Universidade Estadual de Campinas

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

Tese de Doutorado

Tempo de trânsito em meios com isotropia transversal vertical (VTI): aproximações e inversão dos parâmetros

Autor: **Rafael Aleixo de Carvalho**
Orientador: **Prof. Dr. Jörg Schleicher**

Campinas, SP

Agosto 2009

Tempo de trânsito em meios com isotropia transversal vertical (VTI): aproximações e inversão dos parâmetros

Este exemplar corresponde à redação final da tese devidamente corrigida e defendida por Rafael Aleixo de Carvalho e aprovada pela comissão julgadora.

Campinas, 03 de Agosto de 2009.

Prof. Dr. Jörg Schleicher
Orientador

Banca Examinadora

Prof. Dr. Jörg Schleicher

Prof. Dr. Martin Tygel

Prof. Dr. Lúcio Tunes dos Santos

Prof. Dr. Jessé Carvalho Costa

Prof. Dr. Reynam da Cruz Pestana

Tese de Doutorado apresentada no Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, UNICAMP, como requisito parcial para obtenção do Título de Doutor em Matemática Aplicada.

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DO IMECC DA UNICAMP

Bibliotecária: Maria Fabiana Bezerra Müller – CRB8 / 6162

Carvalho, Rafael Aleixo de

C253t Tempo de trânsito em meios com isotropia transversal vertical (VTI) : aproximações e inversão dos parâmetros/Rafael Aleixo de Carvalho -- Campinas, [S.P. : s.n.], 2009.

Orientador : Jörg Dietrich Wilhelm Schleicher

Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica.

1.Teoria da aproximação. 2.Método sísmico de reflexão. 3.Geofísica. 4.Anisotropia. I. Schleicher, Joerg. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica. III. Título.

Título em inglês: Traveltime in vertical transversely isotropic (VTI) media: approximations and parameters inversion

Palavras-chave em inglês (Keywords): 1. Approximation theory. 2. Seismic reflection method. 3. Geophysics. 4. Anisotropy.

Área de concentração: Geofísica Computacional

Titulação: Doutor em Matemática Aplicada

Banca examinadora: Jörg Dietrich Wilhelm Schleicher (IMECC-UNICAMP)
Martin Tygel (IMECC-UNICAMP)
Lúcio Tunes dos Santos (IMECC-UNICAMP)
Jessé Carvalho Costa (UFPA)
Reynam da Cruz Pestana (UFBA)

Data da defesa: 03/08/2009

Programa de Pós-Graduação: Doutorado em Matemática Aplicada

Tese de Doutorado defendida em 03 de agosto de 2009 e aprovada

Pela Banca Examinadora composta pelos Profs. Drs.

Prof(a). Dr(a). JOERG DIETRICH WILHELM SCHLEICHER

Prof(a). Dr(a). MARTIN TYGEL

Prof(a). Dr(a). LUCIO TUNES DOS SANTOS

Prof(a). Dr(a). JESSE CARVALHO COSTA

Prof(a). Dr(a). REYNAM DA CRUZ PESTANA

Agradecimentos

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), pelo apoio financeiro para a realização deste trabalho neste dois anos e meio de doutorado.

Aos meus pais que sempre acreditaram em mim e estiveram, em todos os momentos, ao meu lado me incentivando. A minha namorada Daniela pelo amor e incentivo dispensado em todos os momentos. E a toda minha família.

Ao meu orientador, Prof. Jörg Schleicher, pela paciência, dedicação e por me guiar a cada passo deste projeto. Aos Profs. Jessé Costa e Amélia Novais pelas inúmeras discussões que ajudaram no desenvolvimento desta tese.

Aos meu colegas da UNICAMP, de graduação e pós-graduação, que estiveram ao meu lado nos momentos bons e ruins e nas inúmeras confraternizações realizadas nestes longos nove anos e meio de IMECC.

Às pessoas que diretamente ou indiretamente contribuiram para a realização deste projeto. Prefiro não citar nomes para não ser injusto.

À UNICAMP e ao IMECC por terem me acolhido e oferecido toda a infraestrutura que necessitei.

A todos estes meu profundo agradecimento.

"É melhor tentar e falhar, que preocupar-se e ver a vida passar; é melhor tentar, ainda que em vão, que sentar-se fazendo nada até o final. Eu prefiro na chuva caminhar, que em dias tristes em casa me esconder. Prefiro ser feliz, embora louco, que em conformidade viver ..."

(Martin Luther King)

Resumo

Palavras-chave: Aproximação para tempos de trânsito, meios VTI, análise de velocidade e geofísica.

Como os alvos de exploração tornaram-se mais profundos, os comprimentos dos cabos têm aumentado em conformidade, fazendo a aproximação hiperbólica convencional produzir tempos de trânsito cada vez mais imprecisos. Em outras palavras, para as modernas geometrias de aquisição para grandes afastamentos, a aproximação hiperbólica já não é suficiente para horizontalizar a família CMP por causa da não homogeneidade ou anisotropia dos meios. Para resolver este problema, muitas fórmulas para o tempo de trânsito foram propostas na literatura que fornecem aproximações de qualidade diferente. Demonstrou-se que para meios com isotropia transversal vertical (meios VTI), apenas dois parâmetros do tempo de trânsito são suficientes para a realização de todo o processamento temporal, sendo a velocidade NMO e um parâmetro de anisotropia. Por isso, nesta tese, nos concentramos, na dedução de aproximações simples para o tempo de trânsito que dependem de um único parâmetro de anisotropia. Começamos por dar uma visão geral de uma coleção de tais aproximações para o tempo de trânsito encontradas na literatura e comparar suas qualidades. Em seguida, deduzimos um conjunto de novas aproximações para o tempo de trânsito que dependem de um parâmetro baseado em aproximações encontradas na literatura. A principal vantagem das nossas aproximações é que algumas delas são expressões analíticas bastante simples que as

tornam fáceis de serem utilizadas, ao mesmo tempo que têm a mesma qualidade ou maior que as fórmulas já estabelecidas.

Utilizamos estas aproximações para o tempo de trânsito para uma inversão dos parâmetros de anisotropia. Utilizando uma estimativa da velocidade NMO a partir da análise de velocidades hiperbólica, pode-se estimar o parâmetro anisotrópico a partir de uma aproximação para o tempo de trânsito mais geral. Estendemos o procedimento em dois passos utilizando um termo não hiperbólico mais preciso na aproximação para o tempo de trânsito. As aproximações para o tempo de trânsito deduzidas permitem predizer o viés na estimativa da velocidade NMO, proporcionando assim um meio de corrigir, tanto a estimativa a velocidade NMO, quanto o consequente valor do parâmetro de anisotropia. Por meio de um exemplo numérico, demonstramos que a estimativa dos parâmetros do tempo de trânsito, usando este processo iterativo, apresenta considerável melhora.

Abstract

Keywords: Traveltime approximations, VTI media, velocity analysis and geophysics.

As exploration targets have become deeper, cable lengths have increased accordingly, making the conventional two term hyperbolic traveltime approximation produce increasingly erroneous traveltimes. In other words, for modern long-offset acquisition geometries, a hyperbolic traveltime approximation is no longer sufficient to flatten the CMP gather because of medium inhomogeneity or anisotropy. To overcome this problem, many traveltime formulas were proposed in the literature that provide approximations of different quality. It has been demonstrated that for transversly isotropic media with a vertical symmetry axis (VTI media), just two traveltime parameters are sufficient to perform all time-related processing, being the NMO velocity and one anisotropy parameter. Therefore, we concentrate in this thesis,on simple traveltime approximations that depend on a single anisotropy parameter. We start by giving an overview of a collection of such traveltime approximations found in the literature and compare their quality. Next, we derive a set of new single-parameter traveltime approximations based on the ones found in the literature. The main advantage of our approximations is that some of them are rather simple analytic expressions that make them easy to use, while achieving the same quality as the better of the established formulas.

We then use these traveltime aproximations for an inversion of the anisotropy parameters. Using an estimate of the NMO velocity from a hyperbolic velocity analysis, one can estimate the anisotropic parameter from a more general traveltime approximation. We extend this two-step procedure using a more accurate nonhyperbolicity term in the traveltime approximation. The used traveltime approximations allow to predict the bias in the NMO velocity estimate, thus providing a means of correcting both the estimated NMO velocity and the resulting anisotropy parameter value. By means of a numerical example, we demonstrate that the estimation of the traveltime parameters, using this iterative procedure, is improved considerably.

Sumário

Lista de Figuras

Capítulo 1

Introdução

Aproximações para o tempo de trânsito são muito importantes no processamento de dados sísmicos. Elas são usadas, por exemplo, em migração (ALKHALIFAH e LARNER, 1994; VESTRUM et al., 1999; MUKHERJEE et al., 2001), correção de sobretempo e análise de velocidades (TSVANKIN e THOMSEN, 1994; ALKHALIFAH e TSVANKIN, 1995; FOMEL, 2003) e remigração (FOMEL, 1994; HUBRAL et al., 1996; SCHLEICHER e ALEIXO, 2007).

A aproximação hiperbólica (DIX, 1955) do tempo de trânsito de reflexão da onda P, geralmente usada no processamento de dados sísmicos, é exata para a descrição do tempo de trânsito de reflexão em um refletor plano em meios isotrópicos e homogêneos. Esta se mantém uma boa aproximação para curtos afastamentos de um meio multicamadas com pequena variação lateral. Entretanto, como os alvos de exploração estão se tornando mais profundos, os afastamentos acompanham este crescimento. Maiores afastamentos fazem com que a equação hiperbólica de dois termos convencional produza tempos de trânsito errôneos. Para solucionar este problema, torna-se importante incluir correções não-hiperbólicas ao sobretempo de reflexão. Esta correção é importante não somente para a previsão correta do sobretempo com o intuito de horizontalizar o evento, mas também para garantir uma determinação mais precisa dos parâmetros do modelo. O objetivo desta tese é a dedução de apoximações melhores para o tempo de trânsito, bem como a melhora do processo de inversão dos parâmetros.

Muitas tentativas foram feitas nos últimos anos para fornecer equações de sobre-tempo de reflexão de ordens superiores que produzam boas aproximações para grandes afastamentos. Trabalhando com modelos multi-camadas, BOLSHIX (1956) obteve uma equação de sexta ordem que aproxima o tempo de trânsito de reflexão. Depois, TANER e KOEHLER (1969) forneceram uma aproximação de ordem superior para os tempos de trânsito baseados na expansão da série de Taylor do tempo de trânsito de reflexão. MAY e STRALEY (1979) usaram polinômios ortogonais para derivar aproximações para o tempo de trânsito de ordens superiores. Porém, estas aproximações baseadas em polinômios de Taylor e polinômios ortogonais, são bastante imprecisas para grandes afastamentos, porque não conseguem estender o domínio de validade além do raio de convergência da série de Taylor.

Para melhorar a precisão, particularmente para afastamentos maiores que a profundidade do refletor alvo, vários autores propuseram o uso da aproximação da hipérbole deslocada (*shifted-hyperbola*) (MALOVICHKO, 1978; CLAERBOUT, 1987; DE BAZELAIRE, 1988; CASTLE, 1994). Esta equação descreve uma hipérbole que é simétrica no eixo t e tem assíntotas que interceptam o eixo do tempo em $t = \tau_s$ que é diferente do tempo de trânsito para afastamento nulo τ_0. A hipérbole deslocada proposta por CLAERBOUT (1987) contém um parâmetro livre, chamado a, que pode ser usado para encontrar o melhor ajuste para a aproximação do tempo de trânsito de reflexão. O parâmetro da aproximação hipérbole deslocada pode ser relacionada com o parâmetro de anisotropia η (SILIQI e BOUSQUIÉ, 2000; URSIN e STOVAS, 2006), gerando uma aproximação para o tempo de trânsito para meios transversalmente isotrópicos com eixo vertical (meios VTI).

Entretanto, até mesmo para meios VTI homogêneos, a aproximação hiperbólica é válida somente para pequenos afastamentos, e o coeficiente de velocidade é a velocidade de sobretempo nornal (NMO), que difere da velocidade vertical (THOMSEN, 1986). Generalizando os resultados de HAKE et al. (1984), TSVANKIN e THOMSEN (1994) deduziram uma aproximação para o tempo de trânsito de quarta-ordem. Entretanto, esta equação perde precisão rapidamente com o aumento do afastamento. Como alternativa, eles propuseram o uso de uma aproximação por frações contínuas, a qual é válida para grandes afastamentos (TSVANKIN e THOMSEN, 1994; ALKHALIFAH e TSVANKIN, 1995).

Baseado na aproximação de TSVANKIN e THOMSEN (1994), DOUMA e CALVERT (2006) propuseram novas aproximações para a função tempo de trânsito baseadas na aproximação de Padé ou interpolação racional. STOVAS e URSIN (2004), usando uma outra metodologia, deduziram uma aproximação por frações contínuas para a função tempo de trânsito de reflexão, mas esta aproximação é apenas válida para afastamentos curtos e intermediários. FOWLER et al. (2006) fornecem uma metodologia usando parâmetros ortogonais para descrever a aproximação para o tempo de trânsito. Eles estudam aproximações ortogonais para a equação de TSVANKIN e THOMSEN (1994) e para a aproximação hipérbole deslocada.

ZHANG e UREN (2001) observaram que a velocidade de grupo em meios com isotropia transversal (TI) gerais podem ser aproximadas por uma simples equação. Baseados nesta equação, eles fornecem aproximações para o tempo de trânsito de ondas P em meios TI homogêneos. Mais ainda, eles encontraram uma equação simples para o tempo de trânsito em um meio VTI.

Um tutorial sobre aproximações para o tempo de trânsito de reflexão em meios VTI, sumarizando as mais práticas aproximações citadas acima, podem ser encontradas em FOWLER (2003).

FOMEL (2004) fornece uma aproximação anelíptica para ondas P em meios VTI, generalizando a aproximação anelíptica de MUIR e DELLINGER (1985). A aproximação de Fomel (2004) é uma aproximação para grandes afastamentos para a função tempo de trânsito em meios VTI.

Nesta tese comparamos a qualidade das aproximações dos tempos acima listados para um refletor horizontal em um meio homogêneo e deduzimos aproximações algebricamente mais simples com a mesma qualidade das melhores aproximações conhecidas. Posteriormente, usamos estas aproximações para fins de determinação dos parâmetros do meio. Note-se neste sentido que, o modelo de velocidades é muito importante no processamento e na migração de dados sísmicos de reflexão. A análise de velocidade convencional (DIX, 1955; YILMAZ, 1987) pelo método de ponto médio comum (*common-midpoint*; CMP) usa a aproximação hiperbólica para o tempo de trânsito. Neste procedimento, um único parâmetro do tempo de trânsito, chamado velocidade de sobretempo normal (NMO), é estimado usando uma medida de qualidade. Entretanto, com as modernas geometrias de aquisição que usam grandes afastamentos, a aproximação hiperbólica não é mais suficiente para horizontalizar o evento na seção CMP por causa da heterogeneidade e/ou anisotropia do meio (ALKHALIFAH et al., 1996; TOLDI et al., 1999). Muitos autores propuseram idéias alternativas para a extração de velocidades sísmicas dos dados. Uma idéia é o uso de difrações sísmicas (HARLAN et al., 1984; LANDA e KEYDAR, 1998; FOMEL et al., 2007; NOVAIS et al., 2008) para extrair informação sobre a velocidade. SCHLEICHER et al. (2008) usaram a propagação de onda-imagem para determinar o modelo de velocidade do subsolo. Até para meios anisotrópicos existem vários métodos para a obtenção de informação sobre o modelo de velocidades (TSVANKIN e THOMSEN, 1994; AL-DAJANI e TSVANKIN, 1998; SARKAR e TSVANKIN, 2004; BEHERA e TSVANKIN, 2007).

Um trabalho particularmente importante é o de ALKHALIFAH e TSVANKIN (1995). Eles demonstraram que, para meios VTI, apenas dois parâmetros do tempo de trânsito são suficientes para realizar todo processamento relativo ao tempo, tais como correções NMO e sobretempo de mergulho (*dip-moveout*; DMO). Esses dois parâmetros são usualmente chamados de velocidade NMO (V_{NMO}) e parâmetro de anelipticidade

η, que são uma combinação dos conhecidos parâmetros de anisotropia fraca ϵ e δ de THOMSEN (1986). Usando esses parâmetros, ALKHALIFAH e TSVANKIN (1995) reescreveram a aproximação para o tempo de trânsito baseado em frações contínuas (TSVANKIN e THOMSEN, 1994) que descrevem tempos de trânsito não hiperbólicos para grandes afastamentos. Baseando-nos nesta observação, deduzimos nesta tese somente aproximações do tempo de trânsito que dependem deste dois parâmetros.

ALKHALIFAH (1997) mostrou que usando uma estimativa da velocidade V_{NMO}, após uma análise de velocidade hiperbólica, pode-se estimar o parâmetro de anisotropia η a partir de uma aproximação para o tempo de trânsito mais geral de ALKHALIFAH e TSVANKIN (1995). Ele propõe um procedimento em dois passos. O primeiro passo usa a análise de velocidade convencional em uma seção CMP para pequenos afastamentos para estimar V_{NMO}. No próximo passo, assumindo que a estimativa de V_{NMO} seja razoavelmente precisa, ele propõe o uso de grandes afastamentos para estimar o parâmetro de anisotropia η. Porém existe uma desvantagem em seu método: ele notou uma grande sensibilidade da estimativa de η em função da qualidade da velocidade NMO estimada.

Portanto, tornam-se necessárias novas e eficientes formas para a determinação da velocidade NMO com qualidade e consequentemente do parâmetro de anisotropia η. Este é o objetivo desta tese, i. e., utilizar aproximações para o tempo de trânsito para gerar uma metodologia simples e robusta para a extração dos parâmetros do tempo de trânsito que são amplamente utilizados no processamento sísmico. Primeiramente, deduzimos novas aproximações para o tempo de trânsito em meios VTI (SCHLEICHER e ALEIXO, 2008; ALEIXO e SCHLEICHER, 2009), aproximações que dependem apenas de um parâmetro de anisotropia, o que tornam estas muito vantajosas em considerações teóricas e computacionais. Essas aproximações são baseadas na aproximação de Fomel (2004), que segundo testes numéricos é a melhor aproximação para o tempo de trânsito em meios VTI da literatura. As novas aproximações permitem predizer a tendência na estimativa da velocidade NMO, assim provendo um meio para corrigir a estimativa da velocidade NMO e do resultante valor do parâmetro η. Esta tendência se deve ao fato que, em meios VTI, os afastamentos curtos são influenciados pelo parâmetro de anisotropia η (ALEIXO et al., 2009a). Desta meneira, o procedimento de extração leva a estimativas mais confiáveis de V_{NMO} e consequentemente, utilizando o procedimento em dois passos de ALKHALIFAH (1997), estima-se o parâmetro η com qualidade.

Esta tese é estruturada como detalhado a seguir. Os Capítulos 2, 3 e 4 contém a discussão das aproximações do tempo de trânsito e o Capítulo 5 descreve o processo de inversão. Comecemos no Capítulo 2 com uma revisãomais detalhada da literatura e discutimos aproximações para o tempo de trânsito simples, que dependam apenas de um único parâmetro de anisotropia. Por causa da grande quantidade de aproximações disponíveis na literatura, é essencial avaliar a performance de cada uma delas. Para facilitar o entendimento, iniciamos o Capítulo 2 com uma revisão do meios TI antes de apresentar as principais aproximações para o tempo de trânsito encontrados na literatura e comparamos sua qualidade. No Capítulo 3 deduzimos novas aproximações para o tempo de trânsito dependendo de apenas um único parâmetro de anisotropia. No Capítulo 4 fazemos uma discussão sobre a qualidade das aproximações para o tempo de trânsito deduzidas e apresentadas neste trabalho. A principal vantagem de nossas aproximações é que algumas delas têm expressões analíticas simples com um único parâmetro de anisotropia. Isso torna estas aproximações fáceis de serem usadas em aplicações teóricas e computacionais, com pelo menos a mesma qualidade das fórmulas estabelecidas na literatura. No Capítulo 5, oferecemos um algoritmo iterativo para a extração dos parâmetros do tempo de trânsito baseados no procedimento de ALKHALIFAH (1997). E mostramos alguns resultados numéricos que comprovam nossas idéias. No Capítulo 6 apresentamos as conclusões, tecendo alguns comentários sobre as idéias aqui desenvolvidas bem como algumas propostas de como o presente trabalho deve ser continuado.

Capítulo 2

Revisão de meios TI

O objetivo desta tese é criar um algoritmo de baixo custo computacional e robusto para estimar parâmetros de anisotropia em meios VTI. Meios VTI são um exemplo de meios anisotrópicos. Portanto, esta tese é desenvolvida em um ambiente de anisotropia. Mas, antes de definir e estudar estes meios, devemos entender o conceito de anisotropia sísmica.

Segundo THOMSEN (2002) anisotropia sísmica é caracterizada pela dependência das velocidades sísmica de um ângulo. A princípio o nome dado a este ângulo não tem importância. O que esta definição está dizendo é que as velocidades sísmicas são diferentes em cada direção, que é dada por esse ângulo. Vale ressaltar que essa definição não é única. Muitos autores já tentaram definir anisotropia (CRAMPIN, 1988; WINTERSTEIN, 1990). Mas a definição que adotaremos neste texto é a definição de THOMSEN (2002). Depois de definido o conceito de anisotropia sísmica, ou simplesmente anisotropia, devemos fazer uma observação sobre a diferença entre anisotropia e heterogeneidade. Anisotropia é dependência da velocidade da direção, enquanto que heterogeneidade é a dependência da velocidade da posição.

Neste capítulo revisamos a bibliografia dos meios transversalmente isotrópicos (TI). Para isso, fazemos uma revisão do conceito de anisotropia elástica para poder definir qual a natureza dos meios TI. Posteriormente, comentamos sobre a definição e propriedades da chamada anisotropia fraca. Finalmente, fazemos uma ampla revisão bibliográfica e apresentamos as idéias do que já foi desenvolvido e aplicado sobre tempos de trânsito em meios VTI.

2.1 Anisotropia elástica

Em meios elásticos, no limite de deformações infinitesimais, existe uma relação linear entre cada componente dos tensores de tensão e deformação (NYE, 1957), respectivamente, σ_{ij} e ϵ_{kl}. Esta relação também é denominada lei de Hooke generalizada. Utilizando a notação 1, 2 e 3 para representar as direções x, y e z, pode-se escrever de forma compacta as nove relações existentes entre σ_{ij} e ϵ_{kl} da seguinte forma

$$\sigma_{ij} = \sum_{k=1}^{3} \sum_{l=1}^{3} C_{ijkl} \epsilon_{kl}, \tag{2.1}$$

onde C_{ijkl} é o tensor elástico. Este tensor tem quatro índices, dois que representam a tensão e dois que representam a deformação. Além disso, ambos tensores, tensão e deformação são simétricos, isto é, apresentam a seguinte propriedade $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ e $\epsilon_{kl} = \epsilon_{lk}$. Isso implica nas simetrias $C_{ijkl} = C_{jikl}$ e $C_{ijkl} = C_{ijlk}$ do tensor elástico. Além disso, ele apresenta a simetria $C_{ijkl} = C_{klij}$. Utilizando as simetrias dos tensores de tensão e deformação e utilizando a notação compacta introduzida por Voigt, que faz $ij = \alpha$ e $kl = \beta$, além de 11=1, 22=2, 33=3, 32=23=4, 31=13=5 e 12=21=6, podemos representar o tensor C_{ijkl} que é um tensor de quarta ordem por uma matriz $C_{\alpha\beta}$ 6×6. A razão para esta transformação é que agora podemos escrever o tensor elástico em uma folha de papel e podemos estudá-lo (THOMSEN, 2002). Para cada meio elástico existe esta relação linear entre os tensores de tensão e deformação. Portanto, o tensor C_{ijkl} representa cada meio elástico, e consequentemente a matriz $C_{\alpha\beta}$ representa estes meios.

Como já dito, a matriz $C_{\alpha\beta}$ é simétrica e por uma simples contagem devido as suas simetrias observa-se que apresenta 21 elementos distintos. Já sabemos que a matriz $C_{\alpha\beta}$ representa um meio elástico e, portanto, cada meio é descrito por esses 21 elementos. O caso onde esses 21 elementos são independentes é chamado triclínico, e é o caso mais geral de anisotropia. Mas, no caso da geofísica não é usado devido a complexidade em estimar esses 21 elementos. Portanto, devemos estudar meios mais simples e ainda assim realistas.

Vamos considerar primeiramente o meio mais simples, o meio isotrópico. Para esses meios a matriz $C_{\alpha\beta}$ tem a seguinte forma,

$$C_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} C_{33} & (C_{33}-2C_{44}) & (C_{33}-2C_{44}) & 0 & 0 & 0 \\ (C_{33}-2C_{44}) & C_{33} & (C_{33}-2C_{44}) & 0 & 0 & 0 \\ (C_{33}-2C_{44}) & (C_{33}-2C_{44}) & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{pmatrix}. \tag{2.2}$$

Pode-se ver que a maioria dos elementos são zeros, e existem apenas dois elementos independentes. A partir destes elementos podemos identificar os conhecidos parâmetros de Lamé, λ e μ, que são dados por

$$C_{33} = \lambda + 2\mu, \tag{2.3}$$

$$C_{44} = \mu. \tag{2.4}$$

O parâmetro μ é conhecido por módulo de cisalhamento e controla a velocidade da onda S. O parâmetro λ por si não tem um significado físico específico. Em conjunto com o módulo de cisalhamento ele descreve a velocidade da onda P e o módulo de compressão do meio. O meio isotrópico é o tipo de meio mais simples e é importante para uma primeira compreensão dos fenômenos que estudamos em geofísica.

O próximo meio mais simples é o cúbico. A matriz que representa este meio é a mesma do caso isotrópico, exceto que, ao invés de dois parâmetros independentes, este meio apresenta três parâmetros independentes. Entretanto, não existem formações geológicas que apresentem simetria cúbica (THOMSEN, 2002).

O meio mais simples e realista que encontramos é o meio transversalmente isotrópico (TI), que tem apenas um eixo de simetria (eixo z ou eixo 3, que neste caso não precisam ser idênticos). Os outros dois eixos, x, y ou $1, 2$ são diferentes de 3, mas são equivalentes um ao outro, isto é, o plano $(1, 2)$ forma um meio isotrópico (THOMSEN, 2002). Esta é a simetria das finas multi-camadas isotrópicas. Esta simetria também é denominada de simetria azimutal. Usualmente, o eixo de simetria é vertical, e o meio com esta simetria é chamado de transversalmente isotrópico na vertical (VTI). É este meio que é utilizado nesta tese.

No caso de meios VTI, a matriz elástica tem cinco componentes independentes distribuídos em doze elementos não nulos, e é representada por

$$C_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} C_{11} & (C_{11} - 2C_{66}) & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ (C_{11} - 2C_{66}) & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}. \tag{2.5}$$

É natural pensar que em meios VTI as velocidades serão independentes da direção no plano $(1, 2)$. Isto significa que, no caso onde o eixo 3 é vertical as velocidades são as mesmas para todos os azimutes horizontais. Mas, no caso onde o eixo 3 não é vertical, meios TTI, as velocidades dependerão do azimute, pois o plano $(1, 2)$ é diferente do plano (x, y).

O caso ortorrômbico é o caso mais realista encontrado. Esta simetria é descrita como a simetria do tijolo, isto é, este meio é definido por três planos de simetria especular mutuamente ortogonais. Os meios ortorrômbicos apresentam a característica de se

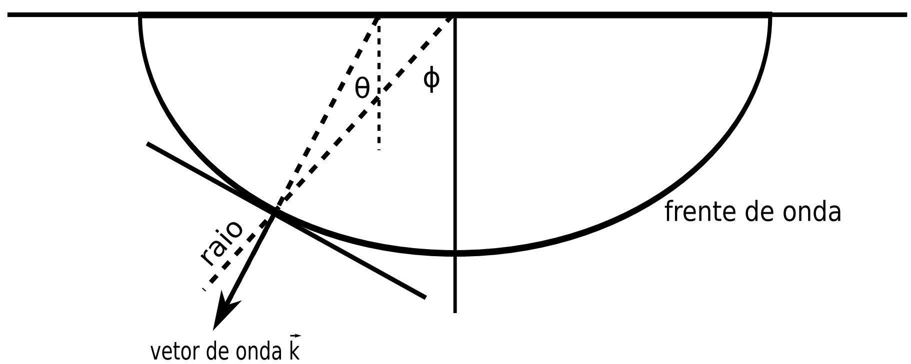

Figura 2.1: Visualização dos ângulos de fase e de grupo.

comportarem como meios VTI nos planos de simetria. Este meio é o meio de um modelo de multi-camadas com fraturas verticais. Sua matriz elástica é a mesma do meio isotrópico, mas apresenta nove elementos independentes.

Utilizando a relação linear, equação (2.1), entre os tensores de tensão e deformação e a segunda lei de Newton, pode-se escrever uma equação da onda no meio VTI homogêneo, que tem a seguinte forma

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{C_{ijkl}}{\rho} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_l \partial x_j}, \tag{2.6}$$

onde $u_i(x,t)$ é o deslocamento da i-ésima partícula que depende de t, C_{ijkl} é o tensor elástico e ρ é a densidade do meio. A notação da soma de Einstein foi utilizada. Esta equação da onda foi resolvida e apresenta três soluções independentes uma para cada direção de propagação, as chamadas ondas P e S, sendo que a última possui duas polarizações. Estas duas ondas S são chamadas de SV e SH.

A definição de anisotropia diz que as velocidades dependem do ângulo. No caso VTI denominaremos este ângulo de ângulo de fase, denominado por θ. A velocidade de fase é dita ser a velocidade da frente de onda, sendo que mede a velocidade de avanço da frente de onda ao longo do vetor de propagação $\mathbf{k}$. Note que, quando o meio que estamos trabalhando não é isotrópico, ou seja, as frentes de onda não são esféricas, existe uma outra direção de propagação da energia, definida pelo ângulo ϕ, diferente do de fase. Portanto, em meios anisotrópicos falamos em uma outra velocidade denominada de velocidade de grupo, e esta por sua vez é diferente da velocidade de fase. Uma representação destes ângulos pode ser encontrada na Figura 2.1.

Em meios VTI as velocidades de fase para as ondas P, SV e SH (THOMSEN, 1986) são dadas, respectivamente, por

$$\rho v_P^2(\theta) = \frac{1}{2}\left[C_{33} + C_{44} + (C_{11} - C_{33})\mathrm{sen}^2\theta + D(\theta)\right], \quad (2.7)$$

$$\rho v_{SV}^2(\theta) = \frac{1}{2}\left[C_{33} + C_{44} + (C_{11} - C_{33})\mathrm{sen}^2\theta - D(\theta)\right], \quad (2.8)$$

$$\rho v_{SH}^2(\theta) = C_{66}\,\mathrm{sen}^2\theta + C_{44}\cos^2\theta\,, \quad (2.9)$$

onde ρ é a densidade e θ é o ângulo de fase, ou seja, o ângulo entre a normal à frente de onda e o eixo vertical. Além disso,

$$\begin{aligned} D(\theta) = {} & \left\{C_{33} - C_{44} + 2\left[2(C_{13} + C_{44})^2 - (C_{33} - C_{44})(C_{11} + C_{33} + 2C_{44})\right]\sin^2\theta \right. \\ & \left. + \left[(C_{11} + C_{33} - 2C_{44})^2 - 4(C_{13} + C_{44})^2\right]\mathrm{sen}^4\theta\right\}^{1/2}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Como já dito antes, as velocidades não dependem do azimute. O primeiro obstáculo para a utilização de modelos anisotrópicos é a complexidade algébrica do fator D. Mesmo neste caso simples, que é o caso VTI, as equações são muito complicadas para serem utilizadas em geofísica. Observa-se que as equações acima dependem de três medidas de anisotropia que são combinações dos coeficientes da matriz elástica (THOMSEN, 1986). Para simplificar as equações acima, THOMSEN (1986) definiu os seguintes parâmetros, também chamados de parâmetros de Thomsen:

$$\epsilon = \frac{C_{11} - C_{33}}{2C_{33}}, \quad (2.11)$$

$$\gamma = \frac{C_{66} - C_{44}}{2C_{44}}, \quad (2.12)$$

$$\delta^* = \frac{1}{2C_{33}^2}\left[2(C_{13} + C_{44})^2 - (C_{33} - C_{44})(C_{11} + C_{33} - 2C_{44})\right]. \quad (2.13)$$

Note que estes parâmetros são adimensionais e que no caso isotrópico, que é um caso degenerado do caso VTI, estes parâmetros são zero. Esses parâmetros são chamados de "anisotropias" do meio.

Quando $\theta = 0$ definimos os seguintes parâmetros

$$v_{P0} = v_P(0) = \sqrt{C_{33}/\rho}, \tag{2.14}$$

$$v_{S0} = v_S(0) = \sqrt{C_{44}/\rho}, \tag{2.15}$$

que são as velocidades verticais das ondas P e S, respectivamente. Note que, as ondas SV e SH possuem a mesma velocidade vertical v_{S0}.

Utilizando os parâmetros de Thomsen, as equações para as velocidades de fase das ondas P, SV e SH podem ser reescritas como,

$$v_P^2(\theta) = v_{P0}^2[1 + \epsilon \operatorname{sen}^2\theta + D^*(\theta)] \tag{2.16}$$

$$v_{SV}^2(\theta) = v_{S0}^2\left[1 + \frac{v_{P0}^2}{v_{S0}^2}\epsilon \operatorname{sen} 2\theta - \frac{v_{P0}^2}{v_{S0}^2}D^*(\theta)\right] \tag{2.17}$$

$$v_{SH}^2(\theta) = v_{S0}^2[1 + 2\gamma \operatorname{sen}^2\theta], \tag{2.18}$$

onde

$$D^*(\theta) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{v_{S0}^2}{v_{P0}^2}\right)\left\{\left[1 + \frac{4\delta^*}{(1 - v_{S0}^2/v_{P0}^2)^2}\operatorname{sen}^2\theta\cos^2\theta + \frac{4(1 - v_{S0}^2/v_{P0}^2 + \epsilon)\epsilon}{(1 - v_{S0}^2/v_{P0}^2)^2}\operatorname{sen}^4\theta\right]^{1/2} - 1\right\}. \tag{2.19}$$

Note que as equações das velocidades de fase foram apenas reescritas, portanto ainda são exatas, mas continuam apresentando uma alta complexidade algébrica.

A velocidade de grupo V, que é a velocidade de propagação da energia é dada por (THOMSEN, 1986)

$$V = \nabla_{\vec{k}}(\omega) = \frac{\partial(\mathbf{k}v)}{\partial k_x}\hat{\mathrm{x}} + \frac{\partial(\mathbf{k}v)}{\partial k_z}\hat{\mathrm{z}}, \tag{2.20}$$

onde $\mathbf{k} = \sqrt{k_x^2 + k_z^2}$ é a norma do vetor número de onda e ω é a frequência. Além disso, v representa a velocidade de fase da onda sob consideração. A velocidade de grupo é calculada a partir da relação de dispersão que relaciona a frequência e o número de onda.

Em meios VTI obtemos a seguinte relação entre os ângulos de fase e de grupo, que é deduzida, por exemplo, em THOMSEN (1986),

$$\begin{aligned}
\tan\phi(\theta) &= \frac{\partial(kv)}{\partial k_x} \bigg/ \frac{\partial(kv)}{\partial k_z} \\
&= \left(v\,\mathrm{sen}\,\theta + \frac{dv}{d\theta}\cos\theta\right) \bigg/ \left(v\cos\theta - \frac{dv}{d\theta}\mathrm{sen}\,\theta\right) \\
&= \left(\tan\theta + \frac{1}{v}\frac{dv}{d\theta}\right) \bigg/ \left(1 - \frac{\tan\theta}{v}\frac{dv}{d\theta}\right).
\end{aligned} \tag{2.21}$$

A relação entre as velocidades de fase e de grupo é deduzida por BERRYMAN (1979), no apêndice A de seu artigo, e tem a seguinte forma

$$V^2(\phi(\theta)) = v^2(\theta) + \left(\frac{dv}{d\theta}\right)^2. \tag{2.22}$$

As equações apresentadas nesta seção são exatas no sentido de representarem de forma correta os fenômenos anisotrópicos descritos. Entretanto, a complexidade do fator D impede um entendimento maior das propriedades físicas dos meios anisotrópicos. Porém, como afirma THOMSEN (1986), a maioria das rochas apresentam anisotropia fraca, ou seja, os parâmetros ϵ, δ^* e γ são " pequenos ". Por " pequenos "entendemos que os parâmetros de Thomsen são muito menores do que um. Na próxima seção são deduzidas fórmulas aproximadas para as velocidades descritas até agora, usando $\epsilon \ll 1$, $\delta^* \ll 1$ e $\gamma \ll 1$.

2.2 Anisotropia fraca

Para se obter as equações para anisotropia fraca usa-se a aproximação de Taylor as equações das velocidades de fase para pequenos valores dos parâmetros ϵ, δ^* e γ com θ fixo, além do fator D. Assim expandindo o termo D^* e tomando apenas os termos lineares obtemos,

$$D^*(\theta) \approx \frac{\delta^*}{(1 - v_{S0}^2/v_{P0}^2)}\,\mathrm{sen}^2\theta\cos^2\theta + \epsilon\,\mathrm{sen}^4\theta, \tag{2.23}$$

ou seja, linearizamos o fator D. Substituindo o valor linearizado de D^* em (2.7) e (2.8) e depois linearizando novamente as velocidades de fase, obtemos as aproximações para as velocidades de fase em meios com anisotropia fraca que têm a seguinte forma,

$$\begin{aligned} v_P(\theta) &= v_{P0}(1+\delta \operatorname{sen}^2\theta \cos^2\theta + \epsilon \sin^4\theta), && (2.24)\\ v_{SV}(\theta) &= v_{S0}\left[1+\frac{v_{P0}^2}{v_{S0}^2}(\epsilon-\delta)\operatorname{sen}^2\theta\cos^2\theta\right], && (2.25)\\ v_{SH}(\theta) &= v_{S0}(1+\gamma \operatorname{sen}^2\theta), && (2.26) \end{aligned}$$

onde

$$\delta = \frac{1}{2}\left[\epsilon + \frac{\delta^*}{(1+v_{S0}^2/v_{P0}^2)}\right] = \frac{(C_{13}-C_{44})^2-(C_{33}-C_{44})^2}{2C_{33}(C_{33}-C_{44})} \tag{2.27}$$

é um novo parâmetro que mede a anisotropia de um meio e está relacionado com o antigo parâmetro δ^* que não será mais utilizado neste texto.

A partir das equações acima podemos reescrever os parâmetros ϵ, δ e γ em função de características do meio, ou seja, em função das velocidades de fase. A primeira relação é definida como

$$v_{P,h} = v_{P0}(1+\epsilon) \qquad \Longrightarrow \qquad \epsilon = \frac{v_{P,h}-v_{P0}}{v_{P0}} \tag{2.28}$$

Como ϵ é a razão entra as velocidades vertical e horizontal da onda P, este fator definido acima é o parâmetro que usualmente é referido como “a anisotropia” de uma rocha (THOMSEN, 1986). Um caso especial de meios VTI é o chamado meio elipticamente anisotrópico que é caracterizado por frentes de onda P elípticas. Este tipo de meio é caracterizado por $\epsilon = \delta$ (THOMSEN, 1986).

Da equação (2.26) que descreve a velocidade da onda SH, obtemos

$$\gamma = \frac{v_{SH,h}-v_{S0}}{v_{S0}} \tag{2.29}$$

onde γ corresponde a significado convencional da “ anisotropia da onda SH ”. Note que no caso elíptico, as frentes de onda da onda P e da onda SH são elípticas. E no caso de grandes anisotropias a frente se onda da onda SH ainda continua elíptica.

De (2.24) e (2.28) obtemos

$$\delta = 4\left[\frac{v_P(\pi/4)}{v_{P0}} - 1\right] - \left[\frac{v_{P,h}}{v_{P0}} - 1\right]. \tag{2.30}$$

Assim pode-se recuperar δ a partir de medidas das velocidades da onda P nos ângulos de $0°$, $45°$ e $90°$.

2.3 Tempos de trânsito em meios VTI

Passemos agora para a discussão dos tempos de trânsito em meios VTI. Até agora definimos e estudamos algumas características de meios anisotrópicos e principalmente de meios VTI.

Aproximações para o tempo de trânsito são muito utilizadas em muitas tarefas do processamento de dados sísmicos. Aplicadas em técnicas de migração, remigração e em estimativa de parâmetros do meio, entre outras aplicações. Nesta tese, estamos interessados em estimar parâmetros dos meios VTI e as aproximações para o tempo de trânsito são muito importantes neste processo. Portanto na primeira parte da tese trabalhamos com aproximações para o tempo de trânsito em meios VTI.

A aproximação hiperbólica (DIX, 1955) do tempo de trânsito de reflexão da onda P, geralmente usada no processamento de dados sísmicos, é exata para a descrição do tempo de trânsito de reflexão em um refletor plano em meios isotrópicos e homogêneos. Esta se mantém uma boa aproximação para afastamentos curtos de um meio multi-camada com pequena variação lateral. Entretanto, como os alvos de exploração estão se tornando mais profundos, os afastamentos acompanham este crescimento. Maiores afastamentos fazem a equação hiperbólica de dois termos convencional produzir tempos de trânsito errôneos. Para solucionar este problema, se torna importante incluir correções não-hiperbólicas ao sobretempo de reflexão para garantir uma determinação mais precisa dos parâmetros do modelo.

Nesta seção iremos estudar as principais aproximações para o tempo de trânsito que são encontradas na literatura. Cabe ressaltar aqui que tentamos estudar o maior número de aproximações possíveis para termos maneiras de compará-las com as propostas por nós. Algumas não são estudadas aqui devido ao fácil entendimento de sua natureza. Elas apenas são citadas na introdução desta tese. No Capítulo 3 apresentamos novas aproximações para o tempo de trânsito em meios VTI.

2.3.1 Aproximação de Tsvankin e Thomsen

A forma das curvas de sobretempo para ondas refletidas é de importância primária para o processamento sísmico. Curvas de sobretempo de reflexão são convencionalmente aproximadas pela equação hiperbólica

$$t^2(x) \approx t_0^2 + \frac{x^2}{V_{NMO}^2}, \tag{2.31}$$

onde t_0 é o tempo de chegada vertical aproximado para afastamento nulo, x é a distância entre a fonte e o receptor e V_{NMO} é chamada *normal moveout velocity*, ou seja, velocidade de sobretempo normal. Em meios VTI, esta velocidade está relacionada com o parâmetro de Thomsen δ e com a velocidade vertical da onda P, v_{P0}, por

$$V_{NMO} = v_{P0}\sqrt{1+2\delta}. \tag{2.32}$$

Sobretempo de reflexão para afastamentos curtos

Como visto o parâmetro δ influencia as velocidades das ondas P e SV. A propagação das ondas P e SV são descritas por quatro coeficientes: v_{P0}, v_{S0}, ϵ e δ, enquanto a propagação SH depende apenas de v_{S0} e γ. Todos os parâmetros de Thomsen se reduzem a zero quando não há presença de anisotropia, pois em meios isotrópicos $C_{11} = C_{33}$, $C_{66} = C_{44}$ e $C_{13} = C_{33} - 2C_{44}$.

A aproximação mais direta para o sobretempo de reflexão t é dada pela série de

Taylor (TSVANKIN e THOMSEN, 1994),

$$t^2(x) = A_0 + A_2x^2 + A_4x^4 + ... , \tag{2.33}$$

onde

$$A_0 = t_0^2, \qquad A_2 = \left.\frac{dt^2}{dx^2}\right|_{x=0}, \qquad A_4 = \frac{1}{2}\frac{d}{dx^2}\left(\frac{dt^2}{dx^2}\right)\bigg|_{x=0},$$

t_0 é o tempo de trânsito verdadeiro em afastamento nulo. A velocidade de sobretempo para afastemento curto é expresso em função de A_2 como,

$$V_{NMO} = \frac{1}{\sqrt{A_2}}. \tag{2.34}$$

THOMSEN (1986) deduz as relações abaixo,

$$\begin{aligned} V^2_{NMO,P} &= v^2_{P0}(1 + 2\delta), && (2.35)\\ V^2_{NMO,SV} &= v^2_{S0}(1 + 2\sigma), && (2.36)\\ V^2_{NMO,SH} &= v^2_{S0}(1 + 2\gamma), && (2.37) \end{aligned}$$

onde,

$$\sigma = \left(\frac{v^2_{P0}}{v^2_{S0}}\right)^2 (\epsilon - \delta).$$

Este parâmetro é zero nos casos elíptico e isotrópico. A aproximação para o tempo de trânsito para afastamentos curtos é obtida truncando-se a série de Taylor, equação (2.33), no segundo termo.

Estas equações valem para meios VTI com grau arbitrário de anisotropia. As velocidades horizontais das ondas P e SV são dadas por

$$\begin{aligned} V^2_{h,P} &= v_{P0}\sqrt{1 + 2\epsilon}, && (2.38)\\ V^2_{h,SV} &= v_{S0}. && (2.39) \end{aligned}$$

Comparando as equações (2.35) com (2.38) e (2.36) com (2.39), podemos reconhecer que o modelo VTI para o qual a velocidade de sobretempo normal é igual a velocidade horizontal é no caso onde há anisotropia elíptica, ou seja, quando $\epsilon = \delta$.

Sobretempo de reflexão para afastamentos intermediários

Agora, pretende-se fazer com que a aproximação para o tempo de trânsito tenha validade para maiores afastamentos. A idéia agora é considerar correções não hiperbólicas no tempo de trânsito.

Aproximação por anisotropia fraca A maneira mais fácil de descrever analiticamente as curvas de tempo de trânsito para grandes afastamentos é aplicar a aproximação por anisotropia fraca (*weak anisotropy approximation*, WAA). Fazendo esta aproximação obtemos (TSVANKIN e THOMSEN, 1994),

$$t^2(x) \approx t_0^2 + A_2^w x^2 + \frac{A_4^w x^4}{1+\left(\frac{x}{t_0 V_{NMO}}\right)^2}, \tag{2.40}$$

onde para ondas P

$$A_2^w(P) = \frac{1-2\delta}{v_{P0}^2}, \tag{2.41}$$

$$A_4^w(P) = -\frac{2(\epsilon-\delta)}{t_{p0}^2 v_{P0}^4}, \tag{2.42}$$

e para ondas S

$$A_2^w(SV) = \frac{1-2\sigma}{v_{S0}^2}, \tag{2.43}$$

$$A_4^w(SV) = \frac{2\sigma}{t_{s0}^2 v_{S0}^4} = -\left(\frac{v_{P0}}{v_{S0}}\right)^4 A_4^w(P). \tag{2.44}$$

A fórmula (2.40) não é a única para o sobretempo de reflexão. BYUN et al. (1989) sugeriram outra aproximação. Por causa de sua simplicidade algébrica, a WAA fornece uma boa intuição e uma explicação empírica dos resultados observados. Entretanto, a WAA não explica a existência de certos resultados numéricos, tais como o sobretempo da onda SV para σ negativos encontrado por LEVIN (1989).

Coeficientes exatos da série de Taylor Neste momento tomamos os coeficientes exatos da série de Taylor (2.33). Note, agora, que os resultados obtidos valem para meios VTI arbitrários. No trabalho de TSVANKIN e THOMSEN (1994) encontramos que

$$
\begin{aligned}
V^2_{NMO,P} &= \frac{1}{A_2(P)} = v^2_{P0}(1+2\delta), && (2.45)\\
A_4(P) &= -\frac{2(\epsilon-\delta)}{t^4_{p0}v^4_{P0}}\,\frac{1+\frac{2\delta}{(1-v^2_{S0}/v^2_{P0})}}{(1+2\delta)^4}, && (2.46)\\
V^2_{NMO,SV} &= \frac{1}{A_2(SV)} = v^2_{S0}(1+2\sigma), && (2.47)\\
A_4(SV) &= \frac{2\sigma}{t^4_{s0}v^4_{S0}}\,\frac{1+\frac{2\delta}{(1-v^2_{S0}/v^2_{P0})}}{(1+2\sigma)^4}. && (2.48)
\end{aligned}
$$

As primeiras frações das expressões (2.46) e (2.48) para os coeficientes A_4 são iguais ao resultado anterior com WAA, A_4^w. Mas as segundas frações podem ser consideradas uma correção para a anisotropia mais "forte".

Sobretempo de reflexão para afastamentos longos

Para afastamentos longos usa-se a seguinte aproximação, que foi proposta no trabalho de TSVANKIN e THOMSEN (1994),

$$t^2(x) \approx t_0^2 + A_2x^2 + \frac{A_4x^4}{1+A^*x^2}, \qquad (2.49)$$

onde A_2 e A_4 são dados pelas equações (2.45) até (2.48). O parâmetro A^* é introduzido no denominador para dar um comportamento correto (correção) para grandes afastamentos, ou seja, grandes valores de x. A^* foi introduzido de forma que quando fizermos $x \to \infty$, o tempo de trânsito apresente um comportamento assintótico correto. Este parâmetro é dado por

$$A^* = \frac{A_4}{\frac{1}{V_h^2} - A_2}, \qquad (2.50)$$

onde V_h é a velocidade horizontal. A aproximação (2.49) herda a forma de t para WAA, equação (2.40), e é baseado nos coeficientes exatos da série de Taylor, além de que para grandes afastamento converge para o tempo de trânsito exato. Esta é a aproximação para o tempo de trânsito de Tsvankin e Thomsen usada no que se segue.

Posteriormente, ALKHALIFAH e TSVANKIN (1995) introduziram um novo parâmetro para ajudar na interpretação dos resultados. Esse novo parâmetro é uma combinação dos parâmetros de THOMSEN (1986), e tem a seguinte expressão

$$\eta = \frac{\epsilon - \delta}{1 + 2\delta}. \tag{2.51}$$

Com a introdução deste novo parâmetro podemos reescrever a equação (2.49) da seguinte forma

$$t^2(x) = t_0^2 + \frac{x^2}{V_{NMO}^2} - \frac{2\eta x^4}{V_{NMO}^2[t_0^2 V_{NMO}^2 + (1 + 2\eta)x^2]}, \tag{2.52}$$

onde a velocidade NMO é dada por

$$V_{NMO} = \frac{V_h}{\sqrt{1 + 2\eta}} = v_{P0}\sqrt{1 + 2\delta}. \tag{2.53}$$

Observamos, agora, que a descrição do sobretempo para a onda P para grandes afastamentos depende apenas de um parâmetro do meio, a saber, η, além de depender de V_{NMO} e do tempo de trânsito vertical. Anteriormente dependia de ϵ, δ, v_{P0} e de t_0 da onda P.

2.3.2 Aproximação de Stovas e Ursin

TSVANKIN e THOMSEN (1994) propuseram, como vimos anteriormente, algumas aproximações para o tempo de trânsito não hiperbólico em meios VTI. Suas aproximações permitem visualizar os tempos de trânsito para curtos, médios e longos afastamentos. Agora iremos descrever as aproximações de STOVAS e URSIN (2004) para o tempo de trânsito ao quadrado como função do afastamento, para ondas P, que são válidas para curtos e médios afastamentos.

Usaremos a notação introduzida por THOMSEN (1986) e utilizada na seção sobre anisotropia elástica, que são

$$
\begin{aligned}
v_{P0} &= \sqrt{C_{33}/\rho} && (2.54)\\
v_{S0} &= \sqrt{C_{44}/\rho} && (2.55)\\
\gamma_0 &= \frac{v_{P0}}{v_{S0}} = \sqrt{C_{33}/C_{44}} && (2.56)\\
\sigma &= \gamma_0^2(\epsilon - \delta), && (2.57)
\end{aligned}
$$

onde ρ é a densidade do meio e v_{P0} e v_{S0} são, respectivamente, as velocidades verticais das onda P e S. Os parâmetros ϵ e δ são os parâmetros de Thomsen. Os coeficientes C_{33} e C_{44} são dados pela matriz elástica $C_{\alpha\beta}$ que definem o meio VTI em questão.

Por uma constatação física, STOVAS e URSIN (2004) verificaram que o tempo de trânsito da onda P é dado por

$$
t = \frac{z}{V \cos\phi}, \tag{2.58}
$$

onde z é a distância vertical, V é velocidade de grupo e ϕ é o ângulo de grupo. A distância horizontal, x (afastamento) é dada por

$$
x = z \tan\phi. \tag{2.59}
$$

Com a já introduzida a notação de v para velocidade de fase e θ o ângulo de fase. STOVAS e URSIN (2003) mostraram a seguinte relação que envolve a velocidade de fase, a velocidade de fase na vertical, v_{P0}, a vagarosidade $p = \sin\theta/v$ e um termo anisotrópico denominado S. Esta relação é descrita pela seguinte igualdade,

$$
\frac{1}{v} = \frac{1}{v_{P0}} - p^2 S, \tag{2.60}
$$

onde, o termo S é dado por

$$
S = 2\delta + 2(\epsilon - \delta)\left[1 + \frac{2\gamma_0^2\delta}{\gamma_0^2 - 1}\right](p\, v_{P0})^2 + \dots. \tag{2.61}
$$

Introduzindo as seguintes transformações de variáveis

$$t_0 = \frac{z}{v_{P0}} \tag{2.62}$$

$$\overline{x} = \frac{x}{v_{P0}t_0} \tag{2.63}$$

$$H = \frac{1}{2}p\,\frac{dS}{dp}, \tag{2.64}$$

e após algumas manipulações algébricas, obtemos (STOVAS e URSIN, 2004)

$$\begin{aligned} t^2 &= t_0^2\left[1 + \overline{x}^2\frac{1+S+2H}{(1+S+H)^2}\right. \\ &\quad \left. + \,\overline{x}^4\frac{H^2}{(1+S+H)^2[(1+S+H)^2+\overline{x}^2(1+S)]}\right], \end{aligned} \tag{2.65}$$

esta expressão é a aproximação para o tempo de trânsito de Stovas e Ursin. Note a complexa notação e a complexidade algébrica desta aproximação.

Utilizando as expressões para S e H, STOVAS e URSIN (2004) discutem algumas aproximações para o tempo de trânsito e propõem a seguinte aproximação mais simplificada,

$$t^2 \approx t_0^2\left[1 + \tilde{x}^2 - \frac{G\tilde{x}^4}{1+\tilde{x}^2(1+4G)}\right], \tag{2.66}$$

onde,

$$\tilde{x}^2 = \frac{\overline{x}^2}{1+2\delta} = \frac{x}{V_{NMO}^2 t_0^2} \tag{2.67}$$

$$V_{NMO}^2 = v_{P0}^2(1+2\delta) \tag{2.68}$$

$$G = \frac{2(\epsilon-\delta)}{(1+2\delta)^2}\left[1+\frac{2\gamma_0^2\delta}{\gamma_0^2-1}\right]. \tag{2.69}$$

Em notação comparável à equação (2.52), esta aproximação proposta por STOVAS e URSIN (2004) apresenta a forma

$$t(x)^2 \approx t_0^2 + \frac{x^2}{V_{NMO}^2} - \frac{G\,x^4}{V_{NMO}^4[t_0^2 + \frac{x^2}{V_{NMO}^2}(1+4G)]}, \tag{2.70}$$

onde G está definido na equação (2.69). E a velocidade NMO está definida na equação (2.68). Note que, para fins de inversão do parâmetro de anisotropia, esta aproximação difere da aproximação de TSVANKIN e THOMSEN (1994) apenas no fator 4 e no fator de heterogeneidade G. Este fator é a causa para esta aproximação para o tempo de trânsito apresentar um comportamento pior, válida apenas para médios afastamentos.

2.3.3 Hipérbole Deslocada

MALOVICHKO (1978, 1979) em seus trabalhos sobre tempo de trânsito deduziu uma outra fórmula para a aproximação do tempo de trânsito, denominada de hipérbole deslocada (hipérbole deslocada). Tal fórmula foi deduzida para um meio multi-camadas isotrópicas com velocidade V_k. Tal formulação foi baseada no trabalho de BOLSHIX (1956), que encontrou uma aproximação para o tempo de trânsito baseado na expansão em série de Taylor,

$$t(x) \approx t_0 + \frac{1}{2t_0\mu_2}\,x^2 - \frac{1}{8}\,\frac{\mu_4}{t_0^3\mu_2^4}\,x^4 + \frac{1}{16}\,\frac{\mu_4^2}{t_0^5\mu_2^7}\,x^6, \tag{2.71}$$

onde μ_j é o $j-$ésimo momento da velocidade, isto é,

$$\mu_j = \frac{\displaystyle\sum_{k=1}^{N} \Delta\tau_k V_k^j}{\displaystyle\sum_{k=1}^{N} \Delta\tau_k}, \tag{2.72}$$

onde $\Delta\tau_k$ é a velocidade vertical no camada k. Note que $\mu_2 = V_{rms}^2$, onde V_{rms} é a conhecida fórmula de DIX (1955) para a velocidade rms, a velocidade média quadrática.

A aproximação hipérbole deslocada possui a seguinte expressão geral (MALOVICHKO, 1978, 1979; CASTLE, 1994),

$$t \approx \tau_s + \sqrt{\tau_0 + \frac{x^2}{\nu^2}}, \tag{2.73}$$

onde

$$\tau_0 = \frac{t_0}{S}, \tag{2.74}$$

$$\tau_s = \tau_0(S-1), \tag{2.75}$$

$$\nu^2 = SV_{NMO}^2. \tag{2.76}$$

O parâmetro S que aparece nesta aproximação para o tempo de trânsito é a medida de quanto a hipérbole é deslocada de forma a aproximar bem os dados de tempo de trânsito provenientes do levantamento sísmico. Este parâmetro é a princípio arbitrário. Muitos autores descreveram formas de determinar este parâmetro de forma ótima.

MALOVICHKO (1978) propôs, estudando meios com múltiplas camadas

$$S = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}, \tag{2.77}$$

onde os termos μ_2 e μ_4 são dados pela equação (2.72).

URSIN e STOVAS (2006), baseados no trabalho de SILIQI e BOUSQUIÉ (2000), analisando os tempos de trânsito em meios VTI, observaram que o fator η introduzido por ALKHALIFAH e TSVANKIN (1995) e o fator S da aproximação hipérbole deslocada tem a seguinte relação,

$$S = 1 + 8\eta. \tag{2.78}$$

Com essa relação, a aproximação hipérbole deslocada pode ser utilizada para a descrição de tempos de trânsito em meios VTI.

A equação da aproximação hipérbole deslocada pode ser reescrita em outra forma, que facilmente pode ser verificada, equivalente à aproximação introduzida acima. A forma é (URSIN e STOVAS, 2006)

$$t \approx t_0 + \frac{t_0}{S}\left[\sqrt{1 + \frac{S\,x^2}{t_0^2 V_{NMO}^2}} - 1\right], \tag{2.79}$$

onde S é dado pela equação (2.78).

Até agora os valores de S apresentados são constantes. Mas CASTLE (1994), analisando a teoria de sobretempo, observou que o fator S constante que aparece na aproximação hipérbole deslocada poderia variar com o afastamento x. E, assim, ele propôs a seguinte aproximação para a fórmula da hipérbole deslocada, com variação do fator S em relação ao afastamento x, dada por

$$t(x) \approx \tau_s(x) + \sqrt{\tau_0(x) + \frac{x^2}{\nu^2(x)}}, \tag{2.80}$$

onde,

$$\tau_0(x) = \frac{t_0}{S(x)}, \tag{2.81}$$

$$\tau_s(x) = t_0\left[1 - \frac{1}{S(x)}\right], \tag{2.82}$$

$$\nu^2(x) = S(x)V_{NMO}^2, \tag{2.83}$$

e a função $S(x)$ é dada

$$S(x) = \frac{\frac{x^2}{V_{NMO}^2} - 2t_0(t - t_0)}{(t - t_0)^2}. \tag{2.84}$$

CASTLE (1994), então, muda o tempo t pela série de sobretempo exato para um meio multi-camadas e obtém uma aproximação que depende de um número infinito de parâmetros. Até segunda ordem no afastamento, $S(x)$ é aproximado por (corrigido de CASTLE, 1994)

$$S(x) = \frac{2\mu_2^2\mu_4 + (\mu_2\mu_6 - 2\mu_4^2)x^2}{2\mu_2^4 - \mu_2^2\mu_4 x^2} . \tag{2.85}$$

Enquanto esta aproximação permite um melhor ajuste das curvas de tempo de trânsito, ela é difícil de aplicar na prática. Ainda mais, ela efetivamente depende de três parâmetros de não hiperbolicidade.

2.3.4 "Datum" deslocado

Uma outra aproximação é fazer um deslocamento da equação hiperbólica para o tempo de trânsito (CLAERBOUT, 1987; SWORD, 1987), ou seja,

$$(t - a)^2 = (t_0 - a)^2 + x^2\, s, \tag{2.86}$$

onde s é o *sloth*, que é o inverso da velocidade ao quadrado. Note a semelhança entre esta aproximação e a aproximação hipérbole deslocada. A idéia é a mesma, somente a forma de desenvolver as equações é que é diferente.

A equação acima depende de dois parâmetros matemáticos, a e $1/\sqrt{s}$ que, por sua vez, dependem de dois parâmetros físicos. Porém, os parâmetros a e $1/\sqrt{s}$ não são independentes porque não são diretamente equivalentes aos parâmetros físicos. De fato, $1/\sqrt{s}$ depende de a já que é a assíntota da hipérbole. Isso leva a um ajuste na equação (2.86). Para tal ajuste tomamos $s = s(a)$, logo a equação (2.86) se torna

$$(t-a)^2 = (t_0-a)^2 + x^2\, s(a). \tag{2.87}$$

Precisamos decompor $s(a)$ em duas partes. Uma que representa a velocidade do meio, digamos s_{NMO} e outra que represente a variação da velocidade associada ao deslocamento dos dados.

CLAERBOUT (1987) sugeriu que $s(a)$ tivesse a seguinte forma

$$s(a) = s_{NMO}\,\frac{t_0-a}{t_0}. \tag{2.88}$$

Logo, a equação para o tempo de trânsito deslocada se torna

$$(t-a)^2 = (t_0-a)^2 + x^2\, s_{NMO}\,\frac{t_0-a}{t_0}. \tag{2.89}$$

Com esta equação, CLAERBOUT (1987) demonstrou que o ápice dessa hipérbole não depende do valor de a. Note também que, quando $a = 0$ recupera-se a equação hiperbólica para o tempo de trânsito. Note que, a aproximação do "datum" deslocado desenvolvida por CLAERBOUT (1987) é uma aproximação do tipo hipérbole deslocada, como já havíamos dito. E basta apenas colocar $a = 1/(1-S)$ para encontar a relação entre estes dois tipos de aproximações. Portanto, tudo que foi dito sobre a aproximação hipérbole deslocada, vale para esta aproximação.

2.3.5 Aproximação de Zhang e Uren

Trabalhando com aproximações para velocidades de grupo para onda P em meios TI, ZHANG e UREN (2001) encontraram uma relação aproximada para as velocidades de grupo, V_x na direção horizontal e V_z na direção vertical, que é dada por

$$\frac{V_x^2}{a^2} + \frac{V_z^2}{b^2} + A\,\frac{V_x^2}{a^2}\frac{V_z^2}{b^2} = 1, \tag{2.90}$$

onde a e b são as velocidades de grupo nas direções perpendicular e paralela ao eixo de simetria do meio, e A é um parâmetro que pode ser determinado pela velocidade de grupo em $\pi/4$.

A partir desta aproximação, trabalhando em meios VTI, ZHANG e UREN (2001) propuseram a seguinte aproximação para o tempo de trânsito

$$t^2 = \frac{1}{2}\left[t_0^2 + \frac{x^2}{a^2} + \sqrt{\left(t_0^2 + \frac{x^2}{a^2}\right)^2 + 4A\, t_0^2\, \frac{x^2}{a^2}}\right], \tag{2.91}$$

onde, t_0 é o tempo de trânsito com afastamento nulo. Neste caso, como o eixo de simetria é vertical, a velocidade a é a velocidade horizontal.

2.3.6 Aproximação de Fomel

Agora apresentamos uma aproximação que é uma aproximação anelíptica para ondas P em meios VTI, baseado no trabalho de FOMEL (2004). Uma maneira de representar a equação de sobretempo, é substituindo uma expressão linear por uma não linear. Obviamente, para uma dada função linear existem muitas não lineares de forma que tenham como linearização a função linear dada. No estudo de FOMEL (2004), foca-se na aproximação hipérbole deslocada. Para isso, note que a expressão

$$x + \frac{\alpha}{x}, \tag{2.92}$$

é uma linearização (utilizando séries de Taylor) da seguinte expressão

$$x(1-s) + s\sqrt{x^2 + \frac{2\alpha}{s}}, \tag{2.93}$$

para pequenos valores de α e note que a linearização não depende do fator s (FOMEL, 2004).

Por outro lado, MUIR e DELLINGER (1985) deduziram a seguinte aproximação para a velocidade de grupo da onda P em meios VTI,

$$\frac{1}{V^2(\phi)} \approx E(\phi) + \frac{2\eta\, AC \operatorname{sen}^2(\phi)\cos^2(\phi)}{E(\phi)}, \tag{2.94}$$

onde $A = 1/C_{11}$, $C = 1/C_{33}$ e ϕ é o ângulo de grupo. $E(\phi)$ é a parte elíptica, dada por

$$E(\phi) = A \operatorname{sen}^2(\phi) + C\cos^2(\phi). \tag{2.95}$$

A equação (2.94) é consistente no sentido que é exata para o caso de anistropia elíptica, e consequentemente no caso isotrópico (FOMEL, 2004).

Agora, note a semelhança entre o lado direito da equação (2.94) com a equação (2.92). Logo, pode-se utilizar a equação (2.93), obtendo

$$\frac{1}{V^2(\phi)} \approx E(\phi)(1-s) + s\sqrt{E^2(\phi) + \frac{4\eta\, AC \operatorname{sen}^2(\phi)\cos^2(\phi)}{s}}. \tag{2.96}$$

FOMEL (2004) faz algumas considerações sobre o valor de s e sugere uma nova aproximação para velocidade de grupo em meios VTI. Esta aproximação toma a seguinte forma,

$$\frac{1}{V^2(\theta)} \approx \frac{1+2Q}{2(1+Q)}\, E(\theta) + \frac{1}{2(1+Q)}\, \sqrt{E^2(\theta) + 4(Q^2-1)\, AC \operatorname{sen}^2(\theta)\cos^2(\theta)}, \tag{2.97}$$

onde $Q = 1 + 2\eta$.

É possível converter a aproximação para a velocidade de grupo (2.97) em uma equação de sobretempo correspondente. Em meios anisotrópicos e homogêneos, o tempo de trânsito t é uma função do afastamento x e é dado por (FOMEL, 2004)

$$t(x) = \frac{2\sqrt{(x/2)^2 + z^2}}{V_p(\arctan(\frac{x}{2z}))}, \tag{2.98}$$

onde $z = t_0 V_{p0}/2$ é a profundidade do refletor. A equação de sobretempo correspondente a aproximação (2.97) é dada por (FOMEL, 2004)

$$\begin{aligned} t^2(x) &\approx \frac{1+2Q}{2(1+Q)}\, t_h^2(x) + \frac{1}{2(1+Q)}\, \sqrt{t_h^4(x) + 4(Q^2-1)\frac{t_0^2 x^2}{Q\, V_{NMO}^2}} \\ &= \frac{3+4\eta}{4(1+\eta)}\, t_h^2(x) + \frac{1}{4(1+\eta)}\, \sqrt{t_h^4(x) + 16\eta(1+\eta)\frac{t_0^2 x^2}{(1+2\eta)\, V_{NMO}^2}} \end{aligned} \tag{2.99}$$

onde V_{NMO} é a velocidade NMO dada pela equação (2.53) e $t_h^2(x)$ representa a parte hiperbólica da aproximação, dada por

$$t_h^2(x) = t_0^2 + \frac{x^2}{Q\, V_{NMO}^2} = t_0^2 + \frac{x^2}{(1+2\eta)\, V_{NMO}^2}. \tag{2.100}$$

A aproximação para o tempo de trânsito apresentada na equação (2.99) é denominada aproximação de Fomel.

2.3.7 Aproximação do tempo de trânsito baseado em interpolação racional

DOUMA e CALVERT (2006) propuseram uma nova metodologia para aproximações do tempo de trânsito em meios VTI. Baseado no livro de BAKER e GRAVES-MORRIS (1981) eles desenvolveram a partir da aproximação (2.52), deduzida por ALKHALIFAH e TSVANKIN (1995), aproximações utilizando aproximações de Padé, como também é conhecida a interpolação usando funções racionais.

O raciocínio de DOUMA e CALVERT (2006) é reescrever a equação (2.52) na forma abaixo

$$t^2(\tilde{x}) = t_0^2 \left\{ 1 + \frac{\tilde{x}^2}{4} - \frac{\eta\, \tilde{x}^4}{2[4 + (1+2\eta)\tilde{x}^2]} \right\}, \qquad (2.101)$$

onde,

$$\tilde{x} = \frac{x}{t_0 V_{NMO}}. \qquad (2.102)$$

A equação (2.101) é apenas a forma normalizada da equação de ALKHALIFAH e TSVANKIN (1995). E $\tilde{x}$ é o afastamento normalizado pela profundidade.

Então usando a interpolação racional para aproximar a equação (2.52), DOUMA e CALVERT (2006) obtiveram, por exemplo,

$$t^2(\tilde{x}) = t_0^2 \left(\frac{4 + 2(1+\eta)\tilde{x}^2 + 2\tilde{x}^4}{4 + (1+2\eta)\tilde{x}^2} \right). \qquad (2.103)$$

Essa expressão é uma aproximação racional para t^2 do tipo [2/1] em $\tilde{x}^2$. Mas, outras aproximações podem ser feitas, basta apenas mudar o tipo de aproximação de Padé. DOUMA e CALVERT (2006) demonstraram que essas aproximações herdam as propriedades da aproximação de Tsvankin e Thomsen (1994).

A qualidade de todas estas aproximações serão estudadas numericamente, junto com as novas aproximações apresentadas a seguir, no Capítulo 4.

Capítulo 3

Novas aproximações para o tempo de trânsito em meios VTI

No capítulo anterior estudamos as principais aproximações para o tempo de trânsito que são encontradas na literatura. Essas aproximações apresentam uma dificuldade em considerações teóricas e computacionais devido a complexidade algébrica em suas formulações. Nosso objetivo agora é encontar aproximações para o tempo de trânsito que sejam precisas e além disso sejam mais simples em sua forma algébrica.

Assim, neste capítulo, derivamos algumas aproximações para o tempo de trânsito em meios VTI. Algumas obtidas por aproximações baseadas nas aproximações de ZHANG e UREN (2001) e FOMEL (2004). Outras são resultados de adaptações baseadas em experimentos numéricos.

Até agora trabalhamos com as equações em sua forma natural. Para facilitar as contas e os resultados ficarem mais claros, introduzimos normalizações nas equações para o tempo de trânsito em meios VTI. Para tanto, iremos trabalhar com afastamentos normalizados, isto é

$$\tilde{x} = \frac{x}{t_0 V_{NMO}}, \tag{3.1}$$

e com o tempo de trânsito normalizado

$$\bar{t}(\tilde{x}) = \frac{t(\tilde{x})}{t_0}. \tag{3.2}$$

O valor $z_0 = t_0 V_{NMO}$ no denominador da equação (3.1) pode ser considerado como a profundidade aparente do refletor. Para facilitar a notação, a partir de agora a notação para afastamento e tempo normalizados será, respectivamente, x e $t(x)$. Para um maior acompanhamento dos passos que serão seguidos aqui, apresentamos as equações normalizadas do capítulo anterior no Apêndice A.

3.1 Aproximações de Padé

A maneira encontrada para deduzir novos tempos de trânsito foi a utilização de aproximações. Observe-se que não utilizamos novas restrições físicas nestas aproximações, a não ser o fato de que os parâmetros de anisotropia utilizados são pequenos. Primeiramente, usa-se a aproximação de Padé (BAKER e GRAVES-MORRIS, 1981) na equação de tempo de trânsito de FOMEL (2004) (2.99), para encontrarmos novas expressões para o tempo de trânsito. A aproximação de Padé $[2m/2n]$, é uma aproximação por uma razão entre um polinômio de grau $2m$ no numerador e um de grau $2n$ no denominador, da equação (2.99) tem a seguinte forma

$$t^2(x) = \frac{\displaystyle\sum_{i=0}^{m} a_{2i} x^{2i}}{\displaystyle\sum_{j=0}^{n} b_{2j} x^{2j}}\ , \tag{3.3}$$

note que todas a aproximações de Padé acima são pares. Isto é óbvio, porque estamos expandindo, t^2, que é uma função par. Em meios VTI, os coeficientes para a aproximação de Padé $[2/2]$ são

$$a_0 = 1;\ a_2 = (1 + 2\eta);\ b_0 = 1, b_2 = 2\eta\ . \tag{3.4}$$

Os coeficientes da aproximação de Padé [4/2] para a mesma equação são

$$a_0 = 1 + 2\eta,\ a_2 = 2(\eta + 1)(4\eta + 1),\ a_4 = 4\eta^2 + 6\eta + 1;$$
$$b_0 = 1 + 2\eta,\ b_2 = 8\eta(\eta + 1) + 1. \tag{3.5}$$

Finalmente, a aproximação de Padé [4/4] para a equação (2.99) tem os seguintes coeficientes

$$\begin{aligned}
&a_0 = 1 + 8\eta(\eta+1)^2,\ a_2 = 24\eta^2(2\eta^2+ 5\eta + 4) + 13\eta + 2,\\
&a_4 = 8\eta(2\eta^2+ 3\eta + 1)(2\eta^2+ 3\eta + 2) + 1;\\
&b_0 = 1 + 8\eta(\eta+1)^2,\ b_2 = 16\eta^2(3\eta^2+ 7\eta + 5) + 18\eta + 1,\\
&b_4 = 4\eta(\eta + 1)(2\eta + 1)^2\ .
\end{aligned} \tag{3.6}$$

À medida que os coeficientes vão crescendo, a complexidade algébrica da aproximação vai aumentando também. Assim, como estamos interessados em expressões simples, não queremos aproximações de Padé com valores grandes de m e n.

3.2 Aproximações da equação de Fomel

Além da aproximação de Padé, outra técnica de aproximação é o método baseado em aproximações de Taylor. Assim, outras expressões para o tempo de trânsito podem ser obtidas aproximando a raiz quadrada na equações de ZHANG e UREN (2001) e FOMEL (2004) usando Taylor. Note que, para pequenos valores de ε, temos a seguinte expressão de primeira ordem

$$\sqrt{1+\varepsilon} \approx 1 + \frac{\varepsilon}{2}\ . \tag{3.7}$$

Aplicaremos essa aproximação da raiz quadrada para encontrar aproximações para o tempo de trânsito e para tempo de trânsito ao quadrado.

Se supormos na equação (2.99) que $t_h^2(x)$ tem valor grande comparado com $16\eta(1+$

$\eta)x^2/Q$, podemos aplicar a aproximação acima para encontrar

$$\begin{aligned} t^2(x) &\approx \frac{3+4\eta}{4(1+\eta)}\, t_h^2(x) + \frac{t_h^2(x)}{4(1+\eta)} \left\{ 1 + \frac{16}{2} \frac{\eta(1+\eta)}{Q} \frac{x^2}{t_h^4(x)} \right\} \\ &\approx t_h^2(x) + \frac{2\eta}{Q} \frac{x^2}{t_h^2(x)}, \end{aligned} \tag{3.8}$$

onde $Q = 1 + 2\eta$. O tempo $t_h^2(x)$ é dado pela equação (2.100). Em sua forma normalizada é dado por

$$t_h^2(x) = 1 + \frac{x^2}{Q}. \tag{3.9}$$

Uma outra idéia que pode ser utilizada é notar que, para pequenos valores de η, o que acontece na maioria das rochas, podemos negligenciar os termos com η^2 dentro da raiz quadrada da equação (2.99), portanto

$$t^2(x) \approx \frac{3+4\eta}{4(1+\eta)}\, t_h^2(x) + \frac{t_h^2(x)}{4(1+\eta)} \sqrt{1 + 16\frac{\eta}{Q} \frac{x^2}{t_h^4(x)}} \tag{3.10}$$

$$\approx t_h^2(x) + \frac{2\eta}{(1+\eta)Q} \frac{x^2}{t_h^2(x)}\ , \tag{3.11}$$

onde a segunda linha é, novamente, obtida por aproximação da raiz quadrada de acordo com a equação (3.7). Observe que, essencialmente, esta aproximações são as mesmas. A diferença no denominador surge do fato que na segunda aproximação utilizamos a hipótese de η pequeno. Note ainda que estas aproximações são equivalentes no sentido que os termos no denominador tem o mesmo comportamento até primeira ordem na aproximação de Taylor.

Outras aproximações são obtidas aproximando

$$(1+\eta)Q = (1+\eta)(1+\eta+\eta) = (1+\eta)^2 \left(1 + \frac{\eta}{1+\eta} \right) \approx (1+\eta)^2 \tag{3.12}$$

no denominador da equação (3.11), que também até primeira ordem é equivalente. Isto gera

$$t^2(x) = t_h^2(x) + \frac{2\eta}{(1+\eta)^2} \frac{x^2}{t_h^2(x)}. \tag{3.13}$$

Ou, a aproximação

$$(1+\eta)Q = (1+2\eta)(1+2\eta-\eta) = (1+2\eta)^2\left(1-\frac{\eta}{1+2\eta}\right) \approx (1+2\eta)^2 = Q^2, \quad (3.14)$$

que nao possui o mesmo comportamento linear, mas tem um comportamento linear relativamente próximo de Q, $(1+\eta)Q$ e $(1+\eta)^2$, fornece

$$t^2(x) = t_h^2(x) + \frac{2\eta}{Q^2}\frac{x^2}{t_h^2(x)}. \quad (3.15)$$

Como esperado, estas equações apresentam uma parte hiperbólica ao quadrado mais uma correção não hiperbólica.

Correspondentemente, a aplicação da aproximação (3.7) da raiz quadrada na fórmula (2.91) fornece

$$t^2(x) = t_h^2(x) + \frac{A}{Q}\frac{x^2}{t_h^2(x)}. \quad (3.16)$$

Como essa aproximação é muito similar as equações (3.8), (3.11), (3.13) e (3.15), elas nos dão uma maneira de expressar o parâmetro A de ZHANG e UREN (2001) para meios VTI em termos de η. Para isso, basta comparar as equações e selecionar o valor de A de forma que fazendo as aproximações da raiz quadrada obtemos os mesmos resultados. As expressões resultantes para a aproximação (2.91) são

$$t^2(x) = \frac{1}{2}\left[t_h^2 + \sqrt{t_h^4 + \frac{8\eta}{Q}x^2}\right], \quad (3.17)$$

e

$$t^2(x) = \frac{1}{2}\left[t_h^2 + \sqrt{t_h^4 + \frac{8\eta}{1+\eta}\frac{x^2}{Q}}\right]. \quad (3.18)$$

Por outro lado, se nós quisermos uma aproximação para $t(x)$ ao invés de $t^2(x)$, usamos, novamente, a aproximação para a raiz quadrada (3.7) nas equações (3.8) e (3.11). Isto resulta em equações que exibem apenas uma simples correção adicionada a aproximação hiperbólica, que são

$$t(x) \approx t_h(x) + \frac{\eta}{Q}\frac{x^2}{t_h^3(x)}, \quad (3.19)$$

e

$$t(x) \approx t_h(x) + \frac{\eta}{(1+\eta)Q}\frac{x^2}{t_h^3(x)}. \tag{3.20}$$

Na verdade, outras boas aproximações são obtidas em analogia as equações (3.12) e (3.14), i. e., aproximando $1+\eta$ no denominador do último termo da equação (3.20) por $Q = 1+2\eta$, gerando

$$t(x) \approx t_h(x) + \frac{\eta}{Q^2}\frac{x^2}{t_h^3(x)}\ , \tag{3.21}$$

ou vice-versa, aproximando Q por $1+\eta$,

$$t(x) \approx t_h(x) + \frac{\eta}{(1+\eta)^2}\frac{x^2}{t_h^3(x)}\ . \tag{3.22}$$

A idéia por trás destas aproximações é a mesma desenvolvida para a aproximação de t_h^2, isto é, utilizar denominadores com comportamentos lineares idênticos ou aproximados.

Expressões alternativas são obtidas se aproximarmos as raízes quadradas exteriores na equação (2.99). Isto resulta em

$$\begin{aligned} t(x) &= t_h(x)\sqrt{1 - \frac{1}{4(1+\eta)} + \frac{1}{4(1+\eta)}\sqrt{1 + 16\frac{\eta(1+\eta)}{Q}\frac{x^2}{t_h^4(x)}}} && (3.23) \\ &\approx t_h(x)\left(1 - \frac{1}{8(1+\eta)}\right) + \frac{1}{8(1+\eta)}\sqrt{t_h^2(x) + 16\frac{\eta(1+\eta)}{Q}\frac{x^2}{t_h^2(x)}}. && (3.24) \end{aligned}$$

Note que uma aproximação da raiz quadrada remanescente na equação (3.24) resulta novamente na equação (3.19).

Mas, se colocamos o fator $t_h(x)\sqrt{(3+4\eta)/4(1+\eta)}$ em evidência antes de aproximar a raiz quadrada, obtemos ainda uma outra aproximação para a equação (2.99). Colocando o termo citado em evidência e aproximando a raiz quadrada, temos

$$\begin{aligned} t(x) &= t_h(x)\sqrt{\frac{3+4\eta}{4(1+\eta)}}\sqrt{1 + \frac{1}{3+4\eta}\sqrt{1 + 16\frac{\eta(1+\eta)}{Q}\frac{x^2}{t_h^4(x)}}} && (3.25) \\ &\approx t_h(x)\sqrt{\frac{3+4\eta}{4(1+\eta)}} + \sqrt{\frac{t_h^2(x)}{16(1+\eta)(3+4\eta)} + \frac{\eta}{(3+4\eta)Q}\frac{x^2}{t_h^2(x)}}. && (3.26) \end{aligned}$$

A segunda raiz quadrada da equação (3.26) pode ser aproximada e gerar

$$t(x) \approx t_h(x)\left[\sqrt{\frac{3+4\eta}{4(1+\eta)}} + \frac{1}{4\sqrt{(1+\eta)(3+4\eta)}}\right] + \frac{2\eta}{Q}\sqrt{\frac{1+\eta}{3+4\eta}}\,\frac{x^2}{t_h^3(x)}. \tag{3.27}$$

Pode ser mostrado que o termo em colchetes é muito próximo de um. Assim, podemos substituir na equação acima, a relação complicada de η's por um. Portanto, chegamos a

$$t(x) \approx t_h(x) + \frac{2\eta}{Q}\sqrt{\frac{1+\eta}{3+4\eta}}\,\frac{x^2}{t_h^3(x)}. \tag{3.28}$$

Negligenciando o termo η^2, como feito anteriormente sob a hipótese de η pequeno, na raiz quadrada interna da equação (3.25) obtém-se

$$t(x) \approx t_h(x)\sqrt{\frac{3+4\eta}{4(1+\eta)}}\sqrt{1 + \frac{1}{3+4\eta}\sqrt{1+16\frac{\eta}{Q}\frac{x^2}{t_h^4(x)}}}\,. \tag{3.29}$$

Sucessivamente aproximando a raiz quadrada obtemos

$$\begin{aligned} t(x) &\approx t_h(x)\sqrt{\frac{3+4\eta}{4(1+\eta)}}\sqrt{1+\frac{1}{3+4\eta}\left(1+8\frac{\eta}{Q}\frac{x^2}{t_h^4(x)}\right)} && (3.30)\\ &\approx t_h(x)\left[\sqrt{\frac{3+4\eta}{4(1+\eta)}}\left(1+\frac{1}{2(3+4\eta)}\right)\right] + \frac{2\eta}{Q\sqrt{(1+\eta)(3+4\eta)}}\,\frac{x^2}{t_h^3(x)}. && (3.31) \end{aligned}$$

Novamente, pode ser mostrado que a expressão em colchetes tem valor próximo de um. Então, podemos escrever

$$t(x) \approx t_h(x) + \frac{2\eta}{Q\sqrt{(1+\eta)(3+4\eta)}}\,\frac{x^2}{t_h^3(x)}. \tag{3.32}$$

Aproximando o produto das equações (3.28) e (3.32), concluímos que uma outra aproximação possível é a expressão intermediária

$$t(x) \approx t_h(x) + \frac{2\eta}{Q\sqrt{3+4\eta}}\,\frac{x^2}{t_h^3(x)}. \tag{3.33}$$

3.3 Outras aproximações

Mais aproximações podem ser feitas, que se justificam pelo seu bom desmpenho numérico, mesmo não podendo ser obtidas por aproximações rigorosas como as anteriores. Note que a primeira raiz quadrada na equação (3.26) pode ser aproximada como

$$\sqrt{\frac{3+4\eta}{4(1+\eta)}} \approx \left(1 - \frac{1}{8(1+\eta)}\right). \tag{3.34}$$

A primeira é obtida aproximando

$$\sqrt{\frac{4+4\eta}{3+4\eta}} \approx \left(1 + \frac{1}{2(3+4\eta)}\right). \tag{3.35}$$

Isso gera

$$\sqrt{\frac{t_h^2(x)}{16(1+\eta)(3+4\eta)} + \frac{\eta}{(3+4\eta)Q}\frac{x^2}{t_h^2(x)}} \approx \left(1 + \frac{1}{2(3+4\eta)}\right)\frac{1}{8(1+\eta)}\sqrt{t_h^2(x) + 16\frac{\eta(1+\eta)}{Q}\frac{x^2}{t_h^2(x)}}. \tag{3.36}$$

A segunda raiz quadrada da equação (3.26) pode, novamente, ser aproximada de duas maneiras diferentes. A segunda é aproximar a raiz na equação (3.35) por 1, negligenciando o termo de correção que depende de η. Esta é uma aproximação grosseira, mas a realizamos no objetivo de encontar aproximações boas para o tempo de trânsito. Isto resulta em

$$\sqrt{\frac{t_h^2(x)}{16(1+\eta)(3+4\eta)} + \frac{\eta}{(3+4\eta)Q}\frac{x^2}{t_h^2(x)}} \approx \frac{1}{8(1+\eta)}\sqrt{t_h^2(x) + 16\frac{\eta(1+\eta)}{Q}\frac{x^2}{t_h^2(x)}}. \tag{3.37}$$

Usando as equações (3.26), (3.34), (3.37), e (3.36) temos mais duas aproximações para o tempo de trânsito,

$$t(x) \approx t_h(x)\left(1 - \frac{1}{8(1+\eta)}\right) + \left(1 + \frac{1}{2(3+4\eta)}\right)\frac{1}{8(1+\eta)}\sqrt{t_h^2(x) + 16\frac{\eta(1+\eta)}{Q}\frac{x^2}{t_h^2(x)}}. \tag{3.38}$$

e

$$t(x) \approx t_h(x)\left(1 - \frac{1}{8(1+\eta)}\right) + \frac{1}{8(1+\eta)}\sqrt{t_h^2(x) + 16\frac{\eta(1+\eta)}{Q}\frac{x^2}{t_h^2(x)}} \tag{3.39}$$

Com experimentos numéricos, demonstra-se que uma aproximação mais precisa do que (3.39) é obtida ao aproximar na equação (3.37) $16\frac{\eta(1+\eta)^2}{(3+4\eta)Q}$ por $2\frac{\eta(8+7\eta)}{Q}$, novamente essa aproximação possui termo linear idêntico e uma perturbação no termo de segunda ordem em η. Como na realidade, os valores de η são pequenos, essa perturbação de segunda ordem se torna desprezível. Assim, usando a aproximação proposta acima,

$$t(x) \approx t_h(x)\left(1 - \frac{1}{8(1+\eta)}\right) + \frac{1}{8(1+\eta)}\sqrt{t_h^2(x) + 2\frac{\eta(8+7\eta)}{Q}\frac{x^2}{t_h^2(x)}}\,. \tag{3.40}$$

Substituindo $\eta = 0,25$, que é uma boa estimativa para a média dos valores de η encontrados na prática, em lugares apropriados na aproximação de FOMEL (2004), equação (2.99). Por lugares apropriados, dizemos lugares onde a dependência de η faz com que o manuseio algébrico se torne difícil e onde os efeitos esperados são reduzidos, por exemplo nos termos de segunda ordem. Obviamente, que este tipo de aproximação é muito bruta, mas produziu resultados convincentes. Logo, encontramos mais duas aproximações,

$$t(x) \approx \sqrt{\frac{1}{5}\left(4\,t_h^2 + \sqrt{t_h^4 + 20\frac{\eta}{Q}x^2}\right)} \tag{3.41}$$

e

$$t(x) \approx \sqrt{\frac{1}{5}\left(4\,t_h^2 + \sqrt{t_h^4 + 16\frac{\eta(1+\eta)}{Q}x^2}\right)}. \tag{3.42}$$

Depois da aproximação da raiz quadrada interna, essas equações reduzem-se a expressão (3.8) e

$$t(x) \approx \sqrt{t_h^2 + 8\frac{\eta(1+\eta)}{5Q}\frac{x^2}{t_h^2(x)}}. \tag{3.43}$$

Uma aproximação na raiz quadrada remanescente gera

$$t(x) \approx t_h(x) + \frac{4}{5}\frac{\eta(1+\eta)}{Q}\frac{x^2}{t_h^3(x)}\,. \tag{3.44}$$

3.4 Resumo das aproximações encontradas

Com isso deduzimos novas aproximações para o tempo de trânsito em meios VTI. Algumas delas surgem de maneira natural utilizando aproximações conhecidas como

Padé e Taylor. Outras surgem fazendo-se constatações sobre o comportamento de η, e outras observando-se que certas expressões podem ser aproximadas por um.

Para uma melhor organização dessas novas aproximações, apresentamos em duas classes. Uma classe para as aproximações para o tempo de trânsito e outra para as aproximações para o tempo de trânsito ao quadrado. A primeira classe tem a seguinte expressão geral,

$$t(x) \approx t_h(x) + A_i(\eta)\,\frac{x^2}{t_h^3(x)}, \tag{3.45}$$

onde,

$$\begin{aligned}
A_1(\eta) &= \frac{\eta}{Q}, && \text{equação (3.19)},\\
A_2(\eta) &= \frac{\eta}{(1+\eta)Q}, && \text{equação (3.20)},\\
A_3(\eta) &= \frac{\eta}{Q^2}, && \text{equação (3.21)},\\
A_4(\eta) &= \frac{\eta}{(1+\eta)^2}, && \text{equação (3.22)},\\
A_5(\eta) &= \frac{2\eta}{Q}\sqrt{\frac{1+\eta}{3+4\eta}}, && \text{equação (3.28)},\\
A_6(\eta) &= \frac{2\eta}{Q\sqrt{(1+\eta)(3+4\eta)}}, && \text{equação (3.32)},\\
A_7(\eta) &= \frac{2\eta}{Q\sqrt{3+4\eta}}, && \text{equação (3.33)},\\
A_8(\eta) &= \frac{4\eta(1+\eta)}{5Q}, && \text{equação (3.44)}.
\end{aligned} \tag{3.46}$$

A segunda classe tem a seguinte expressão geral,

$$t^2(x) \approx t_h^2(x) + B_i(\eta)\,\frac{x^2}{t_h^2(x)}, \tag{3.47}$$

onde,

$$\begin{aligned}
B_1(\eta) &= \frac{2\eta}{Q}, && \text{equação (3.8)},\\
B_2(\eta) &= \frac{2\eta}{(1+\eta)Q}, && \text{equação (3.11)},\\
B_3(\eta) &= \frac{2\eta}{(1+\eta)^2}, && \text{equação (3.13)},\\
B_4(\eta) &= \frac{2\eta}{Q^2}, && \text{equação (3.15)},\\
B_5(\eta) &= \frac{8\eta(1+\eta)}{5Q}, && \text{equação (3.43)}.
\end{aligned} \tag{3.48}$$

Nota-se que ambas classes de aproximação, (3.45) e (3.47), dependem de um único parâmetro de não hiperbolicidade, A ou B, que se encontra em posição destacada e exposta, facilitando assim tanto sua determinação como trabalhos teóricos.

Obtemos em nossos cálculos intermediários outras aproximações para o tempo de trânsito em meios VTI. Mas, essas aproximações não se mostraram de boa qualidade. Portanto, não incluímos como novas aproximações.

Outra observação resulta de experimentos numéricos. Como veremos a seguir, a aproximação hipérbole deslocada, equação (2.73) pode ser melhorada numericamente usando outros valores para o parâmetro S diferentes dos sugeridos na literatura. Aproximações para o tempo de trânsito muito boas são obtidas para $S = 1 + 3\eta$ e $S = \left(1 - \frac{7}{8}\sqrt{\eta}\right)^{-1}$, esta última claramente válida somente para valores positivos de η.

As aproximações para o tempo de trânsito em meios VTI podem ser aplicadas para uma camada horizontal ortorrômbica (ALEIXO e SCHLEICHER, 2008) tornando os parâmetros V_{NMO} e η funções do azimute (XU et al., 2003). No Apêndice B, fazemos uma discussão sobre este fato e aplicamos nossas aproximações para estes meios.

Capítulo 4

Discussão sobre as aproximações para o tempo de trânsito

Nesse capítulo, comparamos as aproximações de tempo de trânsito para um meio VTI homogêneo acima de um refletor plano com o tempo de trânsito exato, calculado utilizando-se traçamento de raios. Primeiramente, comparamos os tempos de trânsito normalizados (vide o apêndice A), ou seja, nenhum valor de profundidade e velocidade NMO precisam ser especificados. Para esta comparação utilizamos os parâmetros elásticos do folhelho *Greenhorn* (JONES e WANG, 1981): $c_{11} = 14,47$ km^2/s^2, $c_{33} = 9,57$ km^2/s^2, $c_{13} = 4,51$ km^2/s^2, e $c_{55} = 2,28$ km^2/s^2, o qual é usado em muitos trabalhos sobre meios VTI, entre eles FOMEL (2004). Nesse meio temos $\eta = 0,34068$. Note que, o folhelho *Greenhorn* uma das mais fortes anisotropias já encontradas em rochas geológicas. Posteriormente, para termos certeza se as novas aproximações ainda valem para outros valores de anisotropia, fizemos também testes com valores de η entre 0,1 e 0,5. Todas as novas aproximações discutidas acima se comportam de maneira bem similar para todos os valores testados de η.

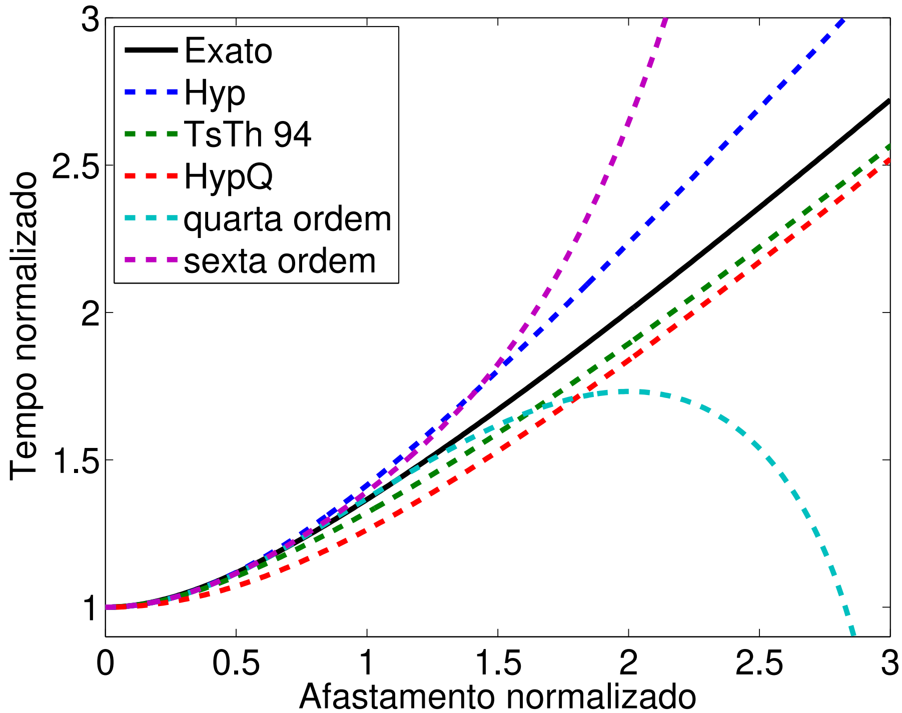

Figura 4.1: Comparação das aproximações para o tempo de trânsito (2.31) [Hyp], (2.52) [TsTh 94], (2.100) [HypQ], assim como as aproximações de quarta e sexta ordens de BOLSHIX (1956) com o tempo de trânsito exato

4.1 Comparação no folhelho *Greenhorn*

A primeira das comparações envolve as aproximações de tempo de trânsito encontradas na literatura. Na Figura 4.1, comparamos a aproximação hiperbólica tradicional com velocidade NMO (2.31), a aproximação (2.52) de TSVANKIN e THOMSEN (1994), a aproximação hiperbólica com velocidade horizontal (2.100), e a aproximação de Bolshix baseada na série de Taylor de quarta e sexta ordens com o tempo de trânsito exato. Utilizamos para esta comparação os afastamentos normalizados até 3 que representa um valor típico para as aquisições sísmicas atuais. Nós vemos que a maioria dessas aproximações têm um comportamento ruim com afastamentos grandes. As excessões são as aproximações (2.52) de TSVANKIN e THOMSEN (1994) e a aproximação hi-

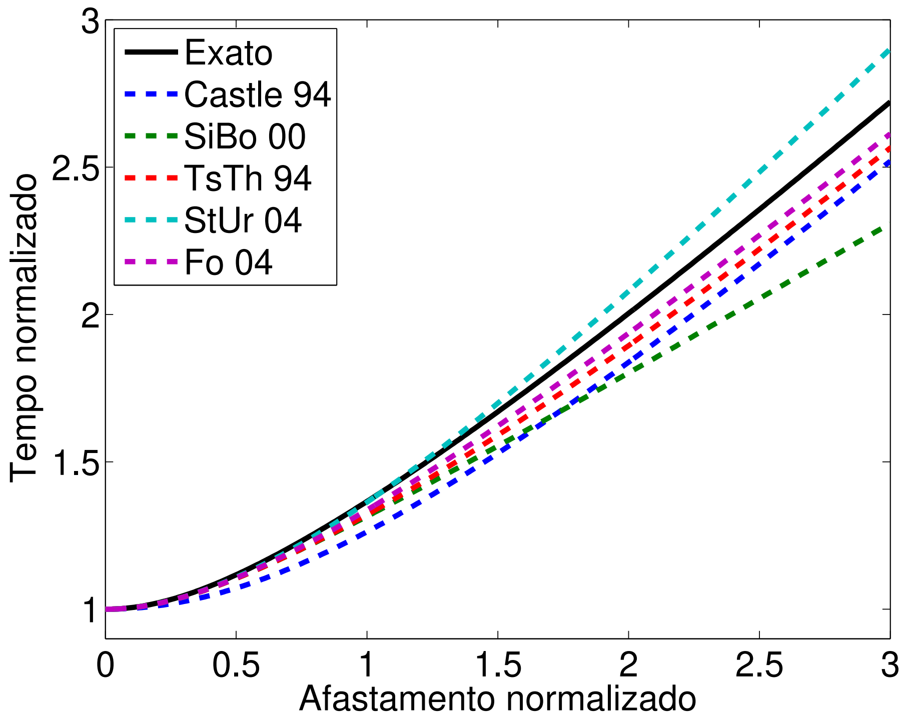

Figura 4.2: Comparação das aproximações para o tempo de trânsito (2.73) (shifted hyperbola) com $S = S(x)$ [Castle 94] e $S = 1 + 8\eta$ [SiBo 00], (2.52) [TsTh 94], (2.70) [StUr 04], e (2.99) [Fo 04] com o tempo de trânsito exato.

perbólica (2.100) usando a velocidade horizontal. Entretanto, esta última aproximação apresenta um desvio para pequenos afastamentos.

Na Figura 4.2 apresentamos as mais recentes e precisas aproximações para o tempo de trânsito encontrados na literatura. Essas são boas aproximações para grandes afastamentos. Como a aproximação (2.52) de TSVANKIN e THOMSEN (1994) apresentou uma qualidade boa, ela está repetida na Figura 4.2. Observe que agora as aproximações apresentam um comportamento bem melhor comparado com a Figura 4.1. Neste caso, todas aproximações têm um comportamento similar ao tempo de trânsito correto. A aproximação (2.99) de FOMEL (2004) detaca-se como a melhor aproximação.

Até agora mostramos apenas os tempos de trânsito. Para melhor ver a qualidade dessas aproximações, Figura 4.3 mostra o erro relativo entre as aproximações da Figura 4.2 e o tempo de trânsito exato. Vemos que a aproximação (2.99) é a melhor de todas, com um erro nunca excedendo 4% no domínio de afastamento entre 0 e 3. A segunda melhor aproximação é (2.52) com um erro relativo de 6%. Os erros das outras aproximações excedem 6% já para afastamentos relativamente pequenos.

As próximas figuras mostram os erros relativos da nossa coleção de novas aproximações para o tempo de trânsito. Na Figura 4.4 apresentamos as aproximações de Padé da equação (2.99) de FOMEL (2004). Observe que a melhor aproximação é alcançada com a aproximação de Padé [4/2], a qual tem uma expressão muito complicada para os coeficientes [veja equações (3.5)].

Figura 4.5 mostra as aproximações do tipo

$$t^2(x) \approx t_h^2(x) + B_i(\eta)\,\frac{x^2}{t_h^2(x)}. \tag{4.1}$$

Como podemos ver, essas são aproximações muito boas. Nenhuma dessas excede o erro relativo de 5%, a melhor dessas aproximações é $B_5(\eta)$, o erro relativo não excede 3%. Essa novas aproximações para o tempo de trânsito apresentam uma vantagem clara em relação as aproximações da literatura apresentadas anteriormente. As novas aproximações apresentam formas mais simples, com apenas um parâmetro anisotrópico e com a mesma exatidão das aproximações da literatura. Note que essas formas simples podem ser utilizadas para facilitar cálculos teóricos que requerem, por exemplo, o uso de derivadas em η.

Na Figura 4.6 apresentamos as aproximações do tipo

$$t(x) \approx t_h(x) + A_i(\eta)\,\frac{x^2}{t_h^3(x)}. \tag{4.2}$$

Novamente, todas essas aproximações são precisas. Nenhuma delas excede o erro relativo de 5%. Ainda mais, essas aproximações possuem expressões simples que têm vantagens em considerações teóricas. A melhor dessas aproximações com um erro relativo em torno de 2,5% é aquela dada pela aproximação $A_5(\eta)$.

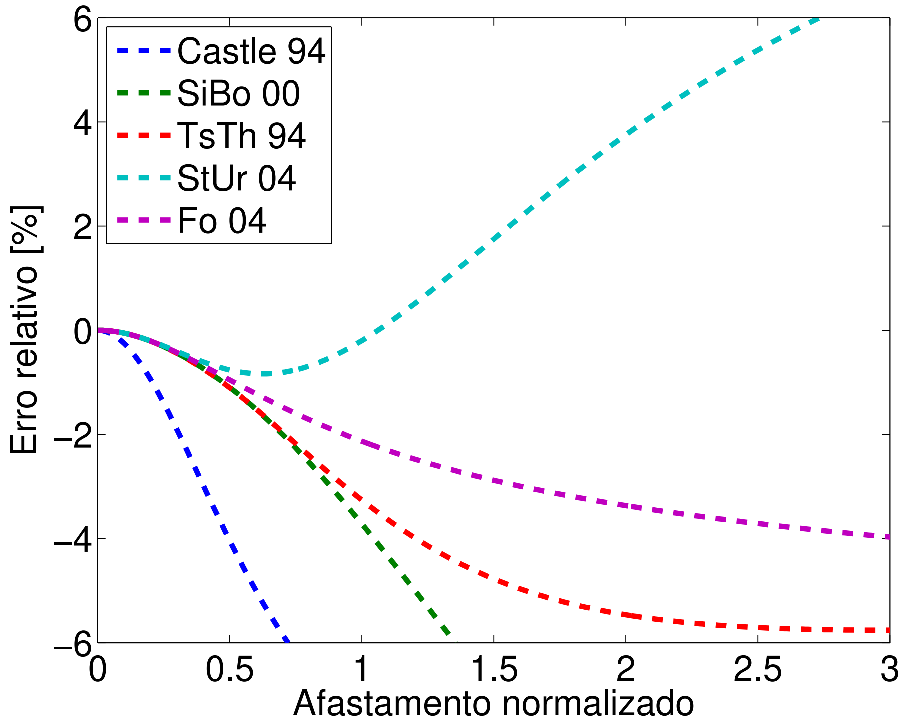

Figura 4.3: Erro relativo das aproximações para o tempo de trânsito (2.73) (shifted hyperbola) com $S = S(x)$ [Castle 94] e $S = 1 + 8\eta$ [SiBo 00], (2.52) [TsTh 94], (2.70) [StUr 04] e (2.99) [Fo 04].

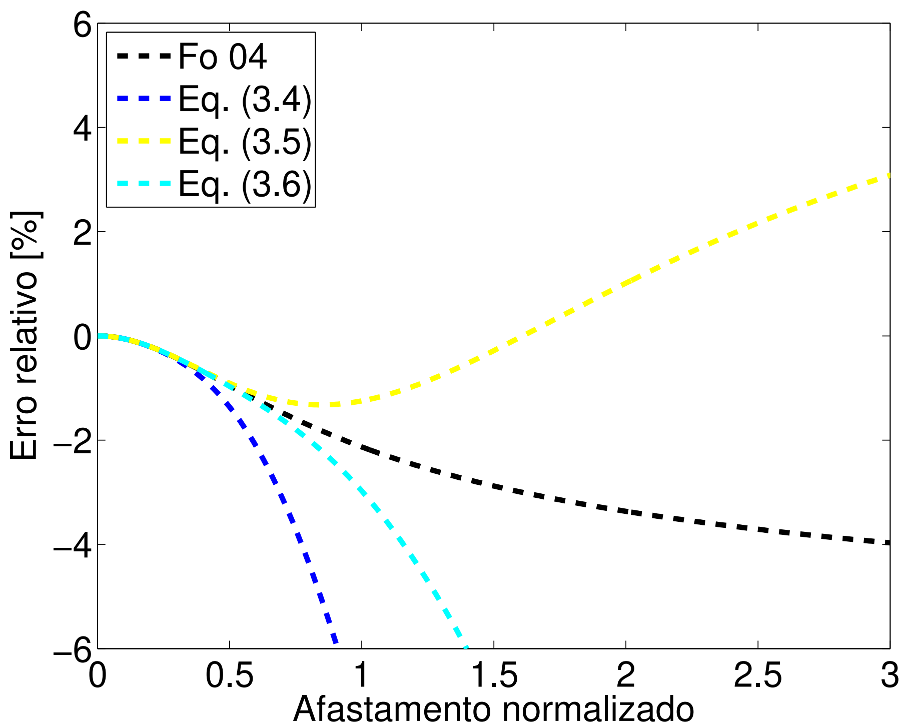

Figura 4.4: Erro relativo das novas aproximações para o tempo de trânsito (2.99) [Fo 04] e suas aproximações de Padé [2/2], [4/2] and [4/4].

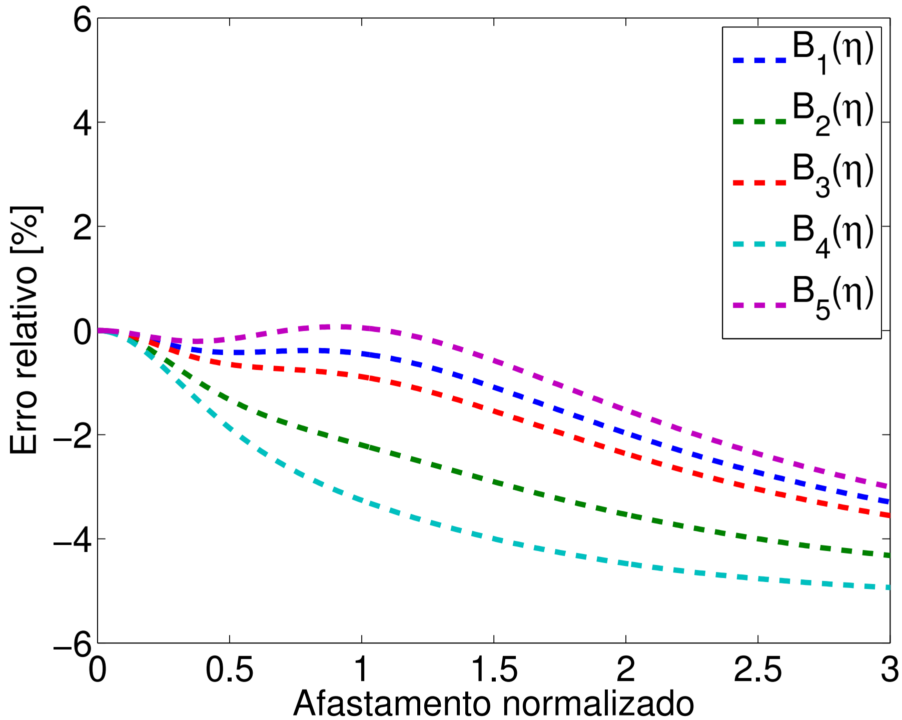

Figura 4.5: Erro relativo das novas aproximações para o tempo de trânsito para $t^2(x)$ do tipo $t^2(x) = t_h^2(x) + B_i(\eta)\dfrac{x^2}{t_h^2(x)}$.

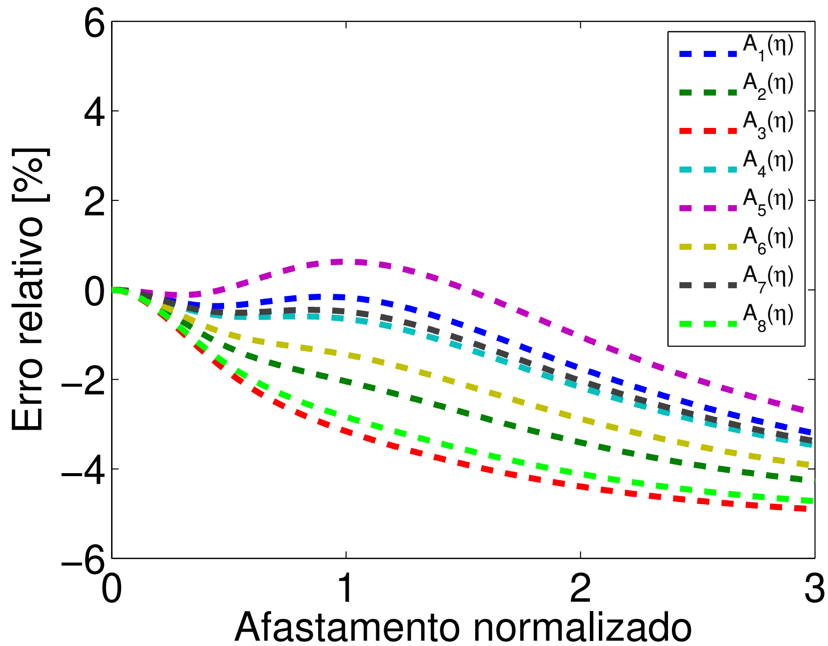

Figura 4.6: Erro relativo das aproximações de tempo de trânsito para $t(x)$ do tipo $t(x) \approx t_h(x) + A_i(\eta)\,\dfrac{x^2}{t_h^3(x)}$.

Finalmente, na Figura 4.7, comparamos a aproximação de hipérbole deslocada da literatura com aquelas sugeridas por nós para S. Note que as escolhas $S = 1 + 3\eta$ e $S = (1 - \frac{7}{8}\sqrt{\eta})^{-1}$ geram aproximações muito precisas com erros menores que 2%.

4.2 Erro máximo relativo

Na Figura 4.8 nós comparamos o erro relativo máximo no intervalo $[0, 3]$ do afastamento normalizado com variação do parâmetro η. Nessa figura apresentamos a comparação quando variamos o parâmetro η, entre todas as aproximações de tempo de trânsito padrão, usando os novos valores para S na aproximação hipérbole deslocada e os valores considerados por CASTLE (1994) e URSIN e STOVAS (2006). Observamos que as aproximações hipérbole deslocada padrões não são muito precisas, mas as aproximações propostas por TSVANKIN e THOMSEN (1994) e FOMEL (2004) e as hipérboles deslocadas com os novos valores produzem erros menores.

Na Figura 4.9 comparamos o erro relativo máximo com variação do parâmetro η para as novas aproximações $t(x)$. Nessa figura, observamos que todas estas aproximações têm um erro máximo comparável àquele da aproximação de FOMEL (2004). Enquanto as aproximações $A_2(\eta)$, $A_6(\eta)$ e $A_8(\eta)$ têm erros máximos constantes, as aproximações $A_1(\eta)$, $A_4(\eta)$, $A_5(\eta)$ e $A_7(\eta)$ têm erros máximos ligeiramente decrescentes. O melhor resultado neste caso é a aproximação $A_5(\eta)$.

Na Figura 4.10 comparamos o erro relativo máximo com variação do parâmetro η para as aproximações $t^2(x)$. Nessa figura, observamos novamente que todas as aproximações têm erros máximos equivalentes à aproximação de FOMEL (2004). Enquanto a aproximação $B_2(\eta)$ tem erro máximo constante, as aproximações $B_1(\eta)$, $B_3(\eta)$ and $B_5(\eta)$ têm erros máximos ligeiramente decrescentes. O melhor resultado neste caso é a aproximação $B_5(\eta)$.

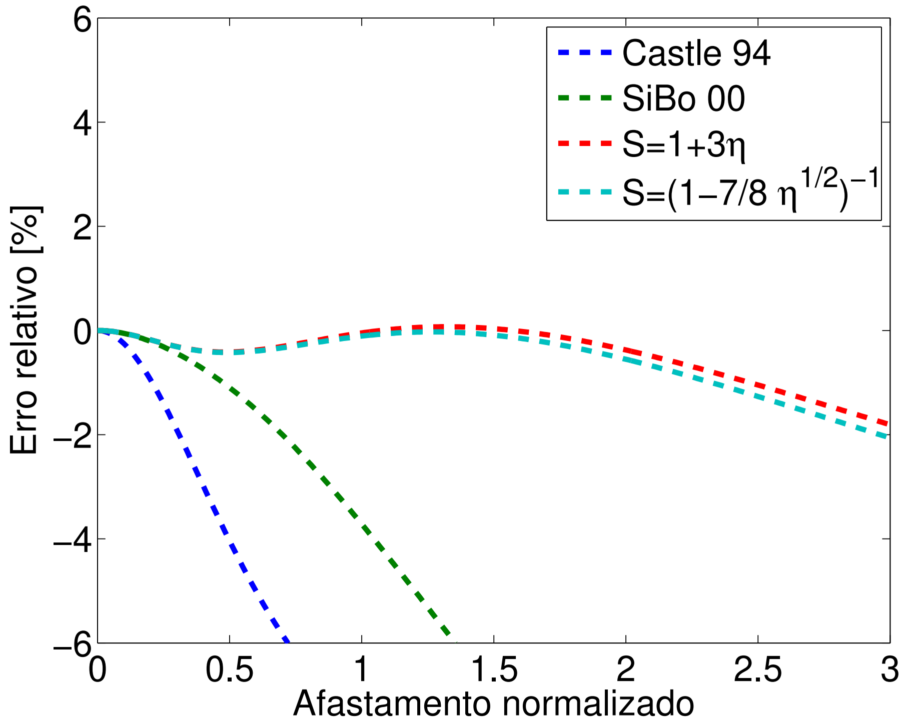

Figura 4.7: Erro relativo da hipérbole deslocada com $S = S(x)$ [Castle 94], $S = 1 + 8\eta$ [SiBo 00], e novas aproximações hipérbole deslocada com $S = 1 + 3\eta$ e $S = \left(1 - \frac{7}{8}\sqrt{\eta}\right)^{-1}$.

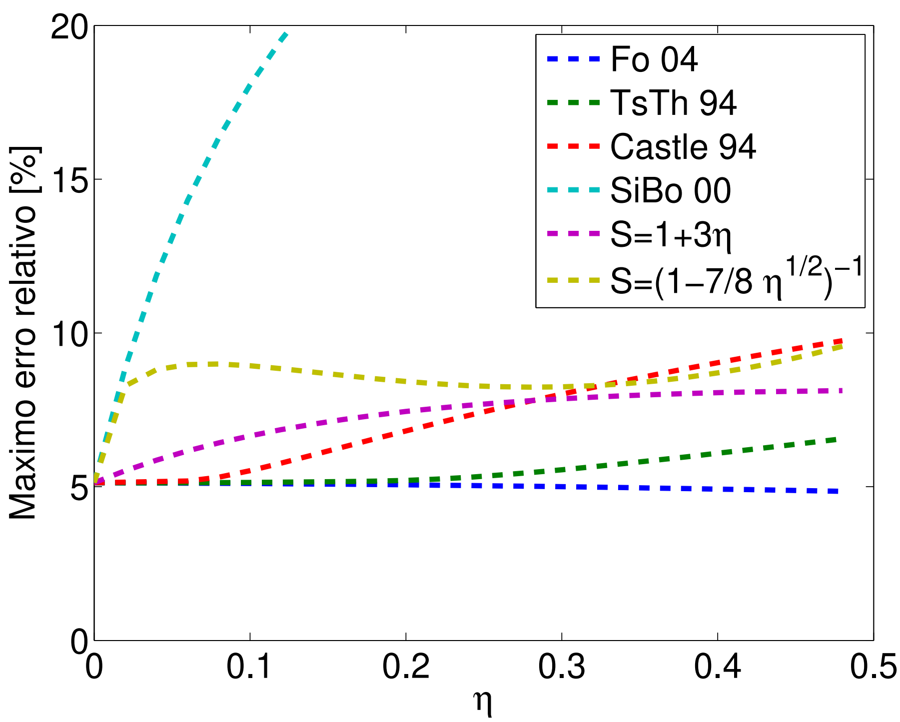

Figura 4.8: Máximo erro relativo das aproximações (2.99) [Fo 04], (2.52) [TsTh 94], hipérbole deslocada com $S = S(x)$ [Castle 94], $S = 1 + 8\eta$ [SiBo 00], e as novas aproximações para hipérbole deslocada com $S = 1 + 3\eta$ e $S = (1 - 7/8\sqrt{\eta})^{-1}$.

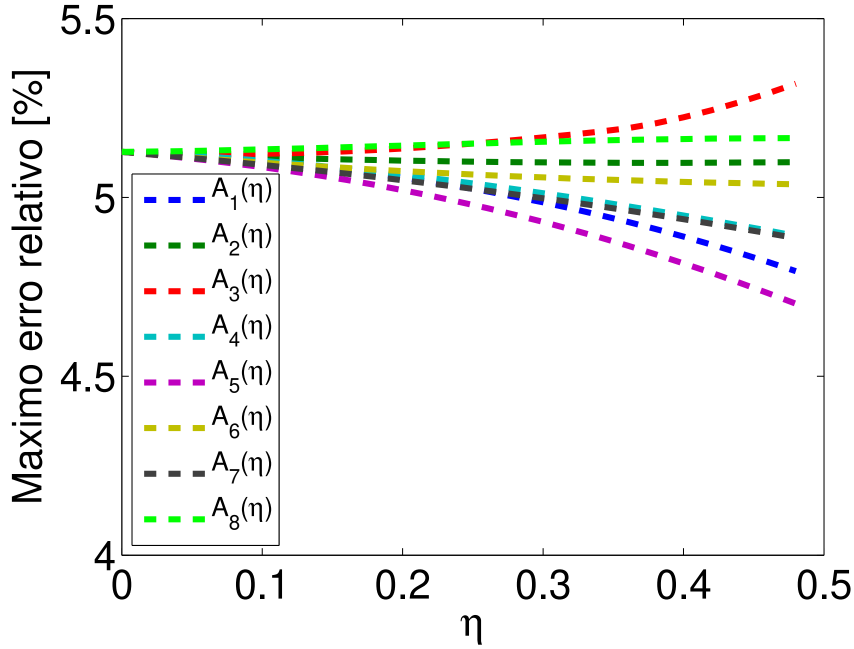

Figura 4.9: Máximo erro relativo das aproximações de alguns novos tempo de trânsito para $t(x)$ do tipo $\quad t(x) \approx t_h(x) + A_i(\eta)\,\dfrac{x^2}{t_h^3(x)}$.

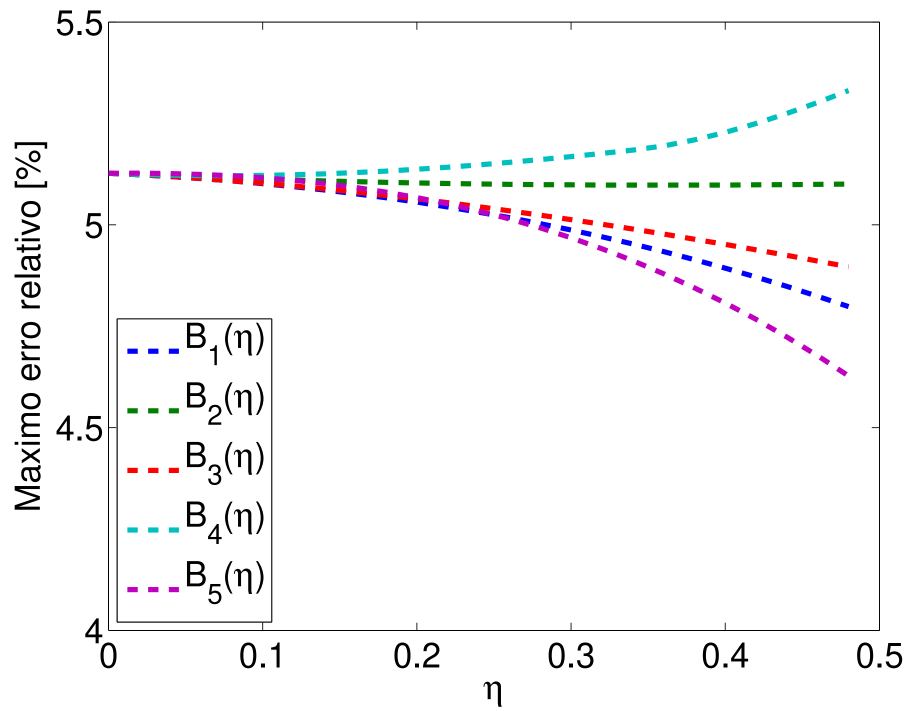

Figura 4.10: Máximo erro relativo das aproximações de alguns novos tempo de trânsito para $t^2(x)$ do tipo $t^2(x) = t_h^2(x) + B_i(\eta)\dfrac{x^2}{t_h^2(x)}$.

Capítulo 5

Estimativa de parâmetros de anisotropia

Neste capítulo apresentamos uma metodologia eficiente computacionalmente e robusta para realizar estimativas dos parâmetros do tempo de trânsito em meios VTI. Essa metodologia é baseada no procedimento em dois passos proposto por ALKHALIFAH (1997). Este procedimento é composto por uma análise de velocidades hiperbólica para afastamentos curtos para a estimativa da velocidade NMO e depois a utilização do sobretempo não hiperbólico para a estimativa do parâmetro de anisotropia η. Notamos que a partir de nossas aproximações para o tempo de trânsito podemos desenvolver um algoritmo iterativo para melhorar a estimativa de ambos atributos do tempo de trânsito. Experimentos numéricos demonstram a validade e qualidade de nosso algoritmo.

5.1 Método

Para um meio VTI homogêneo, a aproximação hiperbólica

$$t^2(x) = 1 + x^2 \tag{5.1}$$

para tempo de trânsito é válida apenas para pequenos afastamentos, e o coeficiente de velocidade é a velocidade NMO, que difere da velocidade vertical (THOMSEN, 1986). Aqui, continuamos utilizando afastamento normalizado, definido pela equação (3.1), e o tempo de trânsito normalizado definido pela equação (3.2). A utilização da aproximação de Taylor até quarta ordem não estende o domínio de validade da aproximação para o tempo de trânsito significativamente (TSVANKIN e THOMSEN, 1994). Entretanto, outros tipos de aproximações de tempo de trânsito podem ser encontradas de forma que sejam válidas para grandes afastamentos, a mais famosa é a aproximação de TSVANKIN e THOMSEN (1994), descrita no Capítulo 2 pela equação (2.52). Repetimos-a aqui por conveniência

$$t^2(x) = 1 + x^2 - \frac{2\eta x^4}{1 + (1 + 2\eta)x^2}. \tag{5.2}$$

5.1.1 Método de Alkhalifah

ALKHALIFAH (1997) propôs o uso da aproximação hiperbólica (5.1) para estimar V_{NMO} usando a análise de velocidade convencional para curtos afastamentos. Por conseguinte, assumindo que a estimativa de V_{NMO} é suficientemente precisa, a correção do tempo de trânsito da equação (5.2) pode ser usada para estimar o parâmetro de anisotropia η. Introduzindo a notação

$$\Delta t^2 = (1 + x^2) - t^2(x) = \frac{2\eta x^4}{1 + (1 + 2\eta)x^2} \tag{5.3}$$

para a correção do tempo de trânsito para a equação (5.2), η pode ser obtido em um dado meio afastamento normalizado x apenas isolando o fator desejado na equação acima, logo

$$\eta = \frac{\Delta t^2(1 + x^2)}{2x^2(x^2 - \Delta t^2)}. \tag{5.4}$$

Para medir Δt^2 nos dados, ALKHALIFAH (1997) sugere aplicar uma correção NMO usando V_{NMO} a partir do primeiro passo e então computar $\Delta t^2 = 1 - (t^2(x) - x^2) =$

$1 - t_{cor}^2$, onde t_{cor} corresponde ao tempo de trânsito do sobretempo depois da correção NMO. Desta forma é possível visualizar Δt^2 diretamente nos dados como a diferença quadrática entre a linha horizontal em t_0 e a posição do evento após a correção NMO. Caso a correção hiperbólica horizontalize o evento perfeitamente, $\Delta t^2 = 0$. A segunda quantidade necessária na equação (5.4) é o meio afastamento normalizado x. ALKHALIFAH (1997) mostrou que a confiabilidade da estimativa cresce quando o afastamento cresce. Portanto, a equação (5.4) deve ser aplicada para o mais longo afastamento disponível. Teoricamente deveríamos aplicar a correção apenas para o último afastamento, mas devido a erros que encontram-se nos dados, aplicamos uma média dos últimos dez afastamentos para fins de estabilizar o resultado. Essa metodologia poderia ser melhorada utilizando-se, por exemplo, métodos de quadrados mínimos.

5.1.2 Aplicação do método de Alkhalifah às novas aproximações

No Capítulo 3, foi deduzido um conjunto de novas e mais precisas aproximações para o tempo de trânsito em meios VTI. Essas aproximações têm a forma

$$t^2(x) = 1 + \frac{x^2}{Q} + B_i \frac{x^2}{1 + x^2/Q} \; , \tag{5.5}$$

onde $Q = 1 + 2\eta$. Para o fator $B_i(\eta)$, encontramos cinco formas diferentes (vide Capítulo 3).

O objetivo desta parte do trabalho é usar as aproximações para o tempo de trânsito (5.5) no procedimento em dois passos de ALKHALIFAH (1997) para obter uma estimativa mais precisa para o parâmetro η. O primeiro passo para estimar V_{NMO} permanece o mesmo de antes, ou seja, usa-se a análise de velocidade hiperbólica para curtos afastamentos. O segundo passo necessita ser ligeiramente alterado em face da aproximação do tempo de trânsito ser diferente. Para simplificar as expressões, introduzimos um novo parâmetro de tempo de trânsito y definido como

$$y = \frac{x^2 - \Delta t^2}{x^2} \; . \tag{5.6}$$

Manipulando a equação (5.5), podemos escrever

$$y = \frac{Q + x^2 + B_i Q^2}{Q^2 + Qx^2}. \tag{5.7}$$

Substituindo as diferentes expressões de B_i na equação (5.7) e linearizando o numerador e o denominador separadamente, encontramos para B_1 até B_4

$$y = \frac{1 + 2\eta + x^2 + 2\eta}{1 + 4\eta + (1 + 2\eta)x^2}\,, \tag{5.8}$$

que nos leva a seguinte fórmula para a extração de η:

$$\eta = \frac{(1 + x^2)(1 - y)}{4y + 2x^2 y - 4} \tag{5.9}$$

Correspondentemente, obtemos para B_5

$$y = \frac{5 + 10\eta + 5x^2 + 8\eta}{5 + 20\eta + (5 + 10\eta)x^2}\,, \tag{5.10}$$

que resulta na seguinte expressão para η ligeiramente diferente:

$$\eta = \frac{5(1 + x^2)(1 - y)}{20y + 10x^2 y - 18} = \frac{(1 + x^2)(1 - y)}{4y + 2x^2 y - 3.6}\,. \tag{5.11}$$

Usando as fórmulas (5.9) e (5.11), podemos estimar η a partir do tempo de trânsito selecionado para algum meio afastamento grande escolhido x, usando o valor estimado de y de acordo com a expressão (5.6). Aqui, Δt^2 é determinado a partir dos dados como descrito em conexão com a equação (5.4). Em teoria devemos apenas tomar um meio afastamento grande para calcular η. Mas, na prtica isso não pode ser feito por causa de imperfeições nos dados. Uma saída é a utilização de vários meio afastamentos e, posteriormente, usa-se uma média desses valores de η obtidos. Esse procedimento pode ser melhorado, por exemplo, usando-se quadrados mínimos.

Se a estimativa de V_{NMO} é precisa, as estimativas para η são geralmente de uma precisão maior do que aquelas obtidas com a equação (5.4), veja os exemplos numéricos a seguir. Entretanto, elas sofrem com os mesmos problemas de sensibilidade já reportados por ALKHALIFAH (1997). Esta é uma grave desvantagem, uma vez que a estimativa de V_{NMO} no primeiro passo é fortemente influenciada pela anisotropia.

5.1.3 Método iterativo

Enquanto a aproximação de tempo de trânsito (5.2) não exibe uma dependência da velocidade NMO de η, as aproximações (5.5) predizem tal comportamento. Para enxergar este fato, basta reescrever a equação (5.5) como

$$\begin{aligned} t^2(x) &= 1 + \frac{x^2}{Q} + B_i \frac{x^2 + x^4/Q - x^4/Q}{1 + x^2/Q} \\ &= 1 + \left(B_i + \frac{1}{Q}\right) x^2 - \frac{B_i}{Q} \frac{x^4}{1 + x^2/Q} \ . \end{aligned} \tag{5.12}$$

Vemos nessa descrição que o termo de curto afastamento é influenciado pela presença de η, resultando em uma velocidade NMO aparente

$$V_{NMO}^{ap} = V_{NMO} / \sqrt{B_i + 1/Q} \ . \tag{5.13}$$

Para B_1, temos $B_1 + 1/Q = 1$. Então, nesta aproximação, a velocidade NMO não depende de η. Entretanto, para as outras escolhas de B_i, a verdadeira velocidade NMO pode ser calculada a partir da velocidade aparente por

$$V_{NMO} = C_i V_{NMO}^{ap} = \sqrt{B_i + 1/Q}\, V_{NMO}^{ap} \ , \tag{5.14}$$

uma vez conhecido $Q = 1 + 2\eta$.

Observamos que o fator de correção satisfaz

$$C_i = \frac{V_{NMO}}{V_{NMO}^{ap}} = \sqrt{B_i + 1/Q} < 1 \ . \tag{5.15}$$

Esperamos então velocidades NMO aparentes com $V_{NMO}^{ap} > V_{NMO}$. A equação (5.14) tem uma importante consequência. Uma vez que η tenha sido estimado, esta equação permite corrigir a estimativa de V_{NMO} que por sua vez, permite corrigir a estimativa η. Assim pode-se proceder iterativamente até ambos os valores serem consistentes.

O processo iterativo é sumarizado nos seguintes passos:

(1) Use a análise de velocidade hiperbólica para curtos afastamentos para determinar a primeira estivativa da velocidade aparente $V_{NMO}^{ap} = V_{NMO,0}$.

(2) Use essa velocidade NMO estimada junto com a equação (5.9) ou equação (5.11) para obter a primeira estimativa η_0 a partir dos maiores afastamentos.

(3) Use a estimativa de η_j para corrigir a velocidade NMO aparente para uma melhor estimativa de $V_{NMO,j+1}$ de acordo com a equação (5.14).

(4) Use a nova estimativa $V_{NMO,j+1}$ com a equação (5.9) ou (5.11) para obter a nova estimativa η_{j+1}.

(5) Enquanto o fator de correção $C_i^j = B_i^j + 1/Q^j$ usando V_{NMO} diferir ainda sigfinicantemente do anterior, ou seja $||C_i^j - C_i^{j-1}|| > \epsilon$, vá para o passo (3) usando a nova estimativa de V_{NMO} e aumentando o valor de j por 1.

Após a convergência deste precedimento iterativo, os parâmetros estimados são as estimativas finais para η e V_{NMO}.

5.2 Exemplos Numéricos

Nesta seção apresentamos alguns exemplos numéricos para as novas expressões para a extração de η. Consideramos um meio VTI homogêneo com uma camada horizontal e $V_{NMO} = 2,5\ km/s$. O valor de η varia de 0,05 até 0,5. Mas antes disso, precisamos analisar a qualidade das aproximações para o cálculo de V_{NMO} e η.

5.2.1 Extração dos parâmetros do tempo de trânsito

Nosso primeiro experimento foi extrair η usando as equações (5.9) e (5.11) sob a hipótese que V_{NMO} era conhecida e tinha o valor correto. Isto é, para a camada de velocidade constante, $V_{NMO} = 2,5$ km/s. Testamos a extração para 50 valores diferentes de η entre $\eta = 0,01$ e $\eta = 0,5$. A Figura 5.1 mostra a extração de η a partir da velocidade NMO correta. Observamos que o comportamento usando as estimativas (5.4) (TSVANKIN e THOMSEN, 1994), (5.9) (B_1), e (5.11) (B_5) é muito parecido, a linha

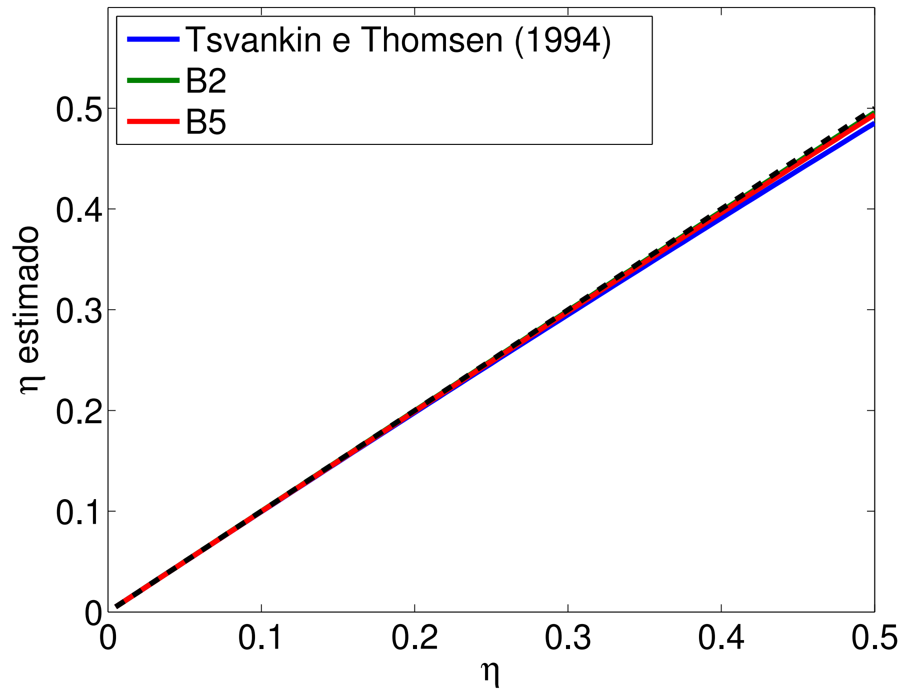

Figura 5.1: Extração de η com as fórmulas (5.4) (TSVANKIN e THOMSEN, 1994), (5.9) (B_1), e (5.11) (B_5) usando a velocidade NMO exata.

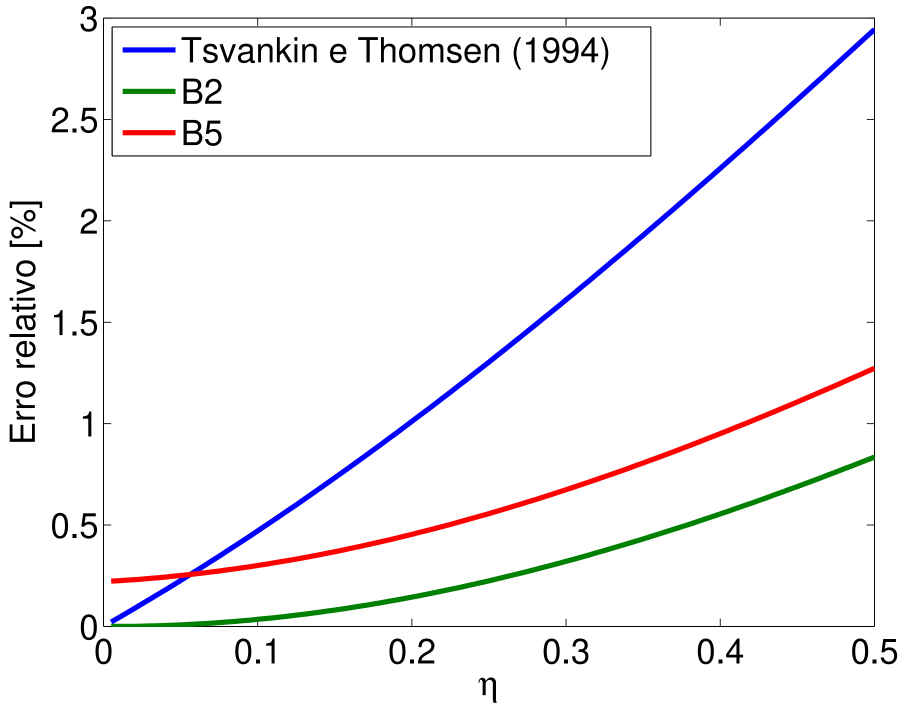

Figura 5.2: Erro relativo da extração de η com as fórmulas (5.4) (TSVANKIN e THOMSEN, 1994), (5.9) (B_1), e (5.11) (B_5) usando a velocidade NMO exata.

pontilhada em preto significa o valor que deveria ser estimado. A Figura 5.2 compara o erro relativo para as estimativas de η com as fórmulas (5.4), (5.9) (B_1), e (5.11) (B_5). Vemos que a extração usando a fórmula (5.9) é a mais precisa, com um erro relativo inferior a 1% para o domínio completo de η. A fórmula (5.11) é ligeiramente menos precisa, com um erro por volta de 0,25% para os menores valores de η e com um erro máximo por volta de 1,25%. O erro da fórmula de Tsvankin e Thomsen tem um erro perto de zero para pequenos valores de η, mas cresce mais rapidamente com η do que as duas estimativas de B_i, alcançando um erro máximo de 3% para $\eta = 0,5$.

Entretanto, este tipo de comparação não é muito condizente com a prática devido a falta de conhecimento do correto valor da velocidade NMO a priori. Se torna, então, necessária a estimativa de η usando o valor para V_{NMO} obtido pela análise de velocidade convencional para afastamentos curtos. Então, repetimos o experimento acima usando as velocidades NMO aparentes estimadas. Realizamos a análise de velocidade hiperbólica em um domínio de afastamento $0,1 \leq x \leq 0,5$. A Figura 5.3 mostra as velocidades NMO aparentes estimadas como função de η. Observamos a forte dependência da velocidade NMO estimada de η. Nós, então, usamos estes valores estimados de V_{NMO} para fazer uma estimativa de η. A estimativa incorreta de V_{NMO} deteriora rapidamente a qualidade da estimativa de η. Isso pode ser visto na Figura 5.4 que mostra o valor de η estimado em função de η. Novamente, a linha pontilhada representa a estimativa correta. Observa-se claramente a deterioração da estimativa com crescentes valores de η. A Figura 5.5 mostra o erro relativo da estimativa de η com as fórmulas (5.4) (TSVANKIN e THOMSEN, 1994), (5.9) (B_1), e (5.11) (B_5), usando a velocidade NMO estimada. Vemos que o erro destas três estimativas é de tamanho comparável, alcançando valores em torno de 30%. Concluímos que o erro na estimativa de V_{NMO} afeta a estimativa de η muito mais do que a escolha da aproximação do tempo de trânsito. A Figura 5.5 apresenta um possível problema em sua visualização , pois calculamos o erro relativo. Assim, para pequenos valores de η o erro relativo fica muito grande

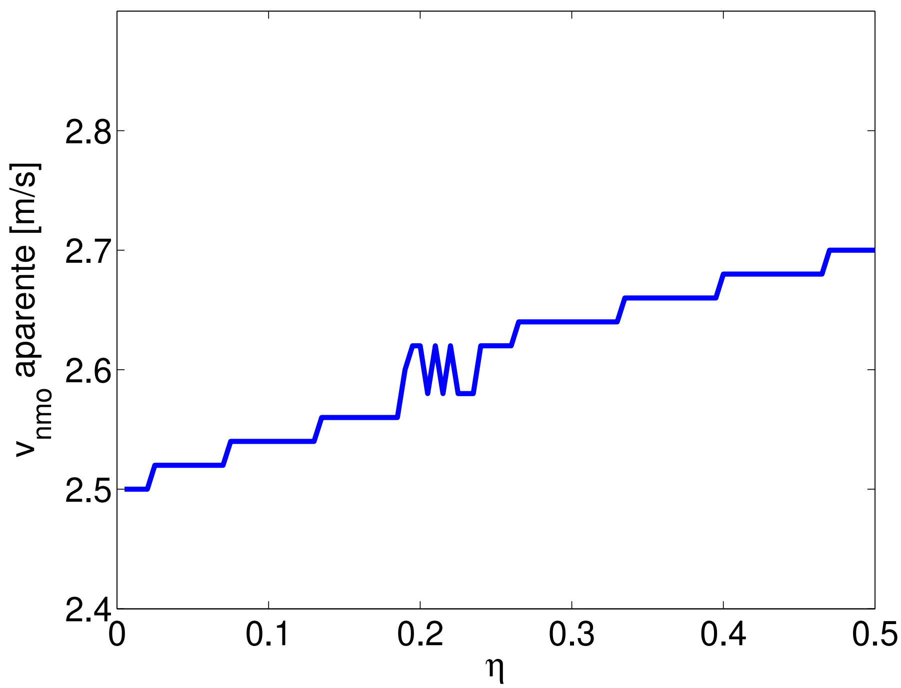

Figura 5.3: Velocidade NMO aparente, estimada a partir da análise de velocidade hiperbólica convencional para pequenos afastamentos, como uma função de η.

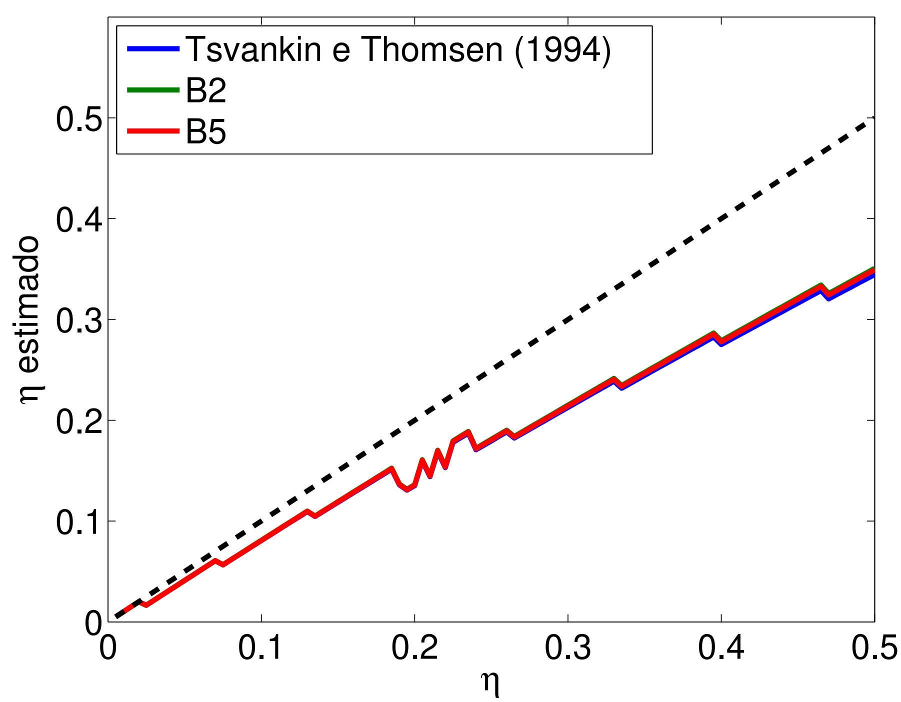

Figura 5.4: Valores estimados de η usando V_{NMO} estimado a partir análise de velocidade hiperbólica convencional para pequenos afastamentos.

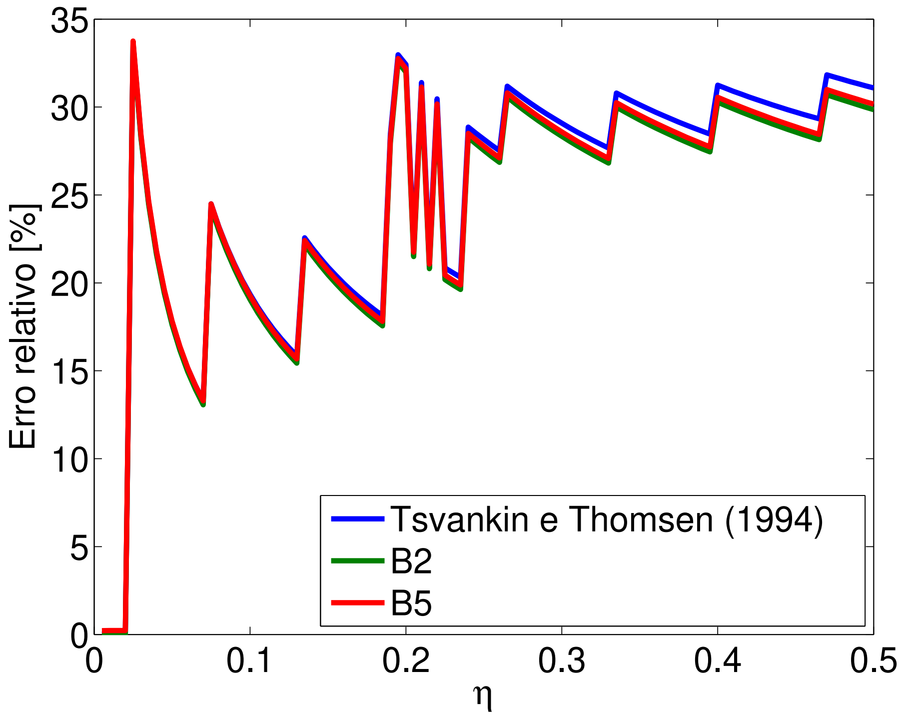

Figura 5.5: Erro dos valores estimados de η usando V_{NMO} estimado a partir análise de velocidade hiperbólica convencional para pequenos afastamentos.

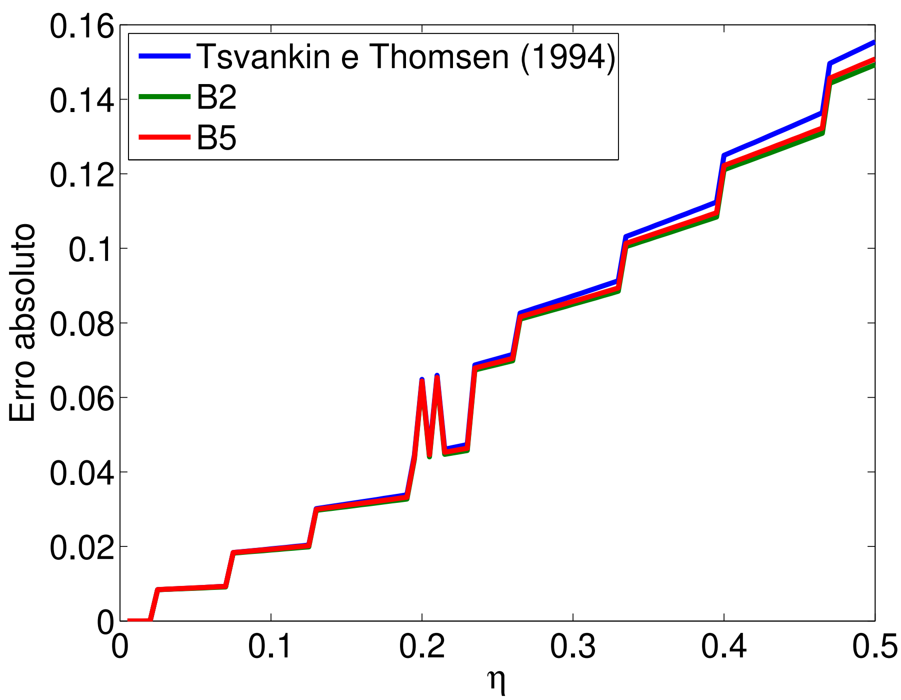

Figura 5.6: Erro absoluto dos valores estimados de η usando V_{NMO} estimado a partir análise de velocidade hiperbólica convencional para pequenos afastamentos.

mesmo para um erro absoluto muito pequeno.. Para dar uma maior clareza em nossos argumentos sobre o erro apresentamos, também, a Figura 5.6. Nesta figura vemos que o erro cometido por todas aproximações continuam de tamanho comparável, logo, não podemos distinguir com muito exatidão qual a melhor aproximação. Podemos, apenas, afirmar que a aproximação B_2 é ligeiramente melhor que as outras.

Entretanto, a mais importante característica da novas aproximações para o tempo de trânsito é a possibilidade de permitir a correção da velocidade NMO aparente. A Figura 5.7 mostra os valores previstos de V_{NMO}^{ap} como uma função de η para os quatro valores de B_i que predizem uma velocidade NMO aparente dependente de η. Também é mostrado a tendência observada na Figura 5.3 (curva em preto). Observamos que as diferentes aproximações predizem a velocidade NMO aparente com qualidades diferentes. A melhor aproximação para η abaixo de 0,1 é a aproximação usando B_5. De 0,1 até 0,2, a aproximação usando B_4 se torna a melhor. A aproximação que tem um comportamento mais próximo do correto por todo o domínio testado de η é aquela que usa B_2.

Usando a estimativa de η, podemos corrigir a estimativa para V_{NMO} de acordo com a equação (5.14). Esta por sua vez nos dá uma nova estimativa para η. Continuamos este processo iterativamente até ambos os valores serem consistentes, i.e., até o fator de correção C_i diferir do anterior por um valor inferior a $\epsilon = 10^{-4}$. Em princípio, e dependendo do valor atual de η, pode ser possível realizar este procedimento usando todas as quatro possibilidades de escolha de B_i para os quais o fator de correção é diferente de um. Por causa do fato de B_2 melhor predizer a tendência na estimativa de V_{NMO} para todo o domínio testado de η (veja Figura 5.3), usamos apenas esta aproximação para o procedimento de correção.

A Figura 5.8 mostra os valores finais obtidos de V_{NMO} após o procedimento iterativo de correção. Vemos que a estimativas finais para V_{NMO} são melhoradas consideravelmente. Claramente, por causa do comportamento extremamente não linear da

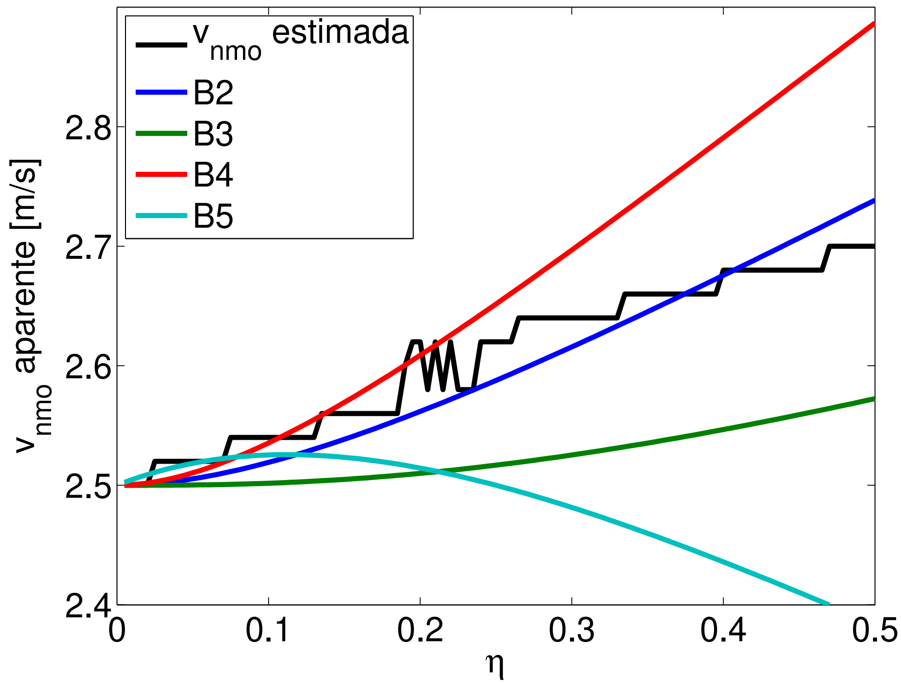

Figura 5.7: Predição de V_{NMO} aparente de acordo com a equação (5.12) usando quatro escolhas diferentes de B_i. Também mostrado é a curva que aparece na Figura 5.3 (curva em preto).

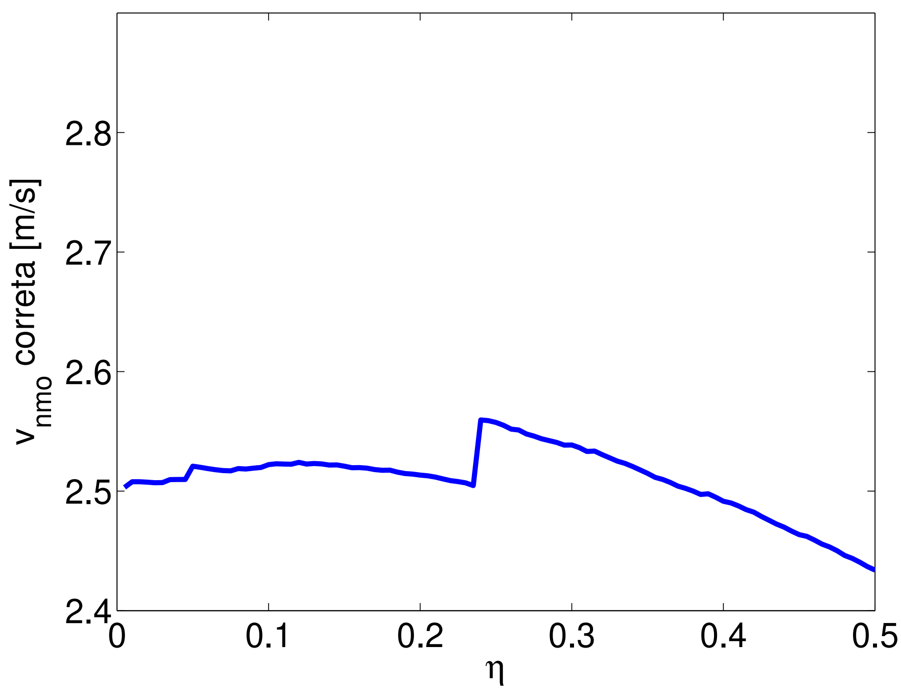

Figura 5.8: Estimativa de V_{NMO} depois da correção de acordo com a equação (5.12) com B_2 da equação (3.11).

velocidade NMO aparente, uma correção completa é impossível. O desvio a partir do valor verdadeiro de 2,5 km/s é maior para η em torno de 0.2. Correspondentemente, a Figura 5.9 mostra os valores finais obtidos para η após o procedimento iterativo. Observamos na mesma figura que a estimativa final está bem mais próxima do valor teórico do que os valores correspondentes na Figura 5.4. A Figura 5.10 mostra o erro relativo da estimativa final de η após o procedimento iterativo de correção. Como podemos ver na Figura 5.10, o erro resultante da estimativa de η reduziu significantemente em comparação a Figura 5.5, exceto no domínio de valores pequenos de η. Os erros são menores que 20% para todos os valores de η acima 0,03 e abaixo de 10% em quase todos os lugares exceto no domínio em torno de $\eta = 0,2$, onde a velocidade NMO aparente tem o maior comportamento não linear. Em torno de $\eta = 0,4$, o erro se torna muito próximo de zero. A Figura 5.11 apresenta o erro absoluto da extração de η utilizando a velocidade NMO corrigida. Novamente, apresentamos o erro absoluto para retirar qualquer ambiguidade relativa as conclusões baseadas no erro relativo. Nesta figura concluímos que a estimativa de η utilizando nosso algoritmo produz um erro menor do que o utilizando o algoritmo de ALKHALIFAH (1997). Ainda mais, para pequenos valores de η, ou seja, meios elípticos ou isotrópicos, nosso algoritmo produz uma estimativa de η precisa.

5.2.2 Aplicação para correção NMO

Após estes testes de qualidade das aproximações e do algoritmo de extração dos parâmetros V_{NMO} e η, mostraremos um exemploda correção NMO usando este procedimento em dados sintéticos.

A Figura 5.12 mostra um sismograma sintético em um meio VTI com $V_{NMO} = 2,5$ km/s e $\eta = 0,3409$, que representa o folhelho *Greenhorn* (JONES e WANG, 1981), com ruído aleatório com uma razão de sinal e ruído de 10. O objetivo desta teste é executar uma correção NMO para todos os afastamentos, i.e., utilizar as estimativas

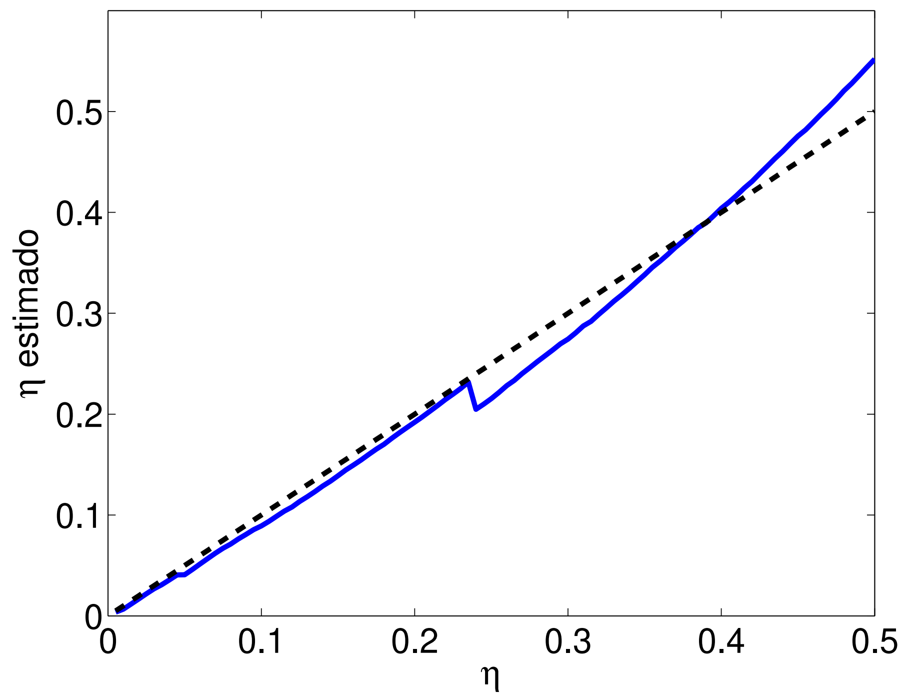

Figura 5.9: Valores estimados finais de η após a correção iterativa de V_{NMO} e η.

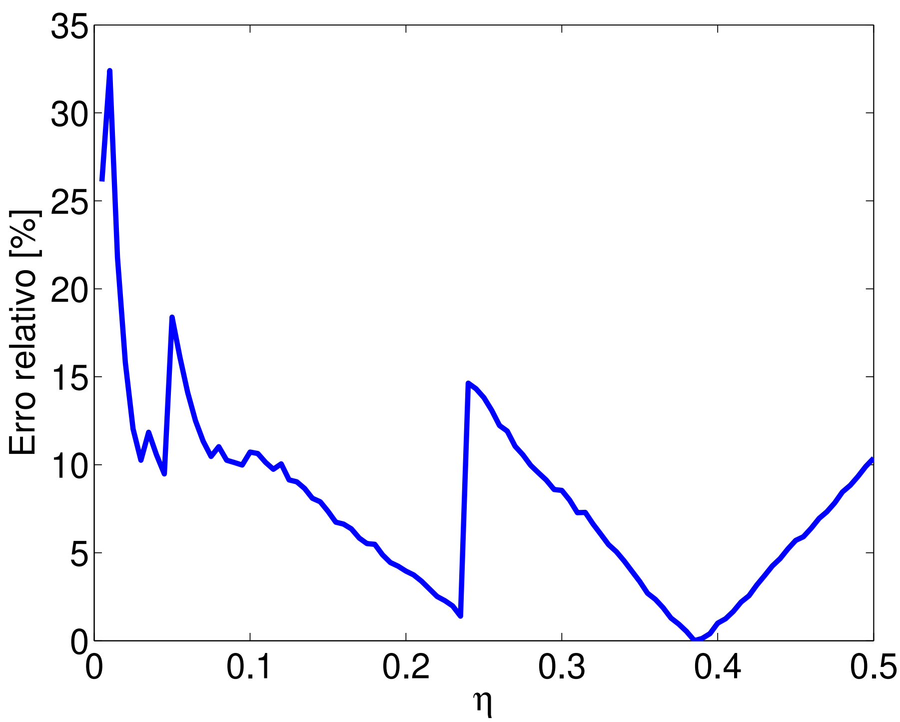

Figura 5.10: Erro relativo dos valores estimados finais de η após a correção iterativa de V_{NMO} e η.

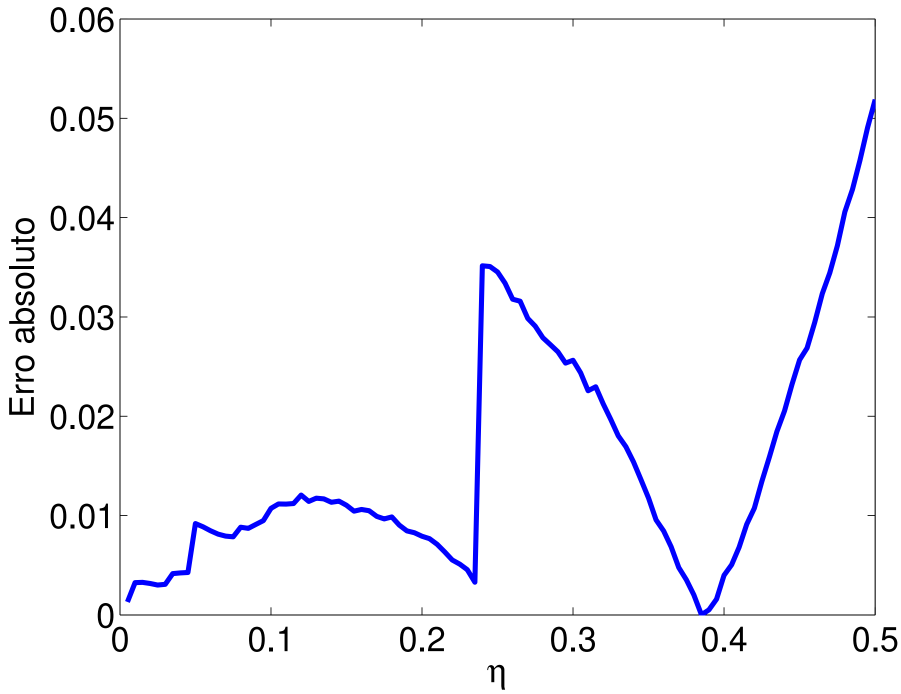

Figura 5.11: Erro absoluto dos valores estimados finais de η após a correção iterativa de V_{NMO} e η.

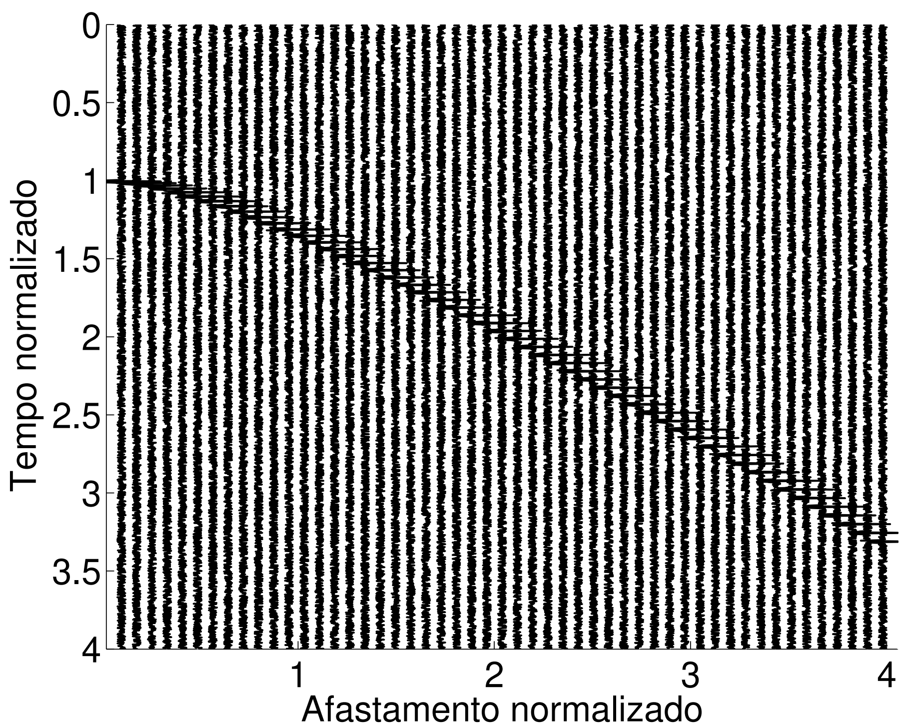

Figura 5.12: Sismograma sintético para um refletor horizontal a uma profundidade de 1 km abaixo um camada VTI homogênea com $\eta = 0,3409$ e $V_{NMO} = 2,5\ km/s$. Razão de sinal e ruído de 10.

de V_{NMO} e η de forma a deixar o evento horizontal.

Esta tarefa não é fácil e exige um bom conhecimento tanto de η quanto de V_{NMO}. Isto pode ser apreciado na Figura 5.13 que mostra a correção NMO deste evento usando somente a velocidade V_{NMO} correta de $2,5\ km/s$, mas assume um meio isotrópico, i.e., trabalha com $\eta = 0$. Como vemos, o evento não fica horizontal nem para afastamentos bem pequenos.

Ainda supondo um meio isotrópico e usando para a correção NMO a velocidade V_{NMO} obtida usando uma análise de velocidade hiperbólica de afastamento curto como descrito anteriormente obtemos a seção corrigida mostrada na Figura 5.14. Agora, o evento parte dos pequenos afastamentos de maneira horizontal, porém preservando esta horizontalidade somente até aproximadamente $x = 0.5$, afastamento máximo utilizado na análise hiperbólica.

O fato de que o sobretempo normal em meios VTI pode ser descrito usando somente dois parâmetros do tempo de trânsito é demonstrado na Figura 5.15. Ela mostra o resultado da horizontalização do evento usando o procedimento de ALKHALIFAH (1997). Vemos que o evento atinge uma horizontalização razoável, porém com valores de V_{NMO} e η bastante incorretos. Neste caso, obtemos $V_{NMO} = 2,65\ km/s$ e $\eta = 0,3225$, que representam um erro das estimativas de 6% e 5,147%, respectivamente. Este erro não afetaria um empilhamento da seção corrigida, mas se tornaria fatal na hora de estabelecer um modelo de velocidade e de anisotropia a partir dos parâmetros estimados.

Finalmente, a Figura 5.16 descreve a seção dos dados sintéticos da Figura 5.12 após a correção NMO não hiperbólica usando o procedimento iterativo descrito acima para a extração de V_{NMO} e η. Os valores extraídos para estes dados são $V_{NMO} = 2,5162\ km/s$ e $\eta = 0,3285$, correspondentes a erros de 0,648% e 3,382%.

Anteriormente realizamos um teste para η com um valor razoavelmente alto. Iremos, neste momento, aplicar as mesmas correções anteriores para um modelo com uma

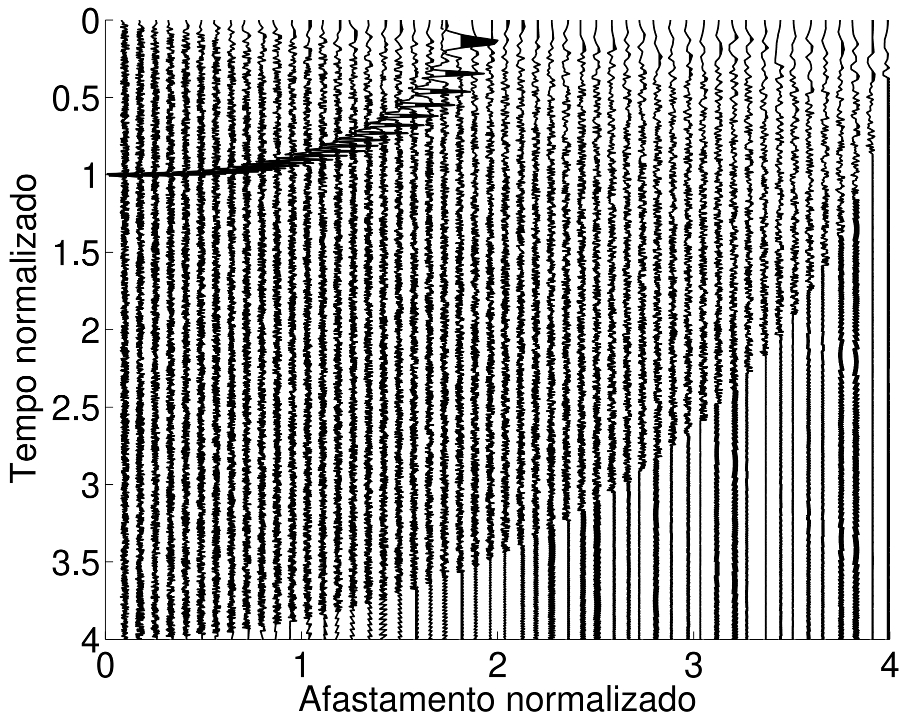

Figura 5.13: Seção da Figura 5.12 depois da correção NMO hiperbólica convencional com o valor exato de V_{NMO}.

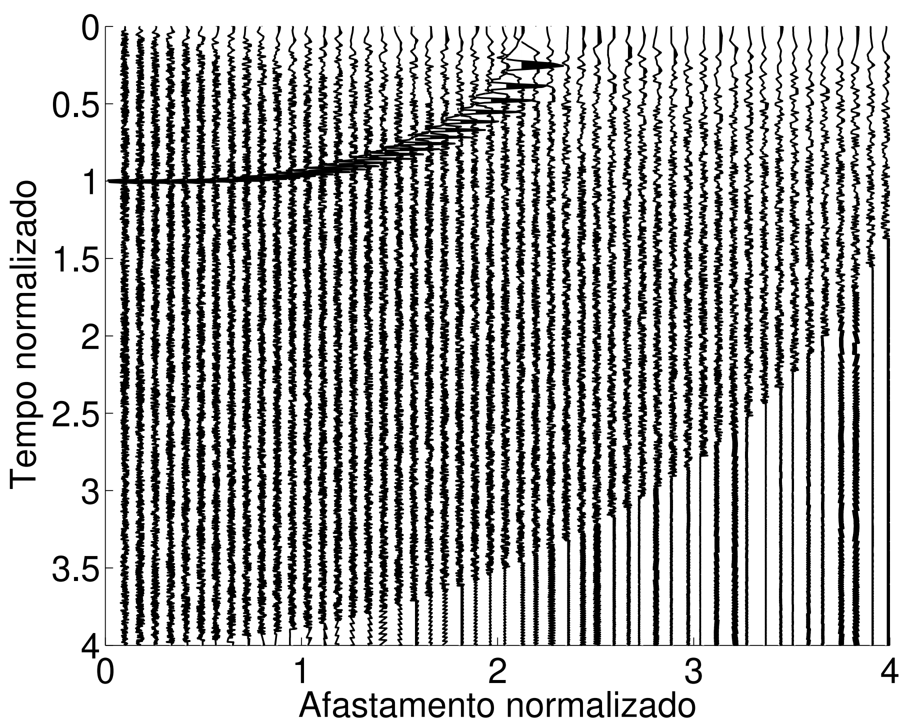

Figura 5.14: Seção da Figura 5.12 depois da correção NMO hiperbólica convencional com o valor estimado de V_{NMO}.

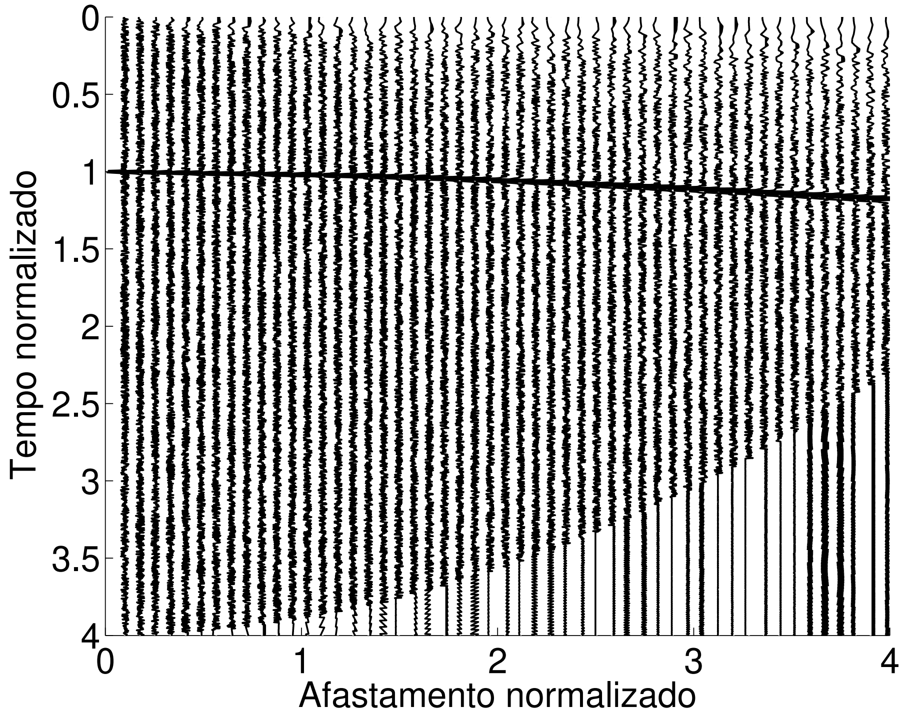

Figura 5.15: Seção da Figura 5.12 depois da correção NMO não hiperbólica com os valores estimados para V_{NMO} e η utilizando a metodologia de ALKHALIFAH (1997).

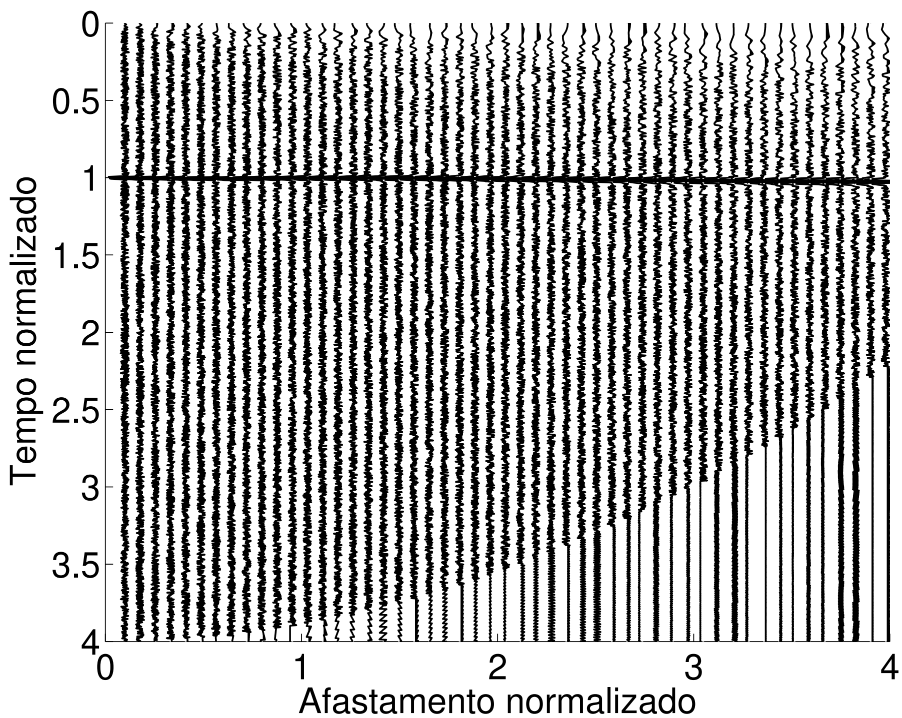

Figura 5.16: Seção da Figura 5.12 depois da correção NMO não hiperbólica com os valores estimados finais para V_{NMO} e η.

anisotropia tendendo a um meio elíptico ou isotrópico, isto é, $\eta = 0$. A Figura 5.17 mostra um sismograma sintético em um meio VTI com $V_{NMO} = 2,5$ km/s e $\eta = 0,009$, com ruído aleatório com uma razão de sinal e ruído de 10.

Figura 5.18 que mostra a correção NMO deste evento usando somente a velocidade V_{NMO} correta de $2,5\ km/s$, mas assume um meio isotrópico, i.e., trabalha com $\eta = 0$. Como vemos, novamente, o evento não fica horizontal nem para afastamentos bem pequenos. O domínio de horizontalidade fica pouco estendido, na Figura 5.19, onde a correção foi executada com a velocidade NMO estimada de $V_{NMO} = 3,53\ km/s$.

Na Figura 5.20 aplicamos o procedimento de ALKHALIFAH (1997). Observamos que, agora, o evento é quase horizontalizado. Isso se deve ao fato de o modelo ser quase isotrópico, pois o efeito de não hiperbolicidade não está presente. Neste caso, obtemos $V_{NMO} = 2,53\ km/s$ e $\eta = 0,0821$, que representam um erro das estimativas de $1,20\%$ e $8,78\%$, respectivamente.

A Figura 5.21 descreve a seção dos dados sintéticos da Figura 5.17 após a correção NMO não hiperbólica usando o procedimento iterativo descrito acima para a extração de V_{NMO} e η. Os valores extraídos para estes dados são $V_{NMO} = 2,5161\ km/s$ e $\eta = 0,0824$, correspondentes a erros de $0,64\%$ e $8,44\%$. Observamos que, tanto para o procedimento de ALKHALIFAH (1997) quanto para o proposto por nós, o erro de estimativa é menor que no caso anterior. Como dito, isso se deve ao fato de que o modelo é quase isotrópico. E, nossas estimativas continuam melhores do que as encontradas utilizando o procedimento de ALKHALIFAH (1997).

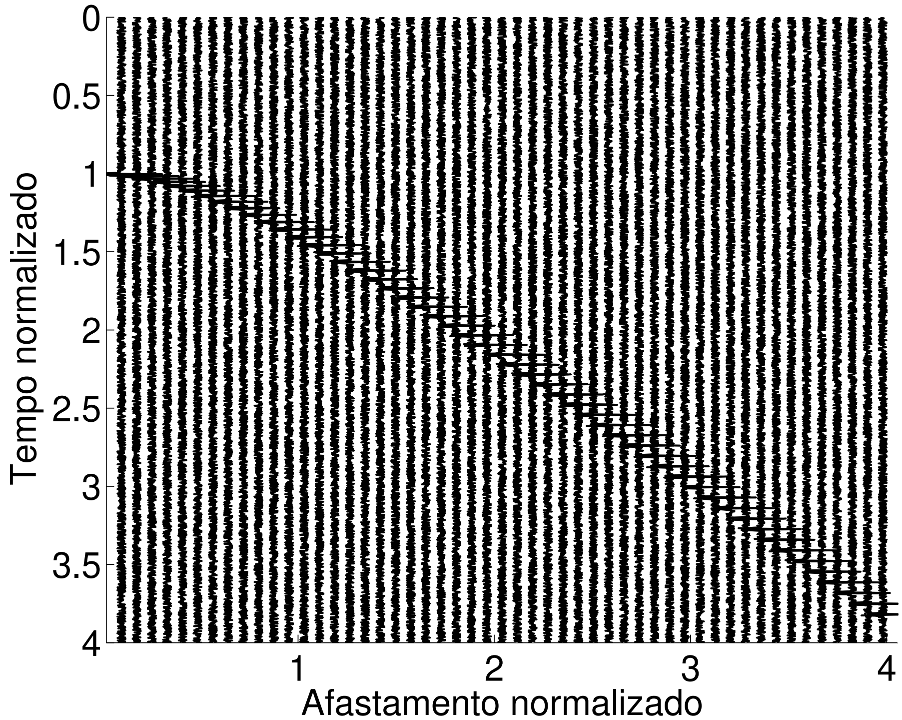

Figura 5.17: Sismograma sintético para um refletor horizontal a uma profundidade de 1 km abaixo um camada VTI homogênea com $\eta = 0,09$ e $V_{NMO} = 2,5\ km/s$. Razão de sinal e ruído de 10.

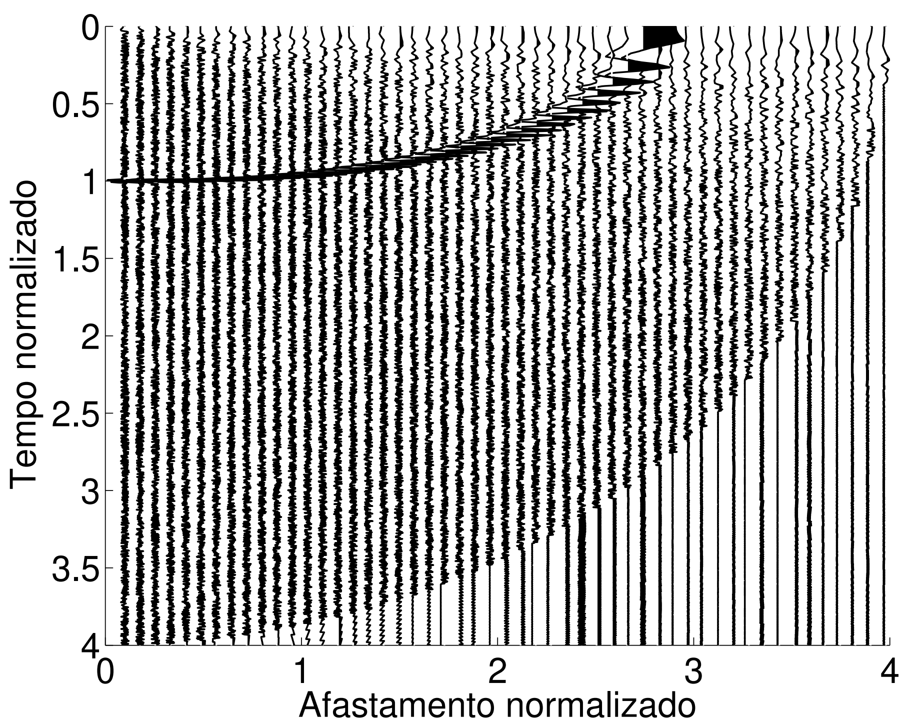

Figura 5.18: Seção da Figura 5.17 depois da correção NMO hiperbólica convencional com o valor exato de V_{NMO}.

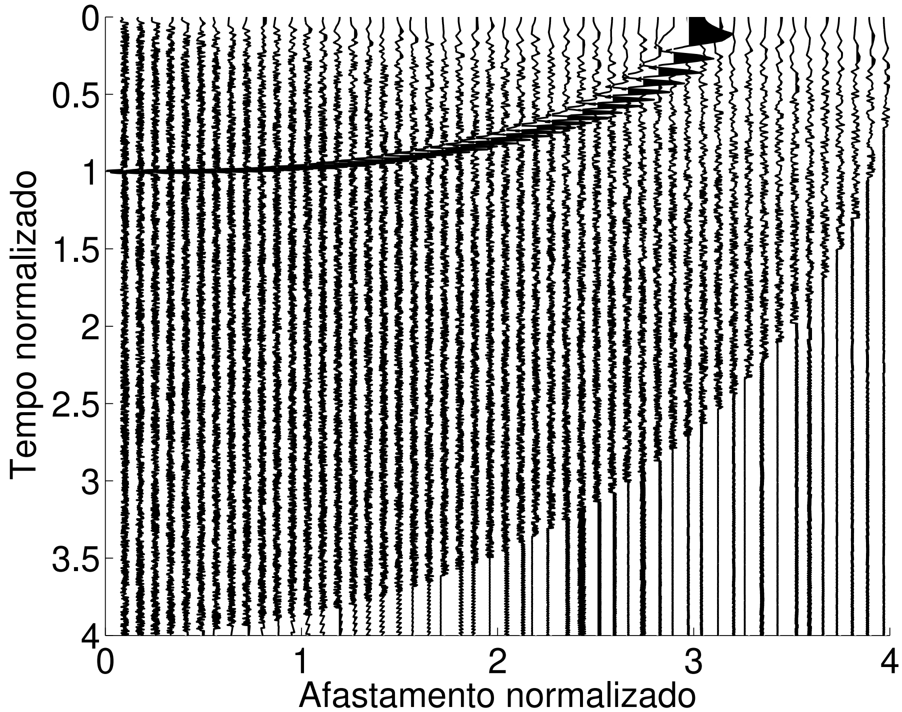

Figura 5.19: Seção da Figura 5.17 depois da correção NMO hiperbólica convencional com o valor estimado de V_{NMO}.

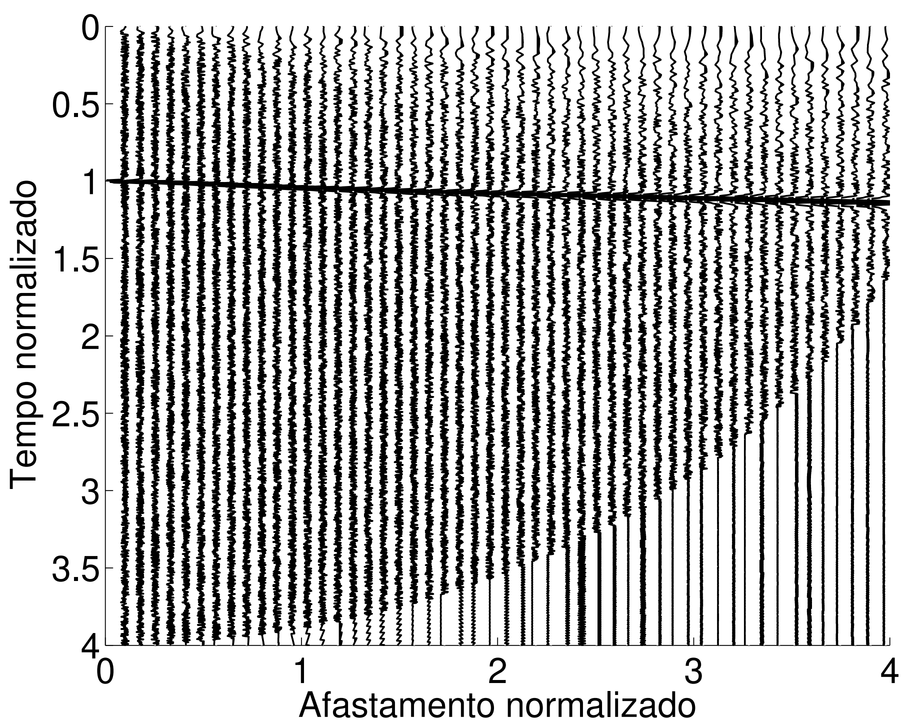

Figura 5.20: Seção da Figura 5.17 depois da correção NMO não hiperbólica com os valores estimados para V_{NMO} e η utilizando a metodologia de ALKHALIFAH (1997).

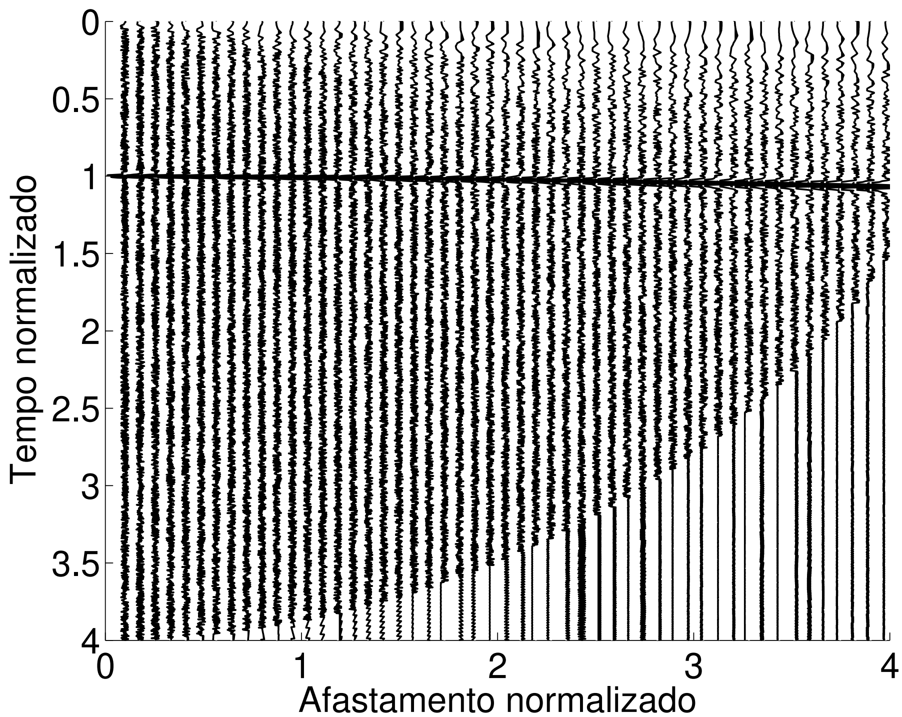

Figura 5.21: Seção da Figura 5.17 depois da correção NMO não hiperbólica com os valores estimados finais para V_{NMO} e η.

Capítulo 6

Conclusão

Aproximações precisas para o tempo de trânsito para grandes afastamentos são muito importantes para muitas tarefas de processamento sísmico. A aproximação hiperbólica tradicional, que ainda é usada por muitos algoritmos de processamento para correção de sobretempo, migração em tempo, atenuação de múltiplas e análise de velocidade, é inadequada quando anisotropia ou significativa heterogeneidade estão envolvidos.

Muitas fórmulas diferentes para aproximar tempos de trânsito diferentes para grandes afastamentos foram propostas na literatura (TSVANKIN e THOMSEN, 1994; FOMEL, 2004). A maioria destas tem expressões algébricas bastante complicadas que são difíceis de usar.

Na primeira parte deste trabalho, estudamos a qualidade de várias destas aproximações para o tempo de trânsito para um meio VTI homogêneo acima de um refletor horizontal. Além disso, usando aproximações das fórmulas a partir da literatura, principalmente a de FOMEL (2004), bem como através da combinação de algumas das suas propriedades, apresentamos uma série de novas aproximações para o tempo de trânsito em meios VTI, que podem ser agrupadas em dois grupos de aproximações, um grupo para $t(x)$ e outro para $t^2(x)$.

Nossas comparações numéricas mostram que é possível encontrar fórmulas para o tempo de trânsito muito mais simples que proporcionam igual ou até melhor precisão para aproximações do verdadeiro tempo de trânsito do que os propostos na literatura. As fórmulas que propiciaram as melhores aproximações ao verdadeiro tempo de trânsito em um meio VTI homogêneo são as aproximações hipérbole deslocada com uma escolha diferente para o parâmetro livre e as aproximações hiperbólicas para o tempo de trânsito com um termo adicional e não hiperbólico bastante simples.

O objetivo desta tese era encontrar um algoritmo robusto e eficiente computacionalmente para estivar os parâmetros de anisotropia V_{NMO} e η. Para isso, estendemos a técnica proposta por ALKHALIFAH (1997) para calcular o parâmetro anisotrópico η, a partir de uma estimativa de V_{NMO}. A técnica consiste análise de velocidades hiperbólica convencional para afastamentos curtos, mais um cálculo de η baseado no termo de não hiperbolicidade da aproximação para o tempo de trânsito, assumindo que uma aproximação precisa para a velocidade NMO foi obtida. Na nossa análise, substituímos o termo de não hiperbolicidade da aproximação para o tempo de trânsito deduzido por TSVANKIN e THOMSEN (1994) por aquele deduzido na primeira parte da tese e que consta no trabalho de ALEIXO e SCHLEICHER (2009), a estimativa dos parâmetros do tempo de trânsito se encontram no trabalho de ALEIXO et al. (2009b).

Vimos que a extração de η é mais precisa se a velocidade NMO é conhecida com precisão. O problema geral da técnica, no entanto, é a sua sensibilidade aos erros na estimativa da velocidade NMO. As aproximações para o tempo de trânsito de ALEIXO e SCHLEICHER (2009) permitem predizer o viés na estimativa da velocidade NMO, proporcionando assim uma maneira de corrigir a estimativa da velocidade NMO e os consequentes valores de η. Por meio de um exemplo numérico, demonstramos a melhoria na estimativa de V_{NMO} e η que podem ser encontrados usando nosso algoritmo.

Como trabalhos futuros podemos citar, uma análise mais detalhada dos parâmetros A e B das novas aproximações para o tempo de trânsito em meios VTI; na estimativa do parâmetro anisotrópico η pode-se utilizar a linearização de toda a fração que determina este parâmetro e não a linearização do numerador e denominador separadamente; para o cálculo de η usa-se a média dos últimos dez traços da família CMP, poderia-se usar algum tipo de solução de quadrados mínimos; aplicar estas idéias em dados VTI não homogêneos; e por fim, estender para meios ortorrômbicos.

Referências Bibliográficas

AL-DAJANI, A.; TSVANKIN, I. Nonhyperbolic reflection moveout for horizontal transverse isotropy. **Geophysics**, v. 63, n. 5, p.1738–1753, 1998.

ALEIXO, R.; SCHLEICHER, J. Traveltime approximations for q-P waves in VTI and orthorhombic media, III Simpósio Brasileiro de Geofísica, p.MS10:1–6, 2008.

——— Traveltime approximations for q-P waves in VTI media. **Geophysical Prospecting**, 2009, (Aceito para publicação).

ALEIXO, R.; SCHLEICHER, J.; COSTA, J. Determination of Traveltime Parameters in VTI Media, 71st Annual International Meeting, EAGE, Expanded Abstracts, p.P127:1–5, 2009a.

——— Determination of traveltime parameters in VTI media: **SEG Technical Program Expanded Abstracts**. 2009b.

ALKHALIFAH, T. Velocity analysis using nonhyperbolic moveout in transversely isotropic media. **Geophysics**, v. 62, n. 6, p.1839–1854, 1997.

ALKHALIFAH, T.; LARNER, K. Migration error in transversely isotropic media. **Geophysics**, v. 59, n. 9, p.1405–1418, 1994.

ALKHALIFAH, T.; TSVANKIN, I. Velocity analysis for transversely isotropic media. **Geophysics**, v. 60, n. 5, p.1550–1566, 1995.

ALKHALIFAH, T.; TSVANKIN, I.; LARNER, K. Velocity analysis and imaging in transversely isotropic media: Methodology and a case study. **The Leading Edge**, v. 15, n. 5, p.371–378, 1996.

BAKER, G. J.; GRAVES-MORRIS, P. Padé approximants, Part I: Basic theory: Addison-Wesley Publishing Company, 1981.

BEHERA, L.; TSVANKIN, I. Migration velocity analysis and imaging for tilted TI media. **SEG Technical Program Expanded Abstracts**, v. 26, n. 1, p.129–133, 2007.

BERRYMAN, J. G. Long-wave elastic anisotropy in transversely isotropic media. **Geophysics**, v. 44, n. 5, p.896–917, 1979.

BOLSHIX, C. F. Approximate model for the reflected wave traveltime curve in multi-layered media. **Applied Geophysics**, v. 15, p.3–14, 1956, (em Russo).

BYUN, B.; CORRIGAN, D.; GAISER, J. Anisotropic velocity analysis for lithology discrimination. **Geophysics**, v. 54, p.1564–1574, 1989.

CASTLE, R. A theory of normal moveout. **Geophysics**, v. 56, p.983–999, 1994.

CLAERBOUT, J. F. Datum shift and velocity estimation. **Stanford Exploration Project**, v. SEP-51, p.307–312, 1987.

CRAMPIN, S. Suggestions for a consistent terminology for seismic anisotropy. **Geophysical Prospecting**, v. 37, p.753–770, 1988.

DE BAZELAIRE, E. Normal moveout revisited: Inhomogeneous media and curved interfaces. **Geophysics**, v. 53, p.143–157, 1988.

DIX, C. H. Seismic velocities from surfaces measurements. **Geophysics**, v. 20, p.68–86, 1955.

DOUMA, H.; CALVERT, A. Nonhyperbolic moveout analysis in VTI media using rational interpolation. **Geophysics**, v. 71, p.D59–D71, 2006.

ELAPAVULURI, P.; BANCROFT, J. C. Estimation of anisotropy parameters in orthorhombic media. **SEG Technical Program Expanded Abstracts**, v. 25, n. 1, p.164–168, 2006.

FOMEL, S. Method of velocity continuation in the problem of seismic time migration. **Russian Geology and Geophysics**, v. 35, n. 5, p.100–111, 1994.

——— Time migration velocity analysis by velocity continuation. **Geophysics**, v. 68, n. 5, p.1662–1672, 2003.

——— On anelliptic approximations for qP velocities in VTI media. **Geophysical Prospecting**, v. 52, p.247–259, 2004.

FOMEL, S.; LANDA, E.; TANER, M. T. Poststack velocity analysis by separation and imaging of seismic diffractions. **Geophysics**, v. 72, n. 6, p.U89–U94, 2007.

FOWLER, P. J. Practical VTI approximations: a systematic anatomy. **Journal of Applied Geophysics**, v. 54, p.347–167, 2003.

FOWLER, P. J.; JACKSON, A.; HOOTMAN, B. Orthogonal parameters for anisotropic velocity analysis. **SEG Technical Program Expanded Abstracts**, p. 169–173, 2006.

GRECHKA, V.; TSVANKIN, I. 3-D moveout velocity analysis and parameter estimation for orthorhombic media. **Geophysics**, v. 64, n. 3, p.820–837, 1999.

HAKE, H.; HELBIG, K.; MESDAG, C. S. Three-term Taylor series for t^2–x^2-curves of P- and S-waves over layered transversely isotropic ground. **Geophysical Prospecting**, v. 32, p.828–850, 1984.

HARLAN, W. S.; CLAERBOUT, J. F.; ROCCA, F. Signal/noise separation and velocity estimation. **Geophysics**, v. 49, n. 11, p.1869–1880, 1984.

HUBRAL, P.; TYGEL, M.; SCHLEICHER, J. Seismic image waves. **Geophysical Journal International**, v. 125, n. 2, p.431–442, 1996.

JONES, L. E. A.; WANG, H. F. Ultrasonic velocities in Cretaceous shales from the Williston Basin. **Geophysics**, v. 46, n. 3, p.288–297, 1981.

LANDA, E.; KEYDAR, S. Seismic monitoring of diffraction images for detection of local heterogeneities. **Geophysics**, v. 63, n. 3, p.1093–1100, 1998.

LEVIN, F. SV-wave velocities from P-P and P-SV data for transversely isotropic solids. **Geophysics**, v. 54, p.1336–1338, 1989.

MALOVICHKO, A. A. A new representation of the traveltime curve of reflected waves in horizontally layered media. **Applied Geophysics**, v. 91, p.47–53, 1978, (em Russo).

——— Determination of the zero offset effective velocity and the degree of velocity nonhomogeneity from a single reflected wave traveltime curve in the case of a horizontally layered media. **Applied Geophysics**, v. 95, p.35–44, 1979, (em Russo).

MAY, B. T.; STRALEY, D. K. Higher-order moveout spectra. **Geophysics**, v. 44, n. 7, p.1193–1207, 1979.

MUIR, F.; DELLINGER, J. A practical anisotropic system. **Stanford Exploration Project**, v. 44, p.55–58, 1985.

MUKHERJEE, A.; SEN, M. K.; STOFFA, P. L. Traveltime computation, pre-stack split step Fourier and Kirchhoff migration in transversely isotropic media. p. 1093–1096, 2001.

NOVAIS, A.; COSTA, J.; SCHLEICHER, J. GPR velocity determination by image-wave remigration. **Journal of Applied Geophysics**, v. 65, p.65–72, 2008.

NYE, J. Physical properties of crystals: Oxford Press, 1957.

SARKAR, D.; TSVANKIN, I. Migration velocity analysis in factorized VTI media. **Geophysics**, v. 69, n. 3, p.708–718, 2004.

SCHLEICHER, J.; ALEIXO, R. Time and depth remigration in elliptically anisotropic media. **Geophysics**, v. 72, p.S1–S9, 2007.

——— Traveltime Approximations in VTI Media 70th Annual International Meeting, EAGE, Expanded Abstracts, p.P291:1–5, 2008.

SCHLEICHER, J.; COSTA, J. C.; NOVAIS, A. Time-migration velocity analysis by image-wave propagation of common-image gathers. **Geophysics**, v. 73, n. 5, p.VE161–VE171, 2008.

SILIQI, R.; BOUSQUIÉ, N. Anelliptic time processing based on a shifted hyperbola approach. p., 2245–2248, 2000.

SINGH, V.; KUMAR, S. Quadratic wavefront and traveltime approximations in inhomogeneous layered media with curved interfaces. **Geohorizons**, v. 6, n. 1, p.1–14, 2001.

STOVAS, A.; URSIN, B. Reflection and transmission responses of layered transversely isotropic visco-elastic media. **Geophysical Prospecting**, v. 51, p.447–477, 2003.

——— New travel-time approximations for a transversely isotropic medium. **Journal of Geophysics and Engineering**, v. 1, p.128–133, 2004.

SWORD, C. A soviet look at datum shift. **Stanford Exploration Project**, v. SEP-51, p.313–316, 1987.

TANER, M. T.; KOEHLER, F. Velocity spectra-digital computer derivation and applications of velocity functions. **Geophysics**, v. 34, p.859–881, 1969.

THOMSEN, L. Weak elastic anisotropy. **Geophysics**, v. 51, p.1954–1966, 1986.

——— Understanding seismic anisotropy in exploration and exploitation: Society of Exploration Geophysicists, 2002.

TOLDI, J.; ALKHALIFAH, T.; BERTHET, P. Case study of estimation of anisotropy. **The Leading Edge**, v. 18, n. 5, p.588–593, 1999.

TSVANKIN, I.; THOMSEN, L. Nonhyperbolic reflection moveout in anisotropic media. **Geophysics**, v. 59, n. 8, p.1290–1304, 1994.

URSIN, B. Quadratic wavefront and traveltime approximations in inhomogeneous layered media with curved interfaces. **Geophysics**, v. 47, n. 7, p.1012–1021, 1982.

URSIN, B.; STOVAS, A. Traveltime approximations for a layered transversely isotropic medium. **Geophysics**, v. 71, n. 2, p.D23–D33, 2006.

VASCONCELOS, I.; TSVANKIN, I. Inversion of P-wave nonhyperbolic moveout in azimuthally anisotropic media: Methodology and field-data application. **SEG, Expanded Abstracts**, v. 23, n. 1, p.171–174, 2004.

VESTRUM, R. W.; LAWTON, D. C.; SCHMID, R. Imaging structures below dipping TI media. **Geophysics**, v. 64, n. 4, p.1239–1246, 1999.

WINTERSTEIN, D. F. Velocity anisotropy terminology for geophysicists. **Geophy-**

sics, v. 55, p.1070–1088, 1990.

XU, X.; TSVANKIN, I.; PECH, A. Geometrical spreading of P-waves in azimuthally anisotropic media. **SEG Technical Program Expanded Abstracts**, v. 22, n. 1, p.801–804, 2003.

YILMAZ, Ö. Seismic data processing: Investigations in Geophysics No. 2: Society of Exploration Geophysicists, 1987.

ZHANG, F.; UREN, N. Approximate explicit ray velocity functions and travel times for P-waves in TI media. **SEG Technical Program Expanded Abstracts**, p.106–109, 2001.

Apêndice A

Aproximações normalizadas para o tempo de trânsito

Alkhalifah e Tsvankin

Equação (2.52):

$$t^2(x) = 1 + x^2 - \frac{2\eta x^4}{1 + (1 + 2\eta)x^2}. \tag{A.1}$$

Stovas e Ursin

Equação (2.70):

$$t(x)^2 = 1 + x^2 - \frac{G\,x^4}{1 + (1 + 4G)x^2}. \tag{A.2}$$

Hipérbole deslocada

Equação (2.73):

$$t = \tau_s + \sqrt{\tau_0^2 + \frac{x^2}{S}}, \tag{A.3}$$

onde,

$$\tau_0 = \frac{1}{S}, \tag{A.4}$$

$$\tau_s = \tau_0(S-1). \tag{A.5}$$

Zhang e Uren

Equação (2.91):

$$t^2 = \frac{1}{2}\left[1 + x^2 + \sqrt{(1+x^2)^2 + 4A\,x^2}\right]. \tag{A.6}$$

Fomel

Equação (2.99):

$$t^2(x) = \frac{3+4\eta}{4(1+\eta)}\,t_h^2(x) + \frac{1}{4(1+\eta)}\,\sqrt{t_h^4(x) + 16\eta(1+\eta)x^2}, \tag{A.7}$$

onde,

$$t_h^2(x) = 1 + x^2/Q. \tag{A.8}$$

Apêndice B

Aproximações tempo de trânsito em meios ortorrômbicos

B.1 Desenvolvimento teórico

Como já dito no capítulo 2, um meio ortorrômbico é representado por três planos de simetria mutuamente ortogonais. Estes meios apresentam a característica de se comportarem como meios VTI nos planos de simetria. Assim pode-se definir este meio utilizando os parâmetros de THOMSEN (1986) definidos em cada plano de simetria, para cada um dos meios VTI equivalentes.

O sobretempo não hiperbólico em meios VTI expressados em termos dos parâmetros V_{NMO} e η podem ser aplicados para uma camada horizontal ortorrômbica tornando esses parâmetros uma função do azimute (XU et al., 2003). Esse parâmetros são dados por (XU et al., 2003)

$$V_{NMO}^{-2}(\alpha) = \frac{\sin^2(\alpha-\varphi)}{[V_{NMO}^{(1)}]^2} + \frac{\cos^2(\alpha-\varphi)}{[V_{NMO}^{(2)}]^2} \tag{B.1}$$

$$\begin{aligned} \eta(\alpha) &= \eta^{(1)}\sin^2(\alpha-\varphi) + \eta^{(2)}\cos^2(\alpha-\varphi) \\ &\quad -\eta^{(3)}\cos^2(\alpha-\varphi)\sin^2(\alpha-\varphi), \end{aligned} \tag{B.2}$$

onde α é o azimute entre a fonte e o receptor com relação a configuração de aquisição, e φ é o azimute do plano de simetria $[x_1, x_3]$ do meio ortorrômbico (assumindo que um dos planos de simetria é horizontal) e os parâmetros $\eta^{(1)}$, $\eta^{(2)}$, $\eta^{(3)}$, $V_{NMO}^{(1)}$ e $V_{NMO}^{(2)}$ são dados por (GRECHKA e TSVANKIN, 1999).

$$\eta^{(i)} = \frac{\epsilon^{(i)} - \delta^{(i)}}{1 + 2\delta^{(i)}}, \text{ para } i = 1, 2, \tag{B.3}$$

$$\eta^{(3)} = \frac{\epsilon^{(1)} - \epsilon^{(2)} - \delta^{(3)}(1 + 2\epsilon^{(2)})}{(1 + 2\epsilon^{(2)})(1 + 2\delta^{(3)})}, \tag{B.4}$$

$$V_{NMO}^{(i)} = v_{p0}\sqrt{1 + 2\delta^{(i)}}, \text{ para } i = 1, 2. \tag{B.5}$$

Usando $\eta(\alpha)$ da equação (B.2) na aproximação para o tempo de trânsito (A.1), se torna (VASCONCELOS e TSVANKIN, 2004)

$$t^2(x) = 1 + x^2 - \frac{2\eta(\alpha)x^4}{1 + [1 + 2\eta(\alpha)]x^2}. \tag{B.6}$$

Enquanto a equação (B.1) para a elipse NMO é exata até para anisotropia e heterogeneidade arbitrárias, a equação (B.2) é baseada na aproximação por anisotropia fraca para uma camada ortorrômbica. VASCONCELOS e TSVANKIN (2004) mostraram que a equação (B.2) se mantém suficientemente precisa em um meio ortorrômbico multi-camadas com orientação uniforme dos planos de simetria verticais.

Utilizando as ideias de VASCONCELOS e TSVANKIN (2004) podemos generalizar a utilização das aproximações para o tempo de trânsito em meios ortorrômbicos (ALEIXO e SCHLEICHER, 2008). Basta, apenas, tornar os parâmetros V_{NMO} e η funções do azimute α, como nas equações (B.1) e (B.2).

Correspondentemente, ELAPAVUKURI e BANCROFT (2006) estenderam a aproximação *shifted hyperbola* para meios ortorrômbicos. Eles propuseram usar o parâmetro S com o valor $S = 1 + 4\eta$, onde η é dado na equação (B.2).

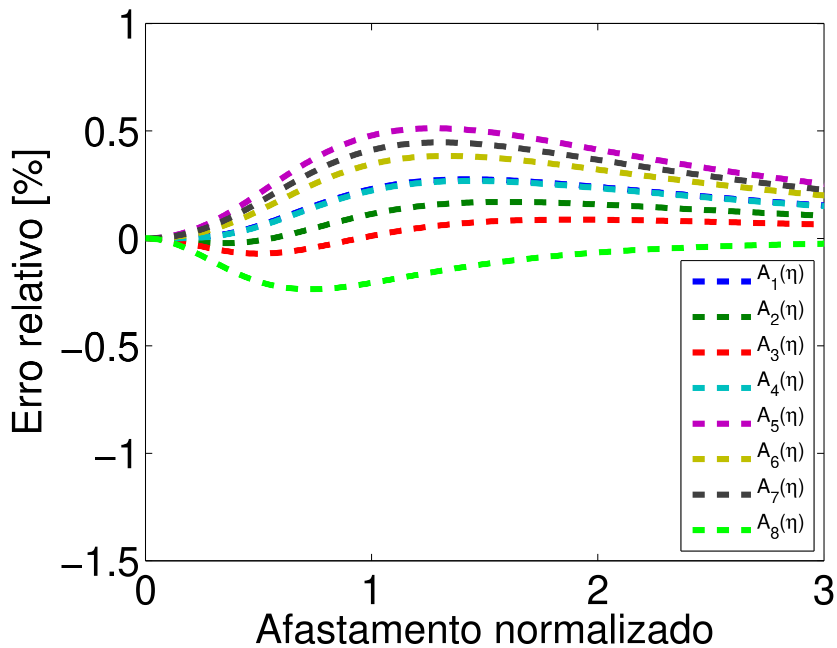

Figura B.1: Diferença relativa para as aproximações para o tempo de trânsito em meios ortorrômbicos do tipo $t(x) \approx t_h(x) + A_i(\eta)\,\dfrac{x^2}{t_h^3(x)}$ comparadas com a aproximação de VASCONCELOS e TSVANKIN (2004) (equação B.6).

B.2 Exemplos numéricos

Agora, comparamos as correspondentes aproximações para o tempo de trânsito ortorrômbicas para um meio ortorrômbico homogêneo com a aproximação de VASCONCELOS e TSVANKIN (2004) (equação B.6). Como estamos comparando tempo de trânsito normalizados, a comparação é válida para um refletor a uma profundidade arbitrária assim como uma velocidade NMO arbitrária. Neste experimento numérico usamos como parâmetros para o meio ortorrômbico homogêneo, $v_{P0} = 2,0\ km/s$, $\alpha = \pi/6$, $\varphi = \pi/8$, $\epsilon_1 = 0,110$, $\epsilon_2 = 0,077$, $\delta_1 = -0,035$, $\delta_2 = 0,010$ e $\delta_3 = 0,548$. Os valores de $V_{NMO}(\alpha)$ e $\eta(\alpha)$ foram calculados utilizando as equações (B.1) e (B.2).

Na Figura B.1 temos as aproximações do tipo $t(x) \approx t_h(x) + A_i(\eta)\,x^2/t_h^3(x)$ para

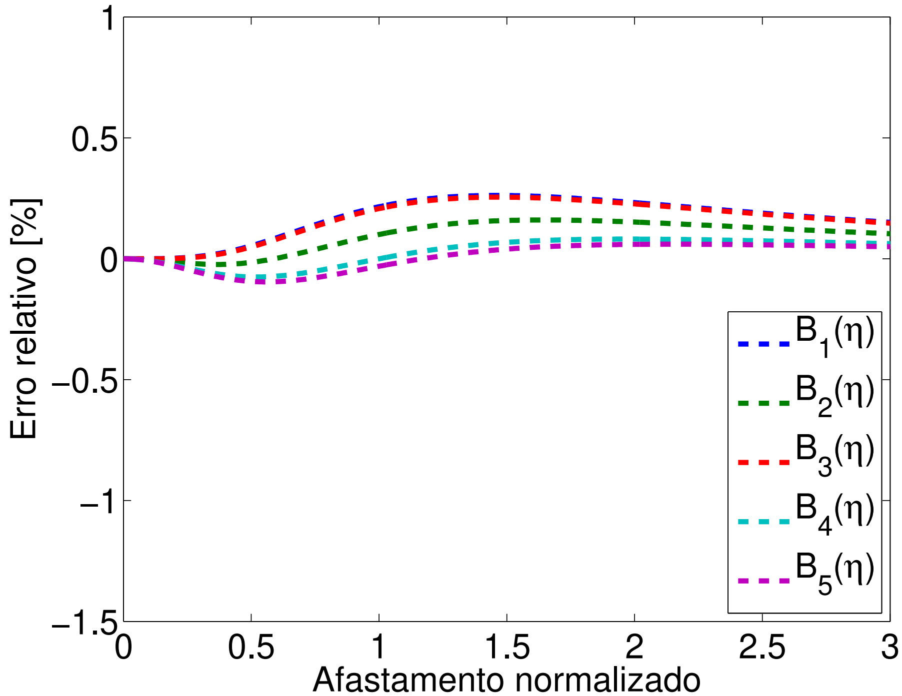

Figura B.2: Diferença relativa para as aproximações para o tempo de trânsito em meios ortorrômbicos do tipo $t^2(x) = t_h^2(x) + B_i(\eta)\dfrac{x^2}{t_h^2(x)}$ comparadas com a aproximação de VASCONCELOS e TSVANKIN (2004) (equação B.6).

meios ortorrômbicos. Novamente, todas aproximações são bastante precisas. Nenhuma delas excede um erro relativo de 0,5% comparadas com a aproximação (B.6) no escolhido domínio para o afastamento. Ainda mais, estas aproximações possuem expressões simples que podem ser vantajosas em considerações teóricas e também para estimativa de parâmetros nestes meios. A melhor destas aproximações com um erro relativo de aproximadamente 0,1% comparada com a aproximação (B.6) é aquela dada por $A_3(\eta)$.

A Figura B.2 mostra as aproximações do tipo $t^2(x) \approx t_h^2(x) + B_i(\eta)\, x^2/t_h^2(x)$. Nenhuma destas aproximações excede um erro relativo de 0.4% comparadas com a aproximação (B.6), a melhor é aquela dada por $B_2(\eta)$, o erro relativo se mantém inferior a 0,1% comparada com a aproximação (B.6).

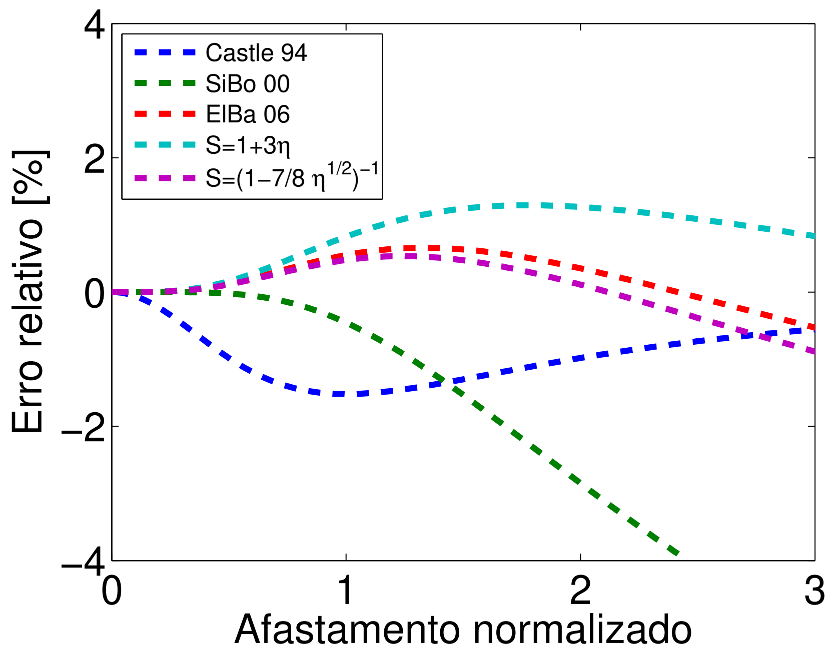

Figura B.3: Diferença relativa da aproximação *shifted hyperbola* com $S = S(x)$ [Castle 94], $S = 1 + 8\eta$ [SiBo 00], $S = 1 + 4\eta$ [ElBa 06], e as novas aproximações com $S = 1+3\eta$ e $S = (1-7/8\sqrt{\eta})^{-1}$, meios ortorrômbicos comparadas com a aproximação de VASCONCELOS e TSVANKIN (2004) (equação B.6).

Na Figura B.3 comparamos as aproximações *shifted hyperbola* encontradas na literatura com aquelas obtidas com expressões modificas para S. Nossos testes indicaram que as escolhas $S = 1 + 4\eta$ e $S = (1 - \frac{7}{8}\sqrt{\eta})^{-1}$ geram aproximações para o tempo de trânsito bastante precisas. Neste exemplo com um erro relativo máximo de 0,5% comparada com a aproximação (B.6).

Tendo em vista a boa qualidade das aproximações para o tempo de trânsito propostas em meios ortorrômbicos, a aplicação do algoritmo de extração dos parâmetros em tais meios parece ser uma opção promissora.

Índice Remissivo