

---

Universidade Estadual de Campinas  
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica  
Departamento de Matemática Aplicada

---

**Modelagem *Fuzzy* para Prever os  
Riscos de Recidiva e Progressão de  
Tumores Superficiais de Bexiga**

**Kenia Dutra Savergnini\***

Mestrado em Matemática Aplicada - Campinas - SP

**Orientador:** Prof. Dr. Laércio Luis Vendite

**Co-orientador:** Prof. Dr. Wagner Eduardo Matheus

\* Este trabalho teve apoio financeiro da CAPES.

# Modelagem *Fuzzy* para Predizer os Riscos de Recidiva e Progressão de Tumores Superficiais de Bexiga

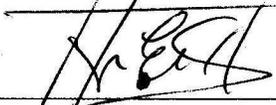
Este exemplar corresponde à redação final da Dissertação de Mestrado devidamente corrigida e defendida por **Kenia Dutra Savergnini** e aprovada pela comissão julgadora.

Campinas, 13 de abril de 2009.



---

Prof. Dr. Laércio Luis Vendite  
Orientador



---

Prof. Dr. Wagner Eduardo Matheus  
Co-orientador

## Banca examinadora:

Prof. Dr. Laércio Luis Vendite (IMECC/UNICAMP)

Prof. Dr. Laécio Carvalho de Barros (IMECC/UNICAMP)

Prof. Dr. Ubirajara Ferreira (FCM/UNICAMP)

Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, UNICAMP como requisito parcial para a obtenção do Título de MESTRE em Matemática Aplicada.

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DO IMECC DA UNICAMP**

Bibliotecária: Miriam Cristina Alves – CRB8a / 5094

Savergnini, Kenia Dutra

Sa93m Modelagem fuzzy para prever os riscos de recidiva e progressão de tumores superficiais de bexiga/Kenia Dutra Savergnini -- Campinas, [S.P. :s.n.], 2009.

Orientadores : Laércio Luis Vendite; Wagner Eduardo Matheus.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica.

I. Modelos matemáticos. 2. Conjuntos difusos. 3. Biomatemática.  
4. Câncer – Modelos matemáticos. I. Vendite, Laércio Luis. II. Matheus, Wagner Eduardo. III. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Computação. IV. Título.

Título em inglês: Fuzzy modeling to predict the risk of recurrence and progression of superficial bladder tumors.

Palavras-chave em inglês (Keywords): 1. Mathematical models. 2. Fuzzy sets. 3. Biomathematics. 4. Cancer – Mathematical models.

Área de concentração: Biomatemática

Dissertação de Mestrado defendida em 13 de abril de 2009 e aprovada  
pela banca examinadora composta por



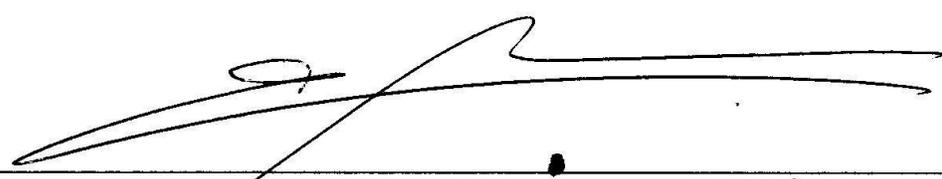
---

Prof. Dr. LAÉRCIO LUIS VENDITE



---

Prof. Dr. LAÉRCIO CARVALHO DE BARROS



---

Prof. Dr. UBIRAJARA FERREIRA

*Aos meus queridos pais  
e familiares*

# Agradecimentos

À DEUS, por estar sempre ao meu lado, iluminando meus caminhos.

Aos meus queridos pais Nilson e Nilma, pelo apoio em todas as etapas de minha vida, pelo amor e confiança que sempre tiveram em mim e, principalmente, pelo exemplo de força e de luta, me ensinando a nunca desistir dos meus sonhos.

Ao grande amigo e orientador Prof. Dr. Laércio Luis Vendite, por ter me proposto um tema tão interessante e com o qual tanto me identifiquei, pela paciência, ajuda e orientação durante a realização deste trabalho e do curso.

Ao meu co-orientador e amigo Dr. Wagner Eduardo Matheus, pela orientação, disponibilidade com que sempre me atendeu nas inúmeras vezes que necessitei de sua ajuda e pelas sugestões no decorrer desta dissertação.

Ao Prof. Dr. Laércio Carvalho de Barros, pelas sugestões dadas durante o exame de qualificação.

Ao Dr. Ubirajara Ferreira, pela atenção e pelo tempo que me dedicou para discutir partes deste trabalho.

Ao Prof. Paulo Roberto Mendes Guimarães, por ter nos sugerido a análise multivariada do segundo modelo que foi tão importante para a atribuição do peso às regras que compoem a base de regras.

À Graciele, pela disposição sempre presente em sanar minhas dúvidas nas diversas vezes que precisei e pelas valiosas dicas que foram tão importantes para a concretização desta dissertação.

Aos médicos do Hospital A. C. Camargo de São Paulo, Dr. Stênio de Cássio Zequi e Dr. Francisco Paulo Fonseca, pela forma gentil com que me atenderam e pela disponibilização do banco de dados que foi tão útil para a realização deste trabalho.

Aos meus irmãos Maycon e Diego, pelo apoio que me deram ao longo desta caminhada.

Aos meus avós e tios, pelo amor, carinho, incentivo e apoio em todos os momentos.

Aos meus grandes amigos de São Paulo, em especial à Tia Izabel e ao Maurício, que me ajudaram desde minha vinda pra SP até o momento, sempre se preocupando e me tratando, com muito carinho, como seu eu fosse da família.

Aos amigos que ganhei aqui em Campinas, pela verdadeira amizade, carinho, apoio, incentivos e conselhos que sempre me deram durante estes dois anos que estive longe de casa.

Aos meus amigos de Vitória, que prefiro não citar nomes para não cometer injustiças, mesmo distante sempre se preocuparam e me incentivaram em cada etapa de minha vida.

Aos secretários do Ambulatório de Uro-oncologia do Hospital das Clínicas da UNICAMP, pelo carinho e simpatia com que sempre fomos atendidos.

Aos funcionários do SAME do Hospital das Clínicas da UNICAMP, pela agilidade e compreensão ao me disponibilizar os prontuários.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

À todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a execução deste trabalho, e que, por lapso, deixei de mencionar.

# Resumo

O câncer de bexiga é, atualmente, a quarta neoplasia mais frequente em adultos e o segundo tumor urogenital mais frequente. Estimar os riscos de recidiva e progressão de tumores superficiais de bexiga, com as informações clínicas disponíveis para decidir a terapia a ser aplicada, é uma tarefa árdua. Neste trabalho, dois modelos matemáticos são elaborados para auxiliar especialista na tomada de decisão. A ferramenta utilizada para desenvolver estes modelos foi a Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*, por sua capacidade em lidar com incertezas inerentes aos conceitos médicos. No primeiro modelo, o *Estádio*, o *Grau* e o *Tamanho* do tumor foram considerados como variáveis de entrada e o *Risco de Recidiva* de um tumor superficial de bexiga como variável de saída do primeiro sistema baseado em regras *fuzzy* (SBRF). Já no segundo modelo, além do *Estádio*, do *Grau* e do *Tamanho* do tumor, também foi considerado como variável de entrada de um segundo SBRF o *Carcinoma in situ* e como variável de saída, o *Risco de Progressão* de tumores superficiais. Para cada modelo, foram feitas simulações com dados de pacientes do Hospital das Clínicas/UNICAMP e do Hospital A. C. Camargo de São Paulo, com o objetivo de verificar a confiabilidade dos resultados gerados pelos dois sistemas. A partir do banco de dados e das possibilidades encontradas pelos SBRF, após a transformação possibilidade-probabilidade, pudemos gerar a probabilidade do caso real de cada conjunto *fuzzy* de saída.

# Abstract

Nowadays, the bladder cancer is the fourth most common cancer in adults and the second most frequent urogenital tumor. Predicting recurrence and progression of superficial bladder tumors, with available clinical information to decide the therapy to be used is hard work. In this work, two mathematical models were developed to help specialist on the decision process. The tool used to developed these models was the fuzzy sets theory, by it capacity in dealing with uncertainties inherent in medical concepts. In the first model, *Stage*, *Grade* and *Size* of tumor had been considered input variables and *Risk of Recurrence* of a superficial bladder tumor as output variable of the first *Fuzzy Rule-Based Systems* (FRBS). In the second model, in addition to the *Stage*, *Grade* and *Size* of the tumor, also was considered as input variable of a second FRBS *Carcinoma in situ* and as a output variable, the *Risk of Progression* of superficial tumors. For each model, simulations were made with data of patients of the Clinics Hospital/UNICAMP and A. C. Camargo Hospital of São Paulo, with the aim to verify the reliability of results generated by the two systems. From a database and possibility found by FRBS, after the possibility-probability transformation, we can generate the real case probability of each *fuzzy* output set.

# Sumário

Introdução	1
<b>1 Câncer - Características do Fenômeno</b>	<b>5</b>
1.1 Introdução	5
1.2 Câncer	6
1.3 Bexiga	8
1.4 Câncer de Bexiga	9
1.4.1 Estadiamento	11
1.5 Evolução clínica	14
1.5.1 Tratamento	15
<b>2 Teoria dos Conjuntos <i>Fuzzy</i></b>	<b>17</b>
2.1 Introdução	17
2.2 Porque aplicar a Lógica <i>Fuzzy</i> à Medicina?	18
2.3 Conjuntos <i>Fuzzy</i>	19
2.4 Operações entre Conjuntos <i>Fuzzy</i>	22
2.5 Lógica <i>Fuzzy</i>	24
2.5.1 Variáveis linguísticas	25
2.5.2 Relações <i>Fuzzy</i>	26
2.5.3 Regras <i>Fuzzy</i>	29
2.6 Sistema Baseado em Regras <i>Fuzzy</i>	32
2.6.1 Inferência	34

2.6.2	Métodos de Defuzzificação . . . . .	41
2.7	Probabilidade e Possibilidade . . . . .	44
2.7.1	Transformação Probabilidade/Possibilidade . . . . .	48
<b>3</b>	<b>Modelagem <i>Fuzzy</i> para Predizer os Riscos de Recidiva e Progressão de Tumores Superficiais de Bexiga</b>	<b>49</b>
3.1	Introdução . . . . .	49
3.2	O Modelo <i>Fuzzy</i> . . . . .	51
3.2.1	Modelo 1: Predição do risco de recidiva de um tumor superficial de bexiga . . . . .	51
3.2.2	Simulações . . . . .	58
3.2.3	Modelo 2: Risco de progressão de tumores superficiais de bexiga . . . . .	66
3.2.4	Simulações . . . . .	71
<b>4</b>	<b>Conclusão e Trabalhos Futuros</b>	<b>77</b>
4.1	Conclusão . . . . .	77
4.2	Trabalhos Futuros . . . . .	79
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>81</b>

# Lista de Tabelas

1.1	Classificação TNM – 2002 das neoplasias vesicais. . . . .	12
1.2	Comparação da classificação do grau histológico. . . . .	14
1.3	Definição do risco de recidiva e progressão em tumores superficiais da bexiga. . . . .	15
2.1	Base de regras do método de Mamdani. . . . .	36
2.2	Base de regras do método de KTS. . . . .	39
3.1	Algumas das 24 regras construídas. . . . .	57
3.2	Primeiros resultados obtidos do Modelo 1. . . . .	59
3.3	Alguns resultados obtidos pelo novo SBRF. . . . .	64
3.4	Porcentagem de pacientes que apresentaram recidiva. . . . .	65
3.5	Comparação da mudança de estágio e de grau histológico com o mesmo tamanho. . . . .	65
3.6	Algumas das 48 regras construídas. . . . .	70
3.7	Primeiros resultados obtidos do segundo modelo. . . . .	72
3.8	Alguns resultados obtidos pelo novo SBRF do Modelo 2. . . . .	73
3.9	Porcentagem de pacientes que apresentaram progressão. . . . .	75
3.10	Comparação de tumores com a presença e ausência de Cis. . . . .	75

# Lista de Figuras

1.1	Representação da Bexiga Urinária. . . . .	9
1.2	Esquema dos tumores da bexiga em seus diversos graus de invasão. . . . .	13
2.1	Exemplos de conjuntos clássico e <i>fuzzy</i> . . . . .	21
2.2	Exemplo de suporte. . . . .	21
2.3	Intersecção e união dos subconjuntos <i>fuzzy</i> A e B. . . . .	23
2.4	Complementar do subconjunto <i>fuzzy</i> B. . . . .	24
2.5	Estrutura básica de um sistema baseado em regras <i>fuzzy</i> . . . . .	33
2.6	Ilustração do Método de Mamdani. . . . .	38
2.7	Ilustração do Método de KTS. . . . .	40
2.8	Defuzzificador centro de gravidade G(B). . . . .	42
2.9	Defuzzificador centro de máximos C(B). . . . .	43
3.1	Estrutura básica do primeiro sistema baseado em regras <i>fuzzy</i> . . . . .	52
3.2	Funções de pertinência dos conjuntos <i>fuzzy</i> assumidos pela variável <i>Estádio</i> . . . . .	53
3.3	Funções de pertinência da variável <i>Grau Histológico</i> . . . . .	55
3.4	Funções de pertinência da variável <i>Tamanho</i> . . . . .	55
3.5	Funções de pertinência dos conjuntos <i>fuzzy</i> assumidos pela variável <i>Risco de Recidiva</i> . . . . .	56
3.6	Curva ajustada do conjunto <i>fuzzy</i> <i>Risco de Recidiva menor que 3 anos</i> . . . . .	61

3.7	Novas funções de pertinência dos conjuntos <i>fuzzy</i> assumidos pela variável <i>Risco de Recidiva</i> . . . . .	62
3.8	Estrutura básica do segundo sistema baseado em regras <i>fuzzy</i> .	67
3.9	Funções de pertinência assumidos pela variável <i>Cis</i> . . . . .	68
3.10	Funções de pertinência da variável de saída do segundo sistema <i>Risco de Progressão</i> . . . . .	69
3.11	Funções de pertinência dos conjuntos <i>fuzzy</i> assumidos pela variável linguística <i>Risco de Progressão</i> . . . . .	74

# Introdução

O Brasil apresenta um quadro sanitário em que se combinam doenças ligadas à pobreza, típicas dos países em desenvolvimento, e doenças crônico-degenerativas, como as doenças cardiovasculares, as do aparelho respiratório e neoplasias, características dos países desenvolvidos. Essa situação reflete, inquestionavelmente, as contradições do processo de desenvolvimento do país.

Analisando a distribuição da mortalidade pelas principais causas de morte nas regiões brasileiras, percebe-se a posição relativa da mortalidade por câncer, figura sempre entre as primeiras daquelas causas, ao lado das doenças do aparelho circulatório, das causas externas, das doenças do aparelho respiratório e das doenças infecciosas e parasitárias.

O câncer deve ser estudado como um importante problema de saúde pública que atinge indivíduos de todas as idades e em todos os continentes. Nos últimos anos verificou-se uma enorme mobilização científica e profissional de todas as ciências da saúde, em busca de melhores compreensões da doença, novas modalidades terapêuticas e de prevenção do câncer.

O desejo de resolver problemas cada vez mais complexos, que necessitam ser tratados em curto tempo, impulsionou o avanço da tecnologia dos computadores, tanto em velocidade de processamento quanto em capacidade de armazenamento de informações, possibilitando sua utilização na modelagem de sistemas multivariáveis [26].

Os modelos matemáticos tentam descrever os fenômenos do mundo real e suas tendências com o tempo nas mais diversas áreas. Uma das áreas em

que a modelagem matemática tem recebido grande atenção é a medicina. Os modelos matemáticos desenvolvidos estão permitindo uma maior compreensão dos fenômenos médicos, diagnósticos, prognósticos e aumentando a eficiência dos tratamentos. Trata-se de uma linguagem do pensamento lógico, linguagem que está sendo cada vez mais necessária na área de saúde.

Geralmente, as doenças são descritas por meio de termos linguísticos, que são intrinsecamente vagos, e que muitas vezes constituem variáveis qualitativas em medicina. O tratamento dessas variáveis, utilizando métodos quantitativos, apresenta dificuldades. Foi a partir de situações como esta, envolvendo incertezas não-estatísticas, que Lofti Asker Zadeh, em 1965, introduziu a teoria dos conjuntos fuzzy. Um conjunto *fuzzy* é caracterizado pela pertinência gradual de um elemento ao conjunto e pela habilidade em modelar termos e expressões linguísticas.

“*Fuzzy*” é uma palavra de origem inglesa que significa incerto, vago, impreciso, subjetivo, nebuloso, difuso, etc e normalmente não é traduzida para o português pois, segundo Barros e Bassanezi (2006) [2], nenhuma das traduções é tão fiel ao sentido amplo dado pela palavra *fuzzy* em inglês.

A teoria dos conjuntos *fuzzy* tem sido utilizada como referência teórica para a representação de incertezas e conhecimentos imprecisos. Quando se utiliza essa teoria, a incerteza inerente aos dados e à opinião do especialista é incorporada aos modelos matemáticos.

Tendo em vista o crescimento da incidência de câncer no Brasil nos últimos anos, em consequência do aumento da expectativa de vida e de uma maior exposição da população a fatores de risco, sua prevenção e tratamento têm sido uma preocupação da ciência médica.

Como o câncer de bexiga é um dos tipos de câncer que mais ocorrem no trato urinário e o carcinoma urotelial superficial de bexiga é uma neoplasia que apresenta altas taxas de recorrência, foi escolhido como tema deste trabalho, juntamente com a teoria dos conjuntos *fuzzy*, que acreditamos ser a mais apropriada para lidar com as incertezas e subjetividades envolvidas no

problema.

O objetivo deste trabalho é a construção de dois modelos matemáticos *fuzzy* para prever os riscos de recidiva e progressão de tumores superficiais de bexiga.

No primeiro capítulo são apresentadas informações gerais sobre o câncer, em particular sobre o câncer de bexiga. Além disso, algumas informações sobre o estadiamento, diagnóstico e terapias que podem ser adotadas, também são apresentadas neste capítulo.

No Capítulo 2 são introduzidos alguns conceitos básicos sobre a Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*, lógica *fuzzy* e sistema baseado em regras *fuzzy* (SBRF) que serão utilizados neste trabalho. Definições e algumas propriedades das medidas e distribuições de probabilidade e possibilidade, que serão úteis na modelagem, também serão apresentadas.

O Capítulo 3 é dedicado à construção de dois sistemas baseados em regras *fuzzy*: um para prever o risco de recidiva e outro para prever o risco de progressão de tumores superficiais de bexiga. Tal previsão, necessária para que se decida a terapia a ser aplicada, é dada de forma subjetiva. A saída de cada sistema é um número real que, associada à variável de saída, informa a possibilidade do risco de recidiva e de progressão ser menor ou maior que 3 anos. Serão apresentados também simulações e resultados, bem como a probabilidade e a probabilidade real de cada variável de saída.

Por fim, no Capítulo 4, apresentamos a conclusão da dissertação e algumas sugestões de trabalhos futuros.

# Capítulo 1

## Câncer - Características do Fenômeno

### 1.1 Introdução

O câncer é um grave problema de saúde pública em países desenvolvidos e em desenvolvimento, sendo responsável por mais de seis milhões de óbitos a cada ano, representando cerca de 12% de todas as causas de morte no mundo [10].

De acordo com World Health Organization (WHO) [28], mais de 70% do total de mortes por câncer ocorre em países com rendimentos médios e baixos, onde recursos disponíveis para prevenção, diagnóstico e tratamento do câncer são limitados ou inexistentes. Estima-se que as mortes por câncer continuarão a subir para 9 milhões de pessoas em 2015 e 11,4 milhões em 2030.

No Brasil, o câncer constitui a terceira causa de morte, atrás somente das doenças do aparelho circulatório e das causas externas, sendo assim a segunda causa de morte por doença.

As estimativas para o ano de 2008 e válidas também para o ano de 2009, segundo o INCA [11], apontam que ocorrerão 466.730 casos novos de câncer no Brasil, sendo 231.860 casos novos para o sexo masculino e 234.870 para

sexo feminino.

## 1.2 Câncer

O corpo humano é formado por milhões de células que se reproduzem através de um processo chamado divisão celular. Em condições normais, este processo é ordenado e controlado e é responsável pela formação, crescimento e regeneração dos tecidos saudáveis do corpo. Porém, existem situações nas quais estas células perdem a capacidade de limitar e controlar o seu próprio crescimento, passando a se multiplicar muito rapidamente e sem nenhum controle. Estas células são conhecidas como células neoplásicas (neo: novo, plasein: formar) [3].

Segundo Kawamura (2007) [15], uma célula normal se transforma em neoplásica devido a uma modificação do genoma celular, ou seja, quando ocorre uma mutação da célula na qual sua morfologia e função se difere da célula-mãe.

O acúmulo de células neoplásicas acaba se tornando uma massa volumosa que recebe a denominação de tumor. Dependendo da velocidade de crescimento dessa massa, ela pode deformar, comprimir, comprometer o órgão de origem ou até mesmo infiltrar em outros órgãos [15].

Em relação ao tipo de tumor, estes podem ser divididos em:

- **Tumor Benigno:** as células deste tumor crescem lentamente e se assemelham com as células do seu tecido original. Geralmente podem ser removidos totalmente através de cirurgia e, na maioria dos casos, não tornam a crescer.
- **Tumor Maligno:** as células deste tumor crescem rapidamente, têm um aspecto indiferenciado (ou seja, não são semelhantes às células do tecido que as originaram) e, além de terem a capacidade de invadir

estruturas próximas, podem espalhar para diversas regiões do corpo.

Em outras palavras, o tumor maligno, também conhecido como câncer, é o nome dado a um conjunto de doenças que têm em comum o crescimento desordenado (maligno) de células que invadem os tecidos e órgãos, podendo espalhar-se (metástase) para outras regiões [11].

Os tumores malignos derivados de tecidos epiteliais (pele ou mucosas) são chamados de carcinomas e os derivados de tecido de origem mesenquimal (tecido conjuntivo como osso, músculo ou cartilagem) são chamados de sarcomas. Um tumor maligno derivado do epitélio glandular é denominado adenocarcinoma (ou carcinoma glandular) e um tumor maligno derivado de tecido cartilaginoso, condrossarcoma [15].

O câncer não tem nenhum sintoma específico. Os sinais e sintomas do tumor dependem do local onde o câncer está, do tamanho do tumor e quanto afeta os órgãos ou as estruturas próximas. Se um câncer se espalhar, os sintomas podem aparecer em diferentes partes do corpo. Mas, às vezes, os cânceres se desenvolvem sem causar sintomas até crescerem completamente. A maioria dos cânceres podem ser tratados e alguns curados dependendo do tipo, da posição e do estágio específico.

Cada tipo de câncer apresenta um comportamento diferente e portanto exige um tratamento distinto, mesmo quando se trata de câncer do mesmo órgão. Algumas modalidades terapêuticas destinadas à pacientes com câncer incluem cirurgia, radioterapia, quimioterapia e imunoterapia.

Segundo Alonso (2007) [1], uma das dificuldades no tratamento de um paciente com câncer é, além da identificação das células malignas, sua destruição sem comprometimento das células normais do organismo. Todas as células cancerosas devem ser removidas sem que as funções do tecido normal sejam danificadas. Caso permaneça alguma célula maligna, poderá ocorrer recidiva, ou seja, o retorno do tumor.

É muito difícil definir a cura do câncer uma vez que não existem métodos

para comprovar que a última célula cancerosa foi eliminada do organismo. Segundo Castanho (2005) [4], a cura, estatisticamente, é o estado no qual o risco da doença é o mesmo, tanto para um grupo de pessoas que tiveram câncer quanto para os que não tiveram.

De acordo com o INCA [11], de 80 a 90% dos casos de câncer está associado a fatores ambientais. Alguns deles são bem conhecidos: o cigarro que pode causar câncer de pulmão, a exposição excessiva ao sol que pode causar câncer de pele, e alguns vírus que podem causar leucemia.

### 1.3 Bexiga

Situada na parte inferior do abdômen, um pouco acima e atrás do osso do púbis, a bexiga é um órgão oco que armazena a urina produzida pelos rins, após a filtração do sangue, retirando as substâncias desnecessárias para o funcionamento do corpo.

A bexiga é uma bolsa de parede elástica que aumenta ou diminui de volume conforme a quantidade de urina que retém. A urina é transportada até a bexiga através de dois tubos chamados ureteres, de forma a liberar as impurezas do organismo e é eliminada através de outro tubo chamado de uretra.

Devido aos seus músculos, a bexiga possui grande distensibilidade e elasticidade. Segundo Prando et al (1997) [22], ela é constituída de quatro camadas: mucosa, submucosa, muscular e serosa. A mucosa é constituída por epitélio de transição. A submucosa é bem desenvolvida e constituída de tecido conjuntivo e tecido elástico e serve para dar suporte à mucosa. Na região do trígono (ver Figura 1.1), a submucosa é escassa ou ausente.

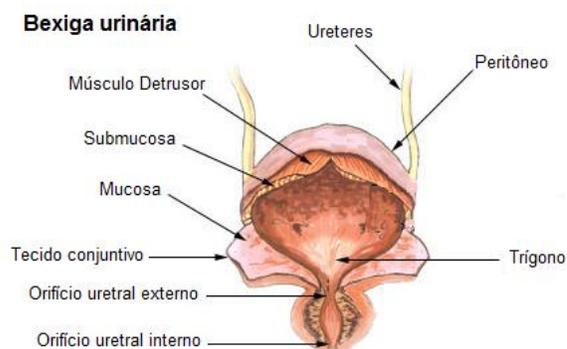


Figura 1.1: Representação da Bexiga Urinária.

## 1.4 Câncer de Bexiga

A neoplasia de bexiga é o segundo tumor mais comum do trato urinário, (correspondendo a 6,2% de todos os tumores malignos) sendo precedido somente pelo câncer de próstata [6]. Segundo Matheus (2007) [18], é a quarta neoplasia mais frequente entre os homens enquanto que no sexo feminino representa o oitavo tipo de tumor mais frequente.

Com relação à sua epidemiologia, o tumor de bexiga apresenta maior ocorrência na faixa etária entre 60 - 70 anos de idade, incidência maior no sexo masculino (3:1) e predomínio na raça branca [18].

Diferentemente do câncer de próstata, o câncer de bexiga é raramente um achado incidental em autópsias, o que sugere que virtualmente todos os casos, em algum momento de sua história natural, se manifestarão clinicamente e serão diagnosticados. No momento do diagnóstico, cerca de 85% dos cânceres de bexiga estão limitados apenas à própria bexiga. Nos 15% restantes, o câncer já invadiu os gânglios linfáticos ou outros órgãos[19].

O primeiro sinal de aviso do câncer de bexiga é, na maioria dos casos,

hematúria <sup>1</sup> indolor. Segundo Netto Jr. (2008) [6], até 90% dos pacientes com câncer de bexiga têm hematúria macro ou microscópica na apresentação inicial. Alguns pacientes podem apresentar sintomas urinários irritativos, como urgência miccional e polaciúria <sup>2</sup> que sugere presença de carcinoma *in situ* ou invasão da camada muscular.

Segundo Rocha [23], apesar de seu comportamento por vezes bastante agressivo, os tumores de bexiga têm sido controlados e os índices de sobrevivência nestes casos melhoraram significativamente nas últimas décadas. Nos últimos 25 anos a incidência aumentou 5%, mas o índice de mortalidade pela doença diminuiu 36% [7]. Com os avanços em Oncologia, mais de 70% dos pacientes com câncer de bexiga são atualmente curados ou controlados.

O câncer de bexiga tem sempre início na mucosa. Na fase inicial, limita-se a esta camada. Durante um determinado período de tempo, o câncer cresce apenas em direção ao interior da bexiga. Nesta fase, se for detectado, a cura poderá proceder-se através de um tratamento local, simples e sem necessidade de abertura da bexiga. Na fase seguinte, o câncer invade a camada muscular da bexiga. Ao mesmo tempo, o câncer aumenta de tamanho na superfície interior e alastra para os lados. Em seguida, atravessa a parede da bexiga, invadindo o peritônio ou os outros tecidos no exterior da bexiga. Enquanto o câncer se limitar à mucosa, é pouco provável que alastre para os gânglios linfáticos mais distantes. Mas, assim que o músculo da parede da bexiga é invadido, cerca de 13% dos cânceres também já se alastraram aos gânglios linfáticos. Quando o câncer penetra na parede e atinge o tecido circundante, em aproximadamente 90% dos casos também já invadiu os gânglios linfáticos. Assim, as células cancerosas estão mais propensas a se espalharem para os outros órgãos do corpo (metástase) [19].

Dependendo da profundidade da invasão do tumor na parede da bexiga, o câncer é dividido em superficial e invasivo. O câncer superficial é limitado

---

<sup>1</sup>Sangue na urina.

<sup>2</sup>Aumento da frequência urinária.

a uma camada tecidual que recobre a bexiga chamado urotélio enquanto que o invasivo já penetrou pelo menos a camada muscular da parede da bexiga.

### 1.4.1 Estadiamento

O estadiamento da doença é fundamental para o planejamento terapêutico e compreensão do prognóstico do paciente. São levados em consideração dados referentes a extensão local da doença, presença de linfonodos acometidos e metástases.

Para determinar a profundidade de invasão da parede vesical, o tipo histológico e o grau de diferenciação celular é necessário a realização da cistoscopia <sup>3</sup> que inclui biópsia da lesão tumoral, ou mais comumente, ressecção transuretral (RTU) completa do tumor, que serão vistos mais adiante.

Atualmente, o sistema de classificação mais utilizado para o estadiamento é o TNM – 2002 da União Internacional Contra o Câncer (UICC). O Sistema TNM utiliza as letras T, N e M para avaliar a dimensão do tumor primário (T), a extensão da disseminação em linfonodos regionais (N) e a presença ou não de metástases à distância (M).

Na interpretação de cada fator são analisadas as diversas variações que, para o tumor primitivo, vão de T1 a T4, para o comprometimento linfático, de N0 a N3 e, para as metástases à distância, de M0 a M1.

Os tumores de bexiga superficiais representam 70% dos casos de câncer de bexiga e correspondem aos estádios Tis, Ta e T1. Quando diagnosticados, de 15 a 25% dos casos, os tumores já invadiram a camada muscular e estão nos estádios T2–T4. No estágio T4, o tumor invade qualquer dos seguintes órgãos: próstata, útero, vagina, parede pélvica ou abdominal.

A Figura 1.2 representa as várias formas de crescimento do tumor e a Tabela 1.1 descreve a classificação TNM.

---

<sup>3</sup>Exame que permite a visualização do interior da bexiga, a análise do tumor em relação à sua forma, seu tamanho e número de lesões [20].

<b>T - Tumor Primário</b>	
Tx	Tumor primário não pode ser avaliado
T0	Ausência de tumor primário
Ta	Carcinoma papilar não invasivo (restrito à mucosa)
Tis	Carcinoma in situ
T1	Tumor com invasão subepitelial (invasão da lâmina própria)
T2	Tumor com invasão muscular
	T2a   invasão muscular superficial
	T2b   invasão muscular profunda
T3	Tumor invade tecido perivesical
	T3a   Invasão microscópica da gordura perivesical
	T3b   Invasão macroscópica da gordura perivesical
T4	Tumor invade qualquer um dos seguintes órgãos: próstata, útero, vagina, parede pélvica ou abdominal
	T4a   Tumor invade a próstata, útero ou vagina
	T4b   Tumor invade a parede pélvica ou abdominal
<b>N - Linfonodos regionais</b>	
Nx	Linfonodos regionais não podem ser avaliados
N0	Ausência de metástase em linfonodos regionais
N1	Metástase, em um único linfonodo, com 2 cm ou menos em sua maior dimensão
N2	Metástase, em um único linfonodo, com mais de 2 cm até 5 cm em sua maior dimensão, ou em múltiplos linfonodos, nenhum com mais de 5 cm em sua maior dimensão
N3	Metástase em linfonodo com mais de 5 cm em sua maior dimensão
<b>M - Metástases à distância</b>	
Mx	A presença de metástase à distância não pode ser avaliada
M0	Ausência de metástase à distância
M1	Metástase à distância

Tabela 1.1: Classificação TNM – 2002 das neoplasias vesicais.

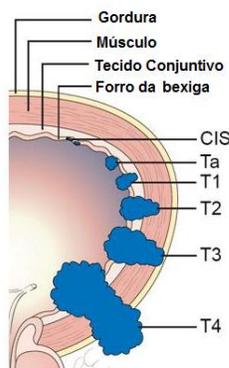


Figura 1.2: Esquema dos tumores da bexiga em seus diversos graus de invasão.

O grau histológico dos tumores baseia-se no grau de diferenciação das células tumorais e no número de mitoses. O primeiro refere-se a maior ou menor semelhança das células tumorais com as do tecido normal que se supõe ter dado origem. Ao contrário do que se supõe, uma neoplasia maligna não é uma entidade homogênea; ela tem, numa mesma área, células com graus diferentes de diferenciação. Por outro lado, alguns tumores podem modificar este grau à medida que evoluem, tornando-se pouco diferenciados, o que traduz uma maior rapidez de crescimento e maior agressividade. Outro dado importante é o número de mitoses, que expressa a atividade celular. Quanto maior a proliferação de um tecido, maior será o número de mitoses verificadas.

O grau histológico é realizado seguindo a nova classificação da World Health Organization (WHO) – 2004:

- **Baixo grau de semelhança:** as células de um tumor de baixo grau tem maior semelhança com as do tecido normal da bexiga, raramente apresentam progressão e são menos agressivas.
- **Alto grau de semelhança:** as células deste tipo de tumor são mais indiferenciadas (ou seja, apresentam pouca semelhança com as células do

tecido normal da bexiga), têm maior chance de recorrência, progressão e são mais agressivas.

Dependendo da época de coleta dos dados, muitos trabalhos recentes ainda utilizam a classificação antiga de 1973. A comparação entre as classificações antiga (de 1973) e atual (de 2004) do grau histológico está na Tabela 1.2.

<b>Classificação WHO - 1973</b>	<b>Classificação WHO - 2004</b>
Grau 1 - Bem diferenciado	Carcinoma urotelial papilífero de baixo grau
Grau 2 - Moderadamente diferenciado	Carcinoma urotelial papilífero de alto grau
Grau 3 - Pouco diferenciado	Carcinoma urotelial papilífero de alto grau

Tabela 1.2: Comparação da classificação do grau histológico.

## 1.5 Evolução clínica

Dos 70% dos tumores de bexiga superficiais, aproximadamente 70% estão no estágio Ta, 20% em estágio T1 e 10% se apresentam como Cis. De acordo com o tamanho, o número de lesões, o estadiamento e o grau de diferenciação do tumor, os pacientes podem ter baixo ou alto risco de progressão. Os tumores Ta de baixo grau apresentam taxas de recorrência de 50 a 70%, porém progridem em apenas 5% dos casos, sendo considerados de baixo risco. Já os tumores T1 de alto grau recorrem em até 80% dos casos, com taxas de progressão de 50% em três anos. A presença de Cis confere pior prognóstico, com aumento das taxas de progressão [6].

Os riscos de recidiva e progressão em relação a estadiamento, tamanho, multicentricidade e presença de Cis são demonstrados na Tabela 1.3.

<b>Risco</b>	<b>Definição</b>
Baixo	pTa baixo grau < 3cm
Intermediário	pTa baixo grau > 3cm, pTa alto grau, pT1 baixo grau, tumores de baixo risco recidivados ou multifocais
Alto	pT1 alto grau, presença de Cis, tumores de risco intermediário multifocais ou recidivados

Tabela 1.3: Definição do risco de recidiva e progressão em tumores superficiais da bexiga.

Segundo Netto Jr. (2008) [6], o tumor invasivo, com estadiamento maior ou igual a T2, é encontrado em até 30% dos pacientes no momento do diagnóstico. Pacientes que são submetidos a cistectomia radical (cirurgia com retirada da bexiga) tem sobrevida livre de doença variando de 36 a 80% em cinco anos de acompanhamento, dependendo do estadiamento e do grau histológico. Quando há acometimento tumoral dos linfonodos pélvicos, a sobrevida livre da doença cai para 5 a 33%, dependendo do grau de extensão do comprometimento.

### 1.5.1 Tratamento

O tratamento é baseado no grau de malignidade do tumor, na presença ou não de invasão da musculatura da bexiga e na presença ou não de metástases.

Para tumores superficiais de bexiga, a ressecção transuretral (RTU) do tumor é o tratamento inicial que tem como objetivo o diagnóstico e o tratamento curativo [3]. Durante a RTU, a lesão tumoral é ressecada até a camada muscular da bexiga. Após uma análise histopatológica do material retirado, é demonstrado a extensão da parede vesical, o grau e o tipo histológico.

Uma combinação de diferentes terapias incluindo cirurgia, radioterapia (utiliza radiação para matar as células cancerígenas), quimioterapia (utiliza medicamentos para destruir as células doentes que formam um tumor) ou

imunoterapia (utiliza o sistema imunológico para combater o câncer) podem ser usadas no combate ao câncer de bexiga. O tipo de cirurgia depende do estágio e tipo de tumor. Os cânceres que cresceram e invadiram a parede da bexiga ou que mesmo chegaram a atravessá-la não podem ser completamente removidos através da ressecção tumoral endoscópica. Habitualmente, esses tumores são tratados através da remoção completa da bexiga.

# Capítulo 2

## Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*

### 2.1 Introdução

Conceitos como *alto*, *baixo*, *pequeno*, sempre foram utilizados em nosso cotidiano e apesar das incertezas destes conceitos, eles são transmitidos e perfeitamente compreendidos linguisticamente entre os interlocutores. É neste tipo de incerteza que a lógica *fuzzy* tem dado suas principais contribuições.

Em muitos problemas na matemática, não temos nenhuma dificuldade em classificar elementos como pertencentes ou não a um dado conjunto clássico. Por exemplo, afirmamos sem receio, que o número 1 pertence ao conjunto dos números naturais e que -1 não pertence a este mesmo conjunto. Este é um caso sobre o qual não temos dúvidas, sendo a lógica booleana devidamente aplicada. No entanto, não saberíamos dizer, com exatidão, se, por exemplo, os números 5 e 2,5 pertencem ao conjunto dos números próximos de 2. Neste caso, usando a teoria dos conjuntos *fuzzy*, poderíamos dizer que os números 5 e 2,5 pertencem ao conjunto dos números próximos de 2, mas com um certo grau que indicaria que estes números são próximos de 2 com maior ou menor intensidade.

Existem inúmeras situações em que a relação de pertinência não é bem definida e, nestes casos, não sabemos dizer se o elemento pertence ou não a

um dado conjunto. Foi, então, em 1965, que Lofti Asker Zadeh, professor do departamento de engenharia elétrica e ciências da computação da Universidade de Califórnia, em Berkeley [21], introduziu o conceito de conjuntos *fuzzy*, acreditando que tais conjuntos poderiam resolver problemas de conjuntos que não possuíam fronteiras bem definidas, ou seja, cuja a transição entre os conjuntos é suave e não abrupta.

A Teoria dos Conjuntos *Fuzzy* vem desenvolvendo e ganhando espaço e, cada vez mais, está sendo usada como ferramenta para a formulação de modelos de vários campos das ciências [2].

Neste capítulo, serão apresentados alguns conceitos fundamentais da teoria dos conjuntos *fuzzy* necessários para o desenvolvimento desta dissertação.

## 2.2 Porque aplicar a Lógica *Fuzzy* à Medicina?

Nas ciências da saúde há diversos tipos de incerteza e imprecisão, e com frequência, o processo de tomada de decisão acaba apoiando-se em conceitos vagos, estranhos à lógica clássica. Por exemplo, o diagnóstico de doenças envolve vários níveis de imprecisão e incerteza, particularmente nos estudos de epidemiologia.

Uma única doença pode se manifestar de forma totalmente diferente em diferentes pacientes e com vários graus de severidade. Além disso, um único sintoma pode ser indicativo de várias doenças distintas, e a presença de outras doenças em um mesmo indivíduo pode alterar completamente o padrão sintomático esperado para qualquer uma delas. Estes efeitos costumam ser geradores de muitas incertezas e imprecisões afetando nas interpretações dos exames e no diagnóstico. Vale lembrar ainda, que as doenças são geralmente descritas com a utilização de termos linguísticos (que são intrinsecamente vagos) e que muitas são as variáveis qualitativas em medicina, o que apresenta

dificuldades na utilização de métodos quantitativos [21].

Como a teoria dos conjuntos *fuzzy* foi desenvolvida para lidar com o conceito de verdade parcial, ou seja, com valores de verdade entre o completamente verdadeiro e o completamente falso da lógica booleana, dificilmente podemos considerar um indivíduo completamente doente, uma vez que algumas funções (ou a maioria delas) permanecem perfeitas. Da mesma forma, não podemos nos considerar completamente saudáveis, pois quase sempre estamos resfriados, gripados, estressados ou mal alimentados.

Assim, a lógica *fuzzy* pode ser uma ferramenta realmente útil na abordagem de problemas em medicina. De fato, a aplicação dessa teoria na área médica tem demonstrado a sua capacidade para aprimorar e desenvolver equipamentos e modelos nas mais diversas atividades hospitalares e de pesquisa [21].

## 2.3 Conjuntos *Fuzzy*

Os conjuntos *fuzzy* são conjuntos que não possuem fronteiras bem definidas e que foram introduzidos devido ao fato dos conjuntos clássicos apresentarem limitações para lidar com problemas onde as transições de uma classe para outra acontecem de forma suave. Sua definição, propriedades e operações são obtidas da generalização da teoria de conjuntos clássicos, recaindo esta em um caso particular da teoria de conjuntos *fuzzy*.

Segundo Barros e Bassanezi (2006) [2], para obter a formalização matemática de um conjunto *fuzzy*, Zadeh baseou-se no fato de que qualquer conjunto clássico pode ser caracterizado por uma função - sua *função característica* - cuja definição será dada a seguir.

**Definição 2.3.1.** *Sejam  $U$  um conjunto e  $A$  um subconjunto de  $U$ . A função característica de  $A$  é dada por*

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in A \\ 0 & \text{se } x \notin A \end{cases} .$$

Assim, o domínio da função  $\chi_A$  é o conjunto  $U$  e a imagem está contida no conjunto  $\{0, 1\}$ , onde  $\chi_A(x) = 1$  indica que  $x$  é elemento de  $A$  enquanto que  $\chi_A(x) = 0$  indica que o elemento  $x$  não está em  $A$ . Desta forma, a função característica discrimina entre todos os elementos de  $U$  aqueles que, segundo algum critério, pertencem ou não ao subconjunto  $A$  de  $U$  e portanto divide o conjunto universo  $U$  em duas partes com fronteira bem definida.

Foi ampliando o contradomínio da função característica, que é o conjunto  $\{0, 1\}$ , para o intervalo  $[0, 1]$ , que Zadeh sugeriu a formalização matemática de imprecisões.

Seja  $U$  um conjunto (clássico).

**Definição 2.3.2.** *Um subconjunto fuzzy  $F$  de  $U$  é caracterizado por uma função*

$$\mu_F : U \rightarrow [0, 1],$$

*chamada função de pertinência do subconjunto fuzzy  $F$  e é representado pelo conjunto de pares ordenados*

$$F = \{(x, \mu_F(x)), \text{ com } x \in U\}.$$

O valor da função de pertinência  $\mu_F(x)$  indica o grau de pertinência do elemento  $x$  em  $F$ , ou seja, indica o quanto  $x$  é compatível com o subconjunto  $F$  e este valor pertence ao intervalo  $[0, 1]$ , onde  $\mu_F(x) = 1$  indica a pertinência plena e  $\mu_F(x) = 0$  indica a não pertinência de  $x$  ao subconjunto *fuzzy*  $F$ .

Os gráficos da Figura 2.1 esboçam um exemplo de subconjuntos clássicos e *fuzzy* respectivamente.

A seguir será dado algumas definições importantes na teoria dos conjuntos *fuzzy*.

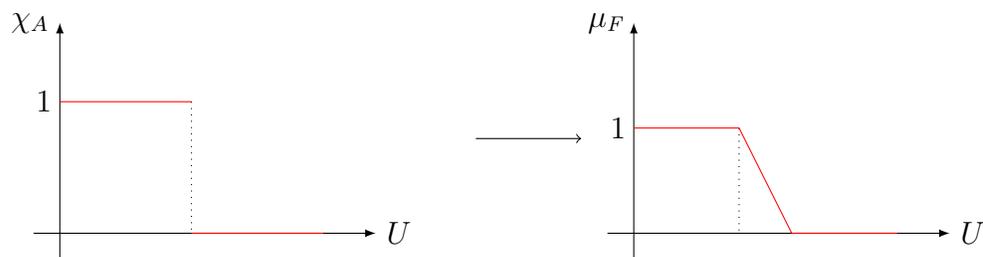


Figura 2.1: Exemplos de conjuntos clássico e *fuzzy*.

**Definição 2.3.3.** O suporte de um subconjunto fuzzy  $F$  é o conjunto clássico de todos os elementos  $x \in U$  cuja função de pertinência de  $F$  tem valor diferente de zero, ou seja,

$$\text{supp}(F) = \{x \in U : \mu_F(x) > 0\}.$$

Um exemplo de suporte é dado na Figura 2.2.

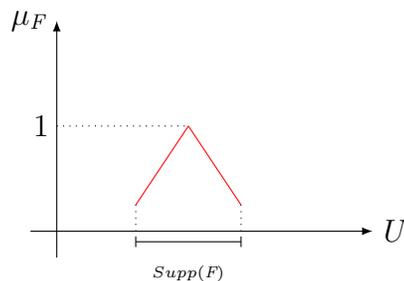


Figura 2.2: Exemplo de suporte.

**Definição 2.3.4.** Seja  $A$  um subconjunto fuzzy definido num universo finito  $U$ . A cardinalidade de  $A$  é definida por:

$$\text{Card}(A) = \sum_{x \in U} \mu_A(x).$$

A cardinalidade de um conjunto *fuzzy* nem sempre existe quando  $U$  é um conjunto infinito. Neste caso, se  $U$  tem suporte finito, então

$$Card(A) = \sum_{x \in \text{supp}(U)} \mu_A(x).$$

**Definição 2.3.5.** A altura de um subconjunto *fuzzy*  $A$  é definida por

$$hgt(A) = \sup_{x \in U} \mu_A(x),$$

ou seja, é o maior grau de pertinência obtido por qualquer elemento do subconjunto *fuzzy*  $A$ .

Os subconjuntos *fuzzy* com altura igual a 1 são chamados *normais* e aqueles cuja altura é inferior a 1 são chamados *subnormais*.

A operação

$$Norm \mu_A(x) = \frac{\mu_A(x)}{hgt(A)},$$

que converte um conjunto subnormal não vazio em sua versão normalizada é chamada de *normalização*.

## 2.4 Operações entre Conjuntos *Fuzzy*

As três operações básicas nos conjuntos clássicos - união, intersecção e complemento - também podem ser generalizadas para conjuntos *fuzzy*. Sejam  $A$  e  $B$  subconjuntos *fuzzy* do conjunto universo  $U$  com suas respectivas funções de pertinência  $\mu_A$  e  $\mu_B$ .

**Definição 2.4.1.** A união de  $A$  e  $B$  é o subconjunto *fuzzy* de  $U$  cuja função de pertinência é dada por

$$\mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x),$$

onde  $\vee$  denota o operador máximo e  $x \in U$ .

**Definição 2.4.2.** A intersecção de  $A$  e  $B$  é o subconjunto fuzzy do conjunto universo  $U$  cuja função de pertinência é dada por

$$\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x),$$

onde  $\wedge$  denota o operador mínimo e  $x \in U$ .

Dois subconjuntos fuzzy  $A$  e  $B$  em  $U$  são iguais se suas funções de pertinência,  $\mu_A$  e  $\mu_B$ , forem iguais para todos elementos do conjunto universo  $U$ , isto é:

$$A = B \text{ se } \mu_A(x) = \mu_B(x), \forall x \in U.$$

Um conjunto fuzzy  $A$  é um subconjunto fuzzy de  $B$ , ou seja  $A \subset B$  se

$$\mu_A(x) \leq \mu_B(x), \forall x \in U.$$

**Definição 2.4.3.** O complementar de  $A$  é o subconjunto fuzzy  $\bar{A}$  do conjunto universo  $U$  cuja função de pertinência é dada por

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x),$$

onde  $x \in U$ .

As Figuras 2.3 e 2.4 ilustram exemplos de união e intersecção dos subconjuntos fuzzy  $A$  e  $B$  e o complemento do conjunto fuzzy  $B$  (destacados de preto).

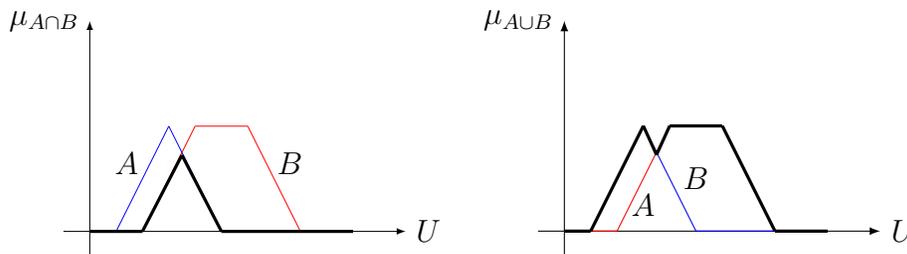


Figura 2.3: Intersecção e união dos subconjuntos fuzzy  $A$  e  $B$ .

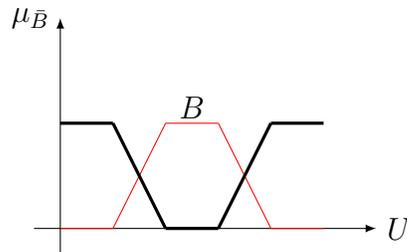


Figura 2.4: Complementar do subconjunto *fuzzy*  $B$ .

## 2.5 Lógica *Fuzzy*

Segundo Chiu e Park (1994) [5], conforme o grau de incerteza de um problema aumenta, a capacidade de descrição de um modelo para resolução do mesmo decresce. Assim sendo, fez-se necessário o surgimento de uma teoria que fornecesse subsídios para a resolução de problemas com alto grau de incerteza, sem que informações importantes se perdessem durante a manipulação dos dados por incapacidade do modelo matemático em lidar com a incerteza inerente ao mesmo.

A Lógica *Fuzzy*, também chamada de Lógica Difusa ou Lógica Nebulosa, pode ser definida como a lógica que suporta os modos de raciocínio que são aproximados, ao invés de exatos. Ela está baseada na teoria dos conjuntos *fuzzy* e difere dos sistemas lógicos tradicionais em suas características e detalhes. Nesta lógica, o raciocínio exato corresponde a um caso limite do raciocínio aproximado, quando as incertezas são eliminadas ou tendem a zero.

Enquanto que a lógica clássica é bivalente, ou seja, uma declaração é falsa ou verdadeira, não podendo ser ao mesmo tempo parcialmente verdadeira e parcialmente falsa, a lógica *fuzzy* é multivalente, isto é, reconhece múltiplos valores, assegurando que a verdade é uma questão de ponto de vista ou graduação, definindo o grau de veracidade em um intervalo  $[0, 1]$  [1].

Com base na teoria dos conjuntos nebulosos, a lógica *fuzzy* tem se mostrado mais adequada para tratar imperfeições da informação do que a teoria das probabilidades. De forma mais objetiva e preliminar, a lógica *fuzzy* também pode ser definida como sendo uma ferramenta capaz de capturar informações vagas, em geral, descritas em uma linguagem natural, e convertê-las para um formato numérico, de fácil manipulação pelos computadores.

Kaufmann e Gupta (1988) [13], afirmam que a lógica *fuzzy* é composta por conceitos e técnicas que dão a forma matemática ao processo intuitivo humano que na sua grande maioria é caracterizado pela imprecisão e ambiguidade.

Von Altrock (1996) [27] e Jané (2004) [12], enfatizam que a lógica *fuzzy* permite o desenvolvimento de sistemas que representam decisões humanas, onde a lógica e a matemática convencional (booleana) se mostram insuficientes ou, em alguns casos, até ineficientes. Portanto, nota-se uma preocupação ao definir o conceito de lógica *fuzzy*, em demonstrar seu objetivo principal que é aproximar de tal maneira que ao relacionar certos dados, possa gerar uma resposta aproximada do problema relacionado. Assim, espera-se através de um modelo matemático baseado no conhecimento intuitivo humano, resolver problemas complexos e compostos por variáveis cuja informação contida é incerta, de uma maneira organizada e com máxima confiabilidade possível.

### 2.5.1 Variáveis linguísticas

A lógica *fuzzy* utiliza variáveis linguísticas no lugar de variáveis numéricas. Uma variável linguística ou variável *fuzzy* é uma variável cujos valores assumidos por ela são subconjuntos *fuzzy* do conjunto universo. As variáveis *fuzzy* admitem como valores os chamados termos primários como “*baixo*”, “*médio*”, “*alto*”. Para alterar seu valor, podem ser aplicados os modificadores (também linguísticos) como “*muito*”, “*pouco*”, “*mais ou menos*”. Existem

também os conectivos lógicos “*não*”, “*e*” e “*ou*” que podem ser aplicados à esta variável.

Segundo Von Altrock (1996) [27] e Jané (2004) [12], as chamadas variáveis linguísticas constituem o “vocabulário” da lógica *fuzzy*, trazendo toda a incerteza presente no pensamento e na expressão oral do ser humano, para sistemas de decisão que priorizam o padrão e respeitam determinada metodologia durante o cálculo computacional envolvido.

As funções de pertinência que modelam as variáveis e suas classificações linguísticas, podem assumir diferentes formas, dependendo do conceito que se deseja representar e do contexto em que serão utilizadas. É comum fazer o uso de funções de pertinência padrão, como as de forma triangular, trapezoidal e Gaussiana, mas em aplicações práticas, as formas escolhidas inicialmente podem sofrer ajustes em função dos resultados observados.

A utilização de variáveis linguísticas facilita a transição gradual entre estados, pois estas possuem uma capacidade natural de expressar observações e medidas incertas. Além disso, é possível converter informações qualitativas em formas que podem ser implementadas computacionalmente [26].

## 2.5.2 Relações *Fuzzy*

Uma proposição da forma “*Se x é A e y é B, então z é C ou z é D*” pode ser modelada como conjuntos *fuzzy*. Para isso, é necessário modelar os conectivos *ou* e *e*, assim como a condição *se... então...* Para modelar o conectivo *e*, há uma classe de conectivos denominada *t-norma* e modelar o conectivo *ou* temos *s-norma*, que serão definidos a seguir.

**Definição 2.5.1.** *Uma operação binária*

$$t: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$$

$$\mathbf{t}(x, y) = x\mathbf{t}y,$$

é uma  $\mathbf{t}$ -norma se satisfaz as seguintes condições:

(i) *Comutatividade:*  $\mathbf{t}(x, y) = x\mathbf{t}y = y\mathbf{t}x = \mathbf{t}(y, x)$

(ii) *Associatividade:*  $x\mathbf{t}(y\mathbf{t}z) = (x\mathbf{t}y)\mathbf{t}z$

(iii) *Monotonicidade:* se  $x \leq y$  e  $w \leq z$  então  $x\mathbf{t}w \leq y\mathbf{t}z$

(iv) *Condições de Fronteira:*  $\mathbf{t}(0, x) = 0\mathbf{t}x = 0$  e  $\mathbf{t}(1, x) = 1\mathbf{t}x = x$

para todo  $x, y, z \in [0, 1]$ .

**Definição 2.5.2.** Uma  $\mathbf{s}$ -norma (ou  $\mathbf{t}$ -conorma) é uma operação binária em  $[0, 1]$ , isto é,

$$\mathbf{s} : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$$

$$\mathbf{s}(x, y) = x\mathbf{s}y,$$

que satisfaz as seguintes condições:

(i) *Comutatividade:*  $\mathbf{s}(x, y) = x\mathbf{s}y = y\mathbf{s}x = \mathbf{s}(y, x)$

(ii) *Associatividade:*  $x\mathbf{s}(y\mathbf{s}z) = (x\mathbf{s}y)\mathbf{s}z$

(iii) *Monotonicidade:* se  $x \leq y$  e  $w \leq z$  então  $x\mathbf{s}w \leq y\mathbf{s}z$

(iv) *Condições de Fronteira:*  $\mathbf{s}(0, x) = 0\mathbf{s}x = x$  e  $\mathbf{s}(1, x) = 1\mathbf{s}x = 1$

para todo  $x, y, z \in [0, 1]$ .

A proposição “Se  $x$  é  $A$ , então  $y$  é  $B$ ” descreve uma relação entre as variáveis  $x$  e  $y$ . Uma relação clássica exprime a presença ou a ausência de uma associação (ou iteração) entre elementos de dois ou mais conjuntos.

**Definição 2.5.3.** *Uma relação clássica  $R$  sobre  $U_1 \times U_2 \times \cdots \times U_n$  é qualquer subconjunto clássico do produto cartesiano  $U_1 \times U_2 \times \cdots \times U_n$  e pode ser representada por sua função característica*

$$\chi_R : U_1 \times U_2 \times \cdots \times U_n \rightarrow \{0, 1\},$$

com

$$\chi_R(u_1, u_2, \cdots, u_n) = \begin{cases} 1 & \text{se } (u_1, u_2, \cdots, u_n) \in R \\ 0 & \text{se } (u_1, u_2, \cdots, u_n) \notin R \end{cases} .$$

Assim como os conjuntos *fuzzy*, as relações *fuzzy* são uma generalização das relações clássicas. Além de indicar se há ou não alguma associação entre dois objetos, as relações *fuzzy* indicam também o grau da associação entre elementos de dois ou mais conjuntos *fuzzy*.

**Definição 2.5.4.** *Uma relação fuzzy  $R$  sobre  $U_1 \times U_2 \times \cdots \times U_n$  é qualquer subconjunto fuzzy do produto cartesiano (usual)  $U_1 \times U_2 \times \cdots \times U_n$  e é caracterizada por sua função de pertinência*

$$\mu_R : U_1 \times U_2 \times \cdots \times U_n \rightarrow [0, 1],$$

com  $\mu_R(u_1, u_2, \cdots, u_n) \in [0, 1]$  indicando o grau com que os elementos  $u_i \in U_i$ , para  $i = 1, 2, \cdots, n$ , que compõem a  $n$ -upla  $(u_1, u_2, \cdots, u_n)$ , estão relacionados segundo a relação  $R$ .

Se um produto cartesiano é formado por apenas dois conjuntos, a relação é chamada de *relação binária* sobre esse produto cartesiano e se todos os  $n$  conjuntos forem iguais a  $U$ , isto é,  $U_1 = U_2 = \cdots = U_n = U$ , a relação é chamada de *relação fuzzy  $n$ -ária* sobre  $U$ .

Um conceito importante, principalmente na teoria dos controladores *fuzzy*, é o produto cartesiano *fuzzy* cuja definição será dada a seguir.

**Definição 2.5.5.** A relação fuzzy  $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n$  cuja função de pertinência é

$$\mu_{A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n}(u_1, u_2, \dots, u_n) = \min[\mu_{A_1}(u_1), \mu_{A_2}(u_2), \dots, \mu_{A_n}(u_n)],$$

é o produto cartesiano fuzzy dos subconjuntos fuzzy  $A_1, A_2, \dots, A_n$  de  $U_1, U_2, \dots, U_n$ , respectivamente.

Outra definição muito importante nas aplicações é a composição entre relações.

Considere duas relações fuzzy binárias  $R$  e  $S$  em  $U \times V$  e  $V \times W$ , respectivamente.

**Definição 2.5.6.** A relação fuzzy  $RoS$  em  $U \times W$  cuja função de pertinência é dada por

$$\mu_{RoS}(u, w) = \sup_{v \in V} [\min(\mu_R(u, v), \mu_S(v, w))],$$

onde  $u, v, w \in U, V, W$ , respectivamente, é chamada de composição fuzzy binária.

Geralmente, a composição acima é chamada de *composição max-min*. Quando  $U, V$  e  $W$  são conjuntos finitos, o procedimento para calcular esta composição é semelhante ao de multiplicação de matrizes substituindo o produto pelo mínimo e a soma pelo máximo.

### 2.5.3 Regras Fuzzy

As regras fuzzy são estruturas vastamente utilizadas em várias abordagens da teoria fuzzy. De acordo com Barros e Bassanezi (2006) [2], a base de regras cumprem o papel de “traduzir” matematicamente as informações que levam a base de conhecimentos do sistema fuzzy. Quanto mais precisas forem

tais informações, menos *fuzzy* será a relação *fuzzy* que representa a base de conhecimentos.

Uma proposição é um tipo particular de sentença, a saber, aquela que nega ou afirma um predicado de um sujeito [26]. Tradicionalmente, uma proposição lógica tem dois extremos: ou é verdadeira ou é falsa. Entretanto, na lógica *fuzzy*, uma premissa varia em grau de verdade de 0 a 1, o que leva a ser parcialmente verdadeira ou parcialmente falsa.

A forma canônica de uma proposição *fuzzy* básica  $p$  é representada por

$$p: x \text{ é } A,$$

onde  $x$ , que pode ser interpretado como uma variável linguística, é o sujeito e  $A$  é um conjunto *fuzzy* que representa um predicado *fuzzy* (o estado da variável).

Uma proposição *fuzzy* composta tem a seguinte forma

$$q: x_1 \text{ é } A_1 \square x_2 \text{ é } A_2 \square \dots \square x_n \text{ é } A_n,$$

onde, para cada  $i$ , com  $i = 1, \dots, n$ ,  $x_i$  é uma variável linguística do conjunto universo  $U_i$ ,  $A_i$  é um conjunto *fuzzy* de  $U_i$  e  $\square$  representa uma conjunção (e) ou uma disjunção (ou).

Regras do tipo *Se-Então* são frequentemente chamadas de *Declarações Condicionais Fuzzy* ou simplesmente *Regras Fuzzy*. Podem ainda serem chamadas de *Regras de Controle Fuzzy* ou *Regras de Modelagem Fuzzy*, caso o propósito seja controlador ou modelagem [9].

Assim como na proposição clássica, a proposição *fuzzy* condicional apresenta a seguinte estrutura:

**Se** “estado” **Então** “resposta”,

onde cada “estado” e cada “resposta” são valores assumidos por variáveis linguísticas, e esses por sua vez, são modelados por conjuntos *fuzzy*. Os conjuntos *fuzzy* que compõem o “estado” e a “resposta” são chamados respectivamente de *antecedentes* e *consequentes*. Assim, o *antecedente* descreve uma

condição (premissa), enquanto que o *consequente* descreve uma conclusão ou uma ação que pode ser esboçada quando as premissas se verificam.

Segundo Ortega (2001) [21], o antecedente de uma regra *fuzzy* descreve uma condição elástica, ou seja, uma condição que pode ser parcialmente satisfeita, enquanto que o antecedente de uma regra clássica descreve uma condição rígida, isto é, a regra não funciona se o antecedente não é completamente satisfeito.

Considere a seguinte regra:

$p$ : Se  $x_1$  é  $A_1$   $\square$   $x_2$  é  $A_2$   $\square$   $\dots$   $\square$   $x_n$  é  $A_n$ , então  $y_1$  é  $B_1$   $\square$   $\dots$   $\square$   $y_m$  é  $B_m$

onde  $x_1, x_2, \dots, x_n$  são variáveis linguísticas,  $A_1, A_2, \dots, A_n$  são conjuntos *fuzzy* nos conjuntos universos  $U_1, U_2, \dots, U_n$  e  $\square$  representa uma conjunção (e) ou disjunção (ou).

Segundo Castanho (2005) [4] e Silveira (2007) [26], a regra  $p$  induz a relação  $P$  no produto cartesiano  $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$ , ou seja,

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_m) = f(P_a(x_1, x_2, \dots, x_n), P_c(y_1, y_2, \dots, y_m)),$$

onde  $f$  pode ser uma implicação entre o antecedente e o consequente da regra  $p$ ,  $P_a$  pode ser uma conjunção (t-norma, que modela o conectivo *e*) ou disjunção (s-norma, que modela o conectivo *ou*) entre os antecedentes de  $p$  e  $P_c$ , uma conjunção (t-norma) ou disjunção (s-norma) entre os consequentes da regra  $p$ .

Uma regra condicional pode ainda ter a forma

**Se** (antecedente) **Então** (consequente)[**peso**],

onde o *peso*, que é aplicado no antecedente da regra, é um número real que descreve a confiança da regra e seu valor varia numa escala de 0 a 1.

Segundo Silveira (2007) [26], um peso igual a 0 indica que a regra não é importante e pode até ser desprezada, enquanto que um peso igual a 1 não modifica a importância da regra pois não interfere na implicação.

No caso de uma regra ponderada, ou seja, uma regra condicional com atribuição de um peso, a relação *fuzzy* é calculada da seguinte forma:

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_m) = f(P_a(x_1, x_2, \dots, x_n) * peso, P_c(y_1, y_2, \dots, y_m)),$$

onde  $f$ ,  $P_a$  e  $P_c$  são como anteriormente.

## 2.6 Sistema Baseado em Regras *Fuzzy*

Uma aplicação da lógica *fuzzy* é a construção de sistemas *fuzzy* no qual para cada entrada *fuzzy* faz-se corresponder uma saída *fuzzy*. Segundo Silveira (2007) [26], uma vantagem dos sistemas *fuzzy* é a habilidade de explicitar, linguisticamente, relações que ou são muito complexas ou não são suficientemente bem entendidas para serem descritas por modelos matemáticos precisos.

Os sistemas baseados em regras *fuzzy* (SBRF) contêm quatro componentes: um processador de entrada que realiza a fuzzificação dos dados de entrada, uma coleção de regras *fuzzy* chamada base de regras, uma máquina de inferência *fuzzy* e um processador de saída que fornece um número real como saída. A conexão destes componentes está indicada na Figura 2.5.

- **Processador de Entrada (Fuzzificação)**

A fuzzificação (também conhecida como codificação) é o primeiro passo do SBRF. Nesta etapa, as entradas do sistema são traduzidas para conjuntos *fuzzy* em seus respectivos domínios. Todas as informações com relação à imprecisão ou incerteza associada a estas variáveis de entrada devem ser consideradas. Portanto, a atuação de um especialista na área do fenômeno a ser modelado é de fundamental importância na construção das funções de pertinências para cada conjunto *fuzzy* envolvido no processo.

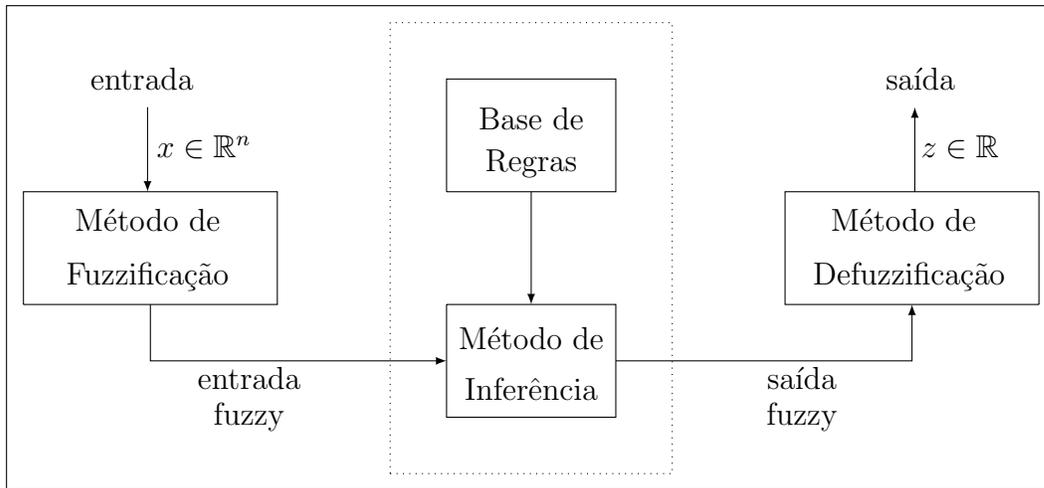


Figura 2.5: Estrutura básica de um sistema baseado em regras *fuzzy*.

- **Base de Conhecimento**

Este componente, juntamente com a máquina de inferência, pode ser considerado o núcleo dos sistemas baseados em regras fuzzy. A base de conhecimento contém um conjunto de regras *fuzzy* - base de regras - e um conjunto de funções de pertinência - base de dados. Cada regra da base de regras pode ser expressa em sentenças do tipo:

**Se** “condição” **Então** “ação”.

Cada uma destas sentenças pode ser descrita linguisticamente de acordo o conhecimento de um especialista e normalmente são ligadas pelos conectivos: *e*, *ou* e *não* [25]. A base de regras descreve relações entre as variáveis linguísticas, para serem utilizadas na máquina de inferência *fuzzy* que será descrita no próximo item.

- **Módulo de Inferência *Fuzzy***

É neste componente que cada proposição *fuzzy* é traduzida matematicamente por meio das técnicas de raciocínio aproximado. Os operadores matemáticos serão selecionados para definir a relação *fuzzy* que modela a base de regras. Desta forma, a máquina de inferência *fuzzy* é de fundamental importância para o sucesso do sistema *fuzzy*, já que fornece a saída a partir de cada entrada *fuzzy* e da relação definida pela base de regras [17]. Existem muitos métodos utilizados na máquina de inferência *fuzzy*, porém os mais utilizados são o de Mamdani e o de Takagi-Sugeno-Kang.

- **Processador de saída (Defuzzificação)**

A defuzzificação ou decodificação é o processo inverso ao da fuzzificação. Este método é utilizado para decodificar as variáveis linguísticas de saída inferidas pelas regras *fuzzy* para valores reais. Assim, deve-se escolher um método para defuzzificar a saída *fuzzy* e obter um número real que a represente. Os principais métodos de defuzzificação são: Centro de Gravidade, Centro dos Máximos e Média dos Máximos.

### 2.6.1 Inferência

Para se chegar a conclusões a partir de uma base de regras, é necessário um mecanismo que produza uma saída a partir de uma coleção de regras do tipo “se-então”. Isto é conhecido como “inferência composicional de regras”. É neste módulo onde se define quais conectivos lógicos serão usados para estabelecer a relação *fuzzy* que modela a base de regras.

Considere as proposições *fuzzy* da seguinte forma:

$$p: x \text{ é } A' \text{ (quase } A)$$

q: Se  $x$  é  $A$  então  $y$  é  $B$

onde  $x$  e  $y$  são variáveis dos conjuntos universos  $\mathbf{U}$  e  $\mathbf{V}$ , respectivamente;  $A$  e  $A'$  são conjuntos *fuzzy* em  $\mathbf{U}$  e  $B$  é conjunto *fuzzy* em  $\mathbf{V}$ . Considerando a proposição  $q$  como uma regra e a proposição  $p$  como um fato, temos o seguinte esquema:

*Regra:* Se  $x$  é  $A$  então  $y$  é  $B$

*Fato:*  $x$  é  $A'$

---

*Conclusão:*  $y$  é  $B'$  (quase  $B$ )

Este esquema é chamado de *modus ponens generalizado*. Note que, na lógica fuzzy,  $A'$  e  $B'$  podem ser ligeiramente diferentes de  $A$  e  $B$ , por exemplo, por meio da aplicação de modificadores linguísticos (muito, pouco, mais ou menos, etc). Quando  $A'=A$  e  $B'=B$  e os conjuntos são clássicos, o esquema torna-se o *modus ponens clássico*. A conclusão  $B'$  é calculada, para qualquer  $y \in \mathbf{V}$ , pela equação:

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in \mathbf{U}} \min[\mu_{A'}(x), \mu_R(x, y)],$$

onde  $R$  é uma relação *fuzzy* entre as variáveis  $x$  e  $y$  no produto cartesiano  $\mathbf{U} \times \mathbf{V}$  e esta relação é determinada pela equação:

$$\mu_R(x, y) = \mu_A(x) \Rightarrow \mu_B(y).$$

Em regras com múltiplos antecedentes, a inferência inclui operações de conjunção (com o conectivo *e*) ou disjunção (com o conectivo *ou*) antes da conclusão de  $B'$ . Em geral, o método de inferência é aplicado em várias regras, gerando muitas conclusões  $B'_i$  e a conclusão final é a disjunção de todos os  $B'_i$ , onde  $i$  é o número da regra.

Existem vários métodos de inferência e a escolha por um deles depende do sistema que está sendo analisado. Os dois principais métodos serão descritos a seguir.

## • Método de Inferência de Mamdani

Uma regra “**Se** (antecedente) **Então** (consequente)” é definida pelo produto cartesiano fuzzy dos conjuntos *fuzzy* que compõem o antecedente e o consequente da regra. O método de Mamdani agrega as regras através do operador lógico OU, que é modelado pelo operador máximo e, em cada regra, o operador lógico E é modelado pelo operador mínimo.

Considere o esquema a seguir (Tabela 2.6) com  $n$  regras combinadas com os conectivos *e* e *ou*.

$R_1$ : Se $x_1$ é $A_{11}$ e $x_2$ é $A_{12}$ e ... e $x_n$ é $A_{1n}$ então $z_1$ é $B_1$ ou $R_2$ : Se $x_1$ é $A_{21}$ e $x_2$ é $A_{22}$ e ... e $x_n$ é $A_{2n}$ então $z_2$ é $B_2$ ou : ou $R_r$ : Se $x_1$ é $A_{r1}$ e $x_2$ é $A_{r2}$ e ... e $x_n$ é $A_{rn}$ então $z_r$ é $B_r$ Fato: $A = x_1$ é $A_1$ e $x_2$ é $A_2$ e ... e $x_n$ é $A_n$ .
Conclusão: $z$ é $B = R(A)$ .

Tabela 2.1: Base de regras do método de Mamdani.

onde  $A_{ij}$  e  $B_i$  são subconjuntos *fuzzy* no conjuntos universos  $X_i$  e  $Z$ , respectivamente, com  $i = 1, \dots, r$  onde  $r$  é a quantidade de regras que compõe a base de conhecimento e  $j = 1, \dots, n$  onde  $n$  é o número de conjuntos *fuzzy* no antecedente da regra.

Para se calcular B, seguem-se os seguintes passos:

- i) A proposição condicional “se  $x$  é  $A_i$  então  $z$  é  $B_i$ ”, em cada regra  $R_i$  da base de regras *fuzzy*, é modelada pela aplicação  $\wedge$  (mínimo). Se a

regra for ponderada, o peso deve ser incluído no grau de ativação da regra;

- ii) Para o conectivo lógico *e*, adota-se a t-norma  $\wedge$  (mínimo);
- iii) Para o conectivo lógico *ou*, adota-se a t-conorma  $\vee$  (máximo);

O método de Mamdani propõe uma relação *fuzzy* binária  $M$  entre  $x$  e  $z$  para modelar matematicamente a base de regras, cuja função de pertinência é dada por:

$$\mu_M(x, z) = \max_{1 \leq i \leq r} (\mu_{R_i}(x, z)) = \max_{1 \leq i \leq r} [\mu_{A_j}(x) \wedge \mu_{B_j}(z)],$$

onde  $r$  é o número de regras que compõe a base de regras,  $A_j$  e  $B_j$  são os subconjuntos *fuzzy* da regra  $j$  e  $\mu_{A_j}(x)$  e  $\mu_{B_j}(z)$  são os graus com que  $x$  e  $z$  estão nos subconjuntos fuzzy  $A_j$  e  $B_j$ , respectivamente.

A Figura 2.6 ilustra um exemplo de como o subconjunto *fuzzy*  $B$  é obtido do Método de Mamdani a partir de duas entradas  $x_0$  e  $y_0$  reais e da regra de composição max-min.

Cada valor inicial,  $x_0$  e  $y_0$ , possui um grau de pertinência em relação aos subconjuntos *fuzzy* que definem as duas variáveis de entrada  $x$  e  $y$ , ou seja,  $x_0$  possui grau de pertinência em  $A_{11}$  e  $A_{21}$  e  $y_0$  em  $A_{12}$  e  $A_{22}$ , digamos  $\mu_{A_{11}}(x_0)$ ,  $\mu_{A_{21}}(x_0)$ ,  $\mu_{A_{12}}(y_0)$  e  $\mu_{A_{22}}(y_0)$ . Dependendo do grau de pertinência de cada valor inicial, algumas regras são ativadas. Suponha que estas regras ativadas sejam as seguintes:

$$R_1: \text{ Se } x \text{ é } A_{11} \text{ e } y \text{ é } A_{12} \text{ então } z_1 \text{ é } B_1$$

$$R_2: \text{ Se } x \text{ é } A_{21} \text{ e } y \text{ é } A_{22} \text{ então } z_2 \text{ é } B_2$$

Assim, para estas regras temos:

$$R_1 : \min[\mu_{A_{11}}(x_0), \mu_{A_{12}}(y_0)] = \bar{z}_1$$

$$R_2 : \min[\mu_{A_{21}}(x_0), \mu_{A_{22}}(y_0)] = \bar{z}_2$$

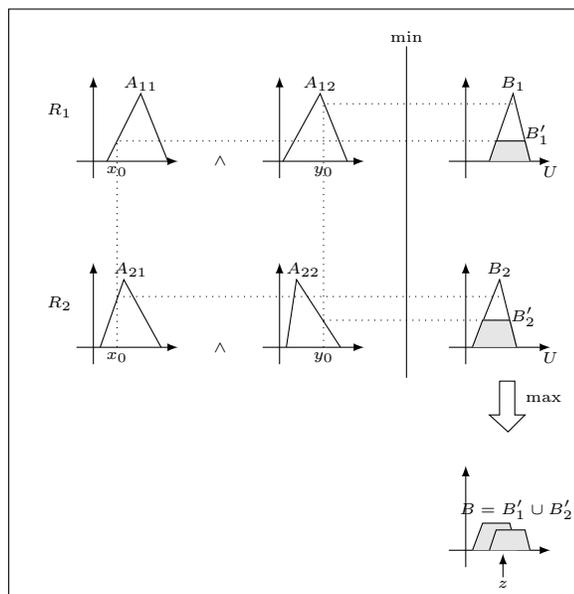


Figura 2.6: Ilustração do Método de Mamdani.

O valor de pertinência encontrado em cada regra ( $\bar{z}_1$  para  $R_1$  e  $\bar{z}_2$  para  $R_2$ ) será projetado à função de pertinência da variável de saída da regra em questão, ou seja,  $\bar{z}_1$  será projetado em  $B_1$  e  $\bar{z}_2$  em  $B_2$  (na Figura 2.6 corresponde aos subconjuntos *fuzzy*  $B'_1$  e  $B'_2$ ), mas só serão preservados os valores de pertinência da variável de saída que forem menores ou iguais ao valor encontrado pelo operador mínimo (regiões escuras na Figura 2.6). Combinando as saídas de cada regra ativada através do operador máximo (fazendo a união das áreas escuras), obtemos a saída geral do controlador pelo Método de Mamdani sem defuzzificação. Finalmente, a saída  $z \in \mathbb{R}$  é obtida por algum método de defuzzificação do subconjunto *fuzzy* de saída  $B = B'_1 \cup B'_2$ , onde  $B'_1$  e  $B'_2$  são subconjuntos *fuzzy* ligeiramente diferentes de  $B_1$  e  $B_2$ . Estes métodos de defuzzificação serão vistos na próxima subsecção.

O método de Mamdani é um caso típico, porém para algumas situações o módulo da defuzzificação pode ser suprimido. Este é o caso do método de

inferência de Kang-Takagi-Sugeno.

### • Método de Inferência de Kang-Takagi-Sugeno (KTS)

A principal diferença entre o método de inferência de Kang-Takagi-Sugeno e o de Mandani está na forma de descrever o conseqüente de cada regra. No método de KTS, o conseqüente é dado explicitamente por uma função (linear ou não-linear) dos valores de entrada desta regra.

Como ilustração deste método, considere uma base com  $r$  regras *fuzzy*, onde cada uma delas tem  $n$  entradas  $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$  e uma saída  $z \in \mathbb{R}$  como o esquema a seguir (Tabela 2.2):

$R_1$ : Se $x_1$ é $A_{11}$ e $x_2$ é $A_{12}$ e ... e $x_n$ é $A_{1n}$ então $z_1$ é $z_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ou $R_2$ : Se $x_1$ é $A_{21}$ e $x_2$ é $A_{22}$ e ... e $x_n$ é $A_{2n}$ então $z_2$ é $z_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ou $\vdots$ ou $R_r$ : Se $x_1$ é $A_{r1}$ e $x_2$ é $A_{r2}$ e ... e $x_n$ é $A_{rn}$ então $z_r$ é $z_r = f_r(x_1, x_2, \dots, x_n)$
---

Tabela 2.2: Base de regras do método de KTS.

onde  $A_{ij}$  são subconjuntos *fuzzy* para  $i = 1, \dots, r$  e  $j = 1, \dots, n$  e  $f$  é uma função dos valores de entrada.

O resultado final deste método é dado por:

$$z = \frac{\sum_{i=1}^r w_i f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\sum_{i=1}^r w_i},$$

onde  $w_i$  é o peso da  $i$ -ésima regra e é dado por:

$$w_i = \min[\mu_{A_{i1}}(x_1), \mu_{A_{i2}}(x_2), \dots, \mu_{A_{in}}(x_n)] = \min_j \mu_{A_{ij}}(x_j),$$

para  $i = 1, \dots, r$  e  $j = 1, \dots, n$ .

Segundo Barros e Bassanezi (2006) [2], devido à sua maior eficiência e aplicabilidade, o tipo de função que aparece com maior frequência nos consequentes das regras são as funções lineares afins, ou seja, funções da forma:

$$f_i(x_1, x_2) = a_i x_1 + b_i x_2 + c_i,$$

onde  $a_i$ ,  $b_i$  e  $c_i$  são constantes  $\forall i = 1, \dots, r$ .

A Figura 2.7 ilustra a saída do método de inferência de KTS para duas entradas  $x_0$  e  $y_0$  e uma saída  $z$ , onde  $A_{ij}$ , para  $i, j = 1, 2$ , são conjuntos *fuzzy*, as saídas de cada regra são dadas por funções afins  $f_i$  e a base de regras é dada por:

$R_1$ : Se  $x$  é  $A_{11}$  e  $y$  é  $A_{12}$  então  $z_1$  é  $z_1 = f_1(x, y) = a_1 x + b_1 y + c_1$

$R_2$ : Se  $x$  é  $A_{21}$  e  $y$  é  $A_{22}$  então  $z_2$  é  $z_2 = f_2(x, y) = a_2 x + b_2 y + c_2$

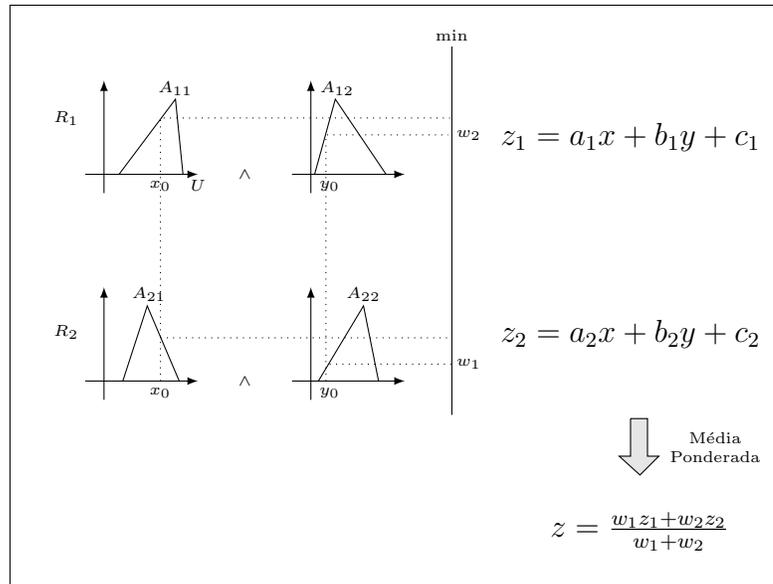


Figura 2.7: Ilustração do Método de KTS.

A saída final  $z$  é dada pela média ponderada das saídas  $z_1$  e  $z_2$ , isto é,

$$z = \frac{w_1 z_1 + w_2 z_2}{w_1 + w_2} = \frac{w_1 f_1(x_0, y_0) + w_2 f_2(x_0, y_0)}{w_1 + w_2},$$

onde  $w_1 = \min[\mu_{A_{11}}(x_0), \mu_{A_{12}}(y_0)]$ ,  $w_2 = \min[\mu_{A_{21}}(x_0), \mu_{A_{22}}(y_0)]$  e  $\mu_{A_{ij}}$  são as funções de pertinência dos subconjuntos *fuzzy*  $A_{ij}$ ,  $\forall i, j = 1, 2$ .

É interessante notar que quando  $a_1 = b_1 = a_2 = b_2 = 0$  os métodos de Mamdani (usando como método de defuzzificação o centro de gravidade) e de Kang-Takagi-Sugeno produzem os mesmos valores de saída

$$z = \frac{w_1 z_1 + w_2 z_2}{w_1 + w_2}.$$

Uma das vantagens do método de KTS em relação ao método de Mamdani é por ser computacionalmente mais barato [4].

## 2.6.2 Métodos de Defuzzificação

Os métodos de defuzzificação ou codificação, como também são chamados, são utilizados para decodificar as variáveis linguísticas de saída inferidas pelas regras fuzzy para valores reais. Existem vários métodos de defuzzificação, mas os mais usados são: Centro de Gravidade, Centro dos Máximos e Média dos Máximos.

### i) Centro de Gravidade (G(B))

Este método também é conhecido como Centro de Área ou Centróide. O método do centro de gravidade pode ser compreendido como uma média ponderada, onde  $\mu_B(x_i)$  funciona como o peso do valor  $x_i$  e indica o grau de compatibilidade do valor  $x_i$  com o conceito modelado pelo subconjunto *fuzzy* B. O procedimento também é semelhante ao usado para calcular o centro de gravidade em física, se consideramos a função de pertinência  $\mu_B(x_i)$  como a densidade de massa de  $x_i$ .

O centro de gravidade fornece a média das áreas de todas as figuras que representam os graus de pertinência de um subconjunto *fuzzy*. Entre todos os métodos, mesmo sendo o mais complicado, este é o preferido [2].

Se o domínio é discreto, a defuzzificação é dada por:

$$G(B) = \frac{\sum_{i=0}^n x_i \mu_B(x_i)}{\sum_{i=0}^n \mu_B(x_i)}.$$

E no caso do domínio ser contínuo, tem-se:

$$G(B) = \frac{\int_{\mathbb{R}} x \mu_B(x) dx}{\int_{\mathbb{R}} \mu_B(x) dx}.$$

A Figura 2.8 exemplifica o método de defuzzificação do centro de gravidade. A principal desvantagem desse método, segundo Ortega (2001) [21], é o seu custo computacional, principalmente no caso em que o domínio é contínuo.

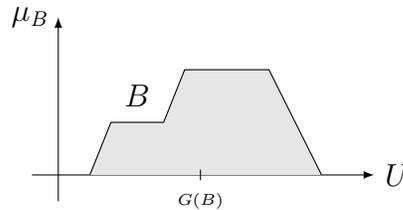


Figura 2.8: Defuzzificador centro de gravidade  $G(B)$ .

## ii) Centro dos Máximos (C(B))

Neste método, são levados em conta apenas as regiões de maior possibilidade entre valores da variável que modela o conceito *fuzzy* em questão. O

ponto representativo do conjunto é obtido como uma média dos elementos do subconjunto *fuzzy* B que tem grau de pertinência máximo, isto é,

$$C(B) = \frac{i + s}{2},$$

onde

$$i = \inf\{x \in \mathbb{R} : \mu_B(x) = \max_x \mu_B(x)\}$$

e

$$s = \sup\{x \in \mathbb{R} : \mu_B(x) = \max_x \mu_B(x)\}.$$

Um exemplo do método centro dos máximos é mostrado na Figura 2.9.

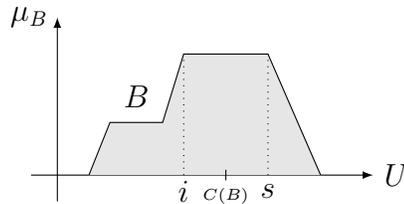


Figura 2.9: Defuzzificador centro de máximos C(B).

### iii) Média dos Máximos (M(B))

É utilizado como defuzzificador para domínio discreto. A média dos máximos é definida como sendo a soma dos elementos de maior pertinência ao conjunto *fuzzy* B, isto é,

$$M(B) = \frac{\sum x_i}{\sum i},$$

onde para cada  $i$  é tomado

$$\mu_B(x_i) = \max_x \mu_B(x).$$

## 2.7 Probabilidade e Possibilidade

A teoria da probabilidade é uma das teorias tradicionais mais importantes para descrever e sistematizar o fenômeno da incerteza e por isso não exigimos a teoria dos conjuntos *fuzzy* (teoria da possibilidade), uma vez que a teoria da probabilidade é pensado ser suficiente para lidar com todos os tipos de incerteza.

Esta opinião está mal concebida pois a probabilidade e a possibilidade descrevem tipos diferentes de incerteza. Uma maneira descrever essa diferença é dizer que a teoria da probabilidade lida com a expectativa de um acontecimento futuro, baseado em algo já conhecido enquanto que a teoria da possibilidade lida com a incerteza resultante da imprecisão do significado de um conceito expresso por uma expressão linguística tais como *alto*, *quente*, *muito quente* e coisas do gênero [16].

É importante notar que, enquanto a incerteza da teoria da probabilidade acaba quando o evento acontece, a incerteza do fenômeno continua quando se trata da teoria da possibilidade.

Seja  $X$  uma variável com seus valores num conjunto finito  $\Omega$  e suponha que temos uma informação incerta (*fuzzy*) sobre os valores de  $X$ , isto é, temos uma restrição *fuzzy*:

$$\text{“}X \text{ é } A\text{”},$$

onde  $A$  é um subconjunto *fuzzy* de  $\Omega$ . Suponhamos também que  $A$  é um conjunto *fuzzy* normal, ou seja,

$$\sup_{x \in \Omega} [\mu_A(x)] = 1.$$

De acordo com Kaufmann et al. (1985) [14], nesta situação podemos associar a esta informação *fuzzy* a distribuição de possibilidade,  $\pi_A$  (cuja definição será dada a seguir) que coincide com a função de pertinência de  $A$ :

$$\pi_A(x) = \mu_A(x), \forall x \in \Omega.$$

**Definição 2.7.1.** *Uma distribuição de possibilidade sobre um conjunto  $\Omega$  não nulo, é uma função*

$$\pi_A : \Omega \rightarrow [0, 1]$$

*que satisfaz*

$$\pi_A(x) = 1,$$

*para algum  $x \in \Omega$ .*

Segundo Kaufmann et al (1985) [14], a melhor representação de nossa incerteza sobre X é esta distribuição de possibilidade. Mas, em alguns casos, podemos precisar da distribuição de probabilidade sobre X.

Para definirmos a distribuição de probabilidade, vamos primeiramente definir a probabilidade, que é uma função real de conjuntos.

**Definição 2.7.2.** *A probabilidade em  $\Omega$  é uma função*

$$m : \mathbf{P}(\Omega) \rightarrow [0, 1],$$

*que satisfaz as seguintes propriedades:*

$$i) m(\emptyset) = 0$$

$$ii) \sum_{A \subset \Omega} m(A) = 1$$

*onde  $\mathbf{P}(\Omega) = \{A : A \subset \Omega\}$ , conjunto de todos os subconjuntos de  $\Omega$ , é chamado de conjunto das partes de  $\Omega$ .*

Dubois e Prade (1982) [8] associam a probabilidade com a distribuição de probabilidade que é definida por:

$$p(x) = \sum_{x \in A} \frac{m(A)}{|A|},$$

onde  $|A|$  é a cardinalidade de  $A$ .

Segundo Klir e Yuan (1997) [16], quando as informações sobre um fenômeno são dadas em termos probabilísticos e possibilísticos, as duas descrições devem ser, de alguma forma, consistentes. Para descrever a condição de consistência, precisamos de algumas definições de medida de probabilidade e medida de possibilidade, que são medidas *fuzzy*.

De acordo com Castanho (2005) [4] uma medida *fuzzy* representa a incerteza com que se afirma um dado elemento pertencente a um conjunto clássico.

**Definição 2.7.3.** *Seja  $\Omega$  um conjunto não-vazio e  $P(\Omega) = \{A : A \subset \Omega\}$  o conjunto das partes de  $\Omega$ . Uma aplicação  $\varphi : P(\Omega) \rightarrow [0, 1]$  é denominada uma medida fuzzy se:*

$$i) \varphi(\emptyset) = 0$$

$$ii) \varphi(\Omega) = 1$$

$$iii) \text{ Se } A \subseteq B \text{ então } \varphi(A) \leq \varphi(B), \forall A, B \in P(\Omega).$$

As medidas de possibilidade e probabilidade são medidas *fuzzy*, cujas definições serão dadas a seguir.

**Definição 2.7.4.** *Seja  $\Omega$  um conjunto não-vazio e  $P(\Omega)$  o conjunto das partes de  $\Omega$ . Uma medida de possibilidade sobre  $\Omega$  é uma função*

$$\Pi : P(\Omega) \rightarrow [0, 1]$$

*que satisfaz:*

$$i) \Pi(\emptyset) = 0$$

$$ii) \Pi(\Omega) = 1$$

$$iii) \text{ Para qualquer família } \{A_{i \in J}\} \text{ de subconjuntos de } \Omega \text{ tem-se:}$$

$$\Pi\left(\bigcup_{i \in J} A_i\right) = \sup\{\Pi(A_i) : i \in J\},$$

onde  $J$  é um conjunto de índices.

**Definição 2.7.5.** Uma medida de probabilidade  $P$  é uma função real que determina uma probabilidade  $P(A)$ ,  $\forall A \in \Omega$ , tal que:

i)  $P(A) \geq 0$

ii)  $P(\Omega) = 1$

iii) Para uma coleção de eventos disjuntos  $A_i$ ,

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i).$$

Assim, a distribuição de possibilidade,  $\pi$ , e a distribuição de probabilidade,  $p$ , são consistentes quando:

$$\Pi(A) \geq P(A), \forall A \subset U$$

onde  $\Pi$  e  $P$  são medidas de possibilidade

$$\Pi(A) = \sup_{x \in A} \pi_A(x)$$

e de probabilidade

$$P(A) = \sum_{x \in A} p(x)$$

associadas a distribuição de possibilidade  $\pi$  e de probabilidade  $p$ , respectivamente.

### 2.7.1 Transformação Probabilidade/Possibilidade

Em muitos problemas práticos é essencial uma maneira de transformar probabilidade em possibilidade ou vice-versa. Por exemplo, construir uma função de pertinência (distribuição de possibilidade) de um conjunto *fuzzy* a partir de dados estatísticos ou construir uma função de densidade de probabilidade a partir de uma distribuição de possibilidade ou também, seria interessante fazer a comparação das informações obtidas a partir dos dois métodos [2].

Para apresentarmos as transformações de possibilidade e probabilidade, seja  $\Omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$  e suponha que:

- i)  $\Pi(\omega_1) = 1$ ;
- ii) Os elementos de  $\Omega$  estejam ordenados de tal forma que as medidas de possibilidade e probabilidade sejam sempre sequências não-crescentes, ou seja,

$$\Pi(\omega_1) \geq \Pi(\omega_2) \geq \dots \geq \Pi(\omega_n)$$

e

$$P(\omega_1) \geq P(\omega_2) \geq \dots \geq P(\omega_n).$$

Então as transformações mais simples de possibilidade e probabilidade são, respectivamente

$$\Pi(\omega_i) = \frac{P(\omega_i)}{P(\omega_1)}$$

e

$$P(\omega_i) = \frac{\Pi(\omega_i)}{\sum_{i=1}^n \Pi(\omega_i)}.$$

## Capítulo 3

# Modelagem *Fuzzy* para Predizer os Riscos de Recidiva e Progressão de Tumores Superficiais de Bexiga

### 3.1 Introdução

Segundo Ortega (2001) [21], não há dúvida de que a máquina e o raciocínio humano nunca estiveram tão próximos quanto no momento atual. A Inteligência Artificial avança evoluindo as máquinas, tornando-as mais capazes e propondo soluções cada vez mais realistas a problemas antes somente possíveis ao cérebro humano. A informática médica acompanha esta evolução e o computador auxilia o médico nas mais diferentes atividades. As contribuições da engenharia médica no desenvolvimento de controladores inteligentes no pré e pós operatórios, na tecnologia de exames laboratoriais, no tratamento de imagens, na dosagem de anestésias e mesmo em sistemas diagnósticos são inegáveis. A lógica fuzzy muito tem participado desse processo. De fato, esta teoria tem demonstrado possuir grande capacidade de aplicação em problemas da biomedicina, dado o tipo de incerteza envolvido nos procedimentos médicos, biológicos e epidemiológicos.

A natureza imprecisa e muitas vezes contraditória da informação ou a sua falta é uma realidade em medicina. Esses problemas devem ser considerados em toda decisão médica, pois podem ter consequências importantes, e mesmo vitais, para o paciente. O processo pelo qual o médico usa seu conhecimento para inferir um diagnóstico a partir das informações apresentadas pelo paciente e do resultado dos exames é um processo complexo, baseado em conhecimento expresso linguisticamente e na presença de diversos tipos de imprecisão e incerteza. Um sistema especialista pode auxiliar o médico em suas decisões e, como as informações utilizadas no processo de decisão são incertas, a teoria dos conjuntos *fuzzy* é apropriada para desenvolver esses sistemas [4]. Esse tipo de teoria é uma alternativa no processo de tomada de decisão, pois permite considerar o caráter complexo dos fenômenos biológicos, indo ao encontro das reais necessidades clínicas e experimentais.

Na literatura, encontramos alguns nomogramas que calculam os riscos de recidiva e progressão de tumores superficiais de bexiga utilizando outras teorias. Podemos citar o nomograma que está disponível para download no site da Organização Européia de Pesquisa e Tratamento do Câncer (EORTC) ( <http://www.eortc.be/tools/bladdercalculator/> ).

Nesta parte experimental, nosso objetivo é aplicar a teoria dos conjuntos *fuzzy* para prever os riscos de recidiva e progressão de tumores superficiais de bexiga. Como já dissemos, a escolha do câncer de bexiga como tema de estudo se deve ao fato de ser o segundo tipo de tumor mais frequente do trato urinário e por ser uma doença que através de medidas adequadas de prevenção e detecção precoce, pode-se diagnosticar esses tumores em fases iniciais, conseguindo com um tratamento adequado, cura em mais de 70% dos casos.

Os modelos foram desenvolvidos utilizando o pacote Fuzzy Logical Toolbox do programa Matlab 7.1, que disponibiliza arquivos e funções destinados à algumas aplicações da teoria de conjuntos *fuzzy*. Este pacote permite particularmente o desenvolvimento de modelos linguísticos baseados em lógica

*fuzzy*, oferecendo duas alternativas de métodos de inferência, Sugeno e Mamdani, e vários tipos de funções de pertinência para os conjuntos *fuzzy* envolvidos.

## 3.2 O Modelo *Fuzzy*

Um sistema baseado em regras *fuzzy* (SBRF), como visto anteriormente, é composto por quatro módulos principais:

- Codificador (ou fuzzificação) que representa as variáveis de entrada e de saída do sistema, por conjuntos *fuzzy*;
- Base de regras;
- Método de inferência;
- Decodificador (ou defuzzificação) que transforma a saída, que é um conjunto *fuzzy*, em um valor numérico.

A seguir, serão apresentados dois modelos *fuzzy*. No primeiro, a saída do sistema será o risco de recidiva dos tumores superficiais de bexiga, ou seja, será calculado a possibilidade de retorno (após a RTU - Ressecção Transuretral) de um tumor superficial (que estava no estágio Ta ou T1) enquanto que no segundo modelo, a saída do sistema será o risco de progressão dos tumores superficiais para tumor invasivo (tumor nos estádios T2, T3 ou T4).

### 3.2.1 Modelo 1: Predição do risco de recidiva de um tumor superficial de bexiga

Para o início da construção do modelo, foi realizada uma pesquisa sobre quais variáveis poderiam fazer parte deste primeiro sistema. Para esta etapa, a ajuda de um especialista na área foi de fundamental importância para a escolha destas variáveis. Por sugestão do Prof. Dr. Ubirajara Ferreira, professor da Faculdade de Ciências Médicas (FCM) e urologista do Hospital

das Clínicas (HC) da UNICAMP, foi sugerido a utilização de três variáveis para a entrada do sistema: *Estádio*, *Grau Histológico* e *Tamanho* do tumor e como variável de saída, o *Risco de Recidiva*. A Figura 3.1 ilustra o SBRF aqui utilizado.

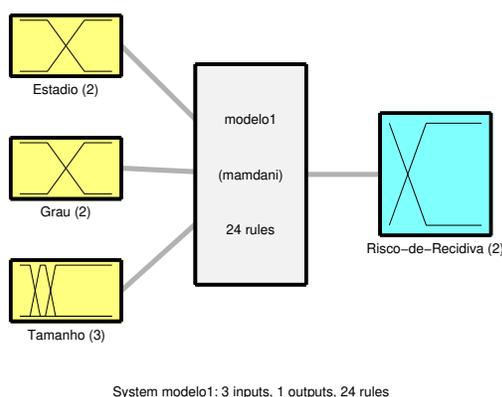


Figura 3.1: Estrutura básica do primeiro sistema baseado em regras *fuzzy*.

As variáveis quantitativas, contínuas por natureza, são *fuzzificadas* de maneira direta. As variáveis qualitativas são arranjadas numa escala linear, de 0 a 1, por exemplo, e o especialista quantifica sua observação nesta escala.

As variáveis de entrada e de saída do sistema foram consideradas como variáveis linguísticas. Após a escolha destas variáveis linguísticas, é necessário realizar as seguintes tarefas [15]:

- Escolher os termos linguísticos representados pelos conjuntos fuzzy, ou seja, os termos linguísticos para cada variável;
- Dividir o espaço das variáveis utilizadas no sistema em subespaços *fuzzy*;
- Adotar as funções de pertinência que caracterizam os conjuntos *fuzzy*;
- Elaborar as regras para a base de conhecimento (base de regras).

Para a variável linguística *Estádio* foram atribuídos apenas dois estádios com base na Classificação TNM (ver Tabela 1.1): Ta (tumor restrito à mucosa) e T1 (tumor com invasão da submucosa), traduzidos por conjuntos *fuzzy*.

O *Estádio* é uma variável qualitativa e relaciona-se com a invasão do tumor nas camadas da parede da bexiga. Portanto, o domínio  $[0, 1]$  indica a extensão do câncer: quanto mais próximo de 0, menor o comprometimento da parede interna da bexiga e quanto mais próximo de 1, maior a invasão do tumor. Vale lembrar que como estamos considerando apenas os estádios Ta e T1, a invasão do tumor ocorre somente até a submucosa. A Figura 3.2 ilustra as funções de pertinência dos conjuntos *fuzzy* assumidos pela variável linguística *Estádio*.

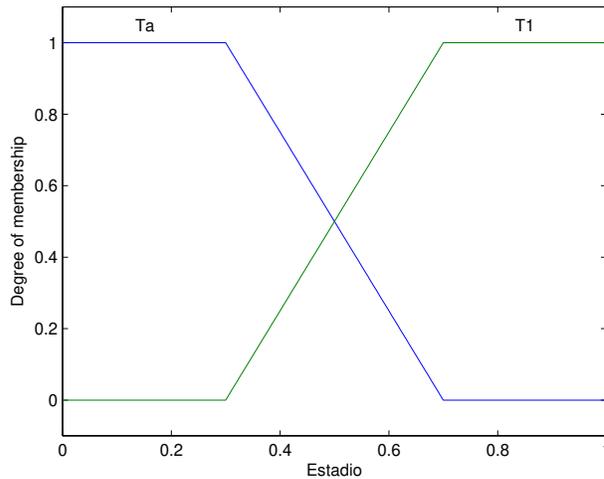


Figura 3.2: Funções de pertinência dos conjuntos *fuzzy* assumidos pela variável *Estádio*.

Como já foi discutido no Capítulo 1, o grau histológico de um tumor indica o grau de diferenciação da célula, ou seja, indica uma maior ou menor semelhança das células tumorais com as do tecido normal (tecidos que provavel-

mente as originaram), além de indicar a agressividade do tumor. A classificação antiga (de 1973) da World Health Organization (WHO) divide o grau histológico do tumor em G1, G2 e G3 enquanto que a nova classificação (de 2004) divide o grau em apenas *alto* e *baixo*. Por sugestão do Prof. Dr. Ubirajara Ferreira utilizamos a nova classificação, apesar de alguns dados ainda estarem com a classificação de 1973. Neste caso, pacientes com grau G1, foram classificados como tumor de baixo grau enquanto que os de graus G2 e G3, de alto grau histológico.

Desta forma, a variável linguística *Grau Histológico* foi classificada com os termos linguísticos: *baixo* e *alto*, onde o termo *baixo* indica uma célula mais diferenciada, ou seja, mais semelhante com as células do tecido normal e são menos agressivas enquanto que o termo linguístico *alto* indica uma célula pouco diferenciada, ou seja, menos semelhante com as células do tecido normal e são mais agressivas. Esta variável também é uma variável qualitativa e, por este motivo, será usado para o domínio o intervalo  $[0, 1]$ , onde quanto mais próximo de 0, as células serão mais diferenciadas e menor será a agressividade do tumor maligno e quanto mais próximo de 1, as células serão menos diferenciadas e maior será a agressão. A Figura 3.3 ilustra as funções de pertinência dos conjuntos *fuzzy* assumidos pela variável *Grau Histológico*.

A variável linguística *Tamanho* foi classificada com os seguintes termos: *menor que 1.5 cm*, *1.5 – 3 cm* e *maior que 3 cm*. Estas dimensões representam o diâmetro do tumor medido durante os exames de imagens como, por exemplo, a tomografia computadorizada. O intervalo  $[0, 9]$  será usado para o domínio desta variável, onde o extremo direito do intervalo foi escolhido com base nos dados dos pacientes analisados. As funções de pertinência dos conjuntos *fuzzy* assumidos por esta variável linguística são mostradas na Figura 3.4.

Para a variável de saída *Risco de Recidiva* serão usados os seguintes termos linguísticos: *recidiva menor que 3 anos* e *recidiva maior que 3 anos*. O interesse dos especialistas é saber qual o risco de um tumor superficial de

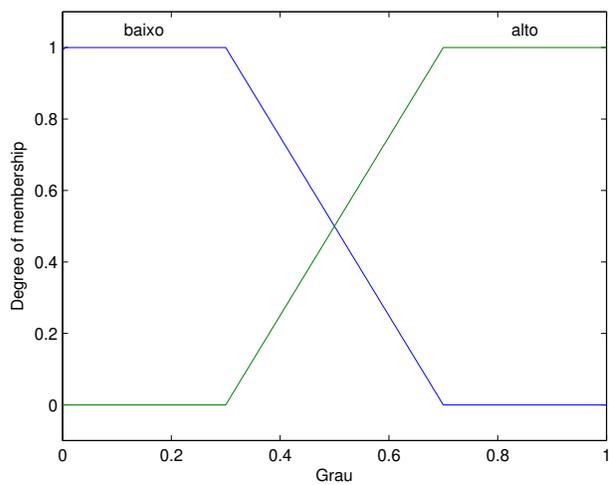


Figura 3.3: Funções de pertinência da variável *Grau Histológico*.

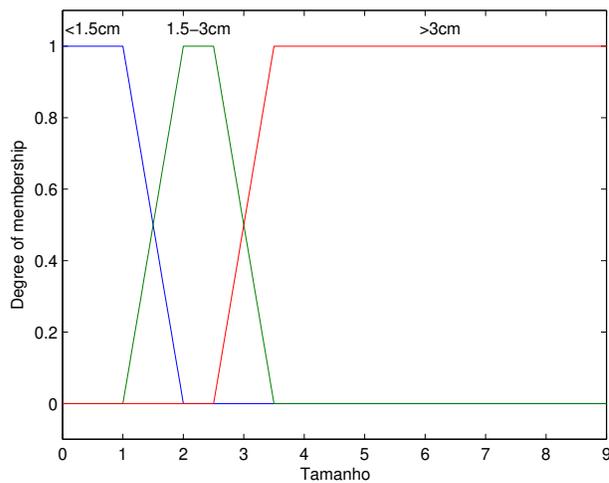


Figura 3.4: Funções de pertinência da variável *Tamanho*.

bexiga retornar em três anos. Por este motivo, foi considerado apenas estes dois termos linguísticos. O domínio desta variável, como mostra a Figura 3.5, será o intervalo  $[0, 10]$ , cuja a escolha também foi baseada nos dados dos pacientes.

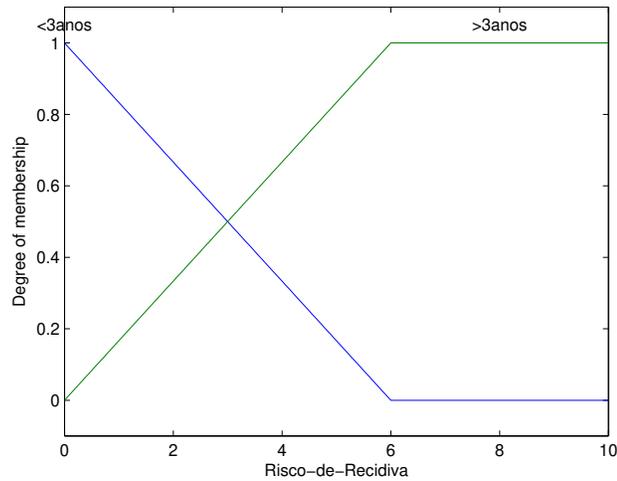


Figura 3.5: Funções de pertinência dos conjuntos *fuzzy* assumidos pela variável *Risco de Recidiva*.

Com os gráficos anteriores, Figuras 3.2, 3.3, 3.4 e 3.5, podemos notar cada universo de discurso formado com suas respectivas variáveis de entrada e de saída, termos linguísticos e funções de pertinência, criando assim o conjunto *fuzzy* e finalizando o processo de fuzzificação do sistema. Vale observar que a inclusão de novas variáveis para o sistema, seguem os mesmos procedimentos de determinação de termos, tornando assim, os resultados mais precisos.

A escolha do formato das funções de pertinência dos conjuntos *fuzzy* associadas às variáveis de entrada e de saída - trapezoidal, triangular e a combinação das duas formas anteriores - foi uma espécie de “chute” inicial. Após uma análise dos resultados encontrados, o formato destas funções de pertinência podem ser mudados com o objetivo de melhorar a saída do sistema.

A próxima etapa consiste na criação da base de regras que é feita com a ajuda de um especialista. Este conjunto de regras *fuzzy* desempenha o papel da função matemática para obter a saída do sistema.

A Tabela 3.1 é parte da base de regras. Na primeira coluna, N indica o número da regra, seguindo com as variáveis de entrada e saída e, na última coluna, Peso indica o peso atribuído à cada regra. Como já foi falado no Capítulo 2, o peso é um valor entre 0 e 1 que indica a importância da regra e é atribuído com ajuda de um especialista.

N	Estádio	Grau Hist.	Tamanho	Risco de Recidiva	Peso
1	Ta	baixo	$< 1.5cm$	$< 3 anos$	0.52
3	Ta	baixo	$1.5 - 3cm$	$< 3 anos$	0.54
4	Ta	baixo	$1.5 - 3cm$	$> 3 anos$	0.46
5	Ta	baixo	$> 3cm$	$< 3 anos$	0.56
10	Ta	alto	$1.5 - 3cm$	$> 3 anos$	0.31
11	Ta	alto	$> 3cm$	$< 3 anos$	0.78
14	T1	baixo	$< 1.5cm$	$> 3 anos$	0.4
17	T1	baixo	$> 3cm$	$< 3 anos$	0.7
20	T1	alto	$< 1.5cm$	$> 3 anos$	0.24
21	T1	alto	$1.5 - 3cm$	$< 3 anos$	0.8
24	T1	alto	$> 3cm$	$> 3 anos$	0.1

Tabela 3.1: Algumas das 24 regras construídas.

As regras 3 e 4, por exemplo, com os mesmos dados iniciais - Estádio Ta, baixo grau e tamanho  $1.5 - 3cm$  - cujo peso é 0.54 e 0.46, respectivamente, indicam que a chance de um tumor recidivar, após a RTU, é maior nos primeiros três anos.

O número de regras é determinado pela quantidade de termos de cada variável em análise. Como temos três variáveis de entrada - Estádio, Grau Histológico e Tamanho - contendo respectivamente 2, 2 e 3 termos linguísticos para cada variável e uma variável de saída com 2 termos linguísticos, foram criadas 24 regras.

Como vimos no Capítulo 2, após definir a base de regras, precisamos traduzi-la matematicamente por meio das técnicas de raciocínio aproximado. Para isso, o método utilizado no módulo de inferência será o Método de Mamdani, por ser mais simples e intuitivo do que o Método de Sugeno.

A defuzzificação do conjunto *fuzzy*, que representa a saída do sistema, será feita pelo Método do Centro de Gravidade, para que, enfim, seja obtido um número real. A saída do sistema é um valor entre 0 e 10 (domínio da função de pertinência da variável de saída *Risco de Recidiva*) e cada saída corresponde a um número na função de pertinência dos conjuntos *fuzzy*: *menor que 3 anos* e *maior que 3 anos*, representando a possibilidade de um tumor superficial de bexiga recidivar.

### 3.2.2 Simulações

A partir dos dados de pacientes com câncer de bexiga, é possível determinar o grau de compatibilidade com cada conjunto *fuzzy* da variável de saída *Risco de Recidiva*.

Foram feitas simulações deste primeiro modelo com o objetivo de verificar a confiabilidade dos resultados gerados pelo sistema. Os dados considerados são de pacientes do Hospital das Clínicas da UNICAMP e do Hospital A. C. Camargo de São Paulo. Alguns resultados obtidos em termos de possibilidade e probabilidade encontram-se na Tabela 3.2. A probabilidade de ocorrer cada conjunto *fuzzy* de saída foi obtida a partir da transformação possibilidade-probabilidade vista na subseção 2.7.1.

Assim, pela Tabela 3.2, um paciente com tumor no estágio Ta, de baixo grau e tamanho 3 cm, tem pertinência maior ao conjunto *Risco de Recidiva maior que 3 anos*. Já outro paciente com tumor no estágio T1, de alto grau e tamanho 8,5 cm possui maior pertinência ao conjunto *Risco de Recidiva menor que 3 anos*.

Os resultados foram analisados e, em todos os casos, mostraram-se um

<b>Paciente</b>	<b>Recidiva</b>	<b>Possibilidade</b>	<b>Probabilidade</b>
Estádio Ta Grau baixo Tamanho 1,7cm	< 3 <i>anos</i>	0,20	20%
	> 3 <i>anos</i>	0,80	80%
Estádio Ta Grau baixo Tamanho 3cm	< 3 <i>anos</i>	0,21	21%
	> 3 <i>anos</i>	0,79	79%
Estádio Ta Grau alto Tamanho 1cm	< 3 <i>anos</i>	0,24	24%
	> 3 <i>anos</i>	0,76	76%
Estádio Ta Grau alto Tamanho 2cm	< 3 <i>anos</i>	0,32	32%
	> 3 <i>anos</i>	0,68	68%
Estádio Ta Grau alto Tamanho 3,5cm	< 3 <i>anos</i>	0,41	41%
	> 3 <i>anos</i>	0,59	59%
Estádio T1 Grau baixo Tamanho 1cm	< 3 <i>anos</i>	0,24	24%
	> 3 <i>anos</i>	0,76	76%
Estádio T1 Grau baixo Tamanho 3,5cm	< 3 <i>anos</i>	0,33	33%
	> 3 <i>anos</i>	0,67	67%
Estádio T1 Grau alto Tamanho 0,9cm	< 3 <i>anos</i>	0,39	39%
	> 3 <i>anos</i>	0,61	61%
Estádio T1 Grau alto Tamanho 2,7cm	< 3 <i>anos</i>	0,44	44%
	> 3 <i>anos</i>	0,56	56%
Estádio T1 Grau alto Tamanho 8,5cm	< 3 <i>anos</i>	0,55	55%
	> 3 <i>anos</i>	0,45	45%

Tabela 3.2: Primeiros resultados obtidos do Modelo 1.

tanto quanto pessimistas. Com o objetivo de melhorar os resultados deste modelo, vamos adaptar as funções de pertinência que descrevem os conjuntos *fuzzy* de saída, procedendo de forma análoga à Castanho (2005) [4] e à Silveira (2007) [26]. Este método estabelece uma relação entre a pertinência e a probabilidade de ocorrência em cada conjunto *fuzzy*: *Risco de Recidiva menor que 3 anos e maior que 3 anos*.

## Relação entre Probabilidade e Possibilidade

A partir da probabilidade de um paciente com um determinado quadro clínico - estágio, grau histológico e tamanho - estar em uma das classes: *risco de recidiva menor que 3 anos e maior que 3 anos*, temos uma função densidade de probabilidade da variável aleatória discreta  $X$  que representa os pacientes com um certo quadro clínico, cujo espaço amostral  $S$  é definido por:

$$\begin{aligned} S &= \{\text{Risco de Recidiva} < 3 \text{ anos}, \text{Risco de Recidiva} > 3 \text{ anos}\} \\ &= \{x_1, x_2\}. \end{aligned}$$

e cada resultado possível  $x_i$ ,  $i = 1, 2$ , é associado a probabilidade deste resultado  $p(x_i)$ .

Combinando os diferentes estádios (Ta, T1), o grau histológico (baixo, alto) e o tamanho (*menor que 1.5cm*, *1.5 – 3cm*, *maior que 3cm*) de uma amostra de indivíduos, obtivemos, através de um sistema baseado em regras *fuzzy*, um número real  $\alpha$  pertencente ao intervalo  $[0, 10]$ , para cada combinação. Cada número  $\alpha$  encontrado representa uma subpopulação de pacientes, com mesmo quadro clínico e, portanto, temos uma distribuição de probabilidade como descrita anteriormente.

Neste modelo, como não temos a probabilidade de ocorrência em cada conjunto *fuzzy* de saída, vamos usar o peso atribuído às regras que compõe a Base de Conhecimento.

Para cada conjunto *fuzzy* de saída: *risco de recidiva menor que 3 anos* e *maior que 3 anos*, a partir dos pontos marcados (no eixo x, será marcado a saída pessimista do sistema usando a função de pertinência da variável *Risco de Recidiva*, a função mostrada na Figura 3.5 e no eixo y será marcado o peso da regra ativada a partir dos dados de entrada que deu origem a tal saída pessimista) uma curva foi ajustada pelo método dos quadrados mínimos. A partir deste ajuste, foi construído uma nova função de pertinência aos conjuntos *fuzzy* que representam a saída do sistema.

A Figura 3.6 mostra como a função de pertinência (curva pontilhada) do conjunto *fuzzy* de saída *Risco de Recidiva menor que 3 anos* foi obtida a partir da curva ajustada aos pontos  $(x_i, y_i)$ , onde  $x_i$  é a saída pessimista do sistema e  $y_i$  é o peso da regra ativada.

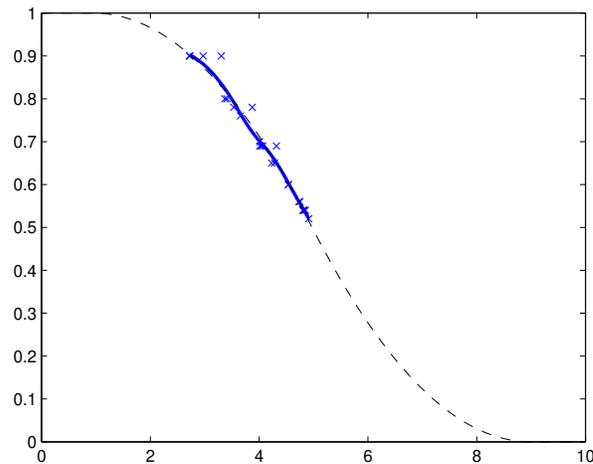


Figura 3.6: Curva ajustada do conjunto *fuzzy* *Risco de Recidiva menor que 3 anos*.

De forma análoga, foi construída a função de pertinência do conjunto *fuzzy* *Risco de Recidiva maior que 3 anos*. Na Figura 3.7 estão representadas as funções de pertinência destes conjuntos obtidas com os ajustes de curvas.

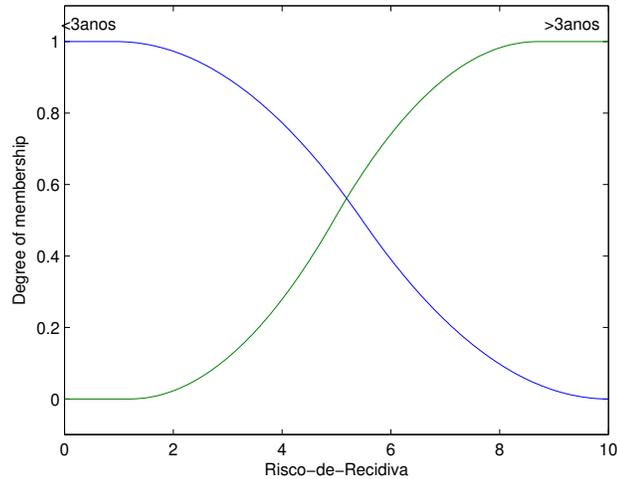


Figura 3.7: Novas funções de pertinência dos conjuntos *fuzzy* assumidos pela variável *Risco de Recidiva*.

O valor das funções de pertinência dos conjuntos *fuzzy*: *risco de recidiva menor que 3 anos e maior que 3 anos*, representa o grau com que o paciente se enquadra em cada um dos conjuntos *fuzzy* de saída anteriormente citados. Por exemplo, a proposição: “*Risco de Recidiva é maior que 3 anos*” permite que esse grau seja visto como a *possibilidade* de que o tumor tenha recidiva após três anos. Assim, essa proposição define uma distribuição de possibilidade.

Foram feitas novas simulações, considerando os mesmos dados dos pacientes do Hospital das Clínicas da UNICAMP e do Hospital A. C. Camargo de São Paulo, utilizando como saída do sistema baseado em regras *fuzzy* a curva ajustada como mostra a Figura 3.7.

A Tabela 3.3 contém alguns resultados obtidos em termos de possibilidade, probabilidade e probabilidade do caso real. A possibilidade foi obtida a partir do sistema *fuzzy*, probabilidade foi calculada através da transformação possibilidade-probabilidade como falamos anteriormente. O cálculo da pro-

babilidade do caso real será mostrado mais adiante.

Como exemplo, esta primeira tabela consta um paciente com estágio Ta, isto é, tumor restrito à mucosa, de grau baixo e 3 cm de tamanho. De acordo com o sistema baseado em regras *fuzzy*, a possibilidade de que um paciente tenha recidiva em menos de três anos é 0,54 e após três anos é de 0,46. Convertendo estas possibilidades em probabilidades tem-se: 54% e 46%, respectivamente.

Já um outro paciente com estágio T1, de alto grau e 2,7 cm de tamanho, segundo o SBRF possui possibilidade de 0,78 e 0,21 de recidivar em menos e após de três anos, respectivamente. Fazendo a transformação possibilidade-probabilidade, temos uma probabilidade de 79% e 21%, respectivamente. Dessa forma, o tumor deste paciente apresenta maior chance de apresentar recidiva, depois da RTU do tumor, em menos de três anos.

É interessante notar que, em todos os casos, a probabilidade de recidiva é sempre maior no conjunto de *Risco de Recidiva menor que 3 anos*, com valores bem próximos ao do conjunto de *Risco de Recidiva maior que 3 anos* quando o tumor está no estágio Ta e possui baixo grau, e valores bem distantes no caso de um tumor no estágio T1 e alto grau. Segundo os especialistas contactados, isso é o que realmente acontece.

### **Probabilidade do caso real do Modelo 1**

A probabilidade do caso real foi obtida da seguinte forma: dividimos os 170 pacientes dos dois hospitais anteriormente citados com tumor superficial de bexiga em quatro grupos (devido ao comportamento que cada um apresenta) e, para cada grupo, calculamos a porcentagem de paciente recidivados.

A Tabela 3.4 mostra como foi feita a divisão dos grupos e a porcentagem de cada um.

Assim, calculamos a probabilidade do caso real fazendo o produto da probabilidade, resultante da transformação possibilidade-probabilidade, pela

Paciente	Recidiva	Possib.	Probab.	Caso real
Estádio Ta Grau baixo Tamanho 1.5cm	< 3 anos	0,53	52%	16%
	> 3 anos	0,49	49%	15%
Estádio Ta Grau baixo Tamanho 3cm	< 3 anos	0,54	54%	17%
	> 3 anos	0,46	46%	14%
Estádio Ta Grau alto Tamanho 1.7cm	< 3 anos	0,68	68%	29%
	> 3 anos	0,32	32%	24%
Estádio Ta Grau alto Tamanho 5cm	< 3 anos	0,77	77%	33%
	> 3 anos	0,23	23%	10%
Estádio Ta Grau alto Tamanho 3cm	< 3 anos	0,68	68%	30%
	> 3 anos	0,32	32%	13%
Estádio T1 Grau baixo Tamanho 1.7cm	< 3 anos	0,65	65%	19%
	> 3 anos	0,35	35%	10%
Estádio T1 Grau baixo Tamanho 4cm	< 3 anos	0,70	71%	21%
	> 3 anos	0,29	29%	8%
Estádio T1 Grau alto Tamanho 0.9cm	< 3 anos	0,75	76%	33%
	> 3 anos	0,24	24%	11%
Estádio T1 Grau alto Tamanho 2.7cm	< 3 anos	0,78	79%	35%
	> 3 anos	0,21	21%	9%
Estádio T1 Grau alto Tamanho 7cm	< 3 anos	0,85	85%	37%
	> 3 anos	0,15	15%	7%

Tabela 3.3: Alguns resultados obtidos pelo novo SBRF.

<b>Grupo</b>	<b>Estádio</b>	<b>Grau Hist.</b>	<b>Porcentagem</b>
I	Ta	baixo	31%
II	Ta	alto	43%
III	T1	baixo	29%
IV	T1	alto	44%

Tabela 3.4: Porcentagem de pacientes que apresentaram recidiva.

porcentagem da Tabela 3.4.

Este cálculo foi necessário pois se considerássemos apenas a probabilidade da transformação, estaríamos levando em conta que todos os 170 pacientes apresentaram recidiva, o que não acontece.

A tabela a seguir (Tabela 3.5) mostra um exemplo de um tumor de mesmo tamanho (1 cm), mas com estágio e grau diferentes.

<b>Casos</b>	<b>Paciente</b>	<b>Recidiva</b>	<b>Caso real</b>
1	Estádio Ta Grau baixo Tamanho 1cm	< 3 anos	16%
		> 3 anos	15%
2	Estádio Ta Grau alto Tamanho 1cm	< 3 anos	26%
		> 3 anos	17%
3	Estádio T1 Grau baixo Tamanho 1cm	< 3 anos	18%
		> 3 anos	11%
4	Estádio T1 Grau alto Tamanho 1cm	< 3 anos	33%
		> 3 anos	11%

Tabela 3.5: Comparação da mudança de estágio e de grau histológico com o mesmo tamanho.

Analisando a probabilidade do caso real dos quatro casos da Tabela 3.5, nota-se que a mudança de estágio de Ta para T1, mantendo constante o grau

histológico e o tamanho, temos um aumento da probabilidade no conjunto *Risco de Recidiva menor que 3 anos*. O mesmo acontece quando variamos o grau histológico, de baixo para alto, e mantemos o mesmo estágio e tamanho do tumor.

Como exemplo, um tumor no estágio Ta, baixo grau e 1 cm de tamanho apresenta probabilidade do caso real de recidivar 16% em menos de três anos e 15% após três anos (caso 1). Já um tumor no estágio T1, baixo grau e 1 cm de tamanho tem como probabilidade do caso real de recidivar em menos e depois de três anos, 18% e 11%, respectivamente (caso 3). De forma análoga, podemos analisar a mudança de grau e observar o aumento da probabilidade do caso real comentado anteriormente (do caso 1 para 2 ou ainda do caso 3 para o 4).

Assim, nota-se um agravamento do quadro clínico dos pacientes com a mudança de estágio (de Ta para T1) ou com a mudança do grau histológico (de baixo para alto) e portanto o aumento da probabilidade do caso real no conjunto *Risco de Recidiva menor que 3 anos* e a diminuição no conjunto *Risco de Recidiva maior que 3 anos* realmente era esperado.

Esse aumento e diminuição de probabilidade em cada conjunto *fuzzy* de saída *Risco de Recidiva menor que 3 anos e maior que 3 anos*, mudando uma das variáveis estágio e grau histológico, também foi observado em todos os outros casos. Assim, os resultados deste novo SBRF, após um ajuste de curvas, mostraram coerentes com a realidade dos pacientes.

### **3.2.3 Modelo 2: Risco de progressão de tumores superficiais de bexiga**

As variáveis escolhidas para este modelo são as mesmas do modelo anterior, com inclusão de uma nova: *Carcinoma in situ (Cis)* que piora o prognóstico do paciente. Desta forma, foram escolhidas como variáveis de entrada do sistema: *Estádio*, *Grau Histológico*, *Tamanho* e *Cis* e como variável

de saída do sistema *Risco de Progressão*. Vale lembrar que, para esta dissertação, estamos considerando que a palavra *progressão* de um tumor superficial de bexiga refere-se a passagem de um tumor nos estádios Ta e T1 para os estádios T2, T3 ou T4. A Figura 3.8 ilustra o sistema baseado em regras *fuzzy* utilizado para este segundo modelo.

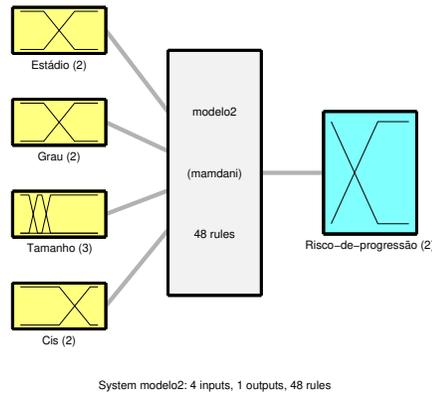


Figura 3.8: Estrutura básica do segundo sistema baseado em regras *fuzzy*.

Assim como no Modelo 1, as variáveis de entrada e de saída do sistema foram consideradas com variáveis linguísticas e seus valores como conjuntos *fuzzy*, em seus respectivos domínios. As variáveis quantitativas, contínuas por natureza, são fuzzificadas de maneira direta, enquanto que as variáveis qualitativas são arranjadas numa escala de 0 a 1.

Os termos linguísticos e as funções de pertinência atribuídos às variáveis *Estádio*, *Grau Histológico* e *Tamanho* foram os mesmos usados no modelo 1. Assim, o *Estádio* foi classificado em *Ta* (tumor restrito à mucosa) e *T1* (tumor com invasão da submucosa), a variável *Grau Histológico*, que indica o grau de diferenciação da célula, foi classificada como *baixo* e *alto* e a variável *Tamanho* com os seguintes termos: *menor que 1.5 cm*, *1.5-3 cm* e *maior que 3 cm* (lembrando que estas dimensões indicam o diâmetro do

tumor medido durante os exames de imagens). As funções de pertinência para estas variáveis estão apresentadas nas Figuras 3.2, 3.3 e 3.4.

No tumor superficial de bexiga, o prognóstico é habitualmente favorável, mas piora com a presença de *Carcinoma in situ* (Cis). A variável *Cis* foi classificada como *Ausente* e *Presente*. Esta é uma variável qualitativa e por este motivo o intervalo  $[0, 1]$  será usado como domínio da função de pertinência, como mostra a Figura 3.9.

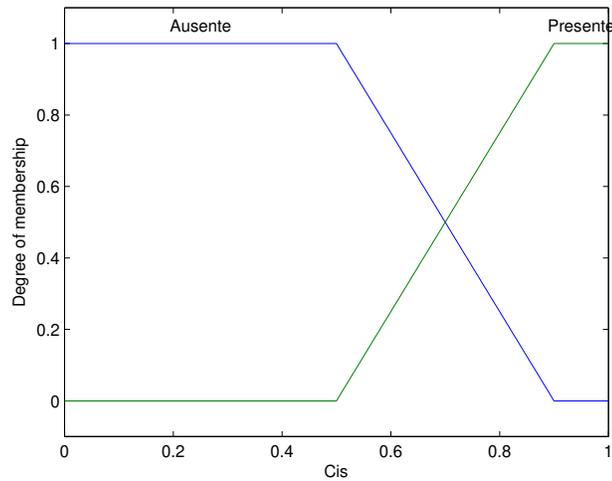


Figura 3.9: Funções de pertinência assumidos pela variável *Cis*.

A variável de saída do sistema *Risco de Progressão* foi considerada como *Progressão menor que 3 anos* e *Progressão maior que 3 anos*. O domínio desta variável será o intervalo  $[0, 10]$ , cuja a escolha foi baseada nos dados dos pacientes. A Figura 3.10 ilustra as funções de pertinência dos conjuntos *fuzzy*.

Como já comentamos, a escolha do formato para estas funções de pertinência dos conjuntos *fuzzy* associados às variáveis de entrada e de saída foi uma espécie de “chute” inicial podendo ser adaptadas posteriormente.

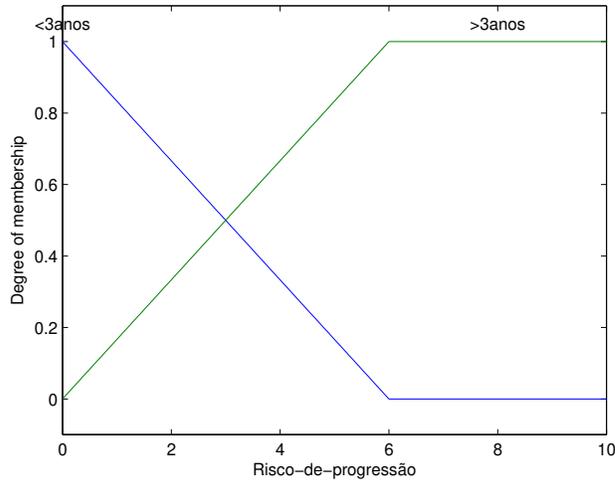


Figura 3.10: Funções de pertinência da variável de saída do segundo sistema *Risco de Progressão*.

O próximo passo é a construção da base de regras. Para isso, foram feitas todas as combinações possíveis entre as variáveis de entrada *Estádio*, *Grau Histológico*, *Tamanho* e *Cis* e a variável de saída *Risco de Progressão* levando em conta os termos linguísticos, atribuídos à cada uma destas variáveis.

A Tabela 3.6 é parte da base de regras. Na primeira coluna, N indica o número da regra, seguindo com as variáveis de entrada e saída e, na última coluna, Peso indica o peso atribuído à cada regra, que ao contrário do modelo anterior, não foi obtido com a ajuda dos especialistas.

Para atribuir o peso às regras, foi feita uma análise multivariada, através do método de regressão linear, por sugestão do Prof. Paulo Roberto Guimarães, professor do IMECC/UNICAMP, com a finalidade de obter uma relação matemática entre as variáveis de entrada (variáveis independentes) e a de saída (variável dependente) e, a partir daí, ponderar as regras. Esta análise foi necessária devido a dificuldade dos especialistas ponderarem as regras e da ausência de nomogramas brasileiros para a predição dos riscos de progressão

N	Estádio	Grau Hist.	Tamanho	Cis	Risco de Prog.	Peso
1	Ta	baixo	$< 1.5 \text{ cm}$	ausente	$< 3 \text{ anos}$	0.1
34	Ta	baixo	$1.5 - 3 \text{ cm}$	ausente	$> 3 \text{ anos}$	0.88
8	Ta	baixo	$> 3 \text{ cm}$	presente	$> 3 \text{ anos}$	0.76
11	Ta	alto	$< 1.5 \text{ cm}$	presente	$< 3 \text{ anos}$	0.52
13	Ta	alto	$> 3 \text{ cm}$	ausente	$< 3 \text{ anos}$	0.47
42	T1	baixo	$1.5 - 3 \text{ cm}$	ausente	$> 3 \text{ anos}$	0.58
17	T1	baixo	$< 1.5 \text{ cm}$	ausente	$< 3 \text{ anos}$	0.4
24	T1	baixo	$> 3 \text{ cm}$	presente	$> 3 \text{ anos}$	0.51
25	T1	alto	$< 1.5 \text{ cm}$	ausente	$< 3 \text{ anos}$	0.75
45	T1	alto	$1.5 - 3 \text{ cm}$	ausente	$< 3 \text{ anos}$	0.77
32	T1	alto	$> 3 \text{ cm}$	presente	$> 3 \text{ anos}$	0.13

Tabela 3.6: Algumas das 48 regras construídas.

de tumores superficiais de bexiga. Se usássemos algum nomograma já existente, nossos resultados estariam baseados neste nomograma. Assim, com esta análise, os resultados obtidos estão baseados na nossa casuística.

Como já comentamos, o número de regras é determinado pela quantidade de termos de cada variável em análise. Assim, como temos quatro variáveis de entrada - Estádio, Grau Histológico, Tamanho e Cis - contendo respectivamente 2, 2, 3 e 2 termos linguísticos para cada variável e uma variável de saída com 2 termos linguísticos, foram criadas 48 regras.

Definida a base de regras, devemos traduzi-la matematicamente a fim de obtermos a saída do sistema. O método utilizado no módulo de inferência será o Método de Mamdani e a defuzzificação será feita pelo Método do Centro de Gravidade, assim como no modelo anterior. Aqui, a saída do sistema também será um valor entre 0 e 10, que corresponde ao domínio da variável de saída do sistema.

### 3.2.4 Simulações

Com o intuito de verificar a confiabilidade dos resultados gerados pelo sistema, foram feitas simulações com os mesmos dados dos pacientes do Hospital da Clínicas da UNICAMP e do Hospital A. C. Camargo de São Paulo. Alguns resultados, em termos de possibilidade e probabilidade, encontram-se na Tabela 3.7. A possibilidade foi obtida a partir do sistema *fuzzy* e a probabilidade foi obtida da transformação possibilidade-probabilidade.

Assim, pela Tabela 3.7, um paciente com tumor no estágio Ta, de baixo grau, tamanho 2 cm e com ausência de Cis apresenta pertinência aos conjuntos de *Risco de Progressão menor que 3 anos e maior que 3 anos*, 0,11 e 0,89, respectivamente. Transformando em probabilidade, temos respectivamente 11% e 89%.

Já um outro paciente com estágio T1, de alto grau, 3 cm de tamanho e com presença de Cis, segundo o SBRF possui possibilidade de 0,48 e 0,52 de progredir em menos e após de três anos, respectivamente. Fazendo a transformação possibilidade-probabilidade, temos uma probabilidade de 48% e 52%, respectivamente.

Os resultados foram analisados e mostraram-se muito pessimistas. Com o intuito de melhorar os resultados deste modelo, adaptamos novamente as funções de pertinência que descrevem os conjuntos *fuzzy* de saída da variável *Risco de Progressão*. A Figura 3.11 representa as funções de pertinência aos conjuntos *fuzzy* de saída do sistema, obtidas por meio dos ajustes de curvas.

Utilizando as novas funções de pertinência dos conjuntos *fuzzy* de saída do sistema, encontradas através dos ajustes de curva, outras simulações foram feitas, considerando os mesmos dados dos dois hospitais anteriormente citados. A Tabela 3.8 mostra alguns resultados que obtivemos em termos de possibilidade, probabilidade e probabilidade do caso real. A possibilidade e a probabilidade foram obtidas como comentamos anteriormente e o cálculo da probabilidade do caso real será mostrado mais adiante.

Paciente	Recidiva	Possibilidade	Probabilidade
Estádio Ta Grau baixo Tamanho 1cm Cis ausente	< 3 anos	0	0%
	> 3 anos	1	100%
Estádio Ta Grau baixo Tamanho 2cm Cis ausente	< 3 anos	0,11	11%
	> 3 anos	0,89	89%
Estádio Ta Grau alto Tamanho 1cm Cis presente	< 3 anos	0,18	18%
	> 3 anos	0,82	82%
Estádio Ta Grau alto Tamanho 3cm Cis presente	< 3 anos	0,27	27%
	> 3 anos	0,73	73%
Estádio T1 Grau baixo Tamanho 0.5cm Cis ausente	< 3 anos	0,10	10%
	> 3 anos	0,90	90%
Estádio T1 Grau baixo Tamanho 2cm Cis presente	< 3 anos	0,15	15%
	> 3 anos	0,85	85%
Estádio T1 Grau alto Tamanho 3cm Cis presente	< 3 anos	0,48	48%
	> 3 anos	0,52	52%
Estádio T1 Grau alto Tamanho 4cm Cis ausente	< 3 anos	0,44	44%
	> 3 anos	0,56	56%

Tabela 3.7: Primeiros resultados obtidos do segundo modelo.

Paciente	Risco de Prog.	Possib.	Probab.	Caso real
Estádio Ta Grau baixo Tamanho 1.7 cm Cis ausente				
	< 3 anos	0,08	7%	0,3%
	> 3 anos	0,93	93%	3,7%
Estádio Ta Grau baixo Tamanho 4 cm Cis ausente				
	< 3 anos	0,11	11%	0,42%
	> 3 anos	0,90	89%	3,58%
Estádio Ta Grau alto Tamanho 1 cm Cis presente				
	< 3 anos	0,39	39%	3,86%
	> 3 anos	0,62	61%	6,14%
Estádio Ta Grau alto Tamanho 2,5 cm Cis ausente				
	< 3 anos	0,33	32%	3,25%
	> 3 anos	0,69	68%	6,75%
Estádio T1 Grau baixo Tamanho 0.7 cm Cis ausente				
	< 3 anos	0,24	24%	0,94%
	> 3 anos	0,78	76%	3,06%
Estádio T1 Grau baixo Tamanho 2 cm Cis presente				
	< 3 anos	0,32	32%	1,28%
	> 3 anos	0,69	68%	2,72%
Estádio T1 Grau alto Tamanho 5 cm Cis ausente				
	< 3 anos	0,79	78%	7,82%
	> 3 anos	0,22	22%	2,18%
Estádio T1 Grau alto Tamanho 7 cm Cis presente				
	< 3 anos	0,87	86%	8,65%
	> 3 anos	0,14	14%	1,35%

Tabela 3.8: Alguns resultados obtidos pelo novo SBRF do Modelo 2.

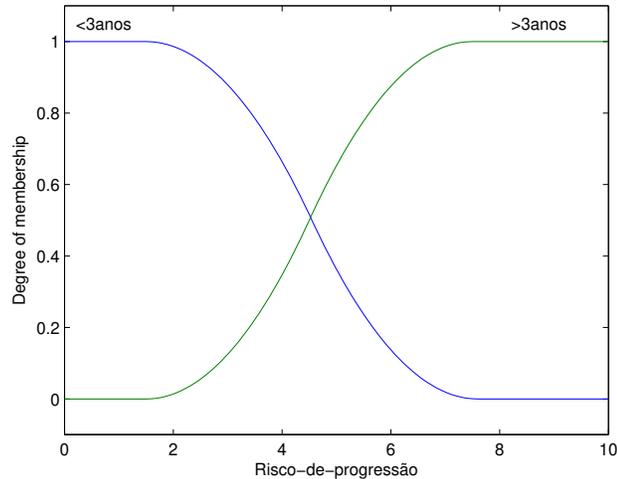


Figura 3.11: Funções de pertinência dos conjuntos *fuzzy* assumidos pela variável linguística *Risco de Progressão*.

Como exemplo, um paciente com estágio Ta, de alto grau, 2,5 cm de tamanho e ausência de Cis, de acordo com o sistema baseado em regras *fuzzy*, a possibilidade do risco de progressão ser *menor que 3 anos* é 0,33 e de ser *maior que 3 anos* é 0,69. Convertendo estas possibilidades em probabilidades tem-se: 32% e 68%, respectivamente.

Ao observar a Tabela 3.8, notamos que a variável *Grau Histológico* possui grande influência na predição do risco de progressão: paciente com tumores de baixo grau apresentaram menor probabilidade de progressão enquanto que os de alto grau apresentaram uma maior probabilidade. A importância desta variável também foi observada durante a análise multivariada.

### Probabilidade do Caso Real do Modelo 2

A probabilidade do caso real foi calculada como no modelo anterior, porém, desta vez, os 170 pacientes foram divididos em apenas dois grupos e, para cada grupo, calculamos a porcentagem de paciente que progrediram.

A Tabela 3.9 mostra como foi feita a divisão dos grupos e a porcentagem de cada um.

<b>Grupo</b>	<b>Grau Hist.</b>	<b>Porcentagem</b>
I	baixo	4%
II	alto	10%

Tabela 3.9: Porcentagem de pacientes que apresentaram progressão.

Dividimos em apenas dois grupos pois raramente acontece progressão e se dividíssemos em quatro, teríamos uma porcentagem nula em algum grupo. Pela análise multivariada, o grau histológico é a variável que mais influencia no risco de progressão. Por este motivo, escolhemos esta variável para a classificação dos grupos.

A Tabela 3.10 mostra um exemplo de dois tumores com mesmo estágio, grau histológico e tamanho, porém, um com a presença e outro com a ausência de Cis.

<b>Paciente</b>	<b>Risco de Prog.</b>	<b>Probab. do caso real</b>
Estádio T1		
Grau alto	< 3 anos	7,55%
Tamanho 3 cm	> 3 anos	2,45%
Cis ausente		
Estádio T1		
Grau alto	< 3 anos	8,1%
Tamanho 3 cm	> 3 anos	1,9%
Cis presente		

Tabela 3.10: Comparação de tumores com a presença e ausência de Cis.

Assim, um paciente com estágio T1, alto grau, 3 cm de tamanho e com ausência de Cis possui probabilidade do caso real de progredir em menos e após três anos 7,55% e 2,45%, respectivamente. Já outro paciente com os

mesmos dados mas com a presença de Cis, possui a probabilidade do caso real 8,1% e 1,4%, respectivamente. Analisando a probabilidade do caso real de todos os outros casos, também notamos que a presença do Carcinoma *in situ* (Cis) aumenta as chances do tumor progredir. Portanto a presença do Carcinoma *in situ* piora o prognóstico do paciente, como era esperado.

Desta forma, os resultados do novo sistema baseado em regras *fuzzy* foram mais otimistas comparando com os resultados anteriores e mais coerentes com a realidade dos pacientes.

# Capítulo 4

## Conclusão e Trabalhos Futuros

### 4.1 Conclusão

O câncer é um importante problema de saúde pública no mundo. No Brasil, constitui a segunda causa de morte por doença, atrás somente das doenças do aparelho circulatório. Com relação ao tipo de câncer, o tumor de bexiga é o segundo tumor mais comum do trato urinário, precedido pelo câncer de próstata, sendo mais frequente nos homens do que no sexo feminino.

Cerca de 70% dos casos de câncer de bexiga são diagnosticados inicialmente como doença superficial e apresentam alta probabilidade de recorrência. Diante disso, é necessário um seguimento contínuo e prolongado para detectar recidiva e evitar progressão.

Estimativas dos riscos podem ajudar a identificar o grupo de pacientes de alto risco e assim escolher o tratamento mais adequado para cada paciente. Se for detectado precocemente, os tumores de bexiga podem ser curados em mais de 70% dos casos.

Ao longo desta dissertação, foi apresentada uma opção para prever os riscos de recidiva e progressão de tumores superficiais de bexiga. Cada modelo proposto consiste num sistema baseado em regras *fuzzy* que combina dados do tumor dos pacientes (estádio, grau e tamanho para o Modelo 1 e

estádio, grau, tamanho e presença de Cis para o segundo modelo) levando em conta um conjunto de regras, de natureza linguística, elaborado a partir da ajuda dos especialistas que contactamos. A construção dos dois modelos é baseada na teoria dos conjuntos *fuzzy*, a qual permite incluir a incerteza das informações disponíveis e realizar processos de raciocínio aproximado utilizando essas informações.

A saída dos dois sistemas é um número real entre 0 e 10, e a este número corresponde um grau de pertinência em cada conjunto *Risco de Recidiva menor que 3 anos e maior que 3 anos*, para o primeiro modelo, e *Risco de Progressão menor que 3 anos e maior que 3 anos*, para o segundo modelo.

Fizemos simulações utilizando dados reais de pacientes do Hospital da Clínicas da UNICAMP e do Hospital A. C. Camargo de São Paulo, que apresentavam todas as informações de todas as variáveis envolvidas na modelagem.

Os resultados dos dois modelos, após um ajuste das funções de pertinência das variáveis de saída dos sistemas mostraram-se mais otimistas, em relação aos riscos de recidiva e progressão do tumor, do que os resultados anteriores.

No primeiro modelo foi observado que, em todos os casos, os pacientes apresentam maior chance de recidiva em menos de três anos. Também foi observado que a mudança do estágio (de Ta para T1) ou de grau (de baixo para alto) ou aumento de tamanho, pelo modelo, pioram o prognóstico do paciente.

Já no segundo modelo, foi notado que os tumores de alto grau apresentam maior chance de progredir do que os de baixo grau, mesmo quando comparados no mesmo estágio. Além disso, a presença do carcinoma *in situ* (Cis) aumenta a probabilidade de progressão.

Portanto, de acordo com os especialistas, as respostas dos novos modelos (após os ajustes de curva) estão mais próximas da realidade clínica enfrentada pelos pacientes com tumor de bexiga.

A modelagem utilizando conjuntos *fuzzy*, quando comparada com os mé-

todos estatísticos tradicionais, apresenta algumas vantagens. Além da relativa facilidade de interpretação, a modelagem *fuzzy* é mais abrangente, no sentido de que o especialista pode avaliar todas as variáveis numa escala contínua, cuja a transição para cada conjunto acontece de forma gradual e não abrupta.

## 4.2 Trabalhos Futuros

Uma proposta de trabalho futuro é a inclusão novas variáveis de entrada como número de lesões, idade, sexo e cor. Também poderíamos incluir como variável de entrada, se o paciente é ou não fumante, pois o tabagismo é o fator de risco mais importante do câncer de bexiga e segundo a Sociedade Brasileira de Urologia (SBU) [24], está presente em cerca de 50% dos casos no sexo masculino e em 35% entre as mulheres.

Vale lembrar que quanto maior a quantidade de variáveis mais preciso serão os resultados. Mas, no entanto, um número maior de variáveis envolvidas acarreta em uma complexidade maior para análise do problema principalmente na atribuição de peso para as regras que compõem a base de regras, tendo em vista a dificuldade dos especialistas em ponderar as regras e a falta de nomogramas brasileiros que combinem todas estas variáveis.

Para melhorar os resultados dos modelos também poderíamos trabalhar com um maior banco de dados, que são úteis para a construção dos ajustes de curvas das funções de pertinência dos conjuntos *fuzzy* de saída.

Uma outra proposta interessante seria o desenvolvimento de uma interface gráfica para cada modelo, facilitando assim, o acesso por parte dos especialistas.

Poderíamos também avaliar os modelos que descrevemos nesta dissertação através da Curva ROC (Receiver Operating Characteristics). Esta curva é uma representação gráfica da relação entre sensibilidade e especificidade para

todas as possíveis interpretações de um teste de diagnóstico.

Enfim, são muitas as possibilidades de trabalhos futuros nessa área com a utilização dos conjuntos *fuzzy*. A utilização das variáveis linguísticas e do raciocínio aproximado é cada vez mais aceita por está mais próxima da realidade. Além disso, o formalismo desta teoria é mais simples do que as alternativas matemáticas clássicas.

# Referências Bibliográficas

- [1] ALONSO, A. C. R. *Um modelo matemático para calcular o índice de risco de malignidade de tumores do ovário utilizando a teoria dos conjuntos fuzzy*. Dissertação de Mestrado – Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas. Campinas – SP, 2007.
  
- [2] BARROS, L. C.; BASSANEZI, R. C. *Tópicos de Lógica Fuzzy e Biomatemática*. Coleção IMECC Textos Didáticos, UNICAMP/IMECC. Campinas - SP, 2006.
  
- [3] BENDHACK, M. L. Câncer da Bexiga. In: BENDHACK, D.; DAMIÃO, R. *Guia Prático de Urologia*. São Paulo: BG Cultural, SBU - Sociedade Brasileira de Urologia, 1999. P. 177–185.
  
- [4] CASTANHO, M. J. P. *Construção e avaliação de um modelo matemático para prever a evolução do câncer de próstata e descrever seu crescimento utilizando a teoria dos conjuntos fuzzy*. Tese de Doutorado – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas. Campinas – SP, 2005.
  
- [5] CHIU, C. Y.; PARK, C. S. *Fuzzy cash flow analysis using present worth criterion*. The Engineering Economist, vol 39, 113-137, 1994.

- [6] DAMIÃO, R.; FIGUEIREDO, R.; DORNAS, M. C. Tumor Vesical. In: NETO JR, N. R. *Urologia Prática* (Org.). São Paulo: Roca, 2008. P. 267–275.
- [7] D’ANCONA, C. A. L. *Câncer de Bexiga*. Disponível em: <<http://www.fcm.unicamp.br/deptos/cirurgia/urologia/graduacao/-material.html>> Último acesso em julho de 2008.
- [8] DUBOIS D.; PRADE, H. On several representations of an uncertain body of evidence. In GUPTA, E. S. *Fuzzy information and decision processes*. North-Holland (1982). P. 167-182.  
<<http://www.imaginologia.com.br>> Último acesso em setembro de 2008.
- [9] GOMIDE, F. A. C.; GUDWIN, R. R. *Modelagem, controle, sistemas e lógica fuzzy*. Revista da SBA Controle & Automação, 4(3), Campinas-SP, 1994. P. 97-115.
- [10] GUERRA, M. R.; GALLO, C. V. M.; MENDONÇA, G. A. S. *Risco de câncer no Brasil: tendências e estudos epidemiológicos mais recentes*. Revista Brasileira de Cancerologia, 2005; 51(3): 227–234.
- [11] INCA, *Instituto Nacional do Câncer*. Disponível em: <<http://www.inca.gov.br>> Último acesso em setembro de 2008.
- [12] JANÉ, D. A. *Uma introdução ao estudo da lógica fuzzy*. Hórus - Revista de Humanidades e Ciências Sociais Aplicadas, Ourinhos/SP, N° 02, 2004.
- [13] KAUFMANN, A. J.; GUPTA, M. M. *Fuzzy mathematical models in engineering and management science*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers B, 1988.

- [14] KAUFMANN, A.; JONES, A.; ZIMMERMANN, H. *Fuzzy Sets Theory and Applications*. NATO ASI Series. Series C: Mathematical and Physical Sciences Vol. 177. Louvain-la-Neuve, Belgium, 1985. P. 51-60.
- [15] KAWAMURA, J. *Aplicação de um sistema fuzzy para diagnóstico de câncer do esôfago*. Dissertação de Mestrado – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas (SP), 2007. P. 4–37.
- [16] KLIR, G. J.; CLAIR, U. H. St., YUAN, B. *Fuzzy Set Theory: Foundations and Applications*. Prentice Hall PTR. USA, 1997.
- [17] LOPES, V. A. *Modelagem Fuzzy de Diagnóstico Médico e Monitoramento do Tratamento da Pneumonia*. Revista Biomatemática 15. Campinas – SP, 2005, P.77-96.
- [18] MATHEUS, W. E. *Carcinoma urotelial invasivo de bexiga: primário versus progressivo: análise multicêntrica de sobrevida global*. Tese de Doutorado– Programa de Pós-graduação da Faculdade de Ciências Médicas, Universidade Estadual de Campinas, Campinas – SP, 2007.
- [19] NHS Direct – Health & Medical Information. Disponível em: <<http://www.nhsdirect.nhs.uk>> Último acesso em agosto de 2008.
- [20] ONCOGUIA. Disponível em: <<http://www.oncoguia.com.br>> Último acesso em setembro de 2008.
- [21] ORTEGA, N. R. S. *Aplicação da teoria de conjuntos fuzzy a problemas de biomedicina*. Tese de Doutorado, Instituto de Física da Universidade de São Paulo. São Paulo - SP, 2001.
- [22] PRANDO, D. Bexiga Urinária e Úraco. In: PRANDO, A. et al. *Urologia: Diagnóstico por Imagem*. São Paulo: Sarvier, 1997. P. 267–290.

- [23] ROCHA, P. A; *Urologia Online*. Curitiba. Disponível em: <<http://www.uro.com.br>> Último acesso em agosto de 2008.
- [24] SBU, *Sociedade Brasileira de Urologia*. São Paulo. Disponível em: <<http://www.sbu-sp.org.br/>> Último acesso em setembro de 2008.
- [25] SILVA, J. D. M. *Análise de Estabilidade de Sistemas Dinâmicos P-fuzzy com Aplicações em Biomatemática*. Tese de Doutorado, Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas - SP, 2005. P. 25-26.
- [26] SILVEIRA, G. P. *Aplicação da teoria dos conjuntos fuzzy na predição do estadiamento patológico do câncer de próstata*. Dissertação de Mestrado, Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas - SP, 2007.
- [27] VON ALTROCK, C. *Fuzzy logic and neuroFuzzy applications in business and finance*. New Jersey: Prentice Hall PTR, 1996.
- [28] WHO, *World Health Organization*. Disponível em: <[www.who.int/cancer/en/](http://www.who.int/cancer/en/)> Último acesso em agosto de 2008.