SANDRA MORAES GIANNOTTI

A INFLUÊNCIA DA LINGUAGEM NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Campinas, SP
1998

SANDRA MORAES GIANNOTTI

A INFLUÊNCIA DA LINGUAGEM NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como exigência parcial para o curso de Pedagogia com habilitação em Administração Escolar da Faculdade de Educação, UNICAMP, sob a orientação da Profa. Dra. Anna Regina Lanner de Moura.

Campinas, SP

1998

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO/UNICAMP

G348i

Giannotti, Sandra Moraes.
A influência da linguagem na resolução de problemas matématicos / Sandra Moraes Giannotti. - Campinas, SP : [s.n.], 1998.

Orientador : Anna Regina Lanner de Moura.
Trabalho de conclusão de curso - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Solução de problemas. I. Moura, Anna Regina Lanner. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. III. Título.

EXAMINADORES:

Anna Regina Lanner de Moura

Roseli Aparecida Cação Fontana

Dedicatória

Aqueles com quem muito aprendo: os alunos

Aos meus pais, Nelson e Idalina, e ao meu irmão Fabio, pelo amor, apoio e carinho.

Ao Luis, companheiro querido de sonhos e ideais.

Agradecimentos

À Anna Regina, pela orientação e pela oportunidade de poder ampliar meus conhecimentos

A todos aqueles com quem compartilhei esse processo de aprendizado e descobertas

RESUMO

A forma de estabelecer relações humanas é sem dúvida nenhuma a linguagem, o que a torna fator importante nas relações de ensino. O objetivo do trabalho consistiu em pontuar a real importância da linguagem no ensino/aprendizagem da matemática escolar, mais precisamente na solução de problemas. Durante um mês, realizou-se uma experiência de ensino em uma classe de 5ª série do 1° grau, da Rede Oficial de Ensino do Estado de São Paulo. Grupos de alunos resolveram problemas matemáticos, orientados pela professora e pesquisadora desse assunto. A coleta de dados foi feita principalmente pelo registro videográfico, de onde episódios foram selecionados e analisados. A partir da análise e do seu confronto com a fundamentação teórica, foram feitas algumas hipóteses, destacadas a partir das intervenções da professora para o aluno e de aluno para aluno, durante as atividades propostas. Verificou-se que as intervenções foram necessárias para esclarecer dúvidas de construção gramatical contidas no texto do problema, bem como para levar o aluno a analisar o texto de uma maneira mais minuciosa, podendo assim determinar as variáveis e as constantes dos problemas, que são fundamentais para a resolução dos mesmos.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO 01
2. PENSANDO O PROBLEMA 03
3. UMA ANÁLISE CONCEITUAL 05
3.1. Matemática e currículo 05
3.2. Linguagem e matemática 09
3.3 Problemas e linguagem 12
4. METODOLOGIA 16
4.1. Introdução 16
4.2. Planejamento das atividades 17
4.3. Desenvolvimento das atividades em sala de aula 18
4.4. Os recortes 21
4.5. Os episódios 21
4.6. As análises 21
5. ANALISANDO OS RESULTADOS 22
6. ANÁLISE GERAL 44
6.1. A linguagem nas intervenções 44
6.2. A rigidez de raciocínio 47
7. CONSIDERAÇÕES 49
ANEXOS 52
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 69

1. INTRODUÇÃO

Na maioria das vezes, o ensino de matemática nas escolas tradicionais representa um problema. Vêem-se de um lado professores frustrados por não conseguirem ensinar e de outro, alunos que não entendem por que devem aprender essa matemática.

Diante do processo de modernização pelo qual estamos passando, é quase obrigatório que daqui para frente todos sejam alfabetizados matematicamente para conseguirem acompanhar, mesmo que de uma maneira bastante limitada, esse desenvolvimento.

Não se concebe que conhecimentos aritméticos e geométricos construídos historicamente para responder às necessidades de melhoria de vida do homem não sejam de propriedade desse próprio homem.

Para tanto, muito se tem pensado sobre o ensino de Matemática, surgindo novas propostas curriculares que trazem novos objetivos, visando a alfabetização matemática. Vamos entender por alfabetização matemática a construção do conhecimento matemático em que o aluno se apropria desse conhecimento, e não apenas memorize técnicas. Como exemplo, podemos dizer que o aluno entenda o verdadeiro significado dos algoritmos e não apenas os memorize.

Quando se pensa em alfabetização, o mais comum é que se pense na aquisição da linguagem oral e escrita. É raro ter-se a concepção de que a alfabetização também acontece na matemática escolar e que é tão importante, e não menos complexa que a alfabetização da língua portuguesa (no nosso caso).

Essa alfabetização matemática só pode acontecer tendo como mediadora a linguagem, que dá oralidade à matemática, fazendo com que ela possa ser compreendida. Portanto, o uso inadequado da língua materna na matemática talvez seja um dos motivos das dificuldades apresentadas pelos alunos em fase de alfabetização.

O objeto de estudo deste trabalho consiste em pontuar a real importância da linguagem no ensino/aprendizagem da matemática escolar, mais precisamente na solução de problemas.

Durante um mês, foi realizada uma experiência de ensino junto aos alunos de uma classe de 5ª série do 1° grau da Rede Oficial de Ensino do Estado de São

Paulo. Nesta pesquisa, grupos de alunos resolveram problemas matemáticos, orientados pela professora e pesquisadora desse assunto.

Os dados foram coletados pela própria professora/pesquisadora, através de registro videográfico e anotações em diário de campo sobre o comportamento e impressões da sala de aula.

O registro videográfico foi analisado e dele foram selecionadas algumas atividades pertinentes para a pesquisa, as quais foram transcritas na íntegra. Dessas transcrições foram retirados episódios, e estes analisados. As anotações do diário de campo contribuíram para essas análises.

A partir da análise desses dados e do seu confronto com a fundamentação teórica, levantamos algumas hipóteses, sobre a influência da linguagem na resolução de problemas. Esperamos que sejam o início de um estudo maior, que possa auxiliar na prática do docente em sala de aula, criando novos caminhos para a educação matemática.

2. PENSANDO O PROBLEMA

Este trabalho teve origem nas próprias dificuldades encontradas por mim na prática escolar como professora.

Quando comecei a lecionar matemática as decepções foram muitas, encontrei na sala de aula alunos com verdadeira "paúra" dessa matéria que diziam não entender, de onde se tirava a frase de que a matemática é uma ciência lógica e exata, uma vez que, para eles ela não passava de uma confusão de números e regras. Ainda pior foi chegar ao final do ano letivo e ver que o maior índice de reprovação aconteceu na disciplina de matemática. Em 1997, o SARESP[1] por meio de suas provas aplicadas nas escolas estaduais para verificar o nível de conhecimento dos alunos, constatou-se que o pior rendimento concentrava-se na disciplina de matemática.

Tudo isso culmina numa cadeia interminável de decepções, para o professor e para o aluno. O professor diante dessa situação sente se frustrado com seu trabalho e acaba aceitando a idéia de que o conhecimento matemático não é para todos. Para o aluno essa situação não é menos frustrante, o que o leva a se convencer de que não é capaz de aprender matemática, pois não nasceu para isso, sobrando-lhe apenas a opção da difícil tarefa de decorar para poder ao menos passar de ano.

O fato da matemática ser taxada por muitos como um conhecimento difícil ou quase inacessível me instiga, (uma vez que me considero entre os muitos que ainda então construindo o caminho de como ensiná-la) pois será que nem todos são capazes de aprender matemática ? Digo isso pensando nos conceitos básicos de aritmética e geometria.

Pensando um pouco mais sobre esta questão e investigando a história verificamos que muitos problemas matemáticos só foram elaborados visando atender as necessidades comuns dos homens, toda a sua sistematização foi feita pelo homem, sendo que muitas dessas sistematizações deram base à aritmética, como então aceitar que nem todos têm potencial para aprender matemática, como aceitar que apenas mentes privilegiadas podem entender a matemática escolar ?. Se aceitamos isso estamos aceitando um paradoxo, uma vez que a matemática foi

---

[1] SARESP: Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo

um conhecimento desenvolvido pelo homem, o mínimo que podemos aceitar é que todos os alunos podem aprender a matemática escolar. Essa é uma proposição básica quando tentamos conhecer a realidade do ensino.

Temos experiência de que quando o aluno entende matemática ele se envolve, se sente desafiado, discute formas de resolver os problemas, compara seus resultados. Aprender matemática, nada mais é do que construir o modo de se pensar matematicamente, a este modo de pensar, a literatura classifica como sendo "resolução de problemas".

Nessa realidade uma questão dentro da matemática me instiga de forma especial, que é a questão da resolução de problemas, assunto que geralmente quando tratado em sala de aula gera muito desconforto pela dificuldade encontrada em sua compreensão.

Pesquisas realizadas por Maza (1995), Lima (1996) e outros, na área de ensino matemático, especificamente sobre problemas matemáticos, indicam que o não entendimento do contexto do problema gera ansiedade na criança, que na maioria das vezes recorre a estratégia de decorar fórmulas para resolver problemas, na tentativa de acabar com essa ansiedade.

Essa situação faz surgir as perguntas das crianças frente a um problema aritmético: "É conta de mais ou de menos?"

Nessa pergunta, que já tem tradição na escola, está clara uma visão mágica de resolução de problemas por parte das crianças, que devem acreditar ser inacessível a elas.

Em pesquisas mais recentes, cujos pressupostos estão sendo assumidos para a formulação de Curriculares como o NCTM (1980) que é uma Proposta Curricular, é colocado como um dos princípios da formação do pensamento matemático, o ensino por resolução de problemas. Infelizmente a escola não trabalha com esse princípio e quanto tenta fazê-lo, tem uma visão reduzida do que essa atividade pode suscitar no que se refere a objetivos didáticos e educacionais da educação Matemática.

Por esse motivo, instigada pela realidade com que trabalho, e na busca de caminhos diferentes do ensino tradicional, para elaborar novas propostas de sala de aula, proponho como tema de investigação desse trabalho, a influência da linguagem no ensino/aprendizagem de problemas matemáticos.

3. UMA ANÁLISE CONCEITUAL

3.1. Matemática e currículo

"Em grego, *mathema* significa aprendizagem. Ensinar matemática deveria significar, então, ensinar a aprender" (Proposta curricular de matemática - CENP, 1988, p. 9).

Percebe-se que atualmente o ensino de matemática tem um significado muito diferente do real, e isso talvez se justifique pelo fato de:

- não ser devidamente contextualizada, ou seja, a matemática ensinada nas escolas não considera a realidade do aluno, enquanto indivíduo que aprende e que já possui conhecimentos elaborados, sendo um ser social integrado ao seu meio;
- priorizar as técnicas de resolução de exercícios e não o real entendimento do conceito.

Segundo D'Ambrósio (1996) é natural que a matemática tenha sua dimensão política, e isso fica evidente na definição dos currículos escolares. Concordamos que quando se define um currículo, pode-se direcionar o ensino para formar pessoas passivas, acríticas e de fácil subordinação, praticando uma educação de reprodução, ou pode-se optar pelo currículo que desenvolva a criatividade, curiosidade, crítica e o questionamento, e a matemática com um componente curricular faz parte desse conjunto.

No nosso entender os dois elementos anteriormente citados, o da matemática não ser contextualizada e seu ensino priorizar a técnica, estão ligados de uma forma mais próxima ou não ao ensino que fundamenta-se na informação, memorização de regras e repetição exaustiva de modelos de exercício. De nenhuma maneira estão relacionados a levar o aluno a perseguir os passos da humanidade para entender e se apropriar do conhecimento matemático.

É importante lembrar aqui que a definição de um currículo está diretamente ligado ao conceito que se tem de educação e qual deve ser sua função.

Segundo Yamamoto & Romeu (1983), é evidente que a escolha de qualquer currículo, inclusive o de matemática está ligado aos parâmetros do conceito e da função da educação, o que vai refletir o interesse político.

De acordo com D'Ambrósio (1996), no modelo tradicional das escolas brasileiras, o currículo de matemática vigente parte do conceito da educação como processo de desenvolvimento da natureza humana e vê a função da educação como mera preservadora e transmissora da herança cultural. Acreditamos que nesse caso a herança cultural não está sendo no sentido de desenvolver com a criança o percurso para se chegar ao que temos hoje. No caso do ensino dos algoritmos, por exemplo, podemos citar que não está sendo realizada a construção do conhecimento até se chegar aos algoritmos, que é a abstração de todo um pensamento, mas sim a apresentação direta do algoritmo, dispensando todo o raciocínio lógico que o homem fez para se chegar nele.

É provável que essa postura tenha feito muitos acreditarem no pensamento: *"O único fim da ciência (matemática) é a honra do espírito humano"* (Carl G. J. Jacobi, 1804-1851, in D'Ambrósio, 1996, p. 13). Nesse pensamento percebemos que a matemática se desenvolveu e se desenvolve única e necessariamente por interesses de estética, coerência e prazer, pelo pensamento hipotético dedutivo, e não é essa postura que adotamos nesse trabalho.

Outro aspecto do currículo que devemos considerar é aquele que propõe a matemática escolar voltada para habilidades técnicas. Essas características devem ser reconhecidas pela escola, mas não erroneamente assumidas como objetivo do ensino de matemática.

Constatamos então que este currículo de matemática vigente não é mais possível para as exigências do mundo atual, não adianta insistir numa matemática onde o cálculo mecânico ocupa o lugar do raciocínio, pois para a realização do cálculo mecânico temos a máquina.

"Inegavelmente, hoje não se pode ser operacional no mundo sem dominar matemática, mesmo que seja de uma forma não reconhecida nas escolas. Por exemplo, a capacidade de se encontrar um endereço, de fazer uma chamada telefônica..." (D'Ambrósio, 1996, p. 14).

Percebe-se assim que a matemática ·é peça importante para quase tudo, como alguns exemplos, temos a urbanização, a produção, a tecnologia, a economia.

Dessa forma é primordial que o ensino de matemática seja significativamente revisto.

O documento Americano de Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática escolar (NCTM), na página 3 sugere que: "são necessários novos objetivos. Isto devido ao fato de que todos os países industrializados têm experimentado a mudança de uma sociedade industrial para uma sociedade da informação, que transformou não só os aspectos do ensino da matemática como também os conceitos e processos que as pessoas devem dominar para que possam acompanhar o próximo século".

O sistema de educação tradicional não satisfaz as necessidades econômicas do presente.

"Henry Pollak (1987), um conhecido matemático e industrial, resumiu, recentemente, o que se espera dos novos empregados da indústria, no que diz respeito à matemática:

- *A capacidade de planejar problemas com as operações apropriadas.*
- *O conhecimento de várias técnicas para ordenar e trabalhar problemas.*
- *Compreensão dos aspectos matemáticos subjacentes a um problema.*
- *A capacidade para trabalhar em grupo na resolução de problemas.*
- *A capacidade para reconhecer a aplicabilidade de idéias matemáticas a problemas correntes ou complexos.*
- *Preparação para situações problemáticas abertas, dado que muitos problemas da vida real não estão bem formulados.*
- *Crença na utilidade e valor da matemática"* (NCTM, p. 4).

No nosso entender uma metodologia de ensino que englobe esses princípios não pode de modo algum deixar de resgatar da história os passos que foram dados na construção da resolução de problemas.

Apesar de a Matemática não ser ensinada visando apenas que os alunos consigam um emprego, é importante que o aprendizado escolar, traga subsídios para a vida, onde está inserido o trabalho.

Percebe-se o inevitável e necessário acompanhamento da escola em relação às mudanças ocorridas na sociedade, e para acompanhar essas mudanças, a escola e o currículo escolar deverão proporcionar que todos sejam alfabetizados matematicamente para que consigam acompanhar e compreender mesmo que de forma mínima, as questões numa sociedade onde a tecnologia cresce dia-a-dia. Verificamos a preocupação com a alfabetização matemática tanto na proposta do NCTM como na Proposta curricular de matemática - CENP (1988).

É importante lembrar que o acesso a tecnologia como calculadoras e computadores não é garantia de se ser alfabetizado matematicamente, pois são apenas ferramentas e instrumentos que facilitam mas não executam, sendo necessário ter se um conhecimento matemático fundamentado, ou seja, os conceitos básicos fundamentais. Um exemplo disso seria o fato do uso da calculadora, *"que não elimina a necessidade do aluno conhecer os algoritmos"* .(NCTM, p.9) Melhor dizendo, conhecer todo o processo até se chegar ao algoritmo por que é apenas dessa forma que o aluno irá entender o verdadeiro significado do mesmo.

Uma pessoa alfabetizada matematicamente seria aquela que tem:

"...capacidade individual para explorar, conjeturar e raciocinar logicamente, bem como para utilizar com eficácia uma variedade de métodos matemáticos na resolução de problemas" (NCTM, p. 7).

Para Moura (1992), alfabetizar é a iniciação do indivíduo em um determinado conhecimento, e coloca ainda que, se levarmos em conta o conteúdo desenvolvido nos primeiros anos escolares, devemos então considerar que *"o conceito de número e signo numérico devam ser considerados como o "ABC" da Matemática, pois são estes conceitos os mais enfatizados nessa etapa do ensino"* e conclui dizendo que *"...se o centro da alfabetização Matemática é o número e sua representação este é o ponto de partida para que se tenha o homem alfabetizado em Matemática. Compreender, ler e representar os números significa um processo contínuo de construção de conhecimento."* (Moura, 1992, p. 21). Assumiremos esse conceito de alfabetização matemática em nosso trabalho.

É importante ter-se uma postura coerente do que significa ser matematicamente alfabetizado, dentro de uma sociedade que se apoia em calculadoras e computadores para resolução de procedimentos matemáticos ao mesmo tempo em que a matemática desenvolve-se rapidamente e certamente virá a ser aplicada com maior ênfase, em diferentes campos.

A matemática no currículo deve apresentar-se tendo um equilíbrio entre as aplicações práticas e o desenvolvimento do raciocínio, dando prioridade à resolução de problemas, que é colocado no NCTM como foco da matemática escolar. A organização desse novo currículo é uma tarefa bastante difícil, mas é o único meio de se conseguir conciliar escola e vida, não ficando no senso-comum.

É importante lembrar que o NCTM traz apenas propostas e não modelos para um novo ensino. Cabe às autoridades competentes, buscar e propiciar um currículo onde não se tenha como única preocupação desenvolver a matemática para atender ao mercado a produção econômica, mas se tenha também a preocupação de formar o homem em sua plenitude, como cidadão.

A partir desse pequeno levantamento sobre o currículo e a matemática, verificamos que em nenhum momento falou-se na linguagem usada no ensino de matemática. Apesar disso, a linguagem é fator importante no processo ensino-aprendizagem e, embora a matemática tenha uma linguagem própria (algoritmos), ela é inevitavelmente permeada e mediada pela língua materna que é um fator importante na aprendizagem da matemática.

3.2. Linguagem e matemática

A forma de estabelecer relações humanas é, sem dúvida nenhuma, a linguagem. A linguagem, segundo Danyluk *"...é um aspecto fundamental do modo de ser e de existir do ser humano que, por meio dela, expressa aquilo que compreende do mundo, ao mesmo tempo em que revela a articulação da inteligibilidade"* (Danyluk, 1991: 12).

Para Freire (1984), a leitura do mundo deve sempre preceder a leitura da palavra e a leitura da palavra implica a continuidade da leitura do mundo. Infelizmente, grande parte das crianças que entram na escola não tem aproveitado seus conhecimentos fundamentais para a representação da realidade, ou seja, o alfabeto e os números.

Não se considera, nas escolas tradicionalmente concebidas, que as crianças já chegam à escola com conhecimento prévio de leitura do mundo, tanto qualitativa quanto numérica. A criança vem construindo significativamente essa leitura, no meio cultural onde vive, porém, a escola, de modo geral, desconhece, ou não releva este conhecimento prévio. O ensino da matemática, sobretudo, é desenvolvido objetivando a formalização dos conceitos sem que se proporcione à criança elaborar esses conhecimentos a partir de suas hipóteses, o que lhe possibilitaria desenvolver uma linguagem matemática significativa e mais próxima da linguagem formal.

Com isso, as experiências iniciais e posteriores com a leitura não são capazes de fazer com que as crianças se envolvam pessoalmente, o que resulta numa experiência na qual é totalmente passiva, pois ela não faz mais que um mero reconhecimento mecânico de letras, palavras e números.

Dentro dessa realidade, Bettlhein, citado por Danyluk (1991), afirma que geralmente obtemos no processo escolar crianças que de uma maneira ou de outra aprenderam a ler, mas são muito poucas as que vão encontrar prazer e se beneficiar com essa atividade.

Percebe-se, então, que o processo de aquisição da linguagem escrita (língua portuguesa, no nosso caso) é importante, complexo e delicado, mas talvez ainda se encontre em situação melhor que o aprendizado da matemática escolar.

Na escola, apesar de a interdependência existente entre o alfabeto e os números, a criança irá aprendê-los como coisas isoladas e desvinculadas entre si, uma vez que *"a escrita alfabética representa a língua em seu aspecto sonoro, e em seu desdobramento temporal. A notação numérica está apoiada em outro princípio; ela nada representa de sonoro e utiliza a ordem espacial não para representar o desdobramento temporal mas como posição de valor: unidade, dezena, centena"* (Sinclair, 1990: 14-15).

Como diz Lima (1996), a característica operacional da linguagem matemática, que a linguagem das palavras não possui, torna-a a linguagem por excelência da técnica. É importante entendermos que ao dizermos que a matemática é uma linguagem por excelência da técnica, não estamos considerando que ela é simplesmente técnica, mas sim que a técnica é o final de todo um pensamento lógico que o homem desenvolveu, é a sua forma de máxima abstração.

Infelizmente é comum no ensino de matemática ser ensinado somente a técnica, sem o desenvolvimento criativo e a explicação de como se chegou a ela, dessa forma temos a linguagem do não-pensar.

O desenvolvimento da linguagem matemática e seu caráter algorítmico, a sua operacionalidade quantitativa, permitem que esta ciência seja reduzida a uma prática exata, enfatizando seu aspecto mecânico e automático.

É provável que este seja um dos fatores que fazem com que os professores não considerem a língua materna para o ensino de matemática, durante o processo de alfabetização.

A matemática escolar ganha todo um "status" e se torna o "terror" da escola. Esse "status" é conferido à matemática escolar por vícios pedagógicos, o que podemos entender como o ensino que já parte apenas da técnica, e falta de conhecimento por parte dos professores de como tornar o ensino de matemática acessível ao aluno, fazendo uso efetivo da linguagem no entendimento da matemática.

Pelo fato de a matemática não ter oralidade própria, sua compreensão torna-se difícil e acaba se resumindo em técnicas de resolução, não existindo a compreensão real do problema.

Dentro da matemática escolar, um dos assuntos tratados que torna essa dificuldade bastante visível é a resolução de problemas aritméticos.

Segundo Maza (1995) a aprendizagem de problemas é difícil devido a fatores que intervêm nessa aprendizagem e cita como um dos fatores, o contexto dos problemas apresentados na escola ser diferente do contexto onde a criança vive.

O fato do problema ter uma linguagem contextualizada, ou seja, mais próxima do usual com possíveis vínculos significativos com as experiências da criança pode ser um facilitador para que a criança se envolva e construa de modo próprio a solução.

Quando a criança entende o problema ela consegue estruturá-lo, usando recursos de seus conhecimentos culturais e dessa maneira ela mesma terá capacidade intelectual de validar o resultado obtido.

É neste movimento de auto-determinação manifestada em participação ativa no próprio processo de aprendizagem e em conseqüente satisfação pelos ganhos obtidos, que a criança chega a um passo de se apropriar dos processos matemáticos para resolver o mesmo problema. Sendo assim, não haverá necessidade de decorar fórmulas para se resolver problemas pois ela compreendeu o raciocínio que esta por trás das fórmulas, da esquematização.

As estratégias que as crianças desenvolvem para resolver os problemas aritméticos são influenciadas pelas experiências já vividas por elas no cotidiano. Dessa forma, se na escola são apresentados à criança problemas que não estão dentro do contexto de sua vida, ela sentirá grande dificuldade para compreender o problema e dessa forma não conseguirá resolvê-lo.

"Ter como ponto de partida um contexto familiar significa trazer à luz um aspecto de enorme importância para conseguir uma adequada representação familiar do problema: a influência da linguagem empregada, que as crianças conhecem habitualmente" (Maza 1995: 37).

A matemática, então, deve emprestar a oralidade, que entendemos aqui por fala e expressões corporais, da língua materna, pois a oralidade é o suporte natural de significações dos signos escritos, sendo a passagem do pensamento à escrita, ou seja, a matemática é permeada pela língua materna. Segundo Danyluk (1991), há os que defendem a utilização do sistema de signos da matemática e da língua materna, com predominância na técnica; outros, a operacionalidade e, ainda há os que defendem a compreensão global de cada sistema (técnica x significado).

No caso da aprendizagem da língua materna, o ponto de partida são as unidades da primeira articulação (as palavras), repletas de significações, enquanto no ensino da matemática escolar a mecanização das operações subestimam o papel dos algoritmos e o significado cultural que as técnicas operatórias possam ter para a criança.

De acordo com Davis & Oliveira, mencionados por Moura (1995: 10), *"a aprendizagem é o processo através do qual a criança se apropria ativamente do conteúdo da experiência humana, daquilo que o seu grupo social conhece. Para a criança aprender é necessário interagir com os outros seres humanos, especialmente com os adultos e com outras crianças mais experientes. Nas inúmeras interações em que se envolve no meio onde vive, a criança vai ampliando sua capacidade de lidar com o mundo à medida que se apropria dos significados partilhados e construídos culturalmente pelo seu grupo social"*, (in Moura, 1995: 10), onde a linguagem tem papel fundamental, uma vez que mediatiza essas relações.

3.3. Problemas e linguagem

A definição de problema, segundo Morgado (1993), não tem um consenso, pois diversos autores não se encontram de acordo em relação ao que é um problema. Uns consideram problema qualquer situação para a qual se precisa encontrar uma solução; já outros autores consideram problemas apenas aquelas situações em que há necessidade de elaborar uma estratégia, pois não são resolvidos pela aplicação imediata de uma rotina memorizada.

Para Dante (1989), problema é qualquer situação que exija um pensamento do indivíduo para conseguir solucioná-lo. É esta definição que será considerada neste trabalho.

Ainda segundo Dante (1989) temos tipos diferentes de problemas, cada qual sendo responsável pelo desenvolvimento de um determinado tipo de raciocínio e habilidade. Os tipos de problemas são:

- problemas padrão: sua resolução é dada com a aplicação direta de um ou mais algoritmo aprendidos anteriormente, não exige estratégias.
- problema processo ou heurístico: são aqueles onde a solução envolve operações que não aparecem no enunciado. Não são traduzidos de forma direta para a linguagem matemática.
- problemas de aplicação: aqueles que envolvem situações reais do dia-a-dia e que exigem o uso da matemática.
- problemas de quebra cabeça, também chamados de matemática recreativa: a solução depende da facilidade em obter algum "truque".

Polya (1977), afirma que a resolução de problemas tem sido a espinha dorsal do ensino matemático deste a antigüidade, e cita que a diferença mais importante entre eles é a que existe entre problemas de rotina e aqueles que não o são. Ele entende por problema de rotina aquele que não necessita de um certo grau de criação e originalidade por parte do aluno, enquanto os que não são de rotina apresentam esses aspectos.

Tomando como referência a classificação feita por Dante (1989) e Polya(1977) em relação aos tipos de problemas, decidimos por resumi-los em apenas dois tipos, sendo um os problemas padrão, onde sua resolução é dada a partir da aplicação de algoritmos de uma forma mais ou menos elaborada e o outro o problema heurístico, como sendo aqueles onde o aluno desenvolve diferentes estratégias que não necessariamente as que se usa o algoritmo.

De acordo com Schoenfeed (1985) e Fernandes (1989) citados em artigo por Lopes e outros (1994), a resolução de problemas envolve quatro aspectos diferentes de conhecimento:

a) conhecimento específico da matemática

b) conhecimento de estratégias, ou estratégias heurísticas

c) conhecimento de estratégias de verificação que está relacionada com a forma como o indivíduo utiliza e gera a informação

d) sistemas de concepções e pré-conceitos que está relacionada com a visão que cada um tem de si e do mundo.

Os problemas mais usados dentro do ensino tradicional matemático são os problemas padrão, e para a solução desses problemas, basta passar para a linguagem matemática o enunciado do problema, desse modo se trabalha apenas o conhecimento específico em matemática que o aluno possui, sendo bastante difícil encontrar propostas que tenham objetivos ou atenção centrada em concepções e aspectos metacognitivos. Assim vemos que o assunto problema não é usado tendo em vista todas as suas possibilidades de trabalho e desenvolvimento dos alunos, pois muitas vezes se tem uma maneira reducionista de vê-los.

Muito provavelmente o uso dos problemas padrão, que são pouco criativos e instigadores e em sua maioria se assemelham muito com um texto com "buraco", ou melhor um texto onde basta substituir a palavra pelo algoritmo, faz com que os alunos não gostem de resolver problemas, o que é uma controvérsia, sendo que os problemas sempre instigaram o homem.

Outro fator importante quando falamos de problemas é a linguagem, que não deixa de ter igual importância em outros assuntos dentro e fora da matemática.

Os problemas matemáticos são apresentados na forma de um texto, e para resolvê-lo deve-se decodificá-lo, organizando as informações ali contidas. Para que isto aconteça é necessário ter se um bom domínio sobre a língua e o texto deve conter um vocabulário acessível ao leitor.

Na obra de Mialaret (1975) , o autor destaca que as expressões matemáticas são de três espécies:

- as da língua corrente com seu sentido habitual:
- as da língua corrente com seu significado diferente;
- as específicas à matemática

Acreditamos que a linguagem matemática passe por todos esses estágios, tendo-se ai a importância do domínio da mesma desde um nível mais manipulativo e apenas oral, para a escrita formal matemática.

A matemática por não possuir oralidade própria, necessita da língua materna, ela é permeada pela língua materna, a qual é o veículo necessário para expressar o pensamento.

Considerando os pontos aqui levantados, fica clara a importância da linguagem no ensino de matemática, pois é através dela que se dá oralidade ao pensamento e se faz o entendimento do texto do problema o que leva a tradução do mesmo, onde há a passagem de um sistema de referência a outro sistema de referência, ou seja, de uma linguagem contextual perceptiva para uma linguagem formal totalmente abstraída do perceptivo, trilhando desta forma o caminho para a compreensão e solução do problema.

4. METODOLOGIA

4.1. Introdução

A escolha desse tipo de trabalho deu-se pelo fato de acreditarmos que o melhor lugar para se verificar a influência da linguagem na resolução de problemas seria num ambiente natural de ensino, ou melhor, na sala de aula.

É claro que a sala de aula não é o único lugar onde acontece a aprendizagem, mas é um espaço onde nós poderíamos atuar nesse movimento ensino/aprendizagem na resolução de problemas, para verificarmos a importância da linguagem na resolução de problemas.

O ensino e a aprendizagem não são delimitadas numa relação fechada entre professor-aluno, pois tudo o que acontece fora da sala de aula, irá certamente influenciar este movimento. Como considerou Moura (1995), a sala de aula é o ambiente natural de ensino, vista como um ambiente organizado social e culturalmente, onde mudam-se as ações e novos significados são construídos. São essas evidências que fazem o contexto ser destacado como pesquisa de ensino.

Este estudo caracterizado como uma pesquisa de ensino, teve um trabalho realizado que visou verificar no ambiente da sala de aula a importância da linguagem, ou melhor, da interlocução entre professor/aluno e aluno/aluno na resolução de problemas

O método empregado na pesquisa não está desvinculado da mesma, a medida que se construiu e reconstruiu a teoria, a metodologia também foi se (re)construindo, para que a metodologia se tornasse um agente de conjunção entre os elementos da realidade investigada.

A pesquisa foi realizada numa escola Estadual de Campinas, num bairro considerado intermediário entre a parte central e a periferia da cidade, onde a professora que também foi a pesquisadora desse trabalho lecionava há três anos. O fato da professora ser conhecida na unidade escolar acreditamos ter sido um fator facilitador para a autorização da direção e coordenação desse trabalho dentro da escola. A opção pela escola pública se justifica pelo fato de ser neste contexto que a maioria das nossas atividades como profissional da educação se realiza, e aí se localizar a maioria da população em idade escolar.

As atividades foram preparadas logo no planejamento escolar, que foi elaborado para a classe onde o trabalho foi desenvolvido.

A pesquisa foi desenvolvida numa classe de quinta série, que possuía 36 alunos matriculados, esses alunos tinham em média 12 anos de idade, sendo que muitos já haviam sido alunos da professora/pesquisadora no ano anterior, de uma outra disciplina, quando cursavam uma outra quinta série.

4.2. Planejamento das atividades

Para a realização desse trabalho foram escolhidos três atividades de problemas, que foram incluídas no planejamento do ano letivo. A escolha e a seqüência de aplicação desses problemas foram intencionais, seguindo dois critérios, tipo do problema e grau de dificuldade. Segundo Dante (1989) deve-se iniciar uma atividade desse tipo, com problemas de fácil compreensão e com baixo grau de dificuldade a fim de motivar e não causar desânimo frente à atividade.

Como já foi esclarecido anteriormente, estamos considerando neste trabalho dois tipos de problemas, os problemas padrão (aqueles onde sua resolução é dada a partir da aplicação de algorítimos de uma forma mais ou menos elaborada) e os problemas heurísticos (aqueles onde o aluno desenvolve diferentes estratégias que não necessariamente as que usam o algoritmo).

Dessa forma, o 1° problema apresentava um grau de baixa dificuldade, pois era um problema padrão, ou seja, um problema que se encontra com facilidade nos livros didáticos, com os quais os alunos estavam acostumados. Essa primeira atividade foi também a piloto, que tinha como objetivo familiarizar as crianças com a nova situação de estarem sendo filmados.

O 2° já apresentava um grau de dificuldade e compreensão média e dentro da nossa classificação é denominado de heurístico , esta atividade apresenta um grau médio de dificuldade e o aluno poderá resolvê-lo desenvolvendo estratégias próprias independente da utilização de algoritmos. O último apresentava um grau de dificuldade e compreensão um pouco maiores que os anteriores, sendo também classificado como problema heurístico.

A escolha desses dois últimos problemas é devido ao fato de envolverem e desafiarem grande parte dos alunos. Esses problemas geralmente são resolvidos quando o aluno consegue perceber algum "truque" que poderá levá-lo à solução. Vamos entender aqui que "truque" seria pegadinhas da linguagem do contexto do problema.

Acreditamos que trabalhando com esse material, onde não encontramos a rotina ou o vício, que seria a padronização do enunciado do problema encontrado normalmente nos livros didáticos, poderíamos ter mais chances de observar a influência da linguagem para o entendimento e resolução dos problemas. Esse tipo de problema prende a atenção porque faz com que o aluno desenvolva estratégias.

Os problemas selecionados e trabalhados foram;

1) Tadeu, Diogo e Marcelo foram ao cinema, pois como todos eles têm carteirinha de estudante o passeio fica barato, uma vez que com a carteirinha pagam somente a metade do valor da entrada. O preço normal da entrada é de R$ 8,00, e eles deram R$ 20,00 para pagar as três entradas. De quanto foi o troco que receberam?

2) ESTE PROBLEMA É BASTANTE ANTIGO. CONSTA QUE JÁ ERA CONHECIDO NO TEMPO DE CARLOS MAGNO, NO SÉCULO VIII.
Um viajante chega à margem de um rio levando uma raposa, uma galinha e um pé de couve. O único barco disponível é muito pequeno e só pode carregar o viajante e um de seus pertences. "Esta travessia será complicada", pensa ele, lembrando que raposas comem galinhas e estas adoram couve. Ajude o viajante a resolver esse problema. Como ele deverá fazer a travessia de forma a não perder nenhum de seus pertences? Ele poderá fazer várias viagens, transportando de cada vez somente um de seus pertences. Deve apenas evitar que a couve seja devorada pela galinha, e esta pela raposa.

3) Uma lesma encontra-se no fundo de um poço seco de 10 metros de profundidade, e quer sair de lá. Durante o dia ela consegue subir 2 metros pela parede; mas à noite, enquanto dorme, escorrega 1 metro. Quando ela chegará na saída do poço?

4.3. Desenvolvimento das atividades em sala de aula

Como a professora/pesquisadora já era conhecida dos alunos, todos sabiam que ela fazia outra faculdade, sendo assim ela conversou com eles que precisaria fazer um trabalho para o seu curso, e que havia escolhido como tema um trabalho com problemas que gostaria muito de realizar junto com eles, mas para isso teria que filmá-los. Na hora a classe ficou dividida, os meninos concordaram mas as meninas não queriam ser filmadas porque tinham vergonha. Foi explicado para eles que apenas ela iria ver a fita para poder escrever o trabalho. Depois de muita conversa todos aceitaram mas a condição seria que assistissem a fita no final.

Depois das negociações feitas iniciou-se o trabalho, as gravações foram feitas em um mês (novembro/1997), em uma aula dupla semanal. A escolha da aula dupla foi visando um tempo maior, sem interrupção para o desenvolvimento da atividade. A cada semana, ou melhor, a cada aula dupla semanal foi desenvolvida uma atividade, do início ao fim. Vamos entender por atividade a resolução de um dos três problemas selecionados.

A primeira atividade foi piloto, nesta atividade a professora/pesquisadora e os alunos se familiarizaram com a câmera filmadora, muitos alunos ajudaram a ajustá-la, pois a professora não tinha muita prática em manuseá-la. Todos quiseram olhar através da filmadora, chegar perto da máquina e tocá-la. Acreditamos que esse momento foi importante para que o mal estar causado pelo fato de estarem sendo filmados fosse bastante reduzido.

Durante as atividades, a classe foi dividida em grupos de no máximo 4 alunos, esses grupos ficaram fixos durante todas as outras atividades. A escolha dos dois grupos que foram analisados se deu em relação aos que se sentiam mais a vontade dentro dessa situação, sendo os que falavam mais e questionavam mais sobre as atividades. Chamaremos esses dois grupos de grupo A e grupo B. A cada aluno da classe foi entregue uma folha contendo o problema a ser trabalhado. Dessa forma, após a discussão feita em grupo, cada aluno pode fazer seu próprio registro da conclusão a que o grupo chegou, bem como usar dessa folha como meio para o raciocínio do problema.

Após a entrega da atividade, algumas orientações foram dadas, como:

- o trabalho deveria ser discutido em grupo;
- o registro seria feito individualmente, na folha entregue, podendo ser usados lápis ou caneta;
- o registro poderia ser feito como eles achassem melhor, poderiam usar desenhos, esquemas, algoritmos e outros.

A primeira atividade foi filmada por uma outra professora da escola que também lecionava para eles. Após a análise da filmagem, decidimos que seria melhor que a mesma fosse feita pela professora/pesquisadora, sem a intervenção de outra pessoa, pois dessa forma acreditou-se que o objeto da pesquisa seria melhor enfocado.

A professora colaboradora continuou fazendo as filmagens, apenas nos momentos finais, onde no quadro negro, eram feitos os registros da solução de cada grupo para a socialização e a discussão das resoluções das atividades.

O fato da filmagem ter sido feita pela professora/pesquisadora tornou possível enfocarmos direto o que desejávamos mostrar, por outro lado não podemos descartar as limitações que foram a de não conseguirmos detectar todo o movimento da sala, não podendo acompanhar aluno por aluno longitudinalmente.

Outro fator limitador nesse trabalho foi a flutuação dos alunos, pois a falta de algum elemento do grupo impossibilitou um registro freqüente de todos os membros do grupo.

Além do registro videográfico foi utilizado um diário de campo, onde foram anotadas observações como o estado emocional da classe, comentários dos alunos antes do início das filmagens e percepções pessoais que a professora/pesquisadora julgou relevantes durante o trabalho realizado.

Essas formas de registro foram usadas pois acreditamos serem as mais indicadas para podermos registrar o movimento particular da aprendizagem, onde a linguagem é fator de destaque, pois através dela conseguimos nos aproximar do pensamento da criança e intervir no mesmo.

Do registro videográfico foram feitos recortes, os quais foram transcritos na íntegra. A partir dessas transcrições foram selecionados episódios que foram analisados, tento também como apoio os registros feitos no diário de campo.

Acreditamos ser importante salientarmos que, pelo fato de ser a própria professora/pesquisadora quem fez os registros videográficos, quando dizemos que foi feito um recorte na íntegra da atividade realizada pelos grupos A e B, estamos entendendo que foram os momentos possíveis de serem gravados.

4.4. Os recortes

O registro videografado foi estudado e analisado na tentativa de verificarmos momentos onde a influência da linguagem na resolução de problemas matemáticos se revelava.

Foi considerado recorte o trecho completo do desenvolvimento da resolução de um problema por um grupo, sendo assim, foi retirado do todo do registro videográfico três recortes que são: o desenvolvimento da resolução do segundo problema (o problema da travessia do rio) feito pelo grupo A e B, cuja escolha já foi acima explicada, e também o recortado na íntegra do desenvolvimento do terceiro problema (o da lesma subir o poço) pelo grupo B. Esses recortes foram totalmente transcritos e se encontram em ANEXO 2.

4.5. Os episódios

Segundo Moreira (1990), apud Moura (1995), são episódios os acontecimentos relativos ao ensino, focalizados pela pesquisa. Sendo assim, o conjunto de atitudes, ações e falas, demonstradas pelos alunos em seus grupos na tentativa de resolverem o problema em questão, onde se faz evidente a movimentação da construção da resolução do problema, será caracterizado como episódio.

4.6. As análises

Segundo a nossa proposta que é a de analisarmos a influência da linguagem na resolução de problemas, pretendemos aqui ir além da descrição dos fatos, sendo assim, os episódios serão analisados a partir do referencial teórico estudado, com o propósito de verificarmos a questão que nos propomos investigar.

Apresentamos a análise de cinco episódios para o segundo problema e treze episódios para o terceiro problema. Esses episódios têm momentos dos dois grupos que foram enfocados para análise. Nos diálogos representamos os nomes fictícios das crianças usando apenas a inicial, para a professora/pesquisadora foi usado PQ.

5. ANALISANDO OS RESULTADOS

Situação Problema

Segundo problema

ESTE PROBLEMA É BASTANTE ANTIGO. CONSTA QUE JÁ ERA CONHECIDO NO TEMPO DE CARLOS MAGNO, NO SÉCULO VIII.

Um viajante chega à margem de um rio levando uma raposa, uma galinha e um pé de couve. O único barco disponível é muito pequeno e só pode carregar o viajante e um de seus pertences. "Esta travessia será complicada", pensa ele, lembrando que raposas comem galinhas e estas adoram couve. Ajude o viajante a resolver esse problema. Como ele deverá fazer a travessia de forma a não perder nenhum de seus pertences? Ele poderá fazer várias viagens, transportando de cada vez somente um de seus pertences. Deve apenas evitar que a couve seja devorada pela galinha, e esta pela raposa.

Recorte 1

Grupo A- Claudio (C), Ronaldo (RN), Tadeu (T), Rodolfo (RD)

- Episódio

1-(PQ)- Vamos lá, leram ?

2-(RN) - A galinha e a raposa comem couve ?

3-(PQ) - No texto aí, tá dizendo que a raposa come couve ?

Confusão...

4-(T/RD) - Tá dona.

5-(T) - Porque dona , ó , aqui tá falando, porque aqui tá falando "...lembrando que raposas comem galinhas e estas adoram couve ". Essas são mais de uma.

6-(PQ) - Mas quem são estas que ele fala

7-(RN/T) - Estas, são galinha e a raposa.

8-(RN) - Não é dona.

9-(PQ) - Olha eu falo assim, percebe uma coisa. Eu e o Tadeu vamos ao shopping e este gosta de sorvete. Quem gosta de sorvete ?

10-(TODOS)- Tadeu

- Discussão

Neste episódio percebemos que quando o aluno pergunta "raposa e galinha comem couve?", ele pode estar supondo que definir quem realmente come couve é importante e até mesmo decisivo para se chegar a resolução do problema. Na resolução de problemas, um dos elementos fundamentais é a determinação das variáveis, e quando (T) levanta esta questão não está fazendo nada mais do que tentar identificar uma variável.

Percebemos que o nível de dificuldade, encontrado nessa interpretação não se dá em estabelecer a relação entre os dados do problema, mas sim no conhecimento gramatical de uma construção lingüística.

Esta dificuldade fica clara nas linhas (5 e 7), onde percebemos que para (T) e seu grupo "estas" está se referindo a galinhas e raposas, e se assim fosse o problema não teria solução. O conhecimento gramatical, para esta situação, não é de modo algum desprezível pois ele é o causador de toda a dúvida, sendo assim um obstáculo para que o grupo consiga resolver corretamente o problema. Esta situação deixa claro como o conhecimento da língua materna e o matemático se impregnam reciprocamente.

A dificuldade em entender o texto continua mesmo quando a professora/pesquisadora pede para que verifiquem se no texto há explicação para a pergunta deles, e eles afirmam que sim.

Sendo assim a intervenção dada pela professora./pesquisadora buscando definir a relação gramatical de "estes", linha (9) é apropriada e incide num elemento de entrave cognitivo para construir a solução.

- Episódio

32-(P) - Você acha que quando ele fala estas, fala galinha e raposa ?

33-(RN) - Não , só galinha

34-(P) - Só galinha

35-(RN) - É

36-(P) - E você concorda com quem Rodolfo ?
37-(RD) - Com o Ronaldo

-Discussão

Verificamos que o exemplo dado pela professora/pesquisadora não esclarecesse a dúvida de todos os componentes do grupo, mas (RN) e (RD) entendem a questão a partir do exemplo dado. Percebemos que nem sempre a intervenção feita é necessária para o entendimento de todos.

- Episódio

55-(PQ) - Mas tem couve no mato?
Tadeu com jeito muito sério responde...
56-(T) - Dependendo, depende...
57-(PQ) - A galinha, nas estorinhas, nos desenhinhos que a gente vê, a raposa entra onde para comer? Onde ela vai?
58-(RN) - No galinheiro - No galinheiro
59-(PQ) - E o que as raposas comem?
60-(T) - Galinha.
61-(PQ) - E quem come couve?
62-(T) - A galinha
63-(PQ) - E a raposa, come quem?
64-(T) - A galinha.
65-(PQ) - Vamos ler de novo aquele exercício.
66-(T) - Aquele pedaço dona, de novo!
Tadeu faz cara de desânimo.
67-(T) - Lembrando que raposas comem galinhas e estas adoram couve.
68-(PQ) - Isso, quando ele fala estas, ele está se referindo a quem?
69-(TODOS) - As galinhas, as galinhas
70-(T) - Mas por que ele fala estas, se só tem uma galinha?
71-(PQ) - Não, ele não falou raposas no plural, "lembrando que raposas..." todas as raposas gostam de galinha e aí todas as galinhas gostam de couve.

72-(Todos) - Há!!!

- Discussão

Neste episódio, onde ainda permanece a dúvida de (T) e (C), percebemos a característica de um outro nível de dificuldade que é o desconhecimento da cadeia alimentar em relação a galinha e raposa. Esse desconhecimento provoca mais um entrave na resolução do problema, uma vez que esse conhecimento é importante para definir as variáveis do problema e estabelecer relações entre elas. Sabendo que raposas comem galinhas, fica determinado que elas não podem ficar juntas sozinhas. Sendo esse um dado que diretamente contribui para estabelecer o número de viagens necessárias. Com a intenção de resolver a confusão a professora lança mão de uma contextualização fora do texto, recorrendo a desenhos animados que normalmente as crianças assistem. Ela usa desse instrumento para ilustrar os hábitos alimentares das raposas e das galinhas. Esse recurso foi necessário por que essas crianças não tinham claro a relação de cadeia alimentar para raposa e galinha.

Na linha (70), verificamos que para (T) ainda não está bem definido a quem se refere "estas", e sendo assim mais uma vez verificamos a necessidade de se ter conhecimento das relações gramaticais de expressão lingüística para poder solucionar problemas. A necessidade do entendimento gramatical de "estas", para a resolução do problema, parece ser importante também para o aluno que indaga sobre ela até que seu significado fique claro. Fica confirmado assim a suposição anteriormente levantada por nós.

A intervenção feita pela professora/pesquisadora explicando que o plural de raposa e galinha significa uma generalização dos hábitos desses animais, parece ter sido fator determinante para que (T) e (c) entendessem.

Um fator importante na escolha de um problema é a contextualização do problema ser próxima do que os alunos conhecem. Mais uma vez a interferência do professor para a compreensão do texto foi necessária, mostrando que o domínio da linguagem é muito importante.

Na linha (66), verificamos que (T) demonstra um certo desanimo em relação ao pedido da professora, podemos acreditar que isso ocorre porque apenas reler o texto não basta, é necessário que se faça a explicação das dúvidas. Quando isso não é feito causa apenas cansaço e nenhum resultado.

- Episódio

76-(PQ) - Como vocês vão fazer agora, qual o problema? Vocês têm um problema aí?

Fazem sinal que sim

77-(T) - Tem dona.

Tadeu faz cara de malandro e continua...

80-(T) - Não dona, calmai aí, eu queria saber como dá uma opinião, como que ele vai conseguir atravessar com um se ele leva a couve, a raposa come a galinha, se ela levar a galinha...

Tadeu faz uma pausa e olha para a equipe

81-(PQ) - Quem fica do outro lado?

82-(T/RN) - Deu certo, tem que levar a galinha primeiro

83-(T) - Bom, se a raposa não come mesmo a couve, tem que levar a galinha primeiro.

84-(PQ) - E, então, como vocês vão fazer, pode fazer do jeito que vocês acharem melhor.

85-(T) - Mas tem que fazer conta também?

-Discussão

Na linha (80), verificamos dois momentos, num primeiro momento (T) pediu uma opinião da professora, verificamos assim a busca da orientação da professora manifestando a dependência da sua confirmação, sendo que ao mesmo tempo que recorre a ajuda faz uma tentativa de formulação própria, como se estivesse pensando em voz alta. É claro, pelas reticências (que aqui indicam o ato de pensar), que quando (T) verbalizou sobre o que pedir a opinião, também ficou clara para ele a solução. Quando (T) faz uma pausa e olha para a equipe, podemos entender que ele busca o consentimento da equipe, finalizando e validando seu pensamento com "deu certo".

Nesse momento a intuição que fez surgir primeiramente a galinha parece traduzir o entendimento do problema o que levaria a solução. Podemos afirmar isso porque o fato de considerar que a galinha é o primeiro pertence a se levar, é o primeiro passo correto para a resolução do problema, sendo que o restante da solução é construída a partir daí. Mas há uma quebra no pensamento das crianças, que verificamos na linha (85) quando (T) pergunta se tem que fazer conta. Talvez, o fato de estar acostumado a resolver problemas usando apenas números, e ao iniciar a solução desse não os encontrar, tenha contribuído para a interrupção da elaboração do pensamento anterior.

O grupo sabe que tem um problema e a identificação do problema aparece quando (T) levanta a questão de como levar todos sem um devorar o outro. Nessas tentativas ele chega perto do início da solução, mas logo abandona, pois tem a idéia fixa de que problemas matemáticos se resolvem com contas. Esses alunos já tem uma cultura escolar de resolução de problemas, ou seja, resolução de problemas padrão, tento a convicção de que sempre se resolve problemas numericamente. Percebemos também uma insegurança, quando ele pede opinião.

- Episódio

95-(T) - Depois tá escrito aqui, leva uma de cada vez, aí volta para buscar outra.
104-(C) - Ele tem que evitar dona, que a couve seja devorada pela galinha e nem a galinha ser devorada pela raposa.
109-(C) - E como ele vai levar a galinha? E como ele vai levar os três?
110-(RN) - E se levar a raposa, a galinha já está lá, e raposa vai comer a galinha.
111-(T) - Não, mas chegando lá, é capaz de colocar em lugar diferente.

- Discussão

Nessas duas falas, linhas (109, 110) percebemos que (C) e (RN) ficaram presos ao texto usando o raciocínio direto, não considerando outros fatores do mesmo. Como por exemplo o número de viagens não ser limitado, e o viajante poder levar e trazer os pertences, apesar dessa última condição não estar explicita, também não há nada dizendo o contrário. (T) que anteriormente vinha elaborando a solução do problema parece regredir, voltar atrás em seu raciocínio.

- Episódio

118-(PQ) - Presta atenção, quando ele tá levando eles vão ficar no outro lado do rio.
119-(T) - É na outra margem.
120-(PQ) - É, só que tem uma coisa nessa estorinha; tá dizendo quantas viagens ele tem que fazer?
121-(T) - Três.
122-(PQ) - Tá dizendo que tem que fazer três?
123-(T) - Aqui ó dona "... ele poderá fazer várias viagens transportando de cada vez somente um de seus pertences..." Os pertences são três.
124-(PQ) - É, mas ele pode fazer várias viagens, falou quantas?
125-(T) - Não.
126-(PQ) - Falou a condição?
127-(RD) - Levar um de cada vez.
128-(RN) - Disse quantas deve fazer.
129-(RN) - Não.
130-(PQ) - Vocês têm que raciocinar, pensando nisso, pensem aí.
131-(T) - Se não der prá gente fazer a conta pode colocar só a resposta?
132-(PQ) - Vocês podem usar lápis, representação, conta, desenho, esquema, o que vocês acharem melhor, tá entendido?

- Discussão

Neste episódio as considerações feitas por (T) deixaram claro uma preocupação com a numeralização dos dados e a solução do problema, que podemos verificar nas linhas (121,123,131). Talvez isso seja reflexo do fato de, na maioria dos casos quando se trabalha problema se usar apenas os tipos de problemas padrão, ou seja, problemas que são traduzidos diretamente para a linguagem matemática (os algorítimos).

Os alunos não perceberam sem a ajuda da professora/pesquisadora a questão do número de viagens, (T) insiste em três, porque o viajante possui três pertences, faz relação um a um, mas essa idéia não está escrita no texto e a intervenção da professora/pesquisadora foi para fazer com que percebessem isso, e não ficassem presos a três viagens. Novamente manifestaram estar vinculados à soluções de problemas - padrão, o que os impede de pensar nas relações lógicas.

Episódio

Após algum tempo a professora/pesquisadora voltou para ver como estavam indo na resolução do problema e...

1-(PQ)- E o que vocês fizeram então?
2-(T)- Oh, dona, ele tem que fazer um monte de viagem e transportar um de cada vez, então ele leva primeiro a galinha...ó dona, leva primeiro a galinha, leva a couve e pendura em algum lugar, leva a raposa e depois prende ela, e aí ninguém vai comer ninguém.
3-(PQ)- É, mas ele prende aonde?
4-(T)- Do outro lado, ele não vai do outro lado ?
5(PQ)- Vai
6-(T)- Então, lá deve ter algum lugar para ele prender
7-(PQ)- E se não tiver
8-(T) Ahhh...
9-(PQ)- Tá escrito em algum lugar do texto que tem ?
10-(T) - Não
11-(PQ)- Pensa então, vocês tem que trabalhar pelas condições que o texto dá para vocês
12-(T)- Mas e se tiver , dona!
13-(PQ)- e se não tiver, tem que contar com a possibilidade de não ter
(t) faz uma cara de que não concorda
14-(PQ)- Mas aí o problema não está dizendo que pode prender a galinha ou a raposa ou a couve, tá dizendo que você pode fazer quantas viagens forem

necessárias, é o menor número de viagens, mas o número que for necessário. Tá dizendo que ele só pode levar?

15-(RD)- Tá

16-(PQ)- Tá dizendo aí que ele só pode levar ?

17-(RD) - Tá dona...Não!

18-(PQ)- Não , tá dizendo que ele pode ir

19-(RD)- E voltar !!!!!!!!!

Rodolfo abre um sorriso de surpresa com essa descoberta.

- Discussão

Vemos que (T) recorre a solução empírica, linha (2), mas apesar disso, tem claro as condições da travessia, só não considera que pode ir e voltar.

Na linha (9), a professora/pesquisadora fez a intervenção para que voltassem ao texto e verificassem as condições. Nesse movimento (RN) linha (19), percebeu que ele poderia levar e trazer. Essa volta ao texto esclareceu dados importantes para a solução, pois foi através dela que ele leu também além do texto. No texto do problema em nenhum momento é negada a possibilidade de levar e trazer de volta os pertences, bem como não limita o número de viagens que o viajante deve fazer. Sendo assim, podemos entender que quando exploramos o texto do problema, podemos e devemos explorar também as soluções que ele não nega. Descobrir que os termos "carregar" e "atravessar" podem abranger significados de "ir carregando e vir carregando" bem como "atravessar" pode significar "atravessar de uma margem para a outra indo e voltando". Nessas condições ler além do texto é uma grande descoberta para (RD).

- Episódio

22-(PQ)- Já pensaram nessa possibilidade ?

Essa indicação para Tadeu e Rodolfo nada adiantou , já Ronaldo quis responder, após ter pensado novamente.

23-(RN)- Ele tem que levar primeiro a galinha, deixa a galinha lá, depois volta, pega a raposa, leva a raposa, pega a galinha traz de volta, pega a couve, deixa a couve lá , aí volta, pega a galinha e leva.

24-(PQ)- E você esquematizou isso de que jeito no seu papel ?

25-(RN)- Ah dona, ainda não mudei, pensei só.

- Discussão

A descoberta feita por (RD) apesar de ser importante não contribuiu para que ele mesmo e (T) chegassem naquele momento a resposta, mas (RN) usando a nova descoberta feita pelo amigo voltando ao seu raciocínio chegou mentalmente a resposta. Percebemos aqui a influência da fala dos colegas para a resolução do problema, onde constatamos que as intervenções feitas de aluno para aluno também são importantes.

Situação Problema

Segundo problema

Idem a anterior (problema do viajante que precisa atravessar o rio)

Os episódios a seguir são referentes a outro grupo que participava dessa mesma aula o qual chamamos de grupo B.

Recorte 2

Grupo B : Marcelo (M), Diogo (D), Alex (A) e Patrício (PT)

- Episódio

2-(A) - Ok, eu falei assim dona, ó, "o homem leva a couve na mão e a raposa num lugar reservado e depois ele levava a galinha.

3-(PQ) - Mas olha, quantos vão no barco?

4-(A) - Foi três, o homem, a couve na mão e a raposa, depois ele levava a galinha.

5-(PQ) - Qual é o problema que vocês têm aí, fala pra mim, Alex. Vocês tem um problema aí.

6-(A) - Tem um problema que o homem tem que levar os pertences dele.
7-(PQ) - Ele tem que levar, lembra que eu falei no começo da aula, no menor número de viagens possível.
8-(A) - Ah dona, leva um de cada vez

- Discussão

Percebemos que (A) não havia considerado a condição do barco só levar dois de cada vez, o viajante e um de seus pertences. Mediante a intervenção da professora/pesquisadora, que o fez refletir sobre o problema, ele mesmo se corrigiu. Na linha (8) verificamos que a descoberta de (A) que é o fato de "levar um de cada vez" tem um significado não só textual como também lógico, pois é um do dados do problema. Essa descoberta é importante, na medida em que a construção da resolução do problema acontece a partir da definição das constantes e variáveis do problema e do relacionamento entre elas.

- Episódio

14-(PQ) - Vai ter que levar um de cada vez, mas o que você vai fazer para levar um de cada vez e o que não pode acontecer?
15-(A) - Afundar o barco.
16-(PQ) - E o que mais?
17-(M) - Um comê o outro, dona, um comê o outro.
Marcelo faz uma expressão de confuso
18-(M) - Num tem jeito.

- Discussão

A seguir a professora tenta levantar com os alunos quais são as condições para a travessia. Mais uma vez são as condições que o grupo considera apenas textualmente, como elementos conceituais da história, não os elaborando como significados de variáveis e constantes, que provocam o entrave na resolução. Fazendo assim, com que o grupo acredite que o problema não tem solução. Nessa situação fica bastante visível que a interação entre língua materna e a matemática não está em nível de justaposição ou transposição de significados, e sim de elaboração lógica. Talvez isso aconteça, porque os alunos não estejam adaptados a este tipo de problema, e sim aqueles comumente encontrados nos livros didáticos.

- Episódio

21-(M) - Ó, a raposa corre bastante, não corre?
22-(PQ) - A raposa?
23-(M) - É, ela corre bastante não corre?
24-(PQ) - Corre.
25-(M) - Aí ela corre e da a volta no rio e passa do outro lado.
26-(PQ) - Ah, quem disse que ela volta para o lado do homem?
27-(A) - A raposa vai nadando e a galinha também?

- Discussão

Como a resposta parece inatingível, (M) e (A) recorrem a soluções empíricas, factuais que extrapolam as condições dadas no texto do problema, não apresentando dessa forma uma elaboração lógica em relação às condições dadas no mesmo,

O fato da solução parecer inatingível pode ser decorrente de dois fatores, o vício adquirido por sempre resolverem problemas padrão onde fazem uso de algoritmo, e o fato de não estarem considerando que o viajante pode levar e trazer, pois no texto não há nenhuma restrição quanto a isto. Provavelmente o que leva a esses dois fatores são respectivamente a não elaboração das condições do problema com significado de variáveis e constantes, e o fato da dificuldade deles em explorar o texto verificando as soluções que o texto não nega.

- Episódio

28-(PQ) - Olha, vamos pensar junto? Será que ele só pode levar o que tá do outro lado. Ele não pode trazer de volta?

Expressão de interrogação.

29-(A) - Ela vem numa corda?

30-(PQ) - Ele não tá no barco?

31-(A)- Tá mas, o barco pode afundar né?

32-(M) - Mas ele vai levar e trazer de volta?

33-(PQ) - Por que não? Eu não posso fazer quantas viagens eu quiser?

Expressão de confusão.

34-(M) - Mas aí nunca vai dar para ele ir e voltar, ir e voltar, ir e voltar.

35-(PQ) - Será?

36-(M) - Ah, dá sim dona, ó.

37-(A) - Leva um de cada vez.

38-(M) - Ele leva a raposa

39-(D)- Oh, o repolho não é desse tamanhão.

40-(PQ) - É sim.

41-(A) - Ele leva, ele leva a galinha primeiro, depois ele leva a raposa e por último leva a couve.

42-(M) - Ele leva a galinha, depois ele volta com a galinha ... ah, não dá não.

43-(PQ) - E aí?

44-(M) - Oh, ele leva a galinha, depois ele vem buscar a raposa, deixa a raposa traz a galinha de volta, pega a couve e leva junto da raposa, volta e leva a galinha, daí. Certo? ... ele faz três viagens só que nenhuma das duas comeu a outra.

- Discussão

A professora/pesquisadora faz uma pergunta, linha (28), que induz a pensar de uma maneira diferente, levantando a hipótese de poder levar e trazer de volta os pertences na travessia. Para (A) e (D) essa intervenção não diz nada, ou melhor dizendo, não os instiga a resolver o problema, como verificamos na linha (29), que continuam com a solução empírica perceptiva onde recriam o texto inserindo nele elementos concretos e dessa forma conseguem resolver com ações práticas, manipulativas e não lógica dedutiva, como o texto original do problema requer. Percebemos que apesar da interferência da professora/pesquisadora (A) e (D) não mudam seu modo de pensar, provavelmente por estarem cristalizados numa forma padrão de resolução de problemas. Vemos então que essa tendência pode estar neutralizando a influência da linguagem. Já (M) usa essa intervenção como uma possível saída e consegue chegar numa resposta.

- Episódio

45-(PQ) - É então faz isso pra mim no papel, como você vai fazer isso daí, mostra pra mim.

Marcelo pensa por um segundo como vai fazer.

46-(M) - É escrito?

47-(PQ) - Do jeito que você achar melhor.

- Discussão

Quando (M) chega a solução fica em dúvida de como representá-la, oralmente ele consegue resolver, mas na hora de registrar, surge a dúvida de como fazê-lo, talvez seja pelo fato de estar acostumado a pensar que problemas matemáticos são apenas aqueles em que fazemos contas.

Neste episódio fica claro que a fala, ou melhor, a linguagem oral "emprestou" para a matemática significados contextuais, que quando reelaborados como dados de um problema e posteriormente relacionados logicamente levam a construção da solução, nesse caso a relação lógica foi "se raposa come galinha" definitivamente, elas não podem ficar juntas na mesma margem do rio sem a presença do viajante.

Quando na linha (46) (M) pergunta se a resposta deve ser escrita ele parece se encontrar numa nova elaboração, pois talvez tenha percebido que para representar a resposta escrita não basta apenas uma transposição da oralidade para a escrita. Fica visível que a expressão oral é uma representação da solução e nesse caso, a forma mais acessível a ele, uma vez que a representação escrita exige um nível de linguagem própria da matemática, onde encontramos símbolos matemáticos que sintetizam e operacionalizam a oralidade .

- Episódio

56-(M) - Ele volta , depois ele pega a couve e leva junto a raposa, ele volta pega a galinha e leva, daí, ninguém come um ou outro. Certo?

57-(PQ) - E leva todo mundo?

58-(M) - Leva e ninguém tem chance de comer um o outro.

59-(PQ) - Tá certo Alex?

60-(A) - Eu falei assim, ó dona, o viajante leva a galinha, depois o viajante leva a couve, e o viajante leva a raposa.

61-(PQ) - E quando o viajante levou a galinha, aí leva a couve, quando ele voltar para pegar a couve, quem fica do outro lado?

Alex pensa e responde.

62-(A) - A galinha e a couve.

63-(PQ) - E pode?

64-(A) - Não.

65-(PQ) - E aí, que você sugere?

66-(D) - Ah! Dona não fiz não, não entendi.

- Discussão

Apesar de (M) já ter encontrado a solução (D) e (A) não concordam e insistem na sua primeira idéia . Na fala de (D), linha (66) fica claro a frustração por não ter entendido. Acreditamos ser importante salientar que as intervenções que foram feitas até aqui, não esclareçam as dúvidas de todos do grupo.

Percebemos que a intervenção de (M) não muda a opinião dos colegas, pois o único a ter certeza da resposta é ele mesmo, que volta a reafirmá-la.

O fato de (D) e (A) não conseguirem entender a solução dada por (M) talvez seja pelo fato de não considerarem as mesmas variáveis e constantes que (M) considerou. Neste caso também, a "cristalização" do pensamento não foi superada pela intervenção lingüística feita pela professora/pesquisadora e pelo colega de grupo.

Situação problema

Terceiro problema

Essa atividade foi trabalhada num outro dia, onde as mesmas condições encontradas nas atividades anteriores foram mantidas dentro do possível, ou seja, foi usada a mesma dinâmica das atividades anteriores, mantendo-se inclusive os mesmos grupos. O problema proposto foi:

Uma lesma encontra-se no fundo de um poço seco de 10 metros de profundidade, e quer sair de lá. Durante o dia ela consegue subir 2 metros pela parede; mas a noite enquanto dorme, escorrega 1 metro. Quando ela chegará na saída do poço?

Recorte 3

Grupo B : Marcelo (M), Alex (A), Diogo (D) e Patrício (PT)

Episódio

3- (PQ)- É, qual é o problema?

4- (A) Que a lesminha tem que subir o poço.

5 -(M) Quantos dias a lesma demora para subir o poço.

- Discussão

Através do diálogo com as crianças durante a resolução dos problemas, percebeu-se que o grupo num primeiro momento não têm muito claro qual é a sua questão central. Quando na linha (4), Alex diz que o problema é a lesma subir o poço, imediatamente é corrigido por Marcelo, linha (5), afirmando que o problema consiste em quantos dias a lesma demora para subir o poço.

Episódio

26-(PQ) - Tá e agora , e aí, vocês já pensaram alguma coisa , aí?

27-(D) - Como assim?

28-(PQ) - Vocês já pensaram qual é o problema que o Marcelo falô?

29-(A) - Que a lesma tem que subir o poço

30-(PQ) - Tá, a lesma tem que subir o poço, é esse aí o problema?

31-(M) - É, a lesma tem que subir o poço e tem que descobrir em quantos dias ela sobe o poço.

- Discussão

Apesar da correção feita pelo colega, Alex ainda persiste na sua interpretação, como podemos perceber na linha (29), e na linha (30) Marcelo volta a corrigir o colega. Esse fato pode ter ocorrido por uma redução do texto do problema o que pode ter levado Alex a não ter entendido qual o problema, apesar da intervenção do colega. Há uma diferença fundamental para a resolução do problema, que está entre subir o poço e sair do poço, podemos considerar isso uma "pegadinha", pois o problema estabelece uma rotina "sobe de dia e escorrega a noite", o que marca o raciocínio na hora da leitura do seu texto, dificultando a elaboração de uma questão chave para a sua resolução correta, que seria "em algum momento ela vai deixar de descer?".

Um dado importante do problema é a expressão "sair da boca do poço" que não é numérico e talvez por isso mesmo passou desapercebido pelo grupo, mas que é fundamental, pois quando a lesma sai do poço ela não escorrega mais.

Verificamos nesse episódio, que a impregnação da língua materna na matemática, estaria na análise precisa dos dados do problema, que aparece na forma de expressões e que identificam a variável do problema e suas constantes, sendo a partir dessa definição, que se inicia a construção do pensamento matemático que constitui em relacionar de forma lógica esses dois dados.

- Episódio

6-(D) - De dia ela anda dois metros e de noite escorrega um metro.

7-(A) - Anda dois metros e, e escorrega um metro

8-(D) - É anda dois metros e escorrega um metro.

9-(M) - Então ó, todo dia ela sobe 2 e quando ela dorme desce 1, vai dar dez dias. Cada dia ela vai subir um, e o poço tem dez metros.

- Discussão

Nota-se também a simplificação do texto na linha (7), nesse momento ele descarta uma variável, a de subir durante o dia e escorregar durante a noite, que seria uma das condições necessárias para resolver o problema.

A partir dessa simplificação do texto, onde a variável tempo, dia e noite, é desprezada ou melhor não é pensada, eles resolvem o problema fixando em dez dias o tempo necessário para que a lesma suba o poço. Chegam a esse resultado usando o cálculo mental e o texto simplificado, ou seja, um texto onde há a omissão de condições para a resolução, o que acarreta erro, pois a solução é de outro problema.

Percebemos a influencia da intervenção de aluno para aluno, porque o grupo passa a pensar o problema a partir da redução feita por Marcelo, onde não são considerados dados importantes, o que dificulta a solução do mesmo.

- Episódio

13-(PQ) - Inventa aí, um problema da cabeça de vocês parecido com esse aí. Quem vai falar ?

14-(D) - O Marcelo

15-(M) - Não

16-(A) - É a mesma coisa de um homem ter que subir num poço!

17-(PT)- Ou um homem vai escalar um prédio

18-(M) - Peraí, um peixe tem que subir uma cachoeira, todo dia ele sobe 5 e dai volta para 1, ele sobe 5 e ai a força da água é grande e desce pra 1.

23-(PQ)- Se vocês acham , se vocês acham que essa estorinha que vocês contaram é um problema parecido com o que tem aí , na estorinha?

24-(M) - É dona, oh, só muda aqui, que a cachoeira é 25 m e aqui é 10 m , e aqui é lesma e não é peixe.

25-(PT) - Isso, e não é poço é cachoeira.

- Discussão

Quando são solicitados a fazerem um problema parecido com o proposto, eles o fazem mudando as quantidades e os personagens, isto é, mudam o contexto mas a questão central é a mesma, só que não reconhecem a mudança das quantidades e também das proporções, afirmam que as mudanças só ocorreram nos personagens e no cenário, como podemos ver na linhas (25) e (26).

Talvez esse fato ocorra devido a tendência causada pelos exemplos que temos em livros didáticos, onde geralmente os problemas abordados possuem um texto e o fator o mais importante para a resolução do mesmo, é estar atento aos dados expressos em números e não na leitura interpretativa de todas as expressões lingüísticas do texto. O uso freqüente do problema padrão pode criar uma tendência no aluno em recorrer sempre a soluções formais, o que impede os alunos de se sentirem autônomos e de criarem soluções próprias sabendo validá-las.

A proposta deles construírem um outro problema a partir do que havia sido dado, poderia e deveria ter sido melhor aproveitado. Provavelmente, se essa questão fosse melhor trabalhada, pedindo para que eles escrevessem o problema criado por eles e o resolvessem, eles teriam percebido a importância da variável tempo na resolução do problema.

- Episódio

39-(PQ) - Bom vocês chegaram a que conclusão, aqui?

40-(Todos) - Que ela vai levar 10 dias para subir o poço

41-(PQ) - 10 dias, 10 dias , e como vocês pensaram nisso aí?

42-(M) - Ó dona, ó, se de dia ela sobe 2 , tem 10 metros o poço, de dia ela sobe 2 e de noite escorrega 1 e se o poço tem 10 metros, ela vai subir 1 cada dia.

43-(Todos) - Porque sobe 2 e escorrega 1, sobe 2 e escorrega 1

(PT) mostra no desenho o movimento de subir e escorregar

44-(PT) - Sobe 2 e escorrega 1, sobe 2 e escorrega 1

(M) que olha atento faz cara de dúvida, como quem não está convencido da resposta

45-(M) - Não dona eu acho que está errado..., sabe por que ? Se ela sobe 2 e escorrega 1 (mostrando o esquema no papel)

46-(PQ) - Vamos aí Marcelo , pensa ai, vamos lá

47-(M) - Ela tá no começo dos 10 metros, daí sobe até o 8 né, ou não ? Até o nono.

- Discussão

Após alguns minutos, o grupo volta a ser questionado a respeito da resposta do problema, e eles continuam firmes na resposta de dez dias, e continuam trabalhando com o texto reduzido, onde a variável tempo não foi percebida por eles, pois apesar de dizerem que a lesma sobe 2 metros de dia e escorrega 1 metro a noite não relacionam subir e escorregar, com sair da boca, pois se assim fizessem teriam percebido que no dia em que a lesma sai da boca do poço ela não irá escorregar a noite .

Quando são solicitados a explicarem o resultado a que chegaram, usam como recurso um esquema, onde encontramos o desenho de um poço, dividido em dez partes, no sentido horizontal (anexo 1). Durante a reconstituição do movimento do problema de subir 2 metros e descer 1 metro, surge a dúvida de (M).

Talvez neste momento, o uso do desenho, (ANEXO 1), que é um esquema matemático, tenha sido um instrumento para que ele percebesse a importância da variável tempo, que não era percebida anteriormente, quando trabalhavam com o texto reduzido (a redução foi feita por eles mesmos). O uso do esquema talvez facilite a visualização do significado, e da importância para a solução do problema da expressão "sair do poço".

- Episódio

48-(PQ)- Até o nono e ela escorrega 1 ?

49-(PT) - Assim ó dona (mostrando no papel), ela tá aqui, sobe 1,2, e escorrega 1, sobe mais 2 e escorrega 1 e vai indo

50-(PQ) - Então vamo contá, vamos contar. Conforme ela vai subindo 2 e escorrega, 1 passou 1 dia, não é, um dia e uma noite, não é ?

51-(Todos)- É.

52-(PQ) - Conta 1 dia, noite e dia.

Patrício mostra no papel o "movimento" da lesma andando 2 e escorregando 1 durante a noite, mas eles não percebem que no nono dia a lesma chega na boca do poço. E Patrício continua...

53-(PT) - ...no décimo dia ela sai do poço.

54-(Todos) - Sai

55-(PQ) - Ela sai, chega na boca?

Ainda com expressão de dúvida Marcelo diz:

56-(M) - Depende, né.

57-(PQ) - Ela sai, chega na boca do poço?

58-(Todos) - Sai.

59-(M) - Ela chega antes.

Ao falar isso o grupo olha para ele com um certo espanto.

- Discussão

Com o uso do desenho que podemos caracterizar como uma ação externa, iniciam o processo de começar a pensar fora do vício estabelecido anteriormente, e sendo assim, percebem através do movimento de subir e escorregar, a importância de se pensar dia e noite. Isso fica mais reforçado quando a professora questiona o grupo. É importante salientar que a fala da professor na linha (50), pode ter sido um fator para aumentar a dúvida de (M) em relação a resposta que já haviam encontrado.

Apesar das novas considerações que o grupo faz eles ainda insistem em 10 dias, apenas (M) permanece em dúvida, sendo ele quem primeiro chega a solução.

Na seqüência do pensamento sobre o problema o grupo sai do texto resumido e usa o desenho como suporte para pensar, fazem dia a dia o percurso da lesma dentro do poço, não chegam a resposta na primeira tentativa, mas na segunda. Conseguem a solução através do concreto, não ficando nenhuma dúvida sobre essa questão, como vemos na fala de (D).

120-(D)- É porque ela já chegou na boca, não tem como ela escorregar para dentro, ela já saiu para fora

Podemos arriscar em dizer, que o fato deles terem chegado a resposta teve a contribuição das intervenções, que foram feitas através de questionamentos e da sugestão de que usassem o desenho para demonstrar quantos dias e a lesma demora para subir. Acreditamos que o fato de terem usado o desenho que é visível, tornou claro algumas considerações importantes que quando usavam a linguagem oral não conseguiam perceber.

No desenho fica claro a questão de que, quando a lesma chega na boca do poço ela não irá escorregar mais.

6. ANÁLISE GERAL

6.1. A linguagem nas intervenções

Verificamos que, com freqüência, houve dois tipos de intervenção no processo de resolução de problemas nos grupos, que são: as intervenções feitas pela professora ao grupo e as intervenções feitas de aluno para aluno.

Nessa análise geral tentaremos ter um olhar distanciado para avaliarmos as intervenções que podem ou não ter influenciado os resultados. Esse exercício é necessário em decorrência do fato da professora, ter conjugado as duas funções, a de pesquisadora e de professora.

São feitas intervenções pela professora nos momentos em que os alunos pedem auxílio ou quando ela percebe que eles estão bloqueados em relação ao entendimento do problema e não conseguem sair dessa situação.

Chamamos essa prática de intervenção, porque quando a professora chama a atenção para o texto do problema o faz por meio de perguntas.

No episódio em que o grupo A não consegue entender, no problema do rio, a quem se refere a palavra "estas", a intervenção da professora ocorre de duas maneiras.

Na primeira tentativa, ela pede que leiam o texto por várias vezes. Percebemos que essa ação nada acrescenta ao aluno a não ser cansaço, pois a dúvida permanece. Na segunda tentativa, ela recorre a um exemplo onde aparece a mesma construção gramatical com a palavra "estas". A partir daí, questiona a quem "estas" se refere neste exemplo. A resposta dos alunos é correta e então passam a entender a quem "estas" se refere no texto do problema.

Percebe-se que a interferência da professora deve ser preparada, de modo que seja provocadora de reflexão sobre o texto do problema, como ocorre na segunda tentativa.

Ainda em relação a este mesmo problema, o grupo A apresenta dificuldade em entender qual era a relação na cadeia alimentar entre a raposa e a galinha, que parece ser superada quando a professora usa o recurso de lembrá-los dos hábitos desses animais, muitas vezes retratados em desenhos animados. Talvez o uso desse recurso tenha sido uma tentativa de relacionar o contexto do problema com os conhecimentos que o aluno já possui, para que ele possa superar sua dificuldade.

Podemos perceber que as duas intervenções discutidas acima, foram necessárias pela falta de conhecimento por parte dos alunos no aspecto específico dessa construção gramatical, no caso de "estas", e a relação da cadeia alimentar.

Todavia as intervenções acima relacionadas não foram as únicas necessárias.

Verificamos isso quando no grupo A e B, em relação ao mesmo problema, eles não têm bem definido o que a expressão "...poderia fazer várias viagens..." pode abranger. Não conseguem perceber que o problema não limita o número de viagens. Apesar de não trazer no seu texto a possibilidade de ir e voltar de uma margem a outra levando e trazendo seus pertences, também não a nega.

Outro caso em relação a esse mesmo tipo de dificuldade acontece no grupo B, no problema do poço, onde os alunos não conseguem perceber a importância das expressões "dia e noite" e " sair na boca do poço".

Neste caso, o fator dia e noite e na boca do poço estão atrelados, pois se a lesma conseguir chegar durante o dia na boca do poço, ela não terá mais que escorregar, uma vez que já saiu do poço. A interpretação neste caso fica bastante clara para o grupo, quando a professora sugere que representem no desenho que fizeram a ação da lesma subindo o poço.

O uso do desenho é uma representação diferenciada da oralidade, possível de se visualizar e mais sintética, aproximando-se da linguagem matemática.

Considerando os casos acima abordados, percebemos que foi necessária uma intervenção não para resolver questões de algum desconhecimento na construção gramatical, e sim, para fazer com que o aluno voltasse ao texto para buscar uma maior abrangência das expressões de linguagem, como se estivessem lendo nas entrelinhas do texto e, a partir daí, pudessem perceber as variáveis dos problemas, fator este fundamental para a solução dos mesmos.

É possível perceber que, esclarecidos pelo processo interativo os entraves de linguagem, o aluno começa a construir uma relação lógica entre os dados do problema. Supomos que tais intervenções tragam uma mudança, para o nível de interpretação lógica, o que caracteriza o pensamento matemático.

O outro tipo de intervenção é o que ocorre de aluno para aluno.

Verificamos essas intervenções, quando um integrante do grupo corrige o outro, ou dá uma dica, como no episódio onde Marcelo corrige Alex dizendo que o problema é em quantos dias a lesma sobe o poço e não o fato dela ter que subir o poço, deixando claro para Alex qual é o problema. Esse tipo de intervenção ocorre também quando um colega chega a uma conclusão primeiro que o outro, ou ainda quando um integrante do grupo após uma primeira leitura do texto, já faz a redução do mesmo e, a partir daí, todo o grupo passa a trabalhar com esse texto reduzido e não com o texto original.

Esta questão é bem clara no grupo B, quando Marcelo diz se referindo ao problema do poço "Então ó, todo dia ela sobe 2 metros e quando ela dorme desce 1 metro, vai dar dez dias, cada dia ela vai subir um, e o poço tem dez metros."

A questão do texto reduzido é que, a maioria das vezes ele omite variáveis e constantes importantes para a solução da questão. Neste caso citado acima, a variável dia e noite e o fato da lesma chegar à boca poço e a partir daí não escorregar mais, não são considerados, o que acarreta erro para a solução.

Outro fato é que a partir desse texto reduzido cria-se um ciclo vicioso de raciocínio, de que a lesma vai ficar subindo e descendo, mas até quando?. Esse ciclo vicioso só é quebrado quando consideram o fato dela chegar à boca do poço e então não escorregar mais.

Percebemos que essas intervenções podem ajudar como é o caso da correção que Marcelo faz para Alex, ou pode também causar um bloqueio, como é o caso do texto reduzido.

As intervenções aqui analisadas nos fazem acreditar que tanto podem ajudar, como também atrapalhar, mas de um modo geral influenciam a compreensão e solução dos problemas, não importando quem as faça, se a professora ou o aluno.

Isso nos mostra que a apresentação de um texto claro com expressões conhecidas não basta, pois não se trata apenas de deixar claro gramaticalmente o texto do problema, e esta clareza depende de muitas variáveis. Então para se resolver o problema é necessária a mediação do adulto ou do colega.

Apesar de se ter relevado no referencial teórico que é importante a linguagem contextualizada, ou melhor, que a linguagem do problema seja familiar ao aluno, isso não se esgota como um elemento necessário suficiente para a resolução do problema.

Pois como analisamos, essa aproximação da linguagem aos significados do aluno, acontece também pelas interações estabelecidas durante o processo com o texto, e com os significados que cada sujeito dá ao texto.

Portanto, um texto claro não esgota todas as condições para que o problema seja entendido e resolvido pelo aluno, e sim que é necessária a discussão do mesmo pelo grupo, em que cada um dá sua contribuição e ocorre uma troca de informações e conhecimentos.

Nesses dados, a clareza do texto revelou-se um processo construído pelas interações que mediaram o significado do texto.

6.2. A rigidez de raciocínio

Percebemos que não foram somente essas intervenções que influenciaram a resolução dos problemas, um outro fator, que é a rigidez de raciocínio apresentada pelos alunos, também foi importante.

A rigidez de raciocínio, causada talvez por uma visão basicamente numérica de solução de problema, bem como a necessidade de expressar as relações lógicas entre variáveis e constantes (através de algoritmos numéricos escritos) é conseqüência de uma prática pedagógica onde o aprendizado da resolução de problemas ocorre através de problemas padrão.

Sendo nesse trabalho considerado como problema padrão, aquele onde a resolução é dada através da aplicação de algoritmo de uma forma mais ou menos elaborada.

Acreditamos então que, quando o aluno se depara com um outro tipo de problema, que não o de costume (problema padrão) ele chega até a acreditar que o problema não tem solução, devido a falta de algoritmos em seu texto, como aconteceu quando Marcelo diz em relação ao problema da travessia do rio "Num tem jeito", ou quando, por muitas vezes, questionam se tinham que dar a resposta fazendo conta.

Segundo Polya (1977), os problemas padrão que ele chama de problemas de rotina, não desenvolvem um certo grau de criação e originalidade. O aluno passa então a encarar a resolução de problemas, apenas como sendo uma técnica de "traduzir" de forma direta o texto do problema para os algoritmos, e não como um exercício de pensamento lógico matemático.

7. CONSIDERAÇÕES

Como verificamos na análise geral, dois foram os fatores relevantes, sendo a primeira as intervenções que ocorrem entre professora/aluno e aluno/aluno, e a segunda, a rigidez de raciocínio apresentada pelos alunos diante de problemas que não são classificados como padrão.

A primeira questão é a influência das intervenções que ocorrem entre professora/aluno e entre aluno/aluno.

As intervenções professora/aluno acontecem para esclarecer o entendimento da função gramatical de uma palavra contida no texto do problema, como também para tentar estimular uma leitura mais abrangente do texto do problema, na intenção de explorar as expressões lingüísticas da maneira mais ampla possível.

Percebemos que as intervenções aluno/aluno, acontecem em vários níveis, desde uma correção feita ao colega, até a redução do texto do problema para o grupo.

Com referência a esta primeira questão, nas intervenções professora/aluno e aluno/aluno, podemos afirmar que estas influenciam a compreensão e consequentemente a resolução dos problemas.

Essa afirmação nos leva a acreditar que é através das relações e interações que acontecem durante o trabalho com o texto do problema (onde são colocados os significados que cada sujeito dá ao texto) que são estabelecidas as mediações. São essas mediações que levam ao real entendimento do problema.

Percebemos que o fato do texto do problema estar bem escrito, com uma linguagem acessível e contextualizada não basta para torná-lo claro para o seu real entendimento.

Verificamos que o texto torna-se realmente claro, a partir do processo construído pelas interações que mediam o significado real do texto, e que são estabelecidas pelas relações sociais permeadas pela linguagem.

Partindo do fato que a matemática não possui oralidade própria, e que por isso, é permeada pela língua materna, a qual é o veículo necessário para expressar o pensamento, fica clara sua importância no ensino de matemática e como não poderia deixar de ser, na resolução de problemas.

É através da linguagem que se dá oralidade ao pensamento, melhor dizendo, se dá materialidade, pois mesmo não oralizado nosso pensamento é verbal e nossa linguagem é racional. A partir dessa materialidade se constrói o processo de interações que mediam o entendimento do texto do problema, resultando então na "tradução" do mesmo.

Quando acontece a "tradução" do problema acontece também a passagem de um sistema de referência para outro, ou melhor, há a passagem de uma linguagem contextual perceptiva para uma linguagem lógica, caminhando assim para a compreensão e solução do mesmo.

Podemos então, tendo como base essas considerações, dizer que é interessante e produtivo trabalharmos com resolução de problemas, propondo atividades e dinâmicas em grupo, estimulando um ambiente que propicie o processo de interação, no qual a linguagem é fundamental.

Acreditamos que usando dinâmicas em grupo, onde todos tenham a possibilidade de contribuir expondo seu raciocínio, provavelmente consigamos tornar o aprendizado de problemas matemáticos uma atividade prazeiroza.

Quando conseguirmos tornar a resolução de problemas prazeiroza, instigando a curiosidade do aluno frente a um novo desafio, estaremos mostrando a ele que o pensamento matemático é possível a todos, "quebrando" assim uma cultura escolar de que matemática é difícil e não é acessível a todos.

Como colocamos em nosso referencial teórico, se acreditarmos que a matemática elementar não é possível a todos, estaremos acreditando num paradoxo, uma vez que o pensamento matemático só surgiu pela necessidade humana, e foi desenvolvido pelo homem. Como então aceitar que o que foi criado pelo homem não seja de propriedade dele?

Ainda nos remetendo ao referencial teórico, o ensino de matemática através do uso de problemas é uma tendência bastante forte nas novas propostas curriculares, o que nos faz acreditar que seria necessária uma maior atenção no que se refere a esse assunto.

A segunda questão que foi tratada na análise geral, foi o fato da rigidez de raciocínio.

Estamos chamando de rigidez de raciocínio a dificuldade que os alunos demonstram em desenvolver e até em aceitar como problema, aquele que não se classifica como problema padrão.

Como já foi definido em nosso referencial teórico, problema padrão é aquele onde sua resolução é dada a partir da aplicação de algoritmos de uma forma mais ou menos elaborada, como se fosse uma tradução direta da linguagem textual para a linguagem matemática, sem necessitar de criatividade.

Geralmente quando são trabalhados problemas dentro do ensino tradicional matemático, ensino este que é encontrado na maioria das escolas, são trabalhados apenas os problemas do tipo padrão, comumente encontrados nos livros didáticos.

Essa prática faz com que o aluno fique vinculado à idéia de que resolver problemas é apenas fazer contas, trabalhar com números e operações que são facilmente localizados no texto.

Baseados em propostas curriculares como a CENP e o NCTM, os quais citamos em nosso estudo teórico, verificamos que o ensino de matemática através do uso de problemas é uma tendência bastante forte, até mesmo pelas novas exigências tecnológicas.

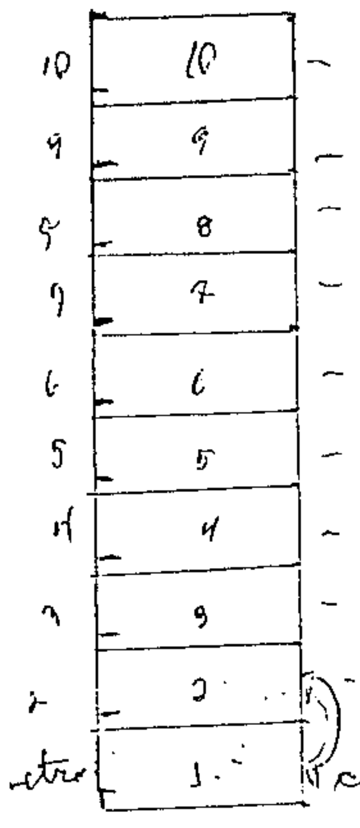
Sendo assim, através da verificação feita neste trabalho, acreditamos que seria necessário no ensino de matemática o uso não só de problemas padrão, mas também de problemas heurísticos, que exijam do aluno o desenvolvimento de diferentes estratégias, que não necessariamente os algoritmos.

Se tivermos uma escolha mais diversificada dos tipos de problemas que são trabalhados em sala de aula, teremos uma oportunidade de estarmos propiciando aos alunos desenvolverem seu raciocínio criativo e original na resolução de problemas, o que segundo Polya (1977) é fundamental para o desenvolvimento do raciocínio matemático.

ANEXO 1

Uma lesma encontra-se no fundo de um poço seco de 10 metros de profundidade, e quer sair de lá. Durante o dia ela consegue subir 2 metros pela parede; mas noite, enquanto dorme, escorrega 1 metro. Quando ela chegará na saída do poço?

dias ela vai sair do poço em 10 dias



~~10 dia~~ o 9 dias porque quando ela sobe 2 metros já ficam muito e ela dorme e escorrega

9 dias ela vai demorar

em cada dia ela vai subir 1

a lesma sobe 2 e desce 1

ANEXO 2

TRANSCRIÇÃO

PROBLEMA DO RIO - Recorte 1

GRUPO A: CLAUDIO (C), RONALDO (RN), TADEU (T), RODOLFO (RD)

Número - 04:18

1-(PQ)- Vamos lá, leram ?

2-(RN)- A galinha e a raposa comem couve ?

3-(PQ)- No texto aí, tá dizendo que a raposa come couve ?

Confusão.....

4-(T/D) - Tá dona.

5-(T) - Porque dona , ó , aqui tá falando, porque aqui tá falando ...... 'lembrando que raposas comem galinhas e essas adoram couve ". Essas são mais de uma.

6-(PQ) - Mas quem são essas que ele fala

7-(RN/T) - Essas, são galinha e a raposa.

8-(RN)- Não é dona.

9-(PQ)- Olha eu falo assim, percebe uma coisa. Eu e o Thiago vamos ao shopping e este gosta de sorvete. Quem gosta de sorvete ?

10-(TODOS)- Thiago

11-(PQ) - Tadeu, e ai, como é que é, leia de novo, aquela frase Tadeu

12-(T) - "lembrando que raposas comem galinhas e essas adoram couve".

13-(PQ) - Galinhas está no singular ou no plural ?

14-(T/C) - plural

15-(PQ) - E essas ?

16-(T) - Singular

17-(PQ) - Singular, essa ?

18-(C) - Plural

19-(T)- plural

20-(PQ) - Então quem é essas que tá falando no texto, que vocês acham?

21-(T) - Só a galinha dona.

22-(PQ) - Que vocês acham ?

23-(T) - A galinha e a raposa, não falei dona

24-(PQ) - A galinha e a raposa ?

25-(T) - É dona, ó estas aqui, dona quem escreveu isto dona ,é porque quer dizer mais de uma dona.

26-(PQ)- É, vocês acham então que é a galinha e a raposa

27-(T)- É a galinha e a raposa que comem couve

28-(PQ) - É, você acha também Claudio ?

29-(C) - Acho, dona.

30-(PQ)- Cê também Ronaldo

31-(RN)- Que dona ?

32-(PQ) - Você acha que quando ele fala essas, fala galinha e raposa ?

33-(RN) - Não , só galinha

34-(PQ) - Só galinha

35-(RN) - É

36-(PQ) - E você concorda com quem Rodolfo ?

37-(RD)- Com o Ronaldo

38-(PQ) - Com o Ronaldo, Leiam de novo aquele pedaço do problema.

39-(T)- de novo dona ?

40-(PQ) - É, leia Tadeu

41-(T) - "Lembrando que raposas comem galinhas e essas adoram couve"

42-(PQ) - Então, quem adora couve?

43-(C) - Raposa come galinha e a raposa gosta de couve.

44-(PQ) - É, então ó, "lembrando que raposas comem galinhas e essas adoram couve" , quem é e essas?

45-(TODOS) - Raposa

46-(T) - Raposa e galinha.

47-(PQ) - Você acha também isso, Ronaldo?

48-(RN) - Não, são as duas dona que comem couve.

49-(PQ) - Alguém aqui já ouviu dizer que raposa come couve?

50-(C) - Eu já dona.

51-(PQ)- É.

52-(T) - Quem vive em mato dona!

53-(PQ) - Não, mas tem couve em mato?

54-(T) - Ahhhh!

55-(PQ) - Mas tem couve no mato?

56-(T) - Dependendo, depende...

57-(PQ) - A galinha, nas estorinhas, nos desenhinhos que a gente vê, a raposa entra onde para comer? Onde ela vai?

58-(RN) - No galinheiro - No galinheiro

59-(PQ) - E o que as raposas comem?

60-(TODOS) - Galinha.

61-(PQ) - E quem come couve?

62-(T) - A galinha

63-(PQ) - E a raposa, come quem?

64-(T)- A galinha.

65-(PQ) - Vamos ler de novo aquele exercício.

66-(T) - Aquele pedaço dona, de novo!

67-(T) - Lembrando que raposas comem galinhas e essas adoram couve.

68-(PQ) - Isso, quando ele fala essas, ele está se referindo a quem?

69-(TODOS)- As galinhas, as galinhas

70-(T) - Mas por que ele fala essas, se só tem uma galinha?

71-(PQ) - Não, ele não falou raposas no plural, "lembrando que raposas..." todas as raposas gostam de galinha e aí todas as galinhas gostam de couve.

72-(T) - Há!!!

73-(C) - É nada dona.

74-(PQ) - Você acostumou a sua com quê?

75-(C) - Com carne de porco.

Risos

76-(PQ) - Como vocês vão fazer agora, qual o problema? Vocês têm um problema aí?

Fazem sinal que sim

77-(T) - Tem dona.

78-(PQ) - Qual é?

79-(C) - Por que a galinha vai comer a couve se eu dou carne de porco para ela.

80-(T) - Não dona, calmai aí, eu queria saber como dá uma opinião, como que ele vai conseguir atravessar com um se ele leva a couve, a raposa come a galinha, se ela levar a galinha...

Tadeu faz uma pausa e olha para a equipe

81-(PQ) - Quem fica do outro lado?

82-(T/RN) - Deu certo, tem que levar a galinha primeiro

83-(T) - Bom, se a raposa não come mesmo a couve, tem que levar a galinha primeiro.

84-(PQ) - E, então, como vocês vão fazer, pode fazer do jeito que vocês acharem melhor.

85-(T) - Mas tem que fazer conta também?

86-(PQ) - Você acha que dá para fazer conta pra resolver isso aí?

87-(T) - Eu acho que não.

88-(PQ) - Então resolva do jeito que vocês acharem melhor.

89-(T) - 3, 1 será que dá.

90-(RD) - E depois, se ele levar a galinha, se ele levar a galinha, a raposa, a raposa vai comer a galinha enquanto ele vai buscar a couve. E se ele levar o couve ...

91-(T) - A raposa come a galinha.

92-(RD) - A galinha vai comer o couve.

93-(T) - Não ele tem que levar a galinha porque a raposa não come a couve.

94-(RD) - E depois, e depois?

95-(T) - Depois tá escrito aqui, leva uma de cada vez, aí volta para buscar outra.

96-(RD) - Aí, enquanto ele volta, uma vai comendo a outra..., vai ficar sem nada.

97-(PQ)- E qual é o problema de vocês, então? Qual é o problema, o quê vocês acham que está pedindo este texto para você resolver?

98-(T) - Ele tá pedindo para a gente resolver qual o animal...

99-(RD) - Não, tá pedindo para ajudar o viajante.

100-(PQ)- Ajudar o viajante?

101-(T) - É!

102-(PQ) - É o que você acha, Ronaldo?

103-(RN) - Eu acho dona...

104-(C) - Ele tem que evitar dona, que a couve seja devorada pela galinha e nem a galinha ser devorada pela raposa.

105-(PQ)- Certo.

106-(T) - E a raposa não pode ser devorada por ninguém.

107-(C)- Então?

108-(T) - Então, por isso.

109-(C) - E como ele vai levar a galinha? E como ele vai levar os três?

110-(RN) - E se levar a raposa, a galinha já está lá, e raposa vai comer a galinha.

111-(T) - Não, mas chegando lá, é capaz de colocar em lugar diferente.

112-(PQ)- Vão estar todos na outra margem do rio, leiam o problema só um minutinho, todos prestando atenção.

113-(RN) - Leitura do problema.

114-(C) - Ó dona, sabe o que ele tem de fazer, ele tem que levar a couve, prá depois levar a raposa para depois levar a galinha.

115-(T)- Não, se ele levar a couve, a raposa e a galinha vão ficar junto e a raposa come a galinha, tem que levar a galinha para a galinha não comer a couve e a raposa não come a couve.

116-(RD) - Aí, depois leva a raposa, aí depois vai buscar a couve e a raposa devora a galinha.

117-(T) - Aqui não tá falando, mas pode colocar em lugar diferente da outra margem.

118-(PQ) - Presta atenção, quando ele tá levando eles vão ficar no outro lado do rio.

119-(T) - É na outra margem.

120-(PQ) - É, só que tem uma coisa nessa estorinha; tá dizendo quantas viagens ele tem que fazer?

121-(T) - Três.

122-(PQ) - Tá dizendo que tem fazer três?

123-(T) - Aqui ó dona "... ele poderá fazer várias viagens transportando de cada vez somente um de seus pertences..." Os pertences são três.

124-(PQ) - É, mas ele pode fazer várias viagens, falou quantas?

125-(T) - Não.

126-(PQ) - Falou a condição?

127-(RD) - Levar um de cada vez.

128-(RN) - Disse quantas deve fazer.

129-(RN) - Não.

130-(PQ) - Vocês têm que raciocinar, pensando nisso, pensem aí.

131-(T)- Se não der prá gente fazer a conta pode colocar só a resposta?

132-(PQ) - Vocês podem usar lápis, representação, conta, desenho, esquema, o que vocês acharem melhor, tá entendido?

Após algum tempo a professora/pesquisadora voltou para ver como estavam indo na resolução do problema e...

Nº 29:56

1-(PQ)- E o que vocês fizeram então?

2-(T) - Oh, dona, ele tem que fazer um monte de viagem e transportar um de cada vez, então ele leva primeiro a galinha......ó dona, leva primeiro a galinha, leva a couve e pendura em algum lugar, leva a raposa e depois prende ela, e aí ninguém vai comer ninguém.

3-(PQ)- É, mas ele prende aonde?

4-(T)- Do outro lado, ele não vai do outro lado ?

5-(PQ)- Vai

6-(T)- Então, lá deve ter algum lugar para ele prender

7-(PQ)- E se não tiver

8-(T)Ahhh.....

9-(PQ)- Tá escrito em algum lugar do texto que tem ?

10-(T)- Não

11-(PQ)- Pensa então, vocês tem que trabalhar pelas condições que o texto dá para vocês

12-(T)- Mas e se tiver , dona!

13-(PQ)- e se não tiver, tem que contar com a possibilidade de não ter

14-(PQ)- Mas aí o problema não está dizendo que pode prender a galinha ou a raposa ou a couve, tá dizendo que você pode fazer quantas viagens forem necessárias, é o menor número de viagens, mas o número que for necessário. Tá dizendo que ele só pode levar?

15-(RD)- Tá

16-(PQ)- Tá dizendo aí que ele só pode levar ?

17-(RD)- Tá dona.......Não!

18-(PQ)- Não , tá dizendo que ele pode ir

19-(RD)- E voltar !!!!!!!!

(RD) abre um sorriso de surpresa com essa descoberta.

20-(PQ)- E quando ele volta ele tem que deixar as coisas lá, ou pode trazer de volta?

21-(RD)- Pode trazer de volta

22-(PQ)- Já pensaram nessa possibilidade ?

Essa indicação para Tadeu e Rodolfo nada adiantou , já Ronaldo quis responder, após ter pensado novamente.

23-(RN)- Ele tem que levar primeiro a galinha, deixa a galinha lá, depois volta, pega a raposa, leva a raposa, pega a galinha traz de volta, pega a couve, deixa a couve lá , aí volta, pega a galinha e leva.

24-(PQ)- E você esquematizou isso de que jeito no seu papel ?

25-(RN)- Ah dona, ainda não mudei, pensei só.

26-(PQ) - Esquematiza isso aí pra mim no papel tá.

PROBLEMA DO RIO - Recorte 2

GRUPO B: Marcelo (M), Diogo (D), Alex (A) e Patrício (PT)

Número - 5:24

1-(PQ) - Dá para fazer isso, Alex?

2-(A)- Ok, eu falei assim dona, ó, "o homem leva a couve na mão e a raposa num lugar reservado e depois ele levava a galinha.

3-(PQ) - Mas olha, quantos vão no barco?

4-(A) - Foi três, o homem, a couve na mão e a raposa, depois ele levava a galinha.

5-(PQ) - Qual é o problema que vocês têm aí, fala pra mim, Alex. Vocês tem um problema aí.

6-(A) - Tem um problema que o homem tem que levar os pertences dele.

7-(PQ) - Ele tem que levar, lembra que eu falei no começo da aula, no menor número de viagens possível.

8-(A) - Ah dona, leva um de cada vez

9-(PQ) - Ah, leva um de cada vez? Mas você acha que vai ser possível dessa forma? Tem que levar um de cada vez, por que senão não cabe no barco?

Pensando.

10-(PQ) - Cabe ou não cabe?

11-(TODOS) - Não.

12-(PQ) - Cabe ou não cabe?

13-(TODOS)- Não.

14-(PQ) - Vai ter que levar um de cada vez, mas o que você vai fazer para levar um de cada vez e o que não pode acontecer?

15-(A) - Afundar o barco.

16-(PQ) - E o que mais?

17-(M) - Um comê o outro, dona, um comê o outro.

18-(M) - Num tem jeito.

19-(A) - É uma represa dona.

20-(PQ) - Tenta aí

Risos.

21-(M) - Ó, a raposa corre bastante, não corre?

22-(PQ) - A raposa?

23-(M) - É, ela corre bastante não corre?

24-(PQ) - Corre.

25-(M) - Aí ela corre e da a volta no rio e passa do outro lado.

26-(PQ) - Ah, quem disse que ela volta para o lado do homem?

27-(A) - A raposa vai nadando e a galinha também?

28-(PQ) - Olha, vamos pensar junto? Será que ele só pode levar o que tá do outro lado. Ele não pode trazer de volta?

Expressão de interrogação.

29-(A) - Ela vem numa corda?

30-(PQ) - Ele não tá no barco?

31-(A) - Tá mas, o barco pode afundar né?

32-(M) - Mas ele vai levar e trazer de volta?

33-(PQ) - Por que não? Eu não posso fazer quantas viagens eu quiser?

Expressão de confusão.

34-(M) - Mas aí nunca vai dar para ele ir e voltar, ir e voltar, ir e voltar.

35-(PQ) - Será?

36-(M) - Ah, dá sim dona, ó.

37-(A) - Leva um de cada vez.

38-(M) - Ele leva a raposa

39-(D)- Oh, o repolho não é desse tamanhão.

40-(PQ) - É sim.

41-(A)- Ele leva, ele leva a galinha primeiro, depois ele leva a raposa e por último leva a couve.

42-(M) - Ele leva a galinha, depois ele volta com a galinha ... ah, não dá não.

43-(PQ) - E aí?

44-(M) - Oh, ele leva a galinha, depois ele vem buscar a raposa, deixa a raposa traz a galinha de volta, pega a couve e leva junto da raposa, volta e leva a galinha, daí. Certo? ... ele faz três viagens só que nenhuma das duas comeu a outra.

45-(PQ) - É então faz isso pra mim no papel, como você vai fazer isso daí, mostra pra mim.

Marcelo pensa por um segundo como vai fazer.

46-(M) - É escrito?

47-(PQ) - Do jeito que você achar melhor.

48-(M) - Primeiro ele leva a galinha, depois ele leva...

49-(PQ) - Primeiro ele leva a galinha, quem fica então?

50-(M) - Quê?

51-(PQ) - Primeiro ele leva o quê?

52-(M) - A galinha, depois fica a raposa e a couve.

53-(PQ) - Certo.

54-(M) - Daí quando ele vem buscar a raposa... ele leva a raposa... traz a galinha de volta...

55-(PQ) - Ah, e aí?

56-(M) - Ele volta , depois ele pega a couve e leva junto a raposa, ele volta pega a galinha e leva, daí, ninguém come um ou outro. Certo?

57-(PQ)- E leva todo mundo?

58-(M) - Leva e ninguém tem chance de comer um o outro.

59-(PQ) - Tá certo Alex?

60-(A) - Eu falei assim, ó dona, o viajante leva a galinha, depois o viajante leva a couve, e o viajante leva a raposa.

61-(PQ) - E quando o viajante levou a galinha, aí leva a couve, quando ele voltar para pegar a couve, quem fica do outro lado?

Alex pensa e responde.

62-(A) - a galinha e a couve.

63-(PQ) - E pode?

64-(A) - Não.

65-(PQ) - E aí, que você sugere?

66-(D) - Ah! Dona não fiz não, não entendi.

67-(PQ) - Por quê você não entendeu?

68-(D) - E que ..., aqui tá falando assim... que pode até carregar duas pessoas, só, não é?

69-(PQ) - Só.

70-(D) - Aí então ele carregava, a ... junto com ele, ele levava a galinha até o outro lado, aí depois ele ia buscar o repolho e a raposa.

71-(PQ) - Mas ele pode levar quantas pessoa no barco?

72-(D) - duas.

73-(PQ) - Então, quando ele leva a raposa e o repolho quanto ele tá levando?

74-(M) - Três... aí então tem que ... deixa eu ver... num sei dona, num dá.

75-(M) - A minha tá certo dona?

76-(D) - Não sei professora (fica envergonhado), não entendi dona.

77-(PQ) - Vamos pensar junto, e ... a galinha, é ele tem que levar tudo o que ele tem.

78-(D) - Tem que levar tudo e não pode comer nenhum; tem que levar todos.

79-(PQ) - Tá, e pra ele levar o que ele pode fazer? ele pode fazer viagens, não é?

80-(D) - Menos possível.

81-(PQ) - Menos possível, mas diz quantas, menos possível.

82-(D) - A dona, tem que levar uma de cada vez.

83-(PQ) - Uma de cada vez?

84-(D) - É dona uma...

85-(PQ) - E como você acha que ele faria isso?

Pensa.

86-(PQ) - E aí, e aí, vamos.

87-(D) - Não tem como, se levar três o barco afunda, se levar um de cada vez vai dar muita viagem.

88-(M) - Mas o dona, ele pode fazer quantas viagens ele quiser, não pode?

89-(PQ) - Pode, tem que ser o menor número possível, mas o possível.

90-(M) - É, o possível para ninguém comer ninguém. Aí ele leva, leva a galinha, vem buscar a raposa, pega a raposa, leva ela do outro lado, traz a galinha embora, depois não, depois quando ele leva a raposa...

91-(D) - Já sei já!

92-(M) - ... quando ele traz a galinha de volta ele pega a couve leva junto com a raposa, depois ele vem buscar a galinha, dá pra levar lá, num dá dona, tá certo?

93-(PQ)- Desse jeito você levou todo mundo para o outro lado do rio?

94-(M) - Levei e ninguém comeu ninguém.

95-(PQ) - E como você representaria no papel, se escrever?

96-(M)- Tá escrito.

97-(PQ) - Deixa eu ver, traz o papel para perto.

98-(D) - Nossa senhora, ai que letra!

99-(PQ) - Certo.

100-(PQ) - Tá jóia.

PROBLEMA DO POÇO - Recorte 3

Grupo B : Marcelo (M), Alex (A), Diogo (D) e Patrício (PT)

Número : 2 : 13

1-(PQ) - Quero que vocês me digam uma coisa, essa ai, essa estorinha que vocês têm é um problema?

2-(TODOS) - É

3-(PQ) - É , qual é o problema?

4-(A) - Que a lesminha tem que subir o poço.

5-(M)- Quantos dias a lesma demora para subir o poço

6-(M)- De dia ela anda dois metros e de noite escorrega um metro

7-(A)- Anda dois metros e , e escorrega um metro

8-(D) - É anda dois metros e escorrega um metro

9-(M) - Então ó, todo dia ela sobe 2 e quando ela dorme desce 1, vai dar dez dias . Cada dia ela vai subir um , e o poço tem 10 metros.

10-(PQ) - Hum, conta pra mim

11-(A)- Cinco dias de manhã e cinco dias a noite

12-(PQ)- Agora me diz uma coisa, vocês sabem que podem usar para resolver isso daí, o esquema que vocês acharem melhor. Outra coisa, Me conte algum problema, me faz um problema da cabeça de vocês parecido com esse aí.

Todos fazem cara de que estão [pensando

13-(PQ) - Inventa aí, um problema da cabeça de vocês parecido com esse aí . Quem vai falar

14-(D) - O Michael

15-(M) - Não

16-(A) - É a mesma coisa de um homem ter que subir num poço!

17-(PT)- Ou um homem vai escalar um prédio

18-(M) - Peraí, um peixe tem que subir uma cachoeira, todo dia ele sobe 5 e dai volta para 1 , ele sobe 5 e ai a força da água é grande e desce pra 1

19-(PT)- Desce 4

20-(M) - É, desce 4 e fica 1 m , e daí no outro dia ele sobe outra vez

21-(PQ) - Então se vocês acham que ....

22-(PT)- Vai dar 25 m

(TODOS)- É....

23-(PQ)- Se vocês acham , se vocês acham que essa estorinha que vocês contaram é um problema parecido com o que tem aí , na estorinha?

24-(M) - É dona, oh, só muda aqui, que a cachoeira é 25 m e aqui é 10 m , e aqui é lesma e não é peixe.

25-(PT) - Isso, e não é poço é cachoeira.

26-(PQ) - Tá e agora , e aí, vocês já pensaram alguma coisa , aí?

27-(D) - Como assim?

28-(PQ) - Vocês já pensaram qual é o problema que o Marcelo falô?

29-(A) - Que a lesma tem que subir o poço

30-(PQ) - Tá, a lesma tem que subir o poço, é esse aí o problema?

31-(M) - É, a lesma tem que subir o poço e tem que descobrir em quantos dias ela sobe o poço.

32-(PT) - então a lesma sobe 2 e quando ela dorme desce 1, então vai dar 10 dias e ela sobe o poço.

33-(A) - Cinco de dia e cinco de noite

34-(M) - Não vai dá, vai da dez dias. Porque ó, de manhã ela sobe 2 e de noite escorrega 1. Então é 10 dias, não tem 5 a noite.

35-(PQ) - Vocês fizeram algum esquema aí ?

36-(M) - De cabeça dona

37-(PQ) - De cabeça , eu gostaria que vocês esquematizassem , da forma que vocês acharem melhor, isso daí no papel . Pensem o que a estória tá contando pra vocês, qual o problema de vocês e esquematizem isso pra mim, tá bom?

Depois de algum tempo voltei ao grupo.

39-(PQ) - Bom vocês chegaram a que conclusão, aqui?

40-(TODOS) - Que ela vai levar 10 dias para subir o poço

41-(PQ) - 10 dias, 10 dias , e como vocês pensaram nisso aí?

42-(M) - Ó dona, ó, se de dia ela sobe 2 , tem 10 metros o poço, de dia ela sobe 2 e de noite escorrega 1 e se o poço tem 10 metros, ela vai subir 1 cada dia.

43-(TODOS)- Porque sobe 2 e escorrega 1, sobe 2 e escorrega 1

44-(PQ) - Sobe 2 e escorrega 1, sobe 2 e escorrega 1

45-(M) - Não dona eu acho que está errado....., sabe por que ? Se ela sobe 2 e escorrega 1 (mostrando o esquema no papel)

46-(PQ) - Vamos aí Michael , pensa ai, vamos lá

47-(M) - Ela tá no começo dos 10 metros, daí sobe até o 8 né, ou não ? Até o nono.

48-(PQ) - Até o nono e ela escorrega 1.

49-(PT)- Assim ó dona (mostrando no papel), ela tá aqui, sobe 1,2, e escorrega 1, sobe mais 2 e escorrega 1 e vai indo

50-(PQ) - Então vamo contá , vamos contar. Conforme ela vai subindo 2 e escorrega, 1 passou 1 dia, não é, um dia e uma noite, não é ?

51-(TODOS)- É.

52-(PQ) - Conta 1 dia, noite e dia.

Patricio mostra no papel o "movimento" da lesma andando 2 e escorregando 1 durante a noite, mas eles não percebem que no nono dia a lesma chega na boca do poço. E Patricio continua......

53-(PT) - ....no décimo dia ela sai do poço.

54-(TODOS) - Sai

55-(PQ) - Ela sai, chega na boca?

56-(M) - Depende, né.

57-(PQ) - Ela sai, chega na boca do poço?

58-(TODOS) - Sai.

59-(M) - Ela chega antes.

Ao falar isso o grupo olha para ele com um certo espanto

Olho para o desenho de Marcelo e ele diz.

60-(M)- Tá muito feio.

61-(PQ) - Não tá feio não, deixa eu ver, então faz de novo ai pra mim.

62-(M) - Tá assim ó, daí ela sobe 2 de dia e de noite que eu fiz as estrelas, escorrega 1.

63-(PQ) - Então mostra como fica o esqueminha ai pra mim, vai como o Patricio fez.

Patricio e Marcelo mostrando o desenho vão fazendo novamente o esquema da lesma subindo . Usam o lápis para representar a lesma e a figura de um poço representado no papel, que consistia numa coluna dividida na horizontal em 10 partes.

64-(PT/M) - Ó , (apontando o desenho com o lápis), 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10. Dai de dia ela pega e sobe 1,2, quando ela dorme escorrega 1.

65-(PQ) - Só um minutinho , ela tava aí, encostada no fundo, e como vai ser ?

66-(PT)- Ela pega sobe 1m e pega e sobe 2 metros.

67-(PQ) - Ham..., e ela fica aonde?

68-(PT) - No primeiro metro (apontando para o meio do retângulo que representa 1 m)

69-(PQ) - Ela fica aqui (apontando a parte inferior do lado menor do retângulo) ou ela fica aqui (apontando a parte superior)

70-(TODOS) - Aqui (apontando o meio do retângulo)

71-(PQ)- Aonde ?

72-(PT) - Aqui

73-(PQ) - Ham..., então ela fica no meio ? Dá um metro aí ?

74-(PT) - Não, ela começa aqui, sobe 1 metro , 2 metros, depois ela escorrega 1

75-(PQ) - Ham..., e aí?

76-(PT)- Aí no outro dia ela sobe mais 1,2 e escorrega 1

77-(PQ)- Ham, quantos dias até aí ?

78-(TODOS)- Dois

79-(PQ) - Ham..., e aí ?

80-(PT)- Sobe mais 2 e escorrega 1, 3 dias

81-(PT)- Mais 2 escorrega 1 , 4

82- - idem , 5

83 - idem ,6

84- -idem , 7

85- -idem , 8

86- -idem ,9

E aponta para o último retângulo dizendo 10

87-(PQ) - Aí quando que ela vai andar nesse último dia aqui ?

88-(PT) - Um

89-(PQ) - Não, quanto ela vai andar ?

90-(TODOS) - Um

91-(PQ) - Não quanto ela anda por dia ?

92-(PT) - 1 , porque ela anda 2 e escorrega 1

93-(M) - Mas ela anda 2 do mesmo jeito, só que ela escorrega.

94-(PQ) - É, ela tá em que dia aqui (aponto no papel o anti penúltimo retângulo de baixo para cima), aqui é o oitavo dia ?

95-(TODOS) - É , é o oitavo dia

96-(PT) - É, e ai, ela sobe durante o dia

97-(PQ) - Quantos metros ?

98-(PT) - 1,2

99-(PQ) - 1,2, e ela chegou na boca do poço ?

100-(TODOS) - Chego, haa........

101-(PQ) - Ela vai ter que escorregar a noite

102-(D) - Não

103-(M) - Ha...., então é 9 dias

104-(A) - ela dorme e depois escorrega a noite

105-(PQ) - Ela só escorrega porque ela dorme , e por que ela dorme?

106-(PT) - porque ela cansa quando chega a noite

107-(PQ)- Chega a noite ela cansa e dorme e escorrega, nesse caso ela vai precisar dormir dentro do poço ?

108-(PT/A) - Vai

109-(PQ) - Vai, vai ou não vai Marcelo ?

110-(M) - O que ?

111-(PT) - Nove dia ela demora

112-(PQ) - Quanto você acha, Patricio ?

113-(PT)- Nove dias, né

114-(PQ) - Por que nove ?

115-(M) - Porque no último ela não vai precisar dormir lá

116-(PT) - No último ela não dorme

117-(PQ) - Por que no último ela não dorme ?

118-(PT) - Por que ela chega na boca

119-(PQ) - Ela chega na boca é isso

120-(D)- É porque ela já chegou na boca, não tem como ela escorregar para dentro, ela já saiu para fora

121-(PQ) - Então vocês esquematizerm isso dai, eu não sei qual é a resposta, se é 10 ,9 5, e depois vocês me falam.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CRUMP, T. El numero y el lenguaje. **La antropologia de los numeros**, p. 63-88. Editora Alianza Universidad, 1994.

DANTE, L.R. Algoritmos e máquinas. **Revista de Ensino de Ciência**, v.13, p 30-36, 1985.

DANTE, L.R. **Didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo, Editora Ática, 1989, 175 p.

D'AMBRÓSIO, U. História da matemática e educação. **Caderno Cedes**. São Paulo, n. 40. p 7-17. 1a. edição, 1996.

DANYLUK, O.S. **Alfabetização matemática: o cotidiano da vida escolar**. 2 ed. Caxias do Sul,R.S. Educs,1991. p. 120.

ERMEL. **Apprentisages Mathématiques à l'École Élémentaire-cycle Préparatoire**. Tradução do prefácio, Seminário sobre Pedagogia da Matemática no 1° grau, CENP, 1979.

FREIRE, P. **A importância do ato de ler: em três artigos que se complementam**. São Paulo, Autores Associados Cortes, 1984.

GONZÁLEZ, R. V. Resolución de problemas matemáticos: un enfoque psicológico. **Educación Matemática**, Texas, U.E.A. v. 4, n.3, p19-29, dez. 1992.

KAMII, C. **Desvendando a Aritmética**. São Paulo, S.P: Papirus, 1996.

IMENES, L.M. **Vivendo a matemática - Problemas curiosos**. 4 ed, São Paulo, S.P: Editora Scipione, 1994, 47 p.

IMENES, L.M. **Vivendo a matemática - A numeração indo-arábica**. 7 ed, São Paulo, S.P:Editora Scipione, 1995, 47 p.

LIMA, L.C. Do pensamento mecânico ao pensamento emancipado da matemática. **Dois Pontos**. São Paulo, v. 23, n. 29, p 11-21, nov/dez, 1996.

MACHADO, N.J. **Matemática e língua materna (Análise de uma impregnação mútua**, São Paulo,S.P: Cortez, 1990.

MATOS, J.M. & SERRAZINA, M. de L. **Didáctica da matemática**. Lisboa, Universidade Aberta, 1996.

MAZA, C. **Aritmética y representación. De la comprensión del texto al uso de materiais**. España. Ed. Paidós, pp. 17-52, 1995.

McNEIL, J.O. **Curriculum: a comprehensive introduction**. Little, Brown and Company, Boston, 1984.

MIALARET, G. **A aprendizagem da matemática**. Coimbra, Portugal: Livraria Almeida, 1975, 310 p.

MORGADO, L.M. de A. **O ensino da aritmética - perspectiva construtivista**. Coimbra, Portugal: Livraria Almeida, 1993, 120 p.

MOURA, A.R.L. **A medida e a criança pré-escolar**. Campinas, S.P: Faculdade de Educação da UNICAMP, 1995.

MOURA, M.O. **A construção do signo numérico em situação de ensino**. São Paulo, S.P: Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 1992,151p.

NETZ, C. **O sem risco**. *Exame*, 17 de julho, p. 41-54, 1997.

NCTM - NORMAS PARA O CURRÍCULO E AVALIAÇÃO EM MATEMÁTICA ESCOLAR. Tradução portuguesa dos Standards do National Council of Teachers of Mathematics, 1980.

NOVA ESCOLA. Calculadora = bem + fácil. São Paulo, junho, 1997.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro, Interciências, 1977.

PROPOSTA CURRICULAR DE MATEMÁTICA - CENP, 1988, São Paulo.

SINCLAIR, H. et all **A produção de notações na criança: linguagem, números, ritmos e melodias**. Maria Lúcia F. Moro São Paulo, S.P: Cortes: Autores Associados, 1990, p 71-96.

SOARES, M.T.P. Matemática: avaliando a avaliação. **Dois pontos**, São Paulo, v. 2, n. 12, p 49, abr, 1992.

SPINILLO, A.G. O conhecimento matemático de crianças antes do ensino da matemática na escola. **A educação matemática em revista** - SBEM, v. 3, p 41-50, 1994.

VERGANI, T. **Um horizonte de possíveis sobre uma educação matemática viva e globalizante**. Lisboa, Universidade Aberta, 1993.

VYGOTSKY, L.S. **Armação social da mente**. São Paulo, Martins Fontes, p. 119-134, 1994.

YAMAMOTO, M.P. & ROMEU, S.A. **Currículo: teoria e prática**. In: D'ANTOLA, A. (org.) Supervisão e currículo. Ed. Pioneira, 1983.