

TCC/UNICAMP
G429a
1290004356/IE

lógica fuzzy
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE



TCC/UNICAMP
G429a
IE

INSTITUTO DE ECONOMIA

CEDOC - IE - UNICAMP

ANDRÉ BERTO GIMENEZ

APLICAÇÃO DE REDES NEURAIS E LÓGICA FUZZY
NA SIMULAÇÃO DO JOGO DE BARGANHA COM
ULTIMATO

CAMPINAS – SP

2009

ANDRÉ BERTO GIMENEZ

APLICAÇÃO DE REDES NEURAIS E LÓGICA FUZZY
NA SIMULAÇÃO DO JOGO DE BARGANHA COM
ULTIMATO

Monografia apresentada para conclusão do curso
de Ciências Econômicas do Instituto de Economia
da Universidade Estadual de Campinas

Orientadora: Profa. Dra. Rosangela Ballini



CAMPINAS – SP

2009

Resumo

Este trabalho busca implementar um modelo de simulação baseado em Redes Neurais e Lógica Fuzzy para avaliar diversas hipóteses acerca da diferença entre a solução analítica do jogo de barganha com ultimato e os resultados encontrados pela economia experimental para esse jogo.

O modelo proposto utiliza as Redes Neurais como mecanismo de realização de escolhas, se valendo de sua capacidade de aprender e realizar escolhas com um conjunto limitado de informação. A Lógica Fuzzy é utilizada para incorporar à matriz de *payoffs*, que baliza o processo de aprendizado das Redes Neurais, conceitos vagos e subjetivos característicos do processo de decisão, permitindo assim testar outros jogadores que não o racional egoísta da solução analítica de Teoria dos Jogos.

O jogo de barganha com ultimato foi escolhido por ter uma combinação de características interessantes. O jogo é bem definido e tem uma solução analítica clara. Os jogadores exercem funções diferentes no jogo, podendo decidir de forma diferente. Por fim, o jogo é bem documentado pela economia experimental, com resultados consistentes em vários experimentos e destoante do esperado pela solução analítica do jogo. Várias hipóteses estão disponíveis na literatura relacionada para explicar essa diferença.

Palavras-chave: Teoria dos Jogos, Redes Neurais, Lógica Fuzzy, jogo de barganha com ultimato.

Sumário

Introdução.....	5
Capítulo 1 – Teoria dos Jogos e barganha com ultimato.....	7
1.1 – Teoria dos Jogos.....	7
1.1.1 – Estrutura de um jogo.....	7
1.1.2 – Análise de um jogo.....	9
1.2 – Barganha com ultimato.....	11
1.2.1 – Estrutura.....	12
1.2.2 – Solução analítica.....	12
1.2.3 – Barganha com ultimato na Economia Experimental.....	13
2 – Redes Neurais e Lógica Fuzzy.....	16
2.1 – Redes Neurais.....	16
2.1.1 – Sistema nervoso biológico e o neurônio.....	16
2.1.2 – Estrutura básica de uma Rede Neural (Perceptron Multi-Camadas).....	17
2.1.3 – Aprendizado pela Retro Propagação do Erro.....	19
2.1.3.1 – Retro Propagação do Erro.....	20
2.2 – Teoria de Conjuntos Fuzzy.....	23
2.2.1 – Operações com conjuntos fuzzy.....	24
2.3 – Modelo Utilizado.....	25
2.3.1 – Blocos I, II e III.....	28
2.3.2 – Bloco IV.....	29
2.3.3 – Blocos V, VI, VII e VIII.....	29
2.3.4 – Bloco IX.....	30
2.3.5 – Rede Neural.....	30
2.3.6 – Matriz de Payoffs.....	30
2.3.7 – Mecanismo de procura da melhor escolha.....	32
2.3.7.1 – Vetor de payoffs possíveis.....	32
2.3.7.2 – Capacidade de prospecção.....	33
2.3.7.3 – Racionalidade do jogador.....	33
2.3.7.4 – Volubilidade do jogador.....	34
Capítulo 3 – Resultados.....	36
3.1 – Resultado esperado.....	37
3.2 – Simulações com jogadores egoístas.....	38
3.2.1 – Jogadores plenamente capazes e racionais.....	38
3.2.2 – Jogadores com iguais limitações.....	42
3.2.3 – Proponente e respondente com diferentes capacidades de aprendizado.....	58
3.2.4 – Proponente e respondente com diferentes limitações.....	61
3.3 – Simulações de hipóteses derivadas da economia experimental.....	65
3.3.1 – Hipótese da justiça.....	65
3.3.2 – Hipótese da punição.....	68
3.3.3 – Hipótese do altruísmo.....	70
3.3.4 – Combinação das hipóteses da justiça e da punição.....	74
3.3.5 – Hipóteses da incerteza, da ordem de grandeza e do jogo de interação social.....	80
Capítulo 4 – Conclusões.....	82
Bibliografia.....	85

Introdução

Este trabalho tem por objetivo implementar um modelo de simulação baseado em Redes Neurais e Lógica Fuzzy e utilizá-lo no teste de hipóteses acerca da diferença entre o resultado teórico e o experimental do jogo de barganha com ultimato.

O modelo proposto utiliza as Redes Neurais como mecanismo de realização de escolhas, se valendo de sua capacidade de aprender e realizar escolhas com um conjunto limitado de informação. A Lógica Fuzzy é utilizada para incorporar à matriz de *payoffs*, que baliza o processo de aprendizado das Redes Neurais, conceitos vagos e subjetivos característicos do processo de decisão, permitindo assim testar outros jogadores que não o racional egoísta da solução analítica de Teoria dos Jogos.

O jogo de barganha com ultimato foi escolhido por ter uma combinação de características interessantes. O jogo é bem definido e tem uma solução analítica clara. Os jogadores exercem funções diferentes no jogo, podendo decidir de forma diferente. Por fim, o jogo é bem documentado pela economia experimental, com resultados consistentes em vários experimentos e destoante do esperado pela solução analítica do jogo. Várias hipóteses estão disponíveis na literatura relacionada para explicar essa diferença (Castro e Ribeiro, 2001).

O Capítulo 1 explica de forma objetiva a Teoria dos Jogos, a estrutura e representação de um jogo e a análise de um jogo. Nele também é apresentado o jogo estudado nesse trabalho, o jogo de barganha com ultimato. São detalhadas a estrutura do jogo e a solução analítica desse, além de serem apresentados os resultados obtidos pela economia experimental e as hipóteses encontradas para explicar a diferença entre esses resultados e a solução analítica.

O Capítulo 2 é dividido em três seções. Na seção 2.1 são introduzidos o conceito e a estrutura de uma Rede Neural. Também é explicado o aprendizado por retro propagação do erro. A seção 2.2 apresenta a Teoria de Conjuntos Fuzzy e identifica as operações

básicas que serão utilizadas no decorrer do trabalho. A seção 2.3 detalha o modelo utilizado. São descritos os passos executados em cada simulação, os parâmetros das Redes Neurais, a elaboração das matrizes de *payoff* e o uso dos Conjuntos Fuzzy.

No Capítulo 3 estão elaboradas as simulações realizadas, incluindo motivadores para realização daquelas simulações, formulação utilizadas, resultados obtidos e análise desses resultados.

O Capítulo 4 conclui o trabalho com um resumo sucinto dos resultados encontrados, uma avaliação dos instrumentos utilizados, as hipóteses levantadas e destaque de pontos que demandam mais estudos.

Capítulo 1 – Teoria dos Jogos e barganha com ultimato

1.1 – Teoria dos Jogos

A Teoria dos Jogos é uma tentativa de esquematizar o contexto no qual uma decisão estratégica é tomada com o objetivo de entender essa decisão (Fiani, 2006). São estudadas situações nas quais a decisão de um agente afeta os resultados dos outros agentes envolvidos, de forma que cada agente precisa levar em consideração a decisão tomada ou a ser tomada pelos outros agentes envolvidos para realizar sua própria decisão.

Uma ferramenta importante utilizada explícita ou implicitamente em toda análise de jogo é a da lógica situacional, como definida por Karl Popper (Fiani, 2006). Supõe-se que sendo os jogadores envolvidos racionais, o resultado de um jogo independe da subjetividade ou idiosincrasias dos jogadores. Isso reduz a importância das características dos jogadores, permitindo que se analise o jogo e seus resultados com base no contexto que o envolve. Dizer que um jogador é racional significa assumir que ele irá utilizar toda a informação a ele disponível para realizar a escolha que resulte no maior *payoff*.

A análise leva em conta os *payoffs* obtidos por cada jogador dado cada conjunto de decisões possível; as informações disponíveis a cada jogador, incluindo informações sobre os *payoffs*, sobre quando o jogo acaba, sobre as informações disponíveis a outros jogadores e sobre as decisões já tomadas por outros jogadores; o momento e a seqüência de decisões de cada jogador; e o número de vezes que o jogo será repetido.

1.1.1 – Estrutura de um jogo

Para explicar a estrutura de um jogo, neste trabalho será utilizado o exemplo do dilema dos prisioneiros. Nesse jogo, dois criminosos que atuavam juntos foram capturados pela polícia. Se condenados por todos os crimes de que são acusados, passarão um longo período presos, entretanto a polícia não tem provas suficientes para essa condenação plena. Na tentativa de obter confissões dos crimes para os quais os criminosos dificilmente serão condenados, a polícia põem cada um em salas diferentes, de forma que não possam se comunicar, e faz uma oferta. Se o jogador A confessar os crimes e o jogador B não, ambos são condenados por todos os crimes, mas A tem uma redução de sete anos na pena por colaborar. Se B confessar e A não, ambos são plenamente condenados mas B tem sete anos de redução de pena. Se ambos confessarem, ambos são condenados por todos os crimes e ambos têm uma redução de dois anos por colaborar. Finalmente, se nenhum deles confessar, ambos são parcialmente condenados, cumprindo uma pena quatro anos menor que a condenação plena.

Assim, assumindo que ambos os criminosos são racionais e que preferem passar o menor tempo possível na cadeia, podemos montar o jogo. Temos dois jogadores, A e B, escolhendo cada um confessar (C) ou não confessar (N). Esse jogo pode ser representado na forma estratégica, como na tabela 1.1. Essa representação é mais utilizada para jogos simultâneos, nos quais todos os jogadores decidem antes de tomar conhecimento das decisões dos outros jogadores.

		Jogador A	
		C	N
Jogador B	C	2, 2	7, 0
	N	0, 7	4, 4

Tabela 1.1: Representação na forma estratégica do Dilema dos Prisioneiros

Nessa forma de representação, as decisões de um jogador são identificadas pelas linhas e as de outro pelas colunas. Uma célula contém os *payoffs* correspondentes ao conjunto de decisões representado por aquelas linha e coluna para cada jogador, sendo primeiro

do jogador da linha e em seguida do jogador da coluna. No exemplo dado, as decisões do jogador A estão representadas nas colunas, sendo a terceira C (confessar) e a quarta N (não confessar), e as decisões do jogador B estão representadas nas linhas, sendo a terceira C (confessar) e a quarta N (não confessar). Assim, a célula da quarta linha e terceira coluna, contendo '0 , 7', indica que se o jogador A escolher confessar e o jogador B escolher não confessar, então o *payoff* (redução de pena) do jogador A será sete e do jogador B será zero.

Outra forma de se representar um jogo é a forma extensiva, mais utilizada em jogos que tenham decisões seqüenciais. Nessa forma, cada decisão é representada por um nóculo de onde derivam ramificações com as possibilidades. Cada jogador fica em sucessivas camadas, até a última camada, que traz o *payoff* correspondente àquele conjunto de decisões. A figura 1.1 ilustra a representação na forma extensiva do exemplo já apresentado do Dilema dos Prisioneiros. Nesse caso, como não se trata de um jogo seqüencial, a ordem dos jogadores é indiferente.

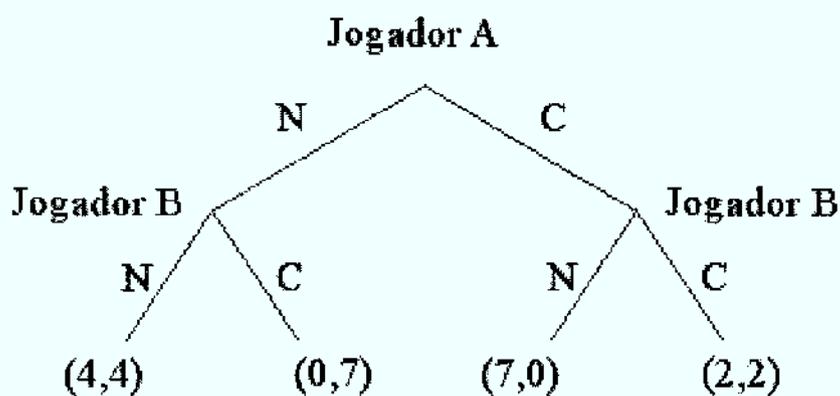


Figura 1.1 - Representação na forma extensiva do Dilema dos Prisioneiros

1.1.2 – Análise de um jogo

Diversos conceitos e ferramentas foram elaborados para auxiliar na análise de jogos. Para este trabalho destacam-se alguns, descritos abaixo.

Um primeiro fator a ser considerado quando da análise das escolhas de um jogador é o

conjunto de informação deste jogador. Quando toma uma decisão, um jogador pode ter conhecimento pleno das decisões tomadas pelos outros jogadores, conhecimento parcial ou nenhum conhecimento (Araújo, 2002). Na forma extensiva, isso significa que o jogador pode saber exatamente em qual vértice se encontra, saber que se encontra em um de um conjunto de possíveis vértices, ou não ter informação sobre em qual vértice se encontra.

Dado o conjunto de informação, o jogador estabelece uma estratégia de jogo, definida como um conjunto de ações de um jogador para um jogo. Dentre as possíveis estratégias, aquela que maximiza o *payoff* esperado do jogador é definida como estratégia ótima (Pindyck, 2006). Quando uma estratégia é ótima independentemente das escolhas dos outros jogadores ela é definida como estratégia dominante. Uma estratégia pode ser pura, quando o jogador tem definidas todas as suas decisões dado um conjunto de informação, ou mista, quando um jogador tem definida uma distribuição de probabilidades para todas as suas decisões dado um conjunto de informação.

Por fim, o confronto de estratégias racionais pode gerar equilíbrios de jogo. O caso mais claro de equilíbrio é quando todos os jogadores possuem uma estratégia dominante. Nesse caso, cada jogador assumirá sua estratégia dominante e se obterá o equilíbrio de estratégias dominantes. Quando um equilíbrio é atingido com cada jogador adotando uma estratégia maximizadora em função da estratégia de cada outro jogador, tem-se um Equilíbrio de Nash. O equilíbrio de estratégias dominantes é um caso especial do Equilíbrio de Nash. Alguns jogos, por sua vez, não possuem um equilíbrio.

Qualquer conjunto de estratégias pode também ser definida como Pareto Eficiente, ou seja, quando nenhum jogador puder aumentar seu *payoff* sem reduzir o *payoff* de outro jogador.

Voltando ao exemplo do Dilema dos Prisioneiros, temos que como descrito esse é um jogo simultâneo no qual os jogadores não têm informação sobre a decisão do outro jogador. Como o jogo não será repetido, as estratégias puras possíveis se resumem a C ou N (confessar ou não confessar).

Apesar de o *payoff* de cada jogador depender da estratégia do outro jogador, confessar é uma estratégia dominante. Isso ocorre pois caso o outro jogador confesse, confessar tem maior *payoff* – 2, versus 0 de não confessar – e, caso o outro jogador não confesse, confessar também tem maior *payoff* – 7, contra 4 de não confessar.

Sendo ambos os jogadores racionais ambos deverão escolher a estratégia de confessar, resultando em uma redução de pena de dois anos para cada. Se ambos confessarem é um Equilíbrio de Nash e um equilíbrio de estratégias dominantes, apesar de ambos os jogadores obterem um *payoff* maior caso ambos não confessem. Caso o jogo fosse repetido infinitas vezes, o equilíbrio seria ambos não confessarem, situação que é Pareto Eficiente.

1.2 – Barganha com ultimato

Neste trabalho será estudado um jogo de barganha com ultimato como descrito em “*Um teste empírico para a teoria dos jogos: o modelo de barganha com ultimato*” (Castro e Ribeiro, 2001). O jogo é caracterizado por um jogador, intitulado Proponente, que tem o propósito de dividir dez reais com um outro jogador, intitulado Respondente. Para tal, o Proponente oferece uma quantia qualquer de no mínimo um real ao Respondente. O Respondente exige uma quantia qualquer de no mínimo um real. Caso a quantia ofertada seja maior ou igual à quantia exigida, o negócio é fechado e o Proponente recebe dez reais menos a quantia ofertada e o Respondente recebe a quantia ofertada. Caso a quantia ofertada seja menor que a quantia exigida, não há acordo e ambos recebem zero reais.

O jogo de barganha com ultimato é um jogo simples mas adequado ao objetivo deste trabalho. Ele possui um Equilíbrio de Nash derivado da interação estratégica dos jogadores; sua estrutura é simples, facilitando a simulação; as possíveis estratégias dos jogadores são claras; ele foi testado pela economia experimental, permitindo assim a comparação dos resultados da simulação não só com o resultado teórico esperado, mas também com o observado na prática.

1.2.1 – Estrutura

O jogo de barganha com ultimato é um jogo simultâneo no qual cada jogador toma sua decisão sem conhecimento a respeito da decisão tomada pelo outro jogador. Reduzindo a gama de possibilidades de escolha dos jogadores a números inteiros, podemos representar esse jogo na forma estratégica como ilustrado na tabela 1.2.

		Proponente								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
R e s p o n d e n t e	1	1;9	2;8	3;7	4;6	5;5	6;4	7;3	8;2	9;1
	2	0;0	2;8	3;7	4;6	5;5	6;4	7;3	8;2	9;1
	3	0;0	0;0	3;7	4;6	5;5	6;4	7;3	8;2	9;1
	4	0;0	0;0	0;0	4;6	5;5	6;4	7;3	8;2	9;1
	5	0;0	0;0	0;0	0;0	5;5	6;4	7;3	8;2	9;1
	6	0;0	0;0	0;0	0;0	0;0	6;4	7;3	8;2	9;1
	7	0;0	0;0	0;0	0;0	0;0	0;0	7;3	8;2	9;1
	8	0;0	0;0	0;0	0;0	0;0	0;0	0;0	8;2	9;1
	9	0;0	0;0	0;0	0;0	0;0	0;0	0;0	0;0	9;1

Tabela 1.2: Representação do jogo de barganha com ultimato na forma estratégica

Note que na tabela 1-2 que a matriz de resultados é triangular superior, pois o valor oferecido pelo Proponente é menor que o exigido pelo Respondente e, portanto, o negócio não foi fechado, ou seja, ambos os jogadores recebem zero.

1.2.2 – Solução analítica

De acordo com a teoria dos jogos, assumindo que ambos os jogadores são racionais e que ambos preferem ganhar mais a ganhar menos, o equilíbrio desse jogo está em o Proponente oferecer um real e o Respondente exigir um real (Castro e Ribeiro, 2001).

Para o Respondente, exigir qualquer valor igual ou inferior ao valor oferecido pelo Proponente resulta no mesmo *payoff*, que é maior que exigir qualquer valor superior ao valor oferecido. Sem saber qual é o valor oferecido pelo Proponente, o Respondente irá exigir um real, pois prefere ganhar um real a ganhar nada.

O Proponente está ciente da racionalidade do Respondente e da estratégia que este então escolherá. Assim, sendo o Proponente também racional, ele escolherá a estratégia de maior *payoff*. Pela representação na forma estratégica podemos ver que dado que o Respondente exigirá um real, a estratégia racional para o Proponente, ou seja, aquela que maximiza seu *payoff* é oferecer um real.

1.2.3 – Barganha com ultimato na Economia Experimental

Os resultados encontrados na Economia Experimental não correspondem ao previsto pela solução analítica. Bianchi ressalta que “*os resultados gerais apresentados sugerem que o modelo da racionalidade egoísta é incapaz de prever a maioria das decisões tomadas, em situações envolvendo informação perfeita, ganhos monetários, e condições de ultimato*” (Bianchi, 1998, p. 431 *apud* Castro e Ribeiro, 2001).

No trabalho de (Castro e Ribeiro 2001) a distribuição da quantia oferecida foi tal qual do histograma da figura 1.2 e a distribuição da quantia exigida foi tal qual do histograma da figura 1.3.

Como pode ser observado, a moda da quantia oferecida foi de cinco reais e a moda da quantia exigida foi de quatro reais. A média da quantia oferecida foi R\$ 4,33 enquanto a média da quantia exigida foi de R\$ 3,54. O trabalho também divide a amostra em subgrupos, usando como critério conhecimento formal de economia e de Teoria dos Jogos e gênero. Para a amostra como um todo e para cada um dos subgrupos, os resultados encontrados não são aqueles esperados pela teoria.

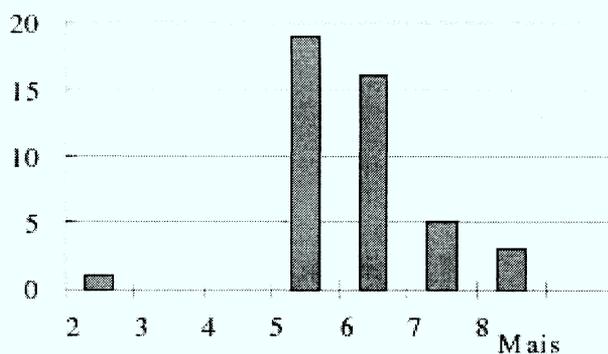


Figura 1.2 – Histograma de frequências para a quantia mantida pelo proponente

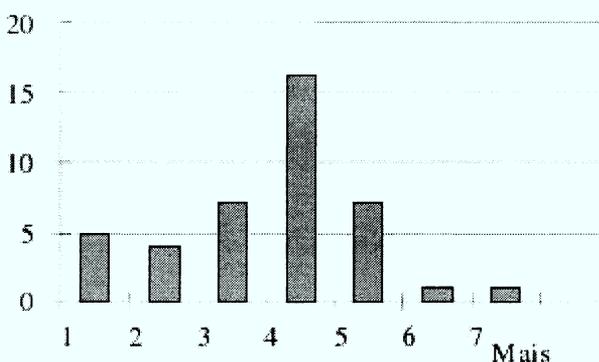


Figura 1.3 – Histograma de frequências para a quantia demandada pelo respondente

Os autores destacam algumas possíveis explicações para essa discrepância. A teoria pressupõe que o agente maximiza seu *payoff* e que este inclui somente a variável ganho monetário. Se as preferências dos jogadores incluírem outros fatores, então a matriz de *payoff* não corresponderá aos *payoffs* percebidos pelos jogadores e o modelo não seria capaz de prever satisfatoriamente as decisões dos jogadores.

A primeira hipótese levantada é a de uma noção de justiça, pela qual a utilidade é reduzida se o resultado do jogo for uma solução não igualitária. Outra hipótese, denominada *hipótese da punição* considera que um jogador aceita uma perda contanto que esta puna um jogador que aja com individualismo exacerbado.

Em outra linha, uma terceira hipótese ressalta que um jogador não sabe qual racionalidade esperar do outro jogador com o qual interage. Assim, o resultado encontrado poderia ser explicado pela aversão ao risco e poderia ser mantida a hipótese de jogadores racionais egoístas.

Por fim, os autores consideraram também que a quantia oferecida pode ser pequena demais para levar os jogadores a empenhar todo seu esforço maximizador.

2 – Redes Neurais e Lógica Fuzzy

2.1 – Redes Neurais

As Redes Neurais Artificiais são um instrumento de simulação que mimetiza a estrutura do sistema nervoso biológico. O resultado é um sistema de processamento paralelo distribuído que é crescentemente utilizado em processamento de informação, em reconhecimento e classificação de padrões e previsão de séries temporais (Ballini, 2000).

Neste trabalho, Redes Neurais serão utilizadas para simular a tomada de decisão dos jogadores na barganha com ultimato. Diferentemente da solução analítica, o uso de Redes Neurais permite que diversas hipóteses a respeito da tomada de decisão dos jogadores sejam testadas. Na medida em que jogam e erram, as redes aprendem, sem necessidade de interferência externa. Por meio de modificações no mecanismo de aprendizado é possível incluir no modelo diferentes ponderações na tomada de decisão e outros fatores como assimetria de informação, informação incompleta e limitações na capacidade de aprendizado. Assim, o uso de Redes Neurais permite avaliar de que forma cada um desses fatores afeta o resultado do jogo e comparar esse resultado com o esperado pela solução analítica e o encontrado pela economia experimental. Redes Neurais também se mostraram capazes de encontrar estratégias de equilíbrio complexas em jogos repetidos (Cho, 1994 *apud* Herbrich *et al*, 1999).

2.1.1 – Sistema nervoso biológico e o neurônio

O elemento fundamental do sistema nervoso biológico é o neurônio mas esse não tem capacidade de processar a informação sozinho. Os neurônios são compostos por elementos comuns: uma árvore dendrítica, ramificações por onde o neurônio recebe estímulos; um corpo celular, que acumula os estímulos recebidos dos diferentes dendritos até que seja atingido um certo limiar que ativa o neurônio; e o axônio, que

quando o neurônio é ativado, transmite essa informação a outros neurônios através das ramificações. A conexão entre os neurônios recebe o nome de sinapse.

O processamento da informação em um sistema nervoso biológico não se dá em um único neurônio, mas na interação destes. Têm papel importante nesse processo a complexa rede de conexões entre os neurônios, a reação de cada neurônio aos estímulos recebidos e a eficiência das sinapses.

2.1.2 – Estrutura básica de uma Rede Neural (Perceptron Multi-Camadas)

Uma Rede Neural Artificial é uma representação do sistema nervoso biológico. Para tal, é necessária uma estrutura que exerça a função de neurônio. Tal qual sua contraparte real, o neurônio artificial recebe estímulos externos, pondera esses estímulos por um peso sináptico correspondente a essa entrada, opera esses estímulos por uma função de ativação e gera uma saída baseada nesse resultado.

Uma das estruturas mais comumente utilizadas para a rede é a Perceptron Multi-Camadas, que consiste em um conjunto de neurônios artificiais dispostos em sucessivas camadas. Cada neurônio de uma camada está conectado a todos os neurônios da camada imediatamente anterior e da camada imediatamente posterior. Um modelo de uma rede Perceptron Multi-Camadas pode ser visto na figura 2.1.

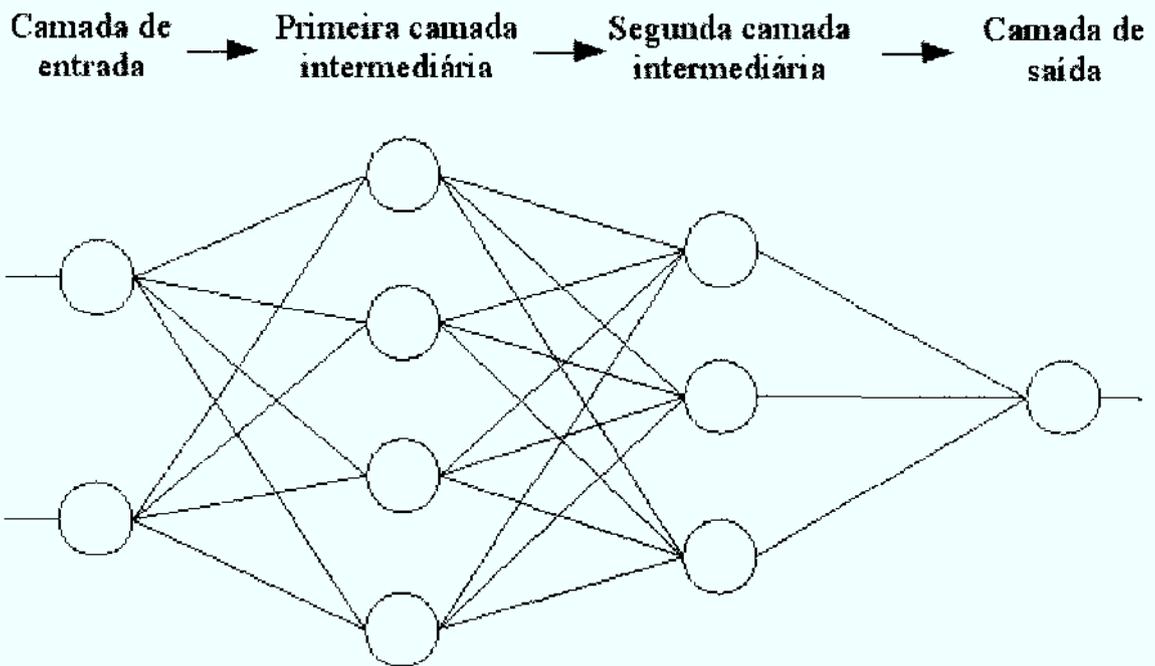


Figura 2.1 – Modelo de Rede Neural Perceptron Multi-Camadas (2,4,3,1)

Uma primeira camada recebe sem qualquer ponderação os dados de entrada da rede e os transmite para a próxima camada sem que qualquer cálculo ou operação seja efetuado. Essa primeira camada é denominada camada de entrada e deve ter número de neurônios igual ao número de dados de entrada.

Seguem-se as camadas intermediárias. Uma rede deve ter no mínimo uma camada intermediária e cada uma destas pode ter um número diferente de neurônios, cabendo ao desenvolvedor a escolha do número de camadas intermediárias e o tamanho de cada uma delas (Haykin, 1994). Cada neurônio de uma camada intermediária recebe as saídas de todos os neurônios da camada imediatamente anterior, multiplica essas entradas pelos pesos sinápticos correspondentes, soma os resultados obtendo o valor de ativação, avalia esse valor pela função de ativação e propaga o resultado obtido como saída para a próxima camada de neurônios.

Por fim, após todas as camadas intermediárias segue-se uma camada de saída, que deverá conter número de neurônios igual ao número de saídas desejadas. Cada neurônio da camada de saída recebe como entrada as saídas de todos os neurônios da última camada intermediária. Essas entradas são multiplicadas pelos pesos sinápticos correspondentes e somadas, obtendo-se o valor de ativação. Então, com a função de ativação é obtida a saída do neurônio, que será a saída final da rede.

Geralmente, todos os neurônios das camadas intermediárias e de saída possuem a mesma função de ativação, a qual é previamente estabelecida. Além disso, é incluída em cada neurônio uma entrada a mais, sempre com valor constante igual a -1. Essa entrada visa simular o limiar de disparo do potencial de ação do neurônio, sendo seu valor definido pelo peso sináptico associado a essa entrada. A diferença na ação de cada neurônio se dará nos pesos sinápticos que cada neurônio atribui a cada entrada que recebe, incluindo o limiar de disparo do potencial de ação. O ajuste dos pesos sinápticos é dado por um algoritmo de aprendizado, apresentado a seguir.

2.1.3 – Aprendizado pela Retro Propagação do Erro

O processo de ajuste dos parâmetros da Rede Neural é denominado aprendizado. Para tal, é apresentado à rede um conjunto de entradas. As saídas obtidas são comparadas com o resultado esperado para a obtenção do erro. Por fim, a função erro é minimizada e os pesos sinápticos são ajustados.

A Rede Neural pode ser treinada para estimar a relação entre variáveis para as quais se tem amostras, como por exemplo séries temporais macroeconômicas ou classificar o risco de clientes de um banco dado seu histórico de crédito (Haykin, 1994). Considerando um conjunto de treinamento composto por padrões entrada-saída desejada, temos que para uma dada entrada, o objetivo é ajustar os parâmetros (ou pesos sinápticos) da rede por meio da comparação da saída da rede e a saída desejada. O ajuste é feito com base no sinal de erro, calculado pela diferença entre a saída desejada e a saída da rede (Magalhães, 2004).

Quando o objetivo é ajustar os parâmetros da rede para obter uma saída que não se tenha no conjunto de treinamento, como, por exemplo, simular a decisão de jogadores em um jogo, é necessário que se estabeleça um resultado esperado com o qual se possa comparar a saída da Rede Neural. No caso da Teoria dos Jogos, é possível utilizar o vetor de *payoffs* para avaliar se a decisão tomada é a maximizadora. Assim, dada a decisão tomada por cada outro jogador, existe um único *payoff* correspondente a cada

decisão do jogador em questão. Se a saída calculada pela rede for aquela que corresponde ao maior *payoff* dentre aqueles do vetor de *payoffs* possíveis, então considera-se que a saída é a esperada e o erro é igual a zero. Caso contrário, tem-se o erro a ser utilizado para o ajuste dos parâmetros.

2.1.3.1 – Algoritmo de Retro Propagação do Erro

O algoritmo de retro-propagação do erro consiste em alterar os pesos da rede a fim de minimizar a diferença entre as saídas desejadas e as saídas fornecidas pelo modelo. Se o erro na camada de saída não é menor que uma dada tolerância, o erro é retro propagado através da rede, tendo como base para a atualização dos pesos a Regra Delta, a qual implementa o Método do Gradiente Descendente (Haykin, 1994).

Dada uma entrada n na rede, o nível de ativação v_j do neurônio j é calculado como:

$$v_j(n) = \sum_{i=0}^p w_{ji}(n) y_i(n) \quad (2.1)$$

sendo que a camada anterior tem p neurônios, gerando cada uma saída y_i , ponderadas pelos pesos sinápticos correspondentes w_{ji} .

A saída do neurônio j , y_j , é dada pela função de ativação desse neurônio, ou seja,

$$y_j(n) = f_j(v_j(n)) \quad (2.2)$$

Finalmente, o erro e_j desse neurônio será dado pela diferença entre a saída desejada, $y_{d,j}$ e a saída da rede, y_j .

$$e_j = y_{d,j}(n) - y_j(n) \quad (2.3)$$

Sendo o erro quadrático definido como a metade do quadrado do erro, então a soma dos erros quadráticos ε de todos os neurônios da camada de saída será

$$\varepsilon(n) = \frac{1}{2} \sum_j (e_j(n))^2 \quad (2.4)$$

Definido o erro em função dos pesos sinápticos, o próximo passo é minimizar essa função. Primeiro calcula-se a derivada parcial de ε em relação a cada peso sináptico. Pela regra da cadeia,

$$\frac{\partial \varepsilon(n)}{\partial w_{ji}(n)} = \frac{\partial \varepsilon(n)}{\partial e_j(n)} \frac{\partial e_j(n)}{\partial y_j(n)} \frac{\partial y_j(n)}{\partial v_j(n)} \frac{\partial v_j(n)}{\partial w_{ji}(n)} \quad (2.5)$$

Diferenciando as equações (2.1) a (2.4), temos:

$$\frac{\partial \varepsilon(n)}{\partial w_{ji}(n)} = -e_j(n) f_j'(v_j(n)) y_i(n) \quad (2.6)$$

Com η sendo uma constante que determina a taxa de aprendizagem, o ajuste dos pesos sinápticos será dado por

$$\Delta w_{ji}(n) = -\eta \frac{\partial \varepsilon(n)}{\partial w_{ji}(n)} \quad (2.7)$$

Com o gradiente local $\delta_j(n)$ definido como

$$\delta_j(n) = -\frac{\partial \varepsilon(n)}{\partial e_j(n)} \frac{\partial e_j(n)}{\partial y_j(n)} \frac{\partial y_j(n)}{\partial v_j(n)} = -e_j(n) f_j'(v_j(n)) \quad (2.8)$$

Então

$$\Delta w_{ij}(n) = \eta \delta_j(n) y_i(n) \quad (2.9)$$

A taxa de aprendizado η é uma constante de proporcionalidade, que assume valores

no intervalo (0,1). A função de ativação f deve ser diferenciável. Tanto a taxa de aprendizado como a função de ativação são definidas previamente.

Das equações (2.8) e (2.9), podemos notar que a atualização dos pesos depende do sinal do erro $e_j(n)$ para o cálculo do gradiente local. Neste caso, deve ser considerado onde está localizado o neurônio j , ou seja, se o neurônio j pertence à camada de saída ou à camada intermediária.

Considerando, primeiramente, o caso em que o neurônio j está na camada de saída e conhecendo a saída desejada, calculamos o erro dado pela equação (2.3). Assim, o gradiente local, $\delta_j(n)$, é igual ao produto da derivada da função de ativação e o erro, ou seja,

$$\delta_j(n) = e_j(n) f_j'(v_j(n)) \quad (2.10)$$

Para um neurônio j pertencente à camada intermediária, não existe saída desejada específica para este neurônio. Neste caso, o sinal de erro $e_j(n)$ é calculado em termos dos erros de todos os neurônios aos quais o neurônio j está conectado.

Para a obtenção do gradiente local, é necessário derivar o erro quadrático em relação a $y_j(n)$

$$\frac{\partial \varepsilon(n)}{\partial y_j(n)} = \sum_k e_k(n) \frac{\partial e_k(n)}{\partial y_j(n)} = \sum_k e_k(n) \frac{\partial e_k(n)}{\partial v_k(n)} \frac{\partial v_k(n)}{\partial y_j(n)} \quad (2.11)$$

Para o neurônio k onde k representa o k -ésimo neurônio da camada precedente ao neurônio j temos

$$e_k(n) = y_{d_i}(n) - y_k(n) = y_{d_i}(n) - f_k(v_k(n)) \quad (2.12)$$

$$v_k(n) = \sum_{j=0}^q w_{kj}(n) y_j(n) \quad (2.13)$$

Utilizando (2.13) e (2.12) temos que:

$$\frac{\partial \varepsilon(n)}{\partial y_j(n)} = - \sum_k e_k(n) f_k'(v_k(n)) w_{kj}(n) = - \sum_k \delta_k(n) w_{kj}(n) \quad (2.14)$$

Finalmente, o gradiente local do neurônio j de uma camada intermediária é dado por:

$$\delta_j(n) = f_j'(v_j(n)) \sum_k \delta_k(n) w_{kj}(n) \quad (2.15)$$

Assim, na inexistência de um erro local que se possa calcular para um neurônio de uma camada intermediária, o gradiente para esse neurônio será a média ponderada dos gradientes dos neurônios da camada seguinte multiplicada pela derivada da função de ativação desse neurônio.

2.2 – Teoria de Conjuntos Fuzzy

Pela teoria dos conjuntos tradicionais um conjunto pode ser definido por uma função característica γ_A dada por

$$\gamma_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{para } x \in A \\ 0 & \text{para } x \notin A \end{cases} \quad (2.16)$$

Assim, uma característica da lógica clássica é o raciocínio “preto e branco”: um fato é verdadeiro ou não, sendo que cada conjunto contido no universo de discurso está associado a uma função de pertinência ou função característica, podendo assumir os valores 1, se o elemento do universo pertence ao conjunto, ou 0, caso contrário (Ballini, 2000).

Em 1965, Latfi Zadeh desenvolveu a teoria de conjunto fuzzy como uma alternativa para tratar as incertezas. A lógica fuzzy estende os conceitos da lógica clássica para os números reais (Zadeh, 1965).

Um conjunto fuzzy A é caracterizado por uma função de pertinência (ou função característica) $f_A(x)$, a qual associa a cada elemento de um domínio, espaço ou universo de discurso X , um número real no intervalo unitário $[0,1]$, com o valor de $f_A(x)$ em x representando o grau de pertinência de x em A (Zadeh, 1965).

Matematicamente temos a seguinte representação:

$$\begin{aligned} A : X &\rightarrow [0,1] \\ x &\rightarrow f_A(x) \end{aligned} \tag{2.17}$$

A função de pertinência é contínua de 0 a 1, e indica o grau com que x pertence a A . Isso permite uma interpretação matemática de conceitos sem um limite claro. Enquanto a teoria dos conjuntos tradicionais interpreta facilmente conceitos como ligado ou desligado, conceitos que não possuem limites claros e objetivos como alto e baixo, forte e fraco, grande e pequeno, são melhor interpretados pelo uso de Conjuntos Fuzzy. Na teoria econômica muitas vezes não há um limite claro, fazendo da Teoria de Conjuntos Fuzzy um instrumento poderoso de análise.

2.2.1 – Operações com Conjuntos Fuzzy

As operações em conjuntos fuzzy como apresentadas em Yager e Filev (Yager e Filev, 1994) são generalizações das operações de conjuntos tradicionais. Neste trabalho serão utilizadas a união, a intersecção e o complemento, definidas como segue:

Sejam A e B conjuntos fuzzy. Seja $C = A \cup B$

$$C(x) = \text{Max}\{A(x), B(x)\} = A(x) \vee B(x) \quad (2.18)$$

Seja $D = A \cap B$

$$D(x) = \text{Min}\{A(x), B(x)\} = A(x) \wedge B(x) \quad (2.18)$$

E seja $\bar{A} = X - A$ o complemento de A

$$\bar{A}(x) = 1 - A(x) \quad (1.19)$$

2.3 – Modelo Utilizado

O modelo utilizado se baseia no proposto em *Modelagem computacional de jogos complexos usando Redes Neurais e Lógica Fuzzy* (Araújo, 2002). A adaptação feita pode ser dividida em nove blocos, descritos a seguir.

Cada jogo é iniciado com uma configuração inicial (CI), dada por um conjunto de parâmetros que definem o ambiente de jogo. Esses parâmetros são os quatro β s de cada jogador, que definirão o funcionamento do mecanismo de aprendizado das Redes Neurais e o par de decisões iniciais, necessário para dar início ao jogo. O mecanismo de aprendizado das Redes Neurais é explicado em detalhes na parte 2.3.7.

Em cada jogo, duas Redes Neurais simulam dois jogadores em um jogo de barganha com ultimato, um proponente e um respondente. A cada iteração, a rede proponente tem como entrada a escolha do respondente na iteração anterior. Já a rede respondente tem como entrada a escolha da rede proponente nessa iteração. A cada iteração as Redes Neurais fazem suas escolhas, essas escolhas são avaliadas e, se necessário, as redes são treinadas por retro-propagação dos erros.

A cada rede é atribuído um conjunto de quatro parâmetros β s, os quais simulam algumas características das personalidades desses jogadores. β_1 representa a volubilidade do jogador, entendida como a propensão do jogador a não realizar a mesma escolha que antes quando confrontado com diversas escolhas igualmente ótimas. β_2 representa a capacidade do jogador de procurar a melhor alternativa, de forma que quanto menor β_2 menor o número de alternativas que ele prospectará. β_3 representa a racionalidade do jogador, afetando sua capacidade de diferenciar escolhas ótimas de não ótimas. β_4 representa a capacidade de aprendizado do jogador.

2.3.1 – Blocos I, II e III

O primeiro bloco recebe do arquivo de configuração o conjunto de configuração inicial de cada jogo a ser simulado. Também é preenchida a matriz de *payoffs*.

O segundo bloco gerencia os jogos, dando início em seqüência a cada jogo.

O terceiro bloco inicializa as Redes Neurais e preenche os pesos com valores aleatórios uniformemente distribuídos no intervalo [-1,1].

2.3.2 – Bloco IV

O quarto bloco calcula as saídas de ambas as Redes Neurais, representando a escolha feita por cada jogador nessa iteração.

2.3.3 – Blocos V, VI, VII e VIII

Os blocos de V a VIII compõem a parte de treinamento das Redes Neurais. Esse conjunto é gerenciado pelo quinto bloco, que chama os blocos seguintes até o oitavo seqüencialmente para cada Rede Neural.

O sexto bloco avalia qual é a escolha ótima de cada jogador, entendida como aquela que maximiza o *payoff* daquele jogador. Para tal, considerando a escolha feita pelo outro jogador, é gerado um vetor de *payoffs* possíveis. Um mecanismo de busca que pondera a capacidade de aprendizado do jogador, sua racionalidade e sua volubilidade encontra nesse vetor uma resposta esperada. O funcionamento desse mecanismo e a forma como os β s 1, 2 e 3 representam as características citadas dos jogadores são explicados na parte 2.3.7.

Dadas a resposta esperada obtida no sexto bloco e a escolha efetiva da Rede Neural, o sétimo bloco avalia se é necessário treinar a rede. Como a saída da rede é um valor entre 0 e 1, esse intervalo é dividido em segmentos iguais, cada um representando uma escolha. Se a saída da rede se encontrar dentro do segmento que corresponde à resposta esperada, é considerado que não houve erro e a rede não é treinada. Caso contrário, é considerado que a Rede Neural errou e é necessário treiná-la.

O oitavo bloco treina a rede por retro-propagação do erro. A cada iteração de treinamento, a Rede Neural recebe a mesma entrada, a disparidade entre a saída encontrada e a esperada gera um erro e esse erro é utilizado para ajustar os pesos sinápticos. O número de iterações de treinamento é cinco vezes o β_4 do jogador.

2.3.4 – Bloco IX

O nono bloco termina cada jogo de acordo com um critério de parada. O critério utilizado é de cem iterações.

2.3.5 – Rede Neural

As Redes Neurais utilizadas são iguais para proponente e respondente. Cada rede possui três camadas, com um neurônio na camada de entrada, três na camada intermediária e um neurônio na camada de saída. A cada neurônio está também atrelada uma entrada de

valor -1 como bias. As escolhas possíveis foram reduzidas ao conjunto dos números inteiros de 1 a 9. O parâmetro η utilizado no mecanismo de retro-propagação do erro tem valor 0,5.

2.3.6 – Matriz de Payoffs

A matriz de *payoffs* contém os *payoffs* de cada jogador para cada conjunto de escolhas. Os valores têm caráter apenas ordinal, não importando o valor em si, mas apenas a ordenação das escolhas estabelecida pelos *payoffs*. Os *payoffs* devem refletir a avaliação que os jogadores fazem de cada resultado, a satisfação que o jogador sente terminada aquela rodada e concretizadas aquelas decisões.

A forma aqui considerada como básica da matriz de *payoffs* assume que os jogadores ponderam apenas o ganho monetário ao tomar suas decisões. Assim, a matriz de *payoffs* seria tal qual a tabela 2.2. É possível, entretanto, utilizar a matriz de *payoffs* para inserir outras ponderações na tomada de decisão dos jogadores. Isso é feito utilizando os conceitos da Lógica Fuzzy.

Supondo-se que o jogador pondera não somente seu ganho monetário, mas também a equidade da distribuição do ganho. Pode-se assim definir dois conjuntos fuzzy que representam a satisfação obtida pelo jogador com o resultado do jogo. O primeiro conjunto, G, representaria a satisfação proveniente do ganho monetário, com função característica $g(x)$, sendo x o ganho monetário. O segundo conjunto, E, representaria a satisfação proveniente da equidade da oferta que o jogador faz, com função característica $e(k)$, sendo k o valor ofertado ou demandado pelo jogador.

$$g(x) = x/9 \quad (2.20)$$

$$e(k) = \begin{cases} k/5 & \text{para } k < 5 \\ (10-k)/5 & \text{para } k \geq 5 \end{cases} \quad (2.21)$$

Então, o conjunto fuzzy S, representado pela intersecção dos conjuntos G e E, $S=G \cap E$, poderia ser usado para gerar a matriz de *payoffs* desse jogador. Dessa forma, a matriz incorpora ambos os fatores que o jogador pondera ao avaliar o resultado obtido. Como o simulador trabalha com os inteiros de 1 a 9, a matriz de *payoffs* resultante se ambos os jogadores utilizarem a ponderação dada por S será

		Proponente								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
R e s p o n d e n t e	1	0,1;0,2	0,2;0,4	0,2;0,6	0,2;0,7	0,2;0,6	0,2;0,4	0,2;0,3	0,2;0,2	0,2;0,1
	2	0,0;0,0	0,2;0,4	0,3;0,6	0,4;0,7	0,4;0,6	0,4;0,4	0,4;0,3	0,4;0,2	0,4;0,1
	3	0,0;0,0	0,0;0,0	0,3;0,6	0,4;0,7	0,6;0,6	0,6;0,4	0,6;0,3	0,6;0,2	0,6;0,1
	4	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,4;0,7	0,6;0,6	0,7;0,4	0,8;0,3	0,8;0,2	0,8;0,1
	5	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,6;0,6	0,7;0,4	0,8;0,3	0,9;0,2	1,0;0,1
	6	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,7;0,4	0,8;0,3	0,8;0,2	0,8;0,1
	7	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,6;0,3	0,6;0,2	0,6;0,1
	8	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,4;0,2	0,4;0,1
	9	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,2;0,1

Tabela 2.1: Matriz de *payoffs* dos jogadores com base em S

Embora a solução analítica do jogo de barganha com ultimato assuma somente a matriz de *payoffs* que considera somente o ganho monetário, aqui identificada como a forma básica da matriz de *payoffs*, a utilização de outras matrizes geradas a partir da Lógica Fuzzy permite simular outras estruturas de decisão, incluindo fatores vagos e não objetivos à racionalidade dos jogadores.

2.3.7 – Mecanismo de procura da melhor escolha

Para poder avaliar o erro e fazer o treinamento das Redes Neurais, é necessário ter uma resposta esperada. O mecanismo de procura da melhor escolha é responsável por encontrar a resposta esperada de um jogador em cada iteração. Para isso, o mecanismo

usa a matriz de *payoffs*, que já inclui todas as ponderações e valores que o jogador faz. Os β s de 1 a 3 incorporam as limitações do jogador em avaliar os *payoffs* com que se defronta, sendo que jogador com $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 1$ é plenamente racional e capaz, sempre encontrando e escolhendo o maior *payoff* possível. Ao fim, o mecanismo chega à escolha que o jogador julgaria como a melhor, podendo ou não corresponder à de maior *payoff*. Essa escolha será considerada a escolha esperada, a ser utilizada para identificar o erro e treinar as Redes Neurais.

2.3.7.1 Vetor de *payoffs* possíveis

No momento de tomar sua decisão, um jogador não se defronta com toda a matriz de *payoffs*. Os *payoffs* que ele efetivamente pode obter são limitados pela escolha do outro jogador envolvido. Cada jogador considera como dada a escolha feita pelo outro jogador, no caso do proponente utilizando a escolha do respondente na iteração anterior e no caso do respondente utilizando a escolha do proponente na mesma iteração.

Fixada a escolha do outro jogador, da matriz de *payoffs* resulta um vetor, de tamanho igual ao número de escolhas possíveis, com o *payoff* de cada escolha. Esse vetor, o vetor de *payoffs* possíveis, é o universo de *payoffs* que o jogador irá analisar nessa iteração para avaliar qual sua melhor escolha possível. Os próximos passos do mecanismo visam selecionar dentro desse vetor a melhor escolha, dadas as limitações e a personalidade do jogador.

Cada passo de análise é feito por um algoritmo, que move algumas das possíveis escolhas para um novo vetor e o apresenta ao próximo algoritmo. Para iniciar o processo, todos os *payoffs* são copiados do vetor de *payoffs* possíveis para um vetor A.

2.3.7.2 – Capacidade de prospecção

O primeiro passo simula a capacidade do jogador em prospectar todas as alternativas

existentes, capacidade essa representada por β_2 . Esse algoritmo transfere todas as escolhas que o jogador prospectará do vetor A para o vetor B. Assumindo que o jogador sempre considerará no mínimo a opção escolhida na iteração anterior, essa é movida do vetor A para o vetor B.

Para $k = 1$ até $\#A$, sendo $\#A$ o número de escolhas restantes em A, é gerado um número aleatório, u_k , com distribuição uniforme entre 0 e 1. Se $u_k \leq \beta_2$, então a escolha k é movida de A para B. Assim, se $\beta_2 = 0$, o jogador somente será capaz de avaliar a mesma escolha que fez na iteração anterior, se $\beta_2 = 1$, ele será capaz de avaliar todas as escolhas possíveis e se $0 < \beta_2 < 1$, então o jogador será capaz de avaliar uma parte das possibilidades.

2.3.7.3 – Racionalidade do jogador

O segundo passo simula o grau de racionalidade do jogador, entendido como a propensão dele de escolher somente escolhas de *payoff* máximo. As escolhas que o jogador julga ótimas são transferidas do vetor B para o vetor C.

Seja b o valor do maior *payoff* dentre os listados em B. Todas as escolhas cujos *payoffs* correspondentes sejam b são movidas de B para C. Novamente, para $k = 1$ até $\#B$, sendo $\#B$ o número de escolhas restantes em B, é gerado um número aleatório, u_k , com distribuição uniforme entre 0 e 1. Se $u_k \leq (1 - \beta_3)$, então a escolha k é movida de B para C. Como B contém apenas escolhas que não apresentam *payoff* máximo, então cada transferência é a seleção de uma escolha sub-ótima.

Se $\beta_3 = 1$, somente as escolhas de *payoff* máximo são selecionadas. Se $\beta_3 = 0$, todas as escolhas do vetor B são selecionadas. Para $0 < \beta_3 < 1$, uma parcela das escolhas sub-ótimas é selecionada.

2.3.7.4 – Volubilidade do jogador

O último passo simula a volubilidade do jogador, a propensão do jogador de escolher outras alternativas, que não aquela já escolhida anteriormente, quando defrontado com diversas alternativas que lhe pareçam iguais.

As escolhas contidas em C são o conjunto de escolhas que o jogador, dadas suas limitações, julgadas ótimas. Aqui, estão contidas todas e somente as escolhas ótimas, sendo o jogador indiferente entre elas. Caso o vetor C tenha apenas uma única escolha, essa é a escolha resultante do mecanismo de procura da melhor escolha.

Caso C tenha mais de um elemento, um elemento de C é aleatoriamente sorteado, tendo todos a mesma probabilidade de o ser. Se esse elemento for a escolha da Rede Neural da iteração anterior, é gerado um número aleatório, u_k , com distribuição uniforme entre 0 e 1. Se $u_k \leq \beta$, então essa escolha é eliminada de C .

Novamente, um elemento de C é aleatoriamente sorteado, tendo todos a mesma probabilidade de o ser. Esse elemento será a escolha a ser retornada pelo mecanismo de procura da melhor escolha, que será utilizada para avaliar se a saída da Rede Neural caracteriza um erro e para calcular o erro a ser utilizado no treinamento.

Capítulo 3 – Simulação e Análise dos Resultados

Foram feitos dois grupos básicos de simulações com o modelo proposto. O primeiro visa testar o funcionamento do modelo enquanto o segundo procura tratar as questões levantadas pela economia experimental quanto ao jogo de barganha com ultimato.

O primeiro grupo de simulações utiliza somente a matriz de *payoffs* padrão, simulando jogadores egoístas que ponderam somente o ganho monetário. No primeiro teste foi utilizado $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 1$ para proponente e respondente, ou seja, jogadores plenamente racionais e capazes. Em seguida, foram testadas restrições de cada β individualmente e algumas combinações. Também foram feitos testes com β s diferentes para proponente e respondente.

O segundo grupo de simulações tem como ferramenta principal a matriz de *payoffs*. Por padrão, os β s têm valor 1, exceto em testes específicos. Diferentes matrizes de *payoff* foram usadas na tentativa de simular as hipóteses levantadas quanto ao comportamento observado de jogadores no jogo de barganha com ultimato.

Para cada simulação proposta foram rodados 81 jogos diferentes. As nove escolhas possíveis de 1 a 9 formam os 81 pares de escolha, valor oferecido e valor exigido, utilizados para dar início a um jogo. Foi calculada a média dos valores oferecidos/exigidos de cada grupo de nove jogos de uma simulação que foram iniciados com a mesma escolha do proponente e foi calculada a média de todos os jogos de cada simulação. Os resultados de cada simulação são apresentados em gráficos contendo as médias calculadas, com a média geral destacada, sendo um gráfico para os valores oferecidos pelo proponente e um com os valores exigidos pelo respondente. O jogos foram rodados por 100 iterações cada, sendo que em cada iteração o proponente e o respondente fazem uma escolha cada.

3.1 – Resultado esperado

O resultado esperado é diferente para cada configuração de jogadores. Para as configurações do primeiro grupo de simulações, com matriz de *payoffs* padrão, é esperado que os jogadores atinjam o equilíbrio teórico da solução analítica do jogo, ou seja, é esperado que os jogadores convirjam para oferecer e aceitar um real. Diferentes valores dos β s devem afetar a velocidade de convergência e/ou a estabilidade no ponto de equilíbrio.

Cabe aqui ressaltar que o modelo elaborado diverge da estrutura de jogo original na medida em que as Redes Neurais recebem como entrada a saída da outra rede jogando, enquanto que a estrutura de jogo testada por Castro e Ribeiro (2001) é de jogo simultâneo sem informação sobre o outro jogador. Essa alteração foi necessária porque uma Rede Neural necessariamente precisa receber uma entrada para gerar uma saída. A solução original foi alimentar ambas as redes com a escolha feita pela outra rede na rodada anterior. Entretanto essa solução gerou muita instabilidade pois as redes atingiam soluções ótimas cíclicas. Esse problema foi resolvido usando como entrada para a rede respondente a saída da rede proponente na iteração presente.

Essa alteração muda a resposta esperada do respondente racional e egoísta. Para o respondente, qualquer valor abaixo ou igual ao valor oferecido pelo proponente, independente de seu valor, terá *payoff* maior que qualquer valor acima do oferecido, que resulta em ganho zero. Sem saber qual valor ofertará o proponente, o respondente deve exigir o valor mínimo, um real, que lhe garante ganho independentemente da oferta do proponente. Na nova estrutura, agora ciente da oferta do proponente, todos os valores abaixo ou igual ao valor oferecido são equivalentes. O respondente, portanto, não necessariamente escolherá o valor mínimo, um real, mas sim qualquer valor abaixo ou igual ao valor oferecido pelo proponente.

O comportamento diferente do respondente não afeta o proponente, visto que a melhor estratégia para ele continua sendo oferecer o valor mínimo, um real. Já o proponente saber qual foi o valor exigido pelo respondente na iteração anterior podendo, assim, caracterizar um jogo seqüencial e, portanto, levar à colaboração. Entretanto, a estrutura

de aprendizado montada impede que sejam criadas as condições para jogos seqüenciais. Ao avaliar o erro da escolha feita pela Rede Neural e treiná-la, o modelo força a rede a maximizar seu *payoff* na iteração presente, sem considerar o *payoff* obtido nas iterações passadas ou os *payoffs* esperados ou possíveis em iterações futuras. Dessa forma, as Redes Neurais aprendem e jogam cada iteração do jogo como se essa fosse a única iteração jogada.

Dessa forma, apesar das alterações feitas, é esperado que o equilíbrio de jogo quando utilizada a matriz de *payoffs* padrão ainda se dê em o proponente oferecer o valor mínimo, um real, e o respondente exigir o valor mínimo, um real.

Todas as configurações do segundo grupo de simulações visam obter resultados similares aos encontrados por Castro e Ribeiro (2001), ou seja, proponentes oferecendo em média 4,33 e respondentes exigindo em média 3,54.

3.2 – Simulações com jogadores egoístas

3.2.1 – Jogadores plenamente capazes e racionais

A primeira simulação teve $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 1$ para ambos os jogadores. Dessa forma, ambos têm plena capacidade de aprendizado, são volúveis e consideram todas e somente as opções que maximizam seus respectivos *payoffs*.

Todas as Redes Neurais convergem rapidamente para o esperado, ou seja, a solução analítica de oferecer um e exigir um. O respondente (Gráfico 3.2) converge mais rapidamente que o proponente (Gráfico 3.1) resultado explicado pela estrutura de ultimato da matriz de *payoff*.

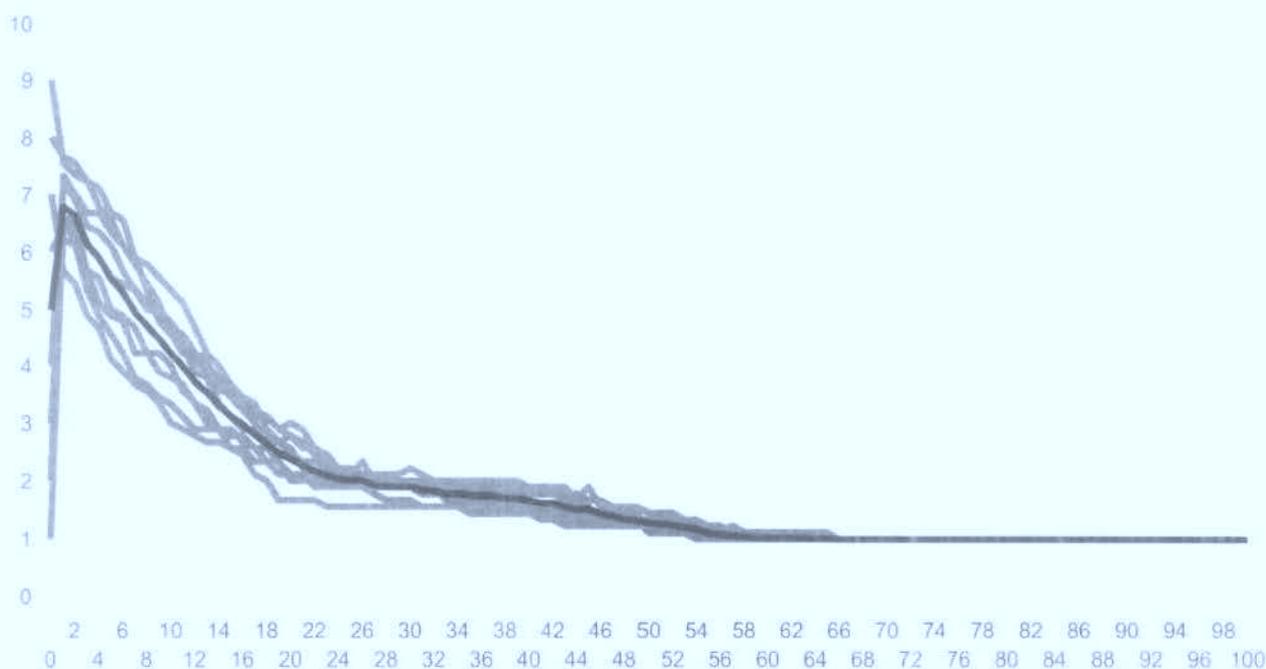


Gráfico 3.1 – Evolução das escolhas dos proponentes [prop (1;1;1;1) x resp (1;1;1;1)]

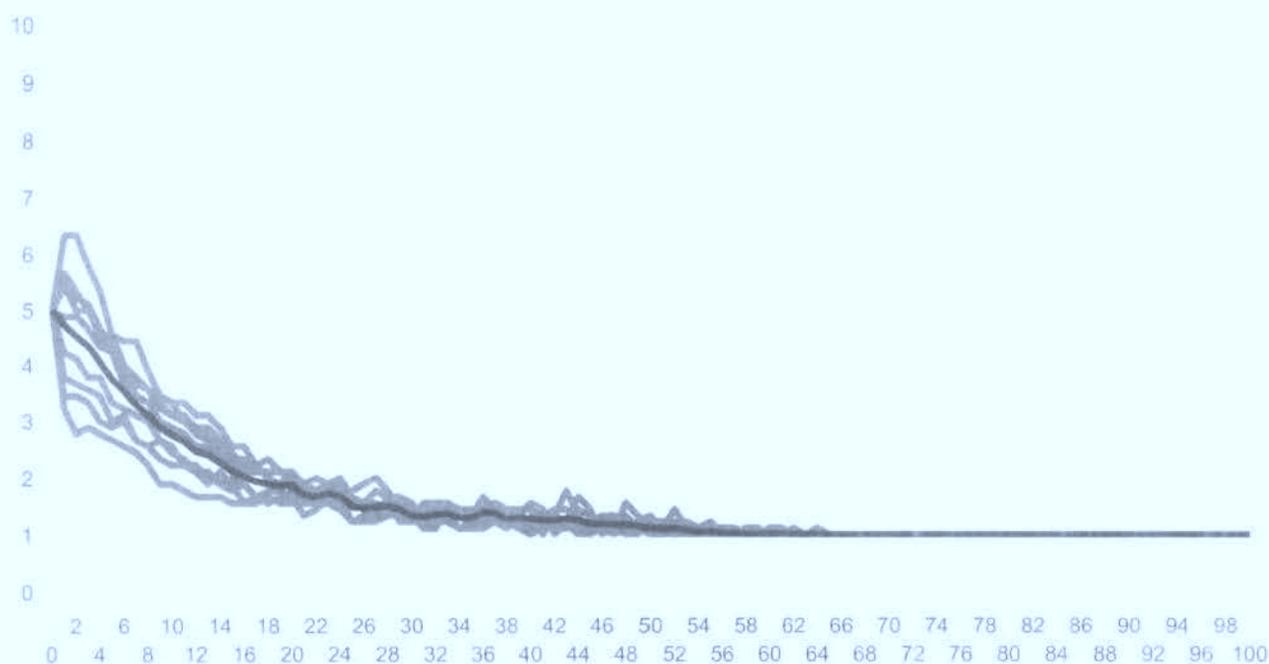


Gráfico 3.2 – Evolução das escolhas dos respondentes [prop (1;1;1;1) x resp (1;1;1;1)]

3.2.2 – Jogadores com iguais limitações

O efeito de cada B foi testado individualmente. O primeiro teste foi uma redução da capacidade de aprendizado das redes, o valor de β_4 foi reduzido para 0,5. Com isso, o número de iterações do ciclo de retro-propagação do erro, durante o aprendizado das

Redes Neurais, é reduzido de 5 para 2. Como esperado, o resultado foi um aumento do tempo necessário para o ajustamento, mas sem mudança no equilíbrio, ainda sendo atingida a solução analítica do jogo. Esses resultados podem ser visualizados nos Gráficos 3.3 e 3.4.

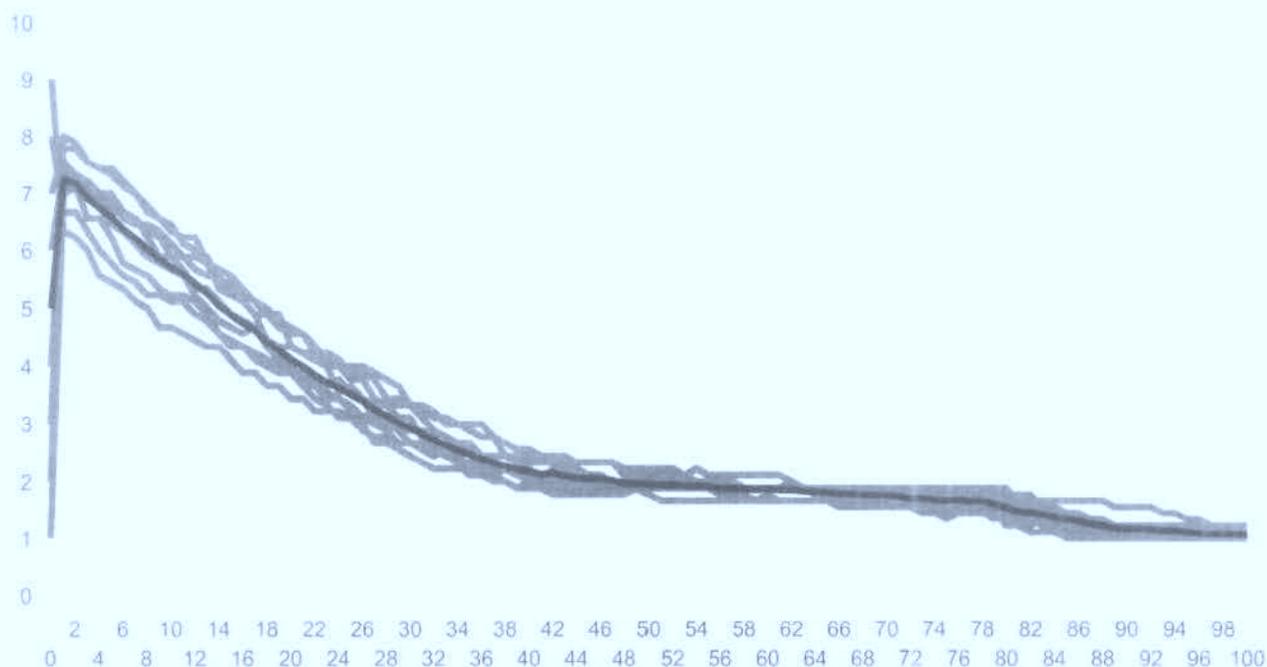


Gráfico 3.3 – Evolução das escolhas dos proponentes

[prop (1;1;1;0,5) x resp (1;1;1;0,5)]

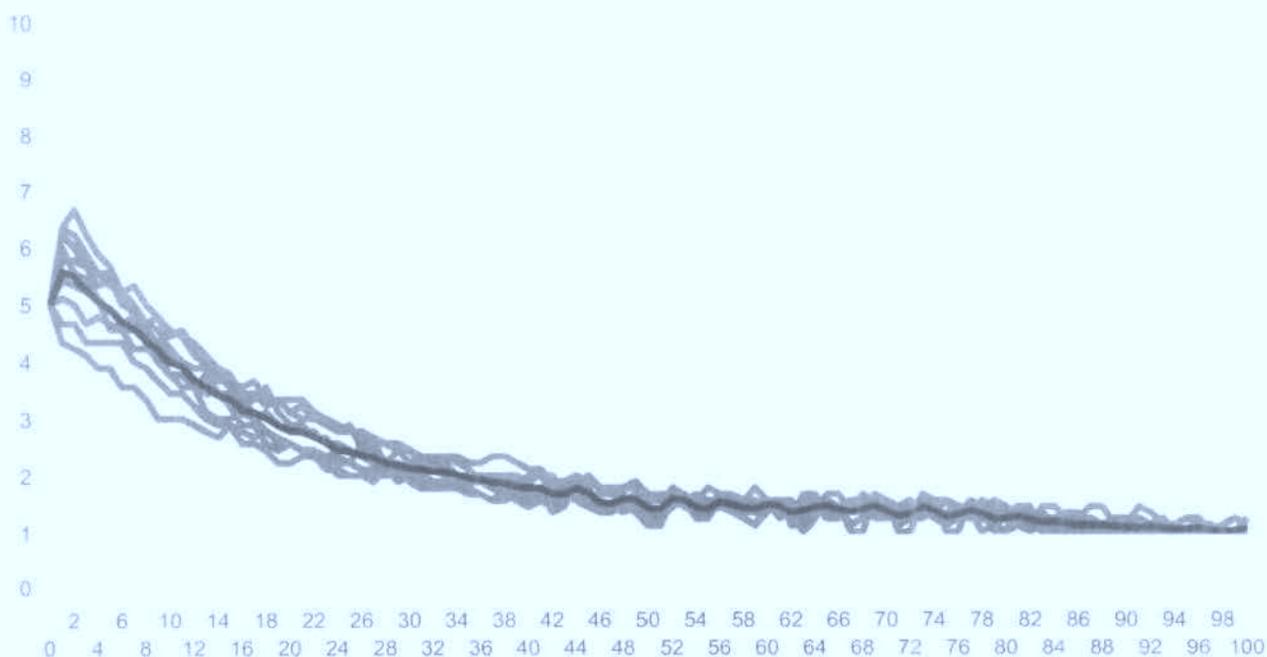


Gráfico 3.4 – Evolução das escolhas dos respondentes

[prop (1;1;1;0,5) x resp (1;1;1;0,5)]

O segundo teste envolveu a volubilidade dos jogadores, com $\beta_1 = 0$. Isso faz com que as Redes Neurais não descartem uma opção por ser essa a escolha feita na iteração anterior. Como essa mudança não implica na seleção de escolhas não ótimas ou no descarte de escolhas ótimas, era esperado que pouco ou nenhum impacto fosse observado, tendo como comparação a simulação do item 3.2.1. Entretanto, como pode ser observado, as Redes Neurais levaram mais iterações para atingir o equilíbrio, ainda que esse permanecesse inalterado. (Gráficos 3.5 e 3.6)

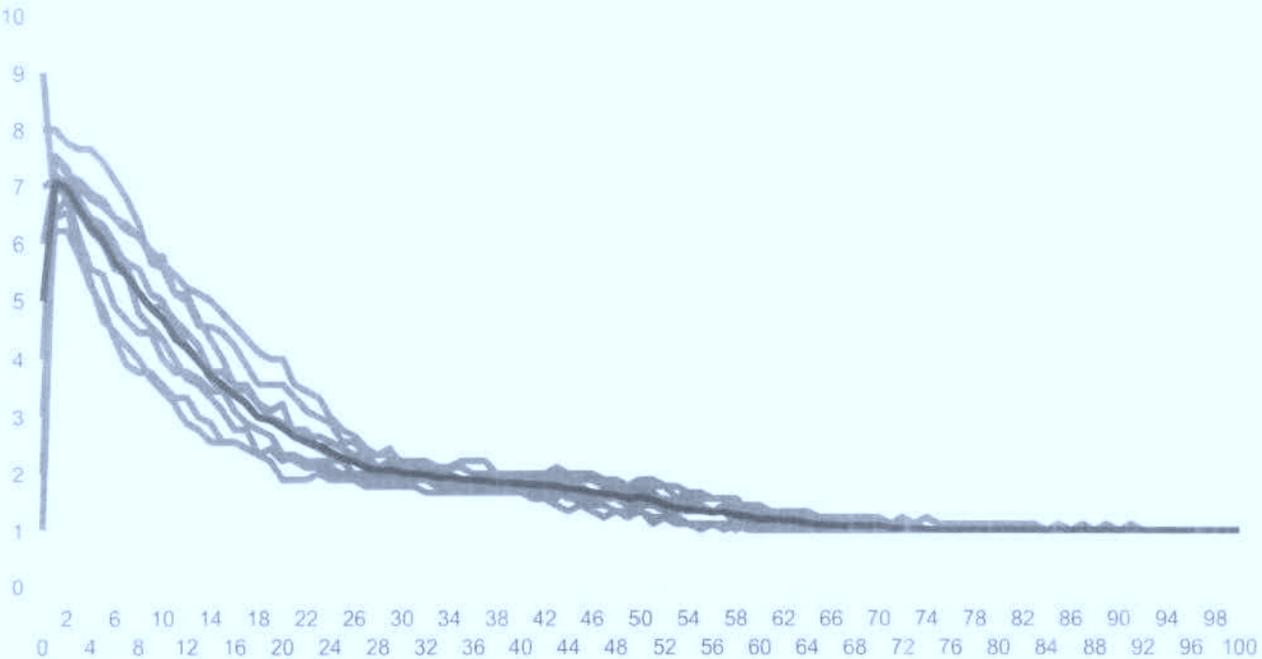


Gráfico 3.5 – Evolução das escolhas dos proponentes [prop (0;1;1;1) x resp (0;1;1;1)]

Uma possível explicação para esse resultado está na interação cíclica entre proponente e respondente. Para elucidar, segue um exemplo. Na primeira iteração o proponente oferece 3 e o respondente demanda 3. Na iteração seguinte o proponente deverá oferecer 3. Um respondente volúvel necessariamente exigirá 1 ou 2, permitindo ao proponente reduzir sua oferta na terceira iteração. Entretanto, um respondente não volúvel pode permanecer várias iterações exigindo 3, o que atrasa o deslocamento em direção ao equilíbrio.

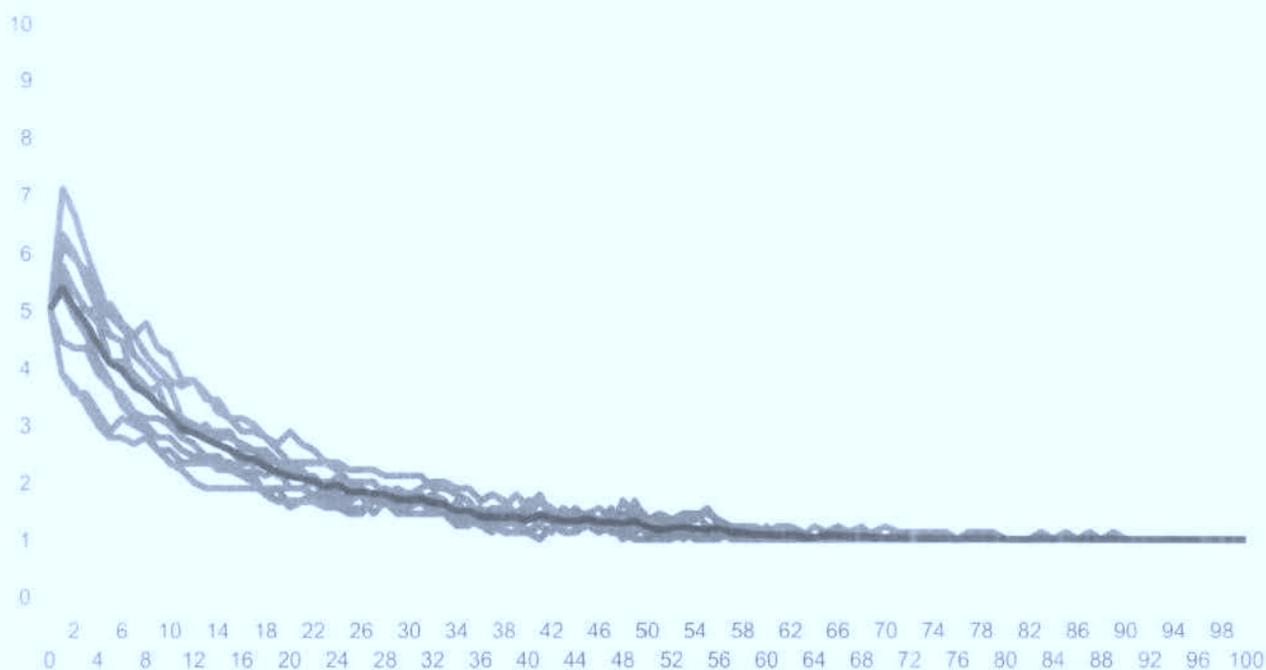


Gráfico 3.6 – Evolução das escolhas dos respondentes [prop (0;1;1;1) x resp (0;1;1;1)]

O terceiro parâmetro a ser testado foi β_2 , que afeta a capacidade do modelo de prospectar as alternativas. Os valores testados de 0,2 (Gráficos 3.9 e 3.10) e 0,5 (Gráficos 3.7 e 3.8) fazem com que somente sejam analisadas, na média, 20% e 50%, respectivamente, das alternativas existentes. Dessa forma, a cada iteração existe a possibilidade de que parte das ou todas as escolhas ótimas sejam desconsideradas, levando a uma escolha sub-ótima. O esperado era que isso inserisse instabilidade nas decisões, visto que escolhas ótimas estão intercaladas com escolhas sub-ótimas.

De fato, foi observado que reduções em β_2 aumentam significativamente a instabilidade das decisões, retardando o ajuste. Apesar de o equilíbrio permanecer no par de escolhas oferecer um e exigir um, as Redes Neurais não conseguem atingir e estabilizar nesse ponto, tal o nível de ruído nos resultados.

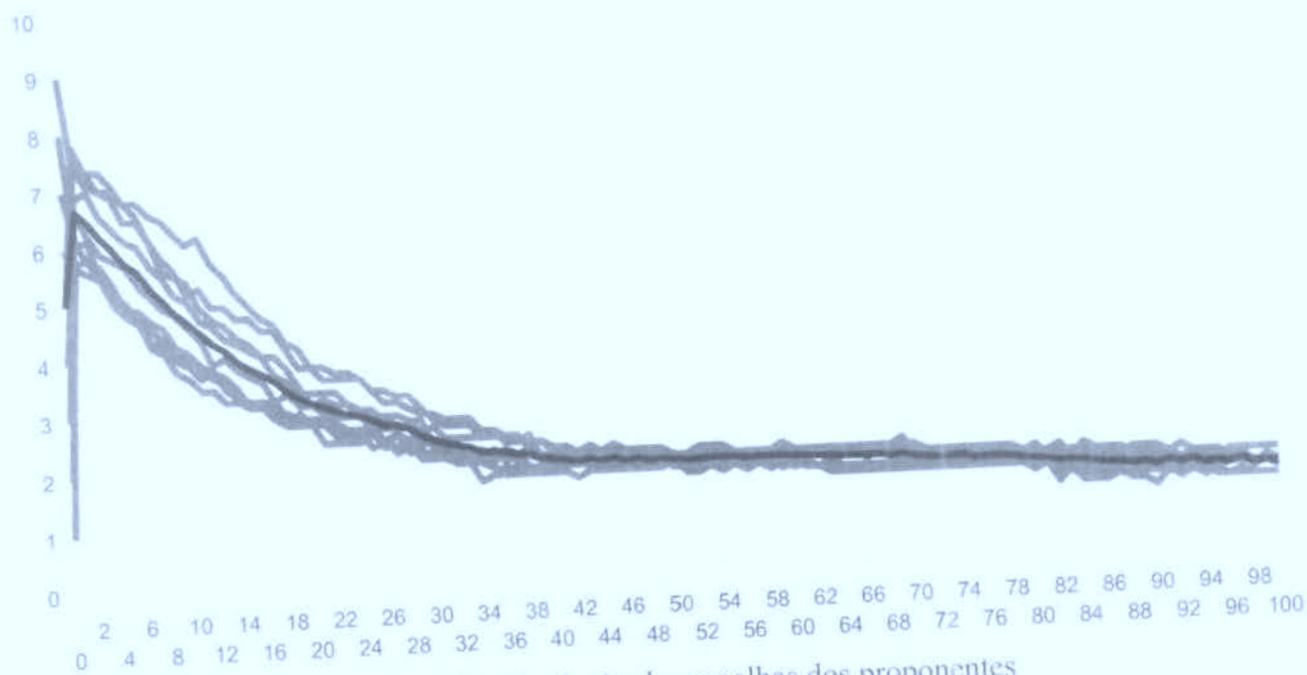


Gráfico 3.7 – Evolução das escolhas dos proponentes
 [prop (1;0,5;1;1) x resp (1;0,5;1;1)]

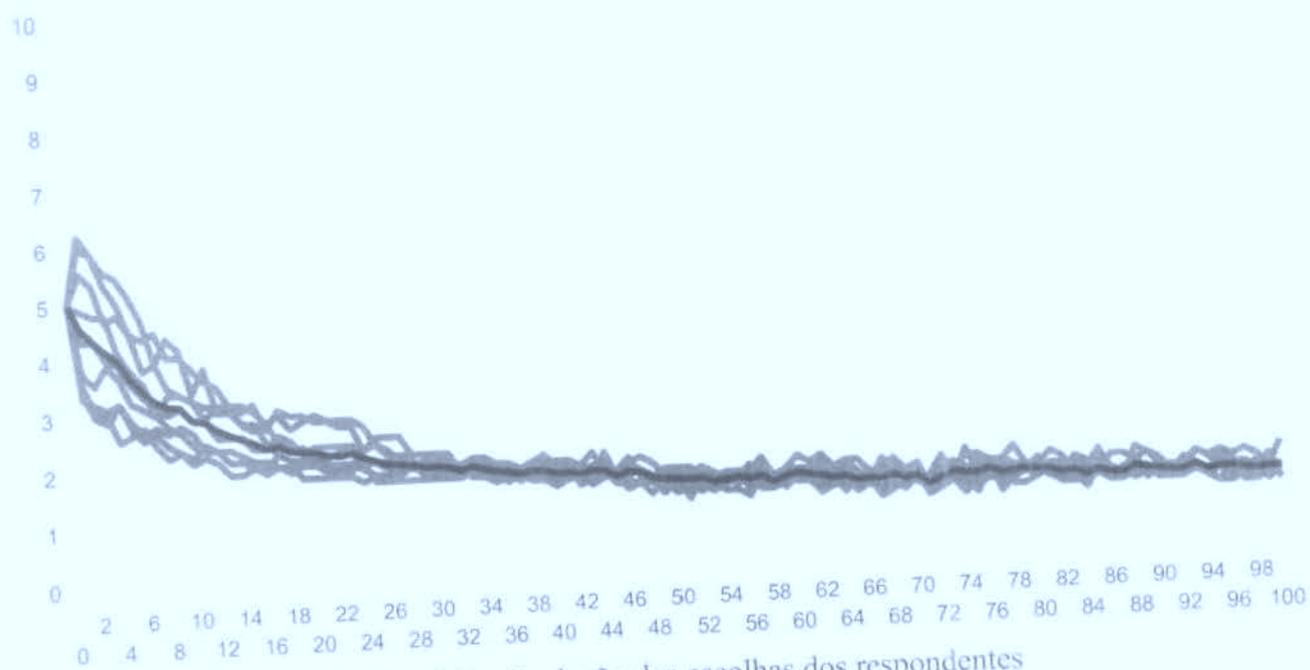


Gráfico 3.8 – Evolução das escolhas dos respondentes
 [prop (1;0,5;1;1) x resp (1;0,5;1;1)]

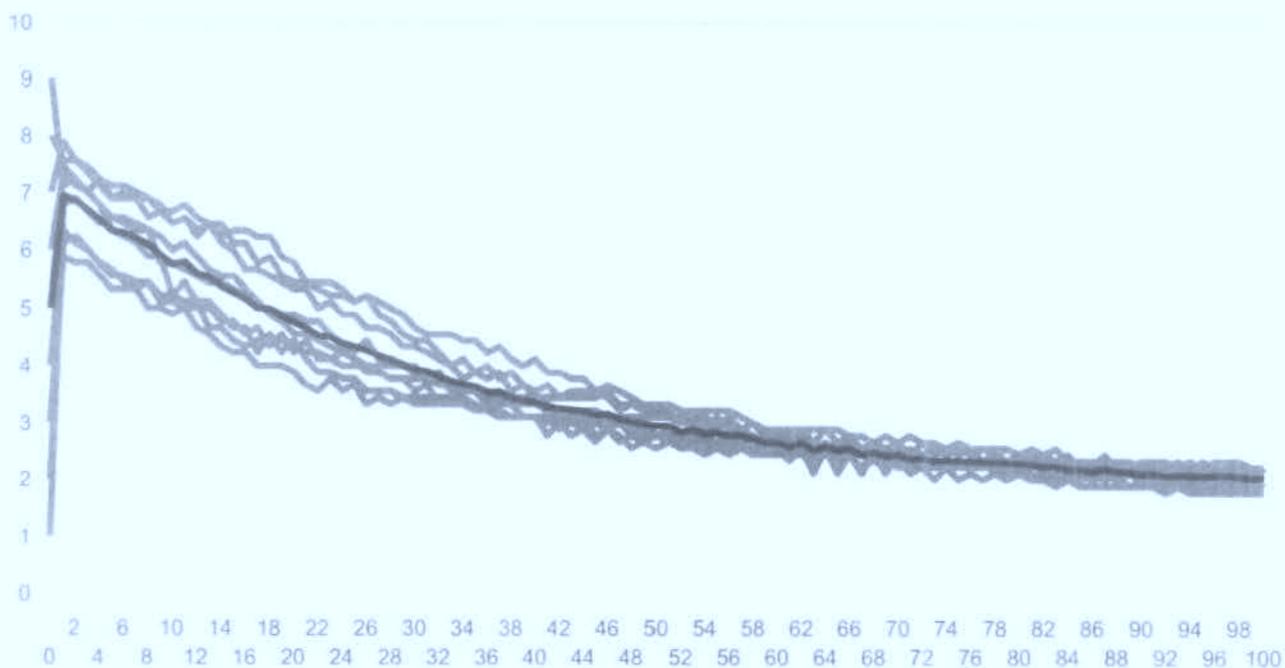


Gráfico 3.9 – Evolução das escolhas dos proponentes

[prop (1;0,2;1;1) x resp (1;0,2;1;1)]

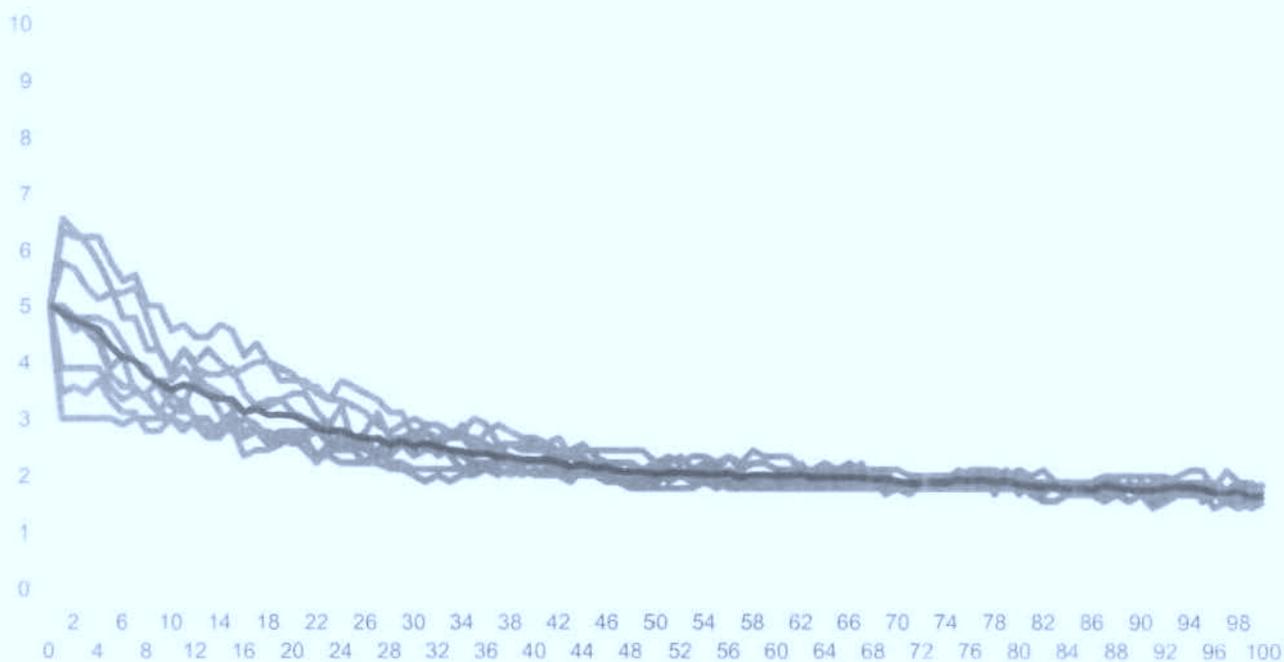


Gráfico 3.10 – Evolução das escolhas dos respondentes

[prop (1;0,2;1;1) x resp (1;0,2;1;1)]

Também foi testado o efeito isolado do β_3 , que controla a racionalidade da Rede Neural. Três valores foram testados, 0,95 (Gráficos 3.11 e 3.12), 0,9 (Gráficos 3.13 e 3.14) e 0,5 (Gráficos 3.15 e 3.16). Isso fez com que as redes considerassem, em média, respectivamente, 5%, 10% e 50% das opções não ótimas como ótimas. Novamente, é

esperado que isso insira ruído nas decisões, levando a instabilidade nos resultados.

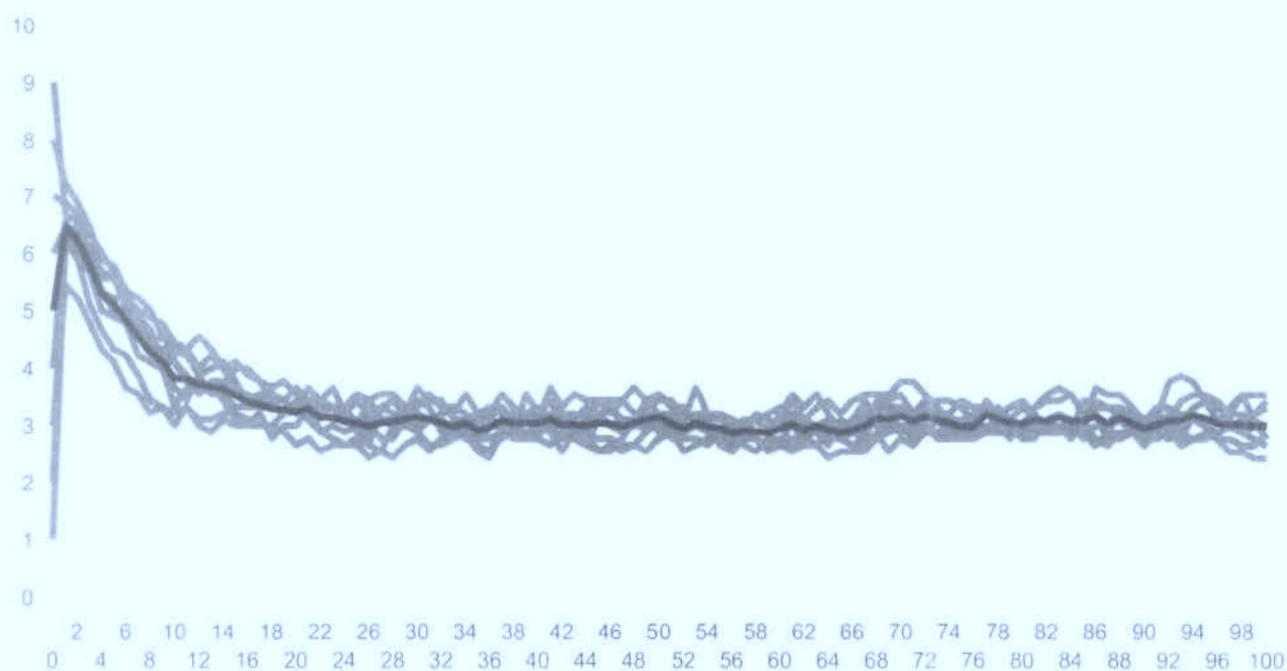


Gráfico 3.11 – Evolução das escolhas dos proponentes

[prop (1;1;0,95;1) x resp (1;1;0,95;1)]

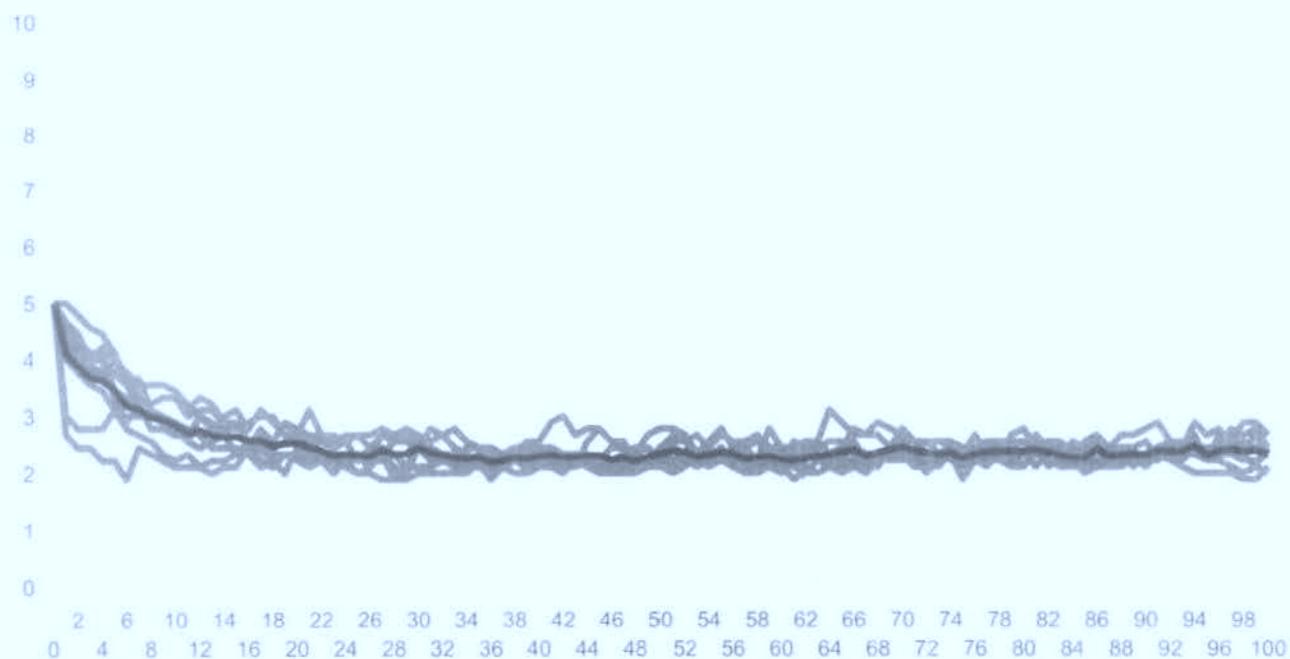


Gráfico 3.12 – Evolução das escolhas dos respondentes

[prop (1;1;0,95;1) x resp (1;1;0,95;1)]

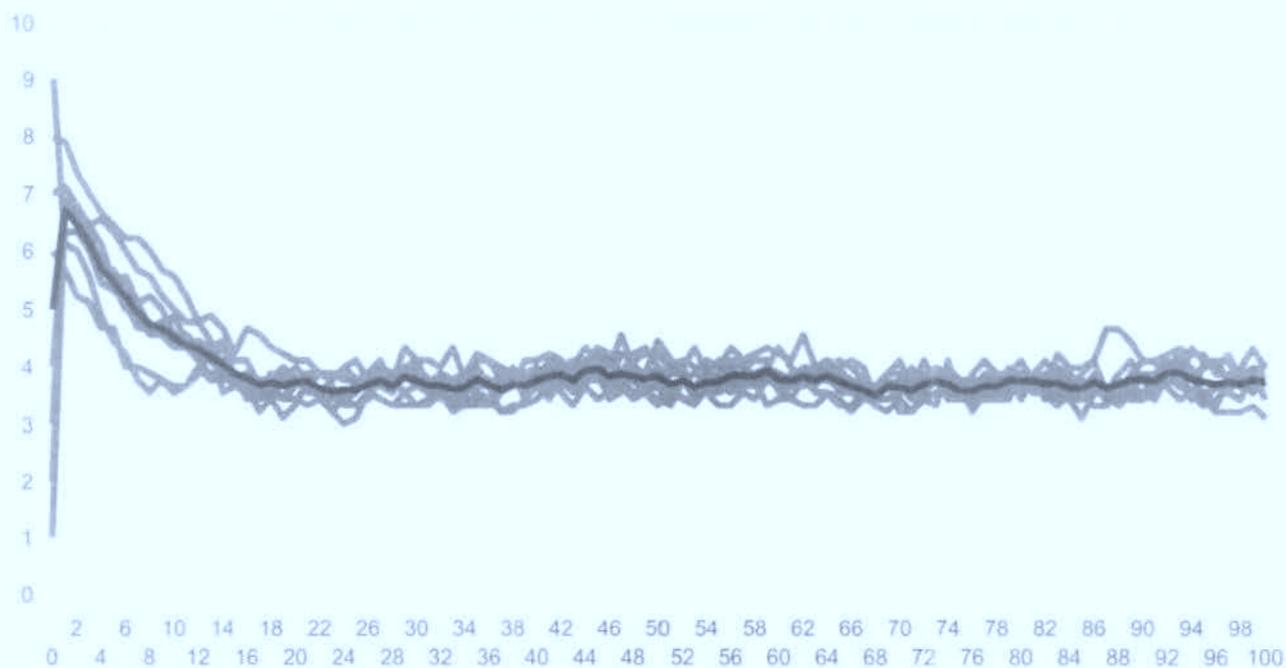


Gráfico 3.13 – Evolução das escolhas dos proponentes

[prop (1;1;0,9;1) x resp (1;1;0,9;1)]

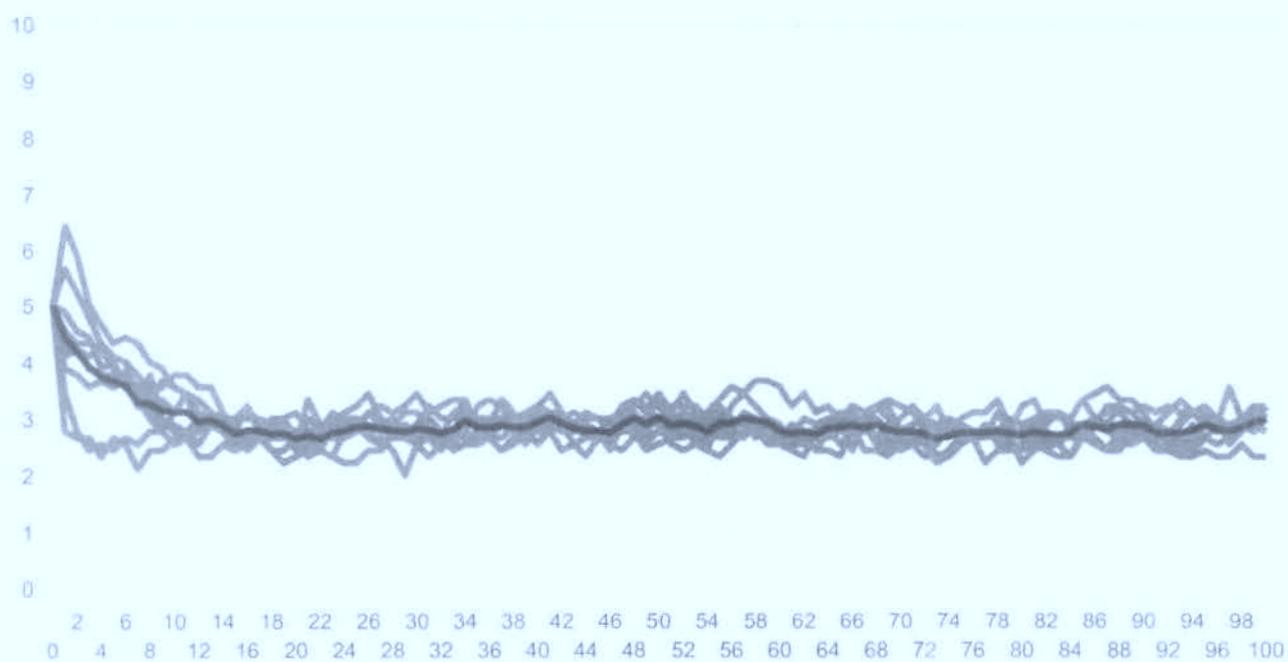


Gráfico 3.14 – Evolução das escolhas dos respondentes

[prop (1;1;0,9;1) x resp (1;1;0,9;1)]

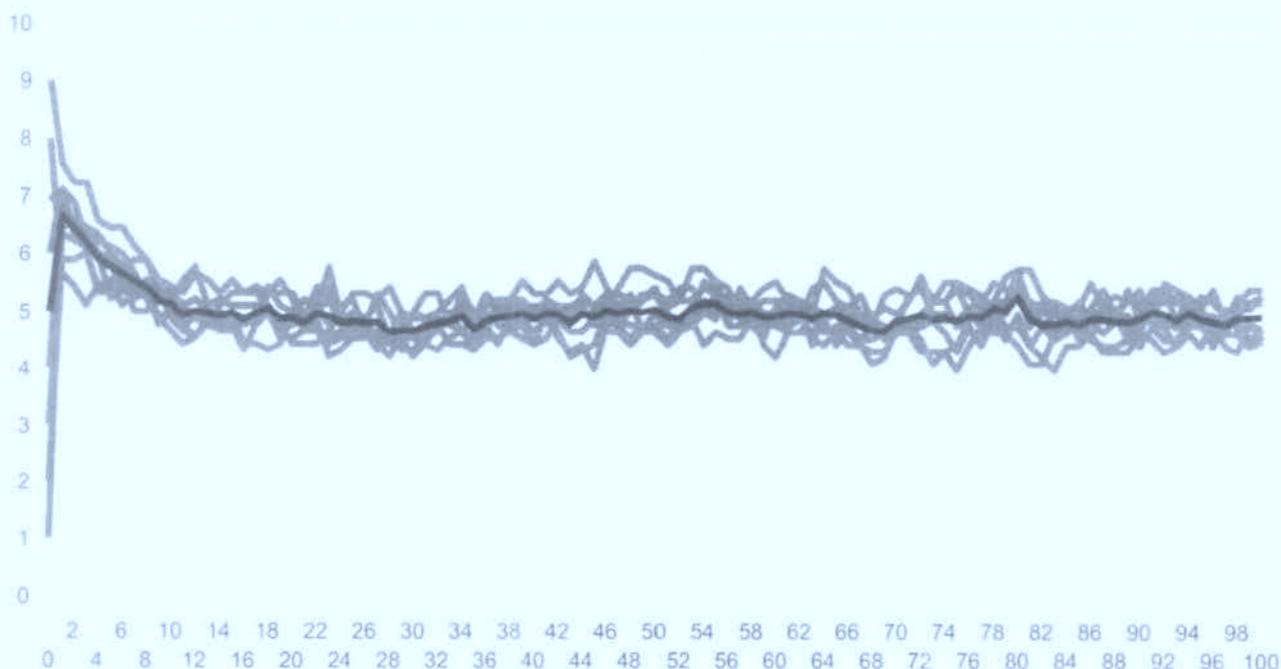


Gráfico 3.15 – Evolução das escolhas dos proponentes
 [prop (1;1;0,5;1) x resp (1;1;0,5;1)]

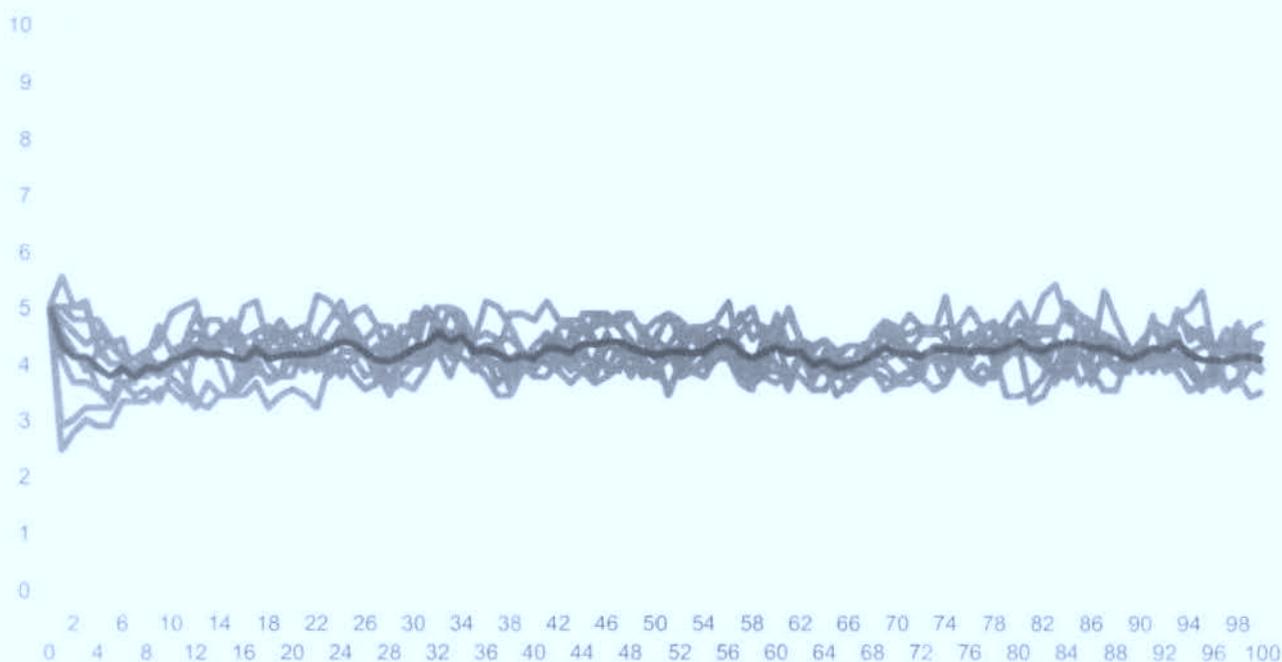


Gráfico 3.16 – Evolução das escolhas dos respondentes
 [prop (1;1;0,5;1) x resp (1;1;0,5;1)]

Assim como previsto, a redução do β_3 , aumenta significativamente a instabilidade dos resultados. Além disso, de forma não prevista, isso afetou de tal forma o modelo que alterou o equilíbrio do jogo. Quanto menor o β_3 , mais aleatórias as escolhas, levando a média ao par de escolhas oferecer cinco e exigir cinco.

O último teste feito combina diferentes β s: $\beta_1 = 0$; $\beta_2 = 0,75$; $\beta_3 = 0,95$ e $\beta_4 = 1$. O objetivo é verificar se a interação de diferentes β s gera um resultado novo ou se algum β se sobressai sobre os outros, definindo os resultados. (Gráficos 3.17 e 3.18)

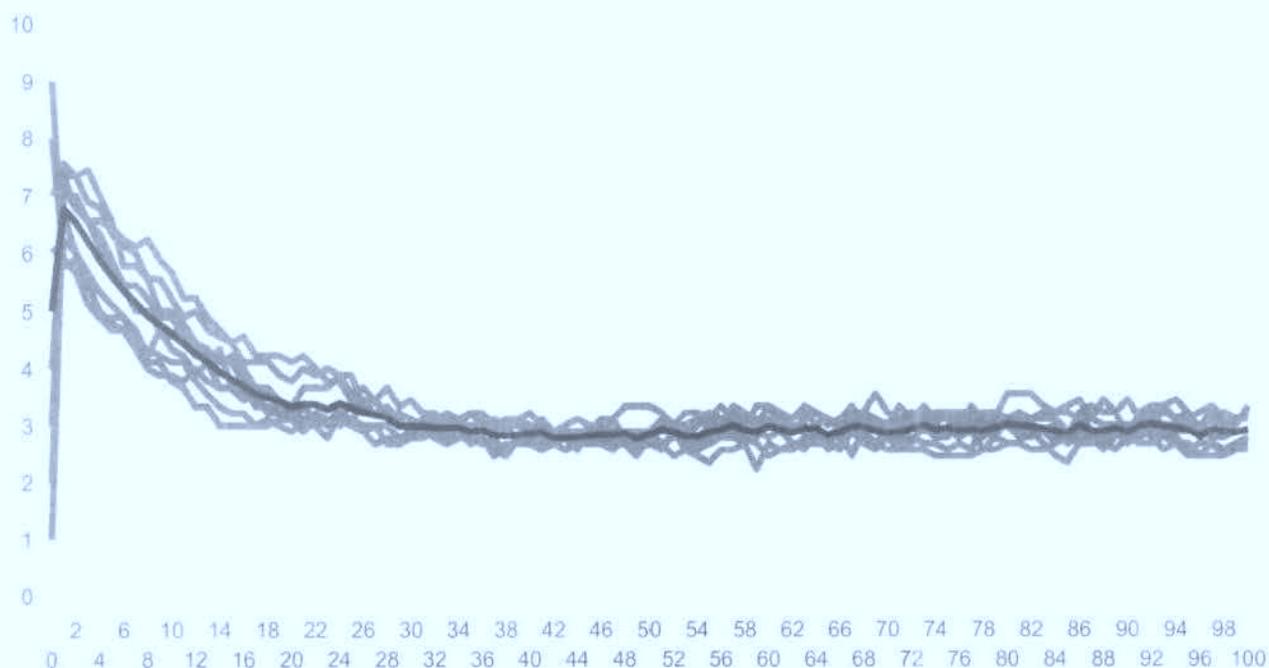


Gráfico 3.17 – Evolução das escolhas dos proponentes
[prop (0;0,75;0,95;1) x resp (0;0,75;0,95;1)]

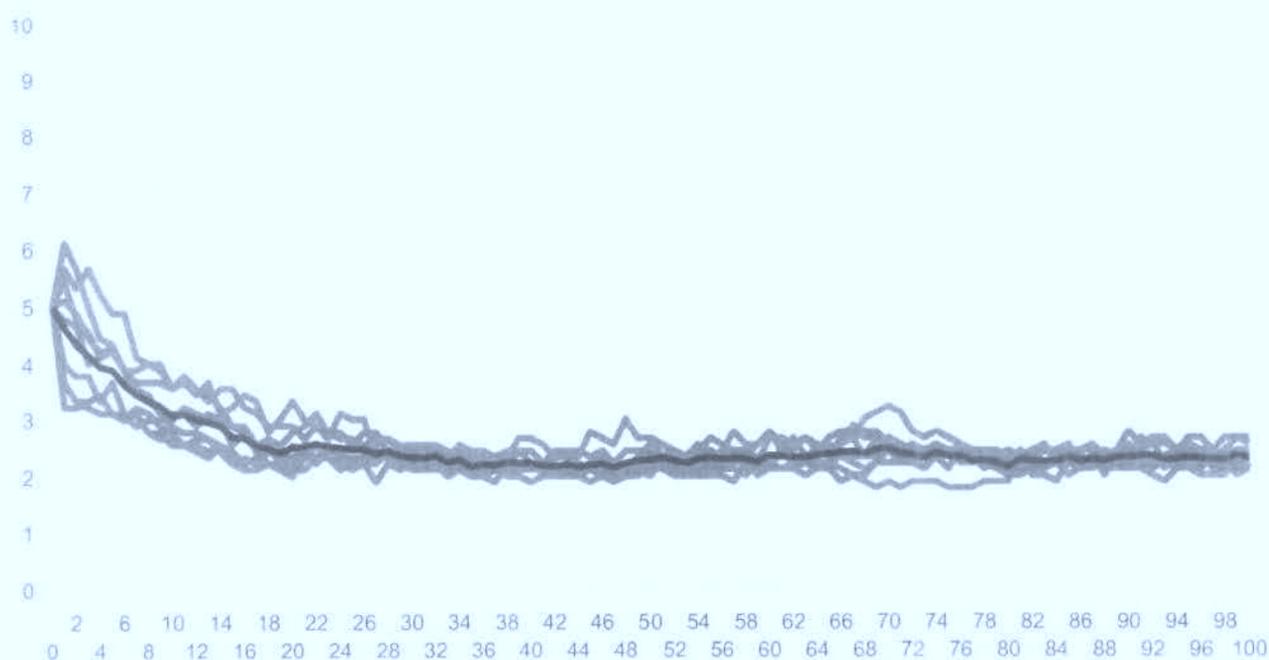


Gráfico 3.18 – Evolução das escolhas dos respondentes
[prop (0;0,75;0,95;1) x resp (0;0,75;0,95;1)]

Os resultados mostram que a interação entre os β s não gera um sistema complexo com efeitos além da soma dos efeitos dos β s individuais. Dentre os outros, o efeito do β_3 se sobressai, principalmente após atingido o equilíbrio. A soma com os efeitos dos outros β s faz com que essa simulação convirja para o equilíbrio de forma mais lenta que a simulação envolvendo uma mudança isolada em β_3 . Também é possível observar que há mais instabilidade.

3.2.3 – *Proponente e respondente com diferentes capacidades de aprendizado*

Outra análise feita é se proponente e respondente afetam diferentemente a dinâmica do modelo. Para isso, foram feitas simulações com β s diferentes para cada jogador. Primeiramente foi testado o impacto da capacidade de aprendizado, medida pelo β_4 . Um jogador foi mantido plenamente racional e capaz (tal qual os jogadores da parte 3.2.1, gráficos 3.1 e 3.2) e o outro racional, mas com capacidade de aprendizado reduzida ($\beta_4 = 0,5$, tal qual os jogadores da segunda simulação, Gráficos 3.3 e 3.4). Os resultados podem ser visualizados nos Gráficos 3.19 – 3.22.

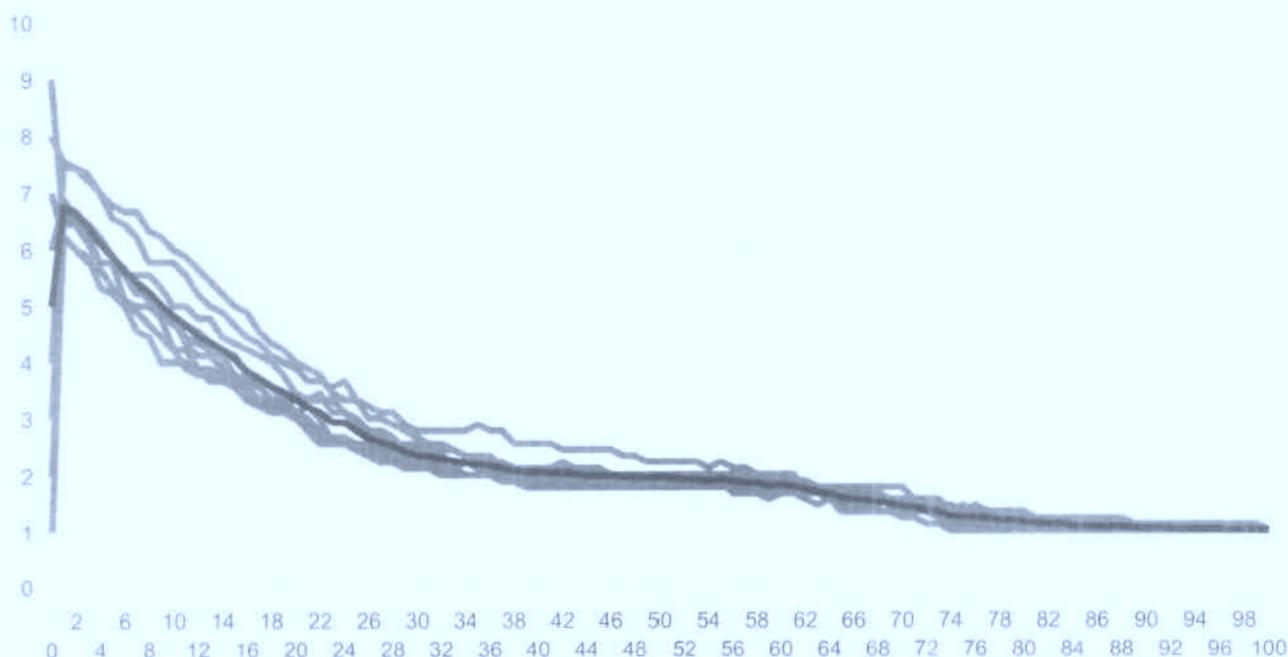


Gráfico 3.19 – Evolução das escolhas dos proponentes

[prop (1;1;1;0,5) x resp (1;1;1;1)]

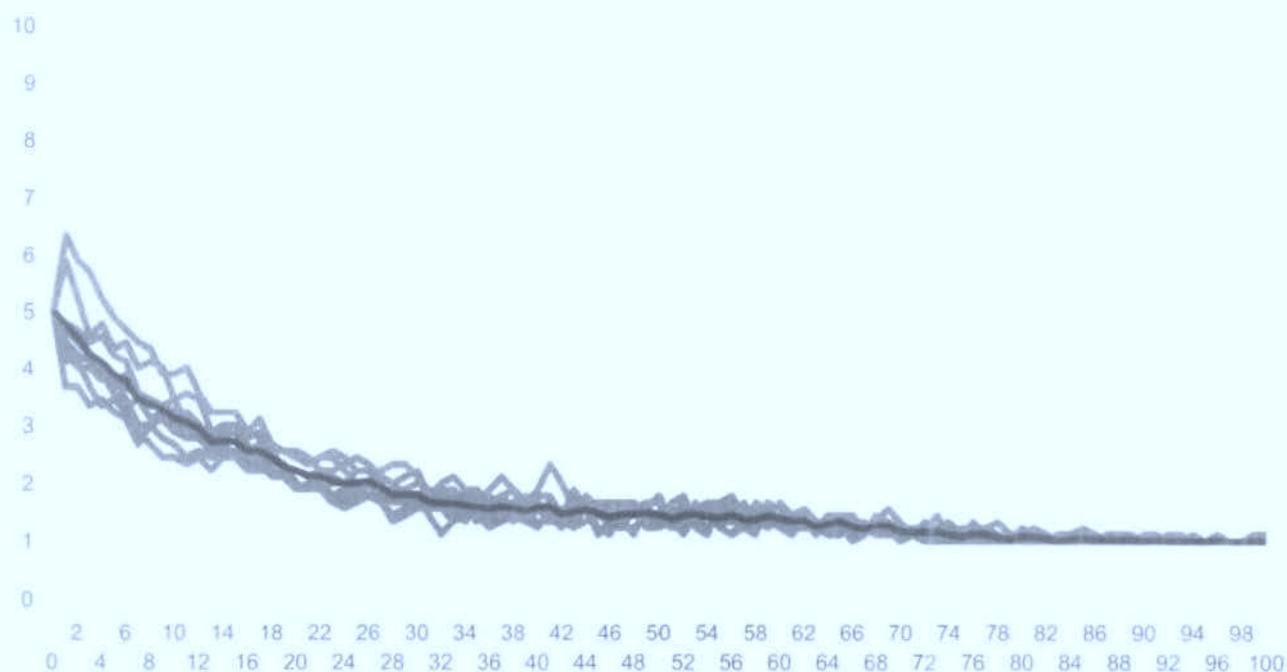


Gráfico 3.20 – Evolução das escolhas dos respondentes
 [prop (1;1;1;0,5) x resp (1;1;1;1)]

O resultado é muito similar ao obtido por ambas as redes limitadas no aprendizado, com ajuste ligeiramente mais rápido.

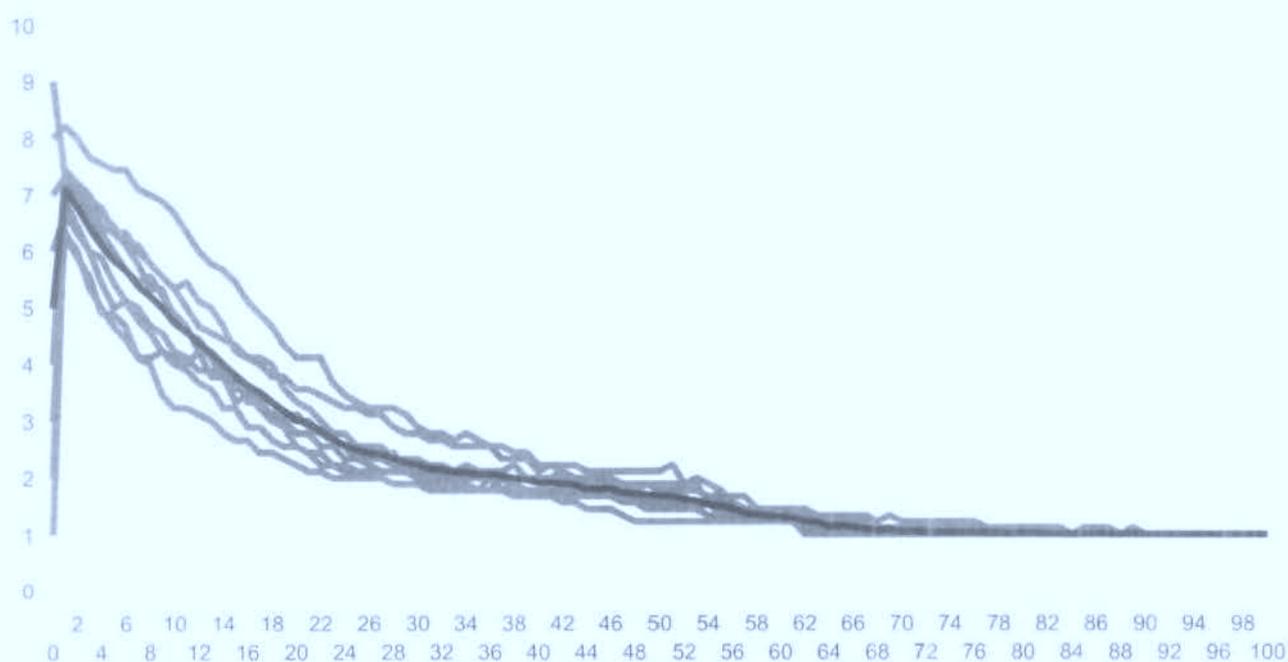


Gráfico 3.21 – Evolução das escolhas dos proponentes
 [prop (1;1;1;1) x resp (1;1;1;0,5)]

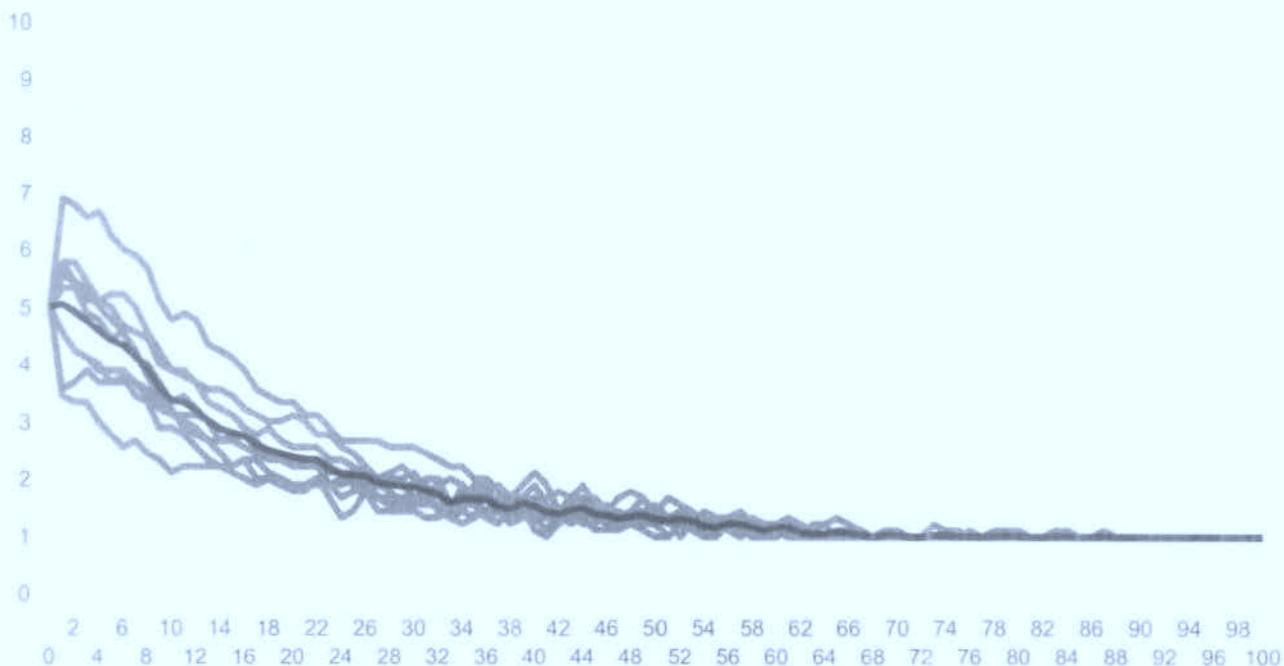


Gráfico 3.22 – Evolução das escolhas dos respondentes

[prop (1;1;1;1) x resp (1;1;1;0,5)]

As simulações com respondente com capacidade de aprendizado limitada têm maior variabilidade de resultados, mas tendem a se ajustar mais rapidamente que as simulações com proponente com capacidade de aprendizado limitada. Isso evidencia a diferença de papel dos jogadores na dinâmica de ajuste do modelo, gerada pela estrutura de *payoffs* do jogo.

Enquanto o respondente se defronta com *payoffs* em degrau, ou recebe zero ou recebe o valor oferecido pelo proponente, o proponente se defronta com *payoffs* contínuos até uma quebra, recebe qualquer valor que de acordo com o que oferece até o limite aceito pelo respondente, a partir do qual recebe zero. Isso faz com que o ajuste até o equilíbrio se dê pela ação do proponente na medida em que o respondente lhe abra espaço.

Assim sendo, um proponente que aprende rápido leva a um ajuste mais rápido. Por outro lado, um respondente que aprende lentamente, como não tem um centro de atração em seus *payoffs*, age como um *random walk* com memória pesada, levando cada jogo em uma direção diferente, de acordo com os pesos sinápticos iniciais aleatórios das Redes Neurais, gerando maior dispersão nos resultados.

3.2.4 – Proponente e respondente com diferentes limitações

Por fim, foi simulado um jogador racional (gráficos 3.1 e 3.2) com um jogador com a combinação de Bs da nona simulação (gráficos 3.17 e 3.18), ambos com plena capacidade de aprendizado. Isso visa identificar diferenças no impacto do comportamento de cada jogador no equilíbrio final do jogo.

Os resultados apresentados nos Gráficos 3.23 – 3.26, são similares para as duas combinações, mostrando que apesar de afetarem diferentemente o processo de ajuste caso tenham diferentes capacidades de aprendizado, ambos os jogadores afetam de igual maneira o equilíbrio final a ser atingido. Isso evidencia o caráter iterativo do resultado do jogo e a necessidade de interação estratégica entre os jogadores para que haja um equilíbrio. Um jogador não poderá determinar sozinho os resultados.

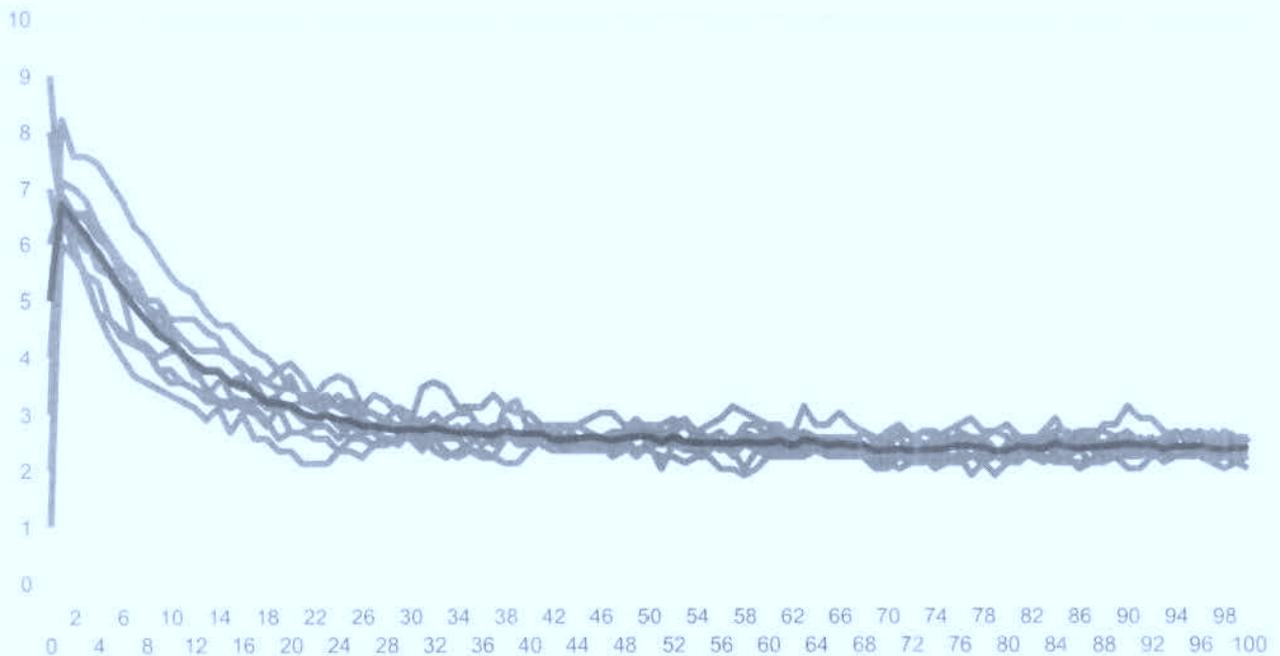


Gráfico 3.23 – Evolução das escolhas dos proponentes

[prop (0;0,75;0,95;1) x resp (1;1;1;1)]

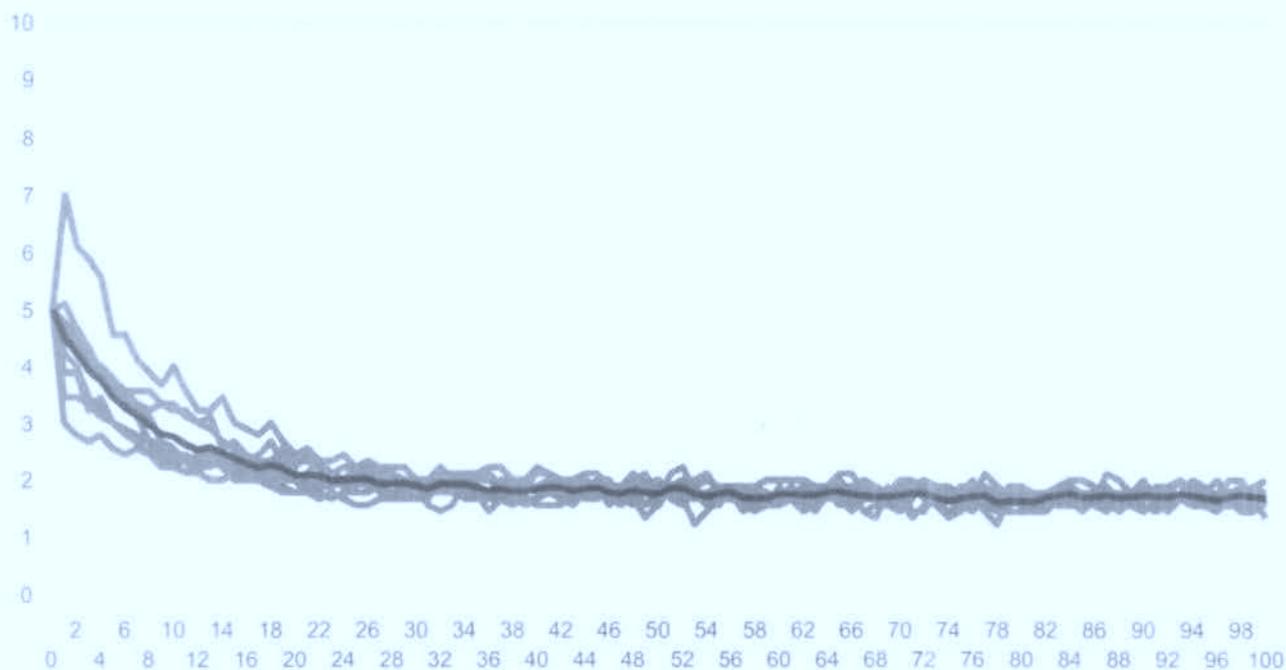


Gráfico 3.24 – Evolução das escolhas dos respondentes

[prop (0;0,75;0,95;1) x resp (1;1;1;1)]

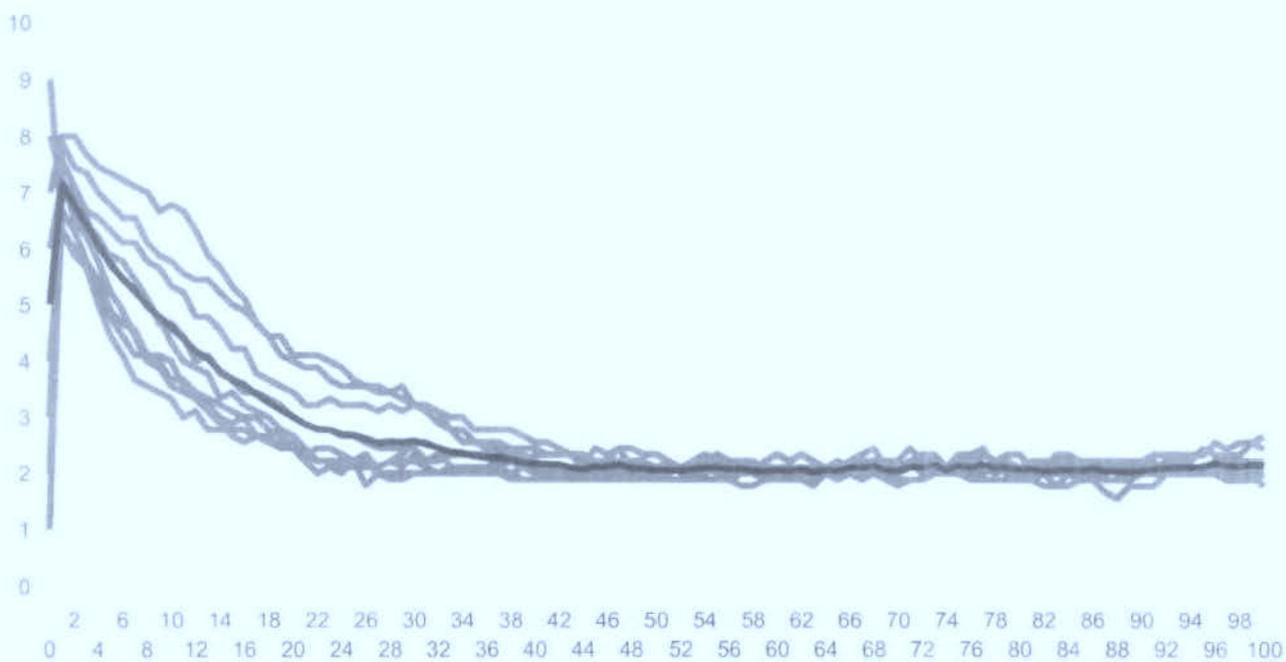


Gráfico 3.25 – Evolução das escolhas dos proponentes

[prop (1;1;1;1) x resp (0;0,75;0,95;1)]

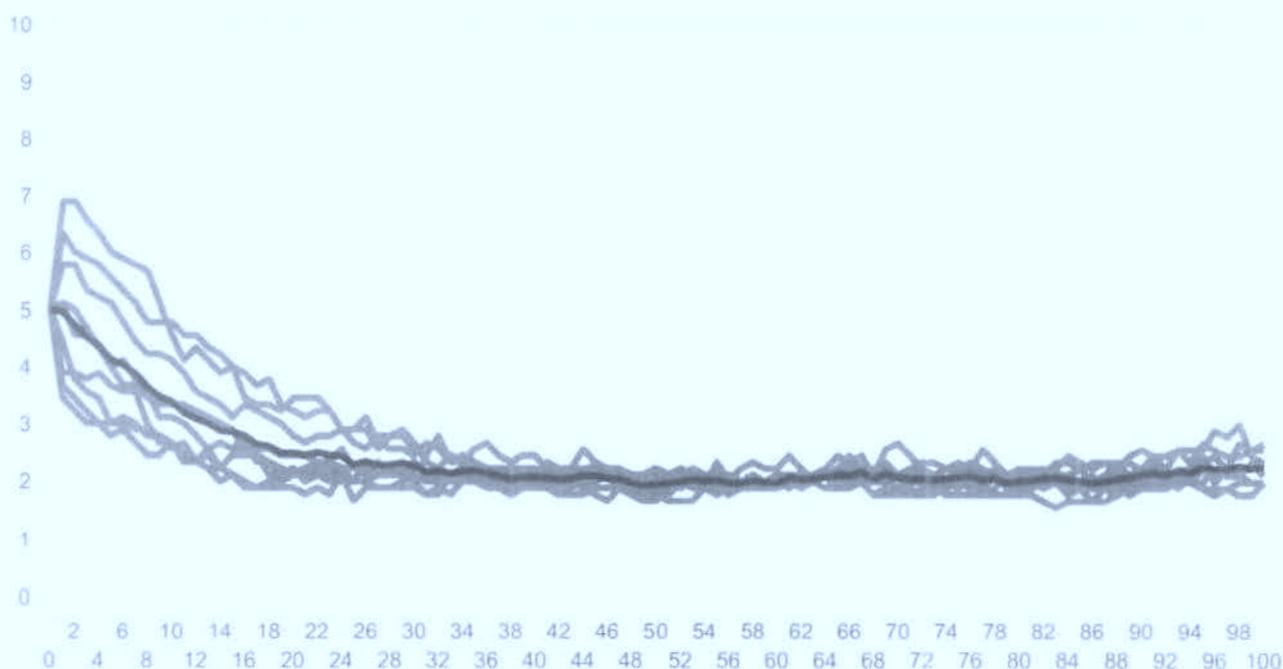


Gráfico 3.26 – Evolução das escolhas dos respondentes

[prop (1;1;1;1) x resp (0;0,75;0,95;1)]

As séries de resultados dos proponentes das duas simulações e as séries dos respondentes das duas simulações são similares entre si tanto em velocidade de convergência quanto no equilíbrio final atingido. Porém, a diferença entre o valor oferecido e o valor exigido em cada simulação é significativa. Isso é novamente consequência das diferentes estruturas de *payoff* entre proponente e respondente. O respondente somente busca exigir um valor menor que o valor oferecido pelo proponente. Cabe a esse último aproximar os dois valores na busca por maximizar seu *payoff*. Assim, na simulação com proponente racional a diferença entre o valor oferecido e o valor exigido tenderá a ser menor que aquela observada na simulação com proponente limitado. (Gráfico 3.27)

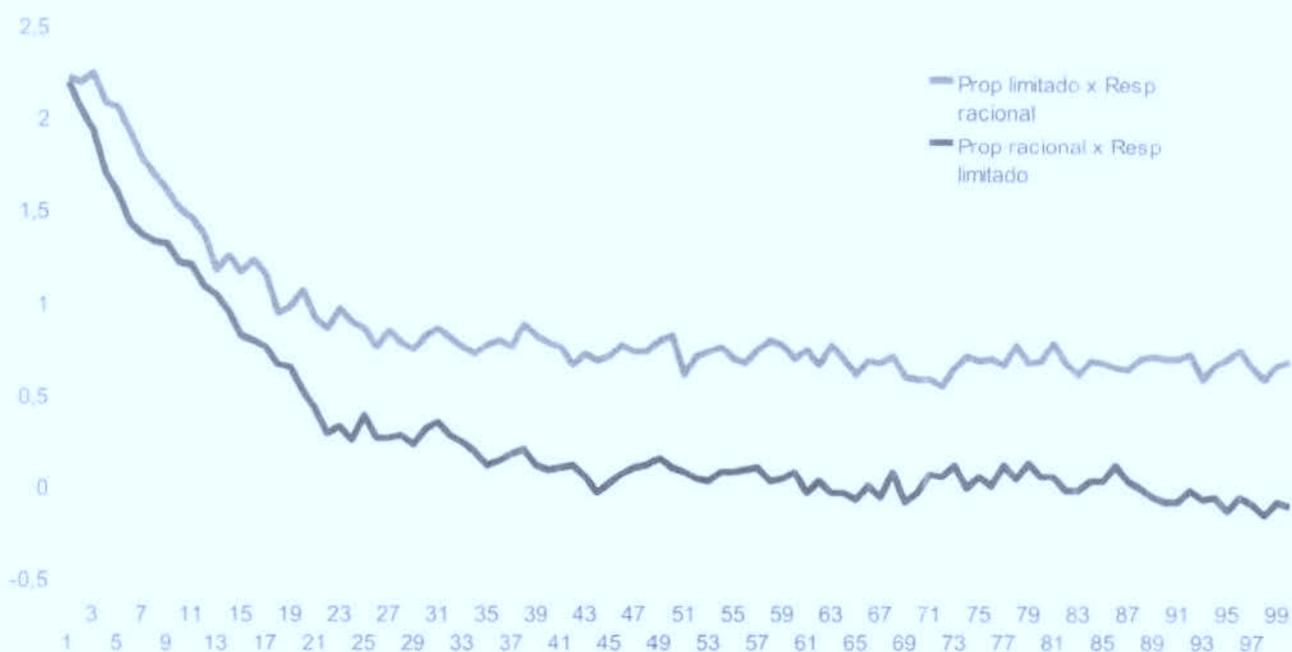


Gráfico 3.27 – Evolução comparada das médias das diferenças entre valores oferecidos e exigidos

3.3 – Simulações de hipóteses derivadas da economia experimental

3.3.1 – Hipótese da justiça

Uma das hipóteses levantadas para explicar os resultados observados pela economia experimental foi a hipótese da justiça, segundo a qual os jogadores possuem uma noção de justiça que aumenta a satisfação deles quando o resultado do jogo é entendido como justo e diminui a satisfação caso contrário. A função que determina o grau de satisfação do jogador pela noção de justiça utilizada nas simulações foi elaborada prezando a simplicidade e usando como parâmetro a moda observada dos valores oferecidos no trabalho de Castro e Ribeiro (2001), de R\$5,00.

Foram criadas duas funções de pertinência, uma para avaliar a satisfação gerada pela noção de justiça e outra para avaliar a satisfação gerada pelo ganho monetário. As funções utilizadas são aquelas da seção 3.3.6, ou seja, $g(x)$ indica o grau de satisfação obtido com o ganho monetário x e $e(k)$ indica o grau de satisfação resultante da noção de justiça ao oferecer/exigir k . Assim,

$$g(x) = x/9 \quad (3.1)$$

$$e(k) = \begin{cases} k/5 & \text{para } k < 5 \\ (10-k)/5 & \text{para } k \geq 5 \end{cases} \quad (3.2)$$

e a matriz de *payoffs* obtida com a intersecção desses Conjuntos Fuzzy é apresentada na Tabela 3.1.

		Proponente								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
R e s p o n d e n t e	1	0,1;0,2	0,2;0,4	0,2;0,6	0,2;0,7	0,2;0,6	0,2;0,4	0,2;0,3	0,2;0,2	0,2;0,1
	2	0,0;0,0	0,2;0,4	0,3;0,6	0,4;0,7	0,4;0,6	0,4;0,4	0,4;0,3	0,4;0,2	0,4;0,1
	3	0,0;0,0	0,0;0,0	0,3;0,6	0,4;0,7	0,6;0,6	0,6;0,4	0,6;0,3	0,6;0,2	0,6;0,1
	4	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,4;0,7	0,6;0,6	0,7;0,4	0,8;0,3	0,8;0,2	0,8;0,1
	5	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,6;0,6	0,7;0,4	0,8;0,3	0,9;0,2	1,0;0,1
	6	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,7;0,4	0,8;0,3	0,8;0,2	0,8;0,1
	7	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,6;0,3	0,6;0,2	0,6;0,1
	8	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,4;0,2	0,4;0,1
	9	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,2;0,1

Tabela 3.1: Matriz de *payoffs* dos jogadores pela hipótese da justiça

As simulações foram feitas com jogadores plenamente capazes e racionais, ou seja, $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 1$, para que seja possível avaliar a capacidade dessa hipótese de explicar os resultados observados, sem necessidade de outras alterações no modelo. (Gráficos 3.28 e 3.29)

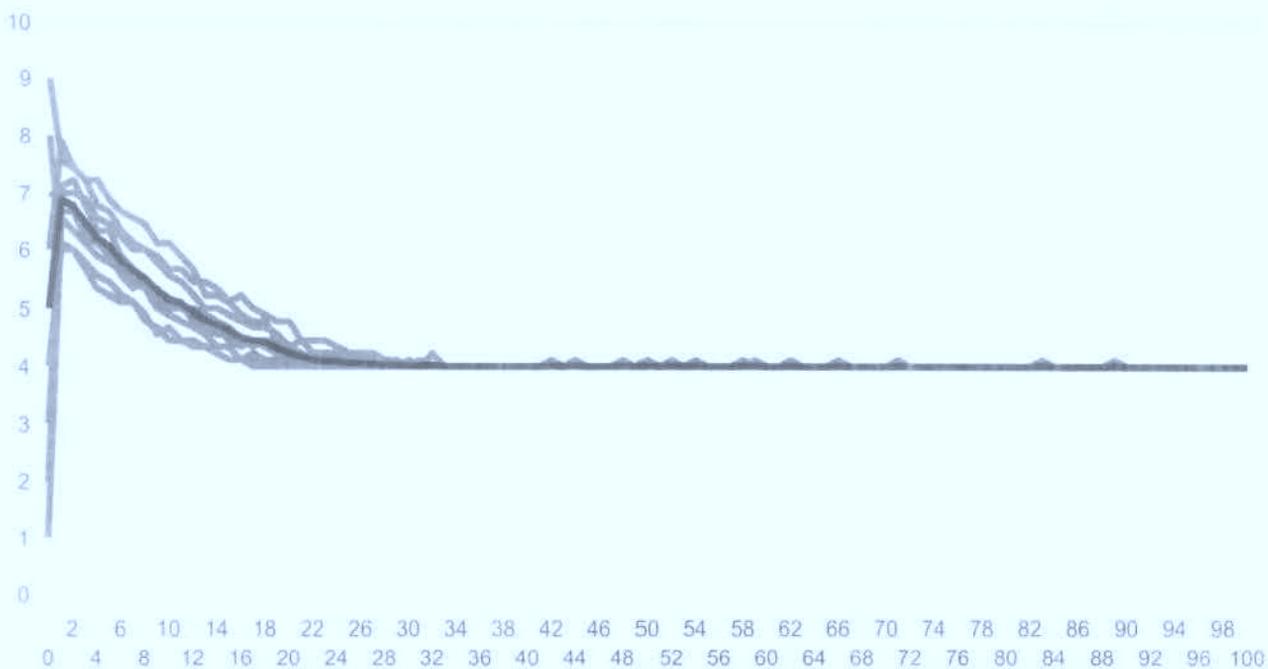


Gráfico 3.28 – Evolução das escolhas dos proponentes – hipótese da justiça

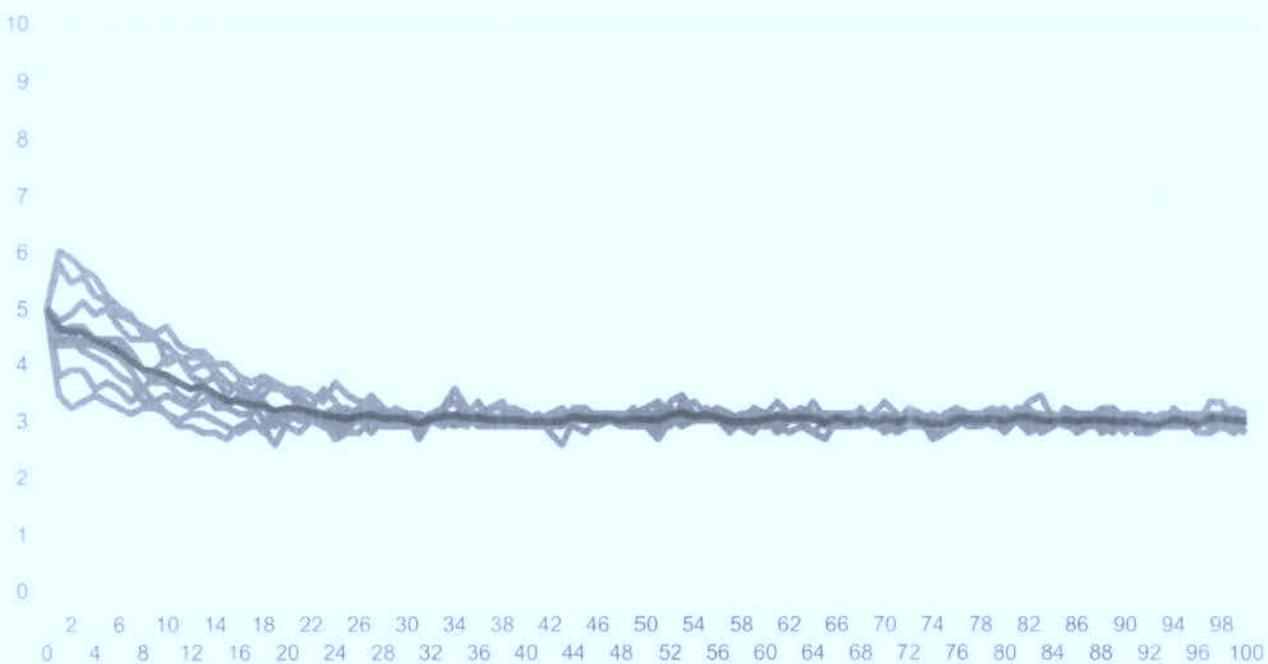


Gráfico 3.29 – Evolução das escolhas dos respondentes – hipótese da justiça

Os resultados obtidos pela simulação da hipótese da justiça foram satisfatórios. Uma alteração simples na matriz de *payoffs* deslocou o equilíbrio do jogo para algo próximo de oferecer quatro e exigir três, similar ao resultado almejado, sem necessidade de reduzir a capacidade dos jogadores.

3.3.2 – Hipótese da punição

Uma segunda hipótese que pretende explicar os resultados obtidos na economia experimental é a hipótese da punição, segundo a qual os jogadores sentem satisfação em punir a ganância alheia vista como excessiva. Para criar uma matriz de *payoffs* que permita testar essa hipótese foram criadas as funções de pertinência $ma(y)$, que mede o grau de mesquinhez do outro jogador quando ele busca manter para si o valor y , e $p(j)$, que mede a satisfação resultante de punir um jogador buscando manter para si o valor j .

$$ma(y) = \begin{cases} 0 & \text{para } y < 5 \\ (y-5)/4 & \text{para } y \geq 5 \end{cases} \quad (3.3)$$

$$p(j) = \begin{cases} 0 & \text{para } j < 5 \\ (j-5)/4 & \text{para } j \geq 5 \end{cases} \quad (3.4)$$

A frase “sentir satisfação quando pune a ganancia alheia” entende a necessidade de simultaneidade entre as funções $ma(y)$ e $p(j)$ para que haja satisfação. O jogador pode sentir o prazer de receber o prêmio monetário, medido por $g(x)$ (equação (3.1)) ou pela combinação de $ma(y)$ com $p(j)$. Portanto, se $ma(y)$ define o conjunto fuzzy MA, $p(j)$ define o conjunto fuzzy P e $g(x)$ define o conjunto fuzzy G, a matriz de *payoff* é obtida pelo conjunto fuzzy resultante da operação de intersecção e união $(P \cap MA) \cup G$. A Tabela 2.3 representa a matriz de *payoff*.

		Proponente								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
R e s p o n d e n t e	1	0,1;1,0	0,2;0,9	0,3;0,8	0,4;0,7	0,6;0,6	0,7;0,4	0,8;0,3	0,9;0,2	1,0;0,1
	2	0,0;0,0	0,2;0,9	0,3;0,8	0,4;0,7	0,6;0,6	0,7;0,4	0,8;0,3	0,9;0,2	1,0;0,1
	3	0,0;0,0	0,0;0,0	0,3;0,8	0,4;0,7	0,6;0,6	0,7;0,4	0,8;0,3	0,9;0,2	1,0;0,1
	4	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,4;0,7	0,6;0,6	0,7;0,4	0,8;0,3	0,9;0,2	1,0;0,1
	5	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,6;0,6	0,7;0,4	0,8;0,3	0,9;0,2	1,0;0,1
	6	0,3;0,3	0,3;0,3	0,3;0,3	0,3;0,3	0,0;0,0	0,7;0,4	0,8;0,3	0,9;0,2	1,0;0,1
	7	0,5;0,5	0,5;0,5	0,5;0,5	0,3;0,3	0,0;0,0	0,0;0,0	0,8;0,3	0,9;0,2	1,0;0,1
	8	0,8;0,8	0,8;0,8	0,5;0,5	0,3;0,3	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,9;0,2	1,0;0,1
	9	1,0;1,0	0,8;0,8	0,5;0,5	0,3;0,3	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	1,0;0,1

Tabela 3.2: Matriz de *payoffs* dos jogadores pela hipótese da punição

Os resultados (Gráficos 3.30 e 3.31) obtidos mostram que essa formulação não simula satisfatoriamente a realidade. Apesar de o proponente apresentar um comportamento similar ao esperado, o respondente é excessivamente punitivo. Conseqüentemente, a percentagem das iterações que resultaram em acordo entre os jogadores foi sensivelmente menor que nas outras simulações e muito abaixo do observado por Castro e Ribeiro (2001). A título de comparação, 60,3% das iterações jogadas nessa simulação resultaram em acordos, contra 100% das jogadas simulando a *hipótese da punição*, 96,3% das jogadas com jogadores com limitações combinadas (seção 3.2.2, gráficos 3.17 e 3.18) e 21,95% dos jogos no artigo de economia experimental citado (Gráfico 3.32).

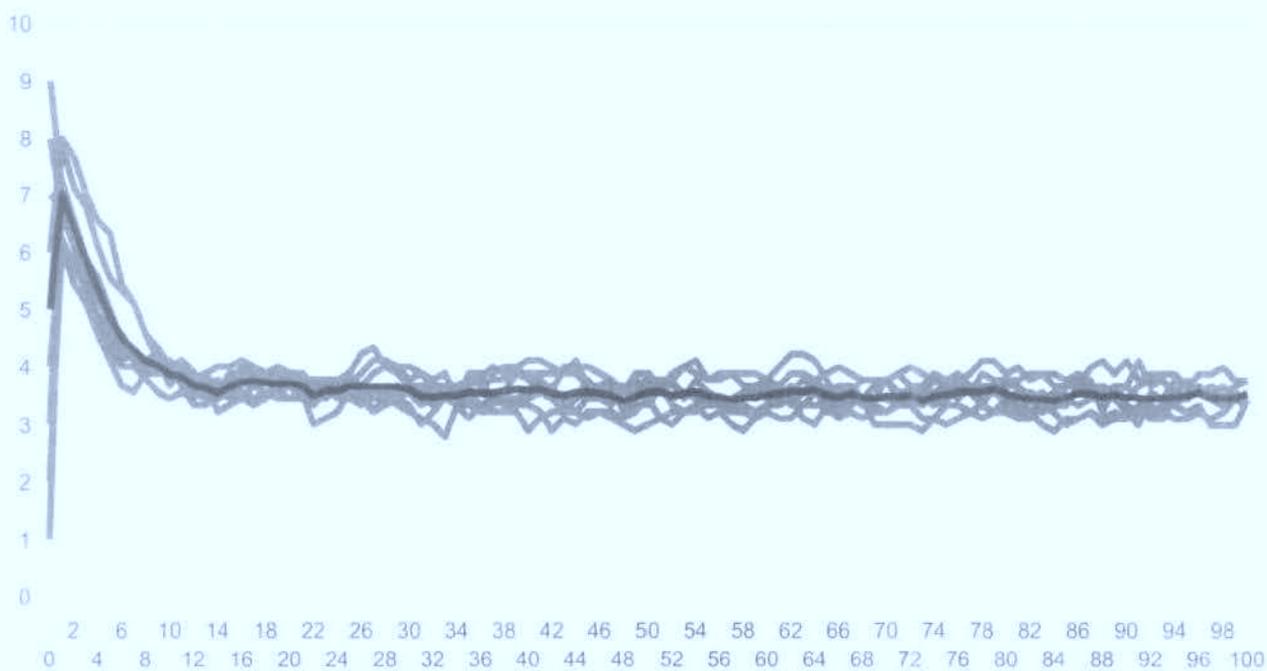


Gráfico 3.30 – Evolução das escolhas dos proponentes – hipótese da punição

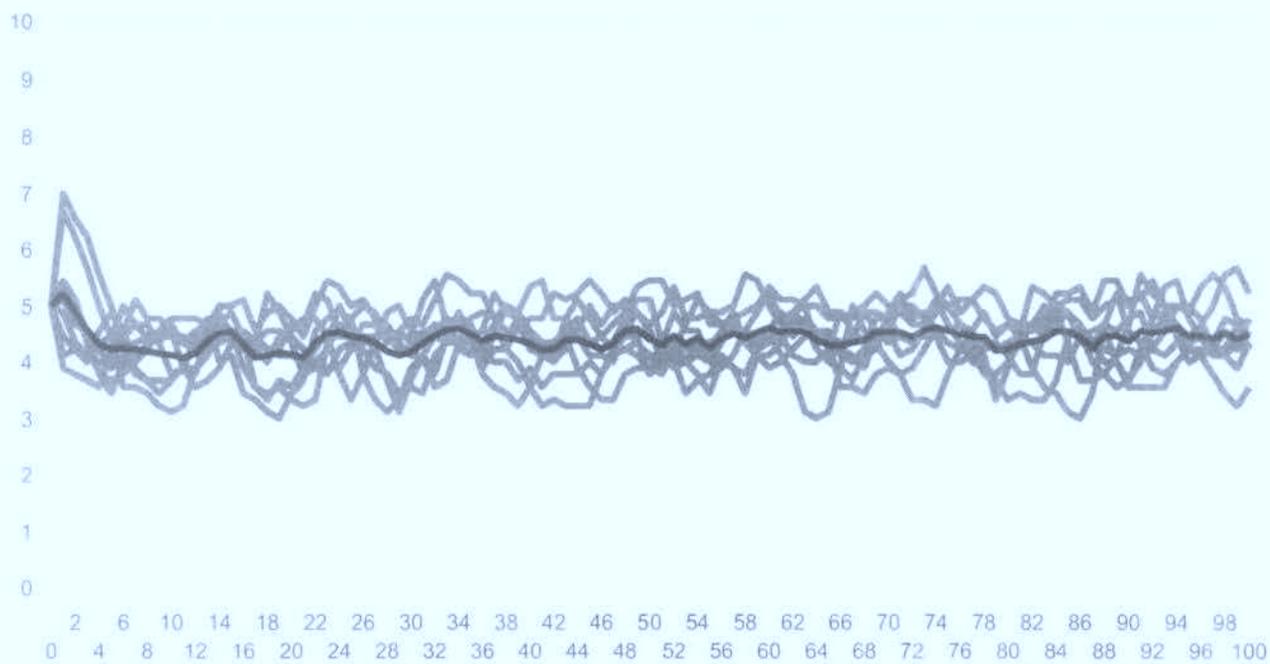
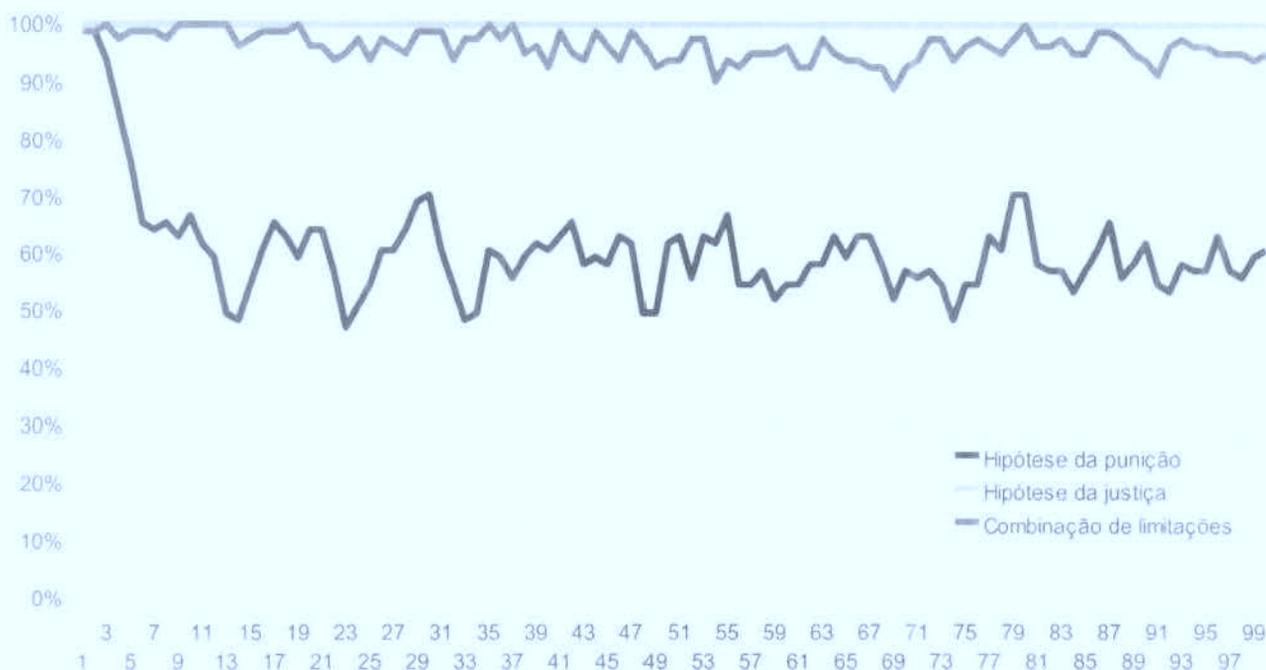


Gráfico 3.31 – Evolução das escolhas dos respondentes – hipótese da punição

Gráfico 3.32 – Porcentagem dos jogos em que houve acordo – comparação de casos selecionados



3.3.3 – Hipótese do altruísmo

Outra hipótese levantada é a hipótese do altruísmo. Segundo essa hipótese, os jogadores são altruístas, considerando também o *payoff* recebido pelo outro jogador, não somente seu próprio *payoff*. Para simular tal hipótese foi criada a função de pertinência $a(z)$, que avalia o grau de altruísmo de manter para si o valor z , dada por

$$a(z) = \begin{cases} (5-z)/4 & \text{para } z < 5 \\ 0 & \text{para } z \geq 5 \end{cases} \quad (3.5)$$

Para elaborar as matrizes de *payoffs* foram utilizados os conjuntos fuzzy A , definido pela função de pertinência $a(z)$, e G , definido pela função de pertinência $g(x)$ (equação(3.1))

Duas formulações dessa hipótese foram testadas. A formulação do altruísmo forte

entende que o jogador sente satisfação se obtiver um ganho monetário e for altruísta. Portanto, a matriz de *payoff* é dada por $A \cap G$ (Tabela 3.3).

A formulação do altruísmo fraco entende que o jogador sente satisfação se obtiver ganho monetário ou for altruísta. Os resultados para este caso são apresentados nos Gráficos 3.33 e 3.34.

Portanto a matriz de *payoff* é dada por $A \cup G$ (Tabela 3.4).

		Proponente								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
R e s p o n d e n t e	1	0,1;0,0	0,2;0,0	0,3;0,0	0,4;0,0	0,6;0,0	0,7;0,3	0,9;0,3	0,9;0,2	1,0;0,1
	2	0,0;0,0	0,2;0,0	0,3;0,0	0,4;0,0	0,6;0,0	0,7;0,3	0,8;0,3	0,8;0,2	0,8;0,1
	3	0,0;0,0	0,0;0,0	0,3;0,0	0,4;0,0	0,5;0,0	0,5;0,3	0,5;0,3	0,5;0,2	0,8;0,1
	4	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,3;0,0	0,3;0,0	0,3;0,3	0,3;0,3	0,3;0,2	0,3;0,1
	5	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,3	0,0;0,3	0,0;0,2	0,0;0,1
	6	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,3	0,0;0,3	0,0;0,2	0,0;0,1
	7	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,3	0,0;0,2	0,0;0,1
	8	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,2	0,0;0,1
	9	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,1

Tabela 3.3: Matriz de *payoffs* dos jogadores pela hipótese do altruísmo forte

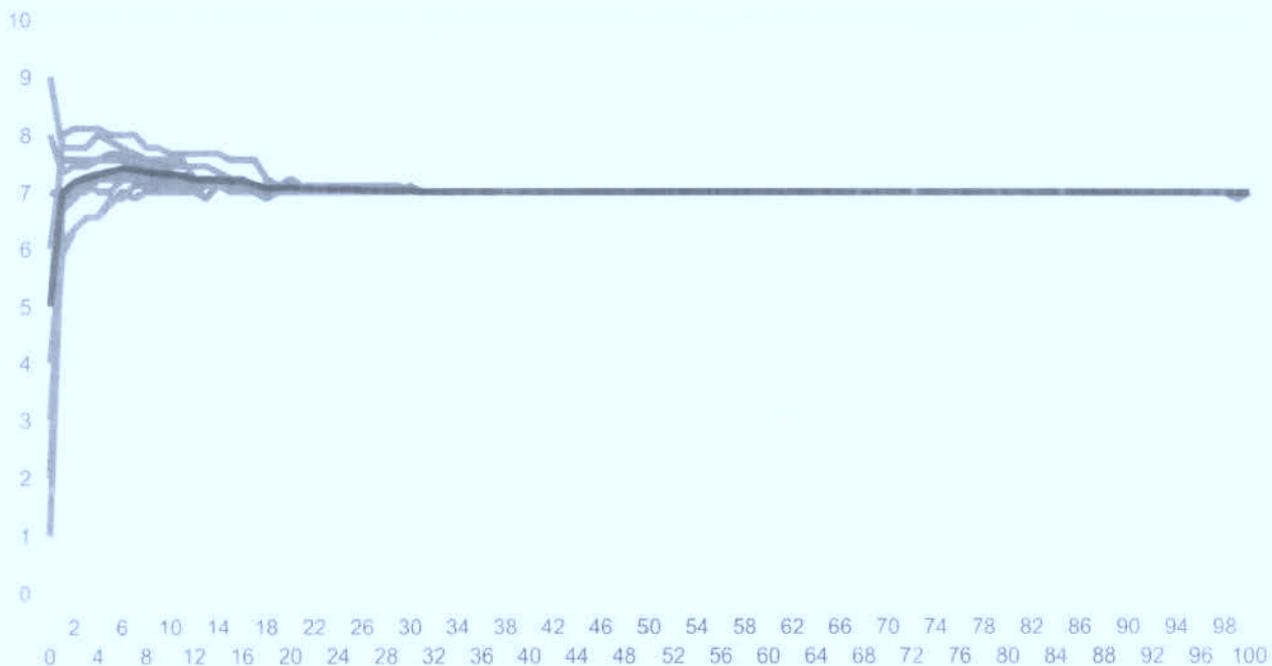


Gráfico 3.33 – Evolução das escolhas dos proponentes – hipótese do altruísmo forte

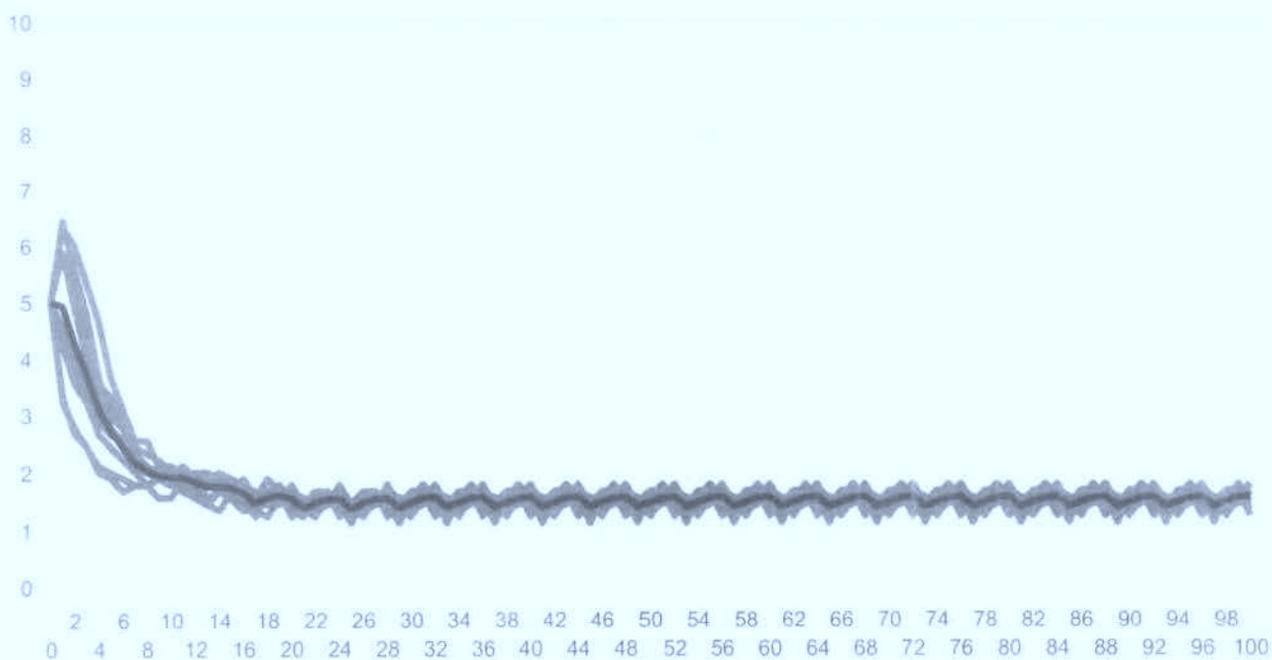


Gráfico 3.34 – Evolução das escolhas dos respondentes – hipótese do altruísmo forte

		Proponente								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
R e s p o n d e n t e	1	1,0;1,0	1,0;0,9	1,0;0,8	1,0;0,7	1,0;0,6	1,0;0,4	1,0;0,3	1,0;0,2	1,0;0,1
	2	0,8;0,0	0,8;0,9	0,8;0,8	0,8;0,7	0,8;0,6	0,8;0,4	0,8;0,3	0,9;0,2	1,0;0,1
	3	0,5;0,0	0,5;0,0	0,5;0,8	0,5;0,7	0,6;0,6	0,7;0,4	0,8;0,3	0,9;0,2	1,0;0,1
	4	0,3;0,0	0,3;0,0	0,3;0,0	0,4;0,7	0,6;0,6	0,7;0,4	0,8;0,3	0,9;0,2	1,0;0,1
	5	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,6;0,6	0,7;0,4	0,8;0,3	0,9;0,2	1,0;0,1
	6	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,7;0,4	0,8;0,3	0,9;0,2	1,0;0,1
	7	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,8;0,3	0,9;0,2	1,0;0,1
	8	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,9;0,2	1,0;0,1
	9	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	1,0;0,1

Tabela 3.4: Matriz de *payoffs* dos jogadores pela hipótese do altruísmo fraco

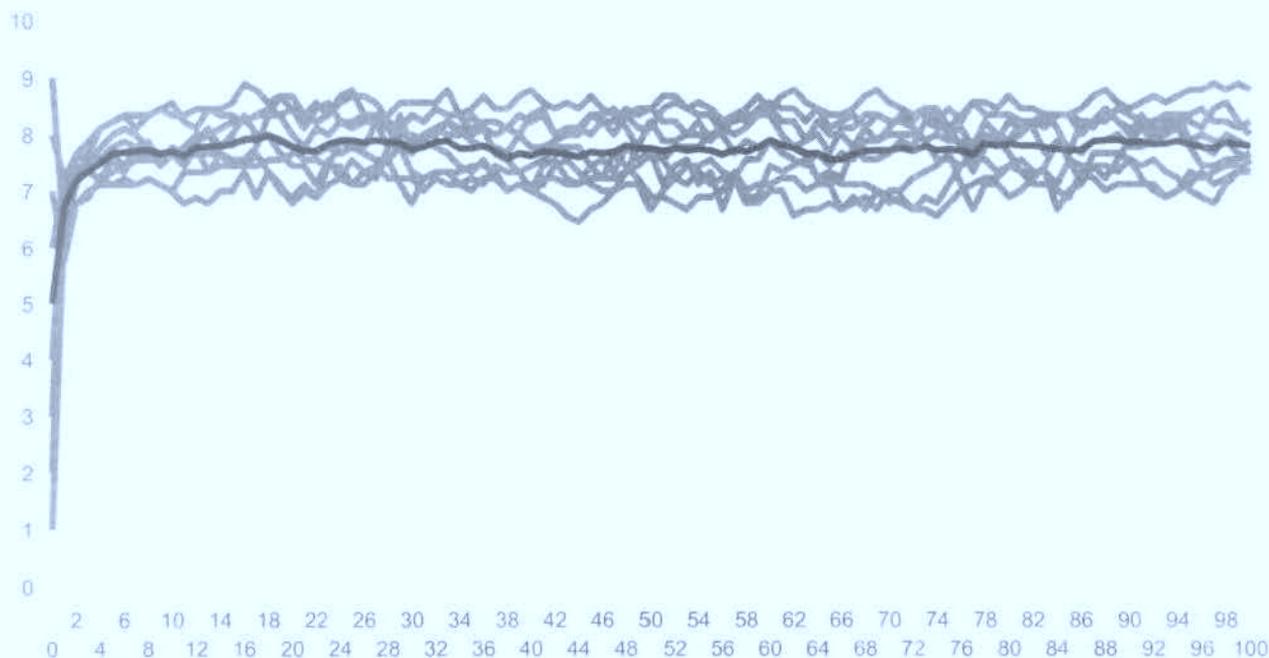


Gráfico 3.35 – Evolução das escolhas dos proponentes – hipótese do altruísmo fraco

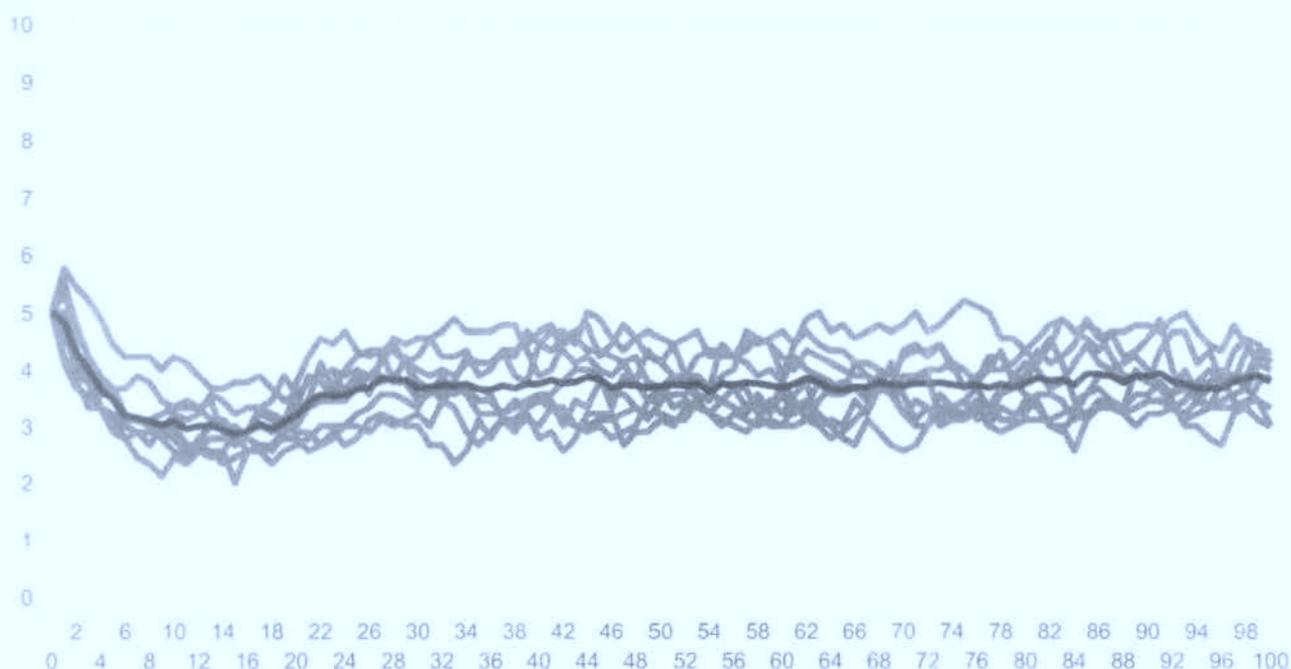


Gráfico 3.36 – Evolução das escolhas dos respondentes – hipótese do altruísmo fraco

Ambas as simulações convergiram rapidamente a um equilíbrio, sendo esse estável no caso do altruísmo forte (Gráficos 3.33 e 3.34) e instável no caso do altruísmo fraco (Gráficos 3.35 e 3.36). Em ambos os casos, porém, o resultado não corresponde ao esperado, principalmente se observado o comportamento do proponente. Ainda em detrimento dessa formulação pesa o fato de a interação estratégica entre os jogadores ter sido reduzida à insignificância. Proponente e respondente interagem somente com suas próprias matrizes de *payoff*, suas escolhas pendendo a cantos diferentes do espectro de possibilidades. Dessa forma, foi completamente descaracterizado o jogo de barganha com ultimato.

3.3.4 – Combinação das hipóteses da justiça e da punição

A hipótese da justiça assume que os jogadores sentem satisfação em buscar um acordo entendido por eles como justo, sendo a justiça medida pela função de pertinência $e(k)$ (equação (3.2)), entretanto esse jogador não faz qualquer julgamento sobre o comportamento do outro jogador. A hipótese da punição supõe que os jogadores buscam punir aqueles que consideram excessivamente mesquinhos, mas quando não vêem a necessidade de punir alguém são eles próprios mesquinhos.

Essas hipóteses podem facilmente interagir entre si. A combinação dessas hipóteses assume que um jogador é movido por, além da satisfação vinda do ganho monetário, um senso de justiça que o faz buscar certa distribuição dos ganhos no jogo. O jogador espera de seus colegas de jogo um comportamento semelhante. Quando ele observa que o outro jogador não tem tal comportamento e é excessivamente mesquinho, busca puni-lo. No âmbito das teorias econômicas, esse comportamento pode ser entendido como similar àqueles que sustentam as convenções sociais. Seguir uma noção de justiça baseada em uma distribuição ideal socialmente definida pode ser entendida como uma convenção social, e a atitude de punir os que se desviam dessa convenção é o comportamento que a garante.

Para criar a matriz de *payoffs* necessária à simulação de tal teoria, foram usados os grupos fuzzy G , definido pela função de pertinência $g(x)$ (equação (3.1)), E , definido pela função de pertinência $e(k)$ (equação (3.2)), MA , definido pela função de pertinência $ma(y)$ (3.3), e P , definido pela função de pertinência $p(j)$ (equação (3.4)). A matriz de *payoff* é dada por $(G \cap E) \cup (P \cap MA)$.

Primeiramente foi simulado o jogo com ambos os jogadores agindo de acordo com a matriz de *payoff* da combinação da hipótese da justiça com a hipótese da punição. (Tabela 3.5). Os gráficos 3.37 a 3.39 apresentam os resultados.

		Proponente								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
R e s p o n d e n t e	1	0,1;0,2	0,2;0,4	0,2;0,6	0,2;0,7	0,2;0,6	0,2;0,4	0,2;0,3	0,2;0,2	0,2;0,1
	2	0,0;0,0	0,2;0,4	0,3;0,6	0,4;0,7	0,4;0,6	0,4;0,4	0,4;0,3	0,4;0,2	0,4;0,1
	3	0,0;0,0	0,0;0,0	0,3;0,6	0,4;0,7	0,6;0,6	0,6;0,4	0,6;0,3	0,6;0,2	0,6;0,1
	4	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,4;0,7	0,6;0,6	0,7;0,4	0,8;0,3	0,8;0,2	0,8;0,1
	5	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,6;0,6	0,7;0,4	0,8;0,3	0,9;0,2	1,0;0,1
	6	0,3;0,3	0,3;0,3	0,3;0,3	0,3;0,3	0,0;0,0	0,7;0,4	0,8;0,3	0,8;0,2	0,8;0,1
	7	0,5;0,5	0,5;0,5	0,5;0,5	0,3;0,3	0,0;0,0	0,0;0,0	0,6;0,3	0,6;0,2	0,6;0,1
	8	0,8;0,8	0,8;0,8	0,5;0,5	0,3;0,3	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,4;0,2	0,4;0,1
	9	1,0;1,0	0,8;0,8	0,5;0,5	0,3;0,3	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,0;0,0	0,2;0,1

Tabela 3.5: Matriz de *payoffs* dos jogadores pela hipótese de justiça e punição combinadas

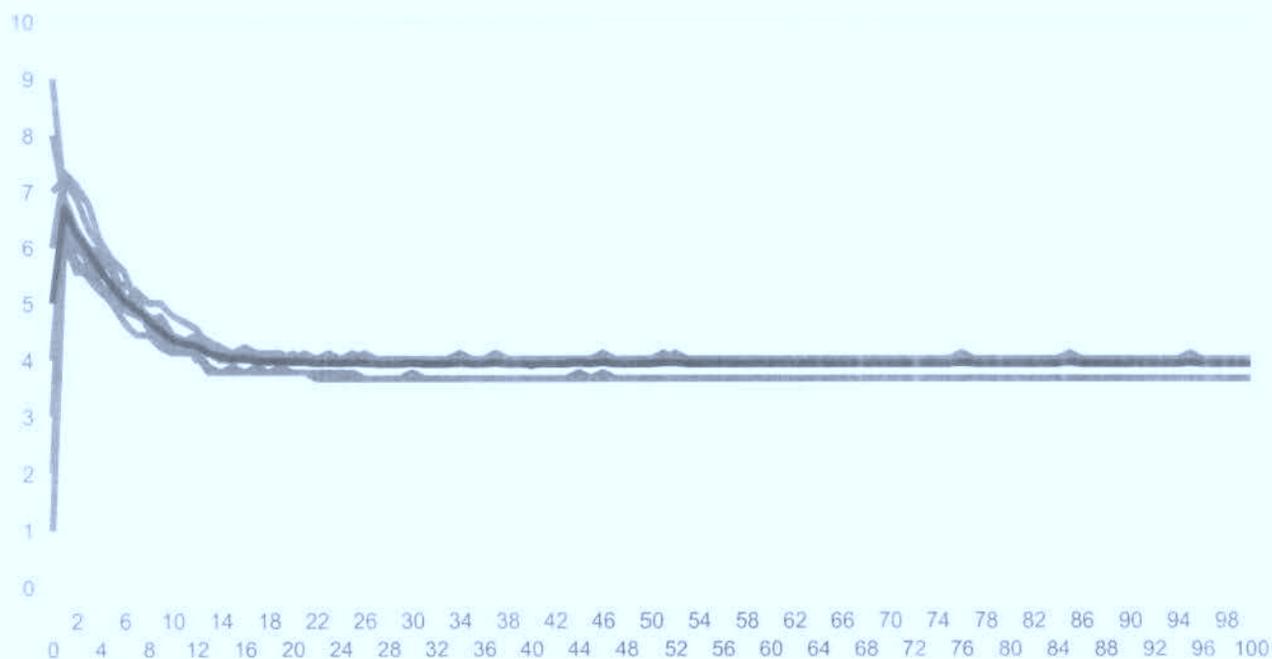


Gráfico 3.37 – Evolução das escolhas dos proponentes – hipótese de justiça e punição combinadas

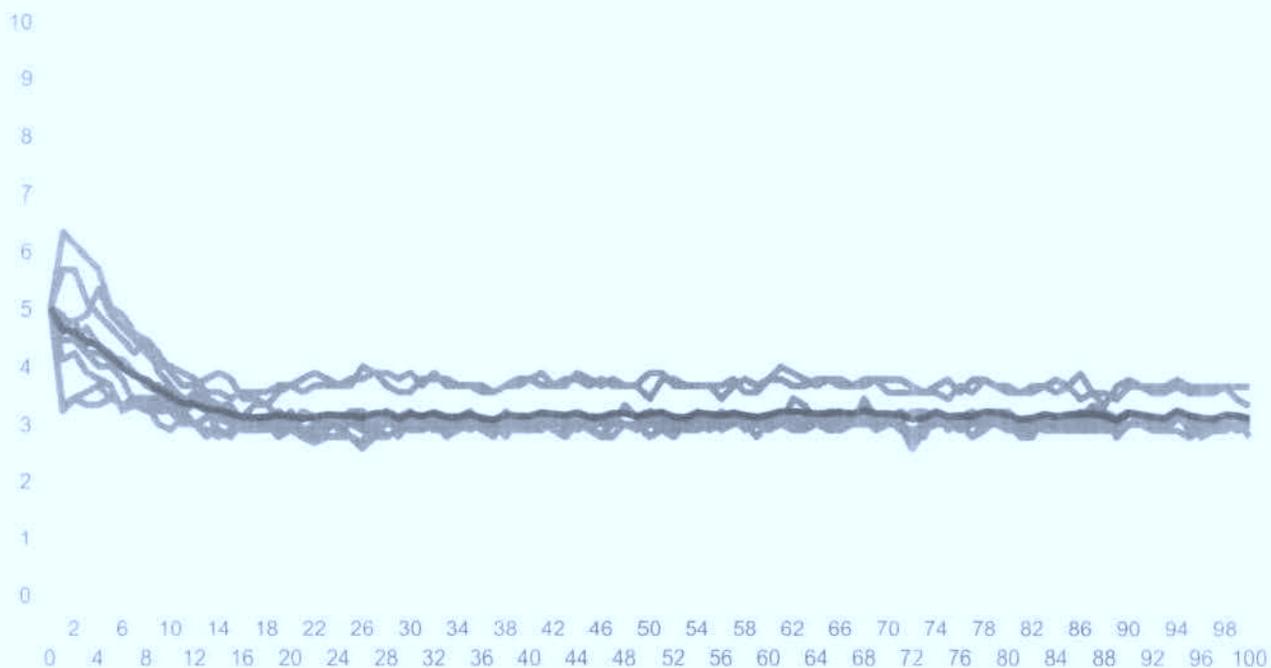


Gráfico 3.38 – Evolução das escolhas dos respondentes – hipótese de justiça e punição combinadas

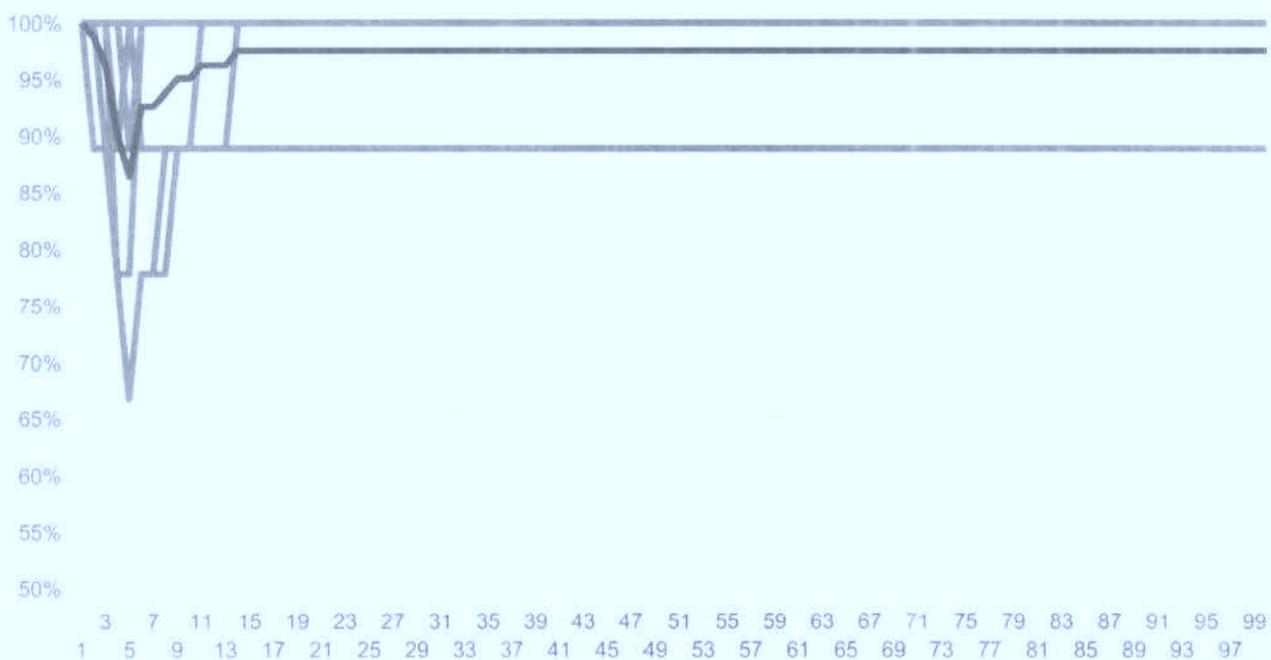


Gráfico 3.39 – Evolução da percentagem dos jogos em que houve acordo – hipótese de justiça e punição combinadas

Como mostram os resultados (Gráficos 3.37 a 3.39), o jogo converge para um equilíbrio próximo do desejado com acordo em uma percentagem alta dos jogos. Porém, a matriz de *payoffs* possui dois focos de atração que criam dois equilíbrios possíveis, com parte dos jogos tendendo a um equilíbrio e parte tendendo a outro, como pode ser visto pelas linhas horizontais no gráfico 3.39 da percentagem de acordos alcançada e pelos

diferentes equilíbrios alcançados pelos grupos de jogos nos gráficos 3.37 e 3.38 de escolhas.

Uma segunda simulação foi feita com diferentes matrizes de *payoff* para proponente e respondente. Enquanto o respondente mantém a matriz utilizada no jogo anterior, resultado da combinação das hipóteses da justiça e da punição, o proponente utiliza a matriz de *payoff* padrão, ou seja, é igual ao proponente do jogo da seção 3.2.1. Essa nova formulação mantém dois focos de atração na matriz de *payoffs* do respondente, mas deixa somente um foco na do proponente. Dessa forma, é esperado que o jogo, resultado da interação estratégica entre eles, não possua mais de um equilíbrio.

Essa diferença entre proponente e respondente pode ser interpretada como resultante dos diferentes papéis que os jogadores têm no jogo. O poder de ultimato recai mais claramente sobre o respondente do que sobre o proponente, cabendo a ele portanto fiscalizar o proponente e exercer a pressão social interpretada pelas hipóteses combinadas. O proponente, tendo maior poder de ditar a forma da distribuição dos recursos, visaria mais avidamente o ganho monetário, sendo levado a agir de forma mais racional e egoísta. Essa interpretação seria sustentada pela observação de Castro e Ribeiro (2001) de que em todos os casos observados em que o proponente oferece três reais ou menos não houve acordo e não houve acordo em 75% dos casos em que ele oferece R\$3,50 ou menos.

Os resultados (Gráficos 3.40 – 3.42) evidenciam a existência de um equilíbrio único próximo de oferecer/exigir quatro reais para o qual as Redes Neurais convergiram rapidamente. Apesar de não existir a diferença observada experimentalmente entre as médias do proponente e do respondente, os valores se aproximam aos observados. Também similar ao experimental é a percentagem de jogos em que não houve acordo, 21,95% para jogadores reais contra 25% nas simulações com Redes Neurais.

De forma geral, essa formulação é a que obteve os melhores resultados e ela replica satisfatoriamente as observações do artigo de Casto e Ribeiro (2001).

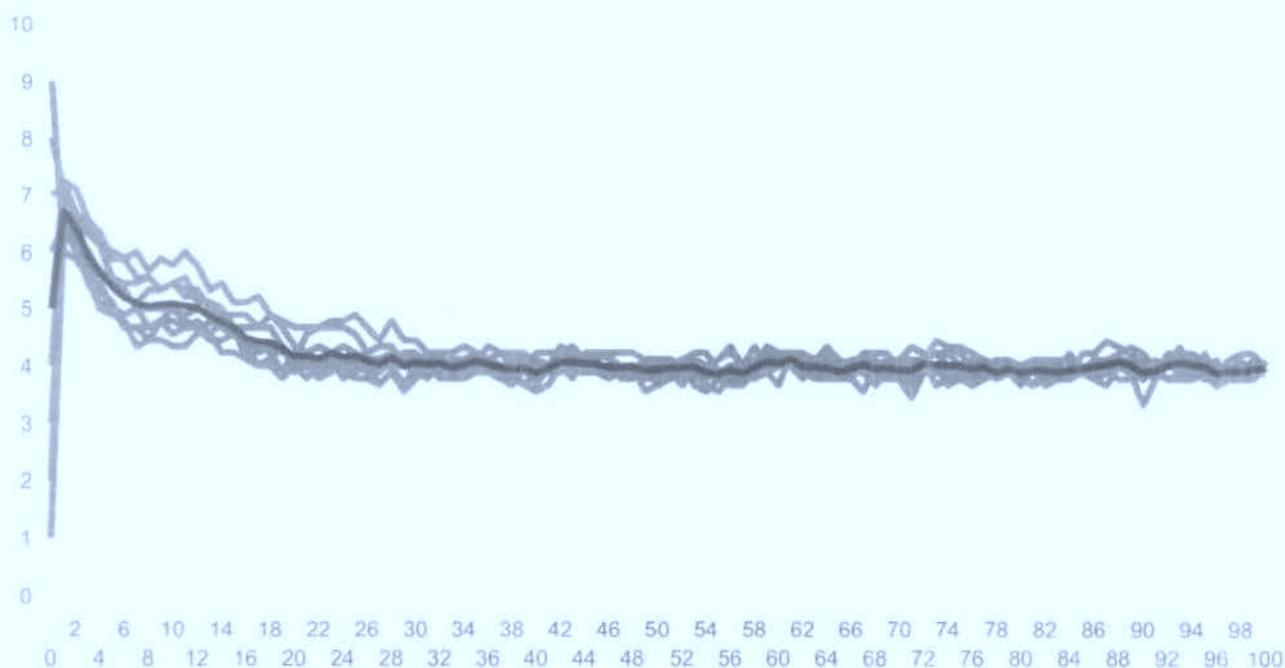


Gráfico 3.40 – Evolução das escolhas dos proponentes – hipótese combinada com assimetria

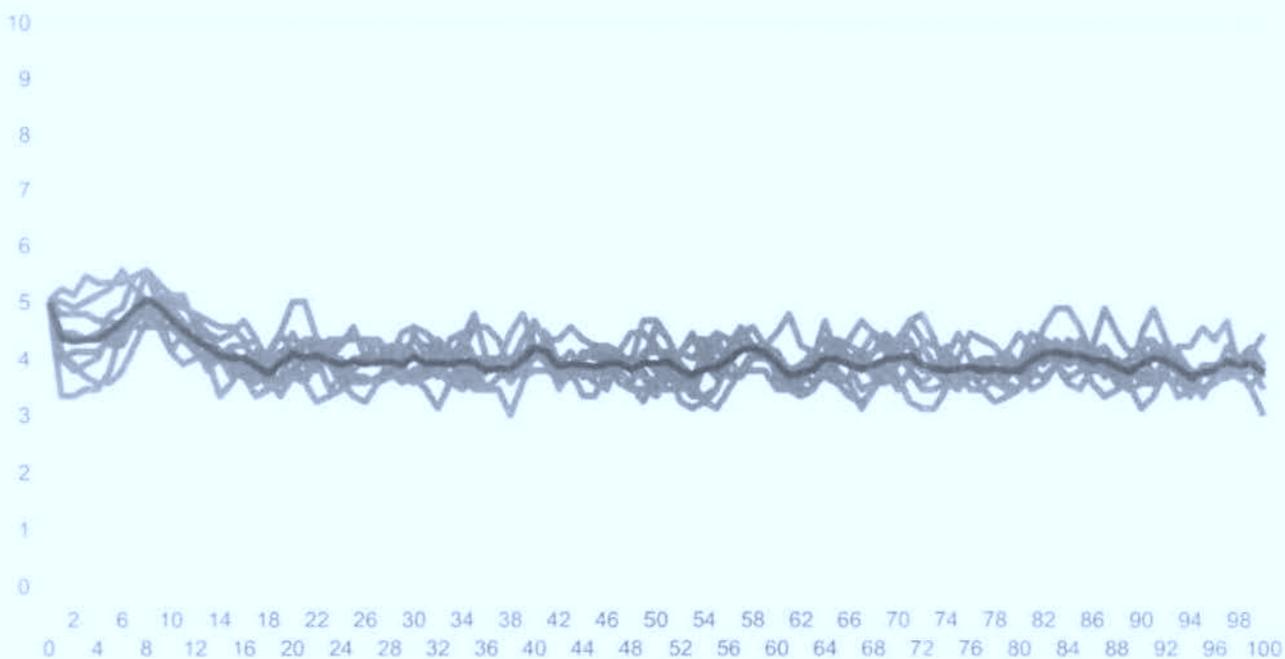


Gráfico 3.41 – Evolução das escolhas dos respondentes – hipótese combinada com assimetria

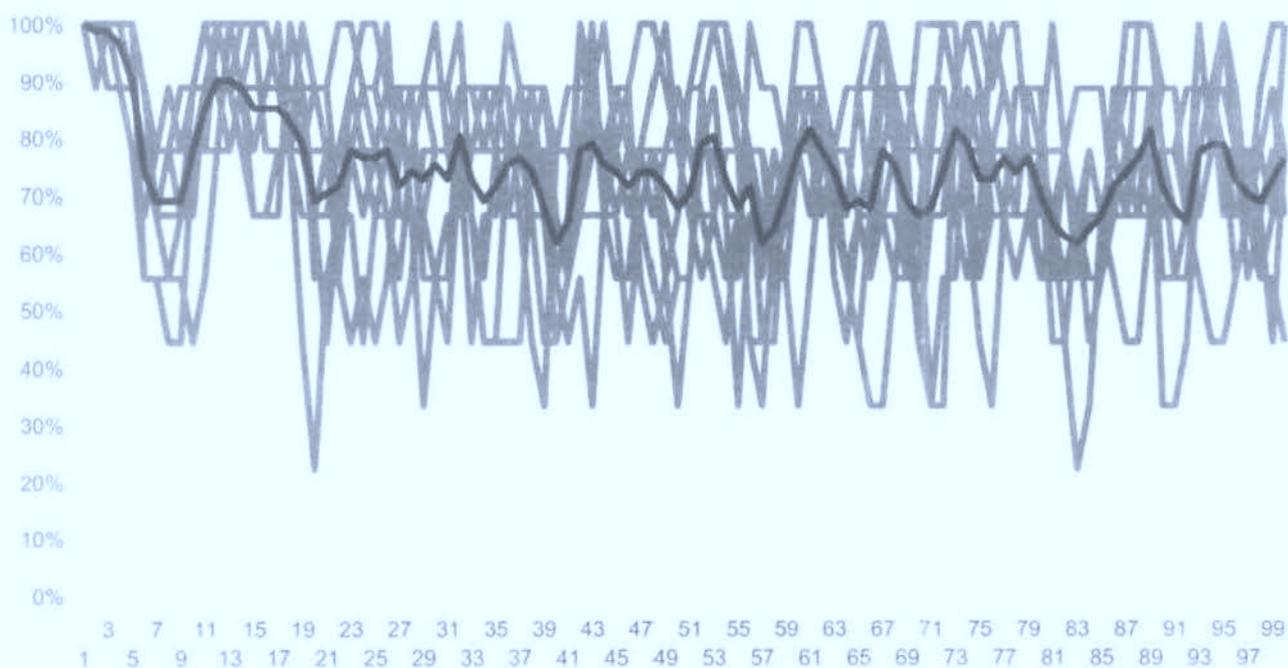


Gráfico 3.42 – Evolução da percentagem dos jogos em que houve acordo – hipótese combinada com assimetria

Capítulo 4 – Conclusões

Esse trabalho se propôs a implementar um modelo de simulação de Redes Neurais com o propósito de simular o jogo de barganha com ultimato. As diversas simulações realizadas e os resultados obtidos demonstram o potencial das Redes Neurais como ferramenta de simulação para o estudo de teoria dos jogos. As Redes Neurais não só foram capazes de replicar a solução analítica tradicional do jogo estudado como também, dada a maleabilidade inerente ao seu mecanismo de aprendizado, permitiram reestruturar o jogo e encontrar outras possíveis soluções, parametrizando jogadores diferentes daqueles previstos pela teoria dos jogos. As Redes Neurais tornaram possível estudar e avaliar o equilíbrio de jogos muito mais complexos que a formulação original da barganha com ultimato, permitindo a fácil comparação entre os diferentes jogadores teorizados e seus respectivos comportamentos.

Foram abordadas também algumas hipóteses que buscam explicar a disparidade existente entre a solução analítica do jogo de barganha com ultimato e os resultados observados em experimentos de economia experimental, com enfoque nas hipóteses da justiça, da punição e do altruísmo. Primeiramente, foi demonstrado que as Redes Neurais, quando parametrizadas com jogadores plenamente racionais e egoístas, atingem facilmente o equilíbrio previsto na solução analítica. Os testes feitos com diferentes parâmetros mostram que jogadores limitados em sua racionalidade e em sua capacidade de aprendizado não necessariamente atingirão o equilíbrio da solução analítica. Entretanto também não atingem resultados similares aos observados em jogos com pessoas. Isso mostra que apesar de a suposição de racionalidade plena dos jogadores ser uma simplificação da realidade, a disparidade entre a solução analítica e as observações experimentais não pode ser explicada somente por essa simplificação.

Para testar outras hipóteses acerca dessa disparidade foi utilizada em combinação com o modelo criado a Teoria de Conjuntos Fuzzy. A Lógica Fuzzy permitiu criar matrizes de *payoff* que incorporassem outros fatores que não somente o ganho monetário, de forma que as Redes Neurais pudessem simular jogadores que ponderem esses fatores em suas decisões. Nesse sentido, a Teoria de Conjuntos Fuzzy se mostrou muito útil para

traduzir para uma linguagem matemática os conceitos abstratos e vagos que se buscava parametrizar.

As tentativas feitas de testar as hipóteses selecionadas da literatura pesquisada não conseguiram reproduzir os dados obtidos pela economia experimental. Entretanto, uma simulação resultante da combinação de mais de uma dessas teorias apresentou resultados satisfatórios. Essa simulação de melhor ajuste foi parametrizada com dois jogadores plenamente capazes. Enquanto o proponente é o jogador racional e egoísta utilizado na solução analítica, o respondente pondera uma noção de justiça distributiva e busca punir um proponente que tenha sido, a seu ver, excessivamente mesquinho em sua oferta.

O sucesso dessa formulação em explicar as observações empíricas levou a hipóteses para explicar o diferente comportamento de proponente e respondente e o porque das ponderações feitas pelo respondente. A diferença entre proponente e respondente foi atribuída à diferente percepção que têm os jogadores de seu papel no jogo dada a diferença de poder que percebem sobre o resultado. O proponente determina a distribuição dos recursos, visto que a distribuição final se dará de acordo com o valor que ele oferece, enquanto que o respondente, com o poder de ultimato, somente avalia e valida ou recusa essa distribuição. Assim sendo, o proponente, capaz de determinar quanto receberá, sente mais fortemente a ânsia por agir de forma racional e egoísta. O respondente, responsável por avaliar a distribuição proposta, pondera outros fatores.

Para explicar o comportamento do respondente, primeiro aceitou-se a hipótese do jogo social, apresentada como a “quarta explicação” por Castro e Ribeiro (2001), segundo a qual os jogadores percebem o jogo em questão como um sub-jogo de um jogo maior de interação social no qual estão inseridos em seu dia-a-dia. Sendo esse jogo maior um jogo de repetição infinita, surge a possibilidade de um equilíbrio cooperativo. Dessa forma, o respondente pondera se o valor oferecido pelo proponente é compatível com uma distribuição socialmente aceita, entendida como a distribuição igualitária. Se for, ele aceita a distribuição proposta, se não for, ele pune a ganância excessiva do proponente encerrando a cooperação no jogo e não aceitando a distribuição proposta.

As formulações elaboradas nesse trabalho são apenas uma possibilidade de formulação das hipóteses testadas. Cabe ainda, como complemento ao trabalho aqui realizado, testar outras formulações possíveis e outros modelos de simulação. Quanto à formulação tida como bem sucedida, visto que o foco desse trabalho era o teste de diversas teorias, cabe repeti-la e realizar outras formulações similares com testes mais rigorosos para verificar aderência à realidade. Por fim, a hipótese levantada acerca do comportamento dos jogadores carece de aprofundamento e pesquisa bibliográfica. Contribuições importantes poderiam ser dadas pelas áreas de estudo do comportamento dos agentes, de teoria dos jogos, de simulações por Redes Neurais ou outros métodos e da própria economia experimental, com novos experimentos.

Bibliografia

ARAÚJO, L.J.S. *Modelagem computacional de jogos complexos usando Redes Neurais e Lógica Fuzzy*. Tese de doutorado, Escola Politécnica, USP, São Paulo, 2002.

BALLINI, R. *Análise e previsão de vazão utilizando modelos de séries temporais, redes neurais e redes neurais nebulosas*, Tese de doutorado, UNICAMP, 2000.

RIBEIRO, E. P. ; CASTRO, J. D. *Um teste empírico para a teoria dos jogos: o modelo de barganha com ultimato*. In: IV Encontro de Economistas de Língua Portuguesa, 2001, Évora, Portugal. Anais do IV Encontro de Economistas de Língua Portuguesa. Évora : Universidade de Évora, 2001. v. 1.

HAYKIN, S. *Neural Networks – A Comprehensive Foundation*. Macmillan College Publishing Company, New York, EUA, 1994.

HERBRICH, R., KEILBACH, M., GRAEPEL, T., BOLLMANN-SDORRA, P., OBERMAYER, K. *Neural networks in economics: Background, applications, and new developments*. In: *Advances in Computational Economics*, 11:169–196, 1999.

MAGALHÃES, M. H. *Redes Neurais, metodologias de agrupamento e combinação de previsões aplicadas à previsão de vazões naturais*. Dissertação de mestrado, FEEC, UNICAMP, 2004.

YAGER, R. R. e FILEV, D., *Essentials of Fuzzy Modeling and Control*, John Wiley & Sons Inc, New York, 1994.

FIANI, R. *Teoria dos Jogos*, 2 ed. Rio de Janeiro: Editora Campus, 2006

PINDICK, R. S., RUBINFELD, D. L. *Microeconomia*, 6 ed. São Paulo: Prentice-Hall, 2006

ZADEH, L. *Fuzzy Sets* Information Control, 8:338-353.