

PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO DE UMA
INSTALAÇÃO DE GALVANIZAR VIA
PROGRAMAÇÃO LINEAR

CÁSSIO ROBERTO PENTEADO



UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO DE UMA
INSTALAÇÃO DE GALVANIZAR VIA
PROGRAMAÇÃO LINEAR

CÁSSIO ROBERTO PENTEADO

Orientador

Miguel Taubé Netto

Dissertação apresentada ao Instituto
de Matemática, Estatística e Ciência
da Computação como requisito parcial
para obtenção do título de Mestre em
Matemática Aplicada.

SETEMBRO - 1982.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos aqueles que direta ou indireta - mente contribuíram no desenvolvimento deste trabalho.

Em especial:

A Miguel Taube Netto pela orientação e pelo importante papel que teve na minha formação.

A Luiz Bigonha Gazolla pela proposição do tema e pela contribuição na análise do problema.

A Cleber Antônio de Oliveira, gerente da Divisão Trefilaria da Companhia Siderúrgica Belgo-Mineira, onde este trabalho foi desenvolvido.

A Carlos Augusto de Oliveira, José Mário Martinéz Pérez e Mário Miyake, que também contribuíram na minha formação.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico-CNPq, pela bolsa de estudos.

À Alba Heloisa Lopes pelo serviço de datilografia.

Aos meus pais

SUMÁRIO

	página
I - DESCRIÇÃO DAS INSTALAÇÕES E DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO	2
I.1 - Instalações de galvanização	5
I.2 - Definição do problema de programação da produção	5
I.3 - Objetivos práticos e as situações original e presente	6
II - MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR	9
II.1 - Discussão dos dados e variáveis usadas	9
II.2 - Formulação de programação linear	11
II.3 - Sequenciamento da produção	14
III - DISCUSSÕES TEÓRICAS	17
III.1 - Demonstração da validade de restringir as velocidades de operação aos valores V_j	17
III.2 - Questões relacionadas à limitação da capacidade de produção da instalação	24
III.3 - Análise do problema considerando-se dois bobinadores	27
IV - PROBLEMAS E RESULTADOS PRÁTICOS	32
IV.1 - Exemplo do modelo de programação linear	32
IV.2 - Problemas práticos	37
IV.3 - Resultados práticos	38
BIBLIOGRAFIA	41
APÊNDICE	43

RESUMO

Inicialmente descreve-se uma instalação de galvanizar fios de aço a quente.

O modelo de Programação Linear é usado para fazer a programação da produção dessa instalação, ou seja, para saber quanto e em quais velocidades os diversos tipos de fios serão processados. O objetivo é minimizar o tempo total de operação.

Por razões metalúrgicas, cada tipo de fio deverá ser processado entre suas velocidades mínima e máxima, as quais são conhecidas. As quantidades encomendadas são dadas.

Um bobinador traciona até vinte fios, com a mesma velocidade, que assume valores contínuos, dentro de certa faixa. O modelo considera um ou dois desses bobinadores.

A taxa de produção da instalação não deve ultrapassar um dado valor, devido a limitada potência térmica dos fornos.

Os problemas e os resultados da aplicação prática do modelo são apresentados.

I - DESCRIÇÃO DAS INSTALAÇÕES E DEFINIÇÃO DO
PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO

I - DESCRIÇÃO DAS INSTALAÇÕES E DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO

Neste capítulo são descritos os componentes de uma instalação de galvanizar fios de aço a quente, bem como suas funções. Em seguida, define-se o problema de programação da produção desta instalação, que é o objetivo deste estudo. Descreve-se a maneira original e a atual de fazer esta programação da produção e as pretensões deste trabalho quanto à sua utilização prática.

I.1 - Instalações de galvanização

Galvanizar um fio de aço consiste em revesti-lo com uma camada de zinco. Consegue-se, assim, proteger o fio contra oxidação. Pode-se classificar as camadas dos fios em: leve ou simples e pesada ou dupla. As características do revestimento são determinadas em função da aplicação do fio. Utilizam-se arames zincados para fabricar telas, arames farpados e ovais, raios de motocicletas e bicicletas, linhas de transmissão, almas para cabos condutores de alumínio, tirantes, cabos, pára-raios, etc.. Estes fios podem ser usados no estado de zincação, ou retrefilados após esta operação.

As instalações são constituídas por uma série de componentes, como ilustra a figura I.1.

Desenroladeiras são dispositivos que alimentam a instalação com os fios a serem galvanizados. Em geral, para permitir a colocação de rolos de reserva, o número de desenroladeiras é o dobro do número de fios que a instalação comporta. Pouco antes de determinar o processamento de um rolo, emenda-se ou solda-se sua extremidade final à extremidade inicial de seu rolo de reserva, conseguindo-se continuidade de operação.

Os arames são encruados durante a trefilação. Consequentemente, possuem resistência elevada e uma ductilidade reduzida. Dependendo das características desejadas do fio, o tratamento térmico pode ser um alívio de tensões ou uma recristalização da estrutura.

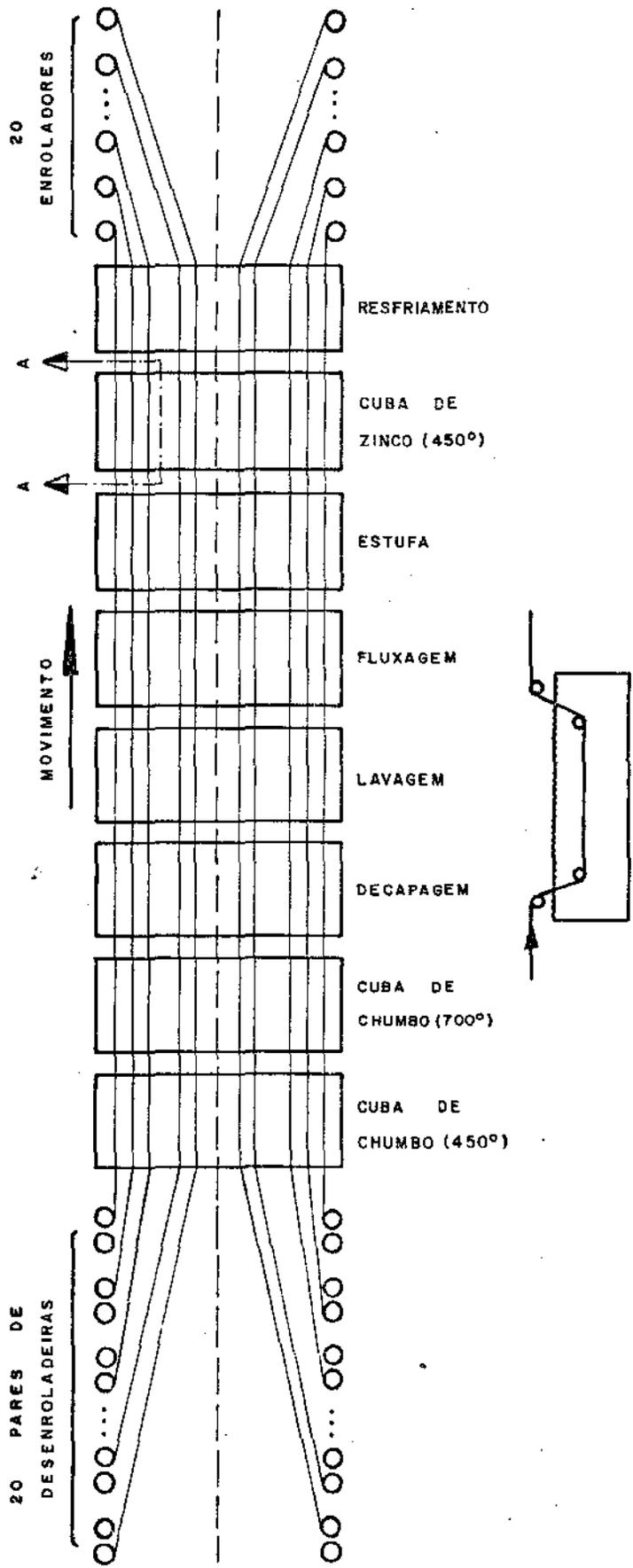


FIGURA 1.1

PLANTA DE UMA GALVANIZAÇÃO

A primeira das panelas de chumbo é utilizada para o alívio de tensões, à temperatura de 450°C ; aproximadamente. A segunda, usada somente pelos fios a serem recozidos, eleva a temperatura desses fios à cerca de 700°C . Nesta temperatura ocorre uma recristalização rápida, não se verificando abaixamento significativo na resistência para tempos superiores a 5 segundos.

Com a elevação da temperatura, além do tratamento térmico, há uma queima dos resíduos de lubrificantes de trefilação. Isso favorece a operação de limpeza da superfície. Na saída dos fios, há uma camada de material granulado, de elevada densidade, que evita o arrastamento de chumbo.

Óxidos, resíduos de lubrificantes de trefilação e quaisquer outras impurezas na superfície do arame, prejudicam a qualidade da galvanização. A limpeza dos arames é feita na decapagem, onde o fio é mergulhado numa solução de ácido clorídrico. O tempo de decapagem pode ser diminuído aumentando-se a concentração do ácido ou aumentando-se a temperatura. Na operação seguinte os fios são lavados com jatos de água.

Mesmo com as operações de decapagem e lavagem, existe o risco de algumas impurezas permanecerem no arame. Também, pode haver uma rápida reoxidação da superfície decapada. Estes inconvenientes são corrigidos com a fluxagem. O "sal de fluxo" é composto por cloreto de zinco e amônia.

A operação seguinte é a secagem. A penetração dos fios ainda úmidos no banho de zinco, resfriaria a região de entrada. Além disso, a rápida ebulição da água contida na superfície do arame, no interior do zinco fundente, provocaria espirramentos deste metal.

Após a secagem os fios são mergulhados no banho de zinco fundido. A reação entre o zinco e o aço se dá de maneira progressiva. Formam-se camadas de ligas de composições variáveis, destacando-se as fases: $\text{Fe}_5\text{Zn}_{21}$, FeZn_7 e FeZn_{13} . Sobre estas fases, forma-se uma camada de zinco. As ligas ferro-zinco são frágeis e, portanto, influenciam muito na aderência do revestimento. A formação destas ligas depende de fatores como: temperatura do banho, tempo de imersão e resfriamen

to após a saída. A espessura total da camada de zinco depende, principalmente, do sistema de retirada dos fios do banho.

Nos revestimentos de camada leve os fios saem do banho com certa inclinação. O excesso de zinco é removido por barbantes de amianto que são enrolados em torno dos fios e ficam retidos próximos à saída do banho. Nos revestimentos de camada pesada, os fios são retirados na vertical e passam através de uma mistura de carvão e óleo. Em seguida, os arames são resfriados em água, evitando-se oxidação do zinco ainda aquecido.

Os fios são tracionados e enrolados por um ou mais bobinadores. A retirada dos rolos é feita sem interromper a continuidade do processo. Os fios são bobinados ainda ligeiramente aquecidos, para que haja evaporação da água de resfriamento. Em seguida são embalados.

I.2 - Definição do problema de programação da produção

O nosso problema consiste em programar a produção de uma determinada instalação de galvanizar com camada simples. As quantidades Q_i , de cada fio i , a serem produzidas no horizonte de planejamento são dadas. O objetivo é minimizar o tempo total de operação da instalação. Nesta fase, deseja-se saber em quais velocidades os fios serão processados. Por enquanto, não nos importamos com a sequência em que esta programação será executada.

Por razões metalúrgicas, para que cada fio i atenda suas especificações, deverá ser processado entre as velocidades V_{min_i} e V_{max_i} , as quais são conhecidas.

Como o tratamento térmico e a zincagem são feitos a quente, os fios de aço absorvem calor. Na saída, a temperatura dos fios é, aproximadamente, a mesma que a dos banhos. Assim, o calor absorvido pelos fios de aço é proporcional ao peso dos fios processados. A taxa de produção da instalação não pode ser demasiado grande, porque a potência térmica dos fornos é limitada. Além disso, potências térmicas muito altas provocam um rápido desgaste das "panelas" de metal fundido e acentuam as diferenças de temperatura no interior do banho.

Assume-se que é suficiente impor que a taxa de produção média da instalação, obtida enquanto se opera numa dada velocidade, seja menor ou igual a um valor L , conhecido. A validade desse pressuposto será discutida no item III.2.

Os fios tracionados por um bobinador possuem a mesma velocidade, que assume valores continuamente distribuídos dentro de certa faixa. Para facilitar a exposição, supõe-se, inicialmente, que o modelo prevê a existência de um único bobinador que processa até 20 fios. No item III.3 amplia-se esse modelo, considerando-se dois bobinadores, que é o caso prático resolvido.

I.3 - Objetivos práticos e as situações original e presente

Originalmente, e nas épocas de baixa demanda, a programação era feita manualmente por um programador experiente, sem uma orientação numérica explícita. Posteriormente, foi desenvolvido um algoritmo, que consiste em uma "regra de decisão". Para casos particulares, mas que na prática ocorrem com frequência, esse algoritmo leva a soluções próximas da ótima. A quantidade de cálculo envolvido é grande, mas pode ser feita com auxílio de uma calculadora. Esse algoritmo é descrito no apêndice.

A necessidade do modelo proposto surgiu na elaboração de um sistema de programação e sequenciamento da produção de toda a empresa. Este sistema, junto com os sistemas de Aceite, Controle da Produção, Expedição, Cobrança e Planjamentos Anual e Plurianual, formam um sistema chamado "Vendas-Produção", que está sendo gradualmente implantado.

A programação da produção da maioria dos setores da empresa pode ser feita com certa facilidade, usando-se modelos de Programação Linear. Alguns equipamentos como fornos de recozimento, instalações de patentear e instalações de galvanização requerem cuidados especiais. Programar a produção destes equipamentos usando-se Programação Linear permite que todos os modelos usados sejam reunidos e resolvidos conjuntamente, trazendo evidente vantagem na aplicação prática.

As outras fases da fabricação dos arames galvanizados, como decapagem, trefilação e retrefilação são executadas por equipamentos que produzem outros produtos, além dos galvanizados. Então, nas épocas de elevada demanda, pode-se utilizar uma maior porcentagem do tempo disponível desses equipamentos para atender a produção de galvanizados. Assim, as instalações de galvanização tornam-se o "gargalo" da produção de galvanizados e sua utilização de maneira ótima assume grande importância.

No capítulo seguinte descreve-se o modelo proposto.

II - MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

II - MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

Neste capítulo apresenta-se o modelo de programação linear, analisando-se inicialmente os dados e variáveis necessárias.

II.1 - Discussão dos dados e variáveis usadas

Todo fio i tem uma velocidade máxima de processamento V_{max_i} . Para alguns fios, que serão produzidos no horizonte de planejamento, essas velocidades máximas podem coincidir.

Seja m o número de velocidades máximas distintas. Cada uma dessas velocidades será chamada de V_j , $j = 1, \dots, m$. Nessa formulação de Programação Linear, a instalação poderá operar somente com as velocidades V_j , $j = 1, \dots, m$.

As posições por onde ocorrem os fios na instalação de galvanização serão chamadas de canais. Portanto, existem 20 canais na instalação.

Para se permitir que as soluções que utilizam menos de 20 canais durante algum tempo sejam factíveis, é necessário criar algumas variáveis fictícias: imagina-se que um fio de massa nula, mas que consome tempo de processamento, é produzido nos canais vazios. Assim, sempre haverá 20 fios em processamento. Esses fios de massa nula serão chamados de fios fantasmas e poderão ser processados em qualquer velocidade. As variáveis associadas ao fio fantasma terão índice zero.

Um fio i pode ser processado em uma ou mais velocidades. Seja A_i o conjunto dos índices das velocidades que podem processar o fio i . Então:

$$j \in A_i \Leftrightarrow V_{min_i} \leq V_j \leq V_{max_i}$$

Seja B_j o conjunto dos índices dos fios que podem ser processados na velocidade V_j . Então:

$$i \in B_j \Leftrightarrow V_{min_i} \leq V_j \leq V_{max_i}$$

Em relação ao fio fantasma, observe que:

$$i = 0 \in B_j \quad e \quad A_0 = \{1, \dots, m\}$$

Seja P_{ij} a taxa de produção de um fio de diâmetro ϕ_i , sendo processado na velocidade V_j . Então:

$$P_{ij} = \frac{\pi \phi_i^2}{4} \rho V_j, \quad (\text{II.1})$$

onde ρ é a densidade do aço.

Pode-se expressar a solução do problema com as quantidades q_{ij} , de cada fio i , a serem processadas em cada velocidade V_j , ou com o tempo T_{ij} e o número de canais n_{ij} , necessários para produzir essas quantidades. Note que:

$$q_{ij} = P_{ij} T_{ij} n_{ij}$$

Entretanto, preferimos definir uma unidade, canal-hora, que facilita a interpretação das soluções. A quantidade de um fio produzida ocupando-se um único canal durante, por exemplo, duas horas, é a mesma que a obtida ocupando-se dois canais durante uma hora. Generalizando, produz-se a mesma quantidade de um fio quando o produto do número de canais usados pelo tempo de processamento for o mesmo. Um canal-hora significa a ocupação de um canal durante uma hora ou de k canais durante um tempo t tal que o produto $k t = 1$. Observe a semelhança com a unidade homem-hora, usada em medidas de trabalho de pessoas.

Por exemplo, quando dizemos que para processar uma dada quantidade de fios precisamos de 100 canais-hora, podemos usar 20 canais durante 5 horas, ou 10 canais durante 10 horas, ou outros valores cujo produto seja 100.

Observe que, no nosso caso, considerando-se o fio fantasma, ocupam-se sempre 20 canais. Então, o tempo de operação será o total de canais-hora dividido por 20.

A seguir, apresentamos o modelo de Programação Linear.

II.2 - Formulação de Programação Linear

No modelo, usam-se as seguintes variáveis:

- C_{ij} - quantidade de canais-hora usada para processar o fio i , na velocidade V_j ;
- C_{oj} - quantidade de canais-hora usada para processar o fio fantasma, na velocidade V_j ;
- A_i - conjunto dos índices das velocidades que podem produzir o fio i ;
- B_j - conjunto dos índices dos fios que podem ser processados na velocidade V_j (incluindo o fio fantasma);
- L - limite máximo (t/h) para a taxa de produção média, obtida enquanto opera-se em uma velocidade V_j ;
- m - número de velocidades nas quais a instalação poderá operar;
- n - número de fios a serem processados;
- P_{ij} - produção horária (t/h) obtida processando-se o fio i em um canal, na velocidade V_j ;
- P_{oj} - produção horária obtida processando-se o fio fantasma em um canal, na velocidade V_j ($P_{oj} = 0$ para $j = 1, \dots, m$);
- Q_i - quantidade (t) encomendada do fio i ;
- V_j - j -ésima velocidade (m/h) na qual a instalação poderá operar.

A formulação de programação linear é:

$$\text{Minimizar } z = \sum_{i=0}^n \sum_{j \in A_i} C_{ij}$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in A_i} P_{ij} C_{ij} = Q_i \quad \text{para } i = 1, \dots, n \quad (\text{II.2})$$

$$\sum_{i \in B_j} \left(\frac{L}{20} - P_{ij} \right) C_{ij} \geq 0 \quad \text{para } j = 1, \dots, m \quad (\text{II.3})$$

$$C_{ij} \geq 0 \quad \text{para } i = 1, \dots, n \text{ e } j = 1, \dots, m \quad (\text{II.4})$$

A função objetivo é a soma das quantidades de canais-hora necessária para produzir cada fio, em cada velocidade. Ou seja, é o total de canais-hora necessário para produzir as quantidades Q_i , $i = 1, \dots, n$. Como consideramos o fio fantasma, os 20 canais sempre estão ocupados. Então o tempo total de operação T é dado por:

$$T = \frac{1}{20} \sum_{i=0}^n \sum_{j \in A_i} C_{ij}.$$

Portanto, a solução que minimiza o total de canais-hora também minimiza o tempo total de operação, pois estes valores diferem apenas pela constante $1/20$.

As restrições (II.2) visam satisfazer as quantidades encomendadas. Quando se opera com um canal, o tempo gasto para processar uma quantidade do fio i , na velocidade V_j , é igual à quantidade de canais-hora necessária. Então:

$$q_{ij} = P_{ij} C_{ij} \quad (\text{II.5})$$

Somando-se as quantidades produzidas em todas as velocidades que podem processar o fio i , deve-se obter sua quantidade encomendada Q_i , ou seja:

$$\sum_{j \in A_i} q_{ij} = Q_i$$

Substituindo-se (II.5) nessa expressão, temos as restrições (II.2).

Nas restrições (II.3) limita-se ao valor L , a taxa de produção média da instalação, obtida no intervalo no qual a instalação opera com a velocidade V_j , ao processar os fios $i \in B_j$. Essa taxa de produção média é a soma das quantidades produzidas nessa velocidade dividida pelo tempo de operação nessa velocidade T_j . Então:

$$\frac{\sum_{i \in B_j} q_{ij}}{T_j} \leq L$$

Substituindo-se q_{ij} , conforme (II.5) e usando-se ca nais-hora para expressar o denominador, temos:

$$\frac{\sum_{i \in B_j} P_{ij} C_{ij}}{\frac{1}{20} \sum_{i \in B_j} C_{ij}} \leq L, \quad \text{ou}$$

$$\sum_{i \in B_j} P_{ij} C_{ij} \leq \frac{L}{20} \sum_{i \in B_j} C_{ij}, \quad \text{ou}$$

$$\frac{L}{20} \sum_{i \in B_j} C_{ij} - \sum_{i \in B_j} P_{ij} C_{ij} \geq 0, \quad \text{ou}$$

$$\sum_{i \in B_j} \left(\frac{L}{20} - P_{ij} \right) C_{ij} \geq 0$$

As restrições (II.4) são necessárias, pois os C_{ij} são não negativos.

A seguir, mostra-se uma maneira de sequenciar a produção, baseando-se na solução do modelo.

II.3 - Sequenciamento da Produção

Para ilustrar como usam-se as soluções do modelo de programação linear, apresenta-se um modo de fazer o sequenciamento da produção.

Nesse sequenciamento, a instalação irá operar com velocidades em ordem crescente. Assim, os primeiros fios a serem processados são os previstos para a menor velocidade. Quando se opera com V_j , processam-se todos os fios previstos para essa velocidade.

Observe que alguns canais poderão ser ocupados por um único tipo de fio durante todo o tempo de operação em uma velocidade V_j .

Para explicar o sequenciamento, usamos as seguintes variáveis:

$T_{.j}$ - tempo de operação com velocidade V_j ;

N_{ij} - número inteiro de canais que serão ocupados com o fio i na velocidade V_j , durante todo o tempo $T_{.j}$;

h_{ij} - quantidade de canais-hora necessária para completar a quantidade C_{ij} ocupada com o fio i , na velocidade V_j , além da quantidade $N_{ij}T_{ij}$.

Como ocupam-se sempre 20 canais, o tempo gasto na velocidade V_j será:

$$T_{.j} = \frac{1}{20} \sum_{i \in B_j} C_{ij}$$

Visando uniformizar a taxa de produção, o sequenciamento é feito de modo que o maior número inteiro N_{ij} , de fios i , seja processado durante todo o tempo $T_{.j}$. A quantidade restante desse fio i necessitará h_{ij} canais-hora para ser processada. Então, N_{ij} e h_{ij} são dados por:

$$N_{ij} = \text{parte inteira de } \frac{C_{ij}}{T_{.j}}$$

$$h_{ij} = C_{ij} - N_{ij} T_{.j}$$

Quando se opera com V_j , ocupam-se N_{ij} canais com os fios i , $i \in B_j$, durante todo o tempo de operação nessa velocidade. As quantidades associadas aos h_{ij} , $i \in B_j$, serão processadas nos canais restantes, em qualquer ordem. No item IV.1 exemplifica-se o sequenciamento da produção.

No capítulo seguinte consideram-se questões teóricas relativas ao modelo proposto.

III - DISCUSSÕES TEÓRICAS

III - DISCUSSÕES TEÓRICAS

Neste capítulo, as vantagens e limitações do modelo proposto são analisadas, principalmente no aspecto teórico. Inicialmente, destaca-se a generalidade do modelo proposto, demonstrando algumas de suas propriedades. Em seguida analisam-se questões relacionadas à limitação da taxa de produção da instalação. No último item, analisa-se o problema onde consideram-se dois bobinadores.

Ao abordar o problema tentando resolvê-lo via Programação Linear, a primeira idéia que surge é discretizar a velocidade de processamento, permitindo que esta assumasomente alguns valores preestabelecidos, por exemplo, valores múltiplos de 5m/min. Neste caso, a formulação diferenciaria da apresentada apenas na definição das velocidades V_j . A pergunta que surge então, é sobre quantas e quais velocidades deveriam ser consideradas, visando minimizar o tempo de operação da instalação?

Para responder essa questão, e mostrar a generalidade do modelo proposto, demonstra-se que o tempo mínimo de operação não é alterado ao se considerar outras velocidades, além das V_j , definidas no modelo de Programação Linear.

III.1 - Demonstração da validade de restringir as velocidades de operação aos valores V_j .

Na demonstração usa-se um teorema que é apresentado a seguir. Neste teorema considera-se uma situação onde se processam diversos fios numa velocidade qualquer V_k , viável. Seja D o conjunto dos índices dos fios processados nessa velocidade excluindo-se o fio fantasma. Assim, mesmo que o fio fantasma esteja sendo processado em V_k , ele não será incluído em D .

Considera-se também uma segunda situação, que se diferencia da anterior, porque os fios pertencentes a D serão processados numa velocidade V_m , definida por:

$$V_m = \text{MÍNIMO} (V_{\max_i} ; i \in D)$$

Como V_m é escolhido entre as velocidades máximas de processamento dos fios de D , temos $V_m \geq V_k$.

Observe que os fios $i \in D$ poderão ser processados em V_m , pois suas velocidades máximas não serão ultrapassadas. As velocidades mínimas também serão obedecidas porque $V_m \geq V_k$ e sendo V_k viável, temos $V_k \geq V_{\min_i}$, $i \in D$.

Observe também que, como V_m será igual à velocidade máxima de processamento de algum fio i , $i \in D$, também será igual a alguma das velocidades previstas no modelo de Programação Linear.

A argumentação básica será no sentido de provar que, aumentando-se a participação do fio fantasma, é viável operar com velocidade V_m , obtendo-se a mesma produção obtida com V_k , durante o mesmo tempo.

No teorema usam-se as seguintes variáveis:

- D - conjunto dos índices dos fios que na primeira situação são processados na velocidade V_k , excluindo-se o fio fantasma;
- V_k - uma velocidade qualquer;
- V_m - MÍNIMO (V_{\max_i} , $i \in D$);
- q_i - quantidade produzida do fio i , na velocidade V_k , na primeira situação;
- P_k - taxa de produção média obtida enquanto a instalação opera com velocidade V_k , na primeira situação, produzindo as quantidades q_i , $i \in D$;
- P_m - taxa de produção média obtida enquanto a instalação opera com velocidade V_m , na segunda situação, produzindo as quantidades q_i , $i \in D$;
- c_{ik} - quantidade de canais-hora necessária para processar a quantidade q_i , $i \in D$, na velocidade V_k ;
- c_{im} - quantidade de canais-hora necessária para processar a quantidade q_i , $i \in D$, na velocidade V_m ;
- $\Delta c_i = c_{ik} - c_{im}$, para $i \in D$;
- c_0 - quantidade de canais-hora gasta com a produção de fio fantasma na primeira solução e que será mantida na segunda;
- ΔC - quantidade de canais-hora, gasta com a produção de fio fantasma, incluída na segunda situação, necessária para igualar as taxas médias de produção das velocidades V_k e V_m .

Teorema

Para qualquer situação factível em que se processam as quantidades $q_i, i \in D$, na velocidade V_k , existe uma segunda situação, que também é factível, onde essas quantidades serão processadas na velocidade V_m . Além disso, nessa mesma situação, a participação do fio fantasma será aumentada em ΔC canais-hora, onde $\Delta C = \sum_{i \in D} \Delta c_i$.

A demonstração desse teorema é dividida em duas partes. Na parte 1, calcula-se ΔC e demonstra-se que é um valor maior ou igual a zero. Na parte 2, demonstra-se que na segunda situação, durante o intervalo no qual a instalação opera com a velocidade V_m , produzindo as quantidades $q_i, i \in D$, a taxa de produção média da instalação será a mesma que na primeira situação. Assim, demonstra-se também que a segunda situação é factível.

Parte 1:

Conforme (II.1), as taxas de produção de um fio $i, i \in D$, nas velocidades V_k e V_m , são:

$$P_{ik} = \frac{\pi \theta_i^2}{4} \rho V_k \quad (\text{III.1})$$

$$P_{im} = \frac{\pi \theta_i^2}{4} \rho V_m \quad (\text{III.2})$$

Cada quantidade $q_i, i \in D$, gasta c_{ik} canais-hora para ser processada na velocidade V_k , ou c_{im} canais-hora para ser processada na velocidade V_m . Então, segundo (II.5), temos:

$$q_i = P_{ik} c_{ik}$$

$$q_i = P_{im} c_{im}$$

Igualando-se essas expressões, temos:

$$P_{ik} c_{ik} = P_{im} c_{im} \quad (\text{III.3})$$

Substituindo-se (III.1) e (III.2) nessa equação, e fazendo-se as simplificações, temos:

$$V_k c_{ik} = V_m c_{im}, \text{ ou}$$

$$c_{im} = \frac{V_k}{V_m} c_{ik}$$

Substituindo-se c_{im} , expresso dessa maneira, na definição de Δc_i , temos:

$$\Delta c_i = c_{ik} - \frac{V_k}{V_m} c_{ik}, \text{ ou}$$

$$\Delta c_i = \left(1 - \frac{V_k}{V_m}\right) c_{ik} \geq 0, \quad (\text{III.4})$$

pois pela definição de V_m , sabemos que: $V_m \geq V_k$

Conclui-se daí que:

$$\Delta C = \sum_{i \in D} \Delta c_i \geq 0$$

Portanto, demonstrou-se que a participação do fio fantasma será aumentada, o que sempre pode ser realizado.

Parte 2:

Da definição de Δc_i , temos:

$$c_{ik} = c_{im} + \Delta c_i$$

Fazendo-se o somatório para todo $i \in D$, temos:

$$\sum_{i \in D} c_{ik} = \sum_{i \in D} c_{im} + \sum_{i \in D} \Delta c_i, \text{ ou}$$

$$\sum_{i \in D} c_{ik} = \sum_{i \in D} c_{im} + \Delta C \quad (\text{III.5})$$

A taxa de produção média P_k obtida no intervalo em que a instalação opera com velocidade V_k , na primeira situação, é o quociente entre o total das quantidades processadas e o tempo total T_k de operação na velocidade V_k . Ou seja:

$$P_k = \frac{\sum_{i \in D} q_i}{T_k} \quad (\text{III.6})$$

Como sempre ocupam-se os 20 canais, T_k é dado por:

$$T_k = \frac{1}{20} (c_0 + \sum_{i \in D} c_{ik})$$

Substituindo-se essa expressão em (III.6), temos:

$$P_k = \frac{\sum_{i \in D} q_i}{\frac{1}{20} (c_0 + \sum_{i \in D} c_{ik})}, \text{ ou}$$

$$\sum_{i \in D} q_i = \frac{1}{20} (c_0 + \sum_{i \in D} c_{ik}) P_k$$

Substituindo-se (III.5) nessa expressão, temos:

$$\sum_{i \in D} q_i = \frac{1}{20} (c_0 + \sum_{i \in D} c_{im} + \Delta C) P_k \quad (\text{III.7})$$

Na segunda solução, as mesmas quantidades q_i serão processadas, usando-se um total de canais-hora igual a soma de c_0 com os c_{im} , $i \in D$, e com ΔC . Como ocupa-se sempre os 20 canais, P_m será dado por:

$$P_m = \frac{\sum_{i \in D} q_i}{\frac{1}{20} (c_0 + \sum_{i \in D} c_{im} + \Delta C)}$$

Substituindo-se (III.7) nessa expressão, temos:

$$P_m = \frac{\frac{1}{20} (c_0 + \sum_{i \in D} c_{im} + \Delta C) P_k}{\frac{1}{20} (c_0 + \sum_{i \in D} c_{im} + \Delta C)}$$

Fazendo-se as simplificações, concluímos que:

$$P_m = P_k$$

Como queríamos demonstrar, as taxas médias de produção, obtidas enquanto opera-se com as velocidades V_k e V_m são iguais. Portanto a segunda situação também é factível.

Conforme demonstrado no teorema, as quantidades q_i , $i \in D$, processadas numa velocidade qualquer V_k , poderiam ser processadas em V_m , que é uma velocidade prevista no modelo de Programação Linear. De modo análogo, em qualquer solução, as quantidades processadas em velocidade não coincidentes com as V_i , podem passar a ser. Então, para qualquer solução factível

de um problema que considera outras velocidades, além das V_j , e em particular para a solução ótima desse problema, existe uma solução do modelo de Programação Linear tão boa quanto ela, ou seja, que gasta o mesmo tempo. Portanto, é válido restringir as velocidades de operação aos valores V_j .

A seguir analisamos os problemas relativos à limitação da capacidade de produção da instalação.

III.2 - Questões relacionadas à limitação da capacidade de produção da instalação.

Até agora, partimos do pressuposto de que é suficiente limitar a taxa de produção média, obtida em cada velocidade V_j , a um dado valor L . Se limitássemos a taxa de produção instantânea em L , esse pressuposto seria obedecido, e ainda teríamos certeza de que a taxa instantânea nunca seria demasiado grande.

Essa opção foi rejeitada porque o modelo matemático se tornaria de difícil resolução. Além disso, o gerenciamento da programação da produção seria dificultado porque as soluções forneceria o conjunto dos fios em processamento a cada instante, podendo variar com frequência ao longo do tempo. Também, o número de trocas de fios poderia se elevar, aumentando muito a carga de trabalho dos operadores.

Deve-se considerar também que a inércia térmica das painéis de metal fundido amortece os efeitos decorrentes de excessiva taxa de produção em períodos curtos, e o valor estabelecido para a capacidade de produção da instalação não pode ser calculado com muita precisão.

Para evidenciar a dificuldade da resolução do modelo matemático do problema geral, apresentamos sua formulação. As seguintes variáveis são usadas:

K = limite máximo (t/h) para a produção instantânea da instalação;

$N_i(t)$ = número inteiro de canais ocupados com o fio i no instante t ;

T = tempo total (h) de operação;

$V(t)$ = velocidade (m/h) de operação no instante t .

A formulação que minimiza o tempo de operação é:

Minimizar $Z = T$

Sujeito a:

$$N_i(t) \geq 0 \text{ e inteiro} \quad \text{para } i = 1, \dots, n \quad (\text{III.8})$$

$$\sum_{i=1}^n N_i(t) \leq 20 \quad \text{para } 0 \leq t \leq T \quad (\text{III.9})$$

$$V_{\min_i} \leq V(t) \leq V_{\max_i} \quad \text{para valores de } t \text{ tais que } N_i(t) > 0 \text{ e para } i = 1, \dots, n \quad (\text{III.10})$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{\pi \phi_i^2}{4} \rho V(t) N_i(t) \leq K \quad \text{para } 0 \leq t \leq T \quad (\text{III.11})$$

$$\int_0^T \frac{\pi \phi_i^2}{4} \rho V(t) N_i(t) dt = Q_i \quad \text{para } i = 1, \dots, n \quad (\text{III.12})$$

$$T \geq 0$$

Nas restrições (III.8), obriga-se que os $N_i(t)$ sejam variáveis inteiras não negativas. As restrições (III.9) obrigam que, a cada instante, a soma do número de canais em operação não ultrapasse o número de canais existentes.

Nas restrições (III.10) obriga-se que a velocidade de processamento de cada fio i , não ultrapasse seus limites máximo e mínimo. Essa imposição só é necessária nos instantes em que o fio i está sendo processado, ou seja, quando $N_i(t) > 0$. Há uma restrição dessa para cada fio i .

As restrições (III.11) obrigam que a produção instantânea não ultrapasse seu limite K . De modo semelhante a (II.1), ocupando-se um canal com o fio i , de diâmetro ϕ_i , na velocidade $V(t)$, temos a produção desse fio no instante t , $P_i(t)$, que vale:

$$P_i(t) = \frac{\pi \phi_i^2}{4} \rho V(t)$$

Quando se ocupam $N_i(t)$ canais com o fio i , a taxa de produção desse fio será:

$$P_i(t) N_i(t) = \frac{\pi \phi_i^2}{4} \rho V(t) N_i(t) \quad (\text{III.14})$$

Fazendo-se o somatório para todo fio i , temos a produção no instante t , que deverá ser menor ou igual ao limite K :

$$\sum_{i=1}^n \frac{\pi \phi_i^2}{4} \rho V(t) N_i(t) \leq K$$

Nas restrições (III.12), obriga-se que as quantidades de cada fio i , produzidas ao longo do tempo de processamento, totalizam Q_i . É a integral ao longo do tempo, da produção instantânea do fio i , dada por (III.14).

Como observado anteriormente, limitar a taxa instantânea de produção leva a uma situação matematicamente mais complexa.

A seguir, analisamos o problema onde se tem dois bobinadores, cada um com capacidade para 20 fios.

III.3 - Análise do problema considerando-se dois bobinadores

Até agora considerou-se um bobinador. Portanto, as velocidades dos fios em processamento, em um dado instante, eram iguais. Isto não ocorre ao se considerar dois bobinadores, que é a situação real analisada.

O artifício usado foi resolver o problema como se existisse apenas um bobinador e a instalação tivesse metade de sua capacidade real. Assim, o tempo previsto para processar as quantidades encomendadas é o dobro do realmente necessário. Para adequar essa solução à realidade, parte da solução é alocada ao outro lado da instalação, de tal modo que os tempos gastos pelos dois lados sejam o mesmo.

Para não haver muitas trocas de velocidades da instalação, ao escolher uma velocidade para ser transferida para o outro lado, transferem-se todas as quantidades alocadas nessa velocidade. Entretanto, para igualar os tempos de operação dos dois lados, permite-se que uma das velocidades seja usada por ambos os lados. Isso pode ser feito escolhendo-se sucessivamente, segundo um critério qualquer, as velocidades que serão transferidas para o outro lado. Quando o tempo necessário pelo segundo lado tornar-se maior que o necessário pelo primeiro, faz-se um ajuste, permitindo-se usar essa última velocidade nos dois lados.

Observe que, com o artifício, limita-se a taxa de produção de cada um dos lados em L em vez de limitar a soma das taxas de produção dos dois lados em $2L$, representando melhor a situação real. Então, o conjunto das soluções possíveis, obtido com esse artifício, está contido no conjunto das soluções possíveis do problema onde limita-se a soma das taxas de produção em $2L$. Por exemplo, uma solução onde a taxa de produção, de um lado é $3L/2$ e do outro $L/2$, é considerada infactível com o artifício e factível, limitando-se a soma das taxas de produção em $2L$. Assim, o tempo mínimo obtido com o artifício é maior ou igual ao tempo mínimo do problema onde limita-se a soma das taxas de produção em $2L$.

A nossa opção pelo modelo proposto justifica-se, pois as soluções encontradas limitando-se a soma das taxas de produção em 2L são pouco flexíveis. Nesse caso, as condições de operação de um lado deve considerar as condições de operação do outro.

Como ilustração, apresentamos um modelo onde limita-se a soma das taxas de produção em 2L. Como os dois lados da instalação são iguais, operar com V_j do lado direito e com V_k do lado esquerdo, é semelhante a operar com V_k do lado direito e com V_j do lado esquerdo. A notação (V_j, V_k) será usada para representar a situação em que se opera com as velocidades V_j e V_k dos lados direito e esquerdo, respectivamente. Quando $m = 4$, por exemplo, deve-se considerar: (V_1, V_1) , (V_1, V_2) , (V_1, V_3) , (V_1, V_4) , (V_2, V_2) , (V_2, V_3) , (V_2, V_4) , (V_3, V_3) , (V_3, V_4) e (V_4, V_4) .

Observe que o índice das velocidades do lado esquerdo é maior ou igual ao índice das velocidades do lado direito e que em cada combinação dessas, diversos fios serão processados, nos dois lados da instalação.

As seguintes variáveis são usadas na formulação:

CD_{ijk} = quantidade de canais-hora gasta para processar o fio i , do lado direito, com V_j , enquanto o outro lado opera com V_k .

CE_{ikj} = quantidade de canais-hora gasta para processar o fio i , do lado esquerdo, com V_k , enquanto o outro lado opera com V_j .

Considerando-se o fio fantasma, tem-se $(n+1)$ fios. Então o número de combinações de velocidades v é dado por:

$$v = \frac{1}{2} (n+1)(m+1)m.$$

A formulação do problema é:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i=0}^n \sum_{j \in A_i} \sum_{k=j}^m CD_{ijk} \quad (\text{III.15})$$

sujeito a:

$$\sum_{i \in B_j} CD_{ijk} - \sum_{i \in B_k} CE_{ikj} = 0 \quad \text{para } j=1, \dots, m \quad (\text{III.16})$$

$$k=j, \dots, m$$

$$\sum_{\substack{j \in A_i \\ k \geq j}} P_{ij} CD_{ijk} + \sum_{\substack{k \in A_i \\ j \leq k}} P_{ik} CE_{ikj} = Q_i \quad \text{para } i=1, \dots, n \quad (\text{III.17})$$

$$\sum_{i \in B_j} \left(\frac{L}{10} - P_{ij} \right) CD_{ijk} - \sum_{i \in B_k} P_{ik} CE_{ikj} \geq 0 \quad \text{para } j=1, \dots, m \quad (\text{III.18})$$

$$k=j, \dots, m$$

$$CD_{ijk} \geq 0 \text{ e } CE_{ikj} \geq 0 \quad \text{para } i=1, \dots, m \quad (\text{III.19})$$

$$j \in A_i$$

$$k=j, \dots, m$$

A função objetivo (III.15) é a soma dos canais-hora necessários do lado direito. Como existem 20 canais desse lado, uma solução que minimiza a função objetivo também minimiza o tempo de operação do lado direito, pois estes valores diferem apenas pela constante 1/20. As restrições (III.16) indiretamente obrigam que os tempos de operação dos lados direito e esquerdo sejam os mesmos e portanto igual ao tempo de operação da instalação. Então, a solução que minimiza a função objetivo também minimiza o tempo de operação da instalação.

Nas restrições (III.16), o primeiro somatório fornece o total dos canais-hora necessários do lado direito, enquanto a instalação irá operar com a combinação de velocidades (V_j, V_k) . O segundo somatório fornece o total de canais-hora ne

cessário do lado esquerdo enquanto a instalação opera com a mesma combinação de velocidades. Para haver coerência, esses somatórios devem ser iguais.

As restrições (III.17) obrigam que a soma das quantidades de cada fio i , produzidas de ambos os lados, seja igual à quantidade encomendada desse fio. Observe que sã são consideradas as variáveis que foram definidas.

As restrições (III.18) são relacionadas à taxa média de produção. No intervalo em que se opera com uma combinação de velocidade (V_j, V_k) , a taxa de produção média não deve ultrapassar $2L$, ou seja, a soma das quantidades produzidas por ambos os lados nessa situação, dividida pelo tempo gasto, deve ser menor ou igual $2L$. Ou seja:

$$\frac{\sum_{i \in B_j} P_{ij}^{CD} CD_{ijk} + \sum_{i \in B_k} P_{ik}^{CE} CE_{ikj}}{\frac{1}{20} \sum_{i \in B_j} CD_{ijk}} \leq 2L$$

A partir dessa expressão, chega-se a (III.18).

As restrições (III.19) são necessárias, pois as variáveis são não negativas.

A seguir, discutem-se os problemas e os resultados práticos do modelo proposto.

IV - PROBLEMAS E RESULTADOS PRÁTICOS

IV - PROBLEMAS E RESULTADOS PRÁTICOS

Neste capítulo, inicialmente apresenta-se um exemplo do modelo de Programação Linear. Em seguida discutem-se os problemas e os resultados práticos obtidos com o modelo proposto.

IV.1 - Exemplo do modelo de Programação Linear

Visando facilitar a compreensão e mostrar o aspecto da matriz de Programação Linear, apresentamos um exemplo simplificado, onde o limite máximo para a taxa de produção média obtida enquanto opera-se com uma velocidade é 1,8 t/h. Os dados dos fios encomendados são:

FIOS	DIÂMETROS (mm)	VEL.MÍNIMA (m/min)	VEL.MÁXIMA (m/min)	QUANT.ENCOM. (t)
1	2	15	30	50
2	3	20	30	200
3	3	20	40	150
4	4	35	40	100

Na figura IV.1, mostra-se um gráfico com os intervalos das velocidades de processamento dos fios.

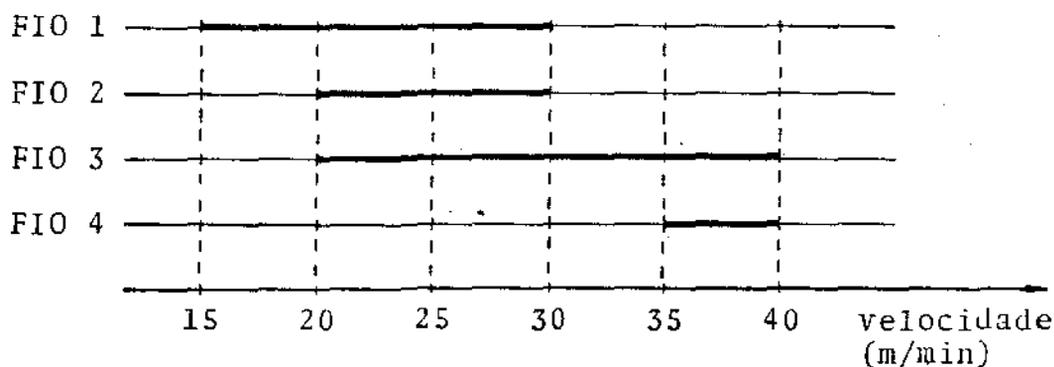


Figura IV.1 - Intervalos das velocidades de processamento dos fios

A velocidade máxima de processamento dos fios 1 e 2 é 30 m/min e dos fios 3 e 4 é 40 m/min. Então, expressando-se em metros por hora, temos:

$$V_1 = 1,8 \times 10^3 \text{ m/h}$$

$$V_2 = 2,4 \times 10^3 \text{ m/h}$$

Considerando-se um lado da instalação, a formulação do problema é:

$$\text{Minimizar } Z = C_{01} + C_{11} + C_{21} + C_{31} + C_{02} + C_{32} + C_{42}$$

sujeito a:

$$0,044 C_{11} = 50$$

$$0,100 C_{21} = 250$$

$$0,100 C_{31} + 0,133 C_{32} = 300 \quad (\text{IV.1})$$

$$0,236 C_{42} = 100$$

$$0,090 C_{01} + 0,046 C_{11} - 0,010 C_{21} - 0,010 C_{31} \geq 0 \quad (\text{IV.2})$$

$$0,090 C_{02} - 0,043 C_{32} - 0,146 C_{42} \geq 0$$

As restrições (IV.1) são equivalentes às restrições (II.2) e visam satisfazer as quantidades encomendadas. As restrições (IV.2) são equivalentes às restrições (II.3) e são relacionadas à limitação da taxa de produção.

A figura IV.2 mostra a matriz de Programação Linear na forma de tableau.

	C_{01}	C_{11}	C_{21}	C_{31}	C_{02}	C_{32}	C_{42}		RHS
Função Objetivo	1	1	1	1	1	1	1		
Restrição 1		0,044						=	50
Restrição 2			0,100					=	250
Restrição 3				0,100		0,133		=	100
Restrição 4							0,236	=	100
Restrição 5	0,090	0,046	-0,010	-0,010				\geq	0
Restrição 6					0,090	-0,043	-0,146	\geq	0

Figura IV.2 - Matriz de Programação Linear na forma de tableau.

A solução ótima do exemplo é:

$$C_{01} = 0 \text{ canais-hora}$$

$$C_{02} = 750 \text{ canais-hora}$$

$$C_{11} = 1.130 \text{ canais-hora}$$

$$C_{32} = 130 \text{ canais-hora}$$

$$C_{21} = 2.510 \text{ canais-hora}$$

$$C_{42} = 420 \text{ canais-hora}$$

$$C_{31} = 2.840 \text{ canais-hora}$$

$$\text{Total} = 6.480 \text{ canais-hora}$$

$$\text{Total} = 1.300 \text{ canais-hora}$$

Os números inteiros N_{ij} de canais que serão ocupados durante o tempo de operação em cada velocidade são:

N_{01}	= 0 canais	N_{02}	= 11 canais
N_{11}	= 3 canais	N_{32}	= 2 canais
N_{21}	= 7 canais	N_{42}	= 6 canais
N_{31}	= 8 canais		
Total	= 18 canais	Total	= 19 canais

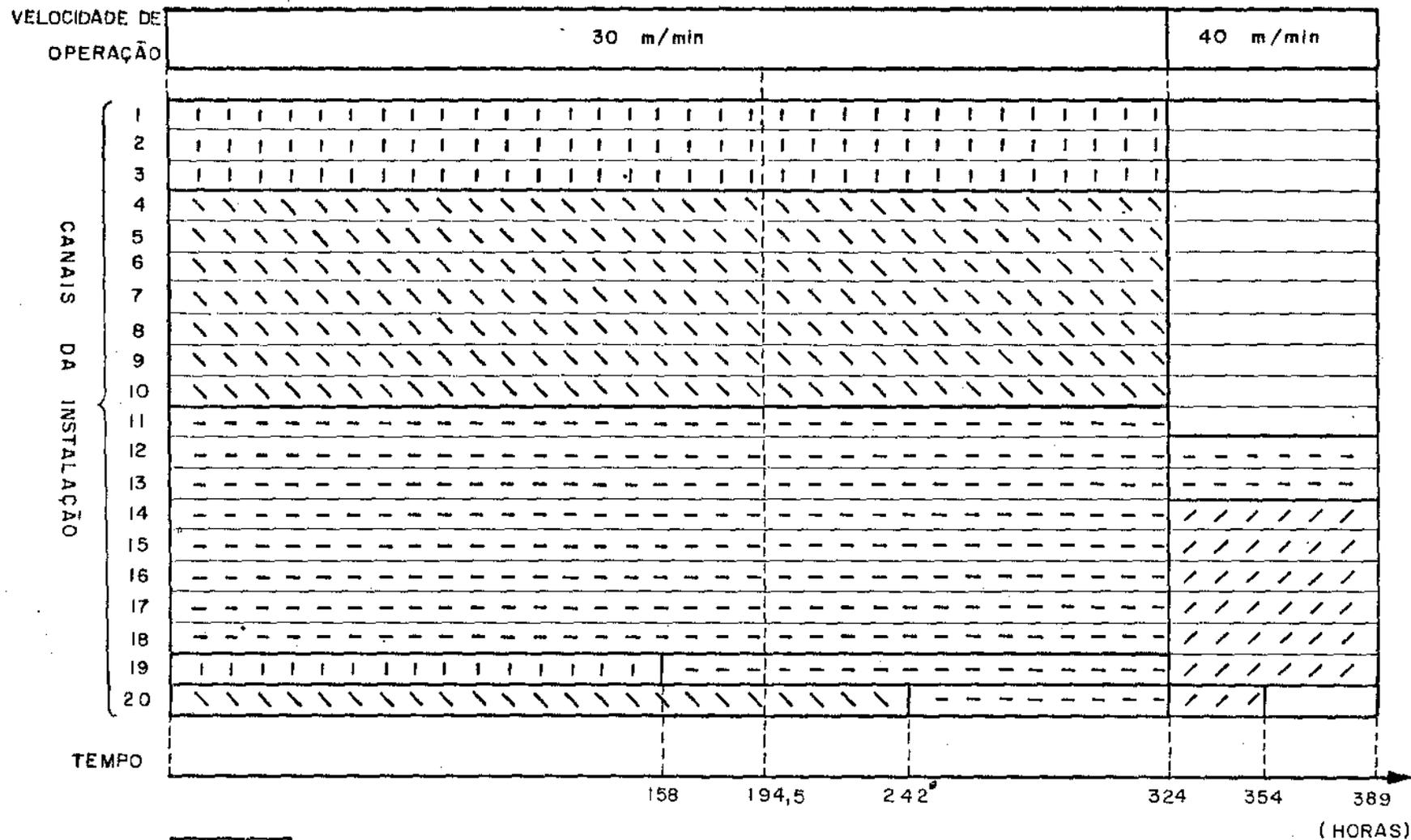
As quantidades h_{ij} de canais-hora não produzida pelos N_{ij} canais são:

h_{01}	= 0 canais-hora	h_{02}	= 35 canais-hora
h_{11}	= 158 canais-hora	h_{32}	= 0 canais-hora
h_{21}	= 242 canais-hora	h_{42}	= 30 canais-hora
h_{31}	= 284 canais-hora		
Total	= 648 canais-hora	Total	= 65 canais-hora

O tempo de operação do lado considerado da instalação com as velocidades V_1 e V_2 é 324 e 65 horas, respectivamente. Esses valores são obtidos dividindo-se os totais de canais-hora necessários em cada velocidade por 20, que é o número de canais existentes. A figura IV.3 mostra esse seqüenciamento da produção.

O seqüenciamento onde se consideram dois bobinadores também pode ser visualizado na figura IV.3. A metade do tempo de operação é 194,5 horas. Assim, o seqüenciamento de um lado será semelhante ao intervalo entre 0 e 194,5 horas e do outro será semelhante ao intervalo entre 194,5 e 389 horas.

Em seguida os problemas práticos são apresentados.



	CANAL OCUPADO COM FIO 1
\ \ \	CANAL OCUPADO COM FIO 2
- - -	CANAL OCUPADO COM FIO 3
/ / /	CANAL OCUPADO COM FIO 4
	CANAL VAZIO (FIO FANTASMA)

FIGURA IV.3

SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO

IV.2 - Problemas práticos

O modelo proposto é determinístico e portanto não considera situações como cancelamentos ou chegadas de encomendas não previstas no decorrer de um período de produção. Estes problemas podem ser contornados refazendo-se a programação da produção, com base nos novos dados. Daí a necessidade de se obter soluções rápidas para o modelo.

Porisso desenvolveu-se um Programa Gerador, em Fortran para preparar a entrada dos dados para o programa produto "Mathematical Program System - Extended (MPS-X) da IBM, utilizado na resolução do modelo de Programação Linear. Os dados de entrada do programa gerador são diâmetros, velocidades máximas e mínimas de processamento e quantidades encomendadas de cada produto.

Na prática não é possível usar exatamente as soluções do modelo de Programação Linear, pois quando se muda a velocidade de operação da instalação, não se interrompe o processamento dos rolos de abastecimento que estão no final. Isto é feito para não se perder o resto desses rolos e porque há uma tolerância para o atendimento das encomendas.

Ao mudar a velocidade da instalação, misturam-se fios previstos para as duas velocidades em questão, pois a troca dos fios é feita emendando-se os fios previstos para a velocidade seguinte na extremidade final dos fios em processamento. Durante esse período de transição, a taxa de produção não é a calculada teoricamente, podendo ocorrer perda de produção.

Essas aproximações são ignoradas no modelo de Programação Linear por serem desprezíveis.

Existem também os problemas práticos que surgem porque o sequenciamento da fase de galvanização está vinculado ao sequenciamento das outras fases dos processos de fabricação dos fios. Às vezes não se inicia a galvanização de um fio porque a fase anterior não pode ser cumprida no prazo previsto. Como o sequenciamento das galvanizações influencia sua produtividade, as fases anteriores e posteriores, realizadas na

Divisão Trefilaria, são sequenciadas em função das galvanizações. Entretanto, o sequenciamento da produção de fio-máquina na Divisão Siderurgia considera outros fatores de maior importância e nem sempre atende o sequenciamento desejado nas galvanizações, mesmo com estoques intermediários. Contorna-se este problema refazendo-se o sequenciamento das galvanizações, com base no mesmo resultado do modelo de Programação Linear, de modo que os fios não disponíveis sejam processados no final do período.

Existem também problemas de datas de entrega anteriores ao fim do mês, que ocorrem quando há atrasos no programa do mês anterior ou em situações especiais. Este problema também é contornado alterando-se apenas o sequenciamento.

No próximo item os resultados práticos são apresentados.

IV.3 - Resultados práticos

Para avaliar o aumento da capacidade de produção conseguido com o modelo de Programação Linear, fizemos uma comparação usando dados de 1980. Neste período as encomendas de produtos galvanizados eram bastante superiores à capacidade de produção da instalação e portanto havia esforço no sentido de maximizar a produção.

Tomaram-se as quantidades efetivamente produzidas de cada produto em cada mês e calculou-se, através do modelo proposto, o tempo de produção teórico mínimo, necessário para produzir essas quantidades. Os resultados foram confrontados com os tempos efetivamente gastos na época. No período de janeiro a maio de 1980 a programação da produção foi feita sem uma orientação numérica especial. Nos meses de junho, julho e agosto de 1980 usou-se o algoritmo. As comparações com o modelo de Programação Linear estão na Tabela IV.1.

	COLUNA A	COLUNA B	$100 \frac{A-B}{A}$
MESES	TEMPO DE PRODUÇÃO GASTO (h)	TEMPO PREVISTO PELO MODELO DE P.L. (h)	GANHO (%)
JAN	620	470	24
FEV	590	490	17
MAR	620	510	18
ABR	420	360	14
MAI	620	530	15
TOTAL	2.870	2.360	18

a) Comparações com a situação sem planejamento matemático

	COLUNA A	COLUNA B	$100 \frac{A-B}{A}$
MESES	TEMPO DE PRODUÇÃO GASTO (h)	TEMPO PREVISTO PELO MODELO DE P.L. (h)	GANHO (%)
JUN	580	570	2
JUL	650	660	-2
AGO	600	600	0
TOTAL	1.830	1.830	0

b) Comparações com o algoritmo existente

TABELA IV.1 - Comparações do modelo de programação linear com situações anteriores.

Os resultados dos meses posteriores a esse período não foram usados porque usou-se algoritmo somente em alguns períodos curtos.

Na análise dos valores da Tabela IV.1 deve-se considerar a dificuldade de avaliar se a velocidade de operação prevista na época foi obedecida, e se a capacidade da instalação estabelecida não foi ultrapassada. Também deve-se considerar que muitas vezes, por solicitação do cliente o diâmetro médio de uma encomenda é mais próximo de um dos limites da faixa de tolerância estabelecida comercialmente e portanto é diferente do diâmetro usado nos nossos cálculos.

Em relação à situação original, quanto maior a variedade de produtos, maior tende a ser o ganho do modelo de Programação Linear. Nos meses analisados, os ganhos variaram entre 14 e 24%, sendo que o ganho médio foi 18%.

Comparando-se os tempos de operação do algoritmo e do modelo de Programação Linear, não se verificam diferenças consideráveis. O valor negativo do ganho obtido no mês de julho de 1980, significa que o limite máximo da taxa de produção não foi obedecido neste período.

Pode-se fazer outras comparações usando-se as taxas de produção efetivamente obtidas nos períodos analisados. De janeiro a março de 1980, a taxa de produção média foi 2,9 t/h e a prevista pelo modelo de Programação Linear foi 3,6 t/h. Em relação ao algoritmo, em maio, junho e julho a taxa de produção média foi 3,6 t/h e coincidiu com a prevista pelo modelo proposto.

Este ano o modelo de Programação Linear vem sendo usado desde março e a taxa de produção média verificada na prática foi aproximadamente a mesma que a teórica e igual ao valor máximo estabelecido.

Para concluir a avaliação dos resultados, informamos que esse modelo continuará sendo usado na prática. Quando o sistema "Vendas Produção" for implantado, esse mesmo modelo será parte de um modelo de Programação Linear que abrange os outros equipamentos da empresa.

BIBLIOGRAFIA

- BAKER, K.R., Introduction to Sequency and Scheduling. New York, John Willey, 1974.
- BAZARAA, M. and JARVIS. J., Linear Programming and Network Flows. New York, John Willey, 1977.
- HILLIER, F.S. and LIEBERMAN, G.J., Operations Research San Francisco, Holden-Day, 1967.
- PEREIRA, M.L.Z.A. e FIUZA, R.P., Zincagem a Quente de Ares de Aço. In: WOLYNEC, S., Zincagem por Imersão a Quente, São Paulo, ABM, 1976, cap. 9.
- WAGNER, H.M., Principles of Operations Research, Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1969.

APÉNDICE

APÊNDICE

DESCRIÇÃO DO ALGORÍTMO USADO PARA FAZER A PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO.

Esse algoritmo foi desenvolvido por L.B. Gazolla. A descrição apresentada é diferente da original, que foi escrita para quem convive com o problema.

O algoritmo visa ser usado diretamente pelo programador da produção, que dispõe de uma calculadora. Com o algoritmo, nem sempre se obtém uma solução ótima. Entretanto, para os produtos e as encomendas mensais normalmente encontradas na prática, uma solução ótima é alcançada. Isto é verificado quando a taxa de produção média obtida enquanto opera-se em cada velocidade é mantida no seu valor máximo.

A velocidade é discretizada em m' valores múltiplos de 5 m/min, que variam entre a menor e a maior velocidade de processamento dos fios encomendados. Estas velocidades serão chamadas de V_j' , $j = 1, \dots, m'$.

A programação da produção é feita por etapas, com as velocidades em ordem crescente. A cada passo, escolhe-se as quantidades definitivas dos fios a serem processados em uma velocidade. Assim, cada velocidade V_j' é analisada somente uma vez, no j -ésimo passo.

A orientação dos passos é no sentido de escolher as quantidades dos fios que serão processadas na velocidade em questão, tais que mantenham a taxa de produção média, obtida enquanto se opera nesta velocidade, igual a um valor R . Além disso, deseja-se que a maior quantidade possível de fios seja deixada para os passos seguintes. Observe que as quantidades transferidas para os passos seguintes serão processadas com velocidades mais altas, e portanto, à taxas de produção maiores.

No algoritmo usam-se as seguintes variáveis:

- E_j - conjunto dos índices dos fios que podem ser processados na velocidade V_j' ;
- F_j - conjunto dos índices dos fios que possuem a velocidade V_j' como sua velocidade máxima;
- Q_{ij}' - quantidade (t) do produto i , $i \in E_j$, não alocada nos passos anteriores ao j -ésimo passo;
- C_{ij}' - quantidade de canais-hora necessária para processar a quantidade Q_{ij}' do fio i , na velocidade V_j' ;
- M_j - taxa de produção média (t/h) que seria obtida processando-se na velocidade V_j' as quantidades Q_{ij}' , $i \in E_j$, ocupando-se os 20 canais;
- N_j - taxa de produção média (t/h) que seria obtida processando-se na velocidade V_j' as quantidades Q_{ij}' , $i \in F_j$, ocupando-se os 20 canais;
- \bar{N} - taxa de produção média (t/h) que seria obtida durante o período de operação da instalação, se todos os fios forem processados nas suas velocidades máximas.
- P_{ij}' - produção horária (t/h) obtida processando-se o fio i em um canal, na velocidade V_j' .
- R - valor (t/h) no qual deseja-se nivelar a taxa de produção média obtida enquanto opera-se em cada velocidade V_j' ;

$$D_{inf_j} = \{ i \in E_j \mid P_{ij}' < R/20 \}$$

$$D_{sup_j} = \{ i \in E_j \mid P_{ij}' > R/20 \}$$

Para saber a quantidade de canais-hora necessária para processar uma certa quantidade de um fio, divide-se essa quantidade pela produção horária de um canal ocupado com esse fio e operando com a velocidade considerada.

Como existem 20 canais, M_j e N_j são dados por:

$$M_j = 5\pi\rho V_j' \frac{\sum_{i \in E_j} Q_{ij}'}{\sum_{i \in E_j} \frac{Q_{ij}'}{\phi_i^2}}$$

$$N_j = 5\pi\rho V_j' \frac{\sum_{i \in F_j} Q_{ij}'}{\sum_{i \in F_j} \frac{Q_{ij}'}{\phi_i^2}}$$

Se não houvesse limitação da taxa de produção, todos os fios poderiam ser processados nas suas velocidades máximas. Então, a taxa de produção média \bar{N} seria:

$$\bar{N} = \frac{5\pi\rho \sum_{i=1}^n Q_i}{\sum_{j=1}^{m'} \sum_{i \in F_j} \frac{Q_i}{\phi_i^2 V_j'}}$$

Em cada passo, deseja-se nivelar a taxa de produção média, obtida enquanto opera-se na velocidade considerada, no valor R , onde:

$$R = \text{MÍNIMO} (\bar{N}, L)$$

Na figura 1 temos o fluxograma do algoritmo.

Em relação à tabela 1, citada no fluxograma, devemos observar que o processo mencionado deve prosseguir até que a taxa de produção média ultrapasse R para valores maiores ou menores, dependendo do caso. Quando isso ocorrer, faz-se um ajuste, sendo que a quantidade de canais-hora C do último fio incluído, deixada para os próximos passos, é dada

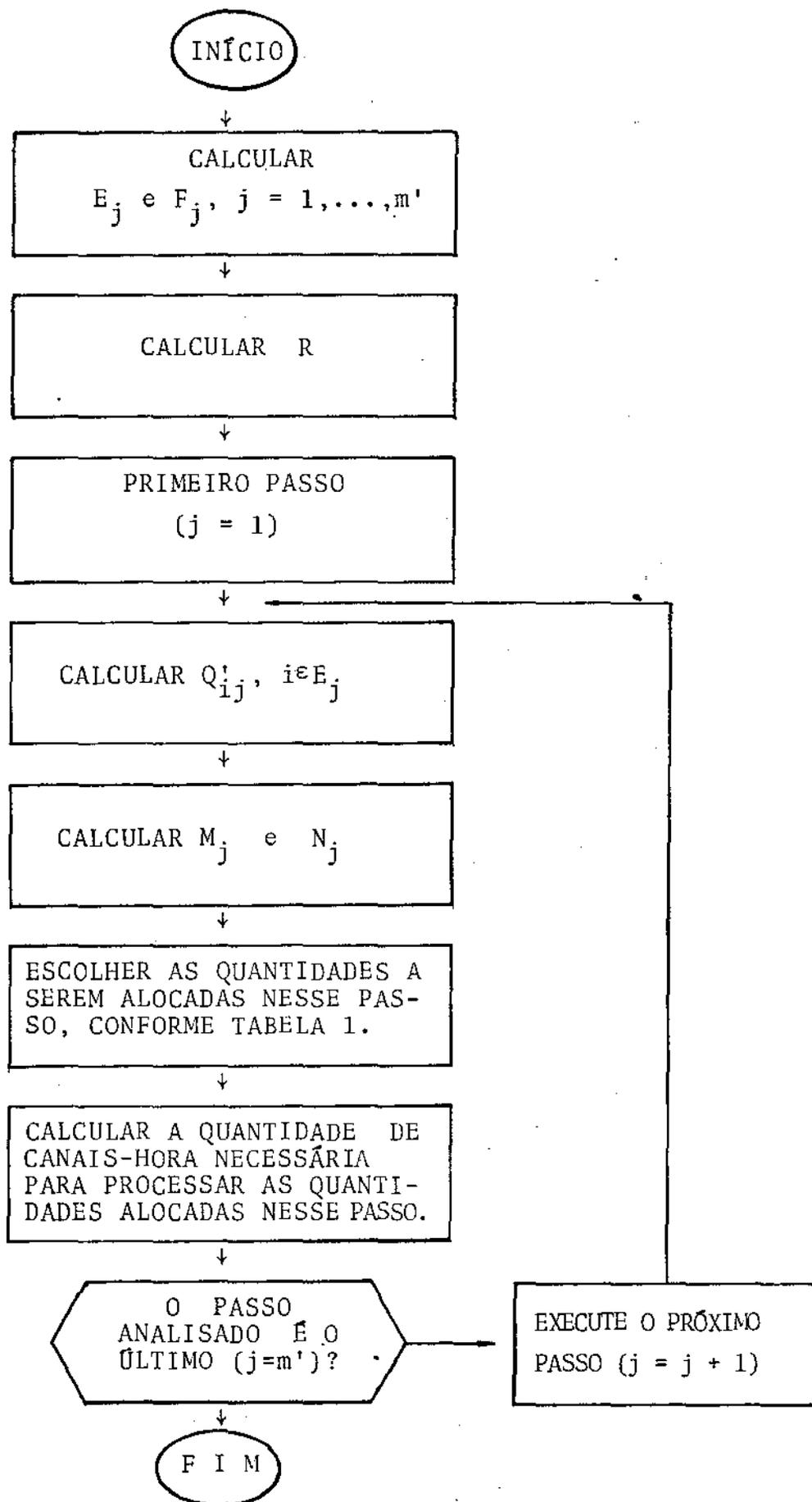


Figura 1 - FLUXOGRAMA DO ALGORÍTMO

1a.CONDIÇÃO	2a.CONDIÇÃO	DECISÃO
$M_j < R$	$N_j < R$	Alocar as quantidades Q'_{ij} , $i \in F_j$ e acrescentar uma a uma as quantidades Q'_{ij} , $i \in E_j$, tomando-as em ordem crescente de diâmetro.
	$N_j = R$	Alocar as quantidades Q'_{ij} , $i \in F_j$.
	$N_j > R$	Alocar as quantidades Q'_{ij} , $i \in F_j$ e acrescentar uma a uma as quantidades Q'_{ij} , $i \in E_j$, tomando-as em ordem decrescente de diâmetro.
$M_j = R$	N_j qualquer	Alocar as quantidades Q'_{ij} , $i \in E_j$.
$M_j > R$	$N_j < R$	Alocar as quantidades Q'_{ij} , $i \in F_j$ e acrescentar uma a uma as quantidades Q'_{ij} , $i \in E_{sup_j}$, tomando-as em ordem crescente de diâmetro.
	$N_j = R$	Alocar as quantidades Q'_{ij} , $i \in F_j$.
	$N_j > R$	Alocar as quantidades Q'_{ij} , $i \in F_j$ e acrescentar uma a uma as quantidades Q'_{ij} , $i \in E_{inf_j}$, tomando-as em ordem decrescente de diâmetro. Se não for possível ultrapassar R, reduzir a velocidade para V''_j conforme (1).

TABELA 1 - PROCEDIMENTO PARA EXECUÇÃO DE UM PASSO DO ALGORÍTMO.

por:

$$C = \frac{R - M}{R - 20P} \sum_{i \in G} C'_{ij}, \text{ onde:}$$

- C - quantidade de canais-hora do último fio incluído, deixada para os próximos passos;
- G - conjunto dos fios já alocados nessa velocidade, inclusive o último fio alocado;
- M - taxa de produção média obtida processando-se os fios i , $i \in F$, na velocidade V'_j ;
- P - taxa de produção de um canal ocupado com o último fio incluído.

A tabela 1 também refere-se a uma velocidade V''_j , que é dada por:

$$V''_j = V'_j \frac{R}{M} \quad (1)$$