



1290000523



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

TCC/UNICAMP W65g

INSTITUTO DE ECONOMIA



GESTÃO DE RISCO FINANCEIRO

Um estudo dos principais modelos de gerenciamento de
risco (no mercado financeiro)

Marcelo Wilk

Monografia sob orientação da
Profa. Dra. Maria Alejandra C. Madi
Banca : Prof. Dr. Otaviano Canuto

TCC/UNICAMP
W65g
IE/523

CEDOC/IE

Índice

INTRODUÇÃO 4

CAPÍTULO 1 - RISCO, RETORNO E DIVERSIFICAÇÃO 10

1.1 - RISCO..... 10

1.1.1 – Tipos de Risco..... 12

1.2 – RETORNO ESPERADO..... 13

1.3 – RELAÇÃO RISCO/RETORNO ESPERADO E INVESTIDOR..... 15

1.4 – QUANTIFICANDO E ANALISANDO RISCO E RETORNO ESPERADO..... 16

1.4.1 – Análise de Sensibilidade..... 17

1.4.2 – Média e Desvio Padrão 18

1.4.3 – Distribuição de Probabilidades..... 22

1.4.4 – Coeficiente de Variação 23

1.4.5 – Covariância e correlação 24

1.5 - RISCO E RETORNO ESPERADO DE UMA CARTEIRA DE ATIVOS 26

1.6 - DIVERSIFICAÇÃO..... 27

1.7 – TEORIA DA SELEÇÃO DE CARTEIRAS..... 28

1.8 – CONCLUSÕES 31

CAPÍTULO II – RISCO E RETORNO : O MODELO DE FORMAÇÃO DE PREÇOS DE ATIVOS DE CAPITAL (CAPM) 32

2.1 - PRESSUPOSTOS DO CAPM 32

2.2 – LINHA DE MERCADO DE CAPITAIS 34

2.3 - QUANTIFICANDO O RISCO SISTEMÁTICO..... 36

2.4 - ESTIMANDO O BETA..... 40

2.5 - A LINHA DE MERCADO DE TÍTULOS (SML) 41

2.7 - CONCLUSÕES FINAIS ACERCA DO CAPM..... 42

CAPÍTULO III - UMA VISÃO ALTERNATIVA DE RISCO E RETORNO : ARBITRAGE PRICING THEORY (APT)..... 44

3.1 – INTRODUÇÃO..... 44

3.2 - O MODELO 45

3.2.1 – Modelo Fatorial..... 48

3.2.2 – Carteiras e Modelos Fatoriais..... 51

3.2.3 – Diversificação..... 53

3.3 – CONCLUSÕES 53

CAPÍTULO IV - VALUE-AT-RISK (VAR) - UMA NOVA ABORDAGEM.....55

4.1 – INTRODUÇÃO..... 55

4.2 – O QUE É VAR ? 56

4.3 – POR QUE O VAR POSSUI UM FORTE APELO ?..... 57

4.4 – MECANISMOS DE ESTIMAÇÃO DO VAR..... 57

4.4.1 – Simulação Histórica 59

4.4.2 – Metodologia Analítica 61

4.4.2.1 - Apenas um fator de risco 62

4.4.2.2 – Dois fatores de risco 64

4.4.2.3 – Diversos fatores de risco 65

4.4.3 – Simulação Monte Carlo..... 66

4.5 – APLICAÇÕES DO VAR..... 67

4.6 – CONCLUSÕES 68

CAPÍTULO V - CONCLUSÕES GERAIS 69

BIBLIOGRAFIA..... 72

Introdução

Neste último século, em especial após o término da segunda guerra mundial, o cenário internacional tem sofrido constantes alterações.

Passamos de um padrão monetário relativamente estável - fundamentado na moeda plenamente conversível, o padrão ouro, o qual entra em corrosão com a primeira guerra mundial - para uma ambiente econômico de incerteza, instabilidade e volatilidade, sem nenhum padrão monetário estabelecido, período este presenciado durante o entreguerras. Ao término da Segunda Guerra mundial, surge um novo esforço para a definição de um novo padrão capaz de conceber novamente estabilidade a economia mundial. Em 1944, realiza-se a conferência de Bretton Woods, estabelecendo um novo padrão monetário, o dólar-ouro sob a hegemonia norte-americana, surgindo instituições reguladoras e corretivas como o FMI (Fundo Monetário Internacional) e o Banco Mundial. Este padrão monetário pôde ser mantido, até o início dos anos 70, quando os EUA decretaram a inconvertibilidade de sua moeda. Desde então, o dólar tem sido a moeda internacional, em um contexto de taxas de câmbio flutuantes e liberdade de capitais; onde pode observar-se a emergência de novos centros financeiros importantes.

Em conjunto com este cenário da evolução econômica, observamos neste século, uma fantástica evolução tecnológica. Um grande marco foi a indústria da microeletrônica e informática, permitindo aplicações e grandes avanços em diversas áreas; dentre elas destacamos o avanço das tecnologias de informação, como telecomunicações, teleinformática, entre outras.

Ainda neste século, desenvolve-se a Teoria das Finanças, um campo de estudos dentro das Ciências Econômicas, que analisa fundamentalmente o mercado de

capitais, pela disponibilidade e avaliação dos ativos financeiros; criando modelos para a preceificação dos contratos financeiros; além de instrumentos de atuação neste mercado. Não existe outra área, que tenha desenvolvido grande número de teorias e técnicas que possuam tanto impacto no comportamento dos agentes econômicos, quanto o estudo das finanças tem provocado; quer no comportamento profissional, quer na prática do mundo real.

O núcleo da Teoria das Finanças é o estudo da melhor alocação dos recursos ao longo do tempo em um ambiente de incerteza. Dito em outras palavras, é a busca da formação da carteira ótima onde procura-se reduzir ao máximo o risco de perdas. Levando-se em conta este objetivo, esta área vem ao longo dos tempos desenvolvendo instrumentos de gerenciamento de risco.

Uma questão fundamental é a quantificação e determinação do preço do risco financeiro. Para esta desenvolveram-se algumas metodologias que permitem decidir sobre um investimento, ou uma carteira de investimentos em condições de incerteza, possuindo como variável chave de análise a rentabilidade do investimento. Em geral, quando estratégias de investimento são comparadas uma às outras, risco e retorno tendem a caminhar juntos, ou seja, títulos com elevados retornos médios, tendem a possuir elevadas quantidades de risco embutidas.

A moderna Teoria das Finanças possui como marco inicial o clássico artigo de Harry M. Markowitz (1952). Nele foi mostrado como criar uma fronteira de carteiras de investimentos, de forma que cada uma possuísse o maior retorno esperado dado um certo nível de risco. A tese de Markowitz, uma mistura de matemática, estatística e teoria econômica era tão avançada para a época que não havia recursos de informática para viabilizar sua aplicação pela exigência de potentes computadores e grandes bancos de dados. Foi então, como tentativa para contornar estes problemas, que um outro modelo apareceu. Este novo modelo foi devido a William Sharpe, um ex-aluno de

Markowitz, que o desenvolveu em 1963, sendo uma versão simplificada desta técnica, conhecido atualmente na literatura como Modelo do Único Fator. Este tomou a teoria das carteiras mais eficiente, mesmo quando empregamos grande diversidade de títulos.

Uma questão aberta até aquele momento era a de que, se todos os investidores utilizassem seus recursos, de acordo com a teoria das carteiras, e aplicassem seus recursos em carteiras na fronteira, como é que os preços dos títulos seriam afetados? Três acadêmicos responderam a esta questão de forma independente. Foram eles Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966). Este modelo ficou conhecido como Modelo de Precificação de Ativos Financeiros (CAPM) e reinou como principal modelo da área de finanças por quase quinze anos.

A peça fundamental do CAPM é a linha de mercado de títulos (SML), uma equação linear que relaciona a taxa esperada de retorno de cada ativo (ou de carteiras de ativos) ao retorno de um ativo sem risco. A linha de mercado de títulos nos sugere que o retorno requerido pelos investidores de qualquer ativo arriscado é igual ao retorno de um ativo sem risco incrementado por um ajustamento de risco, que pode ser definido como o peso de risco do mercado, ponderado pelo risco de um ativo individual normalizado pela variância do retorno de mercado, sendo este o beta da regressão, conhecido como prêmio de risco. O CAPM assume que o mercado funciona de uma maneira eficiente, no sentido de que os indivíduos atuam como tomadores de preços, todos os ativos são perfeitamente divisíveis e o mercado não possui fricções. Assume-se também que os indivíduos são avessos ao risco e maximizam a utilidade esperada.

Diversos trabalhos testam o CAPM em sua forma padrão. De uma maneira geral os resultados confirmam a relação linear entre risco e retorno dos ativos; o que atribui

uma certa confiabilidade ao modelo. Entretanto, ocorre que a reta de regressão empírica possui inclinação inferior à sugerida pelo modelo.

Existe uma crítica aos testes empíricos, feita por Roll (1977). A crítica de Roll, como é conhecida na literatura, questiona a testabilidade teórica do CAPM, o uso do beta como uma medida de risco e as medidas para performance da carteira empregadas na linha do mercado de títulos, ou padrão de comparação. Roll mostra que os resultados podem ser obtidos apenas por manipulações algébricas.

Apesar de existirem inúmeros trabalhos criticando o CAPM, este ainda continua a ser potencialmente testável em sua essência e a supressão de alguns de seus pressupostos ainda não oferece dificuldade à dedução do modelo.

O reconhecimento de que um fator de risco de mercado por si só não explica todas as variações do retorno de um ativo ou carteira de ativos, permitiu o surgimento de um modelo de avaliação de ativos para múltiplos fatores. Esta formulação foi devida a Ross (1976) e chamada de Teoria de Precificação por Arbitragem (APT). Uma importante característica desta teoria é a de possuir menos restrições. Neste modelo, se os preços de equilíbrio não oferecerem oportunidades de arbitragem, então os retornos esperados destes ativos de capital serão aproximada e linearmente relacionados com os fatores. O APT admite que outros fatores além da média e da variância, tais como emissão monetária, taxas de juros etc, podem afetar o preço dos ativos.

Além destes modelos apresentados, a monografia procurará abordar o que de mais recente existe acerca da gestão de risco financeiro, e para isto abordaremos os modelos baseados no *Value-at-Risk*; os quais se baseiam em uma medida da máxima variação potencial de uma carteira de instrumentos financeiros com uma dada probabilidade sobre um horizonte de tempo pré-determinado. Deve-se ressaltar, que a

medida de risco VaR foi um dos mais importantes desenvolvimentos na área de gestão de riscos nos últimos anos, pois permite mensurar e agregar diversas posições de risco da instituição em uma única medida de risco.

Em suma, a monografia procurará abordar de uma forma consistente a questão da formulação do gerenciamento do risco em carteiras de ativos através dos modelos mais conhecidos e utilizados no ambiente das finanças : o CAPM, APT e Value-at-Risk. Portanto o principal objetivo, é demonstrar e analisar detalhadamente os principais modelos de gestão de risco para a precificação de ativos financeiros. Estes são pontos fundamentais para a sustentação da moderna teoria das finanças.

Esta questão foi escolhida, devido ao número crescente de profissionais e instituições que procuram entender e explicar os fundamentos teóricos para as previsões econômicas no comportamento do mercado financeiro, em um ambiente expectacional e de incerteza e mudanças.

Quando este tema foi idealizado, tinha como um dos principais objetivos, a montagem e monitoração de uma carteira de ativos, utilizando os métodos estudados. Quando propus isto em meu projeto inicial de monografia, não tinha muita idéia dos instrumentos financeiros e das necessidades de dados e equipamentos. No entanto, devido ao volume de dados requeridos e conseqüentemente à necessidade de potentes equipamentos e sistemas computacionais, esta idéia inicial tornou-se inviável. Este tipo de procedimento seria possível somente para as grandes instituições financeiras, às quais possuem estas caras tecnologias.

Além disto, uma possível extensão deste trabalho, a qual pretendo apresentar em uma futura dissertação de mestrado ou até mesmo doutorado, é um estudo mais apurado dos fundamentos e das diversas abordagens para os modelos baseados no

VaR. Este é um campo extremamente vasto e que fugia ao escopo deste trabalho de graduação.

A monografia, será composta por cinco capítulos.

No primeiro capítulo, será feita uma introdução geral aos conceitos de risco, retorno e diversificação; para ainda neste capítulo, apresentarmos de forma resumida a teoria da seleção de carteiras de Markowitz. Estes são pontos fundamentais, e constituem a base dos principais modelos de gestão de risco.

No segundo capítulo apresentaremos o primeiro dos três modelos de risco financeiro, o CAPM; para que nos capítulos subsequentes, apresentemos os modelos restantes, o APT e o *Value-at-Risk*.

O quinto e último capítulo será reservado para as conclusões gerais acerca da monografia.

Capítulo 1 - Risco, Retorno e Diversificação

Os conceitos de risco e retorno são de grande importância para a área financeira e administrativa. A idéia de que o retorno deve crescer à medida que o risco aumenta é fundamental para a economia e administração modernas. Devido ao fato de pessoas racionais assumirem riscos; algumas questões relevantes devem ser colocadas. Qual o nível de risco relativo associado a cada possível decisão? Qual é a compensação de se optar por uma alternativa de maior risco? Tais questões exigem que os analistas definam, identifiquem, analisem e meçam o risco, decidindo desta forma qual é o retorno necessário para que determinada aplicação ou investimento, seja compensatório.

Neste capítulo inicial, procuraremos definir e explorar bem os conceitos de risco e retorno. Após apresentarmos estes conceitos, mostraremos os pontos básicos da teoria da seleção de carteiras, formulada por Markowitz; onde o autor relaciona os conceitos apresentados, propondo uma abordagem consistente, e que serviu de marco inicial para o brutal avanço da moderna Teoria das Finanças. Estes tópicos abordados, servirão como base de sustentação para a formulação dos modelos de gerenciamento de risco. Nos próximos três capítulos, serão apresentados os três principais modelos, sendo que no último capítulo, estaremos concluindo este estudo. Porém, como este é um tema de extrema complexidade e relevância, iniciaremos sua abordagem construindo pedra por pedra. Portanto, iniciamos com a abordagem de risco e retorno, para subsequentemente tratarmos da diversificação.

1.1 - Risco

As decisões financeiras quase nunca são tomadas em ambiente de total certeza em relação a seus resultados. Como estas decisões estão em grande parte voltadas

para o futuro, a variável incerteza obrigatoriamente deve ser considerada como um aspecto significativo nas operações do mercado financeiro.

Sempre que a incerteza associada à verificação de um evento possa ser quantificada por meio de uma distribuição de probabilidades dos diversos resultados previstos, diz-se que a decisão está sendo tomada sob uma situação de risco. Desta forma, o risco pode ser entendido pela capacidade de mensurar o estado de incerteza de uma decisão mediante o conhecimento das probabilidades associadas à ocorrência de determinados resultados ou valores.

A idéia do risco, de forma mais específica, está diretamente associada às probabilidades de ocorrência de determinados resultados em relação a um valor médio esperado (retorno esperado, conceito que será visto mais adiante). É um conceito voltado para o futuro, revelando possibilidade de perdas financeiras.

O risco é na maioria das vezes representado pela medida estatística do desvio padrão (será visto em maiores detalhes no decorrer deste capítulo), indicando variabilidade de retornos associada a um determinado retorno esperado de um ativo.

Os ativos que possuem grandes possibilidades de prejuízos são vistos como mais arriscados que aqueles com menos possibilidades de perdas. Por exemplo, um título da dívida americana¹, que garante ao seu portador uma taxa de juros de 5% ao ano não possui riscos pois não há uma variabilidade associada ao seu retorno. Porém um investimento em ações, possui características completamente diferentes; o investidor pode ou não ganhar dividendos, além de poder existir uma grande variação

¹ Os títulos da dívida americana são seguramente os títulos de maior confiabilidade, além de apresentarem um mercado com extrema liquidez. Geralmente em épocas de crises, os investidores internacionais fogem das aplicações de risco, muito mais rentáveis, para os títulos do governo americano, muito mais seguros.

dos preços destes ativos nos mercados secundários. Portanto, os títulos de dívida americana são, seguramente, os títulos de maior confiabilidade, além de apresentarem um mercado com extrema liquidez. Geralmente, em épocas de crise os investidores internacionais fogem das aplicações de risco, muito mais rentáveis, para os títulos do governo dos EUA (fenômeno conhecido como “fuga para a qualidade”). Quanto mais certo for o retorno esperado de um ativo, o que implica dizer que ele terá uma menor variabilidade (menor desvio padrão) menor será o risco ativo. Entretanto, em geral, ativos menos arriscados possuem baixos retornos.

1.1.1 – Tipos de Risco

Todo o investimento carrega dois tipos distintos de risco: o risco sistemático e o risco não-sistemático.

O **risco sistemático** é a parte relevante do risco de um ativo que pode ser atribuída a fatores de mercado que afetam todas as empresas e não pode ser eliminado através da diversificação. Ele também é conhecido como *risco não-diversificável* ou *risco de mercado*. O risco sistemático é o nível mínimo de risco que pode ser obtido em uma carteira através da diversificação de um grande número de ativos dentro de uma carteira, desta forma corresponde somente aos riscos que resultem do mercado em geral e das condições econômicas, e que conseqüentemente não podem ser eliminados.

O **risco não-sistemático**, é a parte do risco de um ativo que pode ser atribuída a causas aleatórias, específicas a uma firma, o qual pode ser eliminado através da diversificação. Este risco também é conhecido como *risco diversificável*, *risco residual* ou *risco específico da companhia*.

Uma vez que qualquer investidor pode criar uma carteira de ativos que eliminará todos, ou virtualmente todos os riscos diversificáveis, o único risco relevante é o não-diversificável. Os investidores devem, portanto, estarem preocupados com este tipo de risco, o qual reflete a contribuição de um ativo ao risco da carteira. A quantificação do risco não-diversificável é, conseqüentemente, de importância primária na seleção daqueles ativos que possuem a maioria das características desejadas de risco-retorno.

1.2 – Retorno Esperado

Podemos definir retorno, como o total de ganhos (ganhos de capital) ou prejuízos (perdas de capital) decorrentes de um investimento ou aplicação durante um determinado período de tempo. O retorno é calculado com base em dois componentes. **Primeiramente** o *ganho (ou perda) de capital*, ou seja, um componente calculado considerando-se as mudanças no valor do ativo no momento presente, em relação a seu valor inicial de aquisição. O **segundo** componente diz respeito a qualquer distribuição de fluxo de caixa durante o período do investimento ou aplicação (como por exemplo, a distribuição de dividendos de uma ação). Este fluxo de caixa deve ser dividido pelo montante inicial investido, a fim de obtermos uma taxa percentual desta distribuição. Portanto, o retorno total, deverá ser dado pela seguinte expressão:

$$\text{Ganho (Perda) de Capital} = \frac{(P_{t+1} - P_t)}{P_t} \quad (1.1)$$

$$\text{Fluxo de Caixa recebido} = \frac{C_{t+1}}{P_t} \quad (1.2)$$

$$\text{Retorno Total} = \frac{(P_{t+1} - P_t) + C_{t+1}}{P_t} \quad (1.3)$$

Passaremos agora para um exemplo, a fim de fixarmos e tornarmos este conceito mais claro. Suponha que a empresa Petropaulo S.A., possui um capital de \$ 1.000.000,00 dividido em 1.000.000 de ações com o valor unitário de \$1. Agora suponha que um investidor resolveu aplicar \$5.000 em ações da Petropaulo S.A., comprando, portanto, 5.000 ações. Depois de dois meses a empresa anuncia uma distribuição de dividendos da ordem de \$0,25 por ação. Além disto as ações desta empresa, considerada de boa saúde financeira e com lucros fantásticos passaram a ser cotadas em \$1,75 por ação unitária. Se você quiser vender as ações qual seria o retorno deste investimento ? Vejamos :

$$P_t = 1$$

$$P_{t+1} = 1,75$$

$$C_t = 0,25$$

Desta forma temos :

$$R_{total} = \frac{(1,75 - 1) + 0,25}{1}$$

$$R_{total} = 1 \quad , \text{ ou seja, } 100\% \text{ de retorno.}$$

Entretanto, como dito anteriormente, o ambiente financeiro é regido pela incerteza. Com isto o retorno total de um ativo só pode ser medido *ex-post*. Por exemplo, em um investimento em ações no período de um ano, o retorno total só poderá ser exatamente medido após este período, quando já estará disponível o os dois componentes do retorno total : a valorização e o pagamento de dividendos.

Portanto, torna-se necessária uma estimativa deste retorno para o período futuro. Desta maneira surge o conceito de **retorno esperado**, ou seja, uma medida de

análise para o retorno futuro de um ativo. Como será visto no próximo tópico, o retorno esperado é obtido através da média de uma determinada distribuição de probabilidades ou através de séries estatísticas. Vale a pena recordar que o risco de um ativo é medido por sua variabilidade em torno do retorno esperado. Passemos agora às medidas de quantificação e análise de risco.

1.3 – Relação Risco/Retorno Esperado e Investidor

Não existe um comportamento padrão dos investidores em relação ao risco; pois, cada investidor possui um determinado grau de aversão ao risco, podendo variar desde uma aversão total, até uma posição de neutralidade frente ao risco.

A preocupação maior nas decisões de investimento em condições de incerteza, é expressar as preferências do investidor em relação ao *trade-off* risco/retorno esperado. Neste aspecto, encontramos na teoria das preferências, a base de sustentação para estarmos mensurando as preferências do investidor, e para coloca-las em forma de escala; através das curvas de indiferença.

Estas curvas refletem a atitude de que um investidor assume diante do risco de uma aplicação, e do retorno esperado desta decisão, envolvendo inúmeras combinações igualmente desejáveis por este investidor. Desta forma, qualquer combinação inserida sobre a curva de indiferença, é igualmente desejável, pois, deve proporcionar o mesmo nível de satisfação.

Esta abordagem tem como objetivo, avaliar a reação de um investidor de mercado, diante de diferentes alternativas de investimento, demonstrando aquelas que satisfazem as expectativas de risco e retorno esperado de um investidor.

As curvas de indiferença, além de refletir as possíveis carteiras que satisfazem o investidor, também refletem o grau de aversão ao risco do aplicador; através de sua inclinação. Investidores com perfil mais conservador, tenderiam a ter preferências conforme a figura 1.1; enquanto que investidores mais agressivos se comportariam conforme a figura 1.2.

Figura 1.1

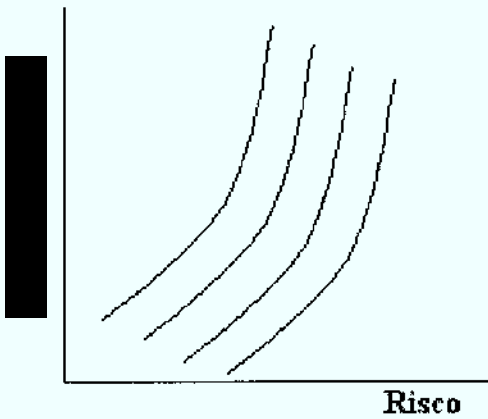


Fig. 1.1 - Investidor com perfil mais conservador, onde as curvas de indiferença são mais verticais.

Figura 1.2

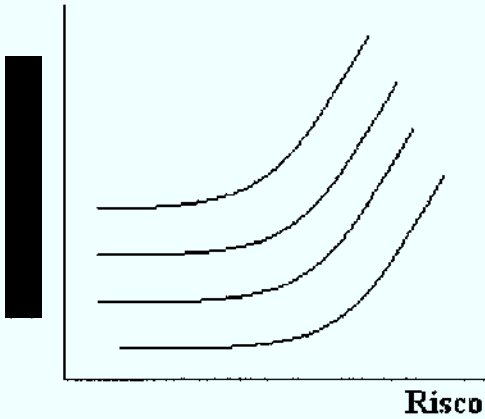


Fig. 1.2 - Investidor com perfil mais arrojado, onde as curvas de indiferença são mais horizontais.

1.4 – Quantificando e Analisando Risco e Retorno Esperado

Inicialmente consideraremos os conceitos de risco e retorno esperado para um ativo mantido isoladamente, pois ao fazermos tal simplificação, geramos uma situação na qual as interações potenciais de retorno esperado deste ativo em relação a outros, possam ser ignoradas. Portanto, iniciaremos com a avaliação de um ativo individual, para, posteriormente, analisarmos uma carteira de ativos.

A estatística é um método científico que permite que seus usuários possam tomar decisões em condições de incerteza. A que este instrumental vem apresentando ao longo do tempo é significativa, o que demonstra um contínuo aperfeiçoamento de seus métodos e aumento de seu campo de atuação.

A área de mercado de capitais, por possuir características de fazer previsões em ambiente de incerteza, não pode evidentemente prescindir do uso do instrumental estatístico na avaliação de seus instrumentos financeiros. Mais rigorosamente, boa parte da evolução conceitual e prática apresentada pelos mecanismos do mercado financeiro é atribuída ao uso das técnicas estatísticas no processo de avaliação de ativos e do risco das decisões. Portanto, este instrumental constitui-se base para os modelos de gerenciamento de risco que serão estudados nos capítulos seguintes.

Em nossa análise, é bastante relevante, que seja feita uma avaliação do risco e retorno esperado, dos pontos de vista comportamental e quantitativo. A análise de sensibilidade pode ser usada como uma abordagem comportamental, enquanto que média, desvio padrão, probabilidades, distribuição probabilística, coeficiente de variação, covariância e correlação podem ser usados para uma análise quantitativa do risco. Passaremos agora a uma apresentação destes instrumentos.

1.4.1 – Análise de Sensibilidade

A análise de sensibilidade utiliza estimativa de retornos possíveis, com o intuito de se obter uma percepção da variabilidade entre os resultados. Um método comumente utilizado, envolve a estimativa dos piores retornos ou retornos pessimistas, dos mais prováveis ou esperados, e dos otimistas ou melhores retornos relativos a um dado ativo. Com isto, o risco do ativo pode ser medido através da formulação de uma

faixa² , sendo que, quanto maior for a faixa para o ativo, maior será sua variabilidade, ou risco. Embora esta seja uma prática bastante rudimentar, fornece aos analistas uma percepção do comportamento dos ativos, o que, a grosso modo, pode ser utilizado para auxílio na avaliação do risco envolvido.

Quadro 1.1 – Análise de Sensibilidade

	Ativo A	Ativo B
Taxa de retorno anual (%)		
Pessimista	13	7
Esperado	15	15
Otimista	17	23
Faixa	4	16

Podemos observar que o ativo B possui uma faixa de sensibilidade maior do que a do ativo A. Portanto, o ativo B pode ser considerado o de maior variabilidade, ou risco.

Fonte : Elaboração própria.

1.4.2 – Média e Desvio Padrão

Considere o seguinte quadro :

² Para encontrar a faixa deve-se fazer retornos otimistas menos retornos pessimistas.

Quadro 1.2 – Cálculo do retorno esperado

Investimento A

Resultados Esperados (R)	Probabilidades (p)	(R x p)
1.000,00	0,10	100,00
800,00	0,10	80,00
750,00	0,15	112,50
600,00	0,45	270,00
500,00	0,15	75,00
350,00	0,05	15,00

Investimento B

Resultados Esperados (R)	Probabilidades (p)	(R x p)
900,00	0,05	45,00
800,00	0,15	120,00
750,00	0,15	112,50
700,00	0,40	280,00
500,00	0,15	75,00
200,00	0,10	20,00

Fonte : Elaboração própria

Uma etapa fundamental a ser desenvolvida no estudo do risco é a mensuração do valor esperado de cada distribuição de probabilidades considerada. Essa medida representa uma média dos vários resultados esperados ponderada pela probabilidade atribuída a cada um dos valores, sendo seu cálculo processado pelo somatório dos produtos dos resultados esperados pelas respectivas probabilidades de ocorrência, obtendo-se desta forma o retorno esperado deste ativo, ou seja :

$$E(R)=\bar{R}=\sum_{k=1}^n P_k \times R_k$$

(1.4)

Onde :

- $E(R)=\bar{R}$: retorno esperado;
- P_k : probabilidade de ocorrência de cada resultado;
- R_k : valor de cada resultado considerado.

Substituindo-se a expressão para as alternativas destes investimentos temos :

Investimento A : $E(R) = 652,50$

Investimento B : $E(R) = 652,50$

A fórmula (1.4) é utilizada quando não possuímos todos os retornos esperados. Porém, quando todos os n valores de retorno esperados são conhecidos, como na análise de uma série histórica por exemplo, utilizamos a fórmula geral de média aritmética, para a obtenção do valor esperado de retorno :

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n} \quad (1.4)$$

No quadro acima, os investimento A e B possuem o mesmo retorno esperado. Entretanto, a medida de retorno esperado não demonstra o risco associado a cada proposta de investimento, o que faz com que seja necessário conhecer o grau de dispersão (variabilidade) dos resultados em relação à média calculada. Essa quantificação que denota o risco do investimento é calculada através do desvio padrão.

O uso desta medida, tem o objetivo de medir estatisticamente a variabilidade dos possíveis resultados em termos de retorno esperado. Representa em outras palavras uma medida de risco, sendo determinada pela seguinte expressão :

$$\delta = \sqrt{\sum_{k=1}^n p_k \times (R_k - \bar{R})^2} \quad (1.5)$$

Aplicando a equação (1.5) nas alternativas de investimento temos :

Quadro 1.3 – Cálculo do desvio padrão

Investimento A

Probab. (p)	Resultados Esperados (R)	$\sum p(R - \bar{R})^2$
0,10	1.000,00	11594,03
0,10	800,00	1974,03
0,15	750,00	1228,54
0,45	600,00	1593,11
0,15	500,00	3816,04
0,05	350,00	4789,51
Desvio Padrão		158,10

Investimento B

Probab. (p)	Resultados Esperados (R)	$\sum p(R - \bar{R})^2$
0,05	900,00	2928,20
0,15	800,00	3024,60
0,15	750,00	1269,60
0,40	700,00	705,60
0,15	500,00	3744,60
0,10	200,00	20976,40
Desvio Padrão		180,69

Fonte : Baseado no quadro 1.2

Os resultados obtidos indicam que o investimento B possui uma maior variabilidade, o que vale dizer, um maior risco. Dessa forma, por apresentarem o mesmo retorno esperado, o investidor dará preferência ao investimento A, por representar um nível de risco. Racionalmente, os investidores preferem investimentos com menor risco e maior retorno esperado.

A fórmula (1.5) é utilizada quando não possuímos todos os retornos esperados. Porém, temos a seguinte expressão para o desvio padrão, quando dispomos do conjunto completo da amostra :

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (R_k - \bar{R})^2}{n - 1}}$$

(1.6)

1.4.3 – Distribuição de Probabilidades

As probabilidades³ podem ser usadas para uma avaliação mais precisa do risco de um ativo. Uma distribuição de probabilidades, é um modelo que relaciona as probabilidades a seus respectivos resultados.

O tipo mais simples de distribuição de probabilidades, é o gráfico de barras, o qual apresenta apenas um número limitado de resultados, e as respectivas probabilidades para um dado evento (Figura 1.3).

Figura 1.3 – Gráfico de barras dos Ativos A e B

Gráfico de Barras do Ativo A

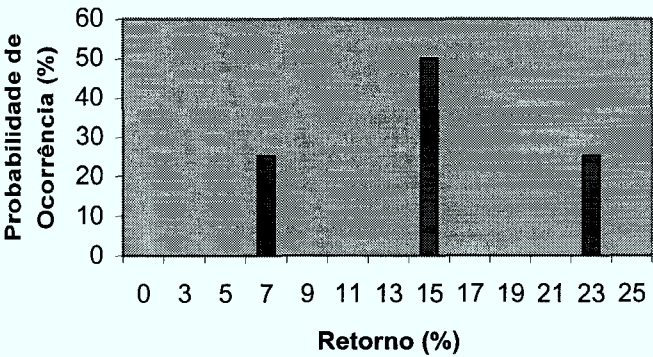
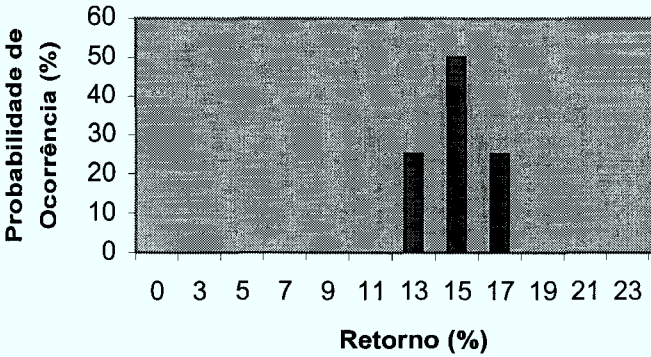


Gráfico de Barras do Ativo B



Fonte : Elaboração Própria

Ao calcularmos a média e o desvio padrão em uma grande amostra, podemos chegar a uma distribuição probabilística denominada distribuição normal de probabilidade, a qual desempenha um papel fundamental na estatística clássica (elemento fundamental na formulação dos modelos). Nesta distribuição, a probabilidade

de ocorrência de um retorno acima ou abaixo do valor esperado (média) dependeria apenas do desvio padrão (risco).

1.4.4 – Coeficiente de Variação

Outra medida importante é o coeficiente de variação. Enquanto o desvio padrão mede o grau de dispersão dos valores em torno da média, o coeficiente de variação, geralmente expresso em porcentagem, indica o risco por unidade :

$$CV = \frac{\delta x}{\bar{X}} \quad (1.7)$$

A grande utilidade do coeficiente de variação é permitir que se proceda a comparações mais precisas entre dois ou mais conjunto de valores. Por exemplo, suponha-se dois investimentos, onde temos o investimento A com um retorno esperado de 24% e um desvio padrão de 20%; e o investimento B com retorno esperado de 30% e desvio padrão de 29%. Estas hipóteses apresentam os seguintes coeficientes de variação :

Investimento A = 0,833

Investimento B = 0,967

Desta forma o investimento A mostra-se mais confiável, ou de menor risco. No entanto a escolha deverá depender do grau de aversão ao risco do investidor.

³ Probabilidade é a possibilidade de ocorrência de um resultado.

1.4.5 – Covariância e correlação

As medidas que objetivam relacionar duas variáveis são a covariância e a correlação.

A covariância visa identificar como determinados valores se inter-relacionam. É basicamente uma medida que avalia como duas variáveis movimentam-se ao mesmo tempo em relação a seus valores médios, ou seja, indica a simetria entre duas variáveis.

Se dois títulos apresentam associações positivas [$COV > 0$], admite-se que as taxas de retorno apresentam comportamentos de mesma tendência, ou sejam variam na mesma direção. A covariância é negativa quando dois ativos apresentam relações inversas. Nesta situação, o retorno de um ativo tende a assumir comportamento inverso ao do outro. Por fim, não se verificando associação alguma entre os ativos, dizemos que eles não possuem relação.

A expressão para o cálculo da covariância é :

$$COV_{A,B} = \frac{\sum_{k=1}^n (R_A - \overline{R_A}) \times (R_B - \overline{R_B})}{n} \quad (1.8)$$

Deve ser ressaltado no estudo da covariância, a dificuldade de interpretação de seu resultado numérico, ficando sua avaliação mais centrada nas tendências de seus

resultados. A análise numérica da combinação entre valores é desenvolvida pelo coeficiente de correlação.

O conceito de correlação visa explicar o grau de relacionamento verificado no comportamento de duas ou mais variáveis. Quando se trata unicamente de duas variáveis, tem-se correlação simples. Quando se relacionam mais de duas variáveis, tem-se a correlação múltipla. Nesta parte trataremos da correlação simples.

A correlação entre duas variáveis indica a maneira como elas se movem em conjunto. A quantificação desse movimento é obtido estatisticamente pelo coeficiente de correlação, que pode variar de $+1$ a -1 .

Quando o coeficiente de correlação for menor que zero, diz-se que as variáveis são negativamente (inversamente) correlacionadas, ou seja, caminham em direções opostas. Quanto mais próxima de -1 situar-se o coeficiente, mais negativa será a correlação entre as duas variáveis; atingindo a posição de correlação negativa perfeita quando o coeficiente for exatamente -1 .

Quando o coeficiente de correlação for maior que zero, diz-se que as variáveis são positivamente (diretamente) correlacionadas, ou seja, caminham na mesma direção. Quanto mais próxima de $+1$ situar-se o coeficiente, mais positiva será a correlação entre as duas variáveis; atingindo a posição de correlação positiva perfeita quando o coeficiente for exatamente $+1$.

Podem ser encontradas, ainda, variáveis que se comportam de maneira totalmente independente entre si, ou seja, não existe relação alguma entre os valores, o que permite que estes sejam definidos como não correlacionados (Coeficiente de correlação é igual a zero).

Coeficiente de correlação :

$$\rho_{X,Y} = \frac{COV_{X,Y}}{\delta_X \cdot \delta_Y} \quad (1.9)$$

Após conhecermos as ferramentas estatísticas fundamentais que auxiliam na mensuração do risco financeiro, devemos adicionalmente, considerar o risco como uma função crescente do tempo, ou seja, a variabilidade do retorno, e portanto, o risco relativo, aumentam em decorrer do tempo.

1.5 - Risco e Retorno esperado de uma carteira de ativos

Os investimentos devem ser considerados à luz de seus impactos no risco e retorno de uma carteira de ativos. O objetivo do administrador financeiro é a criação de uma carteira eficiente que maximize o retorno para um determinado nível de risco ou minimize o risco para um determinado nível de retorno. Desta maneira, o conceito estatístico de correlação é a base do processo de diversificação (conceito que será visto mais adiante), o qual é utilizado para a montagem de uma carteira eficiente.

O retorno esperado de uma carteira de ativos, é uma média ponderado do peso ou proporção de cada ativo individual dentro da carteira :

$$\bar{X} = \sum_{j=1}^n W_j \times X_j \quad (1.10)$$

Onde :

W_j = peso ou proporção do ativo dentro da carteira

X_j = retorno do ativo j

O risco, mensurado através do desvio padrão, possui a seguinte fórmula :

$$\delta_x = \sqrt{\sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X})^2 \times \text{Pr}_j} \quad (1.10)$$

1.6 - Diversificação

Com a diversificação, ações individuais e com diferentes riscos, podem ser combinadas de maneira a fazer com que a carteira tenha sempre menor risco do que qualquer um dos componentes isoladamente. A eliminação de riscos é possível, porque os retornos dos títulos individuais não são perfeitamente correlacionados uns com os outros. A diversificação é muito eficaz como procedimento de redução de risco.

A criação de uma carteira pela combinação de dois ativos que possuem retornos com correlação positiva perfeita não pode reduzir o risco total da carteira abaixo do risco do ativo de mínimo risco, pois ambos os ativos variam em uma mesma direção. Alternativamente, uma carteira combinando ativos que apresentam correlações menores que positiva perfeita pode reduzir o risco a um nível abaixo de qualquer um de seus componentes, o qual em determinadas situações pode ser zero.

Para cada par de ativos, há uma combinação que resultará no menor risco possível (desvio padrão). O potencial de redução de risco desta combinação depende

do grau de correlação. Em geral, quanto mais baixa for a correlação (menos positiva e mais negativa) entre os retornos dos ativos, maior será o potencial de diversificação do risco.

1.7 – Teoria da Seleção de Carteiras

Apresentaremos agora, de forma sucinta, a Teoria da Seleção de Carteiras desenvolvida por Harry Markowitz; a qual foi um marco teórico na moderna Teoria das Finanças, servindo de base para o surgimento de novos modelos de gestão de risco.

A Teoria da Seleção de Carteiras nos mostra que o risco de um ativo individual, mantido fora de uma carteira, é diferente de seu risco dentro de uma carteira de ativos; devido à diversificação; conforme mostrado no tópico anterior.

Entretanto, apesar da diversificação, uma carteira ainda possui o componente sistemático de risco. Desta forma, o risco de uma carteira dependerá de : (i) riscos sistemáticos dos ativos, representados pelo desvio padrão; (ii) a maneira como eles se relacionam, sendo isto indicado pelo coeficiente de correlação (estudado previamente no item 1.4.5); e (iii) o peso de cada ativo dentro da carteira.

Desta forma, de acordo com a teoria de Markowitz, chegamos nas seguintes fórmulas para mensurarmos o risco de uma carteira. Primeiramente a fórmula para dois ativos X e Y :

$$\sigma_p = \left[(W_X^2 \times \sigma_X^2) + (W_Y^2 \times \sigma_Y^2) + 2 \times \rho_{X,Y} \times \sigma_X \times \sigma_Y \right] \quad (1.11)$$

onde,

W_X = proporção do ativo X na carteira;

σ_X = risco sistemático de X

W_Y = proporção do ativo Y na carteira;

σ_Y = risco sistemático de Y;

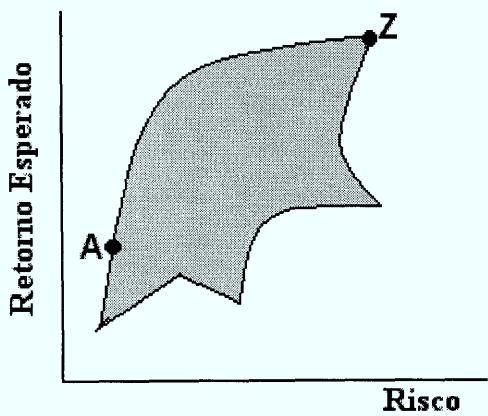
$\rho_{X,Y}$ = coeficiente de correlação de X e Y.

Como fórmula geral, para n ativos, temos :

$$\sigma_p = \left[\sum \sum W_i \times W_j \times \rho_{i,j} \times \sigma_i \times \sigma_j \right]$$

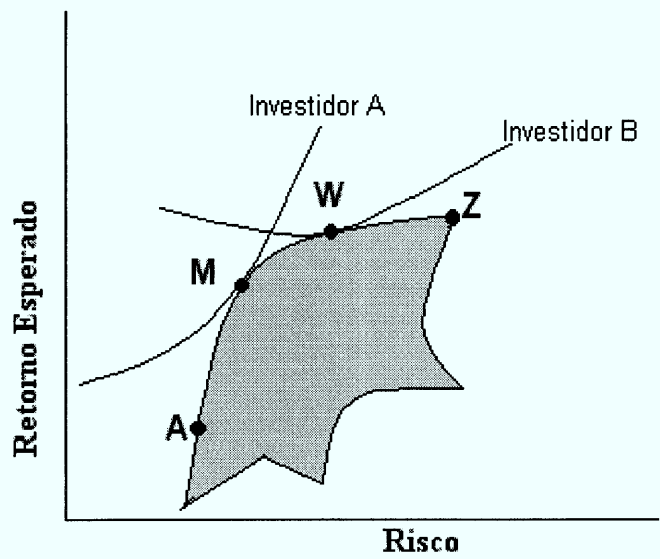
À partir dos valores esperados e riscos calculados para diversas combinações de carteiras, podemos formar um conjunto com estas carteiras; conforme a figura 1.4.

Figura 1.4 - Fronteira Eficiente



A seleção da carteira de investimento mais atraente para um investidor racional, fica restrita ao conjunto de combinações disponíveis no trecho da linha A a Z dentro do conjunto de combinações. Este seguimento é conhecido como **fronteira eficiente**. A escolha da melhor carteira de investimentos, dependerá do grau de aversão ao risco do investidor, expresso em suas curvas de indiferença (conforme figura 1.5).

Figura 1.5 - Preferências do Investidor e Fronteira Eficiente



Vale à pena lembrar que a constuição de um conjunto eficiente de carteiras de investimento constituídas por vários ativos, é possível nos dias atuais; pois, existem equipamentos e softwares capazes de gerar a fronteira eficiente. O esntanto, na época em que Markowitz escreveu esta teoria, não havia condições de uma aplicação eficiente.

1.8 – Conclusões

Neste capítulo apresentamos os conceitos de risco e retorno esperado; demonstramos como quantificá-lo através do instrumental estatístico. Por fim apresentamos de uma forma sucinta a Teoria da Seleção de Carteiras de Markowitz. Desta maneira construimos as bases fundamentais para o entendimento dos modelos de gestão de risco financeiro passaremos a expor nos capítulos seguintes.

Capítulo II – Risco e Retorno : o modelo de formação de preços de ativos de capital (CAPM)

A quantificação e determinação do risco financeiro, é uma questão fundamental para os investidores. Através dos tempos foram desenvolvidas metodologias que permitem uma análise associando risco e retorno.

O CAPM foi desenvolvido para explicar o comportamento dos preços dos títulos e fornece um mecanismo por meio do qual os investidores podem avaliar o impacto do investimento proposto em títulos sobre o total de retorno e risco da carteira.

Entretanto, como o mundo real é suficientemente complexo, o CAPM, assim como os modelos da Física, acaba por fazer algumas simplificações e possuir alguns pressupostos.

2.1 - Pressupostos do CAPM

O modelo baseia-se nos pressupostos da eficiência de mercado, os quais são :

1. Não existem custos de transação ou impedimentos que interfiram na compra e venda de ativos. Estes custos ou impedimentos são conhecidos como fricções; os quais resultam em um maior dispêndio por parte do comprador, ou em um menor recebimento por parte dos vendedores. No caso dos mercados financeiros, as fricções incluem as comissões cobradas pelos corretores, taxações ou impostos. Se os custos de transação são ou não relevantes, depende de sua influência sobre as decisões dos agentes. Entretanto com um processo crescente de globalização e liberalização financeira, aliado ao grande avanço das tecnologias de informação, tem ocorrido nos mercados financeiros, uma brutal diminuição dos custos de

transação, a ponto de chegarem a um patamar no qual não possuem grandes influências sobre as decisões dos investidores;

2. Os ativos são infinitamente divisíveis e todos são comerciáveis, de modo que investidores possam assumir qualquer posição de investimento, de acordo com suas possibilidades e preferências; portanto, a quantidade de ativos não seria um limitador;
3. mercado encontra-se em competição perfeita, ou seja, existe um número suficientemente grande de compradores e vendedores, de modo que todos os investidores sejam suficientemente pequenos em relação ao mercado. Desta maneira, nenhum agente pode influenciar na formação do preço dos ativos. Consequentemente, todos são tomadores de preços, o qual é determinado pela oferta e demanda⁴;
4. Os investidores tomam suas decisões de investimento baseados nos retornos esperados e na variabilidade dos retornos, ou seja, baseados no risco e retorno dos ativos;
5. Existem ativos livres de risco, no qual o investidor pode investir. Além disto, assume-se que o investidor não só pode investir em um ativo, como também pode tomar emprestado fundos à mesma taxa de risco oferecida pelo ativo sem risco, ou ainda, emprestar fundos a esta taxa;

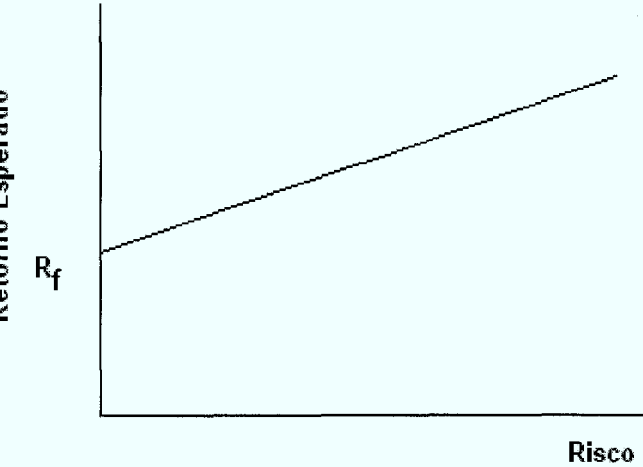
⁴ Vale lembrar que no mundo real existem os grandes investidores, conhecidos como investidores institucionais; os quais conseguem um certo grau de influência sobre o comportamento dos agentes, afetando desta forma a formação de preços dos ativos, podendo estes investidores especularem contra países em situações vulneráveis; como ocorreu em 97/98 durante a crise asiática e a crise russa.

6. Todos os investidores tomarão decisões baseadas em um único período de tempo, sendo que o tamanho deste período não é especificado. Na realidade as decisões de investimento são mais complexas, com diferentes horizontes de tempo entre os agentes. Entretanto a premissa do período único é necessária para simplificar o instrumental matemático do modelo;
7. Pressuposto das expectativas homogêneas. Os investidores estão preocupados com a média e variância dos retornos em um período único de tempo para todos. Com isto todos possuem as mesmas expectativas em relação aos dados para a formulação da carteira;

2.2 – Linha de Mercado de Capitais

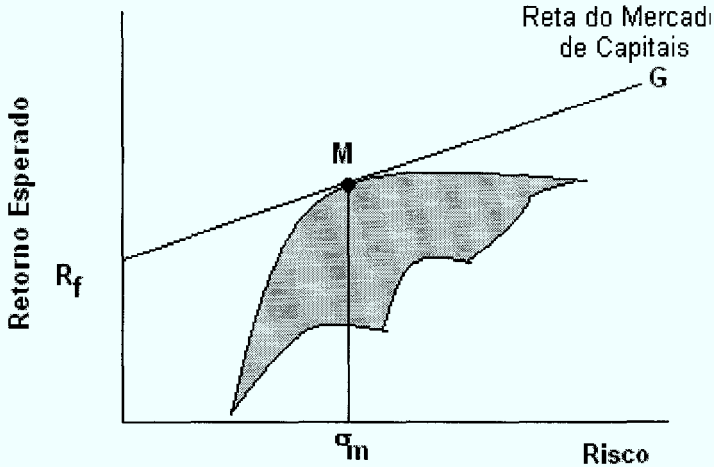
Ao se admitir que uma carteira seja formada de ativos com risco combinados com ativos livres de risco, o contorno do conjunto de oportunidades de investimento assume a seguinte forma, ilustrada na figura 2.1.

Figura 2.1 - Carteiras com Ativo com risco e sem risco



Fonte : Elaboração Própria

Figura 2.2 - Reta do Mercado de capitais



Fonte : Elaboração Própria

Admitindo ainda, a hipótese 5 apresentada no item anterior, os investidores podem captar recursos à taxa livre de risco e aplicar em ativos de maior risco; obtendo, portanto, uma alavancagem financeira. Desta forma, ocorre uma inclinação na linha de conjunto de oportunidades. Esta inclinação indica que pode-se obter um melhor retorno esperado da carteira, porém, com um maior nível de risco. Esta reta é conhecida como **reta do Mercado de Capitais**.

Desta forma, ao inserirmos a reta de mercado de capitais na fronteira eficiente (conforme figura 2.2) , temos que todas as carteiras à esquerda de M possuem uma combinação com uma maior proporção dos ativos livres de risco; enquanto que as carteiras à direita de M possuem maior quantidade de ativos arriscados.

A carteira definida no ponto M é conhecida por **carteira de mercado**. Em geral é uma carteira diversificada, que contém (na teoria) as proporções exatas dos ativos, conforme eles estão disponíveis no mercado. Em geral utiliza-se um índice, como o IBOVESPA, para representar a carteira de mercado.

2.3 - Quantificando o Risco Sistemático

A quantificação do risco sistemático pode ser obtida dividindo-se o retorno do título em duas partes : a primeira perfeitamente correlacionada e proporcional ao retorno de mercado; e a segunda independente do retorno de mercado. O primeiro é usualmente conhecido como retorno sistemático e o segundo como retorno não-sistemático ou retorno diversificável. Portanto, temos :

$$\text{Retorno do título} = \text{Retorno Sistemático} + \text{Retorno Não-Sistemático} \quad (2.1)$$

Como o retorno sistemático é proporcional ao retorno de mercado, ele pode ser expresso pelo símbolo β multiplicado pelo retorno de mercado subtraído do retorno do ativo livre de risco ($R_m - R_f$). A proporcionalidade do fator beta é conhecida como **índice de sensibilidade do mercado**, indicando a sensibilidade do retorno do título às variações no nível do mercado (como estimar o beta para um título ou para uma carteira será visto mais adiante). O retorno não-sistemático, o qual é independente dos retornos de mercado , é usualmente representado pela letra grega épsilon ε . Portanto, o retorno do título pode ser expresso como :

$$R = \beta(R_m - R_f) + \varepsilon \quad (2.2)$$

Por exemplo, se um título possui um beta de 2,0 , então 10% de retorno do mercado irá gerar 20% de retorno sistemático para o ativo. O retorno do título no período será de 20% acrescido do componente não sistemático, o qual depende de fatos ligados à empresa como lucros esperados, por exemplo.

O modelo de retorno do título visto anteriormente na equação 2.2 é usualmente escrito de modo que o valor médio dos resíduos, ϵ' , seja zero. Isto é alcançado acrescentando-se um fator α , correspondente ao valor médio dos retornos não-sistemáticos ao longo do tempo, ou seja, definimos :

$$\epsilon' = \alpha + \epsilon \tag{2.3}$$

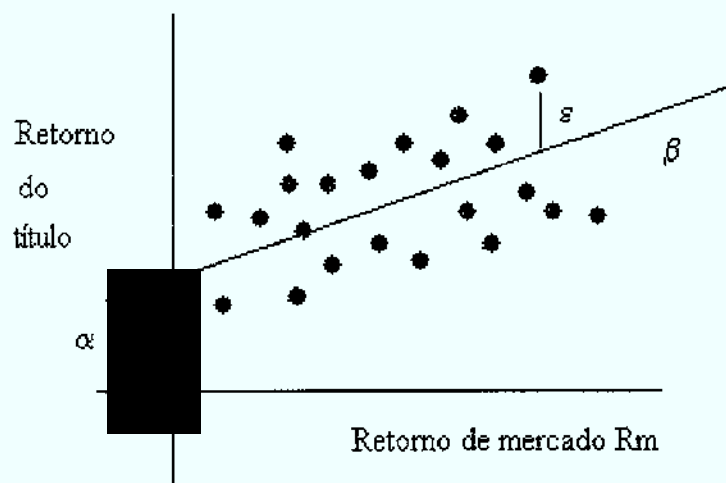
Portanto :



(2.4)

O modelo para retorno de títulos fornecido pela equação 2.4 é conhecido como o **modelo de mercado**, que nada mais é do que um modelo de regressão de mínimos quadrados. Graficamente, o modelo pode ser visto como uma linha traçada através dos retornos de títulos em relação às taxas de retorno do índice de mercado. Uma representação gráfica sobre um título hipotético pode ser observada no gráfico 2.1.

Gráfico 2.3 – Modelo de Mercado



O fator beta pode ser pensado como a inclinação da linha. Ele fornece o aumento esperado no retorno do título de acordo com um aumento no retorno de mercado.

O fator alpha é representado pelo intercepto da linha no eixo vertical, sendo igual ao valor médio ao longo do tempo dos retornos não-sistemáticos sobre o ativo. Para muitos ativos, o fator alpha tende a ser pequeno e instável.

Utilizando a definição do retorno do título fornecido pelo modelo de mercado, a medida de risco sistemático e não-sistemático é automática, elas são simplesmente o desvio padrão dos dois retornos componentes.

O risco sistemático do título é igual a β multiplicado pelo desvio padrão do retorno de mercado.

$$\text{Risco Sistemático} = \beta \text{ DP}(R_m - R_f)$$

(2.5)

O Risco não-sistemático é igual ao desvio padrão dos resíduos.

$$\text{Risco Não-Sistemático} = DP(\varepsilon) \quad (2.6)$$

Uma vez conhecida as medidas de risco sistemático para um ativo individual, nós podemos agora analisar o risco sistemático de uma carteira. Ele é igual ao fator beta da carteira, β_p , multiplicado pelo índice de risco do mercado, $DP(R_m - R_f)$.

$$\text{Risco Sistemático da Carteira} = \beta_p DP(R_m - R_f) \quad (2.7)$$

O fator beta da carteira pode ser obtido facilmente através do beta dos ativos individuais que são incluídos. Ele consiste no somatório dos betas de cada ativo individual ponderado pela proporção de cada ativo na carteira :

$$\beta_p = \sum_{i=1}^n W_i \beta_i \quad (2.8)$$

onde :

W_i = proporção do valor de mercado representado pelo ativo i

n = número de ativos

Portanto, o risco sistemático de uma carteira, é simplesmente uma média ponderada do valor de mercado do risco sistemático dos ativos que a compõem. Isto nos leva que um portfólio composto por todos os títulos deve possuir um beta igual a 1. Se o beta dos ativos exceder 1, ele está acima da média. Veja o quadro 2.1, o qual nos mostra uma interpretação de alguns betas.

Quadro 2.1 – Coeficientes Beta e suas interpretações

Beta	Interpretação
2,0	Movimenta-se na mesma direção do mercado, com 2 vezes maior reação ou risco qu mercado
1,0	Movimenta-se na mesma direção do mercado, com igual reação ou risco que o mercado
0,5	Movimenta-se na mesma direção do mercado, com metade da reação ou risco que o merc
0,0	Não afetado pelos movimentos de mercado
-0,5	Movimenta-se em direção oposta ao mercado, com metade da reação ou risco que o merc
-1,0	Movimenta-se em direção oposta ao mercado, com igual reação ou risco que o mercado
-2,0	Movimenta-se em direção oposta ao mercado, com 2 vezes maior reação ou risco qu mercado

2.4 - Estimando o Beta

O beta de uma carteira de ativos pode ser estimado simplesmente utilizando análise estatística. Mais especificamente, utilizamos análise de regressão sobre os dados históricos, a fim de estimarmos o modelo de mercado visto na equação 2.4. A inclinação estimada para o modelo, nada mais é do que o beta. Não há nada na teoria de seleção de carteiras que indique se retornos mensais, diários ou anuais devam ser usados. A teoria também não indica nenhum número específico de observações, exceto que a metodologia estatística exige o maior número possível de observações, o que torna mais confiável o modelo.

Outra ferramenta estatística utilizada para a estimação do beta, é a porcentagem do risco sistemático no risco total. Em termos estatísticos, ele é medido pelo coeficiente de determinação da regressão, o qual indica a porcentagem de variação do retorno do

ativo, explicado pelo retorno da carteira de mercado. O valor do coeficiente varia entre 0 e 1. Por exemplo, o coeficiente de determinação de um ativo no valor de 0,3, significa que 30% da variação do retorno do ativo é explicado pelo retorno da carteira de mercado.

Poderá existir uma diferença no cálculo do beta dependendo de uma série de fatores seguidos :

- 1- o intervalo de tempo no qual o retorno é calculado (p.e, diário, mensal, anual etc);
- 2- o número de observações utilizado (p.e, 1 ano de retornos mensais etc);
- 3- o período de tempo (p.e. início de maio até início de dezembro, início de 1996 até dezembro de 1998 etc);
- 4- o índice de mercado selecionado (p.e. ibovespa, Standard & Poors etc)

Adicionalmente, há uma questão em relação à estabilidade do beta em diferentes intervalos de tempo, ou seja, o beta de um ativo ou de uma carteira não se mantém constante no tempo.

2.5 - A linha de mercado de títulos (SML)

Quando o CAPM é ilustrado graficamente, ele é chamado de linha do mercado de títulos (SML). A SML será, com efeito uma reta contínua. Ela reflete para cada nível de risco não-diversificável (beta), o retorno exigido no mercado. Portanto, a SML representa o trade-off risco-retorno de uma forma clara.

Entretanto a linha do mercado de títulos não é estável ao longo do tempo (assim como os betas). A posição e inclinação da SML são afetadas por duas forças principais, as expectativas inflacionárias e a aversão ao risco.

Mudanças nas expectativas inflacionárias serão refletidas em um prêmio pela inflação, o que resulta em mudanças na taxa livre de risco. Portanto, uma mudança nas expectativas inflacionárias resultante de eventos tais como o embargo internacional, ou mudanças na política do FED, resultará em mudanças na SML.

A SML reflete, em geral, as preferências dos investidores por risco no mercado. Eles requerem maiores retornos para maiores níveis de risco assumido. Desta maneira a inclinação da SML reflete o grau de aversão ao risco. Quanto maior for a inclinação, maior será o grau de aversão ao risco. Mudanças no grau de aversão ao risco, e portanto na SML, resultam da mudança dos gostos e preferências dos investidores, os quais em geral possuem origem em fatos sociais, políticos e econômicos.

2.7 - Conclusões finais acerca do CAPM

O modelo de formação de preços de ativos de capital geralmente confia em dados históricos para estimar os retornos exigidos. Os betas, os quais são desenvolvidos usando-se dados de determinados ativos, bem como os de mercado, pode não refletir efetivamente a futura variabilidade de retornos. Portanto, os retornos exigidos especificados pelo modelo podem ser vistos somente como aproximações grosseiras. Os analistas e outros usuários dos betas normalmente fazem ajustes subjetivos aos betas determinados historicamente para refletir suas expectativas do futuro, quando tais expectativas diferem dos efetivos comportamentos do risco-retorno do passado.

Embora o CAPM baseie-se na eficiência de mercado, sendo circundado por uma série de pressupostos, e este mundo perfeito pareça não ser realista, estudos empíricos têm dado suporte à existência da relação de expectativas descritas pelo CAPM em mercados de ativos como o New York Stock Exchange. No caso de

avaliação de ativos reais das empresas, tais como instalações, terrenos, máquinas e equipamentos, as pesquisas não têm conseguido demonstrar a aplicabilidade geral do CAPM, devido à indivisibilidade deste mercado, bem como suas grandes dimensões, número limitado de transações e ausência de um mercado eficiente para ativos. Portanto, os mercados de ativos financeiros, e em específico o de ações (o qual será utilizado para uma aplicação deste modelo), se aproxima muito de um mercado perfeito e eficiente.

Independentemente do fato de o risco-retorno descrito pelo CAPM geralmente não ser aplicado a todos os ativos, ele fornece uma referência conceitual útil e amplamente utilizada para a avaliação da relação entre risco e retorno, o qual ajuda o administrador financeiro a atingir o objetivo de maximização da riqueza.

No próximo capítulo, analisaremos uma abordagem alternativa ao CAPM, o APT, o qual foi desenvolvido por Steve Ross em 1977 e que procura agregar os diversos fatores de riscos que um ativo está sujeito; e desta forma fornecer uma melhor explicação para o comportamento dos retornos dos ativos.

Capítulo III - Uma visão alternativa de Risco e Retorno : ARBITRAGE PRICING THEORY (APT)

3.1 – Introdução

O CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) foi durante muito tempo considerado o modelo ideal para a análise dos retornos dos diferentes ativos. Com apenas uma única equação foi capaz de responder inúmeras questões a respeito do comportamento do retorno dos ativos. Entretanto, o CAPM foi alvo de inúmeras críticas. A primeira delas vem de sua matriz teórica: a análise média-variância. Este tipo de análise requer a adoção de restrições sobre a distribuição dos retornos ou sobre a função utilidade dos indivíduos que nem sempre são consistentes. Uma segunda crítica, a chamada crítica de Roll (Roll, 1977), ataca o CAPM pela sua incapacidade de ser testado empiricamente. A impossibilidade de se observar o portfólio de mercado e a crítica de que a real hipótese verificada nos testes propostos para o CAPM é a de que o portfólio de mercado é eficiente, levaram à conclusão que nenhum teste já feito foi realmente um teste da teoria do CAPM.

O APT (*Arbitrage Pricing Model*) é um modelo teórico que se baseia na hipótese de não arbitragem e que se colocou como alternativa teórica e empírica ao CAPM. A partir de uma hipótese sobre a geração dos retornos dos ativos, a inexistência de arbitragem leva a uma relação linear entre os retornos dos ativos. Ross (1976) apresenta uma versão rigorosa do APT.

Trata-se de um modelo de alguma forma semelhante ao CAPM, pois estabelece uma relação linear entre os retornos esperados dos ativos, mas com hipóteses alternativas que respondem a algumas das críticas que podem ser feitas ao modelo tradicional.

Do ponto de vista teórico, o modelo APT, diferentemente do CAPM, não necessita de hipóteses acerca da distribuição dos retornos dos ativos nem sobre a estrutura de preferências dos indivíduos. A relação estabelecida pelo CAPM é alcançada pela hipótese de que a **economia está em equilíbrio**. O APT, em contrapartida, vale também para situações de desequilíbrio, bastando não haver na economia oportunidades de arbitragem.

O APT responde também a certas questões empíricas não resolvidas pelo CAPM. Ao descartar a idéia de portfólio de mercado, o APT deixa de lado a discussão sobre como identificá-lo e sobre como tratá-lo nos estudos empíricos. Também abre espaço para a discussão dos fatores macroeconômicos que afetam os retornos esperados dos ativos em conjunto, só captados parcialmente pelo CAPM através do fator portfólio de mercado.

Neste capítulo, estaremos apresentando o modelo APT. Para isto, faremos inicialmente uma breve discussão sobre risco e seus componentes, para depois apresentarmos o modelo fatorial. Nesta fase preliminar, estaremos trabalhando apenas com um ativo, introduzindo o modelo de fator único, para posteriormente, expandirmos o modelo para uma carteira de vários ativos. Em seguida mostraremos como o conceito de diversificação afeta o modelo; e finalmente concluiremos o capítulo, expondo as diferenças entre o APT e o CAPM.

3.2 - O modelo

Antes de iniciarmos a apresentação do modelo, faremos um breve resgate de alguns conceitos relacionados a risco. Para tornarmos esta exposição mais concreta,

consideremos o retorno das ações da IBM. O que determinará a taxa de retorno para uma ação da IBM no próximo mês ?

A taxa de retorno de qualquer ação negociada no mercado financeiro, é formada por duas partes. A primeira é o retorno esperado ou normal, o qual é previsto pelos investidores. Ele depende de todas as informações possuídas sobre a empresa, e, utiliza tudo aquilo que se acredita que exercerá influência sobre as ações da empresa.

A segunda parte, consiste no retorno incerto ou inesperado da ação. Esta parcela é atribuível à informação que será revelada durante o mês; informações como : a descoberta de uma nova tecnologia de informação por parte da IBM; ou o afastamento inesperado de seu presidente; ou ainda, medidas governamentais de incentivo ao setor de informática; dentre outras.

Portanto, um modo de representar a taxa de retorno de uma ação da IBM, em um mês, por exemplo, poderia ser dada da seguinte forma :

$$R = \bar{R} + U \quad (3.1)$$

onde R é a taxa de retorno no mês, $\bar{R}$ é a parcela de retorno esperado e U indica a parcela de retorno inesperada.

Neste ponto, vale a pena enfatizarmos que novas notícias ou informações que irão ocorrer ao longo do mês, como por exemplo, o anúncio de um índice de inflação ou de desemprego, podem não representar uma nova informação aos agentes econômicos. Isto ocorre, devido ao fato dos participantes do mercado possuírem expectativas, e estas já estarem embutidas no retorno esperado. Por exemplo, se os

agentes esperam o anúncio de um índice de inflação na ordem de 1% ao mês, esta informação já estará anexada ao retorno esperado. Com isto, à medida que o índice é divulgado, e condiz com as expectativas, não exercerá nenhum efeito sobre o retorno. Entretanto, se for divulgada uma taxa de inflação de 2%, esta notícia afetará a parte inesperada do retorno, pois, não condiz com as expectativa, representando, desta forma, uma nova informação com um elemento inesperado de surpresa.

Portanto, as novas notícias ou informações geradas no decorrer do período de análise, podem conter uma parte esperada e também um elemento de surpresa, o qual afetará o retorno inesperado da ação da empresa. Desta forma, as novas informações geradas carregam consigo elementos de risco.

De acordo com a abordagem desenvolvida por Ross, os riscos de um determinado ativo, como as ações da IBM p.e., carregam dois tipos de risco: risco sistemático e risco não sistemático.

Estes conceitos também são utilizados no modelo CAPM, e foram expostos no capítulo inicial. No entanto, faremos uma breve recordação. O risco sistemático é aquele que afeta a maioria dos ativos, com maior ou menor intensidade. A incerteza quanto às condições de econômicas gerais – representadas, p.e., pelo PIB, taxa de juros e taxa de inflação – é um exemplo de risco sistemático.

O segundo componente de risco, afeta especificamente um único ativo, ou um pequeno grupo de ativos. O anúncio de uma nova estratégia por parte de uma firma, p. e., afeta especificamente aquela firma e seus concorrentes.

Voltando à equação 3.1, podemos, portanto, decompor o risco (representado pela parcela U de retorno inesperado), nos dois tipos de risco apontados. Desta forma temos:

$$R = \overline{R} + m + \varepsilon$$

(3.2)

onde *m* é o risco sistemático e *ε* o risco não sistemático.

3.2.1 – Modelo Fatorial

Como posto anteriormente, os riscos sistemáticos influenciam a maioria dos ativos, porém, com diferentes magnitudes. A influência deste risco sistemático sobre um determinado ativo, é representado pelo **coeficiente beta (β)**. Ele nos mostra qual é a reação da taxa de retorno a um determinado fator de risco. Vale lembrar que no modelo CAPM, o beta mede a sensibilidade da taxa de retorno a um fator de risco específico, o retorno da carteira de mercado.

A relação de um ativo com um determinado fator de risco pode ocorrer das seguintes maneiras :

β > 0	Relação positiva com o fator de risco
β < 0	Relação negativa com o fator de risco
β = 0	Não existe relação com o fator de risco

Portanto, se um determinado ativo é afetado por três fatores – como p.e., taxa de inflação, taxa de crescimento do PIB e taxa de juros –, devemos decompor o risco sistemático entre estes fatores. Podemos escrever seu retorno da seguinte maneira :

$$R = \overline{R} + \beta_1 F_1 + \beta_2 F_2 + \beta_3 F_3 + \varepsilon$$

(3.3)

onde $\beta_1, \beta_2, \beta_3$, representam os coeficientes betas dos fatores F_1, F_2 e F_3 .

Apresentaremos agora um exemplo, com o intuito de ilustrarmos melhor este modelo. Iremos supor um retorno no prazo de um ano e inflação prevista de 5%. O crescimento esperado do PIB é de 2% e acredita-se que a taxa de juros se mantenha constante no período. Adicionalmente, existe a previsão de que o retorno esperado do ativo seja de 4%. Para cada fator, temos os seguintes coeficientes beta :

Inflação - $\beta_1 = 2$

Crescimento do PIB - $\beta_2 = 1$

Variação no Juros - $\beta_3 = -1,8$

Entretanto, ao chegarmos ao fim do ano, encontramos o seguinte cenário : inflação na casa de 7%, crescimento do PIB na magnitude de 1% e queda das taxas de juros em 2%. Além disto, ocorreu uma boa notícia sobre a empresa, o que contribuiu para um incremento de 5% em seu retorno. Qual é a taxa de retorno ?

Primeiramente, devemos determinar as surpresas ocorridas nos fatores de risco :

Inflação - $F_1 = \text{Resultado Final} - \text{Valor esperado} = 7\% - 5\% \Rightarrow F_1 = 2\%$

Crescimento do PIB - $F_2 = \text{Res. Final} - \text{Valor esperado} = 1\% - 2\% \Rightarrow F_2 = -1\%$

Variação no Juros - $F_3 = \text{Variação Final} - \text{Variação esperada} = -2\% - 0\% \Rightarrow F_3 = -2\%$

Além disto, ocorreu uma variação no risco não sistemático. Logo : $\varepsilon = 5\%$
Aplicando 3.3 temos :

$$R = 4\% + [(2)(2\%) + (1)(-1\%) + (-1,8)(-2\%)] + 5\% \Rightarrow \\ \Rightarrow R = 15,6\%$$

Ao generalizarmos a equação 3.3, para um número k de fatores, temos o que é conhecido como modelo fatorial.

$$R = \bar{R} + \beta_1 F_1 + \beta_2 F_2 + \dots + \beta_k F_k + \varepsilon \tag{3.4}$$

Os pesquisadores ainda não estão de acordo quanto a quais fatores de risco aplicar a cada ativo. Na prática, utiliza-se geralmente um **modelo de um único fator** para todos os retornos; adotando em geral um índice de mercado de ações. Ao usarmos o modelo de um único fator, podemos expressar os retornos da seguinte maneira :

$$R = \bar{R} + \beta F + \varepsilon$$

(3.5)

Quando há somente um fator, e este fator é equivalente ao retorno de uma carteira teórica de mercado, como um índice de ações, o modelo é conhecido como **modelo de mercado**.

3.2.2 – Carteiras e Modelos Fatoriais

Examinemos agora o que acontece quando dentro de uma carteira, cada um dos ativos obedece a um modelo de um único fator. Criaremos uma carteira a partir de uma lista de n ativos, e usaremos o retorno de um índice de ações como fator de risco; o qual chamaremos de F_m . Portanto, o retorno de um determinado ativo x nesta carteira seria :

$$R_x = \overline{R_x} + \beta_x F_m + \varepsilon_x \quad (3.6)$$

Quando montamos uma carteira de ativos, adquirimos proporções diferentes de cada ativo. Por exemplo, adquirimos 10%(0,1) de ações da empresa A; 2% (0,02) de ações de B, e assim por diante. Desta forma as proporções indicam o quanto temos deste ativo em relação à carteira como um todo. Com isto, a soma de todas as proporções seria igual a 100% (1) :

$$X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n = 1$$

A taxa de retorno da carteira, é a média ponderada dos retornos dos ativos nela contidos. Logo :

$$R_c = X_1 R_1 + X_2 R_2 + X_3 R_3 + \dots + X_n R_n \quad (3.7)$$

Substituindo a equação (3.6) em (3.7) temos :

$$R_c = X_1(\bar{R}_1 + \beta_1 F_m + \varepsilon_1) + X_2(\bar{R}_2 + \beta_2 F_m + \varepsilon_2) + X_3(\bar{R}_3 + \beta_3 F_m + \varepsilon_3) + \dots + X_n(\bar{R}_n + \beta_n F_m + \varepsilon_n) \tag{3.8}$$

A equação (3.8) nos mostra que a taxa de retorno de uma carteira é determinada por três conjuntos de parâmetros :

- 1- O retorno esperado de cada título individual;
- 2- O beta de cada título multiplicado pelo fator de risco;
- 3- O risco não sistemático de cada título.

Expressemos a equação (3.8) em termos destes três conjuntos de parâmetros :

(média ponderada dos Retornos esperados)

$$R_c = \left(X_1 \bar{R}_1 + X_2 \bar{R}_2 + X_3 \bar{R}_3 + \dots + X_n \bar{R}_n \right) +$$

(média ponderada dos betas) (fator de risco)

$$+ (X_1 \beta_1 + X_2 \beta_2 + X_3 \beta_3 + \dots + X_n \beta_n) F_m +$$

(média ponderada dos riscos não sistemáticos)

$$(X_1 \varepsilon_1 + X_2 \varepsilon_2 + X_3 \varepsilon_3 + \dots + X_n \varepsilon_n)$$

(3.9)

A incerteza nesta equação, é refletida na segunda linha, através do fator de risco sistemático⁵; e na terceira linha, pelos vários riscos não sistemáticos.

3.2.3 – Diversificação

Com a diversificação de ativos na carteira, a terceira linha da equação (3.9) desaparece. Isto ocorre devido ao fato de cada título possuir seu próprio risco não diversificável, de modo que uma surpresa em relação a um ativo, é independente da surpresa de outro ativo, ou seja, seus riscos não sistemáticos não são correlacionados⁶. Desta forma, investindo-se uma pequena soma em cada título, a média ponderada dos riscos sistemáticos tende a desaparecer, tornando-se virtualmente igual a zero.

O efeito da diversificação torna-se cada vez mais forte na medida que acrescentamos mais ativos à carteira. Desta forma, a carteira resultante torna-se cada vez menos arriscada, e o retorno cada vez mais certo. Entretanto, o risco sistemático, afeta todos os ativos. Portanto, através da diversificação, podemos eliminar somente os riscos não sistemáticos.

3.3 – Conclusões

Argumentamos várias vezes neste estudo, que o retorno esperado de um título é a remuneração pelo risco assumido. No capítulo anterior, ao analisarmos o modelo CAPM, mostramos que o beta em relação ao mercado era a medida apropriada de risco. Este modelo trabalhava sob as hipóteses de expectativas homogêneas e

⁵ Uma vez que os retornos esperados (linha 1) já são conhecidos pelo mercado, os fatores de risco que alteram este retorno esperados são os riscos sistemáticos e não-sistemáticos, expressos nas linhas 2 e 3.

⁶ Para perceber como os riscos sistemáticos desaparecem, consideremos como exemplo, o jogo de cara ou coroa. Se jogarmos várias vezes a moeda, metade das vezes cairá cara e a outra metade cairá coroa, sendo que um evento independe do outro. A diversificação nos traz o mesmo princípio, onde os riscos não sistemáticos dos ativos acabam por se anularem, quando a um número grande de ativos.

existência de oportunidades de captação e aplicação à taxa livre de risco. Portanto, o CAPM indicava que o retorno esperado de um título era positiva e linearmente relacionado com o seu beta.

No APT, encontramos uma relação semelhante entre risco e retorno, onde em uma carteira ampla e diversificada, o risco é praticamente de natureza sistemática.

O CAPM tem uma vantagem em sua metodologia de construção, em relação ao APT. Seu desenvolvimento faz com que se discuta os conjuntos eficientes, o que agrega um grande valor intuitivo. Isto não ocorre no APT, já que alguns pontos ainda são obscuros e controversos, como por exemplo, a determinação dos fatores de risco.

Entretanto, o APT possui a vantagem analítica de acrescentar os fatores de risco até um certo ponto, onde o risco não sistemático de um certo ativo deixa de ter correlação com o risco sistemático de outro ativo. Desta forma consegue-se uma melhor explicação para o comportamento do ativo. Portanto, nesta concepção, é facilmente demonstrável que (i) o risco não sistemático cai continuamente, e praticamente desaparece, à medida que aumenta o número de ativos na carteira; mas (ii) os riscos sistemáticos permanecem os mesmos.

Este resultado também foi demonstrado no CAPM, embora não tão claramente, pois, os riscos não sistemáticos de títulos diferentes podem ser correlacionados.

Portanto, nos capítulos 2 e 3, apresentamos dois dos principais modelos desenvolvidos no campo da teoria das finanças. No capítulo seguinte, estaremos apresentando os modelos baseados no Value-at-Risk, uma concepção nova e que vem ganhando adeptos dentre os administradores e instituições financeiras.

Capítulo IV - Value-at-Risk (Var) - Uma nova abordagem

4.1 – Introdução

O "Value-at-Risk" (VaR) é atualmente a ferramenta mais popular na gestão de riscos de mercado. A capacidade de sintetizar, em um único número, a perda financeira esperada com determinado grau de confiança, foi determinante na sua aceitação e difusão como modelo para alocação de recursos em instituições financeiras.

O VaR é um valor único que representa a perda potencial máxima de uma carteira de investimento em um intervalo de tempo, dada uma determinada probabilidade de ocorrência, em função de oscilações nos fatores de risco. Seu apelo inicial - difundido entre banqueiros comerciais, *dealers* no mercado de derivativos, e gestores de risco - é sua facilidade de interpretação como uma medida sumária de risco, assim como seu tratamento consistente do risco através dos diversos instrumentos financeiros e classes de ativos.

Esta é uma ferramenta poderosa para os administradores financeiros, podendo indicar, se determinados riscos podem ou devem ser assumidos. Muitos investidores e participantes do mercado, estão tomando consciência dos benefícios do VaR como um importante instrumento de monitoração, e, portanto, têm utilizado esta metodologia para o cálculo do risco de mercado.

Neste capítulo, apresentaremos o que é o Value-at-Risk e porque atualmente possui um apelo tão forte. Em sequência, serão mostrados os mecanismos para cálculo do VaR, incluindo alguns pressupostos que circundam as metodologias mais utilizadas. Adicionalmente, será feita uma breve apresentação de algumas aplicação do VaR.

4.2 – O que é VaR ?

O Value-at-Risk é uma estatística (um número) que sintetiza a exposição de um ativo ou carteira ao risco de mercado. Permite ao administrador, quantificar e expressar riscos do tipo : "A perda esperada de um fundo não pode exceder 10% do valor líquido do fundo nos próximos 2 dias". A medida VaR, portanto, nada mais é, do que um valor absoluto em moeda corrente, correspondendo a uma perda monetária máxima que um determinado ativo ou carteira deve ter, levando-se em conta um determinado nível de confiança e um horizonte temporal específico.

Por exemplo, suponha que um indivíduo tenha uma carteira formada somente por dólares. Muito provavelmente este indivíduo poderá calcular a máxima perda possível em um dia, usando um intervalo de confiança de 95%. Portanto, o VaR neste caso, estaria prevendo qual seria a perda máxima (por exemplo U\$100.000,00) que sua carteira poderia ter em um horizonte de um dia, utilizando-se um intervalo de confiança de 95%, ou seja, 95% do tempo a perda máxima esperada seria o de U\$100.000,00, e em somente 5% esta perda poderia ser maior.

Para chegarmos à medida do VaR em uma carteira, devemos, portanto, gerar uma distribuição de probabilidades dos possíveis retornos ou mudanças no valor da carteira (e de seus componentes), dentro de um determinado horizonte temporal (chamada "Distribuição VaR"). Com esta distribuição podemos determinar o intervalo de confiança e acharmos a medida desejada. As maneiras de se encontrar o VaR serão abordadas no item 4.4.

4.3 – Por que o VaR possui um forte apelo ?

O VaR é frequentemente considerado uma medida útil para a quantificação do risco de mercado por uma série de razões. Primeiramente, por ser uma medida consistente de risco financeiro, expressando o risco utilizando como medida a possível **perda monetária (ou retorno adverso)**. Este ponto, facilita comparações diretas de risco entre diversas carteiras. (p.e., ações Vs. renda fixa) e diferentes ativos (p.e., contrato futuro de taxa de juros Vs. ação da Telebrás).

Adicionalmente à consistência, o Value-at-Risk habilita os administradores e investidores a examinarem a perda potencial, levando em conta um particular horizonte de tempo com o qual estão preocupados. Qualquer medida do VaR requer como especificação este **horizonte temporal de risco**. Uma escolha do horizonte de risco feita com sensatez, pode auxiliar os administradores em numerosos problemas de gerenciamento de risco. A boa escolha depende do *timing* dos eventos. Estes eventos podem ser: avaliações gerenciais externas; reuniões de diretoria; revelação da performance aos investidores; parceiros limitados; exames regulatórios; encontro com clientes chave; dentre outros.

Outra vantagem associada ao VaR, são suas raízes na teoria das probabilidades. Desta forma, com qualquer nível de confiança que o administrador queira trabalhar, ele obterá o potencial de perda sobre um determinado horizonte de tempo, para aquele nível de confiança.

4.4 – Mecanismos de estimação do VaR

A criação de uma distribuição VaR, dado um determinado horizonte temporal, para uma carteira em particular ocorre em dois passos.

Primeiramente, é gerada uma distribuição de preços ou retornos para cada ativo individual e para seus fatores de risco que compõem a carteira. Para ilustrarmos melhor este ponto, podemos pensar em uma carteira composta por títulos da dívida alemã, por exemplo. Neste caso devemos nos preocupar com dois fatores: a taxa de câmbio e a taxa de juros alemã, esta última representada pelo retorno dos títulos do governo. Estas distribuições representam as possíveis mudanças de valores em todos os componentes da carteira.

Em um próximo passo, as distribuições dos ativos individuais e fatores de risco devem ser agregadas, utilizando medidas como correlação, em uma distribuição única para a carteira. Esta distribuição resultante servirá de base para a formulação da medida do Value-at-Risk.

Os métodos para a geração das distribuições, tanto dos ativos individuais como das carteiras, variam desde formas simplistas até as mais complexas com o uso de pesados sistemas de informação, softwares pesados e custosos equipamentos de ponta. Os métodos mais complexos, evidentemente fornecem uma abordagem mais realística, através da análise dos mais diversos cenários possíveis, sendo conhecidos como métodos de **reavaliação completa**. Entretanto, seu custo é extremamente elevado. Já as abordagens mais simples frequentemente assumem uma série de pressupostos estatísticos simplificadores, reduzindo, desta forma, a necessidade de dados e equipamentos. Estes modelos são conhecidos como modelos **de reavaliação parcial**.

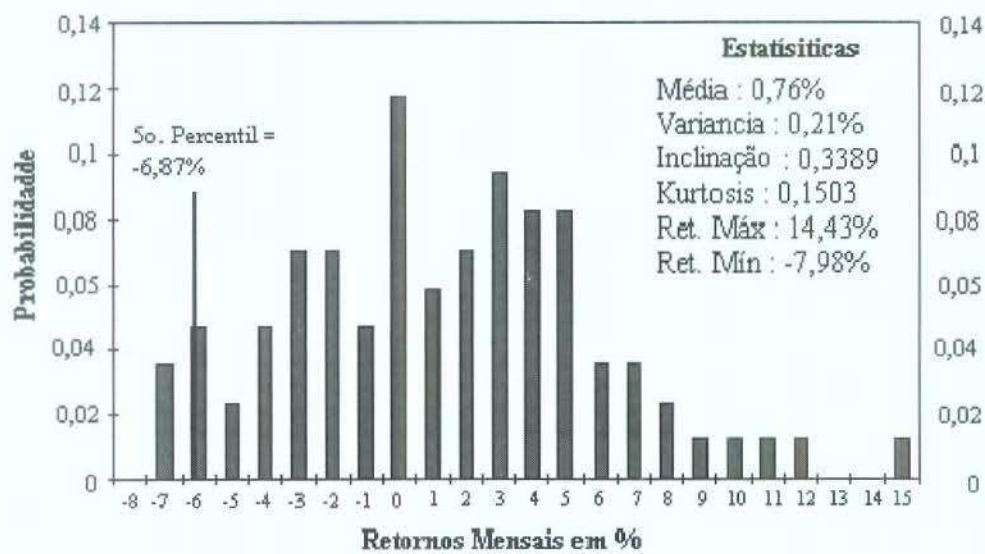
Atualmente, muitos dos administradores de risco que implementaram o VaR, ainda utilizam as abordagens mais simples. Neste estudo, estaremos apresentando três mecanismos de estimação do VaR. São elas as metodologias simulação histórica,

analítica e a simulação Monte Carlo. Entretanto, daremos uma ênfase maior no modelo analítico, por ser o mais difundido no mercado

4.4.1 – Simulação Histórica

Um maneira de se calcular o VaR, é simplesmente assumir que o futuro irá se comportar conforme o passado. Desta forma, pode-se calculá-lo pelo simples uso de séries temporais dos retornos passados dos ativos.

Figura 4.1 - Retornos Mensais (jan/88 – jan/95) do FTSE-100⁷



Fonte : CULP, C.L; MENSINK, R.; e NEVES , A.M.P. (1999)

A Figura 4.1 mostra a distribuição de frequências (histograma) dos retornos mensais do índice FTSE-100 de janeiro de 1988 a Janeiro de 1995, bem como um resumo das estatísticas da série temporal. O eixo horizontal nos mostra os retornos e o

⁷ Índice da bolsa de Londres.

eixo vertical mostra as porcentagens dos retornos totais da amostra associados com cada intervalo de retorno do eixo horizontal.

Sendo que o comportamento futuro é igual ao comportamento passado, pode-se assumir esta frequência dos retornos passados como sendo a probabilidade destes mesmos retornos ocorrerem no futuro. A barra mais à direita, por exemplo, indica que aproximadamente 1% dos retornos mensais são maiores que 15%; ou seja, assumindo que o próximo mês irá se comportar como os meses anteriores, podemos interpretar que significa que há 1% de probabilidade do retorno do próximo mês ultrapassar 15%.

Passemos a um exemplo um pouco mais prático. Suponha que um administrador de risco tenha uma carteira de ativos com o valor corrente de \$1 milhão de dólares investido inteiramente em ações do FTSE-100, cuja distribuição encontra-se na tabela 4.1. Suponha também que esta carteira acompanha o índice de mercado, ou seja, possui as mesmas ações com os mesmos pesos. Desta forma, a carteira possui um comportamento semelhante ao do índice.

Se o administrador financeiro for calcular o VaR desta carteira, tendo como horizonte temporal 1 mês, além de um intervalo de confiança de 95%, irá ter o seguinte VaR :

$VaR = 1.000.000 \times R_{05}$ onde R_{05} corresponde ao 5o. percentil dos retornos históricos mensais, indicado no gráfico com uma barra em negrito, e com o valor de -6,87% (-0,0687). Portanto o VaR desta carteira é de \$68.700. Portanto o valor líquido desta carteira seria menor que \$931.300 (\$1.000.000 - \$68.700), para somente 5% dos meses observados.

O método da simulação histórica mostra-se relativamente simples. Entretanto, para carteiras com numerosos e diferenciados ativos, e, portanto numerosos fatores de

risco, a abordagem histórica torna-se bastante trabalhosa, e por muitas vezes inviável. Um exemplo disto, poderia ser visto se pegássemos a carteira acima exposta, com ações do FTSE-100, porém, com pesos diferentes dos utilizados no índice. Seria extremamente trabalhoso montarmos a distribuição de probabilidades desta carteira, para posteriormente podermos determinar o 5o. percentil, e finalmente acharmos o VaR.

4.4.2 – Metodologia Analítica

JP Morgan e Reuters simplificaram bastante os problemas de dados da abordagem histórica, através de uma proposta mais simplificada. Esta metodologia é conhecida como RiskMetrics.

Para o cálculo do VaR através desta abordagem, devemos primeiramente reconhecer quais são os fatores de risco e os ativos contidos na carteira, para que possamos calcular a exposição desta carteira ao risco de mercado (market-to-market position).

Após esta etapa, deve-se formular uma estimativa de quanto os ativos e os fatores de risco podem potencialmente variar, achando, desta forma, medidas como o desvio padrão e a média históricos, os quais servem como uma indicação do movimento destes ativos e fatores de risco. Neste ponto, entra uma das premissas fundamentais do RiskMetrics: ele assume que os retornos padronizados (retornos divididos pelo desvio padrão) possuem uma distribuição normal. Vale lembrar que um dos maiores atrativos desta distribuição é a simetria. Desta forma, a média e variância são suficientes para uma caracterização do risco dos ativos. Devido a isto, esta metodologia também é conhecida como **abordagem baseada na variância**.

Passaremos agora para uma análise mais apurada do RiskMetrics. Iremos apresentar as metodologias de cálculo de três formas; (i) VaR para apenas um fator de risco, (ii) VaR para dois fatores de risco e (iii) VaR para vários fatores de risco; considerando-se sempre um período simples para o VaR, ou seja, sem fluxos de caixa contínuos ao longo do tempo⁸ e considerando as posições lineares⁹. Para um melhor entendimento, serão utilizados exemplos. Por fim apresentaremos a abordagem para períodos múltiplos.

4.4.2.1 - Apenas um fator de risco

Pensemos em um investidor americano (USD) que tenha uma carteira MX em marcos alemães (DM) no valor de 140 milhões. Qual seria o VaR deste investidor no horizonte de um dia, dada uma chance de 5% de perda maior do que o VaR calculado (portanto um intervalo de confiança de 95%)? Lembramos que a escolha do VaR é discricionária e pode variar entre as instituições, pois depende do intervalo de confiança assumido. Neste exemplo são dados :

Taxa de câmbio DM/USD = 1,40

Desvio Padrão diário do taxa de câmbio = 0,562 %

Como primeiro passo, devemos calcular a exposição desta carteira ao risco de mercado. Como o investidor é americano, sua exposição será igual ao valor de

⁸ Vale lembrar que o RiskMetrics possui uma metodologia de cálculo para carteiras com fluxo de caixa distribuído ao longo de vários períodos. No entanto, o objetivo deste estudo é apresentar uma visão sucinta deste modelo. Para maiores informações a respeito do modelo, vale à pena ler o documento técnico que pode ser obtido no site da JP Morgan, e que está citado na bibliografia.

⁹ Para posições não lineares, como opções ou contratos futuros, é interessante consulta ao documento técnico citado acima.

mercado em sua moeda corrente. Se a taxa de câmbio DM/USD é 1,40, então o valor da posição é USD 100 milhões.

O próximo passo, após o cálculo da exposição, seria uma estimativa de quanto a taxa de câmbio pode variar. Neste caso, o desvio padrão, medido historicamente, nos dá uma boa indicação deste potencial de mudança. O desvio padrão para o câmbio é de 0.562%.

Agora, de acordo com o RiskMetrics, os retornos padronizados, isto é, os retornos divididos pelo desvio padrão, possuem uma distribuição normal. Desta maneira, ao escolhermos um intervalo de confiança de 95%, a volatilidade será de $1,65^{10}$ multiplicado pelo desvio padrão (conforme pode ser visto no gráfico 4.2), o que corresponde a uma volatilidade de 0,932.

Portanto em dólares, o VaR desta carteira será :

VaR (NX) = Valor da Posição x Volatilidade do Fator

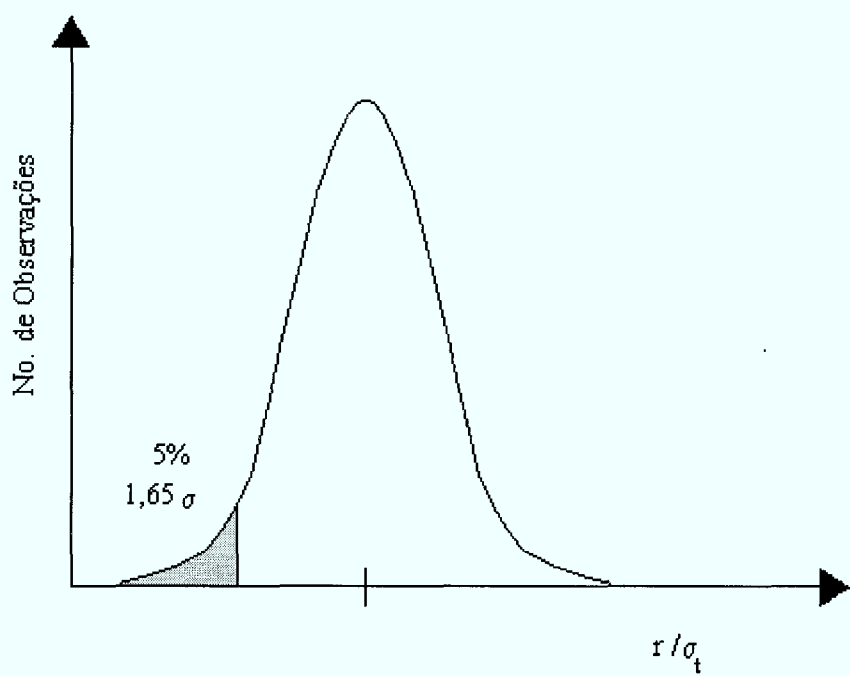
Volatilidade do Fator = % do valor a qual pode ser perdida dentro de um intervalo de confiança, em geral, 95%.

Logo :

$$VaR(NX) = \$1.000.000 \times 0,932\% = \$932.000$$

¹⁰ Para saber o porque de uma 1,65, basta consultar uma tabela de distribuição normal em qualquer bom livro de estatística.

Figura 4.2 – Distribuição normal dos retorno padronizados



Fonte : Elaboração Própria

4.4.2.2 – Dois fatores de risco

Vamos agora modificar nossa carteira NX. Suponha que este investidor passe a ter uma posição em títulos de dívida do governo alemão. Qual seria o VaR para o período de um dia, levando-se em conta um intervalo de confiança de 95% ?

Inicialmente, devemos calcular a exposição. Neste caso, temos dois fatores de risco, a taxa de câmbio e o risco de taxa de juros dos títulos da dívida pública alemã. Em relação ao câmbio, os dados do exemplo anterior continuam válidos. Portanto, a exposição da carteira continua sendo de USD 100 milhões; e o desvio padrão calculado diariamente do câmbio continua sendo 0,565%. No entanto, incluímos um novo

componente de risco. Como medida do risco de taxa de juros, estaremos utilizando o desvio padrão dos títulos de dívida, o qual é 0,605%. Portanto :

Volatilidade do câmbio : $1,65 \times 0,565 = 0,932\%$

Volatilidade de NX : $1,65 \times 0,605 = 0,999\%$

$VaR(\text{câmbio}) = \$100\text{milhões} \times 0,932\% = \932.000

$VaR(NX) = \$100\text{milhões} \times 0,999\% = \999.000

Agora, para calcularmos o VaR total, não podemos simplesmente fazer uma soma entre os VaR obtidos, pois, a correlação entre estes dois fatores é extremamente importante. Neste caso, devemos estimar a correlação entre os fatores de risco. Neste caso, a correlação é de $-0,27^{11}$. Utilizamos a seguinte fórmula :

$$\begin{aligned} VaR &= \sqrt{VaR_1^2 + VaR_2^2 + 2\rho_{12} \times VaR_1 \times VaR_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow VaR &= \sqrt{(0,999)^2 + (0,932)^2 + 2 \times (-0,27) \times (0,999) \times (0,932)} \Rightarrow \\ \Rightarrow VaR &= \$1.168\text{milhões} \end{aligned}$$

4.4.2.3 – Diversos fatores de risco

Para expandirmos o modelo para diversos fatores risco, passamos a utilizar a seguinte formulação :

$$VaR = \sqrt{\bar{V} \times R \times \bar{V}'}$$

Onde :

$\bar{V} \rightarrow$ Vetor com os VaR dos fatores

$$\overline{V} = [(VaR_1), (VaR_2), (VaR_3), ..., (VaR_n)];$$

$R \rightarrow$ Matriz de correlação dos fatores

$$R = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{21} & \rho_{31} & \cdots & \rho_{n1} \\ \rho_{12} & 1 & \rho_{32} & \cdots & \rho_{n2} \\ \rho_{13} & \rho_{23} & 1 & \cdots & \rho_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & 1 & \vdots \\ \rho_{1n} & \rho_{2n} & \rho_{3n} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

$\overline{V}' \rightarrow$ Transposta de $\overline{V}$

$$\overline{V}' = \begin{bmatrix} (VaR_1) \\ (VaR_2) \\ (VaR_3) \\ \vdots \\ (VaR_n) \end{bmatrix}$$

4.4.3 – Simulação Monte Carlo

Nesta metodologia - diferentemente da simulação histórica, onde os dados são diretamente usados como cenários - são gerados cenários aleatoriamente; de acordo com um conjunto de parâmetros previamente selecionados e tidos como representativos das variações dos fatores de mercado.

¹¹ Estes valores são fornecidos pelo software RiskMetrics.

Esta é uma metodologia mais eficiente que as outras, pois permite ao administrador analisar o comportamento do VaR em diversas situações, desde as mais otimistas até as mais pessimistas. Entretanto esta é uma metodologia cara e que com tempo de resposta relativamente elevado, pois a necessidade de processamento de informação é brutal.

4.5 – Aplicações do VaR

As instituições podem estimar o volume de risco de mercado por uma série de motivos, os quais destacamos :

- **Gerenciamento de informação:** o administrador chefe é informado dos riscos assumidos pela instituição em suas operações, para poder tomar as melhores decisões. As informações sobre o risco de mercado, são apenas parte de um sistema de informações, onde também existem as informações sobre risco de crédito e risco operacional;
- **Determinação dos limites:** As posições limites têm sido tradicionalmente expressadas em termos nominais, equivalentes futuros ou outros denominadores para expressar o montante de risco no qual efetivamente está se incorrendo. Colocando os limites em termos de VaR, trazem significantes vantagens. Por exemplo, as posições limites tornam-se uma função do risco; além de diferentes mercados ou produtos, poderem ser comparados através de uma medida comum.
- **Alocação de recursos :** Usando a informação do VaR, os investidores podem tomar decisões sobre suas estratégia com uma melhor informação. De um ponto de vista mais tático, as posições podem ser tomadas de maneira a maximizar o retorno considerando-se um determinado risco potencial. Estrategicamente, os objetivos de

lucro nos negócios podem tornar-se função do risco incorrido. O administrador pode calcular os lucros esperados de acordo com os riscos incorridos, para alocar melhor os recursos para negócios que oferecem um maior potencial em termos de risco/retorno.

4.6 – Conclusões

O VaR é uma abordagem relativamente nova e que vem sofrendo constantes desenvolvimentos. Atualmente o RiskMetrics, desenvolvido pela JP Morgan e Reuters é o padrão de mercado, devido à sua facilidade de implantação e de difusão pelo mercado. Entretanto, ao assumir determinadas hipóteses como a da distribuição normal para os retornos padronizados dos ativos, sua precisão fica sensivelmente abalada. Desta forma, os modelos com simulação de cenário obtêm um maior desempenho. No entanto, para se instalar um sistema baseado na simulação de Monte Carlo, os custos tanto de instalação quanto de manutenção do sistema tornam-se extremamente elevados. Portanto, existe um trade-off entre custo e precisão/realismo em suas estimativas de VaR.

Entretanto, apesar destes problemas, a metodologia baseado no VaR, tem se tornado o padrão no mercado, e tem se mostrado uma valiosa ferramenta na mão dos analistas financeiros.

Capítulo V - Conclusões Gerais

Com a liberalização financeira, aliada a um brutal desenvolvimento dos mercados financeiros mundiais, a economia tornou-se cada vez mais complexa e volátil, o que tornou o potencial de perda financeira das instituições cada vez maior. Isto pôde ser visto com a recente crise asiática e russa, ocorrida em finais dos anos 90; onde instituições financeiras no mundo inteiro sofreram brutais perdas econômicas.

Diante deste cenário, o gerenciamento de risco dentro das instituições financeiras assume um papel fundamental, e vem tendo uma evolução muito grande, mas que ainda esta longe de ter o seu fim.

Este assunto começou a ser abordado com Markowitz, fundador da moderna teoria do portfólio. Desde então foram criados modelos para tentar quantificar e analisar o risco de mercado aos quais as instituições estão expostas. Desta forma surgiram modelos como o CAPM, APT e mais recentemente o Value-At-Risk.

Nesta monografia, procuramos apresentar de uma forma sucinta estes modelos. Este assunto foi escolhido por dois motivos. Primeiramente pela ainda ausência de uma linha de pesquisa sistemática dentro do Instituto de Economia da Unicamp. O outro aspecto, é que este é um assunto fundamental na economia atual.

Ao longo do trabalho, pude perceber que os modelos hoje existentes, embora sejam aplicados e proporcionem um grau razoável de confiabilidade, ainda possuem muitas falhas e obstáculos à implantação. Estes modelos procuram medir os riscos financeiros, e, portanto, servem como orientação para os administradores financeiros. No entanto não representam a verdade absoluta, pois caso contrário, as diversas crises e perdas financeiras dificilmente teriam ocorrida. Isto ocorre, porque o mundo real, é

um mundo regido pela incerteza, e o que se tenta fazer é minimizar os efeitos desta incerteza e procurar traçar um cenário mais estável para a tomada de decisões.

Outra lacuna que pude notar em relação à moderna teoria das finanças, e em especial à teoria das carteiras, é que não existem métodos ou teorias demonstrando como montar uma carteira eficiente. As teorias existentes atualmente, servem apenas e tão somente para medir o comportamento das carteiras previamente existentes. Portanto, em um universo de infinitas possibilidades, ainda não existe uma teoria eficiente de como montar uma melhor carteira. O que existe na teoria atual, é a oportunidade de se diminuir os riscos inerentes ao ativo através do conceito de diversificação.

Ao estudar os instrumentos vigentes para a gestão do risco, chego à conclusão que ainda hoje não existe uma uniformidade no cálculo do risco por parte das instituições financeiras. Em comum as metodologias requerem conhecimentos sobre a dinâmica dos mercados, alguma sofisticação matemática, sistemas computacionais de grande porte e informações confiáveis.

Neste ponto, também torna-se fundamental as definições dos parâmetros de análise por parte das instituições. O bom ou mal gerenciamento de risco, será determinado de acordo com os parâmetros do administrador, quer seja em relação à determinação dos fatores de risco; em relação aos horizontes temporais de análise; ou pelo intervalo de confiança escolhido.

Diferentes medidas podem ser usadas no cálculo do risco de mercado. O CAPM e o APT, representaram um grande avanço neste campo. Entretanto com o desenvolvimento dos modelos baseados no conceito de VaR é que o gerenciamento de risco de mercado sofreu um grande impulso.

Por fim, neste trabalho, destacamos a importância da decisão da implantação do gerenciamento de risco dentro das instituições financeiras. A efetiva gestão não se resume na adoção de metodologias ou na aquisição de softwares para a quantificação dos mesmos. Na realidade estes fatores representam apenas etapas de um Projeto de Gestão de Riscos. Há que se destacar que de nada adiantará a aquisição de ferramentas sem que existam pessoas com preparação adequada para fornecer dados de entrada e capacitadas a analisar e criticar os resultados obtidos. Além disto, torna-se fundamental a presença de analistas econômicos, para a determinação e análise dos diversos fatores econômicos, como por exemplo, fatores políticos; fatores institucionais; fatores sociais etc.

Portanto, os instrumentos de gestão de risco, embora auxiliem nas tomadas de decisões, apenas pertencem à uma pequena parte (como uma importante ferramenta) do processo de gestão. Os métodos por si só não resolvem em nada o gerenciamento do risco, apenas auxiliam nas decisões.

Bibliografia

FARHI, MARYSE (1998) - *O Futuro do Presente* : Um estudo dos mercados de derivativos financeiros - Tese de Doutorado IE/Unicamp.

BARRETO, ANDRÉ H. (1996) - *Alguns Modelos para Avaliação de Ativos do Mercado Financeiro* - Dissertação de Mestrado UNB.

CULP, C.L; MENSINK, R.; e NEVES , A.M.P. (1999) - *Value at Risk for Asset Managers* - *Derivatives Quarterly* Vol. 5, No. 2

DUARTE JR., ANTONIO M. (1996) – *Risco : Definições, Tipos, Mediação e Recomendações para o gerenciamento* – Resenha BM&F, 114, 25-33

JP MORGAN/REUTERS – *Introduction to RiskMetrics* – 4a. Edição

JP MORGAN/REUTERS – *RiskMetrics : Technical Document* – 4a. Edição

LINTNER, J (1965) - *The valuation of risk assets and the selection of risk investments in stock portfolios and capital budgets*, *Review of Economics and Statistics* 47.

M. FILHO, ARMANDO (1993) - *Mercado financeiro e de capitais : uma introdução* Editora Atlas.

MARKOWITZ, H. (1952) - *Portfolio Selection*, *The Journal of Finance* 7.

ROLL, R (1977) - *A critique of the asset pricing theory's tests*, *Journal of Economics* 4.

ROSS, S (1976) - *The arbitrage theory of capital asset pricing*, Journal of Economics Theory 13.

ROSS, S.A.; WESTERFIELD, R.W.; e JAFFE, J.F. – *Administração Financeira : corporate finance* – Ed. Atlas

SAS INSTITUTE (1994), *Stock Markety Analysis Using The SAS System : Portfolio Selection and Evaluation*.

SHARPE, W (1964) - *Capital asset prices : a theory of capital market equilibrium under conditions of risk*, The Journal of Finance 19

SCHOR, A. ; BONOMO, M. A.; e VALLS PEREIRA, P. L. (1998) – *Arbitrage Pricing Theory (APT) e variáveis macroeconômicas : Um estudo empírico sobre o mercado acionário brasileiro* – Texto para discussão No. 391, Departamento de Economia PUC-RIO