 5.104: Sinais de aceleração experimental e simulada ao aplicar a amplitude de força 3 ao sistema.

Conforme mencionado ao apresentar as simulações da barra posicionada na horizontal (ban-

cada experimental #1), o modelo é sensível à variação de parâmetros como o raio da cavidade R e o coeficiente de restituição e . A barra utilizada nos experimentos na bancada experimental #2 permite uma medição do diâmetro do furo com o auxílio de um micrômetro apropriado (micrômetro interno) no lado referente à extremidade livre da barra. Pequenas variações foram observadas conforme o diâmetro do furo era medido ao longo do seu eixo axial. No fim, chegou-se a valores de raios entre 3,032 e 3,036 mm.

Tabela 5.6: Média das amplitudes dos picos de força a 508 Hz (em Newtons, N) para $\Omega = 0$.

	Média F_{0x} [N]
Amp. força 1	0,8787
Amp. força 2	1,4614
Amp. força 3	1,9214

Já foi discutida na seção 5.5 que a variação do raio da cavidade e do coeficiente de restituição podem causar mudanças significativas nas respostas numéricas. Como alguns resultados variando o raio da cavidade e o coeficiente de restituição já foram apresentados na seção 5.5, não é conveniente repetir todas as análises novamente nesta seção.

Para as simulações apresentadas nesta seção, foram considerados inicialmente os coeficientes de restituição $e = 0,9$ e de atrito $\mu = 0,2$. A Figura 5.105 mostra a comparação das respostas experimentais e simuladas, obtidas a partir do pico de aceleração na frequência de excitação ($f_0 = 508$ Hz) do espectro de vibração, ao aplicar no sistema as três amplitudes de força apresentadas na Tabela 5.6. São considerados no modelo matemático uma cavidade de raio $R = 3,036$ mm, um coeficiente de restituição $e = 0,9$ e um coeficiente de atrito $\mu = 0,2$.

Analisando as respostas mostradas na Figura 5.105, de uma forma geral, os resultados numéricos utilizando o coeficiente de restituição $e = 0,9$ e uma cavidade de raio $R = 3,036$ mm seguiram a tendência observada através dos resultados experimentais. Algumas respostas simuladas divergiram em relação às medições, como nos casos de 3 esferas de 5,953 mm para a força F2, 3 esferas de 6,0 mm de tungstênio para F2 e 3, 5 e 10 esferas de 6,0 mm de aço para F3. Dentre esses casos mencionados, os resultados obtidos pelas simulações de 3 esferas de 5,953 mm para F2 e 60 mm de tungstênio para F2 são os que mais se distanciaram dos resultados reais, pois, nesses casos, o modelo previu que a amplitude de vibração seria menor que a amplitude obtida pelas mesmas 3 esferas ao submeter o sistema à força F1, o que não condiz com os experimentos. Por mais que os resultados das esferas de 6,0 mm de aço estejam quantitativamente longe dos resultados medidos, essa divergência se dá em termos dos valores estimados de aceleração, e não em relação ao comportamento do absorvedor ao variar a quantidade de esferas dentro da barra. É

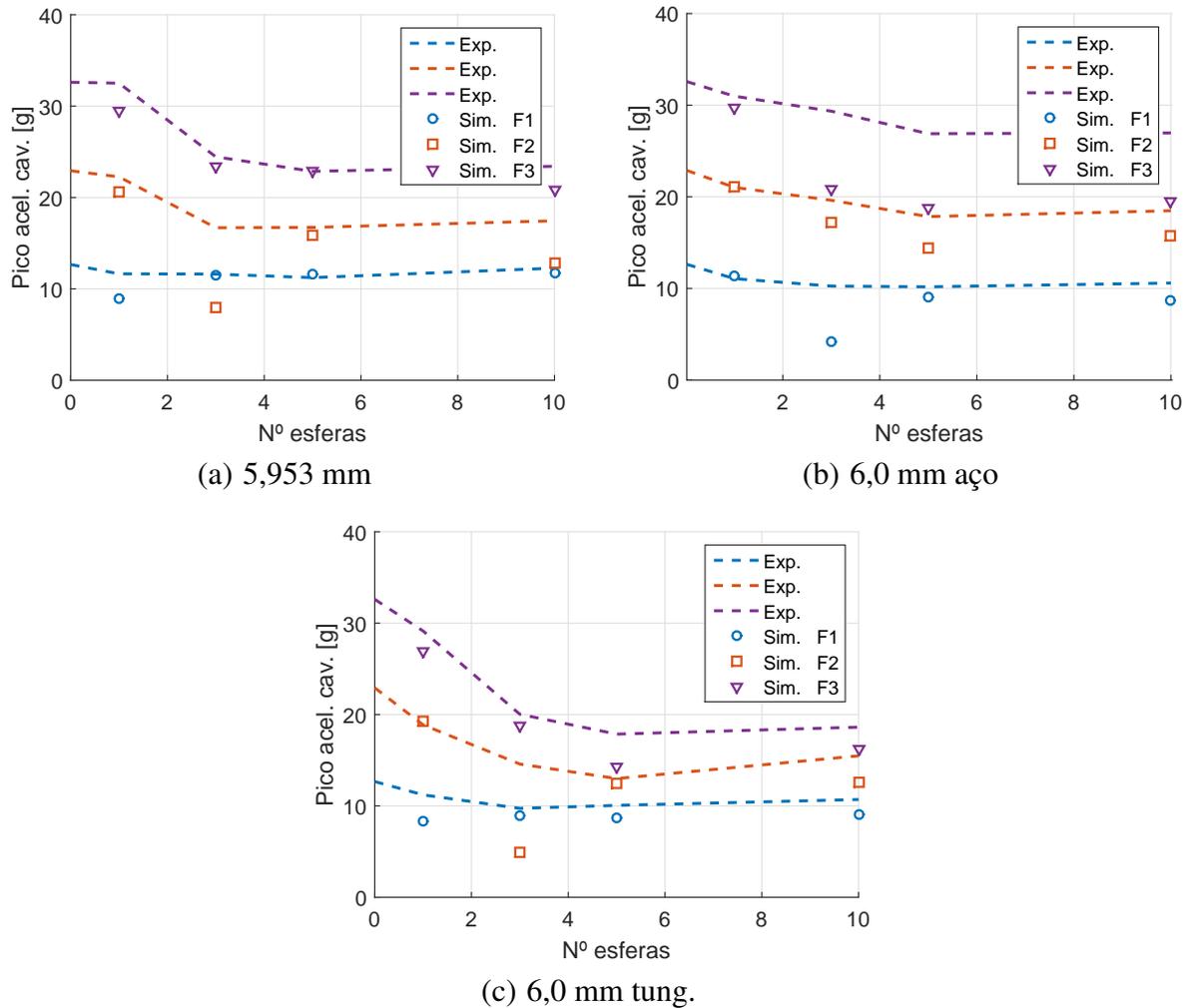


Figura 5.105: Comparação das respostas simuladas e experimentais para $R = 3,036$ mm e $e = 0,9$.

possível perceber a tendência de diminuição da aceleração e sua estabilização com o aumento do número de esferas no interior da barra.

É importante destacar que ainda há a possibilidade de que os parâmetros adotados (R e e) não estejam em conformidade com os casos reais. Uma maior ou menor diferença quantitativa dos valores simulados e medidos está relacionada aos parâmetros utilizados no modelo matemático. Mesmo com essas divergências quantitativas entende-se que os resultados apresentados são qualitativamente satisfatórios e que um refino nos parâmetros que alimenta o modelo matemático pode proporcionar um ajuste quantitativamente melhor.

A incerteza do raio da cavidade da barra utilizada na bancada experimental #2 é bem menor do que a da barra utilizada na bancada experimental #1. Mesmo assim, é conveniente analisar a in-

fluência desse parâmetro em algumas respostas numéricas, bem como do coeficiente de restituição.

O coeficiente de restituição é um parâmetro que é impossível de ser estimado experimentalmente na bancada experimental proposta. Por esta razão, é necessário testar como o sistema se comporta mediante a alteração desse parâmetro. Na sequência são apresentados alguns resultados numéricos obtidos ao aplicar no modelo outros valores de coeficiente de restituição.

A Figura 5.106 mostra a comparação dos resultados simulados com três esferas (que foram as configurações que apresentaram maior divergência com os experimentos) ao utilizar coeficiente de restituição $e = 0,7$ e $e = 0,9$ em uma cavidade de raio $R = 3,036$ mm.

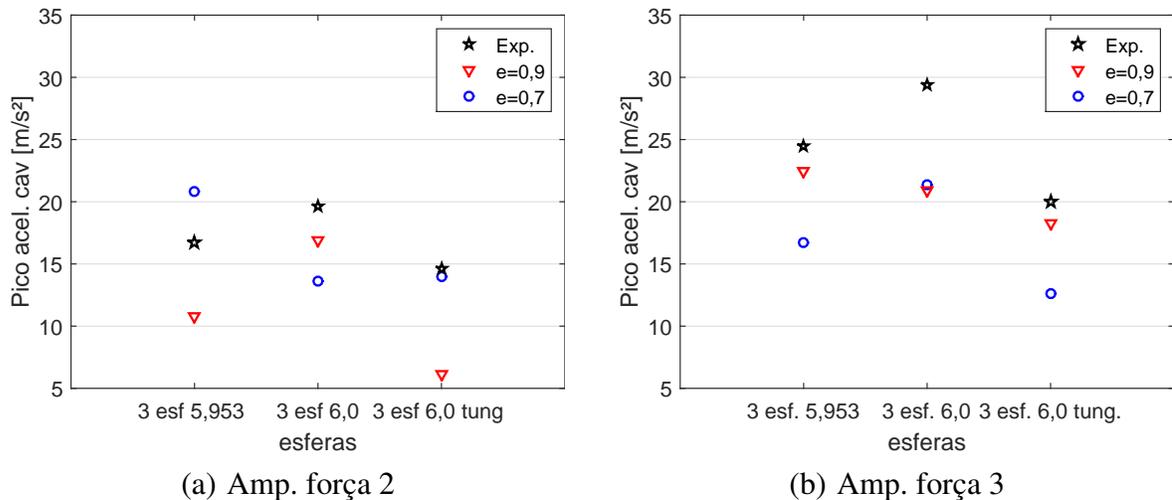


Figura 5.106: Comparação das respostas simuladas e experimentais para sistemas com 3 esferas submetido às amplitudes de força 2 e 3 ao utilizar coeficientes de restituição 0,7 e 0,9. $R = 3,036$ mm.

Os resultados apresentados na Figura 5.106 indicam que uma pequena alteração no coeficiente de restituição pode representar uma alteração significativa na resposta numérica, como ocorrido no caso com as esferas de 5,953 mm mostrado na Figura 5.106(a).

Analisando somente os resultados da Figura 5.106(a), as simulações com $e = 0,9$ representam qualitativamente melhor as respostas experimentais, apesar da maior diferença quantitativa entre os valores de aceleração. Em contrapartida, ao analisar a Figura 5.106(b), é possível observar que as respostas experimentais apresentam uma característica parecida com aquelas mostradas na Figura 5.106(a), mas qualitativamente, as respostas simuladas com $e = 0,7$ representaram melhor os experimentos. Essas simulações mostram que uma alteração não tão significativa no coeficiente de restituição pode modificar a resposta do sistema, aproximando ou afastando o valor da resposta

simulada do valor medido na bancada experimental.

É importante frisar que as simulações apresentadas na Figura 5.106 consideram uma cavidade de raio $R = 3,036$ mm. Como também existe uma incerteza sobre esse raio, algumas respostas simuladas ao variá-lo são apresentadas na sequência.

Comparar somente os valores das amplitudes estimadas e medidas pode não ser uma muito adequado e levar a uma interpretação errada do resultado numérico obtido. O ideal é ter outro parâmetro de comparação para que se tenha uma garantia de que a comparação é a mais fiel possível. A partir das experiências adquiridas durante a realização dos ensaios em laboratório e também das diversas simulações realizadas, verificou-se que esse outro parâmetro de comparação entre as respostas do modelo e dos experimentos é a *fase*.

Além da comparação feita a partir dos valores de aceleração, outra comparação que pode ser feita é em relação aos resultados numéricos e experimentais da fase dos sinais de força e resposta (medidos e estimados). A Figura 5.107 apresenta os valores de fase oriundos dos sinais experimentais, utilizando as esferas de 6,0 mm (aço) e a amplitude de força 3, comparando-os à fase dos sinais simulados ao variar o coeficiente de restituição e o raio da cavidade.

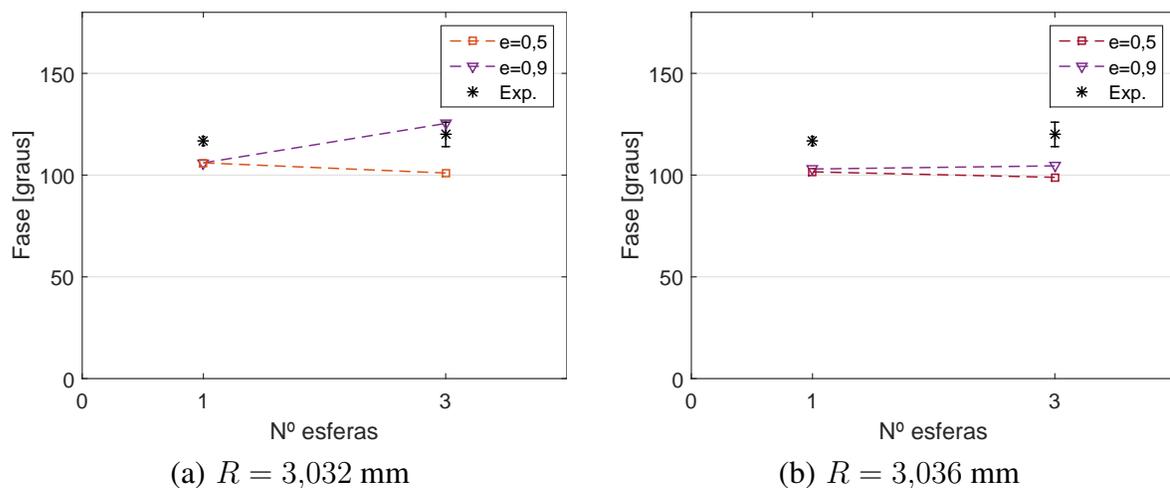


Figura 5.107: Comparação dos valores das fases medidas e estimadas para o sistema com diferentes números de esferas de 6,0 mm (aço).

A Figura 5.107(b) mostra que as fases obtidas no modelo matemático são menores que as fases observadas nos experimentos. Considerando que esta condição de força e de esferas são as que apresentaram a maior diferença entre as respostas estimadas e medidas na Figura 5.105(b), a diferença existente entre as fases pode indicar que o sistema pode não estar com os parâmetros

adequados para a representação do experimento. Reduzindo o raio da cavidade para $R = 3,032$, a fase obtida na simulação com três esferas, por exemplo, fica mais próxima do valor real, para os coeficientes de restituição testados.

Considerando que ao reduzir o raio da cavidade para $R = 3,032$ mm a fase simulada se aproxima da real, a comparação do desempenho do absorvedor utilizando $R = 3,032$ e $R = 3,036$ mm é mostrada na Figura 5.108. Os resultados indicam que da mesma forma que ocorreu com a fase, a aceleração simulada se aproximou da aceleração ao reduzir o raio da cavidade para $R = 3,032$ mm.

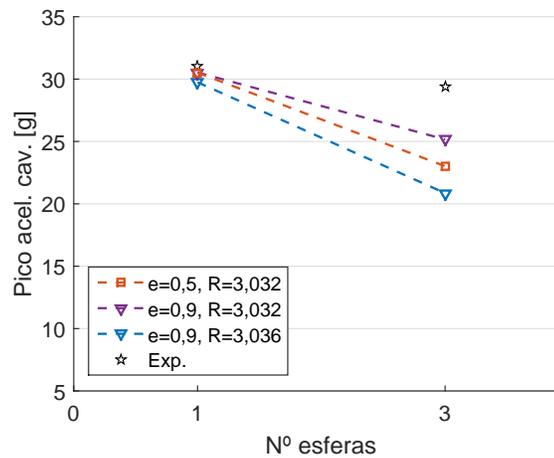


Figura 5.108: Comparação das respostas de aceleração estimada ao variar o coeficiente de restituição e o raio da cavidade. Esferas de 6,0 mm e sistema submetido à amplitude de força 3.

Alguns casos são testados para verificar a variação da aceleração estimada, a partir da utilização de diferentes valores de raio da cavidade e do coeficiente de restituição aplicados ao modelo matemático. É importante verificar não só os casos em que alguma simulação divergiu dos resultados medidos, mas também casos que todas as respostas convergiram para os valores medidos. Assim, é avaliado se a variação dos parâmetros no modelo matemático aproxima as respostas que divergiram e mantêm as que convergiram com os experimentos. Não seria interessante para a resposta numérica, ser altamente influenciada por esses parâmetros de tal forma a melhorar alguns resultados e piorar outros. Obviamente, se a variação dos parâmetros envolver valores muito distintos, a resposta do modelo pode ser muito afetada.

Dessa forma, os resultados de simulações combinando cavidades de raios $R = 3,032$ e $R = 3,036$ com coeficientes de restituição $e = 0,5$ e $e = 0,9$ são apresentados para os casos com esferas de 5,953 mm (aplicadas no sistema excitado pela amplitude de força 2) e com esferas de 6,0 mm de tungstênio (aplicadas em sistemas excitados pelas força 2 e 3). Os casos com esferas de

5,953 e 6,0 mm de tungstênio, ambos ao aplicar a amplitude de força 2, contem divergências em relação aos resultados experimentais ao utilizar 3 esferas, principalmente. Nas demais quantidades, os resultados simulados estão de acordo com os experimentais. Bem como os casos com as esferas de 6,0 mm de tungstênio com a amplitude de força 3.

A Figura 5.109 mostra a comparação das respostas experimentais e simuladas a partir das combinações de R e e indicadas. A utilização de $R = 3,036$ e $e = 0,9$ proporciona as respostas apresentadas previamente na Figura 5.105(a). As respostas com $R = 3,036$ e $e = 0,9$ apresentam uma divergência maior em relação aos casos experimentais na representação do modelo com três esferas. De um modo geral, a utilização das outras três combinações de R e e promoveram uma aproximação das respostas simuladas e experimentais, tendendo a apresentar o mesmo comportamento qualitativo observado nos experimentos. Nestes casos analisados, houve uma melhor representação do caso onde havia uma maior divergência (3 esferas) sem apresentar prejuízos às respostas que já apresentavam uma boa convergência com os dados medidos. Dentre as combinações testadas, o melhor ajuste com os pontos experimentais foi obtido ao aplicar no modelo matemático $R = 3,032$ e $e = 0,9$.

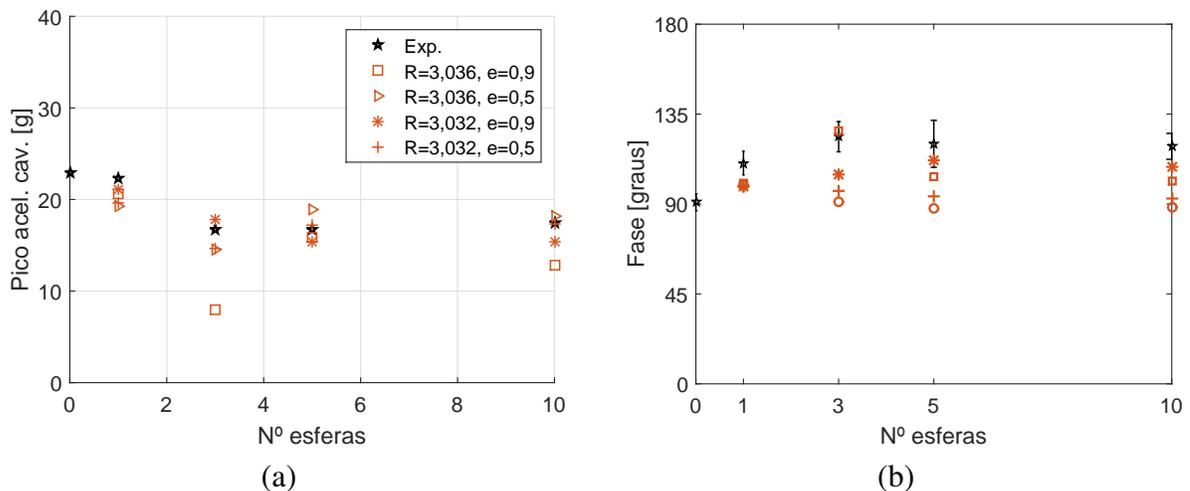


Figura 5.109: Comparação das resposta experimentais e simuladas das esferas de 5,953 mm mediante a variação de R e e . Excitação com amplitude de força 2.

A Figura 5.109(b) mostra o valor médio da fase obtida através dos sinais de força e deslocamento para cada quantidade de esfera testada. A fase varia no tempo conforme os impactos ocorrem e modificam a dinâmica da estrutura. Para fins de comparação, o valor médio da fase é utilizado. Como os ensaios são reproduzidos, os valores das fases experimentais mostradas na Figura 5.109(b) são resultados da média dos valores médios encontrados nos experimentos.

Quando o sistema está sem esfera, a fase vale aproximadamente 90 graus. Diz-se aproximadamente, porque não é possível manter a fase exatamente a 90 graus em todas as repetições do experimento sem esfera. Conforme as esferas são adicionadas à barra, a fase aumenta até atingir um regime de estabilidade, da mesma maneira que a aceleração medida diminui até se estabilizar.

Em relação aos resultados simulados, a Figura 5.109(b) mostra que o coeficiente de restituição foi responsável por aproximar ou não os resultados simulados dos experimentais. De um modo geral, a variação do raio da cavidade, para um mesmo coeficiente de restituição, não foi capaz de promover uma alteração significativa na fase. As simulações com $e = 0,5$ praticamente não tiveram o valor da fase modificado, mantendo valores próximos a 90 graus para todas as quantidades de esferas testadas, não representando o comportamento real do sistema. Os resultados simulados e experimentais ficaram melhor ajustados ao utilizar $e = 0,9$, principalmente associando-o ao raio $R = 3,032$ mm.

Analogamente, comparações das respostas experimentais e numéricas do sistema operando com as esferas de tungstênio são apresentadas na Figura 5.110 e 5.111. Com a aplicação da força de amplitude 2 ao sistema, Figura 5.110, as respostas numéricas para cada combinação testada apresentaram uma variação maior entre si. A combinação com $R = 3,036$ e $e = 0,5$ promoveu respostas que tiveram praticamente a mesma amplitude em todas as quantidades de esferas. Esse resultado destoa dos resultados medidos. As demais combinações proporcionaram respostas que representaram melhor as medições, principalmente as combinações com $R = 3,032$ mm.

Ao aplicar a amplitude de força 3 ao sistema, Figura 5.111, a simulação realizada com $R = 3,036$ e $e = 0,9$, já indicava uma boa aproximação entre os resultados numéricos e experimentais. Simulando as outras combinações, os resultados ficaram mais concentrados entre si ao simular os casos com 1, 3 e 10 esferas, em comparação com os resultados apresentados nas Figuras 5.109 e 5.110. Com 5 esferas, houve uma maior divergência entre as respostas, mas que, perante ao todo, não representa uma divergência tão significativa para condenar a resposta do modelo.

As fases obtidas nas simulações das esferas de tungstênio, Figuras 5.110(b) e 5.111(b), também indicam que as simulações com $e = 0,5$ não representam o comportamento observado nos experimentos. Novamente, a fase simulada apresentou melhor ajuste com os valores medidos quando $e = 0,9$, tanto com $R = 3,032$ quanto com $R = 3,036$ mm.

Os resultados numéricos das fases indicam que o modelo descreveu o comportamento qualitativo (e quantitativo em alguns casos) observado nos experimentos, para altos valores de coeficiente

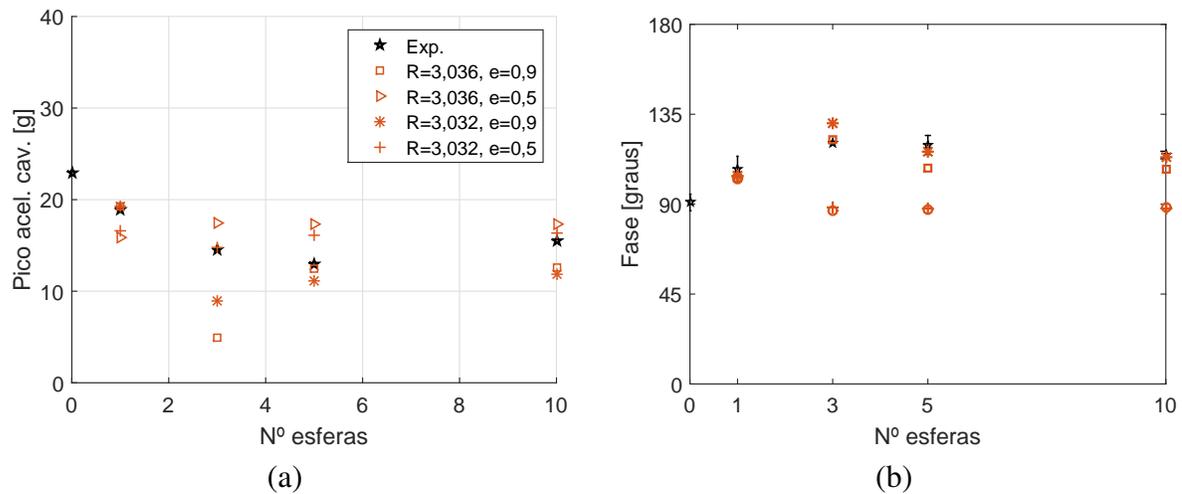


Figura 5.110: Comparação das respostas experimentais e simuladas das esferas de 6,0 mm (tungstênio) mediante a variação de R e e . Excitação com amplitude de força 2.

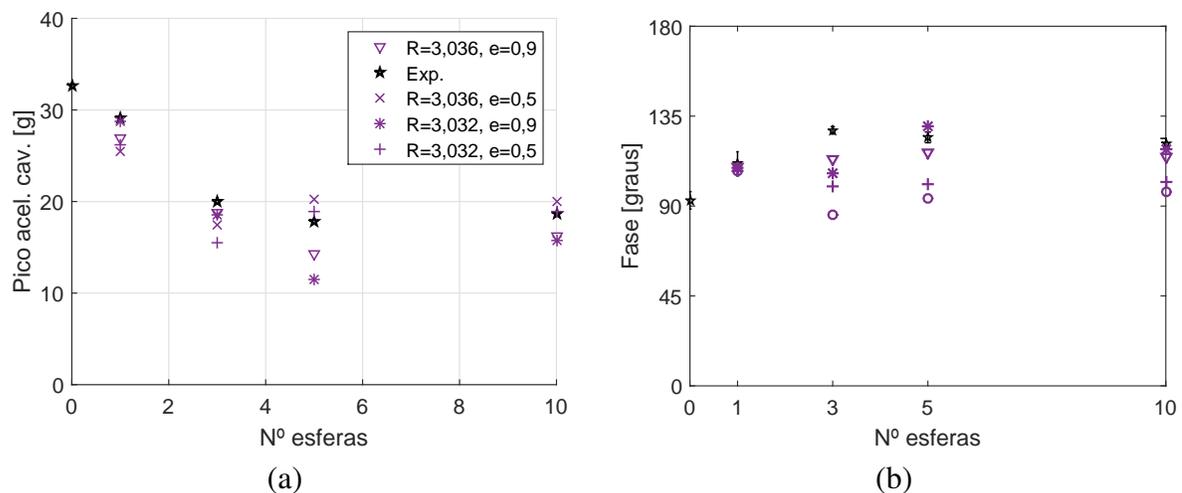


Figura 5.111: Comparação das respostas experimentais e simuladas das esferas de 6,0 mm (tungstênio) mediante a variação de R e e . Excitação com amplitude de força 3.

de restituição. A aplicação de um coeficiente de restituição mais baixo pode até proporcionar uma boa aproximação entre as respostas de aceleração, por exemplo, mas destoa nas respostas das fases. Logo, não é uma representação muito fiel ao experimento.

Diante dos resultados apresentados nas Figuras 5.109, 5.110 e 5.111, ao sujeitar o modelo à variações dos parâmetros que lhe causam mais sensibilidade, para a previsão da resposta de algum caso específico desejado, a melhor alternativa seria, *a priori*, criar uma nuvem de pontos variando os parâmetros imprecisos para identificar uma região onde é provável de se localizar a resposta real do sistema.

5.7.2 Simulação numérica da viga com rotação

Os resultados experimentais apresentados na seção 5.6 mostraram que ao aplicar uma rotação constante à barra, diversas outras frequências aparecem no espectro do sinal de aceleração medido. Para que a representação do modelo seja mais fiel ao experimento, convém que essas frequências estejam presentes também na resposta numérica. A força excitadora para este caso, deixa de ser uma força harmônica de apenas uma componente, passando a ter várias componentes de diferentes amplitudes nas frequências desejadas, sendo aplicada no modelo matemático da seguinte forma:

$$F_{x\Omega} = \sum_{i=1}^j (F_{0x_i} \cdot \text{sen}(2\pi \cdot f_{0_i} \cdot t + \phi_i)) \quad (5.11)$$

$$F_{y\Omega} = \sum_{i=1}^j (F_{0y_i} \cdot \text{cos}(2\pi \cdot f_{0_i} \cdot t + \phi_i)) \quad (5.12)$$

onde f_{0_i} , ϕ_i , F_{0x_i} e F_{0y_i} representam a frequência de excitação, a fase, a amplitude da força na direção X e a amplitude da força na direção Y , respectivamente, para uma componente de força i dentre as j componentes escolhidas para representar o caso real.

As frequências presentes no sinal experimental são designadas como *principal* e *secundárias*. A frequência *principal* é a frequência de excitação imposta pelo *shaker*, no caso 508 Hz. Quaisquer outras frequências existentes no sinal são ditas *secundárias*.

A representação da excitação real no modelo matemático é feita em duas etapas. Na primeira, o modelo é ajustado a partir da utilização da amplitude da força medida na frequência de 508 Hz, através do espectro de vibração. Na segunda, escolhe-se alguma(s) frequência(s) secundária(s) que se destaca(m) no espectro experimental e aplica-se ao modelo forças relacionadas à(s) frequência(s) secundária(s) selecionadas, cujo ajuste é feito comparando os espectros do sinal de aceleração numérico e experimental.

O ajuste das componentes de frequências secundárias é realizado pela aplicação de uma determinada amplitude de força que proporciona à resposta numérica o mesmo valor do pico de aceleração medido experimentalmente na frequência de interesse. Assim, aplica-se o procedimento para todas as frequências secundárias selecionadas.

Os testes experimentais englobam a variação da rotação e da amplitude da força excitadora (amplitude de força aplicada pelo *shaker*, a 508 Hz). Para cada rotação testada, novos ajustes precisam ser feitos, uma vez que as frequências secundárias (aquelas diferentes da frequência de 508 Hz) são dependentes da rotação. Porém, para uma mesma rotação, o aumento da amplitude da força imposta pelo *shaker* não altera as amplitudes das componentes secundárias. Nos casos experimentais, as frequências secundárias também estão presentes na direção ortogonal (Y) à direção de excitação principal. Assim, também é necessário realizar o ajuste entre as respostas experimental e numérica na direção Y , para aproximar o máximo possível a resposta do modelo à resposta real.

As simulações iniciais apresentadas na seção 5.2 indicam que as componentes de frequências diferentes da frequência principal de excitação podem modificar o comportamento do absorvedor. Por essa razão, todo este ajuste entre as respostas medidas e estimadas para cada rotação foi realizado.

A seguir são apresentados os espectros dos sinais de aceleração na direção X (direção de excitação com o *shaker*) obtidos dos experimentos e dos resultados numéricos. As Figuras 5.112, 5.113 e 5.114 mostram a comparação entre os espectros gerados a partir dos sinais de aceleração simulados e experimentais, para diferentes amplitudes de força aplicadas pelo *shaker* (frequência de 508 Hz) nas rotações de 950,4, 1500 e 2256 rpm, respectivamente. Ao comparar os resultados apresentados nas Figuras 5.112, 5.113 e 5.114, é possível perceber que as frequências secundárias não variam ao aumentar a amplitude da força principal (508 Hz) mas variam ao aumentar a rotação.

Uma vez definido o sinal de força aplicado no modelo matemático para cada rotação, as simulações com as diferentes configurações de esferas podem ser realizadas.

Através das simulações numéricas busca-se verificar se o modelo matemático utilizado é capaz de representar os experimentos realizados na bancada experimental #2. Baseado nos resultados numéricos apresentados na seção 5.7, as simulações apresentadas a seguir consideram o raio da cavidade $R = 3,036$ mm e coeficiente de restituição $e = 0,9$. O coeficiente de atrito é adotado como $\mu = 0,1$.

A Figura 5.115(a) mostra os espectros dos sinais de aceleração simulados ao submeter a barra à uma rotação $\Omega = 950,4$ rpm com uma, três, cinco e dez esferas de aço de 6,0 mm. Os resultados apresentados indicam que, mesmo com a rotação aplicada, a adição de esferas reduz a amplitude de vibração na frequência principal de excitação, 508 Hz, que é a frequência imposta pelo *shaker*. Além disso, a redução da amplitude de aceleração tende a ser estabilizada, como

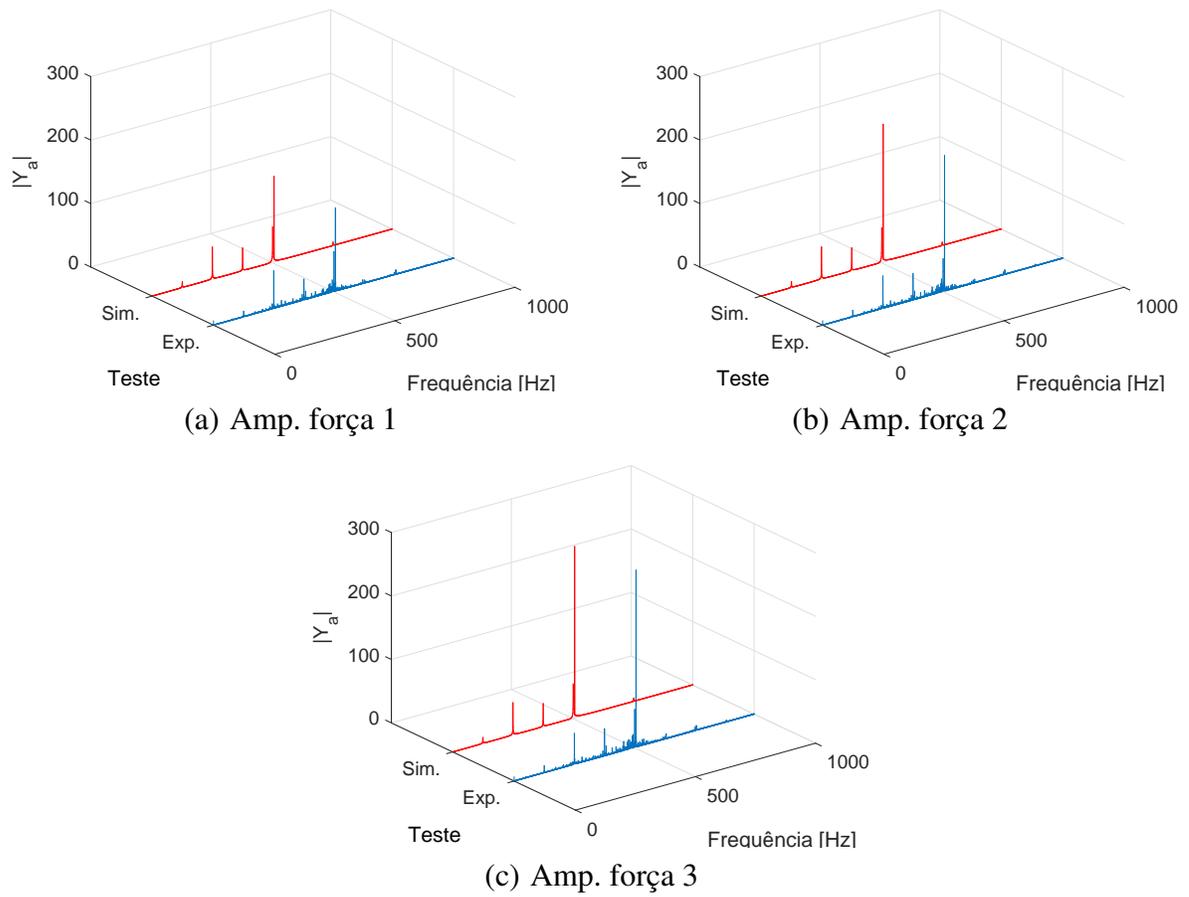


Figura 5.112: Comparação dos espectros de aceleração experimental e simulado da barra sem esferas com $\Omega = 950,4$ rpm.

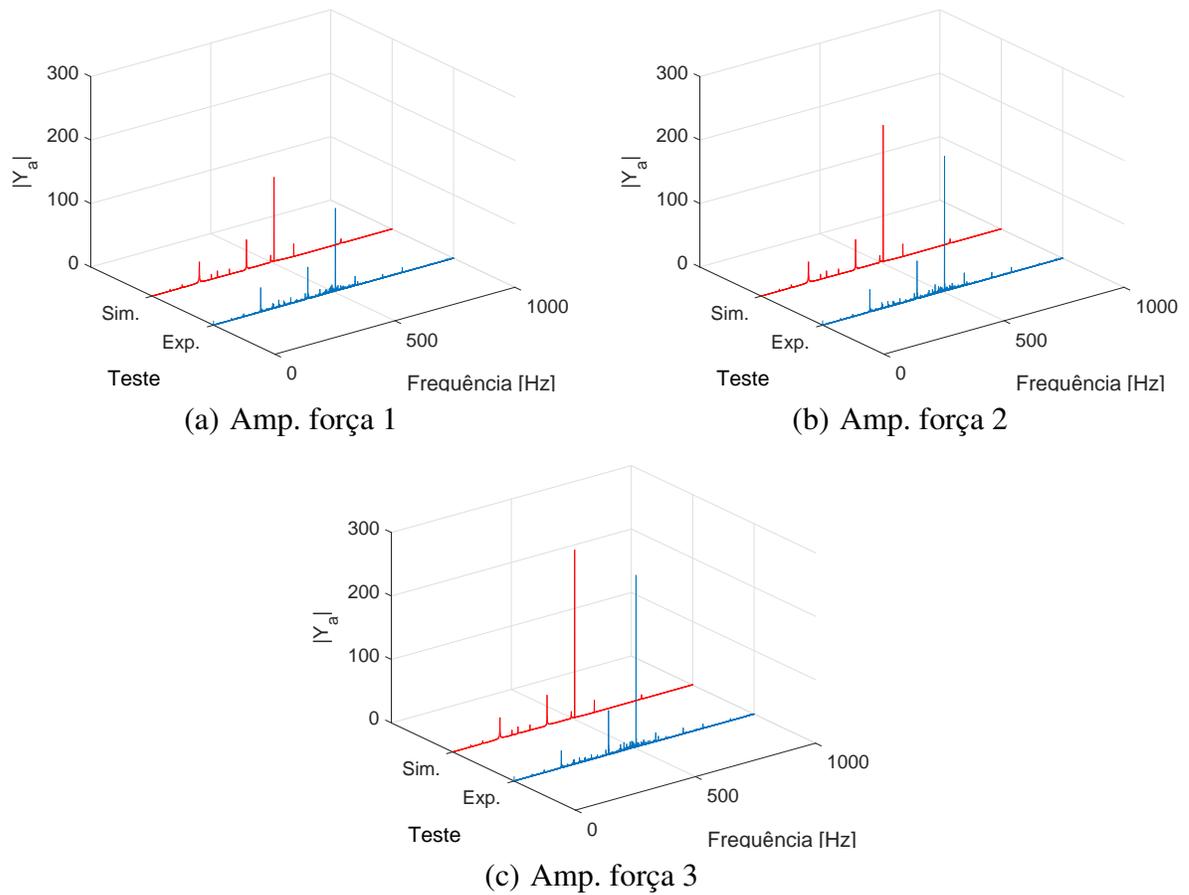


Figura 5.113: Comparação dos espectros de aceleração experimental e simulado da barra sem esferas com $\Omega = 1500$ rpm.

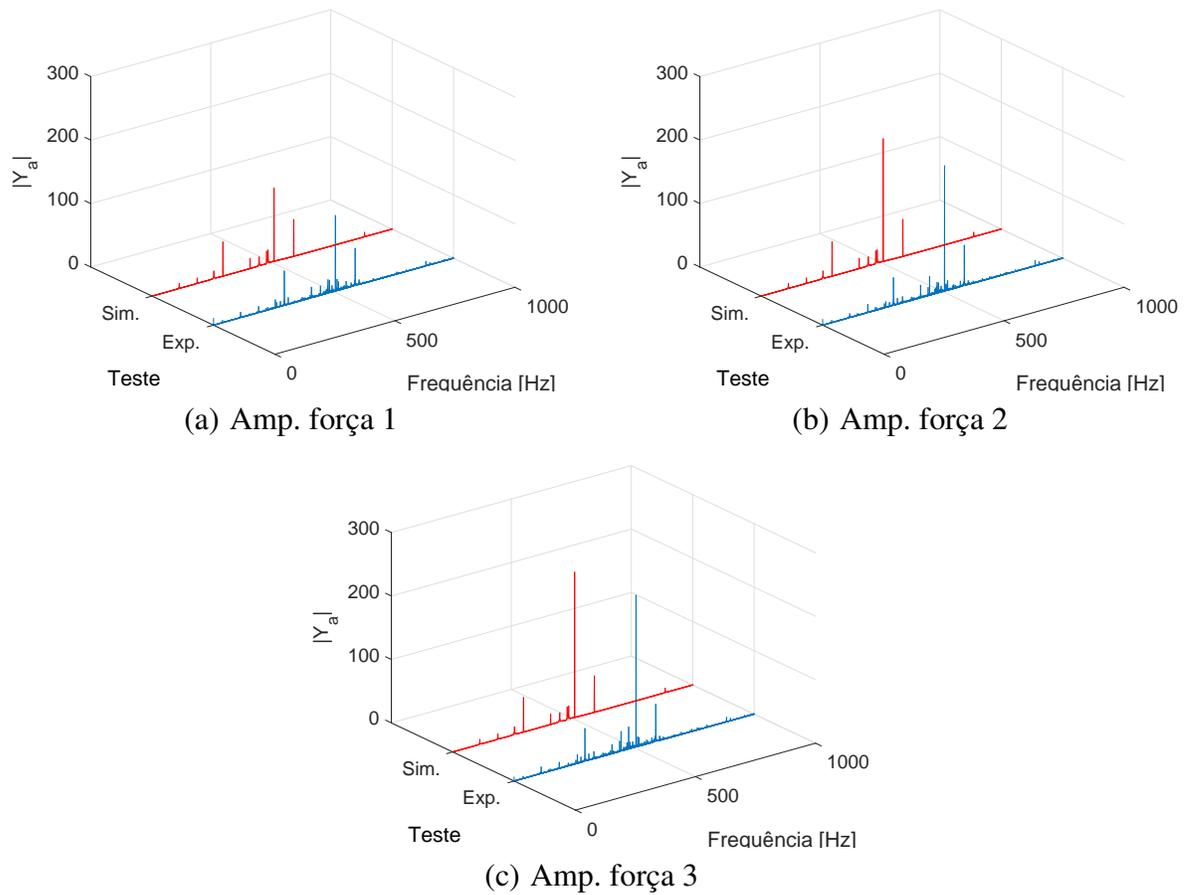


Figura 5.114: Comparação dos espectros de aceleração experimental e simulado da barra sem esferas com $\Omega = 2256$ rpm.

indicam os resultados com cinco e dez esferas, ou seja, a adição de mais esferas não reduz ainda mais a vibração. Estes resultados são análogos àqueles apresentados previamente para a simulação da barra sem rotação ($\Omega = 0$).

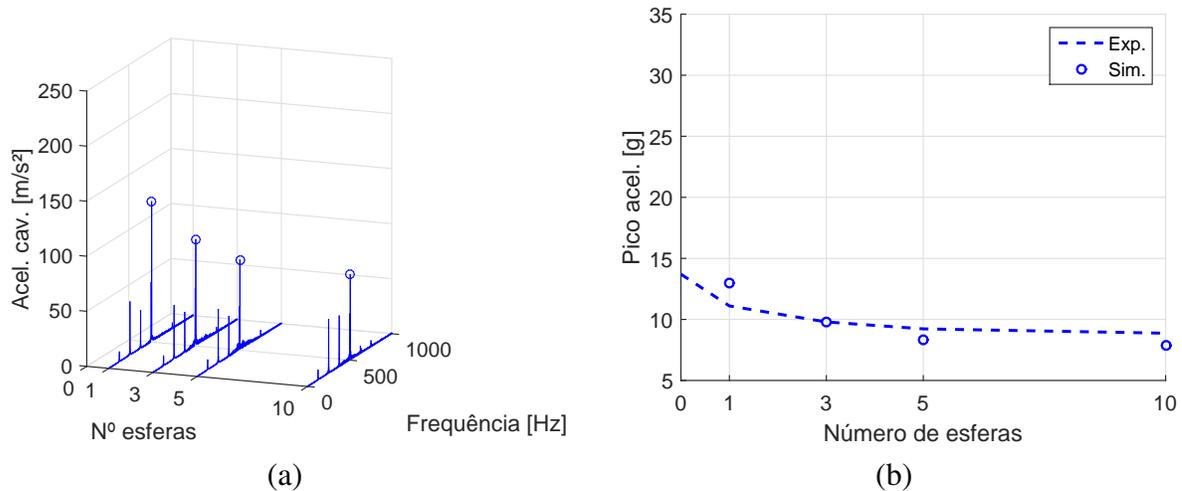


Figura 5.115: (a) Espectros de aceleração simulados e (b) comparação das respostas simuladas e experimentais para diferentes quantidades de esferas de 6,0 mm (aço). Sistema submetido à amplitude de força 1 e $\Omega = 950,4$ rpm.

As frequências secundárias presentes nos espectros de aceleração não sofrem variação significativa ao adicionar as esferas à barra. O efeito praticamente nulo das esferas sobre as frequências secundárias é um resultado esperado, uma vez que essas frequências não estão relacionadas à frequência natural da barra. Os resultados apresentados na Figura 5.115(b) mostram que os valores das amplitudes de aceleração a 508 Hz obtidos através da simulação numérica estão de acordo com as observações experimentais apresentadas na seção 5.6.

Sendo a frequência de 508 Hz a frequência principal de excitação, e também a frequência de interesse no estudo, os resultados simulados a partir das diferentes configurações de esferas, de forças e rotações aplicadas são apresentados considerando o valor do pico de aceleração obtido a 508 Hz no espectro.

Em relação à fase entre os sinais de força e deslocamento, a excitação do sistema sem esfera à 508 Hz com $\Omega \neq 0$ não caracteriza mais a condição de fase 90 graus, como ocorreu quando $\Omega = 0$. Nos casos com $\Omega \neq 0$, a fase apresentou valores maiores que 90 graus. Como o ajuste do modelo matemático foi realizado para contemplar a alteração da fase ao aplicar rotação ao sistema, a comparação entre as respostas simuladas e experimentais podem ser feitas diretamente.

A Figura 5.116(a) mostra a comparação entre os picos de aceleração a 508 Hz oriundos das respostas simuladas e experimentais, para o sistema submetido à excitação com a amplitude de força 1 com $\Omega = 950,4$ rpm. Os resultados simulados indicam que os desempenhos das esferas de 5,953 e 6,0 mm são similares, a alteração da folga e a pequena variação da massa, causadas pela alteração do diâmetro dessas esferas, não foram suficientes para modificar de maneira significativa a resposta da barra, na condição testada. As simulações seguiram os resultados experimentais.

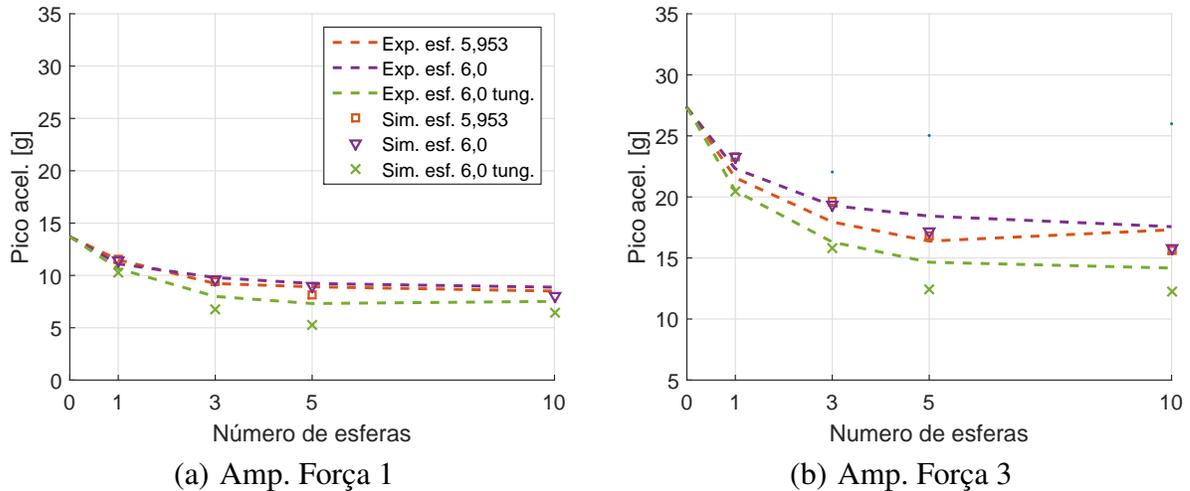


Figura 5.116: Comparação das respostas simuladas (Sim.) e experimentais (Exp.) para $\Omega = 950,4$ rpm.

Os resultados experimentais com as esferas de tungstênio, mostram que esse tipo de esfera proporcionou uma redução de vibração ligeiramente maior em comparação com as demais, quando utilizadas de 3 a 10 esferas. Os resultados numéricos também indicam que as esferas de tungstênio são mais eficientes para a condição testada, porém uma diferença maior em relação aos valores estimados das outras esferas foi obtida. Diferenças quantitativas podem surgir dependendo da escolha dos parâmetros de difícil medição experimental, como o coeficiente de restituição, por exemplo. Entretanto, comparando qualitativamente as respostas apresentadas na Figura 5.116(a), entende-se que, nas condições estabelecidas, o modelo foi capaz de reproduzir o que foi observado experimentalmente.

A comparação dos resultados numéricos e experimentais com $\Omega = 1500$ rpm é apresentada na Figura 5.117. Ao aplicar a amplitude de força 1, Figura 5.117(a), as simulações descreveram muito bem o comportamento experimental da barra em todas as configurações de esferas utilizadas. O modelo indicou que o desempenho das esferas de 5,953 e 6,0 mm (aço) são praticamente equivalentes, bem como um desempenho ligeiramente superior das esferas de tungstênio.

Com a aplicação da amplitude de força 3, Figura 5.117(b), a diferença observada entre as respostas das esferas de aço e de tungstênio é mais evidenciada. No geral, as respostas simuladas para as esferas de aço estão de acordo com as respostas medidas na bancada experimental. Os pontos apresentados referentes às esferas de 5,953 e 6,0 mm são praticamente coincidentes para todas as quantidades de esferas, como também foi observado experimentalmente. Com as esferas de tungstênio, o modelo descreveu o melhor desempenho proporcionado por essas esferas, promovendo à barra menores amplitudes de vibração.

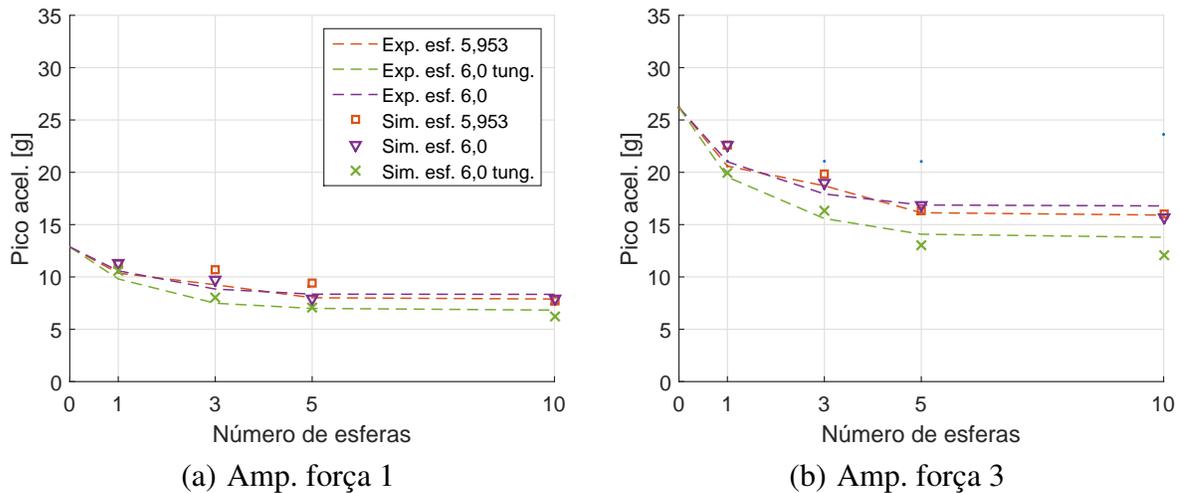


Figura 5.117: Comparação das respostas simuladas (Sim.) e experimentais (Exp.) para $\Omega = 1500$ rpm.

A Figura 5.118 mostra os resultados numéricos obtidos nas simulações em comparação com os resultados medidos na bancada experimental #2, com $\Omega = 2256$ rpm.

Independentemente da amplitude de força aplicada, o modelo respondeu conforme os experimentos, indicando que as esferas reduzem a vibração da barra e que a atenuação da vibração tende a se estabilizar a partir de um determinado número de esferas. Sabe-se que é possível que a adição de mais esferas pode retirar o sistema dessa estabilização, fazendo-o aumentar novamente a vibração. Entretanto, nos casos apresentados, essa condição não foi atingida.

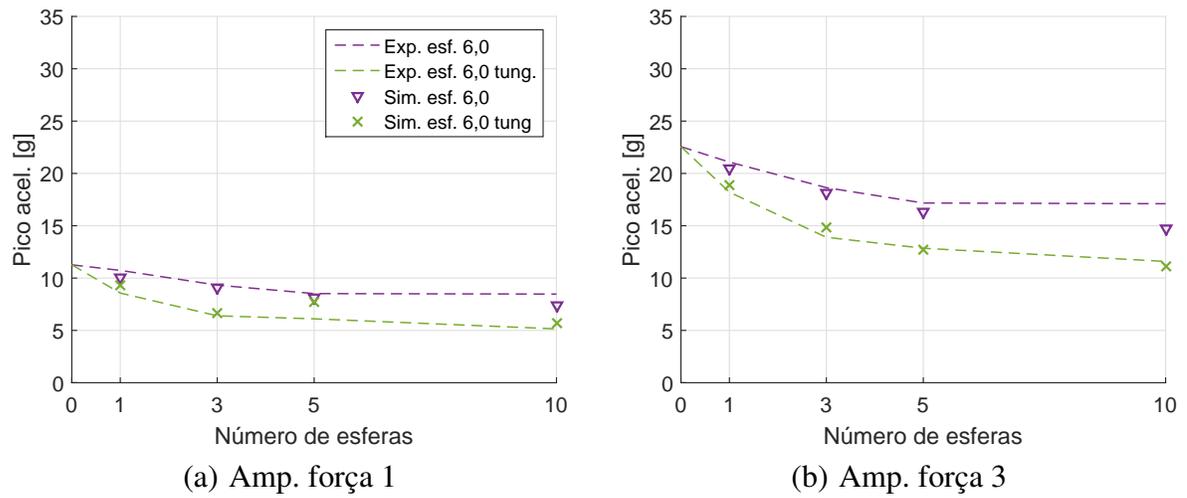


Figura 5.118: Comparação das respostas simuladas (Sim.) e experimentais (Exp.) para $\Omega = 2256$ rpm.

6 Conclusões

As principais conclusões deste trabalho são apresentadas a seguir.

A análise numérica do sistema com o PID conservativo demonstrou que mesmo em um sistema totalmente ideal, sem qualquer dissipação de energia, os impactos modificam a dinâmica da estrutura vibrante pela transferência de momento linear, alterando a fase entre a força excitadora e a resposta, retirando o sistema da condição de ressonância, reduzindo sua amplitude de vibração.

Nos PID's amortecidos, os resultados numéricos indicaram que existe uma combinação de efeitos que levam à redução de vibração da estrutura vibrante: modificação da fase e dissipação de energia nas próprias colisões. Cada um desses efeitos acontecem em maior ou menor grau dependendo da folga existente no absorvedor e do coeficiente de restituição.

Numericamente, as respostas dos absorvedores em sistemas amortecidos obedeceram uma tendência de normalização com a amplitude de vibração do sistema sem impacto. Ou seja, é possível prever a resposta do sistema independentemente da força aplicada, desde que características como o fator de amortecimento da estrutura e o coeficiente de restituição sejam mantidos constantes.

A utilização das esferas em vigas é altamente eficiente para reduzir a sua amplitude de vibração. A configuração escolhida foi utilizar esferas com diâmetros próximos ao diâmetro do furo existente ao longo do eixo axial da viga. Os experimentos mostraram que nem sempre a adição de uma grande quantidade de esferas proporciona maior amortecimento à estrutura. No geral, com a adição de esferas, a partir de uma determinada quantidade, o amortecimento tende a ser estabilizado podendo, em alguns casos, ser minimizado ao continuar aumentando o número de esferas.

O modelo matemático utilizado mostrou-se satisfatório na representação das condições experimentais impostas às bancadas experimentais. O modelo se mostrou sensível à variação de parâmetros como o raio da cavidade e o coeficiente de restituição.

No caso das simulações das condições impostas à viga engastada da bancada experimental #1, devido a uma impossibilidade de medição precisa do diâmetro da cavidade, uma comparação quantitativa dos valores estimados e medidos foi comprometida, porém, qualitativamente, houve uma boa reprodução dos experimentos pelo modelo matemático.

Nas simulações realizadas para representar os ensaios na bancada experimental #2, o modelo também descreveu qualitativamente os comportamentos experimentais das configurações propostas com $\Omega = 0$. Na barra utilizada na bancada experimental #2 foi possível medir o furo de uma forma mais precisa, com uma variação de 0,004 mm no raio. Mesmo assim, essa pequena variação causou uma variação nas simulações, sendo mostrado que dependendo da combinação do raio da cavidade (dentro do intervalo de medição) e do coeficiente de restituição, respostas quantitativamente melhores podem ser obtidas.

Os resultados experimentais com a barra em rotação constante ($\Omega \neq 0$) evidenciaram que as esferas são capazes de promover uma redução de vibração mesmo quando a estrutura vibrante tem movimento angular em torno do seu eixo axial. Não foi testada nos experimentos uma ampla faixa de rotações para testar o limite do absorvedor, mas os resultados numéricos indicam que a tendência é que a rotação tenda a diminuir a eficiência do absorvedor em rotações muito altas.

Em comparação com os casos com $\Omega = 0$, os casos com $\Omega \neq 0$ não caracterizaram a condição de ressonância ao aplicar a frequência de excitação de 508 Hz (utilizada nos demais experimentos com $\Omega = 0$). Esta condição foi replicada ao modelo matemático, cujos resultados numéricos apresentaram um ajuste quantitativo satisfatório com as respostas experimentais.

O ponto chave do modelo matemático utilizado neste trabalho é o modelo de contato não linear de Flores *e outros* (2011). Foi possível desenvolver as equações de movimento, aplicando o modelo de contato e utilizando o MATLAB para realizar a integração numérica. O modelo é de simples implementação e demonstrou ser viável para a representação dos casos experimentais propostos.

7 Sugestões para trabalhos futuros

A partir dos resultados e conclusões obtidas neste trabalho, lista-se as seguintes sugestões para trabalhos futuros:

- Verificação experimental em operações de fresamento com baixas velocidades para confrontar com as simulações obtidas neste trabalho;
- Analisar a influência da rotação durante operações de fresamento;
- Construção de um aparato experimental para analisar o movimento de uma esfera dentro de uma cavidade circular sob excitação controlada e diferentes rotações;
- Incorporar o efeito giroscópico no modelo matemático e analisar o desempenho do absorvedor mediante uma amplitude de vibração maior;
- Analisar experimentalmente através de uma bancada experimental apropriada a tendência de normalização do comportamento do absorvedor, como indicam as simulações deste trabalho;
- Inclusão de modelos de atrito mais refinados para representar as forças tangenciais de contato;
- Análise da configuração do absorvedor para outros modos de vibração da viga;

Referências

AFSHARFARD, A. Suppressing forced vibrations of structures using smart vibro-impact systems. **Nonlinear Dyn.**, v. 83, 1643–1652, 2016.

AFSHARFARD, A. e FARSHIDIANFAR, A. Design of nonlinear impact dampers based on acoustic and damping behavior. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 65, 125–133, 2012.

AFSHARFARD, A. e FARSHIDIANFAR, A. Free vibration analysis of nonlinear resilient impact dampers. **Nonlinear Dyn.**, v. 73, 155–166, 2013.

AGUIAR, H.; HASSUI, A.; SUYAMA, D. e MAGRI, A. Reduction of internal turning surface roughness by using particle damping aided by airflow. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 106, 01 2020.

ALTINTAS, Y. **Manufacturing automation, metal cutting mechanics, Machine Tool Vibrations, and CNC Design**. Cambridge University Press, USA, 2000.

ALTINTAS, Y. e BUDAK, E. Analytical prediction of stability lobes in milling. **CIRP Annals - Manufacturing Technology**, v. 44, 357–362, 12 1995.

BAPAT, C.N. e SANKAR, S. Single unit impact damper in free and forced vibration. **Journal of Sound and Vibration**, v. 99(1), 85 – 94, 1985a.

BAPAT, C.N. e SANKAR, S. Multi unit impact damper - reexamined. **Journal of Sound and Vibration**, v. 103 (4), 457 – 469, 1985b.

BEER, F.; JR. JOHNSTON, E.; EISENBERG, E.; CORNWELL, P. e MAZUREK, D. **Vector Mechanics for Engineers: Statics and Dynamics**. McGraw-Hill Companies, Incorporated, 2009.

BIJU, C. e SHUNMUGAM, M. Investigation into effect of particle impact damping (pid) on surface topography in boring operation. **Int J Adv Manuf Technol**, v. 75, 1219–1231, 2014.

URL: <https://doi.org/10.1007/s00170-014-6201-0>

BLAZEJCZYK-OKOLEWSKA, B. Analysis of an impact damper of vibrations. **Chaos, Solitons and Fractals**, v. 12, n. 11, 1983 – 1988, 2001.

URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0960077900001466>

CHATTERJEE, S.; MALLIK, A. e GHOSH, A. Impact dampers for controlling self-excited oscillation. **Journal of Sound and Vibration**, v. 193 (5), 1003–1014, 1996.

CHENG, C. e WANG, J. Free vibration analysis of a resilient impact damper. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 45, n. 4, 589 – 604, 2003.

URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020740303001164>

CHENG, J. e XU, H. Inner mass impact damper for attenuating structure vibration. **International Journal of Solids and Structures**, v. 43, 5355–5369, 2006.

CUNDALL, P.A. e STRACK, O.D.L. A discrete numerical model for granular assemblies. **Geotechnique**, v. 29, n. 1, 47–65, 1979.

URL: <https://doi.org/10.1680/geot.1979.29.1.47>

DELANEY, G.W.; INAGAKI, S. e ASTE, T. **Fine tuning DEM simulations to perform virtual experiments with three-dimensional granular packings**, pp. 169–185. 2007.

DI RENZO, A. e DI MAIO, F. Comparison of contact-force models for the simulation of collisions in dem-based granular flow codes. **Chemical Engineering Science**, v. 59, 525–541, 02 2004.

DINIZ, A.; SILVA, W.; SUYAMA, D.; PEDERIVA, R. e ALBUQUERQUE, M. Evaluating the use of a new type of impact damper for internal turning tool bar in deep holes. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 101, 04 2019.

DU, Y. e WANG, S. Modeling the fine particle impact damper. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 52, 1015–1022, 2010.

DUNCAN, M.; WASSGREN, C. e KROUSGRILL, C. The damping performance of a single particle impact damper. **Journal of Sound and Vibration**, v. 286, 123–144, 2005.

EMA, S. e MARUI, E. A fundamental study on impact dampers. **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, v. 34, n. 3, 407–421, 1994.

URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0890695594900094>

EMA, S. e MARUI, E. Suppression of chatter vibration of boring tools using impact dampers. **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, v. 40, n. 8, 1141–1156, 2000.

URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0890695599001194>

FLORES, P.; MACHADO, M.; SILVA, M.T. e MARTINS, J.M. On the continuous contact force models for soft materials in multibody dynamics. **Multibody Syst. Dyn.**, v. 25, 357–375, 2011.

FRIEND, R. e KINRA, V. Particle impact damping. **Journal of Sound and Vibration**, v. 233 (1), 93–118, 2000.

GALARZA, F. A. M. **Avaliacao de um novo tipo de amortecedor de impacto para fresa utilizada em fresamento de matrizes**. 2018. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual de Campinas.

GALARZA, F.A.M.; DE ALBUQUERQUE, M.V.; ANTONIALLI, A.T.S.; PEDERIVA, R. e DINIZ, A.E. Design and experimental evaluation of an impact damper to be used in a slender end mill tool in the machining of hardened steel. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 106, 2553–2567, 2020.

URL: <https://doi.org/10.1007/s00170-019-04786-9>

GHARIB, M. e GHANI, S. Free vibration analysis of linear particle chain impact damper. **Journal of Sound and Vibration**, v. 332, 6254–6264, 2013.

GRABEC, I. e LESKOVAR, P. Acoustic emission of a cutting process. **Ultrasonics**, v. 15, n. 1, 17–20, 1977.

URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0041624X77900075>

HU, S. e GUO, X. A dissipative contact force model for impact analysis in multibody dynamics. **Multibody Syst. Dyn.**, v. 35, 131–151, 2015.

HUNT, K.H. e CROSSLEY, F.R.E. Coefficient of restitution interpreted as damping in vibroimpact. **ASME Journal of Applied Mechanics**, v. 42, 440–445, 1975.

IBRAHIM, R.A. **Vibro-impact dynamics: modeling, mapping and applications**, v. 43. Springer Science & Business Media, 2009.

KAYHAN, M. e BUDAK, E. An experimental investigation of chatter effects on tool life. **Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers Part B-journal of Engineering Manufacture - PROC INST MECH ENG B-J ENG MA**, v. 223, 1455–1463, 11 2009.

LAMIKIZ, A.; LOPEZ DE LACALLE, L.; SÁNCHEZ, J. e SALGADO, M. Cutting force estimation in sculptured surface milling. **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, v. 44, n. 14, 1511 – 1526, 2004.

URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0890695504001191>

LAMRAOUI, M.; THOMAS, M.; EL BADAoui, M. e GIRARDIN, F. Indicators for monitoring chatter in milling based on instantaneous angular speeds. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 44, n. 1, 72 – 85, 2014. Special Issue on Instantaneous Angular Speed (IAS) Processing and Angular Applications.

URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327013002008>

LANKARANI, H. e NIKRAVESH, P. A contact force model with hysteresis damping for impact analysis of multibody systems. **Journal of Mechanical Design**, v. 112, 369–376, 1990.

LI, K. e DARBY, A. An experimental investigation into use of a buffered impact damper. **Journal of Sound and Vibration**, v. 291, 844–860, 2006a.

LI, K. e DARBY, A. Modelling a buffered impact damper system using a spring-damper model of impact. **Structural Control and Health Monitoring**, v. 16(3), 287–302, 2009.

LI, K. e DARBY, A.P. Experiments on the effect of an impact damper on a multiple-degree-of-freedom system. **Journal of Vibration and Control**, v. 12, n. 5, 445–464, 2006b.

URL: <https://doi.org/10.1177/1077546306063504>

LI, K. e DARBY, A.P. A buffered impact damper for multi-degree-of-freedom structural control. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, v. 37, n. 13, 1491–1510, 2008.

URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/eqe.823>

LI, X. A brief review: acoustic emission method for tool wear monitoring during turning. **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, v. 42, n. 2, 157 – 165, 2002.

URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0890695501001080>

LIU, W.; TOMLINSON, G. e RONGONG, J. The dynamic characterisation of disk geometry particle dampers. **Journal of Sound and Vibration**, v. 280, n. 3, 849–861, 2005.

URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X04001282>

LU, Z.; MASRI, S.F. e LU, X. Studies of the performance of particle dampers attached to a two-degrees-of-freedom system under random excitation. **Journal of Vibration and Control**, v. 17(10), 1454–1471, 2010.

LU, Z.; WANG, Z.; MASRI, S.F. e LU, X. Particle impact dampers: Past, present, and future. **Structural Control and Health Monitoring**, v. 25, n. 1, e2058, 2018. E2058 STC-17-0042.R1.

URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/stc.2058>

MALONE, K.F. e XU, B.H. Determination of contact parameters for discrete element method simulations of granular systems. **Particuology**, v. 6, n. 6, 521–528, 2008. Simulation and Modeling of Particulate Systems.

URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1674200108001478>

MARHADI, K. e KINRA, V. Particle impact damping: effect of mass ratio, material, and shape. **Journal of Sound and Vibration**, v. 283, Issues 1-2, 433–448, 2005.

MASRI, S. General motion of impact dampers. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 47, 229–237, 1969a.

MASRI, S.F. Analytical and experimental studies of multiple-unit impact dampers. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 45, n. 5, 1111–1117, 1969.

URL: <https://doi.org/10.1121/1.1911581>

MELO, F. M. **On the use of particle impact dampers to control vertical impact-induced vibration: An experimental investigation.** 2018. Tese (Doutorado). Universidade Estadual de Campinas.

MORADI, H.; MOVAHHEDY, M.R. e VOSSOUGH, G. Tunable vibration absorber for improving milling stability with tool wear and process damping effects. **Mechanism and Machine Theory**, v. 52, 59 – 77, 2012.

URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094114X12000195>

MORADI, H.; VOSSOUGH, G.; BEHZAD, M. e MOVAHHEDY, M.R. Vibration absorber design to suppress regenerative chatter in nonlinear milling process: Application for machining of cantilever plates. **Applied Mathematical Modelling**, v. 39, n. 2, 600 – 620, 2015.

URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0307904X14003291>

NAGURKA, M. e HUANG, S. A mass-spring-damper model of a bouncing ball. **American Control Conference. Proceedings of the 2004**, v. 1, 2004.

NIGM, M. e SHABANA, A. Effect of an impact damper on a multi-degree of freedom system. **Journal of Sound and Vibration**, v. 89, n. 4, 541–557, 1983.

URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022460X83903565>

OLIVEIRA, A. **Análise do desgaste de ferramentas no Fresamento com Alta Velocidade de acos endurecidos.** 2007. Tese (Doutorado). School of Mechanical Engineering, State University of Campinas.

O’SULLIVAN, C. **Particulate discrete element modeling.** 2011.

PAUL, P.S.; RAJA, P.; ARULDHAS, P.; PRINGLE, S. e SHAJI, E. Effectiveness of particle and mass impact damping on tool vibration during hard turning process. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture**, v. 232, n. 5, 776–786, 2018.

URL: <https://doi.org/10.1177/0954405416660995>

POPPEWELL, N.; BAPAT, C. e MCLACHLAN, K.. Stable periodic vibroimpacts of an oscillator. **Journal of Sound and Vibration**, v. 87(1), 41–59, 1983.

POPPEWELL, N. e LIAO, M. A simple design procedure for optimum impact dampers. **Journal of Sound and Vibration**, v. 146 (3), 519–526, 1991.

QUINTANA, G. e CIURANA, J. Chatter in machining processes: A review. **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, v. 51, 363–376, 2011.

RAO, S. **Vibrações mecânicas (4a. ed.)**. Pearson Educação, 2008.

SAADABAD, N.A.; MORADI, H. e VOSSOUGH, G. Global optimization and design of dynamic absorbers for chatter suppression in milling process with tool wear and process damping. **Procedia CIRP**, v. 21, 360 – 366, 2014. 24th CIRP Design Conference.

URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212827114007380>

SACIOTTO, V. R. **Desenvolvimento de ferramenta esbelta de fresamento com amortecedor de impacto**. 2020. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual de Campinas.

SATHISHKUMAR, B.; MOHANASUNDARAM, K. e KUMAR, M. Impact of particle damping parameters on surface roughness of bored surface. **Arab J Sci Eng**, v. 39, 7327–7334, 2014.

SEIFRIED, R.; SCHIEHLEN, W. e EBERHARD, P. The role of the coefficient of restitution on impact problems in multi-body dynamics. **Proceedings of Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics**, v. 224, 279–306, 2010.

SIDDHPURA, M. e PAUROBALLY, R. A review of chatter vibration research in turning. **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, v. 61, 27 – 47, 2012.

URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0890695512000831>

SILVA, Wallyson Thomas Alves da. **Uma contribuicao ao uso de barras de toronar com amor-**

tecimento de impacto por esferas. 2018. Dissertação (Mestrado).

SIMS, N.D.; AMARASINGHE, A. e RIDGWAY, K. Particle dampers for workpiece chatter mitigation. v. Manufacturing Engineering and Materials Handling, Parts A and B, 825–832, 11 2005.

URL: <https://doi.org/10.1115/IMECE2005-82687>

SINGH, G.; MANN, G.S. e PRADHAN, S. Improving the surface roughness and flank wear of the boring process using particle damped boring bars. **Materials Today: Proceedings**, v. 5, n. 14, Part 2, 28186–28194, 2018. International Conference on Composite Materials: Manufacturing, Experimental Techniques, Modeling and Simulation, March 1-3, 2018.

URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2214785318323502>

SUYAMA, D.; DINIZ, A. e PEDERIVA, R. The use of carbide and particle-damped bars to increase tool overhang in the internal turning of hardened steel. **Int J Adv Manuf Technol**, v. 86, 2083–2092, 2016.

SYED; TEKESTE e WHITE. A coupled sliding and rolling friction model for dem calibration. **Journal of Terramechanics**, v. 72, 9–20, 2017.

URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022489817300721>

TARNG, Y.; KAO, J. e LEE, E. Chatter suppression in turning operations with a tuned vibration absorber. **Journal of Materials Processing Technology**, v. 105, n. 1, 55 – 60, 2000.

URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0924013600005859>

THOMAS, W.; DINIZ, A.E.; PEDERIVA, R.; SUYAMA, D.I. e DE ALBUQUERQUE, M.V. A new type of impact damper with long overhangs in the internal turning of hardened materials. **Procedia CIRP**, v. 82, 255–260, 2019. 17th CIRP Conference on Modelling of Machining Operations (17th CIRP CMMO).

URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212827119307619>

TLUSTY, J. e ANDREWS, G. A critical review of sensors for unmanned machining. **CIRP Annals**, v. 32, n. 2, 563 – 572, 1983.

URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S000785060760184X>

VINAYARAVI, R.; KUMARESAN, D.; JAYARAJ, K.; ASRAFF, A. e MUTHUKUMAR, R. Experimental investigation and theoretical modelling of an impact damper. **Journal of Sound and Vibration**, v. 332, n. 5, 1324–1334, 2013.

URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X12008498>

WALTON, O.R. e BRAUN, R.L. Viscosity, granular-temperature, and stress calculations for shearing assemblies of inelastic, frictional disks. **Journal of Rheology**, v. 30, n. 5, 949–980, oct 1986.

WONG, C.; DANIEL, M.C. e RONGONG, J. Energy dissipation prediction of particle dampers. **Journal of Sound and Vibration**, v. 319, 91–118, 2009.

YASUDA, K. e TOYODA, M. The damping effect of an impact damper. **Bulletin of the JSME**, v. 21, (153), 424–431, 1978.

YIQING, Y. e YU, Y. Design and simulation of long slender end mill embedded with passive damper. **Procedia Engineering**, v. 99, 1380 – 1384, 2015. 2014 Asia-Pacific International Symposium on Aerospace Technology, APISAT2014 September 24-26, 2014 Shanghai, China.

URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877705814037904>

APÊNDICE A – Verificação do modelo de atrito

A.1 Esfera sobre uma superfície plana

As condições estabelecidas na Eq. 3.13 no problema da esfera se movimentando sobre uma superfície circular são análogas para superfície plana.

Considerando que uma esfera é projetada sobre uma superfície plana com velocidade v_1 e velocidade angular nula, é possível determinar o tempo necessário para que a esfera role sem deslizar e as velocidades linear e angular nesse instante com base no princípio de impulso e quantidade de movimento. Adotando o sentido de v_1 indicado na Figura A.1 como positivo e considerando o sentido positivo do movimento angular como anti-horário, tem-se:

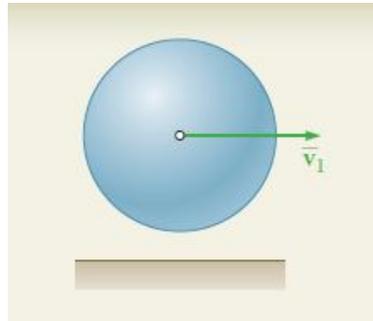


Figura A.1: Exemplo da esfera rolando sobre uma superfície plana. Fonte: (Beer e outros, 2009)

$$m \cdot v_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} F dt = m \cdot v_2$$

$$v_1 - \mu g t = v_2 \tag{A.1}$$

$$I_G \cdot \omega_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} M_G dt = I_G \cdot \omega_2$$

$$0 - (\mu m g r) t = \frac{2}{5} m r^2 \cdot -\omega_2$$

$$\omega_2 = \frac{5\mu gt}{2r} \implies v_2 = \frac{5\mu gt}{2} \quad (\text{A.2})$$

Substituindo a Eq. A.2 na Eq. A.1, o tempo a partir do qual a esfera rola sem deslizar é determinado:

$$v_1 - \mu gt = \frac{5\mu gt}{2} \implies t = \frac{2v_1}{7\mu g} \quad (\text{A.3})$$

Utilizando como exemplo $v_1 = 1,0$ m/s e $\mu = 0,2$ na Eq. A.3 encontra-se $t = 0,1456$ s. Substituindo na Eq. A.2 tem-se $v_2(t = 0,1456) = 0,7142$ m/s e, considerando uma esfera de raio $r = 3,0$ mm, $\omega_2(t = 0,1456) = 238,0560$ rad/s. Aplicando os valores de v_1 e μ no modelo matemático para simular a condição descrita, as respostas numéricas de v_2 e ω_2 são mostradas na Figura A.2(a). A Figura A.2(b) mostra a comparação de v_2 com o módulo do produto $\omega_2 \cdot r$, evidenciando que a esfera rola sobre a superfície plana sem deslizar, a partir $t = 0,1456$ s.

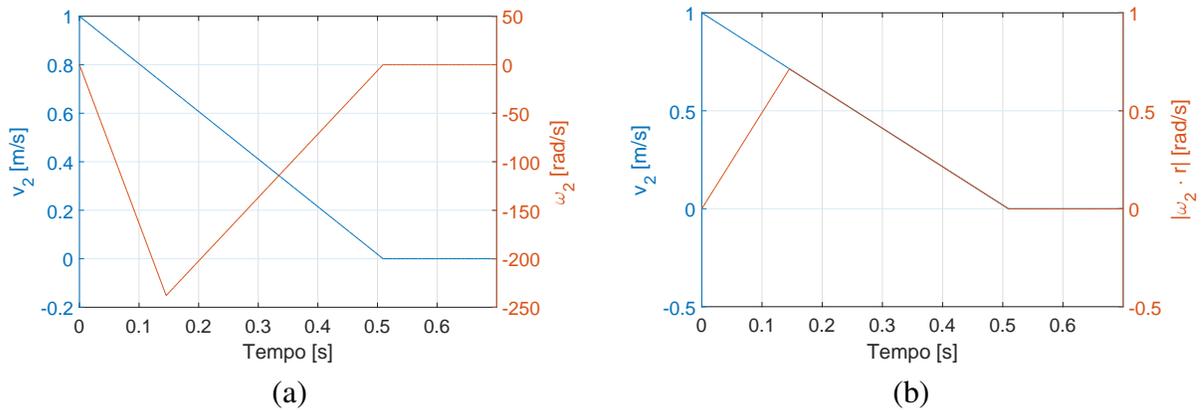


Figura A.2: Respostas simuladas da esfera rolando sobre uma superfície plana. (a) Velocidade do CG (v_2) e angular (ω_2) da esfera em função do tempo; (b) comparação da velocidade do CG (v_2) com a velocidade calculada por $\omega_2 \cdot r$.

Um segundo caso a ser analisado é determinar o tempo necessário para que a velocidade final da esfera seja nula, assim:

$$m \cdot v_1 + \sum \int_0^{t_f} F dt = m \cdot v_2 \implies m \cdot v_1 - \mu m g t_f = 0$$

$$t_f = \frac{v_1}{9.81\mu} \quad (\text{A.4})$$

Substituindo os valores de v_1 e μ na Eq. A.4, encontra-se $t_f = 0,5097$ s, também encontrado pela resposta numérica conforme ilustrado na Figura A.2.

A.2 Esfera / disco sobre uma superfície circular

O movimento da esfera sobre uma superfície circular é idêntico ao da superfície plana desde que as condições de contorno adequadas sejam aplicadas às equações de movimento. Assim, com o intuito de demonstrar que as condições estabelecidas para a força de atrito na superfície circular estão corretas, o exemplo apresentado anteriormente é aplicado à formulação desenvolvida para a cavidade circular e o mesmo resultado deve ser alcançado.

A Figura A.3(a) mostra uma cavidade circular onde uma esfera se movimenta a partir de uma velocidade inicial v_1 . Para comparar com o movimento no plano, a velocidade da esfera é sempre considerada na direção tangencial da trajetória. Dessa forma, o princípio de impulso e quantidade de movimento é aplicado nessa direção para estimar o tempo necessário para que a velocidade da esfera seja nula. O resultado numérico da simulação ao longo da trajetória circular é mostrado na Figura A.3(b), que é idêntico ao resultado da esfera rolando sobre a superfície plana apresentado na Figura A.2(b).

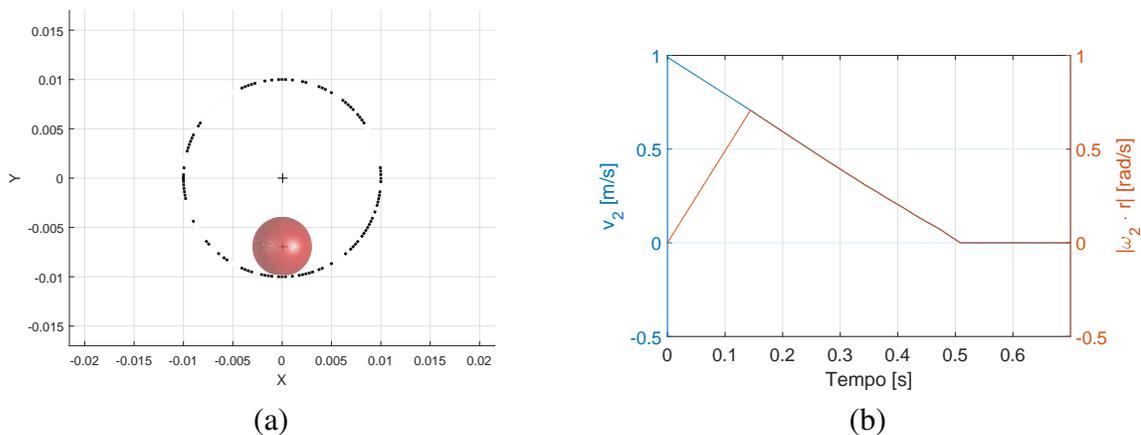


Figura A.3: Resposta simulada de uma esfera rolando sobre uma superfície circular. (a) cavidade circular onde a esfera de movimenta; (b) comparação da velocidade do CG da esfera (v_2) com a velocidade calculada pelo produto $\omega_2 \cdot r$.

Analogamente, considere o disco A em contato com a esteira conforme mostra a Figura A.4. A esteira se movimenta com velocidade constante e o disco é colocado em contato com ela. O tempo requerido para que o disco adquira uma velocidade angular constante pode ser expresso pelo

princípio do impulso e quantidade de movimento angular:

$$I_A \cdot \omega_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} M_A dt = I_A \cdot \omega_2$$

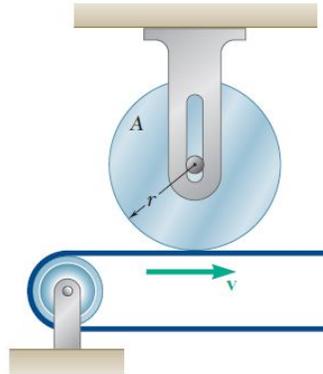


Figura A.4: Exemplo disco na esteira. Fonte: (Beer e outros, 2009)

O disco parte do repouso e a única força atuante sobre ele que gera momento em relação ao seu CG é a força de atrito, expressa por $f_{at} = \mu \cdot 9,81m$. Assim:

$$0 + (\mu \cdot 9,81m \cdot r \cdot t) \Big|_0^t = I_A \cdot \left(\frac{v}{r}\right)$$

$$t = \frac{I_A \cdot v}{(\mu \cdot 9,81m \cdot r^2)}$$

Considerando que a o momento de inércia de massa do disco é $I_A = \frac{1}{2}mr^2$, tem-se que o tempo necessário para o disco ter velocidade angular constante é:

$$t = \frac{v}{2(\mu \cdot 9,81)} \quad (\text{A.5})$$

O modelo matemático apresentado nas Eqs. 3.15 e 3.16 pode ser facilmente adaptado para representar a esteira e o disco, respectivamente, eliminando os graus de liberdade de translação (x e y), desprezando as massas e as forças externas e utilizando o momento de inércia do disco. A Figura A.5(a) ilustra o caso análogo ao da esteira da Figura A.4 baseado no modelo matemático. Assim, com a integração numérica de $\ddot{\theta}_{cav}$ (representando a esteira) e $\ddot{\theta}_e$ (representando o disco),

mediante a condição inicial de velocidade imposta, é possível verificar a velocidade angular do disco em função do tempo.

Aplicando uma velocidade angular de $+40 \text{ rad/s}$ (sentido anti-horário) à cavidade circular de raio $R = 0,3 \text{ m}$, o que equivale a uma velocidade inicial $v = 12 \text{ m/s}$ da esteira, a força de atrito acelera o disco de raio $r = 0,0750 \text{ m}$ a partir do repouso até que uma velocidade angular constante seja atingida. Considerando que o coeficiente de atrito seja $\mu = 0,2$, as respostas numéricas de velocidade da esteira e velocidade angular do disco em função do tempo são mostradas na Figura A.5(b). Substituindo os valores de v e μ na Eq. A.5, encontra-se $t = 3,0581 \text{ s}$.

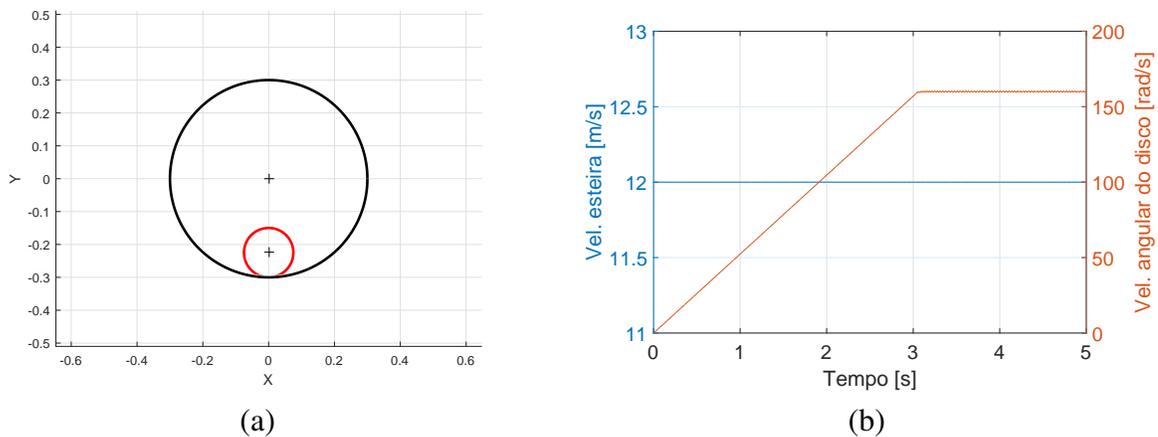


Figura A.5: Respostas simuladas do problema do disco sobre uma esteira. (a) representação de um disco rolando sobre uma superfície com velocidade constante, análoga a uma esteira; (b) velocidade da esteira e velocidade angular do disco em função do tempo.

Uma vez que o tempo necessário para que o disco tenha velocidade angular constante foi igual utilizando os métodos analítico e numérico, entende-se que as condições estabelecidas para determinar o movimento angular (Eq. 3.13) no modelo matemático estão corretas.

APÊNDICE B – Ajuste do modelo: engaste

B.1 Bancada experimental #1

Valores definitivos utilizados no ajuste do engaste da bancada experimental #1.

Tabela B.1: Valores definitivos para rigidez do engaste e amortecimento proporcional aplicados aos modelos matemáticos para simulação sob excitação na direção X .

Esferas	k_{xx1}	k_{ty1}	k_{yy1}	k_{tx1}	α	β	Amp. Força
5,5 mm	1,0121e9	3922,7	1,0324e8	3856,7	0		1
	1,0094e9	3922,7	1,0324e8	3856,7	0	2,6258e-5	2
	1,0121e9	3922,7	1,0324e8	3856,7	0		3
5,953 mm	1,0081e9	3922,7	1,0405e8	3846,9	0	2,6261e-5	1
	1,0081e9	3802,4	1,0405e8	3733,6	0	2,6258e-5	2
	1,0081e9	3802,4	1,0405e8	3846,9	0	2,6661e-5	3
6,0 mm	1,0097e9	3924,7	9,6293e7	3866,7	0		1
	1,0097e9	3924,7	9,6293e7	3846,7	0	2,6258e-5	2
	1,0097e9	3924,7	9,6293e7	3846,7	0		3
6,0 mm tung.	1,0097e9	3924,7	9,6293e7	3866,7	0		1
	1,0097e9	3924,7	9,6293e7	3846,7	0	2,6258e-5	2
	1,0097e9	3924,7	9,6293e7	3846,7	0		3

Tabela B.2: Valores definitivos para rigidez do engaste e amortecimento proporcional aplicados aos modelos matemáticos para simulação sob excitação na direção Y .

Esferas	k_{xx1}	k_{ty1}	k_{yy1}	k_{tx1}	α	β	Amp. Força
5,5 mm	1,0121e9	4615,7	9,6293e7	3856,7	0	2,021e-5	1
	1,0094e9	4629,6	9,6293e7	3856,7	0	2,562e-5	2
	1,0121e9	4558,9	9,6293e7	3856,7	0	2,752e-5	3
5,953 mm	1,0081e9	4612,8	1,0405e8	3846,9	0	2,0224e-5	1
	1,0081e9	4632,8	1,0405e8	3733,6	0	2,5624e-5	2
	1,0081e9	4554,5	1,0405e8	3846,9	0	2,7624e-5	3
6,0 mm	1,0097e9	4626,8	9,6293e7	3866,7	0	2,0224e-5	1
	1,0097e9	4628,2	9,6293e7	3846,7	0	2,5601e-5	2
	1,0097e9	4559,2	9,6293e7	3846,7	0	2,7503e-5	3
6,0 mm tung.	1,0097e9	4626,8	9,6293e7	3866,7	0	2,0224e-5	1
	1,0097e9	4628,2	9,6293e7	3846,7	0	2,5601e-5	2
	1,0097e9	4559,2	9,6293e7	3846,7	0	2,7503e-5	3

B.2 Bancada experimental #2

Valores definitivos utilizados no ajuste do engaste da bancada experimental #2.

Tabela B.3: Amplitude de força a 508 Hz, rigidez no nó 14 k_{xx14} e coeficiente de amortecimento proporcional β aplicados ao modelo matemático, considerando a variação da frequência natural da barra com o aumento da rotação.

Ω [rpm]	Força [N]	k_{xx14} [N/m]	β
0	0,8787	96000	4,7e-5
	1,4614	95000	4,33e-5
	1,9214	92500	4,0e-5
950,4	0,8614	30000	1,0e-5
	1,4080	30000	1,0e-5
	1,7693	30000	1,3e-5
1500	0,8547	30000	2,0e-5
	1,4056	30000	2,0e-5
	1,7538	30000	2,1e-5
2256	0,9220	16000	2,7e-5
	1,5187	16000	2,8e-5
	1,8656	16000	2,76e-5

Tabela B.4: Amplitude de força a 508 Hz, rigidez no nó 14 k_{xx14} e coeficiente de amortecimento proporcional β aplicados ao modelo matemático, desconsiderando a variação da frequência natural da barra com o aumento da rotação.

Ω [rpm]	Força [N]	k_{xx14} [N/m]	β
0	0,8787	96000	4,7e-5
	1,4614	95000	4,33e-5
	1,9214	92500	4,0e-5
950,4	0,8614	96000	4,15e-5
	1,4080	95000	4,26e-5
	1,7693	92500	4,31e-5
1500	0,8547	96000	4,36e-5
	1,4056	95000	4,41e-5
	1,7538	92500	4,46e-5
2256	0,9220	96000	5,91e-5
	1,5187	95000	5,91e-5
	1,8656	92500	5,91e-5