

Uma Apresentação e Crítica aos Métodos de Taguchi em Planejamento de Experimentos

Este exemplar corresponde à redação final da tese, devidamente corrigida e defendida por Carla Almeida Vivacqua e aprovada pela Comissão Julgadora.

Campinas, 3 de janeiro de 1996.



Prof. Dr. José Ferreira de Carvalho

Orientador

Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação, UNICAMP, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Estatística.

UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	
T	UNICAMP
V	8362
V.	Er.
TIPO DE	28486
PROC.	GG7/96
C	☐
D	☒
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	11/09/96
N.º CPD	

CM-CCC92056-6

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DO IMECC DA UNICAMP

Vivacqua, Carla Almeida

V836a Uma apresentação e crítica aos métodos de Taguchi em planejamento de experimentos/Carla Almeida Vivacqua. -- Campinas, [S.P. :s.n.], 1995.

Orientador :José Ferreira de Carvalho.

Dissertação [mestrado] - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação.

1.Taguchi, método de (Controle de qualidade). 2.Planejamento experimental. 3.*Arranjos ortogonais. 4.*Fatores de ruídos. I.Carvalho, José Ferreira de. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação. III. Título.

Tese de Mestrado defendida e aprovada em 11 de dezembro de 1995
pela Banca Examinadora composta pelos Profs. Drs.

Edina Shizue Miazaki

Prof (a). Dr (a). EDINA SHIZUE MIAZAKI

Ademir José Petenate

Prof (a). Dr (a). ADEMIR JOSÉ PETENATE

José Ferreira de Carvalho

Prof (a). Dr (a). JOSÉ FERREIRA DE CARVALHO

Agradecimentos

Este espaço é reservado para a menção de pessoas e instituições que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

Agradeço ao Prof. Dr. José Ferreira de Carvalho pela sugestão do tema, que é muito interessante e agradável de se trabalhar, pela orientação e pela compreensão durante esta passagem pelo Mestrado em Estatística na UNICAMP. Não se pode deixar de citar o Prof. Dr. Ademir José Petenate, que auxiliou em pontos específicos relacionados com o tema e também tornou mais fácil a obtenção do material bibliográfico não disponível nas bibliotecas desta universidade. Neste último aspecto, também contou-se com a colaboração de Alonso Soler.

Agradeço, também, à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES e ao Fundo de Apoio ao Ensino e à Pesquisa - FAEP pelo apoio financeiro.

Agradeço a Marcelo do Nascimento pelo auxílio na confecção da capa deste trabalho.

Um agradecimento carinhoso aos colegas do Mestrado pelo convívio e intercâmbio nestes anos. Em particular, cita-se Verônica Maria Cadena de Almeida pelo seu auxílio na correção da dissertação e comentários.

Por último, um agradecimento muito especial a André Luís Santos de Pinho, tanto pela colaboração direta para o desenvolvimento deste trabalho, como pelo apoio e incentivo nas horas mais difíceis.

RESUMO

O objetivo deste trabalho é apresentar um texto de caráter didático, abordando as idéias propostas pelo engenheiro Genichi Taguchi, que visam a melhoria de qualidade de produtos e processos. Busca-se oferecer ao leitor uma visão global, formando a base para um posterior aprofundamento do assunto, de acordo com as necessidades particulares. Destina-se, não somente a estatísticos, mas também a qualquer profissional que tenha interesse ou curiosidade pelos Métodos de Taguchi.

Uma motivação a mais para a realização deste trabalho se encontra na controvérsia gerada por estes métodos. Para ilustrar destaca-se algumas frases encontradas em artigos:

"Statisticians think Taguchi is an excellent engineer but a poor statistician. Engineers believe he is an excellent statistician but a mediocre engineer. ..." (Lorenzen, Baxter e Knapp (1988));

"People are spending too much money learning a technique that is likely to give incorrect answers." (Tribus e Szonyi (1989));

"The more you know about Taguchi Methods and Design of Experiments, the more you're worth to your company" (Michigan State University (1991)).

De um lado, sobressai a publicidade que exalta, em demasia, os Métodos de Taguchi e do outro lado, os profissionais, que alertam para se ter cuidado na aplicação indiscriminada destas técnicas. Pretende-se, com este texto, fornecer informações suficientes para que o leitor chegue às suas próprias conclusões.

O texto está organizado em seis capítulos. O primeiro procura situar o leitor ante uma perspectiva histórica da busca pela qualidade, ressaltando o papel desempenhado pela Estatística. Além disso, comenta-se a controvérsia provocada pelos Métodos de Taguchi. O capítulo 2 reúne conceitos básicos de Planejamento de Experimentos, úteis para a melhor compreensão e análise das técnicas propostas por Taguchi, apresentadas no terceiro capítulo. Nos capítulos 4 e 5 são abordados temas específicos relacionados com os Métodos de Taguchi com um pouco mais de detalhes e comentários. O sexto capítulo encerra o trabalho, destacando os aspectos mais relevantes e apresentando um estímulo à reflexão do leitor sobre o tema.

Sumário

Capítulo 1 - Introdução	1
1.1 - Breve Histórico	1
1.2 - Os Três Enfoques da Qualidade	5
1.3 - Métodos de Taguchi	6
Capítulo 2 - Conceitos Básicos de Planejamento de Experimentos	9
2.1 - Fatores e Níveis	9
2.1.1 - Definições	9
2.1.2 - Fatores Hierárquicos e Cruzados	11
2.1.3 - Fatores Aleatórios e Fixos	13
2.2 - Aleatorização	13
2.3 - Replicação	19
2.4 - Experimentos em Blocos	20
2.5 - Experimentos Fatoriais	21
2.5.1 - Um Fator de Cada Vez	22
2.5.2 - Experimento Fatorial Completo	27
2.5.3 - Experimento Fatorial em Blocos	36
2.5.4 - Experimento Fatorial Fracionado	39
2.5.5 - Escolha do Número de Níveis dos Fatores	46
Apêndice 2A - Programa para análise do exemplo do fazendeiro	47
Apêndice 2B - Simulação de um modelo com interação entre dois fatores	51
Apêndice 2C - Programa para o cálculo dos efeitos dos fatores para o exemplo do fatorial 2^3	53
Capítulo 3 - Planejamento Robusto segundo Taguchi	54
3.1 - Conceitos Gerais	54
3.1.1 - Ciclo de Desenvolvimento de um Produto	54
3.1.2 - Características de Qualidade	55

3.1.3 - Variação no Desempenho	56
3.1.4 - Classificação dos Fatores	56
3.1.5 - Etapas na Melhoria de um Produto	57
3.2 - Função Perda	58
3.3 - Planejamento Robusto	62
Apêndice 3A - Programa para o exemplo 3.1	72
 Capítulo 4 - Arranjos Ortogonais	 75
4.1 - Arranjos Ortogonais Básicos	75
4.1.1 - Matriz de Planejamento	75
4.1.2 - Graus de Liberdade	77
4.1.3 - Arranjos Básicos	80
4.2 - Gráficos Lineares	81
4.2.1 - Matrizes de Interação e Gráficos Lineares	81
4.2.2 - Modificações nos Gráficos Lineares	86
4.2.3 - Gráficos de Interação	94
4.3 - Experimentos com Fatores de Três Níveis	95
4.4 - A Importância das Interações	97
4.5 - Reprodutibilidade	101
4.6 - Experimentos Confirmatórios	104
4.7 - Comentários	105
Apêndice 4A - Ortogonalidade	108
 Capítulo 5 - Relação Sinal/Ruído	 110
5.1 - Introdução	110
5.2 - Propostas de Taguchi	111
5.2.1 - Características de Qualidade do Tipo Quanto Menor Melhor	112
5.2.2 - Características de Qualidade do Tipo Quanto Maior Melhor	113
5.2.3 - Características de Qualidade do Tipo Nominal Melhor	113
5.2.4 - Características Dinâmicas	116

5.2.5 - Comentários	117
5.3 - Relação Sinal/Ruído e Função Perda	118
5.3.1 - Revisão de Conceitos	118
5.3.2 - Características do Tipo Menor Melhor e Maior Melhor	119
5.3.3 - Características do Tipo Nominal Melhor	120
5.4 - Alternativas	121
Apêndice 5A - Programa básico para simulação da Seção 5.4	123
Capítulo 6 - Comentários Finais	127
6.1 - Aspectos Positivos	127
6.2 - Aspectos Críticos	127
6.3 - Outros Tópicos	129
6.4 - Momento de Reflexão	130
Referências Bibliográficas	133
Índice Remissivo	143

Capítulo 1 - Introdução

Este capítulo apresenta um histórico do despertar para a busca de qualidade pelas indústrias. Cita-se o ambiente que reinava nas indústrias antes e após a Revolução Industrial e suas consequências em relação à qualidade. Neste contexto, a Estatística desponta como uma ferramenta bastante útil no controle da qualidade. Um fato histórico que contribui para ela deslancar é a Segunda Guerra Mundial. Após a guerra, o rápido desenvolvimento da indústria japonesa chama a atenção e ameaça a hegemonia americana no próprio mercado interno. Alguns nomes importantes no desenrolar desta história são destacados, inclusive o de Taguchi.

É ressaltada também a mudança de ênfase em relação à qualidade nos diversos estágios do processo de produção. Posteriormente, comenta-se a controvérsia gerada pelos Métodos de Taguchi e levanta-se pontos estimulados por esse debate, que, de alguma forma, mostram a sua importância, tanto como uma motivação para o desenvolvimento da Estatística, como na reavaliação do seu ensino.

1.1 - Breve Histórico

A aplicação de esforços com o objetivo de buscar a qualidade dos produtos fundamentou-se neste século. Antes da Revolução Industrial, o processo de produção era artesanal e, portanto, demorado, onde os produtos deveriam ter boa qualidade, pois não poderia haver desperdício de tempo e matéria-prima. Inicialmente, havia preocupação apenas com a qualidade nos serviços, ou seja, qualidade era sinônimo de bom serviço.

Após a Revolução Industrial, surgiu a produção em larga escala, e com isso, a necessidade de organizar os operários e treiná-los para tamanha mudança. Predominavam a hierarquia e a divisão do trabalho. A jornada de trabalho era intensa e os operários eram tratados como meras máquinas. Houve um aumento na produtividade, mas não na qualidade, que tendeu a piorar, devido à grande pressão exercida sobre os operários. Como não havia muita concorrência, o custo da produção de peças defeituosas era repassado para o consumidor.

Em 1920, começaram a surgir os primeiros passos para a aplicação da Estatística no controle da qualidade. Walter A. Shewhart apresentou métodos, conhecidos como Controle Estatístico de Qualidade ou Controle Estatístico de Processos (CEP), que foram desenvolvidos durante seu trabalho na *AT&T Bell Laboratories*. Foram utilizadas as cartas de controle, gráficos que permitem o acompanhamento do desempenho da produção a partir de amostras dos lotes produzidos. Outro conceito importante foi o controle da variabilidade, já que esta é inerente ao processo, não podendo ser eliminada. Harold Dodge e Harry G. Romig também trabalharam no assunto, elaborando planos amostrais de inspeção.

Com a Segunda Guerra Mundial, houve um grande avanço nesta área, pois era um fator indispensável para a produção bélica. Era uma questão de vida ou de morte. O exército americano utilizou o serviço de muitos estatísticos, que auxiliaram na melhoria de qualidade das armas de guerra. Foram implantados planos amostrais e a MIL-STD (*Military's Quality Standard*). Esses planos eram de inspeção, ou seja, a qualidade dos produtos só era verificada após a manufatura dos mesmos. Havia técnicas que classificavam os lotes em bons ou ruins. Essa prática não era a mais adequada, pois tempo e dinheiro já haviam sido gastos na produção de artigos defeituosos.

Com o fim da Segunda Guerra Mundial, as técnicas de controle de qualidade utilizadas pelo exército americano foram incorporadas pelas indústrias. Houve uma grande demanda por produtos industrializados e além disso, a Europa e a Ásia estavam com seus sistemas produtivos destruídos. Assim, os Estados Unidos exerceram um papel fundamental na reconstrução dessas economias. Na Europa, os americanos utilizaram o Plano Marshall. O trabalho de reconstrução no Japão foi designado a uma organização chamada *General Headquarters of the Supreme Commanders for the Allied Powers* (conhecida como GHQ no Japão), controlada pelos americanos, que não davam crédito aos outros países aliados, apesar dos protestos da União Soviética.

Como os Estados Unidos e a União Soviética foram os "grandes vitoriosos" da guerra, os EUA rapidamente introduziram suas idéias em tecnologia na economia japonesa para garantir um ponto estratégico na Ásia, que impedisse a hegemonia russa. Seu objetivo era melhorar as redes de comunicação do Japão e a habilidade na construção de equipamentos necessários para as Forças Armadas americanas instaladas no Japão e na Coreia.

Após a guerra, com o apoio da GHQ, foram enviados cientistas e engenheiros americanos para o Japão com a meta de reconstruir sua indústria. Foi criada uma associação chamada JUSE (*Japanese Union of Scientists and Engineers*) com esses cientistas e engenheiros, que propiciou um intercâmbio entre a ciência e a tecnologia. Surgiram nomes importantes, primeiramente de americanos, como W. Edwards Deming, estatístico que auxiliou na reorganização da produção japonesa, ministrando palestras, que abordavam o Controle Estatístico de Processos e planos amostrais, e Joseph M. Juran [Juran (1979)], especialista em qualidade, que utilizou uma abordagem mais técnica e também incentivou o Controle Estatístico da Qualidade, posteriormente, de japoneses, como Kaoru Ishikawa [Ishikawa (1982)] e Genichi Taguchi.

Com o passar do tempo, o número de indústrias aumentou e, conseqüentemente, a competição tornou-se mais acirrada. Como para a indústria americana, o mais importante era o lucro e não, o atendimento às necessidades dos consumidores com o objetivo de conseguir uma parcela maior do mercado, o seu processo de produção ficou praticamente estagnado e sua hegemonia ficou abalada. Os americanos passaram a importar produtos de outros países, principalmente do Japão. A indústria americana não estava mais sozinha, possuía concorrentes, que mostravam aos consumidores que existiam produtos de melhor qualidade e com menor custo. O custo não podia mais ser totalmente repassado para o consumidor, o que se refletia em prejuízo para as empresas. Surge, então, a necessidade de mudar de estratégia. É interessante averiguar o que aconteceu com a indústria japonesa, pois antes da guerra, ela era inexpressiva no contexto mundial. A qualidade de seus produtos era pobre em relação aos padrões internacionais e só conseguiam ser vendidos a preços muito baixos.

Existem muitos fatores (sociais, políticos, econômicos, culturais e tecnológicos) que contribuíram para que a indústria japonesa ressurgisse das cinzas. Não foi apenas um desses aspectos em especial, mas o conjunto, isto é, a interação entre eles que propiciou tal ascensão. Devido ao escopo desse trabalho, será comentado apenas um ângulo da questão, que envolve a qualidade e a Estatística.

Um fator importante na "revolução da indústria japonesa" foi a visão de que a qualidade era o caminho para diminuir os custos e garantir o uso mais racional dos recursos e capacidades humanas

em todos os níveis. Neste ponto, a Estatística exerce um papel fundamental. Mas, para que o emprego de técnicas apresente resultados, é preciso um ambiente adequado, que estimule o seu desenvolvimento e progresso.

As indústrias japonesas julgavam sucesso em termos de mercado. Assim, as empresas buscavam servir a "voz do consumidor", para que, com isso, conseguissem sustentar o mercado e, até pudessem vê-lo crescer a longo prazo.

Muitas indústrias passaram a enfocar a qualidade não simplesmente através da inspeção, mas também, na linha de produção, como um todo. Com esse processo, essas empresas aumentaram os lucros e o mercado e, então, descobriram que alta qualidade e custo baixo não eram objetivos mutuamente exclusivos.

Os métodos e a disciplina pregados pelo CEP permitiram ao Japão colocar suas máquinas e processos sob controle, o que melhorou significativamente a qualidade no início. A simplicidade destes métodos ajudou na sua ampla divulgação e utilização. A qualidade aumentou e o índice de rejeição diminuiu, principalmente porque a produção estava mais perto das especificações desejadas pelos consumidores.

Os japoneses constataram que a necessidade de ferramentas de qualidade ia além do CEP. Atualmente, as indústrias japonesas vêem o CEP como um passo inicial na busca pela qualidade. Em muitas indústrias, poucos gráficos de CEP são vistos, exceto quando novos produtos estão sendo desenvolvidos ou novos equipamentos utilizados. Uma das razões é que, ao longo do tempo, o processo tende a se estabilizar e as informações obtidas através das técnicas propostas já não causam tanto impacto. Além disso, o seu custo de implantação e manutenção é alto. A atenção está voltada agora para técnicas de planejamento de experimentos.

Existe uma ironia em tudo isso, pois muitas das ferramentas de qualidade utilizadas pelos japoneses, como o controle estatístico de processos, *just in time*, qualidade total, manutenção preventiva, envolvimento dos funcionários, técnicas de grupo e o próprio Método de Taguchi, tiveram suas origens nos pensamentos ocidentais, mostrando que o lado ocidental não soube explorar adequadamente o seu potencial de aplicação.

Uma visão mais detalhada do desenvolvimento da indústria japonesa, principalmente a

automobilística, enfocando a importância da qualidade e a participação de Taguchi pode ser encontrada em Ealey (1988). O artigo de Banks (1993) alerta para os outros aspectos desse crescimento.

1.2 - Os Três Enfoques da Qualidade

A produção de um produto pode ser dividida em etapas: a concepção, o projeto do produto, o projeto do processo de produção e a produção, propriamente dita. A busca pela qualidade pode ser aplicada nos diversos momentos. Dependendo do estágio, o enfoque da qualidade é diferente. Destacam-se três: a *inspeção*, após a produção, o *controle do processo de produção*, feito durante o processo de manufatura e o *planejamento de experimentos*, realizado nas fases de projeto, tanto do produto como do processo.

Diante do desenrolar da história, pode-se destacar a mudança de ênfase na qualidade. Nos primórdios, a atenção era voltada apenas para a inspeção. Mais tarde, o enfoque passou a ser dado ao controle do processo de produção. Atualmente, nas indústrias competitivas, a meta está no planejamento de experimentos. Praticamente 90% do esforço em qualidade é gasto na etapa de projetos. O planejamento inicial busca minimizar o controle da produção e os esforços na fase de inspeção. No Brasil, o planejamento de experimentos ainda não é uma prática comum. A maioria das indústrias brasileiras não percebeu esta fase da qualidade. Mas, há a expectativa de adoção dessa prática pela nossa indústria, visto que o interesse nesta área vem aumentando consideravelmente nos últimos anos.

A Qualidade Moderna possui algumas características marcantes como:

- o cliente é o mais importante. Nesse caso, cliente não é apenas o consumidor final, mas todo aquele a quem se presta um serviço, até mesmo entre os empregados da indústria;
- a qualidade deve ser acompanhada de perto pelo alto escalão da empresa;
- todos os funcionários devem conhecer bem suas responsabilidades, pois eles fazem parte de um todo, que é a empresa onde trabalham, não são mais considerados apenas como máquinas;

- política de prevenção de defeitos.
São utilizados métodos para se lidar com a variabilidade. Alguns deles são:
- Engenharia simultânea, onde o produto é controlado previamente em todas as etapas, desde a fase de planejamento até o acabamento final;
- QFD (*Quality Function Deployment*), onde se busca um projeto do produto que atenda as necessidades do cliente;
- confiabilidade, onde se empregam técnicas estatísticas para análise do tempo de vida dos produtos;
- experimento planejado;
- Métodos de Taguchi.

1.3 - Métodos de Taguchi

Quando se pesquisa como o Japão desenvolveu sua indústria tão rapidamente, surge o nome do japonês Genichi Taguchi, um homem que, talvez, simboliza a força e as características da indústria japonesa no pós-guerra. Os sistemas de Engenharia de Qualidade propostos por ele são frequentemente referidos como Métodos de Taguchi no lado ocidental.

Não há como discernir o experimento planejado dos Métodos de Taguchi, pois estes utilizam basicamente o planejamento de experimentos. As técnicas de planejamento já eram conhecidas desde o início do século, utilizadas por R. A. Fisher e F. Yates. Estas técnicas provocaram uma revolução na área agrícola. A princípio, estas técnicas não foram empregadas nas indústrias. É muito comentado que Taguchi introduziu idéias novas na forma de abordar o problema, adequando-as para serem utilizadas pelas indústrias japonesas, baseando-se, principalmente, na redução da variabilidade e também mostrou que é possível aumentar a qualidade sem aumentar os custos da produção. Algumas vezes, pode-se até diminuir os custos, o que é o ideal para as empresas. Será isso verdade? Ou será que o que ele fez foi explorar a aplicação prática de idéias já desenvolvidas e colocá-las numa linguagem mais próxima dos engenheiros? Este trabalho busca dar subsídios para que o leitor possa formar sua própria opinião sobre esta e muitas outras questões que surgem a respeito do tema.

Paralelamente a toda essa discussão, é importante ressaltar que para o desenvolvimento de qualquer assunto são necessárias ferramentas adequadas e motivação. No caso da Estatística, as ferramentas utilizadas podem ser a Matemática, incluindo a Probabilidade, Análise Numérica e Computação. Uma motivação importante é a necessidade prática de resolver problemas. Muitas das grandes descobertas estatísticas foram feitas a partir dos problemas reais que importunavam a cabeça dos pesquisadores. Em busca da resolução desses problemas, surgiram as grandes idéias. Portanto, pode-se ver que a controvérsia provocada pelos Métodos de Taguchi é uma motivação para o desenvolvimento de novas técnicas estatísticas e aprimoramento de muitas outras já existentes.

Todo esse rebuliço em torno de Taguchi abre perspectivas para um outro ponto de discussão, que, embora, não seja explorado neste trabalho, sua menção é válida: o ensino da Estatística para engenheiros e outros profissionais. Se os estatísticos tivessem sido eficazes no ensino da resolução de problemas práticos, utilizando métodos estatísticos, essas técnicas já seriam amplamente aplicadas nas indústrias e não teria sido possível para Taguchi exercer tal fascínio entre os engenheiros com sua abordagem.

Embora muitos estatísticos concordem em criticar o uso da Estatística por Taguchi, seu enorme sucesso entre os engenheiros deve estimular os estatísticos a repensarem como e o que é ensinado sobre o assunto. Muitos estudantes de engenharia saem das universidades pensando que tudo que eles precisam saber pode ser deduzido a partir de algumas leis. Não é chamada a atenção deles que essas leis são apenas modelos, que foram propostos depois de uma série de experimentos num processo que combina indução e dedução. E como todo modelo, essas leis não são corretas, no entanto, são extremamente úteis para o entendimento de fenômenos. Na prática, esses estudantes vão perceber que a realidade é diferente e irão realizar experimentos e analisar dados tendo aprendido ou não Estatística.

É necessário explicitar o que é a Estatística e o Planejamento de Experimentos e qual o seu papel no cotidiano dos profissionais. Isso será possível se os professores de Estatística deixarem de lado "Seja $X_1, X_2, \dots$ variáveis aleatórias normais independentes e identicamente distribuídas ..." e incentivarem os alunos a formular problemas do seu dia-a-dia e testar modelos e suposições que sejam razoáveis diante da prática. Existem exceções, que, infelizmente, constituem uma minoria. Espera-se

que haja um despertar e uma consequente mudança de mentalidade neste aspecto. Como referência de esforços neste sentido, cita-se Bisgaard (1991b).

Capítulo 2 - Conceitos Básicos de Planejamento de Experimentos

A utilização de experimentos na indústria e em outras áreas é uma prática muito importante e pode ser vista como uma forma de se obter informações sobre os problemas em estudo. Desse modo, adquire-se mais conhecimento a respeito do produto ou processo em questão. Experimentos planejados devem ser implementados em todas as indústrias e áreas em que se trabalha com produtos ou processos de qualquer natureza. E, mais ainda, devem ser empregados continuamente, buscando-se sempre o aperfeiçoamento. No entanto, é fundamental o planejamento adequado de um experimento, que possibilite a plena utilização dos dados com o intuito de atingir o objetivo do estudo.

Este capítulo apresenta um resumo de alguns conceitos importantes sobre Planejamento de Experimentos, que serão úteis no decorrer do trabalho. Pretende-se montar uma base a partir das idéias que vêm sendo difundidas ao longo de várias décadas. Assim, o leitor pode se situar melhor ante as colocações atribuídas a Taguchi , que serão discutidas nos próximos capítulos.

2.1 - Fatores e Níveis

2.1.1 - Definições

Em estudos de qualquer fenômeno, necessitam-se objetos, com certas particularidades em comum, que forneçam dados a respeito do fenômeno. Os objetos são denominados *indivíduos*. O presente termo é utilizado para ressaltar as características únicas, inerentes a cada objeto. Assim, um indivíduo pode ser um animal, um ser humano com uma certa doença, uma folha de determinada planta, uma quantidade de sangue humano. A cada indivíduo estará associada uma ou mais características numéricas ou categóricas, que são denotadas por *respostas*. É a partir destas respostas que se fazem as inferências necessárias.

O conjunto de todos os indivíduos que podem ser utilizados no estudo é chamado de *população*. Para exemplificar, considere o estudo do efeito de uma droga no controle da pressão arterial em pacientes hipertensos internados no Hospital das Clínicas da UNICAMP. Um indivíduo é qualquer paciente hipertenso internado neste hospital e a população é constituída por todos esses pacientes.

Um *fator de classificação* de uma população é um elemento que a divide em subconjuntos, que constituem uma partição¹. As características particulares de cada um desses subconjuntos são denominadas *níveis* dos fatores. Uma determinada combinação dos níveis dos fatores é chamada de *tratamento*. No exemplo citado anteriormente, o sexo é um fator de classificação, pois particiona a população de pacientes hipertensos do hospital da UNICAMP em dois subconjuntos disjuntos: um composto pelos pacientes do sexo masculino e outro, pelos do sexo feminino. Masculino e feminino são, então, os níveis deste fator. Para simplificar, utiliza-se, neste trabalho, apenas o termo fator ao invés de fator de classificação. Os fatores são representados por letras maiúsculas em negrito.

É importante ressaltar a fase de escolha dos fatores e seus níveis. Esta etapa inicial é primordial, pois todos os resultados são obtidos a partir da estrutura planejada. Esta estrutura que especifica como os indivíduos são organizados, as relações entre os fatores, os seus níveis, como os tratamentos são aplicados aos indivíduos e o esquema amostral envolvido é denominada *experimento*. Assim, este define a forma das observações a serem coletadas. Em um experimento são realizadas diversas provas. Uma *prova* consiste na observação de um indivíduo sujeito a determinado tratamento, com o objetivo de se obter uma resposta.

É útil diferenciar dois tipos de experimentos: os *absolutos* e os *comparativos*. Os experimentos absolutos têm por objetivo determinar características particulares para uma população específica. Por exemplo, as pesquisas eleitorais, que têm interesse na previsão da preferência dos eleitores pelos candidatos, são experimentos absolutos. Os experimentos comparativos, por outro

¹ Este termo é utilizado em Teoria dos Conjuntos. Diz-se que n subconjuntos de A , denotados por A_i ($i = 1, 2, \dots, n$; n inteiro positivo) formam uma partição de A se:

i) $A_i \cap A_j = \emptyset, \forall i \neq j$;

ii) $\bigcup_{i=1}^n A_i = A$.

lado, objetivam comparar os efeitos dos tratamentos em uma ou mais características escolhidas da população. No caso de eleições, também pode-se trabalhar com este tipo de experimento, por exemplo, no estudo de determinadas características do candidato na influência da opinião do eleitor em votar, ou não, neste candidato. Este trabalho abordará apenas os experimentos comparativos.

A partir do que foi exposto, nota-se a relevância da parte da Estatística conhecida como Planejamento de Experimentos, que busca garantir que o experimentador obtenha dados que lhe sejam úteis, no sentido de fornecer informações de acordo com o objetivo, em uma forma tão econômica quanto possível. A questão econômica deve ser entendida como o balanceamento entre os recursos disponíveis, tanto financeiros como físicos, e os objetivos do estudo.

Assim, o esquema amostral empregado é fundamental para a obtenção de dados que sejam compatíveis com os necessários para se atingir a meta especificada. Se o experimento não for planejado adequadamente, pode-se tornar impossível obter as informações desejadas e alcançar, então, o objetivo do estudo.

2.1.2 - Fatores Hierárquicos e Cruzados

No exemplo dos pacientes hipertensos, considere mais dois fatores: o bairro e a cidade onde residem estes pacientes, em que seus níveis são denotados pelos respectivos nomes. Não existe a restrição de que bairros localizados em cidades diferentes não possam ter a mesma designação. Assim, a ocorrência de tal fato é possível, como no caso do Castelo, um bairro da cidade de Campinas e também da cidade do Rio de Janeiro. Desse modo, para identificar o bairro Castelo, não basta apenas citar seu nome, é preciso dizer também a cidade em que está localizado. Quando isto acontece, diz-se que o fator bairro está embutido em cidade. Entretanto, no caso de sexo e cidade, não existe esta relação. Para identificar o sexo, não se necessita especificar a cidade em que se mora e vice-versa. Diz-se, então, que os fatores sexo e cidade são cruzados. A seguir, são apresentadas definições formais de fatores hierárquicos e cruzados.

O fator **B** está *embutido* no fator **A** ou o fator **A** *embute* o fator **B**, se, para identificar plenamente um nível de **B** não basta apenas especificar seu nível, é preciso também citar o nível de

A. Entre A e B existe uma relação de hierarquia, por isso, são denominados *fatores hierárquicos*. Dois fatores A e B que não possuem relação hierárquica, são ditos serem *cruzados*.

Considere três fatores A, B e C, onde B está embutido em A e, C está embutido em B. Então, C também está embutido em A. Esta propriedade é chamada transitividade e pode ser estendida para quaisquer números de fatores.

Existe um gráfico orientado útil na representação de fatores hierárquicos e cruzados, desenvolvido por Throckmorton (1961). (Veja também Kempthorne, Zyskind, Addelman, Throckmorton e White (1961) e Hinkleman e Kempthorne (1994)). Esta representação pode ser utilizada para quaisquer números de fatores e possui, ainda, a vantagem de ser simples de construir, independente da relação entre os fatores.

O esquema é composto por pontos que representam os fatores, e linhas, que designam uma relação hierárquica entre os pontos conectados por elas. O fator embutido é posicionado abaixo do fator que o embute. Se os fatores são cruzados, utiliza-se pontos desconectados. A figura 2.1 apresenta exemplos desses diagramas, mostrando todas as possíveis relações entre três fatores, A, B e C, não se fará distinção entre A embutir B e este último embutir C, e vice-versa, pois a atribuição de nome aos fatores é arbitrária. O caso (a) apresenta uma estrutura completamente hierarquizada, onde se ilustra a propriedade de transitividade dos fatores hierárquicos. Nesses diagramas de estrutura, μ indica a população a ser particionada e ϵ , um indivíduo.

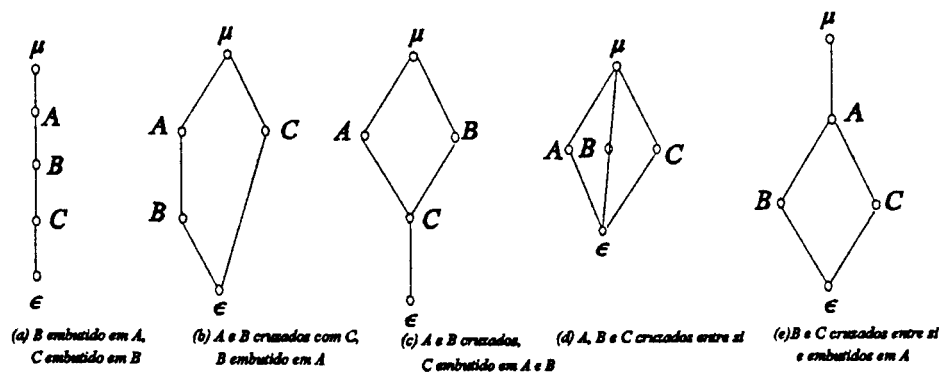


Figura 2.1 - Possíveis relações entre três fatores representadas por um gráfico orientado.

2.1.3 - Fatores Aleatórios e Fixos

Alguns fatores apresentam um número grande de níveis e torna-se inviável considerar todos eles em um estudo, embora se deseje obter informações sobre todos esses níveis. Uma alternativa é fazer uma amostra aleatória desses níveis e passar a trabalhar com ela. Os fatores cujos níveis considerados são escolhidos através de um processo de amostragem aleatória são chamados de *fatores aleatórios* e os fatores cujos níveis são fixados a priori são ditos *fatores fixos*.

A decisão de se trabalhar com fatores fixos ou aleatórios deve contrabalançar as disponibilidades financeiras com os objetivos do estudo, como já foi ressaltado. No exemplo dos pacientes do hospital da UNICAMP, o sexo é um fator fixo, já que só existem dois níveis possíveis; agora, o fator cidade, tanto pode ser fixo quanto aleatório, dependendo da forma como os seus níveis são escolhidos. Para que os resultados sejam válidos para todos os pacientes da população, tem-se duas opções: trabalhar com fatores aleatórios, utilizando uma amostra aleatória das cidades ou com fatores fixos, considerando todas as cidades possíveis. Se, entretanto, forem fixadas a priori, sem processo aleatório, algumas cidades, o estudo só será válido para as cidades em questão. A região onde as conclusões tiradas no estudo são válidas é denominada *região experimental*.

2.2 - Aleatorização

Quando se realiza um experimento na prática, é comum surgirem recomendações para aleatorizá-lo. E, assim, esforços são feitos para alcançar tal objetivo. Mas será que o experimentador e o pesquisador realmente entendem para que a aleatorização serve? É para eliminar tendenciosidade? Ou, talvez, satisfazer as hipóteses de um modelo como normalidade e variância constante? Alguns a julgam imprescindível. Será que o trabalho de aleatorizar é válido? E o que fazer quando não é possível aleatorizar um experimento? Esta seção busca responder estas e outras perguntas que são bastante comuns na vida prática.

A apresentação dos conceitos é feita através do seguinte exemplo: Um pequeno fazendeiro possui algumas galinhas e com a venda de seus ovos, ele tenta engordar a sua renda. Assistindo a um

programa voltado para o produtor rural, ele toma conhecimento de uma nova ração, que "estimula" a produção de ovos e com preço menor do que a que ele costuma oferecer às suas galinhas. Entusiasmado com a possibilidade de aumentar seus lucros, resolve comprar o produto e testá-lo para ver se não se tratava de mais uma propaganda enganosa. O fazendeiro comenta o fato com um amigo estatístico, que passava férias próximo à sua fazenda. O amigo, então, o auxilia no planejamento de um experimento para averiguar a veracidade do anúncio.

O fazendeiro possui doze galinhas. Decide-se separá-las em dois grupos de seis galinhas, um que receberá a ração nova (dieta A) e o outro, a ração antiga (dieta B) e observar a produção de ovos durante um determinado período de tempo. O estatístico diz que o experimento deve ser aleatorizado. Como fazer isso? Um método bem simples é numerar as galinhas de um a doze, escrever os números em papezinhos, colocá-los em um saco e sorteá-los. Pode-se também empregar uma tabela de números aleatórios ou gerá-los em um computador. Enfim, empregar um método qualquer que garanta igual probabilidade de seleção a cada uma das possibilidades de separar as galinhas em dois grupos de seis. Os objetos que são aleatorizados são denominados *unidades experimentais*, no exemplo, as galinhas.

Quando se aleatoriza um experimento, é interessante saber de quantas maneiras se pode alocar os tratamentos às unidades experimentais. No caso, de quantos modos pode-se escolher as galinhas que receberão a dieta A e as que receberão a B. Para tal, recorre-se aos conceitos de permutação e combinação. Para selecionar seis galinhas para se alimentarem com a nova ração tem-se $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 665\,280$ maneiras. Só que, assim, contam-se conjuntos com as mesmas galinhas em ordem diferente. Para evitar essa "supercontagem", deve-se dividir pelo número de modos de se ordenar as seis galinhas: $6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$. Obtém-se, então, o número de formas de alocar os tratamentos às unidades experimentais: 924. Para leitores não familiarizados com este raciocínio, sugere-se Morgado, Carvalho, Carvalho e Fernandez (1991).

Dieta A	186	172	163	159	183	170
Dieta B	151	153	148	159	152	165

Quadro 2.1- Dados do exemplo do fazendeiro.

O quadro 2.1 apresenta a quantidade de ovos observada ao final do experimento.

Este é um exemplo de um *experimento completamente aleatorizado*. Para analisar o experimento, o primeiro passo é encontrar um *critério*, ou seja, uma função dos dados observados, que represente o objetivo do estudo adequadamente. Nesse caso, pode ser empregada a diferença entre as médias das quantidades de ovos para cada ração, denotada por $\bar{y}_A - \bar{y}_B$ e apresentada no quadro abaixo.

Dieta A ($\bar{y}_A$)	172.17
Dieta B ($\bar{y}_B$)	154.67
$\bar{y}_A - \bar{y}_B$	17.5

Quadro 2.2 - Médias observadas no exemplo do fazendeiro.

Se não existisse divergência no efeito das rações, a diferença observada seria devida apenas às galinhas, ou seja, à variação inerente a qualquer processo. Nesse caso, cada galinha teria apresentado o mesmo número de ovos independentemente da dieta recebida. Esta é a hipótese a ser testada chamada de *hipótese nula*. Assim, qualquer que tivesse sido o resultado da aleatorização, as respostas observadas seriam as mesmas, sob esta hipótese. Todavia, as médias obtidas provavelmente seriam diferentes. Um outro arranjo possível e as respectivas médias são apresentados nos quadros 2.3 e 2.4.

Dieta A	186	148	165	159	183	170
Dieta B	151	153	172	159	152	163

Quadro 2.3 - Outro arranjo possível para o exemplo do fazendeiro.

Dieta A ($\bar{y}_A$)	168.5
Dieta B ($\bar{y}_B$)	158.33
$\bar{y}_A - \bar{y}_B$	10.17

Quadro 2.4 - Médias para o arranjo da tabela 2.3.

Dessa forma, é válido averiguar quais seriam as diferenças de médias para cada um dos 924 resultados possíveis. Caso a chance de uma diferença da magnitude da observada em módulo for pequena, pode-se dizer que existe evidência contra a hipótese nula, ou seja, a variação não deve ser apenas aleatória, pois se assim o fosse a probabilidade de observá-la seria bem pequena. Estes são os princípios básicos para a realização de um teste de significância baseado na aleatorização. A tabela de frequências das 924 diferenças de médias possíveis para o exemplo é apresentada no apêndice 2A.

A tabela de frequências constitui a *distribuição de referência* necessária para a realização do teste. E o mais importante, ela é gerada apenas pela aleatorização. A partir dela, pode-se calcular a probabilidade de observar uma diferença, em módulo, maior ou igual a 17.5. Esta probabilidade é chamada *nível de significância*. Quanto menor este valor, ou seja, mais próximo de zero, maior a evidência contra a hipótese nula de não existência de diferença entre as rações. Neste exemplo, 10 diferenças de médias são maiores ou iguais, em módulo, a 17.5. O nível de significância é, então,

$$\frac{10}{924} = 0.011.$$

Algumas considerações a respeito dos conceitos acima citados merecem destaque. É importante ressaltar que não foi necessária nenhuma hipótese a respeito dos dados para se validar o teste. Apenas a aleatorização, executada corretamente, é suficiente para garantir a sua fidedignidade. Pode-se dizer que é o ato de aleatorizar que introduz um modelo probabilístico para as observações. Este fato foi percebido por Fisher e deve ser reconhecido como uma contribuição fundamental à Estatística.

O teste de significância não deve ser encarado como uma regra de decisão. O nível de significância é apenas um indicativo que deve ser considerado juntamente com outros fatores, principalmente o conhecimento do fenômeno pelo pesquisador. Que atitude deve ser tomada é de inteira responsabilidade do pesquisador, não deve ser atribuída ao teste e muito menos ao estatístico que o planejou e analisou. A função do estatístico é apenas informar os números provenientes do experimento, bem como auxiliar o pesquisador no melhor uso de tais informações.

Apesar da relevância deste teste, um problema, na época, era indiscutível. O cálculo da distribuição de referência gerada pela aleatorização é muito trabalhoso, devido ao grande número de casos possíveis. E nos primórdios, não existiam computadores, o que tornava indispensável uma

"paciência de Jó" para executar tal teste. Felizmente, Fisher argumentou que era possível mostrar empiricamente que a distribuição gerada pela aleatorização é geralmente bem aproximada pela distribuição t , já tabelada por W. Gosset (Student). Assim, dado que o experimento foi aleatorizado, pode-se empregar a distribuição t como uma aproximação para a distribuição de referência gerada pela aleatorização e, ainda assim, fica-se livre das suposições sobre os dados.

Para o exemplo, é feita a análise pelo teste t para que o leitor possa comparar com o anterior. O programa e suas respectivas saídas são apresentados no apêndice 2A. O nível de significância obtido é 0.0060. (Pode-se melhorar a aproximação - note que há 2 empates em 17.5. Pode-se atribuir um deles para "maior" e o outro para "menor". Isso resulta em $p = 8/924 = 0.0087$).

No caso geral de comparação de mais de dois tratamentos, a distribuição utilizada é a F e o mesmo raciocínio é válido. Vale ressaltar que existe uma relação entre as distribuições t e F , a saber, $(t_n)^2 = F_{1,n}$, onde t_n e $F_{1,n}$ são valores provenientes das distribuições t com n graus de liberdade e F com parâmetros 1 e n , respectivamente. Assim, também no caso de dois tratamentos, pode-se trabalhar com a distribuição F . A grosso modo, aumentando o tamanho do experimento, a qualidade da aproximação melhora. Para mais detalhes sobre o assunto ver Hinklemann e Kempthorne (1994, págs. 168-170) que comentam sobre a qualidade da aproximação do teste de aleatorização pelo teste F .

Hoje em dia, utiliza-se, frequentemente, nas análises, o teste F e não o teste exato da aleatorização. Por quê? Não se está mais nas condições de antigamente. Atualmente, têm-se disponíveis computadores de altíssima velocidade que fazem a distribuição de aleatorização em um "piscar de olhos". Um motivo é que o teste F já está implementado em muitos pacotes estatísticos, o que torna a sua utilização extremamente simples. Além disso, com o tempo a formalização das idéias, infelizmente, fez com que o verdadeiro sentido da aleatorização ficasse adormecido. O que é amplamente disseminado é o teste F tendo como premissas as hipóteses de normalidade, independência e variância constante. Muitos analisam pelo teste F e pensam que os dados devem satisfazer estas hipóteses, mesmo tendo aleatorizado o experimento. Outros ainda acreditam que a aleatorização garante todas estas hipóteses. A preocupação com tais hipóteses faz-se necessária quando o experimento não pode ser aleatorizado.

Resumindo, a aleatorização é extremamente importante. O seu principal objetivo é gerar uma distribuição de referência, que possibilite a realização de testes estatísticos, sem a necessidade de qualquer hipótese adicional sobre os dados. Assim, sempre que possível, deve-se aleatorizar o experimento.

Como os pacotes estatísticos já têm implementado o teste F , por facilidade, costuma-se empregá-lo como uma aproximação da distribuição de aleatorização, que pode ser mostrada empiricamente. Isto não quer dizer que as hipóteses para o teste F são satisfeitas quando se aleatoriza o experimento.

Existem situações em que não é possível aleatorizar o experimento, ou pelo custo elevado, ou pelas próprias condições físicas do fenômeno. Nestas circunstâncias, tem-se que recorrer às hipóteses para validar o teste F . Para verificá-las, faz-se uma análise de resíduos. Vale lembrar que, mesmo quando o experimento é aleatorizado, é importante fazê-la, não para verificar as hipóteses, mas sim para avaliar discrepâncias, que podem trazer informações úteis sobre o fenômeno. Por exemplo, um gráfico dos resíduos contra a ordem de realização dos experimentos pode revelar a existência de alguma espécie de tendenciosidade. Este tipo de conhecimento é importante porque pode indicar que uma fonte de variação que não foi previamente considerada, deva ser estudada mais detalhadamente. Outra característica que pode ser averiguada através da análise dos resíduos é a existência de pontos discrepantes em relação aos demais. Uma possível explicação para a ocorrência destes pontos é o erro de digitação. Se nenhum erro for detectado, as circunstâncias que podem ter levado à aparente discrepância devem ser investigadas.

Esta seção apresentou resumidamente o conceito de aleatorização. Espera-se, no entanto, que a sua importância tenha sido devidamente destacada. Para uma leitura mais detalhada sobre o assunto com discussão de exemplos de diferentes tipos de experimentos aleatorizados, sugere-se Box, Hunter e Hunter (1978). Para leitores que buscam uma abordagem mais profunda, recomenda-se Kempthorne (1983) e Hinklemann e Kempthorne (1994), que apresentam todos os cálculos e mostram como chegar ao modelo deduzido, utilizando variáveis aleatórias indicadoras, cuja distribuição é determinada apenas pela aleatorização.

2.3 - Replicação

Esta seção discute alguns tópicos como o porquê da replicação, o que é replicação genuína e como obtê-la e apresenta também um pequeno comentário sobre o conflito entre o número de replicações e o custo.

Existem fenômenos que, pela própria natureza, apresentam grande variabilidade, ou seja, as respostas observadas sob um mesmo tratamento variam muito. Nesse caso, apenas uma observação de cada tratamento não é suficiente para se chegar a conclusões com uma precisão adequada. Assim, mais observações são necessárias para "validar os resultados".

Um outro ponto importante é o *erro experimental*. Na comparação entre tratamentos, estima-se a partir dos dados, a diferença entre eles. Esta estimativa tem um erro, chamado erro experimental. O erro, do ponto de vista estatístico, mede a variabilidade presente no fenômeno considerado. É necessário avaliar a magnitude deste erro. A variação entre as replicações fornecem estimativas dele. O erro, nesta situação, é proveniente de diferenças entre unidades experimentais que receberam o mesmo tratamento. Assim, é imprescindível garantir a existência de *replicações genuínas*. Têm-se replicações genuínas quando um mesmo tratamento é aplicado em diferentes unidades experimentais sob aleatorização.

É comum aplicar o mesmo tratamento em uma mesma unidade experimental e obter, assim, diversas observações. Estas observações não podem ser consideradas como réplicas genuínas. As diferenças observadas fornecem informações sobre o erro de medida, um dos componentes do erro experimental. Assim, muitas observações não é sinônimo de muitas réplicas.

Outra face é a sensibilidade do teste. Pode-se aumentá-la, adicionando mais réplicas ao experimento. Quanto maior for o experimento, maior a sua sensibilidade. Isto indica que o teste se torna capaz de detectar leves divergências em relação à hipótese nula. No entanto, deve-se tomar muito cuidado, pois nem sempre diferenças estatisticamente significantes são importantes ou perceptíveis na prática. Outro aspecto adverso é o custo. Experimento maior, custo maior também! Assim, este é um detalhe que deve ser muito bem pensado, pois corre-se o risco de executar um experimento caro com muitas réplicas, que detecta diferenças mínimas que não têm o menor valor

prático, ou, por outro lado, experimentos pequenos que só conseguem detectar diferenças estúpidas.

Em casos onde se tem idéia da variabilidade do fenômeno, pode-se utilizar fórmulas e tabelas que auxiliam na resposta à famosa pergunta: "Quantas réplicas se deve fazer?". Para isso, também são necessárias as magnitudes das diferenças a serem detectadas e do nível de significância. Como referência, cita-se Kempthorne (1983).

2.4 - Experimentos em Blocos

Teoricamente, para obter a maior precisão possível na comparação de tratamentos, as provas deveriam ser executadas sob as mesmas condições, variando apenas os tratamentos em estudo. Sabe-se que isto é impossível devido à variabilidade inerente a qualquer processo. Para amenizar o efeito da variabilidade, em muitos casos, é possível dividir as unidades experimentais em grupos mais homogêneos que o conjunto inteiro. Estes grupos são chamados de *blocos*. As respostas dentro dos blocos podem, então, ser comparadas com maior precisão do que as distribuídas por toda a população.

Normalmente, os blocos são usados numa tentativa de eliminar fontes de variação que podem influenciar a resposta, mas não são diretamente de interesse do pesquisador. O exemplo a seguir torna clara esta idéia. Deseja-se avaliar o desgaste de dois tipos de borracha para sola de sapatos para crianças. Para a realização do experimento, utilizam-se dez crianças, que usarão o sapato por um dia e, ao final deste dia, será feita uma medida do desgaste da borracha. Existem crianças de comportamento bem heterogêneo, ou seja, crianças que se movimentam pouco e outras que correm muito, pulam, etc. Assim, uma diferença observada entre os desgastes pode estar confundida com a diferença entre crianças, se cada criança usar apenas um tipo de borracha. Para evitar isso, cada criança usará em um pé um sapato com a sola feita de um tipo de borracha e o outro pé, com o outro tipo de borracha. Neste caso, as crianças são os blocos e seus pés, as unidades experimentais. Em geral², os tratamentos devem ser aplicados dentro dos blocos aleatoriamente, o que constitui os

² Em geral, porque nem sempre o desejável é efetivamente realizado, devido a problemas estruturais, como por exemplo: falta de recursos financeiros.

chamados *experimentos aleatorizados em blocos*.

Quando o número de blocos é igual ou um múltiplo do número de tratamentos, é possível melhorar o esquema de aleatorização para tentar eliminar mais fontes de variação. Estes tipos de planos são chamados de *quadrados latinos*, *greco-latinos*, etc.

Ainda, podem ser encontrados experimentos em que o tamanho do bloco não é suficiente para acomodar todos os tratamentos a serem estudados. Tem-se, então, os *experimentos em blocos incompletos*.

Para detalhes sobre os tipos de experimentos citados, ver Box, Hunter e Hunter (1978), Kempthorne (1983) e Davies (1971).

2.5 - Experimentos Fatoriais

É comum, em pesquisas científicas, o surgimento de problemas onde se requer a avaliação dos efeitos de fatores sobre algum processo. Tais situações podem ser investigadas de forma mais econômica, arranjando as provas de acordo com um plano em que todos os fatores variam simultaneamente. Fazendo a escolha adequada, é, então, possível determinar não somente o efeito de cada fator, mas também o modo que cada um deles interage com os demais. Isto proporciona um experimento mais eficiente do que o que seria obtido variando cada fator de uma vez. Neste caso, maior eficiência se traduz em obtenção de mais conhecimento e um grau maior de precisão nas estimativas dos efeitos com o mesmo número de réplicas.

Os experimentos fatoriais possuem esta característica. Tais experimentos vêm sendo usados há muitos anos em pesquisas nas áreas agrícola e biológica. Normalmente, os experimentos agrícolas são demorados. Em alguns casos, pode-se levar anos para a obtenção das respostas. Assim, geralmente, estes planos são complexos, com muitas réplicas e, sobretudo, devem ser muito bem elaborados, pois não se pode correr o risco de desperdiçar tamanho esforço. Todavia, em experimentos industriais, o custo e o tempo são pontos essenciais. Logo, não é viável empregar muitas replicações e os resultados devem estar disponíveis prontamente. Assim, é dada atenção especial aos fatoriais fracionados, que permitem a redução do experimento e ainda assim, obtém-se informações

relevantes.

Esta seção trata desta classe de experimentos, muito empregados nas técnicas sugeridas por Taguchi e originalmente propostos e desenvolvidos por Fisher e Yates, nas décadas de 20 e 30.

2.5.1 - Um Fator de Cada Vez

Uma técnica ainda empregada é a que considera um fator de cada vez, ou seja, é fornecida uma estimativa do *efeito* de um fator, onde os outros fatores estão com seus níveis fixos. O efeito de um fator é uma medida da mudança na resposta, considerando os seus diferentes níveis. Já foi abordado que o resultado de um experimento é garantido dentro da região experimental. Então, neste tipo de análise, as conclusões obtidas valem para os níveis fixados dos demais fatores. Normalmente, não é apenas esta a região de interesse, deseja-se estender os resultados para todos os níveis dos fatores considerados. Assim, para a estimativa do efeito ser relevante, é necessário assumir que o efeito do fator seja o mesmo dentro da região de interesse, o que significa dizer que os fatores agem de forma aditiva sobre a resposta. Este não é um método adequado, pois, se a hipótese for válida, um experimento que considera os fatores conjuntamente faz o mesmo com mais precisão, e, caso contrário, o experimento considerando os fatores conjuntamente, pode detectar e estimar interações, que são medidas da não aditividade, o que não é possível utilizando experimentos com um fator de cada vez. O significado de uma *interação* entre dois fatores é que o efeito de um fator depende dos níveis do segundo fator. Já, uma interação de três fatores indica que o efeito da interação entre dois dos fatores depende dos níveis do terceiro fator. Nesta última situação, onde a hipótese de aditividade não é satisfeita, alterando o nível que é fixado previamente, chega-se a resultados distintos. Logo, nestas condições, não se pode estendê-los para outros níveis dos fatores.

Para ilustração, simulou-se um exemplo, com dois fatores, **A** e **B**, com dois níveis cada, onde considera-se a existência de interação entre estes fatores.

Primeiro, calcula-se o efeito do fator **A**, fixando o nível do fator **B**. Utilizaram-se duas provas para cada nível do fator **A**, ou seja, o experimento possui duas *réplicas*. O quadro 2.5 apresenta as respostas simuladas. O modelo e o programa utilizados para simulação e obtenção dos resultados são

apresentados no apêndice 2B.

Prova	A	B	Resposta
1	1	1	1.828
2	1	1	1.694
3	2	1	1.328
4	2	1	1.223

Quadro 2.5 - Respostas simuladas com o fator B no nível 1.

Constrói-se, agora, um quadro com as médias das observações para cada nível do fator A:

A	Média
1	1.761
2	1.276

Quadro 2.6 - Médias observadas para cada nível do fator A com o fator B no nível 1.

Nota-se a partir do quadro 2.6 que o nível 1 fornece uma média maior que o segundo.

Agora, muda-se o nível do fator B e verifica-se o que acontece com as conclusões. A seguir, tem-se as tabelas contendo as respostas simuladas (quadro 2.7) e as médias dos níveis do fator A (quadro 2.8).

Prova	A	B	Resposta
1	1	2	1.358
2	1	2	1.156
3	2	2	1.636
4	2	2	1.594

Quadro 2.7 - Respostas simuladas com o fator B no nível 2.

A	Média
1	1.257
2	1.615

Quadro 2.8 - Médias observadas para cada nível do fator A com o fator B no nível 2.

Observa-se que houve uma mudança no comportamento das médias, ou seja, do nível 1 para o 2, há um acréscimo na média, enquanto que fixando o fator B no nível 1, houve um decréscimo. Este exemplo ilustra a dependência da resposta do fator A em função do nível do fator B, caracterizando a interação existente entre estes dois fatores. A conclusão seria semelhante, caso se fixasse o nível do fator A.

O objetivo deste exemplo é mostrar a mudança no efeito do fator A de uma forma bem simples através da mudança na ordenação das médias. Na prática, além disso, deveria-se analisar a variabilidade existente entre as observações para avaliar a significância do efeito da interação.

Apresenta-se, agora, um outro exemplo para ilustrar a maior precisão das estimativas de um experimento que considera os fatores conjuntamente, em relação à técnica de um fator de cada vez, empregando o mesmo número de provas. A precisão é medida através do tamanho do seguinte intervalo:

$$\text{estimativa do efeito} \pm \sqrt{\text{variância (estimativa do efeito)}}$$

Quanto maior o intervalo, menor a precisão, e vice-versa. Deste modo, a precisão está inversamente relacionada com a variância das estimativas. Suponha que se tenha dois objetos e que se deseja conhecer seus pesos. Dispõe-se de uma balança com dois pratos. Suponha também que cada pesagem na balança é independente de qualquer outra, ou seja, o resultado de uma não interfere na outra, e que a estimativa da variância do erro de cada pesagem seja s^2 .

Um modo de estimar o peso dos objetos é colocar um objeto no prato e medir seu peso. Depois, por o outro objeto e também pesá-lo. Assim, com duas pesagens, tem-se uma estimativa do

peso de cada objeto, com uma variância s^2 para cada valor.

Uma outra alternativa para estimar o peso dos objetos com duas pesagens é colocar os dois objetos em um prato e verificar o peso. Tem-se, então, o peso da soma dos dois objetos. Posteriormente, coloca-se cada objeto em um prato e acrescenta-se um peso no prato mais leve para equilibrar a balança. Deste modo, esse peso indicará uma estimativa da diferença entre os pesos dos dois objetos. Agora, considerando A como o peso verdadeiro do objeto mais pesado e B , o do mais leve, tem-se o seguinte sistema que relaciona os valores de A e B com os valores observados em cada pesagem, p_1 e p_2 , onde ε_1 e ε_2 representam o erro nas pesagens p_1 e p_2 , respectivamente.

$$A + B + \varepsilon_1 = p_1$$

$$A - B + \varepsilon_2 = p_2$$

Nota-se que estimativas de A e B , denotadas por $\hat{A}$ e $\hat{B}$, respectivamente, são dadas por:

$$\hat{A} = \frac{p_1 + p_2}{2} \quad e \quad \hat{B} = \frac{p_1 - p_2}{2}$$

Resta calcular a variância de $\hat{A}$ e $\hat{B}$. Para isso, utilizam-se as seguintes propriedades da variância:

$$Var \left(\sum_{i=1}^n c_i X_i \right) = \sum_{i=1}^n c_i^2 Var (X_i) ;$$

$$Var (c + X) = Var (X) .$$

onde X é uma variável aleatória qualquer, X_i , $i = 1, 2, \dots, n$ são variáveis aleatórias independentes e c e c_i , $i = 1, 2, \dots, n$ são constantes quaisquer. Embora, o modelo não seja esse, a sua utilização simplifica os cálculos e, neste caso, não altera a conclusão a ser obtida.

$$\begin{aligned}
 Var(\hat{A}) &= Var\left(\frac{p_1 + p_2}{2}\right) = Var\left(\frac{A + B + e_1 + A - B + e_2}{2}\right) = \\
 &= Var\left(A + \frac{e_1 + e_2}{2}\right) = Var\left(\frac{e_1 + e_2}{2}\right) = \\
 &= \frac{Var(e_1)}{4} + \frac{Var(e_2)}{4} = \frac{s^2}{4} + \frac{s^2}{4} = \frac{s^2}{2} \\
 \\
 Var(\hat{B}) &= Var\left(\frac{p_1 - p_2}{2}\right) = Var\left(\frac{A + B + e_1 - (A - B + e_2)}{2}\right) = \\
 &= Var\left(B + \frac{e_1 - e_2}{2}\right) = Var\left(\frac{e_1 - e_2}{2}\right) = \\
 &= \frac{Var(e_1)}{4} + \frac{Var(e_2)}{4} = \frac{s^2}{4} + \frac{s^2}{4} = \frac{s^2}{2}
 \end{aligned}$$

Portanto, a variância das estimativas dos pesos, obtida através do segundo método é menor que a do primeiro e, conseqüentemente, sua precisão é maior.

O primeiro método é equivalente a um fator de cada vez, pois cada objeto é pesado separadamente. Já a segunda alternativa pode ser vista como o caso onde se considera os fatores conjuntamente, pois cada pesagem leva em consideração os dois objetos. Deste modo, nota-se a maior eficiência deste último método sobre o primeiro, ou seja, ganhos na precisão podem ser atingidos testando diferentes fatores no mesmo experimento, ao invés de realizar experimentos separados para cada fator.

Este é um exemplo bem simples, onde são utilizadas algumas hipóteses, como independência e variância constante. Já foi visto na seção sobre aleatorização, que nem sempre é preciso fazer suposições para a validação dos testes de significância.

2.5.2 - Experimento Fatorial Completo

Um experimento fatorial consiste de um conjunto de provas, onde se mudam os níveis dos fatores que se deseja estudar de uma prova para outra. Depois de conduzir o experimento, os dados são analisados para determinar os efeitos dos fatores. Um objetivo primário é otimizar o produto ou processo, isto é, determinar os níveis ótimos para cada fator.

Nos experimentos fatoriais, a relação existente entre todos os fatores considerados é cruzada. Os efeitos de um número de diferentes fatores são investigados simultaneamente. Os tratamentos consistem de todas as combinações que podem ser formadas a partir dos diversos fatores. Os fatoriais completos se caracterizam pela realização de provas com todos os tratamentos, ou seja, todas as combinações possíveis de níveis dos fatores são testadas. Para executar um plano fatorial completo, um investigador seleciona um número fixo de níveis para cada um dos fatores. Se existem k_1 níveis para o primeiro fator, k_2 para o segundo, ..., e k_n para o n -ésimo, o arranjo completo de $k_1 \times k_2 \times \dots \times k_n$ provas é chamado um experimento fatorial $k_1 \times k_2 \times \dots \times k_n$. O resultado da multiplicação $k_1 \times k_2 \times \dots \times k_n$ representa o número de tratamentos. Deste modo, ele indica o número de provas a serem realizadas para se obter um fatorial completo. Por exemplo, um fatorial $3 \times 3 \times 2$ necessita de dezoito provas. Um experimento no qual cada tratamento é aplicado uma vez constitui uma única replicação do experimento. Se cada tratamento é aplicado n vezes, o experimento é dito ser replicado n vezes ou envolver n réplicas. Caso se tenha réplicas, o número total de provas será um múltiplo do número de tratamentos. Quando todos os fatores possuem o mesmo número de níveis, é mais comum utilizar a notação k^n , onde n é o número de fatores e k , o número de níveis de cada fator. Como exemplo, um fatorial 3×3 pode ser representado como 3^2 e um $2 \times 2 \times 2 \times 2$ como 2^4 .

Os fatoriais do tipo 2^n são de grande importância. Algumas razões de sua relevância são citadas abaixo:

- eles necessitam relativamente de poucas provas por fator estudado e, embora, eles não sejam capazes de explorar completamente uma vasta região, eles podem indicar tendências e, então, determinar uma direção para experimentação posterior;
- quando uma exploração local completa é necessária, eles podem ser aumentados para formar

experimentos mais complexos;

- eles formam a base para um bom entendimento dos experimentos fatoriais fracionados com dois níveis. Estes experimentos fracionados são, geralmente, de grande valor no estágio inicial de uma investigação, quando é uma prática adequada usar um experimento preliminar para observar um grande número de fatores superficialmente ao invés de um pequeno número completamente;
- estes planos e os correspondentes experimentos fracionados podem ser usados para construir blocos;
- a interpretação das observações produzidas pelos experimentos podem ser obtidas, na maior parte, usando o bom senso e aritmética elementar.

Aborda-se nesta seção apenas esta classe de fatoriais.

Existem diferentes formas de representar a matriz de planejamento dos fatoriais 2^n . O primeiro nível de cada fator será denotado por nível baixo, e o segundo, por nível alto. Para fatores quantitativos, é interessante ordenar os valores dos níveis. As notações mais utilizadas são descritas a seguir:

- utilizam-se os sinais (- e +) ou (-1 e +1) para representar os níveis baixo e alto, respectivamente, de cada fator;
- utiliza-se os símbolos (0 e 1) para representar os níveis baixo e alto, respectivamente, de cada fator;
- os tratamentos serão representados por combinações de letras minúsculas, que são os códigos dos fatores. Se, no experimento, o nível de um fator é alto, então a letra correspondente a este fator é utilizada, senão, ela não aparece. No caso em que todos os níveis dos fatores são baixo, utiliza-se o símbolo 1.

Para exemplificar a utilização das notações, considere um fatorial 2^3 com os fatores designados por A, B e C. A matriz de planejamento deste fatorial pode ser representada nas formas mostradas nos quadros 2.9, 2.10 e 2.11.

Prova	A	B	C
1	-	-	-
2	+	-	-
3	-	+	-
4	+	+	-
5	-	-	+
6	+	-	+
7	-	+	+
8	+	+	+

Quadro 2.9 - Matriz de planejamento de um fatorial 2^3 representado com os sinais (- e +).

Prova	A	B	C
1	0	0	0
2	1	0	0
3	0	1	0
4	1	1	0
5	0	0	1
6	1	0	1
7	0	1	1
8	1	1	1

Quadro 2.10 - Matriz de planejamento de um fatorial 2^3 representado com os símbolos (0 e 1).

Outra característica importante deste tipo de experimento é a ortogonalidade existente entre as colunas. Isto proporciona a estimação de um efeito sem a influência dos fatores que não estão envolvidos neste efeito. Este aspecto será abordado na seção sobre arranjos ortogonais.

Prova	Tratamento
1	l
2	a
3	b
4	ab
5	c
6	ac
7	bc
8	abc

Quadro 2.11 - Matriz de planejamento de um fatorial 2^3 onde os tratamentos são representados por letras minúsculas.

Para apresentar como é feita a análise de um experimento fatorial completo, utiliza-se o seguinte exemplo, cujos dados foram simulados. Trata-se de um fatorial 2^3 , onde os fatores são duas variáveis quantitativas (temperatura e concentração) e uma variável qualitativa (catalisador). A resposta observada é a produção de um composto químico. São utilizados oito tratamentos. É importante ressaltar que a estrutura fatorial representa uma estrutura entre os tratamentos, não tendo nenhuma implicação no esquema de aleatorização do plano. Caso o experimento fosse real, deveria-se aleatorizá-lo, segundo o esquema mais conveniente. O quadro abaixo apresenta os dados observados.

Prova	Temperatura (T)	Concentração (C)	Catalisador (K)	Produção (y)
1	-	-	-	96
2	+	-	-	59
3	-	+	-	51
4	+	+	-	72
5	-	-	+	82
6	+	-	+	71
7	-	+	+	75
8	+	+	+	83

	Temperatura (° F)	Concentração (%)	Catalisador
-	160	20	1
+	180	40	2

Quadro 2.12 - Exemplo de um fatorial 2^3 .

Agora, precisa-se calcular os efeitos de cada um dos fatores envolvidos. Para fixar as idéias, o efeito de um fator, nesse caso, por convenção, é a mudança na resposta quando se muda do nível + para o nível -. Para exemplificar, considere o efeito da temperatura. Os tratamentos das provas 1 e 2 diferem apenas pelo nível da temperatura. Assim, a diferença entre estas respostas fornecem uma indicação do efeito da temperatura. O mesmo é válido para os conjuntos de provas (3, 4), (5, 6) e (7, 8). Consegue-se, então, quatro medidas do efeito da temperatura. A média desses quatro valores é chamada *efeito principal* da temperatura, é denotado por T e mede o efeito médio da temperatura sobre todas as condições dos outros fatores. Isto é conseguido devido à estrutura simétrica do fatorial, ou seja, cada nível de um fator está associado com todas as combinações dos outros fatores. O quadro abaixo apresenta o cálculo do efeito principal da temperatura.

Diferença entre o nível + e - da temperatura	Concentração (C)	Catalisador (K)
$y_2 - y_1 = 59 - 96 = -37$	-	-
$y_4 - y_3 = 72 - 51 = 21$	+	-
$y_6 - y_5 = 71 - 82 = -11$	-	+
$y_8 - y_7 = 83 - 75 = 8$	+	+

Quadro 2.13 - Diferenças para o cálculo do efeito principal da temperatura.

$$\text{efeito principal de } T = \frac{(-37) + 21 + (-11) + 8}{4} = -\frac{19}{4} = -4.75.$$

Analogamente, pode-se calcular os efeitos principais C e K .

Por outro lado, pode-se pensar no efeito principal de um fator como a diferença entre as médias das respostas do nível + e - deste fator:

$$\text{efeito principal} = \bar{y}_+ - \bar{y}_-,$$

onde $\bar{y}_+$ é a média das respostas no nível + e $\bar{y}_-$, no nível -. Então, por exemplo,

$$T = \frac{y_2 + y_4 + y_6 + y_8}{4} - \frac{y_1 + y_3 + y_5 + y_7}{4} = \frac{285}{4} - \frac{304}{4} = -4.75.$$

Isto é válido para o cálculo de qualquer efeito principal. Note que todas as observações são utilizadas no cálculo e, além disso, todos os efeitos são calculados com a mesma precisão.

Neste exemplo, ainda pode-se notar que o efeito da temperatura é maior para o catalisador 1 em relação ao 2. Isto é uma indicação de que os fatores temperatura e catalisador não agem aditivamente, ou seja, há uma interação entre eles. Uma medida desta interação é fornecida pela diferença entre o efeito médio da temperatura para cada catalisador. Por convenção, a interação entre dois fatores é definida como metade desta diferença e denotada por TK . Assim,

Catalisador	Efeito médio da temperatura
(+) 2	-1.5
(-) 1	-8
(2) - (1)	6.5

Quadro 2.14 - Efeito da temperatura para cada nível do catalisador.

$$TK = \frac{6.5}{2} = 3.25.$$

A interação TK também pode ser vista como a metade da diferença entre o efeito médio do catalisador para cada temperatura. O fato de que as interações TK e KT sejam equivalentes pode ser entendida, observando o cálculo feito com as observações. Fica a cargo do leitor verificar que os resultados são idênticos.

Outra forma de pensar o cálculo da interação entre dois fatores é considerá-la como a diferença entre as médias de respostas dos dois grupos: um onde os níveis de ambos os fatores ou são + ou - e o outro grupo onde um fator possui nível - e outro nível +. Assim,

$$TK = \frac{y_1 + y_3 + y_6 + y_8}{4} - \frac{y_2 + y_4 + y_5 + y_7}{4} = \frac{301}{4} - \frac{288}{4} = \frac{13}{4} = 3.25.$$

Resta, agora, calcular a interação entre os três fatores T , C e K . Considere a interação TC para cada nível de K . Metade desta diferença é definida como a interação TCK .

$$\text{interação } TC \text{ para catalisador } 1 : \frac{y_1 + y_4}{2} - \frac{y_2 + y_3}{2} = \frac{168}{2} - \frac{110}{2} = \frac{58}{2} = 29$$

$$\text{interação } TC \text{ para catalisador } 2 : \frac{y_5 + y_8}{2} - \frac{y_6 + y_7}{2} = \frac{165}{2} - \frac{146}{2} = \frac{19}{2} = 9.5$$

$$\text{interação } TCK = \frac{1}{2} (9.5 - 29) = -9.75.$$

Como antes, esta interação é simétrica em todas as variáveis, ou seja, ela poderia igualmente ser definida como a metade da diferença entre a interação TK para cada nível de C .

Neste exemplo, esta é a interação de mais alta ordem. Em casos que o número de fatores é maior, as interações podem ser calculadas seguindo um raciocínio similar.

Apesar da importância de se aprender como o cálculo dos efeitos é realizado, na prática, utiliza-se recursos computacionais para obtê-los. O quadro 2.15 foi obtido a partir do programa apresentado no apêndice 2C.

Entretanto, quando não se tem tais pacotes disponíveis, existem formas mais simples de calcular os efeitos, a saber, através da matriz com sinais - e + a partir da multiplicação dessas colunas e também o algoritmo de Yates. Ambos os métodos são descritos em Box, Hunter e Hunter (1978, seção 10.7).

Efeito	Estimativa
Efeitos principais	
<i>T</i>	-4.75
<i>C</i>	-6.75
<i>K</i>	8.25
Interações de 2 fatores	
<i>TC</i>	19.25
<i>TK</i>	3.25
<i>CK</i>	9.25
Interação de três fatores	
<i>TCK</i>	-9.75

Quadro 2.15 - Efeitos estimados para o fatorial 2^3 .

O próximo passo é avaliar a significância de cada efeito. O efeito principal de um fator só deve ser interpretado se não houver evidências de interações que envolvam este fator. Caso haja interação, os fatores devem ser considerados conjuntamente.

Quando o experimento é replicado, a variação entre as observações pode ser usada para estimar o desvio padrão de uma observação e, assim, pode-se calcular o desvio padrão dos efeitos. Como cada efeito principal ou interação pode ser estimado da seguinte forma $\bar{y}_+ - \bar{y}_-$, a estimativa da variância de cada efeito (assumindo erros independentes) é dada por:

$$Var (efeito) = Var (\bar{y}_+ - \bar{y}_-) = \frac{4}{n} \sigma^2 ,$$

onde σ^2 é a variância de cada observação e n é o número de provas realizadas.

O problema, agora, é como estimar σ^2 quando não há replicações, o que, normalmente, acontece em experimentos na indústria devido ao custo. A estimação pode ser feita com o auxílio de algumas suposições. Se interações de alta ordem, envolvendo três fatores ou mais, podem ser consideradas desprezíveis, essas interações mediriam diferenças provenientes, principalmente do erro experimental. O argumento para a plausibilidade desta hipótese vem da experiência prática e do fato que os efeitos tendem a possuir uma certa hierarquia. Assim, efeitos principais tendem a ser maiores que interações de dois fatores e estas, por sua vez, maiores que interações de três e assim por diante. Em particular, para variáveis quantitativas, os efeitos principais e interações podem ser associados com os termos de uma expansão em série de Taylor. Deste modo, desprezar interações de três fatores é equivalente a ignorar termos de terceira ordem na expansão.

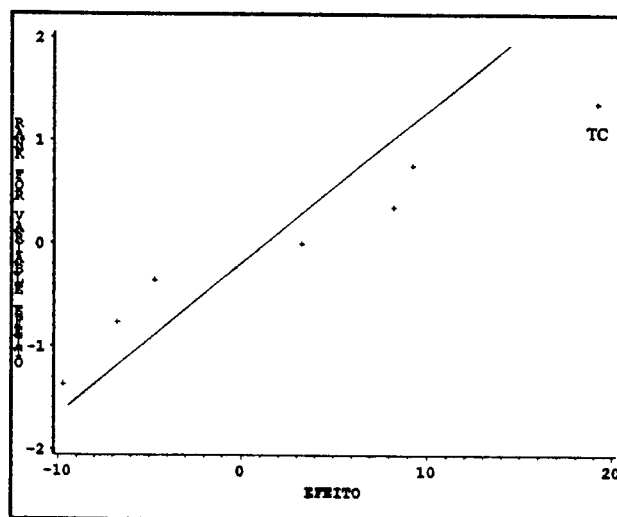


Figura 2.2 - Gráfico normal dos efeitos.

Todavia, quando tal suposição não é plausível, mesmo assim, ainda se tem escapatória: a utilização de gráficos de probabilidade normal. A idéia é de que se os efeitos não forem importantes,

eles estariam distribuídos em torno de zero aleatoriamente. Portanto, no gráfico, estes efeitos tenderiam a cair, aproximadamente, em uma reta, enquanto os efeitos relevantes tenderiam a aparecer como pontos extremos ou fora da reta. O gráfico normal para o exemplo é apresentado na figura 2.2. Pelo gráfico, considera-se como significativo o efeito TC.

2.5.3 - Experimento Fatorial em Blocos

Em alguns casos, é preciso realizar o experimento em blocos e, nem sempre, o tamanho do bloco é suficiente para acomodar todos os tratamentos. Como escolher os tratamentos para cada bloco?

Retornando ao exemplo do fatorial 2^3 , suponha que o experimento deva ser realizado em dois blocos de tamanho quatro. Uma possível escolha para a arrumação dos tratamentos nos blocos é a seguinte (não se esqueça que a ordem de aplicação dos tratamentos deve ser aleatorizada independentemente dentro de cada bloco):

Bloco 1	Bloco 2
l	t
c	tc
k	tk
ck	tck

Quadro 2.16 - Uma possível alocação aleatória de tratamentos aos blocos.

Qual a implicação deste arranjo? Consta-se que todos os tratamentos com nível baixo de T estão no bloco 1 e, com nível alto no bloco 2. O que isto significa? Para calcular o efeito da temperatura, faz-se $\bar{y}_+ - \bar{y}_-$, que é equivalente à diferença de média dos blocos, ou seja, o efeito da temperatura está confundido com a diferença entre blocos. Caso esta diferença fosse desprezível, poderia-se considerar que tal estimativa representa o efeito da temperatura. No entanto, isso contraria

o princípio básico da utilização de blocos. O seu uso é indicado quando suspeita-se da diferença entre eles. Conclui-se, então, que esta não é uma boa escolha. Quando se utiliza blocos, algum ou alguns efeitos estarão confundidos com a diferença entre eles, dependendo da quantidade de blocos empregada. Para fatoriais do tipo 2^n , o número de efeitos confundidos com blocos é determinado pelo número de blocos menos um. Assim, neste exemplo com dois blocos, um efeito estará confundido com blocos. Este é o preço que se paga pelo emprego dos blocos. No exemplo, a melhor escolha é a interação entre os três fatores T, C e K. Como escolher os tratamentos para que tal interação esteja confundida com blocos. Uma maneira simples é escrever a coluna de sinais (-) e (+) que representa a interação *TCK*, que é calculada pelo produto elemento a elemento das colunas T, C e K. Coloca-se, então, os tratamentos com sinal (-) em um bloco e os com sinal (+) em outro. O quadro a seguir apresenta as colunas relativas a cada um dos efeitos.

T	C	K	TC	TK	CK	TCK
-	-	-	+	+	+	-
+	-	-	-	-	+	+
-	+	-	-	+	-	+
+	+	-	+	-	-	-
-	-	+	+	-	-	+
+	-	+	-	+	-	-
-	+	+	-	-	+	-
+	+	+	+	+	+	+

Quadro 2.17 - Colunas de (-) e (+) que são utilizadas no cálculo dos efeitos dos fatores.

Assim, a configuração dos blocos é apresentada no quadro 2.18.

Bloco 1	Bloco 2
1	t
tc	c
tk	k
ck	tck

Quadro 2.18 - Configuração dos dois blocos.

Considere o mesmo fatorial 2^3 só que disposto em quatro blocos de tamanho dois. Três efeitos estarão confundidos com blocos. Um fato importante tem que ser considerado. A escolha de todos os efeitos a serem confundidos não é totalmente livre, ou seja, quando dois efeitos são confundidos, conseqüentemente, a interação entre eles também estará confundida. Assim, se se confundir *TCK* e *TC*, *K* também estará confundido com blocos. Assim a melhor escolha é *TC*, *CK* e *TK*, por conseqüência. Nesse caso, nenhuma interação entre dois fatores pode ser estimada livre de confundimento. Para montar os blocos, calcula-se os produtos de colunas, apresentados no quadro 2.17.

Para escolher os blocos pode-se seguir o critério:

CK							
	-	+		Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3	Bloco 4
TC	-	Bloco 1	Bloco 3	c	tc	t	l
	+	Bloco 2	Bloco 4	tk	k	ck	tck

Quadro 2.19 - Arranjo dos blocos em que se confunde todas as interações de dois fatores.

Ou, então, escolher outros dois efeitos quaisquer e fazer uma atribuição semelhante. Pode-se notar que cada tratamento dentro do mesmo bloco possui o mesmo sinal (-) ou (+) para cada um dos três efeitos.

Se as interações de dois fatores fossem importantes e deseja-se estimá-las, poderia-se utilizar réplicas e o chamado confundimento parcial para se chegar às estimativas. Para ilustrar, considere um

fatorial 2^2 em dois blocos de tamanho dois.

A	B	AB
-	-	+
+	-	-
-	+	-
+	+	+

Quadro 2.20 - Representação da matriz de planejamento de um fatorial 2^2 .

Pode-se fazer duas réplicas uma em que se confunde AB e outra, A.

Confundindo AB

Bloco 1

1
ab

Bloco 2

a
b

Confundindo A

Bloco 3

1
b

Bloco 4

a
ab

Quadro 2.21 - Arranjo das réplicas com confundimento parcial.

Assim, pode-se estimar todos os efeitos livres de confundimento. Nesse caso, a precisão das estimativas será diferente, B terá precisão maior, pois pode ser estimado nas duas réplicas, enquanto A e AB apenas em uma. Caso um efeito mereça uma precisão maior, tem-se essa opção.

2.5.4 - Experimento Fatorial Fracionado

À medida que o número de fatores a ser analisado aumenta, o número de provas necessárias para a realização de um fatorial completo cresce geometricamente. Isto torna alto o custo da realização de tal plano. Para amenizar este problema, utiliza-se o fatorial fracionado, que é uma fração do completo, como o próprio nome sugere. No caso dos fatoriais fracionados a partir do 2^n , o número de experimentos restante continua sendo uma potência de dois. A notação utilizada para representar

os fatoriais fracionados é a seguinte 2^{n-p} , $p < n$, onde n representa o número total de fatores, e $\frac{1}{2^p}$, a fração do fatorial 2^n desejada. O resultado 2^{n-p} indica o número de experimentos a serem realizados.

A abordagem dos fatoriais fracionados, nesta seção, restringir-se-á àqueles onde cada fator possui apenas dois níveis. Para leitores interessados em fatoriais fracionados com mais níveis, recomenda-se Kempthorne (1983). O ganho com a diminuição no número de experimentos requeridos é contrastado com uma perda na hora da estimação dos efeitos. No fatorial completo é possível estimar todos os efeitos principais e interações entre fatores, enquanto que no fracionado os efeitos não são estimados de maneira isolada, e sim através de uma combinação linear dos mesmos. A relevância deste fato decresce, pois nem sempre todas as interações apresentam a mesma importância. Existe uma certa hierarquia, onde a importância das interações diminui à medida que o número de fatores, envolvidos nesta, aumenta. Mais especificamente, em grande parte dos casos, as interações de três fatores ou mais são negligenciáveis. Nestas condições, não é necessário estimar todas as interações possíveis e, então, estas interações podem ser confundidas com as de interesse e supor que o efeito calculado é devido às de interesse.

Quando dois ou mais efeitos são estimados através de uma combinação linear, diz-se que estes efeitos estão confundidos. As relações que os representam são denominadas relações de confundimento. Estas relações envolvem os fatores principais e todas as interações. A relação básica que define a escolha dos experimentos a serem realizados é chamada relação de identidade. A partir dela, podem ser obtidas todas as relações de confundimento. Utilizando a notação 2^{n-p} para representar o fatorial fracionado, o p determina o número de geradores da relação de identidade. O número total de elementos na relação de identidade é determinado pelo número de interações possíveis entre os geradores, ou seja, $\sum_{k=1}^p C_p^k = 2^p - 1$. Por exemplo, um fatorial 2^{n-2} possui dois geradores para a relação de identidade e um total de três ($2^2 - 1$) elementos nesta relação, que são os dois geradores mais a interação entre eles. O fatorial 2^{n-3} possui três geradores e sete ($2^3 - 1$) elementos na relação de identidade, a saber, os próprios geradores mais três interações de dois dos geradores e uma interação envolvendo os três geradores.

Entre os elementos da relação de identidade, o número de fatores do elemento que envolve o menor número de fatores indicará a resolução do experimento. A resolução dá informação a respeito

das relações de confundimento. Um experimento com resolução r indica que as interações de ordem i estão confundidas com outras interações de ordem $r-i$, no mínimo. Assim, num experimento de resolução III (o número da resolução é representado em algarismos romanos), os fatores principais estão confundidos com interações de dois fatores ou mais. Nos de resolução IV, os efeitos principais estão confundidos com interações de três fatores ou mais e as interações de dois fatores estão confundidas entre si. Nos de resolução V, os efeitos principais estão confundidos com interações de quatro fatores, e as interações de dois fatores com as de três fatores. A resolução máxima é determinada pelo número total de fatores empregados. Esta resolução só pode ser alcançada em frações metade, ou seja, nos fatoriais 2^{n-1} . Em frações menores, a resolução não consegue atingir o seu máximo, já que só existe uma interação que envolve todos os fatores e para estas frações é necessário mais de um elemento na relação de identidade.

A idéia do fatorial fracionado é similar à do bloco só que ao invés de realizar todos os blocos, utiliza-se apenas uma parte.

Para realizar uma fração de um fatorial, o primeiro passo é saber quais dentre o total de experimentos possíveis devem ser realizados. A escolha não pode ser feita ao acaso, pois a estrutura de simetria dos fatoriais deve ser preservada. Além disso, é a partir desta escolha que são determinadas as combinações dos efeitos a serem estimadas. Deste modo, esta escolha é um ponto crucial, merecendo um cuidado especial. Esta escolha, normalmente, é feita com base nos efeitos que se deseja estimar e com informações a priori como a não significância de algumas interações e também, utilizando o fato de que, em grande parte dos casos, interações de três ou mais fatores são desprezíveis. Na prática, junta-se estas informações e planeja-se um fatorial fracionado com o número mínimo de experimentos necessários para estimar os efeitos desejados sem maiores problemas, ou seja, sem confundimento com possíveis efeitos significantes. Para facilitar a construção destes planos, utiliza-se, muitas vezes, os gráficos lineares, que serão apresentados nos próximos capítulos. Uma outra característica que também é procurada, especialmente quando a suposição de não significância de interações de alta ordem é questionável, é o plano de resolução máxima, com o intuito de estimar com um pouco mais de tranquilidade os efeitos dos fatores e interações.

Para melhor entender as relações entre os fatoriais completos e fracionados, considere um

fatorial completo 2^4 e uma fração metade deste, ou seja, um fatorial 2^{4-1} . A matriz de planejamento do fatorial completo é apresentada no quadro 2.22. Os quatro fatores são designados por A, B, C e D.

Neste exemplo, construir-se-á um fatorial fracionado com oito provas com a mais alta resolução possível. Não se especificarão os efeitos de interesse previamente, objetivando a escolha do arranjo. Esta abordagem é vista em detalhe na seção sobre gráficos lineares.

Experimento	A	B	C	D
1	-	-	-	-
2	+	-	-	-
3	-	+	-	-
4	+	+	-	-
5	-	-	+	-
6	+	-	+	-
7	-	+	+	-
8	+	+	+	-
9	-	-	-	+
10	+	-	-	+
11	-	+	-	+
12	+	+	-	+
13	-	-	+	+
14	+	-	+	+
15	-	+	+	+
16	+	+	+	+

Quadro 2.22 - Matriz de planejamento do fatorial completo 2^4 .

No fatorial 2^{4-1} , a relação de identidade tem apenas um elemento. Para que ele possua resolução máxima, no caso, resolução IV, a relação de identidade deve ter como elemento a interação

dos quatro fatores, $ABCD$. A interação $ABCD$ pode ser representada pelo produto elemento a elemento das colunas A, B, C e D da matriz de planejamento do quadro 2.10. Nesta seção, quando for feita referência à multiplicação ou produto, subentende-se produto elemento a elemento. Assim, tem-se:

Experimento	ABCD
1	+
2	-
3	-
4	+
5	-
6	+
7	+
8	-
9	-
10	+
11	+
12	-
13	+
14	-
15	-
16	+

Quadro 2.23 - Representação da interação $ABCD$.

O mesmo é válido para as outras interações. Qualquer interação pode ser representada pelo produto das colunas que identificam os fatores que a compõem. Pode-se verificar que qualquer dos efeitos pode ser representado por colunas de - e + contendo sempre o mesmo número de sinais de cada tipo.

O elemento que compõe a relação de identidade já foi escolhido, resta agora, relacioná-lo com os experimentos a serem executados. Isto se reflete na escolha dos experimentos da seguinte forma: deve-se escolher os experimentos que apresentem os mesmos sinais na coluna que representa a interação $ABCD$. Pela simetria, tem-se oito provas com sinal - e oito, com +. A escolha, nesse caso, entre o sinal - e + é arbitrária. Suponha que se escolha o sinal +. Então, as provas a serem realizados são 1, 4, 6, 7, 10, 11, 13 e 16. Estas provas são representadas pela relação de identidade $I = ABCD$. Caso se escolha as provas com sinal -, a relação fica $I = -ABCD$. O I simboliza uma coluna onde todos os sinais são positivos. Neste caso, a coluna tem oito posições. Esta coluna representa a média.

Monta-se agora a matriz de planejamento do fatorial fracionado.

Experimento	A	B	C	D
1	-	-	-	-
2	+	+	-	-
3	+	-	+	-
4	-	+	+	-
5	+	-	-	+
6	-	+	-	+
7	-	-	+	+
8	+	+	+	+

Quadro 2.24 - Matriz de planejamento do fatorial 2^{4-1} com relação de identidade $I = ABCD$.

A partir da relação de identidade, monta-se as relações de confundimento. Neste caso, cada relação de confundimento envolve dois efeitos. O total de efeitos a serem estimados no fatorial 2^4 são quinze mais a média. No fatorial 2^{4-1} , a interação $ABCD$ está confundida com a média, restam, assim, quatorze efeitos. Então, tem-se mais sete relações de confundimento com dois efeitos cada, totalizando quatorze efeitos estimáveis. As outras relações de confundimento são montadas da seguinte forma, utilizando a operação (mod 2): multiplica-se os efeitos que ainda não apareceram em ambos os lados da relação de identidade. Assim,

$$AI = AABCD$$

I é o elemento neutro, pois, todos os seus elementos são +.

$$A = A^2BCD$$

Aplicando a operação mod 2 nos expoentes, tem-se:

$$A = BCD.$$

Uma maneira de entender melhor a operação mod 2 é fazer os cálculos e verificar que qualquer coluna multiplicada por ela mesma resultará em uma coluna com todos os sinais +, ou seja, a coluna I.

Para conferir, basta multiplicar as colunas B, C e D do quadro 2.22. O restante das relações de confundimento são:

$$B = ACD \quad AB = CD$$

$$C = ABD \quad AC = BD$$

$$D = ABC \quad AD = BC$$

Com isso, também verifica-se a questão da resolução, pois os efeitos principais estão confundidos com interações de três fatores e interações de dois fatores estão confundidas entre si.

Como as colunas A e BCD são iguais, quando se estima o efeito de A, não o estamos estimando isoladamente, mas sim, estimando o efeito de $A + BCD$. Esta é a combinação linear comentada. No caso de se escolher a outra metade do experimento, a combinação a ser estimada seria $A - BCD$. Não se pode distinguir se o efeito é causado principalmente pelo fator A ou pela interação BCD ou, ainda, por ambos, sem algum conhecimento prévio ou suposições.

Para resumir, destacam-se situações onde é indicada a aplicação dos fatoriais fracionados:

- quando se pode assumir que algumas interações são negligenciáveis a partir de conhecimento a priori. Estas interações podem, então, ser confundidas com efeitos de interesse sem problemas;
- em estudos preliminares, onde são utilizados vários fatores e espera-se que nem todos exerçam influência sobre o evento estudado. Estas situações ocorrem quando se tem pouca informação sobre o fenômeno em análise.

2.5.5 - Escolha do Número de Níveis dos Fatores

Esta seção discute brevemente os prós e contras da utilização de determinados números de níveis para os fatores. Esta discussão pretende ser uma fonte de auxílio na hora desta escolha, alertando para alguns pontos importantes que merecem atenção.

Nas seções anteriores, onde apresentam-se o fatorial completo e o fracionado, foram enfatizados os experimentos com fatores de dois níveis cada. Este número de níveis é adequado para os primeiros estágios de uma investigação, onde estuda-se um grande número de fatores. Quando se suspeita que o efeito de algum fator não é linear, a utilização de apenas dois níveis não é adequada, pois não se consegue detectar a existência de curvatura. Nestes casos, a *superfície de resposta* é uma técnica apropriada, já que permite a estimação dos efeitos e da curvatura. Pode-se também empregar mais níveis em fatoriais completos e fracionados, tornando possível a visualização de possíveis curvaturas.

Uma outra situação onde se utiliza mais de dois níveis ocorre quando os níveis naturalmente o exigem. Por exemplo, deseja-se saber o efeito das máquinas utilizadas num processo e trabalha-se com três tipos de máquinas. Assim, tem-se naturalmente três níveis para o fator máquina.

A utilização de muitos níveis para os fatores deve ser tratada com cuidado. Mais especificamente, devem ser evitados, sempre que possível, pois, apresentam algumas desvantagens, como:

- requer muitos experimentos, o que acarreta em um custo alto;
- quando se utilizam os fatoriais fracionados, as relações de confundimento não são triviais como nos fatoriais 2^{p-p} ;
- a interpretação das interações torna-se mais complicada.

Apêndice 2A - Programa para análise do exemplo do fazendeiro

```
* Geração dos dados */
lata galinha; /* Passo que inicia a criação do arquivo de dados galinha na área de trabalho*/
do i= 1 to 12;
  if i<= 6 then do;
    dieta='A';
    ovos=round(166.5+sqrt(92.7)*rannor(1665927));
    output;
    end;
  else do;
    dieta='B';
    ovos=round(156.67+sqrt(56.27)*rannor(1665927));
    output;
    end;
  end;
keep dieta ovos;

proc glm; /* Procedimento para a análise de diferentes tipos de modelos lineares */
  class dieta; /* Definição dos fatores */
  model ovos=dieta/ss1; /* Definição do modelo correspondente a um experimento completamente aleatorizado */
  means dieta;

proc transpose data=galinha prefix=x out=tranp;
  var ovos;

ata aleat;
  set tranp;
  soma=sum (of x1-x12);
  do i1 = 0,1;
    do i2 = 0,1;
```

```

do i3 = 0,1;
  do i4 = 0,1;
    do i5 = 0,1;
      do i6 = 0,1;
        do i7 = 0,1;
          do i8 = 0,1;
            do i9 = 0,1;
              do i10 = 0,1;
                do i11 = 0,1;
                  do i12 = 0,1;
                    if sum(of i1-i12) = 6 then do;
                      sa = i1*x1 + i2*x2 + i3 *x3 + i4*x4 + i5*x5 + i6*x6 + i7*x7 +
                        i8*x8 + i9*x9 + i10*x10 + i11*x11 + i12*x12;
                      sb = soma-sa;
                      delta =(sa-sb)/6;
                      output;
                    end;
                  end;
                end;
              end;
            end;
          end;
        end;
      end;
    end;
  end;
end;

proc univariate freq ;
var delta;

```


SAÍDAS:

General Linear Models Procedure
Class Level Information

Class	Levels	Values
DIETA	2	A B

Number of observations in data set = 12

Dependent Variable: OVOS

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	918.75000000	918.75000000	12.02	0.0060
Error	10	764.16666667	76.41666667		
Corrected Total	11	1682.91666667			

R-Square	C.V.	Root MSE	OVOS Mean
0.545927	5.349309	8.74166269	163.41666667

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
DIETA	1	918.75000000	918.75000000	12.02	0.0060

Level of DIETA	N	Mean	SD
A	6	172.166667	10.6848803
B	6	154.666667	6.2182527

Frequency Table

Percents				Percents				Percents			
Value	Count	Cell	Cum	Value	Count	Cell	Cum	Value	Count	Cell	Cum
-19.5	1	0.1	0.1	-8.16667	11	1.2	13.6	0.833333	16	1.7	55.7
-18.1667	2	0.2	0.3	-7.83333	12	1.3	14.9	1.166667	18	1.9	57.7
-17.5	2	0.2	0.5	-7.5	13	1.4	16.3	1.5	16	1.7	59.4
-16.1667	2	0.2	0.8	-7.16667	10	1.1	17.4	1.833333	11	1.2	60.6
-15.8333	3	0.3	1.1	-6.83333	13	1.4	18.8	2.166667	17	1.8	62.4
-15.5	2	0.2	1.3	-6.5	10	1.1	19.9	2.5	15	1.6	64.1

Percents				Percents				Percents			
Value	Count	Cell	Cum	Value	Count	Cell	Cum	Value	Count	Cell	Cum
-15.1667	3	0.3	1.6	-6.16667	8	0.9	20.8	2.833333	11	1.2	65.3
-14.8333	1	0.1	1.7	-5.83333	14	1.5	22.3	3.166667	16	1.7	67.0
-14.5	2	0.2	1.9	-5.5	12	1.3	23.6	3.5	18	1.9	68.9
-14.1667	2	0.2	2.2	-5.16667	12	1.3	24.9	3.833333	17	1.8	70.8
-13.8333	6	0.6	2.8	-4.83333	12	1.3	26.2	4.166667	13	1.4	72.2
-13.5	3	0.3	3.1	-4.5	15	1.6	27.8	4.5	15	1.6	73.8
-13.1667	3	0.3	3.5	-4.16667	13	1.4	29.2	4.833333	12	1.3	75.1
-12.8333	1	0.1	3.6	-3.83333	17	1.8	31.1	5.166667	12	1.3	76.4
-12.5	5	0.5	4.1	-3.5	18	1.9	33.0	5.5	12	1.3	77.7
-12.1667	3	0.3	4.4	-3.16667	16	1.7	34.7	5.833333	14	1.5	79.2
-11.8333	7	0.8	5.2	-2.83333	11	1.2	35.9	6.166667	8	0.9	80.1
-11.5	9	1.0	6.2	-2.5	15	1.6	37.6	6.5	10	1.1	81.2
-11.1667	7	0.8	6.9	-2.16667	17	1.8	39.4	6.833333	13	1.4	82.6
-10.8333	4	0.4	7.4	-1.83333	11	1.2	40.6	7.166667	10	1.1	83.7
-10.5	6	0.6	8.0	-1.5	16	1.7	42.3	7.5	13	1.4	85.1
-10.1667	8	0.9	8.9	-1.16667	18	1.9	44.3	7.833333	12	1.3	86.4
-9.83333	4	0.4	9.3	-0.83333	16	1.7	46.0	8.166667	11	1.2	87.6
-9.5	10	1.1	10.4	-0.5	16	1.7	47.7	8.5	4	0.4	88.0
-9.16667	7	0.8	11.1	-0.16667	21	2.3	50.0	8.833333	8	0.9	88.9
-8.83333	8	0.9	12.0	0.166667	21	2.3	52.3	9.166667	7	0.8	89.6
-8.5	4	0.4	12.4	0.5	16	1.7	54.0	9.5	10	1.1	90.7
9.833333	4	0.4	91.1	12.5	5	0.5	96.4	15.16667	3	0.3	98.7
10.16667	8	0.9	92.0	12.83333	1	0.1	96.5	15.5	2	0.2	98.9
10.5	6	0.6	92.6	13.16667	3	0.3	96.9	15.83333	3	0.3	99.2
10.83333	4	0.4	93.1	13.5	3	0.3	97.2	16.16667	2	0.2	99.5
11.16667	7	0.8	93.8	13.83333	6	0.6	97.8	17.5	2	0.2	99.7
11.5	9	1.0	94.8	14.16667	2	0.2	98.1	18.16667	2	0.2	99.9
11.83333	7	0.8	95.6	14.5	2	0.2	98.3	19.5	1	0.1	100.0
12.16667	3	0.3	95.9	14.83333	1	0.1	98.4				

Apêndice 2B - Simulação de um modelo com interação entre dois fatores

O modelo utilizado para a simulação das observações foi o seguinte:

$$y_{ijk} = \mu + a_i + b_j + (ab)_{ij} + \varepsilon_{ijk}, \quad \begin{matrix} i = 1, 2; \\ j = 1, 2; \\ k = 1, 2; \end{matrix}$$

onde y_{ijk} representa a resposta relativa ao i -ésimo nível do fator A, j -ésimo nível do fator B da k -ésima replicação;

μ , um valor constante para todos os tratamentos e réplicas;

a_i , o efeito do i -ésimo nível do fator A;

b_j , o efeito do j -ésimo nível do fator B;

$(ab)_{ij}$, o efeito da interação com A no nível i e B, no j ;

ε_{ijk} , uma variável aleatória com distribuição normal de média zero e variância σ^2 (Notação: $\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$).

Os valores utilizados para cada uma das constantes foi:

$$\mu = 1 \quad \sigma^2 = 0.005$$

$$a_1 = 0.5 \quad a_2 = 0 \quad a_1b_1 = 0.2 \quad a_1b_2 = -0.5$$

$$b_1 = 0 \quad b_2 = 0.2 \quad a_2b_1 = 0.3 \quad a_2b_2 = 0.4$$

O programa em SAS utilizado para gerar as observações e obter os resultados apresentados na seção 2.5.1 é:

```
/*Geração de observações provenientes de uma distribuição N(0, 0.005) e criação de um arquivo de dados com essas observações.*/
```

```
data sec221; /*Passo que inicia a criação do arquivo sec221 na área de trabalho.*/
```

```
retain m 1 a1 0.5 a2 0 b1 0 b2 0 ab11 0.2 ab12 -0.5 ab21 0.3 ab22 0.4; /*Atribuição das constantes*/
```

```
do b=1 to 2;
```

```

do a=1 to 2;
  do k=1 to 2;
    normp = rannor(m); /*Geração de observações de uma normal padrão N(0,1)*/
    e=sqrt(0.005) * normp; /*Transformação para N(0,σ²)*/
    ma=mod(a,2); ma1=mod(a+1,2); /*A função mod(x,y) retorna o resto da divisão de x por y*/
    mb=mod(b,2); mb1=mod(b+1,2);
    resposta=m + ma*a1 + ma1*a2 + mb*b1 + mb1*b2 +
      ma*mb*ab11 + ma*mb1*ab12 + /*Cálculo de cada observação*/
      ma1*mb*ab21 + ma1*mb1*ab22 + e;
    output;
  end;
end;
end;
keep a b resposta; /*Seleção das variáveis que serão mantidas no arquivo*/

/*Parte do programa para cálculo das médias para cada tratamento*/

proc sort data=sec221; /*Procedimento para ordenação dos dados*/
  by a b;

proc means data=sec221 mean; /*Procedimento que faz o cálculo de estatísticas básicas*/
  var resposta;
  by a b;

run;

```

Capítulo 3 - Planejamento Robusto segundo Taguchi

A sobrevivência das indústrias no mercado competitivo atual torna obrigatória a busca pela melhoria contínua da qualidade e a redução dos custos. Não basta procurar o "ótimo" de uma só vez e, então, relaxar as investidas até que um fato alarmante venha ameaçar a produção. Os esforços devem ser empregados continuamente.

O sucesso japonês neste sentido, utilizando os métodos propostos por Taguchi, causam curiosidade. A principal ênfase de Taguchi é na fase de projeto do produto com o objetivo de torná-lo menos sensível às fontes de variação.

Este capítulo discute, de maneira geral, os Métodos de Taguchi. Alguns tópicos, que merecem um destaque maior, serão tratados nos capítulos subsequentes.

3.1 - Conceitos Gerais

O objetivo desta seção é fazer uma breve introdução de alguns termos utilizados na área de Engenharia da Qualidade. Estes conceitos servirão de *background* para os comentários posteriores que serão apresentados neste trabalho. Não se pretende abranger toda a gama de idéias desenvolvidas neste campo, mas apenas familiarizar o leitor com a linguagem a ser adotada nas seções subsequentes.

3.1.1 - Ciclo de Desenvolvimento de um Produto

O *ciclo de desenvolvimento de um produto* pode ser particionado em quatro estágios principais: concepção, projeto do produto, projeto do processo de fabricação e manufatura propriamente dita. Os procedimentos de melhoria de qualidade realizados durante as primeiras etapas são chamados "off-line", enquanto que os da última fase são denominados "on-line".

Embora a ênfase deste trabalho seja em procedimentos onde a base é o produto, as técnicas

Apêndice 2C - Programa para o cálculo dos efeitos dos fatores para o exemplo do fatorial

2³

```
/* Passo para a criação do arquivo de dados */
data fatcomp;
  do catal= 1,2;
    do conc=20, 40;
      do temp=160,180;
        prod=round(66.75+sqrt(196.79)*rannor(1866751));
        output;
      end;
    end;
  end;

proc print;

proc glm;
  class temp conc catal;
  model prod = temp|conc|catal/ss1;
/* cálculo dos efeitos principais e interações */
  estimate 'temp' temp -1 1;
  estimate 'conc' conc -1 1;
  estimate 'catal' catal -1 1;
  estimate 'temp*conc' temp*conc 1 -1 -1 1/divisor=2;
  estimate 'temp*catal' temp*catal 1 -1 -1 1/divisor=2;
  estimate 'conc*catal' conc*catal 1 -1 -1 1/divisor=2;
  estimate 'temp*conc*catal' temp*conc*catal -1 1 1 -1 1 -1 1
    /divisor=4;
run;
```

também podem ser aplicadas no aperfeiçoamento do processo de manufatura.

3.1.2 - Características de Qualidade

Características de qualidade são as características finais do produto que determinam o desempenho do produto na satisfação das necessidades do cliente. Para determinar o grau de satisfação do produto com a característica de qualidade, o seu estado ideal, sob o ponto de vista do cliente, deve ser conhecido. Este estado é chamado valor nominal. A determinação deste ponto ideal é muito importante, pois toda a análise é feita considerando que este valor reflete as necessidades dos clientes. Caso os clientes tenham em mente um outro valor, o trabalho não estará adequado a esta nova situação. Para algumas características de qualidade, esta determinação não causa problemas. Neste caso, incluem-se características que estão padronizadas, como tamanho de parafusos, porcas etc.. Entretanto, aquelas características que estão relacionadas com aspectos subjetivos, que envolvem preferências são bem mais difíceis de trabalhar. Nessa situação, uma das formas de se obter este valor é através de pesquisas de mercado. É importante salientar que este valor nominal tenta refletir a opinião da maioria, pois é impossível encontrar um valor que agrade igualmente a todos os tipos de clientes.

O estado ideal pode ser enquadrado em três situações:

- a) *nominal melhor*. Exs.: densidade de cor de uma televisão, voltagem de saída do estabilizador de um computador;
- b) *maior melhor*. Exs.: nitidez da imagem de uma televisão, número de instruções executadas em um computador em um determinado período de tempo, rendimento do combustível de um automóvel;
- c) *menor melhor*. Exs.: consumo de energia de uma televisão, tempo de resposta de um computador, emissão de gases tóxicos por um automóvel.

Vale a pena comentar que para um determinado aspecto do produto pode existir mais de uma característica de qualidade relacionada com ele. E, além disso, essas características podem ser enquadradas em diferentes situações entre as citadas acima. Entre os exemplos apresentados, o tempo de resposta e o número de instruções executadas por um computador em um determinado tempo

estão relacionados com a velocidade do mesmo. Isto mostra que não existe uma única forma de escolher as características de qualidade. Para cada caso, deve-se escolher a característica adequada, aquela que seja mais apropriada de ser observada, analisada e, principalmente de representar o aspecto de interesse.

3.1.3 - Variação no Desempenho

Variação no desempenho mede a quantidade que a característica de qualidade de um produto manufaturado desvia de seu valor nominal durante o uso devido às diferentes condições de produção e/ou operação e às diferenças entre unidades do mesmo. Quanto maior for a satisfação do cliente, maior será o indício de que o grau de variação no desempenho é pequeno.

Embora todos os estágios do ciclo de desenvolvimento do produto afetam sua qualidade, são os projetos tanto do produto como do processo de manufatura que desempenham um papel crucial na determinação do grau de variação no desempenho e no custo.

3.1.4 - Classificação dos Fatores

As variáveis que afetam as características de qualidade de um produto podem ser classificadas em três categorias: *fatores de controle*, *fatores de ruído* e *fatores de sinal*.

Os fatores de controle são variáveis cujos níveis podem ser especificados pelo projetista do produto. Exemplos deste tipo de fator são: pressão, tempo de exposição. Estes fatores podem ser classificados em quatro grupos com relação ao efeito produzido na distribuição de uma característica de qualidade:

- a) afetam tanto a média como a variância;
- b) afetam apenas a média (os chamados fatores de ajuste);
- c) afetam apenas a variância;
- d) não afetam nem a média nem a variância.

Normalmente, é mais fácil controlar a média do que a variância. Esta idéia é razoável,

significando que é mais fácil trabalhar com fatores que deslocam a distribuição de uma característica de qualidade do que com aqueles que alteram a sua forma. Assim, os fatores do grupo *a* e *c* serão usados para reduzir a variabilidade, os do grupo *b* para ajustar a média no valor nominal, enquanto que os do grupo *d* serão utilizados como fator de custo, ou seja, serão escolhidos os níveis que representam menor gasto na produção. É importante identificar a que grupo pertencem os fatores, o que, em geral, pode ser realizado através de experimentos, seguindo-se da análise adequada.

É importante ressaltar que a indicação acima não é uma regra a ser seguida cegamente. Dependendo do caso, pode-se escolher a forma adequada de tratar os fatores.

Os fatores de ruído representam as principais causas da variação de desempenho de um produto. Estes fatores não podem ser controlados durante o processo de manufatura ou devido ao seu custo elevado (ex.: temperatura do forno de uma siderúrgica) ou às impossibilidades físicas (ex.: condições climáticas). Eles podem ser classificados em:

- a) externos: são variáveis relacionadas com o ambiente onde o produto é manufaturado ou utilizado. Exs.: temperatura, umidade, poeira, interferência eletromagnética;
- b) variação de unidade para unidade: este tipo de variação é inevitável, ela reflete um erro inerente ao processo de manufatura;
- c) deterioração: afastamento do valor nominal das características de qualidade com o decorrer do tempo.

Os fatores de sinal são aquelas variáveis cujos níveis são determinados pelo usuário do produto. Exs.: os bits de entrada na transmissão de um sistema de comunicação digital, o documento original a ser reproduzido numa fotocopiadora.

3.1.5 - Etapas na Melhoria de um Produto

A qualidade de um produto pode ser aperfeiçoada considerando diferentes aspectos antes da sua manufatura. Os procedimentos utilizados podem ser classificados em: *planejamento do sistema*, *planejamento robusto* e *planejamento da tolerância*.

O planejamento do sistema está relacionado com a concepção e os projetos iniciais, tanto do

produto como do processo. São empregados conhecimentos científicos e de engenharia para a construção do plano de um protótipo básico que satisfaça as funções desejadas.

No planejamento robusto, são escolhidos níveis dos fatores que minimizam ou, no mínimo, reduzem a variação no desempenho. Um produto ou processo pode atender às suas funções em diferentes níveis dos fatores. Todavia, a variação no desempenho pode mudar nestes diferentes níveis. Esta variação aumenta os custos e controlar as suas causas, geralmente, é oneroso. Assim, o objetivo é projetar um produto que seja menos sensível a essa variação, reduzindo-a, sem atacar a causa.

Os problemas de planejamento robusto podem ser classificados em duas categorias:

- a) *estáticos*: quando o fator de sinal é fixo. O usuário não tem como modificar níveis de fatores relativos ao produto, assim, na prática, pode-se considerar que não existe fator de sinal.
- b) *dinâmicos*: quando os fatores de sinal não são constantes, ou seja, o usuário pode modificar os níveis destes fatores conforme a sua necessidade. Nestes casos, o planejamento robusto deve fornecer níveis dos fatores de controle que sejam menos sensíveis tanto em relação aos fatores de ruído como de sinal. Exemplo: Considere um problema, cujo objetivo é minimizar o número de defeitos em uma peça. Se a peça tiver seu padrão pré-determinado, o problema é estático. Entretanto, se o consumidor define as características da peça, o problema torna-se dinâmico.

O planejamento da tolerância é um método para determinar limites de tolerância que minimizam os custos durante a manufatura e durante o tempo de vida do produto. O passo final na especificação dos projetos do produto e do processo é determinar tolerâncias em torno dos níveis identificados no planejamento robusto. Uma prática comum, ainda, nas indústrias é determiná-las por convenção sem a realização de um estudo prévio. Tolerâncias muito estreitas, aumentam o custo da produção e aquelas, que são muito largas, aumentam a variação no desempenho e, conseqüentemente, o custo durante o tempo de vida do produto.

Neste trabalho, aborda-se apenas o planejamento robusto estático.

3.2 - Função Perda

A introdução do uso do conceito de função perda na área de qualidade provocou uma

mudança de mentalidade em relação à busca de melhoria de qualidade. Anteriormente, a inspeção de um produto era feita em termos de intervalos de especificação. Se as características do produto estivessem dentro dos intervalos especificados, este era considerado de boa qualidade, caso contrário de má qualidade. Esta classificação sugere que os produtos dentro das especificações são igualmente aceitos pelos clientes. Esta afirmação não é verdadeira; existe um ponto dentro do intervalo que pode ser considerado o ideal de modo que quanto mais próxima a característica estiver deste valor, maior será a satisfação do cliente. Aí, entra em cena a função perda, que representa a quantidade perdida, em unidades monetárias, considerando tanto o produtor quanto o cliente, pelo fato da característica de qualidade se afastar do seu valor "ótimo". Dessa idéia surge a definição de qualidade sugerida por Taguchi: "A qualidade de um produto é medida em termos da perda total da sociedade devido à variação das funções do produto." Esta definição pode ser estendida para processos e serviços. Esta definição contrasta com outras, onde a qualidade é considerada um problema de marketing e planejamento e não, uma questão de engenharia. Algumas definições de qualidade com diversos enfoques são apresentadas:

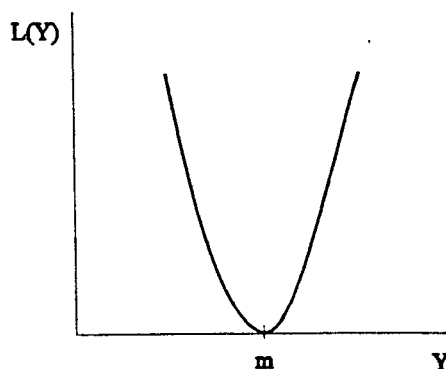
- qualidade é a totalidade de aspectos e características de um produto ou serviço que possuem a capacidade de satisfazer necessidades declaradas ou potenciais;
- qualidade é atingir a plena satisfação do cliente com eficiência e eficácia;
- qualidade é o grau de conformidade com as especificações;
- qualidade é o equilíbrio entre desempenho e preço de produtos e serviços;
- qualidade é fazer bem tudo que nos dispomos a fazer;
- qualidade é adequação ao uso;
- qualidade é o resultado de algo que atende aos nossos anseios;
- qualidade é o nível de satisfação do cliente;
- qualidade é o nível de satisfação de todos.

Esse valor "ótimo" deve ser buscado, não se deve apenas preocupar-se em estar dentro das especificações. A idéia central da função perda é quanto mais nos afastamos do valor objetivo, maior será a perda. Em termos da distribuição da característica de qualidade, esta idéia se traduz em uma distribuição centrada num valor ideal com mínima variância.

Como a função perda reflete um aspecto da qualidade, um dos objetivos do planejamento robusto deveria ser minimizar a perda esperada. Entretanto, a função perda, em geral, é muito complexa. Identificar os fatores que causam perda para a sociedade e depois avaliá-los em termos monetários é uma tarefa difícil, quiçá impossível. Taguchi recomenda a utilização da função perda quadrática como boa aproximação. Esta suposição é bem intuitiva, pois esta função aumenta devagar para valores próximos ao desejado e aumenta mais rapidamente à medida que os valores se distanciam do ideal. Este é um tipo de comportamento bem razoável, e além disso, esta é a função mais simples com esse tipo de comportamento. Para o caso nominal melhor, onde o valor ideal é m , a sua forma seria:

$$L(Y) = K(Y - m)^2,$$

onde K é uma constante chamada coeficiente de perda de qualidade e Y representa a característica de qualidade.



Nesse caso, minimizar a perda esperada é equivalente a minimizar o erro quadrático médio em relação a m , o que se reflete em uma distribuição para Y com média em m e mínima variância.

$$E[L(Y)] = E[K(Y - m)^2] = K E(Y - m)^2 = K[(\mu - m)^2 + \sigma^2],$$

onde $E(Y) = \mu$ e $\text{Var}(Y) = \sigma^2$.

Outro argumento para justificar a difusão da aproximação por perda quadrática é a expansão pela série de Taylor. A função perda $L(Y)$ pode ser expressa, usando a série de Taylor em torno de m . Assim,

$$L(Y) = L(m) + (Y - m)L'(m) + \frac{1}{2}(Y - m)^2 L''(m) + \dots$$

Sabe-se que a função perda é mínima no ponto m . Logo, $L'(m) = 0$. Além disso, pode-se considerar desprezível a perda no "valor ótimo". Dessa forma,

$$L(Y) = k(Y - m)^2,$$

desprezando, também os termos de terceira ordem em diante.

Caso a perda não seja desprezível no "valor ótimo", o efeito na função é uma translação na direção do eixo y no sentido do seu crescimento.

Apenas assumir perda quadrática em todos os casos, talvez não seja uma solução ideal. O objetivo aqui é mostrar que apesar da minimização da função perda ser necessária, dependendo da forma da função, ela não será suficiente. O mais importante não é conhecer a forma da função e minimizar o seu valor esperado e sim ter em mente a idéia central da função perda, descrita anteriormente, e a sua consequência na distribuição da característica de qualidade, que é uma condição mais geral, englobando a minimização da perda esperada independente de sua forma. Desse modo, basta saber que a função perda é uma função monótona não crescente para o caso maior melhor, não decrescente para menor melhor e para os casos nominal melhor, não decrescente à direita do valor objetivo e não crescente à esquerda.

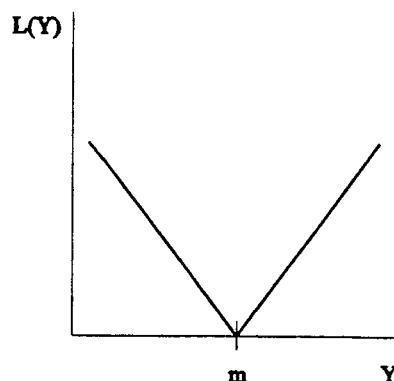
Para ilustrar, vamos analisar um exemplo hipotético onde se sabe que a função perda é linear.

Caso nominal melhor

$$L(Y) = \begin{cases} K_1(Y - m), & \text{se } Y > m \\ K_2(m - Y), & \text{se } Y \leq m \end{cases}$$

Nesse caso,

$$E[L(Y)] = \begin{cases} K_1[E(Y) - m], & \text{se } Y > m \\ K_2[m - E(Y)], & \text{se } Y \leq m \end{cases}$$



Assim, minimizar a perda esperada significa fazer com que a média da distribuição de Y seja m , não levando em consideração a variância do processo. Este exemplo ilustra a necessidade da minimização da função perda, mas que somente ela não é suficiente para se realizar um bom trabalho.

Concluindo, sob o ponto de vista do planejamento robusto, não é preciso investir grandes esforços em determinar a função perda nem sequer fazer suposições sobre a sua forma, basta apenas saber a idéia central e ter em mente suas consequências sobre a distribuição da característica de qualidade.

3.3 - Planejamento Robusto

O *planejamento robusto* é um método da área de qualidade que busca melhorias tanto no projeto do produto como no seu processo de manufatura, visando produtos de alta qualidade que possam ser produzidos rapidamente e a um baixo custo. Embora o seu enfoque seja na fase off-line, existem também aplicações on-line.

Na fase de projeto do produto, o objetivo do planejamento robusto é identificar níveis dos fatores de controle que façam com que suas características de qualidade sejam menos sensíveis aos efeitos dos fatores de ruído e, ao mesmo tempo, manter as características do produto o mais perto possível dos "valores ótimos". A meta é reduzir a influência de fontes de variação no desempenho do produto, ao invés de controlá-las. Isto torna este procedimento atrativo em termos de custo, pois, geralmente, o controle destas fontes de variação é altamente dispendioso para a empresa. Para alcançar este objetivo, utiliza-se o planejamento de experimentos, explorando relações não lineares entre os fatores de controle e de ruído.

Um exemplo clássico apresentado na literatura e que ilustra esta idéia é o caso da Ina Tile Company, empresa japonesa produtora de azulejos. Durante a década de 50, esta companhia enfrentou um problema de grande variabilidade nas dimensões dos azulejos produzidos. O índice de rejeição era muito grande, provocando um alto custo para a empresa. Após uma análise do problema, descobriu-se que a causa era a não uniformidade na distribuição de temperatura do forno. Resolveu-se, então, fazer alguns experimentos segundo os métodos do planejamento robusto, porque o

investimento para uniformizar a distribuição da temperatura ainda era muito alto, apesar de inferior ao gasto com a produção de azulejos fora das especificações. Concluiu-se, então, que aumentando a porcentagem de um componente utilizado na fabricação do azulejo, reduziria-se a variação nas suas dimensões. Este componente era barato e, assim, o custo desta mudança não era tão alto. Logo, o problema da não uniformidade nas dimensões dos azulejos foi amenizado, minimizando-se o efeito da causa e não controlando-a.

Até o momento foram apresentados conceitos interessantes para qualquer indústria. Resta saber como viabilizar tal pretensão. Os experimentos sugeridos por Taguchi são, geralmente, fatoriais fracionados, que estão dispostos em matrizes denominadas *arranjos ortogonais*. Inicialmente, são escolhidos os fatores de controle e de ruído e seus respectivos níveis a serem considerados no estudo. O experimento consiste de duas partes: um arranjo para os fatores de controle, que é chamado de *matriz interna* e outro, para os fatores de ruído, denominado *matriz externa*. Cada tratamento do arranjo interno é combinado com cada tratamento do externo. O esquema é apresentado no quadro 3.1.

Fatores de Ruído						1	2	...	m
					R ₁	Matriz Externa			
					R ₂				
					R _l				
Fatores de Controle						Resposta			
	C ₁	C ₂	...	C _K					
1	Matriz Interna					y ₁	y ₂	...	y _m
2									
n									y _{nm}

Quadro 3.1 - Representação das matrizes internas e externas em um planejamento robusto.

As colunas da matriz interna representam os fatores de controle, cada elemento da coluna

representa o nível daquele fator e cada linha, um tratamento para os fatores de controle, ou, equivalentemente, um produto com as especificações determinadas por estes níveis. Já, para a matriz externa, as linhas representam os fatores de ruído e as colunas, as combinações dos níveis. Se a matriz interna possui n linhas e a externa, m colunas, o número total de provas a serem realizadas é $n \times m$. O experimento completo pode ser visto como m réplicas do experimento para os fatores de controle. Para cada linha da matriz interna, m provas são realizadas, variando as combinações dos fatores de ruído. As respostas observadas para essas provas fornecem informação sobre a variação no desempenho da característica de qualidade sob os níveis escolhidos dos fatores de ruído. Assim, os fatores de ruído e seus níveis devem ser escolhidos de forma que representem adequadamente as condições encontradas na prática.

Taguchi trabalha com uma medida de desempenho do produto, que é uma função da média μ e da variância σ^2 desconhecidas da distribuição da característica de qualidade de interesse. A estimativa desta medida é conhecida como "relação sinal/ruído". O seu objetivo é estimar o efeito dos fatores de ruído na característica de qualidade. Por convenção, a relação sinal/ruído é escolhida de forma que a sua maximização seja equivalente a minimizar a variação no desempenho. A escolha destas medidas pode ser feita com base em conhecimentos técnicos, de modo que para cada situação tem-se uma relação sinal/ruído adequada. A relação sinal/ruído é, então, uma resposta a ser analisada no experimento. Para o cálculo da relação sinal/ruído são utilizadas as réplicas. Para cada linha da matriz interna é calculada esta relação. Estas relações serão abordadas no capítulo 5. Aqui, elas estão apenas sendo apresentadas ao leitor. Em geral, Taguchi recomenda as seguintes relações sinal/ruído para os casos de características contínuas:

$$\text{a) nominal melhor: } 10 \lg_{10} \left(\frac{\bar{y}^2}{s^2} \right)$$

$$\text{b) menor melhor: } -10 \lg_{10} \left(\frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} \right)$$

c) maior melhor: $-10 \log_{10} \left(\frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i^2}}{n} \right)$

Em alguns casos, não são escolhidos a priori os fatores de ruído, são empregadas apenas réplicas, que deixam as fontes de variação agirem livremente, como na prática. É válido ressaltar que, quando se seleciona os fatores de ruído, seus níveis são controlados durante o experimento, fato que não é repetido na linha de produção.

A seguir, é apresentado um exemplo para o entendimento do mecanismo dos métodos de análise propostos por Taguchi.

Exemplo 3.1: Este exemplo foi extraído de Kackar (1985), discussão de Pignatiello, J. J. Jr. e Ramberg, J. S.) O processo estudado envolve o aquecimento de uma peça para caminhões. A característica de qualidade analisada é a altura livre da peça, que é afetada durante o processo de aquecimento. O valor ideal para a altura, neste caso, é oito polegadas.

Os engenheiros responsáveis consideraram importantes quatro fatores de controle (B, C, D e E) e um fator de ruído (O). O quadro 3.2 apresenta os fatores e seus respectivos níveis.

Fator	Níveis	
	-	+
B - temperatura do forno (° F)	1840	1880
C - tempo de aquecimento (segundos)	25	23
D - tempo de transferência (segundos)	12	10
E - tempo de espera (segundos)	2	3
O - temperatura do óleo (° F)	130 - 150	150 - 170

Quadro 3.2 - Níveis do fatores estimados no exemplo 3.1

Além dos efeitos principais dos fatores de controle, os engenheiros estavam interessados em estudar três interações entre os fatores BC, BD e CD. O objetivo do experimento é encontrar níveis

dos fatores de controle que forneçam uma altura o mais próximo possível de oito polegadas, e, também seja o menos sensível possível à variação da temperatura do óleo. Note que a temperatura do óleo não é mantida constante durante a realização do experimento.

Foi utilizado um arranjo ortogonal com 8 provas para a matriz interna, conhecido como L_8 . No exemplo, este arranjo corresponde a um fatorial fracionado 2^{4-1} de resolução IV. A notação utilizada para os arranjos ortogonais e a sua correspondência com os fatoriais fracionados será apresentada no próximo capítulo. O experimento completo está mostrado no quadro 3.3.

1	2	3	4	5	6	7						
<i>B</i>	<i>C</i>	<i>BC</i>	<i>D</i>	<i>BD</i>	<i>CD</i>	<i>E</i>	<i>O</i> ⁻			<i>O</i> ⁺		
-	-	+	-	+	+	-	7.78	7.78	7.81	7.50	7.25	7.12
+	-	-	-	-	+	+	8.15	8.18	7.88	7.88	7.88	7.44
-	+	-	-	+	-	+	7.50	7.56	7.50	7.50	7.56	7.50
+	+	+	-	-	-	-	7.59	7.56	7.75	7.63	7.75	7.56
-	-	+	+	-	-	+	7.94	8.00	7.88	7.32	7.44	7.44
+	-	-	+	+	-	-	7.69	8.09	8.06	7.56	7.69	7.62
-	+	-	+	-	+	-	7.56	7.62	7.44	7.18	7.18	7.25
+	+	+	+	+	+	+	7.56	7.81	7.69	7.81	7.50	7.59

Quadro 3.3 - Experimento completo do exemplo 3.1.

Como somente um fator de ruído com dois níveis foi considerado, resolveu-se realizar três réplicas para cada um dos seus níveis. Assim, foram executadas seis réplicas para cada linha da matriz interna, totalizando 48 provas.

A atribuição dos efeitos às colunas do arranjo é feita com o auxílio de gráficos lineares, que simplificam este trabalho e garantem que nenhuma relação de confundimento indesejada seja introduzida no arranjo inadvertidamente. Este tópico também será abordado no próximo capítulo.

A relação de identidade deste plano é:

$I = BCDE$, implicando nas seguintes relações de confundimento:

$B = CDE$ $D = BCE$ $BC = DE$ $BE = CD$

$C = BDE$ $E = BCD$ $BD = CE$

Isto mostra que os efeitos principais e interações de interesse não estão confundidos entre si. Caso as outras interações sejam negligenciáveis, pode-se estimar os efeitos de interesse sem problemas. Apesar da preocupação com o confundimento entre os efeitos neste exemplo, esta prática não é devidamente ressaltada nos métodos de Taguchi.

A análise do experimento foi feita utilizando o programa em SAS apresentado no apêndice 3A. O primeiro passo é o cálculo da relação sinal/ruído (SR) como uma das respostas de interesse. Como a característica de qualidade é do tipo nominal melhor, a relação sinal/ruído utilizada foi:

$$10 \lg_{10} \left(\frac{\bar{y}^2}{s^2} \right), \text{ onde } \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \text{ e } s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n - 1}.$$

Um valor de SR é calculado para cada linha da matriz interna com $n = 6$ observações. Os valores obtidos estão no quadro 3.4.

B	C	BC	D	BD	CD	E	$\bar{y}$	SR
-	-	+	-	+	+	-	7.54	28.00
+	-	-	-	-	+	+	7.90	29.46
-	+	-	-	+	-	+	7.52	47.70
+	+	+	-	-	-	-	7.64	38.67
-	-	+	+	-	-	+	7.67	28.11
+	-	-	+	+	-	-	7.79	30.59
-	+	-	+	-	+	-	7.37	31.55
+	+	+	+	+	+	+	7.66	35.31

Quadro 3.4 - Relação sinal/ruído para o exemplo 3.1.

As estimativas dos efeitos principais e interações são apresentadas no quadro 3.5.

Efeito	Estimativa
<i>B</i>	-0.334
<i>C</i>	9.268
<i>BC</i>	-2.3
<i>D</i>	-4.568
<i>BD</i>	3.452
<i>CD</i>	-5.189
<i>E</i>	2.941

Quadro 3.5 - Estimativas dos efeitos principais e interações da resposta SR para o exemplo 3.1.

Para as conclusões a seguir, assume-se que o conhecimento do engenheiro era correto e que as outras interações eram desprezíveis. Destaca-se o fator *C* e, possivelmente, a interação *CD*. Esta é a análise sugerida por Taguchi, feita apenas com base na magnitude dos efeitos, não é avaliada a significância dos mesmos. Como para esta resposta, não há replicações, não se pode utilizar a análise de variância. Uma opção é a utilização de gráficos de probabilidade normal. Novamente, esta abordagem não é enfatizada nos métodos propostos por Taguchi.

Como a interação *CD* é considerada "significante", é conveniente analisar o gráfico correspondente (figura 3.1).

Tabela de Respostas

		D	
		12 (-)	10 (+)
C	25 (-)	28.731	29.351
	23 (+)	43.188	33.430

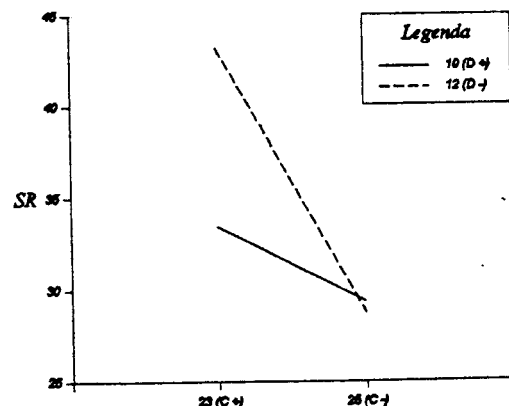


Figura 3.1 - Gráfico da interação *CD* para a resposta SR.

O gráfico indica que *C* no nível + e *D*, no - são os níveis ótimos para estes fatores, pois maximizam a relação sinal/ruído. É importante ressaltar que não é possível identificar se a importância desses fatores se reflete por grande influência na média ou na variabilidade ou em ambos, pois tanto $\bar{y}$ alto como s^2 pequeno, aumentam SR. Taguchi não se abala com tais questões, escolhendo dessa forma a combinação dos níveis dos fatores. Entretanto, ele recomenda a utilização de experimentos confirmatórios para a corroboração das conclusões obtidas. Caso as conclusões não sejam comprovadas, reanalisa-se o experimento para detectar possíveis falhas. Caso contrário, novas metas são estipuladas.

Além da análise para a relação sinal/ruído, faz-se a análise para a característica de qualidade, no caso, a altura. O objetivo é encontrar fatores que influenciam na média e não foram importantes no controle da variabilidade, ou seja, procura-se por fatores de ajuste. As estimativas dos efeitos são apresentadas no quadro 3.6.

Efeito	Estimativa
<i>B</i>	0.221
<i>C</i>	-0.176
<i>BC</i>	-0.017
<i>D</i>	0.029
<i>BD</i>	-0.020
<i>CD</i>	-0.035
<i>E</i>	0.104

Quadro 3.6 - Estimativas dos efeitos principais e interações da característica de qualidade para o exemplo 3.1.

Como para esta resposta, existem réplicas, pode-se estimar o erro e, assim, obter uma tabela de ANOVA (Análise de Variância). Ela é apresentada no apêndice 3A, juntamente com o seu programa. Neste momento, lembra-se de um fato importante para validar os testes sem a necessidade de hipóteses sobre os dados: a aleatorização, que, mais uma vez, não é explorada pelos métodos

sugeridos por Taguchi.

Pela ANOVA, os efeitos importantes são *B* e *C*. Como o fator *B* não afeta a relação sinal/ruído, ele será utilizado como fator de ajuste. As médias para cada um dos seus níveis são apresentadas na tabela 3.7. Constata-se que o nível adequado é 1880 ° F, cuja média se aproxima mais de oito polegadas. O fator *E*, que não apresenta efeito em nenhuma das respostas, é considerado fator de custo. O nível apropriado, então, é dois segundos. Para este fator, vale uma observação. Os seus níveis são dois e três segundos. Para os seres humanos, esta diferença é imperceptível, pode ser que seja o caso para o processo em questão. Daí a importância da participação de indivíduos com conhecimento técnico adequado durante o planejamento do experimento. Outro problema pode ser o aparelho de medida, que deve preciso a ponto de diferenciar os dois tempos considerados.

Fator B	
1840 ° F (-)	1880 ° F (+)
7.525	7.746

Quadro 3.7 - Médias observadas da altura livre para os níveis do fator *B*.

Para resumir, apresenta-se os principais passos para a identificação dos níveis dos fatores de controle que minimizam o efeito dos fatores de ruído e, ao mesmo tempo, estabelecem a média no valor desejado, segundo o método de Taguchi:

- (a) Identificar os fatores de controle e seus respectivos níveis a serem estudados e também os fatores de ruído e a região de variação deles, que representa as possíveis condições encontradas na prática. Taguchi recomenda a escolha de três ou mais níveis para os fatores de controle, para se poder estudar a não linearidade dos efeitos principais destes fatores;
- (b) Construir as matrizes interna e externa. Taguchi recomenda o uso de arranjos ortogonais. Os planos fatoriais fracionados são arranjos ortogonais. Estes experimentos possuem a propriedade de balanceamento no sentido de que cada nível de um fator ocorre com cada combinação de um ou mais dos outros fatores o mesmo número de vezes. Assim, quaisquer duas colunas do arranjo formam um

fatorial completo. Isto torna a comparação entre níveis de um fator válida sobre a região formada pela combinação dos níveis dos outros fatores. Entretanto, esta análise pode pecar por relações de confundimento que envolvam interações significativas. O objetivo de um alto grau de fracionamento é minimizar o número de provas realizadas. No entanto, tamanha economia pode implicar em maiores custos mais adiante;

- (c) Conduzir o experimento e avaliar a relação sinal/ruído para cada combinação dos níveis dos fatores de ruído;
- (d) Analisar o experimento tanto para a relação sinal/ruído como para a média;
- (e) Confirmar que os níveis escolhidos realmente melhoram o produto, através dos experimentos confirmatórios.

Taguchi introduziu algumas novas e muito importantes idéias em Engenharia de Qualidade que devem ser consideradas, a saber:

- (a) idéias sobre a função perda que prioriza o conceito de maior proximidade do valor objetivo ao invés de apenas se preocupar em estar dentro das especificações;
- (b) incentivo ao uso de técnicas estatísticas para projetar produtos e processos que operam no valor desejado com mínima variância, tornando-os robustos a variações em fatores de ruído, reduzindo, assim, os custos.

Entretanto, os procedimentos estatísticos propostos são, em geral, desnecessariamente complicados e ineficientes. Alguns exemplos são:

- (a) escolha limitada de planos experimentais, onde seu uso, normalmente, é feito como "receita de bolo", ou seja, os vários passos recomendados são seguidos à risca sem a devida preocupação de associá-los às necessidades particulares de cada caso. Além disso, interações não são abordadas adequadamente;
- (b) uso irrestrito das relações sinal/ruído;
- (c) falta de ênfase em transformações a serem aplicadas aos dados que podem fornecer análises mais eficientes.

Os próximos capítulos proporcionam uma discussão mais detalhada deste e outros pontos.

Apêndice 3A - Programa para o exemplo 3.1

```
/* Criação do arquivo de dados*/
```

```
data ex31;
```

```
input b $ c $ d $ e $ o $ altura;
```

```
cards;
```

```
1840 25 12 2 130 7.78
```

```
1840 25 12 2 130 7.78
```

```
1840 25 12 2 130 7.81
```

```
1840 25 12 2 150 7.50
```

```
1840 25 12 2 150 7.25
```

```
1840 25 12 2 150 7.12
```

```
1880 25 12 3 130 8.15
```

```
1880 25 12 3 130 8.18
```

```
1880 25 12 3 130 7.88
```

```
1880 25 12 3 150 7.88
```

```
1880 25 12 3 150 7.88
```

```
1880 25 12 3 150 7.44
```

```
1840 23 12 3 130 7.50
```

```
1840 23 12 3 130 7.56
```

```
1840 23 12 3 130 7.50
```

```
1840 23 12 3 150 7.50
```

```
1840 23 12 3 150 7.56
```

```
1840 23 12 3 150 7.50
```

```
1880 23 12 2 130 7.59
```

```
1880 23 12 2 130 7.56
```

```
1880 23 12 2 130 7.75
```

```
1880 23 12 2 150 7.63
```

```
1880 23 12 2 150 7.75
```

```
1880 23 12 2 150 7.56
```

```
1840 25 10 3 130 7.94
```

```
1840 25 10 3 130 8.00
```

```
1840 25 10 3 130 7.88
```


1840 25 10 3 150 7.32

1840 25 10 3 150 7.44

1840 25 10 3 150 7.44

1880 25 10 2 130 7.69

1880 25 10 2 130 8.09

1880 25 10 2 130 8.06

1880 25 10 2 150 7.56

1880 25 10 2 150 7.69

1880 25 10 2 150 7.62

1840 23 10 2 130 7.56

1840 23 10 2 130 7.62

1840 23 10 2 130 7.44

1840 23 10 2 150 7.18

1840 23 10 2 150 7.18

1840 23 10 2 150 7.25

1880 23 10 3 130 7.56

1880 23 10 3 130 7.81

1880 23 10 3 130 7.69

1880 23 10 3 150 7.81

1880 23 10 3 150 7.50

1880 23 10 3 150 7.59

;

/*Cálculo da relação sinal/ruído*/

proc sort data=ex31;

by b c d e;

proc means data=ex31 mean std noprint;

var altura;

by b c d e;

output out=ex31sr mean=media std=s;

data ex31sr;

set ex31sr;

sr = 20 * (log10(media) - log10(s));

output;

/*cálculo dos efeitos dos fatores para a relação sinal/ruído*/

```
proc glm data=ex31sr;
  class b c d e;
  model sr = b c d e b*c b*d c*d/ss1;
  estimate 'B' b -1 1;
  estimate 'C' c 1 -1;
  estimate 'D' d 1 -1;
  estimate 'E' e -1 1;
  estimate 'BC' b*c -1 1 1 -1/divisor=2;
  estimate 'BD' b*d -1 1 1 -1/divisor=2;
  estimate 'CD' c*d 1 -1 -1 1/divisor=2;
```

/* Análise para a média*/

```
proc glm data=ex31;
  class b c d e;
  model altura = b c d e b*c b*d c*d/ss1;
  estimate 'B' b -1 1;
  estimate 'C' c 1 -1;
  estimate 'D' d 1 -1;
  estimate 'E' e -1 1;
  estimate 'BC' b*c -1 1 1 -1/divisor=2;
  estimate 'BD' b*d -1 1 1 -1/divisor=2;
  estimate 'CD' c*d 1 -1 -1 1/divisor=2;
run;
```

General Linear Models Procedure

Dependent Variable: ALTURA

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
B	1	0.58741875	0.58741875	12.75	0.0009
C	1	0.37276875	0.37276875	8.09	0.0070
D	1	0.00991875	0.00991875	0.22	0.6452
E	1	0.12916875	0.12916875	2.80	0.1019
B*C	1	0.00350208	0.00350208	0.08	0.7842
B*D	1	0.00460208	0.00460208	0.10	0.7536
C*D	1	0.01505208	0.01505208	0.33	0.5709

Capítulo 4 - Arranjos Ortogonais

Taguchi argumenta que uma das formas de promover o uso dos experimentos fatoriais fracionados nas indústrias é a condensação dos conhecimentos estatísticos, de sorte que os engenheiros e outros profissionais os assimilem com maior facilidade. Com este objetivo, ele recomenda o emprego de arranjos ortogonais e gráficos lineares. Este capítulo, além de apresentar estes artifícios, comenta sobre a sua validade e mostra outras abordagens.

4.1 - Arranjos Ortogonais Básicos

4.1.1 - Matriz de Planejamento

Uma *matriz de planejamento* consiste de um conjunto de provas, onde se mudam os níveis dos vários fatores em estudo. Após a realização das provas, os dados são analisados para determinar os efeitos dos fatores. Utilizando matrizes especiais, chamadas *arranjos ortogonais*, as estimativas dos efeitos podem ser obtidas de forma eficiente. Esta é uma técnica importante em Planejamento Robusto e um dos seus benefícios é a simplicidade na análise dos dados. Os efeitos dos fatores podem ser determinados pelo cálculo de médias, como foi visto no capítulo 2, que tem um grande apelo intuitivo. As estimativas dos efeitos são, então, usadas para determinar os níveis ótimos dos fatores.

A notação utilizada para representar os arranjos ortogonais é a seguinte: $L_n(k^p)$, onde n indica o número de linhas da matriz, ou o número de combinações de níveis dos fatores (tratamentos) a serem realizadas no experimento; k , o número de níveis dos fatores envolvidos e p , o número de colunas da matriz, ou, equivalentemente, o número máximo de fatores que o arranjo comporta. Para simplificar, é comum se referir aos arranjos ortogonais apenas por L_n . Entretanto, podem existir diferentes arranjos com o mesmo número de linhas. Por isso, para evitar confusão, é aconselhável apresentar a notação completa.

A quadro 4.1 exibe um exemplo de um arranjo ortogonal, o $L_8(2^7)$. Nota-se que cada coluna tem a mesma quantidade de linhas para cada nível. Constata-se, também, neste arranjo que, para

Capítulo 4 - Arranjos Ortogonais

Taguchi argumenta que uma das formas de promover o uso dos experimentos fatoriais fracionados nas indústrias é a condensação dos conhecimentos estatísticos, de sorte que os engenheiros e outros profissionais os assimilem com maior facilidade. Com este objetivo, ele recomenda o emprego de arranjos ortogonais e gráficos lineares. Este capítulo, além de apresentar estes artifícios, comenta sobre a sua validade e mostra outras abordagens.

4.1 - Arranjos Ortogonais Básicos

4.1.1 - Matriz de Planejamento

Uma *matriz de planejamento* consiste de um conjunto de provas, onde se mudam os níveis dos vários fatores em estudo. Após a realização das provas, os dados são analisados para determinar os efeitos dos fatores. Utilizando matrizes especiais, chamadas *arranjos ortogonais*, as estimativas dos efeitos podem ser obtidas de forma eficiente. Esta é uma técnica importante em Planejamento Robusto e um dos seus benefícios é a simplicidade na análise dos dados. Os efeitos dos fatores podem ser determinados pelo cálculo de médias, como foi visto no capítulo 2, que tem um grande apelo intuitivo. As estimativas dos efeitos são, então, usadas para determinar os níveis ótimos dos fatores.

A notação utilizada para representar os arranjos ortogonais é a seguinte: $L_n(k^p)$, onde n indica o número de linhas da matriz, ou o número de combinações de níveis dos fatores (tratamentos) a serem realizadas no experimento; k , o número de níveis dos fatores envolvidos e p , o número de colunas da matriz, ou, equivalentemente, o número máximo de fatores que o arranjo comporta. Para simplificar, é comum se referir aos arranjos ortogonais apenas por L_n . Entretanto, podem existir diferentes arranjos com o mesmo número de linhas. Por isso, para evitar confusão, é aconselhável apresentar a notação completa.

A quadro 4.1 exibe um exemplo de um arranjo ortogonal, o $L_8(2^7)$. Nota-se que cada coluna tem a mesma quantidade de linhas para cada nível. Constata-se, também, neste arranjo que, para

para a prova 1 e $A_1B_1C_1D_2E_2F_2G_2$, para a prova 2. Esta notação é utilizada para indicar as combinações ótimas ao final do experimento.

4.1.2 - Graus de Liberdade

O número de elementos independentes associados a uma entidade, como uma matriz de planejamento, um fator, ou uma interação, é chamado *graus de liberdade*. O efeito de um fator com dois níveis está associado com dois elementos, por exemplo, a média das observações no nível 1 do fator e a média no nível 2, ou os desvios dessas médias em relação à média geral. Em ambos os casos, os elementos possuem uma restrição. No primeiro caso, a soma das duas médias é igual à metade da média geral e no segundo caso, a soma dos desvios é nula. Assim, um fator com dois níveis possui apenas um elemento independente, de modo que o fator tem um grau de liberdade (g. l.).

Um fator com três níveis está associado a três elementos referentes a cada um dos seus níveis. Eles também estão sujeitos a uma restrição, o que faz com que o fator possua dois graus de liberdade. Outra forma de pensar os graus de liberdade é associá-los ao número de comparações a serem feitas para avaliar o efeito do fator. Um fator com dois níveis necessita de apenas uma comparação entre o nível 1 e o nível 2. Já, um fator com três níveis, necessita de duas comparações: primeiro, compara-se o nível 1 com o 2 e avalia-se essa diferença, depois, o nível 1 com o 3, por exemplo. Dessas diferenças, já se tem informação da diferença entre os níveis 2 e 3. Como uma regra geral, o número de graus de liberdade de um fator é o número de níveis subtraído de um. Para uma definição mais rigorosa de graus de liberdade, recomenda-se Hinkleman e Kempthorne (1994, pp. 69 e 70).

Se uma interação entre fatores é representada na matriz de planejamento como um produto das colunas referentes a estes fatores, pode-se compreender a lógica do número de graus de liberdade de uma interação ser o produto dos graus de liberdade dos fatores envolvidos na interação. Assim,

$$\text{g. l. (AB)} = \text{g. l. (A)} \times \text{g. l. (B)} \text{ e}$$

$$\text{g. l. (ABC)} = \text{g. l. (A)} \times \text{g. l. (B)} \times \text{g. l. (C)}.$$

Uma outra maneira de entender o cálculo dos graus de liberdade de uma interação é apresentada graficamente. A figura 4.1 mostra o comportamento de uma característica de qualidade

para a prova 1 e $A_1B_1C_1D_2E_2F_2G_2$, para a prova 2. Esta notação é utilizada para indicar as combinações ótimas ao final do experimento.

4.1.2 - Graus de Liberdade

O número de elementos independentes associados a uma entidade, como uma matriz de planejamento, um fator, ou uma interação, é chamado *graus de liberdade*. O efeito de um fator com dois níveis está associado com dois elementos, por exemplo, a média das observações no nível 1 do fator e a média no nível 2, ou os desvios dessas médias em relação à média geral. Em ambos os casos, os elementos possuem uma restrição. No primeiro caso, a soma das duas médias é igual à metade da média geral e no segundo caso, a soma dos desvios é nula. Assim, um fator com dois níveis possui apenas um elemento independente, de modo que o fator tem um grau de liberdade (g. l.).

Um fator com três níveis está associado a três elementos referentes a cada um dos seus níveis. Eles também estão sujeitos a uma restrição, o que faz com que o fator possua dois graus de liberdade. Outra forma de pensar os graus de liberdade é associá-los ao número de comparações a serem feitas para avaliar o efeito do fator. Um fator com dois níveis necessita de apenas uma comparação entre o nível 1 e o nível 2. Já, um fator com três níveis, necessita de duas comparações: primeiro, compara-se o nível 1 com o 2 e avalia-se essa diferença, depois, o nível 1 com o 3, por exemplo. Dessas diferenças, já se tem informação da diferença entre os níveis 2 e 3. Como uma regra geral, o número de graus de liberdade de um fator é o número de níveis subtraído de um. Para uma definição mais rigorosa de graus de liberdade, recomenda-se Hinkleman e Kempthorne (1994, pp. 69 e 70).

Se uma interação entre fatores é representada na matriz de planejamento como um produto das colunas referentes a estes fatores, pode-se compreender a lógica do número de graus de liberdade de uma interação ser o produto dos graus de liberdade dos fatores envolvidos na interação. Assim,

$$\text{g. l. (AB)} = \text{g. l. (A)} \times \text{g. l. (B)} \text{ e}$$

$$\text{g. l. (ABC)} = \text{g. l. (A)} \times \text{g. l. (B)} \times \text{g. l. (C)}.$$

Uma outra maneira de entender o cálculo dos graus de liberdade de uma interação é apresentada graficamente. A figura 4.1 mostra o comportamento de uma característica de qualidade

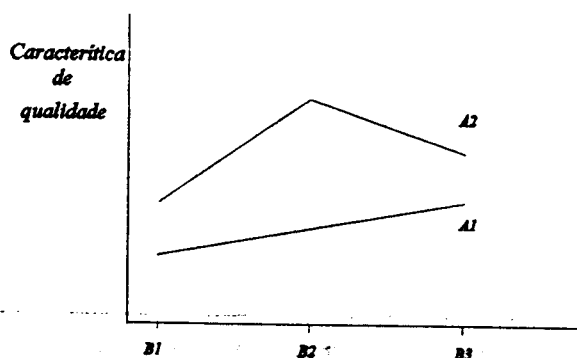


Figura 4.2 - Gráfico da interação AB.

Número da prova	Colunas			
	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	3	1	3	2
8	3	2	1	3
9	3	3	2	1

Quadro 4.2 - Arranjo ortogonal $L_9(3^4)$.

O número de graus de liberdade de um arranjo ortogonal é a soma dos graus de liberdade de suas colunas. O $L_8(2^7)$ tem sete graus de liberdade, pois cada uma de suas colunas possui um g. l.. Como regra, um $L_n(k^p)$ tem $n - 1$ graus de liberdade. O $L_9(3^4)$ apresentado no quadro 4.2 possui oito graus de liberdade, cada coluna, com dois.

4.1.3 - Arranjos Básicos

Existem diversos arranjos ortogonais, entre eles, $L_{16}(2^{15})$ e $L_{32}(2^{31})$, para fatores com dois níveis e $L_9(3^4)$ e $L_{27}(3^{13})$, para três níveis. Embora, nestes arranjos, todos os fatores têm o mesmo número de níveis, encontram-se arranjos ortogonais, cujos fatores possuem número de níveis diferentes. Por exemplo, $L_{18}(2^1 \times 3^7)$, onde uma coluna tem dois níveis e as outras sete, três.

Arranjo Ortogonal	Número de Linhas	Número Máximo de Fatores	Número Máximo de Colunas nos Níveis Especificados			
			2	3	4	5
$L_4(2^3)$	4	3	3	-	-	-
$L_8(2^7)$	8	7	7	-	-	-
$L_9(3^4)$	9	4	-	4	-	-
$L_{12}(2^{11})$	12	11	11	-	-	-
$L_{16}(2^{15})$	16	15	15	-	-	-
$L_{16}(4^5)$	16	5	-	-	5	-
$L_{18}(2^1 \times 3^7)$	18	8	1	7	-	-
$L_{25}(5^6)$	25	6	-	-	-	6
$L_{27}(3^{13})$	27	13	-	13	-	-
$L_{32}(2^{31})$	32	31	31	-	-	-
$L_{32}(2^1 \times 4^9)$	32	10	1	-	9	-
$L_{36}(2^{11} \times 3^{12})$	36	23	11	12	-	-
$L_{36}(2^3 \times 3^{13})$	36	16	3	13	-	-
$L_{50}(2^1 \times 5^{11})$	50	12	1	-	-	11
$L_{54}(2^1 \times 3^{25})$	54	26	1	25	-	-
$L_{64}(2^{63})$	64	63	63	-	-	-
$L_{64}(4^{21})$	64	21	-	-	21	-
$L_{81}(3^{40})$	81	40	-	40	-	-

Quadro 4.3 - Arranjos ortogonais básicos.

Em relação aos arranjos ortogonais com fatores de diferentes número de níveis, Wang e Wu (1991) abordam de forma geral a sua construção, objetivando a economia no número de experimentos.

Taguchi tabelou dezoito arranjos ortogonais básicos. A maioria desses arranjos pode ser encontrada em diferentes formas em trabalhos de outros autores, como: Box, Hunter e Hunter (1978), Cochran e Cox (1957) entre outros. Em muitos casos, um dos arranjos básicos pode ser usado diretamente para formar a matriz de planejamento. O quadro 4.3 apresenta estes arranjos.

4.2 - Gráficos Lineares

4.2.1 - Matrizes de Interação e Gráficos Lineares

Antes de selecionar um arranjo ortogonal, os seguintes requisitos devem ser definidos:

- (a) número de fatores a ser estudado;
- (b) número de níveis para cada fator;
- (c) possíveis interações significantes e interações que podem ser consideradas desprezíveis;
- (d) recursos disponíveis, que informam sobre as limitações no número de provas a serem realizadas.

De posse destes elementos, o próximo passo é estabelecer o número total de graus de liberdade necessário para estimar os efeitos principais e interações de interesse. Com isso, a regra é escolher, entre os arranjos básicos, aquele com o menor número de linhas, que comporte os graus de liberdade calculados e avaliar se é possível a estimação das interações de interesse sem confundimentos indesejáveis.

Com este intuito, Taguchi propõe matrizes triangulares de interação para auxiliar na atribuição de fatores e interações às colunas. Taguchi e Konishi (1987) apresentam estas matrizes para os arranjos $L_{16}(2^{15})$, $L_{32}(2^{31})$, $L_{64}(2^{63})$, $L_{27}(3^{13})$, $L_{81}(3^{40})$ e $L_{64}(4^{21})$. Como exemplo, exibe-se a matriz de interação correspondente ao arranjo $L_8(2^7)$ no quadro 4.4.

Os elementos desta matriz são obtidos através dos produtos elemento a elemento de pares de colunas, que representam a interação entre os fatores representados por estas colunas. Lembre que a interação entre os fatores **A** e **B** é a mesma que entre os fatores **B** e **A**, de modo que a matriz de

interação é simétrica. Não há, então, a necessidade de apresentá-la completamente. Apenas a sua parte superior é exibida, daí, a sua forma triangular.

Coluna	Coluna						
	1	2	3	4	5	6	7
1	(1)	3	2	5	4	7	6
2		(2)	1	6	7	4	5
3			(3)	7	6	5	4
4				(4)	1	2	3
5					(5)	3	2
6						(6)	1
7							(7)

Quadro 4.4 - Matriz de interação para o arranjo ortogonal $L_8(2^7)$.

A matriz indica que o produto das colunas 1 e 2 é a coluna 3 e o produto das colunas 4 e 7, também é a coluna 3. Isto pode ser verificado pelo leitor, utilizando o quadro 4.1. A notação (-1, 1) facilita o entendimento desta operação. Se as colunas 1, 2, 4 e 7 representam, respectivamente, os fatores A, B, C e D, ambas as interações AB e CD estão representadas na coluna 3, significando que elas estão confundidas. Esta atribuição só deve ser feita se uma das interações pode ser considerada desprezível. Caso as duas não sejam significantes, pode-se utilizar a coluna 3 para estimar o erro ou acomodar um outro fator ou interação, tomando-se os devidos cuidados. Esta é a idéia para o uso das matrizes de interação. É importante ressaltar que o processo apresentado aqui é apenas um exemplo simplificado, pois outras relações de confundimento existem para o experimento, que devem ser analisadas cautelosamente. Nota-se que a coluna 3 também é a interação entre as colunas 5 e 6.

Para facilitar o emprego das matrizes de interação, propõe-se uma representação gráfica das mesmas, chamada gráficos lineares. Estes representam de forma esquemática interações entre pares de colunas. Em um gráfico linear, as colunas de um arranjo ortogonal são representadas por pontos e linhas. Quando dois pontos são conectados por uma linha, significa que a interação das colunas

representadas pelos pontos está contida ou confundida com a coluna representada pela linha. Em um gráfico linear, cada coluna do arranjo é representada uma única vez.

Em geral, um gráfico linear não mostra a interação entre todos os pares de colunas do arranjo ortogonal. Esta não é sua função, pois esta informação pode ser obtida na matriz de interação. O gráfico apresenta apenas uma visão parcial das relações entre as colunas. Exemplos de gráfico linear para o arranjo $L_8(2^7)$ são apresentados na figura 4.3.

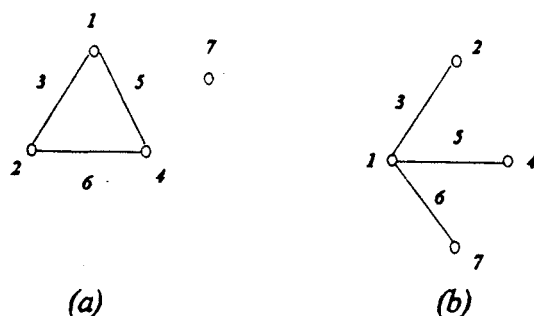


Figura 4.3 - Gráficos lineares para $L_8(2^7)$.

Em geral, um arranjo ortogonal pode ter muitos gráficos lineares. Cada gráfico linear, entretanto, deve estar consistente com a respectiva matriz de interação, isto é, cada linha do gráfico deve representar a interação entre as duas colunas representadas pelos pontos que a conectam. Os diferentes gráficos lineares são úteis para o planejamento de problemas com diferentes requisitos. Taguchi e Konishi (1987) apresentam um conjunto de gráficos lineares para os arranjos ortogonais básicos.

O processo de construção de matrizes de interação e gráficos lineares para os arranjos que envolvem fatores com três níveis é um pouco diferente. A interação entre dois fatores de três níveis possui quatro graus de liberdade. Cada coluna com três níveis possui dois graus de liberdade. Assim, são necessárias duas colunas para representar esta interação. Apresenta-se a matriz de interação e dois

gráficos lineares para o arranjo $L_{27}(3^{13})$ como exemplo no quadro 4.5 e na figura 4.4. Para fatores com mais de três níveis, o processo é análogo.

Coluna	Coluna												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	(1)	3	2	2	6	5	5	9	8	8	12	11	11
		4	4	3	7	7	6	10	10	9	13	13	12
2	(2)		1	1	8	9	10	5	6	7	5	6	7
			4	3	11	12	13	11	12	13	8	9	10
3	(3)			1	9	10	8	7	5	6	6	7	5
				2	13	11	12	12	13	11	10	8	9
4	(4)				10	8	9	6	7	5	7	5	6
					12	13	11	13	11	12	9	10	8
5	(5)					1	1	2	3	4	2	4	3
						7	6	11	13	12	8	10	9
6	(6)						1	4	2	3	3	2	4
							5	13	12	11	10	9	8
7	(7)							3	4	2	4	3	2
								12	11	13	9	8	10
8	(8)								1	1	2	3	4
									10	9	5	7	6
9	(9)									1	4	2	3
										8	7	6	5
10	(10)										3	4	2
											6	5	7
11	(11)											1	1
												13	12
12	(12)												1
													11

Quadro 4.5 - Matriz de interação para o arranjo $L_{27}(3^{13})$.

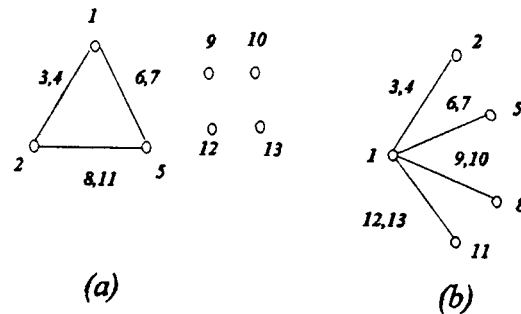


Figura 4.4 - Gráficos lineares para $L_{27}(3^{13})$.

A seguir, descrevem-se os passos recomendados para a utilização dos gráficos lineares:

- estabelecer os fatores a serem estudados e as possíveis interações significantes;
- verificar o número de graus de liberdade necessários e escolher o arranjo com menor número de linhas que possa estimá-los;
- montar o gráfico linear requerido, começando a alocação com os fatores que estão envolvidos em maior número de interações;
- verificar se o gráfico requerido se encaixa diretamente em um gráfico linear tabelado, caso contrário, utilizar as modificações apresentadas na próxima seção. Se, mesmo assim, o gráfico não comportar as interações, escolher um arranjo maior e repetir o processo até que um arranjo possa estimar todos os efeitos necessários.

Exemplo: Suponha que um experimento consiste de quatro fatores com dois níveis. Deseja-se estimar seus efeitos principais e as interações AB, BC e BD. O restante das interações é considerada não significativa. O total de graus de liberdade necessários é sete. Assim, o arranjo mínimo é o $L_8(2^7)$. Resta verificar se é possível estimar os efeitos desejados com este arranjo. O primeiro passo é construir o gráfico linear requerido apresentado na figura 4.5.

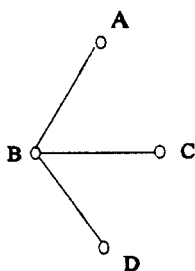


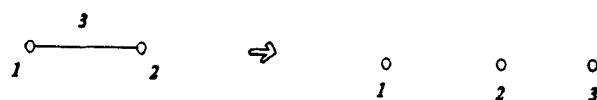
Figura 4.5 - Gráfico linear requerido do exemplo.

Procura-se, então, entre os gráficos lineares tabelados, aquele que comporta esta situação. Os gráficos lineares para este arranjo estão na figura 4.3. O gráfico 4.3(a) não satisfaz a condição, mas, o 4.3(b), sim. Então, este é empregado. Neste caso, um gráfico linear tabelado é utilizado diretamente.

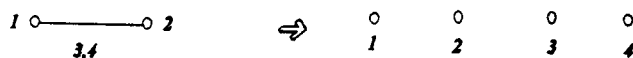
4.2.2 - Modificações nos Gráficos Lineares

Existem três regras que podem ser usadas para modificar um gráfico linear com o objetivo de acomodar as necessidades de um caso específico:

- (a) *Quebra de linha* - No caso de uma interação entre fatores com dois níveis, a linha que a representa pode ser removida e substituída por um ponto. A linha que representa a interação entre dois fatores com três níveis é substituída por dois pontos e assim por diante, com fatores de mais níveis. A figura 4.6 representa esta modificação.
- (b) *Formação de uma linha* - Uma linha pode ser adicionada ao gráfico linear para conectar dois pontos se o(s) ponto(s) que representa(m) a interação for(em) removido(s). Estes pontos são determinados pela matriz de interação. A figura 4.7 mostra esta regra graficamente, considerando que a interação entre as colunas 1 e 2 está na coluna 3, para o caso (a) e nas colunas 3 e 4, para o caso (b).



(a)

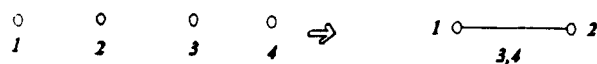


(b)

Figura 4.6 - Modificação de um gráfico linear, utilizando a técnica de quebra de linha envolvendo: (a) fatores com dois níveis, (b) fatores com três níveis.



(a)



(b)

Figura 4.7 - Modificação de um gráfico linear, utilizando a técnica de formação de linha envolvendo: (a) fatores com dois níveis, (b) fatores com três níveis.

(c) *Mudança de uma linha* - Esta regra é uma combinação das duas anteriores. Uma linha conectando

dois pontos pode ser removida e ser utilizada para juntar outros dois pontos, dado que a interação entre os dois pares de pontos é representada pela mesma coluna. A representação gráfica está na figura 4.8.

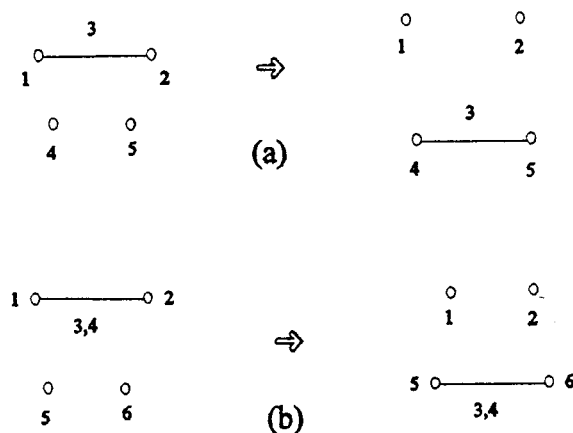


Figura 4.8 - Modificação de um gráfico linear, utilizando a técnica de mudança de linha envolvendo: (a) fatores com dois níveis, (b) fatores com três níveis.

Esta última regra apresentada como na figura 4.8 parece sem utilidade, já que a atribuição de fatores às colunas é meramente subjetiva, com o cuidado apenas nas relações de confundimento. Assim, ao invés de fazer a modificação proposta, a opção equivalente seria colocar os fatores nas colunas adequadamente. Entretanto, a regra não pode ser vista isoladamente, mas em um contexto, como no exemplo a seguir.

Exemplo: Considere um experimento com sete fatores A, B, C, D, E, F e G, cada um com dois níveis. Além dos efeitos principais, deseja-se estimar as seguintes interações: AB, AC, AD, AE, AF, BG, DE e EF. As demais interações podem ser consideradas desprezíveis, com base nos conhecimentos do pesquisador.

O total de graus de liberdade necessários é quinze, de forma que o arranjo mínimo é o $L_{16}(2^{15})$. O fator A está envolvido em cinco interações, o E, em três, B, D e F em duas e C e G, em uma.

Entre os gráficos lineares tabelados, nenhum deles pode ser utilizado diretamente. O próximo passo é, então, tentar modificar algum dos gráficos lineares. A figura 4.9 apresenta um gráfico linear e a respectiva mudança, que utiliza a última regra, já que a interação entre as colunas 2 e 12 (coluna 14) é a mesma que as colunas 1 e 15.

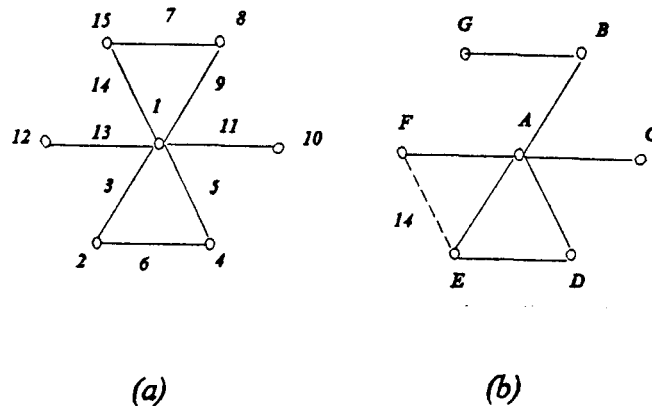


Figura 4.9 - Exemplo da regra de mudança de linha em um arranjo $L_{16}(2^{15})$.

Além dessas técnicas, existem outras utilizadas e recomendadas por Taguchi para modificar os arranjos ortogonais. Algumas delas são apresentadas a seguir:

(a) *Técnica do Pseudo-Nível* - Permite colocar um fator com m níveis em uma coluna com n níveis, $n > m$. Suponha que um fator A tenha dois níveis, A_1 e A_2 . Pode-se alocá-lo em uma coluna com três níveis, criando-se um pseudo-nível, que pode ser A_1 ou A_2 .

Exemplo: Considere um problema que engloba quatro fatores A, B, C e D. O primeiro com dois níveis e os outros, com três. O experimento é organizado utilizando-se um $L_9(3^4)$. Uma das colunas é adaptada para alojar o fator A. Por exemplo, opta-se por $A_3 = A_1$. O arranjo modificado é apresentado no quadro 4.6. Nota-se que o arranjo ainda satisfaz a condição de frequências proporcionais, o que garante a sua ortogonalidade.

Número da Prova	Colunas			
	1	2	3	4
1	A ₁	B ₁	C ₁	D ₁
2	A ₁	B ₂	C ₂	D ₂
3	A ₁	B ₃	C ₃	D ₃
4	A ₂	B ₁	C ₂	D ₃
5	A ₂	B ₂	C ₃	D ₁
6	A ₂	B ₃	C ₁	D ₂
7	A ₁	B ₁	C ₃	D ₂
8	A ₁	B ₂	C ₁	D ₃
9	A ₁	B ₃	C ₂	D ₁

Quadro 4.6 - Arranjo ortogonal $L_9(3^4)$ adaptado para colocar um fator com dois níveis.

Para a escolha do nível a ser atribuído ao pseudo-nível deve-se considerar alguns aspectos. Verifica-se que o nível do fator A é estimado com maior precisão no exemplo. Se um dos níveis necessita de uma precisão maior, este deve ser escolhido. Normalmente, quando se compara um nível existente com um nível novo, é preferível estimar com maior precisão o nível novo, pois, geralmente, já se possui informação anterior do nível existente. Outros aspectos a serem considerados são o custo, disponibilidade e facilidade na realização das provas com os diferentes níveis.

(b) *Técnica da Composição de Fatores* - Permite o estudo de mais fatores do que o número de colunas no arranjo. Esta técnica pode ser usada para assinalar dois fatores com dois níveis em uma coluna com três níveis. Entretanto, a técnica só deve ser aplicada se não houver interação entre os fatores a serem combinados.

Exemplo: Sejam A e B, dois fatores com dois níveis. As quatro combinações de níveis possíveis são: A₁B₁, A₁B₂, A₂B₁ e A₂B₂. Escolhem-se três delas para serem associadas aos três níveis de uma coluna do arranjo. Por exemplo, a alocação pode ser a apresentada no quadro 4.7:

Nível 1	A_1B_1
Nível 2	A_1B_2
Nível 3	A_2B_1

Quadro 4.7 - Possível correspondência das combinações dos fatores A e B com os níveis de uma coluna do arranjo.

O efeito do fator A pode ser calculado pela diferença entre os níveis 1 e 3, e o do fator B, com os níveis 1 e 2. Nota-se que para o cálculo do efeito de um fator, o nível do outro está fixo. Daí, a necessidade da não interação entre os fatores A e B.

(c) *Técnica da Junção de Colunas* - Esta técnica pode ser usada para criar colunas com quatro níveis a partir de colunas de dois níveis, uma coluna de nove níveis com colunas de três níveis e uma coluna com seis níveis, combinando colunas de dois e três níveis.

Para criar uma coluna de quatro níveis (três graus de liberdade), utilizam-se três colunas de dois níveis (um g.l. cada), duas correspondentes a dois fatores e a terceira, necessariamente, à interação das duas anteriores. As combinações de duas das colunas (1, 1), (1, 2), (2, 1) e (2, 2) correspondem aos quatro níveis da nova coluna. Para exemplificar, considere o $L_8(2^7)$ do quadro 4.8. Pode-se verificar que o experimento continua balanceado e, conseqüentemente, ortogonal.

Número da prova	Colunas						
	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

⇒

Número da prova	Colunas					
	(123)	4	5	6	7	
1	1	1	1	1	1	
2	1	2	2	2	2	
3	2	1	1	2	2	
4	2	2	2	1	1	
5	3	1	2	1	2	
6	3	2	1	2	1	
7	4	1	2	2	1	
8	4	2	1	1	2	

Quadro 4.8 - Arranjo $L_8(2^7)$ e sua modificação para acomodar uma coluna com quatro níveis.

(d) *Técnica do Fator Divergente* - Fatores tais que, dependendo do seu nível, diferentes fatores ou diferentes níveis de outros fatores são utilizados, chamam-se *fatores divergentes*. Esta técnica é um método de construção de arranjos ortogonais para acomodar tais casos. Os gráficos lineares são úteis para este objetivo.

Exemplo: Foi realizado um experimento para verificar a consistência de pizzas, ou seja, saber se a massa era macia. O preparo de pizzas pode ser dividido em duas etapas: preparo da massa e o processo de cozimento. Na fase de preparo da massa, foram considerados os seguintes fatores: A (quantidade de farinha) e B (quantidade de fermento). Na fase de cozimento, um fator considerado é o tipo de forno (C) com dois níveis: à lenha (C_1) e microondas (C_2). Este é um fator divergente, já que, para o forno a lenha, os outros fatores são: quantidade de lenha (D) e tempo (E) e, para o microondas, os fatores são: potência (F) e tempo (G), com outros níveis. Todos os fatores envolvem dois níveis.

O gráfico linear requerido para este exemplo é apresentado na figura 4.10.

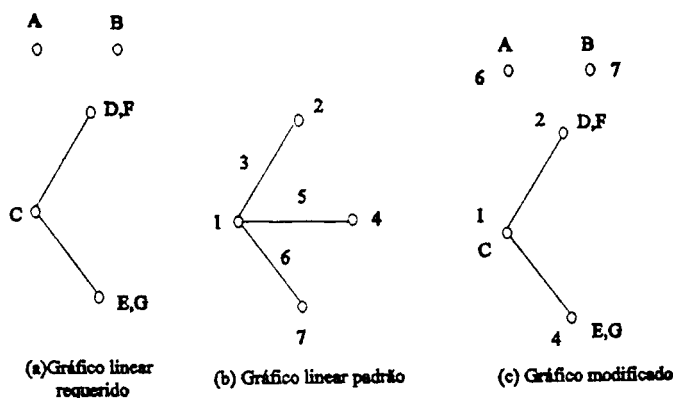


Figura 4.10 - Gráficos lineares para o exemplo da pizza.

São necessários um ponto para o fator C e dois pontos conectados ao fator C, correspondendo aos fatores D e E para o forno a lenha e F e G, para o microondas. As colunas

associadas com as interações devem ser mantidas vazias.

O gráfico linear da figura 4.10(b) pode ser modificado para acomodar o gráfico requerido. Os fatores **D** e **F** são alocados na mesma coluna (2), o mesmo acontecendo com os fatores **E** e **G**, que são alocados na coluna (4).

A escolha entre os fatores (**D** e **F**) e (**C** e **G**) é determinada pelos níveis do fator **C**. A configuração é apresentada no quadro 4.9:

Número da Prova	Colunas				
	1	2	4	6	7
1	C ₁	D ₁	E ₁	A ₁	B ₁
2	C ₁	D ₁	E ₂	A ₂	B ₂
3	C ₁	D ₂	E ₁	A ₂	B ₂
4	C ₁	D ₂	E ₂	A ₁	B ₁
5	C ₂	F ₁	G ₁	A ₁	B ₂
6	C ₂	F ₁	G ₂	A ₂	B ₁
7	C ₂	F ₂	G ₁	A ₂	B ₁
8	C ₂	F ₂	G ₂	A ₁	B ₂

Quadro 4.9 - Experimento da pizza.

Os fatores **D** e **F** podem ter efeitos diferentes, que são avaliados através da interação entre as colunas 1 e 2. Por isso, a coluna 3 deve ficar vazia. O mesmo vale para os fatores **E** e **G**, cuja interação com a coluna 1 está na coluna 5.

(e) *Método da Coluna Ociosa* - Permite que um arranjo ortogonal com dois níveis seja usado como base para um experimento fatorial fracionado com diferentes níveis. A partir de um arranjo ortogonal com dois níveis, pode-se produzir um outro com níveis diferentes, combinando colunas e recodificando-as. Se o arranjo novo preserva a condição de frequências proporcionais, continua-se com um arranjo ortogonal. Entretanto, o método da coluna ociosa não preserva esta condição, gerando um arranjo não ortogonal. Geralmente, estes planos requerem um número menor de provas

que os correspondentes planos ortogonais.

Taguchi afirma que existem vantagens em utilizar contrastes ortogonais na análise de tais arranjos, apesar da maior eficiência dos quadrados mínimos. O arranjo resultante não é ortogonal, mas pode, em algumas circunstâncias, ser descrito como "quase" ortogonal. Quando os fatores de três níveis são quantitativos e igualmente espaçados, a abordagem de Taguchi leva a uma análise muito simples em que todos os efeitos principais são calculados a partir das colunas de dois níveis do arranjo ortogonal.

Grove e Davis (1991) comparam a análise "ortogonal" dos planos não ortogonais proposta por Taguchi com o método de quadrados mínimos. O método deve ser aplicado com cuidado, pois um pequeno desvio na técnica produz um tipo de plano diferente. Examinam, também, algumas alternativas e tentam identificar as ocasiões em que o método da coluna ociosa pode ser útil e quando ele não deve ser empregado.

4.2.3 - Gráficos de Interação

A análise isolada de um gráfico linear não permite a recuperação da relação de confundimento entre os fatores, já que o gráfico fornece uma visão parcial da mesma. É preciso recorrer à matriz de interação. Com o propósito de atacar este problema, Kackar e Tsui (1990) propõem uma outra ferramenta gráfica, chamada gráfico de interação. Estes gráficos são úteis no planejamento de fatoriais fracionados com dois níveis, que permitem a estimação dos efeitos principais e algumas interações específicas sem confundimento, sob a hipótese de que todas as outras interações não especificadas são desprezíveis. Os gráficos de interação, ao contrário dos gráficos lineares, identificam a relação de confundimento dos fatores. Em seu artigo, Kackar e Tsui discutem vantagens dos gráficos de interação em relação aos gráficos lineares e o método de sua construção.

Em um gráfico de interação, cada coluna do arranjo ortogonal pode ser representada mais de uma vez. Exemplos de gráficos de interação são apresentados na figura 4.11.

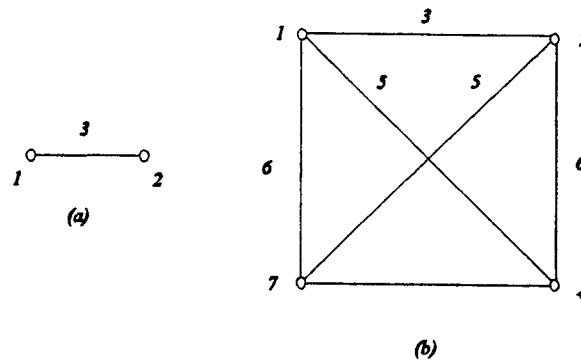


Figura 4.11 - Gráfico de interação para: (a) $L_4(2^3)$, (b) $L_8(2^7)$.

Cada fatorial fracionado com dois níveis tem um gráfico de interação associado. Entretanto, para arranjos ortogonais com mais de dezesseis linhas, o seu uso é muito complicado. Esta é uma limitação que não incomoda seus autores, que afirmam que os fatoriais com 4, 8 e 16 provas são mais comuns.

Em suma, os gráficos de interação nada mais são que uma representação gráfica da matriz de interação.

4.3 - Experimentos com Fatores de Três Níveis

No contexto de planejamento robusto, Taguchi enfatiza o uso de experimentos que podem ser enquadrados na forma de arranjos ortogonais. Existe uma grande variedade destes planos, sendo os mais empregados os fatoriais completos 2^k e 3^k e os fracionados 2^{k-p} e 3^{k-p} . Combinação desses planos são frequentemente construídas para permitir que fatores com números diferentes de níveis coexistam no mesmo experimento.

Surge, então, uma questão importante: qual plano empregar, ou seja, qual deles é melhor? A

chave reside na ligação entre os planos e os respectivos modelos associados para descrever a resposta em estudo. Mesmo quando o objetivo do experimento não é ajustar um modelo, o papel das estimativas, isto é, o que elas realmente estimam deve ser considerado. Por exemplo, uma diferença entre duas médias pode não representar completamente o efeito principal de um fator se o mesmo estiver sendo estudado simultaneamente com outros fatores, pois interações podem estar confundidas com o efeito principal.

Quando cada um dentre k fatores é contínuo e seus níveis são representados por x_i . Os modelos comumente empregados são as aproximações da série de Taylor de primeira e segunda ordens:

$$\text{Primeira Ordem: } y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i$$

$$\text{Segunda Ordem: } y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i \neq j} \beta_{ij} x_i x_j,$$

onde os coeficientes β_0 , β_i , β_{ii} e β_{ij} são, respectivamente, o termo constante, os k coeficientes de primeira ordem, os k coeficientes quadráticos, que representam curvatura e os $\frac{k(k+1)}{2}$ coeficientes do produto cruzado, que simbolizam a interação.

Taguchi recomenda que a região englobada pelos níveis dos fatores seja ampla. Por isso, ele acredita que os efeitos dos fatores tendem a não ser lineares. Desse modo, Taguchi prefere o emprego de fatores com três níveis, com o objetivo de estimar os efeitos quadráticos.

Os fatoriais completos 3^k para um k modestamente grande (para $k = 4$, são necessárias $3^4 = 81$ provas), requerem muitas provas. Uma abordagem é a construção de fatoriais fracionados 3^{k-p} . Entretanto, estes planos são modelos de segunda ordem pobres por diversas razões. Um dos grandes problemas dos fatoriais fracionados com três níveis é gerado pela estrutura de confundimento entre os fatores. O sucesso da análise depende da suposição de não significância das interações. Os fatoriais fracionados 3^{k-p} não são robustos à hipótese de não existência de interação entre os fatores. Se os coeficientes β_{ij} forem diferentes de zero, eles afetam todos os coeficientes estimados, tanto de primeira ordem como os quadráticos, e também podem viciar a estimativa da variância. Entretanto, nos fatoriais 2^{k-p} , as interações não presentes no modelo não afetam os coeficientes de primeira ordem,

exceto o termo constante. Hunter (1985) desenvolve uma discussão com algum detalhe sobre o tema através de um exemplo de um fatorial 3^{4+2} .

Uma estratégia melhor é adicionar pontos centrais em um experimento com dois níveis, onde é possível avaliar a adequabilidade do modelo. As vantagens desta abordagem sobre os experimentos com três níveis são:

- (a) menor número de provas;
- (b) com o tamanho que seria empregado com fatores de três níveis, pode-se aumentar a resolução do experimento ou mais fatores podem ser analisados.

Se o teste detectar uma possível presença de curvatura, os experimentos podem ser aumentados sequencialmente, segundo o método de superfície de respostas.

4.4 - A Importância das Interações

As interações exercem um papel fundamental no planejamento do experimento. Se a estimativa do efeito de um fator está confundida com uma interação significativa, a análise feita pode ser invalidada.

O planejamento robusto envolve três tipos de interação: entre os fatores de controle, entre os fatores de controle e de ruído e entre os fatores de ruído. Para se alcançar um dos objetivos básicos do planejamento robusto (encontrar níveis dos fatores de controle que minimizam a influência dos fatores de ruído) é essencial a interação entre os fatores de controle e os de ruído. Se esta não existir, a boa intenção do planejamento robusto "vai por água abaixo". Como exemplo, considere o gráfico da figura 4.12. O gráfico indica que não existe interação entre o fator de controle (**B**) e o fator de ruído (**A**), pois as retas são paralelas. Nota-se que as diferenças nas respostas entre os níveis 1 e 2 do fator **A**, d_1 (nível 1 de **B**) e d_2 (nível 2 de **B**) são iguais, implicando na não influência de **B**, considerando o fator de ruído **A**, na variabilidade da resposta.

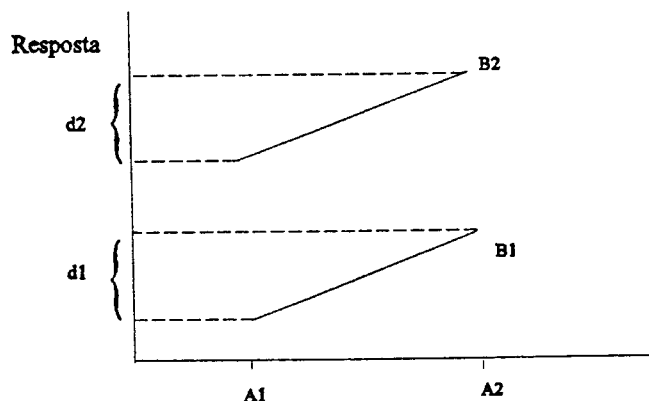


Figura 4.12 - Gráfico da interação entre o fator de controle (B) e o fator de ruído (A).

Taguchi reconhece a presença de interações entre os fatores de controle, mas ataca o problema por outro ângulo, concentrando os esforços na diminuição das interações entre os fatores. A presença de interações entre os fatores de controle é altamente indesejável, pois implica em número muito maior de provas para estudar o mesmo número de fatores. Assim, toda tentativa é feita, em planejamento robusto, para eliminar ou minimizar a interação entre os fatores de controle através de: escolha de características de qualidade adequada, escolha dos fatores de controle e seus níveis, utilizando a técnica de "sliding levels".

As regras para a escolha das características de qualidade que minimizam interações são:

- (a) a característica de qualidade deve estar diretamente relacionada com a *energia* do processo, ou seja, o mecanismo básico que afeta a qualidade do produto ou processo. O exemplo a seguir ilustra esta idéia. Considere a produção de biscoitos de uma fábrica. Um dos fatores que afeta a qualidade dos biscoitos é o cozimento. Se eles ficarem muito tempo no forno, podem sair queimados e, caso contrário, crus. Neste caso, a energia do processo envolve o tempo que o biscoito fica no forno e a temperatura do mesmo. Uma característica relacionada com essa energia é a cor do biscoito. Avaliando-a, tem-se informação se o biscoito assou muito, pouco ou ficou no ponto ideal.

Se necessário, utilizar características dinâmicas. Uma maneira de pensar uma característica dinâmica é ver um processo como um sistema, envolvendo transferência de energia, com base em um valor inicial que produz um resultado final. Um exemplo básico de uma característica dinâmica é o controle de temperatura de uma sala. O sistema pode ser ajustado em uma gama de temperaturas, através de um termostato. A temperatura da sala é o resultado da combinação da configuração do termostato com as influências externas, como a temperatura ambiente e o número de pessoas na mesma;

(b) sempre que possível, escolher características contínuas;

(c) de preferência, características do tipo nominal melhor.

Outra técnica, sugerida por Taguchi, é "sliding levels", explicada a seguir:

Lista-se os fatores na ordem em que eles aparecem no processo e, decide-se sobre os níveis, iniciando pelo primeiro fator, segundo esta ordem. Suponha que os fatores sejam A, B, C,... . Escolhem-se os níveis para o fator A. Na escolha dos níveis de B, deve-se considerar se o comportamento de B depende dos níveis de A. Por exemplo, suponha que os fatores A e B sejam, respectivamente, temperatura e tempo em uma reação química. Assume-se também que a variação da temperatura é 500-800° C e os níveis escolhidos são: A_1 : 500° C, A_2 : 600° C, A_3 : 700° C e A_4 : 800° C. Desde que o tempo de reação (B) pode decrescer conforme a temperatura aumenta, a variação do tempo desejável é indicada no quadro 4.10.

	Varição no Tempo da Reação
A_1 : 500° C	6-8 horas
A_2 : 600° C	5-7 horas
A_3 : 700° C	4-6 horas
A_4 : 800° C	3-5 horas

Tabela 4.10 - Exemplo da técnica de "sliding levels".

Assim, para cada nível do fator A, os níveis do fator B são diferentes. Esta técnica é útil para evitar desperdícios. Quando já se sabe que determinadas combinações não são "ótimas", deve-se evitá-

las na condução do experimento. Outra situação adequada para a aplicação desta técnica é quando determinadas combinações de níveis dos fatores não produzem respostas, ou seja, o produto ou processo não chega ao estágio final.

Entretanto, esta técnica deve ser aplicada com cuidado. Tais métodos devem ser empregados quando se tem realmente conhecimento e não apenas por "vagas" suspeitas. A perda gerada pela eliminação de combinações que podem ser boas é maior que a perda causada pela experimentação em condições ruins. Muitas vezes, estas informações consideradas "ruins" são importantes e levam a um maior conhecimento do fenômeno.

Formando os níveis dos fatores, segundo o critério acima, tem-se a vantagem de cancelar as interações, segundo Taguchi. Entretanto, para que a interação seja eliminada, é necessário que o comportamento seja aproximadamente o mesmo nos diferentes conjuntos de níveis escolhidos. Para exemplificar, o gráfico para o exemplo do quadro 4.10 deveria ter um aspecto similar ao da figura 4.13.

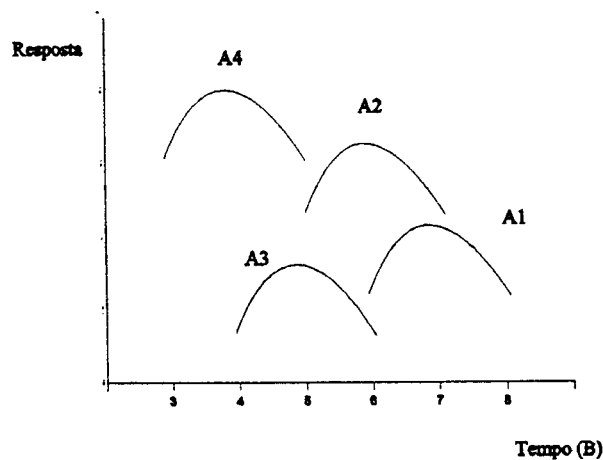


Figura 4.13 - Gráfico para ilustrar a técnica de "sliding levels".

Será que estas suposições são razoáveis? Fica esta questão para se analisar na hora da utilização desta técnica.

Essas tarefas requerem "know-how" técnico sobre o projeto específico. A diferença entre um fator de controle e de ruído é subjetiva, dependendo se o fator pode ser controlado a um baixo custo ou não. Será que a escolha de características relacionadas com a energia do processo é capaz de discernir entre os dois tipos de interação e as interações se apresentem de forma apropriada? É fora da realidade presumir que se possa encontrar características de qualidade que são aditivas apenas nos fatores de controle.

4.5 - Reprodutibilidade

Esta seção trata de um grupo especial de arranjos ortogonais. Entre os arranjos ortogonais básicos propostos por Taguchi, fazem parte deste grupo os arranjos: $L_{12}(2^{11})^3$, $L_{18}(2^1 \times 3^7)$, $L_{36}(2^{11} \times 3^{12})$ e $L_{54}(2^1 \times 3^{25})$. A característica principal deste grupo, que o faz diferir dos demais arranjos ortogonais, é a sua estrutura de confundimento. Nos outros arranjos ortogonais do tipo 2^{n-p} ou 3^{n-p} , os efeitos ou eram ortogonais ou completamente confundidos com outros efeitos. Este grupo especial apresenta uma estrutura de confundimento mais complexa, ou seja, os efeitos estão parcialmente confundidos entre si. Como exemplo, considere o arranjo $L_{12}(2^{11})$ com onze fatores. Para cada fator X, seu efeito principal está parcialmente confundido com as 45 interações de dois fatores, que não envolvem X. Isto torna difícil a interpretação da interação.

A análise destes planos se restringe à avaliação de efeitos principais, exceto em alguns casos, onde algumas interações são ortogonais aos efeitos principais. Um exemplo é o $L_{18}(2^1 \times 3^7)$ em que a interação entre a coluna de dois níveis e uma coluna de três níveis (representada na segunda coluna do arranjo) é ortogonal aos efeitos principais.

Muitos livros em Planejamento de Experimentos recomendam este tipo de experimento apenas nas fases iniciais e sob a hipótese de aditividade dos efeitos principais. Comenta-se que, a menos que

³ O $L_{12}(2^{11})$ é um plano Plackett-Burman não geométrico (o número de provas não é uma potência de dois). O Plackett-Burman tem número de provas igual a um múltiplo de quatro. Uma exceção é o plano com 92 provas. O termo "plano Plackett-Burman" é frequentemente restrito aos experimentos de efeitos principais com dois níveis em que o número de provas é um múltiplo de quatro, mas não é uma potência de dois. Quando o número de provas também é uma potência de dois, os experimentos são mais conhecidos como fatoriais fracionados.

as interações sejam pequenas ou negligenciáveis ou existam poucos fatores importantes, os resultados podem ser confusos.

Por outro lado, a visão de Taguchi sobre o tema é diferente. Este afirma que, embora as interações não possam ser estimadas, é vantajoso ter os efeitos destas interações distribuídos uniformemente entre as colunas do arranjo. Segundo Taguchi, esta propriedade aumenta a eficiência e a *reprodutibilidade* destes experimentos, sendo, então, altamente recomendados. A reprodutibilidade é uma característica muito desejável nos experimentos. Ela está relacionada com a reprodução na prática dos resultados obtidos através dos experimentos. Dessa forma, parece que Taguchi acredita que os efeitos principais não são afetados pelas interações, porque estas estão espalhadas por todas as colunas do arranjo.

Com base nestas duas opiniões divergentes, simulam-se modelos para verificar o que acontece em algumas situações. Utilizou-se apenas o arranjo $L_{12}(2^{11})$ para gerá-los. O erro (ϵ) adicionado em cada modelo possui distribuição normal com média zero e variância 0.25. Foram geradas 100 amostras para cada modelo. Alguns exemplos interessantes são apresentados no quadro 4.11. Estes exemplos levam a algumas conjecturas quando se ignora as interações nestes tipos de planos:

- (a) efeitos importantes não são detectados;
- (b) efeitos não importantes são detectados.

Identificação	Modelo	Efeitos Significantes a 5%
1	$Y = 8A + AB + \epsilon$	D, em todas as amostras
2	$Y = A + 8AB + \epsilon$	Nenhum, em todas as amostras
3	$Y = A + B + 4AB + 4AC + 4AD + \epsilon$	C, em todas as amostras

Quadro 4.11 - Exemplo de algumas simulações feitas para experimentos utilizando $L_{12}(2^{11})$ com onze fatores.

No modelo 1, o efeito do fator A não foi detectado. Este fator e o fator B são considerados fatores de custo. Assim, como existe uma interação entre A e B, que não é levada em conta, os níveis recomendados para A e B, baseados no custo, podem não ser os níveis ótimos.

No modelo 2, todos os efeitos dos fatores são considerados desprezíveis. No modelo 3, um efeito espúrio é considerado importante.

Com base nos resultados, crê-se na fragilidade deste tipo de experimento. Recomenda-se o seu uso sob a hipótese, assegurada, de aditividade dos efeitos principais.

Hamada e Wu (1992) propõem uma estratégia de análise destes planos que permite a estimação de interações, além dos efeitos principais. Os procedimentos se baseiam no *princípio de Pareto* e no conceito de *hereditariedade*. O princípio de Pareto indica que, em muitos experimentos, a variação apresentada nos dados é explicada em sua maior parte por poucos efeitos. A hereditariedade assume que se uma interação é importante, pelo menos um dos efeitos principais que envolve fatores desta interação também é importante.

A idéia pode ser resumida nos seguintes passos:

Passo 1: Estimar todos os efeitos principais e interações ortogonais aos efeitos principais e selecionar os efeitos significantes. Pode-se utilizar, por exemplo, análise de variância, se possível, ou gráficos de probabilidade normal.

Passo 2: Usando o conceito de hereditariedade, incorpore os efeitos identificados no passo anterior e as interações de dois fatores, envolvendo pelo menos um dos fatores selecionados no passo anterior, através de um método de seleção de variáveis "forward" para modelos de regressão. Identifique um modelo adequado.

Passo 3: Utilize, novamente, o método de seleção de variáveis para averiguar um modelo com efeitos considerados no passo anterior, acrescido de todos os efeitos principais que ainda não tiverem sido incluídos.

Passo 4: Repita os passos 2 e 3 até que o modelo selecionado permaneça inalterado.

Entretanto, o método proposto apresenta algumas limitações. Segundo os autores, o mesmo funciona bem quando somente poucas das interações que estão parcialmente confundidas com os efeitos principais são significantes e são menores, em magnitude, que os efeitos principais. Para maiores detalhes e exemplos, consultar o artigo original.

4.6 - Experimentos Confirmatórios

Após a obtenção da combinação "ótima" com base nos resultados do experimento, Taguchi sugere a realização de algumas provas sob esta combinação, que formam um *experimento confirmatório*. O propósito deste experimento é comprovar a reprodutibilidade dos resultados.

Com a combinação "ótima", faz-se uma predição da resposta, pois nem sempre a combinação escolhida está entre as provas realizadas. Para esta predição, utilizam-se apenas os fatores considerados significativos. Por exemplo, suponha que em um experimento com quatro fatores (A, B, C e D), a combinação "ótima" seja $A_3B_4C_1D_1$. Entretanto, apenas os fatores A e B foram considerados importantes. Os níveis dos fatores C e D foram escolhidos com base no custo. Desse modo, a predição para a média ($\hat{y}$) é dada por:

$$\hat{y} = \bar{y} + (\bar{A}_3 - \bar{y}) + (\bar{B}_4 - \bar{y}) = \bar{A}_3 + \bar{B}_4 - \bar{y},$$

onde $\bar{y}$ é a média geral,

$\bar{A}_3$ é a média das observações no nível 3 do fator A;

$\bar{B}_4$ é a média das observações no nível 4 do fator B.

Considere outro exemplo, envolvendo seis fatores, em que a combinação "ótima" é $A_1B_1C_1D_2E_1$. Apenas o fator E é um fator de custo. Além disso, a interação AB foi considerada importante, juntamente com os seus efeitos principais. Assim, a equação de predição é dada por:

$$\begin{aligned} \hat{y} &= \bar{y} + (\bar{A}_1 - \bar{y}) + (\bar{B}_1 - \bar{y}) + (\bar{C}_1 - \bar{y}) + (\bar{D}_2 - \bar{y}) + \\ &+ [(\bar{A}_1\bar{B}_1 - \bar{y}) - (\bar{A}_1 - \bar{y}) - (\bar{B}_1 - \bar{y})] = \\ &= \bar{A}_1\bar{B}_1 + \bar{C}_1 + \bar{D}_2 - 2\bar{y}, \end{aligned}$$

onde $\bar{A}_1\bar{B}_1$ é a média das observações no nível 1 de A e de B.

A predição é, então, comparada com a média das provas do experimento confirmatório. Se os valores estão próximos indica que há uma alta probabilidade dos resultados serem reproduzidos. Se, no entanto, o resultado do experimento confirmatório for superior ao da predição, pode-se ter

uma interação não detectada trabalhando a favor, que produz resultados melhores. Por outro lado, se o resultado do experimento é inferior à predição indica uma baixa reprodutibilidade e o experimento deve ser reconsiderado.

Mesmo quando o resultado obtido é melhor que a predição, é interessante avaliar o motivo, pois resultados melhores ainda podem ser alcançados se mais informação é obtida a respeito do fenômeno.

O que significa o experimento confirmatório não estar de acordo com as predições? Alguns motivos possíveis são:

- (a) existência de interações não detectadas;
- (b) algum fator importante não considerado no experimento;
- (c) níveis muito próximos que não permitem a avaliação da significância dos fatores.

Estas possibilidades devem ser consideradas para identificar as causas da discordância.

Taguchi tem sugerido que os experimentos confirmatórios podem ser utilizados para testar a presença de interações. O método se baseia na construção de intervalos de predição. Entretanto, Bisgaard e Diamond (1990) fazem uma análise cuidadosa deste método e mostram que os experimentos confirmatórios são ineficientes para detectar interações. De fato, em muitos casos, mostra-se que a probabilidade de detectar uma interação decresce, ao invés de aumentar, conforme o efeito da interação cresce. Os autores discutem o poder do teste proposto por Taguchi, concluindo que o desempenho do teste é problemático. Então, a utilização de experimentos confirmatórios, com objetivo de detectar a presença de interações não é recomendada.

4.7 - Comentários

Esta seção reúne comentários gerais sobre os pontos apresentados neste capítulo. Alguns aspectos já foram destacados ao longo das outras seções, mas volta-se a abordá-los devido à sua importância.

Os planos recomendados por Taguchi (fatoriais fracionados, planos Plackett-Burman) vêm sendo empregados há várias décadas. Eles são apenas apresentados por Taguchi com uma "roupa"

diferente, conhecida como arranjo ortogonal e, para aqueles não habituados com a prática de planejamento de experimentos, parecem conceitos criados por ele. O objetivo desta abordagem é simplificar o uso destas técnicas por profissionais não familiarizados com a Estatística, o que é uma preocupação bastante relevante.

A forma como a aplicação destas técnicas é transmitida ao público interessado pode ser mal interpretada, passando a impressão de passos prontos como "regras de bolso", sem nenhum aprofundamento. Tudo isso em prol da simplicidade. Geralmente, são apresentadas tabelas com arranjos básicos e seus gráficos lineares, para auxiliar na atribuição de fatores às colunas do arranjo selecionado. Dessa forma, as pessoas se prendem a estas tabelas, limitando a escolha de planos e inibindo a busca por um aprofundamento no conhecimento das técnicas. Quando se deseja um leque maior de opções, recorre-se a modificações nos gráficos lineares e arranjos ortogonais básicos. Entretanto, estas modificações não são tão simples, feitas na base de tentativas e erros, contrariando o objetivo inicial. Além disso, a escolha de planos, segundo estas regras, pode não ser eficiente, pois características importantes dos planos não são consideradas, como a resolução. Deve-se, então, contrabalançar a simplicidade com a flexibilidade na escolha dos planos.

Uma forma de facilitar a escolha de planos é recorrer a pacotes computacionais, como o SAS. O procedimento *factex* deste software possibilita a busca de planos fatoriais ótimos segundo critérios estipulados pelo usuário. Desta forma, obtém-se, sem muito esforço, planos eficientes.

Outro ponto crítico é forma de considerar as interações. Taguchi as vê sob uma óptica diferente. A existência de interações não é negada, entretanto, os esforços são concentrados no sentido de minimizar a sua presença, principalmente, escolhendo características de qualidade aditivas. No entanto, esta busca exige um conhecimento considerável do problema, contrariando outros argumentos, onde se afirma que não é preciso entender completamente o fenômeno e sim identificar pontos ótimos. Em vista disso, esta abordagem dificilmente pode ser empregada nas fases iniciais de experimentação, onde pouco se conhece do fenômeno.

Outro aspecto questionável em relação à busca de características aditivas é que interações entre fatores de controle e de ruído são altamente desejáveis. A distinção entre estes tipos de fatores é subjetiva. De um experimento para outro, estas classificações podem mudar. Como é possível

encontrar características que sejam aditivas apenas nos fatores de controle e que apresentem interações entre fatores de controle e de ruído?

A interação também afeta a eficiência de planos altamente recomendados por Taguchi, como $L_{12}(2^{11})$ e $L_{18}(2^1 \times 3^7)$, como é apresentado na seção 4.5. Apesar de Taguchi recomendar a utilização de planos com três níveis, os experimentos com dois níveis podem ser muito úteis, principalmente nas fases iniciais de experimentação.

Em suma, as idéias propostas por Taguchi são válidas, mas as técnicas sugeridas e suas recomendações devem ser cuidadosamente avaliadas e não empregadas cegamente.

Apêndice 4A - Ortogonalidade

Antes de definir a ortogonalidade de uma matriz, é necessário apresentar os seguintes conceitos de Álgebra Linear.

Sejam $y_1, y_2, \dots, y_n$, n observações. Considere a *combinação linear*

$$L_i = c_{i1} y_1 + c_{i2} y_2 + \dots + c_{in} y_n ,$$

que representa uma soma ponderada das observações. Uma combinação linear é chamada de *contraste* se a soma dos pesos é nula, isto é,

$$c_{i1} + c_{i2} + \dots + c_{in} = \sum_{j=1}^n c_{ij} = 0$$

Dois contrastes, L_1 e L_2 , são ditos serem ortogonais se o produto interno dos vetores correspondentes a seus pesos for zero, ou seja,

$$c_{11} c_{21} + c_{12} c_{22} + \dots + c_{1n} c_{2n} = 0$$

As colunas de uma matriz de planejamento podem ser vistas como coeficientes de um contraste. Cada nível do fator tem um peso correspondente.

Uma matriz de planejamento é dita ortogonal se os contrastes correspondentes a todas as suas colunas forem mutuamente ortogonais. Pode-se mostrar que a propriedade de *balanceamento* é uma condição suficiente para a ortogonalidade da matriz. A propriedade de balanceamento diz que para cada par de colunas, todas as combinações de níveis dos fatores ocorrem o mesmo número de vezes.

Uma outra condição suficiente para a ortogonalidade é a de *frequências proporcionais*. A condição de frequências proporcionais entre duas colunas **A** e **B**, com respectivamente k e l níveis, é satisfeita se:

$$n_{ij} = \frac{n_{i.} \cdot n_{.j}}{N}, \quad i = 1, 2, \dots, k \text{ e } j = 1, 2, \dots, l$$

onde N é o número total de provas utilizados no plano, em termos matriciais, é o número de linhas da matriz;

n_{ij} é o número de vezes em que ocorre a combinação dos níveis i e j das duas colunas;

$$n_{i.} = \sum_{j=1}^l n_{ij} \text{ e } n_{.j} = \sum_{i=1}^k n_{ij}$$

Quando a matriz apresenta a propriedade de balanceamento, consequentemente a condição de frequências proporcionais também é satisfeita, ou seja, o balanceamento é um caso particular de frequências proporcionais. É importante ressaltar que, existem arranjos ortogonais que não possuem a propriedade de balanceamento, entretanto, todos eles satisfazem a condição de frequências proporcionais.

Capítulo 5 - Relação Sinal/Ruído

Uma idéia extremamente importante, introduzida juntamente com o conceito de planejamento robusto, é a divisão dos fatores em fatores de controle e de ruído e a consequente busca dos níveis dos fatores de controle que minimizam o efeito dos fatores de ruído. A entidade que exerce um papel fundamental nestas considerações é a interação entre os fatores de controle e de ruído. A questão crucial reside em como medir a influência dos fatores de ruído. Taguchi propõe medidas, cujas estimativas são conhecidas como relação sinal/ruído. Este capítulo, além de abordar as sugestões de Taguchi, comenta algumas alternativas.

5.1 - Introdução

A avaliação do desempenho de um produto ou processo é essencial na busca pela qualidade, pois, a variação no desempenho é uma das principais causas de descontentamento dos consumidores. Dessa forma, torna-se necessário desenvolver medidas, cujas estimativas representem eficientemente o efeito dos fatores de ruído sobre a característica de qualidade. Estas medidas são chamadas *medidas de desempenho*.

Na definição desta medida, deve-se considerar tanto os pontos desejáveis para a característica de qualidade, como os pontos indesejáveis, que afetam o desempenho. Procura-se, então, contrabalançar os aspectos positivos e negativos. Pode-se pensar no lado positivo como *sinal* e no negativo, como *ruído*. Daí, a estimativa da medida de desempenho ser conhecida como *relação sinal/ruído*. Este termo é emprestado da área de telecomunicações, onde teve sua origem. No campo de comunicações, essas expressões são bastante empregadas. Nessa área, busca-se a maximização da relação sinal/ruído, pois isso implica na minimização das interferências na transmissão de sinais.

Uma relação sinal/ruído adequada combina conhecimentos técnicos do produto ou processo, a função perda e a distribuição da característica de qualidade. Algumas características desejáveis das relações sinal/ruído são:

(a) *aditividade* - É interessante que haja o mínimo possível de interação entre os fatores que

interferem na relação, pois pode-se empregar um número menor de provas e modelos mais simples para explicar a resposta;

(b) a sua maximização deve corresponder à minimização da função perda - A relação sinal/ruído deve ser sempre maximizada para não contrariar as suas origens. Em contrapartida, a função perda, que mede a perda monetária em função da variação no desempenho do produto, deve ser minimizada, como um requisito básico no planejamento robusto. Desta forma, estes dois objetivos devem se corresponder, ou seja, a maximização de um, implicando na minimização do outro. Evita-se, assim, choques entre os dois conceitos;

(c) a sua otimização deve ser independente de alguns fatores, chamados *fatores de ajuste* - Fatores de ajuste são aqueles que não interferem na variabilidade do processo, apenas deslocam a sua média. Esses fatores são úteis para ajustar a média no valor desejado após a otimização da relação sinal/ruído, que, nem sempre, leva a média ao valor objetivo, já que a otimização também considera o ruído.

5.2 - Propostas de Taguchi

Como as medidas de desempenho consideram os aspectos técnicos do produto ou processo, diferentes projetos requerem medidas apropriadas. Entretanto, existem algumas medidas básicas de uso geral para casos específicos. Quando a característica de qualidade é contínua, três formas são conhecidas, classificadas de acordo com o valor objetivo da característica (nominal melhor, menor melhor ou maior melhor).

Antes da apresentação das medidas, fixa-se a notação a ser empregada neste capítulo. Seja Y , uma característica de qualidade, cujo valor objetivo é m e θ , um conjunto de fatores de controle, define-se:

média de Y : $E(Y) = \mu(\theta)$;

variância de Y : $E[(Y - \mu(\theta))^2] = \sigma^2(\theta)$;

erro quadrático médio de Y em relação a m : $EQM(\theta) = E[(Y - m)^2]$;

medida de tendenciosidade ou vício: $B(\theta) = \mu(\theta) - m$;

coeficiente de variação: $CV(\theta) = \frac{\sigma(\theta)}{\mu(\theta)}$;

Quadrado do inverso do coeficiente de variação: $R(\theta) = \frac{\mu^2(\theta)}{\sigma^2(\theta)}$;

5.2.1 - Características de Qualidade do Tipo Quanto Menor Melhor

A característica de qualidade Y do tipo quanto menor melhor tem uma distribuição não negativa, o valor objetivo é $m=0$ e a função perda aumenta conforme o valor de Y aumenta. As formas da função perda ($l(Y)$) e a perda esperada (L) para este tipo de característica são (considerando a aproximação por perda quadrática):

$$l(Y) = K Y^2, Y \geq 0$$

e

$$L = K E(Y^2),$$

onde K é uma constante.

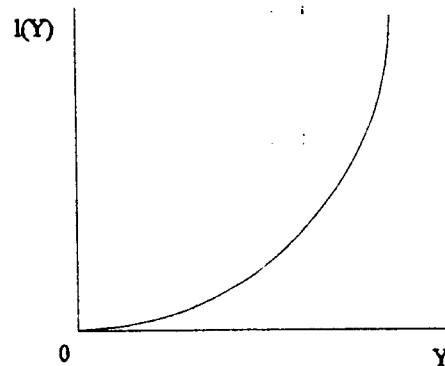


Gráfico 5.1 - Forma da função perda para uma característica Y do tipo quanto menor melhor.

Nesse caso, a perda esperada é proporcional ao erro quadrático médio:

$$EQM(\theta) = E[(Y - 0)^2] = E(Y^2).$$

Taguchi, então, recomenda a seguinte medida de desempenho (M):

$$M(\theta) = -10 \log_{10} [EQM(\theta)].$$

Como a função log é monótona crescente, quanto maior $M(\theta)$, menor o erro quadrático médio. O multiplicador 10 e a transformação log na base 10 são simplesmente convenções usuais em Eletrônica e Acústica para representar a unidade em decibéis.

Seja $y_1, y_2, \dots, y_n$, uma amostra aleatória da distribuição de Y para um dado θ . A medida

acima pode ser estimada, chegando-se à seguinte relação sinal/ruído (SR):

$$SR (\theta) = -10 \log_{10} \left(\sum_i \frac{y_i^2}{n} \right)$$

Este é o estimador de momentos da medida de desempenho.

5.2.2 - Características de Qualidade do Tipo Quanto Maior Melhor

A característica de qualidade Y do tipo quanto maior melhor tem uma distribuição não negativa, o valor objetivo é, teoricamente, infinito e a função perda diminui conforme Y aumenta a partir de zero.

Este caso pode ser visto como um caso particular do tipo quanto menor melhor, onde $\frac{1}{Y}$ é a característica de qualidade. O valor objetivo de $\frac{1}{Y}$ é zero e uma medida de desempenho é:

$M(\theta) = -10 \log_{10} [EQM(\theta)]$, onde:

$$EQM (\theta) = E \left(\frac{1}{Y} \right)^2$$

e a relação sinal/ruído é:

$$SR (\theta) = -10 \log_{10} \left(\sum_i \frac{1/y_i^2}{n} \right)$$

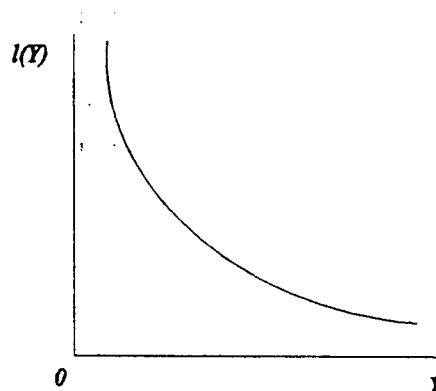


Gráfico 5.2 - Forma da função perda para uma característica Y do tipo quanto maior melhor.

5.2.3 - Características de Qualidade do Tipo Nominal Melhor

A característica de qualidade Y do tipo nominal melhor tem um valor objetivo específico,

m , e a função perda aumenta conforme Y se desvia de m em ambos os sentidos.

Nesse caso, a forma da função perda esperada é:

$L = E[l(Y)] = K E[(Y - m)^2]$, que é proporcional ao erro quadrático médio, que pode ser escrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{EQM}(\theta) &= E (Y - m)^2 = \\ &= E (Y - \mu(\theta) + \mu(\theta) - m)^2 = \\ &= E (Y - \mu(\theta))^2 + (\mu(\theta) - m)^2 + \\ &\quad + 2 (\mu(\theta) - m) E (Y - \mu(\theta)) = \\ &= E (Y - \mu(\theta))^2 + (\mu(\theta) - m)^2 = \\ &= \sigma^2(\theta) + B(\theta). \end{aligned}$$

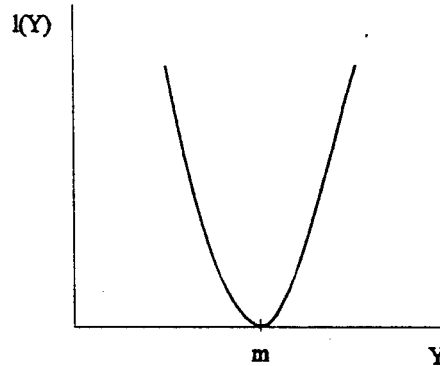


Gráfico 5.3 - Forma da função perda para uma característica Y do tipo nominal melhor.

Em muitas aplicações, $\sigma(\theta)$ e $\mu(\theta)$ são funcionalmente independentes um do outro e, assim, o vício $B(\theta)$ pode ser reduzido independentemente da variância $\sigma^2(\theta)$. Usualmente, isto pode ser conseguido, utilizando-se os fatores de ajuste. Estes são fatores especiais que podem ser facilmente ajustados para reduzir um componente da variação total em relação ao valor objetivo sem afetar os componentes não ajustáveis restantes. Neste caso, $B(\theta)$ é o componente ajustável do erro quadrático médio e $\sigma^2(\theta)$, o não ajustável. Assim, os fatores de ajuste são aqueles que tem um grande efeito sobre $\mu(\theta)$ e, conseqüentemente, $B(\theta)$, mas quase nenhum efeito sobre $\sigma^2(\theta)$. Desse modo, a meta é reduzir $\sigma^2(\theta)$. Uma medida de desempenho, que não é a proposta por Taguchi, então, pode ser uma função monótona de $\sigma^2(\theta)$, como por exemplo:

$$M(\theta) = -\log \sigma^2(\theta).$$

A estimativa correspondente é:

$$\text{SR}(\theta) = -\log s^2(\theta),$$

$$\text{onde } s^2 = \frac{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}{n - 1} \text{ é um estimador não viciado de } \sigma^2(\theta).$$

O sinal negativo é uma convenção para que o objetivo seja a maximização. A transformação log é

empregada pois, normalmente, reduz a dependência de s^2 em $\bar{y}$. Além disso, esta transformação, em geral, reduz curvaturas e interações na resposta s^2 . Esta transformação segue a idéia proposta por Box e Cox (1964) para a escolha de transformações que alcançassem os seguintes objetivos:

- (a) normalidade na distribuição;
- (b) variância do erro constante ou, equivalentemente, independência entre a média e a variância amostrais das observações para cada prova;
- (c) simplicidade na estrutura do modelo, traduzida pela não interação entre os fatores.

Entretanto, não é razoável esperar que, para qualquer conjunto de dados, existe uma única transformação em que todas essas suposições sejam satisfeitas. Assim, a escolha da transformação depende da importância relativa de cada um desses critérios. Nos métodos de Taguchi, a hipótese (b) desempenha um papel fundamental. No entanto, não se deve desmerecer a hipótese (c) que é importante para garantir a eficiência dos tipos de experimentos propostos por Taguchi. Todavia, nota-se na maior parte das aplicações, a utilização da transformação log, sugerindo o seu emprego como a "salvação da pátria", não se dando ao trabalho de averiguar a possibilidade de se considerar outras transformações, que possam ser tão boas ou melhores que a citada.

Algumas vezes, $\sigma(\theta)$ cresce linearmente com $\mu(\theta)$, mas o vício $B(\theta)$ pode ser reduzido independentemente do coeficiente de variação $\frac{\sigma(\theta)}{\mu(\theta)}$. Nesse caso, $B(\theta)$ é a variação ajustável ou, equivalentemente, $R(\theta)$. Assim, os fatores de ajuste são aqueles com grande efeito sobre $\mu(\theta)$ ou $B(\theta)$, mas quase nenhum efeito sobre $R(\theta)$. Quando tais fatores existem, o ponto crucial torna-se maximizar $R(\theta)$. Se $R(\theta)$ permanece grande, ou, equivalentemente, o coeficiente de variação é pequeno, qualquer mudança posterior na média $\mu(\theta)$ não traz uma grande mudança na variância $\sigma^2(\theta)$. Assim, uma medida de desempenho pode ser uma função monótona de $R(\theta)$. Taguchi recomenda: $M(\theta) = 10 \log_{10} (R(\theta))$.

A quantidade $n\bar{y}^2 - s^2$ é um estimador não viciado de $n[\mu(\theta)]^2$.

$$E(n\bar{y}^2 - s^2) = nE(\bar{y}^2) - E(s^2)$$

$$E(\bar{y}^2) = \text{Var}(\bar{y}) + [E(\bar{y})]^2 = \frac{\sigma^2(\theta)}{n} + [\mu(\theta)]^2$$

$$E(s^2) = \sigma^2(\theta)$$

$$\text{Logo, } E(n\bar{y}^2 - s^2) = \sigma^2(\theta) + n[\mu(\theta)]^2 - \sigma^2(\theta) = n[\mu(\theta)]^2$$

Assim, Taguchi sugere a relação sinal/ruído:

$$SR_1(\theta) = 10 \log_{10} \left(\frac{n\bar{y}^2 - s^2}{n s^2} \right)$$

ou, equivalentemente,

$$SR_2(\theta) = 10 \log_{10} \left(\frac{\bar{y}^2}{s^2} \right)$$

$$\text{já que } SR_1 = 10 \log_{10} \left(\frac{\bar{y}^2}{s^2} - \frac{1}{n} \right).$$

Para algumas características de qualidade, valores negativos são encontrados. Então, pode ocorrer que a média seja menor que o desvio padrão. Em tais circunstância, recomenda-se empregar $10 \log_{10} \left(\frac{1}{s^2} \right)$ como relação sinal/ruído.

5.2.4 - Características Dinâmicas

Os três tipos de relação sinal/ruído apresentados nas seções anteriores são para características estáticas. Em outras palavras, o valor objetivo é uma constante, a qual pode ser

definida antes de se começar as provas. Existem casos em que a característica de qualidade não é tão simples e não pode ser representada por um valor constante. Para estas características dinâmicas, recomenda-se relações sinal/ruído diferentes. Estes tipos de problemas não são abordados neste trabalho. Para maiores informações, consultar Léon, Shoemaker e Kackar (1987), Ealey (1988, apêndice C, pp. 293 a 299) e Dehnad (1989, artigo 5, pp. 77 a 96).

5.2.5 - Comentários

Algumas questões surgem a respeito das relações sinal/ruído:

- (a) o objetivo de conseguir um produto ou processo em um valor desejado com mínima variância é alcançado com o auxílio destas estatísticas?
- (b) as relações recomendadas para as características do tipo menor melhor e maior melhor não separam o efeito da média e da variabilidade. O quadrado de uma observação ou o recíproco desse quadrado não informam nada a respeito da relação entre a média e o desvio padrão. Além disso, utilizando o quadrado de uma observação sem fazer referência à sua média torna o resultado dependente da escala de medida. Por exemplo, se a característica de qualidade é temperatura, diferentes resultados podem ser obtidos, dependendo se a temperatura foi medida em graus Celsius, Kelvin ou Fahrenheit;
- (c) Taguchi não deixa claro o motivo que existe por trás das recomendações das relações sinal/ruído.

Numa tentativa de chegar a uma definição formal de relação sinal/ruído, Dehnad (1989, artigo 13, pp. 269 a 287), utilizando a noção de perda quadrática, apresenta uma interpretação geométrica desta relação. Baseado no processo de otimização em dois passos (maximização da relação sinal/ruído e posterior ajuste da média no valor desejado, empregando os fatores de ajuste), expõe-se uma visão geométrica da decomposição da perda nos componentes ajustáveis e não ajustáveis. Alerta-se, ainda, para a necessidade de verificação de certas suposições antes de aplicar o procedimento de dois passos em um problema real.

5.3 - Relação Sinal/Ruído e Função Perda

O intuito desta seção é discutir a relação entre estes dois conceitos. Procura-se verificar se as relações sinal/ruído propostas por Taguchi são compatíveis com as funções perda também sugeridas por ele. No entanto, o mérito da validade da aproximação de situações práticas por estas funções perda não é considerado. Este fato foi considerado no capítulo 3.

A função perda e as relações sinal/ruído são revisadas para os três tipos de características de qualidade estáticas. Para os casos das características dos tipos maior melhor e menor melhor, a relação precisa entre os dois conceitos é apresentada. Em outra seção, comenta-se as características do tipo nominal melhor.

5.3.1 - Revisão de Conceitos

As funções perda sugeridas por Taguchi são:

$$l(y) = \begin{cases} Ky^2, & \text{para } y, \text{ uma característica do tipo quanto menor melhor ;} \\ K(y-m)^2, & \text{para } y, \text{ uma característica do tipo nominal melhor ;} \\ K\frac{1}{y^2}, & \text{para } y, \text{ uma característica do tipo quanto maior melhor ;} \end{cases}$$

onde K é uma constante.

Os erros quadráticos médios amostrais, baseados na observação da característica de qualidade em n unidades experimentais, são definidos como:

$$EQM = \begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2, & \text{para característica do tipo quanto menor melhor;} \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - m)^2, & \text{para característica do tipo nominal melhor;} \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i^2}, & \text{para característica do tipo quanto maior melhor.} \end{cases}$$

Taguchi define a perda esperada por unidade como:

$$L = K \cdot (EQM).$$

5.3.2 - Características do Tipo Menor Melhor e Maior Melhor

Para os casos quanto menor melhor e maior melhor, a relação sinal/ruído é definida como:

$$SR = -10 \log_{10} (EQM).$$

Segue-se, então, a relação:

$$SR = \log_{10} \left(\frac{K}{L} \right)^{10}, \text{ ou}$$

$$L = K \left(10^{-\frac{SR}{10}} \right) = K (EQM),$$

onde L é a perda esperada por unidade. As equações acima mostram que a relação sinal/ruído é uma função decrescente da perda esperada. Deste modo, valores grandes de SR levam a pequenos valores de perda por unidade. Maghsoodloo(1990) apresenta uma tabela, a partir da qual obtém-se informação sobre o aumento necessário na relação sinal/ruído para valores fixados de redução no percentual da perda esperada por unidade. A mesma tabela pode ser empregada para fornecer a

redução no erro quadrático médio para valores específicos da diferença entre as relações sinal/ruído nas condições existente e na determinada como "ótima" através do experimento.

Estas tabelas são úteis na avaliação dos ganhos da empresa após a adoção dos resultados do experimento. No entanto, para o cálculo do lucro, são necessárias estimativas das relações sinal/ruído nas situações a serem comparadas. Para a condição obtida no experimento, a predição é feita conforme exemplificado na seção 4.6. No caso das condições já existentes, quando há dados disponíveis, estes devem ser empregados. Caso contrário, Maghsoodloo (1990) a estima através dos dados experimentais, utilizando a média das relações sinal/ruído observadas. Entretanto, esta não é uma boa alternativa, pois esta estimativa reflete um comportamento médio entre os diferentes tratamentos considerados no experimento. Talvez, nem seja incluída a combinação em questão e, além disso, os experimentos, geralmente, não são escolhidos aleatoriamente. O ideal é obter medidas na condição atual e fazer a estimativa com base nelas.

As estimativas do ganho podem levar a confusões. Muitas vezes, diz-se que os métodos de Taguchi dão resultado na prática, pois os ganhos para a empresa são altos. Isso não é suficiente para garantir a eficiência dos métodos pois, com uma análise mais cuidadosa ou um outro tipo de abordagem, talvez se possa chegar a lucros ainda maiores. Outro ponto questionável é se as funções consideradas realmente refletem a realidade do problema. Caso contrário, os números não têm o menor valor.

5.3.3 - Características do Tipo Nominal Melhor

A perda esperada por unidade é:

$$L = K(EQM) = \frac{K}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - m)^2 = K[s_n^2 + (\bar{y} - m)^2] .$$

A relação sinal/ruído proposta não é da forma anterior $-10 \log_{10}(EQM)$, mas sim:

$$SR = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{(CV)^2} - \frac{1}{n} \right).$$

Deste modo, não é possível relacionar diretamente o aumento na SR com uma redução proporcional na perda. Para uma explicação mais detalhada deste caso, consultar León, Shoemaker e Kackar (1987), Box (1988) e Maghsoodloo (1990).

5.4 - Alternativas

Nesta seção, algumas abordagens para a análise de experimentos, englobando tanto fatores de controle, como de ruído são comparadas através de simulações. Considera-se as relações sinal/ruído propostas por Taguchi para os casos nominal melhor, menor melhor e maior melhor. A outra concepção é a análise separada da média e da variabilidade. A variabilidade, neste caso, é avaliada através da transformação logarítmica do desvio padrão das observações nas diferentes combinações dos níveis dos fatores de ruído. A terceira opção é a análise conjunta dos fatores de controle e de ruído, detendo-se na interação entre estes dois tipos de fatores.

Para simulação, utilizou-se quatro fatores de controle (A, B, C e D) e três de ruído (E, F e G). O arranjo interno, considerando apenas os fatores de controle, é um $L_8(2^7)$ e o externo, apenas com os fatores de ruído, um $L_4(2^3)$. O experimento conjunto, considerando ambos os tipos de fatores, corresponde a um fatorial fracionado 2^{7-2} . O programa básico em SAS é apresentado no apêndice 5A.

Confirma-se que com a utilização da relação sinal/ruído do tipo nominal melhor não se consegue identificar fatores que afetam a média e a variabilidade isoladamente. Nota-se também a fragilidade das relações do tipo menor melhor e maior melhor na detecção dos fatores influentes, geralmente apenas aqueles que afetam a média são apontados. Com isso, tende-se a concordar com Hunter (1987) que diz que estes tipos de relações nunca devem ser utilizadas.

Analisar a média e a variabilidade isoladamente é uma opção interessante. É importante ressaltar que o que parece um cálculo de variância, na realidade é uma medida de locação. Este

cálculo é apenas uma estratégia para avaliar o efeito dos fatores de ruído. Este é um pequeno detalhe que pode gerar confusão. No fundo, o desvio padrão considerado é uma medida da interação entre os fatores de controle e de ruído. As conclusões sobre a média devem ser avaliadas após a análise da variabilidade, já que a análise da média só considera os fatores de controle e as estimativas dos seus efeitos podem estar contaminadas por interações com fatores de ruído.

Chega-se à conclusão final que é melhor considerar os fatores de controle e ruído em uma única matriz e avaliar as interações entre estes dois tipos de fatores. A vantagem reside no melhor conhecimento das relações entre os fatores e uma possível identificação de fatores de ruído importantes que talvez mereçam ser controlados.

Apêndice 5A - Programa básico para simulação da Seção 5.4

```
/* Passo para criação do arquivo de dados*/
```

```
data modelo1;
```

```
retain a1 d2 e1 b1e2 1 a2 d1 e2 7 b1 b2 f1 8 c1 f2 b1e1 9 c2 g1 a1e1 0 g2 4 b2e2 2 b2e1 5;
```

```
do a= 1 to 2;
```

```
do b= 1 to 2;
```

```
do c= 1 to 2;
```

```
do e= 1 to 2;
```

```
do f= 1 to 2;
```

```
    d=mod(a+b+c,2) + 1;
```

```
    g=mod(e+f,2) + 1;
```

```
    normp= rannor(1);
```

```
    erro= 0.02*normp;
```

```
    ma1= mod(a,2); ma2= mod(a +1,2);
```

```
    mb1= mod(b,2); mb2= mod(b+1,2);
```

```
    mc1= mod(c,2); mc2= mod(c+1,2);
```

```
    md1= mod(d,2); md2= mod(d+1,2);
```

```
    me1= mod(e,2); me2= mod(e+1,2);
```

```
    mf1= mod(f,2); mf2= mod(f+1,2);
```

```
    mg1= mod(g,2); mg2= mod(g+1,2);
```

```
/* Definição do modelo a ser gerado*/
```

```
    y= ma1*a1 + ma2*a2 + mb1*b1 + mb2*b2 + mc1*c1 + mc2*c2 +
```

```
    md1*d1 + md2*d2 +
```

```
    mb1*me1*b1e1 + mb2*me1*b2e1 + mb1*me2*b1e2 +
```

```
    mb2*me2*b2e2 + erro;
```

```
    y2=y**2;
```

```
    invy2=1/y2;
```

```
    output;
```

```
end;
```

```
end;
```

```
end;
```

```
end;
```

```
end;
```

```
keep y y2 invy2 a b c d e f g;
```

```
/* Passo para o cálculo de valores úteis nas relações sinal/ruído propostas por Taguchi*/
```

```
proc sort data=modelo1;
```

```
by a b c d e f g;
```

```
proc means data=modelo1 mean std noprint;
```

```
var y y2 invy2;
```

```
by a b c d;
```

```
output out=modelo1a std(y)=s
```

```
mean(y)=media mean(y2)=sq mean(invy2)=sqinv;
```

```
data modelo1a;
  set modelo1a;
  srnom=20*log10(media/s);
  srmai=-10*log10(sqinv);
  srmen=-10*log10(sq);
  logs=log(s);
  output;
```

/*Passos para o cálculo do logaritmo do desvio padrão das observações nos diferentes níveis dos fatores de controle*/

```
proc means data=modelo1 std noprint;
  var y;
  by a b c d e f g;
  output out=modelo1b std=s;
```

/*Análise da média*/

```
proc glm data=modelo1;
  class a b c d;
  model y=a b c d a*b a*c a*d /ss1;
  estimate 'A' a -1 1;
  estimate 'B' b -1 1;
  estimate 'C' c -1 1;
  estimate 'D' d -1 1;
  estimate 'AB' a*b 1 -1 -1 1/divisor=2;
  estimate 'AC' a*c 1 -1 -1 1/divisor=2;
  estimate 'AD' a*d 1 -1 -1 1/divisor=2;
  title 'Analise segundo Taguchi';
```

/*Análise da relação sinal/ruído do tipo nominal melhor*/

```
proc glm data=modelo1a;
  class a b c d;
  model srnom=a b c d a*b a*c a*d/ss1;
  estimate 'A' a -1 1;
  estimate 'B' b -1 1;
  estimate 'C' c -1 1;
  estimate 'D' d -1 1;
  estimate 'AB' a*b 1 -1 -1 1/divisor=2;
  estimate 'AC' a*c 1 -1 -1 1/divisor=2;
  estimate 'AD' a*d 1 -1 -1 1/divisor=2;
```

/*Análise da relação sinal/ruído do tipo maior melhor*/

```
proc glm data=modelo1a;
  class a b c d;
  model srmai=a b c d a*b a*c a*d/ss1;
  estimate 'A' a -1 1;
  estimate 'B' b -1 1;
  estimate 'C' c -1 1;
  estimate 'D' d -1 1;
```

```
estimate 'AB' a*b 1 -1 -1 1/divisor=2;
estimate 'AC' a*c 1 -1 -1 1/divisor=2;
estimate 'AD' a*d 1 -1 -1 1/divisor=2;
```

/*Análise da relação sinal\ruído do tipo menor melhor*/

```
proc glm data=modelo1a;
  class a b c d;
  model srmen=a b c d a*b a*c a*d/ss1;
  estimate 'A' a -1 1;
  estimate 'B' b -1 1;
  estimate 'C' c -1 1;
  estimate 'D' d -1 1;
  estimate 'AB' a*b 1 -1 -1 1/divisor=2;
  estimate 'AC' a*c 1 -1 -1 1/divisor=2;
  estimate 'AD' a*d 1 -1 -1 1/divisor=2;
```

/*Análise do log(s)*/

```
proc glm data=modelo1a;
  class a b c d;
  model logs=a b c d a*b a*c a*d/ss1;
  estimate 'A' a -1 1;
  estimate 'B' b -1 1;
  estimate 'C' c -1 1;
  estimate 'D' d -1 1;
  estimate 'AB' a*b 1 -1 -1 1/divisor=2;
  estimate 'AC' a*c 1 -1 -1 1/divisor=2;
  estimate 'AD' a*d 1 -1 -1 1/divisor=2;
  title 'Analise do log(s)';
```

/*Análise conjunta dos fatores de ruído e de controle*/

```
proc glm data=modelo1;
  class a b c d e f g;
  model y= a b c d e f g a*b a*c a*d
    a*e a*f a*g b*e b*f b*g c*e c*f c*g d*e d*f d*g/ss1;
  estimate 'A' a -1 1;
  estimate 'B' b -1 1;
  estimate 'C' c -1 1;
  estimate 'D' d -1 1;
  estimate 'E' e -1 1;
  estimate 'F' f -1 1;
  estimate 'G' g -1 1;
  estimate 'AB' a*b 1 -1 -1 1/divisor=2;
  estimate 'AC' a*c 1 -1 -1 1/divisor=2;
  estimate 'AD' a*d 1 -1 -1 1/divisor=2;
  estimate 'AE' a*e 1 -1 -1 1/divisor=2;
  estimate 'AF' a*f 1 -1 -1 1/divisor=2;
  estimate 'AG' a*g 1 -1 -1 1/divisor=2;
  estimate 'BE' b*e 1 -1 -1 1/divisor=2;
```

```
estimate 'BF' b*f 1 -1 -1 1/divisor=2;  
estimate 'BG' b*g 1 -1 -1 1/divisor=2;  
estimate 'CE' c*e 1 -1 -1 1/divisor=2;  
estimate 'CF' c*f 1 -1 -1 1/divisor=2;  
estimate 'CG' c*g 1 -1 -1 1/divisor=2;  
estimate 'DE' d*e 1 -1 -1 1/divisor=2;  
estimate 'DF' d*f 1 -1 -1 1/divisor=2;  
estimate 'DG' d*g 1 -1 -1 1/divisor=2;  
title 'Análise conjunta dos fatores de ruído e de controle';  
run;
```

Capítulo 6 - Comentários Finais

Este capítulo destaca os pontos mais relevantes apresentados no trabalho. Além disso, comenta-se outros tópicos relacionados com os "Métodos de Taguchi", que, no entanto, não foram abordados devido ao escopo do trabalho. Para estes assuntos, citam-se algumas referências básicas.

6.1 - Aspectos Positivos

O uso do conceito de função perda traz uma nova visão na busca pela melhoria de qualidade. O objetivo não é mais apenas atender as especificações e sim, atingir um valor "ótimo". Isto requer uma mudança de estratégia, onde um processo de melhoria contínua deve ser empregado, procurando se aproximar cada vez mais do valor ideal. É importante ressaltar que a atenção em relação à função perda deve estar voltada essencialmente para a sua forma. Não se deve empreender esforços no sentido de determiná-la especificamente.

A idéia de incluir fatores de ruído na análise dos experimentos é valiosa. Este tipo de abordagem induz uma nova forma de avaliar a variabilidade. Aliada a este conceito está a meta do planejamento robusto, que é identificar níveis dos fatores de controle que minimizam o efeito dos fatores de ruído.

Não se pode também esquecer o mérito de Taguchi, ou melhor, da propaganda envolvida, de reavivar o interesse dos profissionais na utilização de técnicas estatísticas. Entretanto, existem problemas com os planos experimentais e os procedimentos de análise recomendados por Taguchi. Estes aspectos são tratados na próxima seção. As idéias e os objetivos devem ser bem entendidos para que se possa avaliar as técnicas propostas e saber discernir o que é o melhor a ser empregado.

6.2 - Aspectos Críticos

Conforme se adquire um conhecimento mais profundo sobre os Métodos de Taguchi, percebe-se as suas limitações e deseja-se ir além, buscando outras técnicas estatísticas mais eficientes.

Uma destas limitações é a abordagem do problema através de um experimento extenso, envolvendo matrizes internas e externas, que exigem um certo conhecimento sobre o fenômeno para sua aplicação adequada. No entanto, sabe-se que a experimentação é um processo de aprendizagem iterativo, envolvendo uma sequência de experimentos. De fato, nos estágios iniciais, pouco se sabe sobre a importância dos fatores e as relações entre eles. Consequentemente, é preferível e mais econômico conduzir experimentos iniciais pequenos e prosseguir sequencialmente com mais experimentos baseando-se nas informações adquiridas com os anteriores.

Taguchi recomenda a utilização de experimentos com fatores de três níveis altamente fracionados. Entretanto, não é necessário empregar três níveis em qualquer caso. Um dos problemas dos planos com três níveis é a não robustez em relação às hipóteses de não significância de interações.

Em muitos casos, experimentos fatoriais com dois níveis são melhores. Algumas vantagens são:

- custo menor, pois empregam um número menor de provas;
- robustos às hipóteses de não significância de interações;
- mais simples de analisar e interpretar;
- pontos centrais podem ser adicionados para estudos mais detalhados.

Outra falha é a pouca atenção dada às interações. Apesar da recomendação para o emprego de experimentos altamente fracionados, não é dada ênfase adequada às relações de confundimento entre interações e efeitos principais.

A relação sinal/ruído só é válida para o caso nominal melhor e, além disso, em determinada circunstância, isto é, quando o coeficiente de variação é independente do ajuste. As relações sinal/ruído não funcionam se o efeito de locação não é removido do efeito de dispersão. Este tema é bem abordado em León, Shoemaker e Kackar (1986). Outro aspecto é que as informações relativas à locação e dispersão são confundidas desnecessariamente. Como referência, cita-se Box (1988). Neste artigo, Box exemplifica graficamente o confundimento para as relações sinal/ruído do tipo menor melhor e maior melhor. Dubuque (1988) apresenta um exemplo para o caso nominal melhor. Discussões em relação ao uso de transformações podem ser encontradas em Box (1988), Logothetis (1989 e 1990) e Fearn (1992).

Devido a estes aspectos e, especialmente, porque os Métodos de Taguchi são desnecessariamente complicados, o interesse em ir além vem aumentando. Uma técnica bastante importante, neste sentido, é a de superfície de resposta. Bisgaard (1991a) apresenta uma discussão sobre o tema. Box e Jones (1990) e Shoemaker, Tsui e Wu (1991) também apresentam alternativas, que empregam um número menor de provas. Em outro artigo, Box e Meyer (1986) mostram como, em alguns casos, é possível empregar experimentos fatoriais fracionados sem replicação para identificar fatores que afetam a variabilidade.

Uma outra opção no planejamento de experimentos são as ferramentas propostas por Shainin e Shainin (1990). Bhole (1990) comenta estas ferramentas e as compara com os "Métodos de Taguchi".

6.3 - Outros Tópicos

O presente trabalho pretende ser um ponto de partida para o entendimento do assunto. Em vista disto, alguns temas relacionados com os Métodos de Taguchi não foram abordados. Entretanto, com esta base inicial, o leitor que se mostrar interessado tem condições de melhor entender outros tópicos.

Aborda-se apenas uma característica de qualidade. Na prática, para um determinado produto, existem diversas características de interesse, que precisam ser otimizadas. Um problema que pode ocorrer com a análise univariada é o conflito nos níveis dos fatores, ou seja, os níveis "ótimos" para uma determinada resposta são diferentes dos níveis ideais para uma outra característica. Técnicas para resolver estes problemas vêm sendo estudadas. Apesar disto, a análise univariada não perde o seu valor. Algumas das técnicas se detêm na determinação de uma única função que engloba as características e, assim, recai-se na análise de apenas uma resposta. Além disso, mesmo nestas circunstâncias, uma análise univariada também traz informação útil.

A área de Confiabilidade com o intuito de determinar a probabilidade de falha de produtos ou processos é parte integrante da Engenharia de Qualidade. No passado, grande parte do esforço era voltado simplesmente para a descrição desta probabilidade. Uma exceção é o trabalho de Zelen

(1959), que mostra como conduzir experimentos para se encontrar fatores que afetam a longevidade. Com esta idéia, pode-se melhorar a confiabilidade do produto. Taguchi também utiliza experimentos para avaliar o tempo de vida. No entanto, o ponto crítico é a análise dos resultados. Taguchi emprega um método chamado "*minute analysis*". A aplicação correta deste método requer que os dados sejam estatisticamente independentes. Caso contrário, a análise é invalidada. Fung (1986) apresenta detalhes técnicos e uma análise alternativa mais simples. Hamada (1992) explica a técnica proposta por Taguchi e expõe as suas falhas. Hamada e Wu (1991) apresentam outra alternativa.

Neste trabalho, utiliza-se apenas características contínuas. Entretanto, em aplicações industriais, nem sempre é possível fazer medidas em uma escala contínua. Às vezes, só é possível categorizar as respostas em uma determinada ordem. Taguchi sugere um método de análise de variáveis categóricas ordinais chamado *análise de acumulação*. Pesquisas têm revelado que este método é ineficiente e desnecessariamente complicado e não deve ser recomendado. Como referência, cita-se Nair (1986), Hamada e Wu (1990), Box e Jones (1986). Dubuque (1988) comenta resumidamente aspectos relativos à análise destes tipos de características de qualidade.

O trabalho também só aborda características estáticas. As dinâmicas também são importantes e devem ser cuidadosamente estudadas. Alguns comentários sobre o tema podem ser encontrados em Peace (1993).

6.4 - Momento de Reflexão

Esta seção é destinada à reflexão sobre o que foi exposto. O intuito deste trabalho foi de informar e não formar uma opinião em relação ao tema.

Os estatísticos que, originalmente, propuseram muitas das técnicas utilizadas por Taguchi caíram no esquecimento. Fica a impressão, para muitos que desconhecem a história da Estatística, que foi Taguchi quem propôs e desenvolveu tais técnicas. Infelizmente, o termo "Métodos de Taguchi" se tornou popular devido ao poder exercido pela publicidade. A propaganda consegue exaltar os Métodos de Taguchi e faz com que os profissionais fiquem inebriados, que nem conseguem atentar para o que realmente estão fazendo. Isto acontece porque existem pessoas e empresas interessadas

em ganhar dinheiro, se promovendo às suas custas, sem se importar em alertar o público dos prós e contras. Para justificar a sua utilização, baseia-se no êxito obtido pela aplicação destas técnicas nas indústrias. É importante frisar que este sucesso é aparente. Anteriormente, as tarefas eram feitas sem um planejamento e cuidados específicos. Quando se passa a utilizar alguns métodos, mesmo não sendo eficientes, melhoras são observadas, quase independentemente da técnica empregada, mas sim pelo fato de se preocupar com a melhoria do processo. Será que a longo prazo estas "grandes melhorias" continuarão com a mesma intensidade?

Referências Bibliográficas

Almeida, H. S. e Toledo, J. C. (1989). "Método Taguchi: qualidade voltada para o projeto do produto e do processo". *Revista de Administração*, São Paulo 24(4), pp. 62 - 68.

Banks, D. (1993). "Is Industrial Statistics Out of Control?" (com discussões). *Statistical Science*, vol. 8, nº 4, pp. 356 - 409.

Barker, T. B. (1986a). "Quality Engineering by Design: Taguchi's Philosophy". *Quality Progress*, pp. 32 - 42.

Barker, T. B. (1986b). "Simulation by Experimental Design - A Taguchi Concept". *ASQC Quality Congress Transactions - Anaheim*, pp. 452 - 459.

Barker, T. B., Kacker, R., Box, G. E. P. e Taguchi, G. (1989). "Controversial Aspects of Taguchi Methods: A Panel Discussion". *ASQC Quality Congress Transactions - Toronto*, pp. 244 - 248.

Bhote, K. R. (1990). "A More Cost Effective Approach to D. O. E. than Taguchi". *ASQC Quality Congress Transactions - San Francisco*, pp. 857 - 862.

Bisgaard, S. (1991a). "Process Optimization Going Beyond Taguchi Methods". Report 70, University of Wisconsin-Madison, *Center for Quality and Productivity Improvement*.

Bisgaard, S. (1991b). "Teaching Statistics to Engineers". *The American Statistician*, vol. 45, nº 4, pp. 274 - 283.

Bisgaard, S. e Diamond, N. (1990). "An Analysis of Taguchi's Method of Confirmatory Trials". Report 60, University of Wisconsin-Madison, *Center for Quality and Productivity Improvement*.

Box, G. E. P. (1984). "The Importance of Practice in the Development of Statistics". *Technometrics*, vol. 26, nº 1, pp. 1 - 8.

Box, G. E. P. (1988). "Signal-to-Noise Ratios, Performance Criteria, and Transformation" (com discussões). *Technometrics*, vol. 30, nº1, pp 1 - 40.

Box, G. E. P. (1990). "A Question of Quality". *Harvard Business Review*, pp. 225 - 228.

Box, G. E. P. (1993). "Quality Improvement - The New Industrial Revolution" (com discussões). *International Statistical Review*, vol 61, nº 1, pp. 3 - 26.

Box, G. E. P. e Cox, D. R. (1964). "An Analysis of Transformations" (com discussões). *Journal of Royal Statistical Society, B*, 26, nº2, pp. 211 - 246.

Box, G. E. P. e Cox, D. R. (1982). "An Analysis of Transformations Revisited, Rebutted". *Journal of the American Statistical Association*, vol. 77, nº 377, pp. 209 - 210.

Box, G. E. P. e Hunter, J. S. (1961a). "The 2^{k-p} Fractional Factorial Designs - Part I". *Technometrics*, vol. 3, nº 3, pp 311 - 351.

Box, G. E. P. e Hunter, J. S. (1961b). "The 2^{k-p} Fractional Factorial Designs - Part II". *Technometrics*, vol. 3, nº 4, pp 449 - 477.

Box, G. E. P. e Meyer, R. D. (1986). "Dispersion Effects from Fractional Designs". *Technometrics*, vol.28, nº 1, pp. 19 - 27.

Box, G. E. P., Bisgaard, S. e Fung, C. (1988). "An Explanation and Critique of Taguchi's Contributions to Quality Engineering". Report 28, University of Wisconsin - Madison, *Center for*

Quality and Productivity Improvement.

Box, G. E. P. e Bisgaard, S. (1987). "The Scientific Context of Quality Improvement - A look at the use of scientific method in quality improvement". *Quality Progress*, pp. 54 - 61.

Box, G. E. P., Hunter, W. G. e Hunter, J. S. (1978). *Statistics for Experimenters: An Introduction to Design, Data Analysis and Model Building*. John Wiley & Sons, Inc.

Box, G. E. P. e Jones, S. (1990). "Designing Products that are Robust to the Environment". *CQPI - University of Wisconsin*, Report 56, pp. 1 - 31.

Box, G. E. P. e Behnken, D. W. (1960). "Some New Three Level Design for the Study of Quantitative Variables". *Technometrics*, vol. 2, nº 4, pp. 455 - 475.

Cochran, W. G. e Cox, G. M. (1957). *Experimental Design*. John Wiley & Sons, New York.

Davies, O. L. (1971). *The Design and Analysis of Industrial Experiments*. Hafner Publishing Company.

Dehnad, K. (1989). Wadsworth & Brooks.

Dubuque, L. (1988). "A Review of Basic Methodology and Potential Pitfalls of the Taguchi Method". *IBM*, pp. 359 - 374.

Ealey, L. A. (1988). *Quality by Design - Taguchi Methods and U. S. Industries*. ASI Press, Dearborn, Michigan.

Fearn, T. (1992). "Box-Cox Transformations and the Taguchi Method: an Alternative Analysis of a

Taguchi Case Study". *Applied Statistics*, vol. 41, nº 3, pp. 553 - 559.

Fisher, R. A. (1971). *The Design of Experiments*. Hafner Press, A Division of Macmillan Publishing Co., Inc., New York.

Folks, J. L. (1981). *Ideas of Statistics*. John Wiley & Sons, Inc.

Grove, D. M. e Davis, T. P. (1991). "Taguchi's Idle Column Method". *Technometrics*, vol. 33, nº 3, pp. 349 - 353.

Gunter, B. (1987). "A Perspective on the Taguchi Methods". *Quality Progress*, pp. 44 - 52.

Hahn, G. J. (1984). "Experimental Design in the Complex World". *Technometrics*, vol. 26, nº 1, pp. 19 - 31.

Hamada, M. e Wu, C. F. J. (1992). "Analysis of Designed Experiments with Complex Aliasing." *Journal of Quality Technology*, vol. 24, nº 3, pp. 139 - 137.

Hamada, M. (1992). "An Explanation and Criticism of Minute Accumulating Analysis". *Journal of Quality Technology*, vol. 24, nº 2, pp. 70 - 77.

Hamada, M. e Wu, C. F. J. (1991). "Analysis of Censored Data From Highly Fractionated Experiments". *Technometrics*, vol. 33, nº 1, pp. 25 - 38.

Hamada, M. e Wu, C. F. J. (1990). "A Critical Look at Accumulation Analysis and Related Methods" (com discussões). *Technometrics*, vol. 32, nº 2, pp. 119 - 162.

Hare, L. B. (1990). "Perspectives on the Taguchi Controversy". *ASQC Quality Congress Transaction*

- San Francisco, pp. 381 - 384.

Hendrix, C. D. (1991). "Signal-to-Noise Ratios: A Wasted Effort". *Quality Progress*, pp. 75 - 76.

Hinklemann, K. e Kempthorne, O. (1994). *Design and Analysis of Experiments Volume I Introduction to Experimental Design*. John Wiley & Sons, Inc.

Hunter, J. S. (1987). "Signal-to-Noise Ratio Debate ". *Quality Progress*, pp. 7 - 9.

Hunter, J. S. (1985). "Statistical Design Applied to Product Design". *Journal of Quality Technology*, vol. 17, nº 4, pp. 210 - 221.

Ishikawa, K. (1982). *Guide to Quality Control*. Tokyo: Asian Productivity Organization.

Juran, J. M. (1979). *Quality Control Handbook*. New York: Mc Graw-Hill.

Kackar, R. N. (1985). "Off-line Quality Control, Parameter Design, and the Taguchi Method". *Journal of Quality Technology*, vol. 17, nº 4, pp. 176 - 209.

Kackar, R. N. (1986). "Taguchi's Quality Philosophy: Analysis and Commentary". *Quality Progress*, pp. 21 - 29.

Kackar, R. N. e Shoemaker, A. C. (1986). "Robust Design: A Cost Effective Method for Improving Manufacturing Processes". *AT&T Technical Journal*, vol. 65, nº 2, pp. 39 - 50.

Kackar, R. N. e Tsui, K-L. (1990). "Interaction Graphs: Graphical Aids for Planning Experiments". *Journal of Quality Technology*, vol. 22, nº 1, pp. 1 - 14.

Kempthorne, O. (1980). Notas de aula, não publicadas.

Kempthorne, O. (1983). *The Design and Analysis of Experiments*. Robert E. Krieger Publishing Company.

Kempthorne, O., Zyskind, G., Addelman, S., Throckmorton, T. N. e White, R. F. (1961), *Analysis of Variance Procedures*, Aeronautical Research Laboratory, Relatório Técnico 149, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio.

León, R. V., Shoemaker, A. C. e Kackar, r. N. (1987). "Performance Measures Independent of Adjustment" (com discussões). *Technometrics*, vol. 29, nº3, pp. 253-285.

Lin, P. K. H., Sullivan, L. P. e Taguchi, G. (1990). "Using Taguchi Methods in Quality Engineering", *Quality Progress*, pp. 55 - 59.

Little, R. J. A. e Rubin, D. B. (1987). *Statistical Analysis with Missing Data*. John Wiley & Sons.

Lochner, R. H. e Matar, J. E. (1990). *Designing for Quality: An Introduction to the Best of Taguchi and Western Methods of Statistical Experimental Design*. Chapman and Hall.

Logothetis, N. (1990). "Box-Cox Transformation and the Taguchi Method". *Applied Statistics*, vol 39, nº 1, pp. 31 - 48.

Logothetis, N. (1989). "Establishing a Noise Performance Measure". *The Statistician*, vol 38, pp. 155 - 174.

Lorenzen, J. A., Baxter, D. e Knapp, K. (1988). "The Taguchi Method - An Acoustic Packaging Case Study". *Reliability and Applied Statistics*. ITL.

- Maghsoodloo, S. (1990). "The Exact Relation of Taguchi's Signal-to-Noise Ratio to His Quality Loss Function". *Journal of Quality Technology*, vol. 22, nº 1, pp. 57 - 67.
- Michigan State University (1991). Propaganda para o curso "*How to use Taguchi Methods and Design of Experiments to Solve and Prevent Quality Problems*".
- Morgado, A. C. O., Carvalho, J. B. P., Carvalho, P. C. P. e Fernandez, P. (1991). *Análise Combinatória e Probabilidade*. Coleção do Professor de Matemática. Sociedade Brasileira de Matemática.
- Nair, V. N. (1986). "Testing in Industrial Experiments With Ordered Categorical Data" (com discussões). *Technometrics*, vol 28, nº 4, pp. 283 - 311.
- Nair, V. N. (1992). "Taguchi's Parameter Design: A Panel Discussion". *Technometrics*, vol 34, nº 2, pp. 127 - 175.
- Peace, G. S. (1993). *Taguchi Methods - A Hands-On Approach to Quality Engineering*. Addison-Wesley Publishing Company.
- Phadke, M. S. (1989). *Quality Engineering using Robust Design*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Robinson, G. K. (1993). "Improving Taguchi's Packaging of Fractional Factorial Designs". *Journal of Quality Technology*, vol. 25, nº 1, pp. 1 - 11.
- Ross, P. J. (1988). "The Role of Taguchi Methods and Design of Experiments in QFD". *Quality Progress*, pp. 41 - 47.

- Ryan, T. (1988). "Taguchi's Approach to Experimental Design: Some Concerns". *Quality Progress*, pp. 34 - 36.
- Sakia, R. M. (1992). "The Box-Cox Transformation Technique: A review". *The Statistician*, vol. 41, pp. 169 - 178.
- Shainin, D. e Shainin, P. D. (1990). "Analysis of Experiments". *ASQC Quality Congress Transactions - San Francisco*, pp. 1071 - 1077.
- Shoemaker, A. C., Tsiu, K. e Wu, C. F. J. (1991). "Economical Experimentation Methods for Robust Design". *Technometrics*, vol 33, nº 4, pp. 415 - 427.
- Silva, P. A. L. (1994). *Técnicas Taguchi para a Melhoria da Qualidade: uma introdução*. 11º Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística.
- Spro, E.E. (1992). "What Hath Taguchi Wrought?". *Manufacturing Engineering*, pp. 57 - 60.
- Steinberg, D. M. e Hunter, W. G. (1984). "Experimental Design: Review and Comment" (com discussões). *Technometrics*, vol. 26, nº 2, pp. 71 - 130.
- Taguchi, G. (1985). "Quality Engineering in Japan". *Communication in Statistics - Theory Methods*, 14(11), pp. 2785 - 2801.
- Taguchi, G. (1991a). *System of Experimental Design*. Volume I. American Supplier Institute, Inc. Dearborn, Michigan.
- Taguchi, G. (1991b). *System of Experimental Design*. Volume II. American Supplier Institute, Inc. Dearborn, Michigan.

Taguchi, G. e Clausing, D. (1990). "Robust Quality". *Harvard Business Review*, pp. 65 - 75.

Taguchi, G. e Konishi, S. (1987). "Orthogonal Arrays and Linear Graphs". *American Supplier Institute, Inc.*

Throckmorton, T. N. (1961). *Structures of Classification Data*. Dissertação de Ph. D., Iowa State University, Ames, Iowa.

Tribus, M. e Szonyi, G. (1989). "An Alternative View of the Taguchi Approach". *Quality Progress*. pp. 46 - 52.

Wang, J.C. e Wu, C. F. J. (1992). "An Approach to the Construction of Asymmetrical Orthogonal Arrays". *Journal of the American Statistical Association*, vol. 86, nº 1, pp. 38 - 45.

Zelen, M. (1959). "Factorial Experiments in Life Testing". *Technometrics*, vol. 1, nº 3, pp. 269 - 288.

Índice Remissivo

A

aditividade 22, 101, 103, 110
aleatorização 13, 15-19, 21, 26, 30, 69
análise 5-7, 17, 18, 22, 30, 45, 47, 55, 57, 62,
65, 67-69, 71, 74-76, 94,
96, 97, 101, 103, 105,
120-122, 124, 125, 127,
129, 130, 139
de acumulação 130
de resíduos 18
de variância 68, 69, 103, 121
arranjos 29, 63, 66, 70, 75, 76, 80, 81, 83, 89,
92, 94, 95, 101, 106, 109
básicos 5, 9, 16, 75, 80, 81, 83, 97,
101, 106
ortogonais 29, 63, 66, 70, 75, 76,
80, 81, 83, 89, 92, 94, 95,
101, 103, 106, 108, 109

B

blocos 20, 21, 28, 36-39, 41

C

características de qualidade 55-57, 62, 98,

101, 106, 112, 113, 116,
130

dinâmicas 99, 116, 117, 130

do tipo nominal melhor 67, 99, 113,
114, 118, 120, 121, 124

do tipo quanto maior melhor 113

do tipo quanto menor melhor 112,
113

estáticas 116, 118, 130

cartas de controle 2

ciclo de desenvolvimento de um produto 54

cliente 5, 6, 55, 56, 59

combinação linear 40, 45, 108

confundimento 38-41, 44-46, 66, 67, 71, 82,
88, 94, 96, 101, 128

parcial 1, 38, 39, 83, 94

controle 1-5, 10, 56, 58, 62-66, 69, 70, 97-99,
101, 107, 110, 111, 121,
122, 124, 125, 127

de qualidade 5, 1, 2, 4, 6, 54-62, 64,
65, 67, 69, 71, 77, 98, 101,
106, 110-113, 116-118,
127, 129, 130

do processo de produção 1, 5

Estatístico de Processos (CEP) 2

Estatístico de Qualidade 2

critério 15, 38, 100

custo 1, 3, 4, 18, 19, 21, 35, 39, 46, 56-58,
62, 63, 70, 90, 101-104,
128

D

distribuição 16-18, 51, 56, 57, 59-64, 102,
110, 112, 113, 115

de referência 16-18

F 6, 17, 18, 31, 49, 65, 70, 74, 76,
88, 92, 93, 121, 123-126,
136, 138, 140, 141

t 2, 17, 30, 31, 33, 34, 36-38, 133,
135-138, 140, 141

E

efeito principal 31, 32, 34, 96, 101

eficiência 21, 26, 59, 94, 102, 107, 115, 120

Engenharia de Qualidade 6, 71, 129

erro 18, 19, 24, 25, 35, 57, 60, 69, 82, 102,
111, 112, 114, 115, 120,
123

experimental 13, 19, 22, 35, 133,
135-138, 140

Estatística 1, 3, 5, 1-4, 7, 11, 16, 106, 130,
140

experimento 6, 9-11, 13-22, 24, 26-30, 34,

36, 39-45, 47, 63-67,
69-71, 75-77, 82, 85, 88,
89, 91-93, 95-97, 100,
101, 103-105, 107, 120,
121, 128

completamente aleatorizado 15, 47

fatorial em blocos 36

experimentos 1, 5, 4-7, 9-11, 18, 20-22,
26-28, 35, 39-41, 44, 46,
57, 62, 63, 69-71, 75, 81,
95, 97, 101-107, 115, 120,
121, 127-130

absolutos 10

aleatorizados 14, 18, 21

aleatorizados em blocos 21

comparativos 10, 11

confirmatórios 69, 71, 104, 105

em blocos 20, 21, 36

em blocos incompletos 21

fatoriais 21, 27, 28, 37, 39-41, 45,
46, 63, 66, 70, 75, 76,
94-96, 101, 106, 128, 129

fatoriais completos 27, 41, 46, 95,
96

fatoriais fracionados 21, 28, 39, 40,
45, 46, 63, 66, 70, 75, 76,
94, 96, 101, 106, 129

industriais 21, 130

planejados 9

F

fatores 3, 9-13, 16, 21, 22, 24, 26-35, 37-43,
45-47, 51, 53, 56-58, 60,
62-66, 69-71, 74-78,
80-108, 110, 111, 114,
115, 117, 121, 122,
124-130

aleatórios 13, 14

de ajuste 56, 69, 70, 111, 114, 115,
117

de controle 2, 56-58, 62-66, 70, 97,
98, 101, 107, 110, 111,
121, 122, 124, 125, 127

de ruído 56-58, 62-66, 70, 71, 97,
101, 107, 110, 121, 122,
125, 127

fixos 13, 22

hierárquicos e cruzados 11, 12

fatoriais fracionados 21, 28, 39, 40, 45, 46,
63, 66, 70, 75, 76, 94, 96,
101, 106, 129

fator de classificação 10

ferramentas 4, 7, 129

de qualidade 5, 1, 2, 4, 6, 54-62, 64,
65, 67, 69, 71, 77, 98, 101,
106, 110-113, 116-118,

127, 129, 130

fontes de variação 20, 21, 54, 62, 65

função 15, 16, 24, 52, 58-62, 64, 71, 83,
110-115, 118, 119, 127,
129

do estatístico 16

perda de qualidade 40, 58-62, 71,
100, 110-114, 117-121,
127

G

gráficos lineares 41, 42, 66, 75, 81-86, 89, 92,
94, 106

gráfico de interação 94, 95

graus de liberdade 17, 77-79, 81, 83, 85, 88,
91

H

hereditariedade 103

hipótese nula 15, 16, 19

I

independência 17, 26, 115

indivíduos 9, 10, 70

indústria japonesa 1, 3, 4, 6

inspeção 2, 4, 5, 59

interação 3, 22, 24, 32-34, 37, 38, 40-45, 51,

68, 77-79, 81-84,
86, 88-91, 93-98,
100-105, 107,
110, 115, 121,
122

M

marketing 59

matriz 28-30, 34, 39, 42-44, 63, 64, 66, 67,
75, 77, 81-84, 86, 94, 95,
108, 109, 122

de interação 22, 78, 81-84, 86,
94-97, 101, 110

de planejamento 5, 4, 6, 9, 28-30,
39, 42-44, 58, 75, 77, 81,
95, 106, 108, 110

externa 63, 64, 70

interna 63, 64, 66, 67, 70

medidas de desempenho 110, 111

Melhoria 5, 2, 54, 57, 59, 127, 131, 140

contínua 54, 111, 127, 130

de qualidade 5, 1, 2, 4, 6, 54-62, 64,
65, 67, 69, 71, 77, 98, 101,
106, 110-113, 116-118,
127, 129, 130

Métodos de Taguchi 1, 5, 1, 6, 7, 54, 67, 115,
120, 127, 129, 130

método da coluna ociosa 93, 94

modificações nos gráficos lineares 86, 106

N

não aditividade 22

níveis 4, 9-11, 13, 22, 23, 27, 28, 33, 40, 46,
56-58, 62-66, 69-71,
75-78, 80, 81, 83-105,
107-110, 121, 124,
127-129

dos fatores 10, 12, 22, 27-29, 31,
37, 41, 46, 47, 53, 56, 58,
62, 64-66, 69-71, 74-78,
91, 94, 96-98, 100,
103-105, 108, 110, 121,
122, 124-129

ótimos 27, 62, 69, 75, 103, 106, 129

nível de significância 16, 17, 20

normalidade 13, 17, 115

O

ortogonalidade 29, 76, 89, 108

P

perda quadrática 60, 61, 112, 117

planejamento 1, 5, 4-7, 9, 11, 14, 28-30, 39,
42-44, 54, 57-60, 62, 63,
70, 75, 77, 81, 83, 94, 95,

da tolerância 57, 58
de Experimentos 1, 5, 4-7, 9-11, 18,
21, 22, 39-41, 57, 62, 69,
81, 95, 101, 105, 106, 115,
121, 128, 129
robusto 54, 57, 58, 60, 62, 63, 75,
95, 97, 98, 110, 111, 127
planos amostrais 2, 3
de inspeção 2, 5
população 10-13, 20
precisão 19-22, 24, 26, 32, 39, 90
princípio de Pareto 103
prova 10, 23, 27, 29, 30, 76, 77, 79, 90, 91,
93, 115

Q

Qualidade 5, 1-6, 17, 54-62, 64, 65, 67, 69,
71, 77, 98, 101, 106,
110-113, 116-118, 127,
129, 130, 133, 140

Moderna 5

R

região experimental 13, 22
relação 1, 3, 11, 12, 17-19, 24, 27, 32, 40-42,
44, 56, 58-60, 64, 66, 67,
69-71, 73, 74, 77, 81, 94,

106, 110, 111, 113, 114,
116-121, 124, 125, 127,
128, 130
de identidade 40-42, 44, 66
sinal/ruído 64, 67, 69-71, 73, 74,
110, 111, 113, 116-121,
123, 128
replicação 19, 27, 51, 129
genuína 19
réplicas 19-22, 27, 38, 39, 51, 64-66, 69, 76
reprodutibilidade 101, 102, 104, 105
resolução 7, 40-42, 45, 66, 97, 106
máxima 41, 42
respostas 9, 15, 19-23, 31-33, 64, 67, 68, 70,
97, 100, 130

Revolução Industrial 1

ruído 56-58, 62-67, 69-71, 73, 74, 97, 101,
107, 110, 111, 113,
116-125, 127, 128

S

Segunda Guerra Mundial 1, 2

série de Taylor 35, 60, 96

superfície de resposta 46, 129

suposições 7, 17, 26, 35, 45, 62, 100, 115,
117

117

T

técnica 3, 22, 24, 46, 75, 86-92, 94, 98-100,

129-131

da composição de fatores 90

do fator divergente 92

do pseudo-nível 89

transformação 52, 112, 114, 115, 121

tratamento 10, 19, 27, 30, 38, 52, 63, 64

U

um fator de cada vez 22, 24, 26

unidades experimentais 14, 19, 20, 118

V

valor nominal 55-57

variabilidade 2, 6, 19, 20, 24, 57, 62, 69, 97,

111, 117, 121, 122, 127,

129

variação no desempenho 56, 58, 62, 64, 110,

111

variância 13, 17, 24-26, 34, 35, 51, 56, 59,

60, 62, 64, 68, 69, 71, 96,

102, 103, 111, 114, 115,

117, 121

constante 13, 17, 26, 51, 60, 66, 96,

97, 112, 115-118

variáveis categóricas 130