UNICAMP

Universidade Estadual de Campinas

Instituto de Economia

Gestão de Risco de Mercado: uma análise dos modelos paramétricos e não paramétricos de VaR

Monografia

Aluno: Narciso de Campos Filho RA: 009497
Orientadora: Profª. Dra. Rosângela Ballini

Campinas – Julho de 2006

Risco - Economia

RESUMO

O risco de mercado consiste na possibilidade de ocorrerem flutuações adversas nos preços dos ativos que compõem uma carteira de investimento em decorrência de variações em fatores de mercado como taxas de juros, taxas de câmbio, preço das ações e *commodities*. Neste sentido, o principal propósito do Valor em Risco (VaR) é quantificar o risco de mercado gerado pelas oscilações desses fatores de risco. O VaR ou *Value at Risk* pode ser definido como sendo a pior perda esperada ao longo de determinado intervalo de tempo, sob condições normais de mercado e dentro de determinado nível de confiança. As modelagens mais utilizadas para estimar o VaR são o modelo paramétrico e o não paramétrico como, por exemplo, a Simulação de Monte Carlo. O VaR permite às instituições monitorar de forma mais eficaz o risco de mercado, monitorando o risco dos ativos de forma padronizada em um único valor monetário, monitorando perdas nas posições. Todavia, existem diversas maneiras para estimar a perda decorrente do risco de mercado e nem todas as medidas de monitoramento de risco são eficientes e eficazes a todas as carteiras de investimento. O objetivo deste trabalho é apresentar e analisar empiricamente três modelos de estimação de Risco de Mercado, quais sejam: o VaR Paramétrico, o *Stress Test* e a Simulação de Monte Carlo. Esses três modelos serão testados para uma carteira de investimento hipotética formada por ações e opções negociadas no mercado brasileiro. Esta carteira hipotética simula um fundo multimercado alavancado com renda variável (Classificação ANBID).

Palavras Chave: Risco de Mercado; Value at Risk; Fatores de Risco, Simulação de Monte Carlo; VaR Paramétrico; Stress Test.

ABSTRACT

The Market risk consist in the probability of adverse oscillations in the prices of the assets witch are in a portfolio due to movements in financial market variables like interest rate, currency rate, stock prices and commodities. In this way, the main purpose of the Value at Risk (VaR) is to quantify the Market risk witch is generated by the oscillations in those risk factors. The VaR or Value at Risk can be defined as the maximum loss over a target horizon such that there is a low, prespecified probability that the actual loss will be larger. The parametric model and the non-parametric model as, for example, the Monte Carlo simulation, are the most used models. The VaR allows the financial institutions to monitor the market risk in an efficient way, managing the risk of the assets in a uniform way and in a unique monetary value, managing the losses in the positions. However, there are some ways to estimate the loss due to the market risk and not all the measures of risk management are efficient to all kind of portfolio. The purpose of this research is to present and to analyze empirically three models to estimate the market risk: The parametric VaR, the Stress Test and the Monte Carlo Simulation. Those models will be calculated to a portfolio witch contains stocks and stocks options traded in the Brazilian market.

Key words: Market Risk; Value at Risk; Risk Factors, Monte Carlo Simulation; Parametric VaR; Stress Test.

Índice

Introdução

1. A necessidade da Gestão de Risco

Os negócios das empresas estão relacionados à administração de riscos. Aquelas com maior competência obtêm êxito; as outras fracassam. Embora algumas aceitem os riscos financeiros incorridos de forma passiva, outras se esforçam em conseguir alguma vantagem competitiva, expondo-se de maneira estratégica. Porém, em ambos os casos, esses riscos devem ser monitorados cuidadosamente, visto que podem acarretar grandes perdas JORION (2003).

O risco pode ser definido como a volatilidade de resultados não esperados, normalmente relacionados ao valor de ativos ou passivos de interesse. O risco pode ser dividido em duas vertentes:

- Riscos estratégicos: assumidos voluntariamente com intuito de criar vantagem competitiva e valorizar a empresa perante seus acionistas. Está diretamente relacionado com o setor da economia no qual a empresa atua e inclui inovações tecnológicas, desenho de produtos e marketing.
- Riscos não-estratégicos: estes incluem os riscos fundamentais que resultam de mudanças essenciais no cenário econômico ou político.

Os riscos financeiros estão ligados a possíveis perdas nos mercados financeiros. A exposição a riscos pode ser otimizada cautelosamente, para que as empresas possam concentrar-se no que fazem de melhor, isto é, administrar suas exposições a riscos estratégicos.

No caso das instituições financeiras a gestão de risco é feita de forma ativa. Seu objetivo principal é de assumir, intermediar ou oferecer conselhos sobre riscos financeiros. Para tanto, as instituições financeiras notaram que mensurar as suas fontes de riscos de maneira precisa no intuito de controlar e precificar corretamente os risco é parte imprescindível na administração financeira. A compreensão do risco permite que administradores financeiros planejem as conseqüências de eventos adversos e, ao fazê-lo, estejam mais bem preparados de maneira mais eficiente para fazer face à incerteza inevitável.

2. Mudança: A única Constante

O crescimento recente da gestão de risco pode ser atribuído diretamente ao aumento de volatilidade dos mercados financeiros desde o começo dos anos 1970:

- 1971: fim do sistema de taxas de câmbio fixas, produzindo taxas de câmbio flutuantes e voláteis.

- 1973: choques do petróleo acompanhados por alta inflação e grandes oscilações nas taxas de juros.

- 1987: 19/10/1987, o mercado acionário estadunidense despenca 23%.

-1992: crise do sistema monetário europeu.

-1994: desastre dos títulos públicos faz o *Federal Reserve Bank* iniciar uma série de seis aumentos consecutivos fazendo desaparecer um capital global de US$ 1,5 trilhão.

-1989: o índice *Nikkei* cai dos 39.000 para 17.000, três anos mais tarde causando perda de US$ 2,7 trilhões em capital.

-1997: crise asiática reduziu a 3/4 a capitalização em dólar das ações da Indonésia, Coréia, Malásia e Tailândia.

-1998: a inadimplência da Rússia foi o gatilho de uma crise financeira global, que quase culminou com a falência de um grande *hedge fund*, o *Long Term Capital Management.*

A única constante em todos estes episódios é a imprevisibilidade. Os observadores dos mercados financeiros perplexos com a rapidez das mudanças que muitas vezes geravam perdas substanciais. A administração de risco financeiro fornece proteção parcial contra essas fontes de risco.

A figura 1 abaixo mostra o cálculo da volatilidade diária para a Ptax[1], calculada pelo desvio padrão dos retornos da cotação em Real[2] por Dólar norte-americano, utilizando a metodologia das janelas fixas de 22 dias[3], para o período de 02/02/2005 a 30/06/2006.

Notamos claramente a grande oscilação das taxas de volatilidade, principalmente aquelas que compreendem o período 10/05/2006 até 30/06/2006, período que se caracteriza pela constante oscilação da Ptax reflexo do crescimento da incerteza dos

---

[1] Fechamento Ptax = Taxa média ponderada dos negócios realizados no mercado interbancário de câmbio com liquidação em dois dias úteis, calculada pelo Banco Central do Brasil, conforme Comunicado No. 6815/99.

[2] Moeda contra Real.

[3] Para maiores detalhes sobre a metodologia de calculo de volatilidade ver JORION 2003, capítulo 8.

mercados internacionais, principalmente em relação à taxa de inflação nos E.U.A, que reflete diretamente nas decisões do FED sobre a taxa de juros básica daquela economia, o que acaba por criar turbulências nos mercados internacionais principalmente em economias emergentes como é o caso do Brasil.

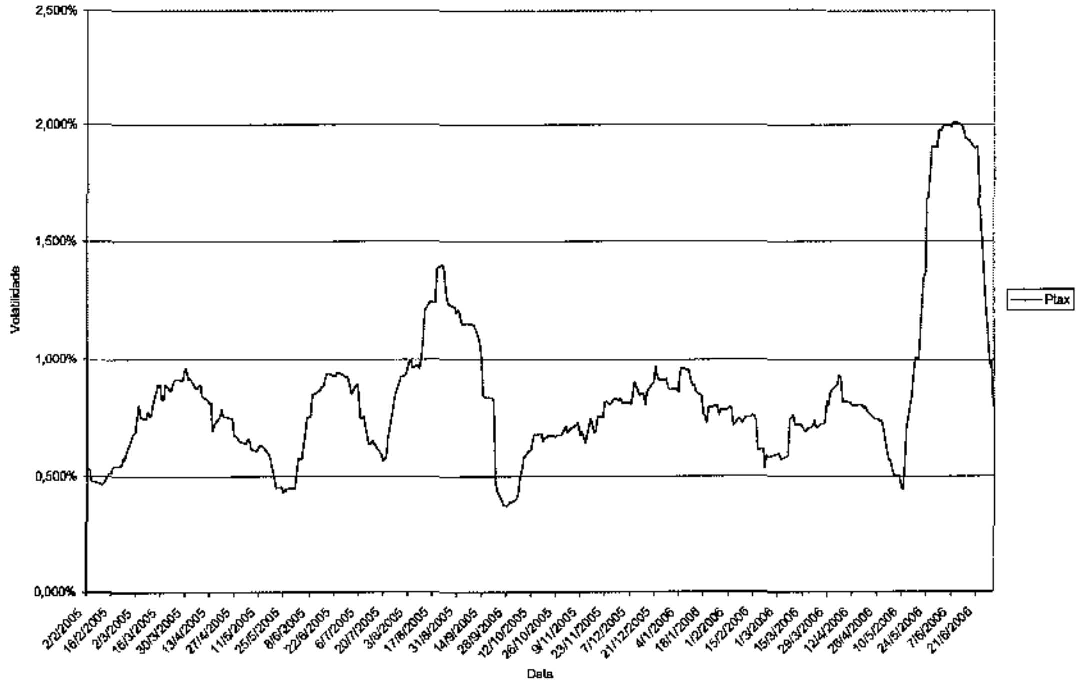

Figura 1: Volatilidade Ptax.

Outro mercado a sofrer com a crescente incerteza dos mercados internacionais foi o mercado acionário nacional que após um período de grande otimismo no início de 2006, foi vítima do humor dos investidores que a cada declaração do presidente do FED, Bem Bernanke, mudava drasticamente, e após crescer até os 43.000 pontos em Maio, desabou e voltou aos níveis do início do ano no mês de Junho como pode ser visto na figura 2, onde os pontos em destaque indicam o início e o fim do referido período.

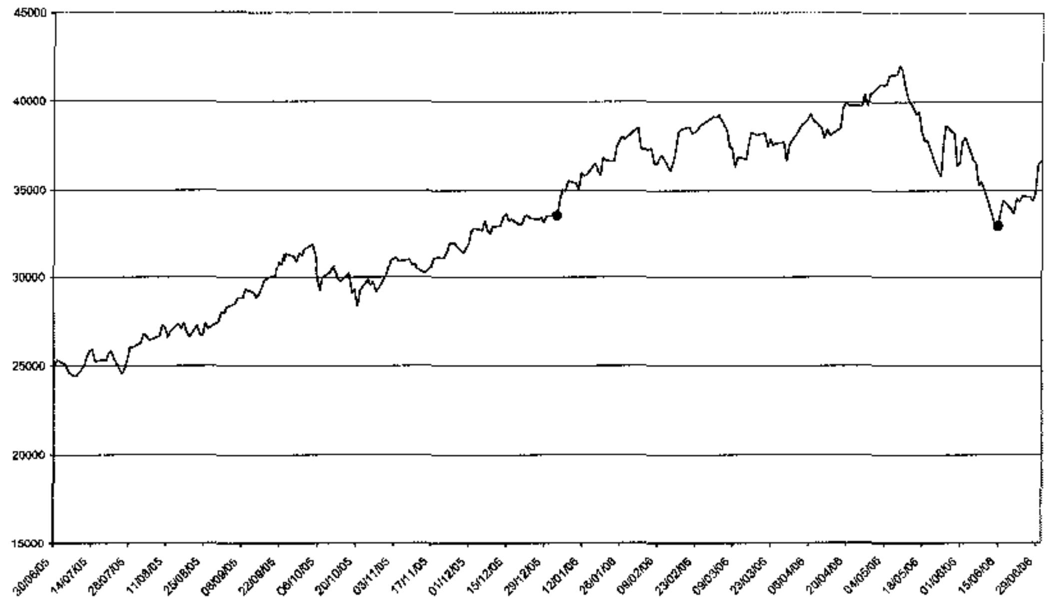

Figura 2: Índice IBOVESPA.

Note também, na figura 3, a evolução da volatilidade do índice IBOVESPA calculado para o último ano e, assim como no caso da Ptax, a crescente oscilação percebida nos meses de Maio e Junho de 2006, reflexo do cenário internacional pessimista quanto à economia norte-americana.

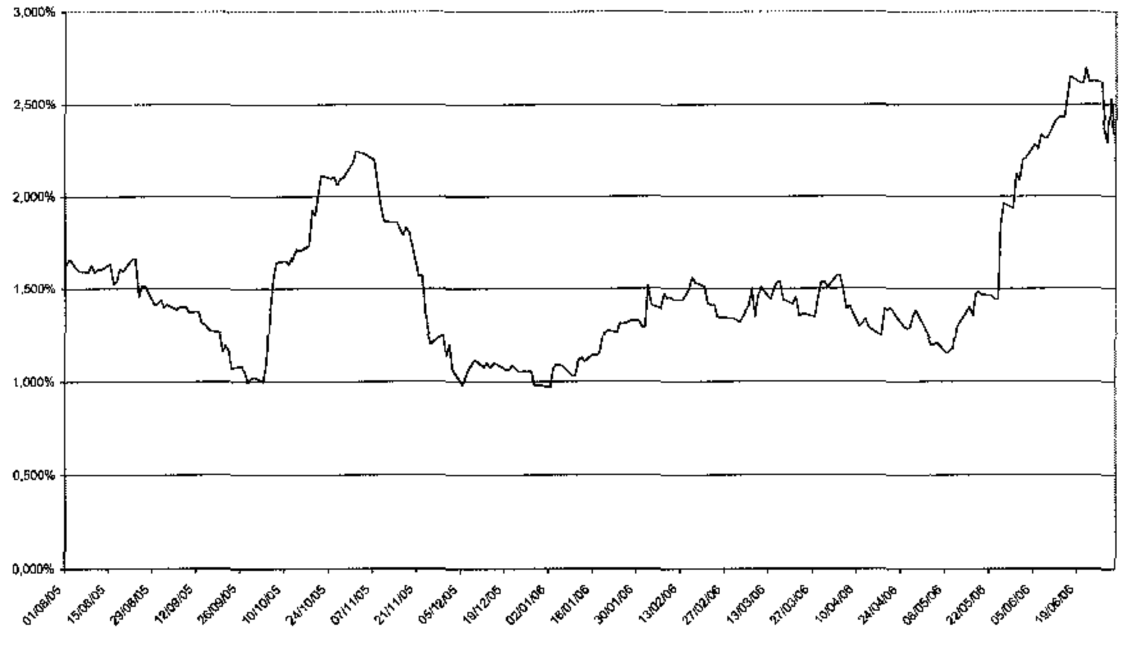

Figura 3: Volatilidade IBOVESPA.

3. Ferramentas de Gestão de Riscos

O aumento nas volatilidades das taxas de juros, câmbio e preço das *commodities* gerou demanda por novos instrumentos financeiros e por ferramentas analíticas para a administração de risco. A administração de risco financeiro se refere à concepção e à implementação de procedimentos para o controle de riscos financeiros.

O gerenciamento de risco surgiu como uma resposta ao aumento da volatilidade nos mercados financeiros globais. Ele se tornou possível graças às inovações tecnológicas e aos avanços na teoria moderna de finanças que permitiram às instituições criar, precificar e controlar os riscos de novos instrumentos financeiros.

Umas das ferramentas essenciais para a gestão de riscos são os derivativos. Os derivativos são instrumentos cujo objetivo consiste em gerenciar o risco financeiro adequadamente. Um contrato derivativo pode ser definido, em termos gerais, como "um contrato privado, cujo valor é quase todo derivado do valor de algum ativo subjacente, taxa referencial ou índice-objeto – como uma ação, título, moeda ou *commodity*".

A abrangência, dos derivativos, da cobertura contra o risco é surpreendente. Efetuar um *hedge* com derivativos é semelhante a adquirir um seguro. Propicia-se a proteção contra os efeitos adversos de variáveis sobre as quais as empresas ou países não possuem influência. A outra ponta do *hedge* é que algumas das contrapartes podem ser especuladores que fornecem liquidez ao mercado na esperança de lucrar com suas transações.

4. Tipos de Risco Financeiro

4.1 Risco de Crédito

O risco de crédito surge quando as contrapartes não desejam ou não são capazes de cumprir com suas obrigações contratuais. Seu efeito é medido pelo custo de reposição dos fluxos de caixa, caso a outra parte fique inadimplente.

O risco de crédito, de modo geral, deveria ser definido como perdas potenciais em valores marcados a mercado, que seriam incorridas caso houvesse um evento de crédito. Esse evento ocorre quando há mudança na capacidade da contraparte em honrar suas obrigações. Portanto, mudanças nos preços de mercado da dívida, em resposta a mudanças de classificação de risco ou de percepção do mercado sobre inadimplência, podem também ser vistas como risco de crédito, criando uma sobreposição entre risco de crédito e risco de mercado (JORION, 2003).

Duas formas particulares de risco de crédito são:

- Risco Soberano: aplica-se exclusivamente a países.

- Risco de Liquidação: ocorre quando dois pagamentos são efetuados no mesmo dia. Esse risco está presente quando a contraparte pode inadimplir depois que a instituição fez seu pagamento.

4.2 Risco de Liquidez

O risco de liquidez pode assumir duas formas:

- Risco de Liquidez de mercado: ocorre quando uma transação não pode ser efetuada aos preços de mercado prevalecentes, em razão do tamanho da exposição quando comparada ao volume normalmente transacionado.

- Risco de Liquidez de financiamento: refere-se à incapacidade de honrar pagamentos, o que pode obrigar a uma liquidação antecipada, transformando perdas escriturais em perdas reais.

4.3 Risco Operacional

O risco operacional pode ser definido como aquele oriundo de erros humanos, tecnológicos ou de acidentes. Isso inclui fraudes, falhas de gerência e controles e procedimentos inadequados. Erros técnicos podem ser causados por interrupções de informação, por processamento inadequado de transações, por sistemas de liquidação e, de maneira geral, por qualquer problema de *back office* relacionado como o registro de transações e a conciliação das operações individuais com a posição agregada da empresa.

4.4 Risco Legal

O risco legal está presente quando uma transação pode não ser amparada por lei. Geralmente, está relacionado ao risco de crédito, pois contrapartes que perdem dinheiro em uma transação podem tentar achar meios legais de invalidar a transação.

4.5 Risco de Mercado

O risco de mercado é oriundo de movimentos nos níveis ou nas volatilidades dos preços de mercado. Existem dois tipos de risco de mercado: o risco absoluto, mensurado pela perda potencial em unidades monetárias; e o risco relativo, relacionado a um índice de referência. Enquanto o primeiro foca a volatilidade dos retornos totais, o segundo mede o risco em termos do desvio em relação a algum índice.

5. Definição do Valor em Risco

Definição: *O Valor em Risco (VaR) sintetiza a maior (ou pior) perda esperada dentro de determinado período de tempo e intervalo de confiança.*

O VaR descreve o percentil da distribuição de retornos projetada sobre um horizonte estipulado. Se c for o nível de confiança selecionado, o VaR corresponderá ao (1- c) percentil da distribuição.

5.1 Exemplo

Suponha que uma carteira seja calculada com R$ 100.000,00 alocada totalmente em VALE5. Sob condições normais de mercado o máximo que esta carteira poderá perder em um dia será R$ 3.316,64, para um nível de confiança de 95%.

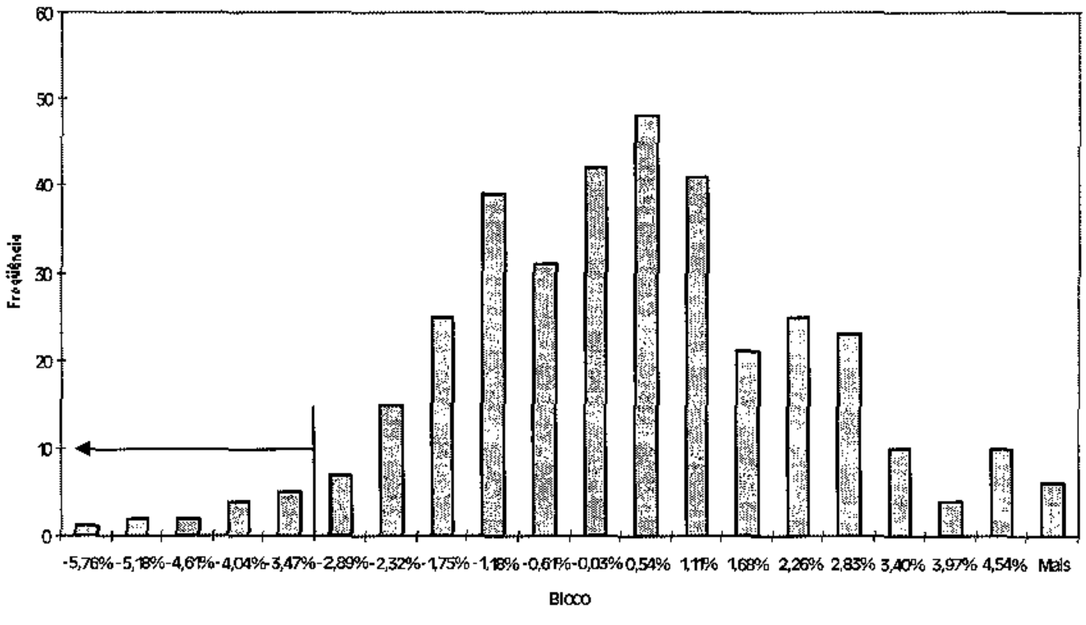

Figura 4: Histograma.

A figura 4 mostra através de um histograma a distribuição dos retornos da carteira supracitada, o VaR para esta carteira esta representado graficamente pela parte em amarelo que nada mais é do que a média dos retornos subtraída pelo percentil que corresponde a 95% de confiança.

5.2 Etapas do Cálculo do VaR

Podemos dividir o cálculo do VaR em cinco etapas:

1°. – Marcar as posições a mercado: consiste em registrar todos os ativos, para efeito de valorização, pelos preços transacionados no mercado em caso de ativos líquidos ou, quando esse não é observável, pela melhor estimativa de preço que o ativo teria em uma eventual transação a mercado.

2°. – Medir a variabilidade dos fatores de risco: nada mais é que, no caso do cálculo do VaR paramétrico[4], calcular os retornos do ativo e posteriormente calcular a volatilidade para o mesmo.

3°. e 4°. – Determinar o horizonte de tempo e o nível de confiança: definir quais fatores quantitativos, horizonte temporal e nível de confiança, que se adaptam melhor a carteira ou ao ativo que se deseja calcular.

5°. – Reportar a perda potencial: o cálculo do VaR.

Em uma etapa posterior deve-se efetuar o *backtesting* do cálculo do VaR que envolve comparações sistemáticas do VaR com o resultado gerencial equivalente, em uma tentativa de detectar vieses nos números de VaR divulgados.

6. Objetivos do trabalho

Os desastres envolvendo derivativos no começo dos anos 1990 têm gerado profundas mudanças no cenário financeiro. Por mais grave que tenham sido, nenhum deles tem ameaçado a estabilidade do sistema financeiro. Pelo contrário, essas perdas têm servido de lições valiosas sobre a necessidade de gerir melhor os riscos financeiros.

Este trabalho, de forma sucinta, ordenou e estudou a necessidade de uma gestão ativa dos riscos financeiros, mostrando a importância de uma atuação estratégica por

[4] Para maiores detalhes sobre metodologia de cálculo de VaR ver JORION (2003) capítulo 9.

parte das instituições financeiras a fim de planejar e estruturar da melhor forma possível a sua gestão de ativos e passivos.

De forma especial, foi trabalhado o risco de mercado oriundo de movimentos nos níveis ou nas volatilidades dos preços de mercado, ordenando os principais passos para o cálculo da metodologia de VaR, que tem como objetivo mensurar de maneira eficaz e prática o risco de mercado de ativos e carteiras de investimento.

7. Organização do Trabalho

No capítulo 1 é abordado o cálculo do VaR segundo o modelo paramétrico, suas características e peculiaridades além de analisar os principais métodos de estimação de volatilidade, e quais são os mais adequados para o cálculo do VaR, que auxiliam e ajudam a explicar as origens do risco de mercado.

No capítulo 2 o enfoque recai sobre os modelos não paramétricos ou de *Full Valuation*, fazendo contraponto ao capítulo 1. São destaques neste capítulo os métodos de *Stress test* e da Simulação de Monte Carlo.

Por fim no capítulo 3 são desenvolvidos os cálculos, seguindo as metodologias estudas, para uma carteira de ações e opções.

Capítulo 1 - VaR Paramétrico

O *Value at Risk* (VaR) pode ser definido como sendo a pior perda esperada ao longo de determinado intervalo de tempo, sob condições normais de mercado e dentro de determinado nível de confiança ou probabilidade. As modelagens mais utilizadas para estimar o VaR são os modelos paramétrico e não paramétrico como, por exemplo, a Simulação de Monte Carlo. O VaR permite às instituições monitorar de forma mais eficaz o risco de mercado, monitorando o risco dos ativos de forma padronizada em um único valor monetário, monitorando perdas nas posições. Todavia, existem diversas maneiras para estimar a perda decorrente do risco de mercado e nem todas as medidas de monitoramento de risco são eficientes e eficazes a todas as carteiras de investimento. Neste capítulo, será abordada a metodologia paramétrica onde a distribuição de probabilidade é aproximada por uma distribuição normal e o VaR é então derivado a partir do desvio-padrão.

1.1 Cálculo do VaR

Algumas etapas devem ser seguidas para se chegar ao cálculo do VaR. Nesta seção, serão citadas quais são estas etapas e posteriormente cada uma delas será examinada com maior cuidado em cada uma das seções seguintes.

O primeiro passo para o cálculo do VaR consiste em marcar a mercado cada posição da carteira, que nada mais é do que se chegar ao valor atualizado década ativo que compõe a carteira e, por conseguinte, o valor de mercado desta. A segunda etapa é medir a variabilidade dos fatores de risco, isto é, em termos práticos, estimar a volatilidade dos ativos. Logo em seguida, é preciso determinar qual o horizonte temporal e o nível de confiança mais adequados à carteira que se deseja calcular o risco de mercado. Por fim, deve-se reportar a pior perda, uma vez que todas as informações anteriores foram processadas.

1.2 Marcação a Mercado

A Marcação a Mercado (MtM) consiste em registrar todos os ativos, para efeito de valorização e cálculo de quotas dos fundos de investimento, pelos preços transacionados no mercado em casos de ativos líquidos ou, quando este preço não é observável, pela melhor estimativa de preço que o ativo teria em uma eventual transação feita no mercado.

A marcação a mercado tem como principal objetivo evitar a transferência de riqueza entre os diversos cotistas dos fundos, pois se a cota não refletir, em determinado dia, o exato preço de mercado dos ativos que compõem a carteira do fundo, poderá ocorrer à transferência de riqueza entre os seus cotistas, caso um cotista efetue o resgate de suas cotas antes da cota do fundo ser ajustada ao valor de mercado de todos os ativos que compõem a carteira. Além disto, outro objetivo é dar maior transparência aos riscos embutidos nas posições, uma vez que as oscilações de mercado dos preços dos ativos, ou dos fatores determinantes destes, estarão refletidas nas quotas, melhorando assim a comparação entre seus desempenhos.

1.3 Medir a Variabilidade dos Fatores de Risco (Técnicas de estimação e previsão de volatilidade)

Neste tópico vamos apresentar quatro técnicas para estimação de volatilidade quais sejam, o método amostral (Modelo Não-Condicional), o alisamento exponencial, o modelo GARCH[5] e o modelo de volatilidade estocástica (Modelos Condicionais).

1.3.1 – Desvio Padrão Histórico

Assumindo-se a média (μ) zero para os retornos financeiros, a volatilidade amostral dos retornos do ativo i em uma amostra de M observações é:

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{m=1}^{M} r_{i,m}^2}{M}} \tag{1.1}$$

Duas ressalvas devem ser feitas com respeito à utilização do desvio padrão histórico no cálculo do VaR. Primeiro, quando calculamos o desvio padrão histórico todas as observações da amostra recebem o mesmo peso, ou seja, uma observação de um ano atrás tem a mesma importância que a observação dos retornos de hoje apesar desta poder ser mais relevante.

Para tentar contornar esta limitação, o modelo de janela móvel de extensão fixa é utilizado. A cada dia, a previsão é calculada agregando-se a informação do dia anterior e

---

[5] ENGELS (1995).

descartando-se a informação mais antiga de modo que a janela continue com o mesmo número de observações. Aqui cabe a nossa segunda ressalva. Para uma janela amostral grande as informações mais antigas continuaram com o mesmo peso das mais recentes. No entanto, se verificarmos uma observação com valor extremo esta irá implicar em uma volatilidade alta até que esta saia da amostra, no caso de uma janela extensa a tendência é que a volatilidade seja mais suave do que em uma amostra menor onde qualquer observação extrema significará em uma resposta muito mais rápida por parte da volatilidade, que irá alcançar picos com a entrada da observação extrema e continuará elevada até a saída desta. Assim, a volatilidade irá cair bruscamente aos níveis anteriores como pode ser observado na figura 5 onde calculamos o desvio padrão dos retornos para a *Ptax de Venda* divulgada pelo Banco Central[6]. O uso das janelas proporciona certa flexibilidade, pois se pode controlar a importância das observações mais recentes.

Figura 5: Previsão de Volatilidade Ptax – Dólar Venda – Desvio-Padrão Histórico.

1.3.2 – Alisamento Exponencial (EWMA)

Uma das formas de se contornar a limitação do modelo amostral é o modelo de alisamento exponencial ou simplesmente EWMA. O grande diferencial deste modelo em relação em comparação ao modelo amostral é que o EWMA atribui peso maior para

[6] PTAX: Média ponderada pelo volume de negócios do dia. Fonte: Site do BACEN.

as observações mais recentes da amostra. Nesse caso, o estimador da variância dos retornos é dado por:

$$\sigma_{i,t}^2 = \lambda \sigma_{i,t-1}^2 + (1-\lambda) r_{i,t-1}^2 \qquad 0 \le \lambda \le 1 \tag{1.2}$$

A variância do retorno em um determinado instante de tempo é composta por dois termos: o primeiro, um termo auto-regressivo que explica a dependência temporal da variância dos retornos; o segundo representa a contribuição da observação mais atual para a variância estimada. Reescrevendo a expressão acima, temos:

$$\sigma_{i,T}^2 = \lambda^T \sigma_{i,0}^2 + (1-\lambda) \sum_{t=1}^{T-1} \lambda^t r_{i,T-t}^2 \tag{1.3}$$

Nesta expressão a estimativa da variância dos retornos é igual à da variância inicial mais uma soma com pesos geometricamente declinantes dos quadrados dos retornos, que representa a variância instantânea. A influência da variância inicial sobre a variância presente tende a desaparecer, e um candidato natural para estimador desse termo é o estimador da variância amostral. O segundo termo faz com que os efeitos dos choques nas séries de retornos sejam dissipados suavemente com o tempo (Pereira, 2003).

O mesmo princípio pode ser estendido para estimação da covariância entre retorno de dois ativos. A covariância entre os retornos *i* e *j* é dada por:

$$\sigma_{ij,t}^2 = \lambda^T \sigma_{ij,t-1}^2 + (1-\lambda) r_{i,t-1} r_{j,t-1} \tag{1.4}$$

O único parâmetro neste modelo é o fator de decaimento λ. Em teoria, este parâmetro pode ser determinado mediante a maximização da função de verossimilhança. Operacionalmente, seria inviável fazer isso todos os dias para diversas séries de dados. A otimização também apresenta outros problemas. O fator de decaimento poderá variar não apenas entre as séries, mas também com o tempo, perdendo consistência entre períodos diferentes. Adicionalmente, diferentes valores de λ geram incompatibilidades para os termos da matriz de covariância e podem fazer com que os coeficientes de correlação se tornem maiores que um (JORION, 1997).

A figura 6 ilustra a aplicação do método EWMA, para a série *Ptax de Venda*.

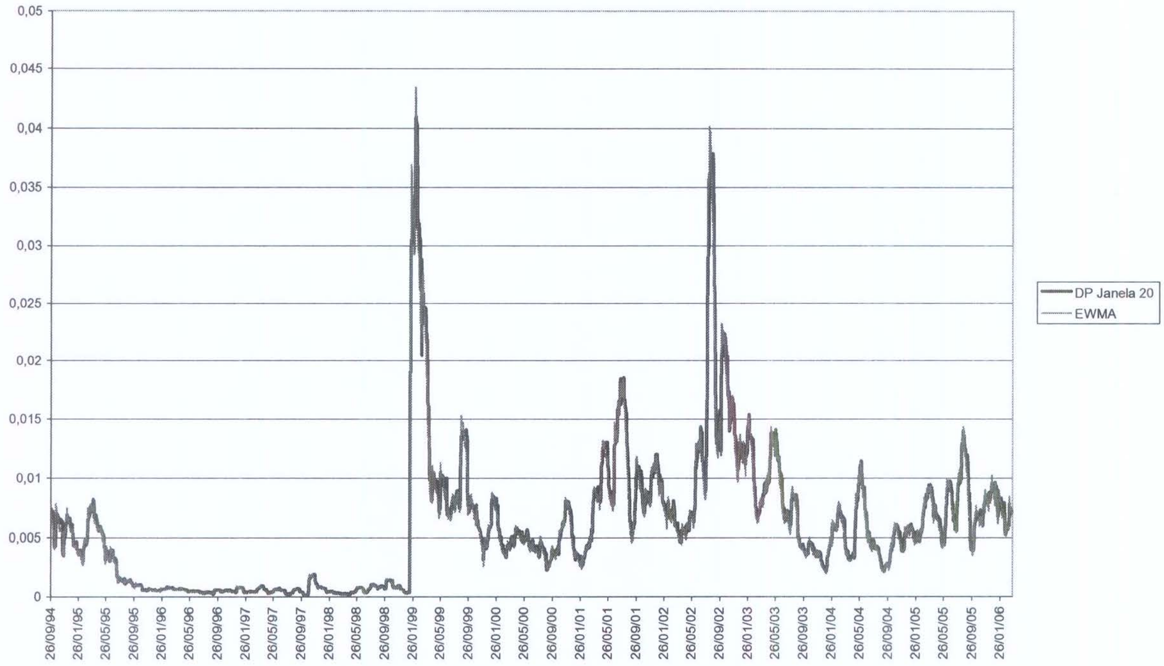

Figura 6: Previsão de Volatilidade Ptax – Dólar Venda – EWMA.

1.3.3 – GARCH (Generalized Autoregressive Condicional Heteroscedasticity)

No modelo não-condicional (Desvio Padrão histórico) se supõe que os retornos financeiros são independentes e identicamente distribuídos, ou seja, são independentes, pois o retorno observado em t não apresenta nenhuma correlação com o retorno observado em t+1 e são identicamente distribuídos, pois apresentam homoscedasticidade em uma amostra aleatória que nada mais é do que dizer que sua média e desvio padrão são constantes. Entretanto, isso não se verifica na prática, pois as séries temporais apresentam variância que se modifica ao longo do tempo e também apresenta dependência temporal explícita na seqüência de observações do passado recente o que gera uma necessidade de uma metodologia que leve em consideração a dependência temporal condicional da variância.

A partir desta necessidade nascem os modelos condicionais da família ARCH (Autoregressive Condicional Heteroscedasticity), na qual se utiliza um processo auto-regressivo[7] na variância para se prever a variância condicional do período seguinte. Logo em seguida Bollerslev expôs o modelo GARCH como uma generalização da

[7] Um processo auto-regressivo é um exemplo de modelo univariado de série temporal em que uma variável aleatória está relacionada com os seus próprios valores passados e com os erros aleatórios.

técnica proposta por Engle (ARCH), na qual a variância condicional não segue um processo auto-regressivo, mas sim seguindo um processo ARMA (Autoregressive Moving Averege).

Uma das características mais comuns das séries de retornos de ativos financeiros é o fato de que grandes valores num determinado instante do tempo sejam seguidos por valores também elevados nos períodos subseqüentes, não necessariamente na mesma direção. Isto significa, estatisticamente, elevada autocorrelação no quadrado dos retornos. Esta autocorrelação presente no quadrado dos retornos faz com que a variância condicional dos retornos apresente uma dependência temporal dos choques passados.

Um modelo genérico para estimação da variância dos retornos é o ARCH que expressa a variância condicional como uma defasagem distribuída do quadrado dos retornos passados. Seja:

$$y_t = \sigma_t \varepsilon_t \qquad \varepsilon_t \sim NI(1,0) \tag{1.5}$$

$$E_{t-1}(y_t^2) = \sigma_t^2 = \varpi + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i y_{t-1}^2 = \alpha(L)\, y_t^2 \tag{1.6}$$

sendo,

α(L) um polinômio no operador defasagem do tipo $\alpha(L) = \alpha_1 L + \alpha_2 L^2 + ... + q\, L^q$.

Para garantir a não negatividade da variância condicional, devemos ter que $\omega, \alpha_i > 0 \quad para \quad i = 1,...,q$.

O modelo acima possui algumas propriedades desejáveis. Em primeiro lugar, através da técnica de decomposição de erros de predição, é possível construir a função de verossimilhança, facilitando a estimação dos parâmetros pelo método de verossimilhança. Essa propriedade é importante, porque esses estimadores possuem distribuições conhecidas que viabilizam a execução de testes de hipóteses diversos. Além disso, é possível provar que este modelo implica que os retornos terão uma distribuição não condicional com caudas mais pesadas que a da distribuição normal, que é um dos fatos estilizados observados em séries financeiras (VARGA, 2003).

Em geral, existe uma alta persistência na volatilidade das séries dos retornos, o que faz com que o valor de q no modelo ARCH seja elevado, implicando a necessidade de estimação de um grande número de parâmetros. O modelo GARCH proposto por Bollerslev (1986) constitui-se numa tentativa de expressar de forma mais parcimoniosa a dependência temporal da variância condicional. Nesse modelo, a variância condicional, além de depender do quadrado dos retornos passados como no modelo ARCH, depende também dos passados das próprias variâncias condicionais VARGA (2003). A variância condicional num modelo GARCH(p,q) é expressa por:

$$\sigma_t^2 = \varpi + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i y_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^2 = \alpha(L) y_t^2 + \beta(L) \sigma_t^2 \tag{1.7}$$

sendo α(L) e β(L) polinômios no operador de defasagem L.

A condição de não negatividade da variância condicional nesse modelo é dada por:

$$\omega > 0, \alpha_i \geq 0, \beta \geq 0 \quad para \quad i = 1,\dots,q \quad j = 1,\dots,p$$

A equação acima pode ser escrita da seguinte forma:

$$y_t^2 = \varpi + (\alpha(L) + \beta(L)) y_t^2 + (1 - \beta(L))\eta \tag{1.8}$$

na qual $\eta_t = (y_t^2 - \sigma_t^2)$ é uma diferença marginal não gaussiana.

Essa representação garante que um modelo GARCH(p,q) é um modelo ARMA(p,q) para os quadrados dos retornos. Essa característica permite a utilização de técnicas convencionais dos modelos da classe ARMA para a identificação de p e q.

Para garantir que esse processo ARMA para o quadrado dos retornos seja covariância estacionária, as raízes de 1 – α(L) – β(L) = 0 têm que estar fora do circulo unitário. Com a condição de não negatividade satisfeita, isso é garantindo se $\sum_{i=1}^{q} \alpha + \sum_{j=1}^{p} \beta_i < 1$. Se essa condição valer, a variância não condicional de y_i^2 é dada por:

$$E(y_t^2) = E(\sigma_t^2) = \sigma^2 = \frac{\varpi}{1 - \sum_{i=1}^{q} \alpha_i - \sum_{j=1}^{p} \beta_i} \tag{1.9}$$

E a esperança condicional da variância n passos à frente é igual a:

$$E(\sigma_{t+n}^2) = (\sum_{i=1}^{q} \alpha_i + \sum_{j=1}^{p} \beta_i^{\,n-1} \left(\sigma_{t+1}^2 - \frac{\varpi}{1 - \sum_{i=1}^{q} \alpha_i - \sum_{j=1}^{p} \beta_i} \right) + \frac{\varpi}{1 - \sum_{i=1}^{q} \alpha_i - \sum_{j=1}^{p} \beta_i} \tag{1.10}$$

O que significa que existe uma tendência para a variância condicional retornar ao valor da variância não condicional (VARGAS, 2003).

Três considerações muito importantes devem ser feitas com relação à utilização dos modelos GARCH. Em primeiro lugar, apesar de sua vasta utilização para avaliar o risco dos ativos negociados nos mercados financeiros e de capitais e de sua intensa utilização em séries de retornos de ativos, decisões financeiras complexas sobre alocação de capital dificilmente são tomadas com base somente em expectativas de retornos e volatilidades.

Ademais, os modelos GARCH são especificações paramétricas que operam melhor sob condições de mercado relativamente estáveis, ou seja, falham ao tentar capturar flutuações bruscas de mercado como *crashes* e outros eventos não antecipados que podem levar a mudanças estruturais no mercado.

Por fim, na maioria das vezes, os modelos GARCH não conseguem capturar por completo o fenômeno conhecido como "caudas pesadas" muito comum em séries financeiras. Como medida para tratamento desta deficiência distribuições de probabilidade com caudas mais "gordas" , como a *t-Student*, têm sido aplicadas na modelagem GARCH. A figura 7 ilustra a aplicação do método GARCH, para a série *Ptax de Venda*.

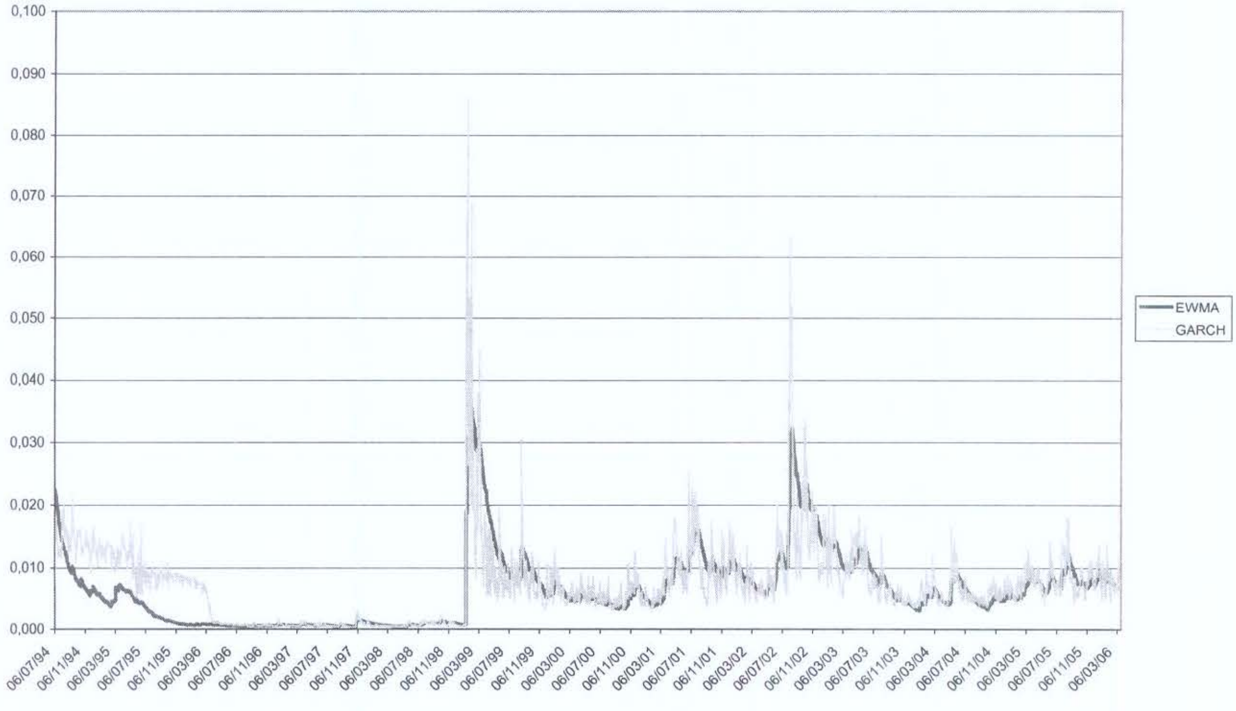

Figura 7: Previsão de Volatilidade Ptax – Dólar Venda – GARCH.

1.3.4 – Covariância e Correlações

O modelo GARCH pode ser ampliado para um contexto Multivariado para o tratamento de variâncias e covariâncias, modelando cada por GARCH cada par de covariâncias tornando a matriz de covariância-variância variável ao longo do tempo permitindo capturar melhor o relacionamento dinâmico das variáveis entre si. No entanto existem algumas ressalvas a serem feitas para a utilização deste modelo. A primeira delas é que existe um número muito grande de parâmetros a serem estimados e quanto maior o número deles maior é a dificuldade de convergência da função de estimação de máxima verossimilhança. O segundo ponto é que se torna necessária a imposição de algumas hipóteses adicionais no modelo para garantir que a matriz seja positiva definida.

A solução para este problema é então utilizar uma matriz estimada por alisamento exponencial que, com parâmetros constantes, conseguirá capturar a dinâmica das correlações ao decorrer do tempo.

A covariância é uma medida de relação linear entre duas variáveis aleatórias:

$$\hat{\sigma}_{AB} = \frac{\sum_{t=1}^{n}(r_{A,t} - \bar{r}_A)(r_{B,t} - \bar{r}_B)}{n-1} \tag{1.11}$$

sendo que $\bar{r}_A$ e $\bar{r}_B$ são, respectivamente, as médias históricas aritméticas das séries de retornos dos títulos A e B.

Entretanto existe a necessidade de uma padronização, pois os valores possíveis para a covariância estão contidos no intervalo [-∞,+∞] e dependem da unidade de medida de A e B (BUSSAB, 2002).

O coeficiente de correlação é uma medida que não depende das unidades de medida de A e B e seus valores estão contidos no intervalo [-1,1] onde $\rho=-1$ e $\rho=1$ indicam correlações perfeitas, respectivamente negativa e positiva, entre as séries de retornos:

$$\rho_{AB} = \frac{\hat{\sigma}_{AB}}{\sigma_A \sigma_B} \tag{1.12}$$

Para alisamento exponencial com média de retornos iguais a zero as fórmulas da covariância e correlação escrevem-se na forma recursiva:

$$\hat{\sigma}_{AB,t+1,t} = \lambda \hat{\sigma}_{AB,t-1,t} + (1-\lambda)(r_{A,t} r_{B,t}) \tag{1.13}$$

$$\hat{\rho}_{AB,t} = \frac{\hat{\sigma}_{AB,t}}{\hat{\sigma}_{A,t}\hat{\sigma}_{B,t}} \tag{1.14}$$

1.4 – Determinar o horizonte de tempo e o nível de confiança

Inicialmente vamos definir os dois fatores quantitativos para o calculo do VaR, quais sejam horizonte de tempo e nível de confiança. A escolha destes fatores é de certa forma arbitrária sendo que diferentes instituições financeiras escolhem conforme a natureza ou liquidez de suas carteiras diferentes níveis de confiança e horizontes temporais. Devido as operações e contabilizações de resultados de suas carteiras serem diários, os bancos comerciais controlam o risco com o VaR com o horizonte de 1 dia. Por outro lado, carteiras de investimento como fundos de pensão possuem um horizonte mais longo dado a obrigação com o participante a se aposentar no futuro e por isso suas carteiras adotam horizonte de um mês (aproximadamente 21 dias úteis). "Como o prazo de manutenção de uma carteira corresponde ao período mais longo, necessário para que a liquidação da mesma seja feita de maneira ordenada, o horizonte de VaR deve estar relacionado à liquidez dos ativos, definida em termos da extensão de tempo necessária para volumes normais de transação" (JORION, 1997).

Já em relação ao nível de confiança não existe um consenso ou diretrizes indicando qual o melhor número a ser adotado. A escolha do nível de confiança reflete o grau de aversão ao risco da empresa. Quanto mais forte for a aversão ao risco da empresa maior será o valor de capital alocado para cobrir possíveis perdas e, portanto maior será o nível de confiança escolhido. Ao se escolher um nível de confiança de 95% se espera que a cada 20 dias se observe uma perda maior do que o valor do VaR, no caso de um nível de confiança de 99% serão necessários 100 dias para que se verifique um valor que ultrapasse o VaR estimado. É importante notar que a verificação do modelo depende da escolha do nível de confiança sendo que a escolha de um nível de confiança muito elevado proporcionaria uma medida de perda menos provável de ser ultrapassada.

Neste trabalho adotaremos um horizonte temporal de um dia e um nível de confiança de 95% (mesmos fatores recomendados pelo *RiskMetrics*^{TM}(1995 e 1996)) dada a liquidez da carteira escolhida (fundo multimercado alavancado com renda variável com cota diária e aplicação e resgate em D+0) e a praticidade para verificação dos resultado.

1.5 – Reportar a perda potencial

Nesta seção iremos definir o calculo do VaR para um ativo e para uma carteira lembrando que o objetivo é mensurar o risco de mercado para um fundo de investimento.

- Para um ativo: $VaR = MtM * \sigma * IC * \sqrt{t}$

sendo: MtM : Valor do ativo marcado a mercado.

σ : Volatilidade do Ativo

IC: Intervalo de Confiança

t : Horizonte de Tempo

- Para uma carteira : $VaR = \sqrt{w_1} * p\, w_1^t$

sendo: W_1: O vetor VaR dos ativos individuais.

p: Matriz de correlações.

W^t : Matriz transposta de W_1.

1.5.1 - Modelo Paramétrico

As modelagens mais utilizadas para estimar o VaR são o modelo paramétrico e o não paramétrico. No modelo paramétrico supõe-se que os retornos dos ativos compostos em um fundo seguem uma distribuição normal onde o VaR depende basicamente da volatilidade estimada para a distribuição.

Considerando como metodologia paramétrica àquela na qual se pressupõe conhecer a distribuição de probabilidades da variável em estudo. Nesta seção iniciaremos a análise mostrando o calculo do VaR para distribuições gerais logo em seguida mostraremos como o VaR paramétrico depende basicamente da volatilidade e por fim um estudo dos modelos mais usuais para a estimação e previsão de volatilidade dado que o VaR paramétrico possui na sua formula esta variável.

1.5.2 - O VaR para Distribuições Gerais[8]

Definimos MtM_0 como o investimento inicial e r como sua taxa de retorno. O valor da carteira no final do horizonte considerado é $MtM = MtM_0(1+r)$. O retorno

---

[8] Os tópicos 1.4.1 e 1.4.2 têm como base JORION (1997), Capítulo 5

esperado e a volatilidade de r são μ e σ respectivamente. O menor valor da carteira, para determinado nível de confiança c, é: $MtM^* = W_0(1+r^*)$ e o VaR absoluto é segundo JORION (1997):

$$w_0 - w^* = -w_0 r^* \qquad (1.15)$$

O VaR pode então ser derivado da distribuição de probabilidade do valor futuro da carteira f(w). Tal que a probabilidade (p) de um valor menor que W^*,$p=P(w \leq W^*)$, seja 1-c:

$$1 - c = \int_{\infty}^{W^*} f(w)dw = P(w \leq W^+) = p \qquad (1.16)$$

a área de $-\infty$ até W^* deve somar p = 1-c por exemplo 5%.

1.5.3 - O VaR para Distribuições Paramétricas

O calculo do VaR se torna muito mais simples se considerarmos que conhecemos a distribuição de probabilidades dos retornos dos ativos constantes na carteira e esta é uma distribuição normal dado que nessa distribuição só é necessário estimar dois parâmetros, média (μ) e volatilidade (σ) . A partir daí o VaR poderá ser derivado diretamente do desvio padrão da carteira, multiplicando-se por um fator que dependa do nível de confiança. Como define JORION (1997), é necessário primeiramente transformar a distribuição geral em uma distribuição normal com média zero e desvio padrão unitário. Associando-se W^* ao retorno crítico r^*, tal que $W^* = W_0(1+r^*)$. Normalmente, r^* é negativo e pode também ser escrito como - $|r^*|$. Adicionalmente, pode-se associar r^* a um fator $\alpha>0$, proveniente de uma normal padronizada, por meio de:

$$-\alpha = \frac{-|R^*| - \mu}{\sigma} \qquad (1.17)$$

o que equivale dizer que:

$$1 - c = \int_{\infty}^{W^*} f(w)dw = \int_{-\infty}^{-|R^*|} f(r)dr = \int_{-\infty}^{-\alpha} \phi(\in) d \in \qquad (1.18)$$

onde: $\Phi(\varepsilon)$ é uma distribuição normal com média zero e desvio padrão 1.

Deste modo, como ilustra bem a figura 8, o problema passa a ser descobrir o fator α tal que a área a esquerda seja igual a 1-c. Podemos encontrar este fator usando a tabela de função distribuição normal padronizada cumulativa.

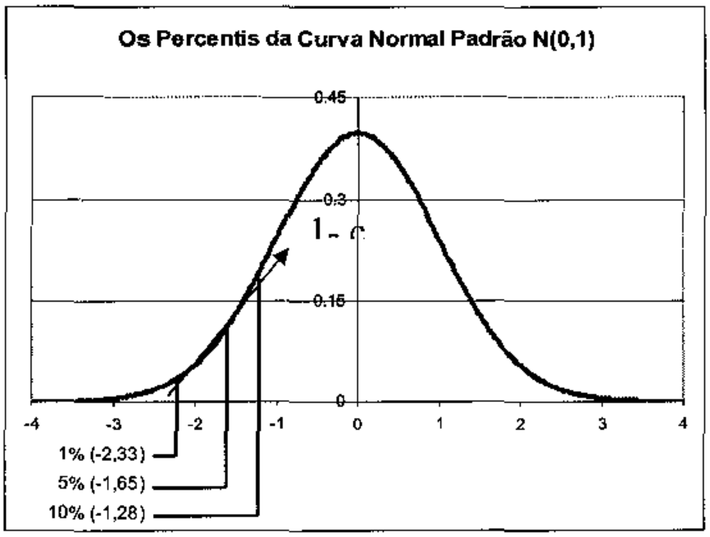

Figura 8: Distribuição Normal.

Escolhendo-se um nível de confiança de, por exemplo 5%, temos um $\alpha = 1,65$ a esquerda da média. A partir da equação (1.17) o retorno crítico será:

$$R^* = -\alpha\sigma + \mu \tag{1.19}$$

supondo que os parâmetros μ e σ sejam expressos em bases anuais. O intervalo de tempo considerado é Δt, em anos. Substituindo-se em (1.15):

$$-W_0 R^* = W_0 (\alpha\sigma\sqrt{\Delta t - \mu\Delta t} \tag{1.20}$$

ou seja, o VaR nada mais é do que um múltiplo do desvio padrão da distribuição, multiplicado por um fator de ajuste (intervalo de segurança) relacionado diretamente ao nível de confiança.

Relembrando a fórmula do cálculo do VaR para uma carteira:

$$VaR = \sqrt{w_1} * p\, w_1^t$$

1.6 - Conclusão

Todas as variáveis que compõem o cálculo do VaR para uma carteira de investimento foram definidas nas sessões anteriores, no entanto algumas ressalvas devem ser feitas em relação a utilização da metodologia Delta-Normal para o cálculo do risco de mercado para uma carteira.

Das técnicas de aferição do VaR de uma carteira, aquela empreendida através da metodologia Delta-Normal[9] certamente é a mais simples e direta. O ponto fundamental

[9] Esta é a metodologia utilizada pelo RISKMETRICS™, do banco J.P. Morgan.

dessa técnica consiste em assumir que os ativos que compõem uma carteira de investimento apresentam distribuição normal de seus retornos e que o risco de mercado desta carteira é, então, uma função linear dos riscos individuais desses instrumentos em carteira[10]. Deste modo, o VaR é um múltiplo do desvio padrão da carteira e este, por sua vez, é uma função linear das volatilidades individuais entre os ativos de uma carteira (ALARCON, 2005).

O método Delta-Normal é a técnica mais simples e direta para o cálculo do VaR, supondo que o retorno de cada ativo individualmente segue uma distribuição normal e por conseguinte pela propriedade de invariância normais, carteiras compostas por variáveis normais são também normalmente distribuídas.

Assumindo-se que os retornos de uma carteira apresentam distribuição normal, o VaR então será um múltiplo do desvio padrão dessa carteira de ativos. Assumindo-se esta hipótese o cálculo do VaR de uma carteira fica muito mais veloz fornecendo de modo rápido a estimativa do risco de mercado desta carteira contendo diferentes ativos.

[10] Para o caso de instrumentos financeiros não lineares a metodologia Delta-Normal assume a possibilidade de se encontrar uma posição equivalente no ativo subjacente através de uma linearização da função que liga seu preço ao preço do ativo objeto. Existem várias objeções quanto a essa alternativa, sendo que a principal diz respeito ao fato desta não considerar exposições de ordens superiores como o *Gamma* e o *Veja*, o que acarreta em uma subestimação do VaR.

Capítulo 2 – O Monte Carlo Estruturado[11]

Em complemento ao método delta-normal (abordagem de avaliação local, *local valuation*) que foi apresentado no Capítulo 1, serão abordados neste capítulo os métodos de avaliação plena (*Full valuation*) sendo que será dada maior atenção ao Monte Carlo Estruturado por ser um modelo amplo, como será visto adiante.

Na seção 2.1 serão abordadas as diferenças entre os métodos de avaliação local e avaliação plena, nas seções 2.2 e 2.3 serão abordados, respectivamente, os métodos de simulação histórica e teste de stress. Finalmente, na seção 2.4 será abordado com um nível maior de detalhes o Monte Carlo Estruturado.

2.1 – O Delta[12] versus a Avaliação Plena:

Cabe aqui relembrar algumas das ressalvas feitas no capítulo 1 em relação ao método delta-normal. Primeiro de tudo, ele não captura adequadamente o risco de evento, que se refere à possibilidade de circunstâncias extremas ou incomuns. Segundo, à existência de "caudas grossas" na distribuição dos retornos da maioria dos ativos financeiros, tende a subestimar ou superestimar a proporção de *outliers* e, portanto, o valor em risco verdadeiro. E em último lugar este método mensura de maneira inadequada o risco de instrumentos não-lineares como opções devido à aproximação pela primeira derivada. No entanto, isto não torna este método inferior aos demais dadas às dificuldades encontradas nos demais métodos e, além disso, em muitas situações, o delta-normal mensura adequadamente os riscos de mercado.

A premissa base do modelo delta-normal, a suposição de normalidade, é muito oportuna, pois devido à propriedade de invariância das variáveis normais, carteiras compostas por variáveis normais são também normalmente distribuídas com duas variáveis média, μ e volatilidade σ As carteiras também são combinações lineares de ativos individuais o que torna o método delta-normal fundamentalmente linear. Sua qualidade principal é a velocidade no cálculo. A perda potencial para o valor V é calculada como:

---

[11] Este capítulo tem como base JORION(1997), capítulos 10 e 12.

[12] Delta: a taxa de variação do preço de um derivativo em relação ao preço do ativo objeto. Fonte: MATLAB (2002).

$$\Delta V = \beta_0 \Delta S \qquad (2.1)$$

sendo:

- β_0 é a sensibilidade da carteira às mudanças de preço, avaliada a partir da posição corrente V_0).
- ΔS é a mudança potencial nos preços.

Os pontos a favor deste método são: primeiro, o cálculo do beta da carteira é a média dos betas individuais devido à suposição de normalidade; Segundo, é necessário apenas uma vez o cálculo do valor da carteira a partir da posição corrente V_0 que depende dos preços atuais S_0. Logo, o modelo delta-normal adapta-se bem as grandes carteiras, expostas a muitos fatores de risco devido a diversificação.

Por outro lado, se a carteira contiver opções, o delta da carteira poderá mudar muito depressa (gama[13] elevado). O delta da carteira poderá ser diferente para movimentos ascendentes ou descendentes e a pior perda poderá não corresponder às realizações extremas do preço do ativo objeto[14].

O método de avaliação plena exige o cálculo do valor da carteira para diferentes níveis de preço:

$$\Delta V = V(S_1) - V(S_1) \qquad (2.2)$$

A avaliação plena deve ser empregada na avaliação do risco de carteiras de opções expostas a um número limitado de fontes de risco.

2.1.1 – Aproximações de delta e de Gama (as "Gregas")

Expansão de Taylor:

$$Dc = \Delta dS + 1/2\Gamma dS^2 + \Lambda d\sigma + \ldots \qquad (2.3)$$

Sendo que Δ,Γ e Λ são os valores líquidos de toda a carteira de opções, lançadas sobre o mesmo ativo objeto.

Teoricamente, o método $\Delta+\Gamma$ poderia ser generalizado para muitas fontes de risco. Numa estrutura multivariada, a expansão de Taylor é:

---

[13] Gama: a taxa de variação do Delta de um derivativo em relação ao preço do ativo objeto MATLAB (2002).

[14] JORION (1997)

$$dP(S)=\Delta' dS+1/2(dS)'\Gamma(dS)+... \qquad (2.4)$$

na qual dS é agora um vetor de N mudanças em preço de mercado, Δ é um vetor de N deltas e Γ é uma matriz de dimensão N por N de gamas, com relação aos vários fatores de risco.

Para se descobrir o VaR da carteira, uma das abordagens é simular as variações dos preços de mercado dS, gerando grande quantidade de realizações geradas pela distribuição:

$$dS\sim N(0,\Sigma) \qquad (2.5)$$

sendo que Σ é a matriz de covariância das mudanças nos preços. Para cada realização, o valor da carteira é calculado de acordo com a equação (2.4). Importante observar que este ainda não é um método de avaliação plena uma vez que a carteira só é avaliada por completo no ponto inicial V_0. Desta maneira, o VaR pode ser encontrado a partir da distribuição empírica do valor da carteira.

2.1.2 – A comparação dos Métodos

Cada um desses métodos tem a característica de se adaptar melhor a determinadas situações e a ambientes diferentes. Em situações onde opções não forem parte considerável da carteira o método delta-normal calculará o VaR com velocidade e eficiência. No entanto, para carteiras expostas a algumas fontes de risco e com quantidades expressivas de opções, o método das "gregas" aumentará a precisão na medida que utilizam mais termos da expansão de Taylor. E para uma carteira com grande número de opções é necessário um método de avaliação plena de modo a buscar melhor precisão.

2.2 – Simulação Histórica

O método da simulação histórica consiste em recuar no tempo e aplicar os pesos atuais a uma série temporal de retornos históricos dos ativos, sendo que os pesos w_t são mantidos iguais a seus valores correntes o que significa que o retorno não representa uma carteira real, mas reconstrói o histórico de uma carteira hipotética por meio de sua posição atual.

$$R_{p,\tau} = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} R_{i,\tau} \qquad \tau = 1,...,t \tag{2.6}$$

Podemos generalizar a avaliação plena utilizando um conjunto completo de preços e taxas no lugar de retornos apenas. Preços futuros hipotéticos para o cenário τ são obtidos aplicando-se as mudanças históricas dos preços ao nível atual de preços:

$$P^{*}_{i,\tau} = P_{i,0} \Delta P_{i,t} \qquad i = 1,...,t \tag{2.7}$$

O VaR é então obtido, a partir da distribuição inteira de retornos hipotéticos conforme demonstrado em JORION (1997).

Algumas observações importantes devem ser levantadas quanto à utilização do método de simulação histórica.

Em primeiro lugar, intervalos mais longos aumentam a precisão das estimativas, no entanto podem conter dados irrelevantes, deixando de detectar mudanças importantes no processo o que acaba afetando a qualidade dos resultados. Outro problema relacionado ao horizonte temporal é que todas as observações são ponderadas de forma igual, ou seja, um retorno mais antigo tem o mesmo peso ou importância que o retorno de ontem[15]. Segundo, como a avaliação plena é obtida através de dados históricos e baseando-se em preços reais, este método incorpora não linearidades e distribuições não normais capturando o risco de gama e de vega[16] e as correlações, não dependendo de suposições específicas sobre modelos de avaliação ou sobre estrutura estocástica subjacente ao mercado. Entretanto, como o método utiliza apenas uma trajetória amostral, assumindo-se que observações passadas representem bem o futuro próximo, este método não trata, de forma adequada, situações com volatilidade temporariamente elevada (JORION, 1997).

Outra ressalva é que, algumas simplificações, como o agrupamento de instrumentos de renda fixa em bandas, com o intuito de se ganhar velocidade de processamento, pode fazer com que o método perca os benefícios da avaliação plena.

Por último, é importante observar que o método da simulação histórica é muito eficaz para estimar a distribuição dos retornos em um intervalo concentrado ao redor da média, região na qual a distribuição empírica tende a ser bastante densa, no entanto este método não tem muito a informar sobre perdas superiores à pior perda verificada na

---

[15] Mesmo problema observado no cálculo de volatilidade pelo método do Desvio-Padrão como já mencionado no capítulo 1.

[16] Vega: a taxa de variação no preço de um derivativo relativo a volatilidade do ativo objeto. Se o Vega é grande o derivativo é sensível a pequenas mudanças na volatilidade MATLAB (2002).

janela temporal em questão. Deste modo, por definição, a pior perda estimada através de uma simulação histórica não pode ser maior do que aquela verificada na série histórica amostral conforme (MOLLICA, 1999).

2.3 – Teste de Stress

O teste de estresse pode ser definido como um processo que busca mapear e gerenciar situações que podem causar perdas extraordinárias.

O método de teste de stress consiste na elaboração, de forma subjetiva, de determinados cenários de stress para preços e taxas com intuito de avaliar possíveis mudanças no valor da carteira, ou seja, ela estuda os efeitos de choques hipotéticos nas principais variáveis financeiras no valor de determinada carteira.

Devido as reconhecidas deficiências do VaR em períodos de quebra dos padrões históricos, muitas instituições financeiras utilizam modelos de Teste de Stress como ferramentas complementares para a avaliação do risco de mercado. O VaR e o Stress passam, então, a atuar conjuntamente, o primeiro refletindo o "risco de cotidiano" e o segundo o "risco numa situação de crise" conforme VIEIRA NETO (2002).

Desta maneira, todos os ativos da carteira são então marcados a mercado utilizando como base para este processo aqueles preços e taxas estabelecidos em cada cenário de stress. Os cenários de Stress podem ser divididos em determinísticos, probabilísticos e históricos.

O retorno da carteira é então derivado do componente hipotético $R_{i,s}$ sob o novo cenário s:

$$R_{p,s} = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t} R_{i,s} \tag{2.8}$$

Muitos exercícios desta natureza geram vários valores para $R_{p,s}$. Assim, a especificação de uma probabilidade p_s para cada cenário s cria uma distribuição para os retornos da carteira, a partir da qual o VaR pode ser mensurado conforme JORION (1997).

Os testes de stress levantam a possibilidade da gerência levar em consideração situações hipotéticas e determinados eventos que esta nunca analisaria e, portanto seriam ignorados. A grande vantagem deste método consiste na elaboração de cenários e situações ausentes dos dados históricos.

Os modelos de Stress Test geralmente adotados pelas instituições financeiras podem ser resumidos em três passos básicos: (i) o comitê de risco da instituição se reúne e define um conjunto de "cenários de crise". (ii) o valor da carteira cujo risco de mercado se quer analisar é recalculado em cada um dos cenários estipulados pelo comitê. (iii) escolhe-se o cenário correspondente à maior perda hipotética para a carteira. A magnitude desta perda é definida como sendo o risco de mercado da carteira em termos de modelo de Stress.

Por outro lado, por se tratar de uma análise subjetiva das expectativas, os testes de stress não possuem a mesma adaptação cientifica de outros métodos. Ademais, os testes de stress não especificam a probabilidade de cada situação. O risco esperado deve levar em consideração as perdas e também a probabilidade destas ocorrerem.

A principal objeção a este método consiste na forma pouco eficaz com que este lida com as correlações uma vez que se torna muito difícil de se estimar os efeitos conjuntos em diversas variáveis financeiras, fazendo com que o teste de stress não se adapte facilmente a carteiras grandes e complexas.

Existem algumas implementações mais sofisticadas para o teste de stress, uma das mais interessantes é apresentada em VIERA NETO (2002). O autor neste trabalho propõe uma metodologia mais abrangente e flexível, com capacidade para se adaptar a todo tipo de carteira.

Neste modelo, todos os ativos são decompostos em fatores de risco, logo em seguida apuram-se os resultados parciais da carteira em relação a cada um deles e a cada cenário. A soma dos resultados parciais mínimos equivale, implicitamente, à pior combinação possível entre os fatores de risco.

Caso seja permitido que cada fator de risco se mova livremente, o resultado final do modelo pode envolver combinações de cenário improváveis do ponto de vista macroeconômico. Deste modo, são definidas regiões plausíveis com o intuito de contornar aquele problema, sendo que o resultado do modelo é determinado por aquela região capaz de gerar a pior perda para a carteira.

Outra análise interessante consiste na observação de cenários históricos onde a análise de dados passados dá suporte para a elaboração de exemplos de movimentos amplos e conjuntos das variáveis financeiras. A tabela 1 mostra alguns exemplos de crises.

Tabela 1: Exemplos de Crises.

Cenário	**Período**
Choque dos preços de petróleo	Janeiro-74
Crashes das Bolsas	Outubro-87
Crise do Sistema Monetário Europeu	Setembro-92
Crash do mercado de renda fixa	Abril-94
Desvalorização Mexicana	Dezembro-94
Crise das moedas asiáticas	Verão 1997
Crise de crédito da Rússia	Agosto-98

Enquanto o VaR dá maior importância a dispersão dos retornos, os testes de stress examinam as caudas da distribuição. Eles são componente muito importante no gerenciamento de risco uma vez que podem ajudar a garantir a sobrevivência de uma instituição em tempos de grande volatilidade nos mercados.

Em suma, os teste de stress devem ser considerados um complemento de outros modelos de VaR, não seus substitutos. Eles são úteis na avaliação do efeito de grandes oscilações nas variáveis chave, o que equivale à retirada de alguns pontos do extremo da distribuição, que representam, de fato, informações úteis, mas somente depois de o resto da distribuição haver sido especificado JORION (1997).

2.4 – Monte Carlo Estruturado

Muitos bancos e companhias financeiras utilizam técnicas de simulação com intuito de avaliar derivativos complexos. Essas técnicas são conhecidas como métodos de Monte Carlo. Estes métodos trabalham simulando o comportamento, a trajetória, dos preços de ativos financeiros por meio de simulações de computador que geram diversas trajetórias aleatórias.

Esses métodos simulam uma variedade de valores diferentes, em uma data específica, para uma carteira sendo que o VaR da carteira é obtido através dos valores simulados para esta. O método de simulação é capaz de ao mesmo tempo capturar grande variedade de riscos como o risco de preço, o risco de volatilidade e o risco de posições não lineares.

O método de Monte Carlo busca cobrir grande quantidade de situações possíveis através da simulação repetida de um processo estocástico para a variável financeira de interesse. Essas variáveis são tiradas de uma distribuição de probabilidade prédeterminada, dada como conhecida. Deste modo, as simulações recriam a distribuição inteira do valor da carteira.

2.4.1 – A simulação de uma trajetória de Preços

Em primeiro lugar deve-se escolher o modelo estocástico[17] para o comportamento dos preços. O movimento browniano geométrico (MBG) é um dos modelos mais utilizados com este intuito, ele serve de base para grande parte da teoria de precificação de opções. O pressuposto do modelo é que as inovações no preço do ativo não são autocorrelacionadas e que pequenas oscilações nos preços podem ser descritas por:

$$dS_t = S_t(\mu_t dt + \sigma_t dz) \tag{2.9}$$

sendo que dz é uma variável aleatória normalmente distribuída, com media zero e variância dt. Essa variável é responsável pelos choques no preço e não depende de informações passadas. A variável é browniana porque sua variância diminui no decorrer do tempo e geométrica porque todos os parâmetros são multiplicados pelo preço atual S_t.

Os parâmetros μ_t e σ_t são, respectivamente, desvio e a volatilidade instantânea no memento t, que podem evoluir com o tempo. Simplificando, trabalha-se com parâmetros constantes.

O processo de incremento infinitesimalmente pequeno dt é aproximado por meio de incrementos discretos de tamanho Δt. Sendo t a data atual, T a data futura de interesse e $\tau = T - t$ o horizonte do VaR. Para gerar uma série de variáveis aleatórias S_{t+i} ao longo do intervalo τ, divide-se primeiro τ em n incrementos, com $\Delta t = \tau/n$.

---

[17]São padrões que surgem através de eventos aleatórios. O lançar de dados dará resultados numéricos estocásticos, pois qualquer uma das 6 faces do dado tem iguais probabilidades de ficar para cima quando de seu arremesso.Porém, é importante salientar uma diferença entre aleatoriedade e estocasticidade. Normalmente, os eventos estocásticos são aleatórios. Todavia, podem eventualmente não o ser. É perfeitamente plausível, embora improvável, que uma série de 10 arremessos de dados gere a seqüência não aleatória de 6,5,4,3,2,1,2,3,4,5 ou 1,1,1,1,1,1,1,1,1,1. Apesar de coerente - ou compressível (podendo ser expressa de um modo mais comprimido que a seqüência inteira) - a seqüência não-aleatória é estocástica, pois surgiu através de um evento aleatório: o lançar de dados.

Quando integramos dS/S para um intervalo finito, tem-se, aproximadamente:

$$\Delta S_t = S_{t-1}(\mu \ \Delta t + \sigma \ \varepsilon\sqrt{\Delta t}) \tag{2.10}$$

sendo que ε é uma variável aleatória normal padrão.

Iniciamos com S_t a simulação de uma trajetória de preços para S, gerando uma seqüência de ε para i = 1,2...n. Os demais preços serão gerados por $S_{t+1} = S_t(\mu \ \Delta t + \sigma\varepsilon_1\sqrt{\Delta t})$ e assim por diante. A figura 9 mostra duas simulações de trajetórias de preços com S_0 igual a 100.

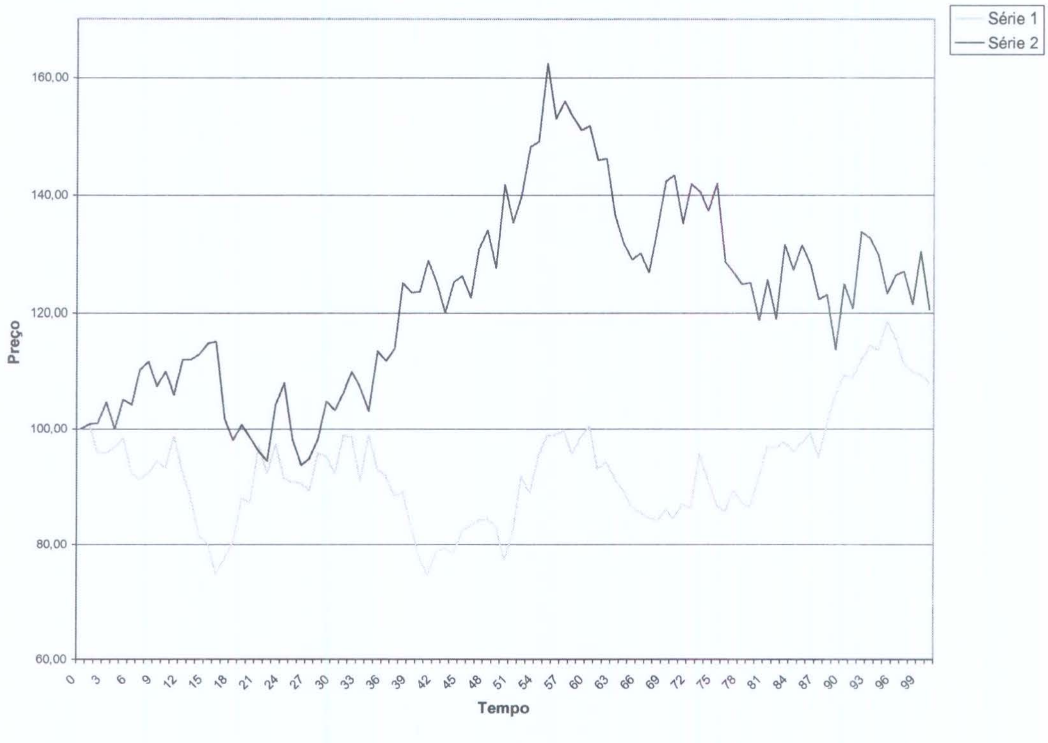

Figura 9: Simulações de Trajetórias de Preços.

2.4.2 – O Método *Bootstrap*

O método do *bootstrap* consiste na no sorteio de dados históricos com reposição e é uma alternativa à geração de números aleatórios a partir de uma distribuição hipotética. É gerada uma série de pseudo-retornos através de uma série de retornos que, por suposição, são variáveis aleatórias iid, tiradas de uma distribuição desconhecida. O método de estima esta distribuição por meio da distribuição empírica de R, atribuindo igual probabilidade a cada realização.

Este método tem o poder para abranger divergências para com a distribuição normal como saltos e caudas grossas. Além disso, ele incorpora as correlações entre as séries, uma vez que uma tiragem consistente em retornos simultâneos de N séries.

Por outro lado, para amostras de tamanho pequeno, a distribuição obtida poderá ser uma aproximação imprecisa da distribuição verdadeira. Portanto, é importante que a base de dados seja grande. Ademais, e errônea a suposição de que os retornos são independentes uma vez que quando é feito o sorteio aleatório a dinâmica dos dados é perdida.

O método do bootstrap, no entanto, é capaz de lidar com a variação temporal dos parâmetros. Por exemplo, o bootstrap pode ser aplicado aos resíduos normalizados de um processo GARCH:

$$\varepsilon_t = \frac{r_t}{\sqrt{h_t}} \tag{2.11}$$

Onde r_t é o retorno real e h_t é a variância condicional estimada de um processo GARCH. Para recriar pseudo-retornos, pode-se, primeiro, sortear termos da distribuição histórica de ε e, depois, reconstruir a variância condicional e os pseudo-retornos. Dado que o propósito do VaR é capturar o comportamento nas caudas e que os dados histórico demonstram caudas mais grossas do que as de uma distribuição normal, o método adapta-se idealmente ao cálculo de VaR (JORION, 2003)

2.4.3 – O Cálculo do VaR

Segue as etapas para o cálculo do Var:

1 – escolhe-se um processo estocástico e seus parâmetros;

2 – gera-se uma seqüência de variáveis pseudo-aleatória ε_1, ε_2,...ε_n a partir da qual os preços são calculados como S_{t+1}, S_{t+1},... S_{t+n}.

3 – calcula-se o valor do ativo ou da carteira $S_{t+n}=F_T$ para essa seqüência particular de preços no horizonte de interesse;

4 – repetem-se as etapas 2 e 3 tantas vezes quanto necessário, por exemplo, K = 10.000.

Esse processo cria uma distribuição para os valores F^1_T,..., F_T^{10000}. Pode-se classificar as observações e calcular o valor esperado $E(F_T)$ e o percentil $Q\ (F_T,c)$ que é o valor excedido em c vezes 10000 replicações. O VaR é:

$$VaR(c,T) = E(F_T) - Q(F_T, c) \tag{2.12}$$

2.4.4 – A gestão de Risco e os métodos de Precificação

Para a avaliação de opções sem solução analítica os métodos de simulações são especialmente úteis. Em um primeiro momento, sob a abordagem da avaliação neutra ao risco, escolhe-se um processo estocástico com tendência equivalente à taxa de juro livre de risco, como primeiro passo da simulação de Monte Carlo. No segundo passo simulam-se preços para o horizonte S_T. Em seguida calcula-se o payoff do derivativo no vencimento, T, $F(S_T)$. Por fim repete-se o processo o número de vezes julgado necessário.

O valor presente do derivativo é obtido a partir da média de todos os experimentos descontada à taxa de juro livre de risco:

$$f_t = E^*[e^{-rt} F(S_T)] \tag{2.13}$$

sendo E indica a média e o asterisco é um lembrete de que as trajetórias de preço são obtidas sob neutralidade em relação ao risco.

O método de Monte Carlo permite que os usuários mensurem o risco de vega que nada mais é do que a exposição à mudança na volatilidade. Para tanto é necessário somente que seja feita a repetição das simulações com a mesma seqüência de valores ε, no entanto com um valor diferente de σ. A mudança no valor do ativo resultante da mudança na volatilidade mede o risco de vega, segundo Jorion (2003).

2.5 – A Velocidade e a Precisão

O tempo de processamento que é demandado, para que se alcance uma precisão razoável, no cálculo da simulação de Monte Carlo consiste na sua principal desvantagem. Para se alcançar estimativas mais precisas são necessárias um número maior de replicações que por sua vez demandam mais tempo.

Definindo-se K como o número de replicações, à medida que aumentamos K o histograma que representa a distribuição do preço final torna-se mais suave convergindo, eventualmente, para uma distribuição contínua, no caso do processo subjacente ser normal a distribuição empírica deverá convergir para uma distribuição normal sendo que o VaR deverá ser o mesmo do calculado para o modelo delta-normal Jorion 2003.

Qualquer erro deve ser atribuído à variação amostral que pode ser medida pelo erro-padrão assintótico que mostra que o erro-padrão é inversamente relacionado com à raiz quadrada de *K*. Fica bem claro que para aumentar a precisão do calculo é necessário, invariavelmente, aumentar o número de replicações o que nos leva a um trade-off entre precisão e tempo de processamento.

2.6 – Simulações Multivariadas

As carteiras possuem mais de uma fonte de risco financeiro e em geral estas fontes são correlacionadas. Para incorporar esta correlação, se inicia com um conjunto de variáveis independentes η, que serão transformadas em ε. Num contexto de duas variáveis:

$$\varepsilon_1 = \eta_1$$

$$\varepsilon_2 = \rho\eta_1 + (1-\rho^2)^{1/2}\eta_2 \qquad (2.13)$$

onde ρ é o coeficiente de correlação entre as variáveis ε. Em primeira instância, verifica-se que a variância de ε_2 é unitária:

$$V(\varepsilon_2) = \rho^2 V(\eta_1)[(1-\rho^2)^{1/2}]^2 V(\eta_2) = \rho^2 + (1-\rho^2) = 1$$

Calcula-se, então, a covariância de ε como:

$$COV(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = COV[\eta_1, \rho\eta_1 + (1-\rho^2)^{1/2}\eta_2] = \rho COV(\eta_1, \eta_2) = \rho$$

O que confirma que os valores de ε possuem correlação ρ.

2.6.1 – Fatoração de Cholesky

Supondo um vetor de N valores de ε para o qual de deseja uma estrutura de correlação $V(\varepsilon) = E(\varepsilon\ \varepsilon') = R$. A matriz R pode ser decomposta em seus fatores de Cholesky pois esta é simétrica e real.

$$R = TT'$$

Onde T é uma matriz triangular inferior, com zeros acima da diagonal principal.

V(η)=I, onde I é uma matriz de identidade com zeros em toda parte, exceto na diagonal. Depois se constrói a variável ε = Tη onde sua matriz de covariância é V(ε) = E(ε ε') = E(Tηη'T') = TE(ηη')T' = TIT' = TT' = R concluindo-se que os valores de ε possuem as correlações desejadas, segundo Jorion (2003).

Para duas variáveis a matriz pode ser decomposta em:

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}^2 & a_{11}a_{12} \\ a_{11}a_{12} & a_{12}^2 + a_{22}^2 \end{bmatrix}$$

Encontrando os fatores através de substituições sucessivas:

$$a_{12}^2 = 1$$

$$a_{11}a_{12} = \rho$$

$$a_{12}^2 + a_{22}^2 = 1$$

O que produz:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \rho & (1-\rho^2)^{1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}$$

Chegando-se a equação (2.14). Segundo Jorion (2003) isso explica como um conjunto de variáveis aleatórias correlacionadas pode ser criado a partir de elementos básicos simples, compostos de variáveis independentes e identicamente distribuídas (idd).

2.6.2 – A quantidade de Fatores Independentes

A matriz R deve ser positiva definida para que a decomposição funcione pois em caso contrário não existe possibilidade de transformar N fatores de risco independentes em N variáveis correlacionadas ε.

Para checar se a matriz é positiva definida devemos decompor a matriz em valores singulares[18], verificando-se, deste modo, se a matriz é bem comportada. Se qualquer um dos autovalores for inferior ou igual a zero, não será possível efetuar a decomposição de Cholesky.

O determinante da matriz será zero quando esta não for positiva definida. No exemplo ilustrado no item anterior se ρ = 1 o determinante da matriz será zero e o segundo fator η_2 nunca será utilizado o que significa que a segunda variável aleatória é totalmente supérflua, ou seja, só há um fator de risco significante.

[18] Para maiores detalhes sobre decomposição em valores singulares: Jorion (2003) cáp. 7.

2.7– A simulação deterministica

Os métodos de simulação de Monte Carlo geram pontos independentes pseudo-aleatórios que tentam preencher um espaço N-dimensional, onde N é o número de variáveis que influenciam os preços dos ativos. Entretanto, é possível utilizar um método determinista que busca preencher de maneira mais homogênea o espaço N-dimensional, apesar do processo não depender de nenhuma aleatoriedade.

Este método tem a grande vantagem de aumentar a velocidade de decréscimo do erro padrão que passa a ser 1/K contra $1/\sqrt{K}$ das simulações tradicionais. Desta maneira podemos observar que estes métodos aceleram sobremaneira os cálculos, no entanto é importante observar que, uma vez que as tiragens não são independentes, a precisão não pode ser avaliada com facilidade.

2.8 – A simulação de Cenário

O método de simulação de cenário[19] utiliza informações sobre a estrutura do problema para formular uma simulação eficiente com um número limitado de cenários.

Primeiramente é preciso utilizar a técnica da análise de componentes principais[20] para reduzir a dimensão do problema, ou seja, mapeamos os ativos nos seus fatores de riscos gerais.

Logo em seguida são construídos cenários para cada um desses fatores, aproximando a uma distribuição normal por uma distribuição binomial com um número menor de estados da natureza. Se m + 1 estados são selecionados, a probabilidade de ocorrência do estado i é:

$$P(i) = 2^{-m}\left(\frac{m!}{i!(m-i)!}\right) \qquad i = 0,\ldots,m \qquad (2.14)$$

Portanto é gerado um número menor de cenários construindo-se em seguida uma função distribuição de probabilidade. Segundo Jorion (2003), este método gera resultados muito próximos aos obtidos com as simulações de Monte Carlo, mas com a vantagem de necessitar de um número reduzido de replicações.

---

[19] Jamshidian / Zhu (1997).

[20] Jorion (2003) Capitulo 7.

Capítulo 3 – Análise de Risco de Mercado de uma carteira não-linear

Neste capítulo será descrito e analisado o cálculo de VaR de uma carteira formada basicamente por ações e opções. Toda metodologia trabalhada nos capítulos anteriores será trazida à tona no momento oportuno. Em primeiro lugar, será abordado o modelo delta normal, desenvolvido no capítulo 1, que assume os retornos de todos os ativos como normalmente distribuídos. Em seguida, serão utilizadas as metodologias de *Full Valuation* contidas no capítulo 2 deste mesmo trabalho, a se saber, os testes de Stress e logo em seguida o método de simulação de Monte Carlo.

3.1 – Fatos estilizados das séries de ativos financeiros

Previamente serão observados alguns fatos estilizados das séries de ativos financeiros que darão suporte a análise dos resultados obtidos com o calculo do risco de mercado através do VaR, do Stress Test e da Simulação de Monte Carlo.

Segundo ALARCON (2004), a boa adequação de um modelo estatístico a um conjunto de dados observáveis é algo plenamente desejável quando o objetivo é explicar o comportamento de uma dada variável no tempo. Em geral, a especificação da técnica mais apropriada a ser utilizada é guiada por um conjunto de fatos observados empiricamente.

- Heteroscedasticidade: a volatilidade não é constante ao longo do tempo, ou seja, existem períodos específicos em que a volatilidade oscila entre patamares mais altos e/ou mais baixos.
- Caudas Pesadas (*Fat Tails*): a distribuição de probabilidades dos retornos de ativos financeiros geralmente exibe caudas mais pesadas do que as verificadas em uma distribuição normal.
- Agrupamentos de volatilidade: segundo ALARCON (2004), a comprovação empírica de estudos de séries financeiras revela que é comum o fato de que grandes (baixos) valores em um determinado instante de tempo são seguidos por valores também elevados (baixos) em períodos subseqüentes, não necessariamente na mesma direção. Em qualquer um dos casos, alterações no patamar de volatilidade de um período para outro são tipicamente imprevisíveis.

- Efeitos de alavancagem: para determinadas classes de ativos (especialmente ações) a volatilidade tende a aumentar em resposta a retornos mais baixos do que o esperado e a cair em resposta a retornos mais elevados do que o esperado.

- Memória longa e persistência: a volatilidade em séries de ativos financeiros é altamente persistente pelo fato de que a dependência da observação mais recente em relação a observações passadas da amostra diminui vagarosamente conforme aumenta a distancia entre elas.

- Retornos não independentes ao longo do tempo: a presença de *clusters* de volatilidade e a verificação de memória longa e persistência inviabilizam a premissa de independência dos retornos em séries de ativos financeiros.

- Co-movimentos de volatilidade: algumas séries financeiras apresentam movimentos comuns de volatilidade.

3.2 – Resultados

A carteira será formada pelos seguintes ativos: As ações, Petrobras PN (PETR4), Vale do Rio Doce PN (VALE5), Telemar PN (TNLP4) e Usiminas PN (USIM5), que juntas tem participação de aproximadamente 35% dentro do índice IBOVESPA[21]. Algumas opções também farão parte da carteira sendo elas, PETRF34, TNLPF26, USIMF72 e VALEF10, com preços de exercício de 34, 26, 72, 49,48 respectivamente, lembrando que todas as opções são opções de compra e com a mesma data de vencimento 19/06/2006.

3.2.1 – Modelo de preços de ações e opções

Segundo Scatena 2004, o modelo comumente utilizado para modelar ações é o processo de Wiener generalizado que pressupõe que as inovações no preço de um ativo não sejam autocorrelacionadas. As pequenas oscilações no ativo podem ser descritas por:

[21] O Índice Bovespa é o mais importante indicador do desempenho médio das cotações do mercado de ações brasileiro. Sua relevância advém do fato do Ibovespa retratar o comportamento dos principais papéis negociados na BOVESPA e também de sua tradição, pois o índice manteve a integridade de sua série histórica e não sofreu modificações metodológicas desde sua implementação em 1968.

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz$$

sendo:

μ = drift;

σ = volatilidade;

dz = movimento browniano padrão.

Procedendo-se de maneira análoga ao método Riskmetrics™, que fixa o drift μ igual a zero[22], e integrando-se dS/S, obtém-se:

$$\frac{dS}{S} = \sigma dz \Leftrightarrow \int \frac{dS}{S} = \int \sigma dz$$

$$\ln(S/S_0) = \sigma \Delta z \Leftrightarrow S = S_0 \exp(\sigma \Delta z) \Leftrightarrow S = S_0 \exp(\sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t})$$

Onde ε é normalmente distribuído, com média zero e desvio padrão 1.

Esta equação é muito conveniente, pois chegaremos aos preços das ações caso se consiga simular valores para ε.

Por outro lado os modelos para opções são substancialmente diferentes já que estes apresentam nas não linearidades sua principal característica.

Em 1973, Fisher Black, Myron Scholes e posteriormente Robert Merton derivaram solução analítica para o preço de opções européias sobre ações:

- para opções de compra: $c = S.\exp(-y.T).N(d_1) - K.\exp(-r.T).N(d_2)$

- para opções de venda: $p = K.\exp(-r.T).N(-d_2) - S.\exp(-y.T).N(-d_1)$

sendo:

$$d_1 = \ln(S/K) + (r - y + \sigma^2/2).T$$

$$d_2 = d_1 - \sigma.\sqrt{T}$$

nas quais:

S = preço do ativo;

y = taxa de dividendos composta continuamente[23];

[22] Ver JP. Morgan, 1996.

r = taxa de juro livre de risco, também composta continuamente;

σ = volatilidade;

K = preço de exercício;

T = prazo até o vencimento medido em anos.

3.2.2 – Fatores de risco de uma opção

O modelo de risco de Black-Scholes relaciona o valor de uma opção a vários fatores de risco:

$$c = f(S, \sigma, r, y, t)$$

De maneira geral, a variação do valor de uma opção pode ser escrita por meio de uma expansão em série de Taylor:

$$dc = \frac{\partial f}{\partial S} dS + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2} dS^2 + \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial f}{\partial r} dr + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial t} dt$$

Com essa formulação, chega-se a à equação também conhecida como a decomposição das letras gregas:

$$dc = \Delta dS + \frac{1}{2}\Gamma dS^2 + \upsilon d\sigma + \rho dr + \rho dy + \theta dt$$

Três pontos devem ser levados em consideração. O primeiro é referente ao fator Δ, demonstrando que a aproximação linear conforme o método delta normal é plausível. O segundo é o υ, indicando outro fator de risco muito importante: "o efeito vega". O terceiro é a presença do fator Γ, que demonstra o caráter não-linear intrínseco das opções.

3.2.3 – Medindo o VaR via Método Delta Normal

Primeiramente, serão escolhidos, o nível de confiança e o horizonte de tempo para os quais o VaR será calculado. Como já discutido no capítulo 1, serão utilizados como fatores quantitativos um horizonte de tempo de 1 dia, que reflete bem a dinâmica do mercado e suas constantes operações, e 95% de nível de confiança, o que dá ao

---

[23] As ações estudadas não pagaram dividendos no período considerado para os cálculos, isso permite considerar que a taxa de dividendos y seja igualada a zero.

gestor da carteira certo margem de manobra para que este possa operar de uma forma mais arrojada dado que a carteira para a qual será calculado o VaR é uma carteira composta exclusivamente de ativos de renda variável.

O processo de marcação a mercado será dividido em duas etapas, a primeira a marcação a mercado da parte que contem as ações da carteira e na segunda etapa será mostrado o método de marcação a mercado para as opções.

Para as ações será levado em consideração o preço de fechamento das mesmas, preço este divulgado diariamente pela BOVESPA por intermédio de seu site na internet. Na tabela 2 segue o preço de fechamentos das ações no dia 02/01/2006 (data inicial dos cálculos), seus lotes, quantidades e valor financeiro (MtM) da carteira.

Tabela 2 – Carteira de Mercado (Ações).

Ações:	Preço	Lote Padrão	Quantidade	Posição
PETR4	38,09	1	80.000,00	3.047.200,00
VALE5	84,05	1	40.000,00	3.362.000,00
USIM5	52,99	1	30.000,00	1.589.700,00
TNLP4	40,37	1	40.000,00	1.614.800,00
TOTAL				**9.613.700,00**

Por intermédio das séries históricas das ações são calculadas as volatilidades[24] e correlações entre as ações diariamente. Os resultados estão contidos na tabela 3. Na primeira linha temos as volatilidades estimadas para o dia 02/01/2006 e logo abaixo as correlações entre cada par de ativos, o que forma a matriz de correlações.

Tabela 3 – Matriz de Correlações.

Vértice	PETR4	VALE5	USIM5	TNLP4
Volatilidade	1,5851%	1,4115%	2,3692%	1,2906%
PETR4	1	0,80928772	0,46586875	0,62524755
VALE5	0,8092877	1	0,54903528	0,58510912
USIM5	0,4658688	0,54903528	1	0,7192015
TNLP4	0,6252476	0,58510912	0,7192015	1

As expressões a seguir representam as estimativas da covariância e do coeficiente de correlação para os fatores de risco A e B. Para a metodologia de cálculo pelo alisamento exponencial com premissa de que a média de retornos igual a zero, as

[24] Estas estimativas empregaram o método EWMA com λ fixado em 0,95 e janela de 200 dias

fórmulas de cálculo da covariância e correlação escrevem-se na forma recursiva a seguir:

$$\hat{\sigma}_{ABt} = \lambda\hat{\sigma}_{ABt-1} + (1-\lambda)(r_{A,t}.r_{B,t})$$

$$\hat{\rho}_{AB,t} = \frac{\hat{\sigma}_{AB,t}}{\hat{\sigma}_{A,t} \times \hat{\sigma}_{B,t}}$$

sendo que:

$\hat{\sigma}_{AB,t}$: é a covariância estimada para a data $_{t-1}$,

λ : é o fator de decaimento, que segundo Jorion(1997) e RiskMetrics™ (1996), é um valor arbitrado, que tem como objetivo ponderar o peso dado a ultima observação(inovação) e última previsão.

$(r_{A,t}.r_{B,t})$: é a multiplicação do retorno fator de risco A em t, pelo fator de risco ativo B em t;

$\hat{\sigma}_{A,t}$: é o desvio-padrão estimado de um fator de risco A para a data t,

$\hat{\sigma}_{B,t}$: é o desvio-padrão estimado de um fator de risco B para a data t,

$\hat{\rho}_{AB,t}$: é a correlação dos fatores de risco A e B, estimada para a data $_{t-1}$,

Na figura 10 estão as volatilidades estimadas para o período que será calculado o VaR da carteira (02/01/2006 à 19/06/2006).

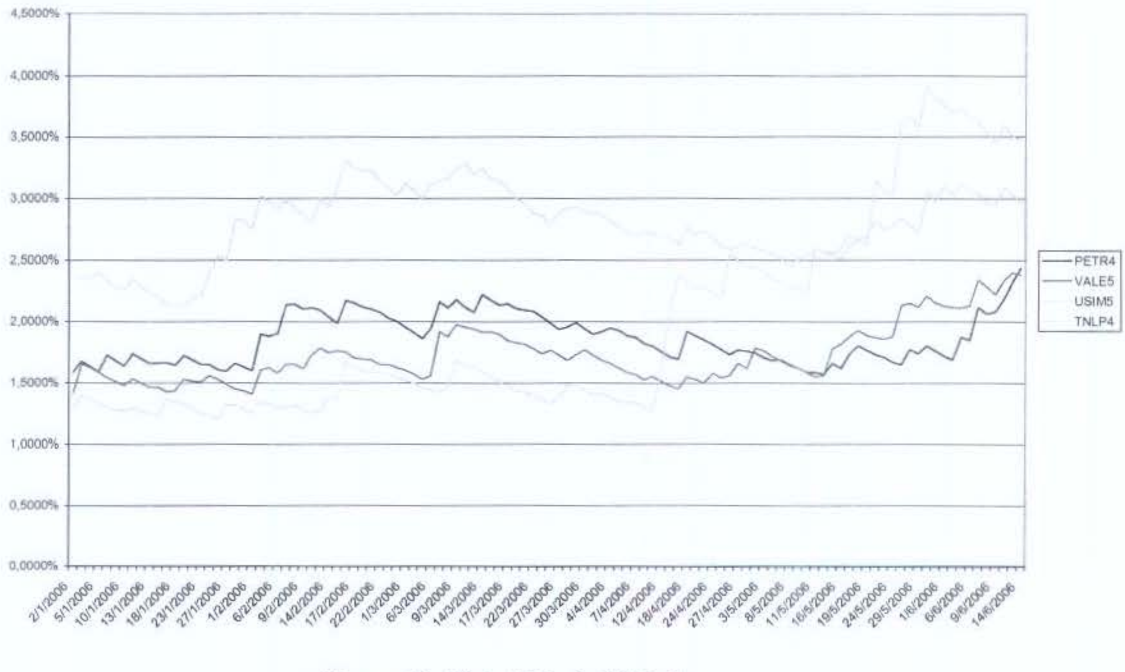

Figura 10: Volatilidade EWMA.

O próximo passo é encontrar o fator de risco Δ para mapear a posição delta equivalente das opções no ativo-objeto. Por meio da formulação de Black-Scholes, obtém-se:

Tabela 4– Posições Δ equivalentes.

Opção	Quantidade	Stock Price	Strike	Vol. (%a.a)	Vencimento	DU	Juros (% a.a)	Prêmio	MtM	Δ	Posição Δ Equivalente
PETRF34	80.000	38,09	34,00	25,162%	19/06/2006	114	15,603%	6,82	545.523,88	0,880	2.680.257,349
TNLPF26	25.000	40,37	26,00	20,487%	19/06/2006	114	15,603%	16,14	403.551,16	1,000	1.009.168,987
USIMF72	100.000	52,99	72,00	37,609%	19/06/2006	114	15,603%	1,42	141.860,1	0,210	1.112.824,348
VALEF10	80.000	84,05	98,96	22,407%	19/06/2006	114	15,603%	2,18	174.379,27	0,295	1.981.191,678
TOTAL									**1.265.314,48**		**6.783.442,36**

Sendo que:

Quantidade: é a quantidade de opções que compõem a carteira.

Stock Price: é o preço do ativo objeto.

Vol (%a.a.): é a volatilidade anual do ativo objeto calculada por EWMA.

DU: é o número de dia úteis da data base do cálculo até o vencimento da opção.

Juros: é a taxa de juros livre de risco.

Prêmio: é o prêmio das opções.

MtM: é o valor financeiro das opções marcado a mercado.

Portanto temos como MtM total da carteira para a data base 02/01/2006:

MtM da Carteira	10.879.014,48

A posição da carteira mapeada em vértices:

Tabela 4 – Carteira Mapeada em Vértices.

Vértices:	Posição
PETR4	5.727.457,35
TNLP4	2.623.968,99
USIM5	2.702.524,35
VALE5	5.343.191,68
TOTAL	**16.397.142,36**

Retomando-se a fórmula do VaR para uma carteira:

$$VaR = \sqrt{w_1} * pw_1^t$$

onde:

w_1: é o vetor de VaR para cada um dos ativos individualmente;

Tabela 5: W_1

Vértice	PETR4	VALE5	USIM5	TNLP4
VaR	149.324,89	124.054,74	105.315,27	55.701,09

p : é a matriz com a correlação entre os ativos (ver tabela 2);

w_1^t : é a matriz transposta de w_1.

O VaR total diversificado[25] para esta carteira então será, R$ 371.198,95 ou seja, 3,41% do patrimônio marcado a mercado para a data base 02/01/2006. Este valor representa a perda máxima esperada, para um horizonte de um dia e um nível de confiança de 95%, do valor de mercado da carteira.

A figura 11 mostra a evolução do Patrimônio Líquido da carteira durante o primeiro semestre de 2006 e a evolução do VaR em relação PL do fundo. No mês de Janeiro notamos uma evolução do PL da carteira e um gradual aumento do VaR que pode ser associado ao natural aumento da volatilidade devido a valorização das ações.

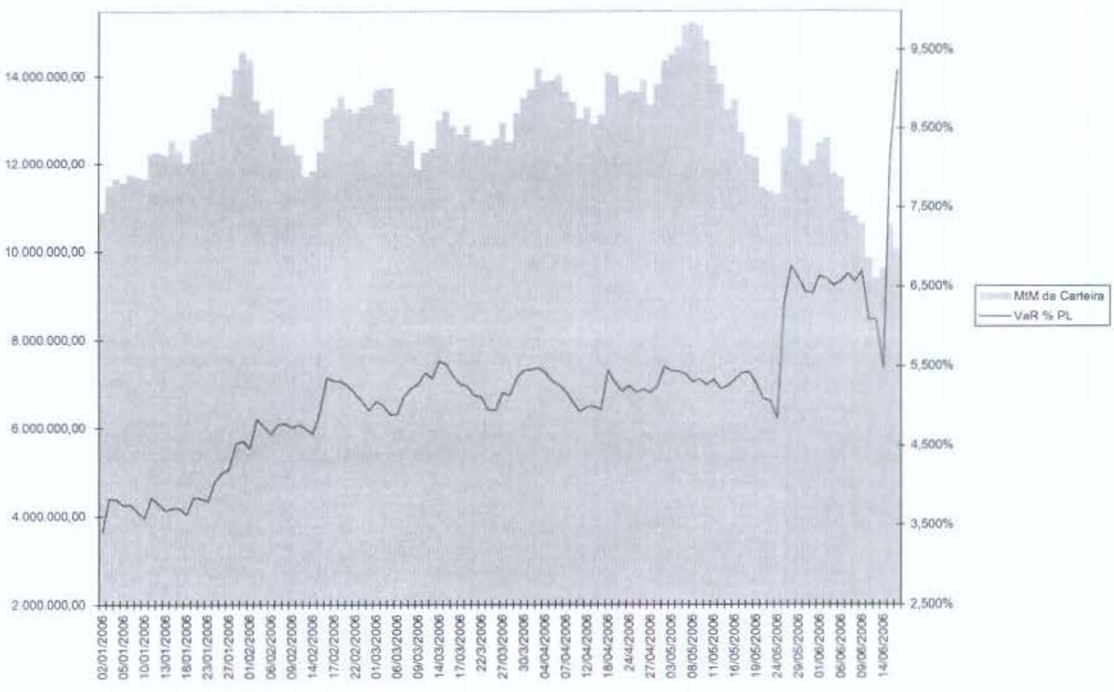

Figura 11: Evolução da Carteira e do VaR em % do PL.

[25] O VaR da carteira que leva em consideração o efeito diversificação dos ativos em contrapartida ao VaR não diversificado que considera somente a soma simples do VaR de cada um dos ativos.

No final de Janeiro o índice IBOVESPA chegou aos 38.382,00 pontos representando uma valorização de 14,73% em apenas um mês.

O PL da carteira, assim como o VaR diversificado, então oscilam dentro deste patamar até o dia 08/05/2006, e o que podemos observar a partir daí é um grande aumento da volatilidade e a desvalorização do preço das ações devido ao receio por parte dos investidores em relação a economia estadunidense em relação a alta da probabilidade de aumento da taxa de juros daquele país em decorrência do aumento da taxa de inflação. Este cenário foi o responsável pelo aumento da volatilidade dos mercados internacionais o que acabou resultando em um grande impacto no mercado de renda variável no Brasil. No dia 13/06/2006 o índice IBOVESPA caia aos 32.847,00 pontos, ou seja, o mesmo patamar no início de Janeiro.

3.3 – Teste de Stress

Para o cálculo do Stress desta carteira foram utilizados os mesmos choques que a BM&F[26] utiliza para o calculo de risco de mercado[27]. Para a carteira estudada, formada apenas por ações e opções de ações, o choque será considerado apenas para estes cenários sendo que para o cenário pessimista o choque será de 10% negativo no preço de cada ação e 10% positivo para o cenário otimista.

Para efeitos de controle de risco de mercado apenas o cenário que acarreta pior perda será considerado. Para a carteira estudada este cenário será o pessimista, no entanto existem diversas carteiras mais complexas e com estratégias totalmente diferentes onde o cenário que acarretara pior perda não será necessariamente o cenário pessimista.

Bolsa de Mercadorias e Futuros de São Paulo.
[27] A BM&F divulga diariamente através de seu site, seus cenários de Stress um pessimista e um otimista.

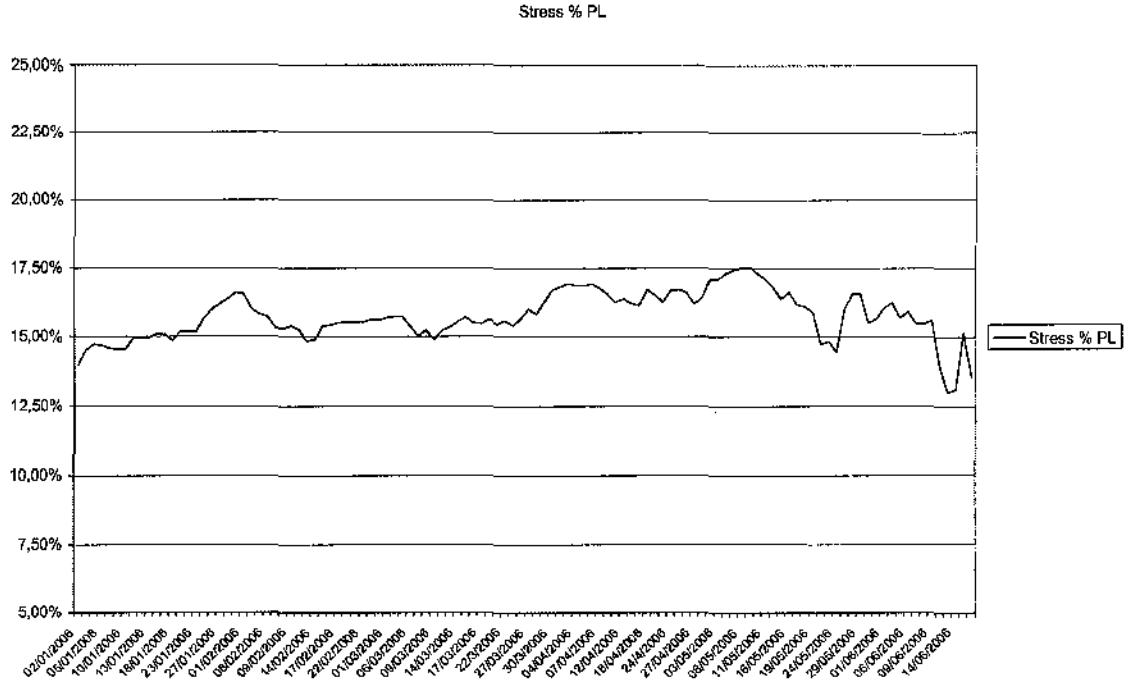

Figura 12: Evolução da Stress em % do PL

A figura 12 representa a evolução da pior perda no cenário de stress pessimista em percentual ao PL do fundo. O fato relevante a ser considerado é que o teste de stress aqui representado é uma ferramenta auxiliar, ao uso do VaR, que auxilia o analista de risco a observar dentro de um cenário extremo qual seria o comportamento de sua carteira.

Outra particularidade pode ser notada no final deste período, dada a desvalorização do preço das ações somada ao choque dado pelo teste de stress, as opções que compõem a carteira acabam "virando pó", ou seja, o preço do ativo objeto se torna menor do que o preço de exercício da opção de compra, como a carteira esta "comprada" nestas opções de compra o gestor não exercerá sua opção. Além disso o valor marcado a mercado das opções também será zero, dado que estas opções passam a não ter nenhum valor no mercado.

3.4 – Medindo o VaR via simulação de Monte Carlo

Como visto no capítulo 2, o método de Monte Carlo tenta aproximar, por meio de simulações de computador, o comportamento das mais diversas variáveis que afetam um ativo financeiro. Essas simulações são realizadas através de repetidos sorteios de números aleatórios, os quais formam inúmeras trajetórias viabilizando a modelagem de uma carteira.

Em primeiro lugar procura-se encontrar a distribuição real dos retornos dos ativos através de simulações numéricas. Posteriormente, mensura-se o VaR diretamente da distribuição obtida por meio da medição do quantil desejado. Segundo Scatena 2004, a grande vantagem desse método é que essa especificação independe de qualquer parâmetro, sendo válida para qualquer distribuição.

No método de Monte Carlo, o cálculo do valor da carteira é refeito totalmente a cada nova simulação, o que requer modelagem precisa do portfolio em todos seus ativos.

Outra característica interessante desse método é que as trajetórias formadas que conseguem sensibilizar os ativos não podem ser independentes, ou seja, se determinada carteira é composta de vários tipos de investimento correlacionados, os caminhos aleatórios devem também possuir estrutura de correlação semelhante.

Por último, outra característica do modelo de Monte Carlo, já citado no capítulo 2, é que o método necessita de que sejam gerados milhares de simulações, o que exige sistemas com grande capacidade computacional.

Na seção 3.1 deste capítulo foram apresentados os modelos de precificação de ações e opções e, no caso das simulações de Monte Carlo, a preocupação recai sobre a geração de números aleatórios para se simular a trajetória do preço das ações.

3.4.1 – Geração de números aleatórios

Como visto no capítulo 2, os números aleatórios são de difícil obtenção e confiabilidade, o que acaba por restringir seu uso prático. Os quase aleatórios mostram ótimos resultados em problemas de apreçamento, além de possuir boa velocidade de convergência de soluções, no entanto, apresentam dificuldades de implementação quando se aumenta a dimensão do problema. Os problemas de aferição do VaR comumente possuem grandes dimensões, sendo esta a razão pela qual os números pseudo-aleatórios são preferidos para a análise de risco Scatena (2004).

A construção de seqüências aleatórias é feita primeiramente por um algoritmo que forma distribuição uniforme no intervalo [0,1]. O passo seguinte consiste em transformar esta na distribuição almejada, neste caso em distribuição normal com média zero e desvio padrão 1.

A função de distribuição de probabilidade acumulada da distribuição normal N(y) está sempre entre 0 e 1. Logo, para gerar variável aleatória normalmente distribuída, deve-se calcular y tal que $x=N(y)$ (x de distribuição uniforme) ou $y=N^{-1}(x)$.

Moro, em 1995, mostrou como usar aproximações para a inversa da função normal de maneira a acelerar a velocidade de cálculo.

3.4.2 – Transformação de Cholesky

As simulações de Monte Carlo devem seguir uma estrutura coerente de trajetórias uma vez que as variáveis financeiras reais são correlacionadas.

Suponha-se um vetor de N variáveis aleatórias η, o qual apresenta a estrutura de variância-covariância: $E[\eta\eta'] = \lambda$. Como a matriz λ é simétrica e real, pode ser decomposta na fatoração de Cholesky, estudada no capítulo 2, relembrando:

$$\lambda = AA'$$

Onde: A é uma matriz triangular inferior (a matriz de Cholesky).

Dado o vetor ε de dimensão N, composto de variáveis normais independentes, com média 0 e variância 1, ou em outras palavras, $E[\varepsilon\varepsilon'] = I$, onde I é matriz identidade, pode-se fazer a seguinte transformação linear:

$$\eta = A\varepsilon$$

Calculando-se sua matriz de variância-covariância:

$$\begin{aligned}&Variância(\eta) = E[\eta\eta'] = E[A\varepsilon\varepsilon' A'] = \\ &AE[\varepsilon\varepsilon']A' = AIA' = AA' = \lambda\end{aligned}$$

Deste modo a transformação de Cholesky consegue viabilizar, por uma rotina de cálculo, a geração de caminhos aleatórios coerentes com as correlações presentes na carteira.

De posse da estrutura de correlação e do conjunto de trajetórias aleatórias geradas foi formado, por meio da transformação de Cholesky, o conjunto de trajetórias futuras correlacionadas que, por intermédio de avaliação plena, reconstruiu a função densidade de probabilidade real da carteira. Enfim, por meio desta distribuição o VaR dessa carteira foi extraído.

Para avaliar a carteira estudada através do método de simulação de Monte Carlo, parte-se das mesmas estimações de volatilidade e correlação já calculadas no exercício de calculo de Var para o modelo delta normal.

Relembrando que o modelo para o comportamento de uma ação é dado por: $S = S_0 \exp(\sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t})$. Relembrando os preços e volatilidades das ações que compõem a carteira no dia 02/01/2006:

Ações:	Preço	Volatilidade
PETR4	38,09	1,585%
TNLP4	40,37	1,291%
USIM5	52,99	2,369%
VALE5	84,05	1,412%

Assim podemos escrever:

$$S_{PETR4} = 38{,}09\exp(1{,}585\%\eta_1\sqrt{1})$$

$$S_{TNLP4} = 40{,}37\exp(1{,}291\%\eta_2\sqrt{1})$$

$$S_{USIM5} = 52{,}99\exp(2{,}369\%\eta_3\sqrt{1})$$

$$S_{VALE5} = 84{,}05\exp(1{,}412\%\eta_4\sqrt{1})$$

Onde: η_1, η_2, η_3 e η_4 são variáveis aleatórias independentes com distribuição normal e com a seguinte estrutura de correlações:

Vértice	PETR4	VALE5	USIM5	TNLP4
PETR4	1	0,8092877	0,4658688	0,6252476
VALE5	0,80928772	1	0,5490353	0,5851091
USIM5	0,46586875	0,5490353	1	0,7192015
TNLP4	0,62524755	0,5851091	0,7192015	1

Com o objetivo de reconstruir a distribuição dessa carteira, deve-se proceder a fatoração de Cholesky[28]:

[28] A=PETR4;B=VALE5;C=USIM5;D=TNLP4.

$$\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\rho_{A,A}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\rho_{A,B}}{A_{1,1}} & \sqrt{1-(\rho_{A,B})^2} & 0 & 0 \\ \frac{\rho_{A,C}}{A_{1,1}} & \frac{1}{A_{2,2}}(\rho_{B,C}-\rho_{A,B}\rho_{A,C}) & \sqrt{\left(\rho_{C,C}-\left((A_{3,1})^2+\left(\frac{1}{A_{2,2}}(\rho_{B,C}-\rho_{A,B}\rho_{A,C})\right)^2\right)\right)} & 0 \\ \frac{\rho_{A,D}}{A_{1,1}} & \frac{1}{A_{2,2}}(\rho_{B,D}-A_{2,1}A_{4,1}) & \left(\frac{1}{A_{3,3}}\right)(\rho_{C,D}-(A_{3,1}A_{4,1}+A_{3,2}A_{4,2})) & \sqrt{\left(\left(\rho_{D,D}-\left(A_{4,1}{}^2+A_{4,2}{}^2+A_{4,2}{}^2\right)\right)\right)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}000 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}809 & 0{,}587 & 0 & 0 \\ 0{,}465 & 0{,}293 & 0{,}835 & 0 \\ 0{,}625 & 0{,}134 & 0{,}465 & 0{,}612 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \end{bmatrix}$$

Desta maneira, consegue-se formar as equações que descreverão as trajetórias das ações:

$$S_{PETR4} = 38{,}09\exp(1{,}585\%\varepsilon_1\sqrt{1})$$

$$S_{VALE5} = 84{,}05\exp(1{,}412\%(0{,}809\varepsilon_1 + 0{,}587\varepsilon_2)\sqrt{1})$$

$$S_{USIM5} = 52{,}99\exp(2{,}369\%(0{,}465\varepsilon_1 + 0{,}293\varepsilon_2 + 0{,}835\varepsilon_3)\sqrt{1})$$

$$S_{TNLP4} = 40{,}37\exp(1{,}291\%(0{,}625\varepsilon_1 + 0{,}134\varepsilon_2 + 0{,}465\varepsilon_3 + 0{,}612\varepsilon_4)\sqrt{1})$$

De maneira similar deve-se modelar o comportamento das opções que compõem a carteira. Para tal será aplicada a formulação de Black-Scholes, lembrando que para cada valor simulado das ações, existe um correspondente valor de prêmio das opções:

$$c_{PETR4} = S_{PETR4}N(d_1) - 34.\exp(-r.T).N(d_2)$$

$$c_{TNLP4} = S_{TNLP4}N(d_1) - 26.\exp(-r.T).N(d_2)$$

$$c_{USIM5} = S_{USIM5}N(d_1) - 72.\exp(-r.T).N(d_2)$$

$$c_{VALE5} = S_{VALE5}N(d_1) - 98{,}96.\exp(-r.T).N(d_2)$$

Onde d_1 e d_2 seguem:

$$d_1 = \ln(S/K) + (r - y + \sigma^2/2).T$$

$$d_2 = d_1 - \sigma.\sqrt{T}$$

A seguir observamos o gráfico com a simulação dos preços das ações estudadas para K = 10.000. Já na figura 13 é mostrada o histograma com os valores simulados da carteira (MtM) estudada.

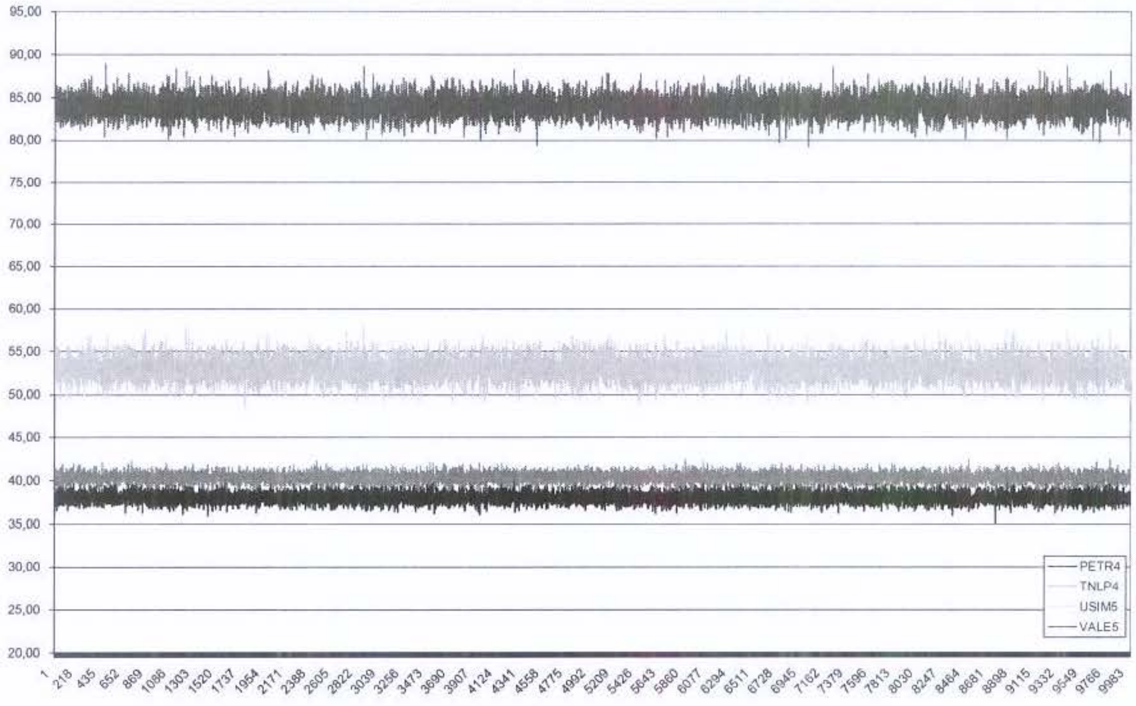

Figura 13: Simulação dos Preços das Ações.

Esse processo criou uma distribuição $F^1_T,\ldots, F_T^{10000}$, para os valores da carteira. Pode-se classificar as observações e calcular o valor esperado $E(F_T)$ e o percentil $Q(F_T,c)$ que é o valor excedido em c vezes 10000 replicações. O VaR será então:

$$VaR(c,T) = E(F_T) - Q(F_T,c)$$

Para a carteira estudada: $E(F_T)$ = 16.240.194,70

$Q(F_T,c)$ = 15.316.254,30

$VaR(c,T)$ = 923.940,40 para um intervalo de confiança de 95%.

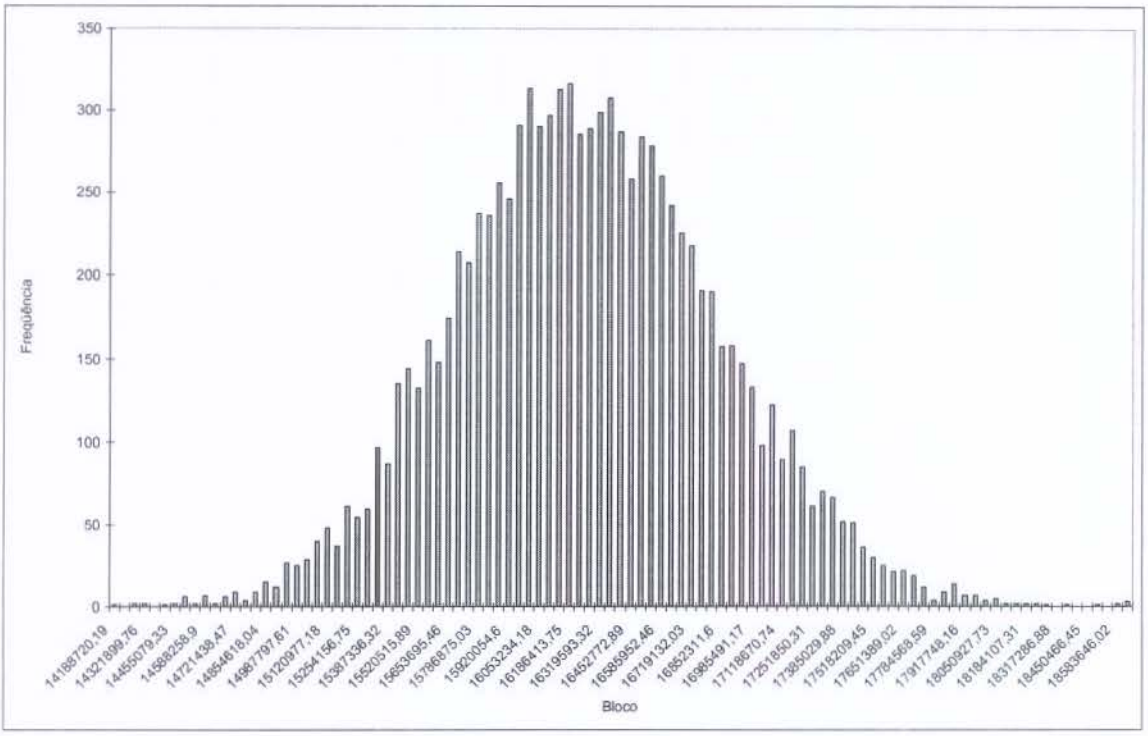

Figura 14: Histograma.

Fazendo uma comparação do modelo paramétrico contra a simulação de Monte Carlo, concluímos que o modelo paramétrico subestimou o risco para a carteira de opções.

Capítulo 4 - Conclusão

O objetivo deste trabalho foi analisar as duas metodologias mais comumente usadas para aferição de risco de mercado quais sejam o modelo paramétrico e a simulação de Monte Carlo.

No capítulo 1 foi abordada toda metodologia para a estimação do modelo paramétrico, começando com a marcação a mercado das posições de uma carteira e sua importância, passando pela estimação da volatilidade dos ativos pelos métodos de desvio padrão, GARCH e EWMA. Além disso, a escolha do nível de confiança e do horizonte temporal também foi abordada. E por fim foi apresentado o modelo de calculo do VaR paramétrico em si e sua importância devido a sua simplicidade sua praticidade e velocidade nos cálculos.

No capítulo 2 foram abordados os métodos de Full Valuation como o Stress Test a simulação histórica e a simulação de Monte Carlo. Foi apresentada toda a metodologia cálculo da simulação de Monte Carlo e sua importância no cálculo de ativos não lineares.

Acredita-se que metodologia de Monte Carlo com simulação plena é a abordagem ideal quando se quer apurar precisamente uma carteira que contem opções, pois consegue capturar e mesurar as relações não-lineares entre os preços das ações e os prêmios das opções.

Apesar das vantagens apontadas pela avaliação precisa do VaR por meio do método de Monte Carlo, a presença de trade-off entre a maior simplicidade da metodologia delta-normal frente as dificuldades do modelo não-paramétrico faz com que a adoção da melhor solução na vida prática seja um problema que se estende além do campo puramente teórico.

Certamente, a gestão de risco é mais do que mensurar o VaR. É uma tarefa de avaliação criteriosa da realidade, do foco na necessidade de cada instituição, da administração dos recursos disponíveis e da inserção cada vez maior, em todos os profissionais de finanças, da consciência de que o monitoramento de risco de mercado é um fator primordial para uma boa gestão. (Scatena, 2005)

Referências Bibliográficas

JORION (1997), PHILIPPE. *Value at Risk: The New Benchmark for controlling market risk.* The MCGraw-Hill Companies, Inc. (1997).

PEREIRA, P.L.V.; LAURINI, Marcio Poletti; KITAJIMA, M.; HOTTA, Luiz Koodi; *Modelos econométricos para estimação e previsão de volatilidade.* In: **DUARTE JUNIOR, ANTONIO MARCOS; VARGA, GYORGY (Org.).** *Gestão de Riscos no Brasil.* Rio de Janeiro: Financial Consultoria, 2003.

ALARCON, CLÁUDIO MISSAGLIA. *Avaliação de Modelos de Value at Risk para ações.* Campinas, 2005. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Economia, Universidade Estadual de Campinas.

FORTUNA, EDUARDO. *Mercado Financeiro: Produtos e Serviços.* Rio de Janeiro: Qualitymark, 2005.

SCATENA, FÁBIO MACHADO. *Análise de risco de mercado de carteiras não-lineares.* São Paulo:Editora BM&F, 2005.