

Universidade Estadual de Campinas
Instituto de Economia



1290000517



IE

100/UNICAMP L373m



Monografia de Graduação

Modelando Racionalidade Limitada - Métodos e Ferramentas

Dezembro 1999 ✓

Autor – Márcio Poletti Laurini
Orientador - Prof. Dr. Otaviano Canuto dos Santos Filho
Banca – Prof. Dr. Gilberto Tadeu Lima

Agradecimentos

Gostaria de agradecer a todas as pessoas que de forma direta me ajudaram e influenciaram minha formação até este momento, obviamente eximindo-as de qualquer responsabilidade sobre o resultado final.

Aos amigos e colegas de curso Marcelo Fonseca, Alexandre Gushi, Heleno Viera, Felipe Trovato, Fábio Satoshi, Vaine Vilga, Humberto de Andreis, Matheus Cavalieri, Gilson; sem vocês este curso teria sido bem mais difícil .

Aos velhos amigos Marcelo Gouvea, Rodrigo Cambiaghi, José Luis, José Eduardo, Breno Poletto, Rodrigo Afonso; só posso agradecer por todos estes anos de amizade .

Aos professores José Maria, Pedro Valls e Gilberto Lima devo agradecer o investimento no meu capital humano que obtive em suas aulas e nas discussões realizadas, sem contar toda a ajuda que obtive sempre que necessitei, e acima de tudo pela amizade.

Aos meus grandes mestres, orientadores e principalmente amigos Domingos Alves e Otaviano Canuto devo reconhecer que tenho uma dívida que creio não pode ser paga, apenas digo obrigado por tudo o que o que me possibilitaram .

Aos ídolos John Coltrane, Linus Torvalds, Steven Wozniac, Danny Quah; agradeço pela inspiração;

A Anna Maria por ter estado ao meu lado durante este tempo e ainda assim me suportar;

E acima de tudo aos meus pais, Amadeu e Elisabeth, por todo o sacrifício que permitiu minha graduação .

Márcio Poletti Laurini
Campinas, Dezembro de 1999.

Índice

Capítulo 1- Introdução	1
Capítulo 2- Expectativas Racionais	5
Capítulo 3- Racionalidade Limitada	14
Capítulo 4- Modelando Racionalidade Limitada	
Algoritmos Genéticos	21
Capítulo 5-Modelando Racionalidade Limitada	
Redes Neurais	30
Capítulo 6 – Conclusão	38
Apêndice – Uma implementação de um	
algoritmo genético	41
Referências Bibliográficas	52

Modelando Racionalidade Limitada- Métodos e Ferramentas

Márcio Poletti Laurini

17 de dezembro de 1999

Capítulo 1

Introdução

Uma definição satisfatória de comportamento racional tem sido buscada por cientistas que têm tentado modelar teorias sobre aprendizado, controle ótimo, raciocínio, tomada de decisões e finalmente modelagem de fenômenos econômicos. Nas ciências econômicas as dificuldades teóricas e práticas da formulação de modelos cujos pressupostos em relação à formação e processamento de expectativas e informações sejam mais realistas, e mesmo a relevância destes pressupostos, levaram a uma trajetória teórica que, partindo de modelos ingênuos de formação de expectativas (*naive expectations*) e passando por expectativas adaptativas, levaram a adoção quase indiscutível da chamada hipótese de expectativas racionais .

A chamada hipótese de expectativas racionais pode ser resumida como a imposição aos agentes de um comportamento maximizador na utilização do conjunto de informações disponível que faça com que estes agentes não cometam erros sistemáticos no seu processo de formação de expectativas e tomada de decisões . Os erros de previsão seriam causados por componentes aleatórios cujo padrão seja impossível de ser previsto .

Desenvolvida inicialmente por John Muth na busca de um processo estocástico gerador que faria com que as expectativas adaptativas de Friedman fossem ótimas no sentido de não levarem a erros sistemáticos, as expectativas

racionais posteriormente desenvolvidas pelos trabalhos de vários economistas, liderados por Robert Lucas e Thomas Sargent, se tornaram um marco decisivo no processo de modelagem econômica e econométrica, a ponto da aclamação de uma nova macroeconomia que esvaziou a importância dada naquele momento à chamada Macroeconomia Keynesiana, que havia se tornado a ferramenta dominante na formulação de políticas econômicas .

O sucesso da nova macroeconomia das expectativas racionais em explicar os motivos do fracasso das políticas econômicas keynesianas, que naquele momento (década de 70) haviam deixado como resultado uma aceleração inflacionária em conjunto com um não crescimento significativo do produto e renda, se deve tanto às contribuições teóricas como às prescrições de política econômica que recomendava, davam uma nova sustentação teórica ao receituário de política econômica anteriormente dados pelos economistas clássicos e monetaristas, fazendo com que esta macroeconomia fosse chamada de Macroeconomia Novo-Clássica .

A macroeconomia Novo-Clássica consegue estabelecer bases teóricas para temas como a neutralidade da moeda , inconsistência temporal, precificação de ativos, e a não invariância de parâmetros relacionados à política econômica nos modelos macroeconômicos keynesianos. Todas estas contribuições são derivadas de propriedades de séries temporais advindas da hipótese de expectativas racionais, e que significam que os agentes representativos conhecem o verdadeiro modelo da economia e todos os parâmetros de interesse . Cada agente dentro do modelo possui conhecimento pleno de todas as preferências e dotações dos demais agentes, incluindo o formulador das políticas econômicas, fazendo com que suas decisões sejam sempre ótimas no sentido de aproveitar este conjunto de informações . As proposições de neutralidade da moeda, mercados informacionalmente eficientes , etc , podem então ser derivadas destas proposições , que são impostas a priori para os agentes deste modelo .

Mas enquanto obtinha confirmação empírica para alguns de seus resulta-

dos, como por exemplo a hipótese de mercados eficientes e explicação para aceleração inflacionária dos anos 70, a hipótese de expectativas racionais era constatemente rejeitada empiricamente e teoricamente não podia explicar problemas como a existência de troca em mercados puramente especulativos (o teorema de No-Trade de Jean Tirole), dinâmicas de aprendizado após mudanças de regime, a existência de múltiplos equilíbrios , entre outros temas .

A falha das expectativas racionais em endereçar estes fenômenos tem motivado uma busca de modelos em que os agentes , ao invés de possuírem conhecimento pleno da estrutura da economia e seus parâmetros relevantes , devem então enfrentar problemas de inferência e estimação sobre estes parâmetros . A esta busca de agentes com conhecimento incompleto sobre o modelo econômico tem se dado o nome de Racionalidade Limitada (Bounded Rationality) , em homenagem aos trabalhos pioneiros de Herbert Simon nesta área .

A pesquisa teórica baseada em agentes com Racionalidade Limitada tem se desenvolvido em diversas áreas , notoriamente a teoria dos jogos , o uso de agentes econométricos (aprendizado por mínimos quadrados) e o uso de agentes com inteligência artificial. Esta monografia pretende fazer uma síntese da idéia de expectativas racionais e introduzir a idéia de racionalidade limitada, bem como mostrar algumas ferramentas utilizadas na modelagem de agentes com inteligência artificial e paralelamente mostrar outros usos destas ferramentas em economia, resenhando promessas e sucessos obtidos por estas ferramentas .

Esta monografia estará dividida em 5 partes :

1. Expectativas Racionais - Racionalidade Limitada
2. Racionalidade Limitada - A abordagem de Herbert Simon
3. Modelos de Racionalidade Limitada - Algoritmos Genéticos
4. Modelos de Racionalidade Limitada - Redes Neurais

5. Conclusão

6. Apêndice - Implementação de um Algoritmo Genético

7. Bibliografia

Capítulo 2

Expectativas Racionais

A idéia de expectativas racionais nasce de dois trabalhos clássicos de John Muth - "Optimal Properties of Exponentially Weighted Forecasts " em 1960 e "Rational Expectations and the Theory of Price Movements" em 1961 , em que ele interpreta modelos econométricos de lags distribuídos. Segundo Muth um modelo econométrico com expectativas racionais possui a propriedade de que as previsões feitas pelos agentes dentro do modelo devem ser estatisticamente equivalentes as feitas pelo economista com o conhecimento do verdadeiro modelo desta economia .

Um processo que assuma que a formação de expectativas é racional pode ser formalizado em tempo discreto como se segue :

$$X^*_{t+s,t} = E_t(X_{t+s})$$

ou de forma equivalente :

$$X_{t+s} = X^*_{t+s,t} + \epsilon_{t+s}$$

sendo $X^*_{t+s,t}$ a expectativa da variável X no tempo $t+s$ formulada no tempo t , X_t a realização da variável X no tempo t , e ϵ_{t+s} um componente de erro não sistemático e não serialmente correlacionado com média zero, formalmente conhecido como Ruído Branco (White Noise). Desta forma essa caracterização implica que a realização da variável X no tempo $t+s$ é igual a seu valor esperado $X^*_{t+s,t}$ mais um componente de erro que não pode

ser previsto no tempo t . Isso comumente é conhecido como a propriedade de que os agentes acertam "em média" suas previsões. Essa caracterização aparentemente simples, quando especificada num contexto de equilíbrio geral, impõe severas necessidades informacionais (no sentido de obtenção e processamento destas informações) aos agentes que formulam estas expectativas, e que formam o conteúdo básico em que pode ser criticada a hipótese de expectativas racionais.

2.0.1 Evolução dos modelos de expectativas racionais

Os modelos de expectativas racionais podem ser caracterizados pela existência de elementos auto-referenciais, ou seja, em que as variáveis endógenas são influenciadas pelas expectativas sobre os valores futuros das variáveis de interesse. A caracterização de Muth¹ destes modelos se baseia na formulação de modelos dinâmicos estocásticos para estudar o comportamento de modelos com *lags* distribuídos. Para Muth um modelo com expectativas racionais possui a propriedade de que as previsões feitas pelos agentes dentro do modelo são estatisticamente equivalentes as feitas pelo economista que formulou o modelo e conhece seus verdadeiros parâmetros estruturais.

A primeira aplicação concreta do conceito de expectativas racionais foi a de encontrar restrições no processo estatístico gerador da renda que iria tornar um lag geométrico distribuído um previsor ótimo para a renda. Muth demonstra que se a primeira diferença da renda é um processo de média móvel de primeira ordem (MA(1)), então este previsor é ótimo para qualquer horizonte de tempo.

O desenvolvimento do modelo de Muth se encontra no trabalho de Lucas

¹Muth, J. F. (1960) - "Optimal properties of exponentially weight forecasts". *Journal of The American Statistical Association* 55.

Muth, J. F. (1961) - "Rational expectations and the theory of price movements". *Econometrica* 29(3).

e Prescott², em que eles apontam a conexão entre expectativas racionais e modelos de equilíbrio. Neste modelo eles formulam as condições de equilíbrio parcial de uma indústria em que existe um número fixo de firmas idênticas sujeitas a custos de ajustamento do estoque de capital. Neste caso a firma representativa maximiza o valor presente de seu lucro ao escolher uma regra contingente para suas decisões de investimento, integrando teoria econômica e econometria de séries temporais ao gerar um mapeamento explícito dos parâmetros econômicos descrevendo preferências, tecnologia e choques exógenos aos momentos estatísticos de séries econômicas observáveis.

Hansen e Sargent³ realizam a transposição do modelo econômico de Lucas e Prescott para modelos econométricos lineares, assim permitindo a estimação e teste de modelos de expectativas racionais. Eles descrevem como as propriedades estatísticas (consistência e eficiência assintótica) desejadas para os parâmetros econômicos induzem medidas descritivas para a distância entre os momentos amostrais das séries temporais disponíveis e os momentos populacionais de equilíbrio definidos por estes momentos amostrais encontrados. A estimação destas medidas é usualmente realizada pelo Método dos Momentos Generalizado (Generalized Method of Moments - GMM) usando uma função de verossimilhança normal. Estimativas dos parâmetros são obtidas minimizando não-linearmente estas medidas com respeito aos valores dos parâmetros. A identificação do modelo econométrico é obtida se há uma única solução do problema de minimização da diferença entre os parâmetros obtidos e a teoria.

Os modelos de expectativas racionais constituem uma confrontação aos ideais e métodos Keynesianos como colocado nos artigos de Lucas⁴ e de

²Lucas, Robert Jr., e Prescott, Edward. (1971). "Investment under uncertainty", *Econometrica* 39(5).

³Hansen, L.P. e Sargent, T. J. (1980). "Formulating and estimating dynamic linear rational expectations models". *Journal of Economic Dynamics and Control* 2(1).

⁴Lucas, Robert Jr. (1976). "Econometric Policy Evaluation: A Critique". in the *Phillips Curve and Labor Markets*, K. Brunner e A. Meltzer (eds.) *Carnegie-Rochester Conferences in Public Policy*. Amsterdam; North Holland. Vol 1.

Kydland e Prescott⁵. O artigo de Lucas representa uma crítica mortal aos procedimentos econométricos keynesianos, que assumiam que os parâmetros econômicos de relevância eram invariantes (verdadeiramente estruturais) às alterações na política econômica, o que, dado a propriedade dos agentes econômicos formulando racionalmente suas expectativas se anteciparem a alterações de política torna este pressuposto fundamentalmente incorreto.

O modelo de Kydland e Prescott de inconsistência temporal demonstra a impossibilidade da utilização da teoria de controle ótimo na formulação de políticas econômicas discricionárias, significando que a recomendação expressa no artigo de Samuelson e Solow sobre a curva de Phillips não resultaria nos objetivos esperados, algo que de fato foi comprovado pela aceleração da inflação nos anos 70.

2.0.2 Caracterização dos modelos com expectativas racionais.

A hipótese de expectativas racionais exige as seguintes premissas :

1. As percepções subjetivas dos agentes podem ser caracterizadas através de distribuições de probabilidades .
2. Essas percepções subjetivas e a "realidade objetiva" são equivalentes, no sentido de possuírem a mesma distribuição de probabilidades .

Sargent caracteriza este conceito de expectativas racionais através de dois componentes : primeiro, a existência de um comportamento maximizador sujeito a restrições conhecidas por parte dos agentes, como usual na tradição

⁵Kydland, F. E. e Prescott, E. C. (1977). "Rules Rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans. " . *Journal Of Political Economy* 85.

neoclássica, e segundo, que essas restrições sejam mutuamente consistentes para todos os agentes . Em uma formulação de equilíbrio geral isso equivale à colocação de que os agentes conhecem o verdadeiro modelo desta "economia" e todos os parâmetros relevantes, e como consequência é eliminada a possibilidade de erros sistemáticos por parte dos agentes nesta economia, na forma colocada pela equações apresentadas . O fato de impor que os agentes conheçam todos os aspectos relevantes (o verdadeiro modelo e todos seus parâmetros) da "economia" onde existam é uma das críticas mais freqüentes ao conceito de expectativas racionais, mas a princípio esta crítica pode ser enganadora, já que a hipótese de expectativas racionais não se refere ao comportamento dos agentes, mas como um resultado final que ocorreria caso os agentes se comportassem desta forma, no que é conhecido como interpretação utilitarista da hipótese de expectativas racionais . Como afirma Lucas⁶:

"As Muth made clear, this hypothesis (like utility maximization) is not "behavioral" : it does not describe the way agents think about their environment, how they learn, process information, and so forth. It is rather a property likely to be (approximately) possessed by the outcome of this unspecified process of learning and adapting."

Esta caracterização do equilíbrio de expectativas racionais como apenas um resultado ex-post , sem a especificação dos mecanismos de aprendizagem e processamento de informações, pode ser justificada pela chamada metodologia de economia positiva advogada por Milton Friedman, em que os modelos econômicos devem ser julgados apenas pela precisão de suas capacidades preditivas ; citando Sargent (1994):

⁶Lucas, Robert Jr. (1978). "Asset Prices in a Exchange Economy", *Econometrica*, Vol 46, No 6 .

"From the standpoint of this methodology, the behavioral emptiness of rational expectations is neither virtue or defect ..."

Pela metodologia de Friedman, o julgamento dos modelos em que se assume a hipótese de expectativas racionais deveria ser feito apenas pela confrontação com os resultados empíricos, e não pelo realismo (ou ausência de) nos pressupostos. Mas mesmo por essa metodologia, os modelos de expectativas racionais não conseguem responder satisfatoriamente a uma série de questões, como por exemplo a multiplicidade de equilíbrios possíveis em alguns modelos de expectativas racionais. E mesmo em confrontação empírica, muitas vezes os resultados previstos pelos modelos de expectativas racionais não têm correspondido aos resultados econométricos encontrados. O caso mais notável disto tem sido a evidência econométrica de que a chamada Crítica de Lucas empiricamente não é relevante, como comprovado por King e Watson (1994) e Sargent(1999). A segunda parte deste trabalho se refere a discussão deste tema.

2.0.3 Problemas na formulação de modelos com expectativas racionais

A hipótese de expectativas racionais encontra diversas dificuldades, tanto de ordem teórica quanto de ordem empírica.

Uma dificuldade lógica emerge da possibilidade da utilização de expectativas racionais como instrumento de política econômica, já que isso significa a incorporação do economista que formula a política para "dentro" do modelo, dadas as características auto-referenciais dos modelos de expectativas racionais. Suponha que o conselho deste economista possui a credibilidade necessária para influenciar as decisões dos agentes. Isto significaria a alteração das distribuições de probabilidades correspondentes aos eventos futuros ligados ao comportamento esperado das políticas econômicas. Esta situação

então corresponde ao fato de que o economista na verdade não está usando um modelo de equilíbrio de expectativas racionais para interpretar os dados históricos, tendo atribuído aos agentes comportamentos que não levam em conta seus conselhos sobre a política econômica futura . Um exemplo deste uso inadequado das expectativas racionais pode ser encontrado no estudo de processos de estabilização após hiperinflações, como coloca de forma clara Sargent.⁷

Esta dificuldade lógica forma a base da crítica de Sims⁸ à econometria de expectativas racionais. Em modelos dinâmicos de expectativas racionais existem importantes formas em que o futuro influencia o presente, determinando simultaneamente resultados correntes e distribuições de probabilidades para os eventos futuros, sendo esta simultaneidade a fonte da dificuldade lógica de se usar modelos de expectativas racionais na formulação de políticas econômicas .

Outra fonte de problemas no uso de expectativas racionais se encontra no fato de que em muitos destes modelos ocorre uma multiplicidade de equilíbrios possíveis, tornando arbitrária a seleção de qual destes modelos será o resultante . Como exemplo tomemos o modelo de Taylor ⁹:

O modelo de Taylor consiste nas quatro seguintes equações :

$$Y_t = -d_1 [r_t - (p_{t+1,t}^* - p_{t,t-1}^*)] + d_2(m_t - p_t) + u_{1t} \quad (2.1a)$$

$$m_t - p_t = y_t - \alpha_1 r_t + \alpha_2 - (m_t - p_t) + u_{2t} \quad (2.1b)$$

$$y_t = y_0 + y_1(m_t - p_t) + u_{3t} \quad (2.1c)$$

$$m_t = m \quad (2.1d)$$

onde

y_t é o logaritmo do produto real ;

R_t é a taxa nominal de juros;

⁷Sargent, T. J. (1994) Bounded Rationality in Macroeconomics, páginas 25 a 32.

⁸Sims, C. F. "Policy analysis with econometric models" . *Brookings Papers on Economic Activity* 1.

⁹Taylor, J. B. (1977). "Condições for Unique Solutions in Stochastic Macroeconomic Models with Rational Expectations." *Econometrica* 45.

P_t é o preço do produto real;

$p_{t+i,t-1}^*$ é a predição de p em $t+1$ formada no tempo $t-1$;

m_t é o logaritmo do estoque nominal de saldos reais ;

u_{it} são ruídos brancos .

Rearranjando em função do nível de preços esperado :

$$p_{t+1,t-1}^* = p_{t,t-1}^* + \delta_1 p_t + \delta_0 + u_t \quad (2.2)$$

onde

$$\delta_1 \equiv \frac{1-\alpha_2}{\alpha_1} - \frac{d_2}{d_1} - y_1 \left(\frac{1}{\alpha_1} - \frac{1}{d_1} \right)$$

$$\delta_2 \equiv y_0 \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{d_1} \right) - \delta_1 m$$

$$u_t \equiv -\left(\frac{1}{d_1}\right)u_{1t} + \left(\frac{1}{\alpha_1}\right)u_{2t} + \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{d_1}\right)u_{3t}$$

Taylor soluciona esta equação usando o método dos coeficientes indeterminados, postulando uma solução da forma :

$$p_t = \bar{p} + \sum_{i=0}^{\infty} \pi_i u_{t-i} \quad (2.3)$$

obtendo

$$p_{t,t-1}^* = \bar{p} + \sum_{i=1}^{\infty} \pi_i u_{t-i} \quad (2.4a)$$

$$p_{t+1,t-1}^* = \bar{p} + \sum_{i=2}^{\infty} \pi_i u_{t+1-i} \quad (2.4b)$$

Substituindo (2.3) e (2.4) em (2.2) e igualando coeficientes leva as seguintes identidades :

$$\bar{p} = -\frac{\delta_1}{\delta_2}$$

$$\pi_0 = -\frac{1}{\delta_1}$$

$$\pi_{i+1} = (1 + \delta_1)\pi_i \quad i = 1, 2, \dots \quad (2.5)$$

A solução para p_t é então:

$$p_t = -\frac{\delta_0}{\delta_1} - \left(\frac{1}{\delta_1}\right)u_t + \pi_1 \sum_{i=0}^{\infty} (1 + \delta_1)^i u_{t-i-1} \quad (2.6)$$

onde π_1 permanece indeterminado . Tomando a raiz quadrada e usando o operador esperança obtemos o valor incondicionado da variância de p_t :

$$var(p_t) = \left[\left(\frac{1}{\delta_1}\right)^2 + \pi_1^2 \sum_{i=0}^{\infty} (1 + \delta_1)^{2i} \right] \sigma^2 \quad (2.7)$$

onde σ^2 é a variância composta dos ruídos u_t .

O modelo de Taylor apresenta uma série de possíveis equilíbrios. e a estrutura deste modelo não permite determinar qual valor de equilíbrio será determinado. Desta forma a presença de equilíbrios múltiplos em modelos

de expectativas racionais deixa em aberto para qual modelo de equilíbrio o modelo deve convergir. Um dos usos mais promissores de modelos com racionalidade limitada e agentes adaptativos é utilizá-los como métodos de seleção de equilíbrios.

Capítulo 3

Racionalidade Limitada

3.0.4 Descrição e origens

Apesar do interesse recente pela chamada racionalidade limitada, despertado principalmente pela aplicação deste conceito em teoria macroeconômica realizado por Thomas Sargent e o uso deste conceito em teoria dos jogos, é difícil encontrar uma definição exata para este termo e o que ele significa precisamente em termos de modelagem econômica . Em analogia à relação entre modelos lineares e não lineares em economia, a caracterização possível é a de que modelos com racionalidade limitada são todos aqueles que não se utilizam de racionalidade substantiva e/ou maximizadora para todos os agentes.

A origem do conceito de racionalidade limitada pode ser encontrada nos trabalhos de Herbert Simon realizados na Universidade de Carnegie-Melon durante os anos 60 . Ironicamente a hipótese de Expectativas Racionais tem origem neste mesmo lugar e época, inspirada por um trabalho conjunto de Simon com John Muth, em conjunto com Franco Modigliani e C. Holt. Simon (1991) argumenta que a idéia de expectativas racionais de Muth era uma resposta direta a sua doutrina de racionalidade limitada.¹ Simon estabelece dois

¹Holt, C. C., Modigliani, F., Muth, J. F., Simon, H.A. 1960. *Planning Production*,

conceitos de racionalidade: racionalidade substantiva e racionalidade procedural, sendo a primeira correspondente à noção neoclássica de racionalidade e a última correspondendo à idéia de racionalidade limitada .

Racionalidade substantiva corresponde à noção de racionalidade usualmente empregada pela chamada teoria neoclássica, e que também caracteriza a macroeconomia novo-clássica de expectativas racionais . O agente econômico é caracterizado por um comportamento maximizador de alguma função objetivo, em geral uma função de utilidade . Racionalidade aqui pode ser definida como a obtenção do método mais eficiente na realização deste determinado objetivo . Este método é usualmente descrito por meio de cálculo diferencial, programação linear ou dinâmica, controle ótimo, e nos casos em que existe incerteza se utilizam as ferramentas de cálculo e otimização estocástica . Notavelmente nesta visão não há espaço para elementos comportamentais ou psicológicos na formulação da estratégia de maximização dos agentes . Em particular no caso dos modelos descritos no capítulo 2 os agentes conhecem o verdadeiro modelo da economia e todos os seus parâmetros, sendo a solução de equilíbrio a que corresponde ao ponto em que os agentes maximizam seus objetivos sujeitos às restrições impostas pelo comportamento dos outros agentes, que também são substantivamente racionais . A solução de equilíbrio destes modelos é equivalente ao chamado equilíbrio de Nash utilizado pela teoria dos jogos, onde a estratégia selecionada é aquela em que todos os agentes decidem sabendo que seus oponentes tomarão suas decisões maximizadoras conscientes que seus oponentes agirão do mesmo modo, o que pode levar a um resultado que não é o melhor possível para o conjunto dos agentes.

Em contraste a esta visão Simon advoga que a noção relevante de racionalidade é a chamada racionalidade procedural, baseada na noção empregada em psicologia de racionalidade . Racionalidade procedural refere-se aos procedimentos reais utilizados pelo ser humano nos seus processos decisórios, no

Inventories and Work Force, Englewood Cliffs, Prentice-Hall.

que podemos caracterizar como a eficiência dos processos cognitivos empregados pela mente humana nos processos de comportamento e decisão . A racionalidade procedural compreenderia as situações em que o agente deve coletar informações de diversas formas e processá-la de forma a encontrar uma solução satisfatória a seu problema . Segundo Simon²

“Economics, since it postulated rationality in economic man, made him the supremely skillful actor, whose behavior could reveal something of the requirements the environment placed on him but nothing about his own cognitive makeup. But the difficulty must then extend beyond economics into all those parts of psychology concerned with rational behavior - thinking, problem solving, learning . ”

Para Simon, a concepção de ator econômico deveria ser transformada para incorporar os processos de adaptação realizados pela mente humana na solução de novos problemas, através do uso da memória acumulada na resolução de problemas parecidos . Desta forma a teoria da ação econômica deveria contemplar os mecanismos de assimilação e processamento informacional realizados . O caminho que Simon aponta, em seus estudos posteriores sobre psicologia e ciência da computação, é a de que o comportamento humano poderia ser modelado através de “Physical Symbol Systems” ou como é mais usualmente conhecido, sistemas de processamento de informações . Um sistema de processamento de informações é uma máquina que adote um conjunto de símbolos para representações internas de um meio ambiente para o qual esta máquina esteja tentando encontrar uma adaptação ou a solução de um problema .

²Simon, H. *The Sciences of th Artificial*, third Edition

Para Simon, a descrição e modelagem de agentes com racionalidade limitada deveria se utilizar dos progressos obtidos pela chamada Inteligência Artificial. Simon se afilia à chamada corrente “forte” da ciência da inteligência artificial, representada principalmente pelos trabalhos de Marvin Minski. Para esta corrente de pensamentos, não existe nenhum impedimento para a ocorrência de uma equivalência total entre a utilização de um computador e a mente humana, ou seja não existiriam problemas em pensar que um computador poderia representar perfeitamente a mente humana, ou como afirma Marvin Minski, o cérebro humano não seria nada além de um sofisticado computador feito de carne. Esta equivalência funcional entre um computador e a mente e o comportamento humano seria possível, já que segundo eles tanto o computador quanto a mente humana apenas se utilizariam de algoritmos (procedimentos) para a resolução de problemas. Os limites ao uso de computadores como mecanismos de representação e simulação do computador humano seriam progressivamente removidos, através do desenvolvimento de programas e algoritmos mais sofisticados e de computadores com crescentes capacidades de processamento.

A identificação entre Simon e a Inteligência Artificial forte pode ser encontrada em diversos textos de Simon, como por exemplo :

“... The difference between the hardware of a computer and “the hardware” of the brain has not prevented computers from simulating a wide spectrum of kinds of human thinking - just because both computer and brain, when engaged in thought, are adaptative systems, seeking to mold themselves to the shape of the task enviromenmt”³

O desenvolvimento de uma racionalidade limitada segundo a visão de Simon, consistiria em programar computadores através de algoritmos que

³Simon, Herbert. (1996)- *The Sciences of the Articial*- Third Edition , MIT Press.

representassem os processos cognitivos e decisórios do ser humano, contemplando os limites ao processamento de informações que existem na mente humana. A operacionalização desta teoria se daria pela simulação destes sistemas, e a partir destas simulações se construiria uma teoria da racionalidade limitada .

Embora sintética, esta descrição capta os elementos principais da obra de Simon, que deve ser notado foi se desligando progressivamente da área de economia e se concentrando em psicologia . Mas, embora correta ao identificar os problemas da modelagem neoclássica de racionalidade, a abordagem de Simon possui diversos problemas e limitações, sendo a principal a de funcionalidade .

A auto-identificação de Simon com inteligência artificial forte, na tradição de Marvin Minski, faz com que ele pertença a uma visão , digamos no mínimo problemática e ingênua, dos potenciais do uso de sistemas inteligentes e inteligência artificial. Talvez a crítica mais poderosa a IA forte esteja em um trabalho do conceituado físico Roger Penrose, em seu livro "The Emperor's New Mind" traduzido no Brasil como "A Nova Mente do Rei". Penrose se utiliza de diversos argumentos, inclusive formais, para demonstrar a impossibilidade da construção de algoritmos universais como os advogados pela IA forte .Os argumentos utilizados por Penrose incluem o uso de máquinas universais de Turing, a insolubilidade do chamado Problema de Hilbert e formalmente através do uso do cálculo Lambda de Church. O escopo e a profundidade dos argumentos de Penrose dificilmente poderiam ser resumidos no espaço de uma monografia, e assim fica a recomendação da leitura de Penrose.

3.1 Construindo agentes com racionalidade limitada.

Segundo o trabalho de Russel e Wefald (1991), existem três mecanismos básicos para a construção de agentes com racionalidade limitada:

1. Racionalidade Limitada por design - modelos em que o criador (designer) do modelo possui a capacidade computacional e informacional necessária para encontrar soluções globalmente ótimas e a usa para construir agentes que encontrem estas soluções com recursos computacionais finitos.
2. Racionalidade Limitada por deliberação - modelos em que o agente por si mesmo realiza decisões deliberadas para alterar seus mecanismos de escolha, modificando sua própria estrutura.
3. Racionalidade Limitada por adaptação - o agente é equipado com mecanismos que ajustam seu comportamento em resposta ao feedback de suas ações no meio ambiente, possibilitando que a qualidade de suas decisões evolua no tempo.

Uma forma simplificada de se construir um agente com racionalidade é assumir que o agente é limitado por seus recursos e sua capacidade de processamento de informações, sendo esta visão adotada pela maioria dos modelos computacionais de racionalidade limitada.

Uma maneira de caracterização semelhante a esta seria a a noção de otimalidade restrita, fazendo que o agente seja maximizador dos recursos que estão a sua disposição, sendo estes recursos tanto dotações iniciais, conjunto de informações, capacidade de processamento, etc. Esta visão, que corresponde a visão de racionalidade limitada defendida por Sargent (1994) e aos modelos computacionais existentes, ao fazer que o agente seja maximizador

mas não possa tentar alterar o meio ambiente, é contrastante com a visão defendida por Simon, que advogava que em situações de racionalidade limitada os agentes seguiriam procedimentos, mas também teriam capacidade criativa capaz de alterar as condições que enfrenta.

Embora a formulação defendida por Simon seja mais tentadora e realista ao capturar a capacidade criativa dos indivíduos humanos, ela é, ao menos teoricamente, impossível de ser modelada computacionalmente; modelos e algoritmos computacionais só podem realizar ações que de alguma forma tenham sido programados, incluindo a própria capacidade de adaptação que é derivada da programação realizada pelo formulador do algoritmo utilizado. Desta forma estamos presos a uma modelagem que é mais próxima da idéia de otimalidade restrita do que a noção de racionalidade limitada defendida por Simon.

Como exemplo, no filme *Matrix*, a grande vantagem dos revolucionários humanos era a sua capacidade de quebrar as regras da *Matrix*, enquanto que os agentes, embora muito mais poderosos que os indivíduos humanos, e tendo capacidade de acesso irrestrito ao conhecimento da *Matrix*, eram presos às regras de funcionamento criadas pela *Matrix*. Os agentes neste filme adicionalmente servem como um ótimo exemplo de racionalidade limitada devido as suas limitações de processamento; mesmo tendo acesso pleno ao conhecimento total existente na *Matrix* possuíam capacidade restrita de reação e decisão, sendo equivalentes ao que em computação denominamos de programas agentes.

Capítulo 4

Modelando Racionalidade Limitada - Algoritmos Genéticos

4.1 Descrição

Algoritmos Genéticos são possivelmente o mais bem sucedido campo de pesquisa em inteligência artificial, devido a sua relativa simplicidade e a infinidade de aplicações onde sua aplicação tem sido bem sucedida .

Os algoritmos genéticos são baseados na noção biológica da sobrevivência do mais apto, de acordo com o que somente os mais fortes e aptos têm maiores probabilidades de reprodução que os fracos e inaptos . Deste modo seus descendentes terão herdado as melhores características de seus pais, e devido ao processo de evolução tendem ainda a ser mais fortes e saudáveis que seus pais. O núcleo do processo é a seleção natural dos indivíduos mais aptos a superar o problema colocado pelo programador do algoritmo .

O nascimento dos algoritmos genéticos é devido ao trabalho de Holland (1975) , que transferiu os princípios de seleção natural para processos de otimização . Matematicamente um algoritmo genético é método de busca de uso geral que pode ser usado para obter-se soluções heurísticas para problemas combinatoriais que geralmente não têm soluções fechadas .

CAPÍTULO 4. MODELANDO RACIONALIDADE LIMITADA - ALGORITMOS GENÉTICOS

O algoritmo genético de John Holland possibilitava encontrar pontos de máximo do que foi chamado de *rugged landscapes*, o que poderíamos traduzir como paisagens irregulares. Estas paisagens, representando a função a ser maximizada, possuiria pontos em que suas derivadas não existem, o que impossibilita o uso de métodos numéricos como o método de Newton ou variações deste método para se encontrar máximos globais. A solução proposta por Holland era codificar cada possível solução como uma cadeia binária de genes.

Podemos definir um aleatoriamente um indivíduo x_i com três genes de tamanho 4 na seguinte codificação binária: 0101 0110 1101. Podemos caracterizar cada gene como um parâmetro de entrada na função que queremos maximizar. Um possível exemplo seria a maximização de uma função de produção com três parâmetros, capital físico, trabalho e capital humano, por exemplo. Cada gene representaria o valor de cada parâmetro de entrada.

Um algoritmo genético é iniciado com um número de soluções tomadas aleatoriamente (representando os primeiros pais), e cujos sucessivos cruzamentos levam a novas gerações de soluções (os descendentes), e que geração após geração levam a soluções mais eficientes para o problema de otimização proposto. Como critério de convergência para uma solução estável se repete o processo várias vezes com valores iniciais diferentes para se assegurar que se encontrou um máximo global.

Vários termos biológicos são usados pela literatura de algoritmos genéticos. O conjunto de soluções é chamado uma população, indivíduos são de chamados cromossomos e uma característica individual é chamada um gene.

Como colocado por Michalewicz (1992), um algoritmo genético deve ter cinco características:

1. Uma *representação* para as potenciais soluções para o problema.
2. Uma função de *avaliação* que classifica as soluções de acordo com sua performance.

CAPÍTULO 4. MODELANDO RACIONALIDADE LIMITADA - ALGORITMOS GENÉTICOS

3. Um meio de se criar uma *população inicial* (primeira geração) de soluções potenciais.
4. Procedimentos de *reprodução* que criam a próxima geração baseada na combinação das características da geração atual .
5. Valores iniciais para diversos *parâmetros* (tamanho da população, probabilidades de mutação, etc.)

Como sintetiza Sargent , o algoritmo genético é operacionalizado através dos seguintes operadores :

1. Avaliação de Fitness - Para cada indivíduo x_i da população de possíveis soluções, avalia-se o fitness relativo do indivíduo x_i como razão entre o fitness deste indivíduo sobre a somatória total de fitness de todos os elementos da população .
2. Reprodução proporcional ao fitness individual - A probabilidade de reprodução de cada indivíduo é dada pela proporção relativa de fitness do indivíduo. Se o fitness relativo do indivíduo x_i é 20% , a probabilidade de reprodução deste indivíduo é 0,20.
3. Mutação - Submeta a uma probabilidade reduzida à possibilidade de cada bit do gene sofrer uma mutação; por exemplo se o gene é codificado como 0101 podemos definir a probabilidade do bit sofrer uma mutação e ser invertido. Por exemplo uma mutação possível é a transformação do terceiro bit de 0 para um, fazendo com que o gene original 0101 sofra uma mutação para 0111.
4. Cruzamento - Divida aleatoriamente os indivíduos da população em duas partes iguais (machos e fêmeas) e forme aleatoriamente pares entre as duas partes da população . Agora sorteie aleatoriamente um número s entre 1 e o total de bits formadores do indivíduo. Com este valor combine os s primeiros bits da cadeia genética do indivíduo macho (ou

fêmea) com os $t-s$ bits restantes do parceiro, e vice-versa o $t-s$ bits finais do indivíduo macho (fêmea) com os s primeiros bits do parceiro . Essas recombinações formam os descendentes deste cruzamento, gerando um número de descendentes igual ao número de indivíduos .

4.2 Aplicações

O uso de algoritmos genéticos em economia e finanças, embora ainda se encontre em estado embrionário, vem possibilitando ganhos significativos na modelagem de agentes com racionalidade limitada em problemas de maximização que não são solucionáveis pelos métodos usuais . A seguir segue uma descrição de diversos usos de algoritmos genéticos em economia .

4.2.1 Experimentos com a taxa de câmbio

Arifovic(1992) utilizou algoritmos genéticos para o estudo do comportamento da taxa de câmbio em uma economia artificial, baseado em um modelo de gerações justapostas . O objetivo de Arifovic era encontrar modelos de taxa de câmbio que gerassem comportamentos para a taxa de câmbio que se aproximassem mais do comportamento observado empiricamente . Os resultados do modelo de Arifovic mostram que a modelagem de agentes que se adaptam utilizando algoritmos genéticos leva a comportamentos mais realistas dos que os descritos pela teoria econômica padrão e para outros modelos de agentes adaptativos, como os que se utilizam de aprendizado por mínimos quadrados e por métodos de Newton-Raphson.

4.2.2 Convergência ao equilíbrio

O modelo proposto por Marimon, McGrattan e Sargent (1990) colocou agentes que se adaptam utilizando de algoritmos genéticos no modelo econômico proposto por Kiyotaki e Wright(1989), e verificou que neste modelo há

convergência ao equilíbrio. Litterman e Knez(1989) também testaram uma variante deste modelo e também obtiveram como resultado convergência ao equilíbrio.

4.2.3 Modelagem da função de reação das autoridades monetárias

Em sua tese de doutorado, Chung(1990) implementou um modelo de racionalidade limitada em que as autoridades macroeconômicas aprendem o comportamento das séries macroeconômicas e desenvolvem e aplicam políticas econômicas baseadas em um modelo de aprendizado da curva de Phillips por meio de algoritmos genéticos. O modelo apresenta uma série de comportamentos interessantes, como a possibilidade de múltiplos equilíbrios. O modelo é uma versão estendida do modelo de inconsistência dinâmica de Kydland e Prescott da curva de Phillips . Pode se tentativamente dizer que o modelo de Chung serviu como inspiração do recente trabalho de Sargent (1999) sobre o comportamento da inflação americana do pós guerra, em que se verifica um processo de aprendizado sobre a possibilidade de se explorar a curva de Phillips pelas autoridades econômicas.

4.2.4 Ferramenta econométrica

Robert Engle (1999) utiliza o algoritmo genético na implementação de seu modelo de Value at Risk, no que foi chamado por ele de CaViar (Conditional Value at Risk) . O modelo de Engle é baseado em se encontrar o Value at Risk condicional de um portfólio através de um modelo de regressão no quartil (quantile regression) . Engle utiliza o algoritmo genético na maximização necessária a estimação dos parâmetros da regressão no quartil, o que não pode ser feita pelos métodos usuais de maximização numérica (Newton-Raphson, Marquandt, Davidson-Fletcher-Powell, etc), devido a que a função de maximização utilizada desta regressão é o que chamaríamos de *rugged*

landscapes, ou seja apresenta pontos de descontinuidade onde não existem derivadas e que levam a falha dos demais métodos de maximização .

4.2.5 Modelagem de agentes especuladores

Shu-Heng Chen e Chia-Hsua Hen (1997, refs 11 e 13) modelam um mercado através do uso de programação genética na qual a ação dos especuladores leva a redução da volatilidade do mercado e contribui para a eficiência do mercado, em uma condição de regulamentação bastante restritiva . Este modelo demonstra condições em que uma economia instável pode ser estabilizada pela ação destes agentes especuladores que aprendem o comportamento do mercado através do uso de algoritmos genéticos . Em um trabalho análogo de 1997 os mesmos autores modelam uma economia baseada no modelo de Muth (1961) de economia de produção, e demonstram que nestas condições a presença de agentes adaptativos pelo uso de programação genética pode levar a instabilidade do mercado, mas com a imposição de regulamentação os especuladores contribuem para estabilizar esta economia . Os resultados deste modelo são também bastante coerentes com experimentos realizados com agentes humanos .

A importância dos modelos propostos por Chen e Hen é mostra a possibilidade da superação do teorema de No-Trade de Tirole (1982), que demonstra a impossibilidade formal de trocas em um mercado formado somente por agentes especuladores com expectativas racionais . Em outro trabalho, Shen e Hen (1999) conseguem através do uso de programação genética modelar mercados financeiros que se aproximam das características de volatilidade apresentadas pelos mercados financeiros, em termos de que em seu modelo as séries resultantes demonstram características de volatilidade análogas aos modelos ARCH (autoregressive conditional heteroscedasticity) e GARCH (generalized ARCH) .

4.2.6 Seleção de equilíbrios

O modelo de Chen e Duffy (1996, ref 8) utiliza-se de uma população de agentes heterogêneos que são submetidos a um jogo de coordenação, análogo ao realizado por Hyuck, Cook e Battalio (1994) com agentes humanos . Os agentes artificialmente inteligentes do modelo de Shen e Duffy selecionaram os mesmos equilíbrios que os agentes humanos de modelo de Hyuck, Cook e Battalio selecionaram, demonstrando o uso deste tipo de modelagem no estudo do comportamento de agentes humanos em jogos de coordenação simples com múltiplos equilíbrios possíveis .

4.2.7 Precificação de derivativos

Chen, Lee e Yeh (1998, refs 18 e 19) propõem um modelo de precificação de derivativos baseado na modelagem empírica utilizando programação genética . O modelo consegue superar diversos métodos não paramétricos como o uso de redes neurais na precificação de ativos, mas ainda tendo resultados inferiores ao do tradicional modelo de Black e Scholes de precificação de opções .

4.2.8 A bolsa de valores artificial do Instituto Santa Fé.

O instituto Santa Fé, notório pela pesquisa interdisciplinar no que ficou conhecido como Ciências da Complexidade, desenvolveu um modelo artificial de bolsa de valores no qual tenta-se replicar o comportamento encontrado nos mercados financeiros reais. Este modelo computacional, conhecido como Santa Fé Stock Market, e desenvolvido por Richard Palmer, Blake Le Baron, Paul Tyler, Brian Arthur e por fim John Holland, tinha por objetivo modelar um mercado formado por agentes heterogêneos que adaptam suas expectativas e regras de decisão de acordo com as expectativas agregadas do mercado. O modelo de Santa Fé tem obtido sucesso em replicar fenômenos observados empiricamente como o sucesso de regras de filtro e análise téc-

nica, efeitos *Bandwagon*, e reações à chamada psicologia de mercado . Ao contrário da idéia de eficiência de mercado, o modelo de Santa Fé exhibe comportamentos complexos como a existência de *booms* e *crashes*, possibilidades reais de arbitragem e o comportamento da volatilidade e dos preços exibem comportamentos do tipo GARCH, exatamente como observado nos mercados financeiros reais, e que não são explicados satisfatoriamente pela teoria econômica padrão.

As características dos agentes deste modelo, que ao invés de conhecerem o verdadeiro modelo da economia, como é colocado pelo paradigma das expectativas racionais, desenvolvem uma dinâmica de aprendizado e formulação de modelos e estratégias de atuação, e que ao invés de levar a um equilíbrio único, levam a possibilidade da existência de diversos *regimes* , alguns estáveis (tendendo ao equilíbrio), e alguns instáveis, que apresentam comportamentos como bolhas e não linearidades. A bolsa de valores artificial de Santa Fé tem mostrado que a transição entre estes regimes é dada pelas expectativas formadas endogenamente por estes agentes adaptativos.

4.3 Conclusão

A modelagem de racionalidade limitada e heterogeneidade no comportamento dos agentes têm se baseado no uso de algoritmos genéticos como seu principal instrumento computacional, e cujo sucesso em replicar os comportamentos observados empiricamente tem sido notável. A modelagem por algoritmos genéticos possui duas características que são extremamente relevantes; a simplicidade operacional e as ricas dinâmicas que estes modelos apresentam.

A simplicidade operacional decorre porque a implementação computacional de algoritmos genéticos, como procurei demonstrar, é relativamente simples. A única alteração necessária na modelagem de um mercado genérico como o criado pelo Santa Fé é a especificação da função objetivo (função de avaliação de fitness) de cada agente, e a forma que estes agentes interagem

CAPÍTULO 4. MODELANDO RACIONALIDADE LIMITADA - ALGORITMOS GENÉTICOS

no mercado. Diferentes especificações nas características individuais de cada agente, como alterações no grau de aversão ao risco podem ser implementadas, ou então de forma mais ousada, serem tornadas endógenas.

A segunda característica que torna atrativo o uso de algoritmos genéticos na modelagem de agentes com racionalidade limitada é o fato de que a própria dinâmica evolucionária de aprendizado dos agentes ao que, nos termos de expectativas racionais, chamaríamos de modelo "correto" da economia, leva a conclusão oposta de que é pouco provável a existência de um modelo de equilíbrio estável nestas economias, mas sim uma sequência de regimes. A cada novo regime o comportamento dos agentes tem de se adaptar às novas condições, o que traz como consequência a possibilidade de que estas adaptações induzam a mudança para um novo regime, e assim levando a uma sequência que pode ser não convergente de situações possíveis.

Os algoritmos genéticos, ao terem sua estrutura de funcionamento baseada em adaptação e aprendizagem, possibilitam uma modelagem muito mais intuitiva e próxima da forma como os agentes se comportam na realidade. Como os agentes econômicos reais, os agentes adaptativos baseados em algoritmos genéticos enfrentam problema de incerteza quanto ao sucesso de suas estratégias de decisão, e que como as firmas e indivíduos reais, sabem que o fracasso de uma determinada estratégia leva a possibilidade real de não sobrevivência, o que em termos reais conhecemos como falência e desemprego.

Capítulo 5

Modelando Racionalidade Limitada - Redes Neurais

5.1 Introdução

Podemos definir redes neurais como simplesmente um modelo estatístico formado por um conjunto de parâmetros, que são chamados de pesos (weights) . Estes pesos realizam um mapeamento de um conjunto de entradas (inputs) para um conjunto associado de valores de saída (output) . O processo de se encontrar o conjunto de valores mais adequado para estes pesos é chamado processo de treinamento ou aprendizado, e consiste em seqüencialmente se testar valores ajustar os valores associados aos pesos de forma a minimizar o erro entre o modelo de rede neural implementado e os valores verificados empiricamente. Com o processo de treinamento da rede neural finalizado por algum processo de convergência podemos fazer interpolações e extrapolações (previsões) para valores não observados no conjunto amostral . Sinteticamente podemos dizer que redes neurais são simplesmente uma forma de se aproximar funções .

O nome é derivado da analogia na construção de redes neurais artificiais e as redes formados pelos neurons no cérebro humano . Citando Portugal

(1995):

"The human brain with its billions of neurons connected together in thousands of ways is not like a computer. Experiences which come in through the senses trigger electrical signals that pass between the neurons. Patterns and regularities perceived by the senses are then remembered as similar patterns of neural discharges. In the brain, experiences are recorded as strength of connections between neurons. A new experience coming in through the senses changes the strength of the connections. This pattern is then subsequently remembered. An ANN are just an attempt to imitate how the brain's network of neurons learns."

Redes Neurais são capazes de reconhecer e aprender padrões complexos e realizar previsões sobre séries temporais que se caracterizam por ser altamente não lineares . Duas renomadas aplicações do uso de redes neurais foram a decodificação de sequências de genes em proteínas e a capacidade de reconhecimento de caos determinístico .

Redes Neurais são usualmente utilizadas de duas formas:

1. Classificação ou Discriminação : Utilizar redes neurais para classificação significa a utilização da rede neural para identificar a qual classe ou grupo uma determinada entrada pertence .
2. Funções Numéricas Contínuas : Estas funções descrevem o relacionamento entre diferentes conjuntos de variáveis de um sistema real . Aqui a rede neural realiza o papel de uma função que mapeia um conjunto de variáveis explicativas para uma função de resultados (variável explicada) . Exemplos deste tipo de aplicação de redes neurais são o uso de redes para a previsão de alguma variável ; o exemplo notório vem do trabalho de White utilizando redes neurais para a previsão dos preços futuros de ações da IBM e assim testar a hipótese de mercados eficientes .

5.2 Definição de uma rede neural

O modelo mais simples de uma rede neural é o que chamamos de perceptron de única camada . O perceptron transforma um vetor de parâmetros de entrada $x_i, \dots, x_j$ em um resultado y_i que pode ser também ser considerado uma entrada para outro perceptron . O perceptron pode então ser modelado como :

$$y_t = S \left(\sum_{i=1}^k w_i x_{it} \right)$$

onde representa o valor de saída, w representa um vetor de pesos e x representa um vetor de valores de entrada . A função S é uma função monotonamente não decrescente que então mapeia $\mathbb{R}$ entre 0 e 1 . Três funções tradicionalmente utilizadas para este fim são :

1. Heaviside Step

$$S(z) = \begin{cases} 1, \forall z \geq 0 \\ 0, \forall z < 0 \end{cases}$$

2. Função Sigmóide

$$S(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

3. Qualquer função de distribuição acumulada, por exemplo a Normal :

$$S(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^z \exp \left(\frac{-x^2}{2\sigma^2} \right) dx$$

5.3 Redes Neurais

Redes neurais são realizadas por combinações (empilhamentos) de camadas de perceptrons e ligando estas cadeias de perceptrons por peso, ou seja da

mesma forma que dentro do perceptron os pesos mapeiam as entradas para as saídas, em uma rede neural há pesos ligando as diferentes camadas de perceptrons. Redes Neurais construídas desta maneira são conhecidas como *feedforward neural networks*. Redes Neurais também podem apresentar o que é conhecido como camadas ocultas. o que levaria a uma representação da forma:

$$y_t = \theta_0 + \sum_{j=1}^q \theta_j a_{tj}$$

$$a_{tj} = S \left(\sum_{i=1}^k w_{ji} x_{it} \right)$$

Sendo na segunda equação a_{tj} o produto da camada oculta j , que é um perceptron. A primeira equação gera o resultado y_t da rede neural como uma função do vetor de produtos do conjunto de camadas ocultas. Os parâmetros da rede são os pesos w_{ji} e θ_j .

A descrição acima apresenta o protótipo básico de uma rede neural (*feed-forward neural network with hidden layers*), constituindo a ferramenta básica na utilização de redes neurais para as mais diversas finalidades.

Uma descrição sintética de uma rede neural é a de um método estatístico não-paramétrico, e que de modo simplista podemos chamar de um "polinômio" exótico cujas características são definidas pelo conjunto de pesos w .

5.3.1 Tipos de redes neurais

Segundo Portugal (1995), os cinco tipos de redes neurais a seguir podem ser considerados os mais relevantes, enquanto que somente os dois primeiros tipos apresentados tem aplicações em ciência econômica:

1. Perceptron

2. Perceptron de múltiplas camadas (Backpropagation)
3. Sistema ART - Classificador de Carpenter-Grossberg
4. Rede de Kohonen
5. Rede de Hopfield - Memória Associativa

5.4 Aplicações

Redes neurais são utilizadas em economia principalmente como um método econométrico não-paramétrico, mas outras aplicações, incluindo esta, serão descritas, se destacando as áreas de finanças e pesquisa operacional.

5.4.1 Data Mining

O conceito de data mining se refere a tentar extrair toda informação potencialmente útil de um conjunto de dados . Como redes neurais tem a capacidade de aprender padrões complexos e não lineares, sua aplicação neste tipo de análise é imediata. Como relatado em Swingler (1996) redes neurais foram utilizadas nas seguintes aplicações : avaliação da verossimilhança de renovação de contratos de aluguel; identificar os consumidores mais propensos a responder a catálogos enviados pelo correio; uma grande companhia produtora de cerveja utilizou-se de redes neurais para modelar a rentabilidade de cada um de seus *pubs* . O uso de redes neurais é vantajoso aonde exista um grande número de dados e não exista a priori nenhum modelo paramétrico disponível ou adequado.

5.4.2 Modelagem e controle de processos industriais

Embora não diretamente econômica, este tipo de aplicação tem efeitos econômicos devido a melhoras na estrutura produtiva e na cadeia de custos e lucros.

Aplicações industriais conhecidas são controle de entrada de insumos em indústrias químicas; regulação de fornos de microondas; previsão de falhas e quebras em máquinas e equipamentos; monitoramento de pacientes em hospitais, e recentemente o banco Unibanco tem utilizado uma rede neural para identificar possibilidades de fraudes no uso de seu cartão de compras virtual conhecido como E-Card.

5.4.3 Modelagem Econométrica

O uso de redes neurais para modelagem econométrica possivelmente é o uso mais difundido de redes neurais em aplicações econômicas. Como já colocado a grande utilidade de redes neurais é sua capacidade de reconhecer padrões extremamente complexos, como processos caóticos determinísticos e não lineares. Devido a esta característica redes neurais são utilizadas para capturar processos que não são satisfatoriamente modelados pelas técnicas econométricas comuns, principalmente as que se baseiam em processos estatísticos geradores lineares.

Como exemplo, tem se tentado modelar séries tradicionalmente complicadas, como por exemplo previsões da taxa de câmbio futura, por redes neurais. Portugal (1995), em um estudo comparativo, aponta que, para previsões a um passo a frente, redes neurais e modelos estruturais de componentes não observáveis são equivalentes; mas para previsão de mais passos a frente, redes neurais apresentam maior capacidade preditiva. Portugal e Correa (1999) demonstram que na presença de quebras estruturais, redes neurais têm capacidade explicativa e preditiva para momentos logo após a quebra superiores aos modelos econométricos tradicionais, que são extremamente prejudicados pela existência de quebras.

Mas o uso de redes neurais como instrumentos econométricos enfrenta algumas sérias restrições. A primeira é que toda a metodologia de testes estatísticos de significância de parâmetros, estrutura de resíduos, etc, não encontra-se desenvolvida para modelos de redes neurais, o que é uma limi-

tação ao uso destes modelos. Outra restrição a ser colocada é a tendência destes modelos capturarem tanto a estrutura (mecanismo gerador) quanto capturar indevidamente a parte aleatória, ou seja, redes neurais acabam modelando o ruído existente nas séries, viesando as estimativas e prejudicando a capacidade preditiva. Estes fenômenos são conhecidos na literatura como *Overfitting* e *Data Snooping*.

Outras restrições derivam da dificuldade em se realizar o treinamento da redes, e principalmente em se determinar o número adequado de camadas e perceptrons, processo que acaba ficando dependente da própria experiência do pesquisador, já que não nenhuma metodologia para este fim. Em oposição, nos modelos econométricos normais o número de parâmetros, ordem das defasagens, etc, pode ser determinado por critérios como AIC (Akayke Information Criterion) e BIC (Bayes Information Criterion), que em redes neurais ainda não são existentes.

5.4.4 Modelagem de processos não-lineares - Aprendendo a formula de Black-Scholes

Em um interessante artigo, Hutchinson, Lo e Poggio (1994) colocam a questão de se redes neurais poderiam aprender a formula de Black e Scholes de determinação do preço de opções. Eles realizam este experimento através de uma série de procedimentos de Monte Carlo, no qual várias redes neurais são treinadas para estimar de forma não paramétrica os parâmetros da equação de Black-Scholes, e os resultados são comparados com os valores gerados analiticamente pela equação. Os resultados encontrados indicam que redes neurais podem aproximar este modelo de precificação de opções com razoável acurácia, mesmo com intervalos de somente seis meses de dados diários.

5.4.5 Jogos Dinâmicos

In-Koo-Cho e Sargent (1995) demonstram a potencialidade do uso de redes neurais no estudo de jogos dinâmicos e representação de estratégias. Os resultados deste trabalho são de que mesmo simples perceptrons podem implementar estratégias que permitem que redes neurais possam codificar suficientes estratégias dependentes do passado, possibilitando a representação de um grande número de equilíbrios possíveis em jogos repetitivos e economias dinâmicas. Exemplos apresentados são modelos de risco moral e crescimento estocástico.

5.5 Conclusões

O uso de redes neurais em modelos econômicos permite a construção de um instrumento não paramétrico capaz de realizar o aprendizado de estruturas e padrões complexos em séries econômicas e o estratégias em jogos dinâmicos. A construção de agentes que se utilizam de redes neurais no processo de aprendizado do ambiente econômico, como o realizado por In Koo-Sho e Sargent, é efetivamente um progresso na modelagem de agentes cuja racionalidade deva ser limitada.

Como o processo de treinamento das redes neurais é um processo dinâmico, é possível a construção de modelos em que o processo de aprendizagem em si leva a formação de dinâmicas econômicas, no qual percepção de novas situações e regimes possivelmente levará a resultados análogos aos encontrados nos modelos baseados em algoritmos genéticos.

Capítulo 6

Conclusão

Esta monografia realizou uma breve revisão sobre o uso de dois métodos computacionais para modelagem econômica, centrando-se na possibilidade de se construir agentes cuja racionalidade seja limitada, ou seja, agentes que devem aprender as características relevantes do seu meio ambiente (modelo) econométrico.

A chamada hipótese de expectativas racionais obteve renomado sucesso ao apontar as fraquezas da teoria econômica keynesiana, com sua modelagem deficiente do processo decisório dos agentes, que permaneciam passivos aos possíveis efeitos das políticas discricionárias keynesianas. A macroeconomia das expectativas racionais, adicionalmente, representou um enorme salto quanto ao ferramental matemático, estatístico e econométrico utilizado pelos macroeconomistas, possibilitando o estudo de temas ainda não explorados. Mas, um dos motivos do sucesso da adoção de expectativas racionais no processo de formação de expectativas, acredito eu, é a sua relativa simplicidade e capacidade resultados definidos.

Modelar agentes com racionalidade ilimitada é sem dúvida mais fácil do que modelar agentes que não possuem conhecimento pleno; a estrutura formal dos modelos é sem dúvida mais simples, e principalmente chegamos a resultados mais sólidos e de interpretação mais direta, permitindo aos econo-

mistas prescreverem políticas econômicas baseados na análise das alterações no bem estar agregado causado pelas adoções destas políticas.

Mas enquanto os modelos de expectativas racionais continuam a ser bem sucedidos em algumas questões, como eficiência de mercado e o modelo de precificação de ativos de Lucas, estes modelos foram rejeitados na maioria dos testes empíricos realizados, e sua estrutura lógica não permite explicar vários fenômenos empíricos. Um destes fenômenos é a existência de mudanças de regimes, como por exemplo estabilizações inflacionárias. Se todos os agentes são racionais e durante todo o tempo estão sendo maximizadores, não há a possibilidade de uma mudança de regime.

Estes modelos também deixam em aberto a uma série de questões, como por exemplo a convergência ao equilíbrio em modelos em que existe a possibilidade de múltiplos equilíbrios, como o modelo de Taylor descrito no capítulo 2. Estas questões apontam os limites ao uso de racionalidade ilimitada em economia.

Mas avançar rumo ao que Sims (1980) chamou de "selvageria das expectativas irracionais", representa também grandes obstáculos para serem transpostos, de naturezas diversas.

O primeiro obstáculo se refere a própria forma de se elaborar modelos em economia, que ao invés de se basear na construção de um conjunto de equações representando as variáveis endógenas e exógenas do sistema, e cuja resolução consiste na busca de soluções estáveis de equilíbrio, para simulações numéricas e computacionais. Estas simulações, representadas por apenas agentes heterogêneos e condições iniciais, normalmente não têm o que chamaríamos de equilíbrio (convergência); ao invés temos um sistema que evolui dinamicamente, que tanto pode convergir para uma situação estável que chamaríamos de solução, ou pode apresentar dinâmicas não convergentes, como por exemplo as mudanças de regime que o modelo de bolsa de valores artificial de Santa Fé apresenta.

Devido a estas características, é difícil interpretar estes modelos, já que

são seus resultados são provenientes de simulações, e desta forma não repliáveis ou passíveis de teste por evidências empíricas.

Mas os algoritmos genéticos e redes neurais brevemente resenhados neste trabalho são *ferramentas* bem sucedidas em termos de serem crescentemente utilizadas como instrumentos de maximização, classificação e econometria e, conquanto avancem de forma gradual dentro da ciência econômica, suas aplicações no mundo real crescem rapidamente. Aplicações em econometria, controle de processos e pesquisa operacional já são consideradas como consolidadas.

Como instrumentos de modelagem de agentes em economia, colocando-se as ressalvas apresentadas, estas ferramentas podem ser consideradas de alguma forma úteis, já que se baseiam em processos de aprendizado e adaptação que levam a progressivas capacidades de reação dos agentes a mudanças nas situações econômicas. Esta capacidade de adaptação torna estes métodos valiosos como instrumentos de análise econômica; como no mundo real, do fracasso ou sucesso das adaptações realizadas por estes agentes artificiais depende sua sobrevivência.

Como conclusão, Sargent ao final de seu tratado sobre o tema afirma:¹ "Despite my reservations about them as theories of real time dynamics, I like adaptative algorithms for selecting equilibria, and is likely to be applied often. Econometricians are now using genetic algorithms and stochastic Gauss-Newton procedures, even if the agents in the models that are estimating are not."

Minha opinião pessoal é que além de representarem uma possibilidade de aprendizado de novas técnicas e efetivamente configurarem uma expressiva introdução ao que se convencionou chamar de economia computacional, eu creio que como métodos de se representar agentes heterogêneos são um ponto de partida promissor.

¹Sargent, Thomas (1994). *Bounded Rationality in Macroeconomics*, Oxford University Press

Capítulo 7

Apêndice - Uma implementação de um Algoritmo Genético

O seguinte código fonte é uma implementação genérica de um algoritmo genético codificada em Common-Lisp, realizada por William Spears, Navy Center for Applied Reserach in AI. Para a utilização deste código fonte na análise de outros problemas a única necessidade é se alterar a função objetivo no arquivo myeval colocado abaixo. Conforme colocado no preâmbulo este código fonte é livre distribuição desde que se inclua o preâmbulo abaixo . O código foi testado em um sistema Linux 2.2.13 rodando o programa Xlisp-Stat 3.59.2 (beta) de Luke Tierney e funcionou sem problemas.

```
;;; -*- Mode:LISP; Base:10; Syntax:Common-Lisp; -*-

;*****
;
;               *
; William M. Spears           *
; Navy Center for Applied Research in AI       *
; Naval Research Laboratory           *
;               *
; This software is the property of the Department of the *
; Navy. Permission is hereby granted to copy all or any *
; part of this program for free distribution, however *
; this header is required on all copies.           *
;               *
; File: ga.lisp           *
;*****

(in-package user)
(require "utility")
(require "cross")
```

```

(require "fitness")
(require "eval")
(require "global")
(require "mutate")
(require "select")
(require "shuffle")
(require "term")
(require "conv")
(provide "ga")

(proclaim '(special *C* *F* *SH* *done*))

; Run GA repeatedly until you are done.

(defun ga-search (pop-size bits port)
  (setq *done* nil)
  (init-ga-variables pop-size bits .001 .6)
  (init-ga-population)

  (do ((i 1 (1+ i)))
    (*done* t)
    (format t "Iteration ~A of GA at ~A generations~%" i *T*)
    (format port "Iteration ~A of GA at ~A generations~%" i *T*)
    (run-ga pop-size bits port)
    (if (null *done*) (reinit-everything)))
  )

; Your fairly standard generational GA.

(defun run-ga (pop-size bits port)
  (time-keeper)
  (fitness)
  (offspring)
  (do ((i 0 (1+ i)))
    ((or (setq *done* (termination?)) (convergence? port)) t)
    (ga-select)
    (shuffle)
    (swap-pops)
    (copy-population)
    (mutate)
    (cross-population)
    (time-keeper)
    (fitness)
    (offspring)
  ))

; File: utility.lisp
; *****

(in-package user)
(provide "utility")

(proclaim '(special *T*))

; Keep track of the generation number...

(defun time-keeper ()
  (setq *T* (1+ *T*))
  (format t "~%Generation ~A:~%" *T*))

; Return a random integer from 1 to n inclusive.

```

```

(defun rand (n)
  (1+ (truncate (* n (/ (float (random 99999)) 100000.0)) ) ) )
)

; Return a random real from (0.0 1.0).

(defun srand ()
  (/ (+ 1.0 (random 99998)) 100000.0)
)

; Return a random bit (0 or 1).

(defun brand () (- (rand 2) 1))

; File: cross.lisp
;*****

(in-package user)
(provide "cross")

(proclaim '(special *cr* *S* *B* *C* *cr-stats* *cross-change*))

; Cross-over a percentage of the population, based on the
; cross-over rate and the population size.

(defun cross-population ()
  (do ((i 1 (+ 2 i))) ((> i (* *cr* *S*)) t) (cross i (1+ i)))
)

; Do cross-over of two individuals. The following diagram should help.

;           1      2      3                      *B*
;   +-----+-----+-----+-----+-----+
; i: | 1 | 2 | 3 | | | | | | | *B* |
;   +-----+-----+-----+-----+-----+

;           1      2      3                      *B*
;   +-----+-----+-----+-----+-----+
; j: | 1 | 2 | 3 | | | | | | | *B* |
;   +-----+-----+-----+-----+-----+

(defun cross (i j)
  (let* ((x (rand *B*))
        (y (rand *B*))
        (x1 (min x y))      ; smaller cross-over point.
        (y1 (max x y)))     ; larger cross-over point.
    (or (= x1 y1) (cross-over i j x1 y1)))
)

; Either One or Two point cross-over. Mark for re-evaluation if
; a change has occurred..

(defun cross-over (i j x1 y1)
  (setq *cross-change* nil)
  (do ((x (1+ x1) (1+ x))) ((> x y1) t) (cross-swap i j x))
  (cond
    (*cross-change*
     (setf (aref *C* i 0) nil) ; re-evaluate.
     (setf (aref *C* j 0) nil))) ; re-evaluate.
)

```

```

; Swap one bit position in two individuals.

(defun cross-swap (i j x)
  (let ((temp1 (aref *C* i x))
        (tempj (aref *C* j x)))
    (cond
      ((eq temp1 tempj) t)
      (t (setq *cross-change* t)
          (setf (aref *C* i x) tempj)
          (setf (aref *C* j x) temp1)))
  ) )

; File: fitness.lisp
;*****

(in-package user)
(provide "fitness")

; This version of the fitness calculation code uses a global
; average of prior fitnesses (produced by the function geval)
; to produce the proper scaling of values. This should work
; better than the current generation minimum.

(proclaim '(special *global-average-fitness* *average-fitness*
                   *fitness* *B* *C* *F* *S* *T* *best* *best-individual*))

(defun fitness (&aux sum)
  (setq sum 0 *global-average-fitness* (compute-average-fitness))
  (do ((i 1 (1+ i)))
      ((> i *S*) (setq *average-fitness* (/ sum *S*)))
    (let ((value (geval i)))
      (setq *fitness* (+ value *fitness*))
      (setq value (compute-value value))
      (setq sum (+ sum value))
      (setf (aref *F* i) value)))
    (format t "~%The best individual is ")
    (show-best-individual t)
    (format t " with score: ~A.~%" *best*))
  )

(defun compute-average-fitness ()
  (if (= 1 *T*) 0.0 (/ *fitness* (* *S* (1- *T*))))
  )

(defun compute-value (value)
  (if (> (setq value (- value (/ *global-average-fitness* 2.0))) 0.0)
      value
      0.0)
  )

; Convert the fitness values in *F* into partial sums of
; expected number of offspring in *F*. Useful for selection.
; Notice that *F*[*S*] is fixed at *S*. Mathematically, this
; should happen if the partial sums are allowed to run all
; the way to the end. However, math errors in Lisp can accumulate
; and actually produce rather large discrepancies (which can
; cause the select algorithm to attempt to access an array 1
; step out of bounds). This should fix that problem - although
; some slight bias may be introduced.

(defun offspring (&aux prior)
  (setq prior (/ (aref *F* 1) *average-fitness*))

```

```

    (setf (aref *F* 1) prior)
    (do ((i 2 (1+ i)))
      ((= i *S*) (setf (aref *F* *S*) (float *S*)))
      (setf (aref *F* i)
        (+ (/ (aref *F* i) *average-fitness*) prior))
      (setq prior (aref *F* i)))
  ) )

(defun show-best-individual (port)
  (do ((i 1 (1+ i)))
    ((> i *B*) t)
    (format port "~A" (aref *best-individual* i)))
  )
; File: geval.lisp
;*****

(in-package user)
(provide "geval")

(proclaim '(special *C* *B* *best* *best-individual* *evals* *storage*))

(setq *storage* nil)

; Code for evaluation of an individual in the current population.
; Keep track of the best one seen so far. This version takes advantage
; of previously computed evaluations from the prior generation. If
; a flag is true, there is no need to re-evaluate the individual.
; Mutation and cross-over will set the flag to false, in which case
; re-evaluation must occur. Also, keep track of the number of
; evaluations that occur. This is a better indication of the
; the number of individuals searched (it would be better to maintain
; all individuals, but that would be space intensive!).

(defun geval (i)
  (let ((value (aref *C* i 0)))
    (cond
      (value value)
      (t ;(format t "Re-evaluating individual ~A~%" i)
        (setq value (float (myeval i)) *evals* (1+ *evals*)))
        (setf (aref *C* i 0) value)
        (and (> value *best*)
          (setq *best* value)
          (store-best-individual i))
        value))
  ))

(defun store-best-individual (i)
  (do ((j 1 (1+ j)))
    ((> j *B*) t)
    (setf (aref *best-individual* j)
      (aref *C* i j)))
  ) )

; File: global.lisp
;*****

; All global variables and constructs.

(in-package user)
(provide "global")

; Proclaim the global variables and array names.

```

```

; *P1*      = a 1-D population array of strings.
; *P2*      = a 1-D population array of strings.
; *C*       = Current population to be evaluated.
; *O*       = Old population to be used to create the new population.
; *S*       = Size of population (a constant).
; *B*       = length of each individual (# of Bits).
; *SH*      = an array[*S*] of individuals to be used for SHuffling.
; *T*       = time tick number.
; *m*       = mutation rate. (m = .001)
; *cr*      = cross-over rate. (cr = .6)
; *bit*     = the picked bit where mutation did NOT occur in
;           last generation.
; *bits*    = total number of bits (*S* * *B*)
; *F*       = array[*S*] that holds fitness of individuals.
; *fitness* = mean fitness
; *cr-stats* = array[*B*] of cross-over statistics.
; *best*    = best individual score so far.
; *best-individual* = an array[*B*] for the best individual so far.
; *evals*   = number of evaluations done this trial.

```

```

(proclaim '(special *P1* *P2* *C* *O* *S* *B*
                  *SH* *T* *m* *cr* *bit*
                  *bits* *F* *fitness* *cr-stats*
                  *best* *best-individual* *evals*))

```

```

; Creates all GA array structures.

```

```

(defun init-ga-structures (pop-size bits)
  (setq *P1* (make-array '(, (1+ pop-size) , (1+ bits))))
  (setq *P2* (make-array '(, (1+ pop-size) , (1+ bits))))
  (setq *SH* (make-array '(, (1+ pop-size))))
  (setq *F* (make-array '(, (1+ pop-size))))
  (setq *cr-stats* (make-array '(, (1+ bits))))
  (setq *best-individual* (make-array '(, (1+ bits))))
)

```

```

; Initializes some important GA variables.

```

```

(defun init-ga-variables (pop-size bits mutation cross-over)
  (setq *C* *P1* *O* *P2* *S* pop-size *B* bits *T* 0
        *m* mutation *cr* cross-over *bit* (jump)
        *bits* (* *S* *B*) *fitness* 0 *best* 0
        *evals* 0)
)

```

```

; Initializes all GA array structures.

```

```

(defun reinit-arrays ()
  (do ((i 1 (1+ i)))
    ((> i *S*) t)
    (setf (aref *SH* i) nil)
    (setf (aref *F* i) nil))
  (do ((i 1 (1+ i)))
    ((> i *B*) t)
    (setf (aref *cr-stats* i) nil)
    (setf (aref *best-individual* i) nil))
  (do ((i 1 (1+ i)))
    ((> i *S*) t)
    (setf (aref *P1* i 0) nil) ; setf value at 0.
    (setf (aref *P2* i 0) nil) ; setf value at 0.
    (do ((j 1 (1+ j)))

```

```

        ((> j *B*) t)
        (setf (aref *P1* i j) nil)
        (setf (aref *P2* i j) nil)))
    )

; After one attempt to use the GA algorithm, reinitialize everything
; and try again - this code reinitializes everything.

(defun reinit-everything ()
  (reinit-arrays)
  (setq *C* *P1* *O* *P2* *bit* (jump) *fitness* 0 *best* 0)
  (init-ga-population)
)

; Initialize the population with random bits.

(defun init-ga-population ()
  (format t "Randomly initializing population.~%" )
  (do ((i 1 (1+ i)))
    ((> i *S*) t)
    (setf (aref *C* i 0) nil) ; setf value at 0.
    (do ((j 1 (1+ j)))
      ((> j *B*) t)
      (setf (aref *C* i j) (brand))))
  ) )

; Initialize some crossover statistics.

(defun init-ga-stats (bits)
  (format t "Initializing GA Statistics.~%" )
  (do ((j 1 (1+ j))) ((> j bits) t) (setf (aref *cr-stats* j) 0))
)

; Some useful prettyprinting code for arrays...

(defun ppp (label arr size)
  (terpri)
  (do ((i 1 (1+ i)))
    ((> i size) t)
    (format t "~A["~A] = ~A~%" label i (aref arr i)))
  ) )

(defun ppp2 (label arr size1 size2)
  (terpri)
  (do ((i 1 (1+ i)))
    ((> i size1) t)
    (format t "~A["~A] = " label i)
    (do ((j 1 (1+ j)))
      ((> j size2) (terpri))
      (format t "~A" (aref arr i j)))
    )
  ) )

; Swap the two populations that *C* and *O* point to...

(defun swap-pops (&aux temp)
  (setq temp *C* *C* *O* *O* temp)
)

; File: mutate.lisp
;*****
(in-package user)

```

```

(require "utility")
(provide "mutate")

(proclaim '(special *bit* *bits* *B* *C* *m*))

; Do mutation.
; *bit* = marks the picked bit NOT mutated in the last generation.
; new = new position to mutate if possible.

; Probably not the best way to do this - but it should work.

(defun mutate ()
  (let ((total-bits (* *T* *bits*)))
    (cond
      ((< *bit* total-bits)
        (flip-bit (mod *bit* *bits*)))
      (do ((new (+ *bit* (jump)) (+ new (jump))))
          ((> new total-bits) (setq *bit* new))
        (flip-bit (mod new *bits*))))
      (t nil))
    ) )

; Randomly select a bit and flip it. This is different from selecting
; a bit, and then randomly filling that bit location with a 1 or 0!
; The population is considered to be a linear sequence of bits.

(defun flip-bit (bit)
  (let ((i (+ (truncate (/ bit *B*)) 1))
        (j (+ (mod bit *B*) 1)))
    (format t "Mutation at individual ~A, bit ~A.~%" i j)
    (setf (aref *C* i 0) nil)
    (if (zerop (aref *C* i j))
        (setf (aref *C* i j) 1)
        (setf (aref *C* i j) 0))
    ) )

; The actual jump.

(defun jump () (truncate (/ (log (rand)) (log (- 1.0 *m*)))))

(if (zerop (aref *C* i j))

; File: shuffle.lisp
;*****

(in-package user)
(provide "shuffle")

(proclaim '(special *S* *SH* *B* *C* *O*))

; Shuffle the shuffle array - in order to get a new order
; for the clones in the new population. The shuffle array
; should have been set from the selection function. The
; goal is to have no position dependencies.

(defun shuffle ()
  (do ((i 1 (1+ i))) ((> i *S*) t) (swap i (rand *S*)))
  )

(defun swap (i j &aux temp)
  (setq temp (aref *SH* i))

```

```

    (setf (aref *SH* i) (aref *SH* j))
    (setf (aref *SH* j) temp)
  )

; Copy the old population to the new based on the shuffle array.

(defun copy-population ()
  (do ((i 1 (1+ i)) ((> i *S*) t) (copy-individual (aref *SH* i) i))
    )

; Copies individual i in the old population to j in the new population.
; Must make sure to copy the 0 array location now, since that maintains
; useful evaluation information.

(defun copy-individual (i j)
  (do ((x 0 (1+ x)))
    ((> x *B*) t)
    (setf (aref *C* j x) (aref *O* i x)))
  )

; File: term.lisp
;*****

(in-package user)
(provide "term")

(proclaim '(special *best*))

(defun termination? () (equal *best* 1.0))

; File: conv.lisp
;*****

(in-package user)
(provide "conv")

(proclaim '(special *best* *terms* *evals* *S* *C* *B* *conv* *T*))

(setq *conv* .89)
; The convergence factor.
; Changed to .89 from .9 because
; one example only has 10 bits.

; Return t iff *conv* percent of the columns have converged.

(defun convergence? (port)
  (do ((j 1 (1+ j)) (temp 0))
    ((> j *B*)
     (convergence-report temp port)
     (if (> temp (* *conv* *B*)) t nil))
    (if (column-convergence j) (setq temp (1+ temp))))))

; Return t iff the column is converged to one value by *conv* percent.

(defun column-convergence (j)
  (do ((i 1 (1+ i)) (temp 0))
    ((> i *S*) (if (or (> temp (* *conv* *S*))
                      (< temp (* (- 1.0 *conv*) *S*))) t nil))
    (if (= 1 (aref *C* i j)) (setq temp (1+ temp))))))

(defun convergence-report (conv port)
  (format port "Generation ~A: Convergence = ~A, Best = ~A~%"
    *T* (/ (float conv) *B*) *best*))

```

```

)

; File: run.lisp
;*****

(in-package user)
(provide "run")

(proclaim '(special *evals* *best*))

; Top level function.

(defun run (population-size number-of-bits file n)
  (let ((port (open file :direction :output)))
    (init-ga-structures population-size number-of-bits)
    (init-ga-stats number-of-bits)
    (do ((i 1 (1+ i)))
        ((> i n) t)
      (ga-search population-size number-of-bits port)
      (format t "Experiment #~A~%" i)
      (format port "Individual ")
      (show-best-individual port)
      (format port " found in ~A evaluations with score ~A~%"
                  *evals* *best*)
      (finish-output port))
    (close port)))

; File: myeval.lisp
;*****

(in-package user)
(proclaim '(special *c*))
(defun myeval
  (ind)
  (let* ((ea (aref *c* ind 10))
         (de (aref *c* ind 9))
         (ce (aref *c* ind 8))
         (cd (aref *c* ind 7))
         (be (aref *c* ind 6))
         (bd (aref *c* ind 5))
         (bc (aref *c* ind 4))
         (ad (aref *c* ind 3))
         (ac (aref *c* ind 2))
         (ab (aref *c* ind 1))
         (t00004
          (expt (/ (+ ea
                     de
                     (max (expt (/ (+ ce (- 1.0 cd)) 2.0) 2)
                           (expt (/ (+ (- 1.0 ce) cd) 2.0) 2))
                     (max (expt (/ (+ be (- 1.0 bd) (- 1.0 bc)) 3.0)
                           2)
                           (expt (/ (+ (- 1.0 be) bd (- 1.0 bc)) 3.0)
                           2)
                           (expt (/ (+ (- 1.0 be) (- 1.0 bd) bc) 3.0)
                           2))
                     (max (expt (/ (+ ad (- 1.0 ac) (- 1.0 ab)) 3.0)
                           2)
                           (expt (/ (+ (- 1.0 ad) ac (- 1.0 ab)) 3.0)
                           2)
                           (expt (/ (+ (- 1.0 ad) (- 1.0 ac) ab) 3.0)
                           2))
                     (max (expt (/ (+ de (- 1.0 ce) (- 1.0 be)) 3.0)

```

```

2)
(expt (/ (+ (- 1.0 de) ce (- 1.0 be)) 3.0)
2)
(expt (/ (+ (- 1.0 de) (- 1.0 ce) be) 3.0)
2))
(max (expt (/ (+ cd (- 1.0 bd) (- 1.0 ad)) 3.0)
2)
(expt (/ (+ (- 1.0 cd) bd (- 1.0 ad)) 3.0)
2)
(expt (/ (+ (- 1.0 cd) (- 1.0 bd) ad) 3.0)
2))
(max (expt (/ (+ bc (- 1.0 ac)) 2.0) 2)
(expt (/ (+ (- 1.0 bc) ac) 2.0) 2))
ab)
9.0)
2)))
t00004))

```

Referências Bibliográficas

- [1] Anderson, P. W., Arrow, K. J. e Pines, D. (eds.). (1998). *The Economy as an Evolving Complex System*, Santa Fe Studies in the Sciences of Complexity, vol. 5, Addison- Wesley.
- [2] Bray, M. e Kreps, D. M.(1987), Rational Learning and Rational Expectations, in Feiwel, G. R., *Arrow and the Ascent of Modern Economic Theory* , pp. 597-625, Macmillan Press.
- [3] Bray, M. e Savin, N. E. (1986), Rational Expectations Equilibria, Learning and Model Specification, *Econometrica* , 54, pp. 1129-1160.
- [4] Shu-Heng Chen and Chia-Hsuan Yeh (1995).Predicting stock returns with genetic programming: Do the short-term nonlinear regularities exist? In D. Fisher, editor, *Proceedings of the Fifth International Workshop on Artificial Intelligence and Statistics* , pps 95-101, Ft. Lauderdale, Florida, U.S.A., January 4-7 .
- [5] Shu-Heng Chen and Chia-Hsuan Yeh. (1995) Predicting chaotic dynamic systems with genetic programming. In *Proceedings of the 50th International Statistical Institute Session* , Beijing, August 21-29 .
- [6] Shu-Heng Chen, John Duffy, and Chia-Hsuan Yeh (1996). Modelling coordination game as a multi-agent adaptive system by genetic programming. In W. Van de Velde and J. W.Perram, editors, *Position Papers of the 7th*

European Workshop on Modelling Autonomous Agents in a Multi-Agent World (MAAMAW'96) , January 22-25 1996. Technical Report 96-1.

- [7] Shu-Heng Chen and Chia-Hsuan Yeh. (1996). Genetic programming in computable financial economics. In *Proceedings of the ISCA 11th Conference: Computers and Their Applications* , pps 135-138, San Francisco, California, U.S.A., March 7-9. ISCA Press.
- [8] Shu-Heng Chen, John Duffy, and Chia-Hsuan Yeh (1996). Equilibrium selection using genetic programming. In S. Amari, L. Xu, L. Chan, I. King, and K. Leung, editors, *Progress in Neural Information Processing: Proceedings of the International Conference on Neural Information Processing (ICONIP'96)* , volume 2, pages 1341-1346, Hong Kong Convention and Exhibition Center, Hong Kong, Springer-Verlag.
- [9] Shu-Heng Chen and Chia-Hsuan Yeh. (1996). Genetic programming learning in the cobweb model with speculators. In *Proceedings of 3rd Conference on Business Education* , pps 155-176, Department of Business Education, National Changhua University of Education, Chunghua, Taiwan, December 5 .
- [10] Shu heng Chen and Chia-Hsuan Yeh. (1996). A comparison of forecast accuracy between genetic programming and other forecasters: A loss-differential approach. In Daniel Borrajo and Pedro Isasi, editors, *The First International Workshop on Machine Learning, Forecasting, and Optimization (MALFO96)* , pps 39-51, Gatafe, Spain, 10-12 July . "<http://grial.uc3m.es/~dborrajo/malfo96.html>",
- [11] Shu-Heng Chen and Chia-Hsuan Yeh. (1997). Speculative trades and financial regulations: Simulations based on genetic programming. In *Proceedings of the IEEE/IAFE 1997 Computational Intelligence for Financial Engineering (CIFEr'97)* , pps 123-129, New York City, U.S.A., March 24-25 1997. IEEE Press.

- [12] Shu-Heng Chen and Chia-Hsuan Yeh. (1997). Simulating economic transition processes by genetic programming. In R. Kulikowski, Z. Nahorski, and J. W. Owsinski, editors, *Proceedings of the International Conference on Transition to Advanced Market Institutions and Economies: Systems and Operations Research Challenges (Transition'97)* , pps 87-93, Warsaw, Poland, June 18-21 .
- [13] Shu-Heng Chen and Chia-Hsuan Yeh. (1997). Trading restrictions, speculative trades and price volatility: An application of genetic programming. *Proceedings of the 3rd International Mendel Conference on Genetic Algorithms, Optimization Problems, Fuzzy Logic, Neural Networks, Rough Sets (Mendel'97)* , pps 31-37., Brno, Czech Republic, June 25-27 1997. PC-DIR.
- [14] Shu-Heng Chen and Chia-Hsuan Yeh. (1997). Using genetic programming to model volatility in financial time series: The case of nikkei 225 and S\&P 500. In *Proceedings of the 4th JAFEE International Conference on Investments and Derivatives (JIC'97)* , pps 288-306, Aoyoma Gakuin University, Tokyo, Japan, July 29-31 .
- [15] Shu-Heng Chen and Chia-Hsuan Yeh. (1997). Speculative trades and financial regulations: *Simulation based on genetic programming*. In A. Ghose, editor, *Working Notes of The IJCAI-97: Workshop on Business Applications of AI. Fifteenth International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI'97)* , pps 1-8, Nagoya, Japan, August 23-29 .
- [16] Shu-Heng Chen and Chia-Hsuan Yeh. (1997). Modelling structural changes with genetic programming: An outline. In A. Sydow, editor, *Proceedings of 15th IMACS World Congress on Scientific Computation, Modelling and Applied Mathematics* , volume 2, pps 621-626, Berlin, August 24-29 1997. Numerical Mathematics, Wissenschaft Technik Verlag.

- [17] S-H. Chen and C-H. Yeh. (1998). Genetic programming in the overlapping generations model: An illustration with the dynamics of the inflation rate. In V. William Porto, N. Saravanan, D. Waagen, and A. E. Eiben, editors, *Evolutionary Programming VII: Proceedings of the Seventh Annual Conference on Evolutionary Programming*, volume 1447 of *LNCS*, pps 829-837, Mission Valley Marriott, San Diego, California, USA, 25-27 March. Springer-Verlag. EP-98.
- [18] Shu-Heng Chen, Chia-Hsuan Yeh, and Woh-Chiang Lee. (1998). Option pricing with genetic programming. In John R. Koza, Wolfgang Banzhaf, Humar Chellapilla, Kalyanmoy Deb, Marco Dorigo, David B. Fogel, Max H. Garzon, David E. Goldberg, Hitoshi Iba, and Rick Riolo, editors, *Genetic Programming 1998: Proceedings of the Third Annual Conference*, pps 32-37, University of Wisconsin, Madison, Wisconsin, USA, 22-25 July. Morgan Kaufmann. GP-98
- [19] Shu-Heng Chen. (1998). Hedging derivative securities with genetic programming. (1998). In *Application of Machine Learning and Data Mining in Finance: Workshop at ECML-98*, Dorint-Parkhotel, Chemnitz, Germany, 24 April.
- [20] Greene, W. H. (1998). *Econometric Analysis*, Prentice Hall, Third Edition.
- [21] Grossman, S. J. (1981). An Introduction to the Theory of Rational Expectations Under Asymmetric Information, *Review of Economic Studies*, XLVIII, 541-559.
- [22] Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis*, Princeton University Press.
- [23] Holland, J. H. (1975). *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, Ann Arbor, MI : University of Michigan Press.

- [24] Holland, J. H. (1991). Artificial adaptive agents in economic theory, *American Economic Review*, vol. 81, no. 2, 365-370.
- [25] King, R. e Watson, M. (1994) The Post War Phillips Curve: A Revisionist Econometric History, *Carnegie-Rochester Conferences in Public Policy*, Vol 41, n 0.
- [26] Koza, J. (1992). *Genetic Programming - On The Programming of Computers by Means of Natural Selection*, MIT Press
- [27] Kreps, D. M. (1990). *Game Theory and Economic Modelling*, Clarendon Press.
- [28] Kydland, F. E. e Prescott, E. C. (1977). Rules Rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans , *Journal of Political Economy*, no. 85, pp. 473-492.
- [29] Lucas, R. E. (1969). Price Expectations and the Phillips Curve, *American Economic Review*, vol. 59, no. 3, 342-350.
- [30] Lucas, R. E. e Sargent, T. J. (1979). After Keynesian macroeconomics, *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, vol. 3, 1-16.
- [31] Marcet, A. e Sargent, T. J. (1989A) . Convergence of least squares learning mechanisms in self-referential linear stochastic models, *Journal of Economic Theory*, vol. 48, no. 2, 337-368.
- [32] Marcet, A. e Sargent, T. J. (1989B) . Least squares learning and the dynamics of hyperinflation, pp. 119-137, in Barnett W., Geweke, J., e Shell, K., (eds.), *Economic Complexity: Chaos, Sunspots, and Nonlinearity*, Cambridge University Press.
- [33] Marcet, A. e Sargent, T. J. (1992). The convergence of vector autoregressions to rational expectations equilibrium, pp. 139-164 in Vercelli, A. e

- Dimitri, N. (eds.), *Macroeconomics: a strategic survey*, Oxford University Press.
- [34] Marimon, R., McGrattan. E. e Sargent, T. (1990). Money as Medium of Exchange in an Economy with Artificially Intelligent Agents, *Journal of Economic Dynamics and Control* 14, pp. 329-34.
- [35] Penrose, R. (1989). *The Emperor New Mind - Concerning Computers, Minds, and the Laws of Physics*, Oxford University Press.
- [36] Portugal, M. S. (1995). Neural networks versus time series methods: a forecasting exercise, *Revista Brasileira de Economia* , no. 49, pp. 611-629.
- [37] Portugal, M. S. e Correa, W. (1999) . Previsão de Séries de Tempo na Presença de Mudanças Estruturais: Redes Neurais Artificiais e Modelos Estruturais. *Textos para Discussão - UFRGS*, No. 98/03.
- [38] Rogers, R. D. e Vemuri. R. V. (1994). *Artificial Neural Networks - Forecasting Stock Prices*, IEEE Computer Society Press.
- [39] Romer, D. (1996). *Advanced Macroeconomics*, McGrawHill Companies.
- [40] Russel, S. e Wefald. E. H. (1991). *Studies in Limited Rationality*. Mit Press.
- [41] Samuelson, P. e Solow, R. (1960). Analytical Aspects of Anti-Inflation Policy, *American Economic Review*, vol 50 , No. 2.
- [42] Sargent, T. J. (1980). Rational Expectations and the Reconstruction of Macroeconomics, in Miller, P. J., *The Rational Expectations Revolution - Readings of Front Line* , MIT Press.
- [43] Sargent, T. J. (1987A). *Macroeconomic Theory*, 2nd Ed , Academic Press.

- [44] Sargent, T. J. (1987B). *Dynamic Macroeconomic Theory*, Harvard University Press.
- [45] Sargent, T. J. (1987C). Rational Expectations, pp. 76-85, in Eatwell, J., Milgate, M., e Newman, P. (eds.), *The New Palgrave*, Macmillan.
- [46] Sargent, T. J. (1993). *Bounded Rationality in Macroeconomics*, Oxford University Press.
- [47] Sargent, T. J. (1999). *The Conquest of American Inflation*, Princeton University Press.
- [48] Sargent, T. J. e Sims, C. A. (1977) , Business Cycle modelling without pretending to have too much a priori theory, in Sims , C. A , (ed.), *New Methods in Business Cycle Research: Proceedings From a Conference*, Federal Reserve Bank of Minneapolis, 45-109.
- [49] Sent, E.-M. (1996), Convenience: the mother of all rationality in Sargent, *Journal of Post Keynesian Economics*, vol. 19, no.1, 3-34.
- [50] Sent, E.-M. (1997). Sargent versus Simon: bounded rationality unbound, *Cambridge Journal of Economics*, no. 21 , pp. 323-338.
- [51] Sheinerman. E. R. (1996). *Invitation to Dynamical Systems*, Prentice Hall .
- [52] Simon, H. (1969). *The Sciences of The Artificial*, Mit Press.
- [53] Simonsen, M. H. (1988), Rational Expectations, Game Theory and Inflationary Inertia, in Anderson, P. W., Arrow, K. J. e Pines, D. (eds.). *The Economy as an Evolving Complex System, Santa Fe Studies in the Sciences of Complexity*, vol. 5, Addison- Wesley.
- [54] Sims, C. A. (1980). Macroeconomics and Reality, *Econometrica* , vol. 48, no. 1.

- [55] Swingler, K. (1996). *Applying Neural Networks - A Practical Guide*, Academic Press.
- [56] Tirole, J. (1982). On the Possibility of Speculation Under Rational expectations *Econometrica*, vol. 50, no. 5 .
- [57] Turnovsky, S. J. (1995). *Methods of Macroeconomic Dynamics*, MIT Press.
- [58] Van Hyuck, J. B. , Cook, J. P. e Battalio, R. C. (1994), Selection Dynamics, Asymptotic Stability and Adaptative Behavior, *Journal of Political Economy*, vol 102, n 5.
- [59] Wallis, K. F. (1980). Econometric Implications of the Rational Expectations Hypothesis, *Econometrica*, vol. 48, no.1.
- [60] Whiteman, Charles H. (1984). Lucas on the Quantity Theory: Hypothesis Testing Without Theory, *American Economic Review*, vol. 74, no. 4, pp. 742-749.