

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO



1290002822



FE

TCC/UNICAMP J945h

VALDIRENE CRISTINA ROCCATTO JULIO

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO COTIDIANO ESCOLAR

Campinas
2005

1290002822



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

VALDIRENE CRISTINA ROCCATTO JULIO

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO COTIDIANO ESCOLAR

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como
Exigência parcial para Conclusão do Curso de Pedagogia,
Pefopex – Programa de Formação de Professores em Exercício
da Faculdade de Educação da UNICAMP, sob orientação da
Professora Dra. Anna Regina Lanner e cuidadosa segunda
leitora Professora Dra. Eliana da Silva Souza.

Campinas
2005

UNIDADE	F.E.
Nº CHAMADA:	766 16.11.1981
	2015
V:	EX:
TOMBO:	2822
PROC:	12312006
C:	D: X
PREÇO:	
DATA:	12/05/06
Nº CPD:	34453

**Ficha catalográfica elaborada pela biblioteca
da Faculdade de Educação/UNICAMP**

J945h Júlio, Valdirene Cristina Roccatto.
História da matemática no cotidiano escolar / Valdirene Cristina Roccatto
Júlio. -- Campinas, SP : [s.n.], 2005.

Orientadores : Anna Regina Lanner.
Trabalho de conclusão de curso (graduação) – Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Educação.

1. Matemática – História. 2. Adição. 3. Conceitos. I. Lanner, Anna
Regina II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de
Educação. III. Título.

05-246-BFE

Profa. Dra. Anna Regina Lanner
Orientadora

Dra. Eliana da Silva Souza
Segunda Leitora

AGRADECIMENTOS

A Deus que me concedeu forças para cumprir essa jornada..

A meus pais, pelo incentivo e orgulho que sentiram ao acompanhar-me vencendo desafios.

Ao Wagner, pelo amor e compreensão. Seu apoio foi fundamental nesta jornada.

À Isabella, minha querida filha, que desde pequena teve que compreender tantos momentos de “subtração” de minha companhia e de minha atenção.

À Anna Regina, pelo carinho, dedicação e respeito concedidos a mim em todos os momentos de orientação.

À Eliana, pela disponibilidade, apoio teórico e aguçado olhar de pesquisadora que empenhou com seriedade e boa vontade sobre este trabalho.

Aos amigos: Daniela, Giovana, Leila e Robson, por todos os momentos que passamos juntos.

À coordenadora, professores e alunos que participaram direta ou indiretamente da pesquisa.

A todos, muito obrigado!

“A arte mais importante de um mestre
é provocar a alegria da ação criadora
do conhecimento”

(Albert Einstein)

Resumo

Realizar operações matemáticas está presente no cotidiano de todas as sociedades, porém, em nenhum momento nos questionamos porque as realizamos utilizando determinado procedimento e não outros disponíveis na história das civilizações. Dentro da escola as operações são ensinadas de maneira naturalizada, ou seja, os procedimentos ensinados são apresentados como os únicos existentes para se conseguir resultados corretos. A abordagem na qual nos fundamentamos neste trabalho, é de que a matemática conforme conhecemos hoje, é fruto de uma prática social. Ela nem sempre se apresentou como a conhecemos, é uma ciência em evolução.

Podemos considerar a sala de aula como um espaço privilegiado para que a criança adquira conhecimentos históricos de como a matemática foi se modificando a partir de necessidades que surgiram com nossos antepassados.

Partindo da dimensão histórica, a presente pesquisa tem por objetivo analisar como os alunos, que já tem o domínio da técnica operatória da adição, irão reagir ao conhecerem maneiras de calcular que foram usadas nos séculos XIV e XV, como também verificar se esses conhecimentos estarão colaborando na formação de conceitos correspondentes a essas técnicas.

Palavras-Chaves: História-Adição-Conhecimento

SUMÁRIO

Introdução	8
Justificativa	10
Pensando o Problema	14
Procedimento Metodológicos	15
Entrevista com os Alunos	17
Minha História Impactando com a História da Matemática	31
Marcas Deixadas nos Alunos	40
Considerações Finais	46
Referências Bibliográficas	49

Introdução

Ao ler os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1998), documento que traz uma orientação para a prática escolar, nos deparamos com a seguinte citação:

“Numa reflexão sobre o ensino de Matemática é de fundamental importância ao professor:

- ter clareza de suas próprias concepções sobre a matemática, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetos e conteúdos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções.” (p.36)

Pois bem, a afirmação nos diz que o professor deve “ter clareza de suas próprias concepções...” Mas, que concepções são essas?

Partindo do significado da palavra concepção, segundo o dicionário Aurélio, que é o “ato de criar mentalmente, de formar idéias, especialmente abstrações, formular uma idéia original”, entendo então, que é de fundamental importância ao professor ter compreensão do que a Matemática significa para ele próprio e também como ela foi se construindo, para que a partir dessas compreensões possa fazer escolhas pedagógicas.

Durante o curso de graduação em Pedagogia PEFOPEX¹, o contato com bibliografias como também as discussões, proporcionaram a compreensão de várias concepções presentes em nossa prática. Porém, o relevante foi perceber que na matemática estão presentes elementos históricos e que esses elementos são de extrema importância para que ela seja percebida como ciência em evolução, que métodos e procedimentos matemáticos não foram sempre os mesmos, dependendo da cultura dos povos e da época histórica.

Diante das constatações surge a primeira indagação: como a história poderia contribuir para a compreensão da matemática? Partindo desse questionamento iniciei o trabalho de conclusão de curso.

O aprofundamento nos estudos históricos de como conceitos matemáticos foram trabalhados por nossos ancestrais, proporcionaram um olhar diferenciado sobre minha prática² como professora e também sobre os contextos escolares em que trabalhei, que o ensino da matemática não tem incorporado essa perspectiva

¹ Programa de Formação de Professores em Exercício da Faculdade de Educação da UNICAMP.

histórica. Em consequência, o aluno não tem possibilidade de reconhecer as contribuições que essa história oferece para compreender as informações e posicionar-se criticamente diante delas.

Partindo da análise descrita iniciei a investigação, agora com uma questão norteadora, queria saber como a criança que já tem o domínio dos algoritmos de cálculo da adição iria reagir ao conhecer maneiras obsoletas³ de se realizar cálculos dessa operação.

Para que essa pesquisa acontecesse escolhi uma escola de Valinhos (SP), entrevistando alunos que freqüentam a 4ª série do Ensino Fundamental.

Durante as entrevistas procurei analisar se o que os sujeitos dessa pesquisa (as crianças) tinham a dizer sobre os cálculos obsoletos apresentados, como também analisar suas posturas diante da realização de cálculos.

Essa análise encaminhou-me a apresentação de memórias vivenciadas como aluna e também como professora nos primeiros anos de exercício, tudo isso articulado a conhecimentos históricos que poderiam favorecer uma aprendizagem mais significativa.

Posteriormente apresento uma análise de como o erro é um elemento construtivo no processo de aprendizagem e também realizo alguns apontamentos a respeito das marcas que nós, professores, deixamos em nossos alunos ao longo de sua trajetória escolar.

² Leciono há 19 anos e atualmente trabalho com 3ª e 4ª séries do ensino fundamental.

³ Técnicas que foram utilizadas por nossos ancestrais.

Justificativa

Na busca de uma prática reflexiva

Fevereiro 2002. Depois de um longo período afastada dos bancos escolares, na condição de aluna, ingresso na Universidade Estadual de Campinas, no curso de Pedagogia para Professores em Exercício-PEFOPEX. Foi este para mim um espaço marcante para momentos de reflexão sobre os sentidos do ato de educar e as possibilidades educativas com as quais nos deparamos nesta trajetória.

Vários estudos nesse período foram de extrema importância para minha profissão, mas as aulas de Fundamentos de Matemática⁴ foram relevantes pois provocaram inquietações quanto à maneira como aprendi. Interessante perceber que, a princípio, a maneira como aprendi me incomodava mais do que a maneira como ensino, certamente porque freqüentei uma escola em que a maioria dos alunos tinha a matemática como a matéria mais difícil e carregada de rótulos negativos: “a matéria que mais reprova, com professores mais exigentes, a mais difícil....”

Ao aprofundar-me nos estudos dessa disciplina, pude conhecer como contavam nossos ancestrais mais antigos, como as grandes civilizações do passado lidavam com os algarismos e pude, também, acompanhar um pouco da evolução desse raciocínio através da obra de IFRAH. Refletindo um pouco mais, percebi que a matemática poderia ser algo prazeroso e significativo, diferente do que vivenciei como aluna.

✱ IFRAH (2001) nos aponta que “o uso dos algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 nos parece em geral tão evidente que chegamos quase a considerá-lo como uma aptidão inata do ser humano, como algo que lhe aconteceria do mesmo modo de andar ou falar... (p. 9).”

↳ Nesse trecho ele demonstra que a matemática conforme conhecemos hoje, tão naturalizada, é fruto de uma prática social. Sob essa perspectiva, significa percebermos que a matemática nem sempre se apresentou como a conhecemos atualmente. Nesse momento começo a perceber o quanto à contextualização histórica dada pela disciplina é importante para revermos como foi nossa formação matemática na escola, as concepções e métodos que dela herdamos e a possibilidade que nos é dada para ressignificarmos esta formação com o objetivo de

não transferirmos os bloqueios e dificuldades que acompanham esta herança escolar para nossos alunos.

Avançando em minhas reflexões comecei também a pensar na maneira como trabalhava com a matemática, porque atualmente trabalho apenas com as áreas de Português, História e Geografia. Pois bem, cheguei à conclusão que ensinava a matemática da mesma forma que aprendi. Vejam como é séria essa constatação, tendo consciência das marcas negativas que ficaram em mim! 

Diante das observações relatadas decidi pesquisar sobre a importância da contextualização histórica na matemática para a compreensão de conceitos matemáticos trabalhados nas séries iniciais e, orientada pela professora Dra. Anna Regina Lanner, realizei a leitura da tese de doutorado *“A prática social do cálculo escrito na formação de professores, a história como uma possibilidade de pensar questões do presente”* (SOUZA, 2004), na qual faz um estudo da prática atual do cálculo escrito⁵ (adição, subtração, multiplicação e divisão) e sua história. Tive o privilégio, posteriormente a leitura feita, de discutir com a autora as reflexões que dele pude extrair e bem como tê-la como interprete e questionadora ao longo deste trabalho.

Logo no início deste estudo encontro uma citação que vem ao encontro de minhas indagações a respeito da contextualização histórica e da reflexão sobre nossa prática. Larrosa confirma que somente a análise de nossas ações no presente nos possibilitará reformular nossas práticas.

“o pensamento que está comprometido com o presente, com a história do presente, com a crítica do presente [...] deve ser concebido como uma atitude, um ethos, uma vida filosófica na qual a crítica do eu somos seja ao mesmo tempo, análise histórica dos limites que se impõe a nós, assim como uma experimentação da possibilidade de transgredi-los” (LARROSA, 2000, apud SOUZA, 2004, p.3)

Analisando a minha prática pedagógica percebo a importância de romper com alguns paradigmas ou até com limites “impostos” no sentido de buscar (re)significar o cálculo escrito. Para isso se faz necessário reorganizar ações presentes buscando respostas no passado.

⁴ As aulas foram ministradas pela prof^a. Anna Regina Lanner nos 3^{os} e 4^{os} semestres do ano de 2.003

⁵ Adotei a mesma terminologia usada por SOUZA para me referir a recursos ou procedimentos utilizados na realização de cálculos que recorrem a registro visual.

SOUZA aponta que em todos os trabalhos analisados sobre cálculo escrito das operações aritméticas, constatou-se que grande parte dos alunos apresentavam dificuldades em compreender significativamente os princípios e as regras do sistema de numeração decimal.

Uma parcela significativa dos professores ensinam as operações de uma maneira naturalizada, fazendo escolhas ou exclusões no processo de transmissão, sem associar as dificuldades apresentadas pelos alunos ou analisar porque ensinaram de determinada maneira.

SOUZA segue seu trabalho partindo do presente para o passado, a fim de identificar os valores que sustentam a prática docente na naturalização do processo de transmissão cultural. Para isso a pesquisadora faz um estudo com um grupo de professores que relatavam a maneira como ensinam. Partiu de sua vivência como professora do curso de Magistério na qual as futuras professoras:

“...Entendiam serem os modos atuais de se realizar os cálculos por escrito os únicos e verdadeiros modos, e as regras ou instruções que geralmente acompanham o ensino desses procedimentos necessárias e únicas. Para exemplificar vamos considerar o seguinte algoritmo

$$\begin{array}{r} 1 \\ 63 \\ + 19 \\ \hline 82 \end{array}$$

Para se ensinar tal conta de adição elas freqüentemente falavam: “- 3 e 9, 12, “vai um””, sendo que, muitas vezes não conseguiam explicar o que era este ‘vai um’. E, por vezes, apresentavam explicações do tipo: “- Esse ‘vai um’ quer dizer que um passa para lá, mas não sei dizer por que a gente fala ‘um’, mais sei que é uma dezena e também sei que tem que passar esse um para lá, senão a conta não dá certo”. Elas comumente relatavam também que instruíam seus alunos a realizar esta mesma conta de adição da direita para a esquerda, ou seja, partindo-se sempre da casa das unidades. Para elas esta era uma regra necessária que deveria ser seguida à risca... (SOUZA, 2004, p.7)

Esses relatos são muito interessantes e foram relevantes para mim, pois durante vários momentos sentia-me como integrante do grupo de professores pesquisados, porque elas apresentavam as mesmas dúvidas e posturas diante de situações de ensino e aprendizagem como as quais já me deparei, em que nos apropriamos de metodologias sem análises pedagógicas.

* Estamos vivendo um momento em que a tecnologia avança em ritmo frenético, com muitas informações e mudanças. Não seria esse um dos fatores que nos leva a observar a importância da criança criar próprios procedimentos para compreender

melhor conceitos matemáticos tão importantes? E por que não utilizar a história da matemática como recurso para criarem novas significações?

Concordo com o apontamento de SOUZA quando diz que nós professores estamos “presos” a muitas pressões sociais e até mesmo à insegurança psicológica diante de procedimentos próprios. Nos apoiamos em argumentos, nem sempre convincentes ou fundamentados teoricamente como, “os pais não aceitariam um novo jeito de ensinar”, mas na realidade é muito difícil nos expormos às técnicas em que as crianças têm liberdade de errar, de escolher e de aplicar algo completamente inovador. O homem não faz isso no decorrer da história? Procurou novas técnicas constantemente, novos procedimentos que tornaram mais práticos e úteis suas ações e seu cotidiano.

Ao estudar a história da matemática, conhecer como o homem se apropriou do cálculo escrito e ver a relação estreita que tinha com contextos geopolíticos e práticas comerciais e financeiras nos séculos XIV e XV, um questionamento surge: século XXI, não estaríamos necessitando de outras re-significações?

Pensando o Problema

Muitas vezes achamos que a maneira como trabalhamos determinado conceito é a mais eficiente. Para nós adultos, parece simples fazer cálculos mentais ou resolver operações seguindo determinadas técnicas. Acabamos nos esquecendo de que para as crianças, nem sempre é assim e não buscamos outras alternativas.

Grande inquietação e surpresa foi saber que a matemática conforme conhecemos hoje, passou por uma evolução através da história, que o número surgiu da necessidade do homem controlar seus bens, que os homens foram evoluindo em seus métodos de calcular e também que realizavam as operações de maneiras muito diferentes das atuais.

Diante desses conhecimentos pude perceber que a história da matemática era um fator relevante na formação de conceitos, pois suas raízes se confundem com a história da humanidade.

* Sabemos que a criança antes do processo de escolarização, já tem um contato com a matemática, mas a maneira como ela é trabalhada na sala de aula faz com que os alunos apreendam-na sem considerar o aspecto histórico dessa disciplina. Então surge a indagação: por que não utilizar a história como um instrumento para construir outras significações?

Quando falo em história da matemática não me refiro simplesmente à narrativas de fatos e nomes associados a gerações, mas que o conhecimento desses fatos possa estar ajudando na desnaturalização do que está tão naturalizado entre nós. Por exemplo, ao realizarmos uma adição, iniciamos a operação da direita para a esquerda como se essa fosse a única maneira de resolvê-la. Porém a história nos mostra que ela nem sempre foi resolvida assim.

Com base nas considerações feitas surgem questionamentos: **Qual seria a reação dos alunos que já têm o domínio dos algoritmos de cálculo da adição ao se depararem com maneiras obsoletas de realizar este cálculo? Essas maneiras obsoletas serviriam como alternativas para os alunos que apresentam dificuldades?**

Nesse sentido procurei seguir minha investigação.

Procedimentos Metodológicos

Após a definição do tema a ser pesquisado, várias questões começaram a me inquietar em relação às etapas que iriam seguir minha pesquisa. Porém, minha maior preocupação centrava em saber como poderia realizar uma investigação em matemática sem estar lecionando essa matéria?

A princípio pensei em fazer algumas trocas de aulas com a professora de matemática mediante a autorização da direção da escola em que trabalho. Apesar da permissão concedida, em momentos de discussão com minhas orientadoras, pude perceber que não seria possível realizar a investigação dessa maneira, porque pensei em fazer com todos os alunos da sala e articular momentos de investigação com grande número de crianças não traria bons resultados. Provavelmente, observações importantes feitas pelas crianças poderiam se perder; então resolvi formar um grupo de, no máximo, 6 crianças.

A partir desse momento outras definições precisavam ocorrer:

- De que maneira faria esta pesquisa?
- Quem seriam essas crianças?
- Que série deveriam estar freqüentando?

Para lidar com a questão da importância da contextualização histórica procurei realizar uma pesquisa qualitativa, em que os dados seriam coletados através de entrevistas e questionários que posteriormente seriam analisados, dando maior atenção às atitudes dos alunos diante de desafios propostos envolvendo cálculos utilizados por nossos antepassados.

Também achei melhor realizar a pesquisa em uma escola diferente da que trabalho, porque chamar os alunos em período oposto causou-me insegurança de não conseguir concluir a pesquisa por problemas de ausência dos participantes.

Quanto a série não tive dúvidas que o ideal seria realizar a pesquisa com crianças da 4ª série. Como já estão no final do segundo ciclo do Ensino Fundamental, acredita-se que tenham domínio das quatro operações.

Depois dessas definições elaborei um roteiro que serviu de instrumento para orientar o caminho a ser trabalhado com as crianças. Inicialmente o trabalho envolvia adição e subtração, mas após discussões em reuniões de orientação, percebi que seria melhor trabalhar com uma operação por vez .

Os encontros com os alunos foram muito produtivos. No primeiro, dialogamos e eles foram realizando registros escritos para algumas questões propostas. No encontro posterior, devido a dificuldades que tive em analisar os dados no primeiro encontro, utilizei também um gravador para me ajudar nesta análise.

Optei por uma escola particular em que trabalhei vários anos, por ter vínculos com a direção e também com o corpo docente. Não encontrei empecilhos para a realização de meu trabalho. Durante esses encontros procurei ouvir atentamente o que cada aluno trazia consigo acerca da construção do cálculo para que, através do que eles diziam, pudesse também conhecer “as conseqüências das práticas docentes utilizadas”.

Dessa forma, pretendi saber qual seria o impacto causado nos alunos entrevistados ao entrarem em contato com cálculos completamente obsoletos e como se apropriaram do processo de naturalização do cálculo escrito.

Entrevista com os alunos

Os objetivos dessas sessões de investigação⁶ visam demonstrar como as crianças que freqüentam a 4ª série do Ensino Fundamental se apropriaram do processo naturalizado do cálculo escrito de adições, como compreendem a realização do mesmo cálculo e que impacto lhes causa o conhecimento de técnicas obsoletas de calcular.

As sessões de investigação

Inicialmente procurei a coordenadora da escola para esclarecer meus objetivos. Ela demonstrou-se interessada e pediu para que eu entrasse em contato com as professoras. As professoras foram receptivas deixando-me à vontade para agendar dias e horários em que as entrevistas estariam acontecendo. Foi interessante perceber que, tanto a coordenadora quanto as professoras, me questionaram se esse momento das entrevistas estaria servindo como reforço, porque dessa forma me enviariam apenas os alunos com dificuldades. Expliquei a elas que meu objetivo não era esse, mas que poderia estar auxiliando, pois retomariamos alguns conceitos trabalhados em sala de aula. Após os questionamentos iniciais as próprias professoras selecionaram cinco alunos em níveis diferenciados de aprendizagem para que eu pudesse fazer as observações e atingir os objetivos da pesquisa.

Realizamos dois encontros para que os alunos refletissem sobre questões previamente elaboradas.

No grupo havia uma menina e quatro meninos, com idades variando entre 9 e 10 anos.

Ao chegarem à sala disponibilizada para o meu trabalho (biblioteca), as crianças demonstraram certo constrangimento, pois não sabiam do que se tratava. Procurei, então, criar um ambiente acolhedor através de conversas informais e como já havia lecionado naquela escola, não foi muito difícil.

⁶ Tendo como referência SOUZA (2004), uso o termo sessões de investigação que consistiram de encontros entre pesquisadora e os alunos participantes da investigação, durante os quais os alunos tomaram conhecimento dos procedimentos obsoletos do cálculo da adição.

Depois das conversas expliquei para eles, de maneira simples, o que eu estava fazendo e quais eram meus objetivos. Eles me perguntaram se o que iam fazer valeria nota e se eu ia mostrar para a professora ou para alguém da escola. Notei que só ficaram à vontade depois desses esclarecimentos e assim iniciamos nosso trabalho.

As questões foram montadas seguindo o roteiro:

- 1- Descobrir como realizam as adições com e sem reserva.
- 2- Demonstrar um modo do cálculo obsoleto da adição.
- 3- Analisar como se apropriavam desse novo jeito de realizar o cálculo.

Para referir-me às crianças usarei as denominações: C₁, C₂, C₃, C₄ e C₅ e a mim V.

O primeiro encontro é resultado de registro escrito realizado pela pesquisadora logo após a sessão. O segundo encontro resultou de uma transcrição de gravação.

O que contam as crianças

Primeiro Encontro:

V: Vocês já sabem fazer adições não é?

(uma risada geral)

C₅: É claro!

V: Que bom! Só que eu gostaria de saber como costumam fazer?

(um momento de silêncio e trocam olhares...)

C₁: Como assim, não entendi!

V: Eu quero saber como você resolve uma conta de mais.

C₂: Armo a conta.

C₅: Posso escrever? Não sei falar.

V: Pode, mas vai falando o que está fazendo, OK?

Notei que riram no primeiro questionamento porque acharam óbvio, ou seja, que seria impossível um aluno de 4ª série não saber resolver adições. O riso pode ter significado que eles “tiram de letra” fazer contas de adição.

O segundo questionamento causou certo conflito, o riso foi interrompido pelo silêncio e troca de olhares. A resposta do C₂ enunciada pela expressão “armo a conta” demonstra tudo que sabe sobre resolver uma conta. A sua imediata e breve resposta pode estar sendo sustentada por um pensamento mecânico sobre a forma quase mágica. É como se pensasse “armo a conta e tenho resolvido uma adição”. O silêncio do C₅ pode ter sido entendido pelo fato de pensar num exemplo para mostrar quais procedimentos usa ao resolver a conta porque, para ele, falar somente, não diria tudo.

C₅: Por exemplo: Duzentos e cinquenta e três mil e trinta e quatro mais dezoito mil, seiscentos e cinquenta e sete. (foi falando e armando a conta)

$$\begin{array}{r} 253.034 \\ + \quad 18.657 \\ \hline \end{array}$$

(Ela seguiu a explicação começando a conta pelas unidades)

C₅: 4 mais 7 dá 11 e sobe 1, 3 mais 5 mais 1 que subiu dá 9, 6 mais 0 dá 6, 8 mais 3 dá 11 e sobe 1, 5 mais 1 mais 1 que subiu dá 7 e 2 repete porque não tem nada embaixo.

C₁: Eu faço normal essa conta, o número de cima mais o de baixo e coloco o resultado em baixo de tudo.

C₂, C₃ e C₄ também armaram uma conta (com números até a centena) e explicaram da mesma maneira que C₅. Notei que da mesma forma que o cálculo está naturalizado para nós professores também está para as crianças.

C₅: Também sei fazer de cabeça: 7 mais 3 dá 10 e se eu não sei conto no dedo.

C₂: Também pode ser deitada.

C₄: Sei fazer deitada e em pé.

V: Mas por que vocês armaram a conta para me explicar?

C₃: Eu acho muito difícil fazer conta de mais...

C₅: Armo a conta para saber o resultado.

V: E não dá para saber o resultado sem armar?

Eles sorriem, trocam olhares e mais uma vez entram em conflito e demonstram insegurança em arriscar respostas que possam não estar corretas.

As crianças estão completamente presas à forma de montar a conta, parassem seguir à risca as orientações dadas pelas professoras, em que os números precisam estar um embaixo do outro, ou seja, unidade embaixo de unidade, dezena embaixo de dezena e centena embaixo de centena, começando sempre pela unidade. Também noto que o erro é visto por eles como um fator muito negativo, não como um processo de construção.

C₄: Olha, eu acho que a gente arma a conta para ir mais rápido.

V: E por que será que vai mais rápido?

C₄: Não sei não!

V: Então façam lentamente essa conta para mim:

$$\begin{array}{r} 437 \\ + \quad 273 \\ \hline \end{array}$$

C₅: 7 mais 3 dá 10 e sobe 1

V: Porque sobe 1?

C₅: É o número da frente.

V: Como assim?

C₂: Existe unidade, dezena e centena para separar as casas.

V: Mas o que você entende por unidade, dezena e centena?

C₂: Centena é a casa três nos números, a dezena é a casa dois e a unidade é a casa um.

V: Então essa é a diferença entre as casas?

C₁: A unidade é menor que a dezena, a dezena é menor que a centena e assim até... não tem fim, não é?

Nesse momento C₁ se recorda de como a professora trabalhou unidade, dezena e centena na 1ª série. Ele conta que “ela tinha umas pedrinhas que eram da unidade e quando chegava ao dez trocava por 1 barrinha,

depois quando tinha 10 barrinhas trocava por uma centena que era um quadrado”.

O sistema de numeração decimal foi trabalhado através do material dourado. Aproveitei para mostrar o ábaco e explicar como era o sistema de trocas fazendo uso daquele material. Apenas duas crianças se manifestaram a respeito do uso do ábaco e acharam mais fácil utilizar o material dourado.

Durante as discussões sobre ábaco e material dourado a aluna C₂ deu um depoimento na qual a professora passou um problema que perguntava sobre unidade e tinha dado o “maior rolo” na classe, que ninguém sabia fazer. Posteriormente falei com a professora a respeito dos comentários dos alunos e ela me disse que deu alguns números e os alunos deveriam assinalar qual deles que tinha 6 valendo 600.

Analisando as respostas dos alunos, em que sempre relatam “sobe 1” para adições com reserva e no depoimento sobre a dificuldade de realizar o problema, percebo que as contas são feitas de maneira mecânica. Também ficou claro que os alunos incorporam vocabulários que utilizamos na tentativa de facilitar o aprendizado, como por exemplo vai um, vou trocar uma pedrinha... Então surgem algumas indagações: o uso desses procedimentos estaria facilitando o aprendizado ou atrapalhando a construção de conceitos? Onde estariam os conflitos cognitivos tão necessários para uma aprendizagem significativa?

V: Por que vocês sempre começam a conta pela unidade?

C₄: Porque a professora sempre ensina do jeito mais fácil.

V: Todos vocês concordam com C₄?

C₅: Eu acho que é porque esse é o único jeito de fazer.

C₁: Se a conta não for de subir eu acho que dá:

$$\begin{array}{r} 24 \\ + \quad 24 \\ \hline 48 \end{array}$$

(Faz um exemplo e confirma sua hipótese.)

Neste momento procurei explicar para as crianças um procedimento obsoleto do cálculo da adição que conheci através de SOUZA (2004). Esse cálculo é realizado de uma maneira completamente diferente do que estamos acostumados e sugere uma seqüência operatória em que os números não são somados da esquerda para a direita

V: Vocês sabiam que há muitos anos atrás, antes mesmo de Cabral desembarcar no Brasil, as pessoas não faziam contas desse jeito? Vejam como faziam.

$$\begin{array}{r} 175 \\ 166 \\ \hline 231 \\ 34 \end{array}$$

Fui explicando passo a passo. Embora seja natural para nós, efetuarmos a operação da direita para a esquerda, podemos inverter o processo e resolvê-la da esquerda para a direita: uma centena mais uma centena igual a duas centenas, sete dezenas mais seis dezenas igual a treze dezenas, sendo que dez dezenas vão formar uma centena, então, três centenas e assim procede-se com as unidades. Durante a explicação as crianças estiveram atentas e não fizeram comentários. Somente depois que eu propus para que tentassem fazer daquela maneira é que se manifestaram: “acho meio difícil!”. Então sugeri para que cada um inventasse uma conta e que o grupo resolvesse junto. O primeiro aluno que se dispôs a fazer a conta mostrou compreender o processo e com isso entusiasmou o grupo. Quando chegamos na última conta sugerida tive a impressão de que eles estavam completamente familiarizados com o cálculo e comentavam: “esse é mais legal”.

V: O que vocês acharam desse jeito como os homens de antigamente resolviam? Mais fácil ou mais difícil?

C₁: Mais fácil, porque não precisa ficar se confundindo com os números que têm que subir.

C₅: Eu acho mais fácil, porque não precisa subir o número 1 na outra casa.

C₃: É quase a mesma coisa, porque é de um jeito muito legal.

C₄: É mais fácil, porque é quase a mesma coisa.

C₂: Essa conta é a mesma conta das outras porque elas só começam de frente para trás.

V: Se vocês estivessem aprendendo hoje e pudessem escolher um dos dois modos, qual escolheriam?

Todos os alunos escolheram o modo de proceder obsoleto. O momento "do novo", de algo que não sabiam e conseguiram compreender acabou sendo fator que colocou o modo obsoleto em evidência, influenciando a escolha. Porém, no final dessa entrevista perguntei: "o que erram com maior frequência em uma adição?" e as respostas foram que erram porque esquecem do "vai um". Então surge a indagação: Foram influenciados pela novidade ou pela possibilidade de errar menos? Eles não notaram que as possibilidades de erro são as mesmas caso não façam as devidas "trocas" quando a soma de uma casa decimal ultrapassa dez.

Durante esse encontro, notei que enquanto realizavam as contas, buscavam maneiras para esconder o que estavam fazendo colocando a mão por cima. Quando erravam apagavam com tanta rapidez que não dava tempo para eu analisar. O erro tinha que ser "escondido". Apesar de terem liberdade de riscar a folha ou deixar seus procedimentos de cálculos à mostra, nenhum deles sentiu-se à vontade para fazer isso.

Após o primeiro encontro percebi que seria necessário retomar algumas questões, pois não foi possível, nesse primeiro momento, saber com clareza em qual nível de conceituação eles se encontravam para realização do cálculo da adição e qual foi a real compreensão do método obsoleto apresentado até então.

Para isso, no segundo momento, além de revermos o cálculo da adição, também retomamos o sistema de numeração decimal através de um ábaco bem simples, que foi construído na própria mesa usando fita crepe, sulfite e feijões.

Segundo Encontro:

Esse encontro foi bastante produtivo, eles estavam interessados, motivados e logo que me viram perguntaram “que conta nova eu ia ensinar”. Aproveitei para perguntar se eles estavam usando o “novo jeito” que haviam aprendido, um deles disse que até ensinou a professora porque era muito mais fácil e os outros disseram que esqueceram.

Inicialmente propus para que resolvessem lentamente a conta 358 mais 352. Todos resolveram e chegaram ao resultado 710. Então comecei os questionamentos:

V: Observei a maneira como resolveram a conta e percebi que começaram pela unidade, depois a dezena e por último a centena, OK? Agora olhem apenas para os números que estão na unidade. Quais são eles?

Todos: 8 e 2.

V: Mas qual é o resultado de 8 mais 2?

C₄: Dez.

V: Só que nós temos um problema com esse dez, eu não estou vendo onde ele está no resultado de vocês.

C₁: Subiu 1.

V: Mas para onde subiu um?

C₁: Subiu na dezena, porque é a casa mais próxima e não pode ir direto para a centena.

V: Mas por que tem que ser a casa mais próxima?

Como nenhum deles soube responder mais uma vez fica claro que realizam os cálculos de forma mecânica, simplesmente pegando o algarismo 1 do número 10 e colocando em cima do algarismo que está próximo e deixando o 0 embaixo da unidade. Mas qual é o verdadeiro significado disso? Não compreendem o significado do “vai um”, parecem demonstrar certo condicionamento para realização da operação.

Para dar prosseguimento a minha investigação, precisei retomar o valor posicional dos algarismos através do ábaco. Disse que estaríamos fazendo a conta “de mais” usando feijões.

Entreguei para cada um uma folha de sulfite colorida dividida em três partes e perguntei se aquela folha trazia alguma lembrança para eles. Responderam que na 1ª série a professora dividia a conta daquela maneira colocando o c – d – u (não nomearam, apenas falaram o nome da letra). Então perguntei:

V: Mas o que é c – d – u?

Todos: É centena, dezena e unidade. Podemos colocar no papel?

V: Por quê?

C₄: Fica mais fácil.

V: Pode. Agora pensem como vocês representariam o número 358 usando feijões nesse papel.

Não pensaram muito e colocaram três feijões na centena, cinco na dezena e oito na unidade. Quando questionei por que havia aquela quantidade de feijões nas casas apenas um deles respondeu:

C₁: Três feijões na centena é como se fosse cem cada um, na dezena eles valem 10 então 5 dá 50 e na unidade vale um então dá 8.

A criança C₁ tem um raciocínio bem mais rápido em relação as outras. Ela faz um comentário dizendo que a professora da 1ª série ensinou dessa maneira e que ela usava 1 cubinho para representar a unidade, 1 barrinha para representar a dezena, uma placa para representar a centena e um cubo “bem grandão” para o milhar (repetiu o mesmo comentário feito na primeira entrevista).

A fim de verificar a compreensão de todos fui propondo a formação de números diferentes individualmente, acrescentando ou tirando feijões nas unidades, dezenas e centenas. O resultado foi muito bom, todos respondiam qual número estava sendo formado sem dificuldade.

O interessante neste momento foi que a utilização de um material diferente do que já conheciam, no caso o ábaco, não causou nenhuma confusão por parte das crianças, muito pelo contrário, percebi que veio a acrescentar, principalmente para aqueles que não demonstravam clareza na compreensão do sistema de numeração decimal.

Nós professores, nem sempre temos segurança para utilizarmos outros procedimentos, ficamos presos apenas a um e isso acaba comprometendo o aprendizado de alunos que necessitam de maneiras diferenciadas, de outros olhares para o mesmo significado, outros caminhos para o mesmo destino.

V: Gostaria de saber uma outra coisa: Por que será que cada “casa” tem um nome e uma se chama unidade, a outra dezena e centena?

C₃: Porque a unidade vale 1, a dezena vale 10 e a centena vale 100.

V: Agora iremos fazer a adição dos 358 mais 352 usando feijões. Como devo começar?

C₂: Do sinal de mais (foi logo pegando feijões para fazer o sinal).

V: Mas para que serve o sinal?

C₄: Para sinalizar.

V: Não posso fazer uma conta sem o sinal?

Nesse momento precisamos conversar sobre o significado do sinal de mais. Retomei que nada mais é do que um símbolo, da mesma forma que os números o são.

Depois de representarem os dois números questioneei:

V: Por onde vocês vão começar?

Todos: Pela unidade.

V: OK, juntem 8 mais 2 feijões.

Eles não juntaram os feijões das unidades e foram pegar outros no potinho, acharam que não seria possível juntar os que estavam na unidade. Retomei o procedimento no papel, mas mesmo assim insistiram que não daria certo porque 8 mais 2 é igual a 10 feijões e “como não pode ter 10 na mesma casa está tudo errado”.

Uma das alunas juntou os números de todas as casas 358 e 352 e disse que fazendo com feijões não daria certo porque na dezena não pode ter 10.

Chegamos a um momento importantíssimo da aprendizagem, o conflito estava acontecendo; eles não tinham a conceituação, por isso disseram que não daria certo fazendo com feijões.

Pude notar que, segundo Piaget, uma das fontes de progresso no desenvolvimento dos conhecimentos se deve procurar nos desequilíbrios, que obrigam o sujeito ultrapassar o seu estado atual e a procurar novas direções.

Quantas vezes, ao trabalharmos determinados conteúdos acabamos observando apenas o resultado final sem análise do “caminho” percorrido pelo aluno e não nos damos conta que utilizaram apenas mecanismos da memória, assim como nós fazíamos para resolver uma situação de cálculo.

Esse momento tornou-se relevante porque remeto-me aos estudos feitos através da obra de IFRAH(1987) na qual menciona a origem do ábaco, relacionando-o ao modo como os pastores obtinham o controle sobre seus rebanhos. A prática de contagem citada por IFRAH, além de dar origem ao ábaco, também possibilitou ao homem o desenvolvimento na arte do cálculo. O ábaco como instrumento de contagem foi utilizado pelo homem como um modo prático de realizar os cálculos que se apresentavam cada vez mais complexos.

Acredito que se esses alunos tivessem a oportunidade anterior de não apenas conhecer a história, mas também vivenciá-la através do uso do ábaco provavelmente não chegariam a 4ª série sem compreensão da estrutura lógica do sistema de numeração decimal.

V: Por que na dezena não pode ter 10?

C₁: Em nenhuma casa pode ter 10.

V: Por quê?

C₁: Em cada casa o número maior é até 9 e isso é regra.

V: Só que agora estou com um problema. Eu tinha 358 mais 352 e vocês disseram que não pode juntar porque dá mais que 9. Como é que pode no papel e não pode com os feijões?

C₂: Pode sim, junta 8 unidades e 2 unidades e passa um feijão para a dezena.

V: Mas aí você ficou com 9 na unidade e assim o resultado fica diferente. O que eu posso fazer?

C₂: Pego outro feijão e troco.

V: Ah! Eu tiro 1 ou faço uma troca?

Todos: Faço uma troca.

V: Então troquei por 1 que vale 10. Mas para onde ele vai?

C₁: Na dezena, porque 10 unidades é a mesma coisa que uma dezena.

V: Muito bem. Mas qual é a relação do que estão fazendo com feijões com o que fizeram no papel?

C₅: Que aqui na unidade ficou 0 porque subiu 1 na dezena.

V: Então o que é subir 1?

C₂: É porque não pode ficar 10 numa casa.

C₁: Porque a regra é nunca 10.

Prosseguimos em nossas discussões e fomos somar as dezenas cujo resultado foi 11.

V: Pode ter 11 na dezena? O que eu faço agora?

C₃: Eu troco.

V: Então, mais uma vez perguntarei a vocês: o que é esse vai um?

C₂: É uma troca.

Propus para que realizassem uma outra conta e pude perceber que nem todos haviam compreendido o que é esse “vai um”. Parece que todos têm muito presente a explicação das professoras da 1ª série, que diziam que a regra era “nunca dez” em cada casa.

Novamente foi necessário retomar a composição numérica para que compreendessem que 10 unidades é igual a 1 dezena, 10 dezenas é igual a 1 centena e assim sucessivamente.

Só tive a certeza de que haviam compreendido o que era o “vai um” depois que responderam que “é a troca, porque se deu 10 não pode ficar na casa”.

V: Agora nós vamos lembrar aquela continha diferente, vamos fazer como nossos antepassados.

C₃: Aquela que começa pela centena?

V: Isso. O que mais ela tem de diferente?

Como não souberam responder fizemos juntos a conta 475 mais 136. Foram se lembrando e fazendo. Houve uma observação muito interessante de uma das crianças. Ela percebeu que 4 centenas mais 1 centena dá 5, mas o resultado foi 6 porque 7 mais 3 da dezena deu 10 e “como não pode ter 10 na mesma casa foi 1 para a centena”.

C₁: Professora é a mesma coisa que a outra conta, só que põe o número do lado e não sobe.

V: Perfeito, é isso mesmo que acontece!

Repetimos a técnica obsoleta no ábaco e todos demonstraram compreender que a diferença é que não vai 1 em cima, apenas acrescenta 1 ao número que está do lado.

V: Na última vez que conversamos vocês me disseram que era mais fácil o jeito que nossos antepassados faziam. Vocês continuam achando a mesma coisa ou mudaram de opinião?

Apenas duas crianças mudaram de opinião justificando-se que, como não havia diferença, apenas mudava o lugar do vai um, preferiam continuar fazendo como aprenderam. Os outros acharam mais fácil fazer como nossos antepassados porque riscar o número quando “for 1” torna a conta mais simples.

A facilidade das crianças em aprender esse novo procedimento de cálculo veio confirmar o que SOUZA diz a respeito da dificuldade das professoras em realizar cálculos que estão em desuso, mas que foram historicamente utilizados. Esta dificuldade se refere mais numa “valorização positiva do apego à tradição, isto é, àquilo que já teria criado raízes no contexto institucional escolar” pelo professor, do que para o aluno.

V: Vimos que mudou bastante o jeito de fazer não é mesmo? Mas por que será que mudou tanto?

C₄: Acho que eles mudaram para facilitar, vai ver que eles achavam difícil fazer assim.

C₃: Mudaram pra gente não errar mais não.

O que foi relevante nesse segundo encontro foi saber que os alunos, atualmente, também não têm compreensão do “vai um”, ou seja, continuam aprendendo como nós aprendemos. Mesmo que o professor busque alguns procedimentos diferenciados, como o material dourado exemplificado pelos alunos, isso não tem garantido que a conceituação ocorra de maneira eficiente, coesa e que seja internalizada por eles.

Nós, educadores, estamos “presos” a tradições metodológicas e achamos que novos procedimentos para realização de uma operação poderia estar confundindo os alunos ou até mesmo causando alguns conflitos nos pais.

Durante os encontros as crianças demonstraram conhecimento apenas por um procedimento para a realização da operação. Ao conhecerem outro procedimento não confundiram, nem demonstraram insegurança ou até mesmo resistência em realizar, eles ousaram tranquilamente.

SOUZA nos faz apontamentos de extrema importância em seu trabalho de investigação sobre os processos de naturalização dos cálculos escritos, tendo a história como uma das formas de pensar no presente. Não ousamos mudar por questões que envolvem uma complexidade que nem sempre temos consciência. Resistimos apoiando-nos em argumentos sem muito fundamento, mas a realidade é que sofremos uma grande pressão social, falta de estrutura que favoreça mudanças, além de que, ao professor, não é permitido o erro e aplicar procedimentos que não tem completo domínio o tornaria vulnerável esses erros...

... a ultravalorização positiva de aspectos supérfluos da prática do cálculo escrito acaba também contribuindo para o reforço da naturalização do processo de transmissão dessa prática na escola. (p. 197)

Retomando a questão do erro, o professor sente-se vulnerável a erros (próprios) porque também não consegue trabalhar a gênese do erro de seu aluno.

Minha História Impactando Com a História da Matemática

Este capítulo tem o objetivo de demonstrar quais fatores da história da matemática que me impactaram, ou seja, causaram surpresa ao me defrontar com a maneira como aprendi e também como ensino a matemática.

Para falar da maneira como aprendi faz-se necessário (re)visitar minha própria história. Que delícia... encontro-me criança, me vejo brincando e a maioria de minhas brincadeiras estão sempre relacionadas com o cotidiano escolar!

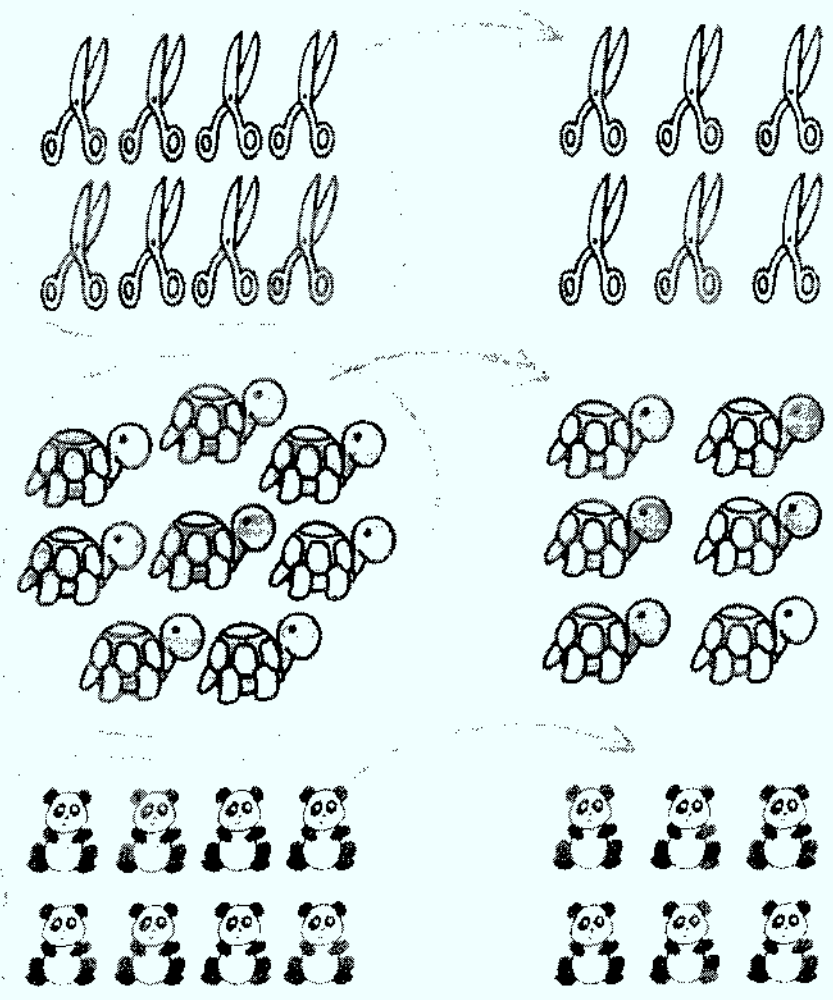
Ingressei na pré-escola em 1976, tenho boas lembranças da época que, apesar de ter sido uma experiência de aprendizagem bastante tradicional, era minha querida escola, com professores dedicados e carinhosos que ensinavam tradicionalmente, talvez porque fosse a única maneira para atender o contexto daquele momento ou até mesmo para atender as exigências da entidade escolar a qual estavam inseridos.

Atualmente consigo analisar o quanto minha educação foi técnica, a escola entregava o indivíduo para a sociedade, com certo padrão de cultura, "formatado" de acordo com os interesses da sociedade. Mas, de maneira nenhuma culparia meus professores, pois sei que a escola estava, e ainda está, organizada para atender a política econômica vigente.

Sobre minha vivência escolar teria muitos momentos para relatar, porém preferi dar ênfase ao ensino da matemática. Relembro que meus primeiros contatos com os números aconteceram com atividades mimeografadas, nas quais tínhamos de desenhar a quantidade de elementos indicados nos conjuntos e também treinar a coordenação dos números com seus traçados.

A atividade a seguir é muito parecida com as que eu realizava quando aluna:

Observe os conjuntos abaixo:



Vamos cobrir:

Faça você:

6					
---	---	---	---	--	--

(PÁDUA, NEVES, 1980, p.25)

Foi desta forma que fui me apropriando da matemática, fazendo grande quantidade de exercícios repetitivos e incansáveis folhas com seqüências numéricas. Os símbolos eram vistos como marcas isoladas, o verdadeiro significado

dos números não era questionado pelos alunos e professores, aliás, acredito que para ambos isso era algo um tanto remoto.

Faltava, justamente, essa criticidade no olhar para a matemática, sua historicidade, seu papel social na evolução da humanidade.

Ao estudar IFRAH (2001) percebi que vários fatores influenciaram na “invenção dos números”. Segundo ele, os números surgiram das necessidades que os homens tinham para numerarem o que os cercavam, como animais, pessoas, etc, e a medida que foram evoluindo precisaram ir aperfeiçoando-se.

Povos antigos foram sentindo necessidade de estabelecer algum tipo de notação numérica, de formar a contabilização de seus bens, rebanhos e pertences em geral, enfim, manter um controle e administrar tudo que lhes pertencia e o que os rodeava. A criação do número não antecedeu a contagem. Ao contrário, a contagem apoiada na utilização das mãos teve, como consequência, a elaboração do número.

IFRAH nos revela alguns métodos adotados por algumas gerações que ainda não haviam inventado a escrita propriamente dita. Como exemplo, vimos que pastores anotavam a quantidade de seu rebanho em forma de entalhes feitos com bastões, como também agrupamentos usando conchas, pauzinhos, além de outros materiais. Assim, realizavam a correspondência um-a-um.

“Vejam os exemplos de um pastor que guarda um rebanho de carneiros todas as noites numa caverna. São cinquenta e cinco animais, mas este pastor (...) não sabe contar, ignora completamente o que seja o número 55. Ele sabe apenas que há muitos carneiros (...) Um dia, ele tem a idéia (...) senta à entrada da caverna e faz entrar um por um os animais. Com um seixo, faz um entalhe num pedaço de osso cada vez que um carneiro passa a sua frente (...) e poderá em seguida verificar sem dificuldade de seu rebanho está completo ou não (...)”. (IFRAH, op. cit: 29)

IFRAH também nos aponta que alguns povos utilizaram seu próprio corpo para realizar contagens, associando os números às partes do corpo.

Necessidades como a de representação visual e memorização do pensamento ocasionaram a invenção da escrita numérica e a invenção do zero.

Conforme afirma IFRAH, a invenção do zero e dos algarismos “árabicos” permitem, a qualquer pessoa, fazer qualquer tipo de cálculo, sem a necessidade de recorrer a acessórios, como por exemplo, a mão. Esta descoberta passou por várias

evoluções através dos tempos e por diferentes civilizações sendo aperfeiçoada de acordo com suas necessidades.

Ainda em seus estudos, IFRAH nos aponta que, na maioria das vezes, eram utilizadas as mãos para realizar contas. Os dez dedos que possuímos nas mãos têm contribuído para a aprendizagem de realizar a atividade de contar. A natureza para agrupar em grupos de dez está completamente relacionada com a anatomia das mãos. Há evidências que povos antigos utilizavam a base dez, que é a base mais generalizada e na qual o nosso sistema de numeração está fundamentado.

E por falar em mãos, remeto-me a maneira como aprendi as operações. As mãos eram o único instrumento concreto de que dispúnhamos. A professora ensinava passo a passo, ou seja, ia aumentando gradativamente o “grau de dificuldade”. Apresentava inicialmente:

Arme e efetue:

$$\begin{array}{r}
 2 + 2 = \underline{\quad} \\
 \text{U} \\
 2 \\
 + \quad 2 \\
 \hline
 4
 \end{array}$$

la falando e explicando *“dois dedinhos mais dois dedinhos é igual a quatro. E atenção porque os números ficam em casas que se chamam: unidade, dezena e centena. Para armar uma conta precisa ficar número embaixo de número!”*. Inclusive conceituando erroneamente número e algarismo, assim íamos prosseguindo e após muitos treinos ensinava a conta do “vai um”.

$$\begin{array}{r}
 25 + 16 = \underline{\quad} \\
 \text{D} \quad \text{U} \\
 {}^1 2 \quad 5 \\
 + \quad 1 \quad 6 \\
 \hline
 4 \quad 1
 \end{array}$$

Nesse momento os dedos já não nos ajudavam tanto, portanto tínhamos um único outro recurso: a memorização. A professora explicava que *“cinco unidades*

mais seis é igual a onze, só que onze não pode ficar na unidade então “sobe um””. Vejam bem, nunca aprendíamos para onde ia esse “um” e fazíamos inúmeras contas para entendermos a técnica operatória. Essa mecanização acontecia com a aprendizagem das quatro operações.

Tal metodologia conduziu a memorização da sequência numérica e procedimentos de cálculos sem desenvolver a capacidade de entendê-la matematicamente. Hoje compreendo que usar os números não significa saber pensá-los e elaborá-los. A aprendizagem, conforme relatei acima, não proporciona aos alunos desenvolver a criatividade, porque foram fornecidas idéias prontas e acabadas das quais eles participavam de forma mecânica e não há relação entre o “fazer” e o “entender”.

Os alunos não pensavam ou elaboravam hipóteses a respeito dos números e operações, apenas reproduziam técnicas padronizadas.

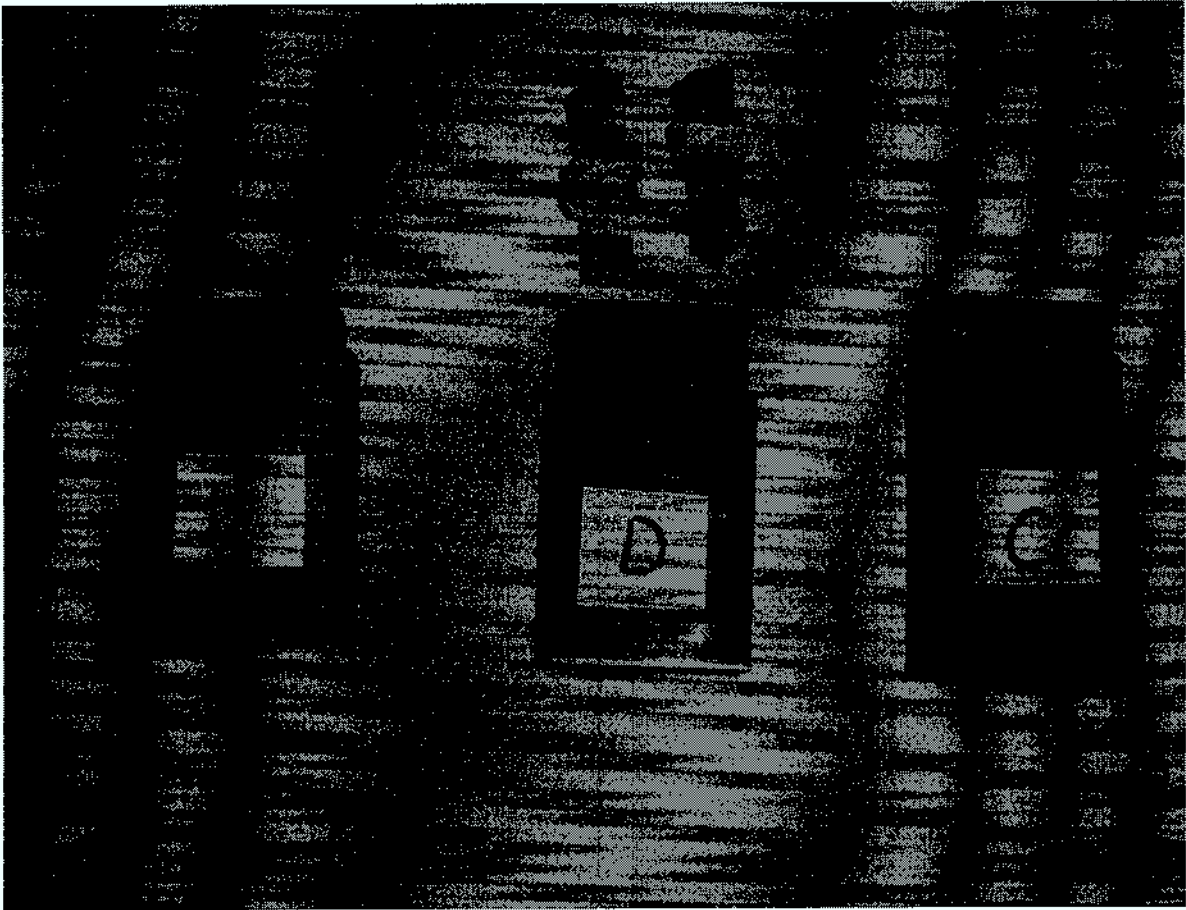
Pois bem, os anos foram passando e fui me apropriando de cálculos mais complexos ainda utilizando a memorização. Lembro-me, que da 5ª até a 8ª série do ensino fundamental, estudava muito a matemática para tirar a nota mínima (na instituição éramos avaliados por AE - Avanço Excelente, AS - Avanço Suficiente e AI - Avanço Insuficiente) e sempre recorria a uma amiga que tinha mais facilidade para explicar-me trigonometria, raiz quadrada... não me lembro de nenhum momento fazendo questionamentos ao professor.

Ao final do ensino fundamental não tive dúvidas que faria o magistério, afinal, acho que sou professora desde criança!

Ingresso no curso de magistério em uma escola estadual; aulas expositivas, estudos sobre comportamentos infantis, história da educação, estrutura de ensino, sociologia, estágio, enfim, foram diversas matérias voltadas para a formação do educador, sendo que nenhuma delas abordava a fundamentação matemática. Inicialmente isso causou-me um alívio, pois de certa forma estava “livre” da matéria que eu apresentava maiores dificuldades. Assim tornei-me professora.

Conforme disse acima, como aluna consegui “livrar-me” da matemática, mas como professora tive que enfrentar muitos desafios. Consciente de minhas dificuldades fui em busca de metodologias e recursos que fossem mais significativos. Os primeiros anos que lecionei na 1ª série, ao trabalhar o Sistema de Numeração Decimal, utilizava caixinhas e palitos de fósforos que confeccionávamos junto com os alunos: as “casinhas” dos números. Colocávamos três caixas de

fósforo em uma cartolina, a caixa amarela representava a unidade, a vermelha representava a dezena e a azul representava a centena. Íamos compondo os números e cada vez que formávamos 10 amarrávamos os palitos com elástico.



Para ensinar a adição explicava utilizando os palitos das caixinhas.

$$\begin{array}{r} \text{U} \\ 5 \quad ||||| \\ + 2 \quad || \\ \hline 7 \end{array}$$

Quando a soma dos valores da unidade chegava a dez palitos, dizia que tinha que fazer um “amarradinho”. Como esse amarradinho tinha dez e na unidade só podiam morar apenas 9 palitos, transferíamos aqueles dez para a dezena. Dessa maneira trabalhava o “vai um”.

As operações eram realizadas concretamente e a medida que os alunos iam aprendendo, deixavam de fazer com os palitos.

Através de estudos e trocas de experiências em horários de trabalhos pedagógicos, oficinas que aconteciam na escola ou até mesmo em encontros nas delegacias de ensino, passei a utilizar o material dourado para explicar o Sistema de Numeração Decimal e as operações.

Nesta época eu desconhecia aspectos históricos da matemática e não fazia contextualizações. Ao ingressar na Universidade, espaço que favoreceu reflexões sobre minha prática, entrei em contato com bibliografias que conduziram-me a pensar as possibilidades de tornar o aprendizado mais significativo.

SOUZA (2004), em sua tese de doutorado, nos aponta que a forma atual de realizar os cálculos é uma das formas que foi historicamente construída. Seu estudo também aborda um levantamento histórico de como se realizavam cálculos escritos dos séculos XII até XVI.

Segundo SOUZA, após análise de documentos históricos dos séculos descritos, constatou-se que os portugueses utilizavam predominantemente o sistema de numeração romano. Na prática astronômica era utilizado o sistema de numeração hindu-arábico para determinar os horários e locais propícios para realização de eventos. Desde aquela época eles acreditavam que os astros interferiam na vida das pessoas.

Portugal vivia um momento de conquistas por novas terras em busca de riquezas e estavam influenciados pelas histórias que circulavam sobre as *“maravilhas e prodígios do mundo desconhecido (África e Oriente)... poder-se-ia encontrar, com facilidade, pedras preciosas, ouro em abundância...”* (SOUZA, p. 90) e para isso precisam navegar para o sul do Atlântico, enfrentando vários desafios.

Desafiar a idéia que circulava na Europa de que era impossível sobreviver além da linha do Equador; arriscar combater seres anômalos e animais extraordinários. Não por esses motivos, e mesmo que não se desse crédito a essas idéias, a navegação no Atlântico se mostrava um empreendimento de risco, dado que muitos dos navios que haviam chegado até o cabo do Bojador não tinham conseguido retornar. Eduardo Bueno, ao escrever sobre a história do Brasil, afirma que era fato que *“dois em cada três homens da esquadra de Cabral jamais voltariam”*, e conta-nos também que a maioria dos homens a bordo desta esquadra tinha assinado seu testamento.

Modificar os procedimentos utilizados na prática náutica mediterrânea, os quais haviam se mostrado insuficientes no enfrentamento de alguns condicionantes físicos encontrados na navegação no Atlântico. As direções dos ventos e as correntes no Atlântico Norte eram muito desfavoráveis ao trajeto de volta das

terras ao sul do Bojador. Em sucessivas viagens no trajeto de volta das terras ao sul do Bojador, navegadores descobriram uma solução que contornava os condicionantes desfavoráveis dos ventos e das correntes fazendo uma manobra que ficou conhecida como "*volta da Guiné*" ou ainda, "*volta pelo largo*". (SOUZA, p. 98)

Segundo SOUZA, para enfrentar os desafios descritos acima, foi necessário modificar algumas práticas náuticas utilizadas até aquele momento, e se apropriaram da maneira hindu-arábica de se calcular para interpretar as tabelas astronômicas que estavam grafadas nesse sistema de numeração.

Outro fator apresentado por SOUZA para utilização do cálculo é a "*prática comercial mercantil*". Quando as viagens tornaram-se mais seguras cresceu o comércio de ouro, de escravos e especiarias. Em consequência foi necessário a criação de técnicas de cálculos que atendessem essas necessidades. Essas técnicas eram chamadas de "*técnicas de aritmética comercial*".

SOUZA nos mostra interessantes exemplos de como eram essas técnicas como consta:

Marcas deixadas nos alunos

Durante as entrevistas realizadas com os alunos de 4ª série e também observando minha própria prática docente, pude notar que em nossa atuação como professores, mesmo de maneira inconsciente, deixamos fortes marcas nos alunos. Chamo de marcas os sinais que os indivíduos não se esquecem mais e essas marcas são deixadas desde modos de ação e hábitos simples do cotidiano até práticas pedagógicas utilizadas para transmitir determinado conteúdo.

Logo no início da entrevista, na tentativa de criar um ambiente acolhedor, pude sentir os alunos mais tranquilos apenas quando tiveram certeza de que não se tratava de avaliação. Mas, mesmo assim, enquanto realizavam as operações propostas, tentavam esconder com as mãos os procedimentos utilizados para que eu não visse. Então, surgem algumas indagações: Quantas vezes isso acontece conosco na sala de aula? Como encaramos o erro? Como o nosso aluno lida com o erro? Como tem sido o olhar observador do professor?

A criança que utiliza uma atitude de defesa para esconder algo que fez provavelmente está com medo de ser avaliado. Essa atitude é resultado de uma escola que exige sempre os mesmos procedimentos de resolução e que muitas vezes acaba perdendo de vista a formação de conceitos importantes para a aprendizagem.

Sabemos que existem vários fatores que influenciam o processo de aprendizagem como: adoção de livros didáticos, currículo, preconceito em relação à origem social e étnica do indivíduo, a relação professor aluno. Porém, se fizermos uma revisão do **conceito do erro**, provavelmente estaríamos resgatando a auto-estima, a criatividade e a capacidade reflexiva do aluno.

Segundo Piaget (1997), considerando a existência fundamental da interação entre fatores externos e internos *“toda conduta é uma assimilação de esquemas anteriores (assimilação a esquemas hereditários em graus diversos de profundidade) e toda conduta é, ao mesmo tempo, acomodação desses esquemas à situação atual. Daí resulta que a teoria do desenvolvimento apela, necessariamente, para a noção de equilíbrio, pois toda a conduta tende a assegurar equilíbrios entre os fatores internos e externos ou, mais em geral, entre assimilação e acomodação”* (pág.89).

Para o autor (ibid.), *“o equilíbrio das estruturas cognitivas deve ser concebido como compensação das perturbações exteriores por meio das atividades do sujeito, que serão as respostas a essas perturbações”* (pág.97). Para o sujeito, os objetos precisam ser assimilados por seus esquemas de ação, de maneira que adquiram significado.

Os esquemas de ação, simultaneamente, acomodam-se às características do objeto. Quando tal objeto se torna indispensável para o exercício da ação, esta, ao modificá-lo, irá lhe atribuir significado.

Nesse processo descrito, entende-se por equilíbrio essa dupla relação entre assimilação e acomodação; o erro consiste nos desequilíbrios ou perturbações que ocorrem seja quando os esquemas de ação não conseguem assimilar os objetos em razão da resistência que estes lhes opõem, seja quando dois esquemas de ação não conseguem assimilar mutuamente.

Tal desequilíbrio é superado por compensações entre as perturbações exteriores e as atividades do sujeito, levando ao aumento do equilíbrio.

Assim, um erro é superado quando uma perturbação exterior motiva quem o cometeu a procurar outras teorias ou hipóteses e testá-las para chegar a uma nova solução.

Para Piaget, o erro na Teoria da Equilibração está ligado ao desenvolvimento da moralidade.

Retratando a realidade escolar, quando a criança é submetida a constrangimentos e repressões não estamos contribuindo para a reflexão crítica e ultrapassagem do erro.

Utilizar o erro de forma construtiva implica na mudança de postura por nós professores, pois erros e acertos são inevitáveis.

Macedo (1994) explica que o adulto tem uma visão que o errado opõe-se ao certo; o errado é considerado como algo ruim e o acerto é valorizado.

Para que o erro seja utilizado como fator construtivo na aprendizagem, deve tornar-se algo que a criança percebe e vê, assim mecanismos internos podem estar fazendo reconstruções, por isso é necessário que o erro não seja escondido pelo aluno, mas que sirva de instrumento de análise para o próprio aluno.

La Taille (1997) aborda os sentimentos que o erro pode provocar *“o sentimento de vergonha tem origem no fato de eu me saber objeto do olhar, da escrita, do pensamento dos outros”*. (p. 11)

A vergonha, segundo La Taille (ibid.), traduzindo-se em crítica ou até mesmo reprovação é uma forte motivação, pois o ser humano busca sempre um valor positivo de si. Também considera o erro como parte de um processo de regulação, pela qual passaram as estruturas cognitivas do ser humano.

La Taille (1997) também ressalta a importância de que o aluno precisa estar motivado para corrigir seus erros, com atenção para não os iludirmos.

“(...) dar valor a seus erros (aqueles realmente advindos de um processo legítimo de reflexão), mas não deixar de dizer: - o que você fez é muito interessante, mas ainda não é correto - do contrário, iludimos os alunos, ou passamos a idéia relativista de que todas as idéias têm o mesmo valor”. (p. 38)

Além da questão do erro, também constatei durante as entrevistas a presença marcante da linguagem utilizada pelo professor ao trabalhar com determinados materiais. Eles relataram que a professora da primeira série sempre falava, para se referir ao sistema de numeração decimal, o “nunca dez” e que “um cubinho valia 1, uma barrinha valia 10 e uma placa valia 100”, ao trabalhar com o material dourado.

Muitas vezes buscamos maneiras lúdicas com a intenção de tornar o aprendizado prazeroso e acabamos menosprezando a capacidade dos alunos, tornando o aprendizado sinônimo de memorização, pois os alunos lembraram-se das palavras utilizadas pelo professor, mas nem por isso demonstraram ter domínio dos conceitos de numeração decimal e adição com reserva.

Esses alunos não tiveram a oportunidade à diversidade de materiais e contextualizações históricas, fator muito importante para favorecimento de outras formas de pensamento. Além do material dourado, como os alunos citaram, o uso do ábaco para trabalhar sistemas de numeração decimal e operações também seria muito interessante, pois facilitaria a compreensão das regras do sistema.

Ao desenvolvermos um trabalho com comprometimento estou certa de que nem todas as marcas deixadas em nossos alunos são negativas. Porém, não podemos fechar os olhos para a realidade do ensino da matemática, em que, muitas vezes, os erros são desprezados e os conceitos não são recriados. Um olhar crítico e consciente sobre a própria prática poderá alterar a realidade.

Conforme AQUINO (1997) aborda, estamos acostumados a atribuir certos fracassos do aluno “à sua preguiça, ao seu despreparo, às suas condições de vida” (p.23). Dificilmente refletimos sobre aquilo que estamos ensinando, se é adequado para quem está no papel de aprendiz. Precisamos estar atentos que dificuldades e fracassos não são conseqüências apenas da capacidade dos alunos, mas de um

grupo que está envolvido nesse processo, abrangendo desde a incompatibilidade da proposta da escola, as características da criança, a cultura de origem do grupo e até a própria formação dos professores.

Sabemos que nem sempre é possível que o professor tenha uma prática reflexiva, em algumas realidades escolares isso se torna um tanto utópico, porque diante da grande quantidade de tarefas burocráticas que nos atribuem (preenchimento de relatórios, diários, semanários, fichas...) não resta tempo para refletir sobre sua prática.

O trabalho docente é extremamente complexo, pois envolve uma série de processos que vão desde aspectos como a maneira que nos apropriamos da linguagem até o conhecimento que temos de nossos alunos.

Segundo Franchi (1995) existem diferentes tipos de modalidades de conhecimento que o professor constrói em sua formação e também dentro de sua própria prática. Ele necessita de conhecimentos especificamente pedagógicos que é a combinação entre o conhecimento da matéria e o conhecimento de como, para quê e para quem ensiná-la. O professor precisa, também, do conhecimento dos alunos e de suas características e o conhecimento do contexto educativo.

Como articular tudo isso? Não é tarefa fácil, mas algumas ações poderão estar nos auxiliando e uma delas é o trabalho coletivo. Ele é de fundamental importância para o intercâmbio de informações, reflexões e construção de projetos pedagógicos significativos, senão corremos o risco de convivermos apenas com aquilo que achamos certo. Porém Franchi nos faz um importante apontamento sobre a realidade educacional vivenciada:

...não se proporciona ao docente sequer as mínimas condições de estabilidade em que possa vivenciar essa realidade e acumular experiências significativas para um trabalho coletivo e contextualizado. A proclamada autonomia e a retórica sobre a profissionalização do professor não se concretizam em decisões políticas correspondentes: este tem sua vida cada vez mais comandada por lógicas administrativas e sujeita a regulações burocráticas. É um trabalhador fragmentado e isolado, cujas possibilidades de ascensão profissional não levam em conta nenhum processo coletivo de avaliação de trabalho educacional desenvolvido pela escola e pelo docente, já não se constituem como espaço de reflexão e de trabalho conjunto (p.30).

Outra marca observada durante a entrevista com os alunos demonstra que estão completamente presos a um único procedimento, trazendo como consequência a falta de conceituação. Mostram que se estivessem envolvidos em uma realidade educacional adequada em que o professor tivesse contato com outras

formas de saber, certamente o maior beneficiado seria o aluno, pois o ideal é que ele seja sujeito de sua própria prática.

Além do trabalho coletivo o professor necessita estar atualizado, participando de cursos para desenvolver uma prática vinculada a realidade dos alunos com conteúdos dinâmicos e concretos.

A atualização do professor é imprescindível, porém deve estar atento ao fato de que, muitas vezes, para não ser rotulado de tradicional, busca a novidade pela novidade, apagando tudo que sabe, passando para uma prática futurista.

Enfrentamos um grande desafio no que se refere a nossa própria formação, também no que diz respeito a avaliação. Em cursos de formação são poucas discussões sobre o assunto e geralmente nos tornamos reprodutores de práticas, ou seja, estamos sempre seguindo modelos. São raras as oportunidades de reflexões, para entender o que nos acontecia enquanto alunos, para que a partir desse ponto pudéssemos reverter esse quadro de reprodutores.

Uma outra marca deixada em nossos alunos é o **medo de avaliação**. Qual a causa desse sentimento tão negativo? Ao nos remetermos a momentos em que éramos alunos fica fácil lembrarmos esse sentimento. Porém, na postura de professores acabamos achando natural porque foi historicamente constituído.

Luckese (2005) faz apontamentos importantes sobre avaliação. O medo que observei nos alunos durante as entrevistas tem muitas causas. Todos os envolvidos no processo educacional (pais, professores, alunos, direção, administração, etc...) estão centrados na promoção que se dá através das notas obtidas. A relação professor aluno, quando a atenção é centrada em provas, fica bastante comprometida, professores *“elaboram provas para “provar” os alunos e não para auxiliá-los em sua aprendizagem por vezes, ou até em muitos casos, elaboram provas para reprovar seus alunos”*. Nesse contexto, a avaliação torna-se instrumento de ameaça, disciplinamento e seletividade social dos alunos perdendo sua verdadeira função da construção da aprendizagem satisfatória.

Nem sempre a atitude dos professores está efetivamente comprometida com o desenvolvimento dos alunos, acabamos cumprindo nossa função de forma mecânica.

AQUINO (1997) nos chama atenção que nossa preocupação como professor gira em torno de avaliar *“mais e melhor”* e que precisamos mudar o foco para quando e como é melhor avaliar, pois nem sempre utilizamos práticas avaliatórias

adequadas; acabamos nos envolvendo em seu caráter burocrático e olhando o desempenho dos alunos através de procedimentos de testagem, relatos e observações. Precisamos ser muito cuidadosos na seleção, organização e preparação dos instrumentos de avaliação, bem como o uso de procedimentos diversificados de avaliação.

Avaliar não deve ter como objetivo a seleção, mas a possibilidade de oferecer aos alunos o conhecimento crítico e criativo, instrumento necessário quando se tem como compromisso a transformação da realidade.

Luckese (2005) define que *“o ato de avaliar por sua constituição mesma, não se destina a um julgamento definitivo, sobre alguma coisa, pessoa ou situação, pois que não é um ato seletivo. A avaliação se destina ao diagnóstico e, por isso mesmo à inclusão, destina-se a melhoria do ciclo de vida”* (p.180).

Quantas marcas vamos deixando pelo caminho!!!, o importante é sabermos que dentro da escola, professores e alunos, não somos sujeitos isolados sem comprometermos externos. Todos nos encontramos na sala de aulas com bagagens diferentes e individualizadas para uma importante e simultânea troca: ensinar e aprender. Para isso não existem fórmulas prontas que dêem conta de tanta complexidade. É necessário intuição e reflexão para agir frente a tantas situações divergentes.

Considerações Finais



A questão principal que o trabalho de pesquisa esta pautado, (Qual seria a reação dos alunos que já têm o domínio dos algoritmos de cálculo da adição ao se depararem com maneiras obsoletas de realizar o cálculo? Essas maneiras obsoletas serviriam como alternativas para os alunos que apresentam dificuldades?) possibilitou, durante as entrevistas, observar o impacto de algo completamente novo aos alunos e também saber como está a conceituação em relação ao sistema de numeração decimal.

A criança, ao chegar à escola, já traz consigo várias noções matemáticas que aprende em contato com o meio social que vive, que na maioria das vezes são deixadas de lado e ensina-se mecanicamente. Durante todo o processo de entrevistas e encontro com as orientadoras foi possível comprovar esses fatos.

As crianças ainda continuam realizando as operações, no caso observado a adição, de maneira mecânica, sabem que unidade deve ser embaixo de unidade, dezena embaixo de dezena e assim sucessivamente, porém quando são questionadas porque tem que ser dessa maneira não sabem responder. Elas fixam a maneira espacial de armar a conta e tem isso como verdade absoluta, ou seja, que essa é a única forma de resolver.

O professor, mesmo sem consciência, detém o poder e o saber na sala de aula. Várias vezes durante as entrevistas os alunos falaram que fazem a conta dessa forma porque “foi a professora que ensinou assim e que ela ensina do jeito mais fácil”. A compreensão dos alunos não poderia ser diferente, pois os conceitos são apresentados de forma “perfeita”. Em conseqüência, pensam que foram criados assim e quando não conseguem aprendê-los sentem-se incapazes.

Nós professores temos algumas crenças que nem sempre têm fundamento pedagógico. Uma delas é que para ensinar alguém é preciso partir do “começo”, mas qual é o começo das operações? Nunca nos questionamos sobre esse aspecto. Uma outra crença, que envolve inclusive fatores como insegurança, é que estamos presos a certas tradições e acabamos reproduzindo algumas metodologias por termos a certeza de que não estaremos sendo questionados.

Também foi possível constatar que tanto professor como aluno se envolvem no que está sendo trabalhado para obter o êxito “a qualquer preço”. Os professores dão inúmeros exercícios para que os alunos, de tanto treinarem, errem pouco, e os alunos quando se deparam com a possibilidade de erro apagam rapidamente para que o professor não perceba por isso escondiam suas tentativas durante a entrevista.

Outro fator observado foi que os alunos têm a oportunidade de estar trabalhando com materiais concretos, relataram o uso do material dourado e palitos, mas pareceu-me que o uso desse material não garantiu uma efetiva aprendizagem porque eles chegaram até a 4ª série sem a conceituação do Sistema de Numeração Decimal e não tinham clareza para onde “ia um” nas contas de adição com reservas. Cabe salientar a maneira como os materiais estão sendo utilizados, porque se ao final de um processo apresentamos ao aluno resultados prontos, não permitimos a ele fazer uma reflexão através do material.

Ressalto que a diversidade de materiais utilizada na entrevista foi um excelente recurso para alunos que não tinham a conceituação do sistema de numeração decimal. Como já conheciam o material dourado a utilização do ábaco proporcionou o levantamento de hipóteses e ampliação de seus conhecimentos.

A culminância das entrevistas estava na questão inicialmente apresentada, que para minha surpresa, os alunos ao conhecerem o método obsoleto da adição não apresentaram nenhum tipo de resistência, que seriam atitudes de não aceitação do conhecimento. Notei uma insegurança inicial que foi superada pelo **desafio** de algo que era novo e muito diferente. Esse desafio funcionou como **elemento motivador** para compreensão de algo que não sabiam.

Concluo que a história da matemática tornou-se para os alunos algo desafiante e motivador, elementos que devem estar presentes no cotidiano escolar. Precisamos estar atentos de que ensinar atualmente exige muito mais do que memorizar informações. o fundamental é que criemos formas de intervenção e relações de ensino que levem à construção de novos conhecimentos.

Sabendo-se que o significado da palavra Matemática, em grego é saber pensar, este estudo me permite concluir que a história torna-se um excelente instrumento para pensar, pois ela levará a criança percorrer caminhos de (re)construções e nesse processo estará fazendo (re)significações, além de estar contando com uma aprendizagem alternativa.

Esse Trabalho de Conclusão de Curso teve extrema importância pessoal, através dos estudos realizados pude refletir sobre posturas assumidas como professora e identificar suas origens. Em consequência dessas análises novas maneiras de atuação foram, e ainda estão se elaborando, não apenas na matemática como também em outras disciplinas. Dessa forma sinto-me uma professora em constante processo de construção!

Referências Bibliográficas

AQUINO, J.G. "O mal-estar na escola contemporânea: erro e fracasso em questão". In: AQUINO, J.G. "Erro e fracasso na escola: alternativas teóricas e práticas". São Paulo: Summus, 1997.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SES, 1997

FRANCHI, EGLÊ PONTES (org.) "A causa dos professores" – Campinas-SP. Papitus, 1995 – Coleção magistério: Formação e trabalho pedagógico.

IFRAH, GEORGES. "Os números: história de uma grande invenção". Tradução Stella Maria de Freitas Senra. – 10. ed. – São Paulo : Globo, 2001.

LA TAILLE, Y. "O erro na perspectiva piagetiana". In: _____.

LUCKESI, CIPRIANO CARLOS "Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições / Cipriano Carlos Luckesi.- 16. ed. – São Paulo: Cortez, 2005.

MACEDO, L. "Para uma visão construtivista do erro do contexto escolar". In: Ensaio Construtivistas. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1994.

PÁDUA, Deborah, NEVES, Mello "Matemática Moderna" – São Paulo: Instituto Brasileiro de Edições Pedagógicas, 1980.

PIAGET, J. "Seis Estudos de Psicologia". Rio de Janeiro, Forense Universitária: 1997.

SOUZA, ELIANA DA SILVA. "A prática social do cálculo escrito na formação de professores : a história como possibilidade de pensar questões do presente" – Campinas, SP: [s.n.], 2004.