

Juliana de Paula

*Contágio em Mercados Financeiros
'Emergentes'*

Campinas - SP

2006

Juliana de Paula

*Contágio em Mercados Financeiros
'Emergentes'*

Dissertação apresentada junto ao Departamento de Estatística do Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da Universidade Estadual de Campinas, para obtenção do Título de Mestre em Estatística.

Orientador:

Prof. Dr. Luiz Koodi Hotta

Co-orientador:

Prof. Dr. Mauricio Enrique Zevallos Herencia

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

Campinas - SP

2006

Este exemplar corresponde à redação final da dissertação devidamente corrigida e defendida por Juliana de Paula e aprovada pela comissão julgadora.

Prof. Dr. Luiz Koodi Hotta
Departamento de Estatística - UNICAMP
Orientador

Prof. Dr. Mauricio Enrique Zevallos Herencia
Departamento de Estatística - UNICAMP
Co-orientador

Banca Examinadora:

1. Prof. Dr. Mauricio Enrique Zevallos Herencia (co-orientador) - IMECC/UNICAMP
2. Prof. Dr. Pedro Alberto Morettin - USP
3. Prof. Dr. Pedro Luiz Valls Pereira - IBMEC
4. Prof. Dr. Emanuel Pimentel Barbosa (suplente) - IMECC/UNICAMP

Dissertação apresentada junto ao Departamento de Estatística do Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da Universidade Estadual de Campinas, para obtenção do Título de Mestre em Estatística.

Agradecimentos

Agradeço em primeiro lugar ao meu noivo, Rômulo, por proporcionar o suporte emocional necessário durante todo o período do mestrado. Pelo apoio, dedicação e respeito que me dedica sempre.

Aos meus pais, Palmira e João, por terem fornecido sempre todas as condições, morais e financeiras, para que eu me dedicasse aos estudos com tranquilidade, e por proporcionarem um ambiente familiar maravilhoso desde a minha infância.

Ao meu sobrinho Gustavo, pela sua existência e por trazer tanta alegria mesmo nos momentos mais difíceis.

Às minhas irmãs, Fernanda e Marisa, aos seus respectivos maridos, Luis Renato e Ricardo, aos meus sogros, Susi e Augusto, e ao meu cunhado Remo, pelos momentos de alegria e descontração nas reuniões familiares.

A Deus por me proporcionar a oportunidade dessa existência, de convívio com pessoas tão extraordinárias e por me proporcionar um corpo saudável que permite realizar todos os meus sonhos.

Ao meu orientador, Luiz Koodi Hotta, por todos os ensinamentos que me prestou ao longo desse último ano e por ter me acolhido e acreditado em mim desde o princípio.

Ao meu co-orientador, Mauricio Enrique Zevallos Herencia, por seus comentários pertinentes e pelo auxílio principalmente na parte de programação.

Aos demais professores do departamento, Nancy, Filidor, Verónica, Marina, Aluísio, Hildete, entre outros, pela constante busca em aperfeiçoar os alunos desse instituto.

Aos membros da banca, Pedro Alberto Morettin e Pedro Luiz Valls Pereira, pelos comentários e sugestões pertinentes que auxiliaram grandes melhorias no trabalho final.

Aos meus colegas de mestrado por toda assistência que me deram nos momentos de maiores dificuldades, cada um a sua maneira, possibilitando a produção da minha dissertação. Aqui em especial para duas pessoas, Lori e Rodrigo, uma por me ajudar nos momentos de maior desespero me mostrando a grande amiga que é, e outro pelo auxílio essencial que prestou para a realização de algumas partes da tese. Incluo nesta lista de colegas o professor Emerson Marçal que tanto me auxiliou com o fornecimento dos programas e pela paciência com que me ajudou a entender o funcionamento dos mesmos.

À CAPES, pelo suporte financeiro que permitiu a minha dedicação exclusiva ao mestrado.

*“A vida é um milhão de novos começos,
movidos pelo desafio sempre novo de
viver e fazer todo sonho brilhar.”*

Autor desconhecido

Resumo

O conceito de contágio tem sido um dos mais discutidos na literatura de finanças internacionais a partir da última década do século XX. Embora não exista uma forte concordância em relação à sua definição, todos concordam em que ele está relacionado ao fato de que crises econômicas iniciadas em um período podem propagar-se por outros países através do aumento das conexões entre os países envolvidos. Neste sentido, um dos indicadores utilizados para verificar a existência de contágio é o aumento da correlação condicional em um período de crise com relação a períodos tranquilos. Neste trabalho são estudadas algumas técnicas estatísticas para estimar a correlação condicional. São considerados estimativas através do método do alisamento exponencial, de modelos da família GARCH multivariada e utilizando a análise fatorial com modelos de volatilidade estocástica. Estas técnicas são empregadas para estudar o contágio que envolvam países latino-americanos e alguns países asiáticos, quais sejam, Brasil, México, Argentina, Malásia e Rússia ao longo do período de 05/09/1995 a 30/12/2004. Nota-se que existe unanimidade nos resultados com relação a existência ou não de contágio entre as técnicas para alguns países em determinados período de tempo, principalmente durante a crise asiática, mas existem períodos onde essas técnicas levam a conclusões diferentes.

Abstract

The issue of contagion has been one of the most debated in the international finance literature in the last years. Although there is no general agreement regarding the definition of contagion, it is known that this issue is related to the fact that crisis started in one country tend to propagate to other countries. Therefore, a measure used as an indication of the presence of contagion is the growth of the conditional correlation during crisis periods. This dissertation review some of the statistical techniques used to estimate conditional correlation: the exponential smoothing method, multivariate GARCH type models and factor analysis with stochastic volatility model. These techniques are applied in order to study contagion among Latin American and some asian market countries, i.e. Brazil, Mexico, Argentina, Malaysia and Russia covering the period from 05/09/1995 until 30/12/2004. In some crisis period, mainly during the Asian crisis there is a general agreement among all techniques, but there also cases where they lead to different conclusions.

Sumário

Lista de Tabelas	p. xix
Lista de Figuras	p. xxi
Introdução	p. 1
1 Panorama da Literatura de Contágio	p. 9
1.1 Introdução	p. 9
1.2 Definições e causas	p. 10
1.3 Metodologias	p. 13
1.4 Resultados	p. 18
2 Análise Inicial dos dados	p. 23
2.1 Introdução	p. 23
2.2 Os dados	p. 23
2.3 Estatísticas	p. 28
2.4 Filtragem	p. 34
3 Alisamento Exponencial	p. 37
3.1 Introdução	p. 37

3.2	Método	p. 38
3.3	Alisamento Exponencial	p. 40
3.4	Conclusão	p. 52
4	Modelos da família ARCH	p. 55
4.1	Introdução	p. 55
4.2	ARCH	p. 56
4.3	GARCH univariado	p. 57
4.4	GARCH multivariado	p. 58
4.4.1	Modelo Correlação Condicional Constante - CCC	p. 58
4.4.2	Modelo VEC	p. 62
4.4.3	Modelo BEKK - Baba, Engle, Kraft e Kroner	p. 65
4.4.4	Modelo Fatorial	p. 66
4.4.5	Modelo Correlação Condicional Dinâmica - DCC	p. 68
4.4.5.1	Modelo Assimétrico de Correlação Condicional Dinâmica - ADCC	p. 70
4.5	Testes de Especificação	p. 71
4.6	Resultados Empíricos	p. 73
4.6.1	Estimação e Testes de Especificação	p. 73
4.6.2	Análise das volatilidades e do Contágio	p. 79
4.7	Conclusão	p. 91
5	Análise Fatorial	p. 95
5.1	Introdução	p. 95

5.2	Método	p. 96
5.2.1	Modelo de Fatores	p. 96
5.2.2	As componentes de volatilidade estocástica	p. 98
5.2.3	Prioris	p. 99
5.3	Resultados Empíricos	p. 101
5.4	Conclusão	p. 115
	Conclusão	p. 117
	Referências	p. 121
	Anexo	p. 125

Lista de Tabelas

2.1	Estatísticas descritivas dos retornos.	p. 28
2.2	Estatísticas descritivas dos retornos para os três períodos.	p. 30
2.3	Variâncias e correlações entre os pares de índices.	p. 34
2.4	Estimativas dos parâmetros e das variâncias da filtragem AR(1).	p. 36
2.5	Estatísticas descritivas após a filtragem AR(1).	p. 36
3.1	Estimativas de λ para os pares de Índices	p. 41
4.1	Modelos GARCH com distribuição normal, com 1979 observações.	p. 73
4.2	Estimativas dos parâmetros do DCC (2,2).	p. 74
4.3	Estatísticas descritivas dos resíduos do DCC (2,2)	p. 75
4.4	Ljung-Box para os resíduos do modelo DCC (2,2) e para seus quadrados.	p. 76
4.5	Estatísticas descritivas dos resíduos do BEKK completo (2,2)	p. 76
4.6	Ljung-Box para os resíduos do modelo BEKK comp. (2,2) e para seus quadrados.	p. 77
4.7	Testes de especificação supondo normalidade	p. 78
5.1	Prioris para os parâmetros do MF-VE	p. 100
5.2	Médias e desvios-padrão das posterioris.	p. 107

Lista de Figuras

2.1	Séries de todos os índices.	p. 24
2.2	Retornos diários de todos os índices.	p. 25
2.3	Histogramas dos retornos diários.	p. 31
2.4	Dispersão entre os retornos dos pares de índices.	p. 32
2.5	Função de Autocorrelação de cada um dos retornos e de seus quadrados	p. 33
2.6	Função de Autocorrelação para cada um dos índices depois de realizada a filtragem.	p. 35
3.1	Estimativas das variâncias condicionais de cada um dos índices dadas pelo método de alisamento exponencial.	p. 42
3.2	Estimativas das covariâncias entre os pares de índices dadas pelo método de alisamento exponencial.	p. 43
3.3	Estimativa das correlações entre os pares de índices dadas pelo método de alisamento exponencial.	p. 44
3.4	Soma acumulada das correlações dadas pelo método de alisamento exponencial.	p. 45
4.1	Estimativa das variâncias condicionais de cada um dos índices dadas pela modelagem GARCH	p. 80
4.2	Estimativas das covariâncias de cada um dos pares de índices dadas pela modelagem GARCH.	p. 81

4.3	Estimativas das covariâncias de cada um dos pares de índices dadas pela modelagem GARCH (continuação).	p. 82
4.4	Estimativas da correlação para cada um dos pares de índices dadas pela modelagem GARCH.	p. 83
4.5	Estimativas da correlação para cada um dos pares de índices dadas pela modelagem GARCH (continuação).	p. 84
4.6	Soma acumulada das correlações dadas pela modelagem DCC (2,2).	p. 85
5.1	Estimativas das variâncias condicionais comuns e específicas de cada um dos índices dadas pelo modelo de análise fatorial com um fator.	p. 102
5.2	Estimativas das variâncias condicionais de cada um dos índices dadas pelo modelo de análise fatorial com um fator.	p. 103
5.3	Estimativas das covariâncias de cada um dos pares de índices dadas pelo modelo de análise fatorial com um fator.	p. 104
5.4	Estimativas das correlações de cada um dos pares de índices dadas pelo modelo de análise fatorial com um fator.	p. 105
5.5	Soma acumulada das correlações dadas pela análise fatorial.	p. 106
C.1	Diagrama dos resultados obtidos com o alisamento exponencial.	p. 119
C.2	Diagrama dos resultados obtidos com o DCC (2,2).	p. 119
C.3	Diagrama dos resultados obtidos com a análise fatorial.	p. 120
C.4	Diagrama dos resultados coerentes entre todas as análises.	p. 120
A.1	Estimativas da correlação par Ibovespa Merval.	p. 125
A.2	Estimativas da correlação par Ibovepa IPC.	p. 126
A.3	Estimativas da correlação par Ibovespa KLSE.	p. 127
A.4	Estimativas da correlação par Ibovespa RTSI.	p. 128

A.5	Estimativas da correlação par Merval IPC.	p. 129
A.6	Estimativas da correlação par Merval KLSE.	p. 130
A.7	Estimativas da correlação par Merval RTSI.	p. 131
A.8	Estimativas da correlação par IPC KLSE.	p. 132
A.9	Estimativas da correlação par IPC RTSI.	p. 133
A.10	Estimativas da correlação par KLSE RTSI.	p. 134

Introdução

A conexão existente entre os países, principalmente a que ocorre em períodos de turbulência, e que leva muitas nações simultaneamente a crises econômicas, tornou-se um assunto muito discutido nas finanças internacionais na última década do século XX. Isto ocorreu porque notou-se a ineficácia dos modelos até então vigentes na literatura do *mainstream* na explicação das crises desencadeadas nesse período, qual sejam: o efeito Tequila do México em dezembro de 1994; a crise asiática no segundo semestre de 1997; a crise da Rússia em agosto de 1998 (incluindo a crise do fundo LTCM); a crise do Brasil em 1999; a queda da Nasdaq em abril de 2000 e, avançando um pouco além da década de 90, a crise argentina no final de 2001 (RIGOBON, 2001).

Segundo Curado e Canuto (2001), a literatura ortodoxa pode ser organizada em três gerações na tentativa de explicar a ocorrência dos ataques especulativos. A primeira dessas gerações veio em resposta às crises latino-americanas do final dos anos 70 e início dos anos 80. Os modelos dessa geração possuem a hipótese de mercados financeiros eficientes e a crise cambial é resultado de problemas na gestão de política macroeconômica, ou seja, é o resultado previsível de ataques especulativos inevitáveis advindos da resposta racional dos agentes privados a políticas domésticas inconsistentes. A segunda geração começa a surgir por volta de 1992, na tentativa de explicar o novo padrão de crise pós-crise no Sistema Monetário Europeu já que os países afetados possuíam fundamentos sólidos. Os modelos ainda continuam com a hipótese de mercados financeiros eficientes, a crise cambial continua sendo fruto de problemas na gestão de política macroeconômica, mas agora os governos têm a possibilidade de escolha da política macroeconômica a ser adotada analisando o custo-benefício social. Os modelos passam a incluir antecipações dos agentes atu-

antes no mercado de câmbio sobre a política monetária futura do governo, como nível de desemprego, grau de endividamento do setor público e situação do sistema bancário. Há uma ‘ampliação’ dos fundamentos. Por fim, os modelos de terceira geração surgem pós-crise asiática ¹ devido a incapacidade dos modelos vigentes de explicar a imprevisibilidade e desvinculação da crise com os fundamentos fiscais e monetários dos países. Aqui a hipótese vigente é a da assimetria de informações no mercado financeiro e a crise cambial está completamente vinculada a uma crise financeira, processo chamado de crises gêmeas. Ou seja, os autores do *mainstream* passam a incorporar em sua modelagem conceitos até então restritos a heterodoxia, como ataques especulativos auto-realizáveis, volatilidade dos fluxos de capitais, informação imperfeita, comportamento de manada dos investidores e o efeito-contágio (PRATES, 2002, cap.1)(CURADO; CANUTO, 2001).

É justamente nos modelos de terceira geração com a finalidade de entender o contágio entre os mercados financeiros que vamos colocar nosso foco de interesse. Apesar do motivo que levou os autores a pesquisar sobre esse assunto ter sido o mesmo, a grande repercussão da crise dos países do sudeste asiático, este ainda é um assunto muito controverso por não haver consenso de como definir o contágio e, principalmente, de como mensurá-lo. De acordo com o Forbes e Rigobon (2001) as definições encontradas na literatura convencional podem ser divididas em três categorias: ampla, restrita e muito restrita.

A definição ampla considera contágio a simples transmissão de choques entre países, podendo ocorrer em períodos tranquilos ou de crise. Estão relacionadas a co-movimentos em taxas de câmbio, preços de ações, *spreads* soberanos e fluxos de capitais (DORNBUSCH; PARK; CLAESSENS, 2001).

Já a definição restrita considera como contágio a transmissão de choques para outros países ou correlação entre países, as quais estão além de qualquer ligação

¹Já ocorriam indícios de uma nova modelagem pós-crise mexicana, mas aqui está-se priorizando a crise asiática por que o impacto desta foi muito maior, pois acreditava-se que esses países eram infalíveis e poderiam ser utilizados como modelo de crescimento sustentado para os demais países em desenvolvimento (PRATES, 2002, cap.1).

fundamental entre os países e além dos choques comuns. Outra maneira de se referir a essa definição é: excesso de co-movimentos comumente explicados pelo comportamento de manada. Aqui não importa a magnitude da mudança mas sim basta saber os canais da propagação do choque (FORBES; RIGOBON, 2001).

A terceira e última definição, a muito restrita, considera que o contágio ocorre quando a correlação, ou alguma outra estatística como a probabilidade estimada de ataques especulativos ou a transmissão de choques, entre os países aumenta significativamente nos períodos de crise com relação aos períodos tranquilos. Essa definição pode ser nomeada de *shift-contagio* (FORBES; RIGOBON, 2001).

Independentemente da definição adotada, o contágio pode ser causado por diferentes razões, e seguindo a literatura ortodoxa, estas podem ser divididas em dois blocos: causas fundamentais e comportamento do investidor (DORNBUSCH; PARK; CLAESSENS, 2001).

Dentro das causas fundamentais apresentam-se os choques comuns que são globais, como por exemplo mudanças econômicas muito importantes em economias industriais ou mudanças nos preços das commodities, podendo levar a crises em países emergentes. Em geral um choque comum pode levar a co-movimentos em preços de ações ou fluxos de capitais. São causas fundamentais também as ligações comerciais onde os investidores prevêem o futuro dos países baseando-se na saúde de seus parceiros comerciais, levando a propagação de crises, e a desvalorizações competitivas, ao passo que afetam as exportações de outros países, colocando a moeda desses países sob pressão, principalmente se estes estão em regime de câmbio fixo. O último subgrupo dessa categoria de causas são as ligações financeiras, pois uma crise financeira em um país pode desencadear crises em outros países por motivos similares aos das ligações comerciais, incluindo reduções de crédito comercial, investimento direto estrangeiro e outros fluxos de capitais em outros países (DORNBUSCH; PARK; CLAESSENS, 2001).

O comportamento dos investidores, que pode ser considerado racional ou irracional, leva a transmissão do choque de um país para o outro e conecta diretamente

o grau de integração dos mercados financeiros dos países e a força de transmissão desses choques. Esta categoria se subdivide em problemas de liquidez e de incentivo, comportamento tido como racional onde os investidores tomam a posição de vendidos em diversos mercados para obter a liquidez de que necessitam ou devido a sua estrutura de incentivo, para agentes individuais, esse comportamento é mais característico de investidores particulares. Outro fator seriam os problemas de informação assimétrica ou de coordenação. Por não haver informações melhores, a crise em um país leva os investidores a acreditar que outros países estão enfrentando o mesmo problema e então mudam de posição nesses mercados. Ainda temos o equilíbrio múltiplo levando ao contágio quando uma crise em um país emergente causa um equilíbrio ruim em outro país emergente. Por fim, mudanças nas regras do jogo, ou melhor, mudanças nas percepções dos investidores a essas regras, podem levar ao contágio (DORNBUSCH; PARK; CLAESSENS, 2001).

Vale salientar que a despeito dos modelos de terceira geração terem introduzido na análise conceitos heterodoxos, ou seja, características do sistema financeiro internacional contemporâneo, a dinâmica desse sistema ainda está ausente dos novos modelos, ou é inserida de forma parcial e insuficiente, não levando em conta a existência de um arranjo institucional hierarquizado e assimétrico em torno de uma moeda-chave (PRATES, 2002, cap.1).

Este trabalho visa aplicar as técnicas estatísticas utilizadas pelo *mainstream* para avaliar a presença ou não de contágio nas crises ocorridas na década de 90, principalmente envolvendo países latino-americanos, pois a maioria dos autores se preocupa em estudar somente países do Sudeste Asiático. Assim, será analisado se as técnicas utilizadas pela literatura convencional são eficazes e condizentes com a análise dos fatos históricos e de suas conseqüências. Também seria interessante notar até que ponto os modelos auxiliam a adoção de políticas com a finalidade de evitar o contágio, porém essa será nossa indicação para estudos futuros. Para isso será utilizado um banco de dados histórico contendo índices de bolsas de valores emergentes, quais sejam: o Ibovespa para o Brasil; o IPC para o México; o KLSE para a Malásia; o Merval para a Argentina; e o RTSI para a Rússia. A opção por

esse pacote de índices deve-se a necessidade de mesclar países latino-americanos com países diretamente afetados pela crise asiática, como a Malásia. Os procedimentos utilizados são o alisamento exponencial, GARCH multivariados e análise fatorial, os quais são capazes de realizar estimativas das correlações entre cada um dos pares de índices, sendo essas variantes no tempo, e então pode-se analisar se aumentos bruscos dessa estatística estão conectados aos períodos de crise. A primeira das técnicas utilizadas é bastante popular em trabalhos de séries temporais, por ser de fácil aplicação e por ter precisão razoável. Ela será utilizada como uma referência de bondade de ajuste dos demais modelos (HOTTA et al., 2003). A segunda técnica, *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*, é composta de modelos não lineares para os retornos nos quais a variância condicional evolui no tempo e depende de retornos passados (ENGLE; SHEPPARD, 2001) (LOMBARDI, 2004). Por fim, a análise fatorial realizada se baseia em modelos de volatilidade estocástica, sendo que a volatilidade presente depende da volatilidade passada, mas não dos retornos passados (AGUILAR; WEST, 2000)(CHIB; NARDARI; SHEPHARD, 2001).

Nosso conjunto de dados compreende observações diárias dos índices citados correspondentes ao período de 05/09/1995 a 30/12/2004. Para a viabilização da análise multivariada foi necessário fazer uma combinação das datas dos índices devido a existência de feriados em alguns países sem correspondência nos demais, desta forma a análise econômica não perde o sentido. Essa combinação foi feita de tal maneira que as datas não coincidentes foram descartadas, permanecendo somente as datas presentes nos cinco índices. Inicialmente, antes dessa combinação de datas, os índices possuíam quantidades de observações diferentes de tal modo que o Ibovespa possuía 2308 dias, o Merval 2304, o IPC 2331, o KLSE 2299 e o RTSI 2291. Após ter sido realizada a combinação de datas todos passaram a ter 1980 observações diárias, isso correspondeu a perda de aproximadamente 14% dos dados originais.

Vale salientar que a escolha de uma definição para o termo contágio tende a influenciar grandemente as conclusões obtidas ao longo do processo. Porém, existe uma dificuldade, estatisticamente falando, de se aplicar todas as definições, pois cada uma está interligada à técnica empregada. Dessa forma, empregaremos ao longo da

análise a definição de *shift-contagio* apresentada por Forbes e Rigobon (2001), a qual já foi feita referência acima.

Alguns autores mensuraram o contágio entre os países estudados neste trabalho e aplicaram as técnicas também empregadas nesse trabalho mais adiante. Por exemplo, Marçal (2004) utiliza a modelagem GARCH multivariada, de maneira muito semelhante à aplicada neste trabalho, na tentativa de identificar os pontos em que ocorreu ou não contágio. O autor analisa a ocorrência de contágio entre os países: Brasil, Argentina, México e Rússia, de janeiro de 1994 a dezembro de 2002, e chega a conclusão de evidências em favor do contágio, explicitando o fato de as estruturas de volatilidade não se manterem constantes ao longo das diversas crises no período estudado. Lopes e Migon (2001) também apresentam técnicas de mensuração do contágio. A técnica empregada por esses autores é a de análise fatorial com modelos de volatilidade estocástica, e esta modelagem também será empregada neste trabalho. Esses autores deixam bastante claro a utilização da definição de *shift-contagio* de Forbes e Rigobon (2001) para a análise dos resultados finais. Eles utilizam os dados para Estados Unidos da América, Brasil, México, Argentina e Chile, com a finalidade de detectar a dependência entre América Latina e América do Norte, e trabalham com o período de agosto de 1994 a fevereiro de 2001. A conclusão a qual chegam é a de existência de contágio na maioria das séries durante os períodos de instabilidade econômica, nomeados aqui de crises. A contribuição desta dissertação é, portanto, a realização da comparação entre as diferentes técnicas, no confronto de seus resultados para saber se elas resultam nas mesmas conclusões, e na utilização de um conjunto de dados diferenciado, sendo a principal vantagem deste a introdução de um país asiático, a Malásia, onde a crise de 1997 foi originada, e, além disso, permite a comparação entre a América Latina e a Ásia. Uma revisão mais detalhada será apresentada no capítulo 1.

Forbes e Rigobon (2002) e outros autores geralmente consideram contágio o aumento significativo nas ligações entre o país onde a crise foi originada e os demais países. Nesta dissertação consideraremos que a crise em um país pode influenciar outros países e isso levar ao contágio entre dois países sendo que nenhum deles foi o

‘gerador’ da crise. Também salientamos aqui que segundo Forbes e Rigobon (2002) consideram difícil identificar um único evento como responsável pela crise asiática, já que esta foi ocorrendo em diversos países sendo os primeiros atingidos Indonésia, Hong Kong, Tailândia e Malásia, e assim justificamos a utilização da Malásia como ponto de referência em nossa análise. A linha utilizada nos gráficos ao longo da dissertação apresenta um ponto de referência do início da crise, e não implica a demarcação exata de seu início.

Em suma, será feita a modelagem sugerida pela literatura ortodoxa, mas tendo sempre uma análise crítica dos resultados e é muito provável que as conclusões sejam bem diferentes das alcançadas pelos autores dessa linha, devido a inclusão apenas parcial que fazem dos conceitos heterodoxos e por que eles se preocupam muito mais com os países do sudeste asiático e não abriram esse leque para os demais países emergentes.

O trabalho encontra-se estruturado da seguinte maneira: capítulo 1 apresenta um panorama da literatura sobre contágio até o presente momento; capítulo 2 apresenta a análise inicial dos dados; capítulo 3 trabalha com alisamento exponencial e os resultados obtidos aplicando-se ao banco de dados; capítulo 4 mostra e aplica técnicas de GARCH multivariados; o capítulo 5 apresenta a aplicação de técnicas de análise fatorial para evidenciar o contágio; e, finalmente, apresentam-se as conclusões obtidas com todas as análises.

1 Panorama da Literatura de Contágio

1.1 Introdução

De acordo com Curado e Canuto (2001), a literatura denominada de convencional, ortodoxa ou *mainstream* pode ser organizada em três gerações na tentativa de explicar a ocorrência dos ataques especulativos. A primeira dessas gerações veio em resposta às crises latino-americanas do final dos anos 70 e início dos anos 80. Os modelos dessa geração possuem a hipótese de mercados financeiros eficientes e a crise cambial é resultado de problemas na gestão de política macroeconômica, ou seja, é o resultado previsível de ataques especulativos inevitáveis advindos da resposta racional dos agentes privados a políticas domésticas inconsistentes, decorrente de uma política de câmbio fixo associada a política fiscal expansionista via emissão monetária. A segunda geração começa a surgir por volta de 1992, na tentativa de explicar o novo padrão de crise pós-crise no Sistema Monetário Europeu já que os países afetados possuíam fundamentos sólidos. Os modelos agora continuam com a hipótese de mercados financeiros eficientes, a crise cambial continua sendo fruto de problemas na gestão de política macroeconômica, mas agora o governo tem a possibilidade de escolha da política macroeconômica a ser adotada analisando o custo-benefício social. Os modelos passam a incluir antecipações dos agentes atuantes no mercado de câmbio sobre a política monetária futura do governo, como nível de desemprego, grau de endividamento do setor público e situação do sistema bancário. Há uma ‘ampliação’ dos fundamentos. Por fim, os modelos de terceira

geração surgem pós-crise asiática ¹ devido a incapacidade dos modelos vigentes de explicar a imprevisibilidade e desvinculação da crise com os fundamentos fiscais e monetários dos países. Aqui a hipótese vigente é a da assimetria de informações no mercado financeiro e a crise cambial está completamente vinculada a uma crise financeira, processo chamado de crises gêmeas. Ou seja, os autores do *mainstream* passam a incorporar em sua modelagem conceitos até então restritos a heterodoxia, como ataques especulativos auto-realizáveis, volatilidade dos fluxos de capitais, informação imperfeita, comportamento de manada dos investidores e o efeito-contágio (PRATES, 2002)(CURADO; CANUTO, 2001).

O objetivo desse capítulo é, portanto, fazer um panorama nos modelos de terceira geração mais especificamente para os modelos voltados para a explicação do contágio. A apresentação desses modelos tem como meta ilustrar de forma teórica o que tem sido feito no âmbito do contágio, e os resultados apresentados são os obtidos pelos próprios autores citados. Nossa análise empírica será iniciada a partir do próximo capítulo, e não serão apresentados aqui os modelos que serão discutidos mais adiante.

Neste capítulo serão apresentadas algumas metodologias utilizadas pelo *mainstream* para mensurar o contágio. Essas metodologias não serão aplicadas ao longo do trabalho, mas estão explicitadas aqui com o objetivo de apresentar abordagens alternativas às que aplicaremos.

1.2 Definições e causas

O primeiro grande problema com o qual se depara um pesquisador ao estudar contágio é como defini-lo, pois encontram-se na literatura do *mainstream* diversos tipos de definição para esse termo. A partir daí o problema se torna quais são

¹Já ocorriam indícios de uma nova modelagem pós-crise mexicana, mas aqui está-se priorizando a crise asiática por que o impacto desta foi muito maior, na medida em que se acreditava que esses países eram infalíveis e poderiam ser utilizados como modelo de crescimento sustentado para os demais países em desenvolvimento (PRATES, 2002).

as possíveis causas para o surgimento do contágio, a partir da definição adotada. Praticamente todos os artigos pesquisados que trabalham esse assunto apresentam a discussão com relação às definições e as causas. Nesta seção temos por objetivo fazer um breve apanhado das principais idéias dessa polêmica.

Dornbusch, Park e Claessens (2001) argumentam que devido ao fato de mercados financeiros de países emergentes apresentarem alta volatilidade, fato comprovado empiricamente, surge a dificuldade na determinação das causas dessa volatilidade, ou ainda como deve ser estruturado o sistema financeiro internacional para guiar os movimentos desse mercado de capitais com a finalidade de minimizar essa volatilidade. A sugestão apresentada é a de que deveria haver reformulações da arquitetura financeira internacional no sentido de sua modernização, baseando-se no entendimento das causas e conseqüências do contágio. Mas, os *policymakers* dos países emergentes ainda não estão voltando suas atenções para o tema.

Eles ainda consideram o fato da existência de várias formas de relações entre os países fazendo com que os choques sejam transmitidos de um país para o outro, mas isso não seria o contágio propriamente dito na opinião desses autores. Para eles o contágio é caracterizado pelo aumento desse tipo de ligações depois de um choque em um país. Essa é apenas uma das visões utilizadas na definição do termo contágio.

De acordo com o Forbes e Rigobon (2001) as definições encontradas na literatura convencional podem ser divididas em três categorias: ampla, restrita e muito restrita. A definição ampla considera contágio a simples transmissão de choques entre países, podendo ocorrer em períodos tranquilos ou de crise. Estão relacionadas a co-movimentos em taxas de câmbio, preços de ações, *spreads* soberanos e fluxos de capitais (DORNBUSCH; PARK; CLAESSENS, 2001). Já a definição restrita considera como contágio a transmissão de choques para outros países ou correlação entre países, que estão além de qualquer ligação fundamental entre os países e além dos choques comuns. Outra maneira de se referir a essa definição é: excesso de co-movimentos comumente explicados pelo comportamento de manada. Aqui não

importa a magnitude da mudança mas sim basta saber os canais que levaram a propagação do choque. A definição considerada como muito restrita surgiu com a finalidade de minimizar o impasse formado em torno do termo contágio, onde os autores Forbes e Rigobon (2001) usam o termo *shift-contagio* quando há um aumento significativo das ligações entre mercados depois de um choque em um país podendo ser essas ligações medidas por várias formas, como a correlação entre os retornos de ações, a probabilidade de ataques especulativos ou a transmissão de choques ou volatilidade.

A adoção de uma das três definições apresentadas certamente influencia o resultado da análise, mas como o termo ainda não está bem definido os autores se limitam em usar o termo mais condizente com a análise realizada. Tendo sido definido o contágio, mesmo não sendo de maneira única, pode-se passar a análise de suas causas.

O risco de transmissões repentinas aumentam devido a um certo conjunto de causas como fundamentos econômicos fracos, macro-similaridades e exposição a certo tipo de agentes financeiros e canais de transmissão. Essas são características diretamente conectadas ao nível de desenvolvimento econômico de cada país. Sendo assim, os países emergentes acabam sofrendo mais as consequências de um mercado financeiro globalizado (DORNBUSCH; PARK; CLAESSENS, 2001).

Dentro das causas fundamentais apresentam-se os choques comuns que são globais como, por exemplo, mudanças econômicas muito importantes em economias industriais, ou mudanças nos preços das commodities, podendo levar a crises em países emergentes. Em geral, um choque comum pode levar a co-movimentos em preços de ações ou fluxos de capitais. São causas fundamentais também as ligações comerciais onde os investidores prevêm o futuro dos países baseando-se na saúde de seus parceiros comerciais, levando a propagação de crises, e as desvalorizações competitivas, ao passo que afetam as exportações de outros países, colocando a moeda desses países sob pressão, principalmente se estes estão em regime de câmbio fixo. O último subgrupo dessa categoria de causas são as ligações financeiras, pois

uma crise financeira em um país pode desencadear crises em outros países por motivos similares aos das ligações comerciais, incluindo reduções de crédito comercial, investimento direto estrangeiro (IDE) e outros fluxos de capitais em outros países (DORNBUSCH; PARK; CLAESSENS, 2001).

O comportamento dos investidores, que pode ser considerado racional ou irracional, leva a transmissão do choque de um país para o outro e conecta diretamente o grau de integração dos mercados financeiros dos países e a força de transmissão desses choques. Esta categoria se subdivide em problemas de liquidez e de incentivo, comportamento tido como racional onde os investidores tomam a posição de vendidos em diversos mercados para obter a liquidez de que necessitam ou devido a sua estrutura de incentivo, para agentes individuais, esse comportamento é mais característico de investidores particulares. Outro fator seriam os problemas de informação assimétrica ou de coordenação, por não haver informações melhores a crise em um país leva os investidores a acreditar que outros países estão enfrentando o mesmo problema e então mudam de posição nesses mercados. Ainda temos o equilíbrio múltiplo levando ao contágio quando uma crise em um país emergente causa um equilíbrio ruim em outro país emergente. Por fim, mudanças nas regras do jogo, ou melhor, mudanças nas percepções dos investidores a essas regras, podem levar ao contágio (DORNBUSCH; PARK; CLAESSENS, 2001).

1.3 Metodologias

O artigo de Rigobon (2001) apresenta uma boa revisão das metodologias comumente usadas para a mensurar o contágio. Além disto o autor ainda propõe uma nova metodologia para este tipo de análises ². Mas ele se concentra na resposta de duas perguntas freqüentes nessa área: quais são os canais (tais como comércio, macro-similaridades, financiador comum, aprendizado ou psicologia de mercado) através dos quais os choques são propagados de um país para o outro; e o mecanismo de

²Aqui não serão apresentadas todas as possibilidades, mas apenas o modelo geral e maiores detalhes podem ser obtidos no artigo.

transmissão é estável no tempo, ou ele muda durante as crises?

Existem alguns problemas econométricos na tentativa de responder essas perguntas, pois o contágio está conectado a eventos de alta frequência e pode ser medido através de retornos dos mercados de ações, taxas de juros, taxas de câmbio ou combinações lineares entre essas variáveis, e esses dados sofrem de problemas como: equações simultâneas, variáveis omitidas, heterocedasticidade condicional e não condicional, correlação serial, não linearidade e não normalidade. Infelizmente não existe um procedimento capaz de lidar com todos esses problemas ao mesmo tempo, e então a literatura tem sido obrigada a pegar atalhos. A metodologia apresentada no artigo foca em três desses problemas: equações simultâneas, variáveis omitidas e heterocedasticidade (RIGOBON, 2001).

Nos modelos apresentados em Rigobon (2001) as variáveis de interesse dos países são denotadas por x_t e y_t . Supõe-se que x_t e y_t não possuem correlação serial. Os choques comuns não observáveis são denotados por z_t , podendo ser choques de liquidez, preferências pelo risco, sentimentos dos investidores, etc. As inovações específicas são denotadas por ε_t e η_t , e supõe-se que elas são independentes com média zero e também são independentes de z_t . Os modelos apresentados são concentrados no caso bivariado, mas a maioria dos resultados pode ser estendida para um número maior de países.

Quando o foco está em problemas de equações simultâneas, o modelo utilizado é o seguinte:

$$y_t = \beta x_t + \varepsilon_t \quad (1.1)$$

$$x_t = \alpha y_t + \eta_t \quad (1.2)$$

e onde $E[\varepsilon_t] = 0$, $E[\eta_t] = 0$ e $E[\varepsilon_t \eta_t] = 0$, e suas variâncias são denotadas por σ_ε^2 e σ_η^2 . Quando o foco está em problemas de variáveis omitidas, o modelo é dado por:

$$y_t = \beta x_t + \gamma z_t + \varepsilon_t \quad (1.3)$$

$$x_t = z_t + \eta_t \quad (1.4)$$

onde, adicionalmente as restrições prévias, é suposto que $E[\varepsilon_t z_t] = 0$, e $E[\eta_t z_t] = 0$. A variância dos choques comuns é denotada por σ_z^2 . Nesses modelos o parâmetro de interesse é sempre β e a equação que deve ser ajustada é a seguinte:

$$y_t = \beta x_t + \nu_t \quad (1.5)$$

Devido aos problemas de equações simultâneas e variáveis omitidas sabe-se que esta equação não pode ser estimada consistentemente sem informações adicionais. Uma solução seria encontrar instrumentos válidos, porém Rigobon (2001) supõe para a finalidade de seu artigo a não existência desses instrumentos, pois mesmo quando é possível considerar que eles existem eles são derivados dos mesmos preços e volumes objetos de estudo do modelo e portanto são considerados como instrumentos fracos e o problema persistiria.

Para enfrentar a questão de mensurar os canais de contágio, a estrutura estatística deve ser mais geral. Então uma forma reduzida do retorno do país $x_{i,t}$ pode ser descrita por um modelo de fatores latentes como segue:

$$\begin{aligned} x_{i,t} = & \alpha_1 X_{*i,t} + \alpha_2 Com_{i,*i} X_{*i,t} + \alpha_3 Macro_{i,*i} X_{*i,t} + \alpha_4 Reg_{i,*i} X_{*i,t} \\ & + \dots + \beta_{1,i} Liqy_t + \beta_{2,i} ris_t + \dots + \varepsilon_{i,t} \end{aligned}$$

onde $x_{i,t}$ é o retorno do i -ésimo país, $\varepsilon_{i,t}$ é o choque específico ao fundamento do país i , $X_{*i,t}$ são os retornos dos demais países, $Com_{i,*i}$ é o vetor que mede o comércio entre o país i e os demais países, $Macro_{i,*i}$ é o grau de macro-similaridades entre os países, enquanto que $Reg_{i,*i}$ captura as características regionais. Choques comuns

não observáveis também afetam os retornos dos países, e no caso da equação acima, foram modelados os choques de liquidez e mudanças nas preferências de risco. Cada um dos países possui uma equação análoga, formando um sistema de equações:

$$A_1 X_t + A_2[Com]X_t + A_3[Macro]X_t + A_4[Reg]X_t + \dots = B_1 Liq_t + B_2 ris_t + \dots + \varepsilon_t$$

onde X_t é a matriz de retornos de todos os países, no tempo t . Este modelo pode ser reescrito como:

$$AX_t = BZ_t + \varepsilon_t \quad (1.6)$$

$$A = A_1 + A_2[Com] + A_3[Macro] + A_4[Reg] + \dots$$

$$B = \{B_1, B_2, \dots\}$$

$$Z_t = \{Liq_t, ris_t, \dots\}'$$

Mas esse ainda é um modelo muito complexo para ser analisado. Então é possível simplificá-lo de duas formas: concentrando apenas nos problemas de variáveis omitidas com regressores múltiplos, ou focando os problemas de equações simultâneas. No primeiro caso A é suposta triangular, e B diferente de zero e não triangular. Assim tem-se:

$$y_t = \beta x_{1,t} + z_t + \varepsilon_t \quad (1.7)$$

$$x_{1,t} = \gamma_1 z_t + \eta_{1,t}$$

$$x_{2,t} = \gamma_2 z_t + \eta_{2,t}$$

onde y_t e z_t são iguais anteriormente e $x_{i,t}$ são dois outros países. Os choques específicos são supostos independentes. Note que $x_{2,t}$ não entra na equação estrutural

de y_t . A única relação existente entre essas variáveis vem do choque comum omitido. Fica uma questão em aberto com relação a capacidade dos procedimentos padrão de captar a verdadeira estrutura do modelo.

O segundo modelo, de equações simultâneas, é dado quando os choques comuns são iguais a zero ($B = 0$) e os três retornos dos países são determinados por:

$$A \begin{pmatrix} y_t \\ x_{1,t} \\ x_{2,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ \eta_{1,t} \\ \eta_{2,t} \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

onde A não é bloco diagonal. Novamente, a questão fica com relação a identificação da matriz A .

Depois de ter definido os modelos mais utilizados na literatura Rigobon (2001) avalia alguns procedimentos estatísticos de estimação, sua validade e o que são capazes de avaliar, tais como, mínimos quadrados ordinários, Probit e componentes principais. Ele primeiro avalia os testes para os mecanismos de propagação e depois as medidas dos canais de contágio. Não convém aqui fazer toda essa análise, pois o leitor poderá recorrer ao artigo original para maiores detalhes.

Uma modelagem muito semelhante é desenvolvida por Pesaran e Pick (2005), através de um modelo canônico permitindo o que eles chamam de três causas diferentes de crise. Primeiramente são as crises geradas por choques específicos dos países ou mercados, originária da teoria do "efeito de monções", e indicam a existência de variáveis macroeconômicas correlacionadas. Em segundo lugar estão os fatores comuns observados ou não observados, idéia advinda da teoria de que as crises financeiras são transmitidas de um país ao outro via ligações externas tais como o comércio, e também são chamadas de "*spill-overs*". A terceira e última causa de transmissão da crise seria a alta correlação durante os períodos de crise, ou como o contágio propriamente dito, segundo os autores, deixando bastante claro a utilização da terminologia empregada por Forbes e Rigobon (2001), chamada de *shift-contagio*.

Esse aumento de correlação implica em um salto de um equilíbrio ‘bom’ para um ‘ruim’. Eles possuem por objetivo distinguir contágio de interdependência ³.

Além disto esses autores criticam a validade dos modelos baseados no cálculo da correlação para mensurar o contágio, pois alegam a possibilidade de ocorrência de somente uma interdependência no lugar de contágio propriamente dito. Os procedimentos encontrados em nosso trabalho utilizam justamente o cálculo da correlação de acordo com a definição de contágio utilizada, porém salientamos aqui o fato de obtermos evidências no sentido de contágio e não provas irrefutáveis da ocorrência do mesmo. Temos, portanto, vários artigos que utilizam a metodologia utilizada também nessa dissertação, ou seja, a análise da variação da correlação ao longo do tempo como medida de evidência de contágio. Podemos citar alguns desses artigos, tais como King e Wadhvani (1990), Boyer, Gibson e Loretan (1999), Loretan e English (2000), Forbes e Rigobon (2002), Corsetti, Pericoli e Sbracia (2002) e Bae, Karolyi e Stulz (2000). Uma segunda linha de autores utilizando causas macroeconômicas para crises monetárias são Eichengreen, Rose e Wyplosz (1996) e Kumar, Moorthy e Perradin (2002).

1.4 Resultados

Por fim, vale fazer uma visão panorâmica das conclusões de alguns artigos que tratam do problema do contágio de mercados financeiros têm obtido. Antes de verificarmos os resultados e as conclusões obtidas vale salientar a existência de uma unanimidade em dizer que os mecanismos de conexão entre os países e a maneira com que as crises são propagadas ainda é um tema muito polêmico e, portanto, as causas verdadeiras do contágio ainda são desconhecidas.

Após realizada a análise empírica Forbes e Rigobon (2001) chegam as seguintes conclusões. Testes de contágio sem corrigir a heterogeneidade (da variância) são viesados. Isso é respaldado pela evidência encontrada em cada um dos artigos onde

³Para maiores detalhes sobre essa modelagem ver Pesaran e Pick (2005).

tentou-se corrigir a heterogeneidade, a endogeneidade e/ou variáveis omitidas, pois estes conseguiram mostrar que o viés advindo desses problemas não é insignificante e afetará as estimativas de contágio durante as crises financeiras recentes. Esses resultados possuem implicações fortes com relação a maneira de transmissão dos choques entre os mercados, pois os mecanismos de transmissão podem ser diferentes nos períodos de crise, quando comparados com os períodos tranquilos, ou podem permanecer estáveis de um período tranqüilo para um período de crise. A maioria dos artigos empíricos acharam que mecanismos de transmissão fortes depois de um choque são a continuação de ligações fortes existentes durante períodos de instabilidade. Assim sua principal conclusão é a de existir um excesso de interdependência entre os países, ou seja, esses artigos preocupados com a heterogeneidade, endogeneidade e/ou variáveis omitidas chegam a conclusão de não evidência de contágio, mas somente interdependência.

Pritsker (2001) diz que alguns autores interpretam a dificuldade de explicar a propagação dos choques como uma evidência da irracionalidade dos mercados, já ele interpreta essa falha na explicação é advinda da evidência de que mais canais de propagação precisam ser teoricamente modelados e testados empiricamente. Em seu artigo ele discute cinco canais separados através dos quais choques reais podem ser transmitidos entre os países, tais como, contágio via ligações reais, via financiador comum, via mercados financeiros, via instituições financeiras e via interação entre instituições financeiras e mercados, e nenhum desses canais exigem irracionalidade para transmitir os choques.

Gregorio e Valdés (2001) tiveram por objetivo em seu artigo avaliar os canais de transmissão das crises e para isso examinaram o comportamento dos indicadores de crise como uma função das condições iniciais e a média dos indicadores de crise em outro lugar. Para isso eles fazem esquemas ponderados para capturar diferentes mecanismos de transmissão. Usam a importância do comércio bilateral, competição em outros mercados, relação regional e índices de similaridade. O esquema ponderado com maior efeito quantitativo e o mais robusto estatisticamente é o das relações regionais. Esse efeito regional pode ser explicado por ligações comerciais diretas e

ligações financeiras. Com isso os autores mostram, em concordância com Pritsker (2001), que embora os indicadores de crise sejam afetados pelo contágio, uma fração grande da crise é explicada pelos fundamentos.

Segundo Rijckeghem e Weder (1999) existem resultados empíricos dando suporte a evidência de que o contágio via bancos emprestadores comuns foi importante na transmissão das crises das moedas tailandesa, mexicana e russa. Parece que houve contágio depois da desvalorização brasileira. Isso pode ser explicado pelo possível aprendizado por parte dos investidores na diferenciação entre mercados emergentes e introduzindo nos instrumentos de avaliação de risco, como o Valor em Risco (*VaR*), a probabilidade de um evento de alto risco.

Pode-se notar até esse ponto os autores mais preocupados em descrever quais são os mecanismos através dos quais o contágio se propaga no lugar de mensurá-lo. Bazdresch e Werner (2001) fazem um estudo de caso para o México e chegam a conclusão de presença de contágio no México usando diversas metodologias, principalmente depois da segunda onda de crises na Ásia e foi intensificado com a moratória da Rússia. Eles ainda alegam que o sofrimento desse país só não foi maior devido ao importante papel possuído pela economia norte-americana sobre ele.

Porém, existem os autores que mensuraram esse contágio e aplicaram as técnicas também empregadas nesse trabalho mais adiante. Marçal (2004) utiliza a modelagem GARCH multivariada, de maneira muito semelhante à aplicada neste trabalho, na tentativa de identificar os pontos onde ocorreu ou não contágio. Nesse ponto ainda não será comentado com mais detalhes a técnica empregada, pois no capítulo 4 esta será exposta de maneira mas ampla. Este autor chega a conclusão de evidências em favor do contágio, explicitando o fato de as estruturas de volatilidade não se manterem constantes ao longo das diversas crises no período estudado ⁴.

Lopes e Migon (2001) também apresentam técnicas de mensuração do contágio. A técnica empregada por esses autores é a de análise fatorial com modelos de vola-

⁴Marçal (2004) trabalha com o período de janeiro de 1994 a dezembro de 2002, e os países sob análise são Brasil, Argentina, México e Rússia.

tilidade estocástica, e mais uma vez essa modelagem será empregada neste trabalho e por isso maiores detalhes sobre ela podem ser obtidos no capítulo 5. Esses autores deixam bastante claro que utilizaram a definição de *shift-contagio* de Forbes e Rigobon (2001) para a análise dos resultados finais. A conclusão a qual chegam é a de existência de contágio na maioria das séries durante os períodos de instabilidade econômica, nomeados aqui de crises ⁵.

Vale salientar que autores como Forbes e Rigobon (2002) consideram como contágio somente um aumento significativo nas ligações entre países depois do choque em um dos países envolvidos. Além disso, essa definição permite a realização de testes da ocorrência de contágio, este tipo de testes não serão realizados em nossa análise empírica.

⁵Lopes e Migon (2001) trabalham com dados de agosto de 1994 a fevereiro de 2001, e dos seguintes países: Estados Unidos da América, Brasil, México, Argentina e Chile, pois o principal objetivo é detectar a dependência entre América Latina e América do Norte.

2 Análise Inicial dos dados

2.1 Introdução

Antes de iniciar as análises mais específicas dos dados usando as técnicas de nosso interesse, será realizada neste capítulo uma análise prévia dos dados servindo de orientação para todo o trabalho, e incluindo: tratamento inicial dos dados antes da modelagem, análise descritiva e filtragem.

2.2 Os dados

O nosso conjunto de dados é composto de cinco índices de bolsas de valores, quais sejam, Ibovespa do Brasil, Merval da Argentina, IPC do México, KLSE da Malásia e RTSI da Rússia, com dados diários correspondendo ao período de 05/09/1995 a 30/12/2004. Para a viabilização da análise multivariada foi necessário fazer uma combinação das datas dos índices devido a existência de feriados em alguns países sem correspondência nos demais, desta forma a análise econômica não perde o sentido. Essa combinação foi feita de tal maneira que as datas não coincidentes foram descartadas, permanecendo somente as datas presentes nos cinco índices. Inicialmente, antes dessa combinação de datas, os índices possuíam quantidades de observações diferentes de tal modo que o Ibovespa possuía 2308 dias, o Merval 2304, o IPC 2331, o KLSE 2299 e o RTSI 2291. Após ter sido realizada a combinação de datas todos passaram a ter 1980 observações diárias, isso correspondeu a perda

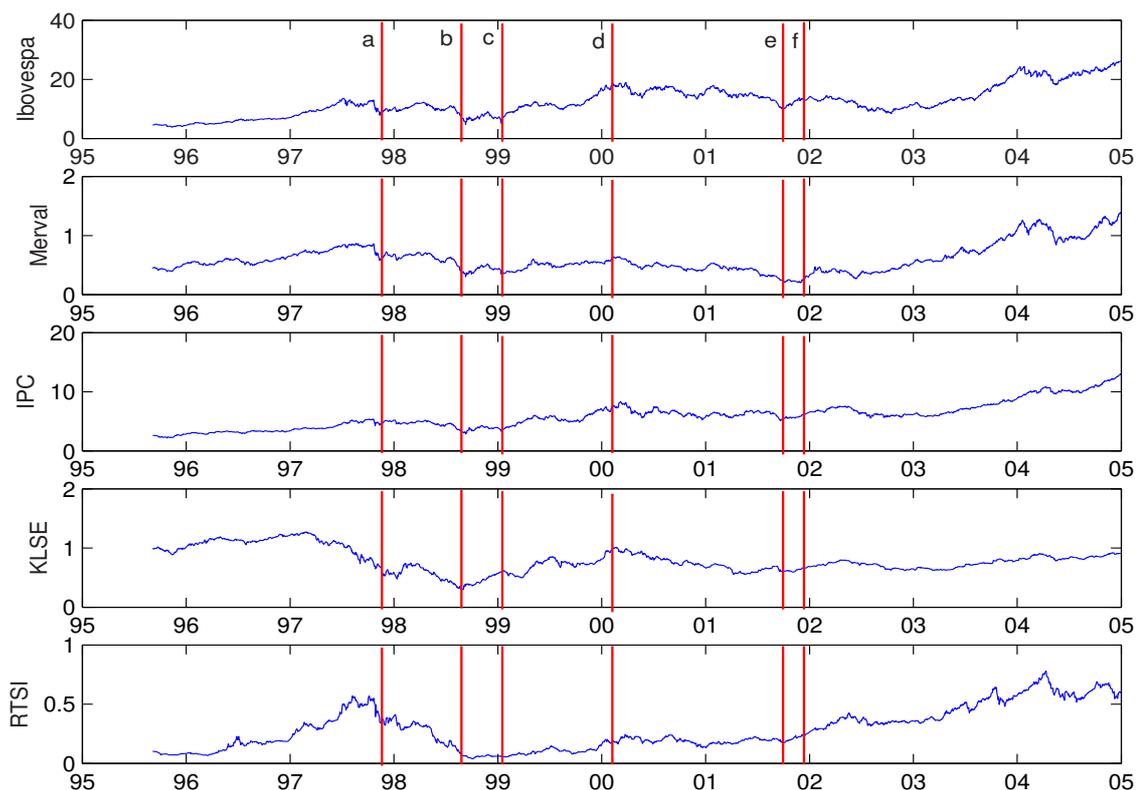


Figura 2.1: Séries de todos os índices. Todas as séries tiveram seus valores divididos por 1000. As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001

de aproximadamente 14% dos dados originais ¹. Inicialmente iremos analisar a tendência através dos valores dos níveis dos índices, depois a volatilidade através da análise das séries dos retornos. A figura 2.1 apresenta as séries de preços para cada um desses índices, e é possível verificar o movimento mais similar dos países latino-americanos. Já os índices da Malásia e da Rússia apresentam algumas diferenças.

Observando a figura 2.1 das séries dos índices nota-se a ascensão para o índice

¹Os dados foram obtidos do site Yahoo! Finance, <http://finance.yahoo.com/>, acessado em 05/02/2005.

Ibovespa desde o início da série até meados do ano de 1997, quando se estabiliza até o início de 2000, com curtos períodos de pequenas quedas e altas e depois crescendo, com pequena parada no início de 2004.

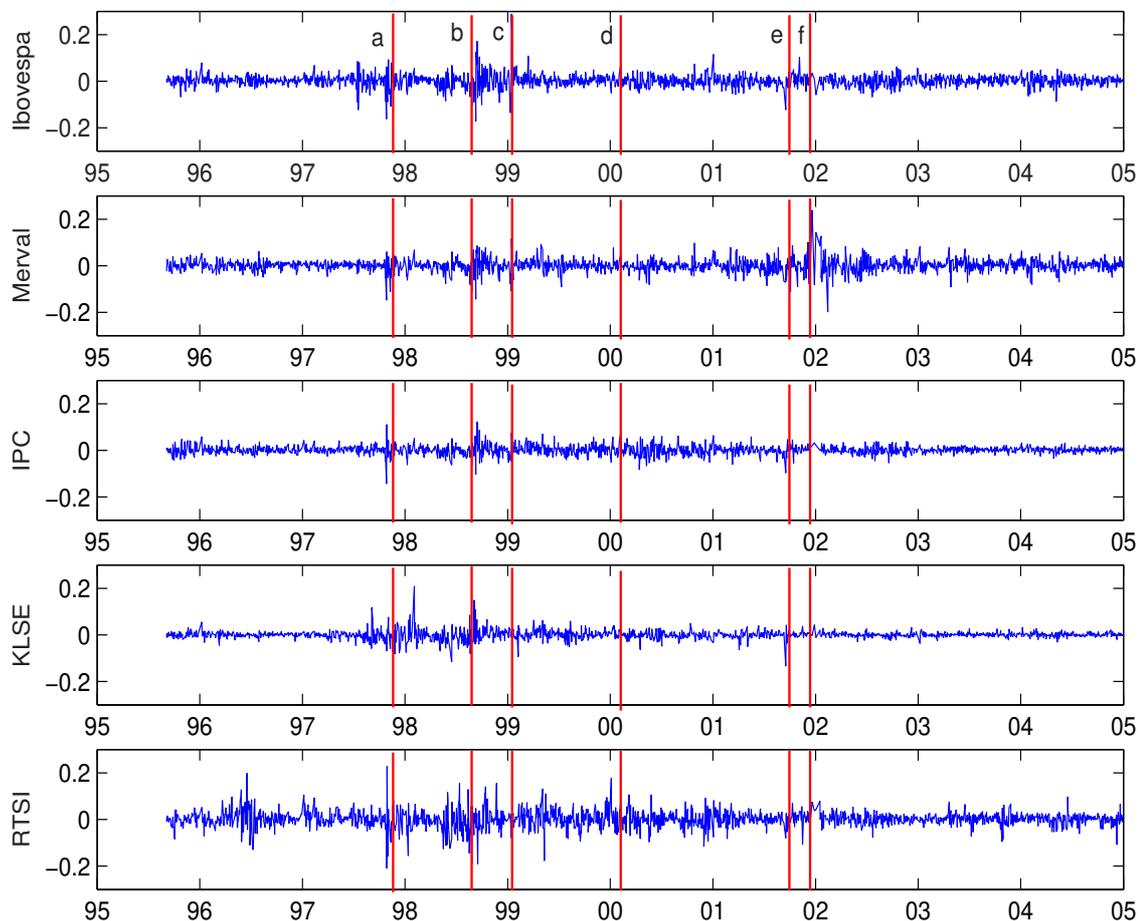


Figura 2.2: Retornos diários de todos os índices. As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001

Como já foi salientado anteriormente, os movimentos apresentados pelos países latino-americanos são muito similares. Dessa forma, podemos notar a evolução do Merval caracterizada ao longo do período sob análise por um movimento crescente

até quase o final de 1997, tendo estabilizado com curto períodos de altas e baixas até a crise da Argentina, final de 2001, onde se inicia novo movimento de subida, inicialmente leve, mas tornando-se mais pronunciado a partir de 2003.

O IPC apresenta trajetória semelhante aos dos demais índices latino-americanos, porém suas variações são de certa forma menos acentuadas. Até meados de 1997 há uma ascensão muito leve e praticamente imperceptível, e poderia ser considerada como uma série estável desde o seu início até 1999, onde se inicia um crescimento mais significativo, e é intensificado a partir de 2002.

Já para os países asiáticos pode-se notar no ano de 1997 o início de uma queda do índice da Malásia, não encontrada nos outros índices. Muito pelo contrário, os demais índices apresentam elevação nesse período. A partir de então a série se estabiliza e passa a crescer a partir de 1999, voltando a valores muito próximos aos valores iniciais, porém sem chegar a atingí-los novamente. Após a queda da Nasdaq apresenta nova queda, sendo esta completamente justificável, pois os Estados Unidos estão no primeiro lugar do ranking de países de destino das exportações da Malásia.

O índice russo inicia sua trajetória com um movimento de subida, até o final de 1997, mas esse padrão é quebrado no início de 1998 fazendo a série retornar ao nível de 1996. Mais uma vez essa característica não é encontrada nos demais índices. Esse nível é mantido até 1999, quando o índice passa a dar sinais de recuperação e se mantém em uma trajetória ascendente até o final do período.

Em suma, todos crescem até pouco antes da crise asiática, exceto a Malásia cuja queda inicia-se antes, no início de 97. Após a crise a maior queda é da Rússia. No período de turbulência entre as crises asiática e Argentina (do segundo semestre de 1997 até o final de 2001) todos atingem o mínimo durante a crise russa, exceção feita a Argentina por apresentar o mínimo em sua própria crise. Após o ataque de 11 de setembro inicia um período de recuperação, com estabilização no caso do Brasil e Argentina e com crescimento nos outros países. Na Argentina o crescimento começa após a sua crise e no Brasil após meados de 2003. Em outras palavras, podemos observar dois períodos onde os índices apresentam crescimento, antes da

crise asiática e após a crise argentina, e os chamaremos de períodos de crescimento, e um terceiro correspondente a faixa entre crises (entre a primeira e a última crise, asiática e argentina, respectivamente) o qual chamaremos de período de crise.

Para analisar a volatilidade da mercado é mais apropriado trabalhar com os retornos dos índices. Adotaremos os retornos compostos definidos como $r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$, onde P_t é o próprio valor do índice. Doravante essas séries serão chamadas simplesmente de retornos e a figura 2.2 apresenta a evolução dos retornos das séries estudadas. As linhas verticais indicam os períodos de crise. Existe total consenso entre os autores sobre os períodos que apresentam crises na década de 90, e as principais são: o efeito Tequila do México em dezembro de 1994; a crise asiática no segundo semestre de 1997; a crise da Rússia em agosto de 1998 (incluindo a crise na administração de crédito de longo prazo); a crise do Brasil em 1999; a queda da Nasdaq em abril de 2000 e, avançando um pouco além da década de 90, a crise argentina no final de 2001 (RIGOBON, 2001). Vale salientar que os nossos dados não chegam a captar o efeito Tequila, pois temos dados apenas a partir do ano de 1995. Assim a primeira linha, chamada de **a**, indica a crise asiática ²; a segunda, **b**, indica a crise da Rússia; a terceira, **c**, a crise do Brasil; a quarta, **d**, mostra a queda da Nasdaq; a quinta, **e**, marca 11 de setembro de 2001, dia dos ataques terroristas aos Estados Unidos; e, a última, **f**, apresenta a crise argentina no final de 2001.

Através dessa figura percebe-se a existência de conglomerados de volatilidade, como podemos observar, por exemplo, para o índice Ibovespa entre a crise da Rússia e a crise do Brasil onde a volatilidade está grande, e depois essa volatilidade reduz-se bastante após a segunda dessas crises, indicando que retornos grandes tendem a ser seguidos por retornos grandes e retornos pequenos por pequenos. Além disso os picos de alguns índices são coincidentes. Se olharmos para a faixa que demarca a crise do Brasil iremos notar os índices Ibovespa, Merval e IPC mais voláteis que os demais. Na faixa da crise asiática há grande volatilidade de todos os índices. A crise

²Apesar da crise ter sido iniciada na Tailândia e ter sido transferida somente posteriormente para Indonésia, Hong Kong e Malásia consideraremos aqui o ponto onde a crise foi mais acentuada como referência de crise asiática.

argentina também mostra os índices Merval, IPC e RTSI variando conjuntamente. Exceto nos casos do Brasil e da Rússia, o nível de volatilidade é menor nos períodos de crescimento, isto é, fora do período central entre as crises asiática, em 1997, e argentina, em 2001. No caso da Rússia a volatilidade já era alta no início do período em estudo. Temos também o caso da Argentina, apresentando elevação da volatilidade no segundo período de crescimento, logo após a sua crise, embora a série apresente elevação.

2.3 Estatísticas

A tabela 2.1 apresenta as estatísticas descritivas dos retornos dos índices para todo o período sob análise. O índice russo é o que apresenta a maior variância sendo seguido pelos índices dos países latino-americanos e por fim o da Malásia. O maior valor dentre todos os índices é atingido pelo Ibovespa e o menor pelo RTSI. O pico do Ibovespa é dado em janeiro de 1999 e seu ponto de mínimo em setembro de 1998. Já para o Merval o maior valor ocorre em dezembro de 2001 e seu menor valor em fevereiro de 2002. Para o KLSE tem-se o máximo em fevereiro de 1998 e o mínimo em setembro de 2001. Para o IPC o pico ocorre em setembro de 1998, coincidindo com o menor valor do Ibovespa, e seu mínimo em outubro de 1997. Por fim, RTSI apresenta seu cume e seu vale em outubro de 1997, coincidindo com o menor valor do IPC. Além disso esses dois pontos extremos para o índice RTSI ocorreram em dias consecutivos, 28 para o menor valor e 29 para o maior valor, ambos em outubro de 1997.

Tabela 2.1: Estatísticas descritivas dos retornos.

	Ibovespa	Merval	IPC	KLSE	RTSI
média (x100)	0,0887	0,0564	0,0817	-0,0047	0,0911
máximo	0,2882	0,2377	0,1215	0,2082	0,2272
mínimo	-0,1723	-0,1978	-0,1431	-0,1333	-0,2085
variância (x100)	0,0657	0,0677	0,0329	0,0316	0,1163
curtose	15,868	11,492	8,904	21,526	8,748
assimetria	0,3515	0,0373	-0,0849	0,8544	-0,1765

São apresentadas nessa tabela as estimativas das medidas de assimetria e curtose para cada um dos índices. A primeira dessas medidas indica se a distribuição desse índice possui a mesma forma para o lado esquerdo e para o lado direito, e pode ser estimada da seguinte forma:

$$assimetria = \frac{\sum_{i=1}^T (r_i - \bar{r})^3}{(T - 1)s^3}$$

onde r_t é o retorno índice em questão no tempo t , \bar{r} é a média desse retorno, s é o desvio padrão amostral e T é o número de observações. A assimetria da distribuição normal, e de qualquer distribuição simétrica com primeiro e terceiro momentos finitos, é igual a zero. Quando o valor é negativo indica distribuição alongada para a esquerda e quando é positivo indica distribuição alongada para a direita. De acordo com a tabela 2.1 pode-se perceber que os índices Merval e IPC são os mais simétricos dentre todos, e o Ibovespa e KLSE possuem um pequeno alongamento para a direita enquanto o RTSI possui pequeno alongamento para a esquerda.

Outra medida apresentada na tabela 2.1 é a curtose. Essa é uma medida que mostra quando os dados possuem caudas pesadas. A curtose é estimada da seguinte forma:

$$curtose = \frac{\sum_{i=1}^T (r_i - \bar{r})^4}{(T - 1)s^4}$$

A curtose da distribuição normal padrão é igual a 3, portanto ao examinar a tabela 2.1 percebemos todos os índices possuindo caudas mais pesadas que a de uma distribuição normal, dando o indício da não normalidade dos dados.

Depois de ter realizado a apresentação das estatísticas descritivas para todo o período sob análise apresentamos a tabela 2.2, com as mesmas estatísticas porém agora analisaremos separadamente três diferentes períodos: o primeiro período de

Tabela 2.2: Estatísticas descritivas dos retornos para os três períodos.

	Ibovespa	Merval	IPC	KLSE	RTSI
média ¹ (x100)	0,1482	0,0740	0,1347	-0,1095	0,2673
média ² (x100)	0,0403	-0,1127	0,0235	0,0162	-0,0554
média ³ (x100)	0,1059	0,2647	0,1168	0,0499	0,1456
máximo	0,0926	0,0615	0,1106	0,1167	0,2272
máximo	0,2882	0,1157	0,1215	0,2082	0,1767
máximo	0,0615	0,2376	0,0378	0,0431	0,0962
mínimo	-0,1622	-0,1476	-0,1431	-0,0811	-0,2085
mínimo	-0,1722	-0,1429	-0,1034	-0,1325	-0,1897
mínimo	-0,0862	-0,1978	-0,0544	-0,0366	-0,1066
variância (x100)	0,0591	0,0358	0,0292	0,0294	0,1299
variância (x100)	0,0908	0,0748	0,0495	0,0513	0,1616
variância (x100)	0,0381	0,0826	0,0142	0,0074	0,0461
curtose	10,328	12,711	16,137	11,948	10,939
curtose	16,568	6,2247	5,7168	16,812	6,0602
curtose	3,9787	15,1111	4,5124	5,4937	6,0794
assimetria	-1,0415	-1,4449	-0,5053	0,0379	0,1991
assimetria	0,9367	-0,1314	0,0892	0,9651	-0,2629
assimetria	-0,3946	0,5429	-0,1587	0,2667	-0,3357

1, 2 e 3 indicam os três respectivos períodos.

crescimento, antes da crise asiática; o período entre crises, entre a crise asiática e a crise argentina; e, por fim, o segundo período de crescimento, após a crise argentina. Nossos comentários a partir dessa tabela terão por base a observação e comparação entre os períodos, sendo salientadas somente suas discrepâncias.

Para todos os índices, exceção feita somente para o caso da Malásia, as médias se apresentam muito menores no período entre crises comparadas aos demais períodos, inclusive considerando o período completo. No caso da Malásia a média é menor no primeiro período de crescimento, antecedente a crise asiática.

Com relação aos pontos de máximo a maioria dos índices apresentou o maior valor da série completa, de 1995 a 2005, no período denominado de entre crises. Os únicos países diferentes são Argentina e Rússia, cujos picos apresentam-se no segundo e no primeiro período de crescimento, respectivamente. Esse padrão se mantém para os pontos de mínimo para praticamente todos os índices. Somente

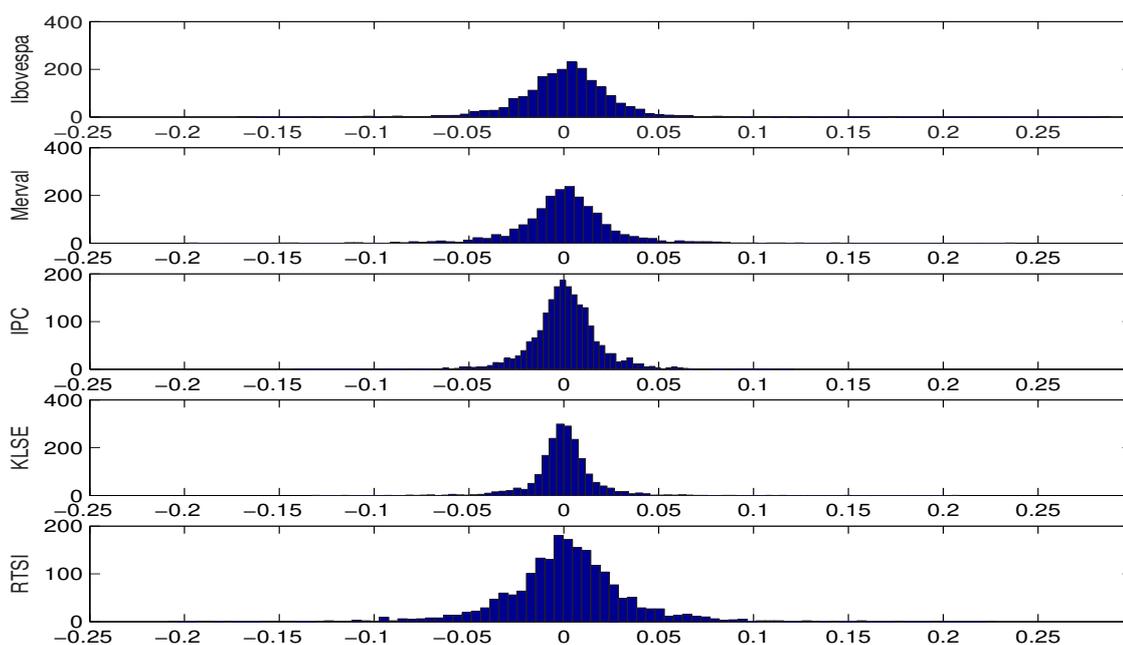


Figura 2.3: Histogramas dos retornos diários.

no caso do México houve uma alteração, onde o menor valor não foi encontrado no período entre crises, assim como o maior, mas sim no primeiro período de crescimento.

Exceto no caso da Argentina, todos os índices apresentaram a variância mais elevada no decorrer do período entre crises. A Argentina, provavelmente pelo fato de sua crise encontrar-se no limiar desse período apresentou maior variância no segundo período de crescimento temos, então, uma evidência de que a maioria dos índices apresentou maior volatilidade no decorrer das crises da década de 90 do que nos outros dois demais períodos.

Com relação a curtose não se pode dizer que ela segue um padrão semelhante ao apresentado para as demais medidas até este ponto. Porém todas as séries de índices e em todos os períodos, ou sub-períodos, possuem caudas mais pesadas quando comparadas a de uma distribuição normal padrão. O mesmo ocorre com a assimetria, onde nota-se o alongamento das séries para um dos lados, implicando na

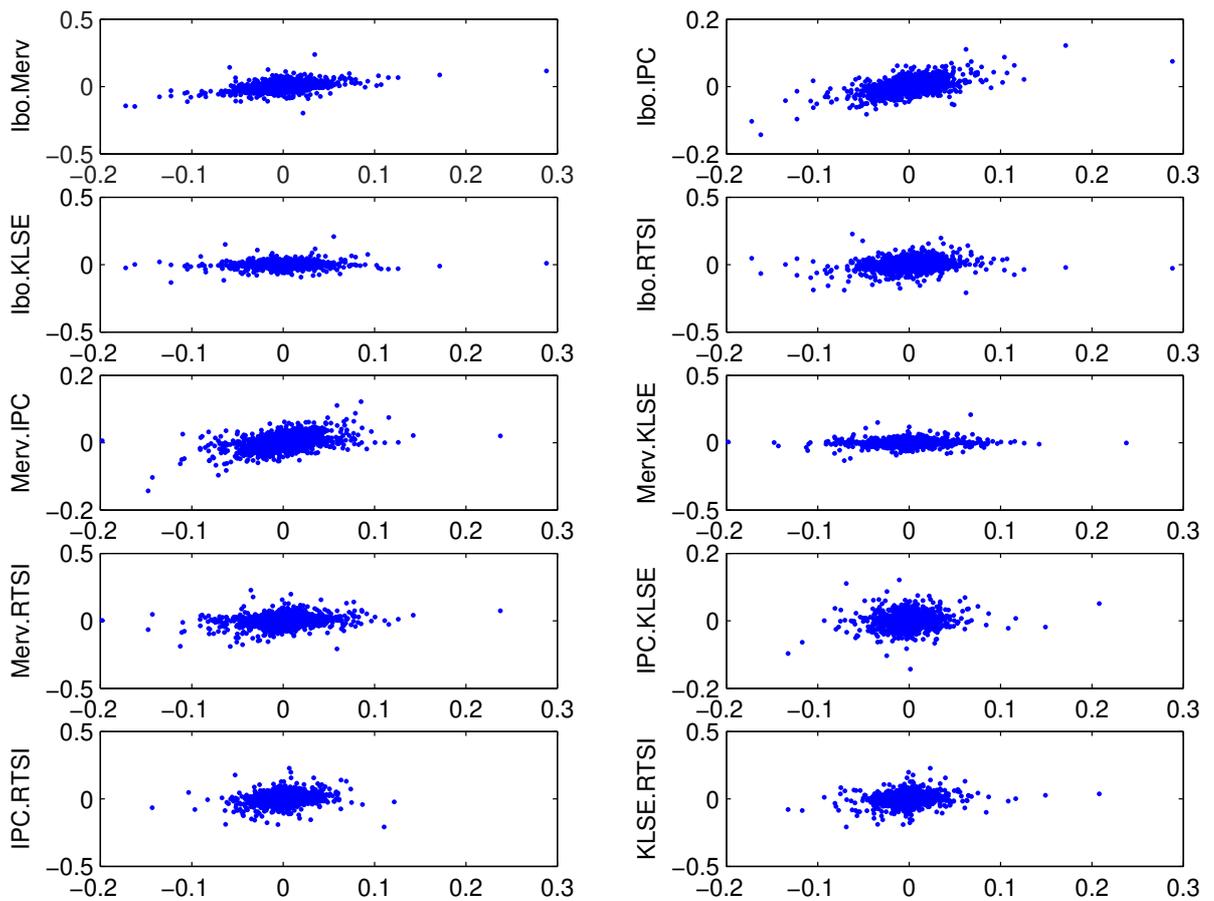


Figura 2.4: Dispersão entre os retornos dos pares de índices.

não simetria das mesmas. Vale salientar que somente a Malásia mantém o padrão de alongamento em todos os períodos analisados, já as demais séries ora estão alongadas para a direita, ora para a esquerda.

Uma figura interessante de ser feita antes de iniciar as análises mais aprofundadas são os histogramas de cada uma das séries. Comparando os histogramas da figura 2.3 percebe-se, em geral, simetria nas distribuições e comportamento diferentes nas caudas. Tendo em consideração as estatísticas já apresentadas na tabela 2.1, temos evidência de caudas pesadas nas distribuições dos retornos.

A figura 2.4 mostra a dispersão entre os índices, onde o eixo X sempre representa

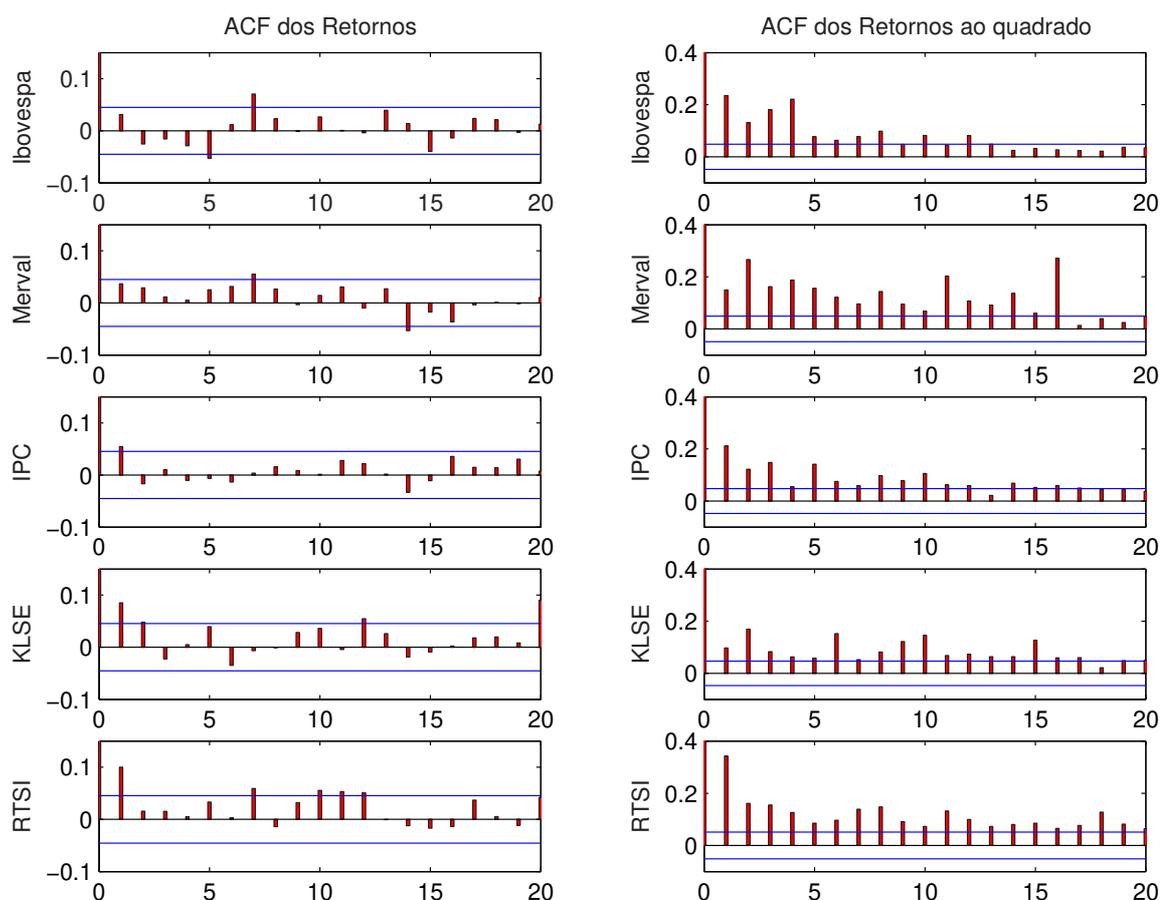


Figura 2.5: Função de Autocorrelação de cada um dos retornos e de seus quadrados

o primeiro índice da legenda, por exemplo, Ibo.Merv indica Ibovespa no eixo X e Merval no eixo Y. Através dessa figura pode-se perceber uma correlação positiva entre os retornos, sendo maior entre Ibovespa e IPC, Ibovespa e Merval e Merval e IPC, conforme confirmado pela tabela 2.3, apresentando as variâncias e as correlações. Em todos os pares notamos a existência de pontos onde um dos índices apresenta retornos grandes e isso não é acompanhado pelo outro índice. Não encontra-se nenhum ponto onde ambos índices estejam demasiadamente grandes. Aqui trata-se como grandes os retornos em módulo.

Para finalizar nossa análise inicial temos as funções de autocorrelação de cada

Tabela 2.3: Variâncias e correlações entre os pares de índices.

	Ibovespa	Merval	IPC	KLSE	RTSI
Ibovespa	0,001	0,470	0,552	0,089	0,203
Merval	0,470	0,001	0,453	0,088	0,205
IPC	0,552	0,453	0,000	0,129	0,211
KLSE	0,089	0,088	0,129	0,000	0,193
RTSI	0,203	0,205	0,211	0,193	0,001

um dos retornos e também de seus quadrados na figura 2.5. Pode-se perceber que a correlação serial de cada um dos retornos é praticamente igual a zero, mas alguns apresentam correlações de primeira ordem significativas estatisticamente e isso será eliminado através do processo de filtragem. Já a correlação serial do quadrado dos retornos são pequenas, mas são significativas estatisticamente e persistem para grandes defasagens.

2.4 Filtragem

Como foi apresentado anteriormente alguns índices, quais sejam, IPC, KLSE e RTSI, apresentam autocorrelação de primeira ordem significativa, e antes de realizar a modelagem utilizando as metodologias dos capítulos seguintes, será feita uma filtragem dos dados com a finalidade de eliminar as correlações apresentadas pelas séries. Para isso foram realizadas várias filtrações ARMA, de diversas ordens, e foram feitos testes de multiplicadores de Lagrange para avaliar se havia correlação na média para cada uma delas. A filtragem que melhor retirou o efeito da média para todas as séries foi o AR(1) com constante, da seguinte forma:

$$r_t = \phi_0 + \phi_1 r_{t-1} + \varepsilon_t$$

onde $\varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, 1)$, os resultados são apresentados na tabela 2.4, e através dela podemos ver que as estimativas de ϕ_1 são altamente significativas.

Na tabela 2.5 apresentam-se as estatísticas descritivas dos resíduos da filtragem.

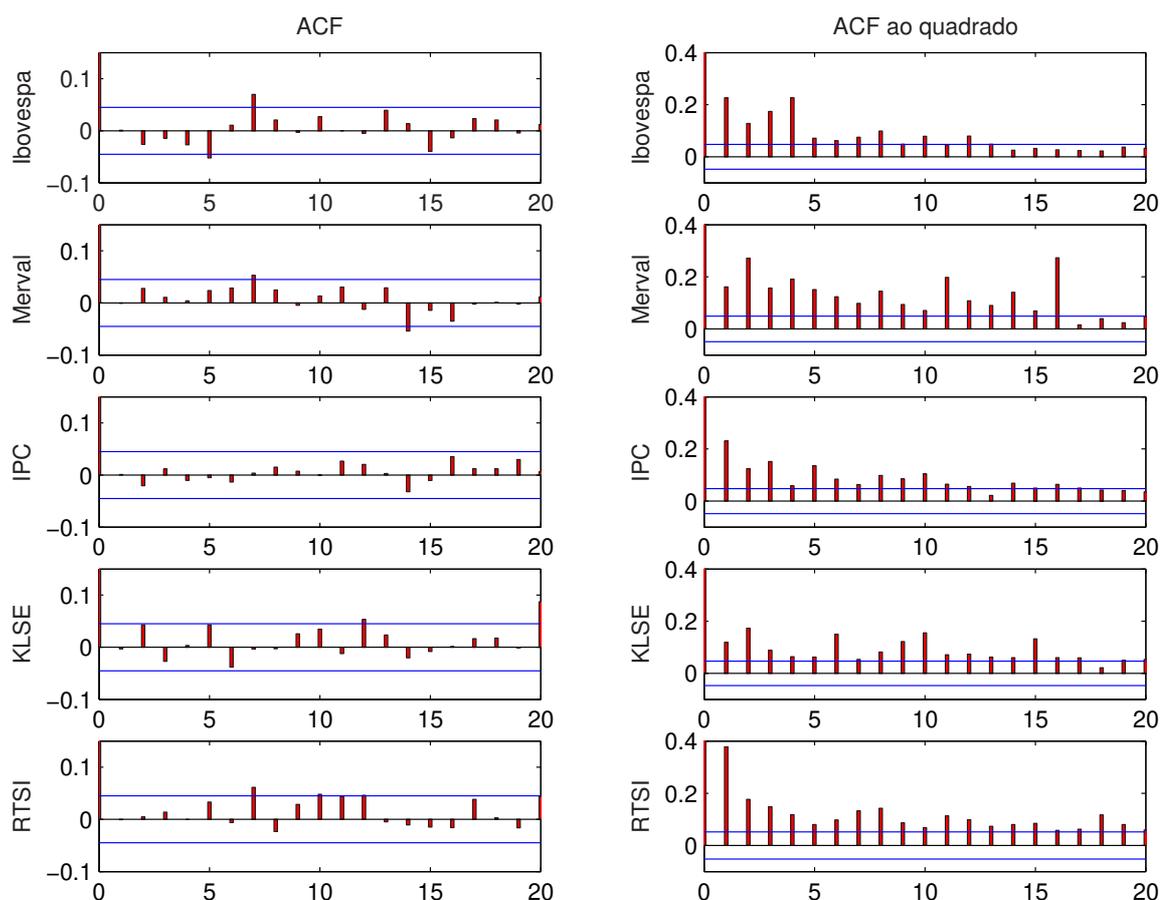


Figura 2.6: Função de Autocorrelação para cada um dos índices depois de realizada a filtragem e também elevados ao quadrado.

Os máximos e os mínimos permaneceram praticamente inalterados com relação aos anteriores a filtragem, tendo apenas uma leve variação, ora para mais, ora para menos, mas todas foram de ordem muito pequena e insignificante. Da mesma forma a variância, a curtose e a assimetria, permaneceram muito similares às apresentadas pelos retornos.

Analisaremos agora a figura 2.6, onde apresenta-se a função de autocorrelação dos resíduos da filtragem e de seus quadrados. Ao compararmos com a figura 2.5 nota-se a redução das auto-correlações dos retornos, principalmente, e como era de se esperar, na primeira defasagem. E este era, justamente, o objetivo da filtragem.

Tabela 2.4: Estimativas dos parâmetros e das variâncias da filtragem AR(1), com ϕ_0 sendo a constante, σ_{ϕ_0} sua variância, ϕ_1 o parâmetro auto-regressivo e σ_{ϕ_1} sua variância.

	Ibovespa	Merval	IPC	KLSE	RTSI
$\hat{\phi}_0$	0,001	0,001	0,001	0,000	0,001
$\hat{\sigma}_{\phi_0}^2$ *	3,322	3,415	1,664	1,585	5,827
$\hat{\phi}_1$	0,031	0,037	0,055	0,085	0,100
$\hat{\sigma}_{\phi_1}^2$	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001

* estimativas x 10^{-7} .

Tabela 2.5: Estatísticas descritivas após a filtragem AR(1).

	Ibovespa	Merval	IPC	KLSE	RTSI
média ($\times 10^{-10}$)	-0,007	-1,729	-1,521	4,669	-2,127
máximo	0,291	0,237	0,119	0,207	0,247
mínimo	-0,172	-0,198	-0,142	-0,133	-0,203
variância ($\times 100$)	0,0657	0,0676	0,0329	0,0314	0,1152
curtose	13,231	8,469	5,950	18,309	6,101
assimetria	0,394	0,044	-0,047	0,841	-0,113

Com relação aos retornos ao quadrado não há nenhuma alteração entre as duas figuras.

Foram realizadas filtragens ARMA com ordens maiores, tais como AR(2), ARMA(1,1), ARMA(2,1), ARMA(2,2), ARMA(1,2), entre outras. Porém a filtragem que apresentou melhor resultado para todas as séries foi o AR(1). A partir do próximo capítulo em diante passaremos a utilizar somente os dados filtrados na realização de nossas análises.

3 *Alisamento Exponencial*

3.1 Introdução

Uma das técnicas que iremos utilizar para estimar a volatilidade existente no conjunto de dados apresentado será a de alisamento ou suavização exponencial. Nosso objetivo aqui é, primeiramente, o de modelar a volatilidade de cada índice. Em seguida, iremos estimar a covariância existente entre cada par desses. Por fim, a partir disto, chegamos a estimativa da correlação entre os pares, a qual será avaliada sob a ótica do contágio com destaque para os períodos nos quais ocorreram crises financeiras. Nosso objetivo é calcular as correlações devido ao fato de termos adotado a definição de *shift-contagio*.

Esse método possui duas características em seu favor: aplicação simples e precisão razoável. Por isso se tornou um método bastante popular e tem sido usado como base de comparação para outros modelos (MORETTIN; TOLOI, 2004, cap. 4). A idéia na qual se baseia esse procedimento é a de que as observações passadas contém informações sobre o padrão de comportamento atual da série temporal, onde valores mais recentes possuem influencia maior do que os valores apresentados no início do período. A seguir veremos o método de alisamento exponencial e a aplicação para as séries de nosso interesse.

3.2 Método

Nesta seção serão apresentados os estimadores que caracterizam a técnica de alisamento exponencial tendo como base Hotta et al. (2003). Supondo que temos uma amostra com T observações, $t = 1, \dots, T$, a estimativa da variância condicional do retorno i , $i = 1, \dots, N$, no tempo t , utilizando as informações disponíveis até um dado instante de tempo t , denotada por $\hat{h}_{i,t}$, pode ser calculada:

$$\hat{h}_{i,t} = \lambda_i \hat{h}_{i,t-1} + (1 - \lambda_i) r_{i,t}^2, \quad 0 < \lambda_i < 1, \quad (3.1)$$

onde $r_{i,t}$ são os retornos do índice i no período t e λ_i são as constantes de alisamento para cada um dos índices i . Essa equação pode ser reescrita sendo proporcional à estimativa da variância dos retornos igual a estimativa da variância inicial, $\hat{h}_{i,0}$, acrescida de uma soma dos quadrados dos retornos com pesos geometricamente declinantes, que representa a variância instantânea, e é dada por:

$$\hat{h}_{i,t} = \lambda_i^t \hat{h}_{i,0} + (1 - \lambda_i) \sum_{j=1}^{t-1} \lambda_i^j r_{i,t-j}^2. \quad (3.2)$$

Nessa segunda forma do estimador da variância, como $\lambda_i < 1$, podemos notar a influência da variância inicial sobre a variância atual tendendo a ser diminuída até desaparecer. Um candidato para o estimador $\hat{h}_{i,0}$ é a variância amostral, com média zero, até o instante t_1 , onde $t_1 \leq T$ dada por: $s_1^2 = t_1^{-1} \sum_{t=1}^{t_1} r_{i,t}^2$, onde T é o tamanho das séries disponíveis e t_1 é escolhido de maneira adequada. Por exemplo, se quisermos fazer previsões *ex-ante* não podemos utilizar toda a informação na série. Mas existem muitas outras formas para esta variância inicial. Poderia ser utilizado, como um segundo exemplo, o estimador de janelas o qual leva em consideração apenas um conjunto inicial de valores. O segundo termo permite que os efeitos dos choques nas séries de retornos sejam dissipados suavemente com o tempo.

Para o cálculo da covariância entre retornos de dois ativos no tempo t ($h_{ij,t}$), digamos i e j , podemos usar um procedimento similar chegando a seguinte forma:

$$\hat{h}_{ij,t} = \lambda_{ij}\hat{h}_{ij,t-1} + (1 - \lambda_{ij})r_{i,t}r_{j,t}. \quad (3.3)$$

Aqui também a covariância inicial pode ser estimada pela covariância amostral ou utilizar somente as primeiras observações.

O próximo passo para dar continuidade a análise é determinar as constantes λ_i e $\lambda_{i,j}$, as quais podem ser determinadas de maneira *ad hoc*, ou seja, estipula-se um valor sem a realização de qualquer procedimento estatístico, ou pode-se utilizar, como sugere o banco J. P. Morgan, um procedimento para escolher os parâmetros ótimos baseado no erro de predição um passo a frente. Pode-se definir o previsor da variância do retorno um passo a frente como $E(r_{i,t+1}^2|\mathcal{F}_t) = h_{t+1}$. Como h_{t+1} é não observável a proxy do erro de previsão um passo a frente é dado por $r_{i,t+1}^2 - \hat{h}_{i,t}$.

Engle (2002) propõe a realização de uma ponderação dos λ para a utilização do mesmo valor para todas as séries, mas aqui será usado um valor para cada par de séries de acordo com a tabela 3.1.

Dessa forma, é possível considerar como critério para seleção do λ ótimo para cada ativo o valor obtido com a minimização do erro quadrático médio da proxy dos erros de predição um passo a frente, sendo c uma constante:

$$RMSE_i = \sqrt{\sum_{t=t_0}^T c(t)(r_{i,t}^2 - \hat{h}_{i,t-1}(\lambda))^2}, \quad (3.4)$$

onde o valor de t_0 pode ser diferente de 2 para evitar a influência dos valores iniciais e colocar mais peso nas últimas observações. Podemos generalizar também colocando pesos diferentes de zero e um. Segundo (ZIVOT; WANG, 2002) assumindo que o ruído branco segue uma distribuição multivariada normal com média zero, e que a

matriz de variâncias e covariâncias deste ruído é condicionada a história passada, então é possível através da função de verossimilhança e do cálculo recursivo dessa matriz de covariâncias avaliar a função de log-verossimilhança. Então, o vetor de parâmetros pode ser tratado como parâmetros desconhecidos do modelo e pode ser estimado usando estimação de quase máxima verossimilhança. É desta forma que a função *mgarch* calcula os λ apresentados.

Como nosso interesse está na análise das correlações entre os índices usamos as estimativas calculadas da variância e da covariância para estimar a correlação, também variante no tempo. Desta forma temos que a correlação entre os ativos i e j é estimada por:

$$\hat{\rho}_{ij,t} = \frac{\hat{h}_{ij,t}}{\sqrt{\hat{h}_{i,t}\hat{h}_{j,t}}}. \quad (3.5)$$

A seguir apresentam-se os resultados obtidos através da aplicação desta técnica ao conjunto de dados analisado.

3.3 Alisamento Exponencial

Com o auxílio do programa S-Plus 6.2 e usando o módulo Finmetrics, foram calculados os parâmetros ótimos de alisamento para cada par de séries através da função *mgarch*. Esse comando calcula o valor ótimo para α e temos que $\lambda = 1 - \alpha$, de acordo com a notação aqui apresentada. Os resultados são apresentados na tabela 3.1.

Tabela 3.1: Estimativas de λ para os pares de Índices

	Merval	IPC	KLSE	RTSI
Ibovespa	0,9446	0,9549	0,9679	0,9507
Merval		0,9618	0,9634	0,9557
IPC			0,9667	0,9587
KLSE				0,9645

Normalmente o valor recomendado pelo *Riskmetrics* do *J. P. Morgan*, para esse parâmetro é de 0,94 a 0,97. De acordo com a tabela todos os parâmetros obtidos se encontram nessa faixa.

Depois de estimados os parâmetros ótimos de alisamento, segundo o critério anterior, foram estimadas as variâncias condicionais e as covariâncias entre pares de índices, de acordo com as equações (3.1) e (3.3), utilizando a metodologia do *Riskmetrics* no Excel. A figura 3.1 apresenta as séries das estimativas obtidas para a volatilidade e a figura 3.2 as das covariâncias.

Na figura 3.1 pode-se notar que os picos de variância condicional apresentam-se nos períodos de crise para todas as séries. No caso do Ibovespa por exemplo têm-se um pico próximo a 1998, outro nos finais deste mesmo ano e outro, o mais forte, no início de 1999. Como já foi visto acima o primeiro desse picos coincide com o período da crise asiática, o segundo com a crise russa e o último com a crise no Brasil, dada pela desvalorização do real. As outras crises parecem não ter afetado de maneira significativa a variância condicional desse índice.

Para o caso do Merval nota-se um leve acréscimo na volatilidade, ou variância condicional, no período da crise asiática, assim como na crise russa e brasileira, tendo um pico maior na crise argentina, fato já esperado.

A estimativa da volatilidade condicional da série IPC é menos suave, com vários picos, sendo os mais acentuados os correspondentes a crise asiática e a crise russa. Nota-se também que esse índice foi o único entre os analisados nesse trabalho que sentiu os efeitos da queda da Nasdaq no ano de 2000. A crise argentina também não passou despercebida.

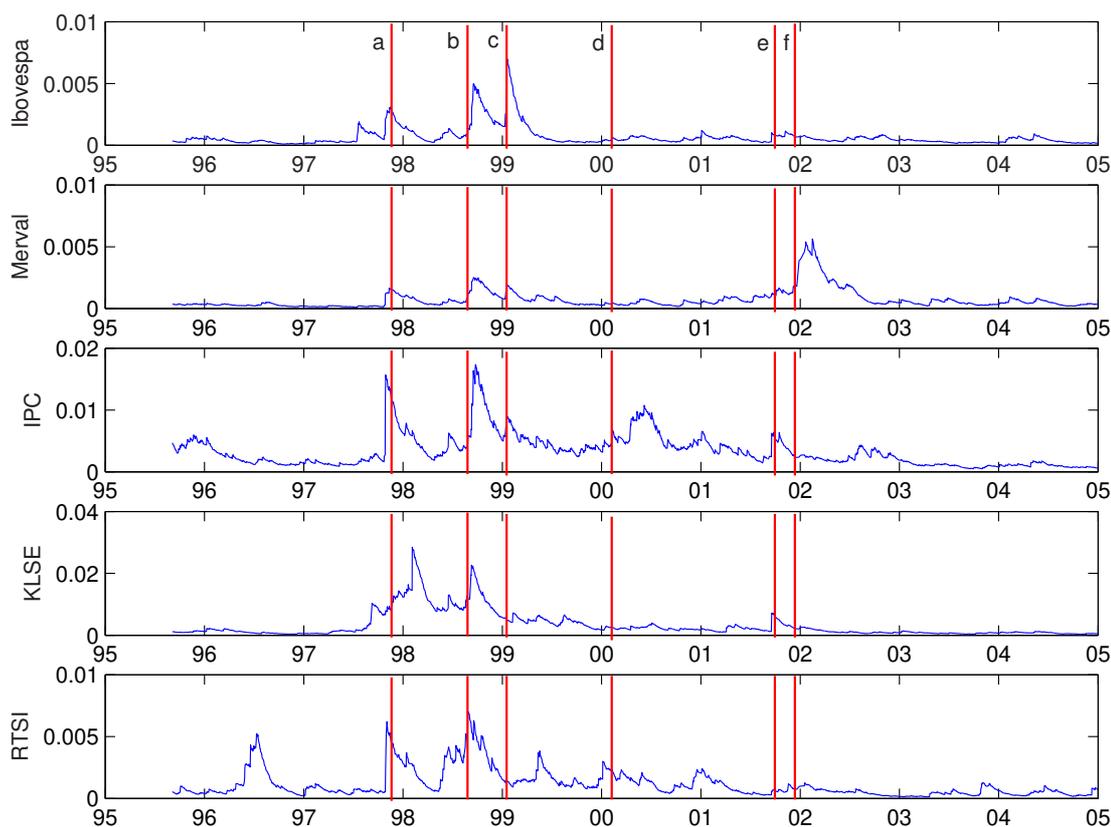


Figura 3.1: Estimativas das variâncias condicionais de cada um dos índices dadas pelo método de alisamento exponencial. Os resultados para IPC e KLSE foram multiplicados por 10 para facilitar a comparação com os demais índices. As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001

Com relação ao KLSE temos um início de acréscimo na volatilidade justamente no período da crise asiática. Aqui chama-se de início pois essa subida não cede até finais de 1998, onde inicia-se um período de redução da volatilidade. Ainda pode-se notar uma pequena subida no segundo semestre de 2001, período correspondente aos ataques terroristas nos Estados Unidos.

Por fim, o índice RTSI, também apresenta muitos picos de volatilidade, tendo

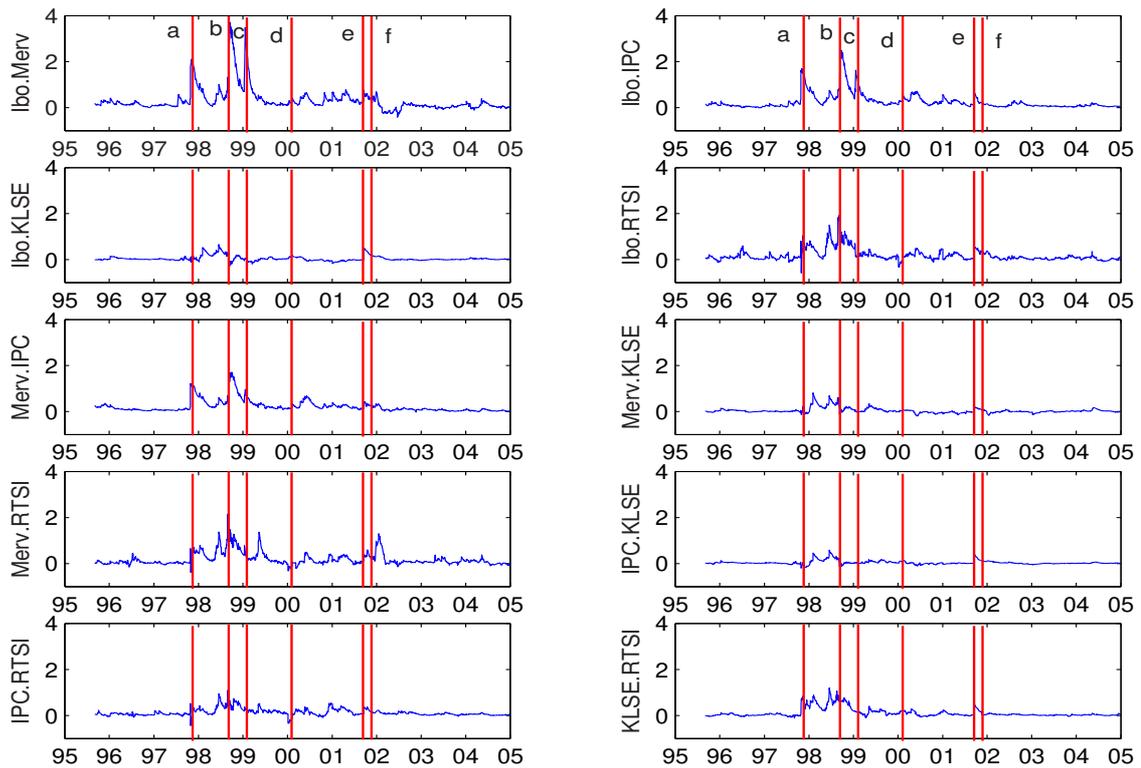


Figura 3.2: Estimativas das covariâncias entre os pares de índices dadas pelo método de alisamento exponencial e multiplicados por 10^3 . As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001.

início em meados de 1996 ¹ e apresentando outro pico na crise asiática, e grande turbulência durante a crise russa.

É possível extrair da figura 3.1 que os cinco índices apresentaram picos de variância condicional ao longo da crise asiática e da crise russa, sendo a Argentina o país menos afetado pelos efeitos dessas crises.

¹Não encontramos na literatura nenhuma referência a uma crise que tenha ocorrido nesse período, porém o aumento de volatilidade desse índice é notável. Pode então ter ocorrido um período de turbulência que os autores desconsideraram por ter sido um fato isolado na Rússia.

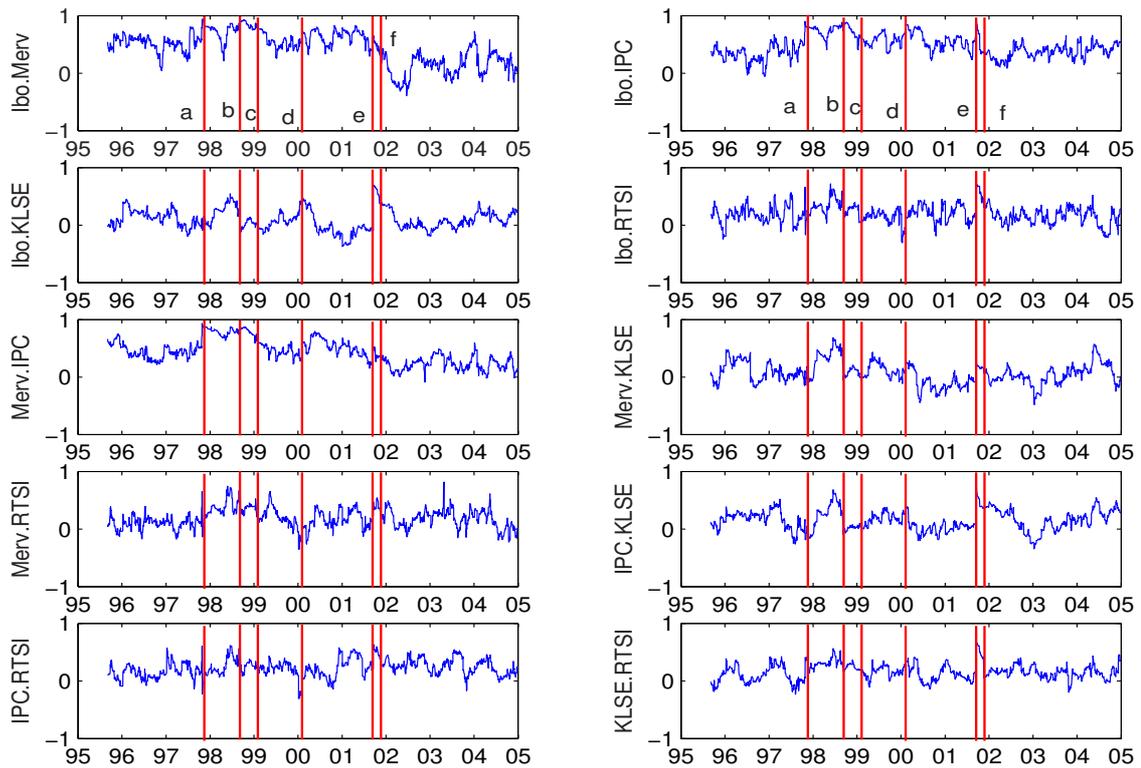


Figura 3.3: Estimativa das correlações entre os pares de índices dadas pelo método de alisamento exponencial. As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001.

Com relação as covariâncias apresentadas na figura 3.2 será feito apenas um comentário breve pois o intuito é analisar mais a fundo as correlações existentes entre os índices, análise realizada em seguida. O fato mais saliente desta figura é que alguns pares índices apresentam covariâncias que podem ser chamadas de bem comportadas, enquanto outros apresentam covariâncias mais turbulentas. Quando o par é formado por países latino americanos observa-se séries menos suaves, indicando que os movimentos desses países está mais conectado do que quando comparamos um país dessa região com um país asiático.

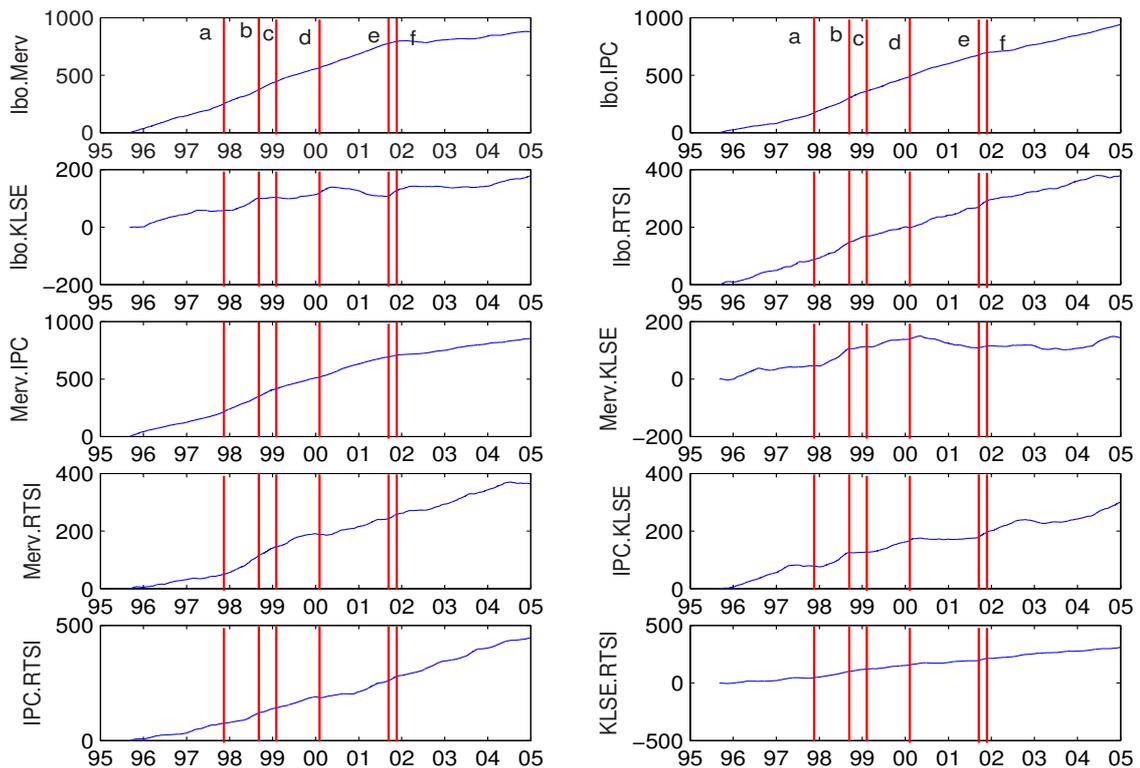


Figura 3.4: Soma acumulada das correlações dadas pelo método de alisamento exponencial. As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001.

Após o cálculo das covariâncias e das volatilidades foi possível calcular as correlações entre os pares de índices, de acordo com a fórmula indicada no tópico anterior, sendo essa o alvo de nossa análise. A figura 3.3 mostra os resultados obtidos com esse cálculo. Além dessa figura temos também a figura 3.4, na qual apresentam-se as somas acumuladas das correlações e através dela poderemos saber quais foram os períodos que apresentaram mudanças significativas.

Como podemos ver a partir dessas figuras as correlações entre os retornos dos índices diferem bastante quando mudamos de um par de índices para outro. A seguir

será feita a análise de ausência ou presença de contágio para cada uma das séries de correlações, e a definição que será utilizada para o conceito de contágio é a de *shift-contagio*, ou seja, avaliar se há um aumento significativo da correlação após um período de crise.

1) *Brasil e Argentina*

Avaliando a correlação entre Ibovespa e Merval, representando Brasil e Argentina, respectivamente, na figura 3.3 nota-se que existem três patamares distintos ao longo do período estudado. O primeiro corresponde ao período desde o início da série até meados de 1997, onde a correlação oscila em torno de 0,5 tendo uma queda mais brusca no final de 1996, mas com recuperação rápida. Aqui não temos evidência alguma de que possa ter ocorrido contágio, pois o objetivo é avaliar incrementos significativos na correlação após um período de crise.

O segundo patamar poderia até ter sido considerado como o mesmo que o primeiro, mas como existe uma diferença na frequência da correlação e como aparenta ser levemente mais elevada é melhor separá-los. O período corresponde a meados de 1997 até meados de 2001, e percebemos que logo no princípio a correlação oscila com uma certa demora para retornar. Englobam-se nesse período três crises: a asiática, a russa e a brasileira, acrescidas da queda da Nasdaq que não deve ser considerada como uma crise propriamente dita. Como já foi dito, o nível aqui pode ser considerado um pouco mais elevado, próximo de 0,6. Apesar de apresentar alguns picos não podemos dizer que ocorreu contágio, mesmo porque a velocidade de subida e queda ainda é muito grande e não ocorreu uma mudança significativa de patamar. Essa conclusão fica ainda mais fundamentada quando observamos a figura 3.4. A partir dela podemos notar que não houve uma mudança significativa da correlação, pois esta aumenta de maneira constante e caso houvesse uma mudança brusca na correlação essa curva apresentaria um ponto de inflexão.

A partir do final de 2001 começa a ocorrer uma quebra do padrão que pode ser considerada como significativa. A correlação sai da faixa de 0,6, passa a ser nega-

tiva, chegando a $-0,4$, e ao se estabilizar o patamar é muito inferior ao apresentado anteriormente, sendo agora próximo a $0,2$. Isso pode ser entendido como reflexo da crise argentina no ano de 2001, mas como foi observada queda na correlação mais uma vez não poderemos considerar que houve contágio entre essas economias. Muito pelo contrário, observa-se um descolamento, provavelmente por que a alta volatilidade na Argentina não causou altas volatilidades no Brasil. Mais uma vez a figura 3.4 nos auxilia a chegar a esse resultado. Pode-se perceber claramente que a figura passa a crescer com inclinação inferior a apresentada desde o início da série.

2) *Brasil e México*

A correlação entre Brasil e México, dada pelos índices Ibovespa e IPC na figura 3.3, apresenta em geral um nível mais elevado do que o comentado anteriormente. Podemos dividir esse gráfico em três patamares distintos, assim como fizemos com a correlação entre Brasil e Argentina.

O primeiro desses patamares, em torno de $0,3$, corresponde ao período de 1995 até início de 1998. Pode-se notar uma certa oscilação da correlação nesse período chegando até a ser negativa em alguns momentos, mas nada que seja demasiadamente significativo. Percebemos que há um aumento da correlação no início de 1997, mas esse proporciona somente o retorno ao patamar de $0,3$, recuperando-se de uma pequena queda. Não há evidências de contágio ou descolamento das economias nesse período.

Do início de 1998 até meados de 2001 pode-se notar o estabelecimento de um novo patamar da correlação, agora próximo de $0,6$. É provável que a crise asiática seja a responsável por esse fenômeno, já que esta se deu em finais de 1997, e sua estabilidade mantida pelas crises russa e brasileira que se deram ao longo desse período. Encontra-se aqui uma evidência de contágio entre esses dois países, já que a correlação aumenta, e de maneira significativa logo após a ocorrência de uma crise mundial. O método de análise aqui apresentado não permite avaliar qual país foi responsável pelo contágio do outro, já que nenhum dos dois países foi responsável

pela deflagração da crise. Ao observar a figura 3.4 podemos notar em meados de 1997 que a inclinação da curva passa a ser um pouco superior a apresentada até então. Isto confirma a evidência obtida na análise das correlações propriamente ditas.

Por fim, temos uma queda no patamar da correlação a partir do final de 2001, ficando próximo a 0,4. Essa queda da correlação é evidenciada também na figura 3.4, e aqui não pode ser considerada como um descolamento das economias, mas apenas como o fim do efeito de contágio.

3) *Brasil e Malásia*

A correlação dos índices Ibovespa e KLSE apresentada na figura 3.3, é certamente uma das mais difíceis de ser analisada, por possuir variações bruscas e ao mesmo tempo manter o patamar da série praticamente inalterado e próximo de zero. A dificuldade se apresenta em quantificar o tempo necessário de permanência da correlação em determinado ponto para que seja considerada como contágio. Podemos perceber diversos pontos onde a correlação aumenta e se mantém aproximadamente por meio ano e depois decresce novamente e também temos a presença de um pico mais elevado e que poderia evidenciar algum tipo de contágio ocorrido no segundo semestre de 2001. Então recorreremos à análise da figura 3.4 para auxiliar as conclusões referentes a existência ou não de contágio. Diferentemente do observado para os pares anteriores podemos ver agora na figura 3.4 pontos onde a soma acumulada se mantém constante e em alguns casos até decresce, indicando correlação próxima de zero ou até mesmo negativa no período, respectivamente. Depois desses períodos a soma acumulada reinicia sua trajetória de crescimento semelhante a trajetória apresentada antes da ocorrência desses casos. Esta característica da correlação parece não indicar a existência de contágio entre as duas economias. É provável que tenha ocorrido um descolamento entre as economias logo após a queda da Nasdaq, pois a correlação passa a ser negativa e a soma acumulada decresce.

4) *Brasil e Rússia*

A última correlação aqui analisada envolvendo o Brasil é com a Rússia. Temos uma série com grande oscilação, entre -0,3 e 0,7, porém esse patamar é mantido praticamente constante em torno de 0,2. Esta característica da série dificulta a obtenção de conclusões a partir da figura 3.3, e portanto, mais uma vez vamos pautar nossa análise na figura 3.4. A soma acumulada não apresenta evidência alguma de contágio ou descolamento, pois ao longo de todo o período ela mantém uma trajetória crescente constante.

5) *Argentina e México*

A correlação entre Argentina e México pode ser dividida em quatro patamares. O primeiro deles se dá desde o início do período estudado até o início de 1998, ficando em torno de 0,4.

Já o segundo patamar apresenta-se do início de 1998 até meados de 1999. Aqui pode-se notar uma elevação significativa do nível da correlação, passando para 0,8. Ao analisar a figura 3.4 podemos notar um pequeno ponto de inflexão nesse período, sendo este um sinal de elevação significativa da correlação neste mesmo período. Isso evidencia um contágio entre esses países devido a crise asiática. Da mesma forma que não foi possível identificar a direção do contágio ocorrido entre o Brasil e o México, aqui também não será possível fazer tal identificação.

A partir de meados de 1999 até meados de 2001 apresenta-se um novo patamar, por volta de 0,4, evidenciando o retorno aos níveis anteriores ao processo de contágio. Mais uma vez podemos notar na figura 3.4 a leve alteração da inclinação da curva, voltando para a aparência inicial.

O último patamar evidente nessa série, iniciado em meados de 2001, é ainda inferior ao inicial, sendo aproximado em 0,2. Essa queda na correlação também é notada em sua soma acumulada, a qual permanece constante por algum tempo e depois reinicia o crescimento com inclinação inferior a apresentada anteriormente.

Temos, então, a evidência de um descolamento entre essas duas economias após a crise argentina. Vale salientar aqui um fato bastante interessante observado dos resultados, a crise argentina não apresentou evidências de contágio entre a Argentina e qualquer um dos outros dois países latino-americanos envolvidos em nossa análise, Brasil e México. Isso pode evidenciar que, a despeito dos países latino-americanos terem sido afetados pela crise argentina, a magnitude desse impacto ficou muito aquém da que era esperada devido ao padrão de correlação existente entre esses países. Isso pode ser justificado pelo fato da crise argentina ter sido uma crise de certa forma anunciada e, portanto, os demais países tiveram a possibilidade de tomar providências no sentido de reduzir o impacto desta crise em suas economias.

6) *Argentina e Malásia*

Da mesma forma que a correlação entre Brasil e Malásia, a série de correlação da Argentina e Malásia é difícil de ser analisada, justamente por ter grande variabilidade e ao mesmo tempo permanecer praticamente no mesmo patamar ao longo de todo o período. A partir da figura 3.3 parece haver contágio após a crise asiática entre os países, pois a correlação parece aumentar no início de 1998 e descolamento após a queda da Nasdaq. Ao analisarmos a figura 3.4 notamos a existência de pontos onde a série se mantém constante e pontos onde ela chega a decrescer, e depois desses pontos volta a crescer. Assim o aparente aumento da correlação no início de 1998 apenas indica o retorno aos níveis de crescimento do início da série, após a soma acumulada ter apresentado, por volta de meados de 1996 até o final de 1997, um período em que permaneceu constante e no início de 1998 simplesmente retorna a seu ritmo de crescimento inicial. No início de 2000 nota-se que a soma acumulada da correlação decresce, e isso confirma a evidência de descolamento, já evidenciada na figura 3.3.

7) *Argentina e Rússia*

Podemos dividir a análise da série para o par Argentina e Rússia em três patamares. O primeiro deles inicia-se junto com a série e vai até 1998 e ao longo desse

período a correlação se mantém oscilando em torno de 0,07.

A partir de 1998 até meados de 1999 a correlação sobe para outro patamar, 0,3, o que indica um processo de contágio deflagrado pela crise asiática e que se manteve ao longo da crise russa. Para avaliar melhor a possibilidade de existência de contágio entre esses países analisaremos a figura 3.4, que confirma esse resultado. Fica muito evidente nesta figura o aumento na inclinação da curva após o início 1998, indicando a presença de contágio.

O terceiro e último patamar se dá a partir do segundo semestre de 1999 onde ocorre uma queda acentuada da série chegando a ser negativa e depois se estabiliza novamente em torno de 0,07, porém sendo mais volátil do que o primeiro nível. Mais uma vez a figura 3.4 confirma essa mudança na série, pois a partir de meados de 1999 a curva permanece constante por um período e retoma o crescimento com inclinação inferior a apresentada durante o ano anterior.

8) *México e Malásia*

Quanto a comparação entre Malásia e México pode-se observar que ao longo de todo o período a série se mantém próxima a 0,1 e ainda apresenta períodos onde a volatilidade é mais acentuada. Assim como já foi observado quando avaliamos as correlações entre Brasil e Malásia e Argentina e Malásia, isso indica uma grande dificuldade para se obter conclusões a partir da figura de correlação sozinha. Assim, novamente recorreremos a análise da figura 3.4. Ela indica a existência de contágio entre esses países no período da crise asiática e também após a crise argentina.

9) *México e Rússia*

Ao fazer a análise do par México e Rússia nota-se que assim como a série anterior essa apresenta-se bastante estável no nível, muito próximo a 0,2, mas certamente a volatilidade dessa série é inferior a da anterior. Porém, a partir do final de 2000 a correlação apresenta um acréscimo que pode ser considerado como significativo, mas

por outro lado esse período apresenta-se distante do período de crise apresentado pela queda da Nasdaq e é anterior as demais crises, dificultando a conclusão de existência ou não de contágio. A figura 3.4 esclarece melhor essa questão. Podemos notar que a soma acumulada apresenta inclinação praticamente constante ao longo de todo o período, exceção feita ao início de 2000 quando a série se mantém constante por algum tempo e depois retoma o crescimento. Não temos, portanto, evidência de contágio.

10) *Malásia e Rússia*

Por fim, a última série de correlação aqui analisada é a do par dos dois países asiáticos que compõem nosso escopo. Pode-se perceber que a volatilidade da correlação é bastante grande. Mas, apesar de apresentar picos e vales muito distintos e inconstantes, a série mantém-se sempre em torno de 0,1. Essa característica também é confirmada pela figura 3.4, onde percebemos inclinação constante e crescimento contínuo da série. Como não foi possível captar essa diferença na correlação nas figuras 3.3 e 3.4 podemos concluir que a correlação pode ter aumentado no período entre crises, porém de forma lenta e gradual, não podendo ser caracterizada como contágio.

3.4 Conclusão

Esse capítulo teve a finalidade de apresentar a técnica de alisamento exponencial com foco para o cálculo da correlação entre os pares de índices variante no tempo. Todas as medidas apresentadas por essa técnica foram calculadas a partir dos resíduos da filtragem apresentadas no capítulo anterior, no qual foi apresentada a análise inicial dos dados.

Em seguida a técnica foi aplicada ao conjunto de dados e pode-se perceber que na grande maioria dos casos não apresentou-se evidências de contágio. Tem-se apenas a conclusão de existência de contágio em três pares de países, quais sejam: Brasil

e México, Argentina e México, Argentina e Rússia, e México e Malásia. Em todos estes casos o período indicativo de uma maior conexão iniciou-se em 1998, o que nos leva a crer que a crise responsável pelo aumento da correlação foi a asiática. É intrigante notar que entre os países que apresentaram elevação da correlação com a crise asiática tem-se dois pares onde estão contidos somente países latino-americanos e a Malásia não apresenta contágio com nenhum dos demais países. Além deste período temos também a evidência de contágio na crise asiática entre os países México e Malásia.

Uma característica interessante de ser ressaltada a partir desse método é que as correlações entre os países latino-americanos é mais elevada do que quando estes são mesclados aos países asiáticos. Esta característica apenas comprova o que o senso comum já espera, pois devido a fatores regionais e a suas atividades comerciais é muito provável que países do mesmo continente estejam mais conectados entre si do que com os demais. Vale salientar que a despeito das conexões mais fortes existentes entre os países latino-americanos a crise argentina deu indícios de descolamento entre essas economias, provavelmente por que a volatilidade dos demais países latino-americanos não foi acrescida na proporção que era esperado, ou seja a volatilidade argentina aumentou em proporções muito maiores. Isso se deve ao fato da crise argentina ter sido uma crise de certa forma anunciada, possibilitando que os demais países adotassem medidas preventivas.

4 Modelos da família ARCH

4.1 Introdução

Neste capítulo serão estudados os modelos não lineares da família ARCH (“*autoregressive conditional heteroscedasticity*”) que apresentam suas variâncias condicionais evoluindo ao longo do tempo, e por isso são modelos apropriados para o estudo de séries financeiras (MORETTIN; TOLOI, 2004, cap. 12). O nosso maior interesse está na generalização dessa família de modelos, dada pelos GARCH (“*generalized autoregressive conditional heteroscedasticity*”) e suas diferentes versões multivariadas, avaliando qual delas se aplica melhor aos dados.

O objetivo desses modelos é modelar a volatilidade, como sendo a variância condicional de uma variável, no nosso caso retornos dos índices já mencionados. Vimos no capítulo anterior que nossas séries apresentam fatos estilizados comuns a séries financeiras que são:

- Retornos pouco ou não correlacionados serialmente: no nosso caso havia uma correlação serial reduzida que foi eliminada através da filtragem dos dados;
- Quadrado dos retornos correlacionados serialmente: o que indica que os retornos não são independentes pois caso o fossem qualquer transformação resultaria em não correlação;
- Presença de conglomerados de volatilidade: o que indica que valores grandes tendem a ser seguidos por valores grandes e pequenos por pequenos; e

- Excesso de curtose anunciando caudas mais pesadas que a de uma distribuição normal.

Neste capítulo será realizada inicialmente a descrição teórica dos procedimentos ARCH, GARCH e GARCH multivariados, em seguida serão realizadas as estimação de alguns dos modelos GARCH multivariados para nosso conjunto de dados tendo por base os resíduos da filtragem realizada no capítulo 2. A partir dos resultados dessa estimação serão escolhidos os modelos com melhores critérios de informação e, então, serão realizados testes de especificação com a finalidade de averiguar se os modelos foram capazes de eliminar a heterocedasticidade residual e a assimetria das séries. Depois serão realizadas as análises das variâncias e covariâncias evoluindo no tempo e a partir delas chegaremos às correlações evoluindo no tempo que indicarão a presença ou não de contágio.

4.2 ARCH

Começaremos com o modelo mais simples que é o ARCH univariado. Esse modelo foi introduzido por Engle em 1982, e tinha por finalidade a modelagem da inflação. A base do modelo está no fato do retorno $r_{i,t}$ não ser correlacionado serialmente, mas a volatilidade depende dos retornos passados.

Assim definimos o modelo ARCH(p) como:

$$r_{i,t} = \sqrt{h_{i,t}}\varepsilon_{i,t} \quad (4.1)$$

$$h_{i,t} = \alpha^i + \beta_1^i r_{i,t-1}^2 + \dots + \beta_p^i r_{i,t-p}^2 \quad (4.2)$$

onde $r_{i,t}$ é o retorno do índice i , $h_{i,t}$ é a variância condicional do índice i ($h_{i,t} = \text{Var}(r_{i,t}|\mathcal{F}_{i,t-1})$ sendo $\mathcal{F}_{i,t-1}$ a informação até o instante $t-1$ para o índice i); para i fixo, $\varepsilon_{i,t}$ são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (iid) com média zero e variância igual a um, $\alpha^i > 0$, $\beta_j^i \geq 0$, $\forall j$, e $\sum_{j=1}^q \beta_j < 1$, são

condições suficientes para a estacionariedade. Na maioria das aplicações encontradas na literatura, e também neste trabalho, os $\varepsilon_{i,t}$ são modelados pela distribuição normal padrão e pela distribuição t de Student padronizada (para obter variância unitária).

Uma grande vantagem dos modelos ARCH é que ao admitirmos que nossos retornos seguem esse modelo, sua curtose será maior do que 3, o que indica caudas mais pesadas que as da normal, fato substancialmente importante quando trabalhamos com séries financeiras. Porém, ao incluir em sua fórmula de volatilidade o quadrado dos retornos, o modelo passa a tratar de forma análoga retornos positivos e negativos, e na verdade sabe-se que a volatilidade reage de maneira dispar a essas diferenças de sinal (MORETTIN; TOLOI, 2004, cap. 12).

A seguir serão apresentados os modelos GARCH (*Generalized ARCH*), que pertencem a família ARCH por serem uma generalização do modelo apresentado acima. Em primeiro lugar será apresentado o modelo GARCH univariado, em seguida apresentaremos diversas possibilidades da modelagem multivariado que inclui os modelos CCC, VEC, BEKK, Fatorial, DCC.

4.3 GARCH univariado

Passemos agora para a generalização do modelo anterior, porém ainda restrito ao caso univariado, que são os GARCH. Esse modelo é mais vantajoso que seu precedente na medida em que geralmente descreve, na aplicação empírica, a volatilidade com menos parâmetros.

Definimos um modelo GARCH(p,q) da seguinte forma:

$$r_{i,t} = \sqrt{h_{i,t}}\varepsilon_{i,t}$$

$$h_{i,t} = \alpha^i + \sum_{j=1}^p \beta_j^i r_{i,t-j}^2 + \sum_{s=1}^q \gamma_i^s h_{i,t-s} \quad (4.3)$$

onde $r_{i,t}$, $h_{i,t}$, $\varepsilon_{i,t}$ possuem a mesma descrição do modelo anterior, $\alpha^i > 0$, $\beta_j^i \geq 0$, $\forall j$, $\gamma_s^i \geq 0$, $\forall s$ e $\sum_{j=1}^d (\beta_j^i + \gamma_j^i) < 1$, onde $d = \max(p, q)$.

As vantagens e desvantagens do modelo ARCH, mencionadas anteriormente, são aplicadas para o modelo GARCH. A determinação dos valores de p e q é difícil na prática. Assim na maioria dos casos são recomendados modelos de ordem pequena como por exemplo (1,1), (2,1) ou (1,2) e pode-se utilizar como critério inicial de seleção do modelo os valores do AIC (Critério de Informação de Akaike) ou BIC (Critério de Informação Bayesiano). Para o diagnóstico são analisados valores de assimetria e curtose, estatística Ljung-Box para os resíduos padronizados e seus quadrados, significância das estimativas de parâmetros.

Até esse ponto vimos modelos capazes de lidar com muitas características importantes quando trabalhamos com séries financeiras, porém abordamos somente suas versões univariadas. A partir desse ponto passaremos a estudar as versões multivariadas dos modelos GARCH, sendo essas nosso foco de interesse propriamente dito. O grande problema dessas abordagens é o número de parâmetros a ser estimado que é normalmente muito elevado, e por isso existem várias alternativas com a finalidade de reduzir o custo computacional da estimação desses modelos.

4.4 GARCH multivariado

A seguir serão apresentados os modelos GARCH multivariados usados com frequência na literatura. Eles serão apresentados de acordo com o grau de dificuldade da modelagem, e não a partir de sua ordem cronológica, para facilitar a compreensão.

4.4.1 Modelo Correlação Condicional Constante - CCC

A especificação do modelo GARCH multivariado com correlação condicional constante foi introduzida por Bollerslev (1990), com a finalidade de fornecer um

modelo simples multivariado para séries temporais com heterocedasticidade condicional, tendo variâncias e covariâncias variantes no tempo, mas com a correlação condicional permanecendo constante. Essa estrutura simplifica os procedimentos de estimação e inferência ao adicionar poucos parâmetros (BOLLERSLEV, 1990).

Nessa modelagem, GARCH univariados são estimados para cada uma das séries e então a matriz de correlação é estimada via estimador de máxima verossimilhança utilizando resíduos transformados. Contudo, da maneira que é proposto, o estimador de correlação constante não provê um método para construir desvios-padrão consistentes quando são utilizados processos de estimação em vários estágios (ENGLE; SHEPPARD, 2001).

Sendo r_t o vetor $N \times 1$ da série de retornos, ou a variável econômica de interesse, com matriz de covariância condicional variante no tempo H_t temos:

$$r_t = E(r_t | \mathcal{F}_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (4.4)$$

$$Var(\varepsilon_t | \mathcal{F}_{t-1}) = H_t,$$

onde \mathcal{F}_{t-1} é a σ -álgebra do espaço gerado com toda a informação até $t - 1$, e H_t é quase certamente definida positiva para todo t . Esta estrutura permite heterocedasticidade condicional e não condicional (BOLLERSLEV, 1990).

Sendo $h_{ij,t}$ o ij -ésimo elemento de H_t , e $y_{i,t}$ e $\varepsilon_{i,t}$ o i -ésimo elemento de y_t e ε_t , respectivamente, então uma medida de escala invariante natural da dependência entre $r_{i,t}$ e $r_{j,t}$ avaliada no tempo $t - 1$ é dada pela correlação condicional $\rho_{ij,t} = h_{ij,t} / \sqrt{(h_{ii,t}h_{jj,t})}$, onde $-1 \leq \rho_{ij,t} \leq 1$ para todo t . Da maneira que está especificada essa medida será variante no tempo conforme H_t varie no tempo. Contudo, em algumas aplicações, as covariâncias condicionais podem ser tomadas como proporcionais a raiz quadrada do produto das duas variâncias condicionais correspondentes:

$$h_{ij,t} = \rho_{ij}(h_{ii,t}h_{jj,t})^{1/2}, \quad (4.5)$$

com $j = 1, \dots, N$ e $i = j + 1, \dots, N$, sendo a correlação condicional ρ_{ij} constante no tempo. Bollerslev (1990) ainda comenta que assumir a correlação como constante no tempo ainda é uma questão empírica. Uma característica principal deste modelo está diretamente relacionada aos procedimentos simples de estimação e inferência (BOLLERSLEV, 1990). Uma outra forma de modelar, consiste em reescrever cada uma das variâncias condicionais como:

$$h_{ii,t} \equiv \omega_i \sigma_{i,t}^2,$$

com ω_i sendo um escalar constante positivo e $\sigma_{i,t}^2 > 0$ quase certamente para todo t . Então a matriz de covariância condicional completa, H_t , pode ser particionada da seguinte forma:

$$H_t = D_t \Gamma D_t, \quad (4.6)$$

onde D_t denota a matriz estocástica diagonal $N \times N$ com elementos $\sigma_{1,t}, \dots, \sigma_{N,t}$ e Γ é a matriz $N \times N$ invariante no tempo com elementos $\rho_{ij} \sqrt{(\omega_i \omega_j)}$. Disto segue que H_t será quase certamente definida positiva para todo t se e somente se cada uma das N variâncias condicionais são bem definidas e Γ é positiva definida (BOLLERSLEV, 1990).

A função de log-verossimilhança para o modelo de heterocedasticidade geral em (4.4) supondo normalidade condicional e considerando a restrição que faz as correlações constantes, dada por (4.5), se torna:

$$\begin{aligned}
L(\theta) &= -\frac{TN}{2}\log(2\pi) - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^T \log|D_t\Gamma D_t| - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^T \varepsilon_t'(D_t\Gamma D_t)^{-1}\varepsilon_t \quad (4.7) \\
&= -\frac{TN}{2}\log(2\pi) - \frac{T}{2}\log|\Gamma| - \sum_{t=1}^T \log|D_t| - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^T \tilde{\varepsilon}_t'\Gamma^{-1}\tilde{\varepsilon}_t,
\end{aligned}$$

onde θ denota todos os parâmetros desconhecidos em H_t e da distribuição de ε_t , e $\tilde{\varepsilon}_t = D_t^{-1}\varepsilon_t$ denota o vetor $N \times 1$ de resíduos padronizados. Sobre condições padrão de regularidade o estimador de máxima verossimilhança para θ é assintoticamente normal e procedimentos tradicionais de inferência são imediatamente disponíveis. Com exceção do terceiro termo, pode-se notar o aparecimento de um Jacobiano através da transformação de ε_t em $\tilde{\varepsilon}_t$ (BOLLERSLEV, 1990).

A expressão da verossimilhança dada por (4.7) é muito mais simples de ser computada do que caso não tivesse sido considerada a matriz de covariâncias invariante no tempo Γ , pois aqui será necessária a inversão de apenas uma matriz de ordem $N \times N$, e caso a matriz de covariâncias fosse variante no tempo teriam que ser invertidas T matrizes, uma para cada período de tempo. Além disso temos que $\log|D_t|$ é a soma de $\log\sigma_{1,t}, \dots, \log\sigma_{N,t}$, o que também facilita o cálculo e temos que o estimador de máxima verossimilhança para Γ é dado por $\hat{\Gamma} = T^{-1}\sum_t \tilde{\varepsilon}_t\tilde{\varepsilon}_t'$, que é positiva definida quase certamente, e devido ao fato de estimadores de máxima verossimilhança serem invariantes a transformações a correlação condicional, também estimada por máxima verossimilhança deve satisfazer (BOLLERSLEV, 1990):

$$\hat{\rho} = \sum_t \tilde{\varepsilon}_{i,t}\tilde{\varepsilon}_{j,t}' \left(\sum_t \tilde{\varepsilon}_{i,t}^2 \right)^{-1/2} \left(\sum_t \tilde{\varepsilon}_{j,t}^2 \right)^{-1/2}.$$

Assim podemos deixar de fora de Γ $1/2N(N+1)$ parâmetros, o que simplifica a função de verossimilhança, sendo agora escrita da seguinte forma:

$$L(\theta) = -\frac{TN}{2}(1 + \log 2\pi - \log T) - \sum_{t=1}^T \log |D_t| - \frac{T}{2} \log \left| \sum_{t=1}^T \tilde{\varepsilon}_t \tilde{\varepsilon}_t' \right|. \quad (4.8)$$

A suposição de correlação constante torna viável a estimação de um modelo de ordem grande e assegura que o estimador é positivo e definido simplesmente exigindo que cada variância condicional univariada seja diferente de zero e que a matriz de correlação seja posto completo (ENGLE; SHEPPARD, 2001).

4.4.2 Modelo VEC

Em 1988 Bollerslev, Engle e Wooldridge propuseram o modelo GARCH multivariado na forma *vech* que proporcionou uma estrutura bastante geral para modelos de volatilidade multivariada. Diferentemente do modelo anterior, aqui não serão calculados GARCH univariados para cada um dos índices e em seguida estimar a matriz de correlação via estimador de máxima verossimilhança. O modelo completo não restrito exige a estimação de parâmetros da ordem de N^4 por máxima verossimilhança, onde N é o número de séries temporais a serem modeladas (ENGLE; SHEPPARD, 2001).

A formulação apresentada por Bollerslev, Engle e Wooldridge (1988) foi inicialmente aplicada para o modelo CAPM (*Capital Asset Pricing Model*), e o modelo pode ser escrito como ¹:

$$r_t = b + \delta H_t \omega_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (4.9)$$

$$vech(H_t) = C + \sum_{i=1}^q A_i vech(\varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}') + \sum_{j=1}^p B_j vech(H_{t-j}),$$

¹Como o modelo é apresentado para a formulação do CAPM ele trabalha com retornos em excesso, que seria o retorno nominal da ação menos o retorno nominal da ação livre de risco no mesmo período, mas aqui apresentaremos somente como retornos igual calculado no capítulo anterior.

$$\varepsilon_t | \psi_{t-1} \sim \mathcal{N}(0, H_t),$$

onde r_t é um vetor de retornos $N \times 1$, b é um vetor de constantes $N \times 1$, δ é uma constante escalar de proporcionalidade, H_t é a matriz de covariâncias condicional dada a informação disponível no tempo $t - 1$, ω_{t-1} é o vetor de ponderação no final do período anterior, ε_t é um vetor de inovações $N \times 1$, $vech(\cdot)$ denota o operador que empilha linha a linha uma matriz simétrica em uma coluna, C é um vetor $1/2N(N + 1) \times 1$, e A_i , $i = 1, \dots, q$, e B_j , $j = 1, \dots, p$, são matrizes de ordem $1/2N(N + 1) \times 1/2N(N + 1)$.

A função de log-verossimilhança condicional para (4.9) para um único período t pode ser expressada por:

$$L_t(\theta) = -\frac{N}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \log |H_t(\theta)| - \frac{1}{2} \varepsilon_t(\theta)' H_t^{-1}(\theta) \varepsilon_t(\theta), \quad (4.10)$$

onde $\theta' = (b', \delta, C', vec(A_1), \dots, vec(A_q), vec(B_1), \dots, vec(B_p))$, é o vetor $m \times 1$ de parâmetros. Assim, condicionada aos valores iniciais, a função de log-verossimilhança para a amostra completa, $1, \dots, T$, é dada por (BOLLERSLEV; ENGLE; WOOLDRIDGE, 1988):

$$L(\theta) = \sum_{t=1}^T L_t(\theta). \quad (4.11)$$

A partir de (4.9), (4.10) e (4.11), percebe-se que a maximização da função de log-verossimilhança depende de métodos iterativos. Dadas as condições padrão de regularidade segue-se que o estimador de máxima verossimilhança para θ será assintoticamente normal e não viesado com matriz de covariância igual a inversa da matriz de informação de Fisher. A partir disso ficam disponíveis procedimentos tradicionais de inferência. Em particular, quando a equação (4.9) é testada contra uma especificação mais geral, a estatística do teste de multiplicadores de Lagrange toma

a forma $LM = T.R_0^2$, onde R_0^2 é o coeficiente não centrado de correlação múltipla para a estimativa de máxima verossimilhança sob a hipótese nula (BOLLERSLEV; ENGLE; WOOLDRIDGE, 1988).

Um modelo mais simples, denominado de VEC diagonal também foi proposto permitindo coeficientes diferentes de zero somente nos efeitos defasados da mesma série ou nos produtos cruzados, reduzindo o número de parâmetros que precisa ser estimado para a ordem de N^2 . Contudo, derivar as restrições necessárias nos parâmetros para assegurar que a matriz de covariância condicional seja definida positiva é extremamente difícil na medida que N aumenta (ENGLE; SHEPPARD, 2001). A especificação do modelo diagonal é dada por:

$$H_t = \Omega + \sum_{i=1}^p A_i \otimes (\varepsilon_{t-i} \varepsilon'_{t-i}) + \sum_{j=1}^q B_j \otimes H_{t-1}, \quad (4.12)$$

onde o símbolo \otimes é o produto de Hadamard que indica a multiplicação elemento a elemento, e todas as matrizes tem dimensão $N \times N$ (ZIVOT; WANG, 2002, pag. 478). Considerando o caso bivariado e $p = q = 1$, temos:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} h_{11,t} & h_{12,t} \\ h_{21,t} & h_{22,t} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} \\ \omega_{21} & \omega_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1} \varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{1,t-1} \varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1} \varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1} \varepsilon_{2,t-1} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} & h_{12,t-1} \\ h_{21,t-1} & h_{22,t-1} \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

com A_{ij} , B_{ij} e ω_{ij} denotando elementos das matrizes de parâmetros A , B e Ω , e $\varepsilon_{i,t-1}$ o i -ésimo elemento do vetor ε . A volatilidade de cada série segue um processo GARCH, enquanto que o processo de covariâncias também pode ser tratado como um modelo GARCH em termos de momentos cruzados dos erros. A matriz de covariâncias também deve ser semi-definida positiva. Contudo, isso não pode ser garantido no modelo VEC diagonal, e essa é uma das suas características negativas

(ZIVOT; WANG, 2002, pag. 479).

4.4.3 Modelo BEKK - Baba, Engle, Kraft e Kroner

Essa formulação ganhou o nome de BEKK por ter sido inicialmente proposta por Yoshi Baba, Robert Engle, Dennis Kraft e Ken Kroner, e a versão mais atualizada desse artigo conta com a participação de somente dois dos autores do artigo original (ENGLE; KRONER, 1995). Na representação VEC, até mesmo na representação diagonal, as restrições para que H_t seja positiva definida para todos os valores de ε_t são difíceis de serem checadas. Por isso esses autores propuseram um modelo no qual essas restrições são facilmente impostas e elimina poucos modelos interessantes representados na versão VEC. O modelo BEKK (p, q) pode ser representado por:

$$H_t = C_0^{*'} C_0^* + \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^p A_{in}^{*'} \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' A_{in}^* + \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^q G_{in}^{*'} H_{t-1} G_{in}^*, \quad (4.13)$$

onde C_0^* , A_{in}^* e G_{in}^* são matrizes de parâmetros $N \times N$ com C_0^* triangular. A equação (4.13) será positiva definida sobre condições muito fracas, além de ser uma representação bastante geral, incluindo todas as versões diagonais definidas positivas e todas as representações definidas positivas do VEC (ENGLE; KRONER, 1995). Portanto, são consideradas como casos particulares desse modelo as versões BEKK diagonal, onde as matrizes de parâmetros são diagonais, e o BEKK escalar, onde as mesmas são apenas escalares e não matrizes completas. Para o caso bivariado e com BEKK completo ² (1,1) temos:

$$H_t = C_0^{*'} C_0^* + \begin{bmatrix} a_{11}^* & a_{12}^* \\ a_{21}^* & a_{22}^* \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 & \varepsilon_{1,t-1} \varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1} \varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11}^* & a_{12}^* \\ a_{21}^* & a_{22}^* \end{bmatrix}$$

²No momento da aplicação será usada a seguinte notação BEKK comp. (p, q) , BEKK diag. (p, q) e BEKK esc. (p, q) , designando as versões completa, diagonal ou escalar, respectivamente.

$$+ \begin{bmatrix} g_{11}^* & g_{12}^* \\ g_{21}^* & g_{22}^* \end{bmatrix}' H_{t-1} \begin{bmatrix} g_{11}^* & g_{12}^* \\ g_{21}^* & g_{22}^* \end{bmatrix}.$$

A função de log verossimilhança do modelo é dada por:

$$L = \sum_{t=1}^T L_t,$$

$$L_t = \frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln |H_{rf,t}| - \frac{1}{2} \nu_t' H_{rf,t}^{-1} \nu_t, \quad (4.14)$$

onde o subscrito rf significa forma reduzida e ν_t é um vetor de parâmetros. Pode-se aplicar a transformação $\varepsilon_t = \Gamma \nu_t$ que resulta:

$$L_t = \frac{n}{2} \ln(2\pi) + \ln |\Gamma| - \frac{1}{2} \ln |H_t| - \frac{1}{2} \varepsilon_t' H_t^{-1} \varepsilon_t. \quad (4.15)$$

Infelizmente as propriedades de máxima verossimilhança para os modelos BEKK ainda estão sobre debate e muito pouco pode ser afirmado com certeza sobre as propriedades assintóticas desse estimador (ENGLE; KRONER, 1995).

4.4.4 Modelo Fatorial

O modelo fatorial proposto por Lin (1992) tem como objetivo produzir uma matriz de covariâncias definida positiva e que seja parsimoniosa. Esse modelo especifica a parte variante no tempo da matriz de covariâncias como uma função de K combinações lineares de variáveis aleatórias, onde K é o número de fatores e é necessariamente menor do que o número de séries, N . Assim esse modelo reduz o posto da matriz de covariância variante no tempo assim como a dimensão do espaço de parâmetros (LIN, 1992).

A inovação principal do modelo GARCH fatorial é a introdução de fatores co-

muns nos conglomerados de volatilidade entre variáveis diferentes. Assim temos o GARCH(p, q, K):

$$\varepsilon_t | \mathcal{F}_{t-1} \sim \mathcal{D}(0, H_t)$$

$$H_t = \Omega + \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^K A'_{kj} \varepsilon_{t-j} \varepsilon'_{t-j} A_{kj} + \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^K B'_{kj} H_{t-j} B_{kj}, \quad (4.16)$$

onde \mathcal{D} é uma distribuição multivariada arbitrária com o primeiro argumento sendo o vetor de médias e o segundo a matriz de covariâncias, A_{kj} e B_{kj} são matrizes de parâmetros $T \times T$, Ω é uma matriz de parâmetros $T \times T$ simétrica. Esse modelo garante a matriz de covariâncias positiva definida com restrições muito fracas no espaço nulo de Ω e B_{kj} (LIN, 1992).

Esses modelos não serão aplicados aqui pois da maneira apresentada a única fonte de volatilidade condicional advém dos fatores comuns, não existindo fatores idiossincráticos para a heterocedasticidade. Soma-se a isso o fato de que a correlação temporal é constante, e essa parece ser uma restrição muito forte ao modelo (MARÇAL; PEREIRA, 2005). No capítulo seguinte apresenta-se uma versão de análise fatorial mais sofisticada, permitindo componentes idiossincráticos para a heterocedasticidade e que viabilizará uma análise mais consistente.

Assumindo normalidade $r_t | \mathcal{F}_{t-1} \sim \mathcal{N}(0, D_t \Gamma_t D_t)$, desta forma, ignorando o termo constante, a log verossimilhança condicional L_t da observação r_t pode ser expressada por:

$$L_t = -\frac{1}{2} \ln |D_t \Gamma_t D_t| - \frac{1}{2} r'_t D_t^{-1} \Gamma_t^{-1} D_t^{-1} r_t \quad (4.17)$$

$$= -\frac{1}{2} \ln |\Gamma_t| - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^K \ln \sigma_{i,t}^2 - \frac{1}{2} r'_t D_t^{-1} \Gamma_t^{-1} D_t^{-1} r_t$$

A função de log verossimilhança pode ser obtida pela somatória das log verossi-

milhanças de $t = 1, \dots, T$.

4.4.5 Modelo Correlação Condicional Dinâmica - DCC

Proposta por Engle (2002), essa nova classe de modelos preserva a estimação fácil encontrada no modelo de correlação condicional constante de Bollerslev e ainda permite que as correlações sejam variantes no tempo. Esse modelo preserva a parsimonia dos modelos GARCH univariados das volatilidades das séries individuais com uma simples correlação variante no tempo estilo GARCH. Esse modelo apresenta uma melhora com relação aos modelos VEC e BEKK na medida em que a ordem dos parâmetros estimados utilizando a máxima verossimilhança cai para N . Ainda, o número de parâmetros que necessitam de estimação simultânea cai para a ordem 1 (ENGLE; SHEPPARD, 2001).

O modelo supõe que os retornos de N ações são condicionalmente normais multivariados com valor esperado igual a zero e matriz de covariância H_t . Os retornos podem ter média zero ou serem resíduos de uma filtragem da série. Assim,

$$r_t | \mathcal{F}_{t-1} \sim \mathcal{N}(0, H_t)$$

$$H_t \equiv D_t R_t D_t, \quad (4.18)$$

onde D_t é uma matriz diagonal $N \times N$ de desvios-padrão variantes no tempo vindos do modelo GARCH univariado com $h_{i,t}$ sendo o elemento da i -ésima diagonal, e R_t é uma matriz de correlação variante no tempo. A log verossimilhança desse estimador pode ser escrita da seguinte forma:

$$L = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (N \log(2\pi) + 2 \log|D_t| + \log|R_t| + \varepsilon_t' R_t^{-1} \varepsilon_t),$$

onde $\varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, R_t)$ são os resíduos padronizados por seu desvio padrão condicional.

Como é proposto que os elementos da matriz de covariâncias sejam escritos como GARCH univariados temos:

$$h_{i,t} = \omega_i + \sum_{s=1}^{p_i} \alpha_{is} r_{i,t-s}^2 + \sum_{v=1}^{q_i} \beta_{iv} h_{i,t-v}, \quad (4.19)$$

para $i = 1, 2, \dots, N$ com as restrições usuais de não negatividade e estacionariedade do GARCH, tais como variâncias não negativas e $\sum_{s=1}^{p_i} \alpha_{is} + \sum_{v=1}^{q_i} \beta_{iv} < 1$. Foram colocados p_i e q_i para deixar claro que a defasagem não precisa ser a mesma para todas as séries.

A estrutura da correlação dinâmica proposta é dada por:

$$Q_t = \left(1 - \sum_{m=1}^M \alpha_m - \sum_{n=1}^N \beta_n \right) \bar{Q} + \sum_{m=1}^M \alpha_m (\varepsilon_{t-m} \varepsilon'_{t-m}) + \sum_{n=1}^N \beta_n Q_{t-n} \quad (4.20)$$

$$R_t = Q_t^{*-1} Q_t Q_t^{*-1},$$

onde \bar{Q} é a covariância não condicional dos desvios-padrão resultantes do estágio da estimação dos GARCH univariados, e

$$Q_t^* = \begin{bmatrix} \sqrt{q_{11}} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{q_{22}} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \sqrt{q_{NN}} \end{bmatrix}.$$

Então Q_t^* é uma matriz diagonal composta da raiz quadrada dos elementos da diagonal de Q_t . O elemento típico da matriz R_t será da forma $\rho_{ij,t} = \frac{q_{ij,t}}{\sqrt{q_{ii,t}q_{jj,t}}}$. Engle e Sheppard (2001) apresentam as provas de que isto garante uma matriz de covariâncias condicional positiva definida.

4.4.5.1 Modelo Assimétrico de Correlação Condicional Dinâmica - ADCC

Esse modelo é uma extensão do modelo apresentado anteriormente e foi introduzida por Cappiello, Engle e Sheppard (2003). Temos a equação (4.20), com $R_t = Q_t^{*-1}Q_tQ_t^{*-1}$, a e b sendo escalares e $\bar{Q} = E[\varepsilon_t\varepsilon_t']$. Mas esse modelo não permite que novas notícias específicas das ações impactem os parâmetros e também, como os modelos anteriores, não permite assimetrias. Então essa equação pode ser modificada para (CAPPIELLO; ENGLE; SHEPPARD, 2003):

$$Q_t = \left(\bar{Q} - A'\bar{Q}A - B'\bar{Q}B - G'\bar{N}G \right) \\ + A'\varepsilon'_{t-1}\varepsilon_{t-1}A + B'Q_{t-1}B + G'n_{t-1}n'_{t-1}G, \quad (4.21)$$

onde A , B e G são matrizes diagonais de parâmetros, $n_t = I_{[\varepsilon_t < 0]} \otimes \varepsilon_t$ (novamente \otimes indica o produto de Hadamard), $\bar{N} = E[n_t n_t']$. A assimetria é dada pela última componente de (4.21). Para \bar{Q} e \bar{N} as esperanças são inviáveis e são substituídas pelos análogos amostrais, $T^{-1} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t \varepsilon_t'$ e $T^{-1} \sum_{t=1}^T n_t n_t'$, respectivamente. $Q_t^* = [q_{ii,t}^*] = \lfloor \sqrt{q_{ii,t}} \rfloor$ é uma matriz diagonal com a raiz quadrada do i -ésimo elemento da diagonal de Q_t na i -ésima posição da diagonal. Em outras palavras, Q_t^* é a matriz que garante que $R_t = Q_t^{*-1}Q_tQ_t^{*-1}$ é a matriz de correlação com uns na diagonal e todos os outros elementos menores que um em valores absolutos, na medida em que Q_t seja definida positiva. Esta será positiva definida com probabilidade um se $(\bar{Q} - A'\bar{Q}A - B'\bar{Q}B - G'\bar{Q}G)$ for definida positiva. O elemento típico de R_t será dado por $\rho_{ij,t} = q_{ij,t} / \sqrt{q_{ii,t}q_{jj,t}}$, o que implica imediatamente que R_t será necessariamente uma matriz de correlação pela desigualdade de Cauchy-Schwartz (CAPPIELLO; ENGLE; SHEPPARD, 2003).

Vale salientar que a equação (4.21) possui 4 casos especiais. Para o caso do modelo CCC apresentado anteriormente temos $A, G = [0]$, já para o DCC multivariado temos $G = [0]$, $A = [a_{ij}] = \lfloor \sqrt{a} \rfloor$, $B = [b_{ij}] = \lfloor \sqrt{b} \rfloor$, o DCC diagonal generalizado

(GDDCC) que não é apresentado aqui com $G = [0]$ e o modelo que nos interessa nesse ponto que é o ADCC onde $A = [a_{ij}] = [\sqrt{a}]$, $B = [b_{ij}] = [\sqrt{b}]$, $G = [g_{ij}] = [\sqrt{g}]$ (CAPPIELLO; ENGLE; SHEPPARD, 2003).

4.5 Testes de Especificação

Para testar se a especificação selecionada explica adequadamente a dinâmica dos dados será utilizado o teste robusto apresentado por Wooldridge (1990). O teste procura verificar se os resíduos dos modelos podem ser explicadas por um conjunto de variáveis (ver Cappiello, Engle e Sheppard (2003) e Marçal e Pereira (2005) para aplicações do teste). Para aplicar este procedimento é necessário definir inicialmente os resíduos generalizados e o conjunto de variáveis com possível poder preditivo. O resíduo generalizado é definido como sendo qualquer resíduo construído que tenha esperança (condicional) igual a zero. Por exemplo considere que as observações sejam representadas por $r_{it} = \sqrt{h_{it}}\epsilon_{it}$, onde a esperança e variância de ϵ_{it} e a distribuição de h_{it} condicionadas a I_{t-1} , a informação contida até o tempo $(t-1)$, sejam iguais a $E(\epsilon_{it} | I_{t-1}) = 0$, $V(\epsilon_{it} | I_{t-1}) = 1$, $h_{it} | I_{t-1} = h_{it}(\text{constante})$. Como exemplo de resíduos generalizados temos: $u'_{it} = r^2_{i,t} - h_{i,t}$ e $u_{it} = r^2_{i,t}/h_{i,t} - 1$. Como seguiremos a formulação de Marçal e Pereira (2005) adotaremos u_{it} para testar a correta especificação do modelo.

No caso dos modelos GARCH considerados as observações r_{it} são os valores filtrados da i -ésima série. Denote por $\lambda_{g,t-1} = \{\lambda_{g,1,t-1}, \dots, \lambda_{g,Q,t-1}\}$ o g -ésimo conjunto de variáveis de interesse com possível poder preditivo. Na seção 4.6.1 são definidos três conjuntos de variáveis com o objetivo de verificar se existe heterocedasticidade residual e se existe o efeito de assimetria.

Denote por $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_M)$ o conjunto dos parâmetros do modelo. Para aplicar o teste é necessário também calcular o valor esperado do gradiente dos resíduos generalizados em relação aos parâmetros. A esperança é calculada utilizando a distribuição sob a hipótese nula condicionada a I_{t-1} , que é equivalente a ser condi-

cionada a h_{it} . Denotando por y_{ijt} , o gradiente do t -ésimo resíduo da i -ésima série em relação ao parâmetro j , temos:

$$\begin{aligned} y_{ijt} &= E \left(\frac{\partial u_{it}}{\partial \theta_j} \right) = E \left(\frac{\partial}{\partial \theta_j} u_{it} \right) = E \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta_j} \left(\frac{r_{i,t}^2}{h_{i,t}} - 1 \right) \right\} \\ &= E \left(-\frac{r_{i,t}^2}{h_{i,t}^2} \frac{\partial h_{i,t}}{\partial \theta_j} \right) = -\frac{1}{h_{i,t}} \frac{\partial h_{i,t}}{\partial \theta_j}, \quad j = 1, \dots, M. \end{aligned}$$

Entretanto nem todos os parâmetros dos modelos considerados influenciam a volatilidade h_{ijt} . Dada a simetria dos modelos o número de parâmetros que influenciam a volatilidade independem da série. Denote por M' este número de parâmetros. O teste é obtido através da aplicação de duas regressões.

1. Primeiro faz-se uma regressão linear de $\lambda_{g,k,t-1}$ em função dos gradientes $\{y_{ijt}, i = 1, \dots, I, j = i_1, \dots, i_{M'}\}$ para $k = 1, \dots, Q$ calculando-se os respectivos resíduos. Denote-os por $\hat{\xi}_{k,t-1}$. Observe que para cada série são utilizadas apenas as M' séries de gradientes diferentes de zero.
2. Para cada série $i = 1, \dots, I$, realiza-se uma regressão de um vetor de uns em relação ao produto dos resíduos generalizados pelos resíduos calculados na regressão anterior, isto é, considere como regressoras $\{u_{it}\hat{\xi}_{1,t-1}, \dots, u_{it}\hat{\xi}_{Q,t-1}\}$. Teste se existe alguma variável significativa através do teste qui-quadrado calculando-se $R_i = T - SQR$, onde SQR é a soma dos quadrados dos resíduos e T é o número total de observações (lembre que o regressando é constante e igual a 1).

Sob a hipótese nula de que $\lambda_{g,t-1}$ não explica os resíduos generalizados, isto é, que o modelo não sofre de falta de especificação, esta estatística tem distribuição assintótica χ_Q^2 . Cappiello, Engle e Sheppard (2003) utilizou os resíduos generalizados u'_{it} e no lugar do valor esperado do gradiente dos resíduos generalizados utilizou os escores da log-verossimilhança da t -ésima observação de cada série em relação aos parâmetros.

4.6 Resultados Empíricos

4.6.1 Estimação e Testes de Especificação

A partir das séries de resíduos do AR(1), feita na filtragem apresentada no capítulo 2, foi realizada a modelagem GARCH multivariados com base nas rotinas computacionais construídas por Sheppard e Engle ³ para o Matlab. Esses modelos exigem que os dados possuam média zero, e isso foi viabilizado pela pré-filtragem realizada e descrita acima. A partir dessas rotinas é possível estimar apenas os parâmetros relativos a variância. Foram estimados os seguintes modelos: CCC, DCC, IDCC, BEKK completo, BEKK diagonal e BEKK escalar, tanto para a ordem (1,1) como para a ordem (2,2) e com erros gaussianos. A tabela 4.1 apresenta os resultados obtidos com essa estimação ⁴.

Tabela 4.1: Modelos GARCH com distribuição normal, com 1979 observações.

Modelo	$\ln L(\theta)/T$	parâmetros	AIC	BIC
CCC (1,1)	12,787	25	-50562	-50422
CCC (2,2)	12,817	35	-50661	-50465
DCC (1,1)	12,816	17	-50692	-50597
DCC (2,2)	12,849	27	-50801	-50650
IDCC (1,1)	12,818	16	-50703	-50613
IDCC (2,2)	12,826	26	-50714	-50569
BEKK comp. (1,1)	12,800	65	-50531	-50167
BEKK comp. (2,2)	12,904	115	-50843	-50200
BEKK diag. (1,1)	12,744	25	-50391	-50251
BEKK diag. (2,2)	12,832	35	-50718	-50522
BEKK esc. (1,1)	12,714	17	-50287	-50192
BEKK esc. (2,2)	12,716	19	-50292	-50186

Pode-se observar pela tabela 4.1 que os dois modelos que apresentaram os melhores critérios de informação foram o DCC (2,2), de acordo com o Critério de Informação Bayesiano, e o BEKK completo (2,2), de acordo com o Critério de In-

³Essas rotinas são públicas e estão disponíveis no site de Sheppard no endereço: http://www.kevinsheppard.com/research/uscd_garch.htm

⁴Foram estimados modelos com ordens maiores, como (3,3) e (4,4), porém o ganho comparado com o (2,2) foi muito pequeno, quando houve.

formação de Akaike. Ainda de acordo com esse segundo critério, o modelo DCC (2,2) é o segundo melhor modelo. Esse critério apresentaria a tendência a selecionar modelos que possuem maior número de parâmetros, fato comprovado pela tabela anterior, portanto o fato do modelo DCC (2,2) apresentar-se como o segundo melhor nesse critério seria mais uma sugestão de que este seria o melhor modelo. Outra observação importante a partir dessa tabela é que os modelos restritos do BEKK (o diagonal e o escalar) apresentam resultados muito ruins em termos de critério de informação (tanto AIC como BIC), da mesma forma que o modelo CCC, que pode ser considerado como uma versão restrita do modelo DCC, também possui resultado ruim. Isso indica que essas não são boas simplificações do modelo.

Tabela 4.2: Estimativas dos parâmetros do DCC (2,2), sendo $\hat{\theta}$ essas estimativas e σ seus desvios-padrão. Se $\hat{\theta}/\sigma > 2$ a estimativa é significativa com 95%.

θ	$\hat{\theta}$	$\hat{\theta}/\sigma$	θ	$\hat{\theta}$	$\hat{\theta}/\sigma$
ω_1	0,000039	1,460	β_{32}	0,607370	2,533
α_{11}	0,098205	2,061	ω_4	0,000005	0,744
α_{12}	0,154050	2,732	α_{41}	0,056323	1,475
β_{11}	0	-	α_{42}	0,086337	1,461
β_{12}	0,693650	5,404	β_{41}	0	-
ω_2	0,000042	3,642	β_{42}	0,848680	8,248
α_{21}	0,095604	3,454	ω_5	0,000037	2,119
α_{22}	0,163830	4,848	α_{51}	0,179560	3,843
β_{21}	0	-	α_{52}	0,000000005	0,0032
β_{22}	0,686970	14,706	β_{51}	0,375130	1,711
ω_3	0,000001	0,797	β_{52}	0,420750	1,928
α_{31}	0,061098	2,165	ρ_1	0,010137	3,868
α_{32}	0,000003	0,00023	ρ_2	0,978990	149,52
β_{31}	0,331490	1,278			

A tabela 4.2 apresenta as estimativas dos parâmetros para o modelo DCC (2,2) e também apresenta a razão entre o valor da estimativa e seu desvio-padrão, assim caso o valor dessa estatística seja maior do que 2 ela será significativa com 95%. Observando a tabela, então, vemos que são poucas as estimativas que podem ser consideradas como não significativas com 95%. Na realidade, de todas as 27 estimativas temos somente 12 não significativas e isso é um bom resultado em favor desse

modelo ⁵.

Antes de iniciar os testes de especificação propriamente ditos será exibida uma nova tabela de estatísticas descritivas para os resíduos padronizados dos modelos GARCH, para saber se os problemas de assimetria e curtose detectados na análise inicial foram solucionados ou se ainda permaneceram.

Tabela 4.3: Estatísticas descritivas dos resíduos do DCC (2,2)

	Ibovespa	Merval	IPC	KLSE	RTSI
média	0,001	-0,011	0,006	-0,004	0,014
máximo	5,270	4,886	4,927	5,577	5,865
mínimo	-5,156	-4,273	-6,425	-11,436	-6,531
variância	0,999	0,969	1,006	1,005	1,011
curtose	1,723	2,588	2,254	11,459	3,432
assimetria	-0,051	-0,007	-0,054	-0,761	-0,103

Na tabela 4.3 apresentam-se os valores das estatísticas descritivas para os resíduos padronizados do modelo DCC (2,2). No que diz respeito aos meses de ocorrência dos valores máximos e mínimos temos o ponto de máximo para o índice Ibovespa é dado em março de 1999, e o mínimo em setembro de 2001. Para Merval o pico ficou em abril de 2003 e o vale para outubro de 2001. Para KLSE o máximo está em setembro de 1997 e o mínimo em setembro de 2001. No índice IPC o pico ocorre em setembro de 1998 e o mínimo em outubro de 1997. Finalmente, para RTSI o ponto de máximo ficou novembro de 1998 e o de mínimo em outubro de 1997.

O bom resultado apresentado pelo modelo pode ser observado quando avalia-se a curtose e a assimetria das séries. Para todos os índices essas duas variáveis apresentaram queda, o que mostra que o modelo foi capaz de explicar boa parte da curtose e da assimetria existentes nas séries. Mas pode-se notar ainda dois índices, KLSE e RTSI, com excesso de curtose, indicando a possibilidade de uma distribuição não normal explicar melhor essas séries. E é para esses mesmos dois índices que a assimetria também permanece em índice mais elevado que os demais.

⁵As estimativas do modelo BEKK completo não foram apresentadas devido ao grande número de parâmetros existentes, mas esse modelo apresentou 113 estimativas não significativas das 115 existentes.

Tabela 4.4: Ljung-Box para os resíduos do modelo DCC (2,2) e para seus quadrados, com no máximo 20 defasagens.

	Resíduos		Resíduos ao quadrado	
	estatística	p-valor	estatística	p-valor
Ibovespa	18,665	0,544	11,362	0,936
Merval	18,372	0,563	16,203	0,704
IPC	10,808	0,951	38,286	0,008
KLSE	24,621	0,216	5,3732	0,999
RTSI	19,086	0,516	10,998	0,946

Tabela 4.5: Estatísticas descritivas dos resíduos do BEKK completo (2,2)

	Ibovespa	Merval	IPC	KLSE	RTSI
média	0,003	-0,004	0,002	0,007	0,015
máximo	5,72	4,99	4,51	5,93	5,77
mínimo	-4,97	-4,70	-5,91	-9,56	-5,18
variância	0,998	0,999	1,008	1,000	0,990
curtose	1,957	2,492	1,613	7,177	2,599
assimetria	-0,041	0,019	-0,035	-0,336	-0,021

Depois de fazer a análise das estatísticas descritivas dos resíduos foi realizado o teste *Ljung-Box*, com a finalidade de testar se o modelo é adequado, ou seja, a hipótese nula desse teste apresenta-se como ausência de correlação serial nos resíduos e em seus quadrados. A tabela 4.4 apresenta os resultados desse teste. Considerando um nível de significância de 1% somente será rejeitada a hipótese nula de ausência de correlação para os resíduos ao quadrado do índice IPC. Para todos os demais casos o modelo se mostra eficaz na eliminação da correlação serial dos retornos e seus quadrados.

Já na tabela 4.5 apresentam-se os valores das estatísticas descritivas para os resíduos padronizados do modelo BEKK completo (2,2). Fazendo a mesma comparação que foi realizada para o modelo DCC com a tabela 2.1, pode-se perceber que temos acréscimos em termos absolutos para os pontos de máximo e de mínimo. Com relação aos meses de ocorrência desses valores máximos e mínimos não houve muitas mudanças. Apenas o valor de mínimo do Merval passou a ser em abril de 2001, o de máximo do IPC em agosto de 2000 e o RTSI tem seu pico em janeiro de

1997 e vale em dezembro de 2004.

A assimetria e a curtose apresentam resultados ainda mais próximos da distribuição normal padrão para o modelo BEKK completo do que para o modelo DCC. Ambas estatísticas caíram e aqui a queda foi mais significativa. O modelo foi ainda mais eficaz na explicação da assimetria e da curtose das séries. Agora apenas o índice KLSE apresentou excesso de curtose e sua assimetria também ficou bastante elevada, mas para todos os demais índices a curtose está abaixo da curtose da normal.

Tabela 4.6: Ljung-Box para os resíduos do modelo BEKK comp. (2,2) e para seus quadrados, com no máximo 20 defasagens.

	Resíduos		Resíduos ao quadrado	
	estatística	p-valor	estatística	p-valor
Ibovespa	19,173	0,511	42,298	0,003
Merval	18,221	0,573	16,289	0,699
IPC	12,453	0,900	24,228	0,233
KLSE	21,851	0,349	14,835	0,786
RTSI	19,045	0,519	9,4614	0,977

Mais uma vez foi realizado o teste *Ljung-Box*, agora para os resíduos do modelo BEKK (2,2). A tabela 4.6 apresenta os resultados desse teste. Diferentemente do que foi obtido para o modelo DCC, notamos neste caso a rejeição aparecendo somente no caso dos resíduos ao quadrado do índice Ibovespa (ao nível de significância 1%) todos os demais não rejeitam a hipótese nula de ausência de correlação serial. Isso indica que o modelo foi eficiente na eliminação da correlação serial dos retornos e seus quadrados.

Foram realizados os testes de especificação de acordo com a metodologia já apresentada. Foram testadas três fontes de má especificação, a primeira testa se ainda existe heterocedasticidade residual, e as outras duas se há evidência de algum tipo de assimetria, o que conseqüentemente induziria ao cálculo de modelos assimétricos devido ao indício do modelo normal não ter conseguido captar essa assimetria. Para isso foram usadas as seguintes variáveis:

$$\lambda_{1,t-1} = [\varepsilon_{1,t-\max(p,q)-1}^2, \dots, \varepsilon_{5,t-\max(p,q)-1}^2] \quad (4.22)$$

$$\lambda_{2,t-1} = [I_{(\varepsilon_{1,t-1}>0)}, \dots, I_{(\varepsilon_{5,t-1}>0)}] \quad (4.23)$$

$$\lambda_{3,t-1} = [\varepsilon_{1,t-1}^2 I_{(\varepsilon_{1,t-1}>0)}, \dots, \varepsilon_{5,t-1}^2 I_{(\varepsilon_{5,t-1}>0)}] \quad (4.24)$$

Vale salientar neste ponto que a hipótese testada a partir da equação (4.22) será a de que não existe heterocedasticidade residual, em (4.23) e (4.24) a de que não existe assimetria. Assim, se ocorrer rejeição será indício de que os modelos não estão bem especificados, e então deve-se buscar modelos que expliquem melhor os dados. A tabela 4.7 apresenta os resultados dos testes de especificação para os modelos DCC (2,2) e BEKK completo (2,2).

Tabela 4.7: Testes de especificação supondo normalidade

País	Momentos	DCC (2,2)			BEKK completo (2,2)		
		Estatística	p-valor	G. L.	Estatística	p-valor	G. L.
Brasil	λ_1	2,98	0,7027	5	2,97	0,7043	5
Argentina		14,0	0,0156*	5	6,16	0,2903	5
México		6,36	0,2724	5	5,43	0,3660	5
Malásia		1,07	0,9561	5	6,10	0,2964	5
Rússia		1,73	0,8848	5	0,98	0,9639	5
Brasil	λ_2	13,5	0,0189*	5	10,7	0,0583	5
Argentina		10,8	0,0560	5	7,31	0,1983	5
México		9,01	0,1088	5	4,02	0,5465	5
Malásia		7,85	0,1645	5	7,39	0,1932	5
Rússia		9,02	0,1084	5	7,78	0,1689	5
Brasil	λ_3	9,99	0,0755	5	5,67	0,3395	5
Argentina		7,67	0,1751	5	2,26	0,8114	5
México		3,93	0,5586	5	4,62	0,4644	5
Malásia		8,23	0,1436	5	7,59	0,1803	5
Rússia		1,92	0,8593	5	1,46	0,9176	5

** indica os valores rejeitados com 1% de significância e * com 5%.

Observa-se na tabela 4.7 que com relação a heterocedasticidade residual, λ_1 , ambos modelos não rejeitam a hipótese nula de ausência desse tipo de má especificação para todos os países com nível de significância de 1%, e somente para a Argentina

com o modelo DCC a hipótese seria rejeitada com 5% de significância. Isso indica que tanto o modelo DCC como o modelo BEKK foram capazes de explicar a heterocedasticidade residual presente nas séries. Com relação as fontes de má especificação que avaliam a presença de assimetria nas séries vê-se para o λ_2 , indicando a presença do efeito do sinal dos resíduos, que a hipótese de assimetria não foi rejeitada com 1% de significância para nenhum país em ambos modelos, sendo que somente para o Brasil com o modelo DCC a hipótese seria rejeitada com 5% de significância. Para λ_3 a situação é um pouco melhor, pois para ambos os modelos nenhum dos países rejeita a hipótese nula de ausência de má especificação. A partir desses resultados chegamos a conclusão que ambos os modelos são eficazes tanto na eliminação da heterocedasticidade residual, como da assimetria das séries, ou seja, ambos estão bem especificados.

4.6.2 Análise das volatilidades e do Contágio

Aqui serão apresentados apenas os resultados para os dois modelos que foram considerados os melhores de acordo com os critérios de informação, como já mencionado acima. Em primeiro lugar será realizada a análise de volatilidade e depois verificaremos as evidências de contágio.

A figura 4.1 apresenta a volatilidade para cada um dos índices de acordo com os resultados da estimação do modelo DCC (2,2) e da modelagem BEKK completo (2,2). Pode-se perceber que as características das volatilidades são muito semelhantes entre os dois modelos. Os picos estão nos mesmos pontos (que serão discutidos logo em seguida), mas a diferença básica entre as duas figuras é que a volatilidade apresentada pelo modelo BEKK completo parece ser muito mais suave do que a do modelo DCC. Os picos não estão tão elevados, e pode-se observar que até mesmo a escala se torna menor. As turbulências são mais acentuadas quando se diz respeito a modelagem BEKK. Veremos mais para frente que essa característica se revela de maneira oposta para as correlações. Dessa forma, será feita análise mais detalhada

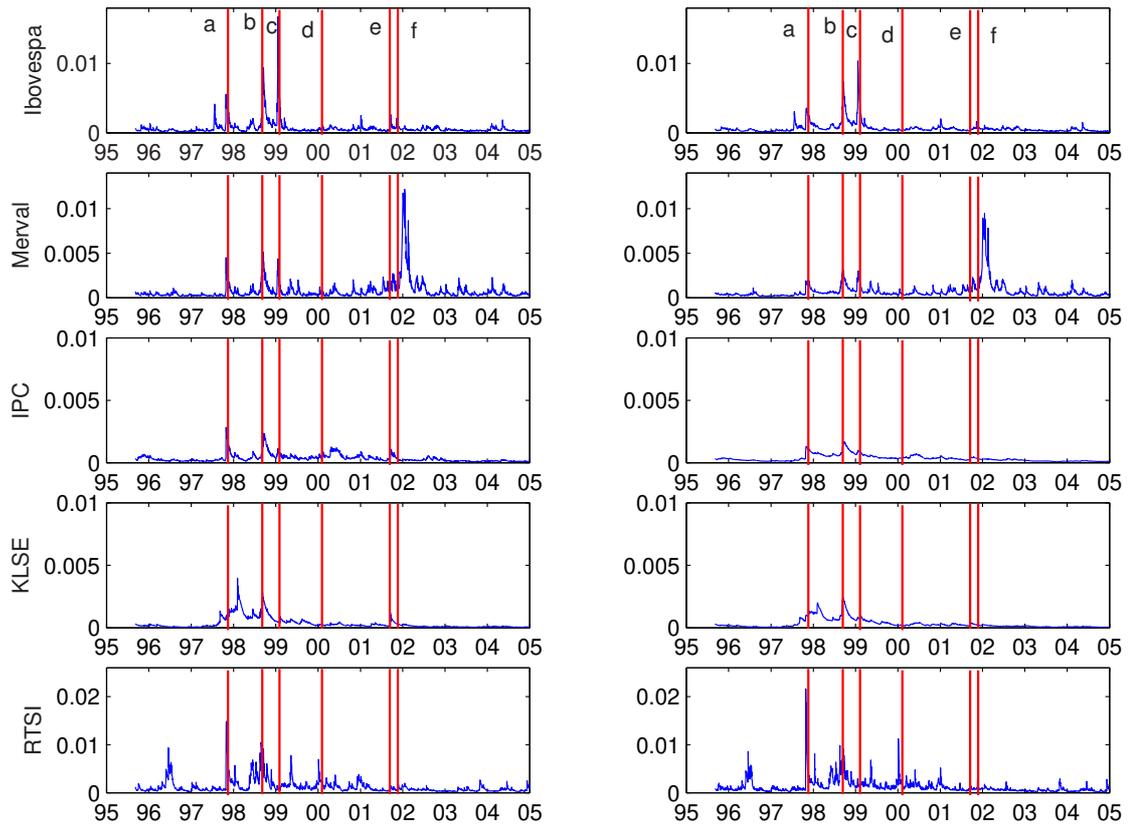


Figura 4.1: Estimativa das variâncias condicionais de cada um dos índices dadas pela modelagem GARCH DCC (2,2), primeira coluna, e BEKK comp. (2,2), segunda coluna, Normal. As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001.

somente para as variâncias condicionais dadas pelo método DCC, já que as pequenas diferenças existentes entre as modelagens não afetam as conclusões analíticas.

Agora, fazendo a análise para cada uma das séries separadamente, pode-se notar que o índice Ibovespa apresenta o seu pico de volatilidade no início de 1999, período em que o Brasil se encontra em crise. Tem-se também alguns outros pontos onde a volatilidade se destaque com relação a série como um todo, sendo estes o final de 1998, período da crise da Rússia, e em finais de 1997, devido provavelmente à crise

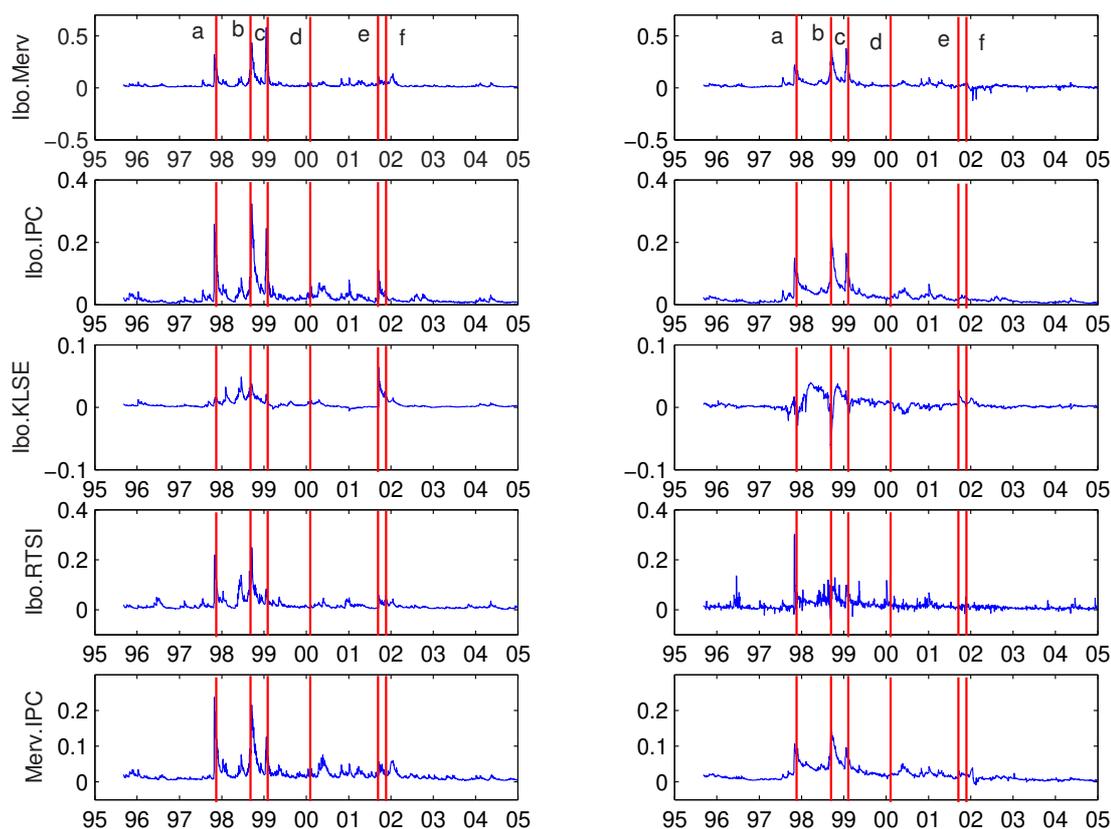


Figura 4.2: Estimativas das covariâncias de cada um dos pares de índices dadas pela modelagem GARCH DCC (2,2), primeira coluna, e BEKK comp. (2,2), segunda coluna, Normal. Todos os resultados foram multiplicados por 100. As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001

asiática.

Com relação ao índice Merval o ponto mais elevado está entre o final de 2001 e início de 2002, período em que a Argentina estava em crise. Os demais pontos ao longo da série não apresentam nenhuma evidência de pico, apenas na crise russa que parece haver uma leve alteração da volatilidade argentina.

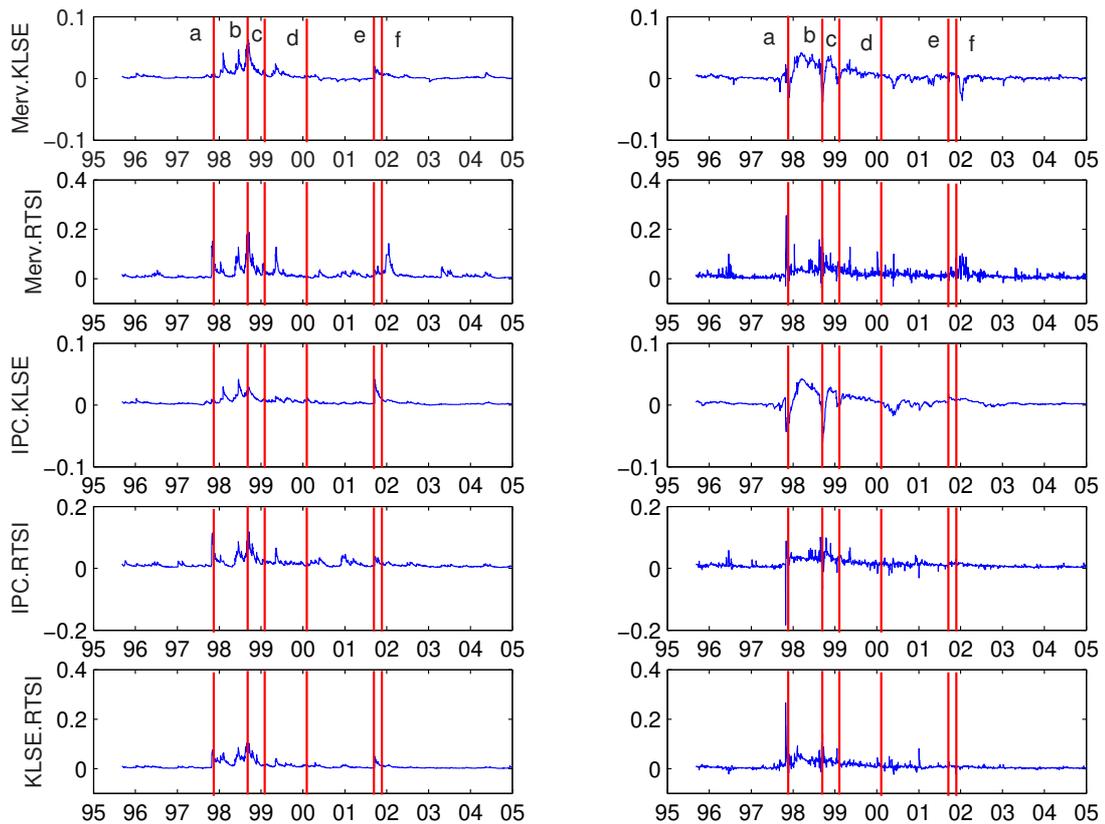


Figura 4.3: Estimativas das covariâncias de cada um dos pares de índices dadas pela modelagem GARCH DCC (2,2), primeira coluna, e BEKK comp. (2,2), segunda coluna, Normal (continuação). Todos os resultados foram multiplicados por 100. As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001

Quanto ao IPC nota-se dois pontos de destaque com relação aos demais, ocorridos no final de 1997, mais uma vez o período da crise asiática, e final de 1998 período da crise russa. A partir desse pico começa um período de turbulência, mas a volatilidade não chega a ter valores muito elevados.

O índice KLSE apresenta um período de grande turbulência e volatilidade que tem início no segundo semestre de 1997, período da crise asiática, e se estende até o

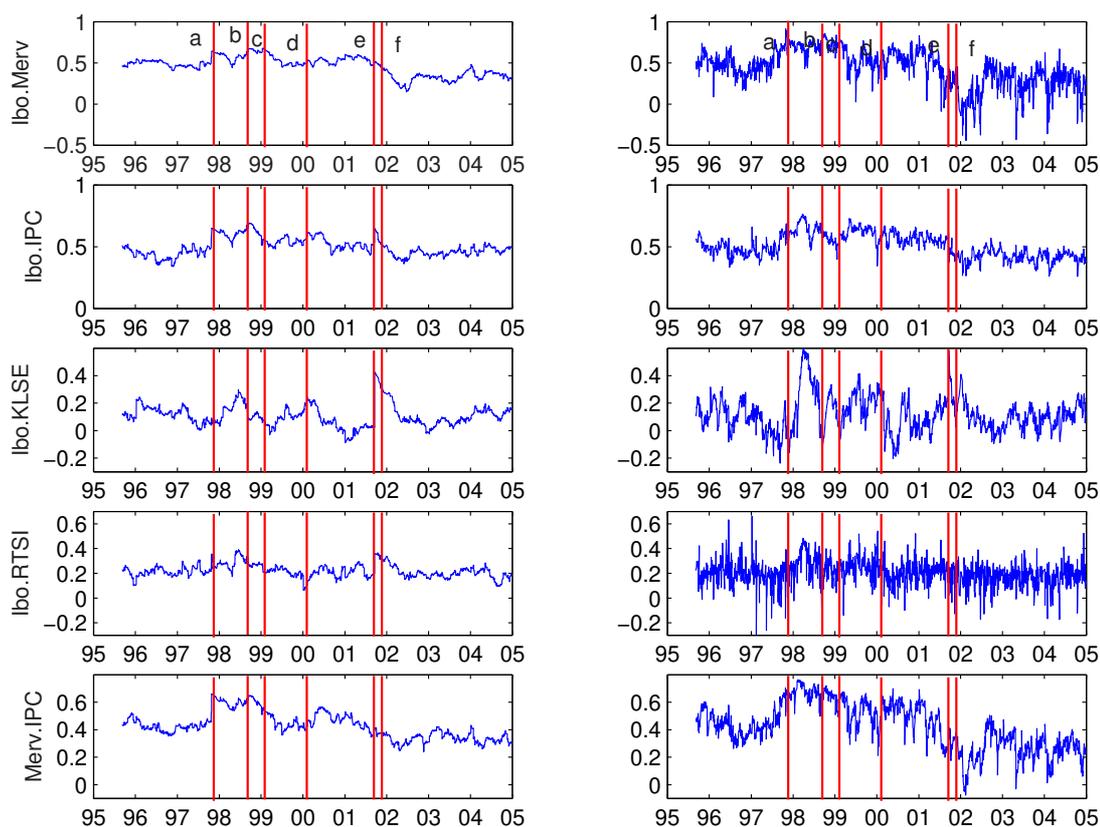


Figura 4.4: Estimativas da correlação para cada um dos pares de índices dadas pela modelagem GARCH DCC (2,2), primeira coluna, e BEKK comp. (2,2), segunda coluna, Normal. As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001

final de 1998. Como esse é um país deste continente e com certeza a crise de maior repercussão do período sobre estudo é a asiática, então supõe-se que seja natural toda essa volatilidade associada a esse índice justamente neste período.

Por fim, temos o índice RTSI que apresenta um grande pico na crise asiática, aliás aqui pode-se dizer que essa crise teve grande impacto em todos os países presentes na amostra, e em 1998, período da crise da própria Rússia, apresenta-se grande turbulência e a volatilidade fica bastante inconstante e em um nível relativamente

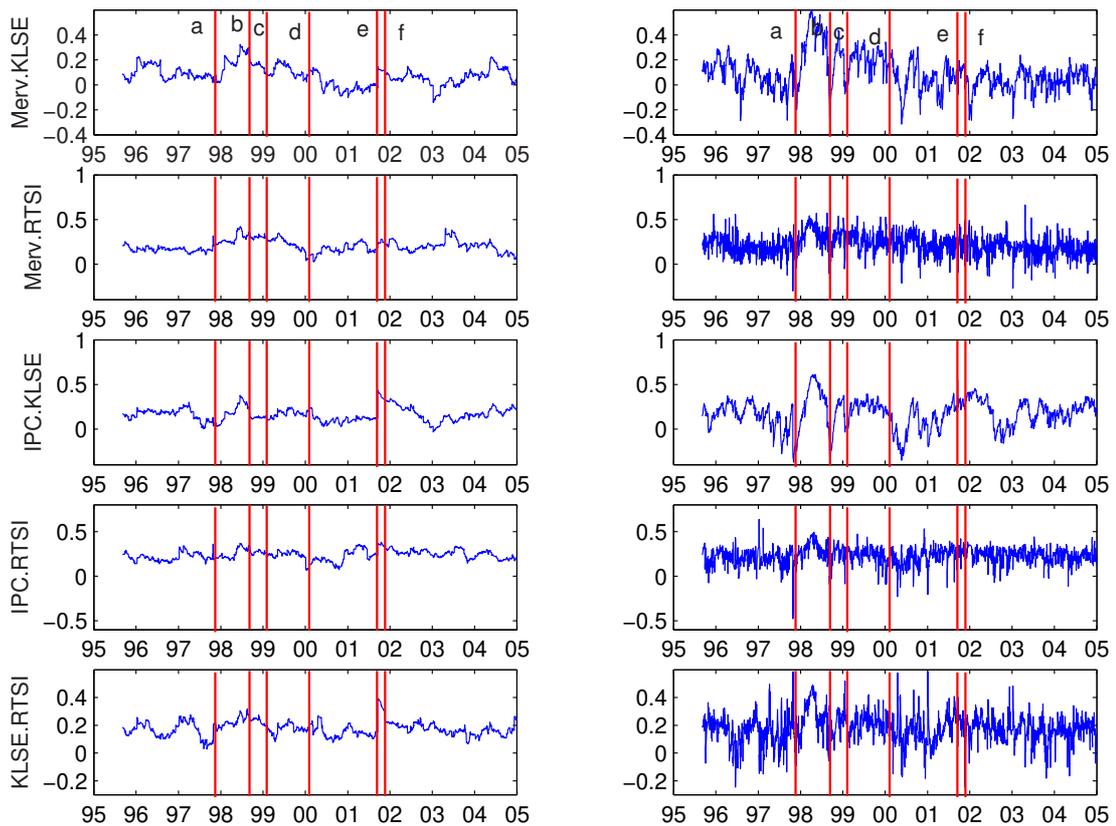


Figura 4.5: Estimativas da correlação para cada um dos pares de índices dadas pela modelagem GARCH DCC (2,2), primeira coluna, e BEKK comp. (2,2), segunda coluna, Normal (continuação). As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001

elevado para o padrão da série.

As figuras 4.2 e 4.3 apresentam as covariâncias entre os pares de índices para o modelo DCC (2,2) e para o modelo BEKK completo (2,2)⁶. Como o objetivo central da análise é avaliar as correlações a avaliação das covariâncias será mais

⁶Os pares de índices que estão sendo avaliados aparecem abreviados na referência do eixo y de cada figura, por exemplo, quando apresenta-se Ibo.Merv significa que está sendo analisada a correlação do Ibovespa com o Merval.

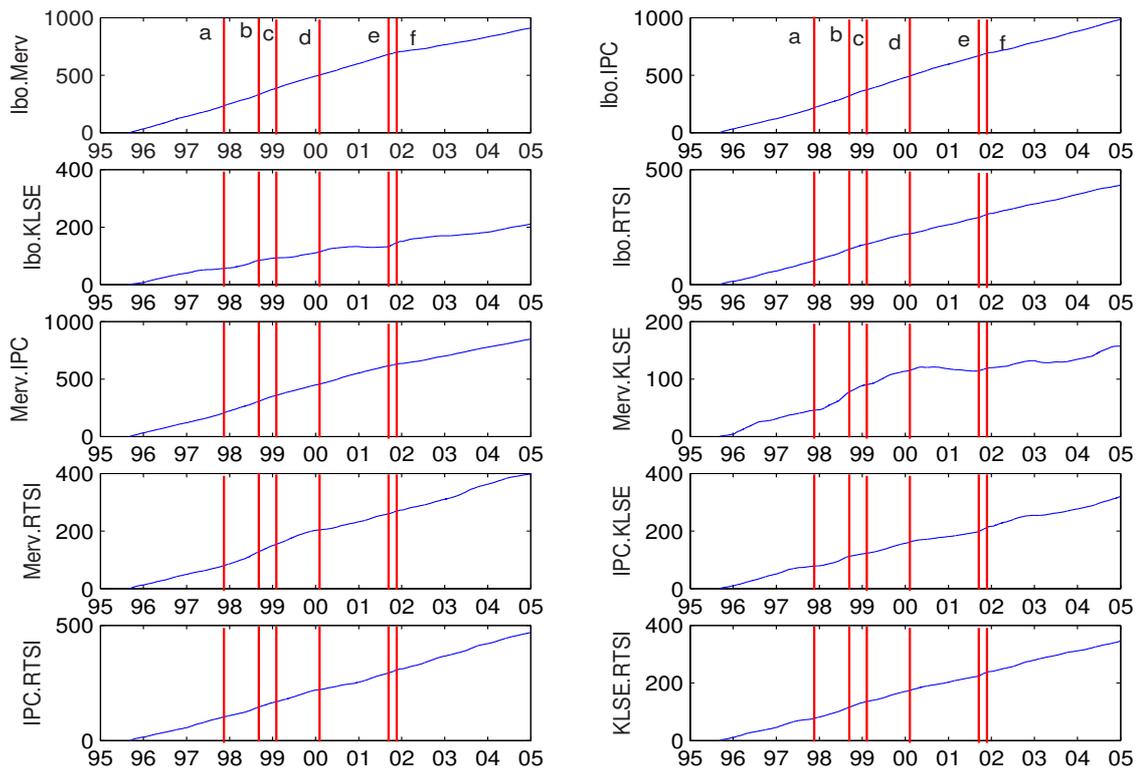


Figura 4.6: Soma acumulada das correlações dadas pela modelagem DCC (2,2). As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001.

breve. Da mesma forma que os resultados obtidos pela variância condicional, nas séries de covariâncias não percebem-se grandes diferenças entre os modelos DCC e BEKK completo. Apenas algumas diferenças são notadas, sendo a principal delas o fato de, desta vez, a modelagem BEKK completa apresentar uma série muito mais instável, ou menos suave, do que a série apresentada pelo DCC. Por isso, existem diversos casos onde a covariância obtida por uma modelagem apresenta-se relativamente distinta da outra estimada pela outra. O caso que salta aos olhos é o do par México e Malásia, onde a modelagem BEKK completa detectou alguns pontos negativos sem correspondência para o DCC. Em seguida veremos se essas

pequenas mudanças causarão impacto nas correlações.

A correlação é o foco de interesse pois é partir das variações na correlação que será possível dizer se houve ou não contágio de um país para o outro e, caso a resposta seja afirmativa, identificar quais foram os períodos desse contágio. Será usada a definição de *shift-contagio* apresentada por Forbes e Rigobon (2001) e que considera se houve aumento significativo da correlação entre os países após um período de crise. Vale salientar que apresentam-se os resultados das correlações estimadas de duas modelagens GARCH nas figuras 4.4 e 4.5 para cada um dos pares de índices, porém a seguir será analisada somente a evolução do modelo DCC, pois, como já foi salientado nas análises das variâncias condicionais e das covariâncias condicionais, pode-se perceber que ambos os modelos captam os movimentos da correlação de forma semelhante, com a modelagem DCC parecendo ser mais suave do que a do BEKK completo. Apesar dessa diferença, como o que nos interessa são os movimentos realizados pela curva a análise para ambas é muito semelhante, então optou-se pela observação dos resultados do modelo DCC por ser mais parcimonioso e pela sua suavidade, mesmo com o BEKK apresentando resultados marginalmente melhores que o DCC no teste de especificação. Como analisaremos somente o modelo DCC vale fazer uma ressalva de que existem pontos onde a modelagem BEKK capta alguns picos não captados pela modelagem DCC, porém em todos os casos esses possuem a duração de somente um dia, e portanto não são capazes de intervir nas conclusões obtidas com a análise da modelagem DCC. O leitor pode acompanhar esse tipo de discrepâncias através da comparação das colunas das figuras 4.4 e 4.5.

Assim como no capítulo anterior apresentamos as figuras 4.6, na qual apresentam-se as somas acumuladas das correlações e possui a finalidade de auxiliar a identificação dos períodos onde realmente ocorreram mudanças significativas na correlação.

1) *Brasil e Argentina*

O primeiro par que será analisado é do índice Ibovespa em conjunto com o

Merval, ou seja, o relacionamento entre Brasil e Argentina. Podemos dividir em dois períodos essa análise. No primeiro a correlação apresenta-se bastante estável em 0,5 até meados de 2001, com alguns pequenos picos em 1997, mas que não permanecem, e portanto não podem ser considerados mudança significativa de nível. Isso também pode ser observado na figura 4.6, onde a soma acumulada apresenta crescimento constante desde o início da análise até o final de 2001.

No segundo período iniciado no final de 2001 a correlação começa a cair e se estabelece outro patamar próximo de 0,2. Este fato também é constatado na figura 4.6, onde a curva passa a ter inclinação inferior a que vinha apresentando anteriormente. Isso indica que a partir desse ano as duas economias se descolaram, ou seja, justamente no período da crise argentina a correlação reduziu-se indicando que o Brasil não respondeu ao aumento da volatilidade como era esperado, devido a conexão existente entre os países.

2) *Brasil e México*

Com relação aos índices Ibovespa e IPC, Brasil e México, respectivamente, tem-se que até o início de 1997 a correlação entre esses dois índices permaneceu praticamente constante um pouco inferior a 0,5. Porém em 1997 houve um aumento leve, que levou a correlação para o patamar de aproximadamente 0,6. Apesar de não ter sido um grande aumento da correlação nota-se que esse novo patamar ligeiramente superior se manteve ao longo de muitos anos voltando ao patamar inicial somente em finais de 2001. Isto pode também ser constatado na figura 4.6, onde a soma acumulada apresenta um ponto de inflexão em meados de 1997, confirmando a existência de contágio entre essas duas economias ocasionado pela crise asiática. Em 2001 a série se mantém constante ao longo de um determinado período e depois volta a crescer como anteriormente, não constata-se a presença de descolamento e nem de contágio nesse período.

3) *Brasil e Malásia*

Agora será realizada a análise da correlação entre Ibovespa e KLSE que representam o Brasil e a Malásia. A despeito do pico já citado a correlação permanece praticamente constante ao longo de todo o período sob análise próximo a 0,1. A figura 4.6 apresenta a soma acumulada das correlações crescendo com a mesma inclinação ao longo de todo o período sob análise, não tendo pontos onde permanece constante, nem pontos onde começa a crescer com maior velocidade e nem momentos onde chega a decair. Isso nos leva a conclusão de que não houve contágio entre esses dois países em qualquer um dos períodos de crise.

4) *Brasil e Rússia*

Quanto aos índices Ibovespa e RTSI representando Brasil e Rússia, respectivamente, a série de correlações permanece estável em torno de 0,2, apresentando alguns períodos de maior volatilidade mas não dando indícios da ocorrência de contágio. Esse fato é comprovado quando avaliamos a figura 4.6. Nela podemos notar o crescimento contínuo da soma acumulada, fato ocasionado pela ausência de mudanças significativas da correlação.

5) *Argentina e México*

Os índices Merval da Argentina e IPC do México apresentam correlação inicial um pouco abaixo de 0,5 até 1997, quando a correlação passa para um nível levemente superior em torno de 0,55 e que se mantém até final de 1999. Essa elevação mesmo tendo sido pequena será classificada aqui como contágio pelo fato de ter sido mantida durante uma boa parte do período, e devido a data de seu início, a crise asiática deve ser a principal responsável por essa elevação de nível. Além disto o contágio pode ser comprovado na análise gráfica da figura 4.6, onde a curva cresce de maneira constante até o final de 1997 e depois passa a ter uma inclinação maior.

Após 1999 a série se fixa em outro patamar inferior ao inicial e que ainda decresce mais após meados de 2001. Mais uma vez podemos comprovar esse resultado através da figura 4.6, pois no início de 2000 a curva passa a ser constante por um período e volta a reestabeler o crescimento somente no final de 2002.

6) *Argentina e Malásia*

A série de correlação entre as variáveis da Argentina e da Malásia aparenta ser bastante estável, porém no início de 1998 percebemos um aumento significativo da correlação, passando de um patamar próximo a 0 para 0,2. Esse movimento de alta permanece até aproximadamente o início de 1999, quando a correlação entra em processo de declínio e retorna ao patamar inicial.

Novamente, através da análise da figura 4.6 chegaremos as mesmas conclusões obtidas com a figura 4.5. No início de 1998 podemos perceber um movimento de subida na soma acumulada, deixando de possuir a inclinação inicial e passando a crescer com maior velocidade. Isso indica a existência de contágio entre esses países durante a crise asiática.

7) *Argentina e Rússia*

Ao analisar a figura da correlação existente entre Merval e RTSI resultante do modelo DCC apresenta-se uma evolução que pode levar a conclusão de existência de contágio.

Analisando a figura do DCC, então, observa-se que a correlação inicial é mantida até início de 1997 em torno de 0,2. Depois ela começa a crescer e se mantém na faixa de 0,4 até final de 1999. A figura 4.6 capta essa variação da correlação, passando para uma inclinação maior da curva no início de 1998. Podemos constatar a ocorrência de contágio entre Argentina e Rússia no período da crise asiática.

Depois, de 2000 em diante, a correlação fica bastante oscilante, mas mantém a média muito próxima ao seu nível inicial. Novamente, na figura 4.6 a série volta a

sua inclinação inicial após o início do ano 2000, mostrando que o efeito do contágio já cessou e por isso a correlação retorna ao seu ritmo anterior.

8) *México e Malásia*

A correlação entre os índices KLSE e IPC é mantida praticamente constante ao longo de todo o período sob análise, em um patamar próximo a 0,1. Porém, após a crise argentina, notamos uma elevação da correlação entre os dois índices, indicando a existência de contágio neste período.

Isto pode ser constatado na figura 4.6, pois a soma acumulada cresce de forma praticamente igual até o período correspondente ao final de 2001, quando percebemos um aumento na inclinação da curva, nos mostrando que realmente houve contágio neste período entre as duas economias.

9) *México e Rússia*

Mais uma vez temos uma série praticamente constante ao longo de todo o período em análise, a da correlação entre IPC e RTSI, com um patamar próximo a 0,2. Logicamente isto não indica que a série permaneceu literalmente constante e existem pontos onde a oscilação é maior do que as dos demais dias. Mas não temos evidências de contágio ou de descolamento entre México e Rússia. Para balizar este resultado basta ver na figura 4.6 a série subindo de maneira uniforme ao longo de todo o período.

10) *Malásia e Rússia*

Finalmente, a correlação entre o KLSE e o RTSI talvez seja uma das mais difíceis de tirar conclusões, pois apresenta um comportamento altamente instável. Por isso não será feita uma análise mais detalhada da figura das correlações propriamente ditas, devido ao fato de podermos chegar a conclusões errôneas se levarmos em consideração somente uma série tão difícil de avaliar.

A dificuldade encontrada na análise da figura 4.5 não se apresenta quando se trata da figura 4.6. Através dela notamos a ausência de sinais indicativos de contágio ou de descolamento, pois a soma acumulada apresenta crescimento com inclinação praticamente constante.

4.7 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados vários modelos multivariados da família ARCH capazes de lidar com o problema de heterocedasticidade condicional existente nos dados financeiros. Depois de apresentar a estrutura destes modelos realizou-se a análise empírica das cinco séries que estão em estudo neste trabalho, quais sejam: Ibovespa do Brasil, Merval da Argentina, KLSE da Malásia, IPC do México e RTSI da Rússia. A modelagem empregada considerou que os erros possuíam distribuição normal.

Em primeiro lugar foram implementados os modelos BEKK completo, diagonal e escalar, CCC, DCC, IDCC ⁷ e após a comparação dos resultados obtidos com esses modelos empíricos chegou-se a conclusão, através da análise dos critérios de informação, que os modelos de melhor ajuste para as séries foram o DCC (2,2) e o BEKK completo (2,2).

Antes de iniciar a análise da correlação foram apresentadas as estatísticas descritivas dos resíduos de ambos modelos e, em seguida, foram realizados testes de especificação, para saber se estes foram capazes de eliminar a heterocedasticidade residual e a assimetria das séries. Pela análise descritiva percebemos, para a maioria das séries, que os dois modelos foram eficientes em eliminar o excesso de curtose, sendo que o DCC não obteve sucesso para os índices KLSE e RTSI, e o BEKK completo não eliminou o excesso de curtose somente no caso do KLSE. O mesmo

⁷Os modelos fatoriais não foram implementados, pois no próximo capítulo será realizada uma análise fatorial, a qual permite fatores idiossincráticos para a volatilidade, e além disto permite a correlação temporal ser variante no tempo, e essas duas características não são admitidas nos modelos fatoriais do GARCH. Além disso, Marçal e Pereira (2005), em sua aplicação, alega que esse é o modelo que apresenta os piores resultados.

ocorreu com a assimetria, sendo que agora ambos os modelos falharam somente no caso do KLSE, pois as demais assimetrias estão muito próximas de zero, que é o esperado de uma distribuição normal.

Com relação aos testes de especificação propriamente ditos a conclusão obtida foi que ambos modelos conseguiram eliminar a heterocedasticidade residual, já que a hipótese nula de presença de má especificação usando a equação (4.22) é rejeitada para todos os casos com nível de significância de 2%. Com relação a especificação envolvendo a assimetria das séries encontramos resultados muito melhores para o modelo DCC comparado com o modelo BEKK completo. Assim, a hipótese testada pela equação(4.23) mostrou o modelo DCC sendo capaz de eliminar a assimetria somente para o Brasil e para o México com 2% de significância, enquanto o BEKK foi incapaz de eliminar esse tipo de assimetria para qualquer um dos índices. Quanto a assimetria apresentada na equação (4.24) os resultados são melhores para ambos modelos, sendo que o DCC não eliminou esse tipo de assimetria somente para a Malásia e o BEKK foi capaz de eliminar com 1% de significância somente para o México e para a Rússia. Encontramos resultados muito melhores para o DCC, portanto, e isso nos leva a crer que este é o melhor modelo na análise dessas séries.

Então, a partir das matrizes de variâncias e covariâncias resultantes desses dois modelos foi possível avaliar a volatilidade, a covariância e as correlações das séries. O foco de interesse do trabalho é avaliar a evolução das séries de correlação para cada um dos pares de índices, e, neste caso, para cada um dos modelos. Como já tínhamos detectado que o modelo DCC apresentou melhores resultados, e também devido ao fato desse modelo ser mais parcimonioso e as correlações apresentarem movimentos similares, a análise foi pautada nos resultados obtidos com a modelagem DCC. Isso em momento algum prejudicou a constatação de existência ou não de contágio, fato que pode ser comprovado na comparação entre as duas colunas das figuras 4.4 e 4.5.

A maioria dos índices não apresentou aumento significativo de correlação, indicando a não existência de contágio entre esses índices. O contágio foi detectado durante a crise asiática e para os países: Brasil e México, Argentina e México,

Argentina e Malásia e, finalmente, Argentina e Rússia. Durante a crise argentina somente o par México e Malásia apresentaram sinais de contágio.

5 *Análise Fatorial*

5.1 Introdução

Os modelos de volatilidade estocástica são muito utilizados para séries temporais financeiras que visam a modelagem da variância por apresentarem bons ajustes, da mesma forma que os modelos de heterocedasticidade condicional vistos no capítulo anterior e serem mais facilmente generalizados para distribuições multivariadas.

O modelo fatorial, estudado neste capítulo, com componentes de volatilidade estocástica, é bom para descrever a matriz de variâncias e covariâncias de séries financeiras, já que estas possuem a característica de estarem relacionadas a efeitos comuns do mercado em que participam. Por outro lado, esses modelos introduzem muitos parâmetros suplementares na função de verossimilhança, o que torna o processo de maximização difícil de ser implementado. Portanto, o uso da inferência Bayesiana, neste caso, contorna este problema por dispensar o processo de maximização (AGUILAR; WEST, 2000)(CHIB; NARDARI; SHEPHARD, 2001)(TSAI; HOTTA, 2005).

Uma solução apresentada para esse processo é a utilização de estimação via Monte Carlo - cadeia de Markov (MCMC). Gera-se uma cadeia de Markov para os parâmetros e variáveis latentes amostrando-se seqüencialmente das distribuições as posterioris condicionais das log-variâncias, dos fatores latentes e dos parâmetros (TSAI; HOTTA, 2005).

Neste capítulo essa metodologia será utilizada com o intuito de modelar as cor-

relações variantes no tempo, e para que se possa fazer a análise sobre a existência ou não de contágio da mesma maneira que foi realizada nos capítulos precedentes.

Lopes e Migon (2001) apresentam em seu artigo análise similar a que apresentaremos aqui, e possuem também a finalidade de detectar a existência ou não de contágio entre cinco países. Porém, o objetivo deles se concentra na comparação entre países da América Latina, como Brasil, Argentina, México e Chile, com um país da América do Norte, os Estados Unidos. Eles concluem que houve contágio na maioria das séries durante os períodos de instabilidade econômica. Assim como nesta dissertação eles adotaram a definição de *shift-contagio* de Forbes e Rigobon (2001), e da mesma forma apresentada nesta dissertação esses autores apresentam a matriz de cargas e o vetor de médias variantes no tempo.

5.2 Método

5.2.1 Modelo de Fatores

Considerando a série de retornos r_t , N variada, temos:

$$r_t = \theta_t + X_t f_t + \varepsilon_t, \quad (5.1)$$

com $t = 1, \dots, T$, θ_t ($N \times 1$) sendo um vetor de médias variante no tempo seguindo um passeio aleatório, X_t a matriz de cargas ($N \times k$, $k < N$) também variante no tempo e seguindo um passeio aleatório¹, f_t ($k \times 1$) os fatores comuns e ε_t ($N \times 1$) um vetor de perturbações específicas. Para qualquer t e s , f_t e ε_s são independentes. Ao condicionar os fatores comuns à sua matriz de variâncias diagonal H_t , estes fatores são considerados realizações serialmente independentes de um processo latente:

¹Salienta-se que θ_t e X_t podem ser variantes no tempo, mas normalmente os modelos utilizados na literatura os consideram fixos. A opção por um modelo com matriz de carga e vetor de médias variantes no tempo foi adotada devido a maior suavidade apresentada nas estimativas de condições obtidas com essa opção.

$$f_t | H_t \sim \mathcal{N}_k(0; H_t). \quad (5.2)$$

Se for realizado o mesmo processo para os fatores específicos, ou seja, condicioná-los à sua matriz de variâncias diagonal Ψ_t , estes fatores também serão considerados serialmente independentes e realizações de um processo latente:

$$\varepsilon_t | \Psi_t \sim \mathcal{N}_N(0; \Psi_t). \quad (5.3)$$

Dadas essas condições a estrutura de variâncias e covariâncias da série de retornos r_t , quando condicionada a θ_t , X_t , H_t e Ψ_t pode ser escrita:

$$\Sigma_t = X_t H_t X_t' + \Psi_t, \quad (5.4)$$

e tem-se que $r_t | (\theta_t, X_t, H_t, \Psi_t) \sim \mathcal{N}_N(\theta_t; \Sigma_t)$. Ao condicionar a série de retornos aos fatores comuns também obtém-se processos serialmente independentes e gaussianos $r_t | (\theta_t, X_t, f_t, \Psi_t) \sim \mathcal{N}_N(\theta_t + X_t f_t; \Sigma_t)$, com matriz de variâncias e covariâncias diagonal. Isso leva a conclusão de que os fatores comuns explicam toda a estrutura de dependência existente entre as séries. Os modelos para f_t e ε_t serão apresentados na próxima seção.

Da forma em que se apresenta o modelo na equação (5.1) ele não é identificável pelos dados e possui muito parâmetros. Então, para que se obtenha uma decomposição única em (5.4), impõem-se algumas restrições para a matriz X_t . Essa matriz deve ter posto completo, ser invariante com relação a transformações lineares inversíveis nos fatores e ter número de colunas k tal que o sistema dado pelas equações de (5.4) não seja indeterminado (AGUILAR; WEST, 2000).

Utiliza-se a forma hierárquica da matriz de cargas proposta por Geweke e Zhou

(1996) para X_t com as restrições $x_{ij,t} = 0$ para $i < j$ e $x_{ii,t} = 1$, com a finalidade de solucionar a necessidade das restrições de posto completo e invariância. Assim:

$$X_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ x_{21,t} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{k1,t} & x_{k2,t} & \dots & 1 \\ x_{k+11,t} & x_{k+12,t} & \dots & x_{k+1k,t} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{N1,t} & x_{N2,t} & \dots & x_{Nk,t} \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$

Isso implicará que no tempo t a primeira série de r_t que chamaremos de r_1 será modelada pela média θ_1 acrescida do fator f_1 e da perturbação específica ε_1 ; a segunda, r_2 , será modelada por $\theta_2 + x_{21}f_1 + f_2 + \varepsilon_2$ e assim por diante. Aguilar e West (2000) alegam que ao utilizar a forma hierárquica da matriz X torna-se relevante a ordenação das séries no vetor r_t para a interpretação dos valores estimados de X . Ela influenciará o ajuste do modelo e também a determinação do número de fatores k , mas não interfere nas previsões do modelo, já que as variâncias e as covariâncias são independentes dessa escolha de ordem.

Outra restrição do modelo é apresentada no tamanho de k . Este deve ser tal que o número de equações $N(N+1)/2$ seja maior que o número de incógnitas da equação (5.4) dado por $Nk + N - k(k-1)/2$. Quanto menor o valor de k , mais parcimonioso é o modelo.

5.2.2 As componentes de volatilidade estocástica

Neste trabalho serão modelados os logaritmos neperianos das variâncias dos fatores comuns f_t e dos efeitos específicos ε_t , os quais representam os elementos da diagonal das matrizes H_t em (5.2) e Ψ_t em (5.3), respectivamente. Essa modelagem será realizada via modelos de volatilidade estocástica, como processos vetoriais auto-

regressivos estacionários de primeira ordem (**VE-VAR(1)**).

Se chamarmos $\lambda_{i,t}^f = \log h_{i,t}$, para $i = 1, \dots, k$, e $\lambda_t^f = (\lambda_{1,t}^f, \dots, \lambda_{k,t}^f)'$ temos que o processo k -variado das log volatilidades dos fatores comuns f_t é dado por:

$$\lambda_t^f = \mu^f + \Phi^f(\lambda_{t-1}^f - \mu^f) + \eta_t^f, \quad (5.6)$$

sendo $\eta_t^f \sim \mathcal{N}_k(0; \Sigma_\eta^f)$ com $t = 1, 2, \dots$ independentes; λ_t^f tem média igual $\mu^f = (\mu_1^f, \dots, \mu_k^f)'$, persistência dada por $\Phi^f = \text{diag}(\phi_1^f, \dots, \phi_k^f)$ e matriz de variância das inovações representada por Σ_η^f . Essa matriz, Σ_η^f é cheia, para permitir correlação entre as k inovações do processo no tempo t . Vale notar que $\lambda_t^f | (\lambda_{t-1}^f, \mu^f, \phi^f, \Sigma_\eta^f) \sim \mathcal{N}[\mu^f + \Phi^f(\lambda_{t-1}^f - \mu^f); \Sigma_\eta^f]$.

Já no caso das perturbações específicas teremos $\lambda_{i,t}^\varepsilon = \log \psi_{i,t}$, que na forma vetorial fica $\lambda_t^\varepsilon = (\lambda_{1,t}^\varepsilon, \dots, \lambda_{N,t}^\varepsilon)'$. O processo de log volatilidades N -variado é dado por:

$$\lambda_t^\varepsilon = \mu^\varepsilon + \phi^\varepsilon(\lambda_{t-1}^\varepsilon - \mu^\varepsilon) + \eta_t^\varepsilon, \quad (5.7)$$

onde $\eta_t^\varepsilon \sim \mathcal{N}_N(0; \Sigma_\eta^\varepsilon)$ independentes; λ_t^ε tem média igual $\mu^\varepsilon = (\mu_1^\varepsilon, \dots, \mu_N^\varepsilon)'$, persistência dada por $\Phi^\varepsilon = \text{diag}(\phi_1^\varepsilon, \dots, \phi_N^\varepsilon)$ e matriz de variância das inovações representada por Σ_η^ε , que é diagonal, assim, $\Sigma_\eta^\varepsilon = \text{diag}(\sigma_{\eta,j}^2)$. Isto equivale a considerar N processos univariados. A distribuição condicional de $\lambda_t^\varepsilon | (\lambda_{t-1}^\varepsilon, \mu^\varepsilon, \phi^\varepsilon, \Sigma_\eta^\varepsilon) \sim \mathcal{N}[\mu^\varepsilon + \phi^\varepsilon(\lambda_{t-1}^\varepsilon - \mu^\varepsilon); \Sigma_\eta^\varepsilon]$.

5.2.3 Prioris

Nos modelos fatoriais de volatilidade estocástica (**MF-VE**) a distribuição à priori para o conjunto de parâmetros $\{\theta, X, \Phi^f, \Sigma_\eta^f, \mu^f, \Phi^\varepsilon, \Sigma_\eta^\varepsilon, \mu^\varepsilon\}$ é tomada como o produto de prioris independentes:

$$p(\theta)p(X)p(\Phi^f)p(\Sigma_\eta^f)p(\mu^f)p(\Phi^\varepsilon)p(\Sigma_\eta^\varepsilon)p(\mu^\varepsilon),$$

onde $p(\omega)$ denota a função densidade de probabilidade da variável aleatória Ω no ponto ω . A tabela 5.1 mostra as prioris de θ , X , μ^f e μ^ε centradas em valores obtidos pela aproximação fatorial aplicada em um trecho inicial dos dados (AGUILAR; WEST, 2000). Utiliza-se a transformação $\phi^\ddagger = 2 \times \phi - 1$, com ϕ representando cada elemento em ϕ^f ou ϕ^ε , para a qual é empregada a distribuição Beta. Para os demais parâmetros as prioris utilizadas são as encontradas na literatura (TSAI; HOTTA, 2005).

Tabela 5.1: Prioris para os parâmetros do **MF-VE**. \hat{z} denota a estimativa da aproximação fatorial para z . Para Σ_η^f os valores * consideram os elementos da diagonal

Parâmetro	Priori	Média	Desvio Padrão
θ_i	$\mathcal{N}(\hat{\theta}_i; 25)$	$\hat{\theta}_i$	5
x_{ij}	$\mathcal{N}(\hat{x}_{i,j}; 25)$	$\hat{x}_{i,j}$	5
μ_j^f e μ_i^ε	$\mathcal{N}(\hat{\mu}; 25)$	$\hat{\mu}$	5
ϕ^\ddagger	$Beta(21; 1, 5)$	0,86	0,11
$\sigma_{\eta,i}^\varepsilon$	$IGamma(2, 4; 0, 35)$	0,25	0,40
$\Sigma_\eta^f (2 \times 2)$	$IWishart(6; 0, 10xI)$	0,20*	0,28*

Não nos estenderemos muito no tema da análise bayesiana e da simulação via Monte Carlo - Cadeia de Markov (**MCMC**) que será utilizada no processo de estimação dos parâmetros. Para maiores detalhes com relação a essas características ou outras ainda do modelo pode-se recorrer a literatura como Chib, Nardari e Shephard (2001), Aguilar e West (2000), Tsai e Hotta (2005) e Lopes e Migon (2001).

5.3 Resultados Empíricos

Através do uso do software *Ox* foi possível realizar a estimação do modelo fatorial descrito acima ². A primeira tentativa foi realizada apenas com um fator, onde obtivemos bons resultados com todas as cadeias obtidas através da simulação **MCMC** convergindo, tendo sido Ibovespa a série considerada como fator. Mesmo alterando a ordem das séries a escolha do fator é a mesma.

Como a limitação do número de fatores do modelo é dada por $N(N + 1)/2 > Nk + N - k(k - 1)/2$ temos que o $k \leq 2$, assim a segunda tentativa foi realizada para dois fatores. Mas a cadeia não chegou a convergir para essa possibilidade. O programa não conseguiu detectar a existência de um segundo fator para esses dados e por isso todos os resultados apresentados a seguir foram obtidos com apenas um fator. Vale salientar que com esse conjunto de dados era de se esperar a presença de um fator representando a América Latina, porém a ausência de identificação de um segundo fator se deu por motivos de não convergência numérica.

Foi salientado por diversas vezes ao longo da descrição da metodologia empregada nesse capítulo que estamos utilizando uma abordagem um pouco discrepante da literatura convencional sobre o tema, pois estamos considerando a matriz de cargas, assim como o vetor de médias, variantes no tempo. Esse ainda é um ponto polêmico na utilização da análise fatorial, já que alguns autores acreditam não haver lógica na abordagem adotada aqui. Porém, tomamos por base o fato de que as relações entre os países são variantes no tempo, e por isso faz sentido que o peso do fator flutue de acordo com as mudanças conjunturais.

Sendo assim, a partir da estimação da matriz de cargas variante no tempo e das log variâncias comum e específicas, foi possível obter a matriz de variâncias e covariâncias, como apresentada na equação (5.4). Nessa matriz temos a variância de cada um dos índices e as dez covariâncias referentes aos seus pares, e então, assim como no capítulo anterior, foi possível realizar o cálculo das correlações existentes

²Agradeço a colaboração e o fornecimento do programa por parte do Rodrigo Tsai, o que viabilizou a obtenção desses resultados.

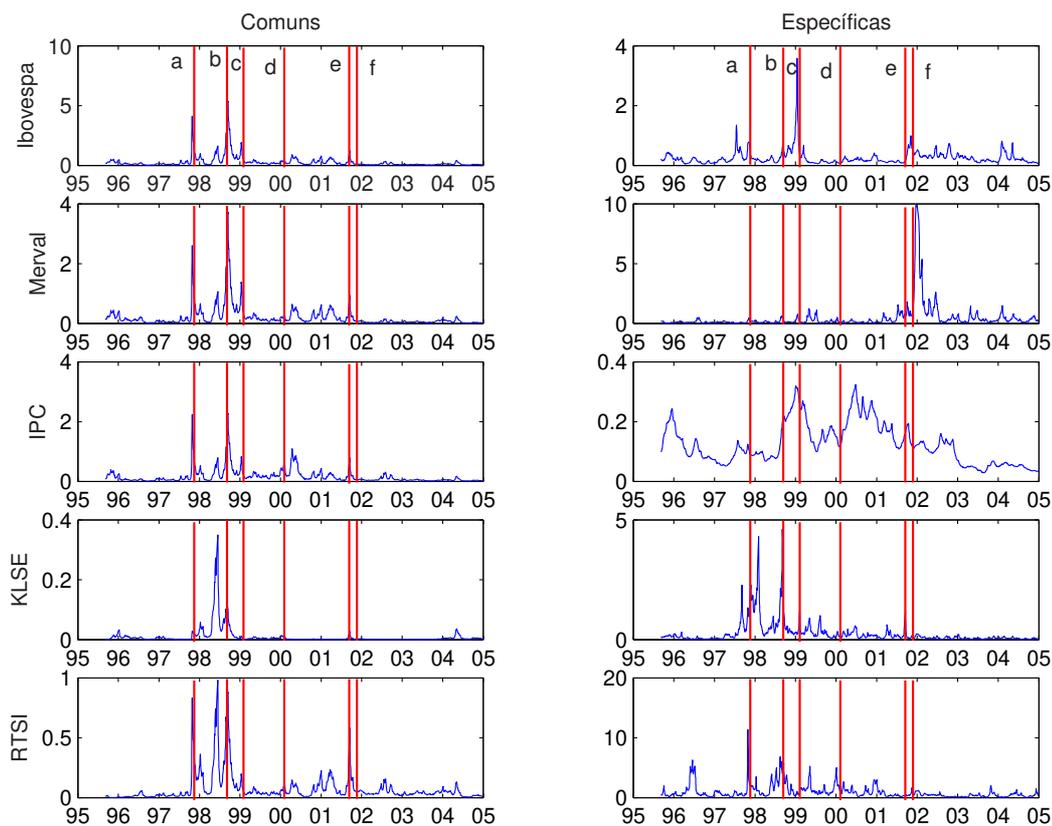


Figura 5.1: Estimativas das variâncias condicionais comuns e específicas, multiplicadas por 1000, de cada um dos índices dadas pelo modelo de análise fatorial com um fator. Os resultados para IPC e KLSE foram multiplicados por 1000 para facilitar a comparação com os demais índices. As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001

entre os índices, que é o objeto de nosso interesse.

Primeiramente apresentamos na figura 5.1 as variâncias dos fatores comuns e específicos. Em seguida a figura 5.2 apresenta as variâncias condicionais para cada um dos índices para o modelo com um fator. No caso do Ibovespa notam-se três picos de volatilidade, correspondentes ao período da crise asiática em 1997, russa

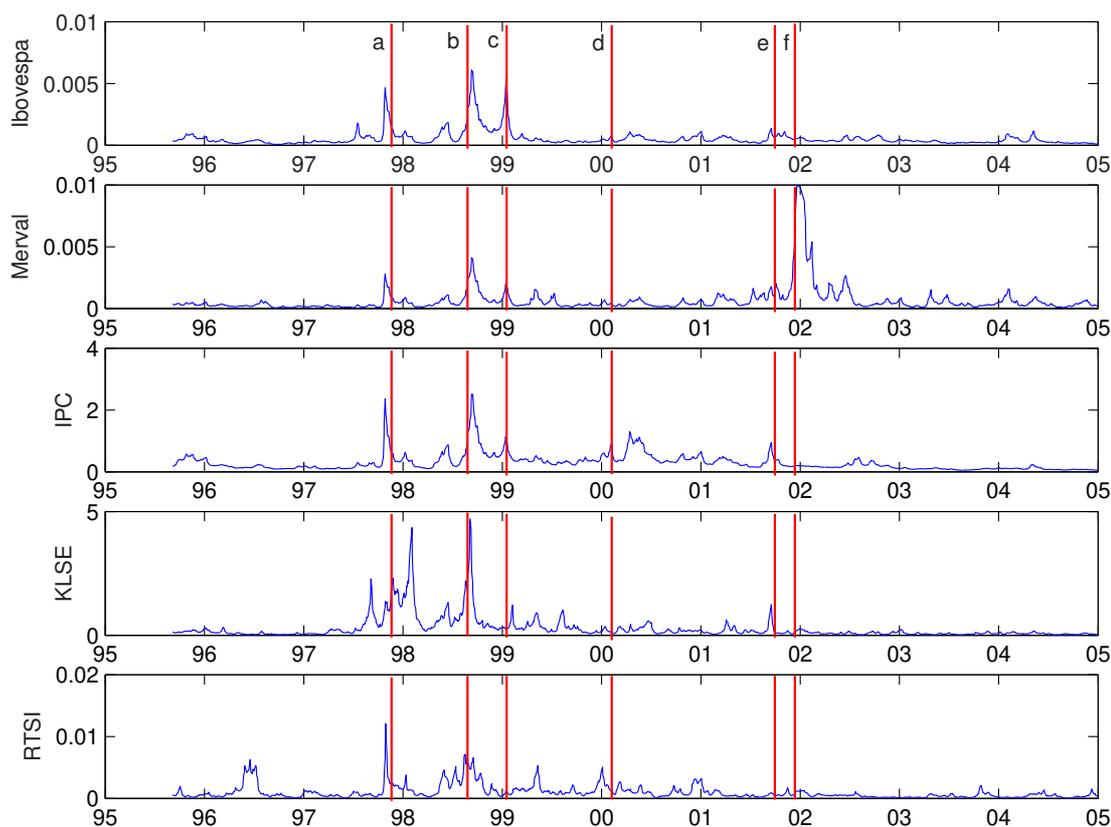


Figura 5.2: Estimativas das variâncias condicionais de cada um dos índices dadas pelo modelo de análise fatorial com um fator. Os resultados para IPC e KLSE foram multiplicados por 1000 para facilitar a comparação com os demais índices. As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001

em 1998 e brasileira em 1999, sendo que o maior deles encontra-se no período da crise russa.

No que diz respeito ao índice Merval é nítida a presença de um elevado pico em finais de 2001 e início de 2002, período em que o próprio país apresentava-se em crise. Ao longo dos demais anos seu comportamento foi bastante estável.

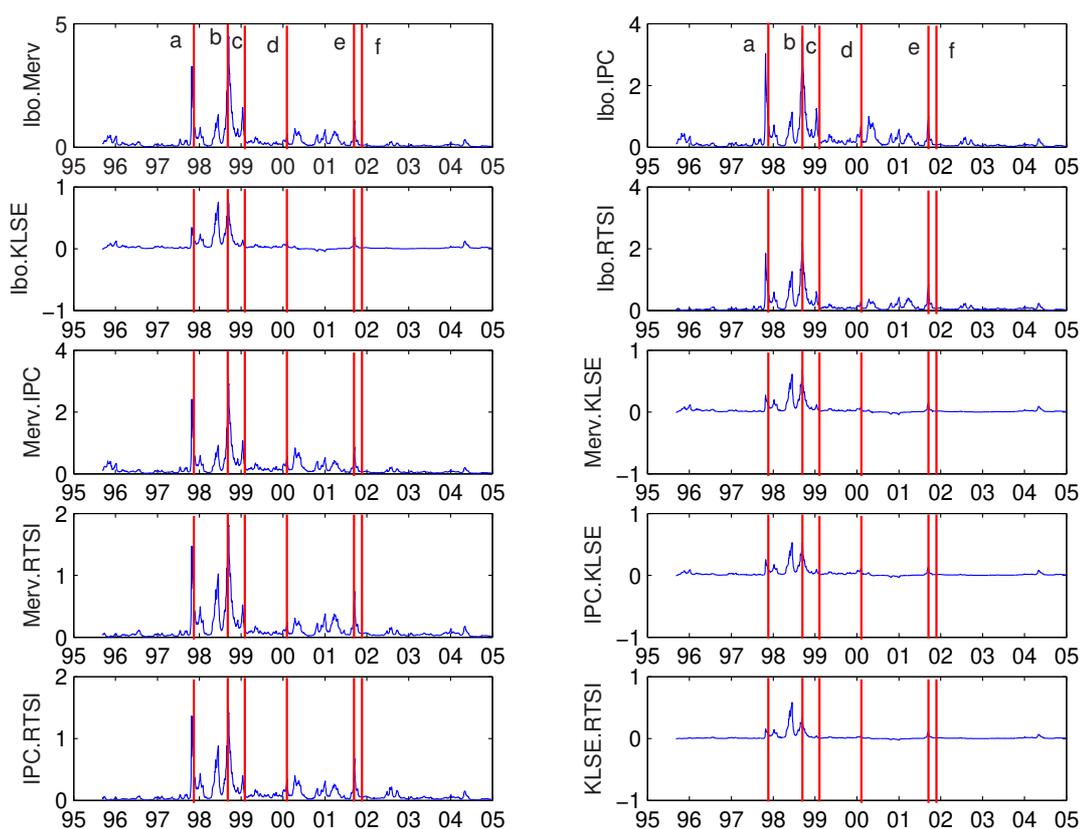


Figura 5.3: Estimativas das covariâncias de cada um dos pares de índices dadas pelo modelo de análise fatorial com um fator. Os resultados foram multiplicados por 1000 para facilitar a comparação entre os índices. As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001

O IPC apresenta dois momentos com volatilidade elevada um em final de 1997, na época da crise asiática, e outro no segundo semestre de 1998, período onde ocorria a crise na Rússia. Nota-se que ao longo de todo o período a volatilidade desse índice é demasiadamente pequena em relação aos demais, visto que seus resultados foram multiplicados por 1000.

Assim como o IPC, o índice KLSE também apresenta volatilidade muito mo-

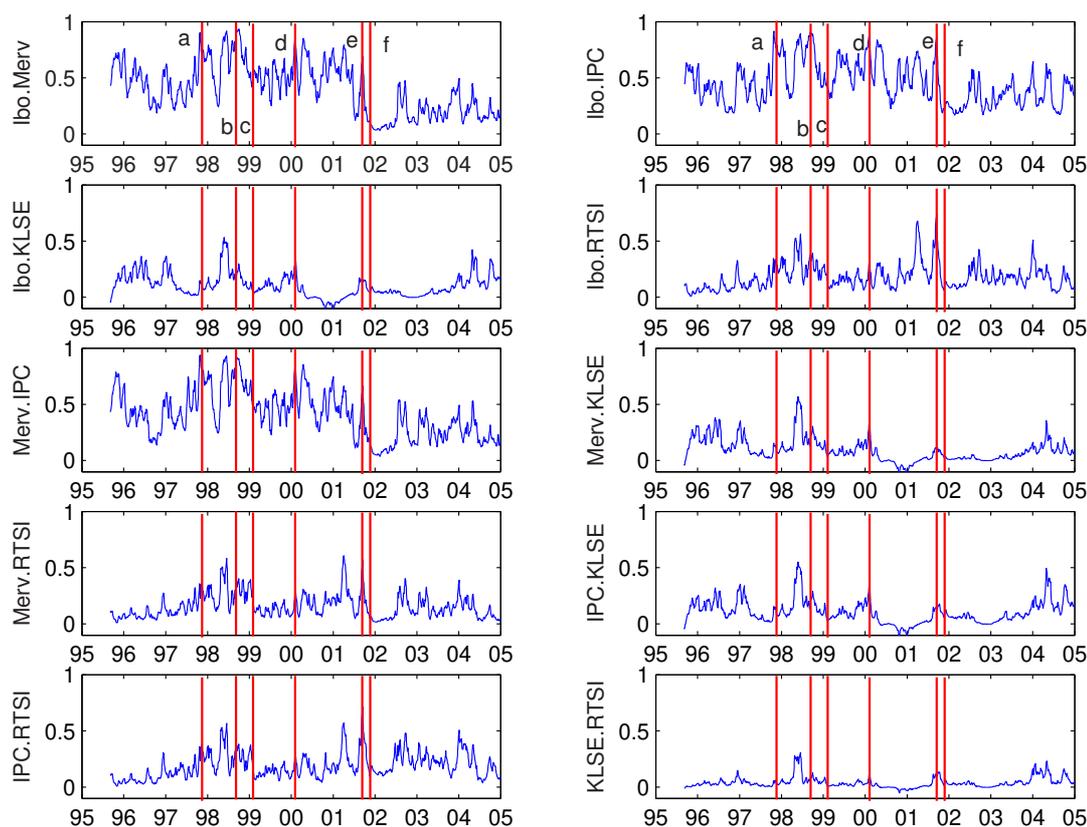


Figura 5.4: Estimativas das correlações de cada um dos pares de índices dadas pelo modelo de análise fatorial com um fator. As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001

derada quando comparada com os demais índices, pois mais uma vez aqui tivemos que multiplicar seus resultados por 1000 para facilitar a comparação. Percebe-se que o período de maior turbulência ocorre entre as crises asiática e russa, a partir do segundo semestre de 1997 até o mesmo período do ano subsequente.

Finalmente, o índice RTSI apresenta, da mesma forma que o KLSE, um período de maior volatilidade entre os anos de 1997 e 1998, compreendendo a crise asiática e russa. Esse era um resultado esperado, já que um dos fatores que podem influenciar

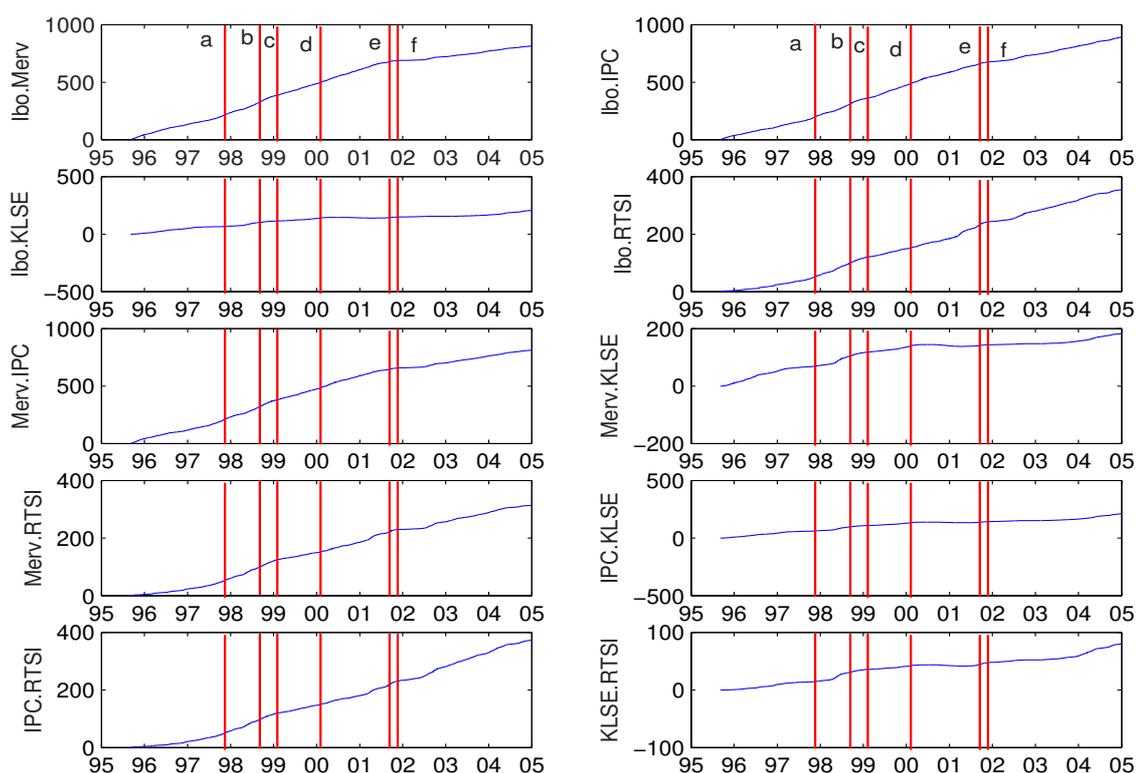


Figura 5.5: Soma acumulada das correlações dadas pela análise fatorial. As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001.

o contágio entre os países é exatamente sua localização espacial, ou seja, a região a que pertence.

A figura 5.3 apresenta as covariâncias entre os pares de índices ³. Mais uma vez, assim como no capítulo precedente, será realizada uma análise mais breve das covariâncias, pois nosso foco central de interesse está na análise das correlações e por isso não haveria sentido estendermos esta análise. A princípio pode-se dizer que as

³Os pares de índices que estão sendo avaliados aparecem abreviados na referência do eixo y de cada figura, por exemplo, quando apresenta-se Ibo.Merv significa que está sendo analisada a correlação do Ibovespa com o Merval.

Tabela 5.2: Médias e desvios-padrão das posteriores dos parâmetros constantes no tempo.

	Fator	Ibovespa	Merval	IPC	KLSE	RTSI
média μ	-8,783	-8,563	-8,581	-9,033	-9,221	-7,493
desvio-padrão μ	0,219	0,134	0,191	0,198	0,286	0,153
média ϕ	0,958	0,943	0,946	0,956	0,988	0,942
desvio-padrão ϕ	0,013	0,022	0,018	0,011	0,005	0,011

covariâncias entre os países pertencentes ao mesmo bloco regional apresentam maior variabilidade. Mas esta ainda é uma análise muito precoce. Somente a partir da avaliação das correlações entre os índices, dadas pela figura 5.4, é que poderemos saber se houve ou não contágio e se os países pertencentes à mesma região apresentaram maior índice de contágio.

Usaremos a definição de *shift-contágio* de Forbes e Rigobon (2001) na qual se considera que houve contágio quando há aumento significativo da correlação entre os países após um período de crise. Vale salientar que, ao ser detectada a existência de contágio entre dois países, a técnica aqui apresentada não será capaz de identificar qual a direção desse contágio caso nenhum dos dois países envolvidos seja o originário da crise em questão, ou seja, não será possível identificar em que país iniciou-se o processo e contagiou o outro. Isso se deve em parte a características das técnicas aqui aplicadas, que estão mais destinadas a determinação de existência ou não de contágio, e também à dificuldade de obtenção dos dados que poderiam facilitar esse tipo de conclusão.

Mais uma vez apresentamos a figura da soma acumulada das correlações, 5.5, com a finalidade de facilitar a análise da existência ou não de contágio.

1) *Brasil e Argentina*

Os primeiros países a serem analisados aqui serão Brasil e Argentina, representados por seus respectivos índices Ibovespa e Merval (Ibo.Merv). Desde o início do período em análise até meados de 2001 podemos dizer que a correlação manteve um

padrão estável de variação, com patamar em torno de 0,5. Ela apresenta muitos picos e vales, subidas um pouco mais bruscas, assim como quedas mais significativas, porém em nenhum desses movimentos percebe-se uma tendência de estabilizar em um novo patamar. Vale salientar que a série não ficou estagnada por um espaço significativo de tempo em nenhum nível. Esta estabilidade é confirmada na figura 5.5, onde a inclinação da curva se mantém constante até meados de 2001.

A partir de meados de 2001 nota-se que a série apresentou uma mudança de padrão, apresentando uma grande queda e aproximando-se de 0,1. Esse movimento também é evidente na figura 5.5, apresentando um período onde se mantém constante.

Isso pode ser explicado por um possível descolamento entre as duas economias. É provável que com o advento da crise argentina, o Brasil tenha reagido de maneira inusitada se compararmos com o comportamento que vinha apresentando anteriormente. Ou seja, ao serem iniciados os problemas argentinos, que culminariam na crise dali a alguns meses, o Brasil não respondeu da maneira que se esperava não apresentando os sinais ruins que eram notados na economia vizinha. Aliás, a primeira grande queda já citada ocorre muito antes da crise argentina, indicando que essas economias já apresentavam trajetórias distantes das constituídas pela expectativa geral. Isso pode ser justificado pelo fato da crise argentina ser considerada uma crise anunciada, possibilitando aos agentes econômicos tomarem providências com antecedência.

2) *Brasil e México*

O segundo par a ser analisado será o Brasil e México, representados por Ibovespa e IPC, respectivamente (Ibo.IPC). Nota-se que a correlação se manteve de certa forma estável ⁴ em torno de 0,4 desde o início do período de análise até o final de 1997, quando ela sofre uma forte elevação, chegando ao patamar de 0,7. Isso possivelmente

⁴Novamente a estabilidade é considerada de uma maneira ampla, pois a correlação não se fixou nesse nível, mas também não o fez em nenhum outro e por não apresentar mudanças que possam ser consideradas significativas consideraremos como estável.

foi devido a crise asiática e aqui poderemos identificar um contágio entre esses dois países. Vale salientar, portanto, que uma crise iniciada em outro continente foi capaz de alterar as relações existentes entre dois países latino-americanos. Essa evidência de contágio também foi detectada pela figura 5.5, onde a partir do final de 1997 a inclinação passa a ser maior do que a apresentada anteriormente. Esse novo patamar foi mantido até o segundo semestre de 2001, quando, muito próximo a linha referente aos ataques terroristas de 11 de setembro deste ano, a correlação cai bruscamente e volta a apresentar os padrões iniciais, ficando mais uma vez em torno de 0,4. A soma acumulada apresenta essa volta ao nível de inclinação inicial, demonstrando o fim do efeito de contágio.

Então notamos que a crise asiática gerou um processo de contágio entre esses países, mas no limiar da crise argentina há um descolamento, as economias deixam de apresentar a conexão que vinham apresentando durante o processo das crises anteriores (pois durante o período que ocorreu o contágio também ocorreram as crises russa e brasileira), da mesma forma em que houve um descolamento entre Brasil e Argentina nesse mesmo período.

3) *Brasil e Malásia*

Agora analisaremos o comportamento da correlação entre Brasil e Malásia, representados por Ibovespa e KLSE (Ibo.KLSE) respectivamente. Diferentemente das figuras anteriores aqui a correlação apresenta um comportamento muito inconstante com grandes picos e vales que chegam a se estabilizar em algum ponto por um certo tempo e que depois voltam a ser muito flutuantes. Isso indica que a conexão entre esses dois países é muito sensível e por isso é difícil identificar a ocorrência de contágio entre eles.

Ao longo de todo o período a série de correlação apresenta características muito inconstantes, a maior parte do tempo está em torno do patamar de 0,2, mas apresenta quedas e subidas que poderiam ser consideradas como diversos descolamentos e contágios ao longo dos anos. Porém cabe a pergunta: quanto tempo a correlação

deve permanecer em um outro nível a ponto de ser considerada como uma mudança significativa da série e caracterizar o contágio? Com a finalidade de evitar esse tipo de questionamento a melhor saída está na análise da figura 5.5 no lugar da 5.4.

Assim, temos na figura da soma acumulada a evidência de que essas mudanças ocorridas com frequência ao longo de toda a série não chegam a caracterizar contágio e nem descolamento em momento algum, pois o crescimento da curva se mantém praticamente constante, tendo um leve movimento de ascensão, o qual não é interrompido em momento algum. O fato da curva ser praticamente constante nos leva a crer que ou a correlação permaneceu muito próxima de zero ou temos a cancelamento pela soma de valores negativos e positivos muito próximos.

4) *Brasil e Rússia*

A correlação entre Brasil e Rússia, ou Ibovespa e RTSI (Ibo.RTSI) respectivamente, apresenta um padrão relativamente estável de 1995 até meados de 1997 em torno de 0,1. Nesse período existem dois pontos aberrantes onde a correlação sobe bastante, chegando a valores um pouco superiores a 0,2 e 0,3, mas são apenas picos que não se mantêm e por isso não caracterizam uma mudança significativa no padrão da série.

Porém, a partir do final de 1997 a série apresenta uma elevação significativa, passando para o patamar de 0,3, e que se mantém ao longo do tempo mostrando que ocorreu um processo de contágio entre esses dois países nessa época. Isso pode ser explicado pela crise asiática ocorrida justamente nesse período. Essa conclusão é confirmada pela figura 5.5, onde podemos notar a mudança na inclinação da curva, passando a crescer de forma mais íngreme entre 1997 e 1999. Nesse período a correlação se manteve muito volátil apresentando grandes flutuações, porém o nível da série se manteve em torno de 0,3.

Entre as crises russa e brasileira, podemos notar que a correlação entre esses dois países passa a apresentar um decréscimo lento e gradual, que depois da crise do Brasil vira uma queda brusca e muda o padrão de correlação entre os dois índices,

chegando a um patamar um pouco superior ao inicial de 0,1. Isso indica o fim do efeito de contágio entre os dois países, provocado pela crise asiática. Mais uma vez a observação da soma acumulada respalda tal resultado, pois a curva retoma sua taxa de crescimento inicial.

Após isso apresenta-se um período de grande volatilidade da correlação, tendo momentos em que ela se apresenta demasiadamente elevada (perto do atentado de 11 de setembro a correlação chegou a ficar muito próxima de 0,8), e alguns períodos onde se encontra relativamente baixa e estável (como por exemplo durante a crise argentina onde a correlação parece se estabilizar perto de 0,1). A soma acumulada chega a ser sensível à mudança ocorrida um pouco antes ao atentado de 11 de setembro, porém essa mudança está demasiadamente distante da queda da Nasdaq e é anterior ao atentado, e por isso não pode ser considerada como contágio. Além disto, a mudança é muito pequena e rápida. Portanto não há evidências de que houve contágio ou descolamento entre as economias ao longo desse período.

5) *Argentina e México*

No que diz respeito a correlação entre Argentina e México, Merval e IPC respectivamente (Merv.IPC), nota-se um padrão bastante oscilante no período antecedente a crise asiática. É muito provável que toda essa turbulência se deva à crise mexicana, porém esta não é captada pelos dados, já que o início da série se dá em 1995 e a crise ocorreu em 1994, isso dificulta nossa análise para saber se houve contágio ou não antes da crise asiática. Mesmo sem ser possível identificar a existência ou não de contágio nesse período podemos tecer alguns comentários. A correlação inicial se encontra em torno de 0,6, mas logo em seguida apresentam-se duas quedas e ela passa primeiramente para o patamar de 0,4 e logo em seguida para o patamar de 0,2. No início de 1997 essa tendência se altera e a correlação começa a subir novamente chegando próxima de 0,5.

A partir de meados de 1997 a correlação passa a crescer mais vigorosamente, chegando muito próxima a 0,9, e neste ponto já percebe-se os efeitos da crise asiática,

e indica-se a existência de contágio entre os países. Este efeito é mantido até o final de 1998, mesmo com algumas quedas e subidas bruscas ao longo do período mas que não mantiveram a estabilidade necessária para serem consideradas como significativas, quando a correlação apresenta nova queda durante a crise brasileira. A correlação ainda se mantém elevada, nos níveis iniciais porém não está tão elevada quanto estava no período entre crises asiática e russa. Devido a manutenção da correlação em níveis elevados afirmaremos que o que ocorreu foi somente a quebra do padrão de contágio que vinha se desenhando até esse período. A soma acumulada da correlação também nos dá evidências da existência de contágio entre as economias durante a crise asiática e depois da crise russa volta ao nível de crescimento inicial.

Após a crise do Brasil nota-se que a correlação fica bastante instável e depois dos atentados terroristas e da crise argentina observamos um descolamento das economias, com a correlação chegando a patamares próximos de 0,1. A correlação volta a dar sinais de recuperação somente em meados de 2002. Mais uma vez utilizaremos o recurso da soma acumulada para comprovar a existência dessa queda de correlação, bastando ver a inclinação da curva se reduzindo neste período gerando um período onde ela chega a ficar constante.

6) *Argentina e Malásia*

Analisando a correlação entre Argentina e Malásia, Merval e KLSE respectivamente (Merv.KLSE), podemos notar que ela apresenta um padrão muito semelhante ao apresentado pela série do Brasil e Malásia. Assim, da mesma forma que descrevemos anteriormente a conexão entre esses dois países parece ser muito sensível e então temos dificuldade em detectar os pontos de contágio e de descolamento da observação direta da figura 5.4.

A correlação apresenta-se muito instável ao durante todo o período da série temporal, porém a maior parte do tempo se mantém em torno de 0,2, apresentando quedas e subidas muito bruscas podendo levar a interpretação de que houveram vários períodos de contágio e de descolamento. Surgem, então, os questionamentos

citados na análise da correlação entre Brasil e Malásia, e novamente analisaremos a figura 5.5, com a finalidade de chegar a conclusões mais apuradas.

A soma acumulada apresenta uma mudança de inclinação no período da crise asiática, porém esta não se apresenta na direção de evidenciar contágio, mas sim no sentido de descolamento entre as duas economias, pois passa a ficar constante por um certo período. Logo em seguida a curva volta a apresentar a inclinação inicial e só apresenta novas alterações durante a crise argentina, onde novamente indica a tendência de descolamento das duas economias.

7) *Argentina e Rússia*

Durante o período que se estende de 1995 até meados de 1997 podemos dizer que a correlação entre Argentina e Rússia, Merval e RTSI respectivamente (Merv.RTSI), manteve crescimento estável e gradual. Porém a partir de então nota-se um acréscimo nessa variável passando para o patamar de 0,3 perto do advento da crise asiática. Temos, então, evidência de contágio entre esses dois países. Isto fica mais evidente na figura 5.5 pois a curva passa para uma inclinação maior que a apresentada até então.

A correlação é mantida nesse patamar até o período da crise do Brasil, quando apresenta uma forte queda e retorna a um nível levemente superior ao inicial, próximo a 0,15. Temos, portanto, um processo de desvinculação entre as economias envolvidas com o advento da crise brasileira em 1999, indicando o término do efeito do contágio entre esses países. A soma acumulada volta a apresentar a inclinação inicial, dando respaldo para a análise feita diretamente da figura 5.4.

Entre a queda da Nasdaq e a crise argentina a correlação apresenta grande turbulência, indo de valores inferiores a 0,1 para valores superiores a 0,5. Mas depois da crise argentina há um nítido descolamento das economias e elas voltam a reestabelecer o nível de conexão inicial, em torno de 0,1. Esse descolamento pode ser notado na soma acumulada, onde a curva se torna constante exatamente no período da crise argentina.

8) *México e Malásia*

Na figura que representa os países México e Malásia, com seus respectivos índices IPC e KLSE (IPC.KLSE), observamos, novamente, assim como na correlação da Malásia com o Brasil e com a Argentina, que é uma série muito difícil de ser analisada diretamente, e a análise fica facilitada através da figura 5.5.

A soma acumulada permanece ao longo de todo o período praticamente constante, indicando valores de correlação muito próximos de zero ou a eliminação de valores negativos e positivos pela soma. Assim não temos evidência de contágio ou de descolamento entre esses dois países.

9) *México e Rússia*

Entre os países México e Rússia, com respectivos índices IPC e RTSI (IPC.RTSI), a correlação se manteve estável em torno de 0,1 até meados de 1997. A partir disto nota-se que a ela começa a ascender, chegando a uma faixa estável entre 0,3 e 0,4. Então, podemos perceber a existência de contágio entre esses dois países durante a crise asiática. Uma evidência ainda mais concreta da existência de contágio entre essas duas economias é encontrada na figura 5.5. Através dela podemos perceber a mudança na inclinação indicando o aumento da correlação exatamente neste período.

Esse padrão de correlação é mantido até o início de 1999, mesmo com uma grande flutuação durante o ano de 1998, período onde a variável chega a valores próximos de 0,1 e também de 0,6. Mas, assim como em outras figuras já comentadas anteriormente essa variabilidade não chega a caracterizar descolamento ou contágio entre as economias, pois são somente alguns pontos aberrantes e que retornam rapidamente ao nível inicial, não chegando a caracterizar uma mudança significativa de patamar.

Após a crise brasileira a correlação entre esses dois países cai fortemente e permanece estável no novo patamar de 0,15. Há indícios, portanto, de que essas economias apresentaram uma queda de suas conexões, provavelmente devido a queda do efeito do contágio apresentado na crise argentina. Mais uma vez podemos constatar

através da figura da soma acumulada essa constatação, pois logo após a crise do Brasil a curva volta a ter a inclinação inicial.

10) *Malásia e Rússia*

Por fim, temos a correlação entre os dois países asiáticos presentes em nossa amostra, Malásia e Rússia, representados por seus índices de bolsas de valores KLSE e RTSI (KLSE.RTSI). Ao longo de todo o período a correlação entre eles se mostra muito pequena, sendo o ponto máximo próximo a 0,3.

Até o segundo semestre de 1997 a correlação se manteve estável entre 0 e 0,05, tendo alguns períodos com picos mas que não duraram muito tempo. Com a crise asiática a correlação sofre um ligeiro aumento, que não pode ser considerado como contágio pois apenas foi uma estabilização em 0,05. Porém, em 1998, no período entre a crise asiática e a crise russa, nota-se um grande salto da correlação, que chega a patamares próximos de 0,3. É exatamente nesse período que a série atinge seu valor mais elevado. Porém o contágio é caracterizado pelo aumento da correlação em períodos de crise com relação a períodos tranquilos e então não podemos concluir que houve contágio. Essa evidência também foi captada pela soma acumulada, a qual apresentou um salto neste mesmo período, mas observamos somente um salto e não houve alteração da inclinação da curva, continuando a crescer após essa etapa igualmente vinha crescendo.

Mais uma vez há uma reversão na série e ela volta a apresentar os níveis iniciais. Chega a ultrapassar inicialmente esse nível, mas em um intervalo muito pequeno de tempo e que não chega a indicar contágio já que logo em seguida a série reestabelece seu nível inicial.

5.4 Conclusão

Este capítulo teve a finalidade de apresentar uma modelagem alternativa, ainda muito pouco explorada na literatura sobre contágio, nomeada de análise fatorial.

Esse método permite encontrar os fatores comuns entre as séries analisadas e distinguir os fatores que são específicos. Além disto, da maneira abordada neste trabalho, esse método possibilitou o estabelecimento da correlação variante no tempo, sendo muito importante na avaliação da existência de contágio.

Depois de discorrer sobre os métodos utilizados nessa modelagem foi realizada a análise empírica das cinco séries que estamos avaliando ao longo do trabalho, os índices de bolsas de valores de três países latino-americanos, Brasil, Argentina e México, e de dois países asiáticos, Malásia e Rússia.

De acordo com os resultados obtidos com os gráficos da correlação entre os pares de índices pode-se chegar a conclusão da existência de contágio durante a crise asiática entre os pares de índices dos seguintes países: Brasil e México, Brasil e Rússia, Argentina e México, Argentina e Rússia, e, por fim, México e Rússia.

É interessante notar que as correlações apresentam-se mais elevadas quando os dois países do par estudado são pertencentes ao continente latino-americano. Na figura 5.4 podemos notar que a correlação entre os pares Ibovespa e Merval, Ibovespa e IPC, Merval e IPC, estão sempre próximas de 0,5 e para os demais pares a correlação se mantém inferior a esse patamar. Isso pode ser explicado pelas conexões regionais existentes entre esses países. Mas podemos perceber que esse tipo de conexão não é observada para o par KLSE e RTSI, representando os índices asiáticos, podendo indicar uma conexão regional inferior entre esses países.

Vale salientar como um último comentário a este capítulo que o fato do procedimento ser sensível a mudanças na ordenação das séries no vetor de retornos poderia ter acarretado na escolha de outra série como fator para esse conjunto de dados. Porém, fizemos o teste alterando o posicionamento das séries no vetor de retornos e a conclusão obtida foi a mesma, o Ibovespa novamente foi selecionado como o fator para essas séries.

Conclusão

Neste trabalho foram apresentadas três diferentes técnicas capazes de mensurar a correlação variante no tempo entre cinco países distintos, quais sejam, Brasil, Argentina, México, Malásia e Rússia. Essas técnicas foram implementadas com a finalidade de, através da análise da correlação, detectar a existência ou não de contágio entre esses países, pois foi adotada a definição de *shift-contagio* de Forbes e Rigobon (2001), na qual acredita-se que o contágio é caracterizado pelo aumento significativo da correlação entre os países nos períodos de crise com relação aos períodos tranquilos.

Dessa forma, a partir da estimativa da correlação definimos para cada uma das técnicas os momentos em que houve ou não contágio, comparando os momentos de crise com os momentos que as precediam ¹. Os resultados obtidos foram ora coerentes entre as três técnicas e ora discrepantes. Porém existe uma conclusão que certamente condiz com as três técnicas: na maioria dos casos o contágio foi detectado somente durante a crise asiática indicando que essa foi a crise mais significativa ao longo do período amostral.

De acordo com a primeira técnica implementada, alisamento exponencial, obtivemos o resultado de que houve contágio, durante a crise asiática, entre as seguintes economias: Brasil e México, Argentina e México, Argentina e Rússia, e México e Malásia. Também foi detectada a existência de contágio durante a crise argentina entre os países México e Malásia.

O segundo procedimento realizado foram os GARCH multivariados com erros

¹Essa foi uma análise muitas vezes complicada, pois a década de noventa se apresentou como um período repleto de crises, e portanto seria estranho considerar, por exemplo, o período da crise asiática, em 1997, como um período tranquilo que antecedeu a crise russa em 1998.

gaussianos. Depois de realizar diversas variações desse procedimento chegamos a conclusão de que os dois melhores modelos, de acordo com os critérios de informação, foram o DCC (2,2) e o BEKK completo (2,2). Porém, também foi possível perceber que a modelagem DCC, além de ser mais parcimoniosa, apresentou melhores resultados na eliminação da heterocedasticidade residual e também na assimetria das séries. Somou-se a isso o fato da evolução das curvas de correlações obtidas com esses dois modelos apresentarem características bastante semelhantes, levando a conclusões similares de contágio. Então, optamos por apresentar somente a análise da modelagem DCC (2,2). Esse procedimento identificou as seguintes evidências de contágio durante a crise asiática: Brasil e México, Argentina e México, Argentina e Malásia e Argentina e Rússia. Também detectou, assim como o alisamento exponencial, a presença de contágio entre México e Malásia durante a crise argentina.

Por fim foi realizado o terceiro procedimento, a análise fatorial, sendo utilizado somente um fator, dada a limitação em no máximo dois fatores, devido ao número de séries analisadas e além disso o programa não foi capaz de detectar a existência de um segundo fator quando essa possibilidade foi testada. Essa modelagem constatou contágio entre: Brasil e México, Brasil e Rússia, Argentina e México, Argentina e Rússia e México e Rússia. Esta certamente foi a técnica que mais identificou a ocorrência de contágio.

A partir desses resultados fizemos os três esquemas C.1, C.2 e C.3, indicando os resultados obtidos por cada uma das análises durante o período da crise asiática. Como fora desse período foi detectado contágio somente entre um par de países, México e Malásia, pelas técnicas de alisamento exponencial e DCC (2,2) não é necessário a realização de tal esquema. A construção dessas três figuras visa facilitar a compreensão dos momentos em que o contágio ocorreu assim como a comparação dos resultados entre as três técnicas. As setas conectam os países que apresentaram evidências de contágio durante a crise asiática.

Percebemos a existência de três processos de contágio que são detectados por todos os procedimentos empregados. Isso fica bastante evidente nas figuras C.1, C.2

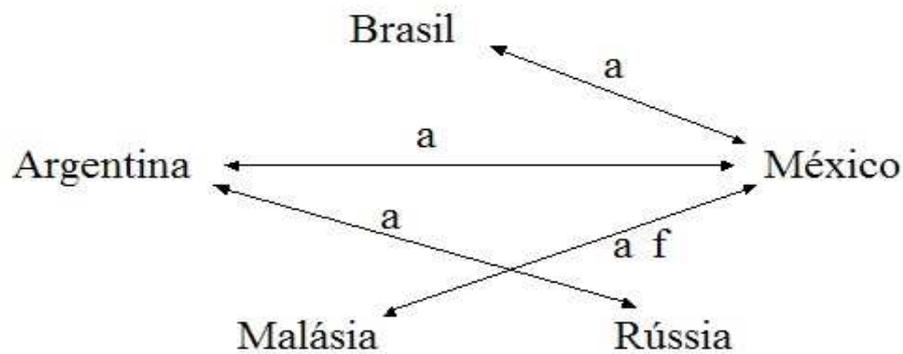


Figura C.1: Diagrama dos resultados obtidos com o alisamento exponencial.

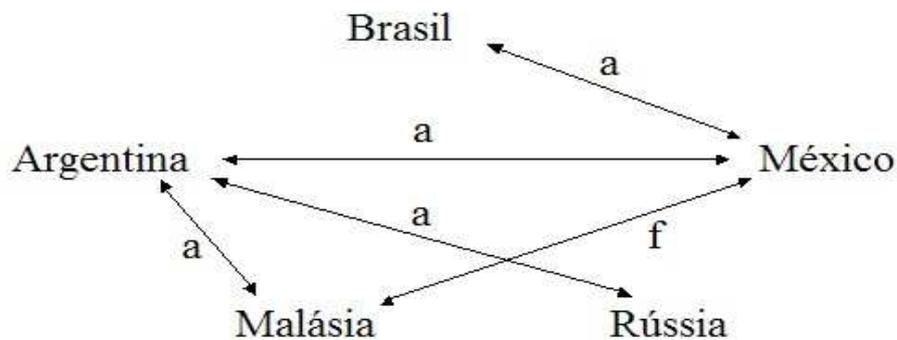


Figura C.2: Diagrama dos resultados obtidos com o DCC (2,2).

e C.3, pois vemos setas conectando Brasil e México, Argentina e México e Argentina e Rússia para os três casos e isso indica coerência entre as análises para esses três pares de países.

Em suma, ao compararmos as técnicas chegamos a conclusão de que realmente a crise asiática foi a que desencadeou o maior número de interligações entre os países, sendo capaz de conectá-los até mesmo em continentes diferentes.

Houveram casos onde as análises apresentaram resultados diferentes, mas vale salientar que não é nossa finalidade eleger qual é o melhor modelo, mas simplesmente apresentar que podem ocorrer conclusões diferentes e por isso deve-se tomar muito

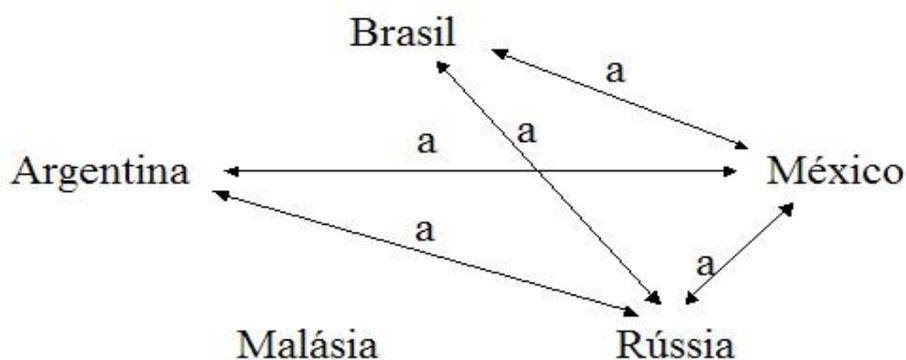


Figura C.3: Diagrama dos resultados obtidos com a análise fatorial.

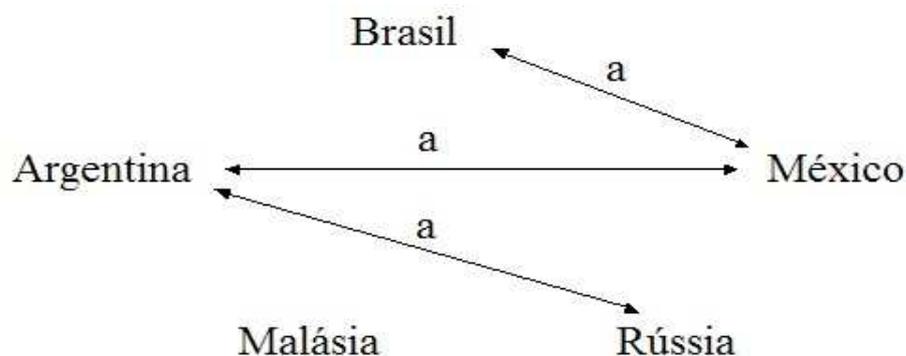


Figura C.4: Diagrama dos resultados coerentes entre todas as análises.

cuidado ao aplicar somente uma das técnicas e tirar conclusões a partir somente dela.

No apêndice dessa dissertação apresentamos dez figuras com a finalidade de comparar as correlações obtidas entre as quatro diferentes técnicas, inclusive a apresentada pelo modelo BEKK completo (2,2). Através dessas figuras o leitor poderá comparar com maior facilidade os resultados dos procedimentos e também a sua evolução. É possível perceber que o modelo com correlações mais suaves é o DCC (2,2), sendo que as três primeiras modelagens são muito similares, ficando somente mais diferenciado os resultados obtidos com a análise fatorial.

Referências

ABEYSINGHE, T. Thai meltdown and transmission of recession within asean4 and nie4. In: CLAESSENS, S.; FORBES, K. (Ed.). *International Financial Contagion*. Washington: Springer, 2001. cap. 9, p. 225–240. ISBN 07-9237-285-9.

AGUILAR, O.; WEST, M. Bayesian dynamic factor models and portfolio allocation. *Journal of Business & Economic Statistics*, v. 18, p. 338–357, 2000.

BAE, K.-H.; KAROLYI, G. A.; STULZ, R. M. A new approach to measuring financial contagion. *NBER Working Paper*, Cambridge, n. 7913, September 2000.

BAZDRESCH, S.; WERNER, A. M. Contagion of international financial crises: The case of mexico. In: CLAESSENS, S.; FORBES, K. (Ed.). *International Financial Contagion*. Washington: Springer, 2001. cap. 12, p. 301–328. ISBN 07-9237-285-9.

BOLLERSLEV, T. Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: A multivariate generalized arch model. *The Review of Economics and Statistics*, v. 72, n. 3, p. 498–505, August 1990.

BOLLERSLEV, T.; ENGLE, R. F.; WOOLDRIDGE, J. M. A capital asset pricing model with time-varying covariances. *The Journal of Political Economy*, v. 96, n. 1, p. 116–131, February 1988.

BOYER, B. H.; GIBSON, M. S.; LORETAN, M. Pitfalls in tests for changes in correlation. *International Finance Paper*, Federal Reserve Board, n. 597, 1999.

CAILLAULT, C.; GUEGAN, D. Empirical estimation of tail dependence using copulas. Application to asian markets. *Note de Recherche IDHE-MORA*, n. 5, April 2003.

CAPPIELLO, L.; ENGLE, R. F.; SHEPPARD, K. Asymmetric dynamics in the correlations of global equity and bond returns. *European Central Bank - Working Papers Series*, n. 204, January 2003.

CHIB, S.; NARDARI, F.; SHEPHARD, N. Markov chain Monte Carlo methods for stochastic volatility models. *Journal of Econometrics*, v. 108, p. 281–316, 2001.

- CORSETTI, G.; PERICOLI, M.; SBRACIA, M. 'Some contagion, some interdependence': More pitfalls in tests of financial contagion. *C.E.P.R. Discussion Papers*, n. 3310, April 2002.
- CURADO, M.; CANUTO, O. Modelos de crises cambiais de "terceira geração" versus fatos estilizados na América Latina. *Economia e Sociedade*, Campinas, n. 16, p. 43–64, Junho 2001.
- DORNBUSCH, R.; PARK, Y. C.; CLAESSENS, S. Contagion: Why crises spread and how this can be stopped. In: CLAESSENS, S.; FORBES, K. (Ed.). *International Financial Contagion*. Washington: Springer, 2001. cap. 2, p. 19–42. ISBN 07-9237-285-9.
- EICHENGREEN, B.; HALE, G.; MODY, A. Flight to quality: Investor risk tolerance and the spread of emerging market crises. In: CLAESSENS, S.; FORBES, K. (Ed.). *International Financial Contagion*. Washington: Springer, 2001. cap. 6, p. 129–156. ISBN 07-9237-285-9.
- EICHENGREEN, B.; ROSE, A. K.; WYPLOSZ, C. Contagious currency crises: First tests. *Scandinavian Journal of Economics*, v. 98, n. 4, p. 463–484, 1996.
- ENGLE, R. Dynamic conditional correlation: a simple class of multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedasticity models. *Journal of Business & Economic Statistics*, v. 20, n. 3, p. 339–350, July 2002.
- ENGLE, R. F.; KRONER, K. F. Multivariate simultaneous generalized arch. *Econometric Theory*, v. 11, p. 122–150, 1995.
- ENGLE, R. F.; SHEPPARD, K. Theoretical and empirical properties of dynamic conditional correlation multivariate garch. *NBER Working Paper*, Cambridge, n. 8554, October 2001.
- FORBES, K.; RIGOBON, R. Measuring contagion: Conceptual and empirical issues. In: CLAESSENS, S.; FORBES, K. (Ed.). *International Financial Contagion*. Washington: Springer, 2001. cap. 3, p. 43–66. ISBN 07-9237-285-9.
- FORBES, K.; RIGOBON, R. No contagion, only interdependence: measuring stock market comovements. *The Journal of Finance*, LVII, n. 5, p. 2223–2261, October 2002.
- GEWEKE, J.; ZHOU, G. Measuring the pricing error of the arbitrage pricing theory. *Review of Financial Studies*, v. 9, n. 2, p. 557–587, 1996.

- GREGORIO, J. de; VALDÉS, R. O. Crisis transmission: Evidence from the debt, tequila and asian flu crises. In: CLAESSENS, S.; FORBES, K. (Ed.). *International Financial Contagion*. Washington: Springer, 2001. cap. 5, p. 99–128. ISBN 07-9237-285-9.
- HOTTA, L. K. et al. Modelos econométricos para estimação e previsão de volatilidade. In: JUNIOR, A. M. D.; VARGA, G. (Ed.). *Gestão de Riscos no Brasil*. Rio de Janeiro: FC, 2003. cap. 8, p. 97–123.
- KIM, S.; SHEPHARD, N.; CHIB, S. Stochastic volatility: Likelihood inference and comparison with Arch models. *Review of Economics Studies*, v. 65, p. 361–393, 1998.
- KING, M. A.; WADHWANI, S. Transmission of volatility between stock markets. *Review of Financial Studies*, v. 3, n. 1, p. 5–33, 1990.
- KUMAR, M.; MOORTHY, U.; PERRADIN, W. Predicting emerging market currency crashes. *Journal of Empirical Finance*, v. 10, n. 4, p. 471–491, 2002.
- LIN, W.-L. Alternative estimators for factor garch models - a monte carlo comparison. *Journal of Applied Econometrics*, n. 7, p. 259–279, March 1992.
- LOMBARDI, I. T. *A dinâmica do Contágio entre Brasil e Argentina*. 20 f. Monografia (Especialização) — Faculdade de Economia e Administração, Ibmec, São Paulo, 2004.
- LOPES, H. F.; MIGON, H. S. Comovements and contagion in emergent markets: Stock indexes volatilities. Rio de Janeiro, July 2001.
- LORETAN, M.; ENGLISH, W. B. Evaluating ‘correlation breakdowns’ during periods of market volatility. In: SETTLEMENTS, B. for I. (Ed.). *International Financial Markets and the Implication for Monetary and Financial Stability*. [S.l.]: (Basle: Bank for International Settlements), 2000.
- MARÇAL, E. F. *Ensaio sobre eficiência, cointegração, componentes comuns, não linearidades na variância nos mercados financeiros: Um estudo da estrutura a termo das taxas de juros e da volatilidade de títulos da dívida soberana*. 121 f. Tese (Doutorado em Economia) — Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.
- MARÇAL, E. F.; PEREIRA, P. L. V. Testando a hipótese de contágio a partir de modelos multivariados de volatilidade. *Anais do X Encontro Brasileiro de Finanças*, São Paulo, 2005.

- MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. *Análise de Séries Temporais*. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda., 2004. 535 p.
- PESARAN, M. H.; PICK, A. Econometric issues in the analysis of contagion. *CESifo Working Paper*, n. 1176, May 2005.
- PRATES, D. M. *Crises financeiras dos países “emergentes”*: uma interpretação heterodoxa. 198 f. Tese (Doutorado em Economia) — Instituto de Economia, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.
- PRITSKER, M. The channels for financial contagion. In: CLAESSENS, S.; FORBES, K. (Ed.). *International Financial Contagion*. Washington: Springer, 2001. cap. 4, p. 67–98. ISBN 07-9237-285-9.
- RIGOBON, R. Contagion: How to measure it? *NBER Working Paper*, Cambridge, n. 8118, February 2001.
- RIJCKEGHEM, C. V.; WEDER, B. Financial contagion: Spillovers through banking centers. *CFS Working Paper*, n. 1999/17, November 1999.
- SCHINASI, G. J.; SMITH, R. T. Portfolio diversification, leverage, and financial contagion. In: CLAESSENS, S.; FORBES, K. (Ed.). *International Financial Contagion*. Washington: Springer, 2001. cap. 8, p. 187–224. ISBN 07-9237-285-9.
- TSAI, R.; HOTTA, L. K. Análise de séries temporais com covariâncias variando no tempo através de fatores com volatilidade estocástica. *Rev. Mat. Estat.*, Campinas, v. 23, n. 20, p. 1–20, 2005.
- TSE, Y. K.; TSUI, A. K. C. A multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedasticity model with time-varying correlations. *Journal of Business & Economic Statistics*, v. 20, n. 3, p. 351–362, July 2002.
- WOOLDRIDGE, J. M. A unified approach to robust, regression-based specification tests. *Econometric Theory*, United States of America, n. 6, p. 17–43, 1990.
- ZIVOT, E.; WANG, J. *Modeling Financial Time Series with S-Plus*. [S.l.], May 2002.

Anexo

Apresentaremos agora todas as figuras de correlação apresentadas ao longo do trabalho, mas agora separadas por par.

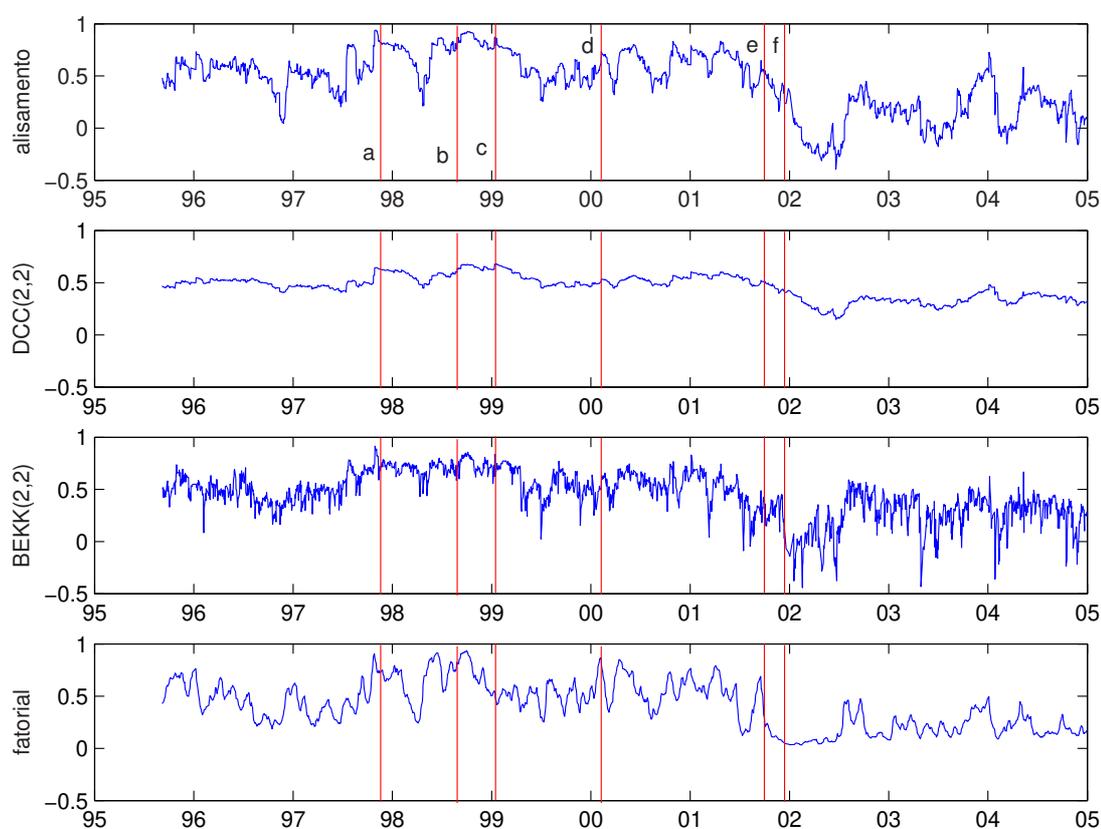


Figura A.1: Estimativas da correlação par Ibovespa Merval. As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001

Cada uma das figuras apresentam as cinco técnicas discutidas ao longo dos capítulos, quais sejam: alisamento exponencial, DCC (2,2) com distribuição normal, BEKK (2,2) com distribuição normal e análise fatorial.

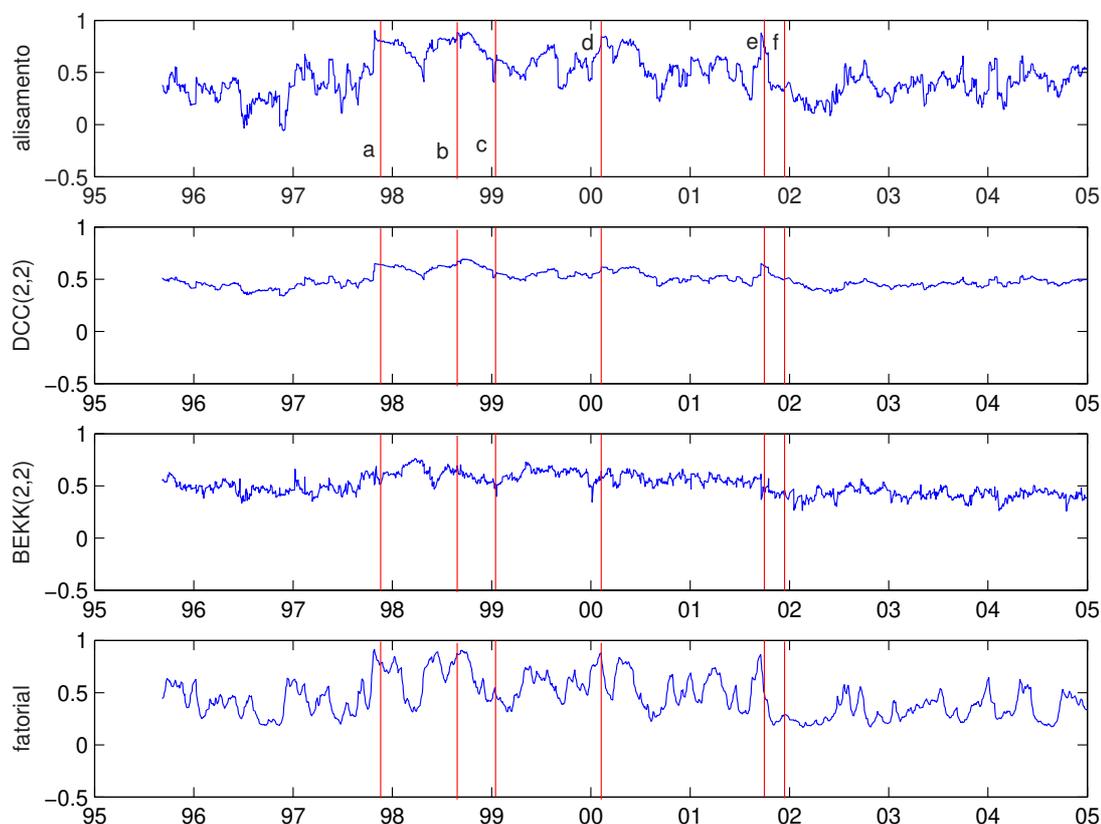


Figura A.2: Estimativas da correlação par Ibovespa IPC. As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001

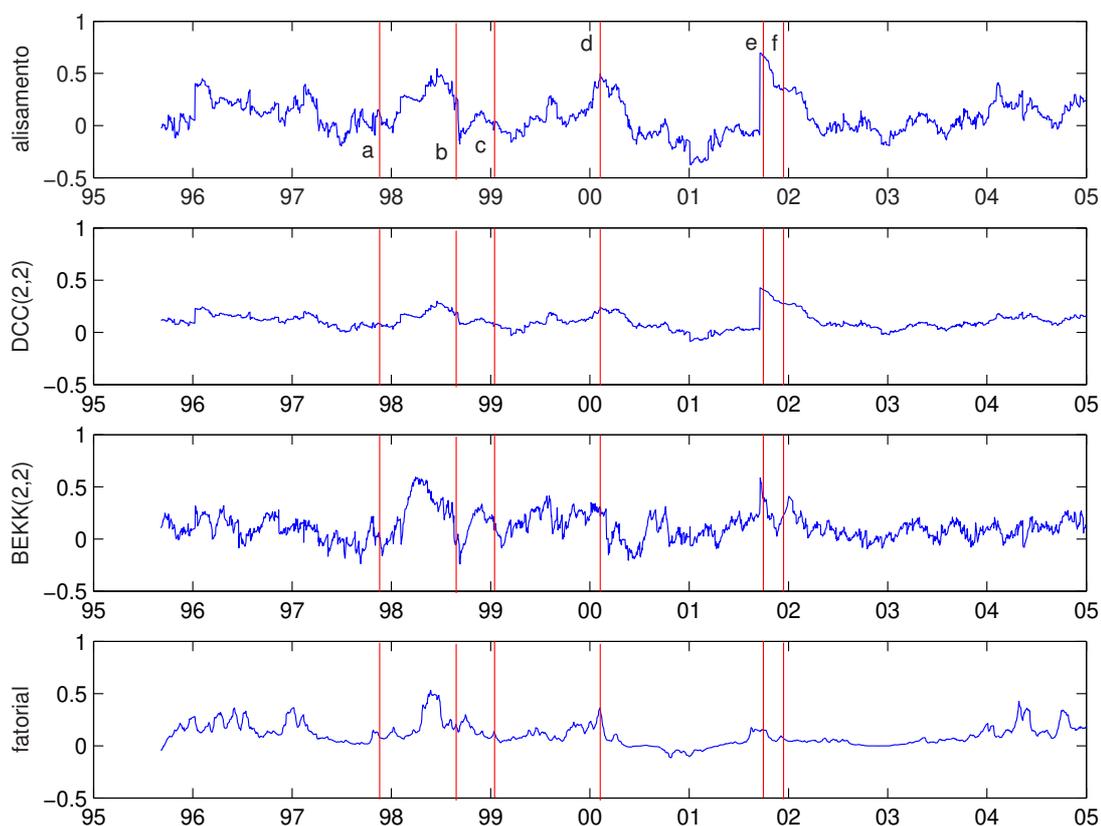


Figura A.3: Estimativas da correlação par Ibovespa KLSE. As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001

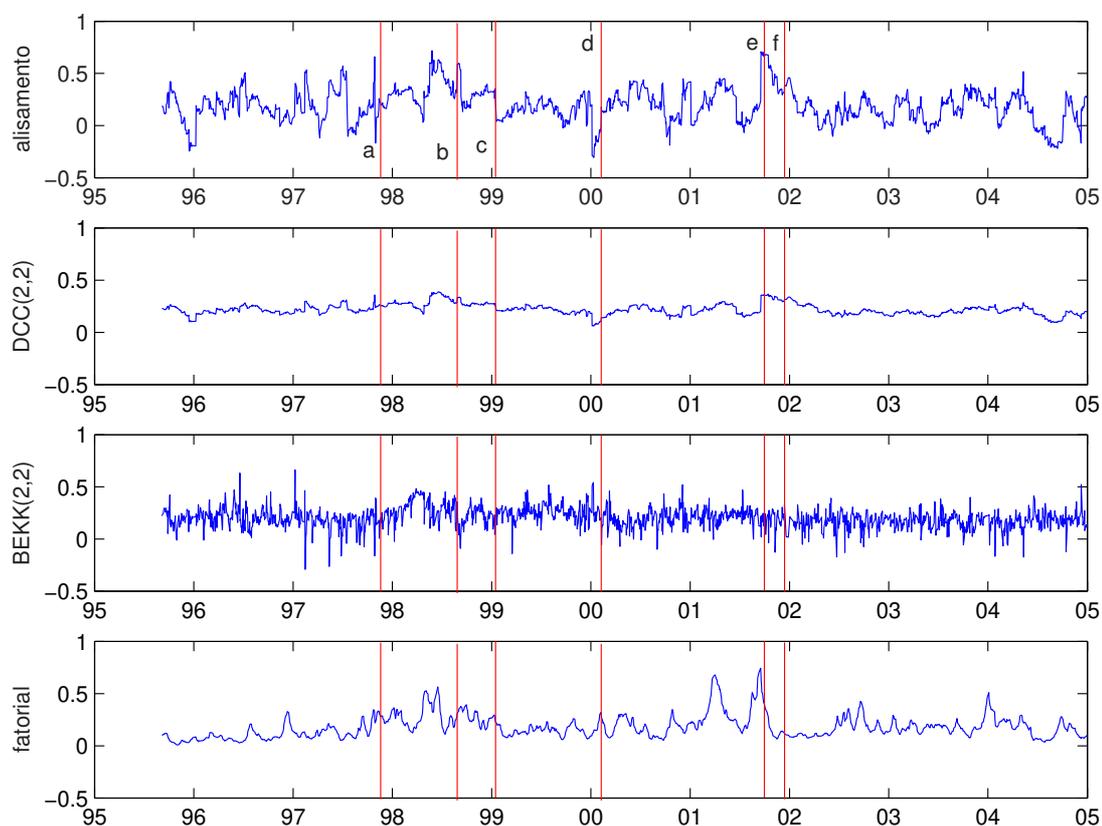


Figura A.4: Estimativas da correlação par Ibovespa RTSI. As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001

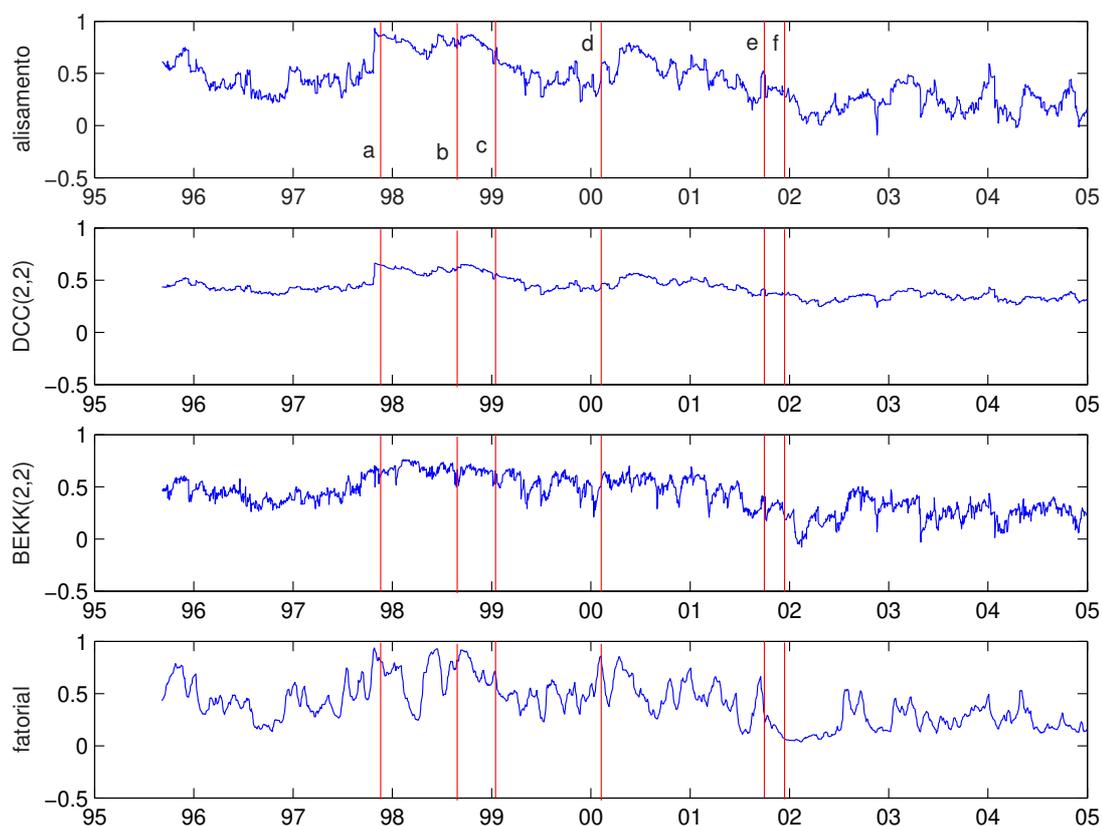


Figura A.5: Estimativas da correlação par Merval IPC. As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001

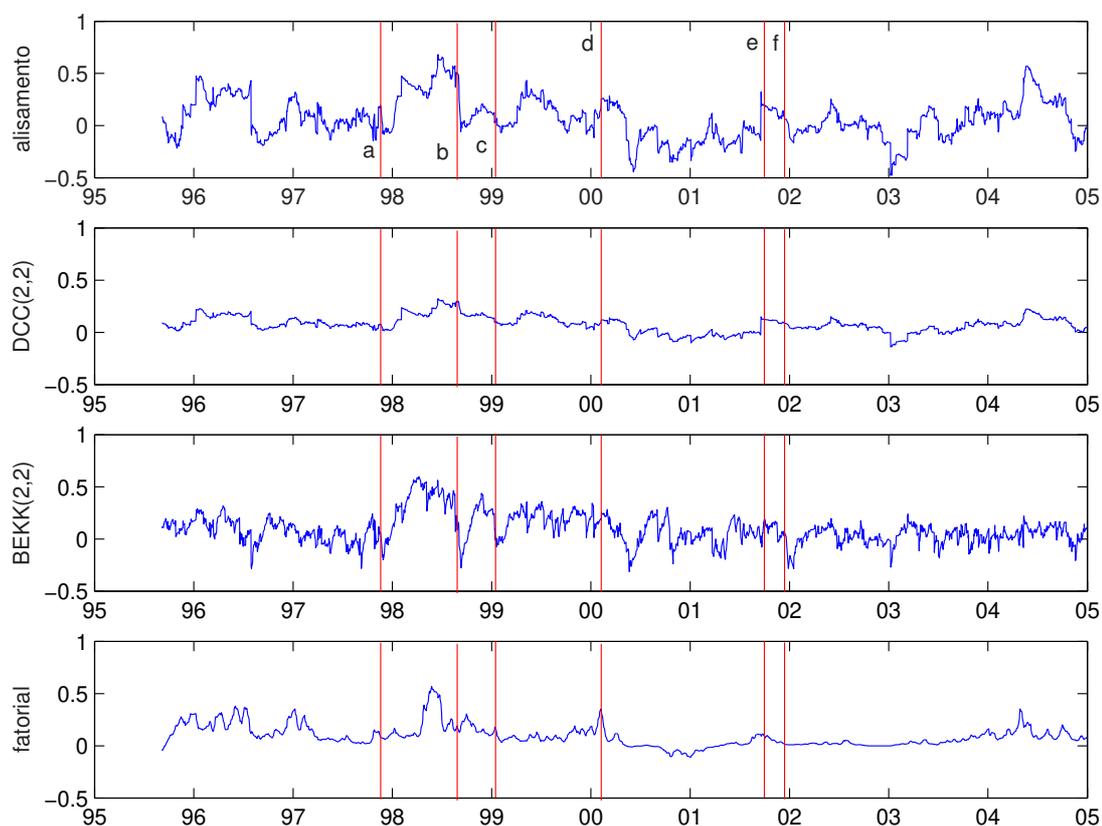


Figura A.6: Estimativas da correlação par Merval KLSE. As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001

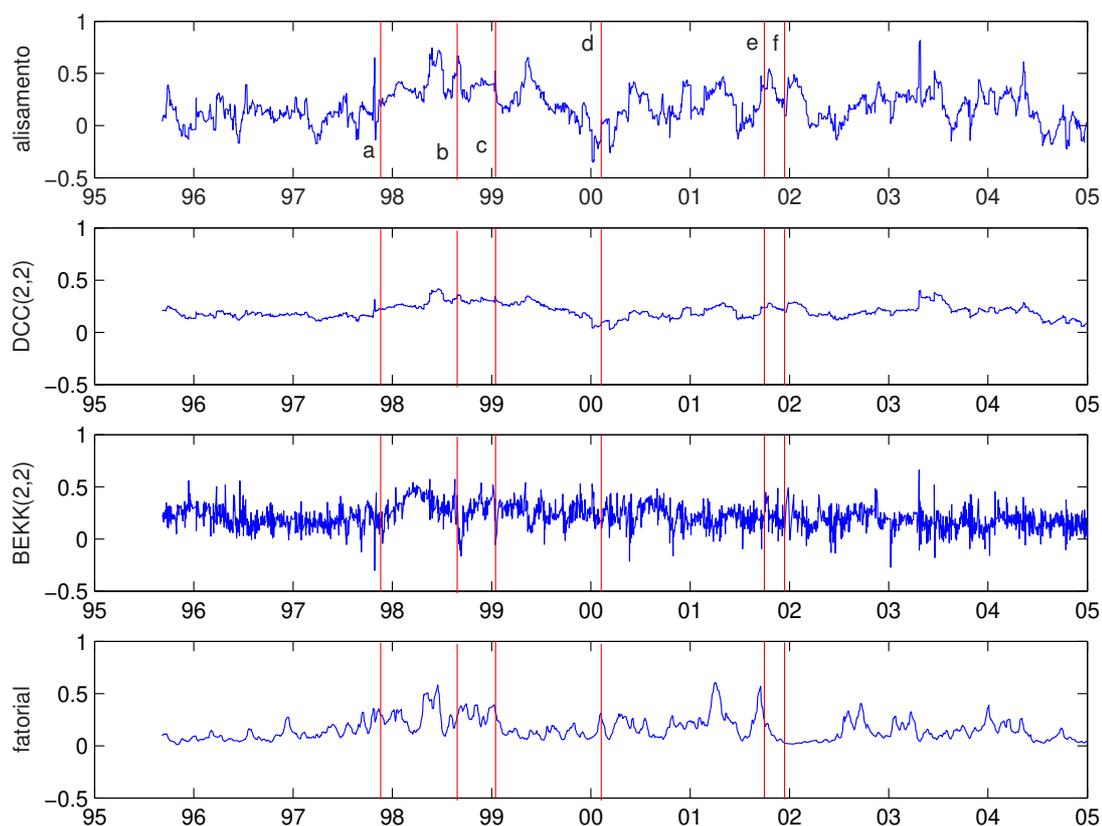


Figura A.7: Estimativas da correlação par Merval RTSI. As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001

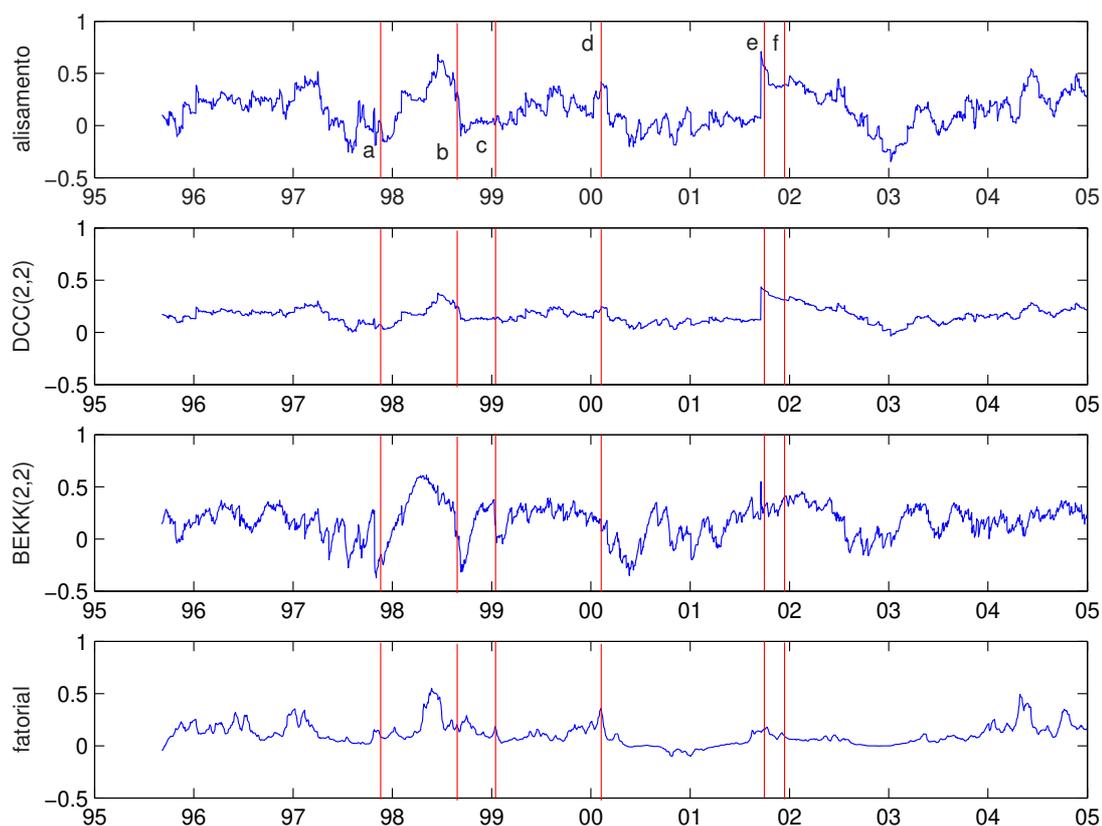


Figura A.8: Estimativas da correlação por IPC KLSE. As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001

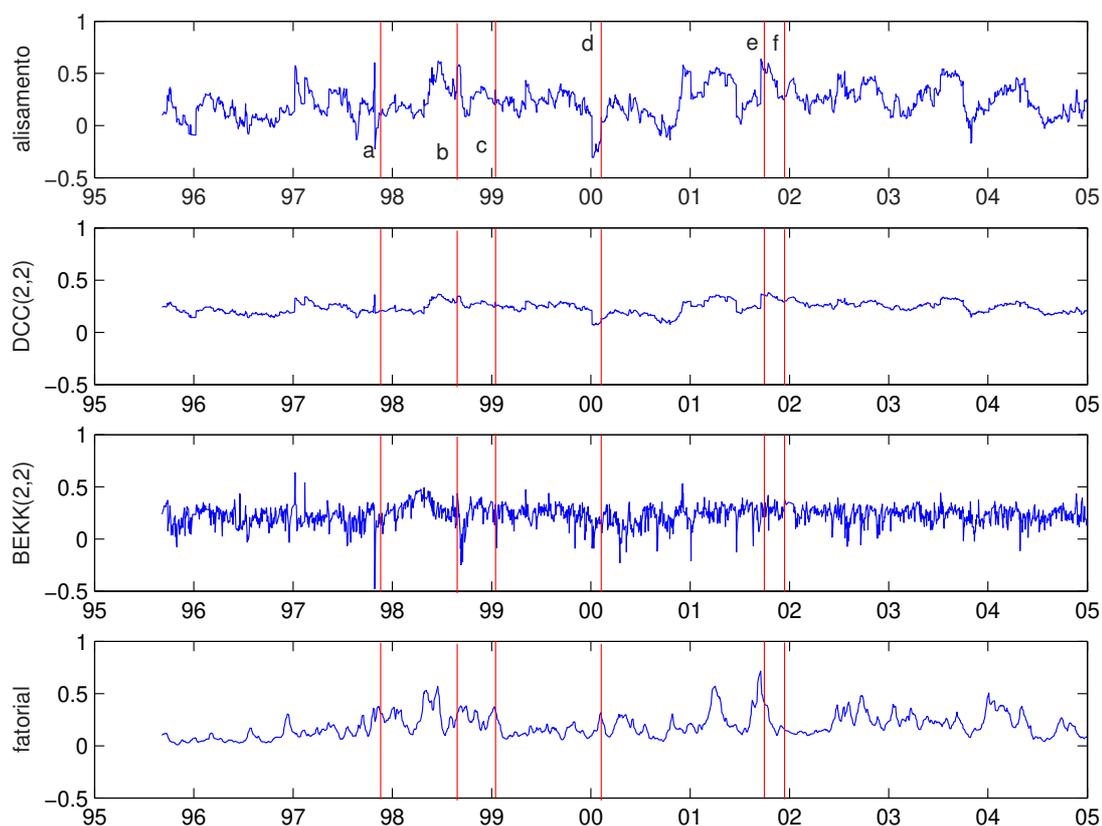


Figura A.9: Estimativas da correlação por IPC RTSI. As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001

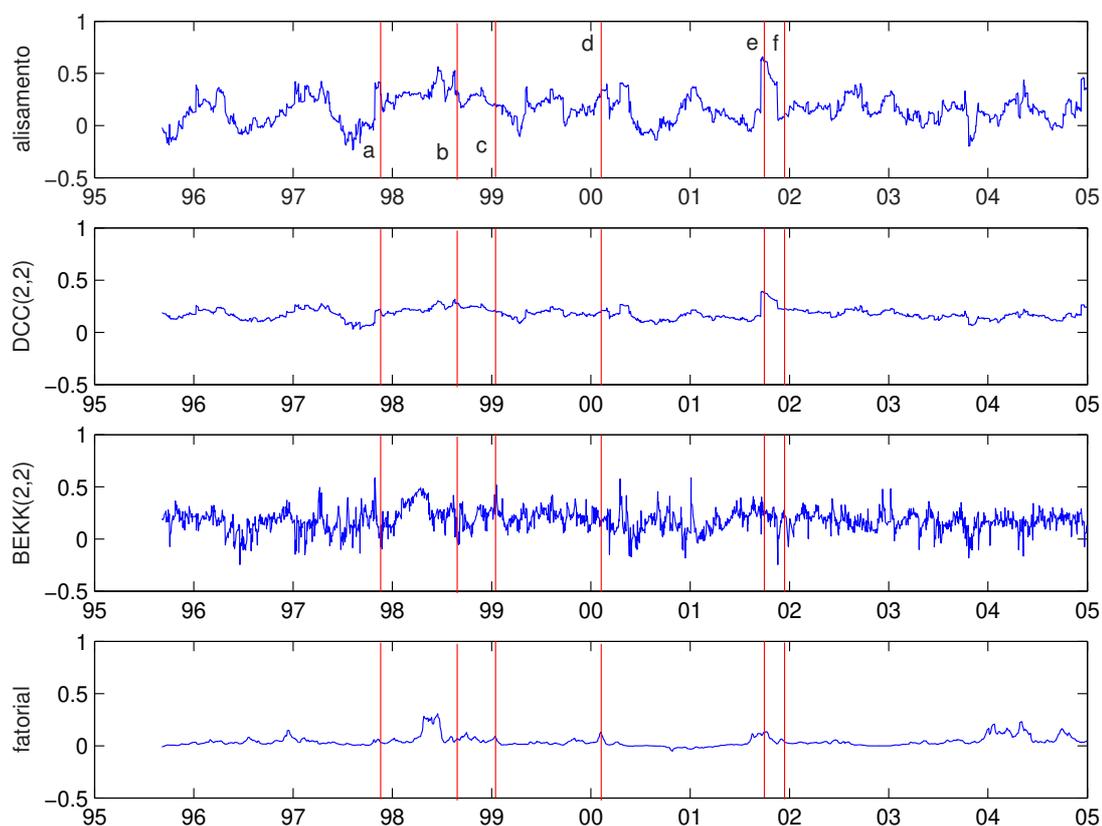


Figura A.10: Estimativas da correlação par KLSE RTSI. As linhas verticais demarcam os períodos de crise, sendo: **a** a crise asiática no segundo semestre de 1997; **b** a crise da Rússia em agosto de 1998; **c** a crise do Brasil em 1999; **d** a queda da Nasdaq em abril de 2000; **e** ataques terroristas de 11 de setembro de 2001; e **f** a crise argentina no final de 2001