

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E COMPUTAÇÃO
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

Variáveis Instrumentais no Modelo Canônico de Contágio Heteroscedástico

André Luiz Prima Ribeiro¹

Orientador: Prof. Dr. Luiz Koodi Hotta

Dissertação apresentada junto ao Departamento de Estatística do Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da Universidade Estadual de Campinas, para obtenção do Título de MESTRE em Estatística.

Campinas
2010

¹Agradeço à Capes pelo apoio financeiro a este projeto.

VARIÁVEIS INSTRUMENTAIS NO MODELO CANÔNICO DE CONTÁGIO
HETEROSCEDÁSTICO

Este exemplar corresponde à redação final da dissertação devidamente corrigida e defendida por André Luiz Prima Ribeiro e aprovada pela comissão julgadora.

Campinas, 25 de fevereiro de 2010.



Prof. Dr. Luiz Koodi Hotta
Orientador

Banca Examinadora:

1. Prof. Dr. Luiz Koodi Hotta
2. Prof. Dr. Pedro Luiz Valls Pereira
3. Prof. Dr. Emerson Fernandes Marçal

Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, UNICAMP, como requisito parcial para obtenção do Título de MESTRE em ESTATÍSTICA.

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DO IMECC DA UNICAMP**

Bibliotecária: Crislene Queiroz Custódio – CRB8 / 7966

Ribeiro, André Luiz Prima

R354v Variáveis instrumentais no modelo canônico de contágio heteroscedástico / André Luiz Prima Ribeiro -- Campinas, [S.P. : s.n.], 2010.

Orientador : Luiz Koodi Hotta

Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica.

1. Contágio (Economia). 2. Variáveis instrumentais (Estatística). 3. Crises financeiras. I. Hotta, Luiz Koodi. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica. III. Título.

Título em inglês: Instrumental variables in heteroskedastic canonical model of contagion

Palavras-chave em inglês (Keywords): 1. Contagion (Economy). 2. Instrumental variables (Statistics). 3. Financial crisis.

Área de concentração: Econometria financeira

Titulação: Mestre em Estatística

Banca examinadora: Prof. Dr. Luiz Koodi Hotta (IMECC-Unicamp)
Prof. Dr. Pedro Luiz Valls Pereira (FGV-SP)
Prof. Dr. Emerson Fernandes Marçal (Mackenzie-SP)

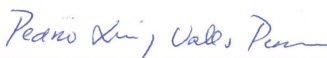
Data da defesa: 25/02/2010

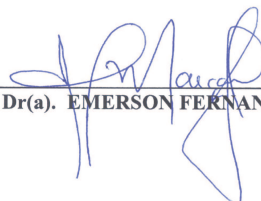
Programa de Pós-Graduação: Mestrado em Estatística

Dissertação de Mestrado defendida em 25 de fevereiro de 2010 e aprovada

Pela Banca Examinadora composta pelos Profs. Drs.


Prof(a). Dr(a). LUIZ KOODI HOTTA


Prof(a). Dr(a). PEDRO LUIZ VALLS PEREIRA


Prof(a). Dr(a). EMERSON FERNANDES MARÇAL

Agradecimentos

À minha família, em especial aos meus pais e meu irmão, Sergio Luiz Ribeiro, Valéria de Fátima Prima Ribeiro e Marcelo Prima Ribeiro.

À todos os meus amigos, em especial a Vanessa Cristine Rodrigues pelo seu companheirismo e paciência.

Ao meu orientador, Professor Dr. Luiz Koodi Hotta, por sempre estar disposto a solucionar as dúvidas que surgiram durante a elaboração deste trabalho. E pelas suas imprescindíveis sugestões.

À Capes, pelo apoio financeiro a este projeto.

Aos participantes da banca examinadora pelas sugestões.

Resumo

O conhecimento das relações de dependência entre as economias são relevantes para tomadas de decisões de Bancos Centrais, investidores e governos. Um tema desafiador é o estudo da existência de contágio entre as economias. Este trabalho considera o Modelo Canônico de Contágio estudado por Pesaran e Pick (2007), o qual diferencia contágio de interdependência. O estimador de mínimos quadrados ordinário para este modelo é viesado devido à existência de variáveis endógenas no modelo. A teoria de variáveis instrumentais é utilizada para diminuir o viés existente nos estimadores de mínimos quadrados ordinários. Este trabalho estuda este modelo na presença de erros heteroscedásticos e utiliza as volatilidades condicionais como variáveis instrumentais. São estudados vários métodos para teste de hipóteses, com ênfase em testes robustos a instrumentos fracos. São abordadas duas diferentes definições de crise e são postuladas como instrumentos válidos as volatilidades condicionais dos índices de desempenho das economias e analisadas por meio de simulações de Monte Carlo a validade destes instrumentos para identificar a existência de contágio. Especificamente, são consideradas as distribuições dos estimadores e a função poder dos testes propostos para diferentes tamanhos de amostras, bem como, estudadas as aproximações das distribuições assintóticas dos estimadores e estatísticas dos testes. Finalmente, o modelo canônico de contágio é utilizado na análise dos dados de retorno dos principais índices acionários de Argentina, Brasil, México e EUA, assim como para alguns países asiáticos.

Abstract

The understanding of the dependence among the economies are relevant to policy makers, Central Banks and investors in the decision making process. An important issue is the study of the existence of contagion among the economies. This work consider the Canonical Model of Contagion of Pesaran and Pick (2007), which differentiates contagion of interdependence. The ordinary least squares estimator for this model is biased because there are endogenous variables in the model. Instrumental variable are used in order to decrease the bias of the ordinary least squares estimators. The model is extended to the case of heteroskedastic errors, feature usually found in financial data. Two definitions of crises are applied and we postulate the conditional volatility of the performance indexes as a instrumental variable. We analyze the validity of this instruments by means of Monte Carlo simulations. Monte Carlo simulations are used to analyst the distributions of the estimators and the power functions of the tests proposed. Finally, the canonical model of contagion is used to analyst the data of the most important performance indexes of Argentina, Brazil, Mexico and USA, as well the performance indexes of seven Asiatic countries.

Sumário

1	Introdução	1
2	Variáveis Instrumentais	5
2.1	Introdução	5
2.2	Estimadores de variáveis instrumentais	9
2.2.1	Caso homoscedástico	9
2.2.2	Caso heteroscedástico	12
2.2.3	Variância de $\hat{\eta}^{vig}$ em um modelo heteroscedástico	13
2.3	Testes de hipóteses assintóticos	14
2.4	Variáveis instrumentais fracas	15
2.4.1	Teste para detectar instrumentos fracos	16
2.4.2	Teste robusto a instrumentos fracos	18
2.5	Distribuição dos estimadores para amostras finitas	20
3	Modelo Canônico de Contágio	23
3.1	Introdução	23
3.2	Definições de crise	25
3.3	Variáveis instrumentais válidas	27
3.4	Extensão do modelo canônico de contágio	29
3.5	Simulações da proposição 2	31
3.6	Correlação entre os erros e a volatilidade dos próprios índices de desempenho como instrumentos	37
4	Simulações	41
4.1	Introdução	41
4.2	Método de estimação	43
4.3	Volatilidades condicionais estimadas, $(\hat{\sigma}_{it})$	44

4.4	Propriedades dos estimadores de MQO e variáveis instrumentais quando não existe contágio	45
4.4.1	Viés e erro quadrático médio	45
4.4.2	Distribuição assintótica dos estimadores	49
4.5	Comportamento dos testes de hipóteses	52
4.5.1	Modelo 1	53
4.5.2	Modelo 2	56
4.6	Função poder dos testes de hipóteses	58
4.7	Intervalos de confiança	61
4.7.1	Largura dos intervalos de confiança	65
4.8	Estudo dos estimadores de β_1^- na existência de contágio	68
4.9	Instrumentos adicionais	70
4.9.1	Análise dos instrumentos ρ_{ijt} e σ_{it} para estimar β_i^-	70
4.9.2	Análise dos instrumentos utilizados por Pesaran e Pick (2007)	73
4.10	Análise Simulada quando estudamos contágio em retornos anormais negativos e positivos	75
5	Aplicações do Modelo Canônico de Contágio	81
5.1	Introdução	81
5.2	Aplicação aos países da América Latina e EUA	81
5.3	Aplicação aos países asiáticos	89
6	Comentários Finais	97
A	Teoremas de Probabilidade	99
B	Viés dos estimadores de δ_i e α_i	101
C	Análise de diagnóstico das Aplicações	103
C.1	Aplicação aos países da América Latina e EUA	103
C.2	Aplicação aos países asiáticos	106
	Referências Bibliográficas	113

Lista de Tabelas

3.1	Parâmetros utilizados na geração dos dados, $N = 3$	32
3.2	Quantidade de épocas de crise nos países e nos diferentes cenários para os Modelos 1 e 2. (Valores percentuais encontrados em uma simulação com $T = 50000$.) . . .	33
3.3	Estimativa da endogeneidade da variável indicadora, utilizando $T = 50000$. (O valor-p do teste de correlação, $H_0 : \rho = 0$ contra $H_1 : \rho \neq 0$, é menor do que 10^{-4} em todos os casos.)	35
3.4	Estimativa e teste da correlação entre as variáveis indicadoras e as volatilidades condicionais, utilizando $T = 50000$. (O valor-p do teste de correlação, $H_0 : \rho = 0$ contra $H_1 : \rho \neq 0$, é menor do que 10^{-4} em todos os casos no modelo 1. E no modelo 2 temos entre parênteses o valor-p do teste de correlação.)	36
3.5	Estimativa e teste da correlação entre a variável indicadora e as volatilidades condicional do próprio país, utilizando $T = 50000$. (O valor-p do teste de correlação, $H_0 : \rho = 0$ contra $H_1 : \rho \neq 0$, é menor do que 10^{-4} em todos os casos no modelo 1. E no modelo 2 temos entre parênteses o valor-p do teste de correlação.)	37
3.6	Estimativa da correlação entre a variável indicadora e a correlação entre os erros (ρ_{ijt}) , utilizando $T = 50000$. (Temos entre parênteses o valor-p do teste de correlação, $H_0 : \rho = 0$ contra $H_1 : \rho \neq 0$.)	39
4.1	Parâmetros utilizados na geração dos dados, em que o processo gerador de dados está descrito pelas equações (4.1) até (4.6) e temos quatro economias ($N = 4$). . .	42
4.2	Estimativa do Viés e do Erro Quadrático Médio dos estimadores de MQO, variáveis instrumentais homoscedástico (VI homo) e variáveis instrumentais heteroscedástico (VI hete) de β_i^- no Modelo 1. Entre parênteses temos a estimativa do desvio padrão da média das estimativas dos parâmetros. (Resultados baseados em 1000 replicações do processo gerador de dados descrito pelas equações (4.1) até (4.6) e parâmetros da Tabela 4.1.)	46

- 4.3 Estimativa da Estatística de Cragg-Donald para as variáveis instrumentais postuladas para o Modelo 1. Para um viés relativo máximo do estimador de MQO e VI de 5%, o valor crítico do teste de Cragg-Donald para um nível de significância de 5% com $l = 1$, $p = 3$ é de 13.91. 48
- 4.4 Estimativa do Viés e do Erro Quadrático Médio dos estimadores de MQO, variáveis instrumentais homoscedástico (VI homo) e variáveis instrumentais heteroscedástico (VI hete) de β_i^- no Modelo 2. Entre parênteses temos a estimativa do desvio padrão da média das estimativas dos parâmetros. (Resultados baseados em 1000 replicações do processo gerador de dados descrito pelas equações (4.1) até (4.6) e parâmetros da Tabela 4.1.) 49
- 4.5 Estimativa da Estatística de Cragg-Donald para as variáveis instrumentais postuladas para o Modelo 2. Para um viés relativo máximo do estimador de MQO e VI de 5%, o valor crítico do teste de Cragg-Donald para um nível de significância de 5% com $l = 1$, $p=3$ é de 13.91. 50
- 4.6 Taxa de rejeição da hipótese nula, $H_0 : \beta_i^- = 0$ contra $H_1 : \beta_i^- \neq 0$, dos testes t assintóticos com nível de significância α para o Modelo 1. Os intervalos de não rejeição de H_0 com nível de significância de 5% são dados por: [0.081, 0.118] para $\alpha = 10\%$, [0.036, 0.063] para $\alpha = 5\%$ e [0.004, 0.016] para $\alpha = 1\%$. (Definimos: t_{MQO} teste t do estimador de MQO, t_{VI1} teste t do estimador de VI homoscedástico, t_{VI2} teste t do estimador de VI heteroscedástico e t_{VI3} teste t do estimador de VI homoscedástico com correção da variância para o caso heteroscedástico.) 54
- 4.7 Taxa de rejeição da hipótese nula, $H_0 : \beta_i^- = 0$ contra $H_1 : \beta_i^- \neq 0$, dos testes robustos a instrumentos fracos com nível de significância α para o Modelo 1. Os intervalos de não rejeição de H_0 com nível de significância de 5% são dados por: [0.081, 0.118] para $\alpha = 10\%$, [0.036, 0.063] para $\alpha = 5\%$ e [0.004, 0.016] para $\alpha = 1\%$. (Assumindo que a distribuição assintótica dos testes é χ^2_l , com exceção do teste AR_0 que tem distribuição assintótica χ^2_p/p .) 55
- 4.8 Taxa de rejeição da hipótese nula, $H_0 : \beta_i^- = 0$ contra $H_1 : \beta_i^- \neq 0$, dos testes t assintóticos com nível de significância α para o Modelo 2. Os intervalos de não rejeição de H_0 com nível de significância de 5% são dados por: [0.081, 0.118] para $\alpha = 10\%$, [0.036, 0.063] para $\alpha = 5\%$ e [0.004, 0.016] para $\alpha = 1\%$. (Definimos: t_{MQO} teste t do estimador de MQO, t_{VI1} teste t do estimador de VI homoscedástico, t_{VI2} teste t do estimador de VI heteroscedástico e t_{VI3} teste t do estimador de VI homoscedástico com correção da variância para o caso heteroscedástico.) 57

- 4.9 Taxa de rejeição da hipótese nula, $H_0 : \beta_i^- = 0$ contra $H_1 : \beta_i^- \neq 0$, dos testes robustos a instrumentos fracos com nível de significância α para o Modelo 2. Os intervalos de não rejeição de H_0 com nível de significância de 5% são dados por: [0.081, 0.118] para $\alpha = 10\%$, [0.036, 0.063] para $\alpha = 5\%$ e [0.004, 0.016] para $\alpha = 1\%$. (Assumindo que a distribuição assintótica dos testes é χ^2_l , com exceção do teste AR_0 que tem distribuição assintótica $\chi^2_{p/p.}$) 57
- 4.10 Valores da Porcentagem de Cobertura para o Modelo 1, para os intervalos de confiança de 90% e 95%. (Foram feitas 1000 replicações para cada valor de β_1^- do modelo descrito pelas equações (4.8) até (4.16) com tamanho da amostra igual 1000.) 62
- 4.11 Valores da Porcentagem de Cobertura para o Modelo 2, para os intervalos de confiança de 90% e 95%. (Foram feitas 1000 replicações para cada valor de β_1^- do modelo descrito pelas equações (4.8) até (4.16) com tamanho da amostra igual 1000.) 64
- 4.12 Tamanho médio (Me) e mediano (Md) da largura dos intervalos de confiança para β dos testes t assintótico heteroscedástico, Wald condicional e razão de verossimilhança condicional para $T = 1000$, 100 replicações e $\alpha = 0.9$ e 0.95. Apresentamos também o desvio padrão (Dp) do tamanho das larguras dos intervalos estudados. No painel superior os intervalos de confiança para $\alpha = 0.9$ e no painel inferior para $\alpha = 0.95$ 67
- 4.13 Estimativas da média e desvio padrão estimados de β_1^- pelo método de variáveis instrumentais heteroscedástico no Modelo 1. (Foram feitas 1000 replicações para cada valor de β_1^- do modelo descrito pelas equações (4.8) até (4.16) com tamanho da amostra igual 1000.) 69
- 4.14 Estimativas da média e desvio padrão estimados de β_1^- pelo método de variáveis instrumentais heteroscedástico na existência de contágio no Modelo 2. (Foram feitas 1000 replicações para cada valor de β_1^- do modelo descrito pelas equações (4.8) até (4.16) com tamanho da amostra igual 1000.) 70
- 4.15 Estimativa da Estatística de Cragg-Donald para os Modelo 1 e 2 com as variáveis instrumentais adicionais ρ_{ijt} e σ_{it} para o país i . Para um viés relativo máximo entre o estimador de MQO e VI de 10%, o valor crítico do teste de Cragg-Donald para um nível de significância de 5% com $l = 1$, $p=10$ é de 11.49. 71

4.16	Estimativa do Viés e Erro Quadrático Médio dos estimadores de variáveis instrumentais heteroscedásticos de β_i^- no Modelo 1 e Modelo 2, com as variáveis instrumentais adicionais ρ_{ijt} e σ_{it} . (* Para melhor visualização colocamos em itálico as estimativas de β_i^- quando utilizamos apenas as volatilidades condicionais dos outros países como instrumentos.)	72
4.17	Estimativa da Estatística de Cragg-Donald para o Modelo 2 utilizando apenas as variáveis instrumentais adicionais ρ_{ijt} . Para um viés relativo máximo do estimador de MQO e VI de 10%, o valor crítico do teste de Cragg-Donald para um nível de significância de 5% com $l = 1$, $p=6$ é de 11.12.	72
4.18	Estimativa do Viés e Erro Quadrático Médio dos estimadores de variáveis instrumentais heteroscedásticos de β_i^- no Modelo 2, utilizando apenas as variáveis instrumentais adicionais ρ_{ijt} . (Para melhor visualização colocamos em itálico as estimativas de β_i^- quando utilizamos apenas as volatilidades condicionais dos outros países como instrumentos.)	73
4.19	Estimativa da Estatística de Cragg-Donald para os Modelo 1 e 2 com as variáveis instrumentais adicionais W_{ij} . Para um viés relativo máximo entre o estimador de MQO e VI de 5%, o valor crítico do teste de Cragg-Donald para um nível de significância de 5% com $l = 1$, $p=21$ é de 21.39.	74
4.20	Estimativa do Viés e Erro Quadrático Médio dos estimadores de variáveis instrumentais heteroscedásticos de β_i^- no Modelo 1 e Modelo 2, com as variáveis instrumentais adicionais W_{it}	75
4.21	Estimativa do Viés, Desvio Padrão da média das estimativas e Erro Quadrático Médio dos estimadores de mínimos quadrados ordinários, variáveis instrumentais homoscedásticos e heteroscedásticos de β_1^- e β_1^+ no Modelo 1, com contágio para retornos anormais negativos e positivos. Quando simulamos os dados na inexistência de contágio, $(\beta_1^-, \beta_1^+) = (0, 0)$, 1000 replicações e $T = 1000$	77
4.22	Taxa de rejeição da hipótese nula, $H_0 : \beta_1^- = 0$ contra $H_1 : \beta_1^- \neq 0$ e $H_0 : \beta_1^+ = 0$ contra $H_1 : \beta_1^+ \neq 0$, dos testes t assintóticos com nível de significância de 10% para o Modelo 1. (Definimos: t_{MQO} teste t do estimador de MQO, t_{VI1} teste t do estimador de VI homoscedástico, t_{VI2} teste t do estimador de VI heteroscedástico e t_{VI3} teste t do estimador de VI homoscedástico com correção da variância para o caso heteroscedástico.)	78
4.23	Taxa de rejeição da hipótese nula, $H_0 : \beta_1^- = \beta_1^+ = 0$, dos testes robustos a instrumentos fracos com nível de significância de 10% para o Modelo 1. (Assumindo que a distribuição assintótica dos testes é χ^2 , com exceção do teste AR_0 que tem distribuição assintótica χ_p^2/p .)	78

4.24	Quantidade de períodos em que temos $(\zeta_1^-, \zeta_1^+) = (0, 0)$, $(\zeta_1^-, \zeta_1^+) = (1, 0)$, $(\zeta_1^-, \zeta_1^+) = (0, 1)$ e $(\zeta_1^-, \zeta_1^+) = (1, 1)$. (Para $T = 100000$, e o modelo dado pelas equações (4.18) até (4.26).)	79
5.1	Estimativas dos parâmetros no primeiro estágio da estimação do modelo descrito pelas equações (5.1) até (5.6). (* indica que rejeitamos a hipótese nula de que o parâmetro é igual a zero a 10% de significância e ** indica que rejeitamos a hipótese nula a 5% de significância.)	84
5.2	Estimativas dos parâmetros no estágio final da estimação do modelo descrito pelas equações (5.1) até (5.6), com exceção de β_i^- que discutiremos posteriormente. (* indica que rejeitamos a hipótese nula de que o parâmetro é igual a zero a 10% de significância e ** indica que rejeitamos a hipótese nula a 5% de significância.)	87
5.3	Estatística de Cragg-Donald para a definição de crise do Modelos 1 na aplicação aos países da América Latina e EUA. Para um viés relativo máximo do estimador de MQO e VI de 5%, o valor crítico do teste de Cragg-Donald para um nível de significância de 5% com $l = 1$, $p=3$ é de 13.91.	88
5.4	β_i^- estimado pelo método de variáveis instrumentais heteroscedástico e seus desvios padrões na aplicação aos países da América Latina e EUA.	88
5.5	Estatísticas dos Testes Robustos a Instrumentos Fracos para os Modelos 1 e 2 na aplicação aos países da América Latina e EUA. (Os valores entre parênteses são os valores-p dos testes em questão, em que os valores críticos foram computados com as seguinte distribuições: AR_0 por χ_p^2/p , LM_0 por χ_l^2 , W_0 e LR_0 com suas distribuições empíricas.)	89
5.6	Parâmetros estimados no primeiro estágio da estimação do modelo descrito pelas equações (5.7) até (5.11) para os países asiáticos. (* indica que rejeitamos a hipótese nula de que o parâmetro é igual a zero a 10% de significância e ** indica que rejeitamos a hipótese nula a 5% de significância.)	93
5.7	Estimativas dos parâmetros no estágio final da estimação do modelo descrito pelas equações (5.7) até (5.11) para os países asiáticos. (* indica que rejeitamos a hipótese nula de que o parâmetro é igual a zero a 10% de significância e ** indica que rejeitamos a hipótese nula a 5% de significância.)	93
5.8	Estatística de Cragg-Donald para a definição de crise do Modelo 1 na aplicação aos países asiáticos. (O valor crítico da estatística de Cragg-Donald para $p = 6$, $l = 1$, viés relativo máximo de 5% e nível de significância de 5% é de 19.28.)	93

5.9	β_i^- estimado pelo método de variáveis instrumentais heteroscedástico e seus desvios padrões na aplicação aos países asiáticos para o Modelo 1. (* indica que rejeitamos a hipótese nula de que o parâmetro é igual a zero a 10% de significância e ** indica que rejeitamos a hipótese nula a 5% de significância.)	95
5.10	Estatísticas dos Testes Robustos a Instrumentos Fracos para o Modelo 1 na aplicação para os países asiáticos. (Os valores entre parênteses são os valores-p dos testes em questão, em que os valores críticos foram computados com as seguintes distribuições: AR_0 por χ_p^2/p , LM_0 por χ_l^2 , W_0 e LR_0 com suas distribuições empíricas.)	95
B.1	Estimativas do viés e erro quadrático médio dos parâmetros δ_i e α_i para todos os tamanhos de amostra no Modelo 1.	101
B.2	Estimativas do viés e erro quadrático médio dos parâmetros δ_i e α_i para todos os tamanhos de amostra no Modelo 2.	102

Lista de Figuras

3.1	Volatilidade condicional simulada dos erros, σ_{it} , do modelo descrito pelas equações 3.17 até 3.24.	34
3.2	Correlações simuladas entre os erros, P_t , do modelo descrito pelas equações 3.17 até 3.24.	35
4.1	Gráficos dos β_1^- estimados pelo método de variáveis instrumentais de forma heterocedástica, com os instrumentos sendo as volatilidades reais contra os β_1^- estimados com as volatilidades estimadas pelos métodos GARCH univariado (a), CCC-GARCH (b) e DCC-GARCH (c).	44
4.2	Histograma e qq-plot dos estimadores de MQO, variáveis instrumentais homoscedásticos e heteroscedásticos de β_1^- para o Modelo 1. (Juntamente com o histograma colocamos a densidade da distribuição normal com média igual a zero e variância igual a média amostral da estimativa do desvio padrão de β_i^- simulado. Simulação feita com $T = 100, 1000$ replicações e modelo descrito pelas equações (4.1) até (4.6).)	51
4.3	Histograma e qq-plot dos estimadores de MQO, variáveis instrumentais homoscedásticos e heteroscedásticos de β_1^- para o Modelo 1. (Juntamente com o histograma colocamos a densidade da distribuição normal com média igual a zero e variância igual a média amostral da estimativa do desvio padrão de β_i^- simulado. Simulação feita com $T = 1000, 1000$ replicações e modelo descrito pelas equações (4.1) até (4.6).)	52
4.4	Histograma e qq-plot dos estimadores de MQO, variáveis instrumentais homoscedásticos e heteroscedásticos de β_1^- para o Modelo 2. (Juntamente com o histograma colocamos a densidade da distribuição normal com média igual a zero e variância igual a média amostral da estimativa do desvio padrão de β_i^- simulado. Simulação feita com $T = 100, 1000$ replicações e modelo descrito pelas equações (4.1) até (4.6).)	53

4.5	Histograma e qq-plot dos estimadores de MQO, variáveis instrumentais homoscedásticos e heteroscedásticos de β_1^- para o Modelo 2. (Juntamente com o histograma colocamos a densidade da distribuição normal com média igual a zero e variância igual a média amostral da estimativa do desvio padrão de β_i^- simulado. Simulação feita com $T = 1000$, 1000 replicações e modelo descrito pelas equações (4.1) até (4.6).)	54
4.6	Poder assintótico dos Testes para os instrumentos postulados ($p=3$) no Modelo 1, com $T = 1000$ e 100 simulações para cada β_1^- .	59
4.7	Poder assintótico dos Testes para os instrumentos postulados ($p=3$) no Modelo 2, com $T = 1000$ e 100 simulações para cada β_i^- .	60
4.8	Zoom da Figura 4.1.	61
4.9	Zoom da Figura 4.2.	61
4.10	Porcentagem de Cobertura para o Modelo 1, para os intervalos de confiança de 90% em (a) e 95% em (b). (Foram feitas 1000 replicações para cada valor de β_1^- do modelo descrito pelas equações (4.8) até (4.16) com tamanho da amostra igual 1000.)	63
4.11	Porcentagem de Cobertura para o Modelo 2, para os intervalos de confiança de 90% em (a) e 95% em (b). (Foram feitas 1000 replicações para cada valor de β_1^- do modelo descrito pelas equações (4.8) até (4.16) com tamanho da amostra igual 1000.)	64
4.12	Estatísticas dos testes robustos a instrumentos fracos para diferentes valores de β_0 e para um caso específico, em que $T = 1000$ e $\beta = 0.03$. Notemos que o valor crítico é dos testes de 95% de confiança.	66
4.13	Intervalos de confiança para β de 90% das 20 primeiras replicações, em que o banco de dados foi gerado para $\beta = 0$.	68
5.1	Índice de pontos e taxa de retorno do IBOVESPA, Merval, IPC e NYSE.	82
5.2	Volatilidade condicional estimadas pelo modelo DCC-GARCH(1,1) para Argentina, Brasil, México e EUA.	84
5.3	Gráfico das autocorrelações para os erros u_{it} estimados para Argentina, Brasil, México e EUA.	85
5.4	Gráfico das autocorrelações parciais para os erros u_{it} estimados para Argentina, Brasil, México e EUA.	85
5.5	Gráfico das autocorrelações para os erros padronizados ao quadrado estimadas ($\hat{\epsilon}_{it}^2$) para Argentina, Brasil, México e EUA.	86
5.6	Gráfico das autocorrelações parciais para os erros padronizados ao quadrado estimadas ($\hat{\epsilon}_{it}^2$) para Argentina, Brasil, México e EUA.	86

5.7	Índice dos preços do mercado acionário dos países asiáticos selecionados entre 30/5/1997 até 2/2/2010.	91
5.8	Taxa de retorno (y_{it}) do mercado acionário dos países asiáticos selecionados entre 30/5/1997 até 2/2/2010.	92
5.9	Volatilidade condicional estimadas pelo modelo GARCH(1,1) univariado para os países asiáticos em estudo.	94
C.1	Valores-p do teste de Ljung-Box para o erro u_{it} da equação (5.1).	104
C.2	Valores-p do teste ARCH de multiplicadores de Lagrange para os erros u_{it} estimados de Argentina, Brasil, México e EUA.	104
C.3	Gráfico das autocorrelações para os erros ao quadrado u_{it}^2 estimados para Argentina, Brasil, México e EUA.	105
C.4	Gráfico das autocorrelações parciais para os erros ao quadrado u_{it}^2 estimados para Argentina, Brasil, México e EUA.	106
C.5	Valores-p do teste ARCH de multiplicadores de Lagrange para os erros padronizados estimados de Argentina, Brasil, México e EUA.	106
C.6	Gráfico das autocorrelações para os erros u_{it} estimados para os países asiáticos.	107
C.7	Gráfico das autocorrelações parciais para os erros u_{it} estimados para os países asiáticos.	108
C.8	Valores-p do teste de Ljung-Box para o erro u_{it} da equação (5.7).	108
C.9	Gráfico das autocorrelações para os erros ao quadrado u_{it}^2 estimados para os países asiáticos.	109
C.10	Gráfico das autocorrelações parciais para os erros ao quadrado u_{it}^2 estimados para os países asiáticos.	109
C.11	Valores-p do teste ARCH de multiplicadores de Lagrange para os erros estimados dos países asiáticos em estudo.	110
C.12	Gráfico das autocorrelações para os erros padronizados ao quadrado u_{it}^2 estimados para os países asiáticos.	110
C.13	Gráfico das autocorrelações parciais para os erros padronizados ao quadrado u_{it}^2 estimados para os países asiáticos.	111
C.14	Valores-p do teste ARCH de multiplicadores de Lagrange para os erros padronizados estimados dos países asiáticos em estudo.	112

Capítulo 1

Introdução

A disseminação da crise ocorrida em uma economia para economias "vizinhas" é o que denominamos por contágio. Este tema vem sendo discutido em diversos trabalhos nas últimas décadas devido a sua grande relevância nas decisões de alocações de recursos e gerenciamento de risco. Várias definições de contágio foram propostas para inferir a existência de contágio. Nenhuma definição é universalmente aceita, por conseguinte, diversas metodologias foram propostas.

Uma das metodologias propostas para estudar a existência de contágio utiliza as correlações condicionais entre os indicadores de desempenho das economias. Neste caso, definimos contágio quando ocorre um aumento significativo das correlações entre os índices de desempenho das economias durante o período de crise em relação aos períodos de normalidade da economia. Esta metodologia foi utilizada, por exemplo, por King e Wadhwani (1990), Baig e Goldfajn (1998), Edwards (1998), Bae, Karolyi e Stulz (2000), Loretan e English (2000), Corsetti, Pericoli e Sbracia (2002), Lopes e Migon (2002), Forbes e Rigobon (2002) e Marçal e Valls Pereira (2009).

A medida de dependência utilizada por estes autores impõe uma relação linear entre as economias, deixando de captar todos os outros tipos de dependência. Sendo assim muitos autores começaram a utilizar modelos com medidas de dependência menos restritivas, como: Hartman, Straetmans e de Vries (2000) apresentam modelos baseados na Teoria de Valores Extremos, Ramchand e Susmel (1998) apresentam Modelos de Markov Switching e Rodriguez (2006) apresenta um modelo de Markov Switching com cópulas.

Seguindo outras abordagens temos os trabalhos de Fratzscher (1999, 2003) que utiliza um modelo de painel com efeitos aleatórios nas taxas de câmbio das economias. Favero e Giavazzi (2002) introduzem um modelo vetorial autoregressivo para o estudo de contágio. Pesaran e Pick (2007) estudaram o Modelo Canônico de Contágio, o qual é capaz de identificar os períodos de crise, além de estudar o contágio em termos diários. Outros trabalhos com propostas na mesma

linha da de Pesaran e Pick (2007) são Diebold e Yilmaz (2008) e Baur e Fry (2009).

Neste presente trabalho analisaremos o Modelo Canônico de Contágio estudado por Pesaran e Pick (2007), pois com este modelo não precisamos saber *a priori* em que período aconteceram as crises, o modelo é capaz de identificar, e temos uma interpretação direta da existência ou não de contágio. No entanto o Modelo Canônico de Contágio sofre com problema de endogeneidade das variáveis explicativas, o que leva a estimativas viesadas dos parâmetros que indicam contágio. Uma forma de solucionar este problema, a qual foi discutida por Pesaran e Pick (2007), é utilizar variáveis instrumentais, portanto iremos buscar na Teoria Econômica instrumentos válidos e estudar por meio de simulações de Monte Carlo sua robustez.

O objetivo desta dissertação é estudar o Modelo Canônico de Contágio de Pesaran e Pick (2007) na presença de erros heteroscedásticos. Quando os índices de desempenho têm uma estrutura de volatilidade condicional podemos utilizar as volatilidades como variáveis instrumentais para estimar a existência de contágio. Os dados originais do artigo de Pesaran e Pick (2007) não foram reestudados porque estes não apresentam uma estrutura de volatilidade.

Bound, Jaeger e Baker (1995) destacam que na presença de instrumentos fracos as aproximações dadas pela teoria assintótica não são válidas mesmo para grandes amostras. Testes para identificação de instrumentos fracos foram propostos na literatura, como o teste de Cragg e Donald (1993) proposto por Stock e Yogo (2005), que tem como hipótese nula que os instrumentos são fracos. Outros testes para se detectar instrumentos fracos foram propostos na literatura como o teste de Hahn e Hausman (2002) estudado com cuidado por Hausman, Stock e Yogo (2005).

Caso os instrumentos sejam fracos alternativas foram criadas para testarmos hipóteses nos parâmetros de interesse, estes são denominados de testes robustos a instrumentos fracos. Moreira (2001, 2003 e 2009) estudou as propriedades do teste de Anderson-Rubin (1949), o teste de Score, Wald condicional no caso em que os instrumentos são fracos e propôs o teste de razão de verossimilhança condicional. Anderson e Kunitomo (2007) e Kunitomo e Matsuchita (2008) desenvolveram um teste de razão de verossimilhança condicional para um sistema de equações simultâneas, os quais podem ser entendidos no contexto de variáveis instrumentais fracos.

Os testes robustos a instrumentos fracos foram um dos muitos avanços feitos na área de variáveis instrumentais. Outro ponto estudado por Chao e Swanson (2005) foi estimadores consistentes quando temos um número grande de instrumentos fracos. Propriedades a cerca dos estimadores de máxima verossimilhança com informação limitada (LIML) no contexto de muitos instrumentos foi estudado por Anderson, Kunitomo e Matsushita (2009). Staiger e Stock (1997) estudaram os estimadores de dois estágios e LIML de variáveis instrumentais no caso em que temos apenas uma variável endógena; outro estudo neste mesmo sentido foi feito por Nelson e

Startz (1990).

O estimador considerado neste trabalho é o de dois estágios quando a matriz de variância-covariância dos erros é considerada homoscedástica e heteroscedástica. Estudaremos suas propriedades assintóticas, assim como o tamanho da amostra necessário para que os resultados assintóticos sejam válidos. Os testes robustos a instrumentos fracos de Anderson e Rubin (1949), Escore, Wald condicional e razão de verossimilhança condicional estudados por Moreira (2001, 2003 e 2009) serão estudados e mostraremos que os mesmos funcionam em amostras moderadamente grandes, que são encontradas geralmente em dados de finanças.

No Capítulo 2, estudaremos as propriedades assintóticas dos estimadores considerados neste trabalho, o problema de instrumentos fracos, o teste que visa identificar se os instrumentos são fracos, além dos testes de hipóteses robustos a instrumentos fracos. O Modelo Canônico de Contágio será tema do Capítulo 3, no qual apresentaremos formalmente o problema da endogeneidade das variáveis explicativas e estudaremos possíveis instrumentos que surgem por meio da Teoria Econômica. O Capítulo 4 será dedicado às simulações de Monte Carlo do Modelo Canônico de Contágio para estudarmos as propriedades dos estimadores e testes de hipóteses considerados nesta dissertação para amostras finitas. Um estudo aplicado a Argentina, Brasil, México e EUA; e um aos países asiáticos serão apresentados no Capítulo 5. A conclusão do trabalho estará no Capítulo 6.

Capítulo 2

Variáveis Instrumentais

2.1 Introdução

Seja o modelo linear dado por:

$$y = X\alpha + Z\beta + u \quad (2.1)$$

em que: $y \in \mathbb{R}^n$, $X \in \mathbb{R}^{n \times k}$, $Z \in \mathbb{R}^{n \times l}$ são variáveis observáveis; $\alpha \in \mathbb{R}^k$, $\beta \in \mathbb{R}^l$ são parâmetros desconhecidos; e u é o vetor de erros não observável que tem média zero e $E(uu^T) = \Omega$.

Definindo $B = [X : Z]$ como a matriz de variáveis explicativas de tamanho $n \times (k + l)$ e $\eta = \text{vec}([\alpha : \beta])^1$ como o vetor de parâmetros desconhecidos de tamanho $(k + l) \times 1$. E reescrevendo a equação (2.1) temos:

$$y = B\eta + u \quad (2.2)$$

desta forma podemos trabalhar indistintamente com a equação (2.1) ou (2.2). Consideraremos que o conjunto de variáveis explicativas no modelo de regressão não tem o problema de colinearidade perfeita, isto é, tem posto completo. Por exemplo, no modelo (2.2) o posto de B é $(k + l)$.

O método de estimação mais utilizado para se estimar os parâmetros da equação (2.2) é o Método de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO). Assumindo um modelo com erros homoscedásticos, $\Omega = \sigma^2 I_n$ ², e minimizando o quadrado dos erros da equação (2.2) obtemos o estimador de MQO para η :

$$\hat{\eta}^{mqo} = (B^T B)^{-1} B^T y, \quad (2.3)$$

¹O operador vec transforma uma matriz $a \times b$ em um vetor $ab \times 1$ colocando as colunas da matriz uma embaixo da outra.

² I_n é a matriz identidade de tamanho $n \times n$.

o qual é consistente sob as condições do Teorema 1.

Teorema 1. *Seja o modelo linear dado pela equação (2.2), $\Omega = \sigma^2 I_n$ com $\sigma^2 < \infty$ e as suposições: [1] $\frac{1}{n}(B^T B) \xrightarrow{P} A$ finita e positiva definida, [2] $\frac{1}{n}(B^T u) \xrightarrow{P} 0$ e [3] $n^{-1/2} B^T u \xrightarrow{D} N(0, \sigma^2 A)$. Então:*

(a) *sob as suposições [1] e [2], $\hat{\eta}^{mqo}$ é consistente;*

(b) *e sob as suposições [1] e [3], $\hat{\eta}^{mqo}$ é assintoticamente normal, isto é:*

$$n^{1/2}(\hat{\eta}^{mqo} - \eta) \xrightarrow{D} N(0, \sigma^2 A^{-1}).$$

Prova 1. *Substituindo a equação (2.2) em $\hat{\eta}^{mqo}$ temos:*

$$\hat{\eta}^{mqo} = \eta + (B^T B)^{-1} B^T u, \quad (2.4)$$

por meio da suposição [1] e da Proposição 1 do Apêndice A temos que $(\frac{1}{n} B^T B)^{-1} \xrightarrow{P} A^{-1}$. Utilizando este resultado juntamente com a suposição [2] e o item (ii) do Corolário 1 do Apêndice A, temos que: $(\frac{1}{n} B^T B)^{-1} \frac{1}{n} B^T u \xrightarrow{P} A^{-1} 0 = 0$. Logo a consistência de $\hat{\eta}^{mqo}$, item (a), fica provada, pois:

$$plim_{n \rightarrow \infty} \hat{\eta}^{mqo} = \eta + plim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{n} B^T B)^{-1} \frac{1}{n} B^T u = \eta.$$

Trabalhando a equação (2.4) um pouco mais, chegamos a seguinte expressão:

$$n^{1/2}(\hat{\eta}^{mqo} - \eta) = (n^{-1} B^T B)^{-1} n^{-1/2} B^T u.$$

Utilizando o item (ii) do Teorema 2 (Teorema de Slutsky) do Apêndice A, e as suposições [1] e [3] temos: $n^{1/2}(\hat{\eta}^{mqo} - \eta) \xrightarrow{D} A^{-1} \Phi$, em que $\Phi \sim N(0, \sigma^2 A)$. Portanto fica demonstrado a normalidade assintótica de $\hat{\eta}^{mqo}$, item (b), pois $n^{1/2}(\hat{\eta}^{mqo} - \eta) \xrightarrow{D} N(0, \sigma^2 A^{-1})$.

□

Caso σ^2 seja um parâmetro desconhecido, devemos utilizar um estimador consistente para o Teorema 1 continuar valendo. Um estimador consistente para σ^2 é dado por $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}(y - B\hat{\eta}^{mqo})^T (y - B\hat{\eta}^{mqo})$. A demonstração de que $\hat{\sigma}^2 \xrightarrow{P} \sigma^2$ pode ser feita da seguinte forma: utilizamos o resultado do item (a) do Teorema 1³, obtendo

$$y - B\hat{\eta}^{mqo} \xrightarrow{P} y - B\eta = u.$$

³Podemos assumir o resultado do item (b) do Teorema 1, pois sob as suposições [1] e [3] do Teorema 1 o estimador $\hat{\eta}^{mqo}$ também é consistente.

Supondo que $\frac{1}{n}(u^T u) \xrightarrow{P} \sigma^2$, utilizando a Proposição 1 do Apêndice A e $y - B\hat{\eta}^{mqo} \xrightarrow{P} u$, temos:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}(y - B\hat{\eta}^{mqo})^T(y - B\hat{\eta}^{mqo}) \xrightarrow{P} \sigma^2,$$

como queríamos demonstrar.

Outro estimador consistente para σ^2 é $s^2 = \frac{n}{n-(k+l)}\hat{\sigma}^2$, a prova da consistência de s^2 é semelhante a prova da consistência de $\hat{\sigma}^2$, pois $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n-(k+l)} = 1$ mantendo k e l fixos. No presente trabalho utilizaremos $\hat{\sigma}^2$ como estimador de σ^2 , já que assintoticamente não temos nenhum ganho ao utilizar s^2 .

Assumindo um modelo com erros heteroscedásticos, matriz de variância-covariância Ω conhecida, podemos encontrar um estimador para η minimizando a função critério $(y - B\eta)^T \Omega^{-1}(y - B\eta)$. Temos:

$$\hat{\eta}^{mqg} = (B^T \Omega^{-1} B)^{-1} B^T \Omega^{-1} y \quad (2.5)$$

este estimador é conhecido como estimador de mínimos quadrados generalizados.

Teorema 2. *Seja o modelo linear dado pela equação (2.2), com matriz de variância-covariância Ω conhecida e as suposições: [1] $\frac{1}{n}(B^T \Omega^{-1} B) \xrightarrow{P} A$ finita e positiva definida, [2] $\frac{1}{n}(B^T \Omega^{-1} u) \xrightarrow{P} 0$ e [3] $n^{-1/2} B^T \Omega^{-1} u \xrightarrow{D} N(0, A)$. Então:*

(a) *sob as suposições [1] e [2], $\hat{\eta}^{mqg}$ é consistente;*

(b) *e sob as suposições [1] e [3], $\hat{\eta}^{mqg}$ é assintoticamente normal, isto é:*

$$n^{1/2}(\hat{\eta}^{mqg} - \eta) \xrightarrow{D} N(0, A^{-1}).$$

Prova 2. *Substituindo a equação (2.2) em $\hat{\eta}^{mqg}$ temos:*

$$\hat{\eta}^{mqg} = \eta + (B^T \Omega^{-1} B)^{-1} B^T \Omega^{-1} u, \quad (2.6)$$

por meio da suposição [1] e da Proposição 1 do Apêndice A temos que $(\frac{1}{n} B^T \Omega^{-1} B)^{-1} \xrightarrow{P} A^{-1}$. Utilizando este resultado juntamente com a suposição [2] e o item (ii) do Corolário 1 do Apêndice A, temos que: $(\frac{1}{n} B^T \Omega^{-1} B)^{-1} \frac{1}{n} B^T \Omega^{-1} u \xrightarrow{P} A^{-1} 0 = 0$. Logo a consistência de $\hat{\eta}^{mqg}$, item (a), fica provada, pois:

$$plim_{n \rightarrow \infty} \hat{\eta}^{mqg} = \eta + plim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{n} B^T \Omega^{-1} B)^{-1} \frac{1}{n} B^T \Omega^{-1} u = \eta.$$

Trabalhando a equação (2.6) chegamos a seguinte expressão:

$$n^{1/2}(\hat{\eta}^{mqg} - \eta) = (n^{-1}B^T\Omega^{-1}B)^{-1}n^{-1/2}B^T\Omega^{-1}u.$$

Utilizando o item (ii) do Teorema 2 (Teorema de Slutsky) do Apêndice A, e as suposições [1] e [3] temos: $n^{1/2}(\hat{\eta}^{mqg} - \eta) \xrightarrow{D} A^{-1}\Phi$, em que $\Phi \sim N(0, A)$. Portanto fica demonstrado a normalidade assintótica de $\hat{\eta}^{mqg}$, item (b), pois $n^{1/2}(\hat{\eta}^{mqg} - \eta) \xrightarrow{D} N(0, A^{-1})$.

□

A matriz de variância-covariância, Ω , na prática não é conhecida. Seja $\hat{\Omega}$ um estimador consistente para Ω , então o Teorema 2 continuará valendo ao utilizarmos $\hat{\Omega}$. Na prática não é fácil encontrar um estimador consistente para Ω , soluções como o estimador de mínimos quadrados generalizados factível (*feasible generalized least squares*) foram propostas. Neste trabalho utilizaremos uma forma simples de estimar Ω , na qual $\hat{\Omega}$ é uma matriz diagonal com os resíduos ao quadrado de MQO na diagonal, isto é, $\hat{u}_i^2 = \frac{1}{n}(y_i - B_{i,\cdot}^4\hat{\eta}^{mqo})^T(y_i - B_{i,\cdot}\hat{\eta}^{mqo})$ é o i -ésimo elemento da diagonal de $\hat{\Omega}$.

De acordo com White (1980), sob algumas hipóteses (incluindo a existência do $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}B^T\Omega B$), podemos estimar $\frac{1}{n}B^T\Omega B$ de forma consistente por meio de: $\frac{1}{n}B^T\hat{\Omega}B$, em que $\hat{\Omega}$ é um estimador inconsistente de Ω . Portanto White (1980) propõem utilizar $\hat{\eta}^{mqo}$ com a correção da variância para o caso heteroscedástico, pois quando $\Omega \neq \sigma^2 I_n$ temos sua variância assintótica dada por:

$$Var(\hat{\eta}^{mqo}) = A^{-1} \left(\lim_{n \rightarrow \infty} B^T\Omega B \right) A^{-1}.$$

Não é difícil ver que $\hat{\eta}^{mqo}$ é um estimador consistente mesmo quando estamos no caso heteroscedástico, não entraremos em detalhes agora pois este é um caso particular do Teorema 5.

O estimador de MQO é inconsistente quando as variáveis explicativas são assintoticamente correlacionadas com o erro da regressão. Ou seja, se a suposição [2] do Teorema 1 não é válida teremos $\frac{1}{n}B^T u \xrightarrow{P} Q$ com $Q \neq 0$, utilizando a equação (2.2) em $\hat{\eta}^{mqo}$ temos:

$$\begin{aligned} \hat{\eta}^{mqo} &= (B^T B)^{-1} B^T (B\eta + u) \Rightarrow \\ \Rightarrow \hat{\eta}^{mqo} &= \eta + (n^{-1}B^T B)^{-1} n^{-1}B^T u \Rightarrow \\ \Rightarrow plim_{n \rightarrow \infty} \hat{\eta}^{mqo} &= \eta + A^{-1}Q, \end{aligned}$$

o termo $A^{-1}Q$ nos revela a inconsistência de $\hat{\eta}^{mqo}$. Analogamente podemos mostrar que $\hat{\eta}^{mqg}$ é inconsistente sob a mesma circunstância.

Na prática é muito difícil termos variáveis explicativas não correlacionadas com o erro e isto pode ser devido por exemplo: a erros de mensuração das variáveis, omissão de variáveis relevantes

⁴ $B_{i,\cdot}$ é o vetor linha que contém todos os elementos da i -ésima linha da matriz B .

e simultaneidade⁵.

2.2 Estimadores de variáveis instrumentais

Na seção anterior vimos que o estimador de Mínimos Quadrados Ordinários e sua generalização são inconsistentes quando os erros são correlacionados com as variáveis explicativas. Uma forma de contornar este problema é o método de variáveis instrumentais.

Seja o modelo da equação (2.1) com as variáveis explicativas X exógenas (não correlacionadas com o erro da regressão) e as variáveis explicativas Z endógenas (correlacionadas com o erro da regressão). Portanto o estimador de MQO de η é inconsistente.

Assuma que exista uma matriz $W \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $p \geq l$, em que: [1] suas colunas são variáveis assintoticamente não correlacionadas com o erro (u) e [2] correlacionadas com as variáveis endógenas condicionada em X da equação (2.1), isto é, as colunas da matriz Z . As colunas que compõem W são denominadas de variáveis instrumentais, é relevante observarmos que as variáveis que compõem as colunas da matriz X são exógenas e logo instrumentos válidos. Portanto a matriz de instrumentos do modelo é definida da seguinte forma: $\Pi = [X : W]$ matriz de tamanho $n \times (k + p)$.

Para que não ocorram dúvidas quanto a notação, iremos nomear por variáveis instrumentais extras as variáveis que compõem as colunas da matriz W e por variáveis instrumentais as que compõem as colunas da matriz Π .

2.2.1 Caso homoscedástico

Esta subseção será dedicada a estudar o caso homoscedástico, ou seja, assumamos que o modelo da equação (2.1) tem matriz de variância-covariância dada por $\Omega = \sigma^2 I_n$.

No caso em que $p = l$ temos um modelo perfeitamente identificado, ou seja, o número de variáveis instrumentais extras é igual ao número de variáveis endógenas no modelo, podemos encontrar um estimador para η por meio da minimização de $(y - B\eta)^T \Pi (y - B\eta)$. A solução é dada por:

$$\hat{\eta}^{vi} = (\Pi^T B)^{-1} \Pi^T y. \quad (2.7)$$

Este estimador é um caso particular do estimador de variáveis instrumentais generalizado, no qual o número de variáveis instrumentais extras (colunas de W) é maior ou igual ao número

⁵Denominamos por simultaneidade quando uma ou mais variáveis são determinadas conjuntamente por um sistema de equações, por exemplo: quando x explica y e y explica x .

de variáveis endógenas (colunas de Z), $p \geq l$. Neste caso o estimador de η é obtido minimizando a seguinte função critério: $(y - B\eta)^T P_{\Pi}(y - B\eta)$, em que: $P_{\Pi} = \Pi(\Pi^T \Pi)^{-1} \Pi^T$ ⁶. O que nos leva ao seguinte estimador:

$$\hat{\eta}^{vig} = (B^T P_{\Pi} B)^{-1} B^T P_{\Pi} y, \quad (2.8)$$

$\hat{\eta}^{vi}$ reduz-se para $\hat{\eta}^{vig}$ quando $p = l$, sendo assim daqui em diante sempre usaremos $\hat{\eta}^{vig}$.

Teorema 3. *Seja o modelo linear dado pela equação (2.2), $\Omega = \sigma^2 I_n$ com $\sigma^2 < \infty$ e as suposições: [1] $\frac{1}{n}(\Pi^T \Pi) \xrightarrow{P} C$ finita e positiva definida, [2] $\frac{1}{n}(B^T \Pi) \xrightarrow{P} D$ matriz de posto $(k+l)$, [3] $\frac{1}{n}(\Pi^T u) \xrightarrow{P} 0$ e [4] $n^{-1/2}(\Pi^T u) \xrightarrow{D} N(0, \sigma^2 C)$. Então:*

(a) *sob as suposições [1], [2] e [3], $\hat{\eta}^{vig}$ é consistente;*

(b) *e sob as suposições [1], [2] e [4], $\hat{\eta}^{vig}$ é assintoticamente normal, isto é:*

$$n^{1/2}(\hat{\eta}^{vig} - \eta) \xrightarrow{D} N(0, \sigma^2(DC^{-1}D^T)^{-1}).$$

Prova 3. *Para mostrar a consistência de $\hat{\eta}^{vig}$ substituímos a equação (2.2) em $\hat{\eta}^{vig}$, obtendo:*

$$\hat{\eta}^{vig} = \eta + (B^T P_{\Pi} B)^{-1} B^T P_{\Pi} u. \quad (2.9)$$

Por meio da suposição [1] e da Proposição 1 do Apêndice A temos $(\frac{1}{n}\Pi^T \Pi)^{-1} \xrightarrow{P} C^{-1}$. Utilizando este resultado, o item (ii) do Corolário 1 do Apêndice A e a suposição [2] temos: $(\frac{B^T \Pi}{n})(\frac{\Pi^T \Pi}{n})^{-1}(\frac{B^T \Pi}{n})^T \xrightarrow{P} DC^{-1}D^T$. Aplicando novamente a Proposição 1 e o item (ii) do Corolário 1 do Apêndice A, juntamente com as suposições [1], [2] e [3] temos:

$$\begin{aligned} \text{plim}_{n \rightarrow \infty} \hat{\eta} &= \eta + \text{plim}_{n \rightarrow \infty} [(\frac{B^T \Pi}{n})(\frac{\Pi^T \Pi}{n})^{-1}(\frac{B^T \Pi}{n})^T]^{-1} (\frac{B^T \Pi}{n})(\frac{\Pi^T \Pi}{n})^{-1} (\frac{\Pi^T u}{n}) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \text{plim}_{n \rightarrow \infty} \hat{\eta}^{vig} = \eta + (DC^{-1}D^T)^{-1} D^T C^{-1} 0 = \eta. \end{aligned}$$

Para encontrar o resultado de convergência em distribuição usamos a equação (2.9), trabalhando da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \hat{\eta}^{vig} &= \eta + (B^T P_{\Pi} B)^{-1} B^T P_{\Pi} u \Rightarrow \\ &\Rightarrow n^{1/2}(\hat{\eta}^{vig} - \eta) = (n^{-1} B^T P_{\Pi} B)^{-1} n^{-1/2} B^T P_{\Pi} u. \end{aligned}$$

Utilizando as suposições [1] e [2], a Proposição 1 e o item (ii) do Corolário 1 do Apêndice A, temos que $\frac{1}{n} B^T P_{\Pi} B \xrightarrow{P} DC^{-1}D^T$ e $B^T \Pi (\Pi^T \Pi)^{-1} = \frac{1}{n} B^T \Pi (\frac{1}{n} \Pi^T \Pi)^{-1} \xrightarrow{P} DC^{-1}$, logo $(n^{-1} B^T P_{\Pi} B)^{-1} B^T \Pi (\Pi^T \Pi)^{-1} \xrightarrow{P} (DC^{-1}D^T)^{-1} DC^{-1}$.

⁶ P_{Π} é a matriz de projecção ortogonal no plano formado pelas colunas de Π .

Neste ponto temos que $(n^{-1}B^TP_{\Pi}B)^{-1}B^T\Pi(\Pi^T\Pi)^{-1} \xrightarrow{P} (DC^{-1}D^T)^{-1}DC^{-1}$ e pela suposição [4] $n^{-1/2}(\Pi^Tu) \xrightarrow{D} N(0, \sigma^2C)$, portanto usamos o item (ii) do Teorema 2 (Teorema de Slutsky) do Apêndice A, e obtemos: $n^{1/2}(\hat{\eta}^{vig} - \eta) \xrightarrow{D} (DC^{-1}D^T)^{-1}DC^{-1}\Phi$, em que: $\Phi \sim N(0, \sigma^2C)$. E com isso demonstramos a normalidade assintótica de $\hat{\eta}^{vig}$, pois $n^{1/2}(\hat{\eta}^{vig} - \eta) \xrightarrow{D} N(0, \sigma^2(DC^{-1}D^T)^{-1})$.

□

Uma abordagem muito utilizada para se estimar $\hat{\eta}^{vig}$ é o método de estimação por 2 estágios. Para melhor exposição do método iremos assumir $l = 1$, o procedimento é:

(1) Ajustamos a regressão auxiliar $Z = X\theta + W\gamma + v$, em que $v \sim N(0, \sigma^2I_n)$ por MQO e guardamos os valores previstos de Z , $\hat{Z} = P_{[X:W]}Z = P_{\Pi}Z$;

(2) Encontramos $\hat{\eta}^{m2s} = \text{vec}([\alpha^{m2s} : \beta^{m2s}])$ ajustando a seguinte regressão por MQO: $y = X\alpha + \hat{Z}\beta + u$.

Ao estudarmos com cuidado $\hat{\eta}^{m2s}$ percebemos que é igual a $\hat{\eta}^{vig}$, vejamos:

$$\begin{aligned}\hat{\eta}^{m2s} &= ([X : \hat{Z}]^T[X : \hat{Z}])^{-1}[X : \hat{Z}]^Ty \Rightarrow \\ \Rightarrow \hat{\eta}^{m2s} &= ([X : Z]^TP_{\Pi}P_{\Pi}[X : Z])^{-1}P_{\Pi}[X : Z]^Ty \Rightarrow \\ \Rightarrow \hat{\eta}^{m2s} &= (B^TP_{\Pi}B)^{-1}P_{\Pi}B^Ty = \hat{\eta}^{vig},\end{aligned}$$

como tínhamos enunciado anteriormente. Contudo é relevante salientar que os erros padrões assintóticos da segunda equação pela estimação por 2 estágios não estão corretos, devemos lembrar que os corretos são aqueles vistos no Teorema 3, portanto não devemos utilizar os testes de hipótese da segunda regressão. Contudo podemos corrigir os mesmos de forma a termos os testes de hipóteses corretos.

A variância assintótica de $\hat{\eta}^{vig}$ é dada por $\sigma^2(DC^{-1}D^T)^{-1}$. Na prática não conhecemos σ^2 , D e C , logo estimamos a $\text{Var}(\hat{\eta}^{vig})$ por $\hat{\sigma}^2(B^TP_{\Pi}B)^{-1}$ de forma consistente. Sendo assim a forma de corrigirmos a variância da regressão do passo (2) do Método de 2 estágios (M2S) de $\hat{\eta}^{m2s}$ é calcular $\hat{\sigma}^2$ por meio de $\frac{1}{n}(y - B\hat{\eta}^{m2s})^T(y - B\hat{\eta}^{m2s})$, ou seja, devemos utilizar Z ao invés de $\hat{Z}$. E temos que $\widehat{\text{Var}}(\hat{\eta}^{vig})$ é dada pela seguinte correção: $\hat{\sigma}^2/\hat{\sigma}_{m2s}^2\widehat{\text{Var}}(\hat{\eta}^{m2s})$, em que: $\hat{\sigma}_{m2s}^2$ é calculado pela regressão do passo 2 do M2S $(\frac{1}{n}(y - [X : \hat{Z}]\hat{\eta}^{m2s})^T(y - [X : \hat{Z}]\hat{\eta}^{m2s}))$ e $\text{Var}(\hat{\eta}^{m2s})$ é a variância de η calculada da regressão do passo 2 do M2S. Assim temos a variância correta, pois:

$$\frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\sigma}_{m2s}^2}\widehat{\text{Var}}(\hat{\eta}^{m2s}) = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\sigma}_{m2s}^2}\hat{\sigma}_{m2s}^2([X : \hat{Z}]^T[X : \hat{Z}])^{-1} = \hat{\sigma}^2(B^TP_{\Pi}B)^{-1}.$$

2.2.2 Caso heteroscedástico

Nesta subseção nos dedicaremos ao caso heteroscedástico, no qual o modelo da equação (2.1) tem matriz de variância-covariância dada por Ω .

O estimador de variáveis instrumentais utilizado neste caso pode ser encontrado por meio da minimização da função critério $(y - B\eta)^T \Pi(\Pi\Omega\Pi)^{-1}\Pi^T(y - B\eta)$, o que nos dá:

$$\hat{\eta}^{vig2} = (B^T \Pi(\Pi^T \Omega \Pi)^{-1} \Pi^T B)^{-1} B^T \Pi(\Pi^T \Omega \Pi)^{-1} \Pi^T y. \quad (2.10)$$

Teorema 4. *Seja o modelo dado pela equação (2.2), com matriz de variância-covariância Ω conhecida e supondo que: [1] $\frac{1}{n} \Pi^T \Omega \Pi \xrightarrow{P} E$ finita e positiva definida; [2] $\frac{1}{n} B^T \Pi \xrightarrow{P} D$ com posto $(k + l)$; [3] $\frac{1}{n} \Pi^T u \xrightarrow{P} 0$ e [4] $n^{-1/2} \Pi^T u \xrightarrow{D} N(0, E)$. Então:*

(a) *sob as suposições [1], [2] e [3], $\hat{\eta}^{vig2}$ é consistente;*

(b) *e sob as suposições [1], [2] e [4], $\hat{\eta}^{vig2}$ é assintoticamente normal, isto é:*

$$n^{1/2}(\hat{\eta}^{vig2} - \eta) \xrightarrow{D} N(0, (DE^{-1}D^T)^{-1}).$$

Prova 4. *Para mostrar a consistência de $\hat{\eta}^{vig2}$ substituímos a equação (2.2) em $\hat{\eta}^{vig2}$, obtendo:*

$$\hat{\eta}^{vig2} = \eta + (B^T \Pi(\Pi^T \Omega \Pi)^{-1} \Pi^T B)^{-1} B^T \Pi(\Pi^T \Omega \Pi)^{-1} \Pi^T u, \quad (2.11)$$

por meio das suposição [1] e da Proposição 1 do Apêndice A temos $(\frac{1}{n} \Pi^T \Omega \Pi)^{-1} \xrightarrow{P} E^{-1}$. Utilizando este resultado, o item (ii) do Corolário 1 do Apêndice A e a suposição [2] temos: $(\frac{B^T \Pi}{n})(\frac{\Pi^T \Omega \Pi}{n})^{-1}(\frac{B^T \Pi}{n})^T \xrightarrow{P} DE^{-1}D^T$. Aplicando novamente a Proposição 1 e o item (ii) do Corolário 1 do Apêndice A, juntamente com as suposições [1], [2] e [3] temos:

$$\begin{aligned} plim_{n \rightarrow \infty} \hat{\eta}^{vig2} &= \eta + plim_{n \rightarrow \infty} [(\frac{B^T \Pi}{n})(\frac{\Pi^T \Omega \Pi}{n})^{-1}(\frac{\Pi^T B}{n})]^{-1} (\frac{B^T \Pi}{n})(\frac{\Pi^T \Omega \Pi}{n})^{-1} (\frac{\Pi^T u}{n}) \Rightarrow \\ &plim_{n \rightarrow \infty} \hat{\eta}^{vig2} = \eta + (DE^{-1}D^T)^{-1} D^T E^{-1} 0 = \eta. \end{aligned}$$

Para encontrar o resultado de convergência em distribuição usamos a equação (2.11), trabalhando da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \hat{\eta}^{vig2} &= \eta + (B^T \Pi(\Pi^T \Omega \Pi)^{-1} \Pi^T B)^{-1} B^T \Pi(\Pi^T \Omega \Pi)^{-1} \Pi^T u \Rightarrow \\ \Rightarrow n^{1/2}(\hat{\eta}^{vig2} - \eta) &= [(\frac{B^T \Pi}{n})(\frac{\Pi^T \Omega \Pi}{n})^{-1}(\frac{\Pi^T B}{n})]^{-1} (\frac{B^T \Pi}{n})(\frac{\Pi^T \Omega \Pi}{n})^{-1} (n^{-1/2} \Pi^T u). \end{aligned}$$

Utilizando as suposições [1] e [2], a Proposição 1 e o item (ii) do Corolário 1 do Apêndice A e os resultados já vistos, $(\frac{B^T \Pi}{n})(\frac{\Pi^T \Omega \Pi}{n})^{-1}(\frac{B^T \Pi}{n})^T \xrightarrow{P} DE^{-1}D^T$ e $(\frac{B^T \Pi}{n})(\frac{\Pi^T \Omega \Pi}{n})^{-1} \xrightarrow{P} DE^{-1}$, temos que: $[(\frac{B^T \Pi}{n})(\frac{\Pi^T \Omega \Pi}{n})^{-1}(\frac{B^T \Pi}{n})^T]^{-1} (\frac{B^T \Pi}{n})(\frac{\Pi^T \Omega \Pi}{n})^{-1} \xrightarrow{P} (DE^{-1}D^T)^{-1} DE^{-1}$.

Neste ponto temos que $[(\frac{B^T \Pi}{n})(\frac{\Pi^T \Omega \Pi}{n})^{-1}(\frac{B^T \Pi}{n})^T]^{-1}(\frac{B^T \Pi}{n})(\frac{\Pi^T \Omega \Pi}{n})^{-1} \xrightarrow{P} (DE^{-1} D^T)^{-1} DE^{-1}$ e pela suposição [4] $n^{-1/2} \Pi^T u \xrightarrow{D} N(0, E)$, portanto usamos o item (ii) do Teorema 2 (Teorema de Slutsky) do Apêndice A, e obtemos: $n^{1/2}(\hat{\eta}^{vig2} - \eta) \xrightarrow{D} (DE^{-1} D^T)^{-1} DE^{-1} \Phi$, em que $\Phi \sim N(0, E)$. Com isso demonstramos a normalidade assintótica de $\hat{\eta}^{vig2}$, pois $n^{1/2}(\hat{\eta}^{vig2} - \eta) \xrightarrow{D} N(0, (DE^{-1} D^T)^{-1})$.

□

No caso de Ω desconhecido, podemos estimá-lo de forma semelhante a utilizada no Teorema 2. Isto é, a estimativa de Ω , $\hat{\Omega}$, é uma matriz diagonal com os resíduos ao quadrado de MQO na diagonal ($\hat{u}_i^2 = \frac{1}{n}(y_i - B_{i.}\hat{\eta}^{mqo})^T(y_i - B_{i.}\hat{\eta}^{mqo})$) é o i -ésimo elemento da diagonal de $\hat{\Omega}$).

2.2.3 Variância de $\hat{\eta}^{vig}$ em um modelo heteroscedástico

Seja o modelo da equação (2.1) com matriz de variância-covariância, Ω , modelo heteroscedástico. Pelo Teorema 4 na subseção 2.1.2 o estimador consistente e assintoticamente Normal para η é dado pela equação (2.10), $\hat{\eta}^{vig2}$. No entanto, mesmo sabendo que o modelo é heteroscedástico, utilizemos o estimador da equação (2.8), $\hat{\eta}^{vig}$, em vez de utilizarmos $\hat{\eta}^{vig2}$.

Teorema 5. *Seja o modelo dado pela equação (2.2), com matriz de variância-covariância Ω conhecida e supondo que: [1] $\frac{1}{n} \Pi^T \Pi \xrightarrow{P} C$ finita e positiva definida; [2] $\frac{1}{n} B^T \Pi \xrightarrow{P} D$ com posto $(k + l)$; [3] $\frac{1}{n} \Pi^T u \xrightarrow{P} 0$ e [4] $n^{-1/2} \Pi^T u \xrightarrow{D} N(0, E)$, em que: $\frac{1}{n} \Pi^T \Omega \Pi \xrightarrow{P} E$. Então:*

(a) *sob as suposições [1], [2] e [3], $\hat{\eta}^{vig}$ é consistente;*

(b) *sob as suposições [1], [2] e [4], $\hat{\eta}^{vig}$ é assintoticamente normal, isto é:*

$$n^{1/2}(\hat{\eta}^{vig} - \eta) \xrightarrow{D} N(0, (DC^{-1}D^T)^{-1}DC^{-1}EC^{-1}D^T(DC^{-1}D^T)^{-1}).$$

Prova 5. *Para mostrar a consistência substituímos a equação (2.2) em $\hat{\eta}^{vig}$, obtendo:*

$$\hat{\eta}^{vig} = \eta + (B^T P_{\Pi} B)^{-1} B^T P_{\Pi} u; \quad (2.12)$$

por meio da suposição [1] e da Proposição 1 do Apêndice A temos $\frac{1}{n}(\Pi^T \Pi)^{-1} \xrightarrow{P} C^{-1}$. Utilizando este resultado, o item (ii) do Corolário 1 do Apêndice A e a suposição [2] temos: $\frac{1}{n} B^T P_{\Pi} B = (\frac{B^T \Pi}{n})(\frac{\Pi^T \Pi}{n})^{-1}(\frac{\Pi^T B}{n}) \xrightarrow{P} DC^{-1}D^T$. Aplicando novamente a Proposição 1 e o item (ii) do Corolário 1 do Apêndice A, juntamente com as suposições [1], [2] e [3] temos:

$$\begin{aligned} \text{plim}_{n \rightarrow \infty} &= \eta + \text{plim}_{n \rightarrow \infty} [(\frac{B^T \Pi}{n})(\frac{\Pi^T \Pi}{n})^{-1}(\frac{\Pi^T B}{n})]^{-1}(\frac{B^T \Pi}{n})(\frac{\Pi^T \Pi}{n})^{-1}(\frac{\Pi^T u}{n}) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \text{plim}_{n \rightarrow \infty} \hat{\eta}^{vig} = \eta + (DC^{-1}D)^{-1}DC^{-1}0 = \eta. \end{aligned}$$

Para encontrar o resultado da convergência em distribuição usamos a equação (2.12) da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\hat{\eta}^{vig} - \eta &= (B^T \Pi (\Pi^T \Pi)^{-1} \Pi^T B)^{-1} B^T \Pi (\Pi^T \Pi)^{-1} \Pi^T u \Rightarrow \\ \Rightarrow n^{1/2}(\hat{\eta}^{vig} - \eta) &= [(\frac{B^T \Pi}{n})(\frac{\Pi^T \Pi}{n})^{-1}(\frac{\Pi B^T}{n})]^{-1}(\frac{B^T \Pi}{n})(\frac{\Pi^T \Pi}{n})^{-1}(n^{-1/2} \Pi^T u).\end{aligned}$$

Neste ponto temos que $[(\frac{B^T \Pi}{n})(\frac{\Pi^T \Pi}{n})^{-1}(\frac{\Pi B^T}{n})]^{-1}(\frac{B^T \Pi}{n})(\frac{\Pi^T \Pi}{n})^{-1} \xrightarrow{P} (DC^{-1}D^T)^{-1} DC^{-1}$ e pela suposição [4] $n^{-1/2} \Pi^T u \xrightarrow{D} N(0, E)$, portanto usamos o item (ii) do Teorema 2 (Teorema de Slutsky) do Apêndice A, e obtemos: $n^{1/2}(\hat{\eta}^{vig} - \eta) \xrightarrow{D} (DC^{-1}D^T)^{-1} DC^{-1} \Phi$, em que $\Phi \sim N(0, E)$. Com isso demonstramos a normalidade assintótica de $\hat{\eta}^{vig}$, pois $n^{1/2}(\hat{\eta}^{vig} - \eta) \xrightarrow{D} N(0, (DC^{-1}D^T)^{-1} DC^{-1} E C^{-1} D^T (DC^{-1}D^T)^{-1})$.

□

De acordo com o Teorema 5, em um modelo heteroscedástico, dado pela equação (2.2), temos que o estimador $\hat{\eta}^{vig}$ é consistente e assintoticamente Normal. Caso o modelo seja homoscedástico temos que a distribuição Normal do Teorema 5 reduz-se a distribuição Normal do Teorema 3. Quando o modelo é realmente heteroscedástico temos dois possíveis estimadores o $\hat{\eta}^{vig}$ e o $\hat{\eta}^{vig2}$, ambos são consistentes e assintoticamente normais como vimos nos Teoremas 4 e 5.

Seja um modelo heteroscedástico, o estimador mais eficiente neste caso é $\hat{\eta}^{vig2}$, no sentido de que a diferença entre $Var(\hat{\eta}^{vig})$ e $Var(\hat{\eta}^{vig2})$ é uma matriz positiva semidefinida. Utilizando a Proposição 2 do Apêndice A temos que $Var(\hat{\eta}^{vig}) - Var(\hat{\eta}^{vig2})$ é positiva semidefinida se, e somente se $(Var(\hat{\eta}^{vig2}))^{-1} - (Var(\hat{\eta}^{vig}))^{-1}$ é positiva semidefinida.

$$\begin{aligned}& (Var(\hat{\eta}^{vig2}))^{-1} - (Var(\hat{\eta}^{vig}))^{-1} = \\ & = DE^{-1}D^T - (DC^{-1}D^T)[DC^{-1}EC^{-1}D^T]^{-1}(DC^{-1}D^T) = \\ & = DE^{-1/2}[I_n - E^{1/2}C^{-1}D^T(DC^{-1}E^{1/2}E^{1/2}C^{-1}D^T)^{-1}DC^{-1}E^{1/2}]E^{-1/2}D^T = \\ & = DE^{-1/2}M_{E^{1/2}C^{-1}D^T}E^{-1/2}D^T,\end{aligned}$$

em que: $M_{E^{1/2}C^{-1}D^T} = I_n - P_{E^{1/2}C^{-1}D^T}$. $M_{E^{1/2}C^{-1}D^T}$ é uma matriz idempotente, logo reescrevemos $DE^{-1/2}M_{E^{1/2}C^{-1}D^T}E^{-1/2}D^T$ da seguinte forma $(M_{E^{1/2}C^{-1}D^T} E^{-1/2}D^T)^T(M_{E^{1/2}C^{-1}D^T} E^{-1/2}D^T)$ que é claramente positiva semidefinida.

2.3 Testes de hipóteses assintóticos

A estimativa pontual dos parâmetros deve sempre vir acompanhada dos seus erros padrões e se possível de testes de hipóteses, pois é por meio destes que iremos ter uma boa idéia dos verdadeiros valores dos parâmetros.

Ao estudarmos as propriedades assintóticas de $\hat{\eta}^{vig}$, estimador de η , surgiu de forma natural o teste-t, o qual assintoticamente tem distribuição normal padrão. No caso homoscedástico temos que o teste de hipótese assintótico, com $H_0 : \hat{\eta}_i^{vig} = \eta_0$ contra $H_1 : \hat{\eta}_i^{vig} \neq \eta_0$, é dado por:

$$t_i = \frac{\hat{\eta}_i^{vig} - \eta_0}{\sqrt{\widehat{Var}(\hat{\eta}_i^{vig})}}, \quad (2.13)$$

em que $i = 1, \dots, (k+l)$, $\widehat{Var}(\hat{\eta}^{vig}) = \hat{\sigma}^2(B^T P_{\Pi} B)^{-1}$ e $\widehat{Var}(\hat{\eta}_i^{vig})$ é o i -ésimo elemento da diagonal de $\widehat{Var}(\hat{\eta}^{vig})$. Lembremos que $Var(\hat{\eta}^{vig}) = \sigma^2(DC^{-1}D^T)^{-1}$, mas como não conhecemos σ^2 , D e C , estimamos a variância de $\hat{\eta}^{vig}$ por $\hat{\sigma}^2(B^T P_{\Pi} B)^{-1}$ de forma consistente.

No caso heteroscedástico o teste é dado por:

$$t_i = \frac{\hat{\eta}_i^{vig2} - \eta_0}{\sqrt{\widehat{Var}(\hat{\eta}_i^{vig2})}}, \quad (2.14)$$

em que: $i = 1, \dots, (k+l)$, $\widehat{Var}(\hat{\eta}^{vig}) = (B^T \Pi (\Pi^T \hat{\Omega} \Pi) \Pi^T B)^{-1}$, o qual é um estimador consistente de $Var(\hat{\eta}^{vig}) = (DE^{-1} D^T)^{-1}$, e $\widehat{Var}(\hat{\eta}_i^{vig2})$ é o i -ésimo elemento da diagonal de $\widehat{Var}(\hat{\eta}^{vig2})$.

No caso da subseção 2.1.3, em que usamos $\hat{\eta}^{vig}$ para estimar η em um modelo heteroscedástico, temos o teste-t dado por:

$$t_i = \frac{\hat{\eta}_i^{vig} - \eta}{\sqrt{\widehat{Var}(\hat{\eta}_i^{vig})}}, \quad (2.15)$$

em que: $i = 1, \dots, (k+l)$, $\widehat{Var}(\hat{\eta}^{vig}) = (X^T P_{\Pi} X)^{-1} X^T P_{\Pi} \hat{\Omega} P_{\Pi} X (X^T P_{\Pi} X)^{-1}$, o qual é um estimador consistente para $\widehat{Var}(\hat{\eta}^{vig}) = (DC^{-1}D^T)^{-1} DC^{-1} EC^{-1} D^T (DC^{-1}D^T)^{-1}$, e $\widehat{Var}(\hat{\eta}_i^{vig})$ é o i -ésimo elemento da diagonal de $\widehat{Var}(\hat{\eta}^{vig})$.

A partir destes testes assintóticos podemos construir intervalos de confiança assintóticos para η da forma usual. No Capítulo 4 estudaremos por meio de simulação se estas distribuições assintóticas podem ser utilizadas para construir testes de hipótese e intervalos de confiança para amostras finitas.

2.4 Variáveis instrumentais fracas

A Teoria Clássica de Variáveis Instrumentais, estudada nas seções anteriores, é válida quando os instrumentos (W) são: não correlacionados com o erro (u) e correlacionados com as variáveis endógenas (Z) condicionando nas variáveis exógenas (X). Nesta seção iremos estudar os problemas causados por termos instrumentos pouco correlacionados com as variáveis endógenas, denominamos estes instrumentos de instrumentos fracos.

O trabalho de Bound, Jaeger e Baker (1995) é um trabalho que nos revela os perigos de utilizarmos um instrumento fraco. Os autores reexaminam os resultados encontrados por Angrist e Krueger (1991) no qual é estudado o quanto as leis americanas, que obrigam o indivíduo a estudar até certa idade, afetam o tempo de escolaridade e o salário, utilizando como variável instrumental o trimestre de nascimento do indivíduo. Bound, Jaeger e Baker (1995) conduzem experimentos simulados que revelam estimadores de variáveis instrumentais viesados e intervalos de confiança incorretos quando utilizada a teoria clássica de variáveis instrumentais (como feito por Angrist e Krueger (1991)) devido a termos um instrumento fraco.

Este trabalho nos mostra que devemos proceder com cautela ao utilizarmos a teoria clássica de variáveis instrumentais quando suspeitamos de instrumentos fracos. Devido a estes problemas, novos testes de hipóteses robustos a instrumentos fracos e testes de hipóteses para detectar instrumentos fracos foram propostos, os quais discutiremos nas subseções seguintes.

2.4.1 Teste para detectar instrumentos fracos

O problema de variáveis instrumentais pode ser exposto por meio de um sistema de equações:

$$y = X\alpha + Z\beta + u \quad (2.16)$$

$$Z = X\theta + W\gamma + v \quad (2.17)$$

em que: $y \in \mathbb{R}^n$, $X \in \mathbb{R}^{n \times k}$, $Z \in \mathbb{R}^{n \times l}$, $W \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $\alpha \in \mathbb{R}^k$, $\beta \in \mathbb{R}^l$, $\theta \in \mathbb{R}^k$, $\gamma \in \mathbb{R}^p$, $u \in \mathbb{R}^n$ e $v \in \mathbb{R}^n$. Estas equações são exatamente aquelas utilizadas pelo M2S. E podemos reescrever as equações (2.16) e (2.17) da seguinte forma:

$$y = B\eta + u \quad (2.18)$$

$$Z = \Pi\pi + v \quad (2.19)$$

em que: $\pi = \text{vec}([\theta : \gamma])$ é o vetor de parâmetros da equação (2.17), v é uma matriz $n \times l$ de erros independentes e identicamente distribuídos $N(0, \sigma_v^2)$ e todas as outras variáveis já foram definidas anteriormente. Assumiremos que $V = [u; v]$ é uma matriz $n \times (l + 1)$ com suas linhas independentemente e identicamente distribuídas normal com média zero e matriz de variância-covariância Ω_V .

Quando os instrumentos (W) são correlacionados com as variáveis endógenas (Z) o parâmetro γ da equação (2.17) é diferente de zero, temos um instrumento válido. Para $l = 1$, Bound, Jaeger e Baker (1995) propõem a utilização do *teste-F* e do R^2 (em que o efeito das variáveis exógenas X é parcialmente retirado) como boas medidas para inferirmos se os instrumentos W são fracos. Se no *teste-F* para testar $H_0 : \gamma = 0$ contra $H_1 : \gamma \neq 0$ não conseguirmos rejeitar a hipótese nula

é sinal que temos instrumentos fracos, e quanto mais próximo de zero for R^2 mais fracos são os instrumentos. Staiger e Stock (1997) sugerem declarar que os instrumentos W são fracos caso a estatística do teste- F (F), $H_0 : \gamma = 0$ contra $H_1 : \gamma \neq 0$, seja menor do que 10.

No caso em que temos duas ou mais variáveis endógenas, $l > 1$, os métodos discutidos acima para se detectar instrumentos fracos não se aplicam diretamente, sendo assim Stock e Yogo (2005) desenvolveram um teste baseado na estatística de Cragg-Donald (1993) para testar se as variáveis instrumentais extras são fracas em casos com uma ou mais variáveis endógenas.

O teste de Stock e Yogo (2005) caracteriza que os instrumentos são fracos por meio do viés relativo entre os estimadores de MQO e variáveis instrumentais, o qual é dado por:

$$\frac{[E(\hat{\beta}^{vig} - \beta)]^T \Sigma_{M_X Z M_X Z} [E(\hat{\beta}^{vig} - \beta)]}{[E(\hat{\beta}^{mqo} - \beta)]^T \Sigma_{M_X Z M_X Z} [E(\hat{\beta}^{mqo} - \beta)]},$$

em que $\Sigma_{M_X Z M_X Z} = \text{plim}_{n \rightarrow \infty} ((M_X Z)^T M_X Z / n)$. Nesta caracterização a hipótese nula de que os instrumentos são fracos é equivalente a de que o viés relativo máximo é maior que r , um valor arbitrário. Stock e Yogo (2005) apresentam a tabela de valores críticos para diferentes valores de l , p , r e nível de significância. Quando $l = 1$ a hipótese nula pode ser reescrita como $H_0 : \frac{|E(\hat{\beta}^{vig} - \beta)|}{|E(\hat{\beta}^{mqo} - \beta)|} \geq r'$. No caso de $l = 1$, $p = 3$, $r' \geq 0.10$ e a um nível de significância de 5% rejeitamos a hipótese nula quando a estatística de Cragg-Donald é maior do que 13.91.

A estatística de Cragg-Donald é o menor autovalor de G_n (g_{min}), o qual é definido da seguinte forma:

$$G_n = (\hat{\Sigma}^{-1/2})^T (M_X Z)^T P_{M_X W} (M_X Z) (\hat{\Sigma}^{-1/2}) / p, \quad (2.20)$$

em que: $\hat{\Sigma} = (Z^T M_{\Pi} Z) / (n - k - p)$ e $M_X = I_n - P_X$. Como a caracterização deste teste será com respeito ao viés dos estimadores iremos utilizar os valores críticos da Tabela 1 do trabalho de Stock e Yogo (2005). A regra de decisão é: quando g_{min} exceder o valor crítico rejeitamos a hipótese nula de que os instrumentos são fracos. Quando temos apenas uma variável endógena ($l = 1$) G_n é exatamente o teste- F , como exposto na Proposição .

Proposição 1. *Se $l = 1$, então a estatística de Cragg-Donald é semelhante a estatística do teste- F , para testar $H_0 : \gamma = 0$ contra $H_1 : \gamma \neq 0$.*

Prova 1. *Quando $l = 1$ podemos escrever G_n , dado pela equação (2.20), da seguinte forma:*

$$G_n = \frac{(M_X Z)^T P_{M_X W} (M_X Z) / p}{(\hat{\Sigma}^{1/2})^T (\hat{\Sigma}^{1/2})} = \frac{(M_X Z)^T P_{M_X W} (M_X Z) / p}{\hat{\Sigma}},$$

pois $\hat{\Sigma}$ é um escalar no caso $l = 1$. Como $P_{M_X W} = M_X W (W^T M_X W)^{-1} W^T M_X$ temos:

$$G_n = \frac{(M_X Z)^T M_X W (W^T M_X W)^{-1} W^T M_X (M_X Z)/p}{(Z^T M_{\Pi} Z)/(n - k - p)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow G_n = \frac{Z^T M_X W (W^T M_X W)^{-1} W^T M_X Z/p}{(Z^T M_{\Pi} Z)/(n - k - p)}.$$

No caso $l = 1$ g_{min} é igual a G_n , portanto esta última expressão nos mostra claramente que g_{min} é exatamente a estatística do teste- F , $H_0 : \gamma = 0$ contra $H_1 : \gamma \neq 0$.

□

2.4.2 Teste robusto a instrumentos fracos

Na presença de variáveis instrumentais extras fracas os testes de hipóteses assintóticos para β desenvolvidos na seção 2.2 não são confiáveis e com isso testes robustos a instrumentos fracos foram desenvolvidos. A seguir são apresentados quatro testes robustos a instrumentos fracos: o teste de Anderson e Rubin (1949), o teste de Wald Condicional, o teste de Escore e o teste de razão de verossimilhança condicional (CLR); os quais foram estudados por Moreira (2001, 2003, 2009). Todos os testes apresentados aqui tem como hipóteses: $H_0 : \beta = \beta_0$ contra $H_1 : \beta \neq \beta_0$.

De acordo com Moreira (2003) os quatro testes robustos a instrumentos fracos têm taxa de rejeição da hipótese nula correta quando os erros são distribuídos normalmente e quando não conhecemos a distribuição dos mesmos. No entanto Moreira (2003) mostra que o teste de razão de verossimilhança quando a distribuição do erro não é conhecida e os instrumentos são fracos tem propriedades melhores que os testes de Anderson e Rubin (1949) e Escore. Ao considerarmos estes quatro testes iremos analisar o comportamento dos mesmos no Modelo Canônico de Contágio.

Anderson e Kunitomo (2007) e Kunitomo e Matsushita (2008) desenvolveram um teste de razão de verossimilhança condicional para um sistema de equações simultâneas, os quais não consideraremos neste trabalho.

- Teste de Anderson-Rubin

A estatística do teste de Anderson-Rubin (1949) para Ω_V conhecido e os erros distribuídos normalmente é:

$$AR_0 = \frac{(y - Z\beta_0)^T M_X W (W^T M_X W)^{-1} W^T M_X (y - Z\beta_0)/p}{b_0^T \Omega_V b_0}, \quad (2.21)$$

em que: $b_0 = [1; -\beta_0^T]^T$ e $b_0^T \Omega_V b_0$ é a variância de cada elemento de $u_0 \equiv y - Z\beta_0$. Sob a hipótese nula a estatística de Anderson-Rubin (1949) tem distribuição conhecida dada por: $AR_0 \xrightarrow{D} \chi_p^2/p$. Moreira (2001) mostrou que este teste é ótimo quando o modelo é justamente identificado ($p = l$),

contudo quando o modelo é sobre-identificado ($p > l$) este teste tem problemas quanto ao seu poder.

No caso em que os erros não tem distribuição normal e Ω_V é desconhecido podemos aplicar o teste AR_0 utilizando um estimador consistente para Ω_V , no caso $\hat{\Omega}_V = [y; Z]^T M_\Pi [y; Z] / (n - p - k)$. E este de acordo com Moreira (2003) deve se comportar bem em amostras de tamanho moderado.

A decisão de rejeitar hipótese nula se dá para valores grandes de AR_0 , o qual comparamos com os quantis da distribuição χ_p^2/p .

- Teste de Wald Condicional

A estatística do teste de Wald Condicional centrada em $\hat{\beta}^{vig}$, com erros normais e Ω_V conhecida é dada por:

$$W_0 = \frac{(\hat{\beta}^{vig} - \beta_0)^T Z^T P_{M_X W} Z (\hat{\beta}^{vig} - \beta_0)}{[1; -\hat{\beta}^{vig}] \Omega_V [1; -\hat{\beta}^{vig}]^T}, \quad (2.22)$$

no caso em que Ω_V é desconhecido podemos utilizar o estimador consistente $\hat{\Omega}_V$. Quando os erros não tem distribuição normal também utilizamos o mesmo teste e espera-se que em amostras de tamanho moderado o teste se comporte bem.

A distribuição da estatística do teste de Wald Condicional foi estudada por Moreira (2003), este trabalho mostra que a estatística do teste de Wald condicional não é pivotal e não tem distribuição conhecida. Sendo assim a forma de se determinar os valores críticos exposta por Moreira (2003) foi utilizar o método de Monte Carlo para por meio de uma distribuição empírica da estatística determinarmos os valores críticos.

- Teste de Escore

A estatística do teste de Escore com erros normais e Ω_V conhecido é dada por:

$$LM_0 = \frac{W^T M_X \hat{\gamma} [\hat{\gamma}^T (W^T M_X W) \hat{\gamma}]^{-1} \hat{\gamma}^T M_X W}{b_0^T \Omega_V b_0}, \quad (2.23)$$

em que: $\hat{\gamma} = (W^T M_X W)^{-1} W^T M_X [y; Z] \Omega_V^{-1} A_0$ é o estimador de máxima verossimilhança condicional de γ , como colocado por Moreira (2003), e $A_0 = [\beta_0; I_l]^T$ é uma matriz $l \times l$.

No caso em que a distribuição dos erros e Ω_V são desconhecidas podemos usar como uma estimativa consistente de Ω_V , $\hat{\Omega}_V$, e em amostras de tamanho moderado o teste deve proceder bem.

No teste de Escore rejeitamos H_0 para valores grandes de LM_0 e como exposto por Moreira (2003) este teste é assintoticamente chi-quadrado com l graus de liberdade. Sendo assim comparamos LM_0 com os quantis da distribuição χ_l^2 .

- Teste de Razão de Verossimilhança Condicional

O teste de razão de verossimilhança condicional proposto por Moreira (2001) tem estatística de teste, quando Ω_V é conhecido e os erros tem distribuição normal, dada por:

$$LR_0 = \frac{(y - Z\beta_0)^T P_{MXW}(y - Z\beta_0)}{b_0^T \Omega_V b_0} - \lambda^{min}, \quad (2.24)$$

em que: λ^{min} é o menor autovalor de $\Omega_V^{-1/2}[y; Z]^T P_{MXW}[y; Z]\Omega_V^{-1/2}$.

Quando Ω_V é desconhecido podemos estimá-lo por meio do estimador consistente $\hat{\Omega}_V$, além disso quando os erros não são normais espera-se que em amostras de tamanho moderado tenhamos um teste ainda robusto.

O valor crítico deste teste foi estudado por Moreira (2003) e não tem distribuição conhecida, sendo assim devemos proceder simulações (método de Monte Carlo) para encontrar os valores críticos por meio da distribuição empírica.

2.5 Distribuição dos estimadores para amostras finitas

Os estimadores de mínimos quadrados ordinários e variáveis instrumentais (dois estágios) de β , estudados nas seções anteriores têm distribuição assintótica normal como vimos nos Teoremas 1 e 3. No entanto na prática não temos uma amostra de tamanho infinito e portanto devemos estudar as propriedades destes estimadores em amostras finitas.

Sawa (1969) demonstrou a distribuição exata dos estimadores de MQO e variáveis instrumentais de β assumindo $l = 1^7$ e normalidade dos erros, porém devido a complexidade das funções de densidade foi difícil de deduzir conclusões definitivas a cerca destes estimadores. Sendo assim Sawa (1969) utilizou-se do método de Monte Carlo para estudar melhor estas propriedades.

No entanto um ponto relevante para o nosso estudo é a existência dos momentos das distribuições destes estimadores. Temos que o estimador de MQO para β tem todos os momentos até ordem $n - 1$, enquanto o estimador de variáveis instrumentais para β tem momentos até ordem $p - 1$. Portanto devemos ser bastante cautelosos ao utilizarmos os resultados deste Capítulo 2 em amostras pequenas.

⁷Neste trabalho iremos utilizar $l = 1$ na maioria das nossas aplicações, sendo assim este modelo é de extrema relevância.

No Capítulo 4 estudaremos as propriedades dos estimadores de MQO e variáveis instrumentais em amostras finitas por meio de simulações.

Capítulo 3

Modelo Canônico de Contágio

3.1 Introdução

A Teoria Econômica padrão propõem que o desempenho de uma determinada economia está relacionado aos seus fundamentos macro e microeconômicos. Assim, um modelo econométrico construído para estudar o desempenho de uma determinada economia deve levar em conta variáveis que revelam a sua estrutura macro e microeconômica. Denotando por y_{it} a variável indicadora do desempenho do i -ésimo país ($i = 1, \dots, N$) no período t ($t = 1, \dots, T$), temos que y_{it} é explicado por: variáveis econômicas comuns a todas as economias (fatores comuns observados), as quais denotaremos por z_t (de tamanho $s \times 1$); e variáveis econômicas específicas de cada economia (fatores específicos observados), as quais denotaremos por x_{it} (de tamanho $k_i \times 1$)¹.

A relação entre o desempenho da economia e suas variáveis explicativas pode ser formalmente exposta da seguinte forma:

$$y_{it} = \delta_i^T z_t + \alpha_i^T x_{it} + u_{it}, \quad (3.1)$$

em que: o vetor $s \times 1$ de parâmetros desconhecidos δ_i determina a influência dos fatores comuns no país i ; α_i é o vetor de tamanho $k_i \times 1$ de parâmetros desconhecidos que determina a influência dos fatores específicos no país i ; e u_{it} é o erro do i -ésimo país no período t , o qual tem média zero (mais suposições a cerca da estrutura dos erros serão discutidas posteriormente).

Uma questão relevante para investidores, Bancos Centrais e governos é a existência ou não

¹As variáveis indicadoras de desempenho, y_{it} , podem ser: índices das bolsas de valores, taxa de juros de títulos públicos, taxa de câmbio, entre outros que são utilizados na literatura. Os fatores comuns observados, z_t , são variáveis macroeconômicas iguais para todos os países, como o preço de *commodities*. Os fatores específicos, x_{it} , são variáveis que captam as especificidades de cada país, como: índice de inflação e nível de exportação.

de contágio, isto é, se uma economia ao entrar em crise² influencia o desempenho das economias "vizinhas" de tal forma que estas tenham um desempenho pior. Para responder esta questão primeiramente devemos distinguir entre interdependência e contágio, interdependência é a dependência entre as economias explicada por meio dos fundamentos econômicos, sejam eles fatores comuns ou específicos. Contágio é a dependência em momentos de crises entre os países que não conseguimos explicar, sendo assim quando a economia i entra em crise ela irá fazer com que as outras economias tenham uma mudança de estado; por exemplo, o equilíbrio da taxa de desempenho dos países $j \neq i$ irá mudar de patamar.

Para estudarmos a existência de contágio iremos utilizar o modelo definido pela equação (3.1), com $N = 2$ para melhor exposição, adicionando uma variável que indica a existência de crise nas economias "vizinhas". Definiremos que uma economia está em crise quando y_{it} for menor que um certo limite inferior, c_{it}^- , o qual pode variar com o tempo. Com isso definiremos uma variável indicadora que vale 1 quando a economia i está em crise e 0 caso contrário, isto é, $I(-y_{it} - c_{it}^-)^3$. De acordo com a definição de contágio dada neste trabalho, baseado em Pesaran e Pick (2007), podemos medir a existência de contágio entre as economias 1 e 2 da seguinte forma:

$$y_{1t} = \delta_1^T z_t + \alpha_1^T x_{1t} + \beta_1^- I(-y_{2t} - c_{2t}^-) + u_{1t} \quad (3.2)$$

$$y_{2t} = \delta_2^T z_t + \alpha_2^T x_{2t} + \beta_2^- I(-y_{1t} - c_{1t}^-) + u_{2t} \quad (3.3)$$

em que β_1^- é o parâmetro que indica se a economia 2 contagiou a economia 1 e β_2^- é o parâmetro que indica se a economia 1 contagiou a economia 2. Esta forma de medir contágio está de acordo com a definição de contágio deste trabalho, a qual considera que quando a economia 2 entra em crise ela mudará o equilíbrio da economia 1 em β_1^- .

Portanto, a existência ou não de contágio está relacionada com o coeficiente β_i^- , caso $\beta_i^- = 0$ não existe contágio dos países $j \neq i$ para o país i , caso $\beta_i^- \neq 0$ existe contágio e o nível é determinado pela magnitude do coeficiente. Além disso, ao controlarmos os índices de desempenho das economias pelas suas variáveis macroeconômicas estamos distinguindo contágio de interdependência, a qual será contabilizada por meio da correlação entre os erros dos países.

A princípio podemos utilizar o Teorema 2 da seção 2.1 para estimar e testar a hipótese da existência de contágio, ou seja, $H_0 : \beta_i^- = 0$ contra $H_1 : \beta_i^- \neq 0$. Contudo, de acordo com Pesaran e Pick (2007) utilizar o Teorema 2 da seção 2.1 para estimar β_i^- nos leva a estimativas inconsistentes devido a endogeneidade da variável indicadora, isto é, $I(-y_{jt} - c_{jt}^-)$ é correlacionada com o erro u_{it} por construção.

²Neste trabalho crise é definida como um retorno negativo anormal.

³ $I(x)$ é a função indicadora que vale 1 se $x > 0$ e 0 caso contrário.

A intuição da endogeneidade da função indicadora é: a inovação de u_{1t} afeta y_{1t} e por consequência $I(-y_{1t} - c_{1t}^-)$ e por meio da equação (3.3) afeta y_{2t} . Esta variável por outro lado afeta $I(-y_{2t} - c_{2t}^-)$ e portanto temos evidenciado a endogeneidade da variável indicadora, esta é correlacionada com o erro u_{1t} . Na seção 3.3 esta conclusão será avaliada com um maior rigor matemático.

Devido a endogeneidade da variável indicadora de crise não podemos utilizar o estimador de MQO, pois como discutido no Capítulo 2 este estimador é inconsistente. No entanto, uma alternativa a este problema é utilizar a Teoria de Variáveis Instrumentais, alternativa sugerida por Pesaran e Pick (2007).

Pesaran e Pick (2007) estudaram a solução das equações (3.2) e (3.3) de y_{1t} e y_{2t} quando c_{1t}^- e c_{2t}^- não variam no tempo, ou seja, os patamares que definem crise são dados por c_1^- e c_2^- . Mostrou-se que para valores específicos das variáveis comuns (z_t), específicas (x_{it}) e os erros (u_{it}) a solução de (y_{1t}, y_{2t}) não é única. No entanto este problema não afeta a identificação e estimação dos parâmetros do modelo dado pelas equações (3.2) e (3.3).

No presente estudo trabalharemos com duas definições do limite inferior para crise, na seção 3.2 discutiremos detalhadamente estas duas definições. Na seção 3.3 estudaremos possíveis instrumentos válidos para o Modelo Canônico de Contágio. As extensões do Modelo Canônico de Contágio serão estudadas na seção 3.4. Na seção 3.5 utilizaremos simulações por Monte Carlo para analisarmos a qualidade das variáveis instrumentais postuladas, na seção 3.6 utilizaremos o mesmo, as simulações de Monte Carlo, para estudar a qualidade de instrumentos adicionais.

3.2 Definições de crise

O Modelo Canônico de Contágio tem como ponto fundamental a definição de crise em uma economia, pois por meio desta definição conseguimos estimar a existência de contágio entre as economias em estudo. Na seção anterior a definição de crise foi tratada de maneira geral, a qual não permite *a priori* a aplicação direta a dados reais.

A definição mais geral de crise é aquela que leva em consideração os momentos de maior e menor variabilidade da economia. Isto é, em momentos de maior volatilidade esperamos que o desempenho da economia tenha perdas grandes ou pequenas dentro do esperado e previsto pelas suas variáveis macro e microeconômicas. Esta definição é captada pelo Modelo Canônico de Contágio de Pesaran e Pick (2007), o qual com $N = 2$ é dado por:

$$y_{1t} = \delta_1^T z_t + \alpha_1^T x_{1t} + \beta_1^- I(-y_{2t} - c_2^- \sigma_{2t}') + u_{1t} \quad (3.4)$$

$$y_{2t} = \delta_2^T z_t + \alpha_2^T x_{2t} + \beta_2^- I(-y_{1t} - c_1^- \sigma_{1t}') + u_{2t}. \quad (3.5)$$

em que: z_t e x_{it} são variáveis não estocásticas e independentes de u_{it} , $u_{.t} = (u_{1t}, \dots, u_{Nt})^T$ tem média condicional zero ($E(u_{.t}|\Omega_t) = 0$) e matriz de variância-covariância condicional Ω_t ($Var(u_{.t}|\mathfrak{F}_{t-1}) = \Omega_t$), Ω_t é uma matriz $N \times N$ com elemento característico $[\sigma_{ijt}]$ que segue um modelo de volatilidade multivariado e limite inferior para crise $c_{it}^- = c_i^- \sigma'_{it} \forall i, t$, sendo σ'_{it} uma medida de variabilidade do índice de desempenho, y_{it} .

O Modelo Canônico de Contágio não apresenta uma forma de se medir a variabilidade de y_{it} (σ'_{it}). Assumindo a existência de um limite inferior para crise histórico (isto é, constante no tempo), temos: $c_i^- \sigma'_{it} = \tilde{c}_i^-$, em que $\tilde{c}_i^-$ é definido de maneira *ad hoc*, levando em conta as especificidades de cada economia. A forma mais intuitiva e simples de se determinar $\tilde{c}_i^-$ é por meio dos percentis de $y_{.t}$, basta escolhermos a porcentagem de crise que queremos ter no período estudado para a economia e sendo assim o retorno amostral associado a este percentil será $\tilde{c}_i^-$.

Seja y_{it} uma variável aleatória estacionária com média zero e variância finita; uma outra forma de definirmos $\tilde{c}_i^-$ é calcularmos o desvio padrão amostral de y_{it} e multiplicarmos por uma constante, a qual determinará uma banda que y_{it} varia sem entrar em crise⁵. Se a distribuição de y_{it} for conhecida teremos a determinação da quantidade de crise desejada por meio dos quantis da distribuição, no caso normal com $\tilde{c}_i^- = 1.64$ teremos em média 5% de crise.

Esta forma *ad hoc* de se definir o limite inferior para crise, $\tilde{c}_{it}^-$, é formalizada no Modelo 1.

Modelo 1. *Seja o Modelo Canônico de Contágio com $N = 2$, z_t e x_{it} variáveis não estocásticas, $u_{.t}$ com média condicional zero ($E(u_{.t}|\Omega_t) = 0$) e matriz de variância-covariância condicional Ω_t ($Var(u_{.t}|\mathfrak{F}_{t-1}) = \Omega_t$), Ω_t é uma matriz $N \times N$ com elemento característico $[\sigma_{ijt}]$ que segue um modelo de volatilidade multivariado e limite inferior para crise $c_{it}^- = \tilde{c}_i^- \forall i, t$. Isto é,*

$$y_{1t} = \delta_1^T z_t + \alpha_1^T x_{1t} + \beta_1^- I(-y_{2t} - \tilde{c}_2^-) + u_{1t} \quad (3.6)$$

$$y_{2t} = \delta_2^T z_t + \alpha_2^T x_{2t} + \beta_2^- I(-y_{1t} - \tilde{c}_1^-) + u_{2t} \quad (3.7)$$

em que: $u_{.i} = (u_{i1}, \dots, u_{iT})^T$ e $\tilde{c}_i^-$ é determinado de maneira *ad hoc*.

Assumiremos a seguinte definição de $\tilde{c}_j^-$: $\tilde{c}_j^- = c_j^- \sqrt{\widehat{Var}(y_{j.})}$, em que $\widehat{Var}(y_{j.})$ é a variância amostral de $y_{j.}$ e c_j^- é a constante que defini a banda de confiança como discutimos anteriormente.

Assumir que existe um patamar histórico ($\tilde{c}_i^-$) que determina o pior desempenho (y_{it}) da economia sem ter ocorrido uma crise é uma suposição restritiva, pois eliminamos a influência das variáveis macro e microeconômicas em determinar o índice de desempenho e sua evolução ao longo do tempo além das volatilidades dos erros. Para eliminarmos esta restrição podemos

⁴ $\mathfrak{F}_{t-1}$ é o conjunto de informações que temos até o período $t - 1$.

⁵Esta é a forma que utilizaremos para o Modelo 1 em todo o trabalho, isto é, $\tilde{c}_j^- = c_j^- \sqrt{\widehat{Var}(y_{j.})}$.

medir a variabilidade do índice de desempenho (σ'_{it}) como sendo $\sigma_{it} = \sqrt{\text{Var}(y_{it}|z_t, x_{it}, \mathfrak{F}_{t-1})} = \sqrt{\text{Var}(u_{it}|\mathfrak{F}_{t-1})}$ e c_i^- continuará sendo determinado de forma *ad hoc*. Portanto temos que $c_i^- \sigma'_{it} = c_i^- \sigma_{it}$, este modelo esta formalizado no Modelo 2.

Modelo 2. *Seja o Modelo Canônico de Contágio com $N = 2$, z_t e x_{it} variáveis não estocásticas, u_{it} com média condicional zero ($E(u_{it}|\Omega_t) = 0$) e matriz de variância-covariância condicional Ω_t ($\text{Var}(u_{it}|\mathfrak{F}_{t-1}) = \Omega_t$), Ω_t é uma matriz $N \times N$ com elemento característico $[\sigma_{ijt}]$ que segue um modelo de volatilidade multivariado e limite inferior para crise $c_{it}^- = c_i^- \sqrt{\text{Var}(y_{it}|z_t, x_{it}, \mathfrak{F}_{t-1})}$ $\forall i, t$. Isto é,*

$$y_{1t} = \delta_1^T z_t + \alpha_1^T x_{1t} + \beta_1^- I(-y_{2t} - c_2^- \sigma_{2t}) + u_{1t} \quad (3.8)$$

$$y_{2t} = \delta_2^T z_t + \alpha_2^T x_{2t} + \beta_2^- I(-y_{1t} - c_1^- \sigma_{1t}) + u_{2t} \quad (3.9)$$

em que: $u_i = (u_{i1}, \dots, u_{iT})^T$, $\sigma_{1t} = \sqrt{\text{Var}(y_{1t}|z_t, x_{1t}, \mathfrak{F}_{t-1})} = \sqrt{\text{Var}(u_{1t}|\mathfrak{F}_{t-1})}$ e $\sigma_{2t} = \sqrt{\text{Var}(y_{2t}|z_t, x_{2t}, \mathfrak{F}_{t-1})} = \sqrt{\text{Var}(u_{2t}|\mathfrak{F}_{t-1})}$.

O Modelo 2 assume que a crise em uma economia está relacionada com o momento econômico na qual ela se apresenta, isto é, levamos em conta se a economia está em um momento de maior volatilidade ou menor volatilidade.

Outra possibilidade para definirmos o Modelo 2 é utilizarmos os erros (do caso que não existe contágio) em vez do índice de desempenho para indicar crise. Isto é, podemos utilizar $I(-u_{it} - c_i^- \sigma_{it})$ como a função indicadora de crise. Esta definição não será considerada pois $E(\delta_i^T z_t + \alpha_i^T x_{it}|z_t, x_{it}, \mathfrak{F}_{t-1}) \cong 0$, isto é, a influência das variáveis macro e microeconômicas para explicar o crescimento das economias é muito pequena e a definição passa a ser análoga a dada pelo modelo 2.

Estudaremos os Modelos 1 e 2 ao longo deste trabalho, analisando vantagens, desvantagens e dificuldades de cada um deles para se estimar de forma consistente a existência de contágio. Na seção seguinte estudaremos variáveis instrumentais válidas para aplicarmos a Teoria de Variáveis Instrumentais.

3.3 Variáveis instrumentais válidas

Um fato estilizado das séries de retornos de ações, títulos públicos e índices de desempenho em geral (y_{it}), é que sua volatilidade muda no tempo. No Modelo 1 temos que a variável indicadora, $I(-y_{it} - c_i^- \sigma_{it})$, a qual indica crise assume valor 1 em momentos de retornos anormais negativos, ou seja, em momentos de crise temos volatilidade alta nos índices de desempenho. Sendo assim uma variável instrumental, para utilizarmos a teoria de variável instrumental construída no

Capítulo 2 e estimar o coeficiente que indica contágio (β_i^-) de forma consistente, é a volatilidade condicional das séries de u_{jt} (σ_{jt}), dos países $j = 1, \dots, N$, $j \neq i$.

A partir do Modelo 2 iremos mostrar a validade da volatilidade condicional de u_{it} como instrumento para a variável endógena do modelo.

Proposição 2. *Dado o Modelo 2, descrito pelas equações (3.8) e (3.9), temos:*

- (a) $I(-y_{jt} - c_j^- \sigma_{jt}) \forall j = 1, 2$, é correlacionado com u_{it} ;
- (b) $\sigma_{jt} \forall j = 1, 2$, é não correlacionado com u_{it} ;
- (c) $e \sigma_{jt}$ é correlacionada com $I(-y_{jt} - c_j^- \sigma_{jt})$, $\forall j = 1, 2$.

Prova 2. *Sejam X_1 e X_2 variáveis aleatórias. A $\text{Corr}(X_1, X_2) = 0$ se, e somente se, $\text{Cov}(X_1, X_2) = 0$. E temos que:*

$$\text{Cov}(X_1, X_2) = E(X_1 X_2) - E(X_1)E(X_2), \quad (3.10)$$

esta equação será utilizada na prova que segue.

(a) *As suposições do modelo nos revela que $E(u_{it}) = E[E(u_{it}|\mathfrak{F}_{t-1})] = 0 \forall i, t$. Utilizando a equação (3.4) temos:*

$$\begin{aligned} \text{Cov}(I(-y_{jt} - c_j^- \sigma_{jt}), u_{it}) &= E(I(-y_{jt} - c_j^- \sigma_{jt})u_{it}) - E(I(-y_{jt} - c_j^- \sigma_{jt}))E(u_{it}) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \text{Cov}(I(-y_{jt} - c_j^- \sigma_{jt}), u_{it}) = E(I(-y_{jt} - c_j^- \sigma_{jt})u_{it}), \end{aligned}$$

sendo assim a correlação é dada pela seguinte expressão:

$$E(I(-y_{jt} - c_j^- \sigma_{jt})u_{it}). \quad (3.11)$$

(b) *Como $E(u_{it}) = 0 \forall i, t$. Logo utilizando a equação (3.4) para mostrarmos que $\text{Corr}(\sigma_{jt}, u_{it}) = 0$ é necessário e suficiente mostrar que $E(\sigma_{jt}u_{it}) = 0$. Trabalhem a seguinte expressão:*

$$E(\sigma_{jt}u_{it}) = E[E(\sigma_{jt}u_{it}|\mathfrak{F}_{t-1})] = E[\sigma_{jt}E(u_{it}|\mathfrak{F}_{t-1})] = E[\sigma_{jt}0] = 0,$$

este resultado vale $\forall i, t$. Portanto provamos a exogeneidade do instrumento σ_{jt} .

(c) *Utilizando as suposições do modelo e a equação (3.4), temos:*

$$\text{Cov}(I(-y_{jt} - c_j^- \sigma_{jt})\sigma_{jt}) = E(I(-y_{jt} - c_j^- \sigma_{jt})\sigma_{jt}) - E(I(-y_{jt} - c_j^- \sigma_{jt}))E(\sigma_{jt}),$$

estudemos primeiramente $E(I(-y_{jt} - c_j^- \sigma_{jt})\sigma_{jt})$, podemos calcular esta esperança da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
E(I(-y_{jt} - c_j^- \sigma_{jt}) \sigma_{jt}) &= E[E(I(-y_{jt} - c_j^- \sigma_{jt}) \sigma_{jt} | \mathfrak{F}_{t-1})] = \\
&= E[\sigma_{jt} E(I(-y_{jt} - c_j^- \sigma_{jt}) | \mathfrak{F}_{t-1})] = E[\sigma_{jt} P(-y_{jt} - c_j^- \sigma_{jt} > 0 | \mathfrak{F}_{t-1})] = \\
&= E[\sigma_{jt} P(y_{jt} < -c_j^- \sigma_{jt} | \mathfrak{F}_{t-1})].
\end{aligned}$$

Logo a $Cov(I(-y_{jt} - c_j^- \sigma_{jt}) \sigma_{jt})$ é dada por:

$$E[\sigma_{jt} P(y_{jt} < -c_j^- \sigma_{jt} | \mathfrak{F}_{t-1})] - P(y_{jt} < -c_j^- \sigma_{jt} | \mathfrak{F}_{t-1}) E(\sigma_{jt}). \quad (3.12)$$

□

A Proposição 2 é válida sob as condições do Modelo 1, sendo que na prova devemos utilizar $I(-y_{jt} - \tilde{c}_j^-)$, pois no Modelo 1 consideramos o limite inferior para crise constante no tempo. A Proposição 2 nos revela a dificuldade de se encontrar expressões analíticas para os itens (a) e (b), sendo assim faremos simulações por Monte Carlo do Modelo 1 e Modelo 2 na seção 3.5 para conhecermos melhor estas quantidades.

Na prova da Proposição 2 percebemos que a volatilidade condicional do país i (σ_{it}) é um instrumentos exógeno (não correlacionado com o erro u_{it}) para estimarmos β_i^- por variáveis instrumentais, a prova é análoga a elaborada na prova da Proposição 2 item (b). E a correlação entre os erros (ρ_{ijt}) também é uma variável instrumental exógena, sendo a prova também análoga a elaborada no item (b) da prova da Proposição 2. Na seção 3.6 estudaremos com mais cuidado o quanto estas possíveis variáveis instrumentais explicam a variável indicadora de contágio.

Na seção seguinte o Modelo Canônico de Contágio será generalizado para o caso de N economias e para o caso da existência de contágio quando as economias têm retornos anormais positivos.

3.4 Extensão do modelo canônico de contágio

O Modelo Canônico de Contágio estudado por Pesaran e Pick (2007) pode ser generalizado para o caso de N economias, por meio de:

$$y_{it} = \delta_i^T z_t + \alpha_i^T x_{it} + \beta_i^- \sum_{j=1}^N w_{ij} I(-y_{jt} - c_j^- \sigma'_{jt}) + u_{it} \quad (3.13)$$

em que: $w_{ij} > 0$, $\sum_{j=1}^N w_{ij} = 1$ e $w_{ii} = 0$, são os pesos que determinam a influência relativa do país j no país i e todas as outras variáveis foram definidas anteriormente. Existem várias formulações para os pesos w_{ij} . Allen e Gale (2000) utilizaram três estruturas para esta relação entre as economias, as quais ele denominou de completa, incompleta e desconectada. Com $N = 4$ estas três estruturas podem ser definidas da seguinte forma:

$$W_{com} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix}, \quad W_{inc} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad W_{desc} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

A matriz W_{com} mostra os pesos dados pela estrutura completa, a qual dá pesos iguais para todas as economias, supomos neste caso que as economias influenciam umas as outras na mesma magnitude. No caso incompleto, W_{inc} , temos que as economias estabelecem uma certa ordem, isto é, a economia três influencia a economia 2 a qual por sua vez irá influenciar a economia 1 (captamos o efeito "dominó"). No caso desconectado, W_{desc} , temos dois blocos distintos, os países só se influenciam dentro do bloco e não entre os blocos, portanto a economia 1 e 2 se influenciam entre si, assim como as economias 3 e 4.

Neste trabalho iremos adotar uma estrutura mais simples dos pesos, a qual foi utilizada por Pesaran e Pick (2007) em suas aplicações. Adotaremos que a economia i é influenciada pelo bloco de países formado por todas as outras economias, ou seja, caso alguma economia $j \neq i$ esteja em crise teremos um possível contágio para a economia i . A formalização do Modelo Canônico de Contágio para esta estrutura de contágio é dada por:

$$y_{it} = \delta_i^T z_t + \alpha_i^T x_{it} + \beta_i^- I \left(\sum_{j=1, j \neq i}^N I(-y_{jt} - c_j^- \sigma'_{jt}) \right) + u_{it}. \quad (3.14)$$

Esta forma de definir contágio é perfeitamente compatível com os Modelo 1 e 2, pois estes modelos estudam a forma da definição de crise dos países a qual não muda neste modelo.

O modelo descrito pela equação (3.14) pode ser interpretado de forma mais geral, na qual nem todos os países $j \neq i$ influenciam o país i . Suponha $N = 4$, se soubermos *a priori* que a economia 2 e 3 influenciam a economia 1 não precisamos colocar a economia 4 na função indicadora, por exemplo. Este modelo é descrito de forma semelhante a exposta na equação (3.14), com a única diferença de que a função indicadora de contágio é dada por: $I \left(\sum_{j \in J_i, j \neq i} I(-y_{jt} - c_j^- \sigma'_{jt}) \right)$, em que J_i é um subconjunto de $\{1, \dots, N\}$.

Uma outra extensão do modelo Canônico de Contágio é a verificação da existência de contágio em momentos de retornos positivos anormais (um *boom* econômico). A racionalidade do modelo é a mesma, com a pequena modificação de que teremos uma variável que indica crise e outra que indica um *boom* econômico. O modelo pode ser escrito da seguinte forma:

$$y_{it} = \delta_i^T z_t + \alpha_i^T x_{it} + \beta_i^- \zeta_{it}^- + \beta_i^+ \zeta_{it}^+ + u_{it}, \quad (3.15)$$

em que: $\zeta_{it}^- = I \left(\sum_{j=1, j \neq i}^N I(-y_{jt} - c_j^- \sigma'_{jt}) \right)$ e $\zeta_{it}^+ = I \left(\sum_{j=1, j \neq i}^N I(y_{jt} - c_j^+ \sigma'_{jt}) \right)$. Os Modelos 1 e 2 podem ser generalizados de forma natural para captar retornos anormais positivos.

Apesar dos retornos positivos serem importantes para a economia, estaremos mais interessados em medir a existência de contágio quando uma economia entra em crise, pois neste cenário temos que os indivíduos sofrerão uma perda de utilidade.

Na seguinte seção estudaremos as propriedades das volatilidades condicionais como variáveis instrumentais por meio de simulações de Monte Carlo.

3.5 Simulações da proposição 2

Na simulação do Modelo 1 e Modelo 2 utilizamos uma estrutura DCC-GARCH(1,1) para os erros, como fatores específicos (x_{it}) utilizamos a primeira defasagem do índice de desempenho ($y_{i,t-1}$), $c_i^- = 1.64$ e supomos a não existência de contágio, $\beta_i^- = 0$. Com isso conseguimos construir o banco de dados, y_{it} , o qual nos permite estimar: $Corr(I(-y_{jt} - c_j^- \sigma_{jt}), u_{it})$ e $Corr(I(-y_{jt} - c_j^- \sigma_{jt}), \sigma_{jt})$.

Nesta simulação iremos utilizar $N = 3$, sendo assim a definição das variáveis indicadoras dos Modelo 1 e 2 mudam, temos várias formas de definir como as economias $j \neq i$ influenciam a economia i , as quais foram estudadas na seção 3.4. Aqui iremos adotar que o bloco formado pelas economias $j \neq i$ influenciam o país i , isto é:

$$y_{it} = \delta_i + \alpha_i y_{i,t-1} + \beta_i I \left(\sum_{j=1, j \neq i}^N I(-y_{jt} - c_j^- \sigma'_{jt}) \right) + u_{it}. \quad (3.16)$$

Sendo que no caso do Modelo 1 temos $c_j^- \sigma'_{jt} = \tilde{c}_j^- = c_j^- \sqrt{\widehat{Var}(y_j.)}$ e no caso do Modelo 2 temos $c_j^- \sigma'_{jt} = c_j^- \sigma_{jt}$.

Simularemos uma amostra de tamanho 50000 ($T = 50000$) e quatro cenários distintos, os quais se diferem por meio dos seus parâmetros, com isso teremos uma boa idéia da validade da variável instrumental postulada. Para melhor esclarecimento do modo pelo qual os dados são gerados coloquemos isto de forma clara:

$$y_{1t} = \delta_1 + \alpha_1 y_{1,t-1} + u_{1t} \quad (3.17)$$

$$y_{2t} = \delta_2 + \alpha_2 y_{2,t-1} + u_{2t} \quad (3.18)$$

$$y_{3t} = \delta_3 + \alpha_3 y_{3,t-1} + u_{3t} \quad (3.19)$$

$$u_{.t} = H_t^{1/2} \epsilon_t; \quad \epsilon_t \sim iid(0, I_N) \quad (3.20)$$

$$H_t = D_t P_t D_t; \quad D_t = diag(\sigma_{it}) \quad (3.21)$$

$$\sigma_{it}^2 = a_{i0} + a_{i1} u_{i,t-1}^2 + a_{i2} \sigma_{i,t-1}^2 \quad (3.22)$$

$$P_t = (Q_t \odot I_N)^{-1/2} Q_t (Q_t \odot I_N)^{-1/2} \quad (3.23)$$

$$Q_t = (1 - \theta_1 - \theta_2)Q - \theta_1 \epsilon_{t-1} \epsilon_{t-1}^T + \theta_2 Q_{t-1} \quad (3.24)$$

em que: Q é a matriz de covariância amostral de ϵ_t que será dada a seguir; a_{i0} , a_{i1} , a_{i2} , θ_1 , θ_2 são parâmetros positivos tais que $a_{i1} + a_{i2} < 1 \forall i = 1 \dots, N$ e $\theta_1 + \theta_2 < 1$; e $\odot$ é o produto de Hadamard⁶. Quatro Cenários foram utilizados nesta simulação, os quais estão descritos pela Tabela 3.1⁷.

Tabela 3.1: Parâmetros utilizados na geração dos dados, $N = 3$.

	i=	δ_i	α_i	a_{i0}	a_{i1}	a_{i2}	θ_1	θ_2
Cenário 1	1	8×10^{-4}	0.02	10^{-5}	0.107	0.864	0.03	0.96
	2	7×10^{-4}	0.06	6×10^{-6}	0.119	0.861	0.03	0.96
	3	3×10^{-4}	-0.01	10^{-6}	0.099	0.898	0.03	0.96
Cenário 2	1	8×10^{-4}	0.02	10^{-5}	0.200	0.600	0.03	0.96
	2	7×10^{-4}	0.06	6×10^{-6}	0.100	0.800	0.03	0.96
	3	3×10^{-4}	-0.01	10^{-6}	0.099	0.898	0.03	0.96
Cenário 3	1	8×10^{-4}	0.02	10^{-5}	0.106	0.864	0.20	0.70
	2	7×10^{-4}	0.06	6×10^{-6}	0.119	0.861	0.20	0.70
	3	3×10^{-4}	-0.01	10^{-6}	0.099	0.898	0.20	0.70
Cenário 4	1	8×10^{-4}	0.02	10^{-5}	0.200	0.600	0.20	0.70
	2	7×10^{-4}	0.06	6×10^{-6}	0.100	0.800	0.20	0.70
	3	3×10^{-4}	-0.01	10^{-6}	0.099	0.898	0.20	0.70

Em todos os cenários apresentados na Tabela 3.1 utilizou-se:

$$Q = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.5376 & 0.5467 \\ 0.5376 & 1.0 & 0.5922 \\ 0.5467 & 0.5922 & 1.0 \end{bmatrix}.$$

Os cenários diferem na variabilidade temporal das volatilidades dos países e na variabilidade temporal da correlação entre os erros (u_{it}), pois desta forma conseguimos estudar os efeitos destes fatores na qualidade das variáveis instrumentais postuladas.

O cenário base desta análise é o cenário 1, pois este foi escolhido por meio de uma análise prévia de dados reais dos índices de retornos da bolsa de valores da Argentina, Brasil, México e EUA. Abbara (2009) trabalhou com estes dados para verificar a existência de contágio por meio de copulas e verificou que Brasil, México e EUA são os países mais correlacionados, sendo assim são estes países que estamos replicando no Cenário 1.

⁶O produto de Hadamard é o produto de elemento por elemento de duas matrizes de mesmo tamanho.

⁷Nesta dissertação utilizaremos ponto para separar os decimais dos inteiros.

Com estes cenários podemos estudar quantas épocas de crise temos em cada país, este é um ponto importante da análise, pois conseguiremos ver mais claramente as diferenças entre os Modelos 1 e 2. A Tabela 3.2 mostra que em todos os cenários temos a grosso modo a mesma quantidade de crises e o Modelo 2 tem em praticamente todos os cenários e países um maior número de épocas de crise.

Tabela 3.2: Quantidade de épocas de crise nos países e nos diferentes cenários para os Modelos 1 e 2. (Valores percentuais encontrados em uma simulação com $T = 50000$.)

	Modelo 1			Modelo 2		
	País 1	País 2	País 3	País 1	País 2	País 3
Cenário 1	4.43%	4.15%	3.70%	4.72%	4.66%	4.91%
Cenário 2	4.03%	4.20%	3.70%	4.23%	4.23%	4.91%
Cenário 3	4.43%	4.23%	4.05%	4.72%	4.62%	4.85%
Cenário 4	4.03%	4.20%	4.05%	4.23%	4.19%	4.85%

A partir destes resultados estudamos também o número de épocas que cada um dos países foi contagiado, nos revelando uma taxa em torno de 7.1% para o Modelo 1 e 7.6% para o Modelo 2. Sendo assim cerca de 1.2% da amostra de cada país tem crise concomitante com outros países (na mesma época).

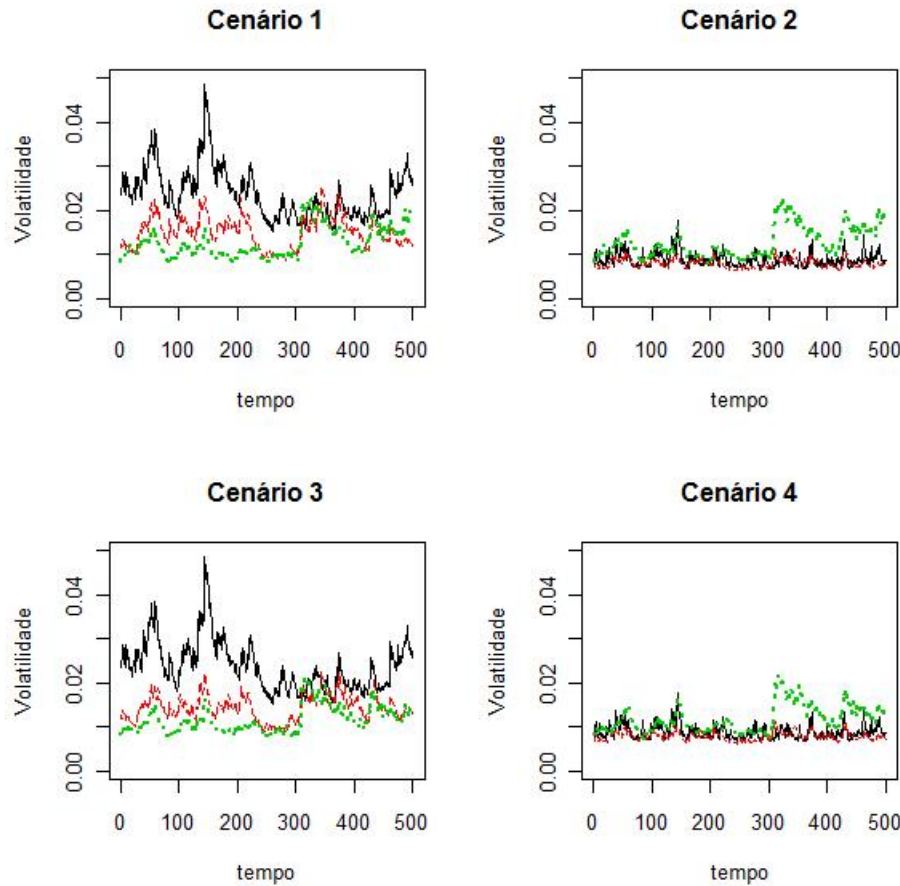
Na Figura 3.1 temos a volatilidade dos erros (σ_{it}), em que a volatilidade do país 1 (σ_{1t}) é a linha preta contínua, σ_{2t} é a linha vermelha tracejada e σ_{3t} é a linha verde pontilhada. Vemos nesta figura que a volatilidade dos países é maior nos Cenários 1 e 3, nos quais damos menos peso aos erros (a_{i1}) e principalmente mais peso ao passado (a_{i2}).

Por sua vez na Figura 3.2 temos a correlação entre os erros, em que a correlação entre o país 1 e 2 é a linha preta contínua, entre o país 1 e 3 é a linha vermelha tracejada e entre o país 2 e 3 é a linha verde pontilhada. Vemos nesta figura que no cenário 3 e 4 a variabilidade da correlação é maior que no cenário 1 e 2, isto devido aos parâmetros θ_1 e θ_2 . Ao darmos mais peso ao erro (θ_1) e menos ao passado (θ_2) temos maior variabilidade.

Neste momento já sabemos como os dados foram gerados e as principais diferenças entre os cenários propostos, sendo assim podemos calcular as correlações de interesse, as quais não conseguimos obter de forma fechada na Proposição 2.

A Tabela 3.3 apresenta as correlações entre as variáveis indicadoras de crise e os erros para $T = 50000$, os resultados mostram que a variável indicadora é endógena, isto é, a variável indicadora de crise do bloco composto pelas economias $i \neq j$ é correlacionada com u_{jt} . Este resultado está de acordo com a intuição dada na seção 3.1 e salienta o fato da impossibilidade

Figura 3.1: Volatilidade condicional simulada dos erros, σ_{it} , do modelo descrito pelas equações 3.17 até 3.24.



de utilizarmos o estimador de MQO para estimar a existência de contágio. A endogeneidade da variável indicadora é alta nos quatro cenários, mostrando que o problema persiste qualquer que seja os fundamentos das economias e é alta nos dois Modelos propostos com a mesma magnitude. Em todos os casos o valor-p do teste de hipótese do coeficiente de correlação⁸ é menor do que 10^{-4} , em que $H_0 : \rho = 0$ e $H_1 : \rho \neq 0$ (ρ indica coeficiente de correlação).

Outro ponto estudado por meio das simulações está apresentado na Tabela 3.4 e revela o potencial da variável instrumental postulada neste trabalho. No Modelo 1 as volatilidades condicionais dos índices de desempenho são bastante correlacionadas com a variável endógena

⁸O teste de hipótese do coeficiente de correlação aqui utilizado é baseado no teste t de Student, pois temos amostras grandes e a nossa hipótese nula é de $\rho = 0$. A dependência entre t e t' dos dados é pequena e por isso este teste de correlação pode ser aplicado.

Figura 3.2: Correlações simuladas entre os erros, P_t , do modelo descrito pelas equações 3.17 até 3.24.

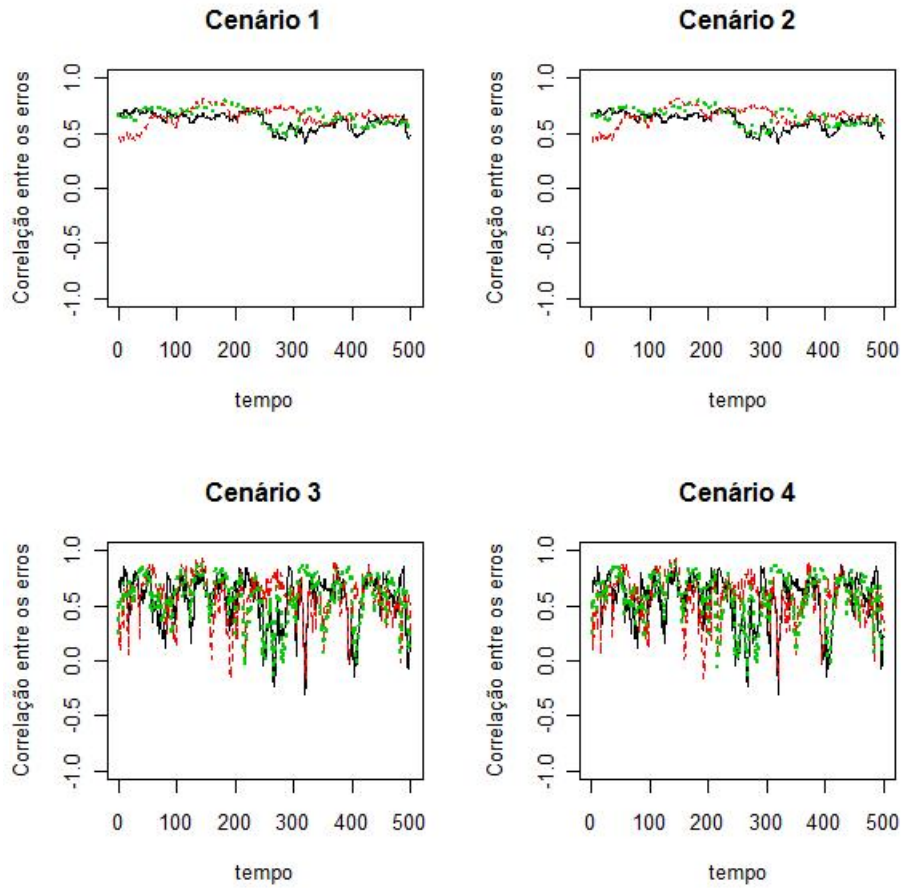


Tabela 3.3: Estimativa da endogeneidade da variável indicadora, utilizando $T = 50000$. (O valor-p do teste de correlação, $H_0 : \rho = 0$ contra $H_1 : \rho \neq 0$, é menor do que 10^{-4} em todos os casos.)

		Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3	Cenário 4
Modelo 1	$Corr(w_{1t}^1, u_{1t})$	-0.2819	-0.2722	-0.2812	-0.2761
	$Corr(w_{2t}^1, u_{2t})$	-0.2996	-0.2833	-0.2979	-0.2833
	$Corr(w_{3t}^1, u_{3t})$	-0.2943	-0.2678	-0.2959	-0.2771
Modelo 2	$Corr(w_{1t}^2, u_{1t})$	-0.2913	-0.2904	-0.2814	-0.2801
	$Corr(w_{2t}^2, u_{2t})$	-0.3061	-0.3161	-0.2938	-0.2998
	$Corr(w_{3t}^2, u_{3t})$	-0.2690	-0.2611	-0.2645	-0.2580

Definimos $w_{it}^1 = I\left(\sum_{j=1, j \neq i}^3 I(-y_{jt} - \tilde{c}_j^-)\right)$ e $w_{it}^2 = I\left(\sum_{j=1, j \neq i}^3 I(-y_{jt} - c_j^- \sigma_{jt})\right)$.

do modelo (as variáveis que indicam crise), em todos os casos temos valor-p do teste $H_0 : \rho = 0$ contra $H_1 : \rho \neq 0$ menor que 10^{-4} , isto se deve a definição dada para o limite inferior que é constante ao longo do tempo para cada economia. Sendo assim, volatilidade alta indica que o país tem alta possibilidade de estar em crise, já que assume um valor negativo anormal com maior probabilidade. Portanto ao estudarmos o Modelo 1 deveremos ter que as variáveis instrumentais não são fracas e com isso os estimadores de variáveis instrumentais devem corrigir o viés existente dos estimadores de MQO.

Tabela 3.4: Estimativa e teste da correlação entre as variáveis indicadoras e as volatilidades condicionais, utilizando $T = 50000$. (O valor-p do teste de correlação, $H_0 : \rho = 0$ contra $H_1 : \rho \neq 0$, é menor do que 10^{-4} em todos os casos no modelo 1. E no modelo 2 temos entre parênteses o valor-p do teste de correlação.)

			Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3	Cenário 4
Modelo 1	País 1	$Corr(w_{1t}^1, \sigma_{2t})$	0.2173	0.1041	0.2210	0.1103
		$Corr(w_{1t}^1, \sigma_{3t})$	0.2547	0.2192	0.2644	0.2260
	País 2	$Corr(w_{2t}^1, \sigma_{1t})$	0.2019	0.1315	0.1940	0.1240
		$Corr(w_{2t}^1, \sigma_{3t})$	0.2391	0.2231	0.2454	0.2279
	País 3	$Corr(w_{3t}^1, \sigma_{1t})$	0.1820	0.1251	0.1839	0.1190
		$Corr(w_{3t}^1, \sigma_{2t})$	0.1960	0.1000	0.1985	0.1004
Modelo 2	País 1	$Corr(w_{1t}^2, \sigma_{2t})$	-0.0014 (0.7588)	-0.0052 (0.2398)	0.0014 (0.7568)	-0.0048 (0.2843)
		$Corr(w_{1t}^2, \sigma_{3t})$	-0.0063 (0.1594)	-0.0051 (0.2526)	0.0025 (0.5763)	0.0017 (0.6996)
	País 2	$Corr(w_{2t}^2, \sigma_{1t})$	0.0037 (0.4123)	0.0043 (0.3380)	0.0004 (0.9212)	-0.0042 (0.3512)
		$Corr(w_{2t}^2, \sigma_{3t})$	-0.0063 (0.1603)	-0.0057 (0.1986)	-0.0007 (0.8789)	-0.00007 (0.9864)
	País 3	$Corr(w_{3t}^2, \sigma_{1t})$	-0.0068 (0.1269)	0.0006 (0.8950)	-0.0093 (0.0369)	-0.0071 (0.1118)
		$Corr(w_{3t}^2, \sigma_{2t})$	-0.0004 (0.9293)	0.0011 (0.7995)	-0.0029 (0.5161)	-0.0050 (0.2588)

Definimos $w_{it}^1 = I\left(\sum_{j=1, j \neq i}^3 I(-y_{jt} - \bar{c}_j^-)\right)$ e $w_{it}^2 = I\left(\sum_{j=1, j \neq i}^3 I(-y_{jt} - c_j^- \sigma_{jt})\right)$.

A Tabela 3.4 revela uma baixa correlação entre as variáveis instrumentais postuladas (σ_{it}) e a variável indicadora para o Modelo 2, não rejeitamos a hipótese nula de que a correlação é igual zero para um nível de significância de 10% em quase todos os casos exceção é $Corr(w_{3t}^2, \sigma_{1t})$ no Cenário 3, o qual temos um valor-p igual a 0.0369 (1 caso em 24 testes). Esta baixa correlação é justificada pela maior dificuldade que a volatilidade condicional tem de captar um retorno anor-

mal quando o limite inferior para crise depende da volatilidade do período. Portanto esperamos que o Modelo 2 sofra com o problema de variáveis instrumentais fracas e portanto o estimador de variáveis instrumentais não corrigirá o viés como no Modelo 1.

3.6 Correlação entre os erros e a volatilidade dos próprios índices de desempenho como instrumentos

Ao analisarmos os resultados encontrados na seção (3.5) algumas questões são levantadas: a correlação entre os erros (ρ_{ijt} ⁹) e a volatilidade condicional do país i (σ_{it}) são variáveis instrumentais válidas para a indicadora de contágio do país i , $I(\sum_{j=1, j \neq i}^N I(-y_{jt} - c_j^- \sigma'_{jt}))$. Estas questões são também analisadas por meio de simulações de Monte Carlo.

Utilizando o processo gerador de dados discutido nas equações (3.17) até (3.24) e os cenários da Tabela 3.1 com $T = 50000$, computamos as correlações de interesse e apresentamos estes nas Tabelas 3.5 e 3.6. A Tabela 3.5 mostra que no Modelo 1 as volatilidades condicionais do país i são correlacionadas com a variável indicadora de contágio do país i , já que rejeitamos a hipótese nula de correlação igual a zero com valor-p menor que 10^{-4} .

Tabela 3.5: Estimativa e teste da correlação entre a variável indicadora e as volatilidades condicional do próprio país, utilizando $T = 50000$. (O valor-p do teste de correlação, $H_0 : \rho = 0$ contra $H_1 : \rho \neq 0$, é menor do que 10^{-4} em todos os casos no modelo 1. E no modelo 2 temos entre parênteses o valor-p do teste de correlação.)

			Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3	Cenário 4
Modelo 1	País 1	$Corr(w_{1t}^1, \sigma_{1t})$	0.1008	0.0328	0.1036	0.0369
	País 2	$Corr(w_{2t}^1, \sigma_{2t})$	0.1232	0.0725	0.1372	0.0820
	País 3	$Corr(w_{3t}^1, \sigma_{3t})$	0.0969	0.0175	0.0939	0.0184
Modelo 2	País 1	$Corr(w_{1t}^2, \sigma_{1t})$	-0.0045	-0.0011	-0.0068	-0.0057
			(0.3091)	(0.7963)	(0.1286)	(0.2000)
	País 2	$Corr(w_{2t}^2, \sigma_{2t})$	0.0004	-0.0019	0.0044	-0.0012
			(0.9333)	(0.6741)	(0.3287)	(0.7817)
	País 3	$Corr(w_{3t}^2, \sigma_{3t})$	-0.0075	-0.0063	-0.0058	-0.0065
			(0.0931)	(0.1569)	(0.1938)	(0.1427)

Definimos $w_{it}^1 = I(\sum_{j=1, j \neq i}^3 I(-y_{jt} - \tilde{c}_j^-))$ e $w_{it}^2 = I(\sum_{j=1, j \neq i}^3 I(-y_{jt} - c_j^- \sigma_{jt}))$.

Para o Modelo 2 este resultado não persiste, temos que a correlação é baixa entre estas duas variáveis e o valor-p mostra que em todos os casos não conseguimos rejeitar a hipótese nula

⁹A correlação entre os erros (u_{it}) está na matriz P_t , como colocado pela equação (3.21), a qual tem 1 na diagonal principal e as correlações serão denotadas por ρ_{ijt} e estão fora da diagonal principal.

de correlação igual a zero, para um nível de significância de 10%. Portanto devemos utilizar a volatilidade condicional do país i como instrumento para estimar β_i^- apenas no Modelo 1, visto que no Modelo 2 estas volatilidades não são instrumentos.

O segundo estudo que procederemos por meio de simulações é estimar a correlação entre as variáveis indicadoras de contágio e as correlações dos erros (ρ_{ijt}), a qual pode ser estimada por meio de um modelo multivariado de volatilidade (como o DCC-GARCH).

A Tabela 3.6 mostra as estimativas das correlações entre a variável indicadora de contágio e a correlação entre os erros (ρ_{ijt}) e abaixo entre parênteses temos o valor-p do teste de hipótese da correlação entre estas duas variáveis, com $H_0 : \rho = 0$ contra $H_1 : \rho \neq 0$. Para o Modelo 1 temos correlações baixas, porém significativamente diferente de zero, pois na maioria dos casos temos um valor-p menor que 10^{-4} , a exceção é para o Cenário 2 e País 3 no qual as variáveis ρ_{ijt} se mostram não correlacionadas com a variável endógena e não conseguimos rejeitar a hipótese nula de que estas não são correlacionada. Sendo assim no Modelo 1 podemos utilizar a correlação entre os erros (ρ_{ijt}) como variáveis instrumentais tomando um certo cuidado por elas serem fracas.

No Modelo 2 temos correlações baixas, mais baixas que no Modelo 1, porém significativamente diferente de zero na maioria dos casos como podemos perceber pelos valores-p do teste de hipótese do coeficiente de correlação, os quais são menores que 0.1 (significativos a um nível de 10% de confiança). Este ponto é extremamente relevante visto que as ρ_{ijt} se mostraram um instrumento válido para estimarmos β_i^- pelo método de variáveis instrumentais, contudo devemos tomar cuidado ao utilizarmos estas variáveis já que o instrumento é fraco.

Estes resultados nos indicam que para o Modelo 1 as variáveis instrumentais a serem utilizadas para estimarmos β_i^- sem viés serão as volatilidades condicionais das economias $j \neq i$, pois estas são variáveis instrumentais válidas e correlacionadas com as variáveis endógenas. Por sua vez no Modelo 2 teremos maiores dificuldades em estimarmos β_i^- sem viés, já que todas as variáveis instrumentais estudadas são fracamente correlacionadas com a variável endógena do modelo.

Neste capítulo foram testados outros cenários além daqueles apresentados, os resultados não são qualitativamente diferentes dos discutidos neste capítulo. Outros níveis de c_{it}^- , como $c_{it}^- = 1.96$, foram utilizados e os resultados se mostraram robustos ao nível que indica crise.

No seguinte capítulo estudaremos por meio de simulações de Monte Carlo o comportamento dos estimadores de MQO e variáveis instrumentais, assim como os testes de hipóteses apresentados no capítulo 2.

Tabela 3.6: Estimativa da correlação entre a variável indicadora e a correlação entre os erros (ρ_{ijt}), utilizando $T = 50000$. (Temos entre parênteses o valor-p do teste de correlação, $H_0 : \rho = 0$ contra $H_1 : \rho \neq 0$.)

			Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3	Cenário 4
Modelo 1	País 1	$Corr(w_{1t}^1, \rho_{12t})$	0.0692 ($< 10^{-4}$)	0.0498 ($< 10^{-4}$)	0.0300 ($< 10^{-4}$)	0.0197 ($< 10^{-4}$)
		$Corr(w_{1t}^1, \rho_{13t})$	0.0817 ($< 10^{-4}$)	0.0616 ($< 10^{-4}$)	0.0311 ($< 10^{-4}$)	0.0197 ($< 10^{-4}$)
		$Corr(w_{1t}^1, \rho_{23t})$	0.0852 ($< 10^{-4}$)	0.0650 ($< 10^{-4}$)	0.0374 ($< 10^{-4}$)	0.0233 ($< 10^{-4}$)
	País 2	$Corr(w_{2t}^1, \rho_{12t})$	0.0789 ($< 10^{-4}$)	0.0534 ($< 10^{-4}$)	0.0313 ($< 10^{-4}$)	0.0261 ($< 10^{-4}$)
		$Corr(w_{2t}^1, \rho_{13t})$	0.0997 ($< 10^{-4}$)	0.0751 ($< 10^{-4}$)	0.0386 ($< 10^{-4}$)	0.0356 ($< 10^{-4}$)
		$Corr(w_{2t}^1, \rho_{23t})$	0.0866 ($< 10^{-4}$)	0.0696 ($< 10^{-4}$)	0.0344 ($< 10^{-4}$)	0.0279 ($< 10^{-4}$)
	País 3	$Corr(w_{3t}^1, \rho_{12t})$	0.0528 ($< 10^{-4}$)	0.0070 (0.1193)	0.0359 ($< 10^{-4}$)	0.0185 ($< 10^{-4}$)
		$Corr(w_{3t}^1, \rho_{13t})$	0.0665 ($< 10^{-4}$)	0.0158 (0.0004)	0.0376 ($< 10^{-4}$)	0.0244 ($< 10^{-4}$)
		$Corr(w_{3t}^1, \rho_{23t})$	0.0555 ($< 10^{-4}$)	0.0156 (0.0005)	0.0474 ($< 10^{-4}$)	0.0254 ($< 10^{-4}$)
Modelo 2	País 1	$Corr(w_{1t}^1, \rho_{12t})$	-0.0128 (0.0043)	-0.0103 (0.0201)	-0.0108 (0.0153)	-0.0086 (0.0536)
		$Corr(w_{1t}^1, \rho_{13t})$	-0.0101 (0.0239)	-0.0094 (0.0363)	-0.0165 (0.0002)	-0.0167 (0.0002)
		$Corr(w_{1t}^1, \rho_{23t})$	-0.0168 (0.0002)	-0.0160 (0.0003)	-0.0310 ($< 10^{-4}$)	-0.0298 ($< 10^{-4}$)
	País 2	$Corr(w_{2t}^1, \rho_{12t})$	-0.0102 (0.0221)	-0.0125 (0.0053)	-0.0091 (0.0414)	-0.0106 (0.0178)
		$Corr(w_{2t}^1, \rho_{13t})$	-0.0094 (0.0349)	-0.0100 (0.0257)	-0.0239 ($< 10^{-4}$)	-0.0226 ($< 10^{-4}$)
		$Corr(w_{2t}^1, \rho_{23t})$	-0.0062 (0.1618)	-0.0062 (0.1668)	-0.0139 (0.0018)	-0.0135 (0.0024)
	País 3	$Corr(w_{3t}^1, \rho_{12t})$	-0.0173 (0.0001)	-0.0157 (0.0004)	-0.0218 ($< 10^{-4}$)	-0.0197 ($< 10^{-4}$)
		$Corr(w_{3t}^1, \rho_{13t})$	-0.0079 (0.0753)	-0.0068 (0.1275)	-0.0120 (0.0073)	-0.0108 (0.0155)
		$Corr(w_{3t}^1, \rho_{23t})$	-0.0062 (0.1618)	-0.0056 (0.2069)	-0.0098 (0.0282)	-0.0071 (0.1105)

Definimos $w_{it}^1 = I\left(\sum_{j=1, j \neq i}^3 I(-y_{jt} - \bar{c}_j^-)\right)$ e $w_{it}^2 = I\left(\sum_{j=1, j \neq i}^3 I(-y_{jt} - c_j^- \sigma_{jt})\right)$.

Capítulo 4

Simulações

4.1 Introdução

O presente capítulo estudará por meio de simulações de Monte Carlo o comportamento dos estimadores de MQO e variáveis instrumentais no Modelo Canônico de Contágio, o objetivo é verificar o melhor método de se estimar a existência de contágio, β_i^- . Concomitantemente analisaremos a validade das distribuições assintóticas dos estimadores de variáveis instrumentais utilizados, assim como dos testes de hipóteses assintóticos e robustos a instrumentos fracos.

Na seção 3.2 do Capítulo 3 estudamos duas formas de se definir crise, as quais estão caracterizadas pelos Modelos 1 e 2. Por conseguinte, neste capítulo estudaremos as diferenças entre estes dois modelos quanto aos estimadores de β_i^- e a validade das variáveis instrumentais (σ_{it}) postuladas na seção 3.3 do Capítulo 3.

Ao final deste capítulo teremos em mente que não conseguimos retirar o viés dos estimadores de β_i^- no Modelo 2, pois os instrumentos utilizados para os quatro cenários apresentados e para vários outros testados são muito fracos. No entanto estes serão estudados para mostrarmos que não podemos aplicar estes métodos. Para o Modelo 1 os resultados são razoavelmente bons, pois conseguimos retirar o viés dos estimadores de β_i^- , mas os testes têm pouco poder.

As propriedades dos estimadores e testes de hipóteses estão ligadas ao modo pelo qual geramos os dados. Como queremos estudar o Modelo Canônico de Contágio com suas diferentes formas de se definir crise (Modelo 1 e Modelo 2) iremos utilizar o seguinte processo gerador de dados:

$$y_{it} = \delta_i + \alpha_i y_{i,t-1} + \beta_i^- I \left(\sum_{j=1, j \neq i}^N I(-y_{jt} - c_j^- \sigma'_{jt}) \right) + u_{it} \quad (4.1)$$

$$u_{.t} = H_t^{1/2} \epsilon_t; \quad \epsilon_t \sim iid(0, I_N) \quad (4.2)$$

$$H_t = D_t P_t D_t; \quad D_t = \text{diag}(\sigma_{it}) \quad (4.3)$$

$$\sigma_{it}^2 = a_{i0} + a_{i1}u_{i,t-1}^2 + a_{i2}\sigma_{i,t-1}^2 \quad (4.4)$$

$$P_t = (Q_t \odot I_N)^{-1/2} Q_t (Q_t \odot I_N)^{-1/2} \quad (4.5)$$

$$Q_t = (1 - \theta_1 - \theta_2)Q - \theta_1 \epsilon_{t-1} \epsilon_{t-1}^T + \theta_2 Q_{t-1} \quad (4.6)$$

em que: $i = 1, \dots, N$; $t = 1, \dots, T$; Q é a matriz de covariância amostral de ϵ_t apresentada posteriormente; a_{i0} , a_{i1} , a_{i2} θ_1 , θ_2 são parâmetros positivos tais que $a_{i1} + a_{i2} < 1 \forall i = 1, \dots, N$ $\theta_1 + \theta_2 < 1$; e $\odot$ é o produto de Hadamard.

Diferentemente da seção 3.5, geraremos os dados para quatro economias $N = 4$, em que os parâmetros foram estimados por meio do Banco de Dados de retornos diários dos principais índices de ações da Argentina, Brasil, México e Estados Unidos (EUA). Os parâmetros utilizados são a matriz de covariância amostral

$$Q = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.4948 & 0.5382 & 0.5472 \\ 0.4948 & 1.0 & 0.4352 & 0.4275 \\ 0.5382 & 0.4352 & 1.0 & 0.5941 \\ 0.5472 & 0.4275 & 0.5941 & 1.0 \end{bmatrix}$$

e os parâmetros da Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Parâmetros utilizados na geração dos dados, em que o processo gerador de dados está descrito pelas equações (4.1) até (4.6) e temos quatro economias ($N = 4$).

	δ_i	α_i	a_{i0}	a_{i1}	a_{i2}	θ_1	θ_2
País 1	8×10^{-4}	0.02	10^{-5}	0.10	0.86	0.02	0.96
País 2	4×10^{-4}	0.06	10^{-5}	0.12	0.84	0.02	0.96
País 3	7×10^{-4}	0.06	6×10^{-6}	0.11	0.86	0.02	0.96
País 4	3×10^{-4}	-0.01	10^{-6}	0.10	0.88	0.02	0.96

Assim como na seção 3.5 no processo gerador de dados, o qual foi construído sob a hipótese nula de não existência de contágio, temos $\beta_i^- = 0$ na equação (4.1). Como discutimos na seção 3.4 do Capítulo 3, tanto no Modelo 1 como no Modelo 2 iremos utilizar $c_j^- = 1.64 \forall j = 1, \dots, N$. Outros valores de c_j^- foram utilizados, por exemplo $c_j^- = 1.28 \forall j = 1, \dots, N$, os resultados foram semelhantes aos encontrados com $c_j^- = 1.64$.

Na seguinte seção mostraremos o método de estimação, na seção 4.3 estudaremos o efeito da estimativa da volatilidade na estimativa dos parâmetros de interesse β_i^- . Estudaremos o viés dos estimadores de MQO e variáveis instrumentais de β_i^- na seção 4.4, assim como as distribuições

destes estimadores. A seção 4.5 será dedicada ao estudo do comportamento dos Testes de Hipóteses assintóticos e robustos a instrumentos fracos, o poder dos testes de hipóteses serão estudados na seção 4.6. Os intervalos de confiança dos testes serão apresentadas concomitantemente com as propriedades dos estimadores quando existe contágio, nas seções 4.7 e 4.8 respectivamente. Na seção 4.9 verificamos a relevância de instrumentos adicionais. Finalmente na seção 4.10 apresentamos uma análise do modelo da equação (3.15), no qual temos contágio tanto nos retornos anormais negativos quanto nos positivos.

4.2 Método de estimação

O modelo apresentado nas equações (4.1) até (4.6) será estimado em três etapas. As etapas da estimação podem ser descritas da seguinte forma:

- (Passo 1) Estima-se pelo método de mínimos quadrados ordinários as equações: $y_{it} = \delta_i + \alpha_i y_{i,t-1} + u_{it} \forall i = 1, \dots, N$. E coletamos as estimativas dos erros, $\hat{u}^{mqo} = (\hat{u}_1^{mqo}, \dots, \hat{u}_N^{mqo})$;
- (Passo 2) Com $\hat{u}^{mqo}$ estimamos o modelo DCC-GARCH(1,1) (equações (4.2) até (4.6)), assim teremos as volatilidades condicionais estimadas ($\hat{\sigma}_{it}$), além das correlações entre os erros estimadas;
- (Passo 3) Estimamos a equação (4.1) $\forall i = 1, \dots, N$ pelo método de variáveis instrumentais, onde os instrumentos foram estimados no Passo 2, e obtemos as estimativas e desvios padrões de interesse, isto é, estimativas e desvios padrões de β_i^- pelo método de variáveis instrumentais.

Esperamos que os parâmetros estimados do (Passo 1) sejam estatisticamente semelhantes aos do (Passo 3), pois assim atingimos a convergência necessária dos resíduos estimados para estimarmos as volatilidades condicionais das séries corretamente. Caso isso não ocorra devemos iterar os Passos 2 e 3 até a convergência, fazemos isso da seguinte forma: computamos os resíduos estimados pelo (Passo 3) e rodamos o (Passo 2) novamente, com estas novas volatilidades estimadas voltamos ao (Passo 3) e verificamos se os resíduos são semelhantes ao anterior, caso isto não ocorra repetimos o processo. Os resultados apresentados na seção 4.3 mostram que as estimativas do modelo final é robusta aos valores de volatilidade utilizadas no (Passo 3). Assim, o teste de convergência pode ser puramente empírico e é o adotado nesta dissertação.

O método de estimação discutido nos passos 1, 2 e 3 é utilizado da mesma maneira quando em vez de usarmos o DCC-GARCH desejamos implementar outro método de estimação da volatilidade. Por exemplo, caso as volatilidades sejam descritas por um CCC-GARCH, basta estimar-

mos as volatilidades condicionais no (Passo 2) por este método; no caso das volatilidades serem descritas por um GARCH univariado, basta utilizar o GARCH univariado no (Passo 2).

Na seção seguinte mostraremos que não é necessário utilizarmos as volatilidades condicionais estimadas nas simulações.

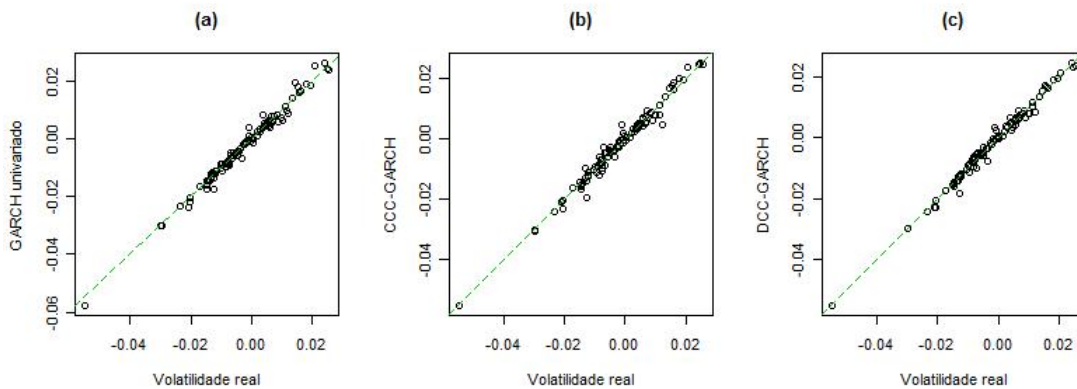
4.3 Volatilidades condicionais estimadas, $(\hat{\sigma}_{it})$

Em todo este Capítulo utilizaremos a volatilidade condicional verdadeira (simulada) do índice de desempenho (y_{it}). No entanto, em uma aplicação a um banco de dados real não teremos disponível as verdadeiras volatilidades condicionais (σ_{it}).

Na simulação, mesmo que a volatilidade seja conhecida ela precisa ser estimada. Como a estimativa da volatilidade tem um alto custo computacional, fizemos um exercício de simulação comparando as estimativas do modelo obtido por meio dos procedimentos: no 1º caso os valores verdadeiros das volatilidades foram utilizados como variáveis instrumentais e no 2º caso foram utilizadas como variáveis instrumentais as estimativas das volatilidades.

Para a visualização destes resultados apresentamos na Figura 4.1 os gráficos dos β_1^- estimados pelo método de variáveis instrumentais de forma heterocedástica (Teorema 4), com os instrumentos sendo as volatilidades reais contra os β_1^- estimados com as volatilidades estimadas pelos métodos GARCH univariado (a), CCC-GARCH (b) e DCC-GARCH (c).

Figura 4.1: Gráficos dos β_1^- estimados pelo método de variáveis instrumentais de forma heterocedástica, com os instrumentos sendo as volatilidades reais contra os β_1^- estimados com as volatilidades estimadas pelos métodos GARCH univariado (a), CCC-GARCH (b) e DCC-GARCH (c).



Como as estimativas são muito próximas durante todo este capítulo usaremos as volatilidades reais como instrumentos, pois com isso economizamos bastante tempo computacional sem

incorrer em erros. Portanto nas simulações apresentadas com as séries simuladas não teremos os passos 1 e 2 já que utilizaremos as volatilidades verdadeiras.

4.4 Propriedades dos estimadores de MQO e variáveis instrumentais quando não existe contágio

O objetivo desta seção é analisar o viés, erro quadrático médio e a distribuição dos estimadores de MQO e variáveis instrumentais homoscedásticos e heteroscedásticos, para isso utilizaremos o método de simulação de Monte Carlo.

No estudo do viés dos estimadores de MQO e variáveis instrumentais de β_i^- utilizamos 1000 replicações para diferentes tamanho de amostras (T). Sendo assim, teremos 1000 estimativas de $\beta_i^- \forall i = 1, \dots, N$, tanto pelo método de MQO quanto pelo método de variáveis instrumentais. As volatilidades condicionais dos erros como variáveis instrumentais serão estudadas tanto para Modelo 1 quanto para Modelo 2.

As variáveis instrumentais utilizadas são aquelas postuladas na seção 3.3 do Capítulo 3, isto é, para estimar β_i^- adotaremos como instrumentos as volatilidades condicionais das economias $j \neq i$. Como neste capítulo estamos simulando para quatro economias temos três variáveis instrumentais válidas. Na seção 4.4 iremos discutir outras possíveis variáveis instrumentais para este modelo.

As estimativas de δ_i e $\alpha_i \forall i = 1, \dots, N$ são não viesadas, como esperávamos, pois estes parâmetros não estão ligados as variáveis endógenas do modelo. No Apêndice B podemos ver os resultados das simulações para estes parâmetros mais claramente.

Na subseção 4.4.1 estudaremos o viés e erro quadrático médio (EQM) dos estimadores de MQO e variáveis instrumentais para os Modelos 1 e 2; na subseção 4.4.2 analisaremos se os estimadores têm distribuição próximas das assintóticas gaussianas.

4.4.1 Viés e erro quadrático médio

- Modelo 1

A primeira forma de estimarmos os parâmetros do Modelo Canônico de Contágio é por meio do método de mínimos quadrados ordinários, o qual foi discutido no Capítulo 2. Este estimador de MQO é consistente sob as hipóteses do Teorema 1, mas no modelo canônico de contágio estas não se verificam, visto que a variável indicadora é correlacionada com o erro (como mostrado na seção 3.5 do Capítulo 3). A magnitude do viés do estimador de MQO para β_i^- é estimada por

meio de simulações. Na Tabela 4.2 temos as estimativas do viés e do erro quadrático médio do estimador de MQO de β_i^- para $T = 100$, $T = 500$ e $T = 1000$.

Tabela 4.2: Estimativa do Viés e do Erro Quadrático Médio dos estimadores de MQO, variáveis instrumentais homoscedástico (VI homo) e variáveis instrumentais heteroscedástico (VI hete) de β_i^- no Modelo 1. Entre parênteses temos a estimativa do desvio padrão da média das estimativas dos parâmetros. (Resultados baseados em 1000 replicações do processo gerador de dados descrito pelas equações (4.1) até (4.6) e parâmetros da Tabela 4.1.)

			País 1	País 2	País 3	País 4
$T = 100$	Viés	MQO	-0.0240 (0.0004)	-0.0213 (0.0004)	-0.0184 (0.0003)	-0.0090 (0.0002)
		VI homo	-0.0167 (0.0018)	-0.0170 (0.0020)	-0.0152 (0.0014)	-0.0076 (0.0007)
		VI hete	-0.0168 (0.0018)	-0.0170 (0.0020)	-0.0162 (0.0014)	-0.0081 (0.0007)
	EQM	MQO	0.0007	0.0006	0.0004	0.0001
		VI homo	0.0036	0.0043	0.0022	0.0006
		VI hete	0.004	0.0044	0.0023	0.0006
$T = 500$	Viés	MQO	-0.0239 (0.0002)	-0.0211 (0.0002)	-0.0186 (0.0002)	-0.0090 (0.0001)
		VI homo	-0.0025 (0.0006)	-0.0028 (0.0007)	-0.0034 (0.0006)	-0.0013 (0.0003)
		VI hete	-0.0029 (0.0006)	-0.0033 (0.0007)	-0.0035 (0.0006)	-0.0014 (0.0003)
	EQM	MQO	0.0006	0.0005	0.0003	0.00009
		VI homo	0.0004	0.0005	0.0004	0.00008
		VI hete	0.0004	0.0005	0.0003	0.00007
$T = 1000$	Viés	MQO	-0.0243 (0.0002)	-0.0216 (0.0002)	-0.0188 (0.0001)	-0.0094 (0.0001)
		VI homo	-0.0010 (0.0004)	-0.0009 (0.0005)	-0.0009 (0.0004)	-0.0003 (0.0002)
		VI hete	-0.0012 (0.0004)	-0.0007 (0.0005)	-0.0010 (0.0003)	-0.0005 (0.0002)
	EQM	MQO	0.0004	0.0005	0.0003	0.00009
		VI homo	0.0002	0.0003	0.0001	0.00004
		VI hete	0.0001	0.0002	0.0001	0.00003

De acordo com a Tabela 4.2 o viés dos estimadores de MQO é significativo, pois na inexistência de contágio a estimativa do modelo indicaria que em média a economia tem uma queda de 2% no seu índice de desempenho quando uma das outras economias entra em crise. Com isso ratificamos os resultados teóricos encontrados anteriormente e utilizamos o método de variáveis instrumentais

(como proposto por Pesaran e Pick (2007)).

No Capítulo 2 estudamos três diferentes tipos de estimadores de variáveis instrumentais, os quais estão organizados nos Teoremas 3, 4 e 5. No Teorema 3 temos o estimador de variáveis instrumentais para o caso homoscedástico, no Teorema 4 temos o estimador de variáveis instrumentais para o caso heteroscedástico e no Teorema 5 utilizamos o estimador de variáveis instrumentais do caso homoscedástico com a correção da variância do estimador para o caso heteroscedástico.

Na Tabela 4.2 temos o viés dos estimadores de variáveis instrumentais para o caso homoscedástico (Teorema 3) e heteroscedástico (Teorema 4). Como o Modelo Canônico de Contágio é heteroscedástico, estaremos incorrendo em um erro de especificação no caso homoscedástico. Queremos saber o quanto este erro de especificação afetará as estimativas dos parâmetros de interesse (a identificação de contágio).

De acordo com a Tabela 4.2 vemos que o viés dos estimadores de variáveis instrumentais (VI) é menor do que o de MQO, principalmente quando temos amostras moderadamente grandes, isto é, para $T = 500$ e $T = 1000$ o viés dos estimadores de VI é significativamente menor do que os de MQO. Este fato já era previsto pela teoria construída neste trabalho, pois construímos tudo de forma assintótica, sendo assim os resultados devem funcionar bem para amostras grandes. O ponto relevante a se estudar por meio de simulações é verificar quando o tamanho de amostra é suficientemente grande para os resultados assintóticos serem corroborados.

Para o estimador de variáveis instrumentais heteroscedástico os resultados são muito semelhantes aqueles encontrados para o estimador de VI homoscedástico, em que o viés é quase inexistente em comparação ao estimador de MQO para amostras moderadamente grande. Observamos que o EQM dos estimadores de VI heteroscedásticos para amostras moderadamente grande é menor que EQM dos estimadores de VI homoscedásticos.

A análise feita nesta seção nos revela que os instrumentos postulados no Capítulo 3, seção 3.3, são fortes, como indicado pelas correlações computadas na Tabela 3.3 da seção 3.5 do Capítulo 3. Este fato também é corroborado pelo teste de Cragg-Donald, em que os resultados para estas simulações se encontram na Tabela 4.3.

A Tabela 4.3 nos revela que os instrumentos são mais fortes quanto maior é a amostra, lembremos que os valores críticos estão dados pela Tabela 1 do trabalho de Stock e Yogo (2005), com um nível de significância de 5% temos: o valor crítico de 13.91 para um viés relativo máximo do estimador de MQO para o de variáveis instrumentais de 5%, para um viés relativo máximo de 10% o valor crítico é 9.08, para um viés relativo máximo de 20% o valor crítico é 6.46. Assim percebemos que para $T = 100$ os instrumentos são fracos corroborando o motivo pelo qual o

Tabela 4.3: Estimativa da Estatística de Cragg-Donald para as variáveis instrumentais postuladas para o Modelo 1. Para um viés relativo máximo do estimador de MQO e VI de 5%, o valor crítico do teste de Cragg-Donald para um nível de significância de 5% com $l = 1$, $p = 3$ é de 13.91.

		País 1	País 2	País 3	País 4
$T = 100$	G_n	1.68	1.61	1.61	1.63
$T = 500$	G_n	7.56	7.13	6.68	7.01
$T = 1000$	G_n	16.48	15.49	14.27	14.49

viés é alto, porém quando a amostra aumenta os instrumentos se tornam mais fortes sendo uma amostra de tamanho 1000 suficiente para que as variáveis instrumentais sejam consideradas fortes.

- Modelo 2

A análise feita a cerca do Modelo 1 será feita nesta seção para o Modelo 2. Perceberemos que as variáveis instrumentais postuladas são fracas independentemente do tamanho da amostra, isto é, mesmo para amostras moderadamente grandes ($T = 500$ e $T = 1000$) o viés dos estimadores de variáveis instrumentais é alto.

A Tabela 4.4 nos revela o viés dos estimadores de MQO para o Modelo 2, como previsto temos um viés alto para todos os tamanhos de amostra, semelhantemente ao discutido para o Modelo 1.

A Tabela 4.4 nos dá as estimativas do viés e do erro quadrático médio dos estimadores de variáveis instrumentais homoscedásticos, discutidos no Teorema 3 do Capítulo 2. Independentemente do tamanho da amostra o viés do estimador se mantém constante, isto é, não temos um ganho ao utilizar o estimador de variáveis instrumentais. Este resultado já era previsto devido aos instrumentos postulados, volatilidade condicional dos erros, serem muito fracos como verificamos na Tabela 3.3 da seção 3.5 do Capítulo 3.

Ao usarmos os estimadores de variáveis instrumentais heteroscedásticos, discutidos no Teorema 4 do Capítulo 2, temos que o viés não é corrigido como vemos na Tabela 4.4.

O motivo pelo qual o estimador de VI heteroscedástico é viesado, e na mesma magnitude que o de MQO, são os instrumentos utilizados. Os instrumentos postulados continuam sendo fracos (Tabela 3.4) para o caso heteroscedástico do Modelo 2, pois a questão do instrumento ser fraco está ligada com as variáveis do modelo e não com a forma do estimador de VI.

O fato dos instrumentos utilizados serem fracos no Modelo 2 é corroborado pelo Teste de Cragg-Donald. Na Tabela 4.5 podemos perceber que os valores da estatística de Cragg-Donald são muito baixos e portanto não conseguimos rejeitar a hipótese nula de que os instrumentos são

Tabela 4.4: Estimativa do Viés e do Erro Quadrático Médio dos estimadores de MQO, variáveis instrumentais homoscedástico (VI homo) e variáveis instrumentais heteroscedástico (VI hete) de β_i^- no Modelo 2. Entre parênteses temos a estimativa do desvio padrão da média das estimativas dos parâmetros. (Resultados baseados em 1000 replicações do processo gerador de dados descrito pelas equações (4.1) até (4.6) e parâmetros da Tabela 4.1.)

			País 1	País 2	País 3	País 4
$T = 100$	Viés	MQO	-0.0242	-0.0213	-0.0183	-0.0089
			(0.0003)	(0.0004)	(0.0003)	(0.0002)
			-0.0206	-0.0218	-0.0165	-0.0079
		VI homo	(0.0018)	(0.0022)	(0.0015)	(0.0008)
			-0.0204	-0.0219	-0.0164	-0.0078
			(0.0018)	(0.0024)	(0.0015)	(0.0009)
	EQM	MQO	0.0007	0.0006	0.0004	0.0001
		VI homo	0.0039	0.0055	0.0025	0.0008
		VI hete	0.0039	0.0060	0.0024	0.0008
$T = 500$	Viés	MQO	-0.0239	-0.0211	-0.0181	-0.0088
			(0.0002)	(0.0002)	(0.0002)	(0.0001)
			-0.0211	-0.0186	-0.0188	-0.0084
		VI homo	(0.0021)	(0.0022)	(0.0017)	(0.0009)
			-0.0202	-0.0179	-0.0185	-0.0084
			(0.0020)	(0.0022)	(0.0018)	(0.0009)
	EQM	MQO	0.0006	0.0004	0.0003	0.00008
		VI homo	0.0048	0.0052	0.0034	0.0009
		VI hete	0.0046	0.0051	0.0035	0.0009
$T = 1000$	Viés	MQO	-0.0242	-0.0214	-0.0182	-0.0091
			(0.0001)	(0.0001)	(0.0001)	(0.0001)
			-0.0217	-0.0248	-0.0197	-0.0080
		VI homo	(0.0021)	(0.0021)	(0.0016)	(0.0009)
			-0.0216	-0.0252	-0.0198	-0.0076
			(0.0021)	(0.0021)	(0.0016)	(0.0009)
	EQM	MQO	0.0006	0.0004	0.0003	0.00008
		VI homo	0.0050	0.0050	0.0029	0.0009
		VI hete	0.0051	0.0050	0.0030	0.0009

fracos a um nível de significância razoável, mesmo para um tamanho amostral igual a 1000.

4.4.2 Distribuição assintótica dos estimadores

No Capítulo 2 estudamos as distribuições assintóticas dos estimadores de MQO e variáveis instrumentais homoscedásticos e heteroscedástico, concluímos que assintoticamente estes estimadores têm distribuição normal. Nesta subseção estudaremos a adequação destas distribuições ao esti-

Tabela 4.5: Estimativa da Estatística de Cragg-Donald para as variáveis instrumentais postuladas para o Modelo 2. Para um viés relativo máximo do estimador de MQO e VI de 5%, o valor crítico do teste de Cragg-Donald para um nível de significância de 5% com $l = 1$, $p=3$ é de 13.91.

		País 1	País 2	País 3	País 4
$T = 100$	G_n	1.20	1.17	1.18	1.21
$T = 500$	G_n	1.09	1.10	1.08	1.06
$T = 1000$	G_n	1.06	1.08	1.05	1.04

mador de MQO e variáveis instrumentais de β_i^- para os diferentes tamanhos amostrais.

As ferramentas utilizadas para analisar a adequação das distribuições assintóticas dos estimadores são os histogramas dos β_i^- estimados e o gráfico que compara os quantis teóricos da distribuição normal com os quantis dos dados (QQ-plot).

Apresentaremos apenas os resultados para um único país, no caso o país 1, pois os resultados são análogos para os outros países.

- Modelo 1

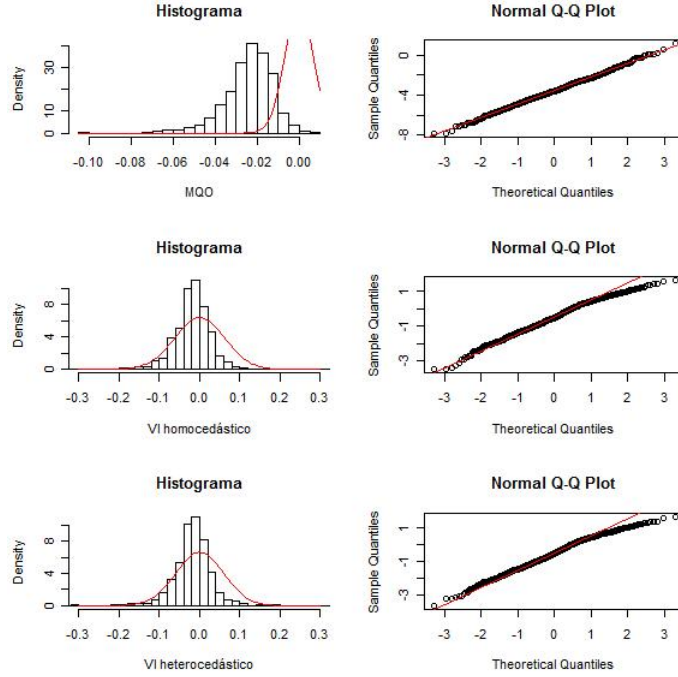
As Figuras 4.2 e 4.3 disponibilizam os histogramas e os qq-plots para os estimadores de MQO, variáveis instrumentais homoscedásticos e heteroscedásticos para o Modelo 1 com $T = 100$ e 1000, respectivamente. Omitiremos o caso $T = 500$ devido aos resultados serem similares a amostra de tamanho 1000.

A Figura 4.2 nos revela que o estimador de MQO apesar de ter uma distribuição normal é viesado, quanto aos estimadores de variáveis instrumentais estes são pouco menos viesados e tem distribuição normal, notemos que a variabilidade das estimativas do estimador de variáveis instrumentais é maior que o de MQO.

A Figura 4.3, por sua vez, revela uma maior adequação da normalidade dos estimadores de variáveis instrumentais com um vício menor do que aquele apresentado no caso $T = 100$, além de ter pouca variabilidade. No entanto o estimador de MQO se mostra viesado assim como no caso $T = 100$, apesar de ter uma distribuição normal.

A variabilidade dos estimadores de variáveis instrumentais para amostras moderadamente grandes ($T = 500$ e 1000) é pequena, de tal forma que além de termos um estimador não viesado também não erramos o mesmo em magnitudes altas com probabilidade alta.

Figura 4.2: Histograma e qq-plot dos estimadores de MQO, variáveis instrumentais homoscedásticas e heteroscedásticas de β_1^- para o Modelo 1. (Juntamente com o histograma colocamos a densidade da distribuição normal com média igual a zero e variância igual a média amostral da estimativa do desvio padrão de β_i^- simulado. Simulação feita com $T = 100$, 1000 replicações e modelo descrito pelas equações (4.1) até (4.6).)



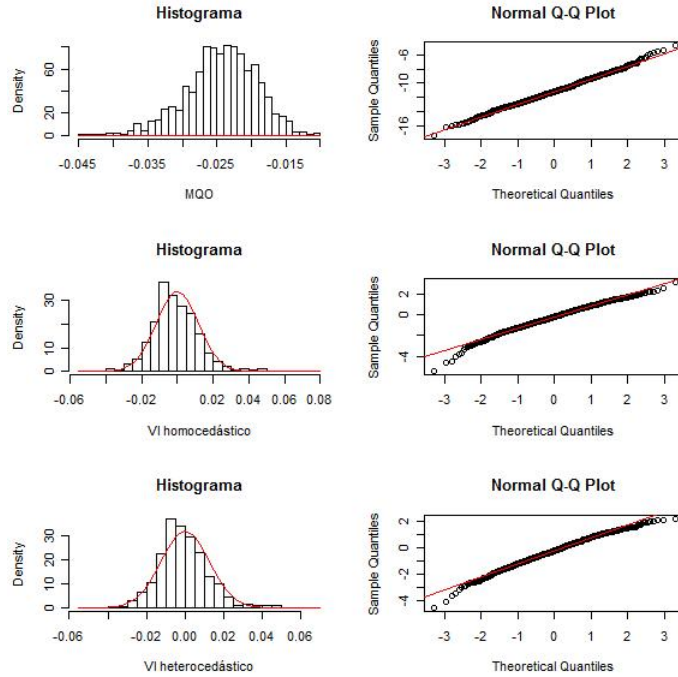
- Modelo 2

As Figuras 4.4 e 4.5 disponibilizam os histogramas e qq-plots para as estimativas de MQO, variáveis instrumentais homocedásticas e heterocedásticas de β_1^- para o Modelo 2 com $T = 100$ e 1000, respectivamente. Omitiremos o caso $T = 500$ devido a similaridade com os casos $T = 100$ e 1000.

Notamos que para todos os tamanhos de amostras as estimativas de β_1^- pelos métodos estudados têm uma distribuição normal e o viés de todos os estimadores é alto. A Figura 4.4 nos revela que o estimador de MQO tem um viés alto e além disso tem pouca variabilidade para $T = 100$, isto é, o estimador erra com bastante acuracidade. Os estimadores de variáveis instrumentais são viesados, porém estes têm uma variabilidade maior.

Em amostras moderadamente grandes os estimadores se comportam da mesma forma que para amostra $T = 100$. O viés de todos os estimadores é alto, contudo a variabilidade das estimativas de MQO são menores do que as encontradas para os estimadores de variáveis instrumentais tanto o homoscedástico quanto o heteroscedástico.

Figura 4.3: Histograma e qq-plot dos estimadores de MQO, variáveis instrumentais homoscedásticas e heteroscedásticas de β_1^- para o Modelo 1. (Juntamente com o histograma colocamos a densidade da distribuição normal com média igual a zero e variância igual a média amostral da estimativa do desvio padrão de β_i^- simulado. Simulação feita com $T = 1000$, 1000 replicações e modelo descrito pelas equações (4.1) até (4.6).)



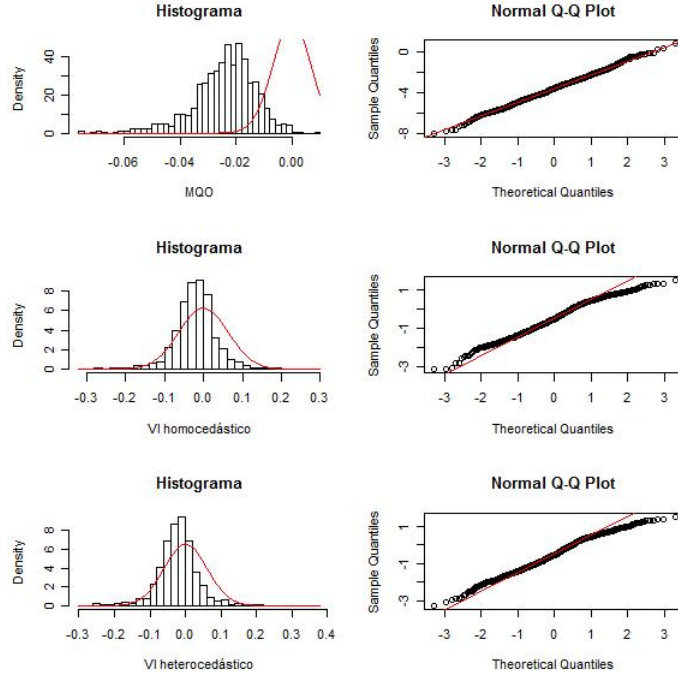
4.5 Comportamento dos testes de hipóteses

Na seção anterior estudamos o viés dos estimadores de MQO, VI homoscedástico e VI heteroscedástico para os Modelos 1 e 2. Contudo ao utilizarmos o Modelo Canônico de Contágio estamos interessados em saber se os parâmetros que indicam contágio são estatisticamente diferente de zero, sendo assim devemos estudar qual o teste mais acurado nos Modelos 1 e Modelo 2.

A hipótese a ser testada é $H_0 : \beta_i^- = 0$ contra $H_1 : \beta_i^- \neq 0$, por meio das simulações conseguiremos estudar quais os melhores testes a serem utilizados no Modelo Canônico de Contágio. No Capítulo 2 estudamos alguns tipos de testes de hipóteses, os testes de hipóteses assintóticos da seção 2.3 e os testes de hipóteses robustos a instrumentos fracos estudados na subseção 2.4.2, cada um destes testes serão estudados por meio das simulações. A análise será baseada na comparação do tamanho real dos testes com o empírico, no estudo da função poder dos testes e do intervalo de confiança.

Na subseção 4.5.1 estudaremos os testes de hipóteses para o Modelo 1 e na subseção 4.5.2 faremos o mesmo para o Modelo 2. A seção 4.6 estudará poder dos testes de hipóteses e na seção

Figura 4.4: Histograma e qq-plot dos estimadores de MQO, variáveis instrumentais homoscedásticos e heteroscedásticos de β_1^- para o Modelo 2. (Juntamente com o histograma colocamos a densidade da distribuição normal com média igual a zero e variância igual a média amostral da estimativa do desvio padrão de β_i^- simulado. Simulação feita com $T = 100$, 1000 replicações e modelo descrito pelas equações (4.1) até (4.6).)



4.7 analisaremos a região de probabilidade dos intervalos de confiança dos testes.

4.5.1 Modelo 1

Na seção anterior vimos que os estimadores de VI homoscedástico e heteroscedástico retiram boa parte do viés existente no estimador de MQO. Aqui iremos estudar se os testes t assintóticos discutidos na seção 2.3 rejeitam a hipótese nula na mesma taxa de rejeição nominal.

A Tabela 4.6 nos dá quantas vezes rejeitamos a hipótese nula nas 1000 replicações para um nível de significância α com $T = 100$, 500 e 1000. Por exemplo, o teste assintótico de MQO com $\alpha = 10\%$ rejeita a hipótese nula 92.5% das vezes para a economia 1. Portanto os resultados da Tabela 4.6 nos revelam que os testes assintóticos de MQO são muito ruins, visto que estão longe do nível de significância nominal independentemente do tamanho da amostra. O teste mais acurado (neste sentido) é o t_{VI2} , no qual usamos o estimador de variáveis instrumentais heteroscedástico e sua variância heteroscedástica, como discutido no Teorema 4 e dado pela equação (2.14). Devemos notar que os testes ficam mais acurados quanto maior a amostra, o que já esperávamos.

Figura 4.5: Histograma e qq-plot dos estimadores de MQO, variáveis instrumentais homoscedásticos e heteroscedásticos de β_1^- para o Modelo 2. (Juntamente com o histograma colocamos a densidade da distribuição normal com média igual a zero e variância igual a média amostral da estimativa do desvio padrão de β_i^- simulado. Simulação feita com $T = 1000$, 1000 replicações e modelo descrito pelas equações (4.1) até (4.6).)

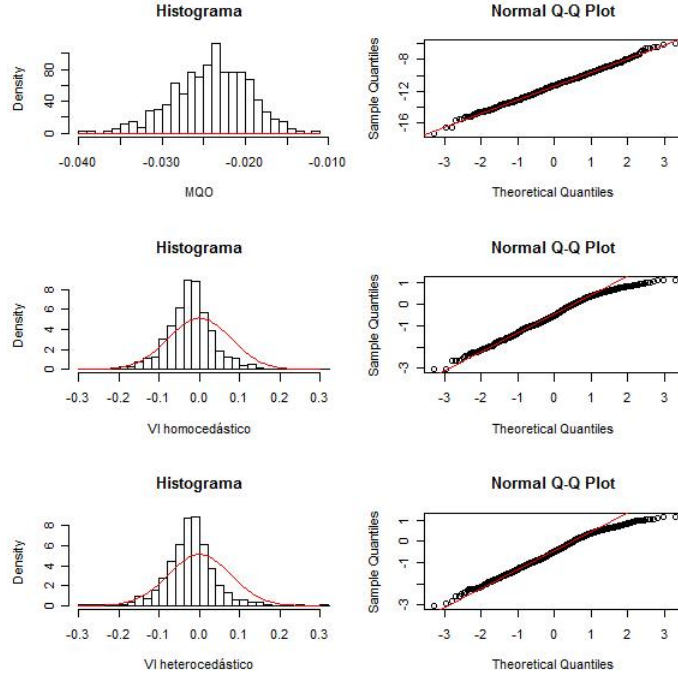


Tabela 4.6: Taxa de rejeição da hipótese nula, $H_0 : \beta_i^- = 0$ contra $H_1 : \beta_i^- \neq 0$, dos testes t assintóticos com nível de significância α para o Modelo 1. Os intervalos de não rejeição de H_0 com nível de significância de 5% são dados por: $[0.081, 0.118]$ para $\alpha = 10\%$, $[0.036, 0.063]$ para $\alpha = 5\%$ e $[0.004, 0.016]$ para $\alpha = 1\%$. (Definimos: t_{MQO} teste t do estimador de MQO, t_{VI1} teste t do estimador de VI homoscedástico, t_{VI2} teste t do estimador de VI heteroscedástico e t_{VI3} teste t do estimador de VI homoscedástico com correção da variância para o caso heteroscedástico.)

$T =$	$i =$	$\alpha = 10\%$				$\alpha = 5\%$				$\alpha = 1\%$			
		t_{MQO}	t_{VI1}	t_{VI2}	t_{VI3}	t_{MQO}	t_{VI1}	t_{VI2}	t_{VI3}	t_{MQO}	t_{VI1}	t_{VI2}	t_{VI3}
100	1	0.925	0.098	0.109	0.100	0.894	0.053	0.062	0.050	0.770	0.012	0.013	0.013
	2	0.810	0.082	0.097	0.087	0.752	0.040	0.046	0.035	0.609	0.004	0.010	0.008
	3	0.920	0.112	0.125	0.125	0.891	0.055	0.067	0.055	0.774	0.016	0.019	0.015
	4	0.917	0.102	0.109	0.090	0.863	0.055	0.057	0.047	0.745	0.011	0.014	0.011
500	1	0.999	0.116	0.097	0.094	0.999	0.073	0.053	0.058	0.998	0.023	0.017	0.017
	2	0.991	0.115	0.094	0.090	0.986	0.056	0.047	0.042	0.977	0.015	0.011	0.009
	3	1.000	0.118	0.103	0.095	1.000	0.086	0.066	0.064	1.000	0.029	0.024	0.020
	4	1.000	0.134	0.113	0.108	1.000	0.081	0.069	0.063	0.997	0.028	0.016	0.015
1000	1	1.000	0.113	0.092	0.087	1.000	0.065	0.050	0.048	1.000	0.026	0.015	0.016
	2	0.998	0.138	0.117	0.114	0.998	0.080	0.059	0.053	0.998	0.027	0.014	0.013
	3	1.000	0.144	0.111	0.102	1.000	0.081	0.061	0.053	1.000	0.024	0.014	0.013
	4	1.000	0.147	0.113	0.104	1.000	0.093	0.073	0.068	1.000	0.029	0.015	0.017

O teste de hipótese que utiliza o estimador de VI homoscedástico e corrige a variância para o caso heteroscedástico (t_{VI3}) é tão acurado quanto o t_{VI2} . Neste trabalho sempre analisaremos todos os estimadores propostos, contudo optaremos por confiar mais no estimador de variáveis instrumentais heteroscedásticos devido ao Modelo Canônico de Contágio ser heteroscedástico.

Estas conclusões se mantêm as mesmas quando mudamos o nível de significância nominal, como podemos ver na Tabela 4.6 que disponibiliza a taxa de rejeição para um nível de significância de 5% e 1%, além do de 10%.

Os testes t assintóticos t_{VI2} e t_{VI3} se comportam muito bem para o Modelo 1 em amostras moderadamente grandes. Os testes robustos a instrumentos fracos também são válidos quando os instrumentos não são considerados fracos. Sendo assim faremos o mesmo estudo feito para os testes assintóticos e com o mesmo processo gerador de dados (exatamente os mesmos dados).

Na seção 3.4 do Capítulo 3 estudamos que as estatísticas dos testes de Anderson-Rubin (AR_0) e de Escore (LM_0) sob a hipótese nula têm distribuições assintoticamente χ_p^2/p e χ_l^2 , respectivamente. As estatísticas dos testes de Wald condicional (W_0) e do teste de razão de verossimilhança condicional (LR_0) não têm distribuição conhecida; no entanto, com as simulações feitas percebemos que estes testes robustos a instrumentos fracos tem uma distribuição assintótica χ_l^2 e é os quantis desta distribuição que utilizaremos como valores críticos.

Tabela 4.7: Taxa de rejeição da hipótese nula, $H_0 : \beta_i^- = 0$ contra $H_1 : \beta_i^- \neq 0$, dos testes robustos a instrumentos fracos com nível de significância α para o Modelo 1. Os intervalos de não rejeição de H_0 com nível de significância de 5% são dados por: $[0.081, 0.118]$ para $\alpha = 10\%$, $[0.036, 0.063]$ para $\alpha = 5\%$ e $[0.004, 0.016]$ para $\alpha = 1\%$. (Assumindo que a distribuição assintótica dos testes é χ_l^2 , com exceção do teste AR_0 que tem distribuição assintótica χ_p^2/p .)

$T =$	$i =$	$\alpha = 10\%$				$\alpha = 5\%$				$\alpha = 1\%$			
		AR_0	LM_0	W_0	LR_0	AR_0	LM_0	W_0	LR_0	AR_0	LM_0	W_0	LR_0
100	1	0.133	0.127	0.091	0.261	0.070	0.068	0.047	0.166	0.022	0.021	0.012	0.060
	2	0.140	0.129	0.078	0.266	0.075	0.068	0.036	0.185	0.017	0.013	0.004	0.062
	3	0.157	0.134	0.110	0.289	0.088	0.076	0.053	0.188	0.026	0.021	0.014	0.066
	4	0.130	0.117	0.095	0.284	0.087	0.069	0.051	0.179	0.029	0.022	0.010	0.066
500	1	0.134	0.133	0.114	0.165	0.079	0.080	0.072	0.104	0.013	0.023	0.023	0.031
	2	0.117	0.115	0.112	0.148	0.063	0.055	0.056	0.081	0.014	0.016	0.015	0.023
	3	0.156	0.142	0.116	0.172	0.104	0.089	0.085	0.115	0.035	0.026	0.028	0.043
	4	0.143	0.134	0.132	0.167	0.081	0.080	0.078	0.109	0.028	0.020	0.026	0.037
1000	1	0.150	0.127	0.112	0.134	0.095	0.072	0.064	0.079	0.033	0.025	0.025	0.030
	2	0.137	0.135	0.137	0.142	0.079	0.081	0.080	0.090	0.021	0.034	0.026	0.037
	3	0.152	0.148	0.141	0.160	0.099	0.084	0.081	0.098	0.032	0.031	0.024	0.035
	4	0.154	0.156	0.143	0.170	0.099	0.095	0.093	0.109	0.038	0.032	0.029	0.038

A Tabela 4.7 revela a taxa de rejeição dos testes robustos a instrumentos fracos para as hipóteses $H_0 : \beta_i^- = 0$ contra $H_1 : \beta_i^- \neq 0$, isto é, temos quantas vezes rejeitamos a hipótese nula nas 1000 simulações. O teste de Anderson-Rubin é razoavelmente bom com nível de significância de 10%, porém quanto mais nas caudas estamos mais longe da taxa nominal de rejeição, temos

também que quanto maior é a amostra melhor são os testes (como era de se esperar).

O teste de Escore (LM_0) tem o mesmo problema que o de AR_0 , isto é, quanto mais nas caudas estamos, pior é a aproximação pela distribuição χ^2 . O teste de Wald condicional (W_0) é razoavelmente bom para todos os níveis de confiança. O último teste a ser implementado foi o teste de razão de verossimilhança condicional (LR_0), o qual não se comporta de forma semelhante a uma distribuição χ^2 quando a amostra é grande, sendo assim devemos calcular o valor crítico por meio da distribuição empírica simulada.

Quando os teste LR_0 e W_0 não têm distribuições conhecidas, ou quando a distribuição que postulamos χ^2 não é uma boa aproximação podemos simular e encontrar o valor crítico correto. A simulação feita acima serve para os trabalhos aplicados que faremos nesta dissertação, sendo assim não podemos tirar resultados conclusivos quanto a estes testes.

Os testes de hipóteses assintóticos, t_{VI2} e t_{VI3} , são melhores que os testes de hipóteses robustos a instrumentos fracos. De certa forma este resultado já era previsto, pois no Modelo 1 os instrumentos para uma amostra relativamente grande são fortes, logo é esperado que a teoria assintótica seja válida. O poder dos testes serão estudados na seção 4.6.

4.5.2 Modelo 2

Nesta subseção estudaremos qual o melhor teste de hipótese para testar $H_0 : \beta_i^- = 0$ contra $H_1 : \beta_i^- \neq 0$ no Modelo 2. Sabemos pelo estudo feito na subseção 4.4.1 que os estimadores estudados são viesados, visto que os instrumentos utilizados são fracos. No entanto queremos saber como os testes de hipóteses discutidos no Capítulo 2 se comportam para o Modelo 2, assim como foi feito para o Modelo 1.

A Tabela 4.8 nos mostra, para o processo gerador de dados discutido na seção 4.1, quantas vezes rejeitamos a hipótese nula ($H_0 : \beta_i^- = 0$) nas 1000 replicações realizadas, por exemplo: para um nível de significância de 5%, $T = 500$ e país 1 o teste assintótico do caso heteroscedástico rejeita a hipótese nula 35 vezes (taxa de 3.5%). Diferentemente do que encontramos para o Modelo 1 temos que os testes t assintóticos têm um desempenho ligeiramente pior, isto é justificado devido aos instrumentos serem fracos. Contudo podemos concluir que os testes t assintótico t_{VI2} e t_{VI3} são equivalentes, pois as taxas de rejeição deste teste estão muito próxima da nominal.

A forma alternativa de se testar as hipóteses é por meio dos testes robustos a instrumentos fracos, os quais estão colocados na Tabela 4.9. Da mesma forma que fizemos na subseção anterior utilizamos como distribuição assintótica para as estatísticas dos testes a distribuição χ^2 , exceção feita ao teste AR_0 que utilizamos χ_p^2/p . Lembremos que apenas o teste de Escore (LM_0) tem esta distribuição assintótica, os testes de Wald condicional (W_0) e razão de verossimilhança

Tabela 4.8: Taxa de rejeição da hipótese nula, $H_0 : \beta_i^- = 0$ contra $H_1 : \beta_i^- \neq 0$, dos testes t assintóticos com nível de significância α para o Modelo 2. Os intervalos de não rejeição de H_0 com nível de significância de 5% são dados por: [0.081, 0.118] para $\alpha = 10\%$, [0.036, 0.063] para $\alpha = 5\%$ e [0.004, 0.016] para $\alpha = 1\%$. (Definimos: t_{MQO} teste t do estimador de MQO, t_{VI1} teste t do estimador de VI homoscedástico, t_{VI2} teste t do estimador de VI heteroscedástico e t_{VI3} teste t do estimador de VI homoscedástico com correção da variância para o caso heteroscedástico.)

$T =$	$i =$	$\alpha = 10\%$				$\alpha = 5\%$				$\alpha = 1\%$			
		t_{MQO}	t_{VI1}	t_{VI2}	t_{VI3}	t_{MQO}	t_{VI1}	t_{VI2}	t_{VI3}	t_{MQO}	t_{VI1}	t_{VI2}	t_{VI3}
100	1	0.930	0.090	0.099	0.089	0.890	0.032	0.044	0.033	0.784	0.005	0.009	0.009
	2	0.812	0.078	0.081	0.077	0.753	0.031	0.039	0.030	0.602	0.003	0.006	0.005
	3	0.913	0.100	0.119	0.106	0.866	0.045	0.051	0.046	0.766	0.013	0.015	0.012
	4	0.908	0.089	0.093	0.081	0.859	0.033	0.044	0.033	0.733	0.009	0.012	0.012
500	1	0.999	0.080	0.071	0.073	0.999	0.041	0.035	0.037	0.998	0.006	0.006	0.006
	2	0.999	0.063	0.064	0.065	0.998	0.024	0.029	0.027	0.987	0.004	0.005	0.004
	3	1.000	0.089	0.091	0.082	1.000	0.041	0.037	0.039	0.999	0.005	0.007	0.008
	4	1.000	0.071	0.072	0.063	1.000	0.030	0.026	0.024	0.996	0.002	0.002	0.002
1000	1	1.000	0.089	0.082	0.079	1.000	0.043	0.032	0.035	1.000	0.006	0.005	0.004
	2	0.999	0.065	0.057	0.059	0.999	0.023	0.021	0.019	0.998	0.001	0.001	0.001
	3	1.000	0.089	0.077	0.078	1.000	0.033	0.027	0.027	1.000	0.004	0.003	0.003
	4	1.000	0.079	0.065	0.070	1.000	0.037	0.026	0.027	1.000	0.004	0.001	0.000

condicional (LR_0) não tem distribuição conhecida.

Tabela 4.9: Taxa de rejeição da hipótese nula, $H_0 : \beta_i^- = 0$ contra $H_1 : \beta_i^- \neq 0$, dos testes robustos a instrumentos fracos com nível de significância α para o Modelo 2. Os intervalos de não rejeição de H_0 com nível de significância de 5% são dados por: [0.081, 0.118] para $\alpha = 10\%$, [0.036, 0.063] para $\alpha = 5\%$ e [0.004, 0.016] para $\alpha = 1\%$. (Assumindo que a distribuição assintótica dos testes é χ_I^2 , com exceção do teste AR_0 que tem distribuição assintótica χ_p^2/p .)

$T =$	$i =$	$\alpha = 10\%$				$\alpha = 5\%$				$\alpha = 1\%$			
		AR_0	LM_0	W_0	LR_0	AR_0	LM_0	W_0	LR_0	AR_0	LM_0	W_0	LR_0
100	1	0.133	0.103	0.082	0.279	0.070	0.056	0.028	0.185	0.022	0.011	0.005	0.062
	2	0.140	0.128	0.074	0.292	0.075	0.069	0.024	0.210	0.017	0.018	0.003	0.068
	3	0.157	0.115	0.096	0.319	0.088	0.066	0.040	0.220	0.026	0.018	0.011	0.076
	4	0.130	0.135	0.081	0.295	0.087	0.082	0.031	0.185	0.029	0.027	0.008	0.080
500	1	0.134	0.116	0.077	0.292	0.079	0.063	0.041	0.193	0.013	0.015	0.005	0.063
	2	0.117	0.114	0.061	0.294	0.063	0.062	0.024	0.183	0.014	0.012	0.003	0.060
	3	0.156	0.140	0.079	0.318	0.104	0.076	0.041	0.232	0.035	0.029	0.005	0.087
	4	0.143	0.121	0.069	0.311	0.081	0.069	0.030	0.207	0.028	0.021	0.002	0.067
1000	1	0.150	0.143	0.087	0.307	0.095	0.080	0.040	0.223	0.033	0.018	0.006	0.091
	2	0.137	0.117	0.063	0.311	0.079	0.069	0.023	0.204	0.021	0.018	0.001	0.065
	3	0.152	0.150	0.088	0.354	0.099	0.080	0.031	0.235	0.032	0.022	0.004	0.091
	4	0.154	0.124	0.078	0.315	0.099	0.080	0.036	0.218	0.038	0.028	0.004	0.089

Percebemos que dentro daqueles testes com distribuição assintótica conhecida, AR_0 e LM_0 , o melhor é o de Escore, pois este tem sua taxa de rejeição mais próxima da teórica para todos os níveis de significância e tamanhos de amostra. O teste de Wald condicional é razoavelmente bom e se ajusta a distribuição χ_I^2 . O teste de razão de verossimilhança condicional é pior dentre os robustos a instrumentos fracos, o que nos mostra que devemos utilizar simulações para determinar o valor crítico.

Na seguinte seção estudaremos o poder dos testes discutidos neste seção.

4.6 Função poder dos testes de hipóteses

Uma forma de estudar a robustez dos testes de hipóteses estudados na seção 4.5 é por meio do poder dos testes. Como não temos uma forma fechada para a função poder do teste recorremos a simulação. O processo gerador de dados utilizado em todo este capítulo não pode ser diretamente aplicado ao estudo do poder, pois não conseguimos gerar os dados quando todos os países são contagiados simultaneamente, $\beta_i^- \neq 0 \forall i = 1, \dots, N$.

A forma encontrada neste trabalho para estudar o poder dos testes é utilizar um processo gerador de dados no qual apenas um país é contagiado e por consequência o poder do teste será estudado para este único país. Para melhor entendimento coloquemos o processo gerador de dados da seguinte forma:

$$y_{1t} = \delta_1 + \alpha_1 y_{1,t-1} + \beta_1^- I \left(\sum_{j=2}^4 I(-y_{jt} - c_j^- \sigma'_{jt}) \right) + u_{1t} \quad (4.7)$$

$$y_{2t} = \delta_2 + \alpha_2 y_{2,t-1} + u_{2t} \quad (4.8)$$

$$y_{3t} = \delta_3 + \alpha_3 y_{3,t-1} + u_{3t} \quad (4.9)$$

$$y_{4t} = \delta_4 + \alpha_2 y_{4,t-1} + u_{4t} \quad (4.10)$$

$$u_{.t} = H_t^{1/2} \epsilon_t; \quad \epsilon_t \sim iid(0, I_N) \quad (4.11)$$

$$H_t = D_t P_t D_t; \quad D_t = diag(\sigma_{it}) \quad (4.12)$$

$$\sigma_{it}^2 = a_{i0} + a_{i1} u_{i,t-1}^2 + a_{i2} \sigma_{i,t-1}^2 \quad (4.13)$$

$$P_t = (Q_t \odot I_N)^{-1/2} Q_t (Q_t \odot I_N)^{-1/2} \quad (4.14)$$

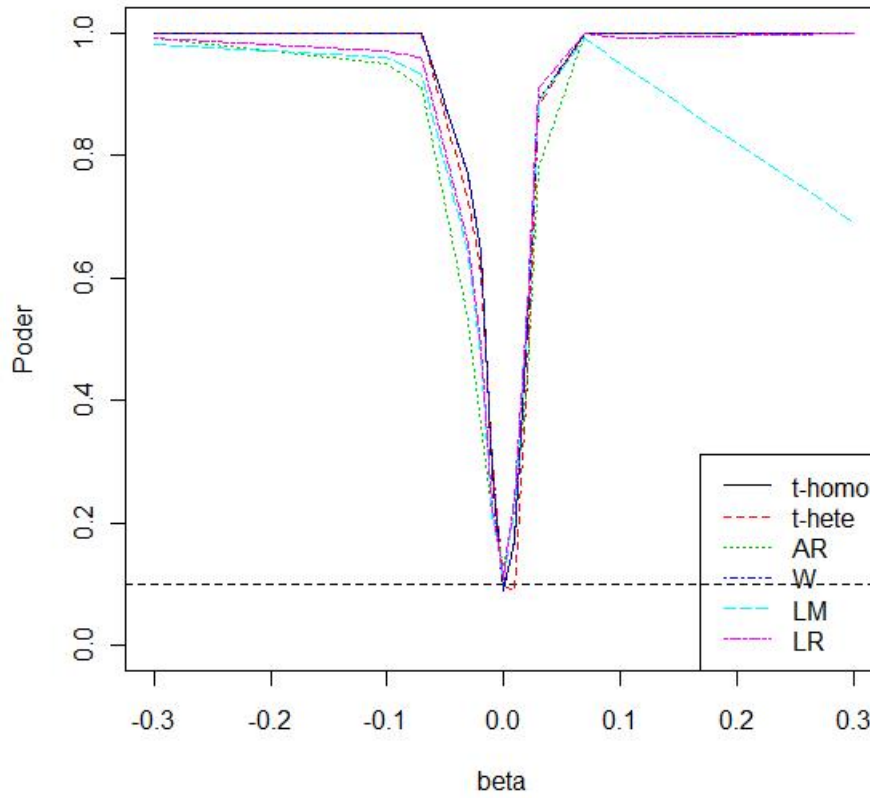
$$Q_t = (1 - \theta_1 - \theta_2) Q - \theta_1 \epsilon_{t-1} \epsilon_{t-1}^T + \theta_2 Q_{t-1}, \quad (4.15)$$

em que todas as variáveis e parâmetros foram definidas anteriormente. Como percebemos pelo processo gerador de dados utilizamos $N = 4$, além disso os parâmetros para simular são aqueles descritos pela Tabela 4.1 e a matriz de covariância amostral, Q , é semelhante a do processo gerador de dados utilizado em todo este capítulo. O tamanho da amostra utilizada foi de $T = 1000$, o número de replicações para cada β_1^- é de 100. A definição de crise dada neste processo gerador de dados abrange o Modelo 1 e o Modelo 2, como já explicamos anteriormente, sendo assim este processo gerador de dados é utilizado para os dois modelos ambos com $c_1^- = 1.64$.

O ponto de extrema relevância é a escolha dos valores de β_1^- para a construção da função poder, neste estudo escolhemos os seguinte valores $\{-0.3, -0.1, -0.07, -0.03, -0.02, -0.01, 0, 0.01, 0.02, 0.03, 0.07, 0.1, 0.3\}$. Os valores críticos dos testes foram construídos para testes com nível de

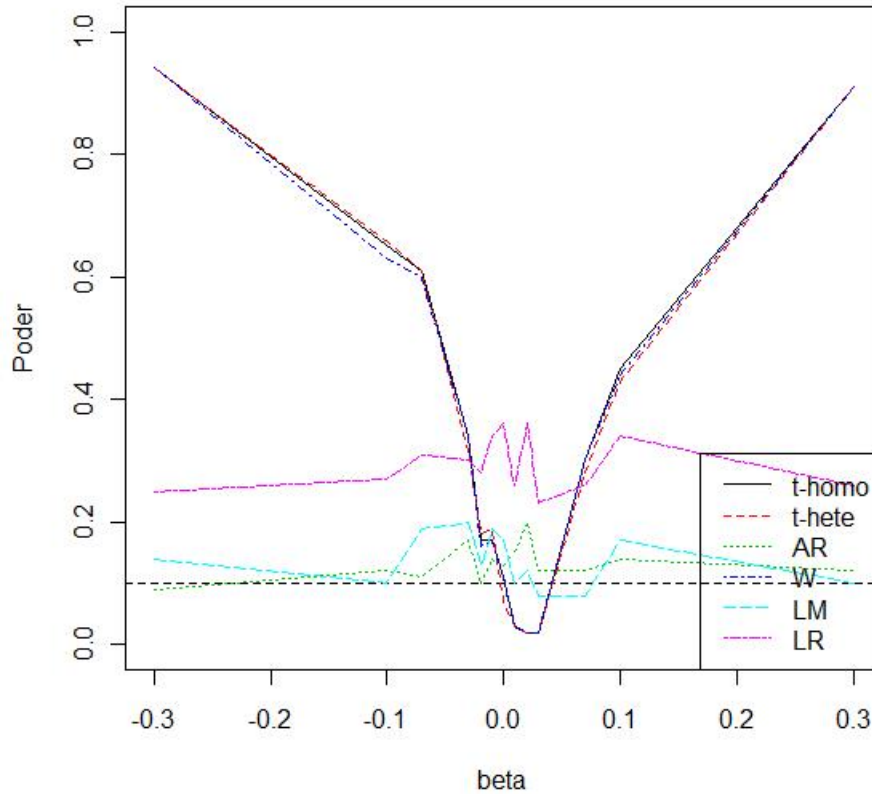
significância de 10%, além disso usamos para os testes t assintóticos a distribuição Normal, para o teste AR_0 a distribuição χ_p^2/p , para o teste de LM_0 a distribuição χ_l^2 e para os testes de W_0 e LR_0 usaremos a distribuição χ_l^2 . E com isso conseguimos construir a função poder de forma simulada, a qual está apresentada na Figura 4.6, para o Modelo 1.

Figura 4.6: Poder assintótico dos Testes para os instrumentos postulados ($p=3$) no Modelo 1, com $T = 1000$ e 100 simulações para cada β_1^- .



A Figura 4.6 nos revela que todos os testes tem poder muito semelhante. Os testes t assintóticos de OLS e do estimador de VI homoscedástico com correção da variância para o caso heteroscedástico dado pela equação (2.15) não foram mostrados na Figura 4.6, o primeiro devido a sua função poder sempre rejeitar a hipótese nula e o segundo devido a sua semelhança com os testes t assintóticos homoscedástico e heteroscedástico. Sendo assim este resultado nos mostra que os teste t assintóticos são bons para testarmos a existência de contágio no Modelo 1, como já tínhamos discutido na subseção 4.5.1.

Figura 4.7: Poder assintótico dos Testes para os instrumentos postulados ($p=3$) no Modelo 2, com $T = 1000$ e 100 simulações para cada β_i^- .

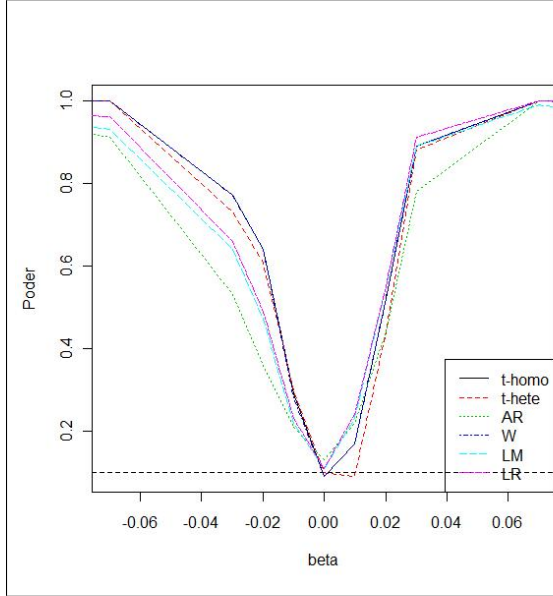
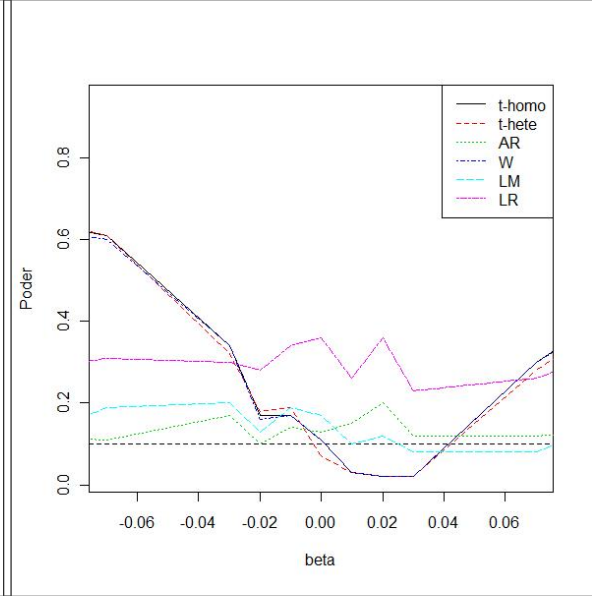


O mesmo estudo foi feito para o Modelo 2, com os mesmos parâmetros utilizados para a construção da função poder dos testes no Modelo 1. A Figura 4.7 nos mostra a função poder para os testes de interesse com os valores críticos dados pelas distribuições discutidas anteriormente.

Nas subseções 4.5.1 e 4.5.2 vimos que as estimativas de β_i^- pelo método de variáveis instrumentais homoscedásticos e heteroscedásticos estão em torno de -0.003 para o Modelo 1, com tamanhos de amostras moderadamente grandes, e em torno de -0.02 para o Modelo 2. Assim sendo devemos estudar o poder para estes valores de β_1^- com mais cuidado, para isso analisamos as Figuras 4.8 e 4.9 por meio de um *zoom* nos valores mais importantes.

A Figura 4.8 nos mostra o poder apenas para os valores de β_1^- entre -0.07 e 0.07. Com isto podemos perceber que todos os testes propostos, sejam eles os assintóticos ou os robustos a instrumentos fracos têm pouco poder para os valores estimados pelo modelo. Esta falta de poder

ocorre tanto no Modelo 1 quanto no Modelo 2, contudo no Modelo 2 a falta de poder é muito mais severa, tanto para os testes t assintóticos quanto para os robustos a instrumentos fracos.

Figura 4.8: *Zoom* da Figura 4.1.Figura 4.9: *Zoom* da Figura 4.2.

Portanto ao aplicarmos o Modelo 1 devemos tomar cuidado quanto ao poder dos testes, principalmente se as estimativas de β_i^- encontradas forem da ordem de 10^{-3} , pois neste caso o poder é muito baixo como vemos com clareza na Figura 4.8.

Uma opção é utilizarmos os testes unilaterais, quando esta for aplicável, pois com isso temos um maior poder dos testes. Podemos fazer isso tanto nos testes assintóticos, da forma usual, como nos testes robustos a instrumentos fracos, nos quais devemos prestar atenção ao sinal da estimativa.

4.7 Intervalos de confiança

Um ponto relevante no modelo é sabermos se conseguimos estimar por intervalo de confiança o parâmetro de contágio, β_i^- . O processo gerador de dados utilizado na construção da função poder dos testes nos possibilita fazer este estudo.

Os intervalos de confiança dos testes t assintóticos são construídos da forma usual, os testes robustos a instrumentos fracos requerem um pouco mais de cuidado. No caso do teste de razão de verossimilhança condicional construímos um intervalo de confiança de $(1 - \alpha)$ encontrando os valores de β_0 que satisfazem a seguinte inequação:

$$LR_0 = \frac{(y - Z\beta_0)^T P_{MXW} (y - Z\beta_0)}{b_0^T \Omega_V b_0} - \lambda^{min} \leq vc_{1-\alpha},$$

em que: λ^{min} é o menor autovalor de $\Omega_V^{-1/2}[y; Z]^T P_{MXW}[y; Z]\Omega_V^{-1/2}$ e $vc_{1-\alpha}$ é o valor crítico do teste com nível de significância α . Esta é exatamente a estatística de teste apresentada pela equação (2.24). Os intervalos de confiança de $(1 - \alpha)$ para β de Anderson e Rubin (1949), Escore e Wald condicional podem ser construídos de forma análoga.

Na comparação entre diferentes métodos para construção de intervalos de confiança dois pontos importantes são a probabilidade de cobertura e a largura do intervalo. Para termos as larguras dos intervalos teríamos que construir os intervalos. Entretanto, exceto para os intervalos baseados nos testes t assintóticos a simulação tem um alto custo computacional, pois não conseguimos obter uma forma analítica fechada para os intervalos. Desta forma, o estudo da probabilidade de cobertura é baseada em 1000 replicações enquanto o estudo da largura dos intervalos de confiança em apenas 100 replicações.

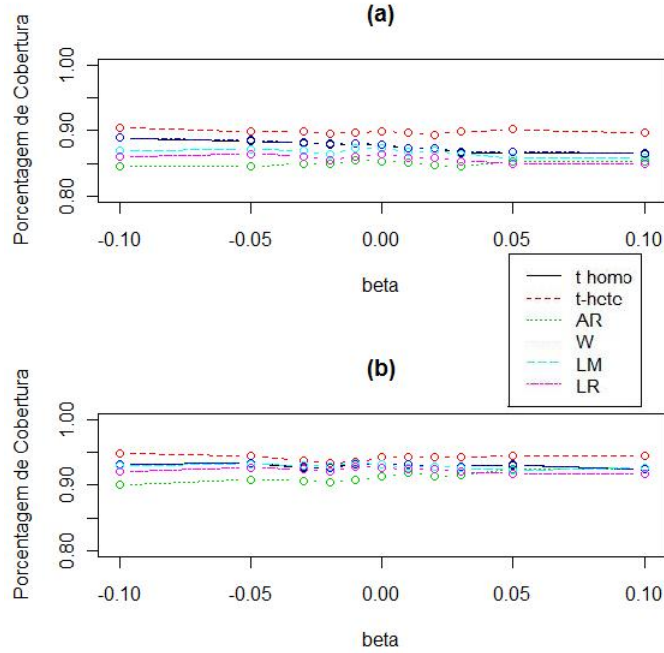
Utilizaremos o mesmo processo gerador de dados descrito pelas equações (4.8) até (4.16) e os mesmos parâmetros, construímos as proporções de cobertura dos testes de hipóteses para os valores de $\beta_1^- \in \{-0.1, -0.05, -0.03, -0.02, -0.01, 0, 0.01, 0.02, 0.03, 0.05, 0.1\}$, com 1000 replicações para cada valor de β_1^- e $T = 1000$.

Tabela 4.10: Valores da Porcentagem de Cobertura para o Modelo 1, para os intervalos de confiança de 90% e 95%. (Foram feitas 1000 replicações para cada valor de β_1^- do modelo descrito pelas equações (4.8) até (4.16) com tamanho da amostra igual 1000.)

		Verdadeiros valores de β_1^-										
		-0.1	-0.05	-0.03	-0.02	-0.01	0	0.01	0.02	0.03	0.05	0.1
90%	<i>t-homo</i>	0.89	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88	0.87	0.87	0.87	0.87	0.86
	<i>t-hete</i>	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.89	0.90	0.90	0.90
	<i>AR₀</i>	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85
	<i>W₀</i>	0.89	0.89	0.88	0.88	0.88	0.88	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87
	<i>LM₀</i>	0.87	0.87	0.87	0.86	0.87	0.87	0.87	0.87	0.86	0.86	0.86
	<i>LR₀</i>	0.86	0.86	0.86	0.86	0.86	0.86	0.86	0.86	0.85	0.85	0.85
95%	<i>t-homo</i>	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.92
	<i>t-hete</i>	0.95	0.94	0.94	0.93	0.93	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94
	<i>AR₀</i>	0.90	0.91	0.91	0.90	0.91	0.91	0.92	0.91	0.92	0.92	0.92
	<i>W₀</i>	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.92
	<i>LM₀</i>	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.92	0.93
	<i>LR₀</i>	0.92	0.93	0.92	0.92	0.93	0.93	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92

Na Figura 4.10 e Tabela 4.10 temos as proporções de cobertura para os testes de hipóteses assintóticos homoscedásticos, heteroscedásticos e robustos a instrumentos fracos de Anderson-

Figura 4.10: Porcentagem de Cobertura para o Modelo 1, para os intervalos de confiança de 90% em (a) e 95% em (b). (Foram feitas 1000 replicações para cada valor de β_1^- do modelo descrito pelas equações (4.8) até (4.16) com tamanho da amostra igual 1000.)



Rubin (1949), Escore, Wald condicional e razão de verossimilhança condicional no Modelo 1. Percebemos que todos os testes tem proporção de cobertura próxima da nominal, 90% gráfico (a) e 95% gráfico (b), o que nos mostra que estamos estimando de forma correta o parâmetro de contágio, β_i^- , e os testes de hipóteses funcionam de maneira correta.

O teste t assintótico heteroscedástico é o teste que tem porcentagem de cobertura mais acurada e além disso a porcentagem é maior ou igual ao valor nominal, corroborando o estudo feito na subseção 4.5.1 de que este teste tem o melhor desempenho. Os testes robustos a instrumentos fracos, principalmente o de Anderson-Rubin (1949), se mostraram com uma cobertura menor do que a nominal.

Na Figura 4.11 e Tabela 4.11 temos as porcentagens de cobertura para os mesmos testes da Figura 4.10 e Tabela 4.10 para o Modelo 2. Temos os testes, em linha geral, funcionando de maneira pior, principalmente os testes robustos a instrumentos fracos, como discutimos anteriormente. Os testes t assintóticos e o teste de Wald condicional têm porcentagem de cobertura maior que a nominal tanto para 90% quanto para 95%, este fato não é de todo ruim visto que estamos aceitando a hipótese quando ela é verdadeira, mas pode tornar-se uma desvantagem

Figura 4.11: Porcentagem de Cobertura para o Modelo 2, para os intervalos de confiança de 90% em (a) e 95% em (b). (Foram feitas 1000 replicações para cada valor de β_1^- do modelo descrito pelas equações (4.8) até (4.16) com tamanho da amostra igual 1000.)

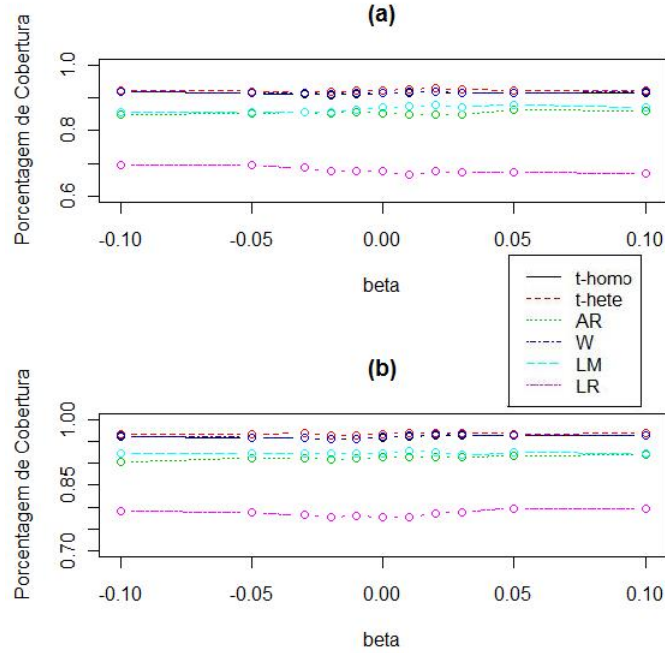


Tabela 4.11: Valores da Porcentagem de Cobertura para o Modelo 2, para os intervalos de confiança de 90% e 95%. (Foram feitas 1000 replicações para cada valor de β_1^- do modelo descrito pelas equações (4.8) até (4.16) com tamanho da amostra igual 1000.)

		Verdadeiros valores de β_1^-										
		-0.1	-0.05	-0.03	-0.02	-0.01	0	0.01	0.02	0.03	0.05	0.1
90%	<i>t-homo</i>	0.92	0.91	0.91	0.91	0.91	0.91	0.92	0.92	0.91	0.91	0.91
	<i>t-hete</i>	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.93	0.93	0.92	0.92	0.92
	<i>AR</i> ₀	0.85	0.85	0.85	0.85	0.86	0.85	0.85	0.85	0.85	0.86	0.86
	<i>W</i> ₀	0.92	0.92	0.92	0.91	0.91	0.91	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92
	<i>LM</i> ₀	0.85	0.86	0.86	0.86	0.86	0.87	0.87	0.88	0.87	0.88	0.87
	<i>LR</i> ₀	0.69	0.69	0.69	0.68	0.68	0.68	0.67	0.68	0.67	0.67	0.67
95%	<i>t-homo</i>	0.96	0.96	0.96	0.95	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96
	<i>t-hete</i>	0.96	0.97	0.97	0.96	0.96	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97
	<i>AR</i> ₀	0.90	0.91	0.91	0.91	0.91	0.91	0.91	0.91	0.91	0.92	0.92
	<i>W</i> ₀	0.96	0.96	0.97	0.95	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96
	<i>LM</i> ₀	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.93	0.93	0.92	0.92	0.92
	<i>LR</i> ₀	0.79	0.79	0.78	0.78	0.78	0.78	0.78	0.79	0.79	0.80	0.79

quando leva à uma diminuição do poder destes testes, como pode ter ocorrido na seção 4.6.

Os testes de Anderson e Rubin (1949), Escore e razão de verossimilhança condicional têm suas porcentagens de cobertura menores do que os nominais. Indicando que a distribuição assintótica, χ_p^2/p , de Anderson-Rubin (1949) não é válida, para os testes de Escore e razão de verossimilhança condicional concluímos que não podemos utilizar a distribuição χ_l^2 , devemos calcular o valor crítico por meio da distribuição empírica simulada.

Portanto com este estudo concluímos que mesmo na existência de contágio, $\beta_i^- \neq 0$, os testes de hipóteses t assintóticos de variáveis instrumentais no Modelo 1 se comportam muito bem. Por sua vez no Modelo 2 temos os mesmos problemas discutidos quando não existia contágio.

Na seguinte subseção estudaremos as larguras dos intervalos de confiança dos testes de hipóteses apresentados.

4.7.1 Largura dos intervalos de confiança

Os intervalos de confiança para β dos testes t assintóticos são construídos da forma usual, já os intervalos de confiança para os testes robustos a instrumentos fracos serão construídos por tentativa e erro. Para o teste de razão de verossimilhança condicional, por exemplo, construímos o limite inferior do intervalo de confiança para β de $(1 - \alpha)$ da seguinte forma:

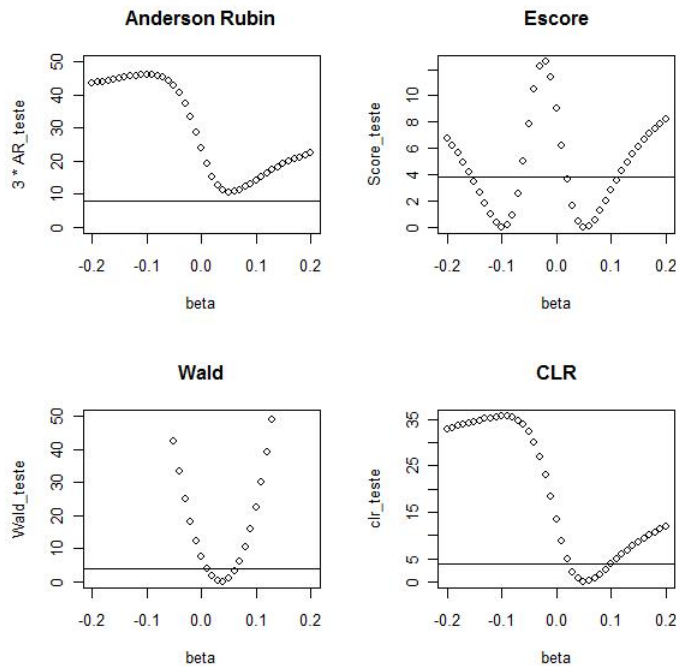
- (Passo 1) Definimos uma constante denominada salto e $t = 0$;
- (Passo 2) Calculamos a estatística do teste (LR_0) em que β_0 é igual ao limite inferior do intervalo de confiança do teste t assintótico heteroscedástico (β_{inf}^{het});
- (Passo 3) $t \leftarrow t + 1$;
- (Passo 4) Caso $LR_0 > vc_{1-\alpha}$ repetimos o processo para $\beta_0^t = \beta_{inf}^{hete} + salto \times t$ até o t em que $LR_0 < vc_{1-\alpha}$, logo β_0^t será o limite inferior;
- (Passo 5) Caso contrário, $LR_0 < vc_{1-\alpha}$ repetimos o processo para $\beta_0^t = \beta_{inf}^{hete} - salto \times t$ até o t em que $LR_0 > vc_{1-\alpha}$, logo β_0^t será o limite inferior.

O limite superior para o teste é encontrado de maneira análoga e este processo é o mesmo para encontrarmos o intervalo de confiança para os testes de Anderson e Rubin (1949), Escore e Wald condicional.

Os valores críticos dos testes robustos a instrumentos fracos são dados por: χ_p^2/p para o teste de Anderson e Rubin (1949) e χ_l^2 para os testes de Escore, Wald condicional e razão de verossimilhança condicional.

O processo gerador de dados utilizado será o mesmo discutido no início desta seção e para os mesmos valores de β , apresentaremos em detalhes os resultados para $T = 1000$, para $T = 500$ os resultados são análogos. Serão feitas 100 replicações devido ao alto custo computacional da forma de calcular os intervalos de confiança dos testes robustos a instrumentos fracos, a qual foi apresentada nos passos 1 até 5. A análise será feita apenas para o Modelo 1 visto que os resultados anteriores apresentados para o Modelo 2 são ruins de tal forma que o método até aqui utilizado neste trabalho não é adequado para este Modelo.

Figura 4.12: Estatísticas dos testes robustos a instrumentos fracos para diferentes valores de β_0 e para um caso específico, em que $T = 1000$ e $\beta = 0.03$. Notemos que o valor crítico é dos testes de 95% de confiança.



Os intervalos de confiança de $(1 - \alpha)$ de Anderson e Rubin (1949) e Escore apresentam problemas. Dois destes problemas estão ilustrados na Figura 4.12. No caso do intervalo de confiança associado ao teste de Anderson e Rubin (1949) temos que nenhum ponto pertence ao intervalo de confiança e no intervalo de confiança associado ao teste de Escore temos uma região de confiança dada por dois intervalos do tipo: $(a, b) \cup (c, d)$. Existem situações em que tanto a estatística do teste de Anderson e Rubin (1949) quanto a de Escore estão totalmente abaixo do valor crítico do teste, isto é, o intervalo de confiança é toda a reta. Moreira (2002, 2003) relata problemas semelhantes, mas mesmo assim sugere a construção de intervalos de

confiança derivados do teste de AR e do Escore condicional. Nós ao contrário, não sugerimos tal abordagem e analisaremos apenas as larguras dos intervalos de confiança dados pelo teste de Wald condicional e razão de verossimilhança condicional.

Tabela 4.12: Tamanho médio (Me) e mediano (Md) da largura dos intervalos de confiança para β dos testes t assintótico heteroscedástico, Wald condicional e razão de verossimilhança condicional para $T = 1000$, 100 replicações e $\alpha = 0.9$ e 0.95 . Apresentamos também o desvio padrão (Dp) do tamanho das larguras dos intervalos estudados. No painel superior os intervalos de confiança para $\alpha = 0.9$ e no painel inferior para $\alpha = 0.95$.

	Verdadeiros valores de β_1^-										
	-0.1	-0.05	-0.03	-0.02	-0.01	0	0.01	0.02	0.03	0.05	0.1
Me($t-hete$)	0.045	0.042	0.041	0.043	0.040	0.039	0.041	0.042	0.043	0.043	0.045
Me(W_0)	0.045	0.042	0.041	0.043	0.040	0.039	0.041	0.042	0.043	0.044	0.046
Me(LR_0)	0.056	0.052	0.050	0.052	0.048	0.046	0.048	0.050	0.050	0.055	0.054
Md($t-hete$)	0.042	0.039	0.040	0.040	0.037	0.039	0.037	0.037	0.040	0.038	0.043
Md(W_0)	0.042	0.039	0.039	0.041	0.038	0.038	0.039	0.039	0.041	0.040	0.045
Md(LR_0)	0.049	0.046	0.047	0.046	0.045	0.044	0.046	0.045	0.048	0.045	0.049
Dp($t-hete$)	0.013	0.016	0.011	0.016	0.013	0.010	0.013	0.017	0.013	0.020	0.015
Dp(W_0)	0.014	0.015	0.011	0.014	0.013	0.010	0.012	0.013	0.012	0.021	0.015
Dp(LR_0)	0.028	0.032	0.013	0.033	0.016	0.014	0.016	0.020	0.016	0.045	0.022
Me($t-hete$)	0.054	0.050	0.049	0.051	0.047	0.047	0.049	0.050	0.051	0.052	0.054
Me(W_0)	0.050	0.047	0.046	0.048	0.045	0.043	0.046	0.047	0.048	0.049	0.051
Me(LR_0)	0.064	0.058	0.052	0.057	0.052	0.050	0.052	0.056	0.056	0.060	0.061
Md($t-hete$)	0.051	0.047	0.048	0.047	0.044	0.046	0.045	0.045	0.048	0.046	0.051
Md(W_0)	0.046	0.043	0.044	0.045	0.043	0.042	0.043	0.042	0.045	0.044	0.047
Md(LR_0)	0.053	0.050	0.048	0.050	0.046	0.047	0.050	0.048	0.051	0.051	0.054
Dp($t-hete$)	0.016	0.019	0.014	0.019	0.016	0.012	0.015	0.020	0.015	0.024	0.018
Dp(W_0)	0.016	0.017	0.012	0.016	0.014	0.011	0.014	0.015	0.013	0.025	0.017
Dp(LR_0)	0.047	0.039	0.018	0.036	0.024	0.019	0.021	0.035	0.022	0.051	0.033

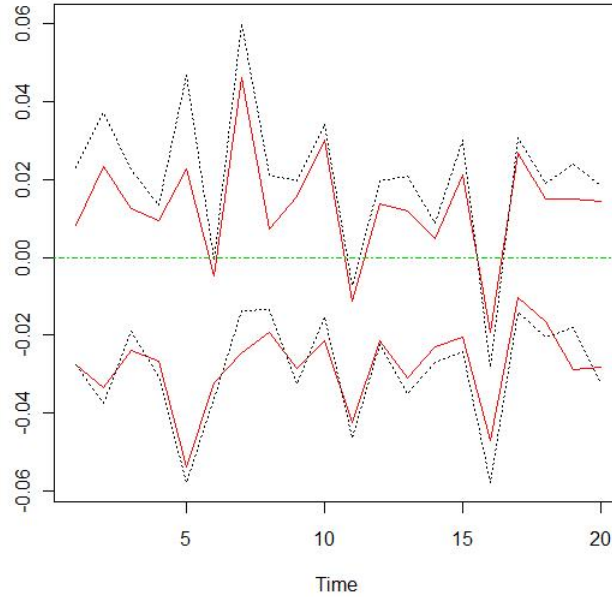
O estudo comparativo que faremos entre os testes será quanto a largura dos intervalos de confiança de 90% e 95%. A Tabela 4.12 apresenta a média, mediana e o desvio padrão do tamanho da largura dos intervalos de confiança de 90% e 95% para os testes em estudo. Com estes resultados temos que os testes de Wald condicional e t assintótico heteroscedástico são muito similares quando a amostra é grande, o mesmo não é verdade para $T = 500$. Porém o mais importante é notar que a largura do intervalo de confiança de razão de verossimilhança condicional é a maior, independente do α e para os diferentes valores de β estudados.

Com estes resultados temos que os testes t assintóticos heteroscedásticos e Wald condicional são superiores aos outros testes analisados, e devido a maior simplicidade do teste t assintótico heteroscedástico para a construção do intervalo de confiança para o parâmetro β este será utilizado neste trabalho.

Por último apresentamos na Figura 4.13 os intervalos de confiança de 90% para β das 20 primeiras replicações, em que o banco de dados foi gerado para $\beta = 0$. Analisando esta figura percebemos que o teste de razão de verossimilhança condicional tem um limite superior maior

que o de Wald em média, no limite inferior acontecendo o mesmo com uma diferença menor.

Figura 4.13: Intervalos de confiança para β de 90% das 20 primeiras replicações, em que o banco de dados foi gerado para $\beta = 0$.



O estudo feito nesta subseção ratifica o que tínhamos encontrado anteriormente de que o teste t assintótico heteroscedástico é o melhor para estudarmos a existência ou não de contágio no Modelo 1. Analisamos as larguras dos testes de hipóteses assintóticos e robustos a instrumentos fracos, encontramos que os testes de Anderson e Rubin (1949) e Escore têm problemas graves quanto a existência e descontinuidade dos intervalos, que o teste t assintótico é análogo ao de Wald condicional e que os testes t assintóticos e Wald condicional têm menor largura que o de razão de verossimilhança condicional. Logo o melhor é utilizarmos o teste t assintótico devido ao seu menor custo computacional.

Na seguinte seção analisaremos os estimadores de MQO e variáveis instrumentais quando existe contágio, $\beta_i^- \neq 0$.

4.8 Estudo dos estimadores de β_1^- na existência de contágio

Nesta seção apresentaremos o estudo da média e desvios padrões dos estimadores postulados de β_1^- pelo método de variáveis instrumentais heteroscedástico. As Tabelas 4.13 e 4.14 apresentam

os valores encontrados para os seguintes valores de $\beta_1^- \in \{-0.05, -0.03, -0.01, 0, 0.01, 0.03, 0.05\}$. São apresentadas as médias e os desvios padrões das estimativas para os Modelos 1 e 2, para 1000 replicações de séries de tamanho amostral 1000. Também apresentamos as médias e os desvios padrões dos desvios padrões estimados de $\hat{\beta}_1^-$.

Tabela 4.13: Estimativas da média e desvio padrão estimados de β_1^- pelo método de variáveis instrumentais heteroscedástico no Modelo 1. (Foram feitas 1000 replicações para cada valor de β_1^- do modelo descrito pelas equações (4.8) até (4.16) com tamanho da amostra igual 1000.)

	Verdadeiros valores de β_1^-						
	-0.05	-0.03	-0.01	0	0.01	0.03	0.05
Média $\hat{\beta}_1^-$	-0.0511	-0.0311	-0.0112	-0.0012	0.0090	0.0291	0.0489
Dp($\hat{\beta}_1^-$)	0.0134	0.0132	0.0131	0.0132	0.0135	0.0137	0.0140
Média $\hat{\sigma}_{\beta_1^-}$	0.0129	0.0127	0.0126	0.0127	0.0128	0.0130	0.0132
Dp($\hat{\sigma}_{\beta_1^-}$)	0.0044	0.0044	0.0044	0.0044	0.0046	0.0048	0.0050

Antes de analisarmos os resultados ressaltamos que os valores de β_1^- omitidos não trazem informação adicional, pois estes são semelhantes aos dos valores apresentados. Os resultados para os estimadores de MQO são tão ruins quanto aqueles mostrados na Tabela 4.14, na qual apresentamos os resultados para o Modelo 2. Por último informamos que os resultados quando utilizamos o estimador de variáveis instrumentais homoscedástico são semelhantes do caso heteroscedástico.

A Tabela 4.13 mostra que o estimador de variáveis instrumentais heteroscedástico é não viesado ou tem pequeno viés mesmo na existência de contágio para o Modelo 1, com desvio padrão em torno de 0.01, independente do valor de β_1^- . No Modelo 2 temos que este estimador é viesado e com desvio padrão em torno de 0.07, como vemos na Tabela 4.14. Observemos também que a média das estimativas dos desvios padrões (Média $\hat{\sigma}_1^-$) é muito próxima do desvio padrão das estimativas encontradas (Dp($\hat{\beta}_1^-$)). Este resultado indica que a variância do estimador de variáveis instrumentais heteroscedástico, discutida no Teorema 4, pode ser utilizada para estimar o desvio padrão do estimador.

Ao utilizarmos as volatilidades condicionais (σ_{it}) como variáveis instrumentais para estimar contágio no Modelo 1, temos estimativas confiáveis apesar de um poder baixo dependendo da magnitude do parâmetro. Por sua vez, no Modelo 2 não conseguimos estimar contágio corretamente.

Tabela 4.14: Estimativas da média e desvio padrão estimados de β_1^- pelo método de variáveis instrumentais heteroscedástico na existência de contágio no Modelo 2. (Foram feitas 1000 replicações para cada valor de β_1^- do modelo descrito pelas equações (4.8) até (4.16) com tamanho da amostra igual 1000.)

	Verdadeiros valores de β_1^-						
	-0.05	-0.03	-0.01	0	0.01	0.03	0.05
Média $\hat{\beta}_1^-$	-0.0719	-0.0534	-0.0342	-0.0258	-0.0174	0.0040	0.0246
Dp($\hat{\beta}_1^-$)	0.0682	0.0679	0.0699	0.0701	0.0715	0.0690	0.0684
Média $\hat{\sigma}_{\beta_1^-}$	0.0767	0.0762	0.0769	0.0769	0.0787	0.0756	0.0752
Dp($\hat{\sigma}_{\beta_1^-}$)	0.1933	0.1967	0.1086	0.1117	0.1179	0.1074	0.1089

4.9 Instrumentos adicionais

Neste capítulo estudamos até o presente momento o quanto as variáveis instrumentais postuladas na seção 3.3, volatilidade condicional dos erros da economia $j \neq i$, são satisfatórias para estimarmos o coeficiente que indica contágio (β_i^-) sem viés. Nesta seção iremos estudar a eficácia dos instrumentos discutidos na seção 3.6 e os instrumentos utilizados por Pesaran e Pick (2007).

Na subseção 4.9.1 analisaremos por meio de simulações de Monte Carlo a relevância da correlação entre os erros (ρ_{ijt}) e da volatilidade condicional do país i como instrumentos para estimarmos β_i^- por meio de variáveis instrumentais. Na subseção 4.9.2 faremos o mesmo estudo para as variáveis instrumentais utilizadas por Pesaran e Pick (2007), as quais são as potências das defasagens dos índices de desempenho (y_{it}).

4.9.1 Análise dos instrumentos ρ_{ijt} e σ_{it} para estimar β_i^-

Ao analisarmos na seção 3.6 a relevância da correlação entre os erros (ρ_{ijt}) e da volatilidade condicional da economia i (σ_{it}) como variáveis instrumentais para estimarmos sem viés β_i^- , obtivemos correlações baixas entre estas e a variável endógena do modelo, indicando que são instrumentos fracos para para o Modelo 1 e Modelo 2. Nesta subseção estudaremos a importância destas variáveis instrumentais para estimarmos β_i^- sem viés.

Para analisarmos estas variáveis instrumentais iremos utilizar o processo gerador de dados discutido na seção 4.1 e parâmetros da Tabela 4.1, com quatro economias ($N = 4$) e 1000 replicações. Três tamanhos de amostras foram estudados $T = 100, 500$ e 1000, omitiremos os resultados para $T = 500$ visto que os resultados são ruins.

O ponto de partida do estudo é incluirmos as variáveis instrumentais postuladas por este trabalho conjuntamente com ρ_{ijt} e a volatilidade condicional do próprio país nos dois modelos. A partir das simulações testamos se estas variáveis instrumentais são fracas por meio do teste de

Cragg-Donald. A Tabela 4.15 nos revela que não conseguimos rejeitar, a um nível de significância razoável, a hipótese nula de instrumentos fracos para todos os tamanhos de amostras e modelos. Logo esperamos estimadores de variáveis instrumentais de β_i^- mais viesados quando utilizamos ρ_{ijt} e σ_{it} $\forall i = 1, \dots, N$ como instrumentos do que quando utilizamos apenas as volatilidades condicionais dos outros países ($\sigma_{jt} \forall j \neq i$).

Tabela 4.15: Estimativa da Estatística de Cragg-Donald para os Modelo 1 e 2 com as variáveis instrumentais adicionais ρ_{ijt} e σ_{it} para o país i . Para um viés relativo máximo entre o estimador de MQO e VI de 10%, o valor crítico do teste de Cragg-Donald para um nível de significância de 5% com $l = 1$, $p=10$ é de 11.49.

		País 1	País 2	País 3	País 4
Modelo 1	$T = 500$	2.9619	3.0900	2.8232	2.9229
	$T = 1000$	5.7589	5.4492	5.0866	5.1609
Modelo 2	$T = 500$	1.1675	1.1588	1.1579	1.1491
	$T = 1000$	1.1143	1.1186	1.1087	1.1122

A Tabela 4.16 dá as estimativas do viés e do erro quadrático médio dos estimadores de variáveis instrumentais heteroscedásticos¹ e percebemos que no Modelo 1 o vício é corrigido, porém é maior que o vício dos estimadores quando utilizamos apenas as volatilidades condicionais das outras economias como variáveis instrumentais. Lembremos que os estimadores de MQO de β_i^- são os da Tabela 4.2 e 4.4 visto que o processo gerador de dados é o mesmo.

Para o Modelo 2 a estatística de Cragg-Donald é muito baixa, mas maior que quando utilizamos apenas as volatilidades condicionais das outras economias como instrumento, como vemos quando comparamos a Tabela 4.15 com a Tabela 4.5. Em termos do vício o estimador de variáveis instrumentais para β_i^- quando utilizamos as variáveis instrumentais ρ_{ijt} e σ_{it} são tão viciados do que quando utilizamos apenas as volatilidades condicionais dos outros países.

Os testes de hipóteses assintóticos e robustos a instrumentos fracos se comportam de forma pior a discutida nas seções 4.5, 4.6 e 4.7, tanto para o Modelo 1 e 2².

Um último ponto que devemos estudar para o Modelo 2 é se, sozinhas, as correlações entre os erros (ρ_{ijt}) são variáveis instrumentais melhores para retirarmos o vício na estimativa de β_i^- . Esta questão é relevante, pois as correlações entre os erros foram os únicos instrumentos significativamente correlacionados com a variável endógena, como discutido na seção 3.6.

As simulações de Monte Carlo serão feitas da mesma forma discutida acima e com os mes-

¹Os estimadores de variáveis instrumentais homoscedásticos são semelhantes quantitativamente aos homoscedásticos, sendo as conclusões as mesmas.

²Os resultados serão omitidos por não trazerem muita informação.

Tabela 4.16: Estimativa do Viés e Erro Quadrático Médio dos estimadores de variáveis instrumentais heteroscedásticos de β_i^- no Modelo 1 e Modelo 2, com as variáveis instrumentais adicionais ρ_{ijt} e σ_{it} . (* Para melhor visualização colocamos em *itálico* as estimativas de β_i^- quando utilizamos apenas as volatilidades condicionais dos outros países como instrumentos.)

			País 1	País 2	País 3	País 4
Modelo 1	$T = 500$	Viés	-0.0084	-0.0083	-0.0077	-0.0037
		<i>Viés*</i>	<i>-0.0029</i>	<i>-0.0033</i>	<i>-0.0035</i>	<i>-0.0014</i>
		EQM	0.0003	0.0003	0.0002	0.00005
		<i>EQM*</i>	<i>0.0004</i>	<i>0.0005</i>	<i>0.0003</i>	<i>0.00007</i>
	$T = 1000$	Viés	-0.0047	-0.0040	-0.0039	-0.0020
		<i>Viés*</i>	<i>-0.0012</i>	<i>-0.0007</i>	<i>-0.0010</i>	<i>-0.0004</i>
		EQM	0.0001	0.0002	0.0001	0.00002
		<i>EQM*</i>	<i>0.0001</i>	<i>0.0002</i>	<i>0.0001</i>	<i>0.00003</i>
Modelo 2	$T = 500$	Viés	-0.0199	-0.0184	-0.0151	-0.0080
		<i>Viés*</i>	<i>-0.0202</i>	<i>-0.0179</i>	<i>-0.0185</i>	<i>-0.0084</i>
		EQM	0.0009	0.0010	0.0006	0.0001
		<i>EQM*</i>	<i>0.0046</i>	<i>0.0051</i>	<i>0.0035</i>	<i>0.0009</i>
	$T = 1000$	Viés	-0.0219	-0.0184	-0.0164	-0.0083
		<i>Viés*</i>	<i>-0.0216</i>	<i>-0.0252</i>	<i>-0.0198</i>	<i>-0.0076</i>
		EQM	0.0010	0.0009	0.0006	0.0001
		<i>EQM*</i>	<i>0.0051</i>	<i>0.0050</i>	<i>0.0030</i>	<i>0.0009</i>

mos parâmetros, no entanto usaremos apenas as correlações como variáveis instrumentais. Os resultados da estimativa da estatística de Cragg-Donald estão apresentados na Tabela 4.17 e revelam que não conseguimos rejeitar a hipótese da existência de instrumentos fracos, em que a estatística tem a mesma magnitude de quando utilizamos todos os instrumentos (Tabela 4.15).

Tabela 4.17: Estimativa da Estatística de Cragg-Donald para o Modelo 2 utilizando apenas as variáveis instrumentais adicionais ρ_{ijt} . Para um viés relativo máximo do estimador de MQO e VI de 10%, o valor crítico do teste de Cragg-Donald para um nível de significância de 5% com $l = 1$, $p=6$ é de 11.12.

		País 1	País 2	País 3	País 4
Modelo 2	$T = 500$	1.0859	1.0810	1.0913	1.0760
	$T = 1000$	1.0965	1.1239	1.1008	1.1013

Consequentemente esperamos que o viés dos estimadores de β_i^- sejam da mesma magnitude de quando utilizamos todas as variáveis instrumentais apresentadas até o momento. Analisando a Tabela 4.18 temos exatamente o esperado, o viés dos instrumentos é semelhante ao viés dos

estimadores quando utilizamos todos os instrumentos, os quais estão na Tabela 4.16.

Tabela 4.18: Estimativa do Viés e Erro Quadrático Médio dos estimadores de variáveis instrumentais heteroscedásticos de β_i^- no Modelo 2, utilizando apenas as variáveis instrumentais adicionais ρ_{ijt} . (Para melhor visualização colocamos em *itálico* as estimativas de β_i^- quando utilizamos apenas as volatilidades condicionais dos outros países como instrumentos.)

			País 1	País 2	País 3	País 4
Modelo 2	$T = 500$	Viés	-0.0202	-0.0193	-0.0154	-0.0081
		EQM	0.0016	0.0016	0.0009	0.0011
	$T = 1000$	Viés	-0.0216	-0.0179	-0.0162	-0.0083
		EQM	0.0015	0.0016	0.0009	0.0002

Concluimos que a correlação entre os erros (ρ_{ijt}) e a volatilidade condicional do país i são instrumentos fracos para estimar β_i^- tanto no Modelo 1 quanto no Modelo 2. Logo o aconselhável é utilizar apenas as volatilidades condicionais de $j \neq i$ para estimarmos β_i^- no Modelo 1, para o Modelo 2 os resultados são ruins independentemente das variáveis instrumentais que utilizarmos.

4.9.2 Análise dos instrumentos utilizados por Pesaran e Pick (2007)

Pesaran e Pick (2007) utilizaram como variáveis instrumentais para a economia i as potências das defasagens da variável indicadora de desempenho das outras economias ($y_{jt} \forall j \neq i$), ou melhor, os instrumentos são:

$$w_{it}(m) = [(y_{j,t-1})^1, \dots, (y_{j,t-1})^m, (y_{j,t-2})^1, \dots, (y_{j,t-2})^m],$$

em que: $j = 1, \dots, N$ $j \neq i$ e $m \in \mathbb{N}$.

Estes instrumentos serão adicionados aos postulados³ por este trabalho e estudaremos as modificações que temos ao estimarmos β_i^- por variáveis instrumentais comparado com os resultados obtidos até aqui, isto é, trabalharemos com os seguintes instrumentos para a economia i nesta seção:

$$W_{it} = [\sigma_{1t}, \dots, \sigma_{jt}, \dots, \sigma_{Nt}, w_{1t}(1), \dots, w_{1t}(m), w_{jt}(1), \dots, w_{jt}(m), w_{Nt}(1), \dots, w_{Nt}(m)],$$

para $j \neq i$, devemos notar que o subscrito i denota os instrumentos do país i e t o período.

O modo de analisarmos os novos instrumentos é o método de simulação de Monte Carlo, o qual foi utilizado intensivamente nas seções anteriores. O processo gerador de dados é análogo

³Os instrumentos denominados como "postulados por este trabalho" são as volatilidades condicionais da economia $j \neq i$ para estimarmos β_i^- pelo método de variáveis instrumentais.

ao processo gerador de dados discutido na seção 4.1 e os parâmetros utilizados estão na Tabela 4.1. Portanto temos que $N = 4$ e estudamos dois tamanhos amostrais, $T = 500$ e $T = 1000$, tamanhos de amostras menores não foram estudadas visto que para $T = 500$ temos resultados muito ruins.

As variáveis instrumentais utilizadas no estudo simulado são aquelas postuladas no Capítulo 3, as volatilidades condicionais de y_{it} (σ_{it}), e os instrumentos adicionais com $m = 3$ ($w_{it}(3)$).

O primeiro ponto a ser estudado é a importância das variáveis instrumentais (W_{it}) para explicar a variável endógena do modelo. Como foi estudado no Capítulo 2 seção 2.4.1 o teste de Cragg-Donald é o melhor teste para verificarmos se os instrumentos são fracos, o qual foi caracterizado com respeito ao viés dos estimadores.

Tabela 4.19: Estimativa da Estatística de Cragg-Donald para os Modelo 1 e 2 com as variáveis instrumentais adicionais W_{ij} . Para um viés relativo máximo entre o estimador de MQO e VI de 5%, o valor crítico do teste de Cragg-Donald para um nível de significância de 5% com $l = 1$, $p=21$ é de 21.39.

		País 1	País 2	País 3	País 4
Modelo 1	$T = 500$	2.35	2.30	2.18	2.27
	$T = 1000$	3.73	3.58	3.36	3.40
Modelo 2	$T = 500$	0.98	0.97	0.98	0.99
	$T = 1000$	0.96	0.98	0.96	0.97

A Tabela 4.19 nos revela a média das estatística de Cragg-Donald das 1000 replicações nos mostrando que os instrumentos são fracos, em comparação com os instrumentos postulados que estudamos na seção 4.4 temos instrumentos mais fracos quando utilizamos os instrumentos adicionais, $w_{it}(3)$, em ambos os Modelos. Sendo assim temos a indicação de que os estimadores de variáveis instrumentais não conseguirão corrigir o viés de β_i^- .

A estimativa do viés e do erro quadrático médio dos estimadores de MQO são os apresentados na Tabela 4.2 para o Modelo 1 e na Tabela 4.4 para o Modelo 2, as estimativas não mudam visto que mantivemos o mesmo processo gerador de dados. As conclusões são as mesmas a cerca do estimador de MQO, isto é, este estimador é viesado pois a hipótese de exogeneidade das variáveis explicativas não é verificada.

Na Tabela 4.20 temos a estimativa do viés e do erro quadrático médio dos estimadores de variáveis instrumentais heteroscedásticos. Em nenhum dos Modelos propostos na seção 3.2 temos o viés corrigido de forma significativa, lembremos que o processo gerador de dados postula $\beta_i^- = 0 \forall i = 1, \dots, N$, portanto percebemos que os instrumentos adicionais $w_{it}(m)$ deterioram os resultados encontrados quando apenas utilizamos os instrumentos postulados na seção 3.3.

Omitimos os resultados quanto aos estimadores de variáveis instrumentais homoscedásticos,

pois estes são tão ruins quanto os heteroscedásticos e assim temos a mesma conclusão de que os instrumentos adicionais deterioram os resultados encontrados anteriormente.

Tabela 4.20: Estimativa do Viés e Erro Quadrático Médio dos estimadores de variáveis instrumentais heteroscedásticos de β_i^- no Modelo 1 e Modelo 2, com as variáveis instrumentais adicionais W_{it} .

			País 1	País 2	País 3	País 4
Modelo 1	$T = 500$	Viés	-0.0152	-0.0141	-0.0133	-0.0076
		EQM	0.0004	0.0004	0.0003	0.0001
	$T = 1000$	Viés	-0.0108	-0.0102	-0.0091	-0.0053
		EQM	0.0002	0.0002	0.0001	0.00005
Modelo 2	$T = 500$	Viés	-0.0235	-0.0215	-0.0188	-0.0103
		EQM	0.0009	0.0008	0.0006	0.0002
	$T = 1000$	Viés	-0.0256	-0.0230	-0.0200	-0.0110
		EQM	0.0010	0.0009	0.0006	0.0002

Os testes de hipóteses assintóticos estudados na seção 2.3 do Capítulo 2 não são bons como eram para o Modelo 1 e mesmo Modelo 2 quando utilizamos apenas as volatilidades condicionais como instrumentos. Logo corroboramos o fato de que quando temos instrumentos muito fracos mesmo com amostra muito grande a aproximação pela distribuição assintótica não irá funcionar. Portanto devemos neste caso utilizar os testes robustos a instrumentos fracos, quando aplicarmos o Modelo 1 ou Modelo 2. Ou melhor, devemos utilizar apenas as volatilidades condicionais como instrumentos.

4.10 Análise Simulada quando estudamos contágio em retornos anormais negativos e positivos

Até o presente momento demos muita importância à existência de contágio quando uma economia entra em crise, isto é, procuramos um estimador consistente para β_i^- . No entanto como discutimos na seção 3.4 podemos generalizar o modelo canônico de contágio, independentemente de definirmos crise pelo Modelo 1 ou 2, para captar contágio tanto na existência de retornos anormais negativos como retornos anormais positivos, o que foi feito na equação (3.15) e será descrita novamente:

$$y_{it} = \delta_i^T z_t + \alpha_i^T x_{it} + \beta_i^- \zeta_{it}^- + \beta_i^+ \zeta_{it}^+ + u_{it}, \quad (4.16)$$

em que: $\zeta_{it}^- = I\left(\sum_{j=1, j \neq i}^N I(-y_{jt} - c_j^- \sigma'_{jt})\right)$, $\zeta_{it}^+ = I\left(\sum_{j=1, j \neq i}^N I(y_{jt} - c_j^+ \sigma'_{jt})\right)$ e todas as outras variáveis foram anteriormente definidas.

As volatilidades condicionais (σ_{it}), postuladas na Proposição 2 da seção 3.3, são instrumentos não correlacionados com os erros (u_{it}) do modelo da equação (4.17). Principalmente para o Modelo 1, sabemos que estes instrumentos são correlacionados com a ζ_{it}^- , como já estudado anteriormente, pelo mesmo motivo temos que as volatilidades condicionais também são correlacionadas com ζ_{it}^+ . Contudo este fato não garante que estas variáveis instrumentais conseguirão estimar sem viés β_i^- e β_i^+ .

O processo gerador de dados utilizado neste estudo é muito similar aquele utilizado na seção 4.6, o qual pode ser descrito da seguinte forma:

$$y_{it} = \delta_1 + \alpha_1^T y_{1t} + \beta_1^- \zeta_{1t}^- + \beta_1^+ \zeta_{1t}^+ + u_{1t} \quad (4.17)$$

$$y_{2t} = \delta_2 + \alpha_2 y_{2,t-1} + u_{2t} \quad (4.18)$$

$$y_{3t} = \delta_3 + \alpha_3 y_{3,t-1} + u_{3t} \quad (4.19)$$

$$y_{4t} = \delta_4 + \alpha_2 y_{4,t-1} + u_{4t} \quad (4.20)$$

$$u_{.t} = H_t^{1/2} \epsilon_t; \quad \epsilon_t \sim iid(0, I_N) \quad (4.21)$$

$$H_t = D_t P_t D_t; \quad D_t = diag(\sigma_{it}) \quad (4.22)$$

$$\sigma_{it}^2 = a_{i0} + a_{i1} u_{i,t-1}^2 + a_{i2} \sigma_{i,t-1}^2 \quad (4.23)$$

$$P_t = (Q_t \odot I_N)^{-1/2} Q_t (Q_t \odot I_N)^{-1/2} \quad (4.24)$$

$$Q_t = (1 - \theta_1 - \theta_2) Q - \theta_1 \epsilon_{t-1} \epsilon_{t-1}^T + \theta_2 Q_{t-1} \quad (4.25)$$

em que: $\zeta_{1t}^- = I\left(\sum_{j=2}^N I(-y_{jt} - c_j^- \sigma'_{jt})\right)$, $\zeta_{1t}^+ = I\left(\sum_{j=2}^N I(y_{jt} - c_j^+ \sigma'_{jt})\right)$ e todas as outras variáveis foram anteriormente definidas. Os parâmetros utilizados serão aqueles da Tabela 4.1 e a matriz Q descrita na seção 4.1. Além disso utilizaremos $c_j^- = c_j^+ = 1.64$ $j = 2, 3, 4$, o que nos dá em média 5% de retornos anormais negativos e 5% de retornos anormais positivos. Outro ponto importante a definirmos são os valores de β_1^- e β_1^+ , os quais *a priori* serão estudados com os seguintes valores: $\{-0.3, -0.1, -0.07, -0.03, -0.02, -0.01, 0, 0.01, 0.02, 0.03, 0.07, 0.1, 0.3\}$ e $\{0.3, 0.1, 0.07, 0.03, 0.02, 0.01, 0, -0.01, -0.02, -0.03, -0.07, -0.1, -0.3\}$, respectivamente, em que quando simularmos os dados com $\beta_1^- = -0.03$ iremos usar $\beta_1^+ = 0.03$, por exemplo.

Discutida a forma de geração de dados passemos aos resultados, os quais foram gerados para apenas um tamanho de amostra $T = 1000$ e com 1000 replicações para cada par de valores de β_1^- e β_1^+ . Primeiramente estudaremos o viés dos estimadores de mínimos quadrados ordinários e variáveis instrumentais na inexistência de contágio para o Modelo 1, isto é, para os valores $(\beta_1^-, \beta_1^+) = (0, 0)$.

O primeiro ponto a ser estudado é se as variáveis instrumentais utilizadas (variância condicional dos índices de desempenho (σ_{it})) são instrumentos fracos ou não. Para isso utilizamos a estatística de Cragg-Donald e encontramos para o caso de inexistência de contágio um valor da estatística de 0.9938, logo não conseguimos rejeitar a hipótese de instrumento fraco a um nível de significância razoável.

Tabela 4.21: Estimativa do Viés, Desvio Padrão da média das estimativas e Erro Quadrático Médio dos estimadores de mínimos quadrados ordinários, variáveis instrumentais homoscedásticos e heteroscedásticos de β_1^- e β_1^+ no Modelo 1, com contágio para retornos anormais negativos e positivos. Quando simulamos os dados na inexistência de contágio, $(\beta_1^-, \beta_1^+) = (0, 0)$, 1000 replicações e $T = 1000$

		β_1^-	β_1^+
MQO	Viés	-0.0218	0.0216
	Dp	0.0001	0.0001
	EQM	0.0005	0.0005
VI homo	Viés	-0.0213	0.0198
	Dp	0.0019	0.0019
	EQM	0.0041	0.0042
VI hete	Viés	-0.0211	0.0196
	Dp	0.0019	0.0019
	EQM	0.0041	0.0041

Os resultados apresentados na Tabela 4.21 nos indicam que não conseguimos estimar sem viés o parâmetro que indica contágio com os métodos de estimação propostos. Utilizando um teste de hipótese para média, assumindo distribuição normal, temos que não rejeitamos que o viés é igual a zero para os estimadores de variáveis instrumentais homoscedásticos e heteroscedásticos tanto para β_1^- e β_1^+ , porém para o estimador de mínimos quadrados ordinários rejeitamos a hipótese de que eles são iguais a zero.

Com estes resultados passamos ao estudo dos testes de hipóteses, primeiramente devemos perceber que os testes de hipóteses assintóticos (os testes t) são feitos de forma individual, testamos cada parâmetro separadamente. Já os testes de hipóteses robustos a instrumentos fracos temos os testes feitos conjuntamente, no qual as hipóteses serão: $H_0 : \beta_1^- = \beta_1^+ = 0$ contra $H_1 : \beta_1^- \neq 0$ ou $\beta_1^+ \neq 0$. Na Tabela 4.22 temos a taxa de rejeição destes testes a um nível de significância de 10%, revelando que os testes t assintóticos de variáveis instrumentais funcionam de forma razoável, principalmente o teste t assintótico heteroscedástico t_{VI2} .

Na Tabela 4.23 temos por sua vez as taxas de rejeição da hipótese nula, $H_0 : \beta_1^- = \beta_1^+ = 0$,

Tabela 4.22: Taxa de rejeição da hipótese nula, $H_0 : \beta_1^- = 0$ contra $H_1 : \beta_1^- \neq 0$ e $H_0 : \beta_1^+ = 0$ contra $H_1 : \beta_1^+ \neq 0$, dos testes t assintóticos com nível de significância de 10% para o Modelo 1. (Definimos: t_{MQO} teste t do estimador de MQO, t_{VI1} teste t do estimador de VI homoscedástico, t_{VI2} teste t do estimador de VI heteroscedástico e t_{VI3} teste t do estimador de VI homoscedástico com correção da variância para o caso heteroscedástico.)

	t_{MQO}	t_{VI1}	t_{VI2}	t_{VI3}
β_1^-	1.000	0.119	0.100	0.105
β_1^+	1.000	0.118	0.100	0.098

para os testes robustos a instrumentos fracos. E notamos que estes testes não são muito acurados no sentido da taxa nominal de rejeição estar longe da observada, quanto aos testes de Wald condicional e razão de verossimilhança condicional não podemos tirar conclusões definitivas visto que a distribuição assintótica das estatísticas não é conhecida, como já discutimos..

Outro ponto importante é a falta de poder, a função poder se comporta de forma semelhante ao que tínhamos quando usamos apenas β_1^- . Logo devemos olhar os resultados encontrados para os testes t assintóticos com bastante cautela.

Tabela 4.23: Taxa de rejeição da hipótese nula, $H_0 : \beta_1^- = \beta_1^+ = 0$, dos testes robustos a instrumentos fracos com nível de significância de 10% para o Modelo 1. (Assumindo que a distribuição assintótica dos testes é χ^2 , com exceção do teste AR_0 que tem distribuição assintótica χ_p^2/p .)

AR_0	LM_0	W_0	LR_0
0.148	0.151	0.128	0.212

Também estudamos as estimativas de β_1^- e β_1^+ quando existe contágio tanto em retornos anormais negativos como em positivos ($\beta_1^- \neq 0$ e $\beta_1^+ \neq 0$) e em apenas um deles ($\beta_1^- = 0$ e $\beta_1^+ \neq 0$). Encontramos que o viés dos estimadores ainda existe de forma análoga de quando não temos contágio. E para o Modelo 2 os resultados são piores dos que os encontrados para o Modelo 1, de tal forma que omitimos os resultados.

Por fim concluímos que não conseguimos estimar de forma consistente a existência de contágio em retornos anormais negativos e positivos no Modelo Canônico de Contágio quando utilizamos as variáveis instrumentais postuladas neste trabalho.

Um problema nesta formulação para vários países é que na maioria das observações temos $\zeta_1^- = \zeta_2^+$ gerando o problema de identificação dos parâmetros β_1^- e β_1^+ . A colinearidade é mais severa quando a frequência de casos com retornos anormais positivos e negativos ocorridas em um mesmo período é grande. Para termos uma idéia desta frequência construímos a Tabela 4.24, a qual apresenta a quantidade de valores das combinações possíveis das variáveis indicadoras.

Tabela 4.24: Quantidade de períodos em que temos $(\zeta_1^-, \zeta_1^+) = (0, 0)$, $(\zeta_1^-, \zeta_1^+) = (1, 0)$, $(\zeta_1^-, \zeta_1^+) = (0, 1)$ e $(\zeta_1^-, \zeta_1^+) = (1, 1)$. (Para $T = 100000$, e o modelo dado pelas equações (4.18) até (4.26).)

		ζ_1^+	
		0	1
ζ_1^-	0	78781	11109
	1	9989	121

Ao avaliarmos os resultados da Tabela 4.24 percebemos que a quantidade de $\zeta_1^- = \zeta_1^+ = 0$ é de aproximadamente 79% da amostra e as variáveis indicadoras são concomitantemente iguais a 1 em aproximadamente 1% da amostra, logo temos que estas duas variáveis são iguais em 80% das vezes. Portanto temos uma indicação de que os problemas de estimação aparecem devido a colinearidade das variáveis ζ_1^- e ζ_1^+ .

Capítulo 5

Aplicações do Modelo Canônico de Contágio

5.1 Introdução

Ao longo deste trabalho estudamos os problemas do Modelo Canônico de Contágio e propusemos algumas soluções. O ponto mais importante estudado foi o viés dos estimadores de MQO e a solução proposta foi a utilização dos estimadores de variáveis instrumentais, em que procuramos instrumentos fortes por meio da Teoria Econômica, encontrando as volatilidades condicionais dos índices de desempenho (y_{it}).

Neste Capítulo iremos aplicar o Modelo Canônico de Contágio a casos já analisados na literatura. O primeiro estudo aplicado é quanto a existência de contágio entre Argentina, Brasil, México e EUA, o qual está na seção 5.2. Na seção 5.3 estudaremos a existência de contágio entre os países asiáticos, estes são: Hong Kong, Índia, Japão, Indonésia, Coréia, Singapura e Taiwan.

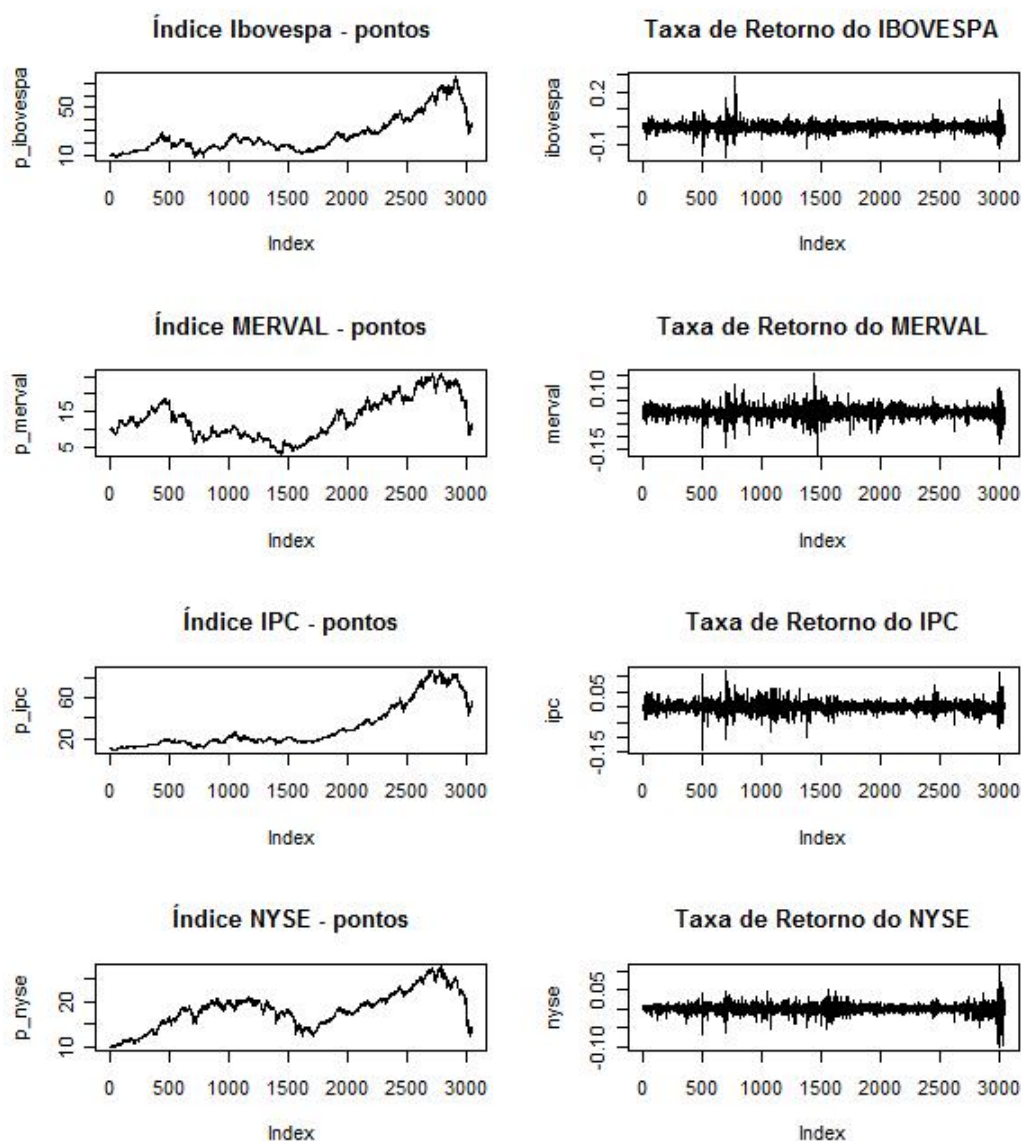
O Modelo 2 não será aplicado aos dados reais, pois como estudamos neste trabalho os resultados encontrados mostram que as soluções abordadas não funcionam, logo não poderíamos confiar nas estimativas. O mesmo vale para o modelo que define contágio tanto nos retornos anormais negativos quanto nos positivos.

5.2 Aplicação aos países da América Latina e EUA

O banco de dados utilizado para estudar a existência de contágio entre os países da América Latina (Argentina, Brasil e México) e EUA é composto pelos índices de retornos diários dos principais índices de ações destes quatro países; Merval (Argentina), IBOVESPA (Brasil), IPC

(México) e NYSE (EUA). O banco de dados cobre o período entre 06/09/1995 e 30/12/2008, com 3048 dias, foi obtido do Yahoo Finance¹ e é o mesmo utilizado por Abbara (2009), a Figura 5.1 mostra a evolução histórica do índice de retorno e a taxa de retorno.

Figura 5.1: Índice de pontos e taxa de retorno do IBOVESPA, Merval, IPC e NYSE.



Um breve levantamento histórico das principais crises ocorridas no período se faz necessário para mostrarmos a relevância do estudo de contágio neste período. Em ordem cronológica as principais crises foram: em 1994 a crise do México, denominada de efeito *Tequila*; em 1997 a crise

¹<http://finance.yahoo.com> . Agradeço Abbara (2009) por ter disponibilizado os dados.

asiática; em 1998 o calote da dívida pública russa; em 1999 tivemos a desvalorização do real; em 2000 a queda da Nasdaq; em 2001 a crise argentina e das Torres Gêmeas devido ao atentado de 11 de setembro; em 2002 a queda das ações de alta tecnologia; e o início da crise americana em 2008, originada nos mercados *subprime*.

A indisponibilidade de fatores comuns observados (z_t) e fatores específicos observados (x_{it}) para este estudo nos fez utilizar como variável específica a primeira defasagem do índice de desempenho, como no processo gerador de dados do Capítulo 4. O modelo utilizado para estimarmos as volatilidades condicionais ($\hat{\sigma}_{it}$) foi o DCC-GARCH(1,1).

Na definição de crise do Modelo 1 definimos que a constante $c_i^- = 1.64 \forall i = 1, \dots, N$, o que nos dá em média 5% da amostra como sendo crise. No nosso modelo, a ser estimado, definimos que um país só é contagiado pelo bloco formado por todos os outros países, assim como discutimos na seção 3.4 equação (3.14). O modelo final selecionado foi:

$$y_{it} = \delta_i + \sum_{m=1}^{M_i} \alpha_i^m y_{i,t-m} + \beta_i^- I \left(\sum_{j \neq i} I(-y_{jt} - c_j^- \sigma'_{jt}) \right) + u_{it} \quad (5.1)$$

$$u_{i,t} = H_t^{1/2} \epsilon_t; \quad \epsilon_t \sim iid(0, I_N) \quad (5.2)$$

$$H_t = D_t P_t D_t; \quad D_t = diag(\sigma_{it}) \quad (5.3)$$

$$\sigma_{it}^2 = a_{i0} + a_{i1} u_{i,t-1}^2 + a_{i2} \sigma_{i,t-1}^2 \quad (5.4)$$

$$P_t = (Q_t \odot I_N)^{-1/2} Q_t (Q_t \odot I_N)^{-1/2} \quad (5.5)$$

$$Q_t = (1 - \theta_1 - \theta_2) Q - \theta_1 \epsilon_{t-1} \epsilon_{t-1}^T + \theta_2 Q_{t-1} \quad (5.6)$$

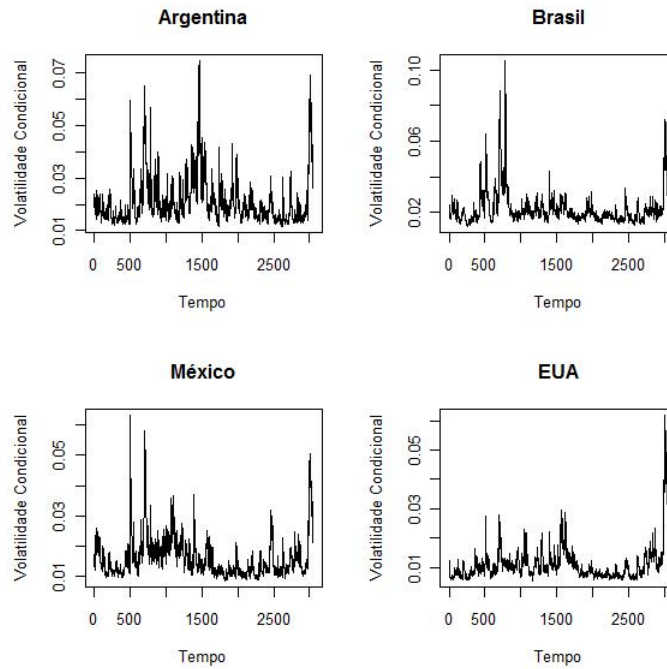
em que todas as variáveis e parâmetros foram definidos anteriormente, nas seções 3.1 e 3.5, $M_i = 1 \forall i = 1, \dots, N$. Os valores limites que definem crise foram escolhidos empiricamente por meio de $c_j^- \sigma'_{jt} = c_j^- \sqrt{\widehat{Var}(y_j)}$ para o Modelo 1.

A estimação das volatilidades condicionais pelo modelo (σ_{it}) apresentado nas equações (5.1) até (5.6) nos dá as volatilidades estimadas da Figura 5.2.

Antes de apresentarmos o modelo estimado e os testes de hipóteses adiantamos que a análise de diagnóstico foi realizada por meio da análise dos resíduos $\hat{u}_{it}$ e dos resíduos padronizados $\hat{\epsilon}_{it}$. Espera-se que ambas as séries não apresentem correlação serial, que a série $\hat{u}_{it}^2$ apresente correlação serial condizente com modelos GARCH e que a série $\hat{\epsilon}_{it}^2$ não apresente correlação serial. As correlações foram analisadas por meio dos gráficos das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial, e testadas por meio dos testes de Ljung-Box e de Multiplicadores de Lagrange para modelos ARCH.

A análise apresentada com maiores detalhes no Apêndice C.1 mostra que o modelo é adequado. Aqui apresentamos apenas as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial de $\hat{u}_{it}$ e

Figura 5.2: Volatilidade condicional estimadas pelo modelo DCC-GARCH(1,1) para Argentina, Brasil, México e EUA.



$\hat{\epsilon}_{it}^2$ nas Figuras 5.3, 5.4, 5.5 e 5.6. Estas mostram que o modelo foi capaz de explicar praticamente toda a correlação serial na média e na volatilidade.

Diferentes modelos foram testados para analisarmos se estes se adequavam melhor aos dados, um deles foi colocar apenas as defasagens significativas, a um nível de significância de 10%, na equação (5.1), mas os resultados continuaram praticamente os mesmos. Logo ficamos com o modelo apresentado nas equações (5.1) até (5.6).

No primeiro estágio é estimado o modelo da equação (5.1) considerando $\beta_i^- = 0$. Os resultados são apresentados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Estimativas dos parâmetros no primeiro estágio da estimação do modelo descrito pelas equações (5.1) até (5.6). (* indica que rejeitamos a hipótese nula de que o parâmetro é igual a zero a 10% de significância e ** indica que rejeitamos a hipótese nula a 5% de significância.)

	Argentina	Brasil	México	EUA
$\hat{\delta}_i$	0.0002	0.0007	0.0007**	0.0002
$Dp(\hat{\delta}_i)$	0.0004	0.0004	0.0003	0.0002
$\hat{\alpha}_i^1$	0.0582**	0.0243	0.0665**	-0.0598**
$Dp(\hat{\alpha}_i^1)$	0.0180	0.0181	0.0180	0.0181

Figura 5.3: Gráfico das autocorrelações para os erros u_{it} estimados para Argentina, Brasil, México e EUA.

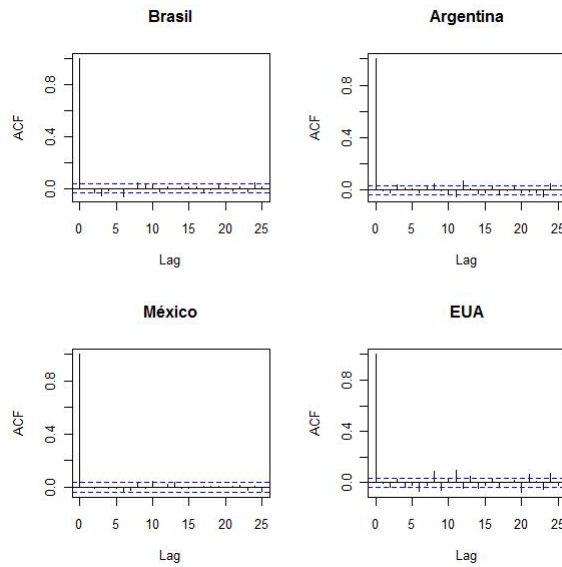
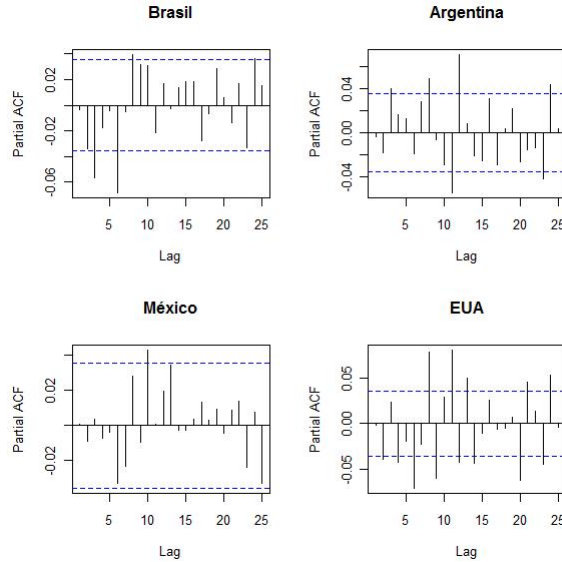


Figura 5.4: Gráfico das autocorrelações parciais para os erros u_{it} estimados para Argentina, Brasil, México e EUA.



Os resultados precisam ser analisados com certa cautela, mas a partir da Tabela 5.1 percebemos que não conseguimos rejeitar a hipótese nula de que $\alpha_1^i \neq 0$ $i = 1, 3, 4$ a um nível de significância de 5%, indicando que a primeira defasagem deve estar no modelo.

Figura 5.5: Gráfico das autocorrelações para os erros padronizados ao quadrado estimadas ($\hat{\epsilon}_{it}^2$) para Argentina, Brasil, México e EUA.

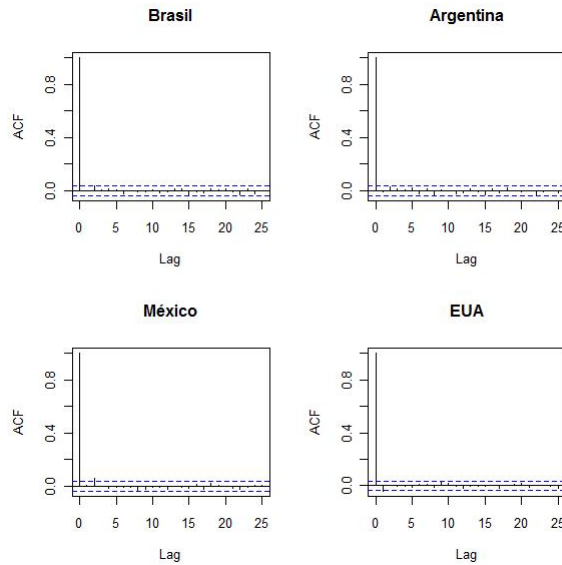
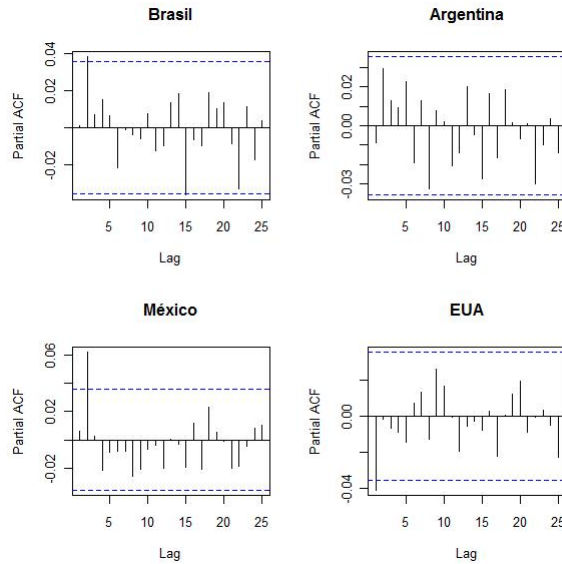


Figura 5.6: Gráfico das autocorrelações parciais para os erros padronizados ao quadrado estimadas ($\hat{\epsilon}_{it}^2$) para Argentina, Brasil, México e EUA.



As funções de autocorrelação e autocorrelação parcial de $\hat{u}_{it}^2$, dadas nas Figuras C.3 e C.4 do Apêndice C.1, mostram a necessidade de um modelo de volatilidade. Os resultados das estimativas do 2º e 3º estágio são apresentados na Tabela 5.2, com exceção dos β_i^- .

Tabela 5.2: Estimativas dos parâmetros no estágio final da estimação do modelo descrito pelas equações (5.1) até (5.6), com exceção de β_i^- que discutiremos posteriormente. (* indica que rejeitamos a hipótese nula de que o parâmetro é igual a zero a 10% de significância e ** indica que rejeitamos a hipótese nula a 5% de significância.)

	Argentina	Brasil	México	EUA
$\hat{\delta}_i$	0.0009	0.0012	0.0002	0.0005
Dp($\hat{\delta}_i$)	0.0008	0.0010	0.0007	0.0005
$\hat{\alpha}_i^1$	0.0558*	0.0226	0.0701**	-0.0674*
Dp($\hat{\alpha}_i^1$)	0.0300	0.0378	0.0319	0.0382
$\hat{a}_i^0$	0.00002	0.00002**	0.000007	0.000003
Dp($\hat{a}_i^0$)	0.0241	0.000004	0.0240	0.000004
$\hat{a}_i^1$	0.1210**	0.1030**	0.1166**	0.1215**
Dp($\hat{a}_i^1$)	0.0246	0.0223	0.000002	0.0253
$\hat{a}_i^2$	0.8473**	0.8642**	0.8627**	0.8639**
Dp($\hat{a}_i^2$)	0.0000007	0.0243	0.0204	0.0193
$\hat{\theta}_1$	0.0251**	0.0251**	0.0251**	0.0251**
Dp($\hat{\theta}_1$)	0.0030	0.0030	0.0030	0.0030
$\hat{\theta}_2$	0.9660**	0.9660**	0.9660**	0.9660**
Dp($\hat{\theta}_2$)	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050

A Tabela 5.2 nos mostra que os coeficientes estimados no primeiro estágio estão muito próximos daqueles estimados no estágio final, portanto não precisamos implementar outra vez o 2º e 3º estágios pois o modelo já convergiu. Lembremos que as estimativas foram feitas pelo método de variáveis instrumentais heteroscedástico. As estimativas do modelo DCC-GARCH(1,1) estão apresentadas na Tabela 5.2 assim como seus respectivos desvios padrões. Neste momento estamos aptos a analisar a existência de contágio para estes países e período.

O primeiro ponto a estudarmos é a relevância das variáveis instrumentais utilizadas, as quais foram postuladas na seção 3.3 e são as volatilidades condicionais dos índices de desempenho. Podemos fazer este estudo por meio do Teste de Cragg-Donald, o qual nos mostra se as variáveis instrumentais são fracas ou fortes, como discutido na seção 2.4.1 e implementado nas simulações do Capítulo 4. A Tabela 5.3 nos mostra os valores da estatística de Cragg-Donald para cada um dos países e para a definição de crise do Modelo 1.

A estatística de Cragg-Donald nos revela que os instrumentos postulados neste trabalho não são fracos para o Modelo 1, pois com a magnitude das estatísticas para os países rejeitamos a hipótese nula de que os instrumentos são fracos a um nível de significância de 1% e para um viés relativo máximo de 10%.

Tabela 5.3: Estatística de Cragg-Donald para a definição de crise do Modelos 1 na aplicação aos países da América Latina e EUA. Para um viés relativo máximo do estimador de MQO e VI de 5%, o valor crítico do teste de Cragg-Donald para um nível de significância de 5% com $l = 1$, $p=3$ é de 13.91.

	Argentina	Brasil	México	EUA
Modelo 1	80.3936	67.7946	68.8460	58.3242

Estes resultados já tinham sido encontrados nas simulações de Monte Carlo feitas no Capítulo 4 e portanto sabemos que o estimador de variáveis instrumentais heteroscedástico é o melhor método de estimação de contágio quando utilizamos o Modelo 1. Quanto aos testes de hipóteses assintóticos e robustos a instrumentos fracos iremos utilizá-los com bastante cautela, visto que o poder dos testes é baixo dependendo da magnitude da estimativa de β_i^- .

Os β_i^- estimados pelo método de variáveis instrumentais heteroscedásticos estão apresentados na Tabela 5.4 assim como os desvios padrões das suas estimativas. Utilizando o teste t assintótico para o Modelo 1, pois a Teoria Assintótica é válida neste caso, temos que a hipótese nula de não existência de contágio ($H_0 : \beta_i^- = 0$) não é rejeitada a um nível de confiança razoável, portanto não existe contágio entre Argentina, Brasil, México e EUA. Isto é, o bloco Argentina, México e EUA não contagiam conjuntamente o Brasil e assim por diante. É interessante notar que, embora as estimativas não sejam significantes, são todas negativas como esperado na presença de contágio, exceto para o México.

Tabela 5.4: β_i^- estimado pelo método de variáveis instrumentais heteroscedástico e seus desvios padrões na aplicação aos países da América Latina e EUA.

		Argentina	Brasil	México	EUA
Modelo 1	$\hat{\beta}_i^-$	-0.0086	-0.0063	0.0048	-0.0037
	$Dp(\hat{\beta}_i^-)$	0.0105	0.0126	0.0087	0.0067

Ao estimarmos a equação (5.1) pelo método de mínimos quadrados ordinários temos as estimativas de β_i^- em torno de -0.02, exatamente o que tínhamos obtido no estudo simulado feito na seção 4.4, os desvios padrões destes estimadores são muito baixos o que nos faz rejeitar a hipótese nula de não existência de contágio. Contudo sabemos que estes resultados estão errados como mostramos no presente trabalho.

Os testes robustos a instrumentos fracos estudados na subseção 4.2.2 podem ser implementados nesta aplicação, no caso do Modelo 1 estes são menos importantes visto que os testes t assintótico tem propriedades muito boas, mesmo assim apresentamos os mesmos na Tabela 5.5.

Os resultados da Tabela 5.5 nos mostram que não conseguimos rejeitar a hipótese nula de

Tabela 5.5: Estatísticas dos Testes Robustos a Instrumentos Fracos para os Modelos 1 e 2 na aplicação aos países da América Latina e EUA. (Os valores entre parênteses são os valores-p dos testes em questão, em que os valores críticos foram computados com as seguinte distribuições: AR_0 por χ_p^2/p , LM_0 por χ_l^2 , W_0 e LR_0 com suas distribuições empíricas.)

		Argentina	Brasil	México	EUA
Modelo 1	AR_0	1.4682	0.5845	2.3134	0.4613
		(0.2210)	(0.6251)	(0.0738)	(0.7093)
	LM_0	2.7558	0.8630	1.1464	0.9989
		(0.0969)	(0.3529)	(0.2843)	(0.3176)
	W_0	3.0624	1.1067	0.7799	1.0744
		(0.1090)	(0.3180)	(0.4310)	(0.3330)
	LR_0	2.7737	0.8663	1.1724	1.0009
		(0.1380)	(0.3960)	(0.3460)	(0.3770)

que não existe contágio ($H_0 : \beta_i^- = 0$) em todos os casos para o Modelo 1. Os testes de razão de verossimilhança condicional (LR_0) e Wald condicional (W_0) não têm distribuição conhecida e sendo assim encontramos os valores críticos dos testes por meio de simulação, o teste de Anderson-Rubin (AR_0) tem distribuição χ_p^2/p e o teste de Escore tem distribuição χ_l^2 . Com um nível de significância de 5% temos que os valores críticos para os testes são: 2.6049 para o teste de Anderson-Rubin, 3.8414 para o teste de Escore e para os testes de Wald condicional e razão de verossimilhança condicional utilizamos as simulações do Capítulo anterior para obter os valores críticos.

Concluimos que no período de 06/09/1995 até 30/12/2008 não existiu contágio entre Argentina, Brasil, México e EUA. Porém como temos os testes com poder muito baixo para a magnitude dos β_i^- estimados, devemos tomar cuidado quanto a rejeição da hipótese nula.

5.3 Aplicação aos países asiáticos

Nesta seção estudaremos a existência de contágio em alguns países asiáticos a partir dos dados dos índices de retornos diários do mercado acionário de 7 países: Hong Kong, Índia, Japão, Indonésia, Coreia, Singapura e Taiwan. Índices de retornos diários globais e regionais foram considerados como variáveis comuns a todas as economias, respectivamente estas são: MSCI World e MSCI Emerging Markets Free (EMF) Asia índices². O período estudado foi de 30 de maio de 1997 até 2 de fevereiro de 2010, com 3308 observações.

²Todos os dados foram obtidos da Morgan Stanley Capital International Inc. (MSCI).

No período estudado tivemos a ocorrência de diversas crises, como por exemplo a crise asiática de 1997, em 2001 a crise denominada de Torres Gêmeas devido ao atentado de 11 de setembro e em 2008 o início da crise americana originada nos mercados *subprime*.

A Figura 5.7 nos mostra o preço dos índices do mercado acionário dos países em estudo e na Figura 5.8 temos os log-retornos destes índices, os quais são as nossas variáveis indicadoras de desempenho (y_{it}).

A disponibilidade de variáveis comuns (z_t) não retira a importância das defasagens da variável indicadora de desempenho (y_{it}). Logo o modelo utilizado para esta aplicação pode ser descrito da seguinte forma:

$$y_{it} = \delta_i + \delta_i^1 z_t^1 + \delta_i^2 z_t^2 + \sum_{m=1}^{M_i} \alpha_i^m y_{i,t-m} + \beta_i^- \zeta_{it}^- + u_{it} \quad (5.7)$$

$$\zeta_{it}^- = I \left(\sum_{j \neq i} I(-y_{jt} - c_j^- \sigma'_{jt}) \right) \quad (5.8)$$

$$u_{it} = H_t^{1/2} \epsilon_t; \quad \epsilon_t \sim iid(0, I_N) \quad (5.9)$$

$$H_t = diag(\sigma_{it}) \quad (5.10)$$

$$\sigma_{it}^2 = a_{i0} + a_{i1} u_{i,t-1}^2 + a_{i2} \sigma_{i,t-1}^2 \quad (5.11)$$

em que: $i = 1, \dots, N$; $t = 1, \dots, T$; a_{i0} , a_{i1} , a_{i2} são parâmetros positivos tais que $a_{i1} + a_{i2} < 1$ $\forall i = 1, \dots, N$; y_{it} são os log-retornos dos países asiáticos em estudo; z_t^1 e z_t^2 são as variáveis comuns a todos os países, MSCI World e MSCI Emerging Markets Free, respectivamente; e $M_i = 1 \forall i = 1, \dots, N$.

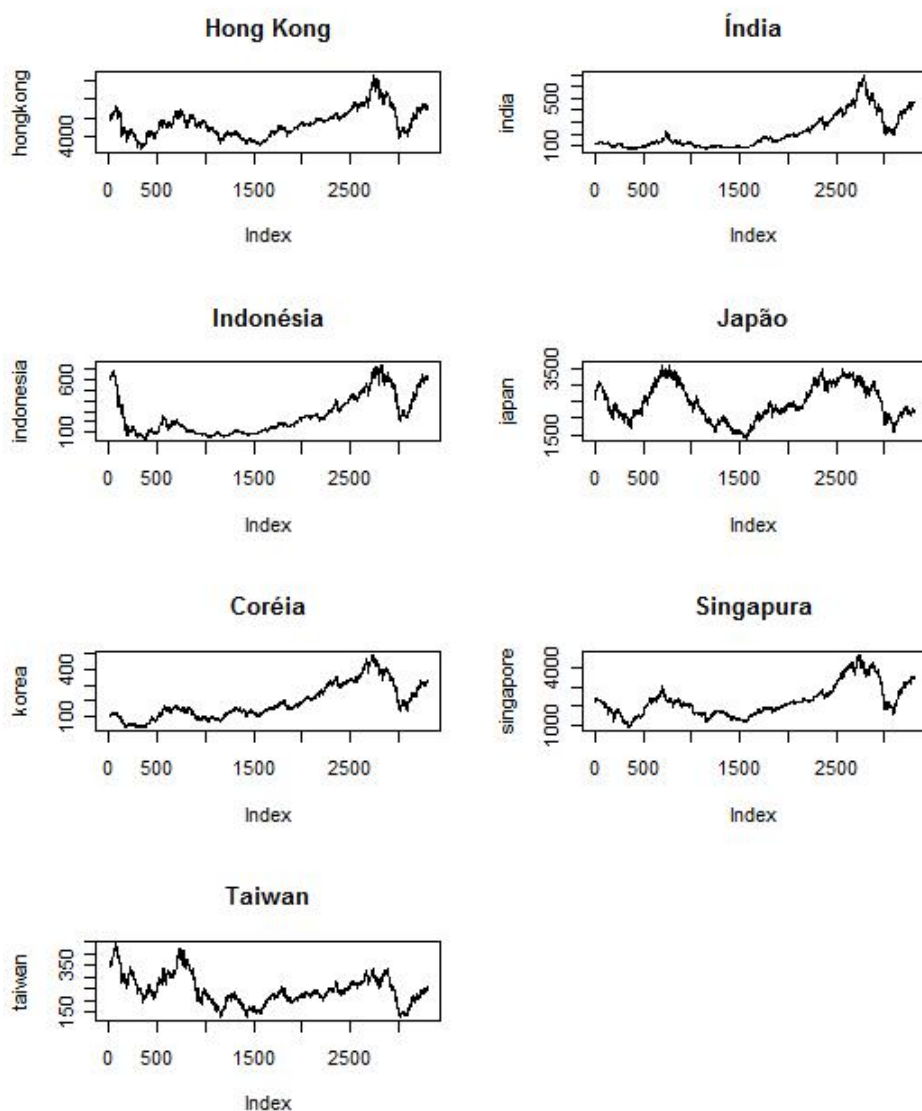
Nesta aplicação utilizamos o modelo GARCH univariado para estimarmos as volatilidades condicionais das economias, um modelo GARCH multivariado não foi implementado devido ao seu alto custo computacional e como vimos na seção 4.3 os resultados destes dois métodos são análogos.

Os parâmetros estimados no (Passo 1) estão na Tabela 5.6, assim como seus desvios padrões. Primeiramente notamos que a primeira defasagem da variável y_{it} se faz necessária, contudo a variável comum z_t^1 é relevante na Índia e Coreia enquanto z_t^2 é relevante apenas na Coreia.

Com as estimativas dos resíduos do (Passo 1) passamos a etapa final de estimação que consiste na estimação das volatilidades condicionais por meio do GARCH univariado e posteriormente a estimação dos parâmetros pelo método de variáveis instrumentais heteroscedástico. A Tabela 5.7 apresenta as estimativas dos parâmetros do estágio final, com exceção de β_i^- que será estudado posteriormente.

As estimativas dos parâmetros do estágio final (Tabela 5.7) estão próximos estatisticamente

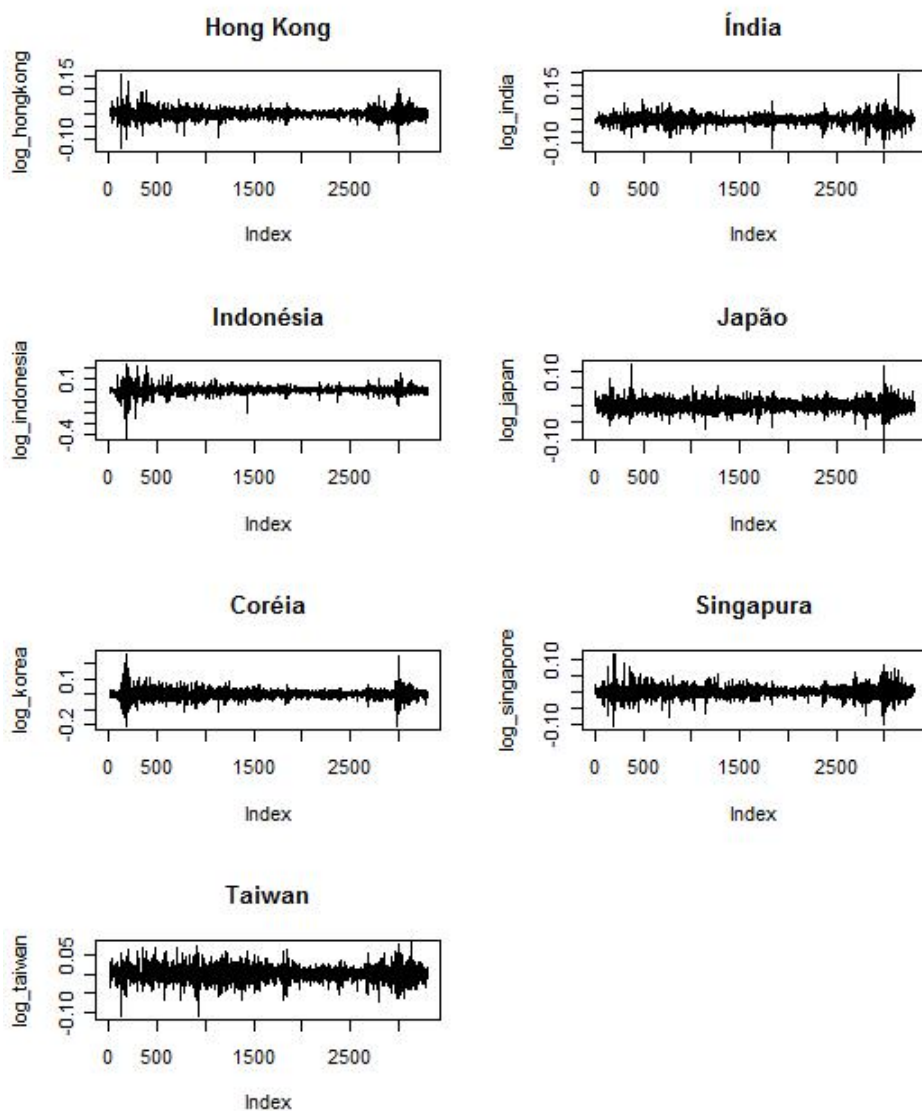
Figura 5.7: Índice dos preços do mercado acionário dos países asiáticos selecionados entre 30/5/1997 até 2/2/2010.



daqueles encontrados no estágio inicial (Tabela 5.6). Não há necessidade de iterar o estágio final mais vezes, pois a convergência já foi atingida, ratificamos isso com o gráfico dos resíduos do primeiro estágio com os resíduos do estágio final, o qual mostra a similaridade entre estes dois resíduos (o gráfico será omitido). A Figura 5.9 apresenta as volatilidades estimadas para os países asiáticos em estudo pelo método GARCH univariado da etapa final.

A análise de diagnóstico do modelo foi implementada, obtivemos que o modelo das equações

Figura 5.8: Taxa de retorno (y_{it}) do mercado acionário dos países asiáticos selecionados entre 30/5/1997 até 2/2/2010.



(5.7) até (5.11) é adequado para descrever os dados estudados. Mais detalhes a cerca da análise de diagnóstico são encontrados no Apêndice C.2. Alertamos que outras defasagens foram utilizadas para verificar a possibilidade de explicar algumas das correlações restantes em defasagens maiores. Entretanto, como a primeira defasagem explicou grande parte da correlação no nível e seria necessário a utilização de defasagens muito altas, sendo a influência no resultado final muito pequena optamos por utilizar apenas a primeira defasagem.

Tabela 5.6: Parâmetros estimados no primeiro estágio da estimação do modelo descrito pelas equações (5.7) até (5.11) para os países asiáticos. (* indica que rejeitamos a hipótese nula de que o parâmetro é igual a zero a 10% de significância e ** indica que rejeitamos a hipótese nula a 5% de significância.)

	Hong Kong	Índia	Japão	Indonésia	Coréia	Singapura	Taiwan
$\hat{\delta}_i$	0.0001	0.0004	-0.0001	0.00001	0.0003	0.0001	-0.0001
Dp($\hat{\delta}_i$)	0.0003	0.0003	0.0003	0.0005	0.0005	0.0003	0.0003
$\hat{\delta}_i^1$	-0.0273	-0.0738*	-0.0450	-0.0287	-0.1194**	-0.0216	-0.0028
Dp($\hat{\delta}_i^1$)	0.0308	0.0332	0.0276	0.0552	0.0483	0.0285	0.0319
$\hat{\delta}_i^2$	0.0170	0.0166	0.0029	-0.0415	0.0636*	0.086	-0.0049
Dp($\hat{\delta}_i^2$)	0.0213	0.0229	0.0190	0.0382	0.0333	0.0196	0.0220
$\hat{\alpha}_i^1$	0.0176	0.0792**	-0.0340*	0.1321**	0.0777**	0.0757**	0.0389**
Dp($\hat{\alpha}_i^1$)	0.0174	0.0173	0.0174	0.0172	0.0173	0.0173	0.0174

Tabela 5.7: Estimativas dos parâmetros no estágio final da estimação do modelo descrito pelas equações (5.7) até (5.11) para os países asiáticos. (* indica que rejeitamos a hipótese nula de que o parâmetro é igual a zero a 10% de significância e ** indica que rejeitamos a hipótese nula a 5% de significância.)

	Hong Kong	Índia	Japão	Indonésia	Coréia	Singapura	Taiwan
$\hat{\delta}_i$	0.0007	0.0012**	0.0003	0.0021**	0.0009	0.0001	0.0002
Dp($\hat{\delta}_i$)	0.0006	0.0005	0.0004	0.0009	0.0009	0.0005	0.0005
$\hat{\delta}_i^1$	-0.0144	-0.0677*	-0.0387	-0.0230	-0.1078	-0.0163	-0.000006
Dp($\hat{\delta}_i^1$)	0.0387	0.0382	0.0379	0.0534	0.0753	0.0413	0.0415
$\hat{\delta}_i^2$	0.0151	0.0189	0.0040	-0.0326	0.0623	0.0077	-0.0041
Dp($\hat{\delta}_i^2$)	0.0241	0.0245	0.0239	0.0464	0.0465	0.0237	0.0262
$\hat{\alpha}_i^1$	0.0144	0.0596**	-0.0409*	0.0869**	0.0713**	0.0711**	0.0364*
Dp($\hat{\alpha}_i^1$)	0.0337	0.0272	0.0210	0.0435	0.0296	0.0281	0.0221
$\hat{\alpha}_i^0$	0.000001**	0.000008**	0.000005**	0.000009**	0.000002**	0.000002**	0.000003**
Dp($\hat{\alpha}_i^0$)	0.0000003	0.000002	0.000001	0.000002	0.000001	0.000001	0.000001
$\hat{\alpha}_i^1$	0.0798**	0.1240**	0.0851**	0.1091**	0.0714**	0.1131**	0.0648**
Dp($\hat{\alpha}_i^1$)	0.0085	0.0139	0.0096	0.0114	0.0069	0.0110	0.0077
$\hat{\alpha}_i^2$	0.9196**	0.8576**	0.8948**	0.8872**	0.9270**	0.8842**	0.9274**
Dp($\hat{\alpha}_i^2$)	0.0080	0.0155	0.0114	0.0107	0.0064	0.0103	0.0086

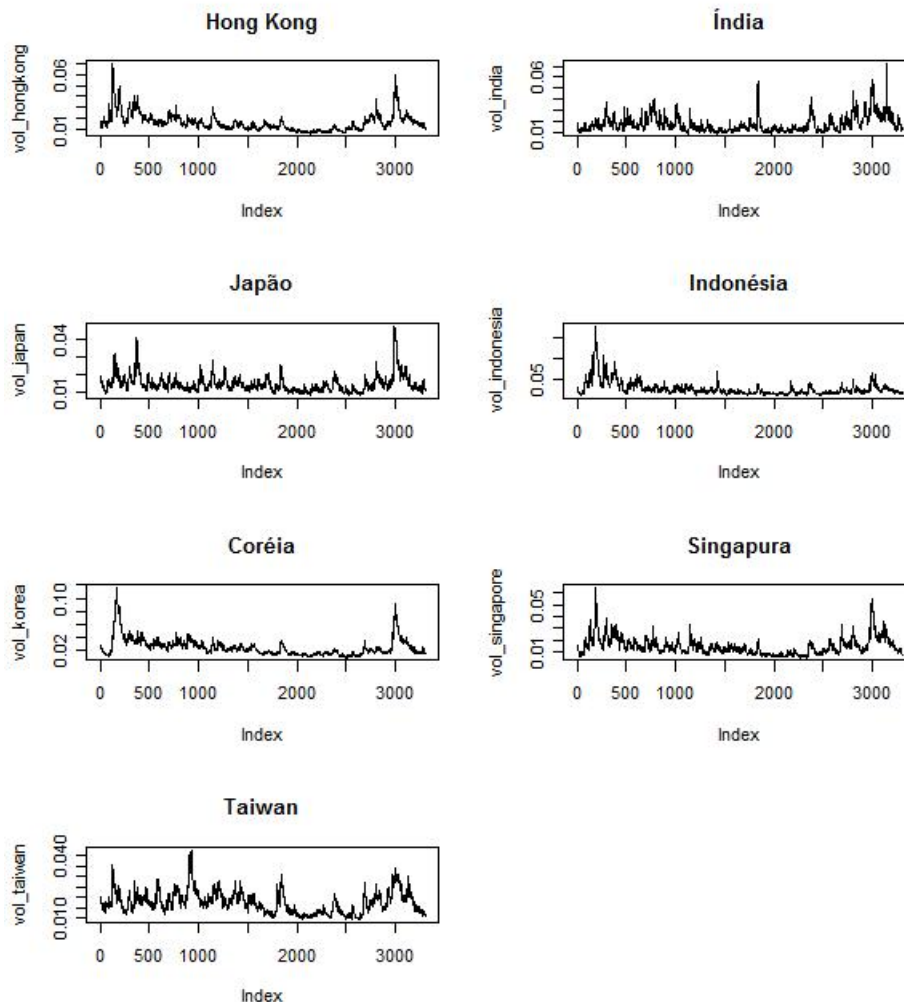
A existência de contágio no modelo canônico de contágio se faz por meio do estudo de β_i^- . A Tabela 5.8 apresenta primeiramente a estatística de Cragg-Donald, com isso sabemos se os instrumentos utilizados neste trabalho, volatilidades condicionais estimadas, são fracos ou não.

Tabela 5.8: Estatística de Cragg-Donald para a definição de crise do Modelo 1 na aplicação aos países asiáticos. (O valor crítico da estatística de Cragg-Donald para $p = 6$, $l = 1$, viés relativo máximo de 5% e nível de significância de 5% é de 19.28.)

Hong Kong	Índia	Japão	Indonésia	Coréia	Singapura	Taiwan
55.5877	51.2560	60.0351	48.2526	49.4388	55.2574	61.5523

Pelos resultados da estatística de Cragg-Donald apresentados na Tabela 5.8 temos que os instrumentos não são fracos, e junto com uma amostra de 3308 temos que o estimador de variáveis

Figura 5.9: Volatilidade condicional estimadas pelo modelo GARCH(1,1) univariado para os países asiáticos em estudo.



instrumentais heteroscedástico consegue retirar boa parte do viés existente no estimador de MQO. Assim como o teste- t assintótico é o que tem melhores propriedades.

A Tabela 5.9 apresenta as estimativas dos estimadores de variáveis instrumentais heteroscedásticos, assim como seus desvios padrões. Analisando esta tabela temos que tanto Índia como Indonésia são países contagiados pelo bloco dos outros países asiáticos.

Os testes robustos a instrumentos fracos estudados neste trabalho são válidos mesmo no caso em que temos instrumentos fortes, sendo que o teste de Anderson-Rubin (1949) tem distribuição χ_p^2/p , o teste de Escore tem distribuição χ_l^2 e os testes de Wald condicional e razão de verossimilhança condicional não têm distribuições conhecidas e devemos fazer um exercício de simulação

Tabela 5.9: β_i^- estimado pelo método de variáveis instrumentais heteroscedástico e seus desvios padrões na aplicação aos países asiáticos para o Modelo 1. (* indica que rejeitamos a hipótese nula de que o parâmetro é igual a zero a 10% de significância e ** indica que rejeitamos a hipótese nula a 5% de significância.)

	Hong Kong	Índia	Japão	Indonésia	Coréia	Singapura	Taiwan
$\hat{\beta}_i^-$	-0.0047	-0.0056*	-0.0028	-0.0131**	-0.0039	0.0002	-0.0018
$Dp(\hat{\beta}_i^-)$	0.0040	0.0033	0.0032	0.0061	0.0065	0.0039	0.0032

para encontrar os mesmos.

Tabela 5.10: Estatísticas dos Testes Robustos a Instrumentos Fracos para o Modelo 1 na aplicação para os países asiáticos. (Os valores entre parênteses são os valores-p dos testes em questão, em que os valores críticos foram computados com as seguinte distribuições: AR_0 por χ_p^2/p , LM_0 por χ_1^2 , W_0 e LR_0 com suas distribuições empíricas.)

	Hong Kong	Índia	Japão	Indonésia	Coréia	Singapura	Taiwan
AR_0	1.8310 (0.0888)	1.4313 (0.1981)	1.7406 (0.1072)	3.2297 (0.0036)	2.0302 (0.0580)	2.3681 (0.0274)	2.1190 (0.0478)
W_0	3.1881 (0.0550)	3.2324 (0.0530)	1.4528 (0.1960)	6.5822 (0.0060)	0.7698 (0.3960)	0.0096 (0.9090)	0.4503 (0.4880)
LM_0	0.0552 (0.8142)	3.9341 (0.0473)	0.0343 (0.8529)	3.2532 (0.0713)	0.0072 (0.9324)	0.2054 (0.6504)	0.1151 (0.7344)
LR_0	0.0568 (0.8410)	3.9938 (0.0570)	0.0353 (0.8630)	3.4420 (0.0890)	0.0075 (0.9420)	0.2130 (0.6220)	0.1189 (0.7500)

A Tabela 5.10 nos mostra as estatísticas dos testes robustos a instrumentos fracos assim como os seus valores-p para os países asiáticos em estudo. Os resultados são similares aos encontrados com os testes t assintóticos, para Índia rejeitamos a hipótese nula de não existência de contágio nos testes de Wald condicional, Escore e razão de verossimilhança condicional a um nível de significância de 10% e para a Indonésia rejeitamos a hipótese nula para todos os testes a um nível de significância de 10%.

De acordo com o estudo feito neste trabalho temos evidências de que Índia e Indonésia são contagiados pelo bloco de países asiáticos em estudo nesta aplicação. Quando temos uma crise no bloco de países asiáticos em estudo temos que Índia e Indonésia têm seus desempenhos piorados, em média. Ressaltemos a falta de poder existente nos testes aqui utilizados, o que nos faz olhar os resultados apresentados com cautela.

Capítulo 6

Comentários Finais

O Modelo Canônico de Contágio utilizado para medirmos a existência de contágio entre as economias, tem sua aplicabilidade muito comprometida devido aos problemas de estimação causados pela endogeneidade da variável que indica crise. A Teoria de Variáveis Instrumentais é um método útil para conseguirmos minimizar estes problemas, contanto que os instrumentos sejam adequados.

Esta dissertação mostrou que na existência de índices de desempenho com volatilidade variando no tempo as volatilidades condicionais estimadas destes índices são instrumentos válidos para corrigirmos o viés existente no parâmetro que mede contágio para a definição de crise do Modelo 1. Os instrumentos utilizados por Pesaran e Pick (2007) não se mostraram tão eficazes quanto as volatilidades condicionais neste caso, contudo não podemos inferir nenhuma conclusão a cerca da aplicação estudada por estes autores, pois os dados estudados por eles não tinham a característica de volatilidade variando no tempo.

Ao estudarmos o comportamento dos estimadores de variáveis instrumentais para verificarmos a existência de contágio, mostramos que este estimador é assintoticamente Normal quando a amostra é moderadamente grande e os instrumentos não são fracos. Os testes de hipóteses assintóticos se comportam de maneira correta neste caso, de forma que não é necessário a utilização dos testes robustos a instrumentos fracos.

A aplicação do modelo canônico de contágio a Argentina, Brasil, México e EUA revelou a não existência de contágio entre estas economias. Já a aplicação do modelo aos países asiáticos (Hongkong, Índia, Japão, Indonésia, Coréia, Singapura e Taiwan) revelou que Índia e Indonésia são contagiados pelo bloco formado pelos outros países asiáticos em estudo. Devemos olhar estes resultados com cautela devido ao pouco poder dos testes de hipóteses implementados.

Portanto esta dissertação apresenta potenciais instrumentos que corrigem o viés existente no

modelo canônico de contágio quando os índices de desempenho utilizados têm suas volatilidades variando no tempo.

Apêndice A

Teoremas de Probabilidade

Teorema 1. *Seja X_n uma sequência de variáveis aleatórias. Se $X_n \xrightarrow{D} c$ constante, então $X_n \xrightarrow{P} c$.*

Prova 1. *Demonstrado em Barry James (2006) página 249.*

□

Proposição 1. *Seja X_n uma sequência de vetores aleatórios $k \times 1$, X um vetor aleatório $k \times 1$ e $g : \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}^l$. Se $X_n \xrightarrow{P} X$ e g é contínua em X , então $g(X_n) \xrightarrow{P} g(X)$.*

Prova 1. *Demonstrado em White (2000) página 25.*

□

Teorema 2. *(Teorema de Slutsky) Sejam X_n e Y_n sequências de variáveis aleatórias tais que $X_n \xrightarrow{D} X$ e $Y_n \xrightarrow{P} c$, em que: X é uma variável aleatória e c é uma constante. Então*

$$(i) X_n + Y_n \xrightarrow{D} X + c;$$

$$(ii) X_n Y_n \xrightarrow{D} Xc.$$

Prova 2. *Demonstrado em Barry James (2006) página 251.*

□

Corolário 1. *Sejam Y_n , W_n sequências de variáveis aleatórias tais que $Y_n \xrightarrow{P} c$ e $W_n \xrightarrow{P} d$, em que c e d são constantes. Então:*

$$(i) Y_n + W_n \xrightarrow{P} c + d;$$

$$(ii) Y_n W_n \xrightarrow{P} cd.$$

Prova 1. *Aplicação direta dos Teoremas 1 e 2.*

□

Os Teoremas 1, 2 e o Corolário 1 podem ser expandidos para os casos de uma sequência de matrizes aleatórias.

Proposição 2. *Seja A e B matrizes positivas definidas de ordem n . Então $A - B$ é positiva semidefinida se, e somente se $B^{-1} - A^{-1}$ é positiva semidefinida.*

Prova 2. *Demonstrado em Goldberger (1964), Teorema 1.7.21 página 38.*

□

Apêndice B

Viés dos estimadores de δ_i e α_i

Neste Apêndice iremos apresentar as estimativas dos parâmetros δ_i e α_i nas simulações feitas na seção 4.4, em que o método de simulação foi descrito em detalhes na seção 4.1. Na Tabela B.1 temos as estimativas do viés e erro quadrático médio destes parâmetros, nos revelando que não existe viés nas estimativas, logo não precisamos nos preocupar com estes parâmetros.

Tabela B.1: Estimativas do viés e erro quadrático médio dos parâmetros δ_i e α_i para todos os tamanhos de amostra no Modelo 1.

			País 1	País 2	País 3	País 4
$T = 500$	Viés	δ_i	0.0003	0.0004	0.0004	0.0001
		α_i	-0.0021	-0.0038	-0.0037	-0.0031
	EQM	δ_i	0.000006	0.000007	0.000005	0.000001
		α_i	0.0030	0.0031	0.0033	0.0032
$T = 1000$	Viés	δ_i	0.0001	0.0001	0.0001	0.00005
		α_i	-0.0006	-0.0031	-0.0035	-0.0029
	EQM	δ_i	0.000002	0.000003	0.000001	0.0000004
		α_i	0.0015	0.0017	0.0019	0.0017

As estimativas de δ_i e α_i apresentadas na Tabela B.1 são provenientes do estágio final de estimação, pois lembramos que nas simulações utilizamos as verdadeiras (simuladas) volatilidades condicionais como instrumentos sem incorrer em erro como vimos na seção 4.3. Logo temos apenas o estágio final (Passo 3).

O viés no Modelo 1 é desprezível, pois não conseguimos rejeitar a hipótese nula, a um nível de 10% de significância, de que eles são iguais a zero e sua magnitude é desprezível em relação a magnitude das variáveis. Os testes t assintóticos podem ser aplicados sem ressalvas a estes dois parâmetros, pois estes parâmetros não estão ligados a variável endógena do modelo.

No Modelo 2 as estimativas se deterioraram um pouco devido aos problemas de estimação que enfrentamos. Contudo o viés ainda é desprezível, não conseguimos rejeitar a hipótese nula de que o viés é igual a zero a um nível de significância de 10%. Os resultados estão descritos na Tabela B.2.

Tabela B.2: Estimativas do viés e erro quadrático médio dos parâmetros δ_i e α_i para todos os tamanhos de amostra no Modelo 2.

			País 1	País 2	País 3	País 4
$T = 500$	Viés	δ_i	0.0024	0.0020	0.0021	0.0009
		α_i	-0.0049	-0.0029	-0.0026	-0.0064
	EQM	δ_i	0.00006	0.00006	0.00004	0.00001
		α_i	0.0057	0.0044	0.0044	0.0069
$T = 1000$	Viés	δ_i	0.0025	0.0026	0.0022	0.0009
		α_i	-0.0025	-0.0047	-0.0043	-0.0070
	EQM	δ_i	0.00006	0.00006	0.00004	0.00001
		α_i	0.0022	0.0027	0.0025	0.0031

Apêndice C

Análise de diagnóstico das Aplicações

A análise de diagnóstico do modelo utilizado na aplicação será exposta neste Apêndice em detalhes. No Apêndice C.1 apresentamos a análise de diagnóstico para o modelo canônico de contágio aplicado aos países da América Latina e EUA. E no Apêndice C.2 apresentamos a análise de diagnóstico para o modelo implementado no estudo da existência de contágio para os países asiáticos.

C.1 Aplicação aos países da América Latina e EUA

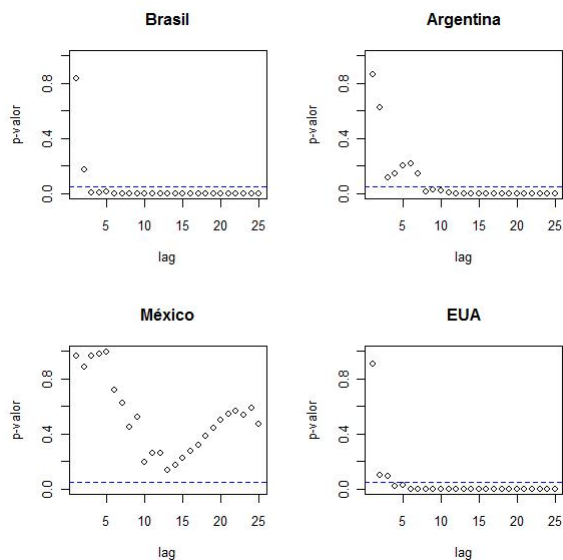
O modelo implementado na aplicação da seção 5.2 está descrito nas equações (5.1) até (5.6), como vimos nas Figuras 5.3, 5.4, 5.5 e 5.6, por meio deste modelo temos um bom ajuste para as séries. Contudo outros testes foram implementados um deles foi o teste de Ljung-Box, o qual indica que para a primeira e mais relevantes defasagens temos erros não autocorrelacionados (não conseguimos rejeitar a hipótese nula). Isto indica que na média temos um modelo razoavelmente adequado, usar as três primeiras defasagens do índice de desempenho é uma boa forma de filtrarmos os dados.

Os gráficos de autocorrelação e autocorrelação parcial, 5.3 e 5.4, respectivamente, corroboram o discutido e apresentado pelo teste de Ljung-Box. Isto é, o nosso modelo com 3 defasagens de y_{it} consegue retirar a autocorrelação existente entre as primeiras defasagens, contudo nas defasagens maiores ainda temos problemas, os quais não são significantes¹.

Depois de estudarmos os erros u_{it} , na média, devemos analisar se estes tem um comportamento GARCH e posteriormente se nosso modelo DCC-GARCH(1,1) é adequado. Para verificarmos a existência de um processo GARCH nos erros u_{it} , fazemos o teste ARCH de multiplicadores

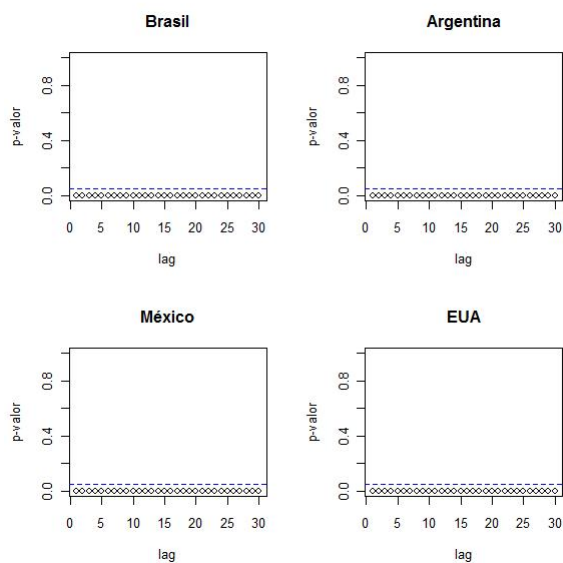
¹A magnitude é muito pequena não impactando no ajuste do modelo.

Figura C.1: Valores-p do teste de Ljung-Box para o erro u_{it} da equação (5.1).



de Lagrange para até 30 defasagens² e percebemos com a Figura C.2 que rejeitamos a hipótese nula de não existência de uma estrutura ARCH. Sendo assim devemos realmente utilizar um modelo para a volatilidade dos erros.

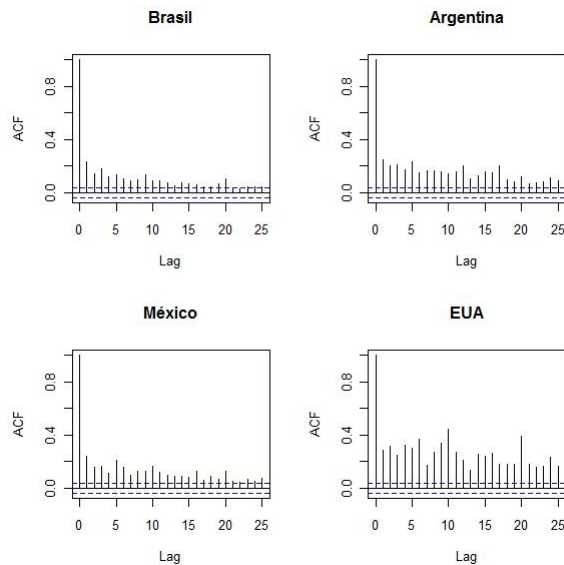
Figura C.2: Valores-p do teste ARCH de multiplicadores de Lagrange para os erros u_{it} estimados de Argentina, Brasil, México e EUA.



²Usamos muitas defasagens, pois um ARCH com muitas defasagens seria um GARCH.

Uma outra forma de corroborar o fato dos erros terem suas volatilidades variando no tempo é por meio dos gráficos de autocorrelações e autocorrelações parciais das perturbações dos erros estimados ao quadrado, os quais estão mostrados nas Figuras C.3 e C.4. Esta análise corrobora o teste de multiplicadores de Lagrange ARCH.

Figura C.3: Gráfico das autocorrelações para os erros ao quadrado u_{it}^2 estimados para Argentina, Brasil, México e EUA.



Neste momento devemos analisar se o modelo DCC-GARCH(1,1) proposto resolve os problemas encontrados acima. Para isso analisamos os erros padronizados pelas volatilidades estimadas pelo modelo DCC-GARCH(1,1), isto é, analisaremos $\hat{u}_{it}/\hat{\sigma}_{it}$ e veremos se estes se comportam aleatoriamente.

Para isso utilizamos as mesmas ferramentas já utilizadas, primeiramente aplicamos o teste de ARCH de multiplicadores de Lagrange, o qual nos mostra que os erros padronizados não têm uma estrutura de volatilidade variando no tempo, visto que não rejeitamos a hipótese a um nível de 10% de significância para as principais defasagens.

Os gráficos de autocorrelação e autocorrelação parcial dos erros padronizados ao quadrado estimadas corroboram o que o teste ARCH de multiplicadores de Lagrange nos revelou, estes gráficos estão apresentados nas Figuras 5.5 e 5.6.

Portanto concluímos que o modelo utilizado na aplicação aos países da América Latina e EUA é adequado, pois a análise feita mostra que os resíduos se comportam de maneira aleatória nas suas principais componentes, os problemas existentes são insignificantes.

Figura C.4: Gráfico das autocorrelações parciais para os erros ao quadrado u_{it}^2 estimados para Argentina, Brasil, México e EUA.

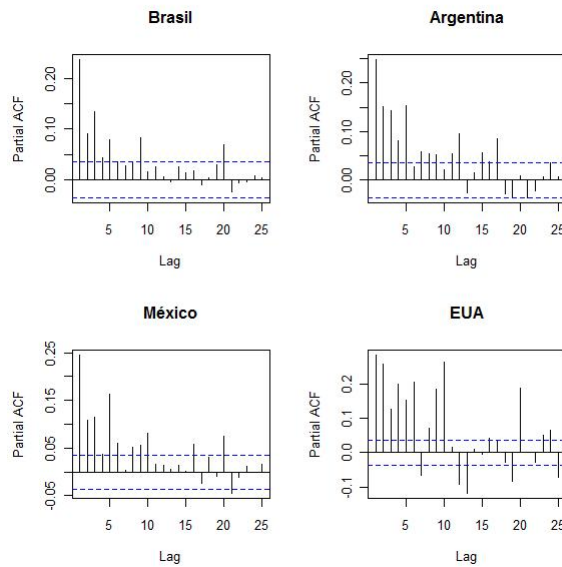
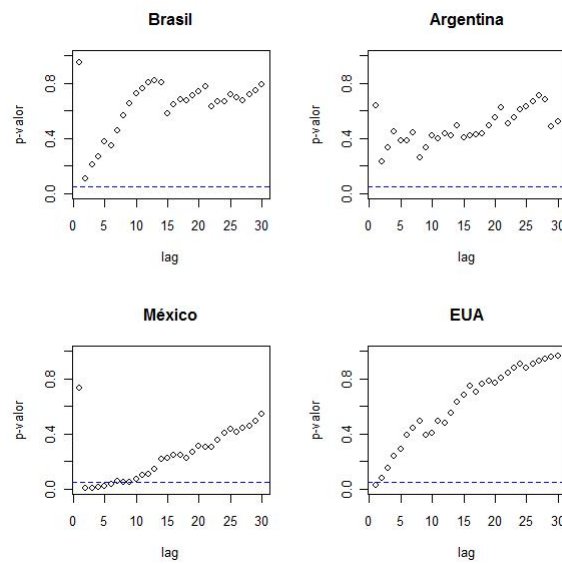


Figura C.5: Valores-p do teste ARCH de multiplicadores de Lagrange para os erros padronizados estimados de Argentina, Brasil, México e EUA.



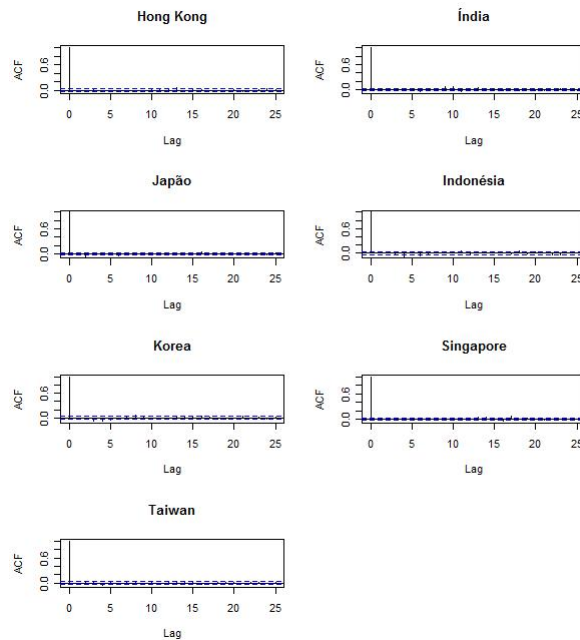
C.2 Aplicação aos países asiáticos

Nesta subseção apresentaremos a análise de diagnóstico do modelo apresentado nas equações (5.7) até (5.11), o qual foi utilizado para estudarmos a existência de contágio entre os países

asiáticos selecionados (Hongkong, Índia, Japão, Indonésia, Coreia, Singapura e Taiwan).

A fase inicial da análise se dá nos erros u_{it} , no qual verificamos a aleatoriedade dos mesmos, para isso nos utilizamos dos gráficos das funções de autocorrelação, autocorrelação parcial e do teste de Ljung-Box apresentados nas Figuras C.6, C.7 e C.8, respectivamente.

Figura C.6: Gráfico das autocorrelações para os erros u_{it} estimados para os países asiáticos.



Os gráficos e o teste implementados nos revelam que o modelo é adequado para o que desejamos estimar (β_i^-), pois os problemas existentes que não conseguimos solucionar são quanto a correlação para defasagens da variável a ser explicada grandes, os quais numericamente não são relevantes.

Ao utilizarmos um modelo de volatilidade nos erros, estamos supondo que estes dados tem esta estrutura. Para vermos se isso realmente acontece fazemos o teste ARCH de multiplicadores de Lagrange no resíduo, assim como os gráficos das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial para os erros ao quadrado u_{it}^2 . Estes gráficos que estão apresentados nas Figuras C.9, C.10 e C.11, nos mostram a necessidade de utilizarmos um modelo de volatilidade.

Por último devemos verificar se o modelo GARCH univariado utilizado consegue resolver explicar as volatilidades existentes nas séries. Utilizando os erros padronizados ao quadrado estimados conseguimos por meio da função de autocorrelação e autocorrelação parcial verificar que este modelo é adequado. Estes gráficos estão apresentados nas Figuras C.12 e C.13.

O fato do modelo GARCH univariado conseguir explicar a volatilidade existente nas séries é

Figura C.7: Gráfico das autocorrelações parciais para os erros u_{it} estimados para os países asiáticos.

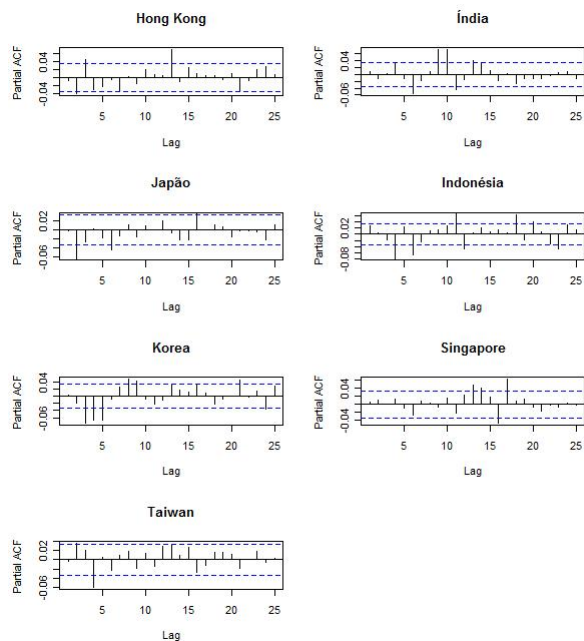
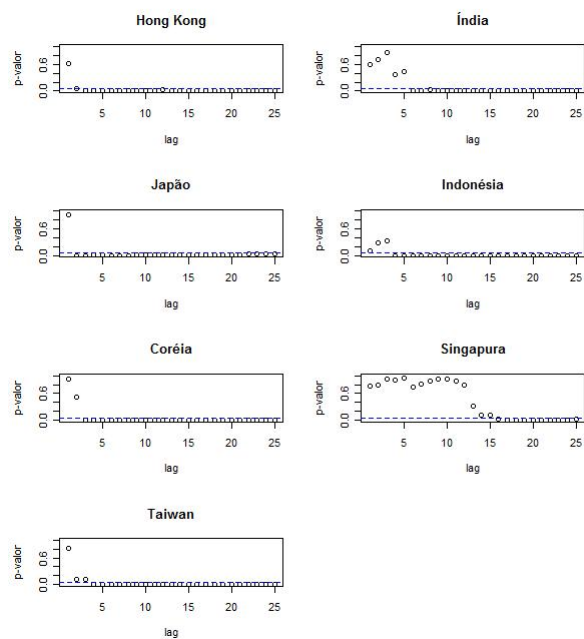


Figura C.8: Valores-p do teste de Ljung-Box para o erro u_{it} da equação (5.7).



corroborado com o teste ARCH de multiplicadores de Lagrange, o qual é apresentado na Figura

Figura C.9: Gráfico das autocorrelações para os erros ao quadrado u_{it}^2 estimados para os países asiáticos.

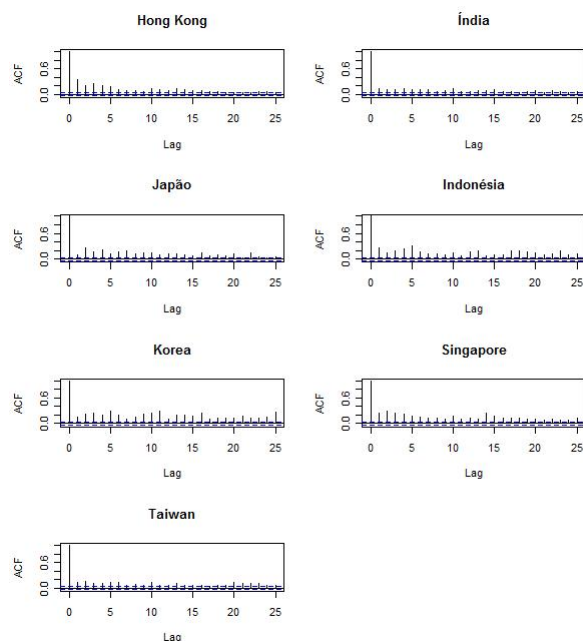


Figura C.10: Gráfico das autocorrelações parciais para os erros ao quadrado u_{it}^2 estimados para os países asiáticos.

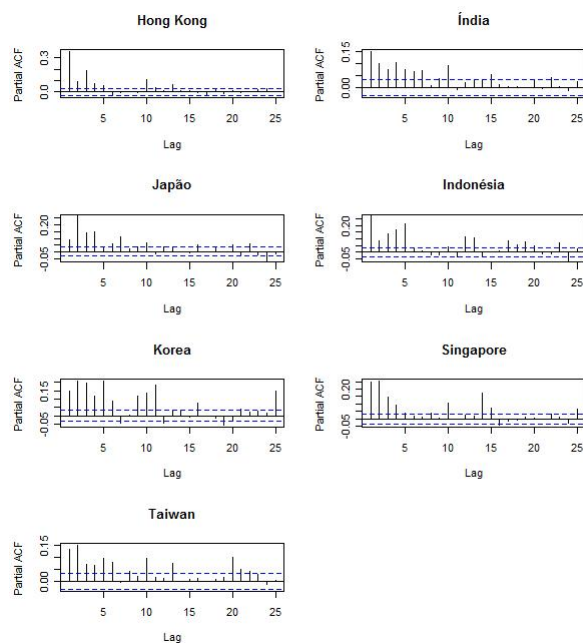


Figura C.11: Valores-p do teste ARCH de multiplicadores de Lagrange para os erros estimados dos países asiáticos em estudo.

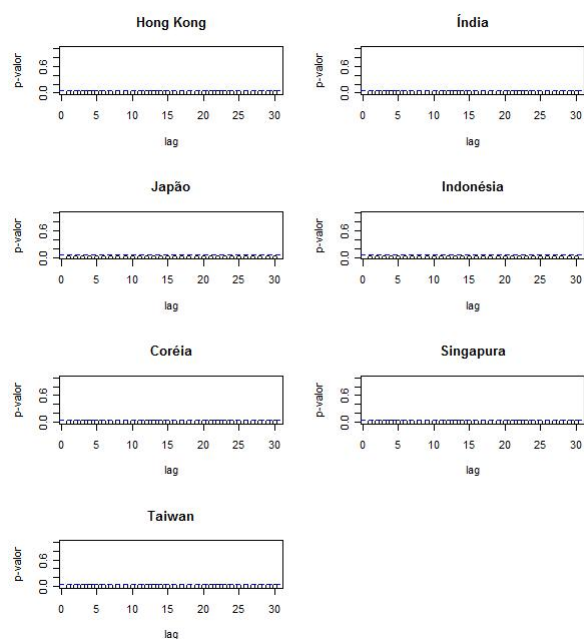


Figura C.12: Gráfico das autocorrelações para os erros padronizados ao quadrado u_{it}^2 estimados para os países asiáticos.

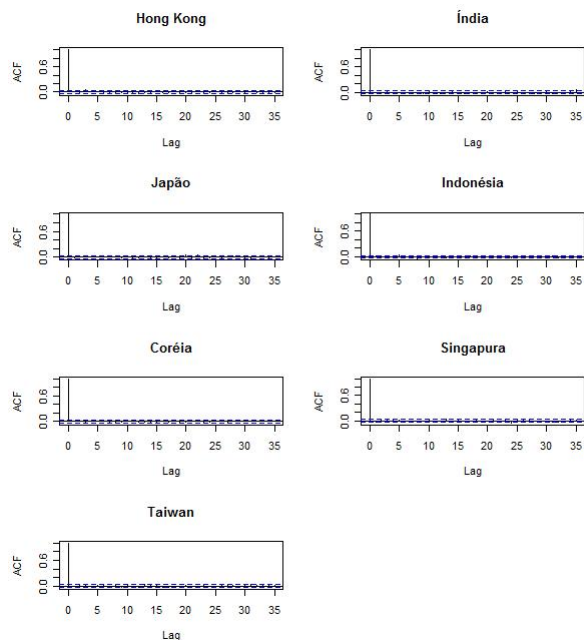
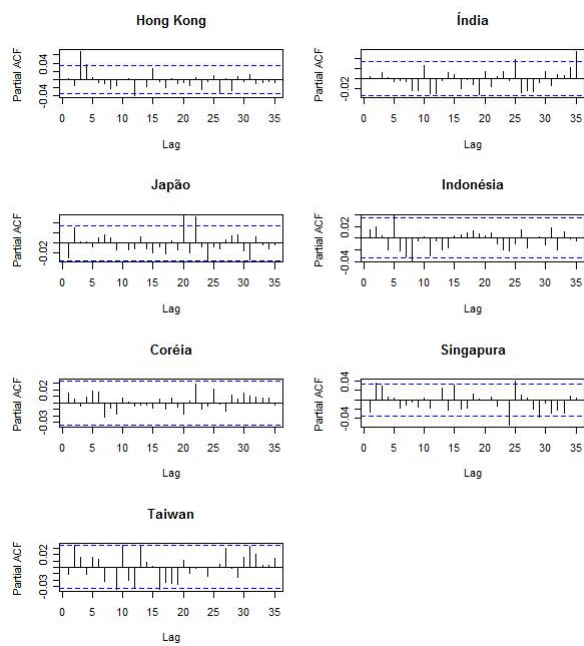
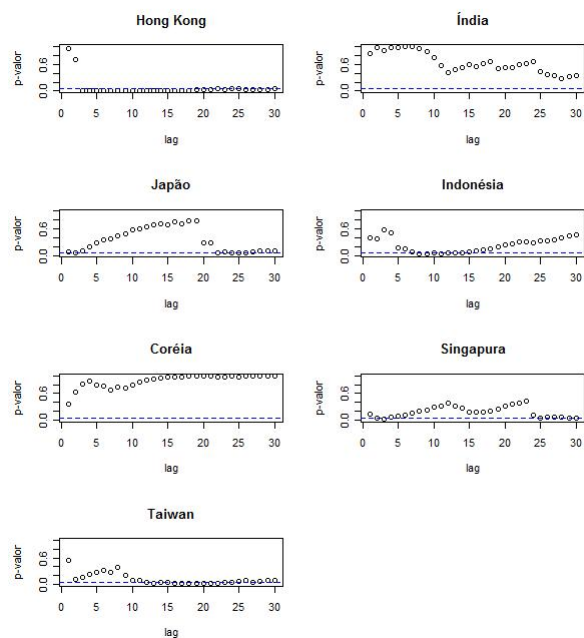


Figura C.13: Gráfico das autocorrelações parciais para os erros padronizados ao quadrado u_{it}^2 estimados para os países asiáticos.



C.14.

Figura C.14: Valores-p do teste ARCH de multiplicadores de Lagrange para os erros padronizados estimados dos países asiáticos em estudo.



Referências Bibliográficas

- [1] Abbara, O. M. F. *Modelagem de Dependência em Séries Financeiras Multivariadas*. Tese de Mestrado, IMECC-UNICAMP, 2009.
- [2] Allen, F., Gale, D. Financial contagion. *Journal of Political Economy* 108 (1), 1-33, 2000.
- [3] Anderson, T. W., e H. Rubin. Estimation of the parameters of a single equation in a complete system of stochastic equations. *Annals of Mathematical Statistics*, 20, 46-63, 1949.
- [4] Anderson, T. W., e Kunitomo, N. On likelihood ratio tests of structural coefficients: Anderson-Rubin (1949) revisited. *CIRJE Discussion Papers*, 2007.
- [5] Anderson, T. W., Kunitomo, N. e Matsushita, Y. On the asymptotic optimality of the LIML estimator with possibly many instruments. *Journal of Econometrics*, a aparecer.
- [6] Angrist, J. e A. Krueger. Does compulsory school attendance affect schooling and earnings. *Annals of Mathematical Statistics*, 20, 46-63, 1991.
- [7] Bae, K-H. Karolyi, G.A. e Stulz, R.M. *A new approach to measuring financial contagion*. NBER Mimeo 7913. Cambridge, Massachusetts, 2000.
- [8] Baig, T. e Goldfajn, I. *Financial market contagion in the Asian Crisis*. IMF Working Paper No. 155, 1998.
- [9] Barry R. James. *Probabilidade: Um Curso em Nível Intermediário*. 3.ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2006 (Coleção Projeto Euclides).
- [10] Baur, D. G. e Fry, R. A. Multivariate contagion and interdependence. *Journal of Asian Economics* 20 (2009) 353-366.
- [11] Bound, J., D. Jaeger e R. Baker. Problems with instrumental variables estimation when the correlation between the instruments and the endogenous explanatory variables is weak. *Journal of American Statistical Association*, 90, 443-450, 1995.

- [12] Cragg, J. G. e S. G. Donald. Testing identifiability and specification in instrumental variable models. *Econometric Theory*, 9, 222-240, 1993.
- [13] Chao, J. C. e Swanson, N. R. Consistent estimation with a large number of weak instruments. *Econometrica*, Vol. 73, No. 5, 1673-1692, 2005.
- [14] Corsetti, G., Pericoli, M. e Sbracia, M. *Some contagion, some interdependence - more pitfalls in tests of financial contagion*. C.E.P.R. Discussion papers, n. 3310, Abril, 2002
- [15] Davidson, R. e J. G. MacKinnon. *Econometric Theory and Methods*. Oxford University Press; New York 2004.
- [16] Diebold, F. X., e Yilmaz, K. *Measuring financial asset return and volatility spillovers with application to global equity markets*. NBER working paper number 13811, 2008.
- [17] Edwards, S. *Interest rate volatility, capital controls, and contagion*. NBER Working Paper No 6756 (Outubro), Cambridge, Massachusetts, 1998.
- [18] Engle, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50, 987-1008, 1982.
- [19] Favero, C.A., Giavazzi, F. Is the international propagation of financial shocks non-linear? Evidence from the ERM. *Journal of International Economics* 57, 231-246, 2002.
- [20] Forbes, K.J. e Rigobon, F. *Measuring contagion: conceptual and empirical issues*. In International Financial Contagion Claessens, S.; Forbes, K. (eds). Washington: Springer; Cap. 3, p. 43-66, 2001.
- [21] Forbes, K.J. e Rigobon, F. No contagion, only interdependence: measuring stock market comovements. *The Journal of Finance* 57, 2223-2261, 2002.
- [22] Fratzcher, M. *What causes currency crises: sunspots, contagion or fundamentals?*. EUI working paper Eco No. 99/39, 1999.
- [23] Fratzcher, M. On currency crises and contagion. *International Journal of Finance and Economics*, 8, 109-129, 2003.
- [24] Goldberger, A. S. *Econometric Theory*. Wiley, New York, 1964.
- [25] Hahn, J. e Hausman, J. A new specification test for the validity of instrumental variables. *Econometrica* 70, 163-189, 2002.

- [26] Hartman, P., Straetmans, S., de Vries, C. *Asset market linkage in crisis periods*. Working Paper. Erasmus, 2000.
- [27] Hausman, J., Stock, J. H. e Yogo, M. Asymptotic properties of the Hahn-Hausman test for weak-instruments. *Economics Letters* 89, 333-342, 2005.
- [28] King, M. e Wadhvani, S. Transmission of volatility between stock markets. *Review of Financial Studies* 51, 5-33, 1990.
- [29] Kunitomo, N. e Matsushita, Y. *Improving the rank-adjusted Anderson-Rubin test with many instruments and persistent heterokedasticity*. CIRJE Discussion Papers, 2008.
- [30] Lopes, H.F. e Mignon, H.S. *Comovements and contagion in emergent markets: stock indexes volatilities*. Case Studies in Bayesian Statistics Vol VI, 285-300, Springer-Verlag, 2002.
- [31] Loretan, M. e English, W.B. *Evaluation "correlation breakdowns" during periods of market volatility*. Mimeo., Federal Reserve Board, Washington, 2000.
- [32] Marçal, E. F.; Valls Pereira, P. L.; Martin, D. M. L. e Nakamura, W. T. Evaluation of contagion or interdependence in the financial crises of Asia and Latin America, considering the macroeconomic fundamentals. *Applied Economics*. A aparecer, 2010
- [33] Moreira, M. J. *Tests with correct size when instruments can be arbitrarily weak*. manuscrito não publicado, Departamento de Economia, University of California, Berkeley, 2001.
- [34] Moreira, M. J. A conditional likelihood ratio test for structural models. *Econometrica*, 71, 1027-1048, 2003.
- [35] Moreira, M. J. Tests with correct size when instruments can be arbitrarily weak. *Journal of Econometrics* 152, 131-140, 2009.
- [36] Nelson, C. R. e Startz, R. The distribution of the instrumental variables estimator and its t-ratio when the instrument is a poor one. *The Journal of Business*, Vol. 63, No. 1, Part 2: A Conference in Honor of Merton H. Miller's Contributions to Finance and Economics (Jan., 1990), pp. S125-S140 Published by: The University of Chicago Press.
- [37] Pesaran, M. H., Pick, A. Econometric issues in the analysis of contagion. *Journal of Economic Dynamics and Control* 31 (2007), 1245-1277.
- [38] Ramchand, L. e Susmel, R. Volatility and cross correlation across major stock markets. *Journal of Empirical Finance* 5, 1998.

- [39] Rodriguez, J. C. Measuring financial contagion: A copula approach. *Journal of Empirical Finance*, Vol. 14 401-423, 2007.
- [40] Sawa, Takamitsu. Exact sampling distribution of ordinary least squares and two-stage least squares estimators. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 64, No. 327 (Sep., 1969), pp. 923-937, 1969.
- [41] Staiger, D. e J. H. Stock. Instrument variables regression with weak Instruments. *Econometrica*, 65, 556-586, 1997.
- [42] Stock, J. H. e M. Yogo. *Testing for weak instruments in linear IV Regression*. Em Identification and Inference for Econometric Models: A Festschrift in Honor of Thomas J. Rothenberg, ed. por D. W. K. Andrews e J. H. Stock. Cambridge, UK. Cambridge University Press, 2005.
- [43] White, H. A heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimator and a direct test for heteroskedasticity. *Econometrica*, Vol. 48, No. 4, pp. 817-888, 1980.
- [44] White, H. *Asymptotic Theory for Econometricians*. Revisited Edition, Orlando, Academic Press, 2000.