
Universidade Estadual de Campinas

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

Mestrado Profissional em Matemática

**Estudo de Fluxo de Potência com Aplicação
de Métodos Diretos na Resolução de
Sistemas de Equações Lineares**

Dissertação de Mestrado

Emerson Chagas Costa [†]

Prof. Dr. Aurelio Ribeiro Leite de Oliveira

Orientador

Campinas, SP, 2008

Estudo de Fluxo de Potência com Aplicação de Métodos Diretos na Resolução de Sistemas de Equações Lineares

Este exemplar corresponde à redação final da dissertação em matemática devidamente corrigida e defendida por **Emerson Chagas Costa** e aprovada pela comissão julgadora.

Campinas, 07 de fevereiro de 2008.

Prof. Dr. Aurélio Ribeiro Leite de Oliveira
Orientador

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Aurélio Ribeiro Leite de Oliveira
Prof. Dr. Aníbal Tavares de Azevedo
Prof. Dr. Antônio Carlos Moretti

Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, IMECC/UNICAMP, como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre Profissional em Matemática**.

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DO IMECC DA UNICAMP**

Bibliotecária: Miriam Cristina Alves – CRB8a / 5094

Costa, Emerson Chagas

C823e Estudo de fluxo de potência com aplicação de métodos diretos na
resolução de sistemas de equações lineares / Emerson Chagas Costa --
Campinas, [S.P. :s.n.], 2008.

Orientador: Aurélio Ribeiro Leite de Oliveira

Trabalho final (mestrado profissional) - Universidade Estadual de
Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica.

1. Energia elétrica. 2. Modelagem. 3. Equações não-lineares. 4.
Matrizes (Matemática). I. Oliveira, Aurélio Ribeiro Leite de. II.
Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Matemática, Estatística
e Computação Científica. III. Título.

Título em inglês: Study of power flow with application of direct methods in the resolution of
systems of linear

Palavras-chave em inglês (Keywords): 1. Electric energy. 2. Nonlinear equations. 3. Matrices
(Mathematics). 4. Modelling.

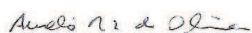
Área de concentração: Sistemas de energia elétrica

Titulação: Mestre Profissional em Matemática Aplicada

Banca examinadora: Prof. Dr. Aurélio Ribeiro Leite de Oliveira (IMECC-UNICAMP)
Prof. Dr. Aníbal Tavares de Azevedo (UNESP)
Prof. Dr. Antonio Carlos Moretti (IMECC-UNICAMP)

Data da defesa: 07/02/2008

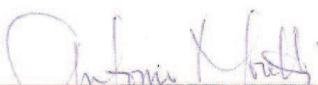
**Dissertação de Mestrado defendida em 07 de fevereiro de 2008 e aprovada
Pela Banca Examinadora composta pelos Profs. Drs.**



Prof. (a). Dr (a). AURELIO RIBEIRO LEITE DE OLIVEIRA



Prof. (a). Dr (a). ANIBAL TAVARES DE AZEVEDO



Prof. (a). Dr (a). ANTONIO CARLOS MORETTI

À minha querida esposa *M^a* do Livramento, às minhas filhas, Liliane, Lidyane, Lauriane, Ligiane e Liviane. Pelo incentivo, dedicação e paciência dos momentos árdus. Aos meus pais, *in memoriam*, pelo exemplo de honestidade e retidão que marcou a minha vida e aos meus irmãos pela força e obstinação de fazer transpor as minhas barreiras da ignorância.

Agradecimentos

Agradeço profundamente ao Criador, por está sempre a guiar e a me manter firme e inspirado em seu caminho.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Aurelio Ribeiro L. de Oliveira, pela dedicação, paciência e apoio nunca negados em todos os momentos de sua orientação.

Agradeço aos meus colegas, companheiros e amigos do Mestrado Profissional em Matemática, cujos bons e maus momentos marcaram de modo simples a nossa existência.

Agradeço particularmente a Profa. Dra. Sueli Irene Rodrigues Costa pelo empenho em propiciar condições físicas e intelectuais para o bom desenvolvimento do curso.

Agradeço a todos do IMECC, em especial, ao Mestrado Profissional em Matemática da UNICAMP, pois foi imprescindível a participação destes, assim tornando esta caminhada mais amena com a ajuda e apoio.

Agradeço a todos, do Departamento de ELETROELETRÔNICA do CEFET-MA, pelo encorajamento e apoio.

Resumo

Diante de um sistema elétrico de potência brasileiro, complexo e gigantesco, o presente trabalho trata do estudo de fluxo de potência, por meio de simulação com os sistemas de 30 e 118 barras da IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers) com os métodos desacoplados e utilizando os métodos diretos de decomposições de matrizes. Compreende-se a estrutura geral do sistema de potência, na qual se destaca o fluxo de carga, a equação de fluxo de carga na barra tipo 2 ($V\theta$) e as inequações do fluxo de carga. Realiza-se, ainda, a modelagem de linhas e transformadores em fase com destaque para a representação da linha de transmissão pelo modelo π , bem como, o modelo de transformador em fase, a representação do transformador em um circuito equivalente do modelo π , e também, transformadores defasadores. Destacou-se o fluxo de potência, observando o transformador em fase e o fluxo de potência complexo visualizando o transformador defasador e a formulação do problema matricial. Exibe-se a resolução de fluxo de carga não-linear, destacando o método de Newton-Raphson, método de Newton desacoplado e desacoplado rápido. Observa-se a resolução de equações lineares por métodos diretos, definições e tipos de matrizes, a esparsidade, fatoração em LU, método de triangulação de Gauss, método de escalonamento de Gauss-Jordan, a decomposição de Cholesky, observando os algoritmos da resolução por substituição progressiva, substituição retroativa. Mostra-se ainda as resoluções por meio do método desacoplado rápido com simulações para o sistema IEEE 30 com aplicação de Gauss, de Gauss-Jordan, de

LU e de Cholesky, fazendo uso de simulações com o sistema IEEE 118¹, também com aplicações de Gauss, de Gauss-Jordan, de LU e de Cholesky.

Palavras-chaves: Modelagem. Fluxo de Potência. Matrizes. Barras. Taps.

¹As simulações para este estudo com os dados da IEEE são semelhantes ao estudo com os dados do sistema brasileiro.

Abstract

Considering a large-scale and complex Brazil electric power system, the present work concerns the study of power flows, through simulations with the 30 and 118 bus system of the IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers) applying the uncoupled methods and the direct methods of matrix decomposition. The general structure of the power system is studied, in which stands out the load flow, the load flow equation in the type 2 ($V\theta$) bus and the load flow inequations. The modelling of transmission lines and phase transformers including a detailed representation of the transmission line for the π model, as well as, the phase transformer model and the representation of the transformer in an equivalent circuit of model π , and finally out of phase transformers. The power flow study, the phase and out of phase transformers and the complex power flow give raise to the matrix problem formulation. The following solution methods for the no-linear load flow are presented: Newton-Raphson method, decoupled method and fast decoupled method. The solution of linear equations is approached by direct methods, definition of matrix classes, sparsity, LU factorization, Gauss method, Gauss-Jordan method, Cholesky factorization, forward and backward triangular linear systems. It is also shown computational results through fast decoupled method with simulations with the IEEE 30 and 118 test systems applying Gauss method, Gauss-Jordan method, LU and Cholesky factorization.

Key-words: Modelling. Power Flow. Matrices. Buses. Taps.

Lista de Siglas

N_B	Número de barras do sistema.
ω_k	Conjunto das barras vizinha à barra k .
V_k	Magnitude da tensão nodal da barra k .
θ_k	Ângulo da tensão nodal da barra k .
θ_{km}	Diferença entre os ângulos das barras k e m .
E_k	Tensão complexa da barra k .
b_k^{sh}	Susceptância shunt conectada à barra k .
z_{km}	Impedância série entre as barras k e m .
r_{km}	Resistência série entre k e m .
x_{km}	Reatância série entre k e m .
b_{km}^{sh}	Susceptância <i>shunt</i> conectado entre as barras k e m em cada lado.
y_{km}	Admitância série entre as barras k e m .
b_{km}	Susceptância série entre as barras k e m .
g_{km}	Condutância série entre as barras k e m .
a_{km}	Tap do transformador conectado entre as barras k e m .
I_k	Injeção de corrente no nó k .
P_{km}	Fluxo de potência ativa no ramo $k - m$.
Q_{km}	Fluxo de potência reativa no ramo $k - m$.
P_k	Potência ativa na barra k .
Q_k	Potência reativa na barra k .
S_k	Potência complexa na barra k .

Sumário

Agradecimentos	vii
Resumo	ix
Lista de Siglas	xiii
Sumário	xv
Introdução	1
1 Estrutura Geral do Sistema de Potência	5
1.1 Fluxo de carga	5
1.2 Equações de fluxo de carga	9
1.3 Inequações do fluxo de carga	10
1.4 Modelagem de linhas e transformadores	12
1.4.1 Representação da linha de transmissão por modelo π	12
1.4.2 Modelo de transformador em fase	13
1.4.3 Representação do transformador em fase em um circuito equi- valente pelo modelo π	14
1.4.4 Transformador defasador	20
1.5 Modelagem do fluxo de potência	23
1.5.1 Fluxo de potência em uma linha	23
1.5.2 Fluxo de potência em um transformador em fase	25

1.5.3	Fluxo de potência em um transformador defasador	26
1.5.4	Modelagem do problema na forma matricial	27
2	Fluxo de Carga Não-Linear	31
2.1	Método de Newton-Raphson	34
2.1.1	O método de Taylor versus Newton	35
2.1.2	Resolução pelo método de Newton	36
2.1.3	Resolução pelo método de Newton com a derivada constante .	37
2.1.4	Aplicação do método de Newton em fluxo de carga	39
2.1.5	Análise do Jacobiano em combinação de barras	42
2.2	Método desacoplado	44
2.3	Método desacoplado rápido	47
3	Resolução de Sistemas de Equações Lineares	51
3.1	Sistema de equações algébricas lineares	52
3.2	Definições e classes de matrizes	53
3.3	Esparsidade	54
3.4	Fatoração LU	55
3.5	Método de triangulação de Gauss	61
3.6	Método de triangulação de Gauss-Jordan	63
3.7	A decomposição de Cholesky	65
4	Experimentos Numéricos	73
4.1	Simulação com 30 barras	73
4.1.1	Simulação com eliminação de Gauss	74
4.1.2	Simulações com aplicação em Gauss-Jordan	77
4.1.3	Simulações com aplicação da fatoração LU	83
4.1.4	Simulações com aplicação da fatoração de Cholesky	85
4.2	Simulação com 118 barras	91
4.2.1	Simulação com aplicação em Gauss	92
4.2.2	Simulação com aplicação em Gauss-Jordan	94

4.2.3	Simulação com aplicação em LU	96
4.2.4	Simulação com aplicação em Cholesky	103
Referências Bibliográficas		109
A Relatório do estado do sistema IEEE 30 com aplicação de Gauss		111
B Relatório do fluxo do sistema IEEE 30 com aplicação de Gauss		113
C Relatório do estado do sistema IEEE 30 com aplicação de Gauss-Jordan		117
D Relatório do fluxo do sistema IEEE 30 com aplicação de Gauss-Jordan		119
E Relatório do estado do sistema IEEE 30 com aplicação de LU		123
F Relatório do fluxo do sistema IEEE 30 com aplicação de LU		125
G Relatório do estado do sistema IEEE 30 com aplicação de Cholesky		129
H Relatório do fluxo do sistema IEEE 30 com aplicação de Cholesky		131
I Relatório do estado do sistema IEEE 118 com aplicação de Gauss		135
J Relatório do fluxo do sistema IEEE 118 com aplicação de Gauss		141
K Relatório do estado do sistema IEEE 118 com aplicação de LU		149
L Relatório do fluxo do sistema IEEE 118 com aplicação de LU		155
M Relatório do estado do sistema IEEE 118 com aplicação de Cholesky		163
N Relatório do fluxo do sistema IEEE 118 com aplicação de Cholesky		169

Introdução

O sistema de potência elétrica brasileiro tem por base uso da corrente alternada, sendo considerado complexo e gigantesco, composto pela transmissão, distribuição e geração de energia. Entendendo, esse sistema vem trabalhando em contextos cada vez mais sobrecarregados. Isto acontece em virtude do grande crescimento do consumo e da carência de investimentos para a ampliação do sistema. Soma-se isso as indefinições e incertezas do modelo adotado para o setor elétrico brasileiro nas últimas décadas.

Observando o crescimento econômico e a importância da universalização do acesso da energia elétrica, entende-se como essenciais os investimentos em transmissão, distribuição e geração de energia elétrica, bem como nas pesquisas e programas de conservação da mesma. Nesse cenário, é necessário o desenvolvimento de mecanismos, tais como: instrumentos computacionais que permitem análises eficazes, que simula o fluxo de potência, fornecendo indicativos para as tomadas de decisões diante dos problemas de balanceamento do sistema elétrico.

Vale lembrar que para esse estudo o instrumento básico de análise em sistemas elétricos de potência é a compreensão matemática do fluxo de potência. Busca-se no sistema de energia elétrica o comportamento das variáveis de estado, procurando a redução dos custos operacionais, bem como a diminuição das perdas de energia. E oferecendo o máximo de qualidade possível para o consumidor.

A informática vem se tornando um importante instrumento na resolução de problemas matemáticos, principalmente para modelagens complexas, como no caso do

cálculo do fluxo de potência, sendo uma importante ferramenta para a tomada de decisão e planejamento. Dessa forma, o cliente tem suas exigências atendidas mais facilmente e com maior confiabilidade nos serviços de fornecimento de energia elétrica, pois se tornou mais efetivo seu controle e planejamento.

Dentro deste contexto, tem-se aumentado o número de medições e simulações que tem por finalidade garantir a mais completa integridade dos sistemas elétricos de potência.

A análise destes sistemas através de medições permite verificar o estado exato da rede elétrica, porém para que as medidas efetuadas sejam confiáveis e necessário a experiência prévia de técnicos e engenheiros, além de equipamentos sofisticados que normalmente possuem um custo elevado. E devido ao tamanho dos sistemas de transmissão, torna-se praticamente inviável a instalação de equipamentos de medição em todos os pontos do mesmo, restringindo assim consideravelmente o seu estudo.

Sabe-se que o fluxo de potência é muito usado no planejamento e na operação dos complexos sistemas de energia. O problema consiste, essencialmente, no cálculo das tensões nas barras e dos fluxos de potência em um sistema de transporte de energia, diante de uma dada carga e uma geração pré-estabelecida. Costumeiramente, projeta-se sob um olhar estático, levando em consideração as equações algébricas do fluxo de potência e as equações de sistemas lineares. Um problema que surge no estudo do fluxo de potência, fazendo uso dos métodos convencionais de solução, ocorre quando o processo é divergente. Dessa forma, não se pode garantir que as condições de operação fornecidas possuem respostas a partir da estimativa dada pelo método desacoplado de Newton, os dados iniciais podem estar fora da direção de atração da solução, ou que método e aplicação falham na convergência, bem como o tempo de execução e número de iterações são infinitas. De forma geral, tal problema é contornado fazendo uso do método desacoplado rápido para o fluxo de potência reativa e ativa, onde a resposta das equações convencionais de fluxo de potência é buscada através dos Jacobianos constantes [9]. Isto é, a modificação do modelo desacoplado de Newton.

Em relação à convergência, fez-se uso do método desacoplado rápido, envolvendo

a resolução de sistemas de equações lineares com a aplicação dos métodos diretos, tais como: Gauss, Gauss-Jordan, decomposição LU e Cholesky.

Objetiva-se comparar os métodos diretos na resolução de sistemas elétricos de potência para modelos de 30 (trinta) barras e 118 (cento e dezoito) barras da IEEE. Também mostra-se qual o melhor método segundo o menor resíduo, ou o menor tempo de convergência. E ainda, compreender o sistema de energia de potência, oferecendo uma modelagem que proporcione uma melhor compreensão do mesmo, bem como contribuir para seu pleno funcionamento.

O primeiro capítulo apresenta-se com comentários sobre a estrutura geral de um sistema de potência, com ênfase na modelagem do fluxo de carga, equações de fluxo de carga na barra, inequações do fluxo de carga, modelagem de linhas e transformadores com representação da linha de transmissão do tipo π e modelo de transformador em fase, bem como a representação do transformador em um circuito equivalente do tipo π e transformador defasador. Também, no mesmo capítulo, investiga-se o fluxo de potência com atenção para os transformadores em fase, e ainda, fluxo de potência complexa, observando também o transformador defasador e formulação matricial do problema.

No segundo capítulo, estuda-se a resolução de fluxo de carga não-linear com destaque para o método de Newton-Raphson, o método de Taylor versus Newton, resolução pelo método de Newton com a derivada constante.

No terceiro capítulo, exibe-se a resolução de equações lineares por métodos diretos, definições e tipos de matrizes, esparsidade, fatoração LU, método de triangulação de Gauss, método de escalonamento de Gauss-Jordan, a decomposição de Cholesky, usando-se para algoritmo da resolução por substituição progressiva e substituição retroativa.

No quarto capítulo, destacam-se resoluções por meio do método desacoplado rápido, realizando simulações para os sistemas da IEEE de 30 e 118 barras e utilizando a triangulação de Gauss, Gauss-Jordan e decomposição em LU e Cholesky. Comparando o tempo e resíduo entre os métodos diretos aplicado no método desacoplado rápido.

Capítulo 1

Estrutura Geral do Sistema de Potência

Preliminarmente, entende-se por sistema de potência elétrica o conjunto de equipamentos interligados por linhas de transmissão, de subtransmissão e de distribuição, havendo elementos de geração, transformação, transporte e consumo, na qual o seu papel é fornecer energia elétrica aos clientes no momento solicitado.

A geração de energia tem o objetivo de converter uma outra forma de energia em energia elétrica.

O transporte é realizado pela transmissão de energia dos centros de geração aos centros de consumo.

A distribuição é encarregada de difundir a energia elétrica recebida dos sistemas de transmissão aos grandes, médios e pequenos consumidores.

1.1 Fluxo de carga

O cálculo de fluxo de potência (ou fluxo de carga) em sistemas de energia elétrica consiste na determinação das condições operacionais do estado da rede de energia

elétrica, ou seja, a modelagem do sistema é feita no estado estático. Isto significa que a rede é representada por um conjunto de equações e inequações algébricas não-lineares.

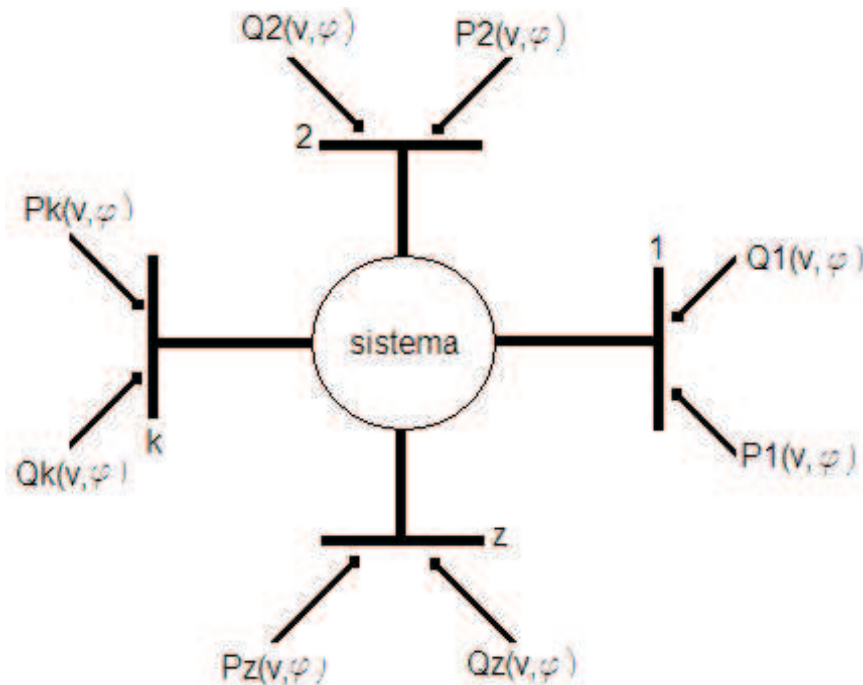


Figura 1.1: Representação Esquemática de um Sistema Elétrico, adaptado das notas de aulas do [10].

A finalidade do fluxo de potência ou de carga é a determinação do balanço energético do sistema em cada barra, diante das condições apresentadas a cada instante, ou a cada simulação.

As utilidades do fluxo de potência são:

O fluxo de potência em redes elétricas serve principalmente para estudar as diversas alternativas de expansão da rede elétrica, pois, com o aumento da demanda de energia elétrica associada ao seu crescimento vegetativo. Ampliações são necessárias ao sistema elétrico, tais como construção de novas linhas de transmissão, usinas, subestações, etc. e devem ter suas obras iniciadas com antecedência suficiente para que as mesmas sejam concluídas em tempo hábil para o atendimento da demanda de energia elétrica. O fluxo de potência também serve como base para os engenheiros de planejamento de operação encontrar a melhor condição de despacho de potência nas usinas geradoras de energia elétrica para cada caso de contingência, como por exemplo, a minimização das perdas do sistema [12].

Os componentes de um sistema de energia elétrica são classificados em dois grupos: os que estão ligados entre uma barra (nó) qualquer e a terra, como é o caso de geradores, transformadores, reatores e capacitores; e os que estão ligados entre duas barras quaisquer da rede, como o caso de linhas de transmissão e transformadores defasadores.

O problema de fluxo básico corresponde às situações na qual determinada demanda de carga que varia na barra para níveis de geração de tensão específica [7].

Entende-se ainda que sobre condições normais o sistema de transmissão de energia elétrica opera em estado permanente de forma a requerer o cálculo básico para determinar as características do fluxo de carga [2].

As equações básicas do sistema elétrico do fluxo de potência são obtidas por imposição da conservação das potências ativa e reativa em cada barra (nó) da rede, isto é, a potência líquida injetada deve ser igual à soma das potências que fluem pelos componentes internos. Isto denomina-se de primeira lei de Kirchhoff.

A primeira lei de Kirchhoff, conhecida também como lei das correntes, pode ser enunciada como: "a soma algébrica das correntes em cada nó é nula. Nessa soma,

correntes que entram no nó tem sinal negativo" [4].

Há ainda, a segunda lei de Kirchhoff, também denominada de lei das tensões, na qual: "a tensão entre os terminais de cada bipolo é a diferença entre a tensão do nó ao qual está ligado o terminal + do bipolo e a tensão do nó ao qual está ligado o terminal -" [4].

Na formulação mais simples do problema a cada barra da rede são associadas quatro variáveis, sendo que duas delas entram no problema na forma de dados e as outras duas como incógnitas:

V_k – magnitude da tensão na barra k ;

θ_k - ângulo da tensão na barra k ;

P_k – potência ativa líquida de geração na barra k ;

Q_k – potência reativa líquida injetada na barra k .

Dependendo das variáveis fixadas, existem três tipos básicos de barras:

1. PQ – tipicamente barra de carga, onde P e Q são especificadas e V_k , θ_k são calculadas.
2. PV – normalmente são geradoras ou pequenas barras com algum controle de tensão onde Q_k , θ_k são calculadas.
3. $V\theta$ – nesta barra é conhecida a tensão complexa e também é chamada de "barra de folga" ou "*slack*" ou "*swing*" para grande geradora e P_k , Q_k são calculadas.

Há outros tipos de barras que não são consideradas na formulação básica do problema, mas são incluídas no processo de resolução, tais como:

- PQV – usada em subestação controladora de fluxo de potência.
- P – usada em subestação controladora automática de gerador síncrono.
- V – usada em subestação de referência de tensão constante.
- $PV\theta$ – usada em subestação geradora de referência.

1.2 Equações de fluxo de carga

As equações básicas de fluxo de carga podem ser enunciada pelas seguintes expressões (1.1) e (1.2).

$$\sum_{i=1}^n P_i(v, \theta) = 0 \quad e \quad \sum_{i=1}^n Q_i(v, \theta) = 0 \quad (1.1)$$

Onde o balanço de carga ativa no i -ésimo nó é determinada pela expressão (1.2), conforme a primeira Lei de Kirchhoff, como mostra o gráfico 1.2.

$$P_i = \sum_{j=1}^n P_{ij} \quad (1.2)$$

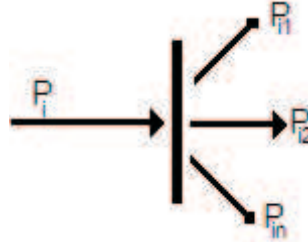


Figura 1.2: Representação da potência ativa injetada em uma barra.

O balanço de carga reativa no i -ésimo nó é determinado pela expressão (1.3), devido a primeira lei de Kirchhoff, também como mostra o gráfico 1.3.

$$Q_i = Q_i^{sh} + \sum_{j=1}^n Q_{ij} \quad (1.3)$$

- P_{ij} - fluxo de potência ativa no ramo $i \rightarrow j$.
- Q_{ij} - fluxo de potência reativa no ramo $i \rightarrow j$.
- Q_i^{sh} - componente da injeção de potência reativa devida ao elemento *shunt* da barra i .

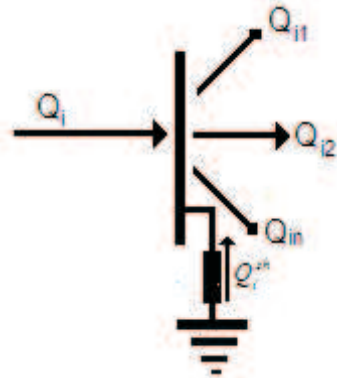


Figura 1.3: Representação da potência reativa injetada em uma barra.

A energia reativa é determinada pela expressão (1.4) devida ao elemento *shunt* da barra i :

$$Q_i^{sh} = b_i^{sh} V_i^2 \quad (1.4)$$

Pois, a susceptância *shunt* ligada à barra i é: b_i^{sh} .

1.3 Inequações do fluxo de carga

O conjunto de inequações, que fazem parte do problema do fluxo de carga, é formado, entre outras, pelas restrições nas magnitudes das tensões das barras PQ , pelas amplitudes dos taps dos transformadores e também pelos limites nas injeções de potência reativa das barras PV :

Barra PQ : $V_i^{min} \leq V_i \leq V_i^{max}$;

Barra PV : $Q_k^{min} \leq Q_k \leq Q_k^{max}$;

Taps do transformador: $a_j^{min} \leq a_j \leq a_j^{max}$.

Convenção de sinais para injeção de corrente em uma barra k (nó k):

- $I_k > 0$, a corrente está entrando no nó k .

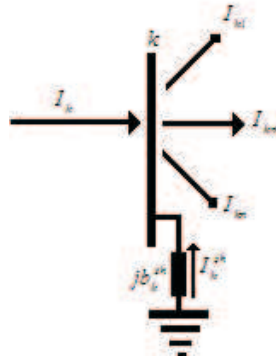


Figura 1.4: Representação de uma barra com injeção de corrente.

- $I_k < 0$, a corrente está saindo do nó k .

Observando o nó k da figura 1.4 têm-se: I_k e I_k^{sh} são positivas e I_{kl} , I_{km} e I_{kn} são negativas.

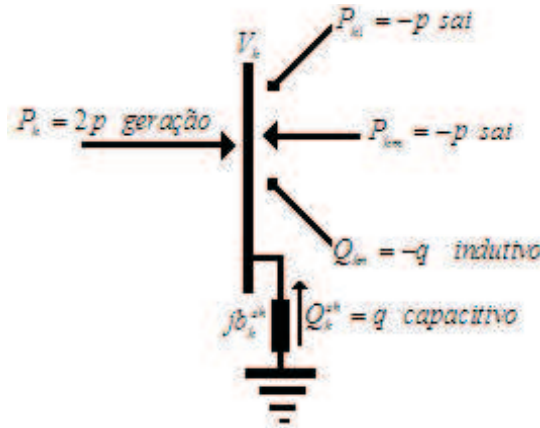


Figura 1.5: Representação de uma barra com injeção de potência ativa e reativa.

Pela convenção as potências ativas positivas são as geradas e as potências ativas negativas são as consumidas conforme a figura 1.5. As potências reativas positivas são oriundas de capacitores e as potências reativas negativas são oriundas de indutores.

1.4 Modelagem de linhas e transformadores

A modelagem é feita em um sistema equilibrado operando em regime senoidal permanente, portanto, a modelagem é por fase em corrente alternada.

Em estudo de fluxo de carga, utiliza-se modelo de rede que se chama de "barra-ramo", onde os nós da rede são as barras e os ramos são as linhas. Em cada barra há um certo número de linhas ligados entre si por uma de suas extremidades.

1.4.1 Representação da linha de transmissão por modelo π

Os parâmetros da linha de transmissão são: resistência série r_{km} , reatância série x_{km} e susceptância *shunt* b_{km}^{sh} .

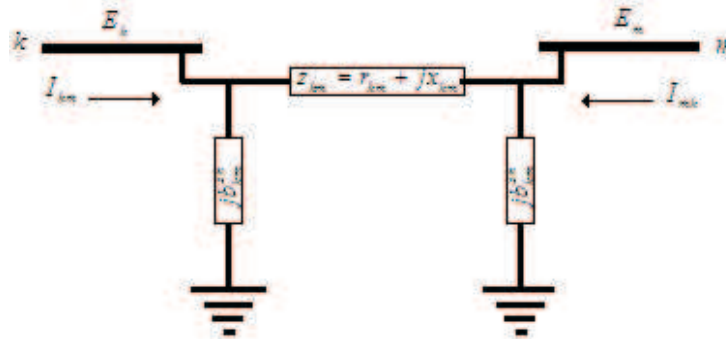


Figura 1.6: Representação de uma linha de transmissão - modelo π .

A impedância série é dada pela expressão (1.5):

$$z_{km} = r_{km} + jx_{km} \quad (1.5)$$

A admitância série é definida pela expressão (1.6):

$$y_{km} = z_{km}^{-1} \quad (1.6)$$

A expressão (1.6) da admitância série, fornece a condutância e a susceptância série ao se comparar os termos correspondentes da expressão (1.7):

$$y_{km} = g_{km} + jb_{km} \quad (1.7)$$

Isto implica que a condutância série é dada pela expressão (1.8):

$$g_{km} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (1.8)$$

E a susceptância série é determinada pela expressão (1.9):

$$b_{km} = -\frac{x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (1.9)$$

No modelo π dado na figura 1.6 que representa uma linha de transmissão, têm-se r_{km} e x_{km} positivos, o que implica g_{km} positivo e b_{km} negativo (indutivo). Já o elemento b_{km}^{sh} é positivo, pois o *shunt* é capacitivo.

1.4.2 Modelo de transformador em fase

A representação geral de um transformador consiste em uma admitância série y_{km} e uma relação de transformação $1 : a$, tal como dado na figura 1.7.

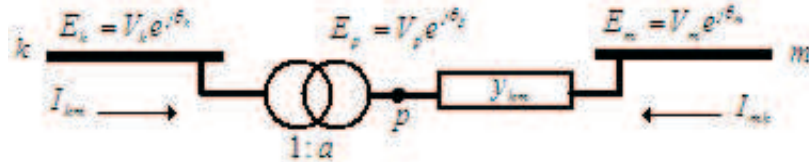


Figura 1.7: Transformador em fase, adaptado de [9].

Que é a própria relação entre as tensões complexas E_p e E_k onde $\theta_p = \theta_k$ tal que, tem-se a expressão (1.10):

$$\frac{E_p}{E_k} = V_p e^{j\theta_p} / V_k e^{j\theta_k} \quad (1.10)$$

Neste modelo, a relação entre as amplitudes das tensões dos nós k e p^1 do transformador ideal é dada pela expressão (1.11):

$$\frac{V_p}{V_k} = a \quad (1.11)$$

Isto é, a expressão (1.12) da relação de transformação de tensão.

$$\frac{E_p}{E_k} = a \quad (1.12)$$

Então, obtém-se a expressão (1.13) da tensão da barra p .

$$E_p = aE_k \quad (1.13)$$

Para o caso em que $\theta_p = \theta_k$ de (1.10). Assim, visualiza-se a figura 1.8 do transformador em fase com a tensão em módulo e o ângulo de fase " θ ".

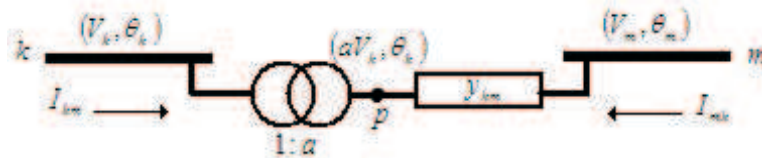


Figura 1.8: Transformador em fase com tensão fasorial, adaptado de [9].

1.4.3 Representação do transformador em fase em um circuito equivalente pelo modelo π

Para representar o transformador na forma de um circuito equivalente pelo modelo π , têm-se que determinar os parâmetros: A, B e C.

Conforme o esquema de uma linha de transmissão, dado na figura 1.6, os valores entre as barras k e m são determinados por analogia com as injeções de corrente de

¹ p é uma barra fictícia

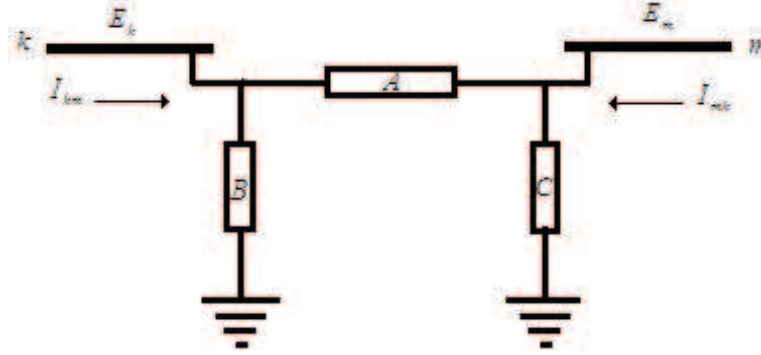


Figura 1.9: Parametrização de um transformador, adaptado do [9]

cada barra da figura 1.9, tal que, partindo da barra k para m , obtém-se a expressão (1.14) da corrente injetada na barra k .

$$I_{km} = BE_k + (E_k - E_m)A \quad (1.14)$$

Reorganizando a expressão (1.14), obtém-se a expressão (1.15):

$$I_{km} = (A + B)E_k - AE_m \quad (1.15)$$

Logo, em seguida determina a expressão (1.16), da corrente partindo da barra m para k .

$$I_{mk} = (E_m - E_k)A + CE_m \quad (1.16)$$

Reorganizando a expressão da equação (1.16), analogamente a expressão da equação (1.14), obtendo a expressão (1.17), da corrente injetada na barra m .

$$I_{mk} = -AE_k + (A + C)E_m \quad (1.17)$$

Portanto, com as expressões das equações (1.16), e (1.17), obtém-se o sistema (1.18) em termos dos parâmetros A , B e C e das tensões complexas.

$$\text{Sistema : } \begin{cases} I_{km} = (A + B)E_k - AE_m \\ I_{mk} = -AE_k + (A + C)E_m \end{cases} \quad (1.18)$$

Sendo o transformador $k - p$, que se tem como modelo ideal, isto é, que as potências complexas S_{km} e S_{mk} na entrada e na saída são iguais em módulo e não há dissipação ativa ou reativa entre os nós k e m . Portanto, a potência de entrada dada pela expressão (1.19):

$$S_{km} = E_k I_{km}^* \quad (1.19)$$

E a expressão (1.20), da potência de saída.

$$S_{mk} = E_p I_{mk}^* \quad (1.20)$$

Onde I_{km}^* e I_{mk}^* são respectivamente os conjugados complexos das correntes I_{km} e I_{mk} . Isto é, somando a equação (1.19), com a equação (1.20), obtém-se a expressão (1.21):

$$S_{km} + S_{mk} = 0 \quad (1.21)$$

A soma da equação (1.19), com a equação (1.20), obtém-se a expressão (1.22):

$$E_k I_{km}^* + E_p I_{mk}^* = 0 \quad (1.22)$$

Substituindo a equação (1.13), na equação (1.22), obtendo a expressão da equação (1.23):

$$E_k I_{km}^* + (aE_k) I_{mk}^* = 0 \quad (1.23)$$

De onde se apresenta a expressão (1.24) da relação de corrente.

$$\frac{I_{mk}}{I_{km}} = -\frac{1}{a} \quad (1.24)$$

Ou isolando a corrente injetada na barra m , tem-se a expressão (1.25):

$$I_{mk} = -\frac{1}{a} I_{km} \quad (1.25)$$

Observa-se que a relação entre as correntes é tal que estão na relação inversa das tensões e defasadas em 180° .

A determinação de A , B e C tomando a injeção de corrente no nó m , conforme a figura 1.7, tem-se a expressão da equação (1.26) da injeção de corrente na barra m .

$$I_{mk} = (E_m - E_p)y_{km} \quad (1.26)$$

Comparando as equações dadas por (1.25), e (1.26), obtendo a expressão (1.27):

$$I_{km} = -a(E_m - E_p)y_{km} \quad (1.27)$$

Agora, substituindo a equação (1.13), na equação (1.27), a expressão da equação (1.28), da corrente na barra k .

$$I_{km} = -a(E_m - aE_k)y_{km} \quad (1.28)$$

Desenvolvendo a equação (1.28), obtém-se outra expressão da corrente.

$$I_{km} = a^2y_{km}E_k - ay_{km}E_m \quad (1.29)$$

Portanto, pela a injeção de corrente no nó k dada pela expressão da equação (1.29), substituindo na expressão da equação (1.25), de injeção de corrente no nó m , tem-se a expressão (1.30):

$$I_{mk} = -\frac{1}{a}(a^2y_{km}E_k - ay_{km}E_m) \quad (1.30)$$

Desenvolvendo a expressão da equação (1.30), tem-se uma nova expressão (1.31).

$$I_{mk} = -ay_{km}E_k + y_{km}E_m \quad (1.31)$$

Portanto, tem-se o sistema (1.32), obtido pelas equações (1.29) e (1.31), em termos das tensões complexas.

$$\text{Sistema : } \begin{cases} I_{km} = a^2 y_{km} E_k - a y_{km} E_m \\ I_{mk} = -a y_{km} E_k + y_{km} E_m \end{cases} \quad (1.32)$$

Comparando os coeficientes das tensões complexas dos sistemas (1.18), e (1.32), encontra-se um novo sistema (1.33):

$$\text{Sistema : } \begin{cases} A + B = a^2 y_{km} \\ -A = -a y_{km} \\ A + C = y_{km} \end{cases} \quad (1.33)$$

Resolvendo o sistema (1.33), têm-se os parâmetros em forma de um novo sistema (1.34):

$$\text{Sistema : } \begin{cases} A = a y_{km} \\ B = a(a - 1) y_{km} \\ C = (1 - a) y_{km} \end{cases} \quad (1.34)$$

Portanto, transforma-se o modelo do transformador para o modelo π .

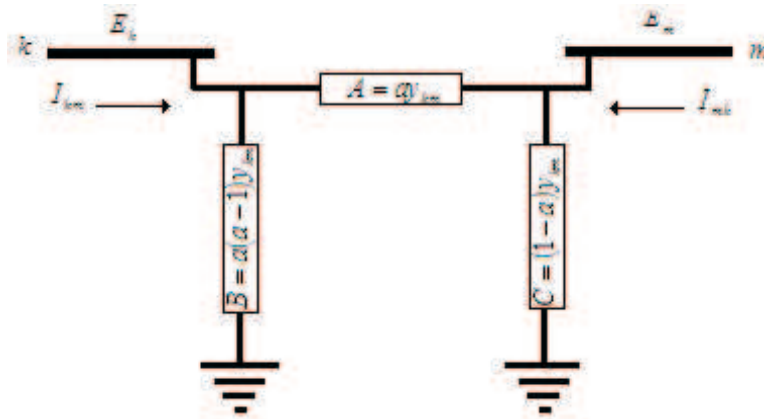


Figura 1.10: Parametrização de um transformador.

Para o tap $a = 1$, isto é, $A = y_{km}$, $B = 0$ e $C = 0$, o modelo representa uma linha de transmissão (LT). Para o tap $a > 1$. Isto implica que $A = a y_{km}$, $B = a(a - 1) y_{km}$ têm o mesmo sinal de y_{km} de onde se tomam as equações (1.7),

(1.8) e (1.9) e reformula a expressão da admitância (1.35) com todos os seus parâmetros.

$$y_{km} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} - j \frac{x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (1.35)$$

Para os grandes transformadores $x_{km} \gg r_{km}$, observa-se admitância na forma reduzida, $y_{km} = 1/jx_{km}$ de onde se substitui y_{km} em $B = a(a-1)y_{km} \propto 1/jx_{km}$. Pois conclui-se que $1/y_{km} = jx_{km}$, tal que B é um indutor. Porém $C = (1-a)y_{km}$ tem sinal contrário de y_{km} tal que $C = (1-a)y_{km} \propto -1/jx_{km}$. Portanto, $1/y_{km} = -jx_{km}$, C é um capacitor.

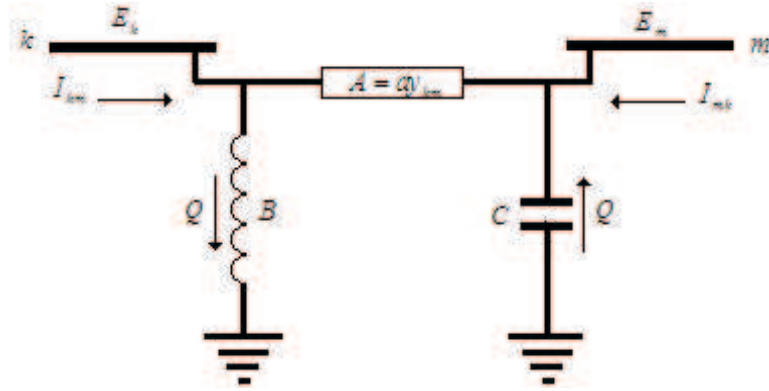


Figura 1.11: Modelo de um transformador com tap maior que 1 ($a > 1$).

Para o tap $0 < a < 1$, $A = ay_{km}$ tem o mesmo sinal de y_{km} e $B = a(a-1)y_{km}$ tem sinal contrário de y_{km} . Aplicando a equação (1.35) com $x_{km} \gg r_{km}$ para grandes transformadores, obtém-se que $y_{km} = 1/jx_{km}$. Em seguida substitui y_{km} em $B = a(a-1)y_{km} \propto -1/x_{km}$. Isto implica que $1/y_{km} = -jx_{km}$. Portanto, B é um capacitor. Conforme $C = (1-a)y_{km}$ tem o mesmo sinal de y_{km} tal que $C = (1-a)y_{km} \propto 1/jx_{km}$. Portanto, $1/y_{km} = jx_{km}$, então C é um indutor.

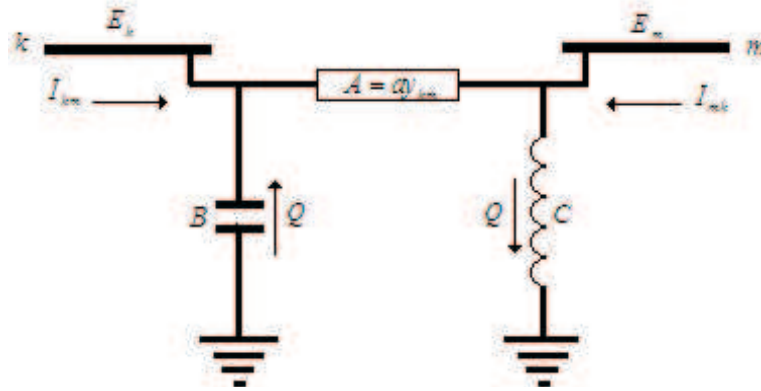


Figura 1.12: Modelo de um transformador com tap entre 0 e 1 ($0 < a < 1$).

1.4.4 Transformador defasador

Este tipo de transformador é utilizado para controlar o fluxo de potência ativa num ramo onde ele está inserido. O fluxo é afetado pelo defasador, portanto introduz uma defasagem entre os nós k e p .

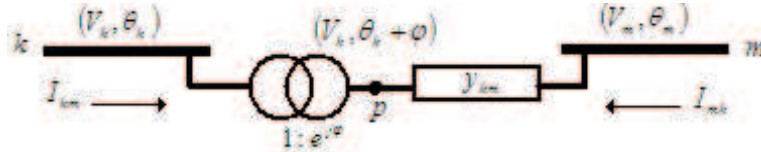


Figura 1.13: Modelo de um transformador defasador, fonte de [9].

Considere-se inicialmente o fluxo de potência ativa com sentido de k para m sem o defasador tendo $\theta_k^0 > \theta_m^0$. Introduzindo no transformador defasador com uma defasagem $\varphi > 0$, implica que $\theta_p^2 = \theta_k + \varphi$.

Para o caso não radial, observa-se um sistema forte ³ (barra finita), então $\theta_k = \theta_k^0$ e $\theta_m = \theta_m^0$ portanto, $\theta_{km} = \theta_{km}^0$, tal que $\theta_{km}^0 = \theta_k^0 - \theta_m^0$. Como θ_{km} é constante e o sistema é forte então somente φ tem efeito direto sobre o fluxo de potência ativa com sentido de k para m . Apesar dos ângulos θ_k e θ_m não afetarem a defasagem

³um sistema forte quando o ângulo de uma barra é constante

que se projeta sobre y_{km} , conforme estas condições citadas por [9]:

- Se $\varphi > 0$, isto implica que o fluxo de potência ativa aumenta (mais circulação de fluxo).
- Se $\varphi < 0$, isto implica que o fluxo de potência ativa diminui (menos circulação de fluxo).
- Se $\varphi = -\theta_{km}$, isto implica que o fluxo é nulo (não há circulação de fluxo).

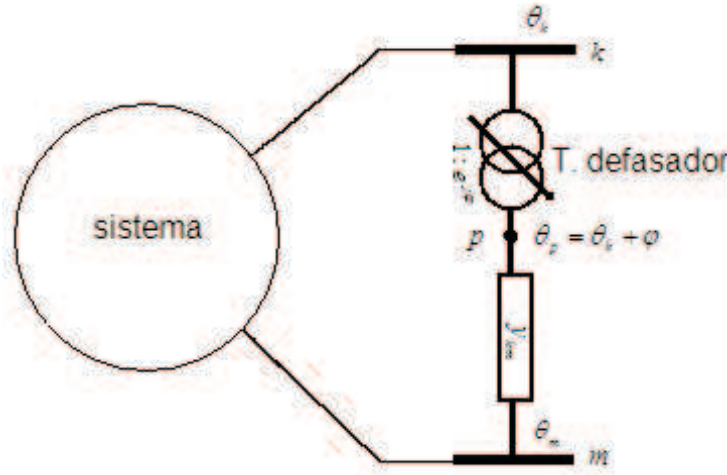


Figura 1.14: Modelo de Sistema com transformador defasador, adaptado das notas de aula de [10].

Sabe-se que a potência ativa dada sobre y_{km} é dada pela expressão (1.36):

$$P_{km} \approx \frac{|V_k||V_m|\text{sen}(\theta_{pm})}{x_{km}} \quad (1.36)$$

Desenvolvendo a expressão da equação (1.36) em termos de θ_{km} , tem-se a expressão (1.37):

$$P_{km} \approx \frac{|V_k||V_m|\text{sen}(\theta_{km} + \varphi)}{x_{km}} \quad (1.37)$$

Para ângulos pequenos ($\theta_{km} + \varphi$), tal que $\text{sen}(\theta_{km} + \varphi) \approx \theta_{km} + \varphi$ e as tensões dadas em *pu* (normalização das grandezas), onde se pode assumir que $V_k \approx V_m \approx 1$. Então o fluxo de potência ativa é dada pela expressão (1.38):

$$P_{km} \approx \frac{\theta_{km} + \varphi}{x_{km}} \quad (1.38)$$

Para o caso radial, observa-se o modelo da da figura 1.15.

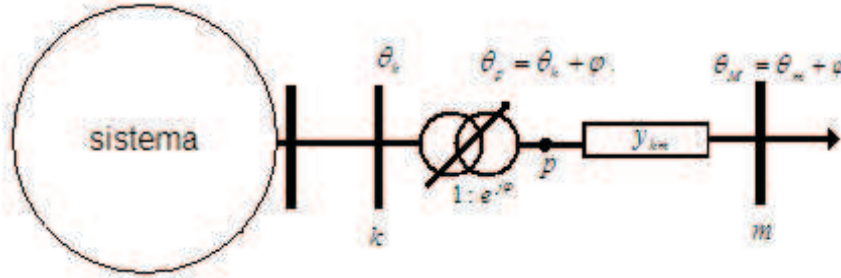


Figura 1.15: Modelo de Sistema com transformador defasador, adaptado das notas de aula de [10].

Neste caso o ângulo do transformador defasador não influencia no fluxo de potência ativa projetada sobre y_{km} de p para m . Seja a expressão (1.39), da potência ativa.

$$P_{km} \approx \frac{|V_k||V_m|\text{sen}(\theta_{pM})}{x_{km}} \quad (1.39)$$

E assumindo as mesmas condições anteriores do modelo da figura 1.14 e observando o ângulo na barra m da figura 1.15. Portanto, tem-se a expressão (1.40):

$$P_{km} \approx \frac{\theta_{pM}}{x_{km}} \quad (1.40)$$

Expressando a fórmula (1.40) em termos de θ_p e θ_M , tem-se a nova expressão (1.41):

$$P_{km} \approx \frac{\theta_p - \theta_M}{x_{km}} \quad (1.41)$$

Sabem-se que $\theta_p = \theta_k + \varphi$ e $\theta_M = \theta_m + \varphi$, em seguida substituem θ_p e θ_M na fórmula (1.41), obtendo a expressão (1.42):

$$P_{km} \approx \frac{\theta_{km}}{x_{km}} \quad (1.42)$$

Então, pela expressão (1.42), de fluxo potência com independência do ângulo do transformador defasador. Logo as aplicações com transformador defasador só tem sentido em sistema não radial, onde a capacidade de controle depende da rigidez do sistema. Adicionalmente, não é possível determinar um circuito equivalente para este transformador.

1.5 Modelagem do fluxo de potência

A modelagem do fluxo de potência consiste na determinação das expressões dos fluxos, de potência ativa e de potência reativa, que foram obtidas a partir dos modelos já apresentados de linha e de transformadores.

1.5.1 Fluxo de potência em uma linha

Observando a figura 1.6, que mostra um esquema básico de uma linha de transmissão no modelo, exposta anteriormente, obtém-se a expressão (1.43) da injeção de corrente na barra k .

$$I_{km} = jb_{km}^{sh} E_k + (E_k - E_m)y_{km} \quad (1.43)$$

E a expressão (1.44) da injeção de corrente na barra m .

$$I_{mk} = jb_{km}^{sh} E_m + (E_m - E_k)y_{km} \quad (1.44)$$

Já para o fluxo de potência complexo, ainda na figura 1.6, têm-se a expressão (1.45) da potência complexa em k .

$$S_{km} = E_k I_{km}^* = P_{km} + jQ_{km} \quad (1.45)$$

E a expressão (1.46) da potência complexa em m .

$$S_{mk} = E_m I_{mk}^* = P_{mk} + jQ_{mk} \quad (1.46)$$

A expressão (1.47) representa o conjugado da potência complexa em k .

$$S_{km}^* = E_k^* I_{km} = P_{km} - jQ_{km} \quad (1.47)$$

No nó k , da figura 1.6 tomando a equação (1.43) da corrente e substituindo na equação (1.45) do conjugado da potência complexa, tem-se a expressão (1.48):

$$P_{km} - jQ_{km} = (jb_{km}^{sh} + y_{km})E_k^* E_k - y_{km}E_k^* E_m \quad (1.48)$$

Tomando as tensões complexas na forma fasorial tais como $E_k = V_k e^{j\theta_k}$ e $E_m = V_m e^{j\theta_m}$, e, substituindo-as na equação (1.48), tem-se a expressão (1.49):

$$P_{km} - jQ_{km} = (jb_{km}^{sh} + y_{km})V_k^2 - y_{km}V_k V_m e^{-j(\theta_k - \theta_m)} \quad (1.49)$$

Em seguida, substituindo a equação (1.7) na equação (1.49) e comparando os termos correspondentes, resultam-se as expressões (1.50) e (1.51):

$$P_{km} = g_{km}V_k^2 - V_k V_m [g_{km} \cos(\theta_{km}) + b_{km} \sin(\theta_{km})] \quad (1.50)$$

$$Q_{km} = -(b_{km}^{sh} + b_{km})V_k^2 - V_k V_m [g_{km} \sin(\theta_{km}) - b_{km} \cos(\theta_{km})] \quad (1.51)$$

Analogamente, para a barra m onde V_k , V_m são os módulos de E_k e E_m , respectivamente, obtendo as equações (1.52) e (1.53):

$$P_{mk} = g_{km}V_m^2 - V_m V_k [g_{km} \cos(\theta_{mk}) + b_{mk} \sin(\theta_{mk})] \quad (1.52)$$

$$Q_{mk} = -(b_{mk}^{sh} + b_{mk})V_m^2 - V_m V_k [g_{km} \sin(\theta_{mk}) - b_{mk} \cos(\theta_{mk})] \quad (1.53)$$

As perdas de potência ativa e reativa são respectivamente obtidas pelas expressões (1.54) e (1.55):

$$P_{km}^{perdas} = P_{mk} + P_{mk} \quad (1.54)$$

$$Q_{km}^{perdas} = Q_{mk} + Q_{mk} \quad (1.55)$$

1.5.2 Fluxo de potência em um transformador em fase

Toma-se a relação à injeção de corrente nas barras k e m da figura 1.10, de onde se obtém as expressões das equações: (1.56) de injeção de corrente na barra k e (1.57) da injeção de corrente na barra m .

$$I_{km} = a(a-1)y_{km}E_k + ay_{mk}(E_k - E_m) \quad (1.56)$$

$$I_{mk} = (1-a)y_{km}E_m + ay_{km}(E_m - E_k) \quad (1.57)$$

Agora substituindo a equação (1.56), da injeção de corrente da barra k na equação (1.47), do conjugado da potência complexa da mesma barra onde se tem a expressão (1.58):

$$P_{km} - jQ_{km} = E_k^*[a(a-1)y_{km}E_k + ay_{mk}(E_k - E_m)] \quad (1.58)$$

Em seguida substituem as tensões complexas na forma fasorial, na equação (1.58), e desenvolvendo a mesma, comparando os termos da igualdade, obtém-se as expressões (1.59) e (1.60):

$$P_{km} = g_{km}(aV_k)^2 - aV_kV_m[g_{km}\cos(\theta_{km}) + b_{km}\sin(\theta_{km})] \quad (1.59)$$

$$Q_{km} = -b_{km}(aV_k)^2 - aV_kV_m[g_{km}\sin(\theta_{km}) - b_{km}\cos(\theta_{km})] \quad (1.60)$$

Fazendo para a barra m os procedimentos análogos à barra k , apresentam-se as expressões (1.61) e (1.62)⁴.

$$P_{mk} = g_{km}V_m^2 - aV_kV_m[g_{km}\cos(\theta_{mk}) + b_{km}\sin(\theta_{mk})] \quad (1.61)$$

$$Q_{mk} = -b_{km}V_m^2 - aV_kV_m[g_{km}\sin(\theta_{mk}) - b_{mk}\cos(\theta_{mk})] \quad (1.62)$$

1.5.3 Fluxo de potência em um transformador defasador

Já se sabe que a relação de transformação da corrente é o inverso da tensão. Conforme a figura 1.16 do transformador defasador, e tomando a equação (1.25), tem-se a expressão (1.63):

$$I_{km} = -e^{-j\varphi_{km}}I_{mk} \quad (1.63)$$

Agora, substituindo a equação (1.26), na equação (1.63), obtém-se a expressão (1.64):

$$I_{km} = -e^{-j\varphi_{km}}y_{mk}(E_m - E_p) \quad (1.64)$$

Portanto, substituindo $E_p = e^{j\varphi_{km}}E_k$ nas equações (1.26), e (1.64), obtém-se as expressões (1.65) e (1.66):

$$I_{km} = -e^{-j\varphi_{km}}y_{mk}(E_m - e^{j\varphi_{km}}E_k) \quad (1.65)$$

$$I_{mk} = y_{mk}(E_m - e^{j\varphi_{km}}E_k) \quad (1.66)$$

Tomando a equação (1.65) da injeção de corrente da figura 1.16 e substituindo na equação (1.47) do conjugado da potência complexa na barra k , tem-se a expressão (1.67):

⁴Não se usou o tap com o índice de linha com o intuito de não poluir as equações de potência

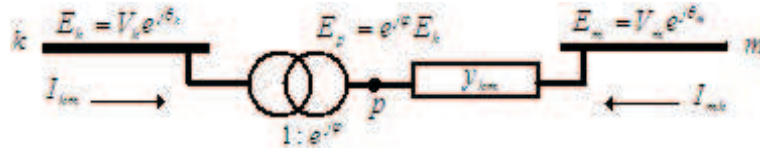


Figura 1.16: Transformador defasador puro, adaptado das notas de aula de [10].

$$P_{km} - jQ_{km} = E_k^* [-e^{-j\varphi_{km}} y_{mk} (E_m - e^{j\varphi_{km}} E_k)] \quad (1.67)$$

Em seguida, substituem-se as tensões complexas na forma fasorial, na equação (1.67), e também a expressão (1.7) da admitância, desenvolvendo a mesma e comparando os termos da igualdade, obtém-se as seguintes expressões (1.68) e (1.69):

$$P_{km} = g_{km} V_k^2 - V_k V_m [g_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) + b_{km} \sin(\theta_{km} + \varphi_{km})] \quad (1.68)$$

$$Q_{km} = -b_{km} V_k^2 - V_k V_m [g_{km} \sin(\theta_{km} + \varphi_{km}) - b_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km})] \quad (1.69)$$

Conclui-se que para o ângulo $\varphi_{km} = 0$, as equações de fluxos do transformador defasador são iguais às equações de fluxo de linha.

1.5.4 Modelagem do problema na forma matricial

A expressão (1.70) da corrente injeção na barra k é obtida aplicando a primeira lei de Kirchhoff, como mostra a figura 1.17.

$$I_k = y_k^{sh} E_k + y_{k1}(E_k - E_1) + y_{k2}(E_k - E_2) + \dots + y_{km}(E_k - E_m) \quad (1.70)$$

Desenvolvendo a equação (1.70), tem-se uma nova expressão (1.71):

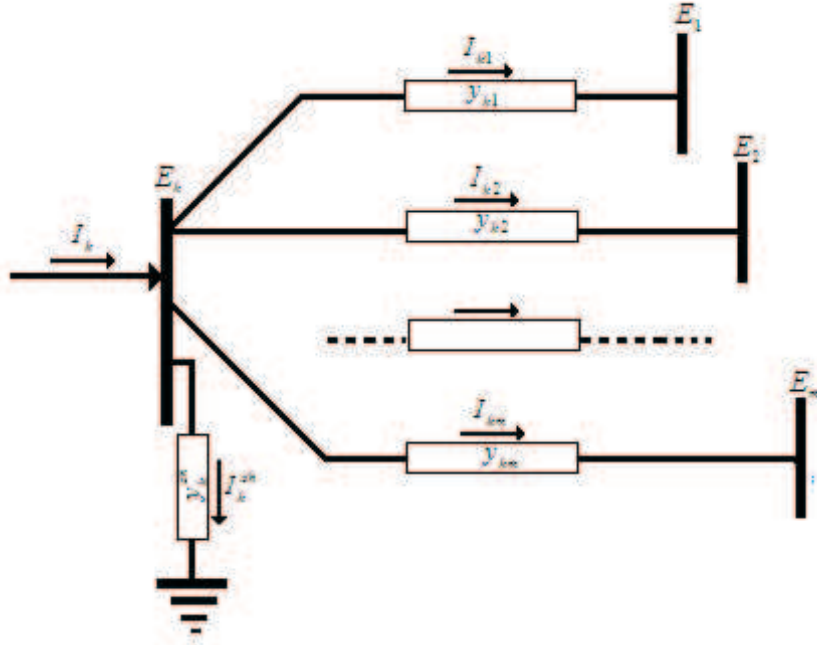


Figura 1.17: Modelo do conjunto de barras vizinhas a k , adaptado das notas de aula de [10].

$$I_k = (y_k^{sh} + y_{k1} + y_{k2} + \dots + y_{km})E_k - y_{k1}E_1 - y_{k2}E_2 - \dots - y_{km}E_m \quad (1.71)$$

De onde se tem $Y_{kk} = y_k^{sh} + y_{k1} + y_{k2} + \dots + y_{km}$.

Ou melhor, a expressão da admitância na barra k é dada por (1.72):

$$Y_{kk} = y_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} y_{km} \quad (1.72)$$

Denota-se Ω_k como o conjunto de barras vizinhas à barra k ; y_k^{sh} é susceptância equivalente ligada diretamente entre a barra k e a terra.

Toma-se as admitâncias primitivas entre barras vizinhas a barra k , tais que, $Y_{k1} = -y_{k1}$, $Y_{k2} = -y_{k2}$, $\dots$, $Y_{km} = -y_{km}$.

Portanto, em geral $Y_{km} = -y_{km}$, corresponde ao elemento primitivo do ramo "k - m" da rede, com sinal trocado, onde se tem a equação (1.73) da injeção de corrente na barra k .

$$I_k = Y_{kk}E_k + \sum_{m \in \Omega_k} Y_{km}E_m = \sum_{m \in K} Y_{km}E_m \quad (1.73)$$

Ainda pode escrever a forma matricial assim: $I = YE$, onde $Y = G + jB$ é a matriz admitância nodal de dimensão $m \times m$ e I é o vetor de injeção de correntes nodais, portanto E é vetor de tensões nodais complexas.

Em sequência, têm-se:

$$Y_{km} = G_{km} + jB_{km}, \text{ ou melhor, } G_{km} = -g_{km} \text{ e } B_{km} = -b_{km}.$$

Tomando a potência complexa na barra k dada pela figura 1.17, tem-se a expressão (1.74):

$$S_k = E_k I_k^* = P_k + jQ_k \quad (1.74)$$

Tomando a equação (1.74) da potência complexa e obtendo conjugado desta potência, tem-se a expressão (1.75):

$$P_k - jQ_k = E_k^* I_k \quad (1.75)$$

Em seguida substituindo a equação (1.73) da injeção de corrente na equação (1.75) do conjugado da potência complexa da barra k , obtendo a expressão (1.76):

$$P_k - jQ_k = E_k^* [Y_{kk}E_k + \sum_{m \in \Omega_k} Y_{km}E_m] \quad (1.76)$$

Tomando as tensões complexas na forma fasorial, tais como, $E_k^* = V_k e^{-j\theta_k}$, $E_k = V_k e^{j\theta_k}$ e $E_m = V_m e^{j\theta_m}$ substituindo as na equação (1.67), e também as expressões $Y_{km} = G_{km} + jB_{km}$ e $Y_{kk} = G_{kk} + jB_{kk}$ das admitâncias, desenvolvendo a mesma e comparando os termos da igualdade, obtém-se as expressões (1.77) e (1.78):

$$P_k = G_{kk}V_k^2 + V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m [G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})] \quad (1.77)$$

$$Q_k = -B_{kk}V_k^2 + V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m [G_{km} \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})] \quad (1.78)$$

Onde G_{kk} , B_{kk} são elementos diagonais e G_{km} , B_{km} elementos fora das diagonais das matrizes G e B , respectivamente:

- Os elementos diagonais da matriz são determinados pela soma de todas as admitâncias ligadas à barra;
- Os elementos fora da diagonal têm sinal trocado com relação aos primitivos da rede.

Dessa forma, compreende-se a modelagem do sistema de potência de energia exposta no corpo desta pesquisa, isto é, vista pelo sistema de equações de potência ativa e reativa, sendo deduzidas pela aplicação das leis de Kirchhoff.

Capítulo 2

Fluxo de Carga Não-Linear

Já se formulou o problema de fluxo de carga descrevendo os principais componentes da rede de transmissão com as barras mais comuns do sistema (PQ , PV e $V\theta$). Neste capítulo, discutem-se os métodos de soluções partindo do método de Newton-Raphson até o método desacoplado rápido.

As equações básicas do fluxo de carga deduzidas na formulação do problema pela aplicação das leis de Kirchhoff, resultam nas expressões das equações (2.1) e (2.2)¹ de potência ativa e reativa.

$$P_k = G_{kk}V_k^2 + V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m [G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})] \quad (2.1)$$

$$Q_k = -B_{kk}V_k^2 + V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m [G_{km} \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})] \quad (2.2)$$

Para modelar um sistema de energia, tem-se que referendar inicialmente a existência de apenas uma barra de folga, isto é, a barra do tipo $V\theta$. E um número N_{PQ} de barras do tipo PQ e outro número N_{PV} de barras do tipo PV de onde se obtém

¹Não se utilizou o ângulo do transformador defasador nas equações de potência por não ser contemplados nos arquivos utilizados.

o número total de barras, tal que $N_B = 1 + N_{PQ} + N_{PV}$. Portanto neste sistema, deseja-se conhecer (V, θ) nas barras PQ e θ nas barras PV .

Nas barras $V\theta$ não existem equações de P e Q . Os parâmetros (V, θ) são conhecidos.

Nas barras PQ existem N_{PQ} equações em P e N_{PQ} equações em Q .

Nas barras PV existem N_{PV} equações em P , pois V já é conhecido.

Divide-se o problema em dois sistemas de equações.

Para o primeiro sistema são dados os valores específicos, tais que: V_k^{esp} e θ_k^{esp} na barra $V\theta$; P_k^{esp} e Q_k^{esp} nas barras PQ ; e, P_k^{esp} e V_k^{esp} nas barras PV .

Nas barras PQ e PV têm $N_{PG} + N_{PV}$ equações do incremento da potência ativa, tais que:

$$\Delta P = \begin{cases} P_1^{esp} & - & P_1(V, \theta) & = & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ P_{N_{PV}+1}^{esp} & - & P_{N_{PV}+1}(V, \theta) & = & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ P_{N_{PV}+PQ}^{esp} & - & P_{N_{PV}+PQ}(V, \theta) & = & 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

Resumindo $N_{PG} + N_{PV}$ equações numa forma compacta, tem-se:

$$\Delta P = P_k^{esp} - G_{kk}V_k^2 - V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m [G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})] = 0 \quad (2.4)$$

E com $k = 1, 2, \dots, N_B - 1$, onde $k \in \mathbb{N}$.

Nas barras PQ têm N_{PG} equações do incremento da potência reativa, tais que:

$$\Delta Q = \begin{cases} Q_1^{esp} & - & Q_1(V, \theta) & = & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Q_{N_{PQ}}^{esp} & - & Q_{N_{PQ}}(V, \theta) & = & 0 \end{cases} \quad (2.5)$$

Novamente resumindo as N_{PG} equações numa forma compacta, tem-se:

²No primeiro sistema determinam-se as variáveis θ e V , e de posse das mesmas determina o segundo sistema calculando P e Q .

$$\Delta Q = Q_k^{esp} + B_{kk}V_k^2 - V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m [G_{km} \text{sen}(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})] = 0 \quad (2.6)$$

E com $k = 1, 2, \dots, N_{PQ}$, onde $k \in \mathbb{N}$.

Portanto, o número de equações do primeiro sistema perfazem $2N_{PG} + N_{PV}$ equações.

Para o Sistema 2 (dois), tem-se resolvido o Sistema 1(um), e conhecendo os valores V_k , θ_k , determinam-se P_k e Q_k em todas as barras. Para barra do tipo $V\theta$, as potências calculadas fazem o balanço do sistema de energia, isto implica em duas equações de avaliações desta barra. Em seguida, fazem-se N_{PV} avaliações de Q_k nas barras PV , isto é, trata-se, de um total $N_{PV} + 2$ equações que formam o sistema (2.7):

$$\text{sistema} = \begin{cases} P_k = G_{kk}V_k^2 + V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m [G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \text{sen}(\theta_{km})] \\ Q_k = -B_{kk}V_k^2 + V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m [G_{km} \text{sen}(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})] \end{cases} \quad (2.7)$$

Se durante o processo iterativo um desses limites for violado, Q_k será fixado no valor extremo correspondente, e a barra PV transforma-se em PQ . Isto significa que a magnitude da tensão da barra PV não pode ser mantida no valor especificado. Nesse caso, faz-se $Q_k^{esp} = Q_k^{limite}$ e a equação correspondente do Sistema 2(dois) passa para o Sistema 1(um). Eventualmente, em uma iteração seguinte, a barra poderá voltar a ser do tipo PV . Portanto, as equações das barras PV é da forma (2.2).

Logo, determinado à avaliação das barras $V\theta$, PV o processo de resolução se concentra no sistema 1(um). Então o vetor de incógnita é:

$$x = \begin{bmatrix} \theta \\ V \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Onde θ é o vetor de dimensão $N_{PQ} + N_{PV}$ que determina os ângulos das tensões das barras PV e PQ . E, V é o vetor de dimensão N_{PQ} das magnitudes das tensões

das barras PQ , então forma o sistema compacto (2.9) com as seguintes equações (2.4) e (2.6) na forma vetorial:

$$\begin{cases} \Delta P = P^{esp} - P(V, \theta) \\ \Delta Q = Q^{esp} - Q(V, \theta) \end{cases} \quad (2.9)$$

Assim, P é o vetor das injeções de potência ativa nas barras PQ e PV . E, Q o das injeções de potências reativas nas barras PQ .

Destacam-se algumas peculiaridades do Problema, na qual as variáveis do vetor dado pela expressão (2.8), que aparecem implícitas e relacionadas numa forma não linear. Isto leva à necessidade de utilização de métodos iterativos que se baseiam em linearização sucessiva de $f(x) = 0$, sendo corrigida a cada iteração em torno de x .

Seja $f(x)$ a função vetorial, não linear, denotada por:

$$f(x) = \begin{cases} \Delta P \\ \Delta Q \end{cases} \quad (2.10)$$

De onde se procura o vetor x^* , tal que: $f(x^*) = 0$.

2.1 Método de Newton-Raphson

O método Newton-Raphson pode ser compreendido pela combinação de duas idéias comuns nas aproximações numéricas, na qual a linearização procura substituir um problema complexo por sua aproximação linear de fácil resolução. Por outro lado, observa-se que um processo iterativo, ou de aproximações sucessivas, implicando na repetição sistemática de um procedimento até que acertado o grau de aproximação esperada [6].

A utilização do método de Newton-Raphson combina estas duas idéias básicas nas aproximações numéricas: linearização (Newton-1669) e iteração (Joseph Raphson - 1690). Já em 1740, Thomas Simpson introduz a derivada e estende o referido

método para sistemas de equações. Ainda, pode-se dizer que a linearização de Newton é a aproximação linear tomada dos dois primeiros termos do desenvolvimento da série de Taylor. Em caso escalar, isto é, substituição da curva $f(x)$ por sua reta tangente [3].

2.1.1 O método de Taylor versus Newton

Observa-se que o método de Taylor é uma extensão do método de Newton. O método de Newton é uma restrição do método de Taylor de dois termos, isto é, uma reta.

Assim, seja a notação vetorial, com $x \in R^n$ tal que $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^t$, e $f: R^n \rightarrow R^n$ tal que $f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)]^t$. Deseja encontrar $x^* \in R^n$ tal que $f(x^*) = 0$. Pela aproximação de Taylor tem-se a linearização de Newton tal que: $f(x^p + \Delta x^p) = f(x^p) + f'(x^p)\Delta x^p + E$, de onde se tem $\Delta x^p = x^* - x^p$ é o incremento, E é o vetor erro da aproximação linear; x^p é o vetor aproximação na p -ésima iteração, $\|E\| \leq c\|x^* - x^p\|^2$, para algum c ; quando $x^p \rightarrow x^*$. Portanto, a matriz jacobiana é $J(x^p) = f'(x^p)$, ou melhor, $J(x^p) = [\frac{\partial}{\partial x_j} f_i(x^p)]$. Tal que:

$$f(x^p + \Delta x^p) \approx f(x^p) + f'(x^p)\Delta x^p = 0 \quad (2.11)$$

Substituindo $f'(x^p) = J(x^p)$ na equação (3.11) e determina-se Δx^p tal que:

$$\Delta x^p \approx -J^{-1}(x^p)f(x^p) \quad (2.12)$$

Como a inversão de matriz é uma operação cara, evita-se trabalhar com a expressão (2.12), que contém a inversa da matriz Jacobiana. Portanto, busca-se resolver o sistema na forma de (2.13):

$$f(x^p) = -J(x^p)\Delta x^p \quad (2.13)$$

Sem inversão, usando a decomposição de matriz. Assim, tem-se uma nova aproximação, tal que: $x^* = x^{p+1} = x^p + \Delta x^p$, onde x^* é a solução aproximada.

2.1.2 Resolução pelo método de Newton

Considera-se inicialmente um sistema vetorial do tipo $f(x) = 0$, onde $f(x)$ e x são vetores tomados como escalares para uma melhor interpretação destes vetores x quando $f(x)$ é nulo como mostra o gráfico 2.1.

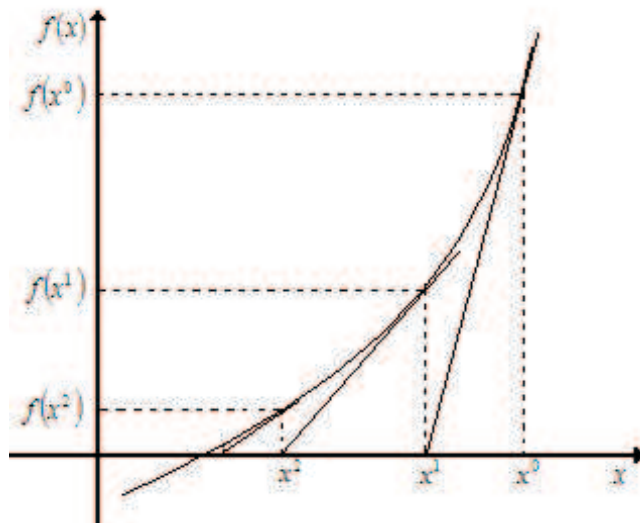


Figura 2.1: Gráfico do método de Newton, adaptado de [9].

Os passos do algoritmo são os seguintes:

1. Tomar um contador de iterações $p = 0$.
2. Escolher uma solução inicial $x = x^p = x^0$.
3. Calcular o valor da função $f(x)$ no ponto $x = x^p$.
4. Comparar o valor calculado $f(x^p)$ com a tolerância especificada ϵ :
Se $|f(x^p)| \leq \epsilon$ então $x = x^p$ será a solução procurada dentro da faixa de tolerância, finalização dos passos do algoritmo. Caso contrário, o algoritmo deverá prosseguir.

5. Linearizar a função $f(x)$ em torno do ponto $(x^p, f(x^p))$ tal que:
 $J(x^p) = f'(x^p)$.
6. Decompor $J(x^p)$.
7. Resolva o problema linearizado, ou seja, encontrar Δx^p tal que:
 $J(x^p)\Delta x^p = -f(x^p)$.
8. Atualização $x^{p+1} = x^p + \Delta x^p$.
9. Volta para 3.

2.1.3 Resolução pelo método de Newton com a derivada constante

Considera inicialmente um sistema vetorial do tipo $f(x) = 0$, onde $f(x)$ e x são vetores tomados como escalares com a mesma argumentação feita anteriormente.

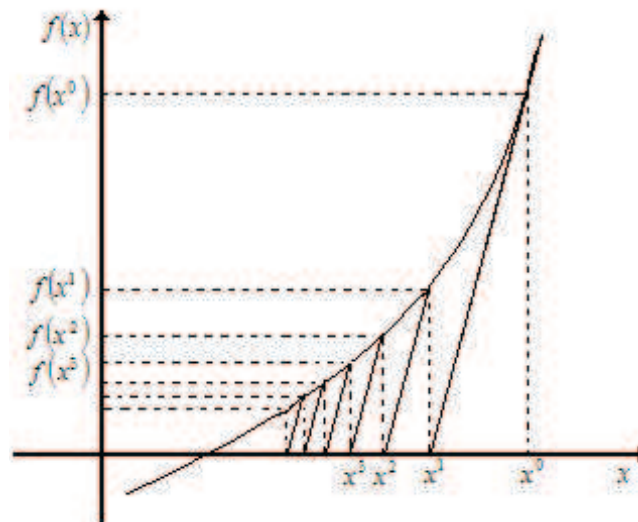


Figura 2.2: Gráfico do método de Newton com derivada constante (Von Mises), adaptado de [9].

Segue abaixo os passos do algoritmo:

1. Tomar um contador de iterações $p = 0$.
2. Escolher uma solução inicial $x = x^p = x^0$.
3. Calcular o valor da função $f(x)$ no ponto $x = x^p$.
4. Comparar o valor calculado $f(x^p)$ com a tolerância especificada ϵ :
Se $|f(x^p)| \leq \epsilon$ então $x = x^p$ será a solução procurada dentro da faixa de tolerância, finalização dos passos do algoritmo. Caso contrário, o algoritmo deverá prosseguir.
5. Linearizar a função $f(x)$ em torno do ponto $(x^p, f(x^p))$ tal que:
 $J(x^p) = f'(x^p)$.
6. Decompor $J(x^p)$ a cada iteração se for por Gauss ou Gauss-Jordan, caso contrário, uma decompor única vez.
7. Resolva o problema linearizado, ou seja, encontrar Δx^p tal que:
 $J(x^p)\Delta x^p = -f(x^p)$.
8. Atualização $x^{p+1} = x^p + \Delta x^p$.
9. Volta para 3.

Nota-se pelo gráfico 2.2, que a introdução da aproximação da matriz Jacobiana altera o processo de convergência, isto é, muda o caminho percorrido entre o ponto inicial e a solução, mas não altera a solução final, pois o problema resolvido permanece o mesmo, $f(x) = 0$.

2.1.4 Aplicação do método de Newton em fluxo de carga

Sejam os vetores:

$$f(x^p) = \begin{bmatrix} \Delta P^p \\ \Delta Q^p \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$\Delta x^p = \begin{bmatrix} \Delta \theta^p \\ \Delta V^p \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$J(x^p) = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \theta}(\Delta P) & \frac{\partial}{\partial V}(\Delta P) \\ \frac{\partial}{\partial \theta}(\Delta Q) & \frac{\partial}{\partial V}(\Delta Q) \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Os vetores $\Delta \theta$ e ΔP têm a dimensão de $N_{PV} + N_{PQ}$, enquanto os vetores ΔV e ΔQ têm dimensão de N_{PQ} . Dessa forma, a matriz Jacobiana é uma matriz quadrada de ordem ou dimensão $N_{PV} + N_{PQ}$. Portanto, obtendo as derivadas parciais da matriz Jacobiana (2.16), têm-se:

$$J(x^p) = - \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \theta} P(V, \theta) & \frac{\partial}{\partial V} P(V, \theta) \\ \frac{\partial}{\partial \theta} Q(V, \theta) & \frac{\partial}{\partial V} Q(V, \theta) \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Em seguida, substitui-se na equação (2.13), as equações (2.14), (2.15) e 2.17 omitindo o número de iteração p e os argumentos das potências ativa e reativa, obtendo a equação (2.18), tal que:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Redefinindo as sub-matrizes Jacobianas, tais que: $H = \frac{\partial P}{\partial \theta}$, $N = \frac{\partial P}{\partial V}$, $M = \frac{\partial Q}{\partial \theta}$ e $L = \frac{\partial Q}{\partial V}$, na equação (2.18), tem-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Da equação (2.7), de onde se resultam as equações das sub-matrizes Jacobianas, tais que:

As equações da sub-matriz Jacobiana H :

$$H = \begin{cases} H_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = -V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m [G_{km} \text{sen}(\theta_{km}) - B_{km} \text{cos}(\theta_{km})] \\ H_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} = V_k V_m [G_{km} \text{sen}(\theta_{km}) - B_{km} \text{cos}(\theta_{km})] \end{cases} \quad (2.20)$$

As equações da sub-matriz Jacobiana N :

$$N = \begin{cases} N_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_k} = 2G_{kk} V_k + \sum_{m \in \Omega_k} V_m [G_{km} \text{cos}(\theta_{km}) + B_{km} \text{sen}(\theta_{km})] \\ N_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial V_m} = V_k [G_{km} \text{cos}(\theta_{km}) + B_{km} \text{sen}(\theta_{km})] \end{cases} \quad (2.21)$$

As equações da sub-matriz Jacobiana M :

$$M = \begin{cases} M_{kk} = \frac{\partial Q}{\partial \theta_k} = V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m [G_{km} \text{cos}(\theta_{km}) + B_{km} \text{sen}(\theta_{km})] \\ M_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} = -V_k V_m [G_{km} \text{cos}(\theta_{km}) + B_{km} \text{sen}(\theta_{km})] \end{cases} \quad (2.22)$$

As equações da sub-matriz Jacobiana L :

$$L = \begin{cases} L_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} &= -2B_{kk}V_k + \sum_{m \in \Omega_k} V_m [G_{km} \text{sen}(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})] \\ L_{km} = \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_m} &= V_k [G_{km} \text{sen}(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})] \end{cases} \quad (2.23)$$

Algoritmo do fluxo de carga pelo método de Newton

1. Contador de iteração $p = 0$.
2. Escolher os valores iniciais dos ângulos das tensões nas barras PQ e PV , $\theta = \theta^p = \theta^0$ e as magnitudes das tensões das barras PQ , $V = V^p = V^0$.
3. Calcular $P_k(V^p, \theta^p)$ nas barras PQ , PV e $Q_k(V^p, \theta^p)$ nas barras PQ e determinar os resíduos ΔP_k^p e ΔQ_k^p .
4. Testar a convergência se $|\Delta P_k^p| \leq \epsilon$ e $|\Delta Q_k^p| \leq \epsilon$ o processo iterativo convergir para solução (V^p, θ^p) , finalização do processo iterativo. Caso contrário continua.
5. Calcular a matriz Jacobiana $J(V^p, \theta^p)$.
6. Decompor a matriz Jacobiana $J(V^p, \theta^p)$.
7. Resolver o sistema da forma (2.19), determinando $\Delta \theta^p$ e ΔV^p .
8. Atualização das variáveis de estado $\theta^{p+1} = \theta^p + \Delta \theta^p$ e $V^{p+1} = V^p + \Delta V^p$.
9. Voltar para 3.

2.1.5 Análise do Jacobiano em combinação de barras

Seja um sistema de duas barras PQ , conforme a figura 2.3, a matriz Jacobiana tem dimensão 4×4 , isto é, uma matriz cheia, neste caso. Portanto, as sub-matrizes Jacobianas têm as mesmas estruturas da matriz admitância e são em geral simétricas em estrutura. Logo, tem-se a matriz Jacobiana.

$$J = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & N_{11} & N_{12} \\ H_{21} & H_{22} & N_{21} & N_{22} \\ M_{11} & M_{12} & L_{11} & L_{12} \\ M_{21} & M_{22} & L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

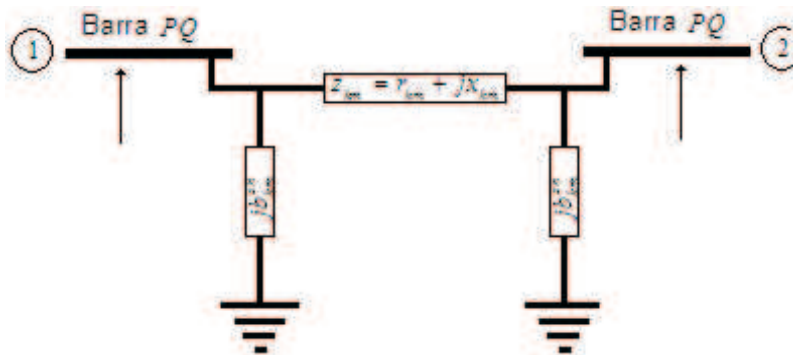


Figura 2.3: Sistema com duas barras PQ

Com um sistema de duas barras como mostra a figura 2.4, uma barra $V\theta$ e outra PQ , a matriz Jacobiana não é uma matriz cheia, isto torna o sistema de equações, linear dependente. Para torná-la linearmente independente, retira-se as linhas e colunas das barras que não tem equações definidas ou têm os valores de V e θ especificadas.

Como as equações de potência ativa e reativa da barra $V\theta$, não são especificadas (barra 1). Isto implica que as linhas 1 e 3 da matriz Jacobiana (2.24), são nulas.

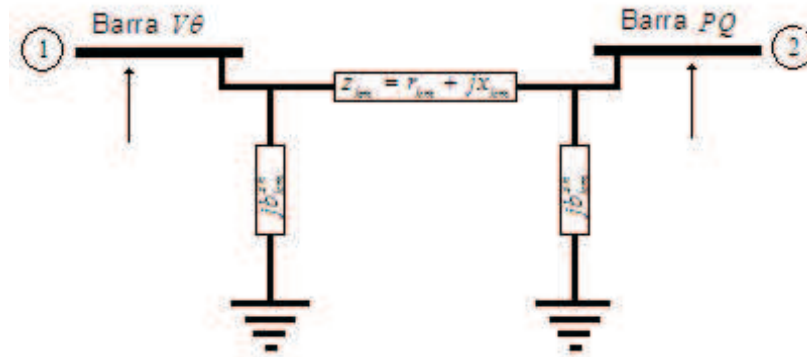


Figura 2.4: Sistema com duas barras, $V\theta$ e PQ .

Também, como as variáveis θ e V são especificadas, isto é, são constantes, portanto as colunas 1 e 3 são nulas. Veja a matriz Jacobiana (2.25):

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & H_{22} & 0 & N_{22} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{22} & 0 & L_{22} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Para um sistema de duas barras, uma barra $V\theta$ e outra PV , a análise da matriz Jacobiana (2.26) é análoga a obtenção da matriz Jacobiana (2.25), conforme a figura 2.5.

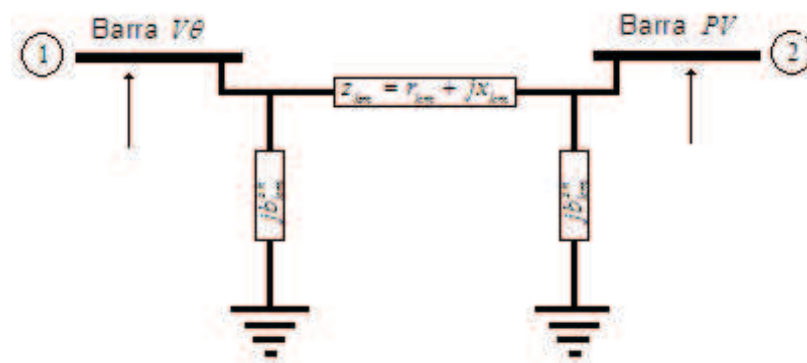


Figura 2.5: Sistema com duas barras $V\theta$ e PV .

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & H_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Dessa forma, ilustrou-se o comportamento da matriz Jacobiana, consoante com a topologia das barras.

2.2 Método desacoplado

Os métodos de interesse em fluxo de carga são os métodos desacoplados que são simples, robustos e operam com matrizes mais reduzidas, que não demandam muitos recursos computacionais. O método de Newton-Raphson tem excelente característica de convergência local, pois se o problema é quadrático responde muito bem a convergência, mas se inicializar o problema distante da solução pode divergir.

Segundo [9] o método desacoplado, baseia-se no desacoplamento $P\theta - QV$ que considera o fato das sensibilidades $H = \frac{\partial P}{\partial \theta}$, $L = \frac{\partial Q}{\partial V}$ serem mais fortes que as sensibilidades $N = \frac{\partial P}{\partial V}$, $M = \frac{\partial Q}{\partial \theta}$. Este tipo de relação em geral é verificado para linha transmissão em alta tensão que é o problema em estudo. Portanto, as sub-matrizes Jacobianas, N e M são nulas, logo tem o sistema $\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}$, tais que: $\Delta P = H\Delta\theta$ e $\Delta Q = L\Delta V$.

Este método possibilita a adoção de esquema de resolução segundo o qual, os subproblemas $P\theta$ e QV são resolvidos alternadamente.

Na resolução do subproblema $P\theta$ são tomados os valores iniciais de θ e V , e este é chamado de meia iteração como mostra o algoritmo:

1. Contador de iteração $p = 0$.
2. Cálculo: $\Delta P(V^p, \theta^p)$.

3. Resolve: $\Delta P(V^p, \theta^p) = H(V^p, \theta^p) \Delta \theta^p$.
4. Atualização da variável de estado: $\theta^{p+1} = \theta^p + \Delta \theta^p$.

Na solução do subproblema QV são utilizados os valores atualizados de θ , e este é chamado de meia iteração com o algoritmo:

1. Contador de iteração $q = 0$.
2. Cálculo: $\Delta Q(V^p, \theta^p)$.
3. Resolve: $\Delta P(V^p, \theta^p) = L(V^p, \theta^p) \Delta \theta^p$.
4. Atualização da variável de estado: $V^{p+1} = V^p + \Delta V^p$.

Nestes dois subproblemas, após a obtenção de uma nova estimativa de θ ou V , esses valores são utilizados no cálculo subsequente de ΔP e ΔQ como mostra o fluxograma da figura 2.6.

Existem situações nas quais os subproblemas $P\theta$ e QV têm velocidade de convergência distinta: o subproblema $P\theta$, por exemplo, pode convergir antes que o subproblema QV . Nesse caso, podem-se desenvolver algumas estratégias computacionais, iterando-se apenas com o subproblema ainda não resolvido. Para que isto seja possível se adotou os contadores independentes para cada subproblema, tais que: p para $P\theta$ e q para QV . E fazem-se KP e KQ de variáveis que são utilizadas para indicar se os subproblemas $P\theta$ e QV convergem quando $KP = 0$, $KQ = 0$ e divergem quando $KP = 1$ e $KQ = 1$.

Conforme o fluxograma, tem-se no bloco *VII*, depois de completada uma iteração $P\theta$, o índice KQ é feito igual a 1; isso porque o subproblema QV não poderia estar resolvido, em uma passagem precedente ($KQ = 0$), e ter-se afastado do ponto solução devido à correção $\Delta \theta$ introduzida no ângulo θ , durante uma iteração em $P\theta$. Comentário análogo que pode ser feito em relação ao bloco *XV*.

O fluxograma do método de Newton desacoplado, pode ser modificado para uma versão cuja convergência esperada é um pouco mais rápida. Seja a matriz diagonal

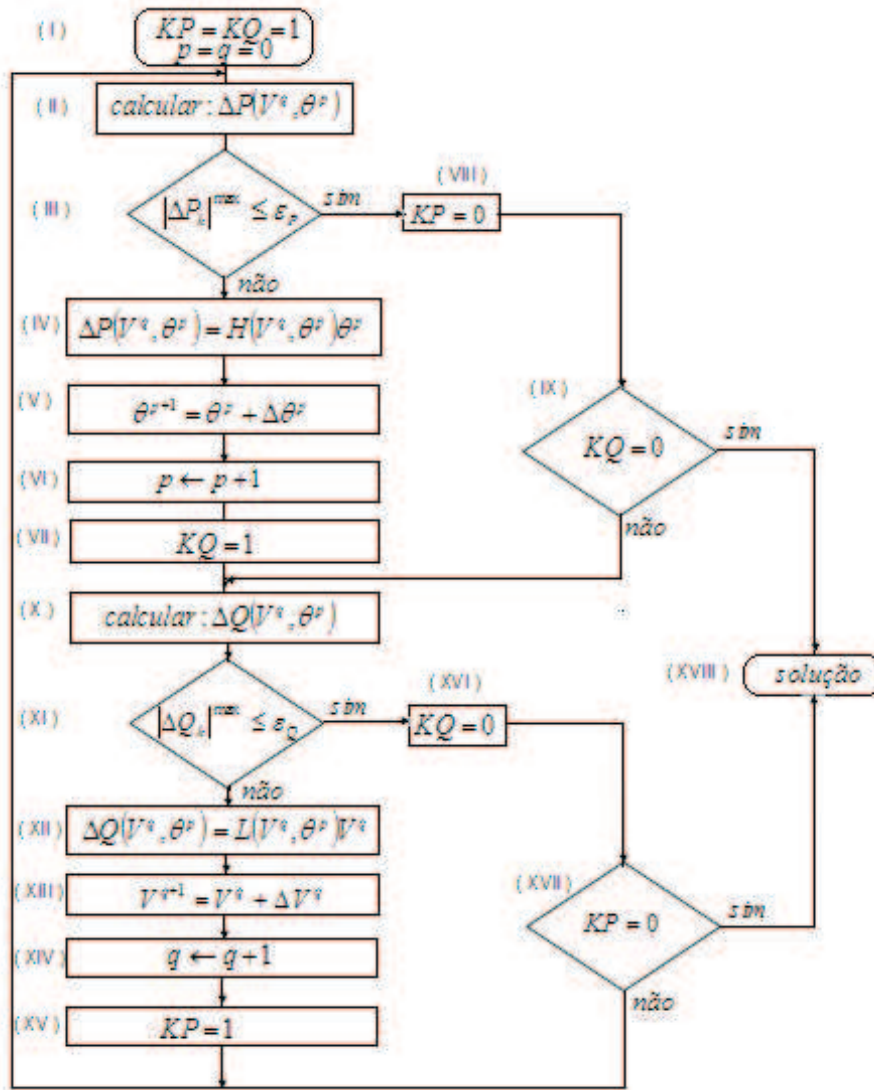


Figura 2.6: Algoritmo na forma alternada do método de Newton desacoplado, adaptado de [9].

cujos elementos não nulos são as magnitudes das tensões das barras PQ do sistema tais que $H = VH'$ e $L = VL'$. Portanto, sejam as sub-matrizes H' e L' que são obtidas dividindo as equações (2.20) e (2.23) respectivamente pela tensão V_k , onde se têm as equações (2.27) e (2.28):

$$H' = \begin{cases} H'_{kk} &= - \sum_{m \in \Omega_k} V_m [G_{km} \text{sen}(\theta_{km}) - B_{km} \text{cos}(\theta_{km})] \\ H'_{km} &= V_m [G_{km} \text{sen}(\theta_{km}) - B_{km} \text{cos}(\theta_{km})] \end{cases} \quad (2.27)$$

$$L' = \begin{cases} L'_{kk} &= -2B_{kk} + V_k^{-1} \sum_{m \in \Omega_k} V_m [G_{km} \text{sen}(\theta_{km}) - B_{km} \text{cos}(\theta_{km})] \\ L'_{km} &= G_{km} \text{sen}(\theta_{km}) - B_{km} \text{cos}(\theta_{km}) \end{cases} \quad (2.28)$$

Portanto, as equações (2.29) e (2.30) formam o método de Newton desacoplado:

$$\frac{\Delta P}{V} = H' \Delta \theta \quad (2.29)$$

$$\frac{\Delta Q}{V} = L' \Delta V \quad (2.30)$$

Assim, compreende-se que o método desacoplado pode convergir mais rápido do que o método de Newton-Raphson, entretanto, pode divergir, dependendo do ponto adotado. Neste contexto, busca-se, o método de Newton desacoplado rápido, detalhado na próxima seção.

2.3 Método desacoplado rápido

Este método é uma aproximação do método de Newton desacoplado com introdução das seguintes aproximações.

Para sistemas de transmissão, em particular de $230kV \leq V \leq 500kV$ com a relação $5 \leq \frac{B_{km}}{G_{km}} \leq 20$, isto implica em:

1. $\text{cos}(\theta_{km})$ é muito próximo de 1 (um), logo o $\text{sen}(\theta_{km})$ é muito próximo de zero;
2. B_{km} é em magnitude, muito maior que $G_{km} \text{sen}(\theta_{km})$;

3. $B_{kk}V^2$ é em magnitude, muito maior que Q_k ; pois se baseia no fato de reatância *shunt*: carga, reator, capacitor, *shunt* de linha;
4. consideram-se que V_k e V_m são aproximadamente 1 (um).

Portanto, tomando as considerações de sistema de transmissão e substituindo-as, nas equações (2.27) e (2.28). Obtêm-se:

$$H' \approx \begin{cases} B'_{kk} &= \sum_{m \in \Omega_k} B_{km} \\ B'_{km} &= -B_{km} \end{cases} \quad (2.31)$$

$$L' \approx \begin{cases} B''_{kk} &= -2B_{kk} - \sum_{m \in \Omega_k} B_{km} \\ B''_{km} &= -B_{km} \end{cases} \quad (2.32)$$

Portanto, têm-se que: $H' \approx B'$ e $L' \approx B''$. E estas matrizes B' , B'' só dependem dos parâmetros da rede, não das variáveis de estado do sistema. Ainda essas duas matrizes são semelhantes à matriz susceptância B , com a diferença que em B' não aparecem as linhas e colunas referentes as barras $V\theta$, e não aparecem as linhas e colunas referentes as barras PV e as barras $V\theta$. Ou seja, as matrizes B' e B'' mantêm as estruturas das sub-matrizes Jacobianas, H e L . Então se obtêm as equações (2.33) e (2.34) e a figura do fluxograma 2.7, do método desacoplado rápido são:

$$\frac{\Delta P}{V} \approx B' \Delta \theta \quad (2.33)$$

$$\frac{\Delta Q}{V} \approx B'' \Delta V \quad (2.34)$$

As matrizes B' e B'' têm estrutura diferente devido à existência de barras PV (as colunas e linhas correspondentes a essas barras não aparecem na matriz B'' , da

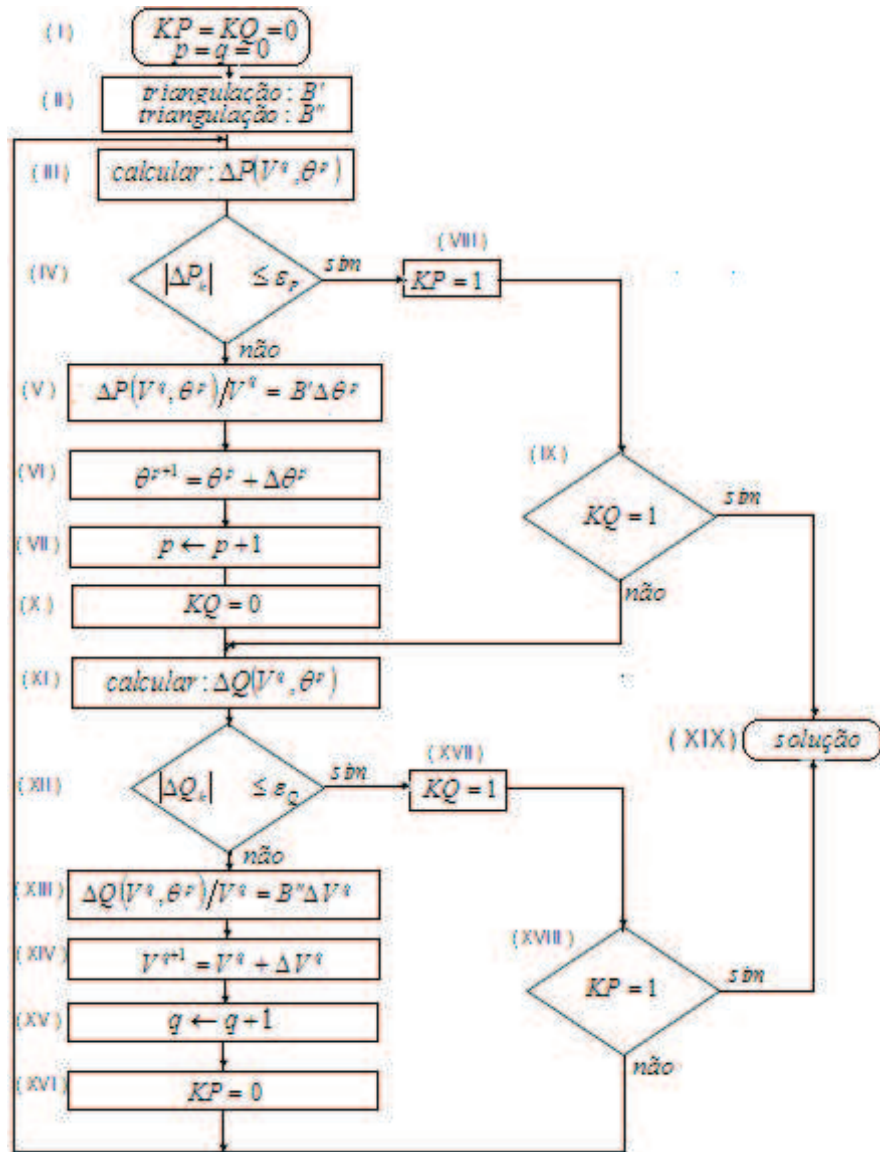


Figura 2.7: Algoritmo na forma alternada do método desacoplado rápido, adaptado de [2].

mesma forma que não aparecem na matriz Jacobiana como foi visto na figura 2.5, na equação do Jacobiano (2.26)).

Pode-se, entretanto, trabalhar com matrizes B' e B'' de dimensões e estruturas

semelhantes, desde que se utilize um artifício que consiste em se construir a matriz B'' como se todas as barras PV fossem do tipo PQ e adicionar-se um valor muito grande aos elementos da diagonal principal correspondentes às barras que, de fato, são do tipo PV .

Veja como exemplo a estrutura da matriz Jacobiana (2.26) da figura 2.5 com a utilização deste artifício é dada por:

$$J = \left[\begin{array}{cc|cc} \infty & 0 & 0 & 0 \\ 0 & H_{22} & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & \infty & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \infty \end{array} \right] \quad (2.35)$$

A equação (2.34), expressa a sensibilidade entre os vetores ΔQ e ΔV . Do ponto de vista dessa relação, o artifício citado equivale à adição de susceptância *shunt* com valores elevados (reatâncias pequenas) nas barras que são do tipo PV , o que torna a magnitude das tensões dessas barras, praticamente, insensíveis às perturbações ΔQ . Assim sendo, as componentes do vetor ΔV correspondentes às barras PV serão nulas e, portanto, as magnitudes das tensões dessas barras permanecerão constantes, como se deseja que ocorra nas barras PV . Para que as componentes de ΔV associadas às barras PQ não sejam afetadas pelo artifício, as componentes de ΔQ correspondentes às barras PV são consideradas nulas, o que é conveniente, pois nessas barras não é especificada a injeção de potência reativa.

Capítulo 3

Resolução de Sistemas de Equações Lineares

Em grande parte dos trabalhos científicos atualmente se observa que os sistemas de equação lineares surgem como um passo para a obtenção de suas soluções. Como exemplo, tem-se o sistema de potência elétrica percorrido na presente pesquisa.

Neste estudo científico, analisa-se o sistema de potência elétrica que têm suas soluções recaindo na resolução de sistema de equações lineares que são resolvidos por técnica direta. Não aplicaremos o método de Cramer, uma vez que:

A clássica Regra de Cramer, ensinada no ensino médio, é um método direto. Entretanto, pode-se mostrar que o número máximo de operações aritméticas envolvidas na resolução de um sistema $n \times n$ por este método é $(n + 1)(n!n-1) + n$. Assim, um computador que efetua uma operação aritmética em 10^{-8} segundos gastaria cerca de 36 dias para resolver um sistema de ordem $n = 15$. A complexidade exponencial desse algoritmo inviabiliza sua utilização em casos práticos [11].

Dentro desse contexto, exclui-se o uso do método de Cramer, pois o mesmo não atende os requisitos para a resolução eficiente do presente problema.

Neste estudo, utilizam-se métodos diretos com destaque para os métodos de Gauss, de Gauss-Jordan, a fatoração em LU e de Cholesky.

3.1 Sistema de equações algébricas lineares

Conforme já mencionado a resolução do problema recai na resolução de sistema de equações lineares. Dessa forma, compreende-se o seguinte sistema de equações lineares, tem-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n = b_3 \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \ddots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{array} \right. \quad (3.1)$$

Percebe-se que a_{ij} , $b_i \in R$ com $i, j \in N$ sendo n o número de equações. E a representação matricial do sistema (3.1), é dada pela equação (3.2).

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Mas, antes de aplicar as técnicas de decomposição das matrizes que vão ser utilizadas na resolução de fluxo de potência, vai se conceituar ou definir conforme suas características.

As matrizes que vão ser trabalhadas no fluxo de potência com aplicação do método desacoplado rápido, são matrizes de banda, esparsa, simétrica, definida positiva e diagonalmente dominante que oferecem as vantagens na triangulação da

mesma, reduzindo o esforço computacional. Entretanto, os Jacobianos do método de Newton desacoplado não são diagonalmente dominantes e nem definida positiva.

3.2 Definições e classes de matrizes

Segundo [8] uma matriz pode ser compreendida como dados dois números $m, n \in \mathbb{N}$ e não nulos, denominando-se matriz m por n toda a tabela composta por números reais distribuídos em m linhas e n colunas.

Para [1] uma matriz é: "um agrupamento retangular de números. Os números nesse agrupamento são chamados entrada da matriz".

Entre as classes aqui trabalhadas, destacam-se:

Matriz de banda: é uma matriz esparsa com elementos não nulos centrados em torno da diagonal principal. Apresenta-se um exemplo desta definição a matriz (3.3).

$$\begin{bmatrix} x & x & 0 & x & 0 \\ x & x & 0 & 0 & x \\ 0 & x & x & x & 0 \\ x & 0 & 0 & x & x \\ 0 & x & 0 & x & x \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Matriz esparsa: é a matriz que tem a quantidade de elementos não-nulos, muito menor que o número total de elementos da matriz.

Matriz simétrica: é a matriz que é igual a sua transposta ($A^t = A$).

Matriz definida positiva: é quando o produto do vetor x transposto pela matriz e pelo vetor x é positivo qualquer que seja o vetor x não nulo ($x^t A x > 0$ e $\forall x \in \mathbb{R}^n$ com $x \neq 0$).

Matriz diagonalmente dominante: é a matriz que seus elementos satisfazem a desigualdade $|a_{ii}| > \sum_{j \neq i=1}^n |a_{ij}|$. Portanto, a decomposição da matriz pode ser feita sem a estratégia parcial de pivoteamento, isto é, a troca sistemática de linhas, de

modo que o pivô seja o maior elemento, em valor absoluto, da coluna que está sendo eliminada.

Acrescenta-se ainda a definição de matriz quadrada, uma vez que este trabalho concentra-se nesta classe de matriz. Assim, a definição para a referida matriz é quando o número de linhas é igual ao número de colunas.

3.3 Esparsidade

Define-se o Grau de Esparsidade (GE) como a percentagem de elementos nulos de uma matriz em relação ao número total de elementos.

O problema em questão de simulação sistema de energia elétrica envolve a matriz suceptância que tem a mesma estrutura da matriz admitância nodal (Y) que tem um grau de esparsidade dada pela fórmula (3.4), tal que:

$$GE = \frac{n^2 - (n + 2l)}{n^2} \times 100\% \quad (3.4)$$

De onde se têm:

1. Número de barras da rede elétrica: n
2. Número de linhas da rede elétrica: l

A matriz esparsa é de fundamental importância para o desenvolvimento de programas computacionais eficientes.

Entende-se a matriz esparsa como: "aquela para a qual é vantajosa a utilização do fato de que muitos de seus elementos são iguais a zero para fins de economia de memória e cálculos" [5].

A essência da esparsidade da matriz está centrada no número de nós (barras) da rede que não são vizinhos e com a vantagem de somente os elementos não nulos são armazenados e também os elementos não nulos no processo de fatoração de matrizes com uma grande economia de memória do computador comparado com as matrizes não esparsas. Portanto, o grau de esparsidade informa a economia de memória do computador com o uso da matriz esparsa.

3.4 Fatoração LU

A fatoração LU é determinada da matriz coeficiente (3.5), independente do vetor (3.6) do sistema de equação linear (3.2). Dessa forma, tem-se a matriz coeficiente (3.5) decomposta na forma de (3.7), tais que:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Seja A uma matriz fatorável num produto de uma matriz triangular inferior L, com os elementos da diagonal principal iguais a 1, e uma matriz triangular superior U, isto é, A=LU.

Nestas condições, o sistema Ax=b que pode ser reescrito na forma LUx=b, o que permite o desmembramento em dois sistemas triangulares Ly=b e Ux=y.

Resolve-se o primeiro sistema (3.16), calculando y que, será usado no segundo sistema, para determinar o vetor procurado x.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & l_{n3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \dots & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & u_{23} & \dots & u_{2n} \\ 0 & 0 & u_{33} & \dots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & u_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Tomando a decomposição (3.7), e rescrevendo a matriz A na forma de produto das matrizes inferior L e superior U , na qual, o elemento da matriz coeficiente (3.5) pode ser escrito na forma da somatória do produto dos elementos das matrizes triangular inferior L e superior U . Para obtenção do algoritmo de decomposição da matriz coeficiente (3.5), tais que:

$$a_{ij} = \sum_{k=1}^n l_{ik} u_{kj} \quad (3.8)$$

Tomando as condições de L e U , têm-se:

$$L = \begin{cases} l_{ij} \neq 0 & \text{se } i \geq j \\ l_{ij} = 0 & \text{se } i < j \end{cases} \quad (3.9)$$

$$U = \begin{cases} u_{ij} = 0 & \text{se } i > j \\ u_{ij} \neq 0 & \text{se } i \leq j \end{cases} \quad (3.10)$$

Para o algoritmo de L toma-se a expressão (3.8), em seguida expande, tendo:

$$a_{ij} = \sum_{k=1}^j l_{ik} u_{kj} + \sum_{k=j+1}^n l_{ik} u_{kj}$$

Sabendo pela condição de (3.10) tal que $u_{kj} = 0$, com $k = j + 1 > j$, de onde se conclui que $\sum_{k=j+1}^n l_{ik} u_{kj} = 0$. Portanto, tem-se:

$$a_{ij} = \sum_{k=1}^j l_{ik} u_{kj} \quad (3.11)$$

Fazendo a expansão da expressão (3.11), tem-se que:

$$a_{ij} = \sum_{k=1}^{j-1} l_{ik} u_{kj} + l_{ij} u_{jj}$$

Portanto, isolando o termo l_{ij} , conclui-se que:

$$l_{ij} = \frac{a_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} l_{ik} u_{kj}}{u_{jj}} \quad (3.12)$$

Desenvolvendo a expressão (3.12), tem-se:

$$l_{ij} = \frac{a_{ij}}{u_{jj}} - \frac{1}{u_{jj}} \sum_{k=1}^{j-1} l_{ik} u_{kj} \quad (3.13)$$

Para o algoritmo de U toma-se a expressão (3.8), em seguida expande novamente, tendo:

$$a_{ij} = \sum_{k=1}^i l_{ik} u_{kj} + \sum_{k=i+1}^n l_{ik} u_{kj}$$

Sabendo pela condição de (3.9) tal que $l_{ik} = 0$, com $k = i + 1 > i$, de onde se conclui que $\sum_{k=i+1}^n l_{ik} u_{kj} = 0$. Portanto, tem-se:

$$a_{ij} = \sum_{k=1}^i l_{ik} u_{kj} \quad (3.14)$$

Fazendo a expansão da expressão (3.14), tem-se que:

$$a_{ij} = \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik} u_{kj} + l_{ii} u_{ij}$$

Portanto, sabendo que $l_{ii} = 1$ e isolando o termo u_{ij} conclui-se que:

$$u_{ij} = a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik} u_{kj} \quad (3.15)$$

Portanto, determinou-se o algoritmo da fatoração LU pelas expressões (3.13) e (3.15).

Acrescenta-se ainda para um melhor entendimento e visualização, o algoritmo da fatoração LU. Isto quando for implementado o algoritmo na qual se armazena a matriz inferior e superior na matriz coeficiente.

Para 1 $k = 1, \dots, n - 1$

Para 2 $i = k + 1, \dots, n$

$$piv = \frac{a_{ik}}{a_{kk}}$$

$$a_{ik} = piv$$

Para 3 $j = k + 1, \dots, n$

$$a_{ij} = a_{ij} - piv \times a_{kj}$$

Fim do para 3

Fim do para 2

Fim do para 1

Portanto, determinou-se o algoritmo da decomposição em LU para formar os sistemas triangulares.

O sistema (3.16) na forma matricial pode ser visualizado a seguir

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & l_{n3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Portanto, observam-se as seguintes expressões.

$$\begin{aligned} y_1 &= b_1 \\ y_2 &= b_2 - l_{21}y_1 \\ y_3 &= b_3 - l_{31}y_1 - l_{32}y_2 \\ \vdots & \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \ddots \\ y_n &= b_n - l_{n1}y_1 - l_{n2}y_2 - \dots - l_{n(n-1)}y_{(n-1)} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Então, das expressões (3.17), chega-se na forma compacta do algoritmo de resolução por substituição progressiva (3.18), com saída em y :

$$y_i = b_i - \sum_{j=1}^n l_{i(j-1)} y_{(j-1)} \quad (3.18)$$

A implementação do algoritmo de resolução por substituição progressiva que pode ser entendido da seguinte forma:

Para 1 $i = 1, \dots, n$

$$y_i = b_i$$

Para 2 $j = 1, \dots, i - 1$

$$y_i = y_i - l_{ij} y_j$$

Fim do para 2

Fim do para 1

Agora, vai-se determinar o algoritmo de resolução por substituição retroativa do sistema (3.19), que está na forma matricial.

$$\begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \dots & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & u_{23} & \dots & u_{2n} \\ 0 & 0 & u_{33} & \dots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & u_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Desenvolvendo o sistema (3.19), tem-se um conjunto de equações:

$$\begin{aligned} u_{11}x_1 + u_{12}x_2 + u_{13}x_3 + \dots + u_{1n}x_n &= y_1 \\ u_{22}x_2 + u_{23}x_3 + \dots + u_{2n}x_n &= y_2 \\ u_{33}x_3 + \dots + u_{3n}x_n &= y_3 \\ &\vdots \\ u_{nn}x_n &= y_n \end{aligned} \quad (3.20)$$

Isolando o valor de x_i com $i \in N$ no conjunto de equações (3.20), portanto, obtendo o conjunto de expressões melhoradas (3.21):

$$\begin{aligned}
 x_n &= \frac{y_n}{u_{nn}} \\
 x_{n-1} &= \frac{y_{n-1} - u_{n-1n}x_n}{u_{n-1n-1}} \\
 x_{n-2} &= \frac{y_{n-2} - u_{n-2n-1}x_{n-1} - u_{n-2n}x_n}{u_{n-2n-2}} \\
 &\vdots \\
 x_1 &= \frac{y_1 - u_{12}x_2 - u_{13}x_3 - \dots - u_{1n}x_n}{u_{11}}
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

Portanto, das expressões (3.21), obtém-se na forma compacta o algoritmo de resolução por substituição retroativa (3.22), com saída em x :

$$x_i = \frac{y_i - \sum_{i=n}^1 u_{i(i+1)}x_{(i+1)}}{u_{ii}} \tag{3.22}$$

A implementação do algoritmo de resolução por substituição retroativa que pode ser entendido da seguinte forma [10].

Para 3 $i = 1, \dots, n$

$$x_i = 0$$

Fim do para 3

Para 4 $i = n, \dots, 1$

$$x_i = \frac{y_i}{u_{ii}}$$

Para 5 $j = n, \dots, i + 1$

$$x_i = x_i - \frac{u_{ij}x_j}{u_{ii}}$$

Fim do para 5

Fim do para 4

3.5 Método de triangulação de Gauss

Tomando o sistema na forma matricial (3.2), para fazer o escalonamento da matriz coeficiente juntamente com o vetor independente. O escalonamento de uma matriz é feito com base em três propriedades: multiplicação de equação por uma constante não-nula; a soma dos múltiplos da equação a outra. Isto se resume em um coeficiente (uma constante não-nula), que é chamado de pivô. Isto é feito para anular os coeficientes abaixo da diagonal principal.

Do sistema na forma matricial (3.2), tomou-se a matriz coeficiente (3.5), e agora, transforma-a na matriz aumentada (3.23):

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} & b_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} & b_n \end{array} \right] \quad (3.23)$$

Escalonando a matriz aumentada (3.23), obtendo uma matriz triangular superior aumentada (3.24):

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ 0 & a_{22}^{(1)} & a_{23}^{(1)} & \dots & a_{2n}^{(1)} & b_2^{(1)} \\ 0 & 0 & a_{33}^{(2)} & \dots & a_{3n}^{(2)} & b_3^{(2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn}^{(n-1)} & b_n^{(n-1)} \end{array} \right] \quad (3.24)$$

Abaixo segue um resumo do algoritmo do escalonamento:

Para 1 $k = 1, \dots, n - 1$

Para 2 $i = k + 1, \dots, n$

$$piv = \frac{a_{ik}}{a_{kk}}$$

Para 3 $j = k + 1, \dots, n$

$$a_{ij} = a_{ij} - piv \times a_{kj}$$

Fim do para 3

$$b_i = b_i - piv \times b_k$$

Fim do para 2

Fim do para 1

Os índices superiores dos elementos da matriz aumentada (3.24), representam a quantidade de vezes que eles foram modificados. Logo, tem-se um sistema na forma matricial com a matriz coeficiente triangular superior. Portanto, assim, chega-se ao método de Gauss com o sistema na forma matricial (3.25):

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22}^{(1)} & a_{23}^{(1)} & \dots & a_{2n}^{(1)} \\ 0 & 0 & a_{33}^{(2)} & \dots & a_{3n}^{(2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn}^{(n-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2^{(1)} \\ b_3^{(2)} \\ \vdots \\ b_n^{(n-1)} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Um resumo do algoritmo de resolução por substituição retroativa (3.22) que pode ser entendido com o termo de soma (sum).

Para 4 $k = n, \dots, 1$

$$sum = 0$$

Para 5 $j = k + 1, \dots, n$

$$sum = sum + a_{kj}b_j$$

Fim do para 5

$$x_k = \frac{b_k - sum}{a_{kk}}$$

Fim do para 4

3.6 Método de triangulação de Gauss-Jordan

Rescrevendo a matriz coeficiente aumentada (3.23) do sistema, cuja forma matricial é dada por (3.2), é escalonada até chegar em uma matriz identidade, ao aplicar o método de Gauss-Jordan, obtendo a matriz final dada por (3.26).

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & b_1^{(n)} \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & b_2^{(n)} \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & b_3^{(n)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & b_n^{(n)} \end{array} \right] \quad (3.26)$$

Portanto, tomou-se a matriz (3.26), escrevendo o sistema na forma (3.27). Em seguida, resolve-se o sistema (3.27).

$$\left[\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} b_1^{(n)} \\ b_2^{(n)} \\ b_3^{(n)} \\ \vdots \\ b_n^{(n)} \end{array} \right] \quad (3.27)$$

Então, conclui-se que a resolução por este método fornece como solução o vetor x cujos valores são iguais aos valores do vetor $b^{(n)}$. Os elementos do vetor x vão ser armazenados nas posições do vetor b , mas neste algoritmo não se pretende fazer

esta alteração por efeito didático. Portanto, para efeitos de implementação em uma linguagem computacional (Fortran, por exemplo).

Destaca-se agora o algoritmo de Gauss-Jordan.

Para 1 $k = 1, \dots, n$

Para 2 $i = k + 1, \dots, n$

$$piv = \frac{a_{ik}}{a_{kk}}$$

$$a_{ik} = 0$$

Para 3 $j = k + 1, \dots, n$

$$a_{ij} = a_{ij} - piv \times a_{kj}$$

Fim do para 3

$$b_i = b_i - piv \times b_k$$

Fim do para 2

Para 4 $j = k + 1, \dots, n$

$$a_{kj} = \frac{a_{kj}}{a_{kk}}$$

$$b_k = \frac{b_k}{a_{kk}}$$

$$a_{kk} = 1$$

Fim do para 4

Fim do para 1

Para 5 $i = 1, \dots, n$

$$x_i = b_i$$

Fim do para 5

3.7 A decomposição de Cholesky

Considere uma matriz quadrada A , simétrica e definida positiva, na forma fatorada sendo igual ao produto LL^t , onde L é uma matriz triangular inferior e L^t é a matriz superior que é a transposta de L , tal que $A = LL^t$.

A matriz será decomposta na forma expandida como mostra a expressão (3.28).

$$\begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 & \dots & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & l_{n3} & \dots & l_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} & \dots & l_{1n} \\ 0 & l_{22} & l_{23} & \dots & l_{2n} \\ 0 & 0 & l_{33} & \dots & l_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & l_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Um elemento da matriz A pode ser escrito como a expressão (3.29).

$$a_{ij} = \sum_{k=1}^n l_{ik} l_{kj}^t \quad (3.29)$$

Com as condições das características das submatrizes L e L^t , têm-se:

$$L = \begin{cases} l_{ij} \neq 0 & \text{se } i \geq j \\ l_{ij} = 0 & \text{se } i < j \end{cases} \quad (3.30)$$

$$L^t = \begin{cases} l_{ij}^t = 0 & \text{se } i > j \\ l_{ij}^t \neq 0 & \text{se } i \leq j \end{cases} \quad (3.31)$$

Por definição, $l_{kj}^t = l_{jk}$ a expressão (3.29), transformou-se na expressão (3.32):

$$a_{ij} = \sum_{k=1}^n l_{ik} l_{jk} \quad (3.32)$$

Expandido a expressão (3.32), obtém-se a expressão (3.33):

$$a_{ij} = \sum_{k=1}^j l_{ik}l_{jk} + \sum_{k=j+1}^n l_{ik}l_{jk} \quad (3.33)$$

Tomando da expressão (3.33) o termo $\sum_{k=j+1}^n l_{ik}l_{jk}$, com $k = j + 1 > 0$ e $l_{jk} = 0$.

Então, $\sum_{k=j+1}^n l_{ik}l_{jk} = 0$, logo a expressão (3.33), toma a forma da expressão (3.34):

$$a_{ij} = \sum_{k=1}^j l_{ik}l_{jk} \quad (3.34)$$

Expandido a expressão (3.34), obtém-se a expressão (3.35):

$$a_{ij} = \sum_{k=1}^{j-1} l_{ik}l_{jk} + l_{ij}l_{jj} \quad (3.35)$$

Da expressão (3.35) isola o termo l_{ij} de onde se obtém a expressão (3.36):

$$l_{ij} = \frac{a_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} l_{ik}l_{jk}}{l_{jj}} \quad (3.36)$$

Tomando a expressão (3.36) e fazendo a consideração que $i = j$ tem-se:

$$l_{jj} = \sqrt{a_{jj} - \sum_{k=1}^{j-1} l_{jk}^2} \quad (3.37)$$

Resumindo o algoritmo de Cholesky, nas quais vão ser armazenados os elementos da matriz L nas posições correspondentes da matriz A , mas neste algoritmo não se contempla este aspecto, para efeito didático, somente na implementação na linguagem de programação (exemplo: Fortran).

Para 1 $j = 1, \dots, n$

$sum = 0$

Para 2 $k = 1, \dots, j - 1$

$$sum = sum + l_{jk}^2$$

Fim do para 2

$$l_{jj} = \sqrt{a_{jj} - sum}$$

Para 3 $i = j + 1, \dots, n$

$$sum = 0$$

Para 4 $k = 1, \dots, j - 1$

$$sum = sum + l_{ik}l_{jk}$$

Fim do para 4

$$l_{ij} = \frac{a_{ij} - sum}{l_{jj}}$$

Fim do para 3

Fim do para 1

Resolução do sistema $Ax = b$, tendo a matriz A fatorada tal que $(LL^t)x = b$ e associando as como $L(L^tx) = b$ de onde se obtém $Ly = b$ e $L^tx = y$.

Tomando o sistema de equações lineares $Ly = b$ na forma matricial (3.38):

$$\begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 & \dots & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & l_{n3} & \dots & l_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Observe que nesse sistema de equações lineares (3.38), a matriz dos coeficientes é triangular inferior, portanto pode-se escrever na forma compacta a expressão (3.39).

$$b_i = \sum_{j=1}^n l_{ij} y_j \quad (3.39)$$

Fazendo a expansão da expressão (3.39) tem-se a expressão (3.40):

$$b_i = \sum_{j=1}^i l_{ij} y_j + \sum_{j=i+1}^n l_{ij} y_j \quad (3.40)$$

Pelas condições de L que $l_{ij} = 0$, quando $j = i + 1 > i$, então $\sum_{j=i+1}^n l_{ij} y_j = 0$.
Portanto, a expressão (3.40) reduz-se na (3.41):

$$b_i = \sum_{j=1}^i l_{ij} y_j \quad (3.41)$$

Expandido um termo da expressão (3.41), tem-se uma nova expressão (3.42).

$$b_i = \sum_{j=1}^{i-1} l_{ij} y_j + l_{ii} y_i \quad (3.42)$$

Portanto, obtém-se a expressão (3.43) da resolução por substituição progressiva.

$$y_i = \frac{b_i - \sum_{j=1}^{i-1} l_{ij} y_j}{l_{ii}} \quad (3.43)$$

Tomando-se o algoritmo da resolução por substituição progressiva, onde são armazenados os elementos correspondentes do vetor y nos elementos do vetor b , mas neste implementação b não será alterado para efeito didático, somente na implementação da linguagem em Fortran.

Para 1 $i = 1, \dots, n$

$sum = 0$

Para 2 $j = 1, \dots, i - 1$

$$sum = sum + l_{ij}y_j$$

Fim do para 2

$$y_i = \frac{b_i - sum}{l_{ii}}$$

Fim do para 1

Tomando o sistema de equações lineares $L^t x = y$ na forma matricial (3.44).

$$\begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} & \dots & l_{1n} \\ 0 & l_{22} & l_{23} & \dots & l_{2n} \\ 0 & 0 & l_{33} & \dots & l_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & l_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Tomando o sistema de equações lineares (3.44), onde matriz dos coeficientes é triangular superior, pode-se escrever a expressão (3.45).

$$y_i = \sum_{j=1}^n l_{ij}^t x_j \quad (3.45)$$

Por definição, $l_{kj}^t = l_{jk}$ a expressão (3.45), transformou-se na expressão (3.46).

$$y_i = \sum_{j=1}^n l_{ji} x_j \quad (3.46)$$

Fazendo a expansão da expressão (3.46), tem-se a expressão (3.47):

$$y_i = \sum_{j=1}^i l_{ji} x_j + \sum_{j=i+1}^n l_{ji} x_j \quad (3.47)$$

Pela condição de $l_{ji} = 0$, quando $j = i + 1 > i$, então $\sum_{j=i+1}^n l_{ji} x_j = 0$. Portanto, a expressão (3.47) reduz-se na expressão (3.48).

$$y_i = \sum_{j=1}^i l_{ji} x_j \quad (3.48)$$

Expandido um termo da expressão (3.48), tem-se uma nova expressão (3.49).

$$y_i = \sum_{j=1}^{i-1} l_{ji} x_j + l_{ii} x_i \quad (3.49)$$

Portanto, da expressão (3.49), obtém-se a expressão (3.50), chamada de resolução por substituição retroativa.

$$x_i = \frac{y_i - \sum_{j=1}^{i-1} l_{ji} x_j}{l_{ii}} \quad (3.50)$$

Tomando-se o algoritmo da resolução por substituição retroativa, onde são armazenados os elementos correspondentes do vetor x nos elementos do vetor b , mas nesta implementação b não será alterado para efeito didático, somente na implementação da linguagem em Fortran.

Para 3 $i = 1, \dots, n$

$b_i = 0$

Fim do para 3

Para 4 $i = n, \dots, 1$

$sum = 0$

Para 5 $j = i + 1, \dots, n$

$sum = sum + l_{ji} y_j$

Fim do para 5

$x_i = \frac{y_i - sum}{l_{ii}}$

Fim do para 4

Dessa forma, compreendem-se as metodologias para resolução dos sistemas de equações lineares através dos métodos de Gauss, Gauss-Jordan, LU e Cholesky implementadas na linguagem computacional Fortran.

Capítulo 4

Experimentos Numéricos

Neste capítulo são apresentados os resultados computacionais utilizando o método desacoplado rápido, com resolução do sistema de equações lineares pelos métodos diretos, com simulações dos sistemas IEEE 30 (trinta) e 118 (cento dezoito) barras, implementado na linguagem computacional Fortran (Compaq Fortran Visual) na versão 6.1 com sistema operacional Windows XP, HD de 40GB, Processador de 1,40GHZ e 736MB de RAM. Os gráficos foram implementados e gerados no Programa Gnuplot.

A implementação em Fortran do programa computacional consta do programa principal (ou hospedeiro) e das sub-rotinas (programas hóspedes - local). O programa principal faz a abertura dos dados de entrada em arquivos e gera um arquivo de saída texto.

4.1 Simulação com 30 barras

Analisa-se nesta seção o modelo que resolve o sistema com 30 (trinta) barras pelo o método desacoplado rápido através dos métodos diretos de Gauss, Gauss-Jordan, LU e Cholesky.

4.1.1 Simulação com eliminação de Gauss

Inicialmente, analisando o gráfico 4.1, pode-se observar que este foi obtido fazendo uso da resolução pela aplicação da eliminação de Gauss. Assim, observa-se a convergência da potência ativa pelo erro *versus* número de iterações, tendo 5 (cinco) iterações, obtendo o tempo de processamento de 11cs (onze centésimos de segundos).

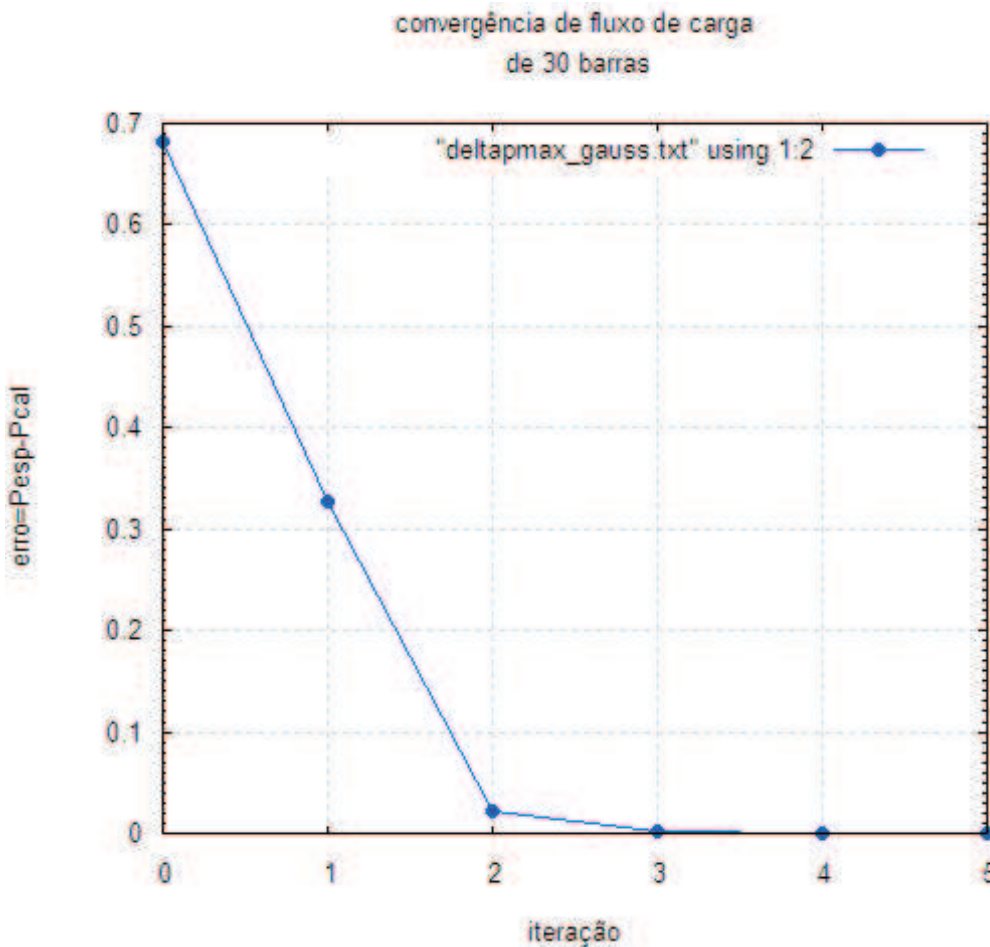


Figura 4.1: Erro *versus* números de iterações pelo método desacoplado rápido - potência ativa.

Vale acrescentar que foi estabelecida uma tolerância de 10^{-4} em todo os experi-

mentos. Dessa forma, teve-se como resíduo de $0,60 \times 10^{-5}$, menor que a tolerância, eficiente para o que se desejava encontrar, isto é, atende as exigências estabelecidas pelo contexto teórico e conforme simulação do programa que registra o último resíduo do relatório de convergência de fluxo de carga que segue abaixo e nos relatórios em Apêndice e um resumo no final deste capítulo.

```

0      0.6805015
1      0.3277257
2      0.0211994
3      0.0030942
4      0.0001647
5      0.0000060

# relatório de convergência de fluxo de carga
# sistema de      30 barras e      41 linhas
# tolerância ep=.000100   it.ativa=      5   it.reativo=      4
# A primeira coluna representa o número de iteração da potência ativa
# A segunda coluna representa o incremento da potência ativa
```

O gráfico 4.2 dispõe de potência reativa também com modelo de 30 barras, dispondo das variáveis: erro e número de iterações. Neste, percebe-se que houve a convergência do fluxo de carga, novamente com aplicação da eliminação de Gauss para um modelo com 30 (trinta) barras, para a meia iteração da potência reativa.

Nota-se que o gráfico 4.2, teve como resultado o valor de $6,22 \times 10^{-5}$, tendo apenas 4 (quatro) iterações como resposta ao problema simulado, atendendo, dessa forma, as expectativas da convergência.

O gráfico 4.3 traz em seus eixos as variáveis potência ativa (dada em Mega watts - Mw) e número de iterações. Destaca-se que neste modelo, trabalha com barra swing, isto é, barra do tipo 2 (barra $V\theta$).

O gráfico 4.3 traz o balanço energético da simulação que demonstra a variação de energia ativa na barra it swing, também denominada de barra tipo 2 (barra $V\theta$).

No gráfico 4.4, observa-se que os números encontrados estabilizam-se como

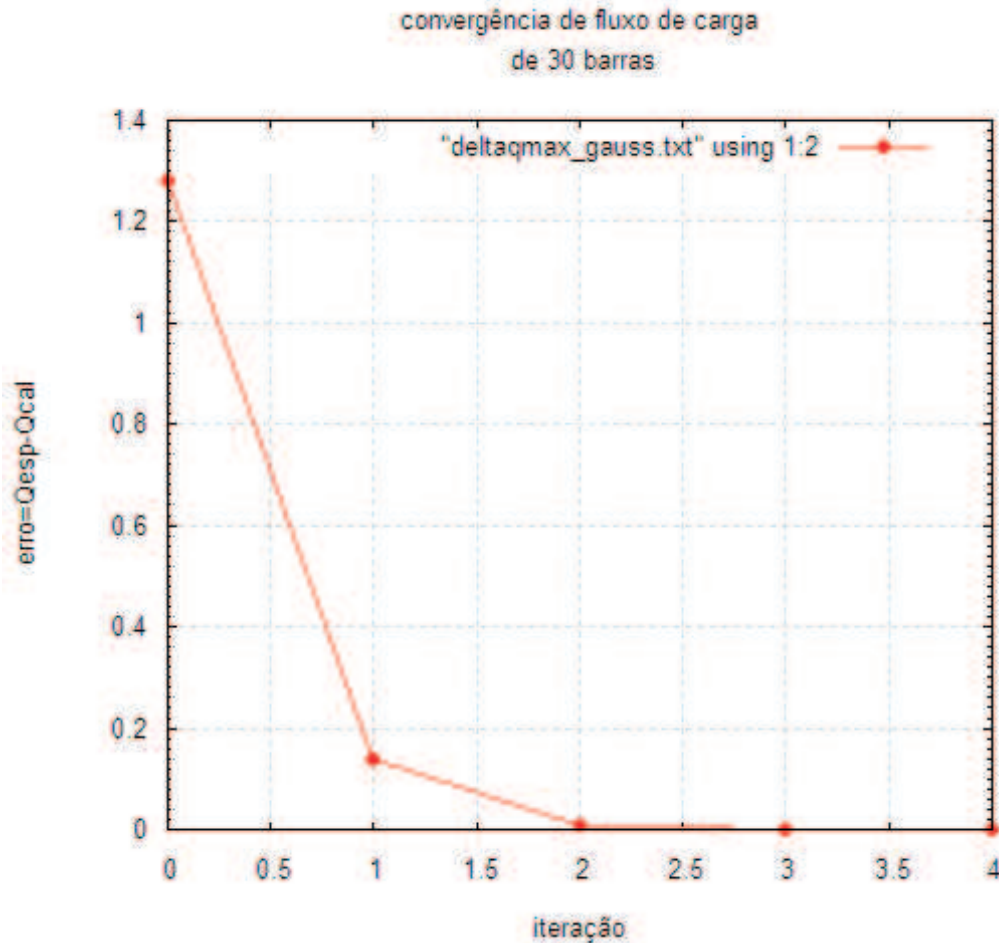


Figura 4.2: Erro *versus* números de iterações pelo método desacoplado rápido - potência reativa.

valores positivos que representa a energia reativa capacitiva gerada na barra *swing*. Se fossem valores negativos a energia reativa seria indutiva.

O relatório do estado do sistema com aplicação de Gauss na resolução (Apêndice A) reforça os resultados expostos anteriormente, na qual se determinou a solução nas barras, enquanto o relatório do fluxo do sistema com aplicação de Gauss na resolução (Apêndice B) determina a condição das linhas.

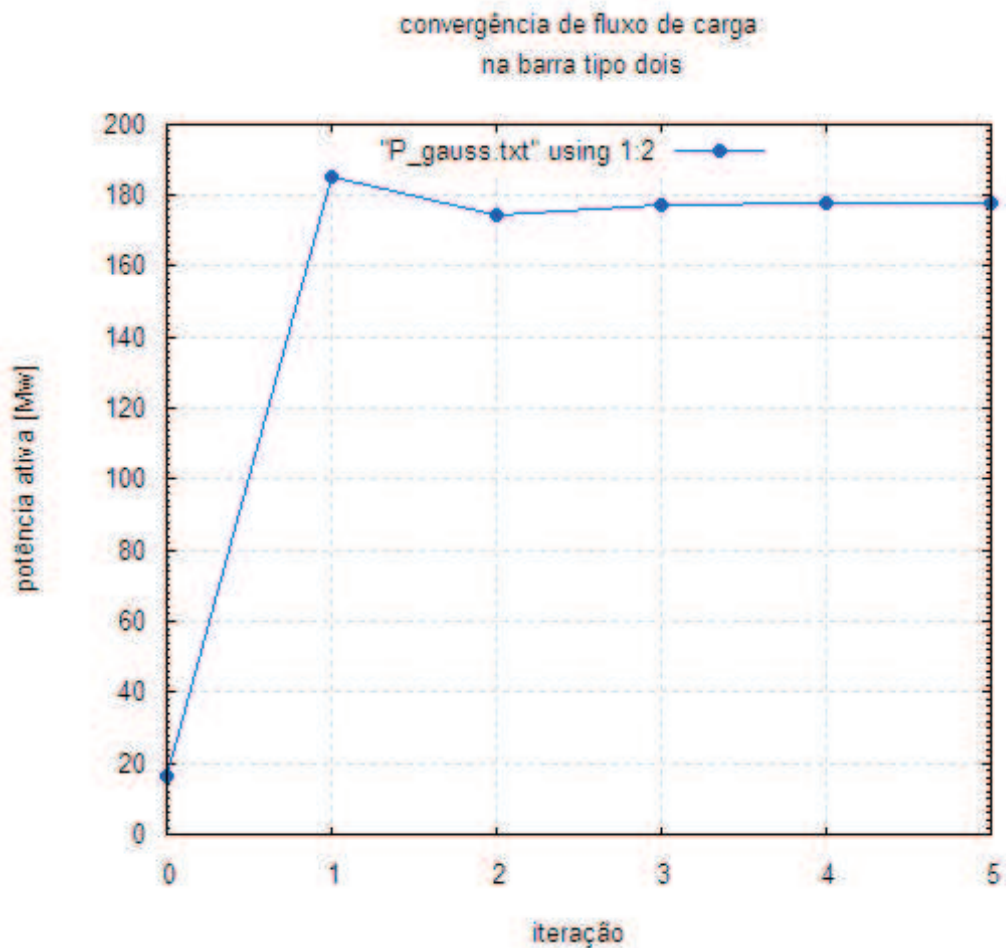


Figura 4.3: Variação de potência ativa na simulação do fluxo de carga.

4.1.2 Simulações com aplicação em Gauss-Jordan

Apresenta-se nos próximos gráficos a simulação para um modelo de 30 barras, com os mesmos dados trabalhados anteriormente, com duas meia iterações, sendo uma de potência ativa e outro da potência reativa, aplicando Gauss-Jordan na solução do sistema linear.

O gráfico 4.5 expõe a convergência da meia iteração da potência ativa pela resolução do sistema linear pela aplicação de Gauss-Jordan. O tempo utilizado para este

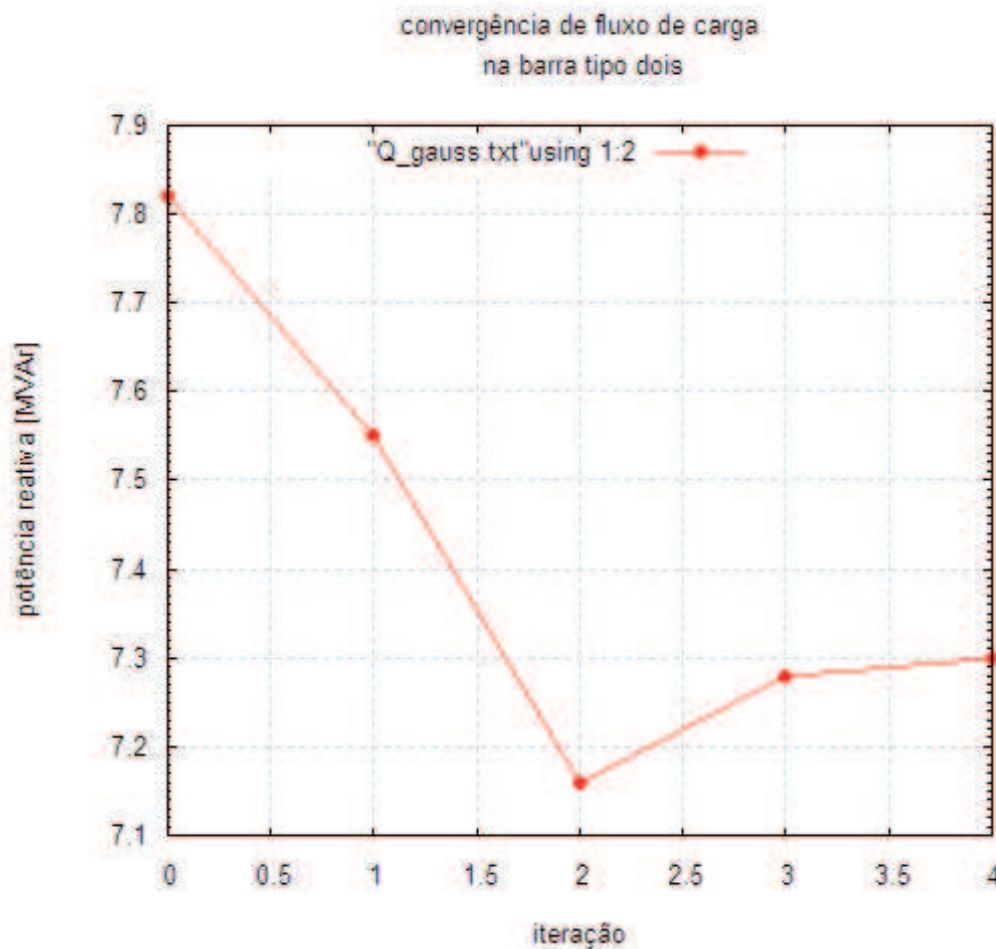


Figura 4.4: Variação de potência reativa na simulação do fluxo de carga.

foi 32cs (trinta e dois centésimos de segundos) enquanto pela resolução do sistema de Gauss, obteve apenas 11cs (onze centésimos de segundos), além disso, teve-se 113 (cento e treze) iterações contra as 5 (cinco) iterações pela aplicação de Gauss. Já o resíduo encontrado foi de $9,61 \times 10^{-5}$ para potência ativa. Destaca-se em relação ao gráfico 4.5 que se apresenta em estado de incerteza, oscilando na busca da solução para o sistema elétrico de potência, especialmente para parte ativa do sistema.

O gráfico 4.6 apresenta também um modelo de 30 barras com utilização da aplicação de Gauss-Jordan com meia iteração de potência reativa apresentando um

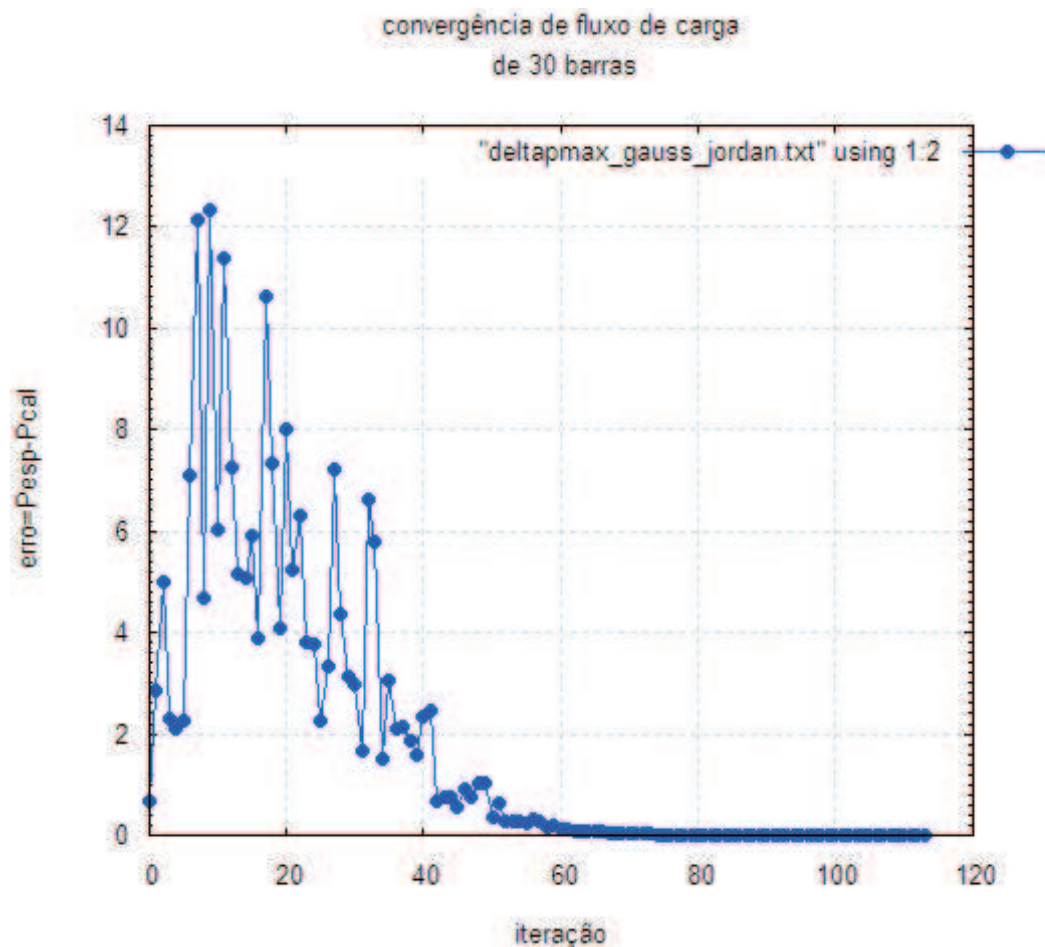


Figura 4.5: Modelo de convergência pela aplicação de Gauss-Jordan - meia iteração de potência ativa.

resíduo de $8,78 \times 10^{-5}$, sendo um resultado satisfatório. Mas, mesmo assim, percebe-se que este estava em estado de incerteza (problema de convergência) e fez uso de 32cs (trinta e dois centésimos de segundos). E o número de iterações é de 113 (cento e treze) somente para as 30 barras trabalhadas nesta simulação.

O gráfico 4.7 representa a simulação da variação da potência ativa na barra swing na resolução de convergência. Este resultado foi estabilizado com o valor de 177,43Mw contra 177,44Mw da simulação da barra *swing* do gráfico 4.3, para o

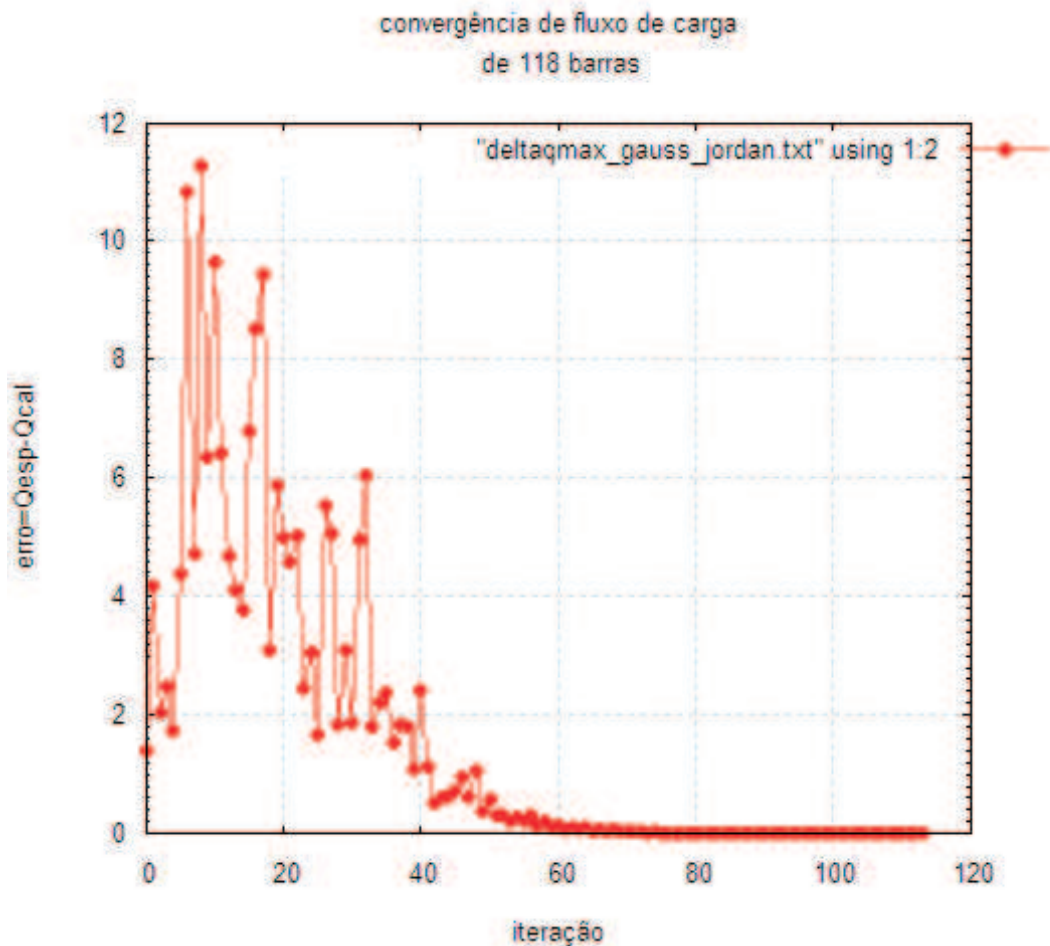


Figura 4.6: Modelo de convergência pela aplicação de Gauss-Jordan - meia iteração de potência reativa.

ponto de convergência, isto é, teve-se uma diferença de 0,01Mw de uma simulação para outra o que demonstra a precisão. E esta pode ser parametrizada pelo erro encontrado que foi da primeira simulação apresentada no gráfico 4.3. Em outras palavras a melhor precisão está relacionada ao menor erro, que foi vista na simulação com aplicação de Gauss contra a aplicação de Gauss-Jordan.

O gráfico 4.8 expõe a variação da potência reativa na simulação do balanço energético da barra *swing*. Seu valor inicial é de 55,78MVar, ou seja, sendo uma

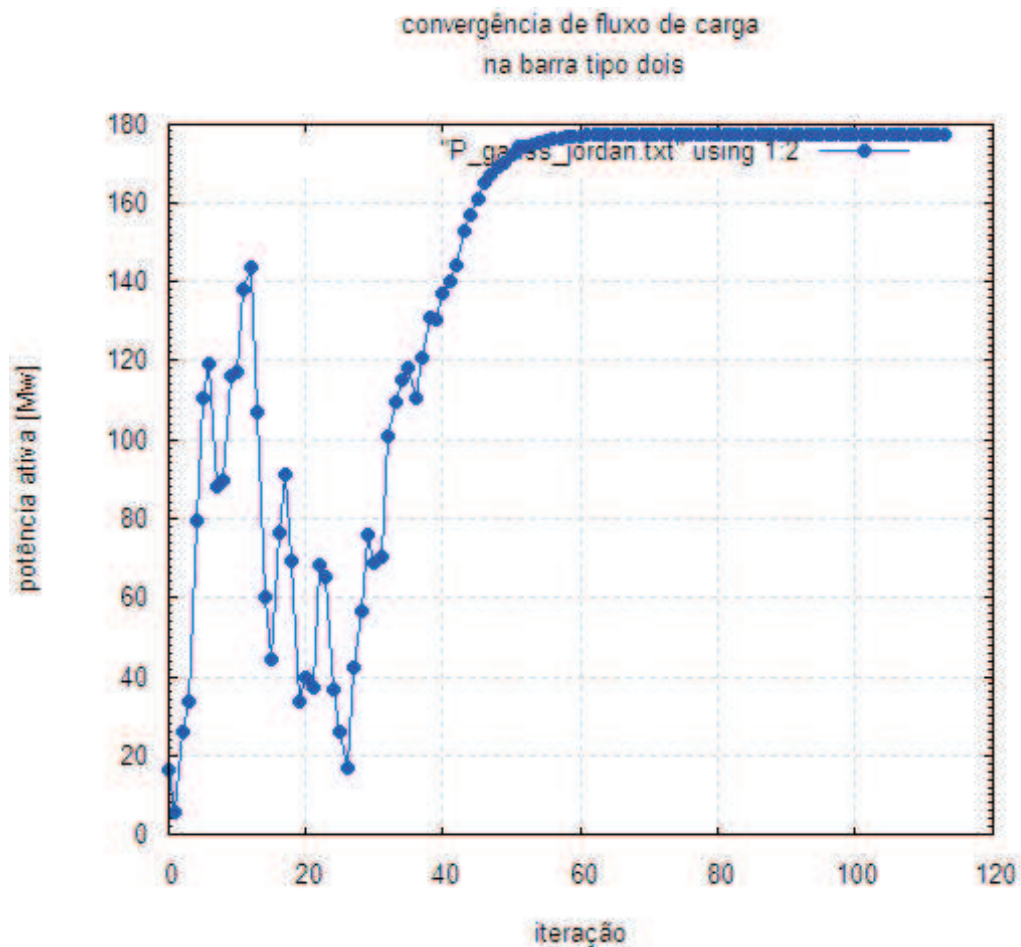


Figura 4.7: Simulação da variação da potência ativa na barra *swing* na resolução de convergência.

potência reativa capacitiva. E se estabiliza em 7,30MVar.

Comparando-se o valor de convergência da potência reativa capacitiva do gráfico 4.8 com o gráfico 4.4, nota-se que os valores atingidos são os mesmos, isto é, 7,30MVar. Isto demonstra a eficiência do modelo em relação a potência reativa, mas, lembra-se novamente que o tempo utilizado ainda é maior, uma vez que se está usando Gauss-Jordan e o anterior obedecendo a aplicação eliminação de Gauss.

Os gráficos expostos nesta subseção estão consoante os dados apresentados no re-

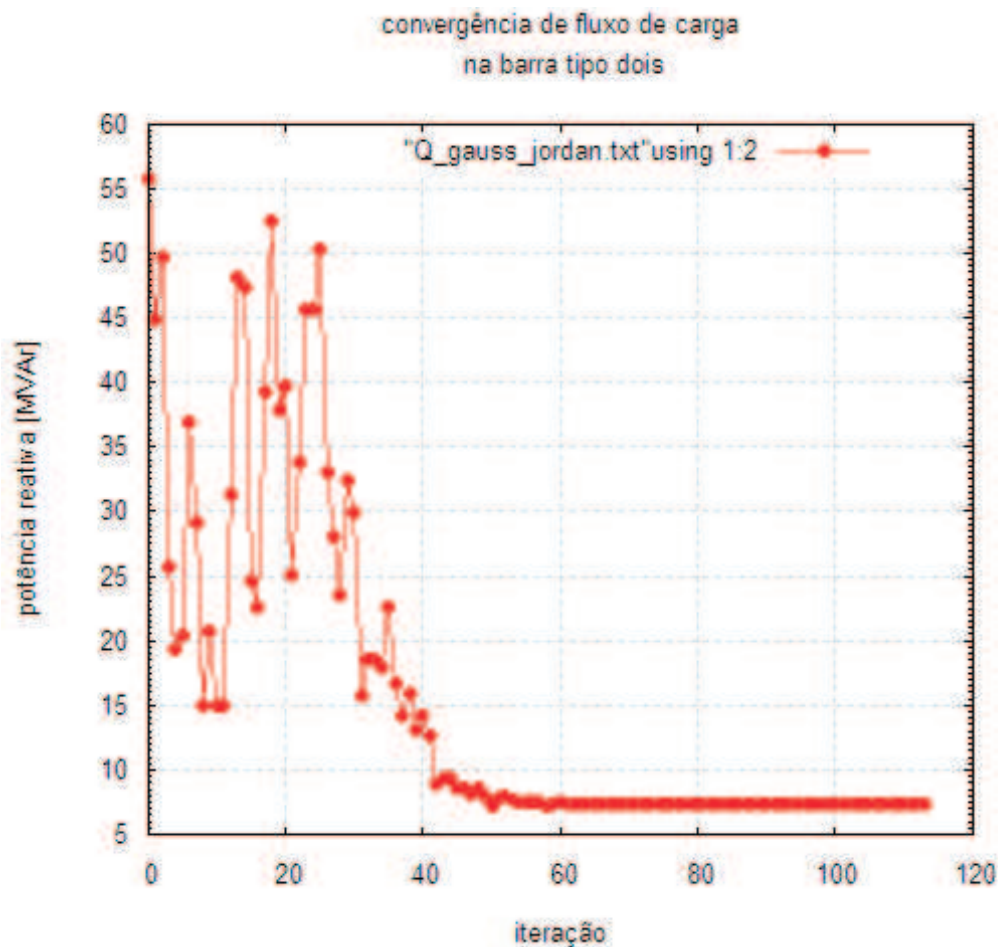


Figura 4.8: Simulação da variação da potência reativa na barra *swing* na resolução de convergência.

latório do estado do sistema com aplicação de Gauss-Jordan na resolução (Apêndice C) que determinam as variáveis de estado.

Também o relatório de fluxo do sistema com aplicação de Gauss-Jordan na resolução (Apêndice D) ajuda a reforçar as idéias obtidas de acordo com a resolução das variáveis de estado.

4.1.3 Simulações com aplicação da fatoração LU

Para as simulações com aplicação da fatoração LU através de resolução do sistema linear, utilizando um modelo com 30 barras, teve-se os seguintes resultados que podem ser vistas nos gráficos 4.9 a 4.12.

O gráfico 4.9 apresenta a convergência da meia iteração de potência ativa, com 8 (oite) iterações na convergência e um resíduo de $2,26 \times 10^{-5}$. Este resíduo está bem abaixo do valor da tolerância, sendo ótimo na resolução do problema.

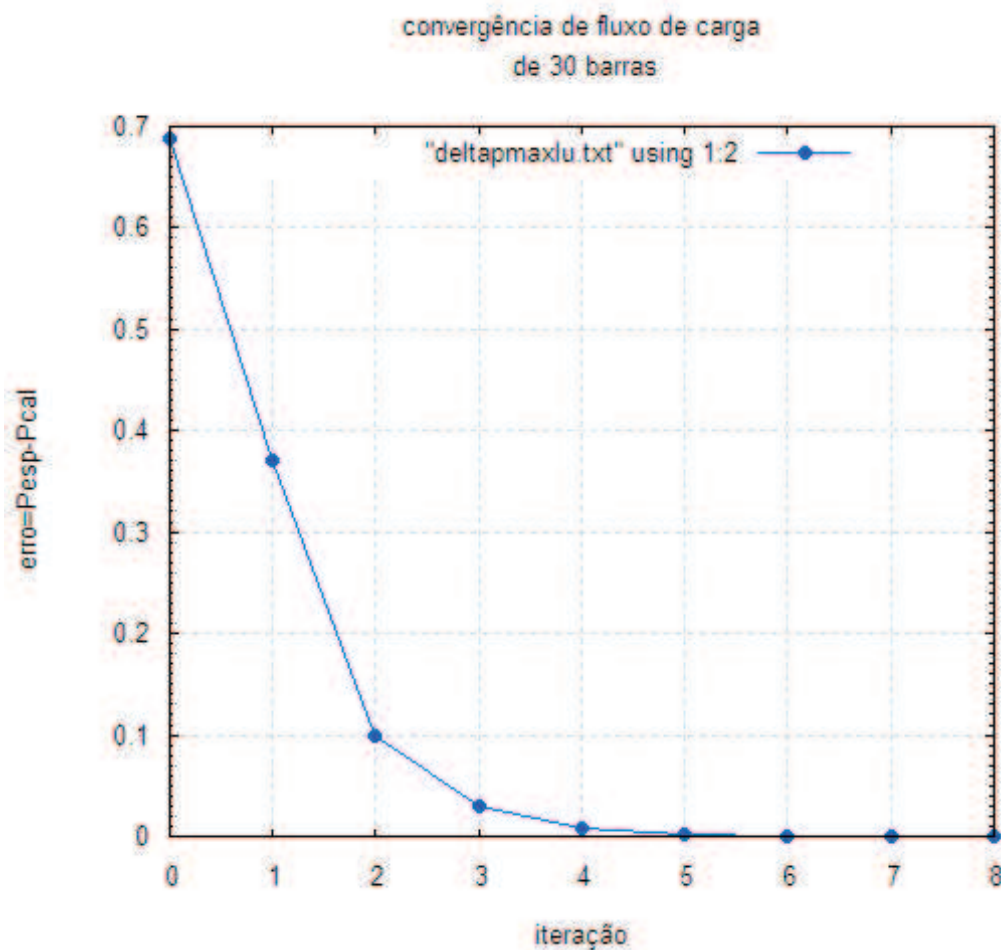


Figura 4.9: Simulação da variação da potência ativa pela aplicação em LU.

O tempo de vigência da execução do programa foi de 9cs (nove centésimos se-

gundos), sendo este um tempo extremamente aceitável, sendo menor que o tempo utilizado eliminação de Gauss na resolução do sistema de equações lineares, e ainda, bastante inferior ao método com aplicação Gauss-Jordan que levou 32cs (trinta e dois centésimos de segundos).

O gráfico 4.10 traz a simulação com aplicação da decomposição LU e meia iteração da potência reativa, também com 30 barras. Para esta simulação teve um resíduo de $4,80 \times 10^{-5}$ que atende a condição imposta pela tolerância. Em outras palavras, o valor de convergência é menor do que o valor de tolerância. O número de iterações foram 8 (oito) para resolução deste problema.

Em relação ao tempo, sabe-se que este consumiu apenas 9cs (nove centésimos de segundos).

O gráfico 4.11 traz a convergência de fluxo de carga na barra *swing*, com 30 barras, para a potência ativa dada em Mw (Mega watts), composta de 8 (oito) iterações, na qual para cada iteração foi assumida uma condição até o equilíbrio do sistema de energia no valor de 178,416Mw. Esse valor é maior do que os valores encontrados nas aplicações dos gráficos das barras *swings* 4.3 e 4.7. Isso significa que o modelo aqui exposto pela barra *swing* não determina uma precisão, sendo um resultado considerado para tomada de decisão em relação ao sistema de energia, na prática, leva-se em consideração também a velocidade de convergência.

O gráfico 4.12 também traz convergência de fluxo de carga na barra *swing*, no sistema de 30 barras, contudo para a potência reativa dada em MVar, composta de 7 (sete) iterações.

Nesta subseção, os gráficos também expostos aqui podem ser obtidos pelo relatório do estado do sistema com aplicação de LU na resolução (Apêndice E) que também determinam as variáveis de estado na barra. E ainda, relatório de fluxo do sistema com aplicação de LU na resolução (Apêndice F) que também representa o fluxo de energia na linha.

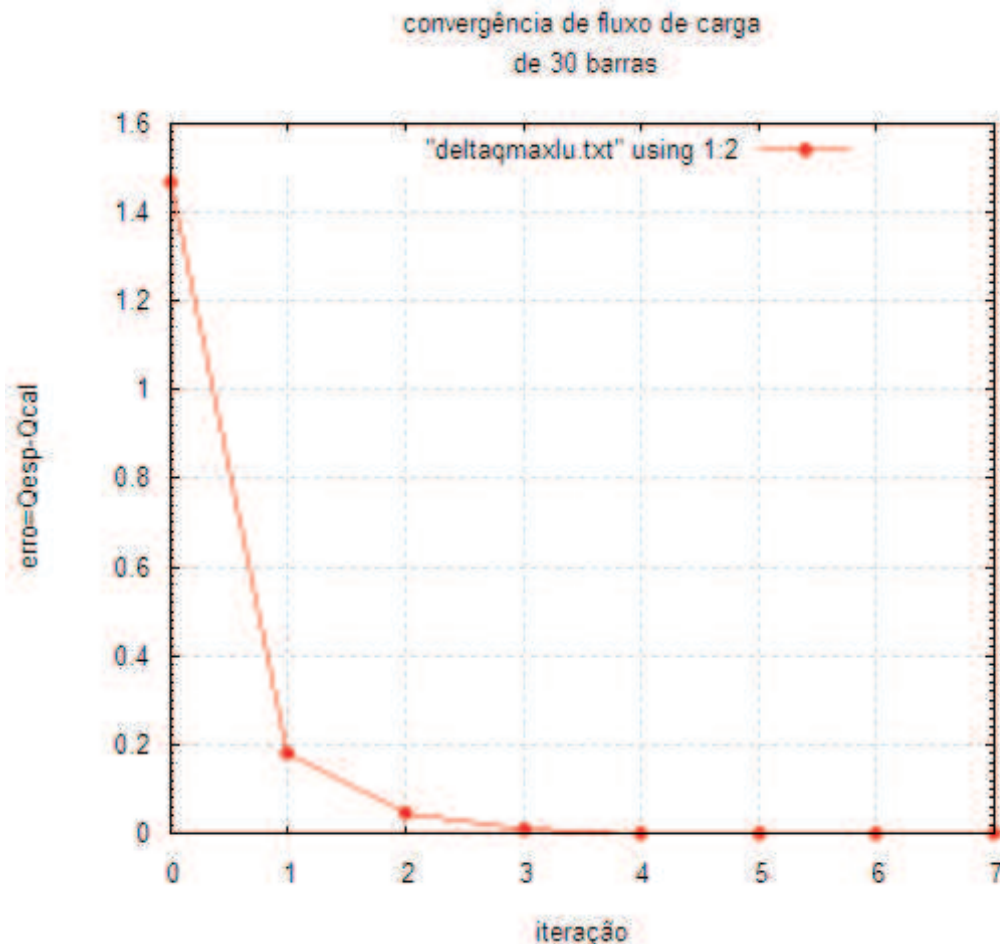


Figura 4.10: Simulação da variação da potência reativa pela aplicação em LU.

4.1.4 Simulações com aplicação da fatoração de Cholesky

Os gráficos expostos aqui trazem a análise de convergência e uma compreensão do comportamento das potências ativas e reativas, com aplicação da resolução de sistema de equações por Cholesky.

O gráfico 4.13 exibe a convergência de fluxo de carga de 30 barras para meia iteração de potência ativa. Neste, observa-se apenas 7 (sete) iterações, uma a menos do que o método utilizando LU. Também muito menor do que as 113 (cento e treze)

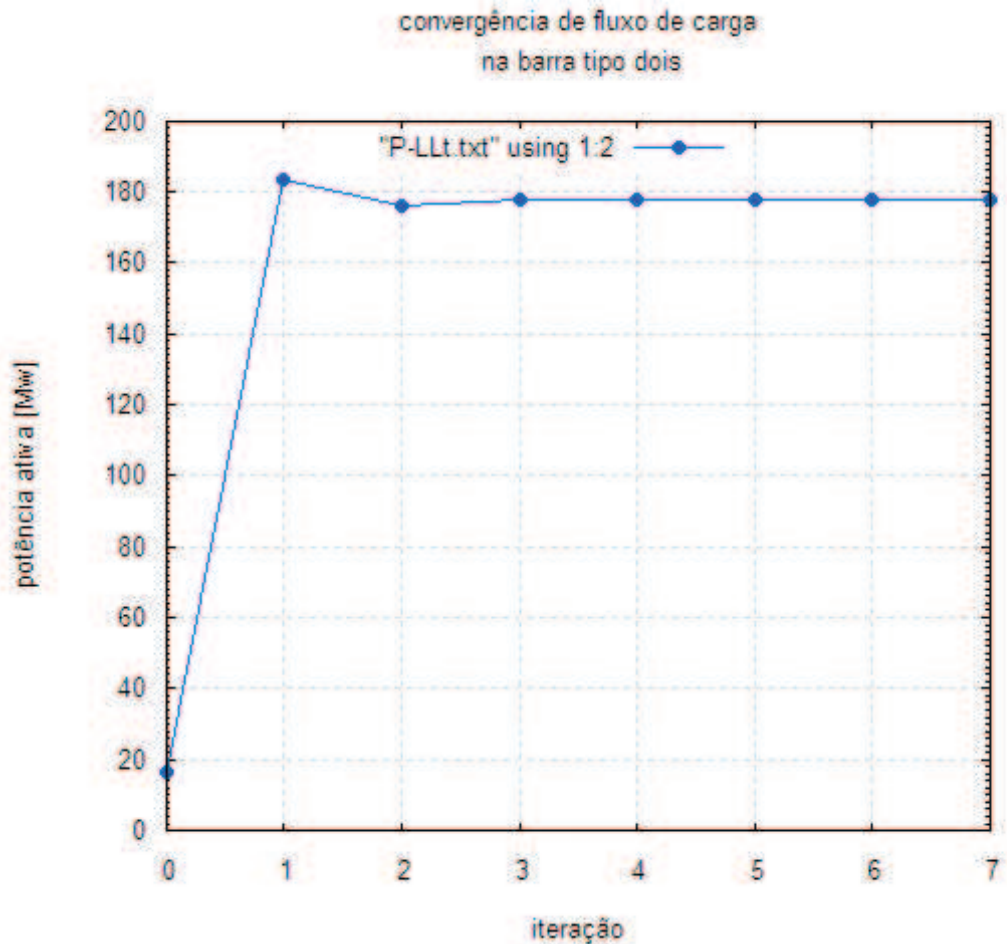


Figura 4.11: Simulação da variação da potência ativa pela aplicação em LU para a barra *swing*.

iterações na aplicação de Gauss-Jordan, mas com um maior número de iterações do que a aplicação de Gauss, que foi de apenas 5 (cinco) iterações.

Em relação ao tempo, este foi de apenas 6cs (seis centésimos de segundos) contra os 11cs (onze centésimos de segundos) da aplicação de Gauss e em LU o tempo é 9cs (nove centésimos de segundos), e ainda, muito menor do que os 32cs (trinta e dois centésimos de segundos) da aplicação de Gauss-Jordan. Assim, constata-se que em relação ao tempo este foi o mais eficiente.

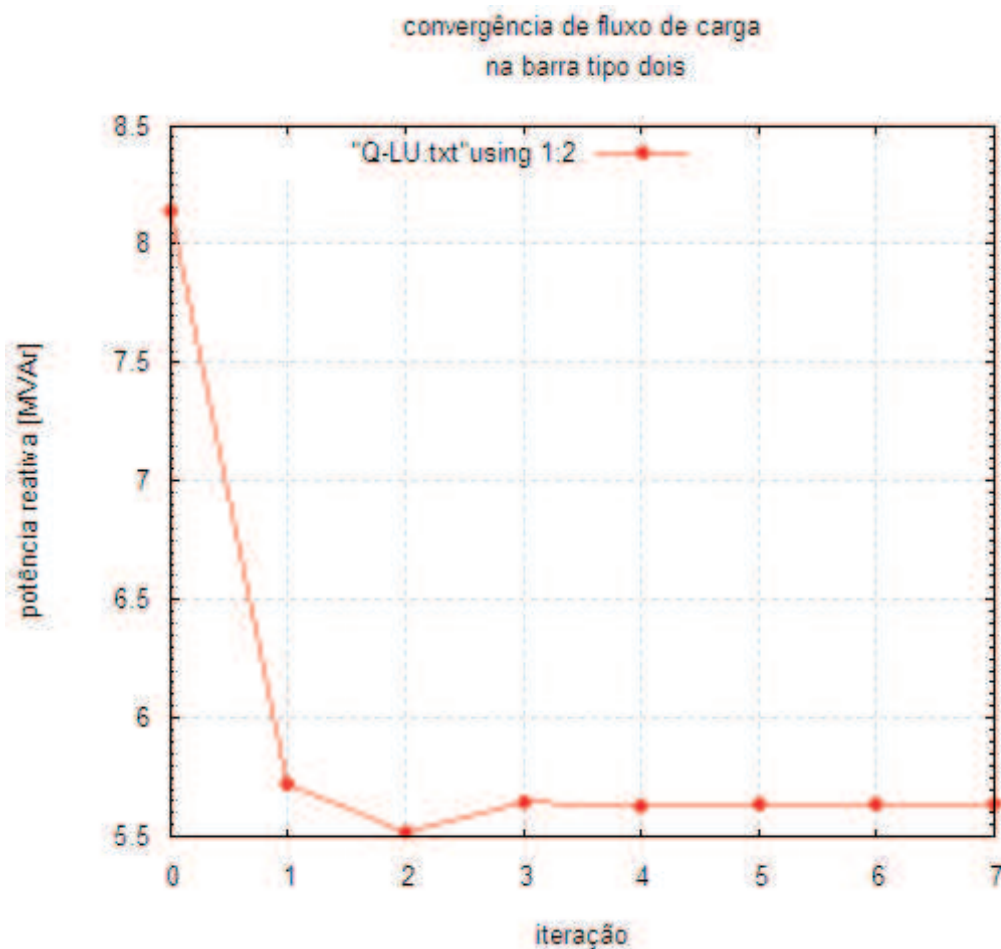


Figura 4.12: Simulação da variação da potência reativa pela aplicação em LU para a barra *swing*.

Já tomando como referência o resíduo, percebe-se que o resultado de $3,65 \times 10^{-5}$ encontrado é satisfatório, pois é muito menor do que a tolerância e os demais resíduos encontrados pelas aplicações nas simulações de convergência da potência ativa conforme mostram-se os gráficos 4.1, 4.5 e 4.9 ou em (Apêndice A), (Apêndice C) e (Apêndice E).

O gráfico 4.14 dispõe de informações sobre a convergência de fluxo de carga de 30 barras para meia iteração da potência reativa, na qual se observa 6 (seis)

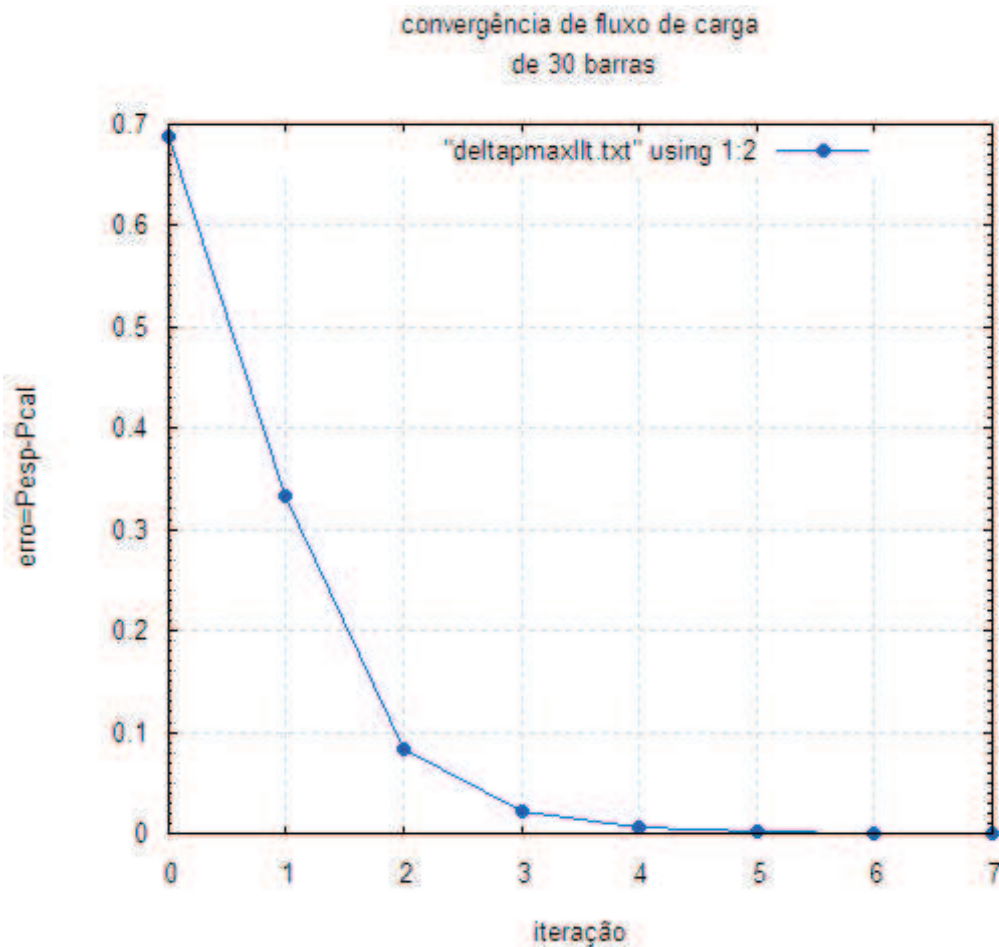


Figura 4.13: Simulação do erro para a convergência da meia iteração da potência ativa pela aplicação de Cholesky.

iterações. Quando observa esta aplicação de convergência de meia iteração da parte reativa, percebe-se que este apresenta um resíduo de $7,98 \times 10^{-5}$ muito menor que a tolerância e com o tempo de 6cs(seis centésimos de segundos). Dessa forma, sendo aceitável e coerente para o resultado e análise do sistema de energia.

O gráfico 4.15 apresenta a convergência de fluxo de carga na barra *swing* que inicia com valor de 16,217Mw. E já na primeira iteração vai para 183,424Mw; balanceando-se com 177,434Mw na sétima iteração.

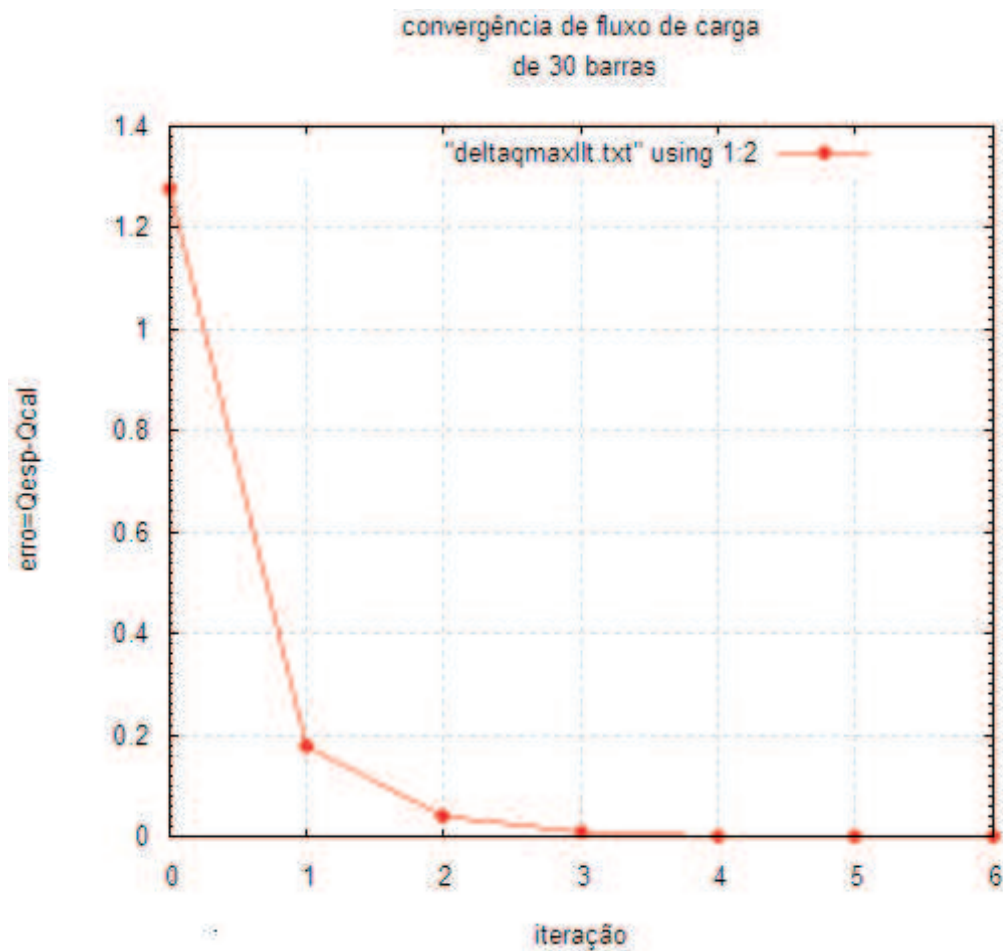


Figura 4.14: Simulação do erro para a convergência da meia iteração da potência reativa pela aplicação de Cholesky.

O gráfico 4.16 expõe a variação de potência reativa em cada iteração na convergência do fluxo de carga na barra *swing*. Neste o valor de partida é de 8,144MVar. Estabilizando-se na sexta iteração e apresentando o valor de 7,297MVar. Assim, concretizado o balanço energético de potência reativa capacitiva na sexta iteração com o mesmo valor.

Observa-se que esta simulação é a mais eficiente quando se comparam todos os parâmetros conjuntamente para análise de fluxo de carga com 30 barras nas tomadas

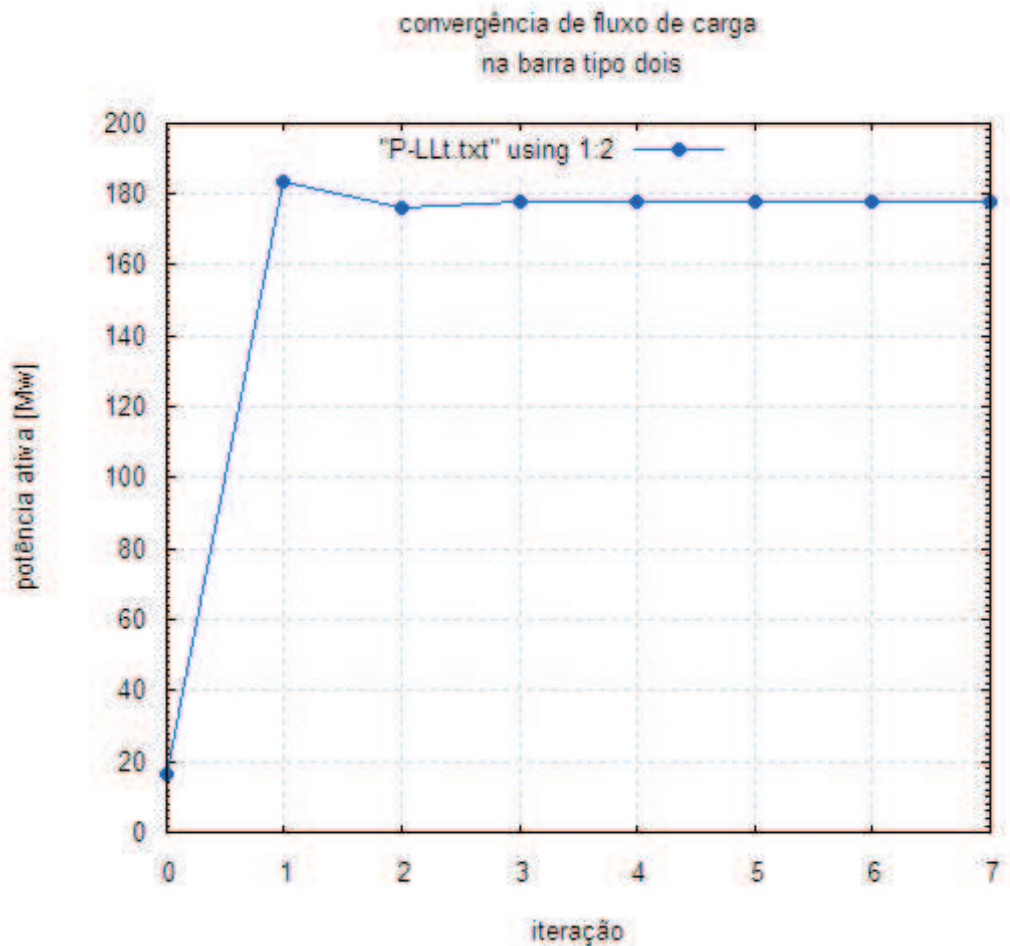


Figura 4.15: Simulação da variação da potência ativa pela aplicação de Cholesky para a barra swing.

de decisões de planejamento e outras situações dentro do escopo do sistema de energia elétrico.

Vale também mencionar que o relatório do estado do sistema com aplicação de Cholesky na resolução (Apêndice G) que determinam as variáveis de estado na barra reforça e complementa os dados apresentados no decorrer desta seção.

E ainda que o relatório de fluxo do sistema com aplicação de Cholesky na resolução (Apêndice H) que representa o fluxo de energia na linha ajuda a reforçar as

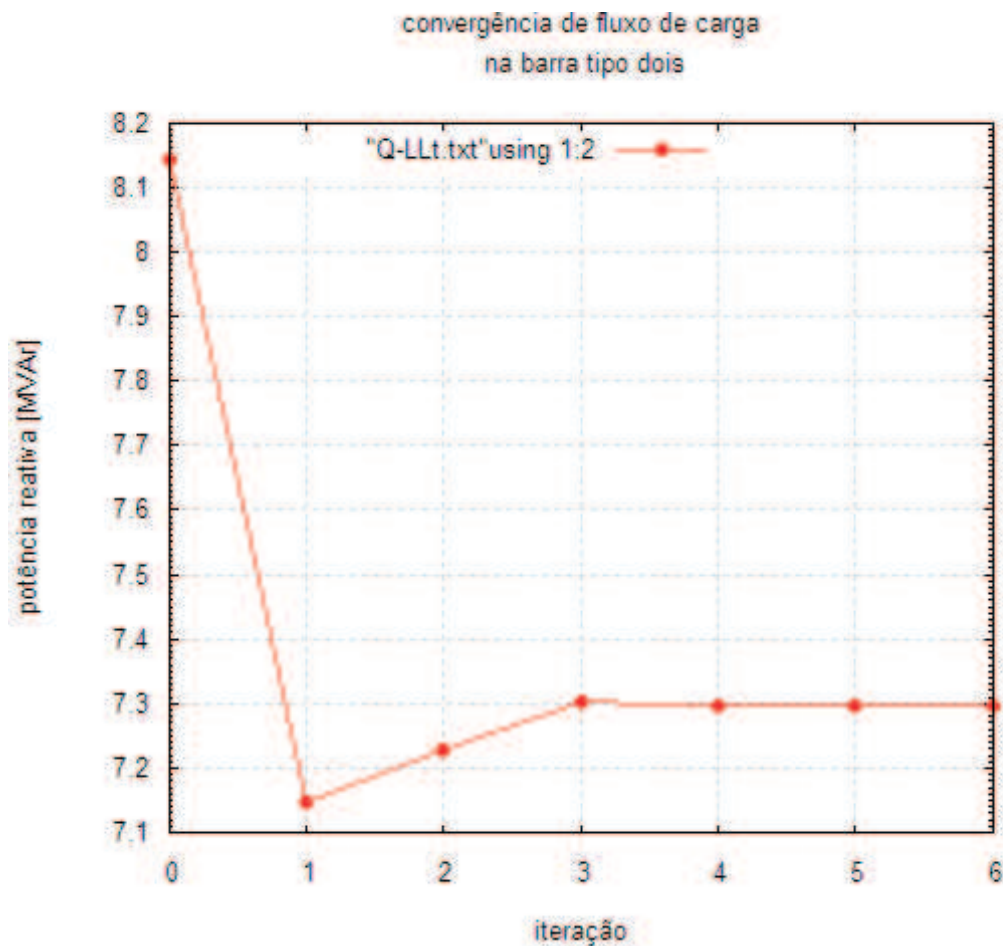


Figura 4.16: Simulação da variação da potência reativa pela aplicação de Cholesky para a barra *swing*.

idéias expostas na resolução das variáveis de estado trazendo dados complementares como diferença líquida máxima e mínima da potência reativa.

4.2 Simulação com 118 barras

Analisa-se nesta seção sistema com 118 (cento e dezoito) barras pelo método

desacoplado rápido com aplicações de Gauss, Gauss-Jordan, LU e Cholesky.

4.2.1 Simulação com aplicação em Gauss

Inicia-se com uma simulação com duas meias iterações com resolução do sistema por Gauss, na qual se apresenta no gráfico 4.17.

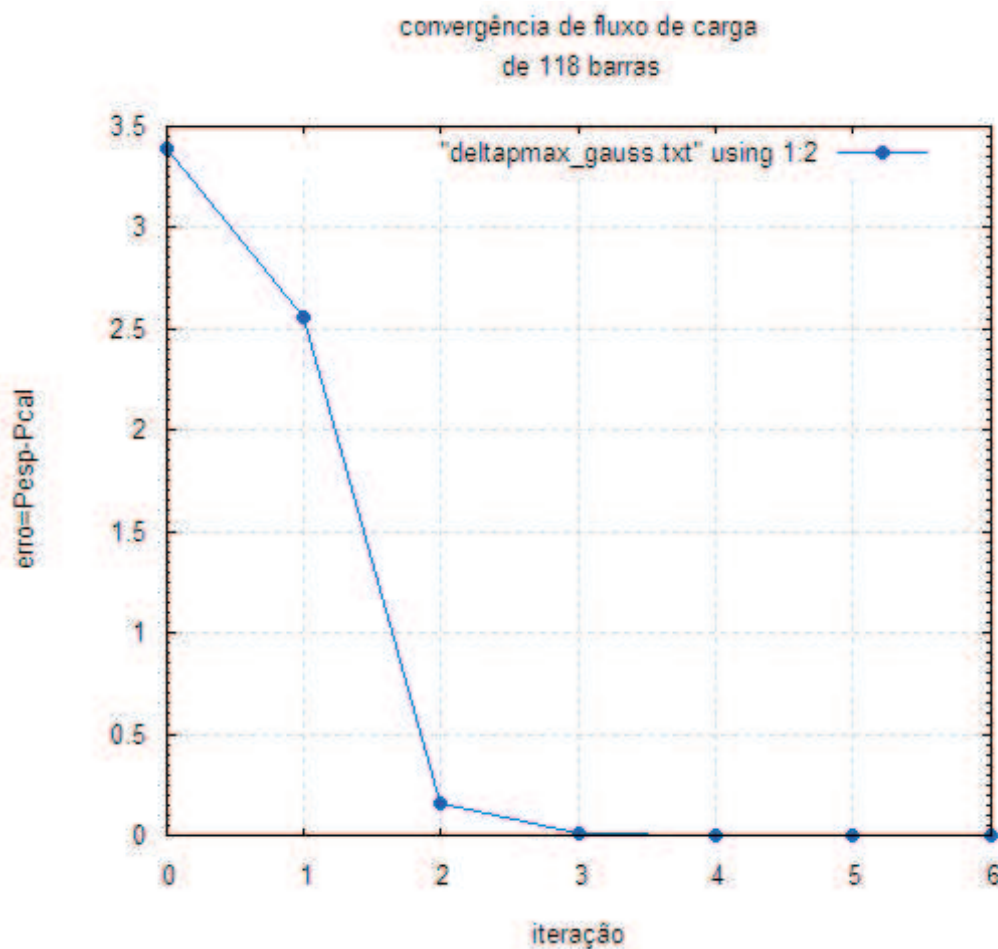


Figura 4.17: Simulação da convergência de fluxo de carga de 118 barras por Gauss para potência ativa.

Constata-se que o gráfico 4.17 apresenta a meia iteração da potência ativa com

seis iterações. E em relação ao resíduo de $2,10 \times 10^{-5}$, valor que ficou abaixo da tolerância estabelecida de 10^{-4} . Percebe-se que diferente do que aconteceu com 30 barras com aplicação de Gauss que teve a tolerância atendida, a simulação com 118 barras foi baixa.

Observando o tempo de execução do programa, destaca-se que esse foi bem maior que a simulação com 30 barras, sendo de 59cs (cinquenta e nove centésimos de segundo).

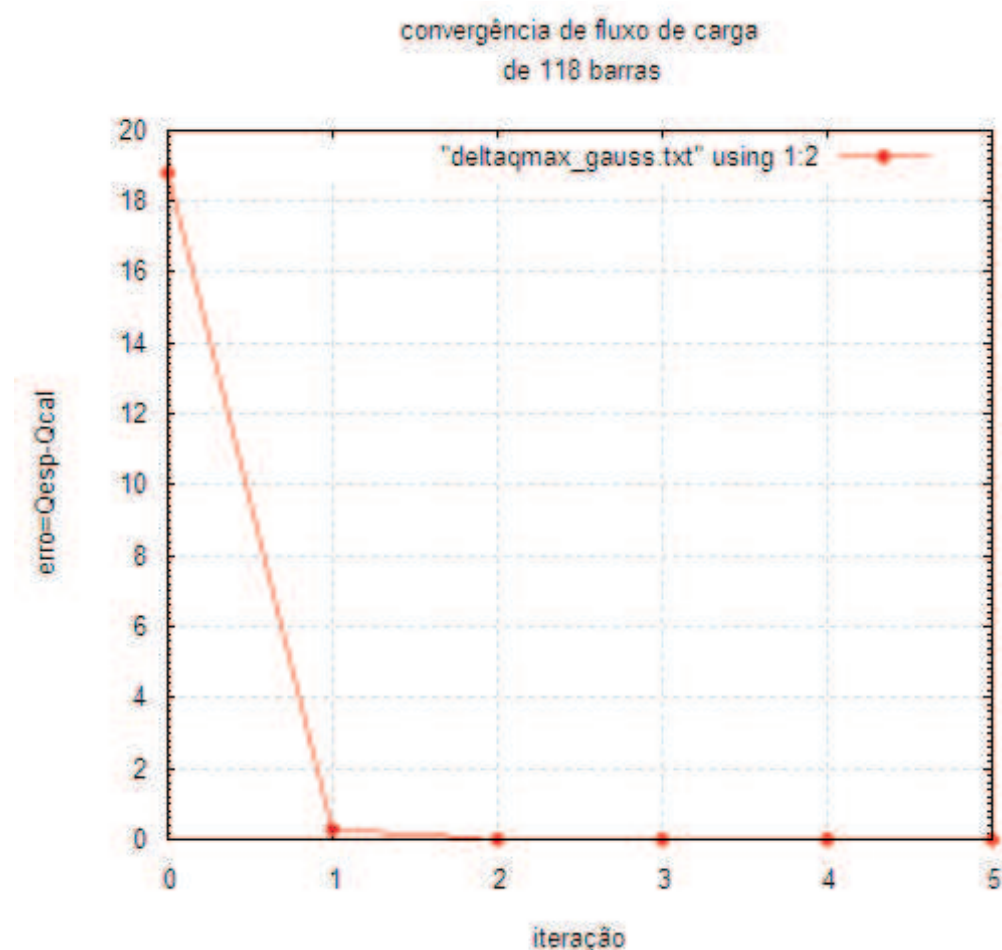


Figura 4.18: Simulação da convergência de fluxo de carga de 118 barras por Gauss para potência reativa.

O gráfico 4.18 dispõe de potência reativa, com simulação de convergência de 118 barras, composta das variáveis: erro e número de iterações. Neste, constata-se a ocorrência da convergência do fluxo de carga para a meia iteração da potência reativa de 5 (cinco) iterações. Esta é uma iteração a mais do que realizado no gráfico 4.2, na qual o tempo de execução de 59cs (ciquenta e nove centésimos de segundos). Entende-se que o fator que eleva o tempo de execução do programa é o número de barras, e não o número de iterações neste caso.

Nota-se que em referência ao valor de convergência ou equilíbrio do sistema de energia, a potência reativa teve um valor de balizamento de $2,80 \times 10^{-5}$. Este parâmetro atende satisfatoriamente as exigências do sistema.

No gráfico 4.19, acompanhando a evolução na barra *swing*, no cenário de convergência de fluxo de carga, o ponto inicial desta é -28,27Mw (consumidora) e somente na segunda iteração que volta ser uma barra do tipo dois (barra $V\theta$), com 122,79Mw, até a estabilização de 118,91Mw.

O gráfico 4.20 mostra a convergência de fluxo de carga na barra *swing*. Contudo, desta vez, para potência reativa com 118 barras. A condição inicial é de -219,99MVar, indo para o ponto ótimo na -298,98MVar na quarta iteração. Essa potência reativa é indutiva.

Os dados que justificam o tempo e outras variáveis utilizadas aqui podem ser visualizados no relatório do estado do sistema com aplicação de Gauss na resolução (Apêndice I), bem como complementam com outras informações. Também o relatório do fluxo do sistema com aplicação de Gauss na resolução (Apêndice J) que traz dados do fluxo normal, do fluxo de emergência, e ainda, as perdas de potência ativa e reativa.

4.2.2 Simulação com aplicação em Gauss-Jordan

Aplica-se novamente Gauss-Jordan na resolução do sistema linear na simulação. Nota-se que esta aplicação com Gauss-Jordan para a convergência de fluxo de carga de 118 barras, não converge, conforme pode ser visto no gráfico 4.21.

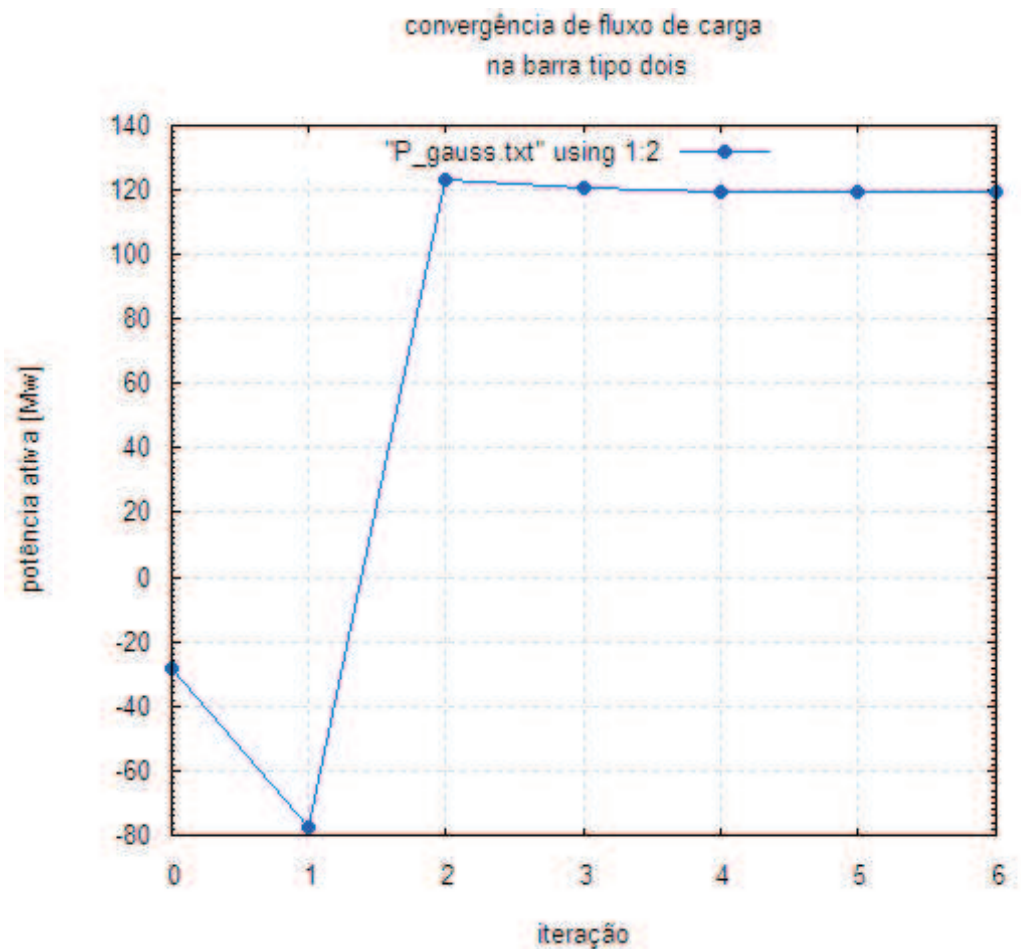


Figura 4.19: Convergência de fluxo de carga na barra *swing* por Gauss para potência ativa.

Percebe-se que a potência ativa diverge, dessa forma, descarta-se a aplicação de Gauss-Jordan. E o mesmo também acontece para a potência reativa, uma vez que também diverge, conforme pode ser visto no gráfico 4.22.

Dessa forma, a utilização da aplicação de Gauss-Jordan não atende os requisitos do sistema, pois o mesmo não abrange um grande número de barras, no caso deste estudo um número de barra maior que 114 (cento e quatorze) conforme simulação feita com parte do arquivo de 118 barras, mas não demonstrada no corpo deste

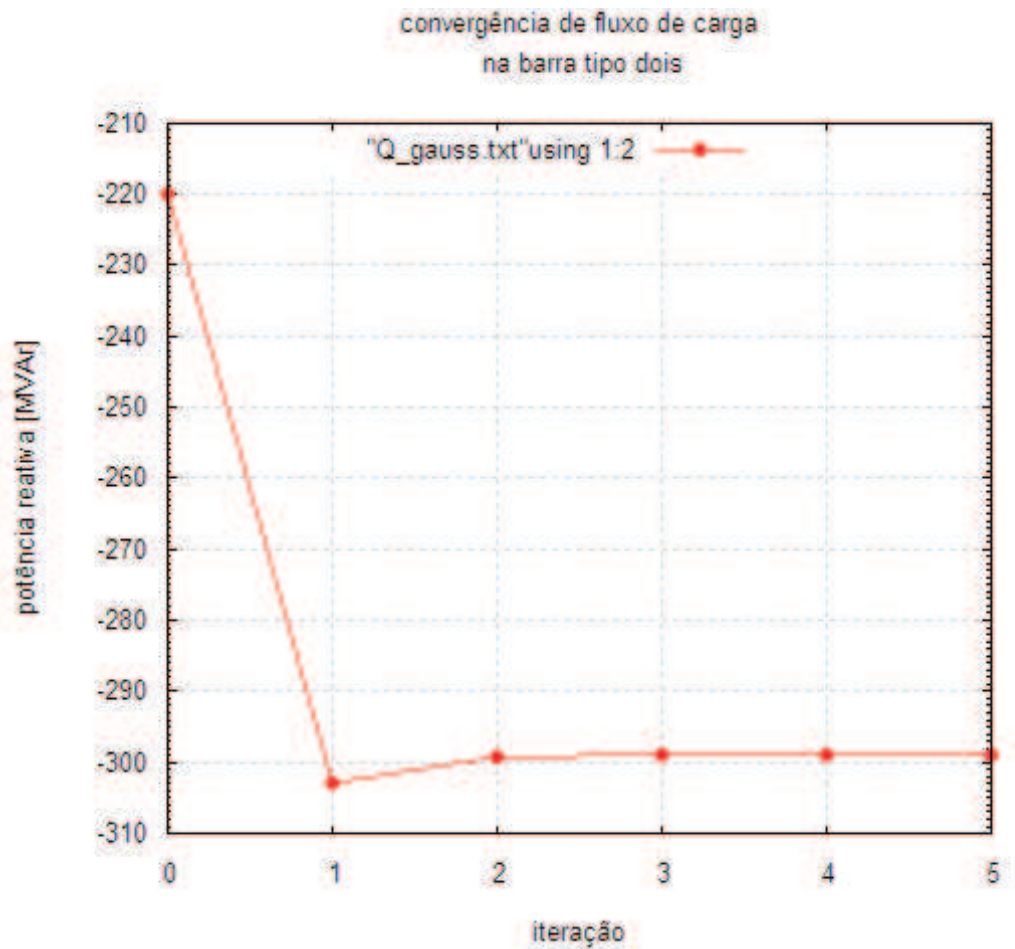


Figura 4.20: Convergência de fluxo de carga na barra *swing* por Gauss para potência reativa

trabalho, a fim de não ampliar demasiadamente esta pesquisa.

Neste modelo não há relatório de conclusão e reforço dos dados, uma vez que os mesmos não convergem.

4.2.3 Simulação com aplicação em LU

A simulação realizada aqui tem como a aplicação em LU, também com 118

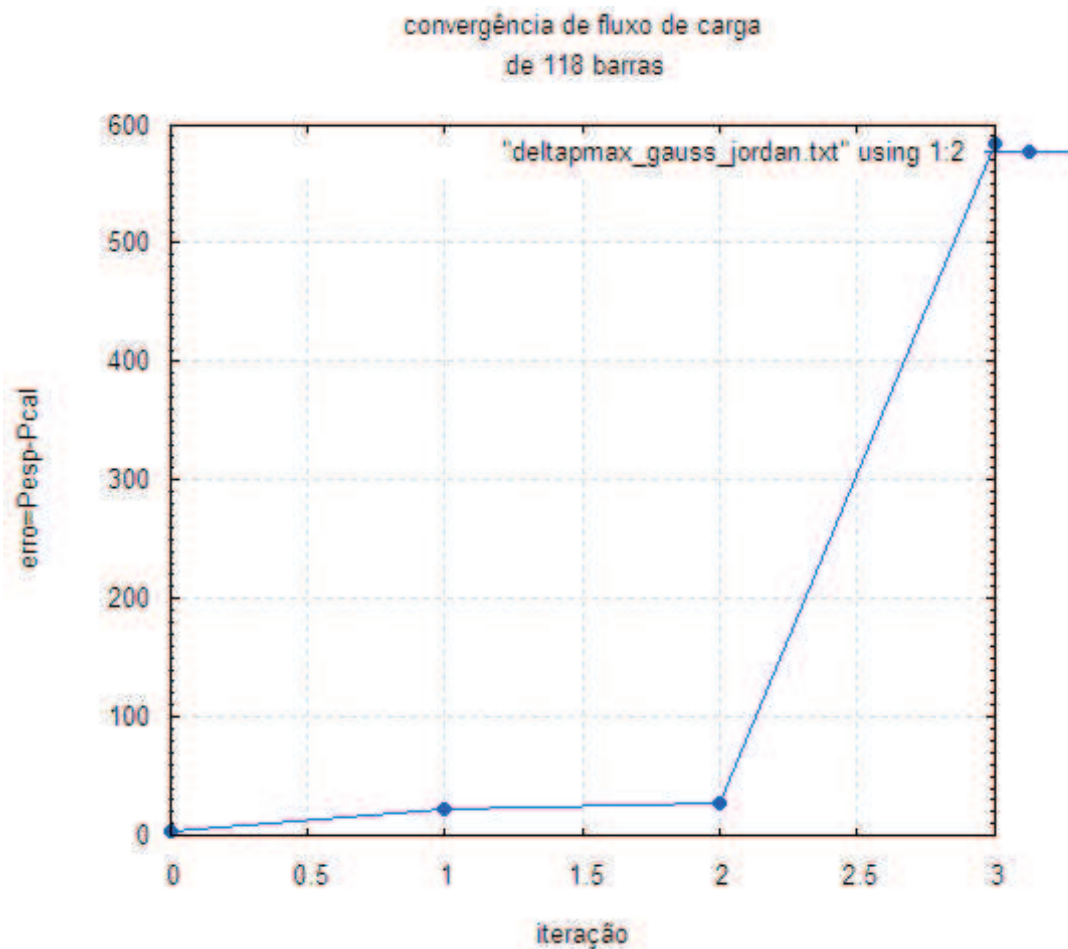


Figura 4.21: Simulação de fluxo de carga com 118 barras por Gauss-Jordan para potência ativa.

barras.

O gráfico 4.23 mostra a convergência do fluxo de carga para a meia iteração da potência ativa, na qual o número de iterações é 6; e, o tempo para execução do programa foi 40cs (quarenta centésimos de segundo). E resíduo encontrado foi de $8,16 \times 10^{-5}$, sendo aceitável, uma vez que é menor que a tolerância estipulada. Comparando-se com a simulação de 30 barras, exposta no gráfico 4.9, percebe-se que ambas atenderam as condições necessárias. Já comparando com a simulação

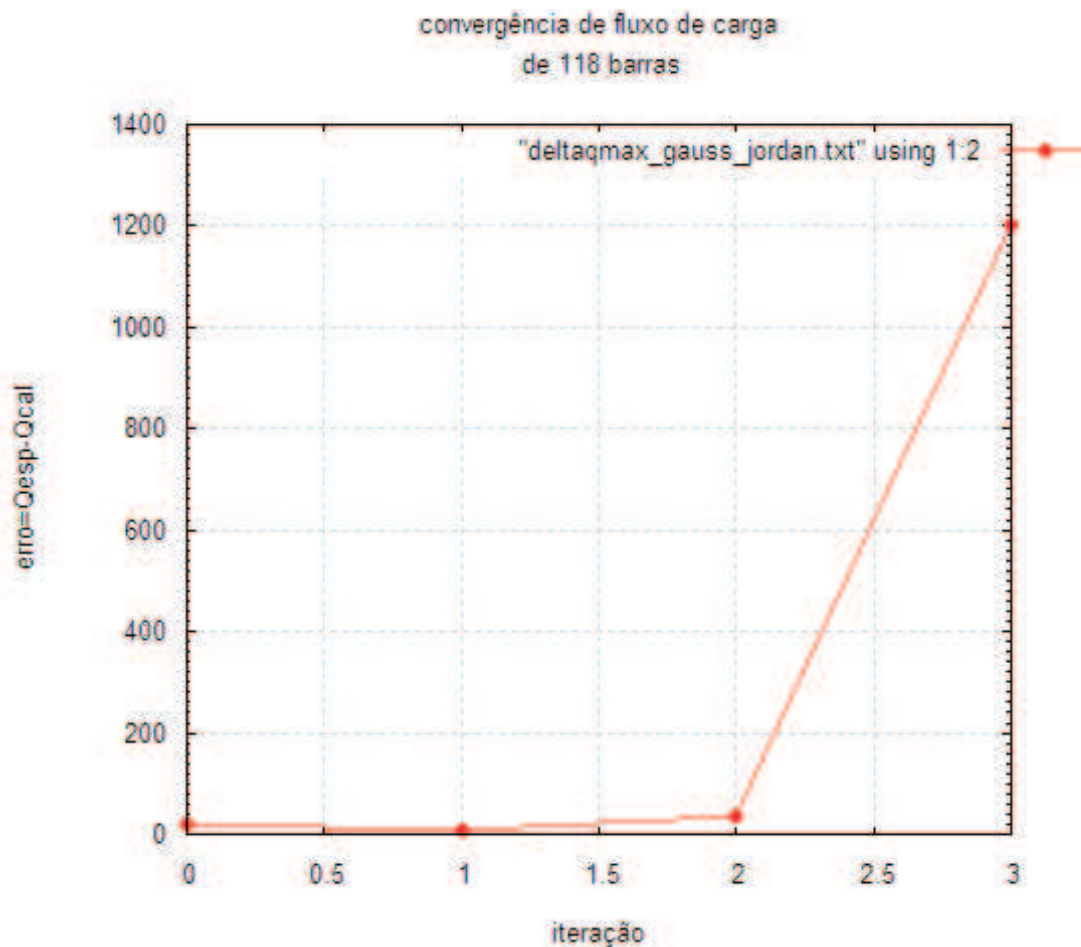


Figura 4.22: Simulação de fluxo de carga com 118 barras por Gauss-Jordan para potência reativa.

realizada com a aplicação de Gauss, este comprova sua superioridade prática para atender as condições impostas pelo sistema de energia.

Observa-se ainda que o número de iterações é menor para a simulação 118 barras do que a simulação com 30 barras, segundo o gráfico 4.9, exposto anteriormente, apresentou 8 (oito) iterações contra 6 (seis) iterações.

O gráfico 4.24 dispõe a convergência de fluxo de carga para meia iteração da potência reativa, na qual as variáveis também são: erro e número de iteração. Esta

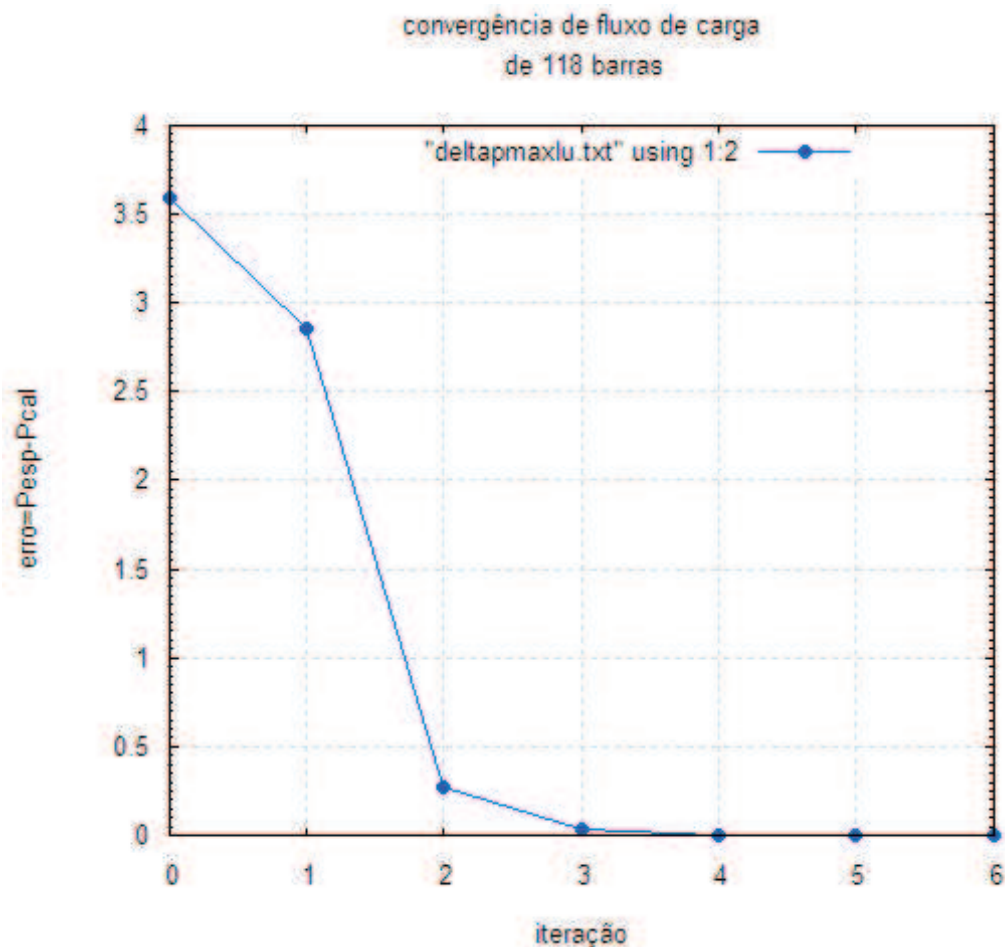


Figura 4.23: Simulação da convergência de fluxo de carga de 118 barras com aplicação em LU para potência ativa.

simulação tem 6 iterações, que é menor do que o número de iterações apresentado no gráfico 4.10, aplicado na mesma situação, mas com 30 barras.

Em relação ao resíduo encontrado neste modelo, encontrou-se o resíduo de $1,43 \times 10^{-5}$. Esse resíduo é menor que a tolerância, portanto, atende o requisito da simulação. Comparando-se com o resíduo do gráfico 4.10, percebe-se que estes comumente obedecem à tolerância.

O gráfico 4.25 apresenta a convergência de fluxo de carga na barra *swing* para

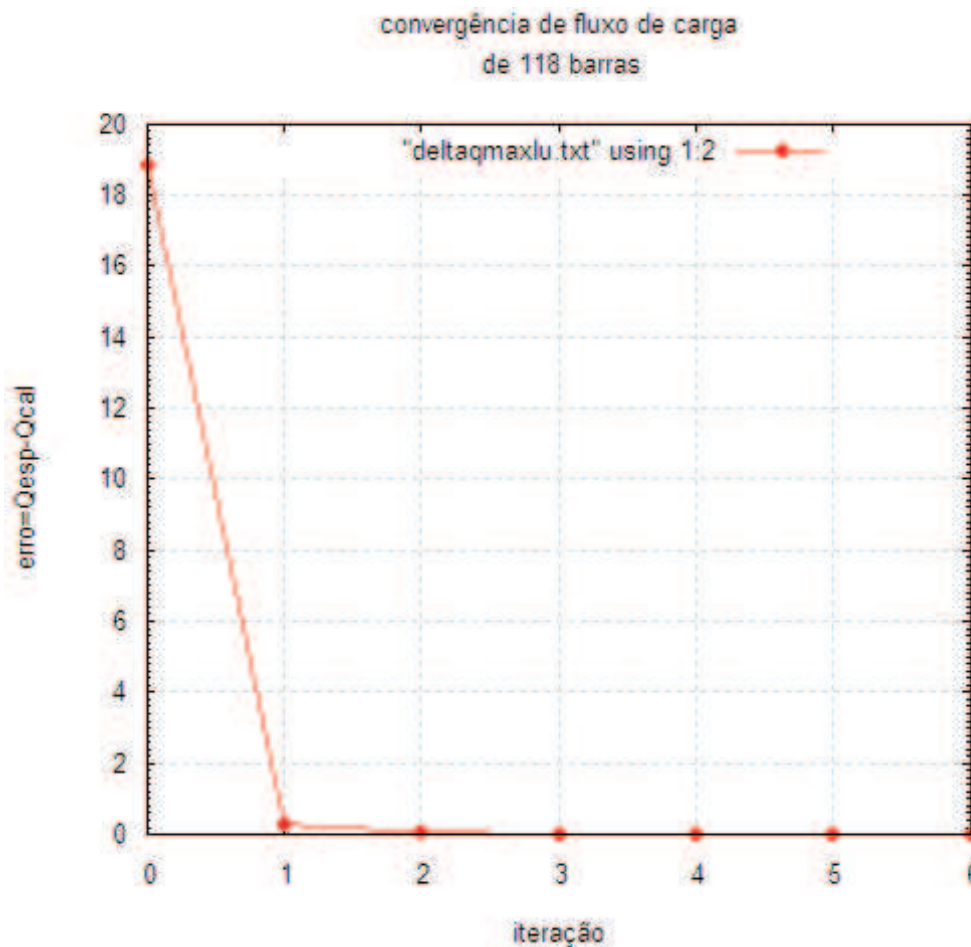


Figura 4.24: Simulação da convergência de fluxo de carga de 118 barras com aplicação da fatoração LU para potência reativa.

meia iteração de potência ativa, com aplicação na resolução do sistema de equações lineares com aplicação da fatoração LU.

O gráfico 4.26 representa a convergência de fluxo de carga na barra *swing* da meia iteração para potência reativa com aplicação de LU na resolução de sistemas de equações lineares com 118 barras. No ponto inicial foi -240,035MVar. Estabilizando-se em -299,046MVar na sexta iteração. Observa-se que esse comportamento acontece com aplicação de Gauss, exposto no gráfico 4.20 anteriormente mencionado e

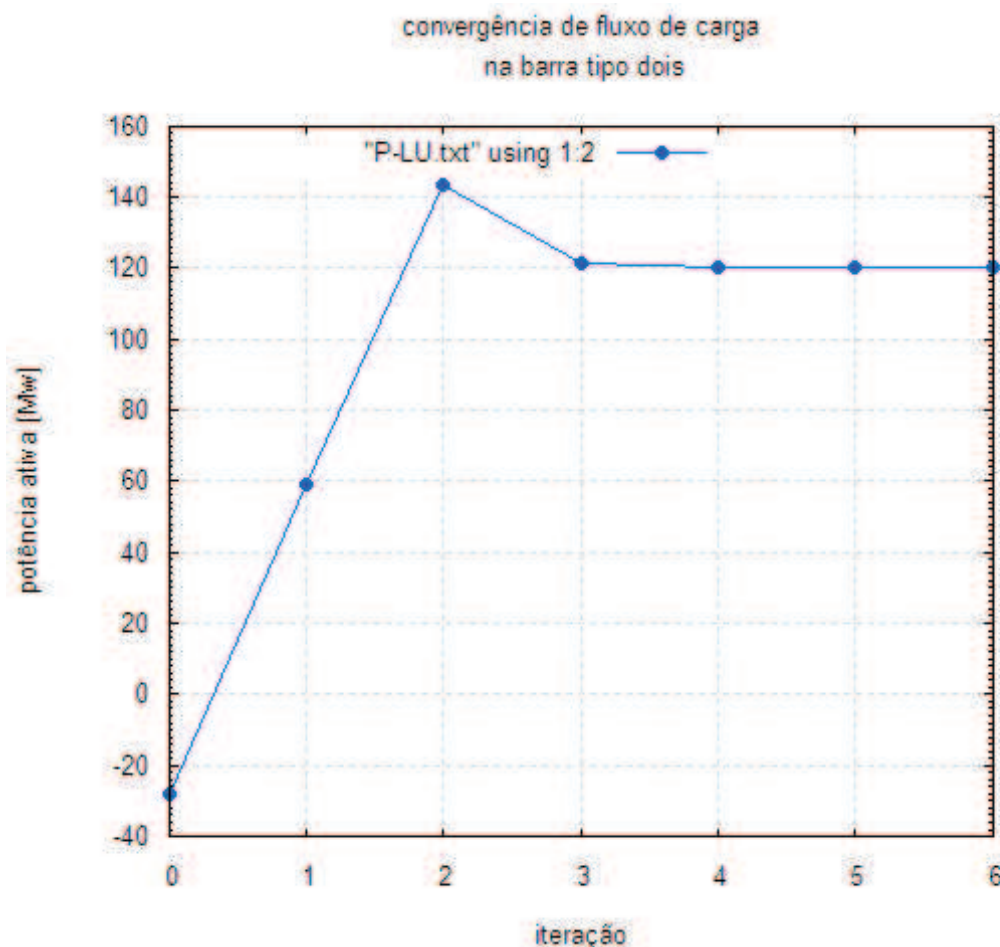


Figura 4.25: Simulação da convergência de fluxo de carga na barra *swing* com aplicação da fatoração LU para potência ativa.

descrito.

Compreende-se que método desacoplado rápido com aplicação em LU é extremamente eficiente para atender as necessidades e condições práticas do sistema de energia, principalmente quando se observa os parâmetros conjuntamente.

Os gráficos expostos nesta subseção estão alicerçados no relatório do estado do sistema com aplicação de LU na resolução (Apêndice K) e no relatório do fluxo do sistema com aplicação de LU na resolução (Apêndice L) que reforçam as informações

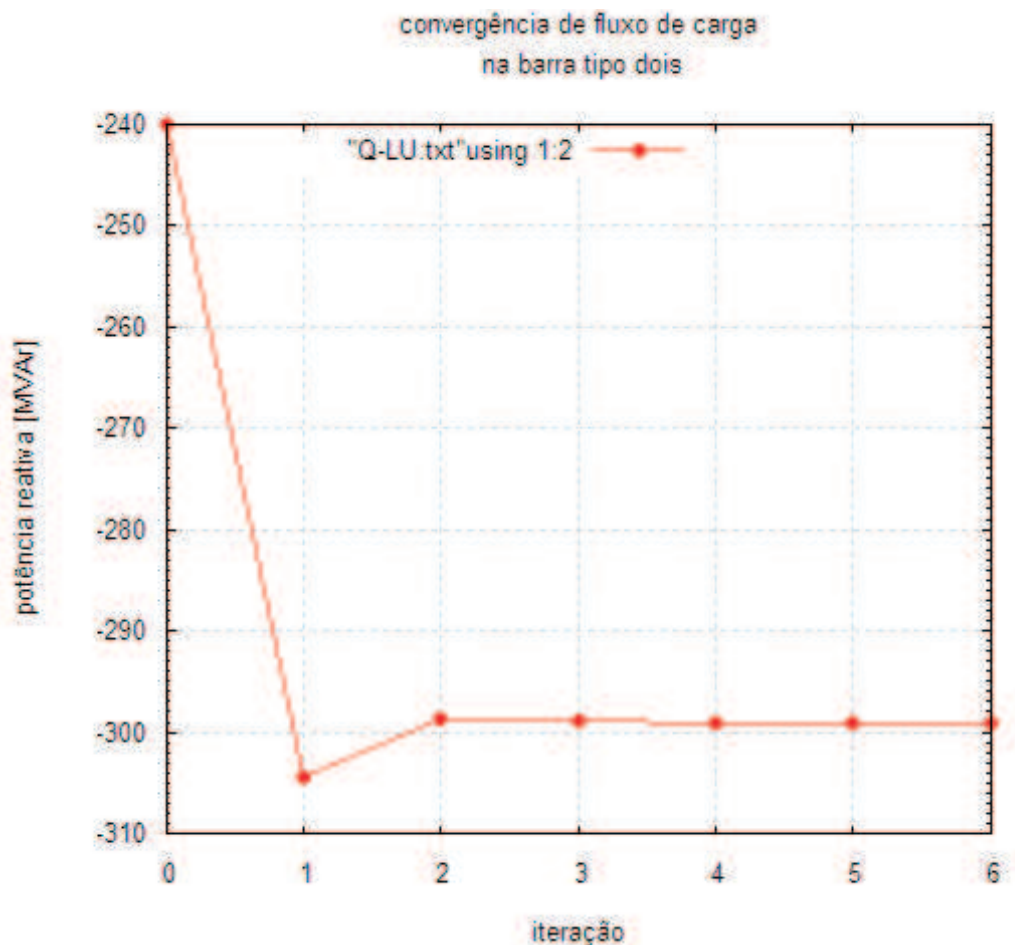


Figura 4.26: Simulação da convergência de fluxo de carga na barra swing com aplicação da fatoração LU para potência reativa.

exibidas anteriormente, tais como: tempo de execução do programa, erro, além de acrescentar outras variáveis que complementam e enriquecem esta dissertação, tais como: perda de potência ativa e reativa, fluxo normal, do fluxo de emergência, e ainda, os tipos de barras.

4.2.4 Simulação com aplicação em Cholesky

Nesta subseção, realiza-se uma análise do comportamento de convergência das potências ativas e reativas com a aplicação da resolução de sistema de equações por Cholesky. Entretanto, diferentemente como aconteceu no gráfico 4.13, trabalha-se aqui com uma simulação de 118 barras.

Emprega-se aqui uma simulação cuja meia iteração da potência ativa e seu respectivo o erro por iteração. Assim, o gráfico 4.27, apresenta o resíduo final de $7,90 \times 10^{-5}$. Este atende o requisito de tolerância estabelecido. Já o número de iterações é 6. E ainda, o tempo de execução é 37cs (trinta e sete centésimos de segundos).

Comparando-se as informações do gráfico 4.23 com as informações do gráfico 4.27, percebe-se que na simulação por Cholesky o tempo de execução é menor, contudo, os resíduos da simulação com decomposição de LU são bem próximos dos resíduos da simulação com decomposição de Cholesky. Já o número de iterações é igual.

O gráfico 4.28 exibe a meia iteração para potência reativa com o valor de convergência de $2,22 \times 10^{-5}$ e número de iterações foi 6 (seis).

Comparando o gráfico 4.28 com as informações do gráfico 4.24 na qual ambos dispõem sobre a convergência de fluxo de carga para meia iteração da potência reativa, percebe-se que o erro encontrado no gráfico 4.28 é maior do que o encontrado no gráfico 4.24. Já o número de iterações é igual e o tempo de execução do experimento do gráfico 4.24 é maior, tendo uma diferença de 3cs (três centésimo de segundo). O gráfico 4.29 apresenta a convergência de fluxo de carga na barra *swing* com a aplicação por Cholesky para potência, na qual o ponto de partida é no valor de -28,271Mw.

A quarta iteração inicia a estabilização que fica com 118,9747Mw para estabilizar em 118,871Mw na sexta iteração.

O gráfico 4.30 traz a convergência de fluxo de carga na barra swing para meia iteração da potência reativa. Neste, o ponto de partida é -240,035MVar. A primeira

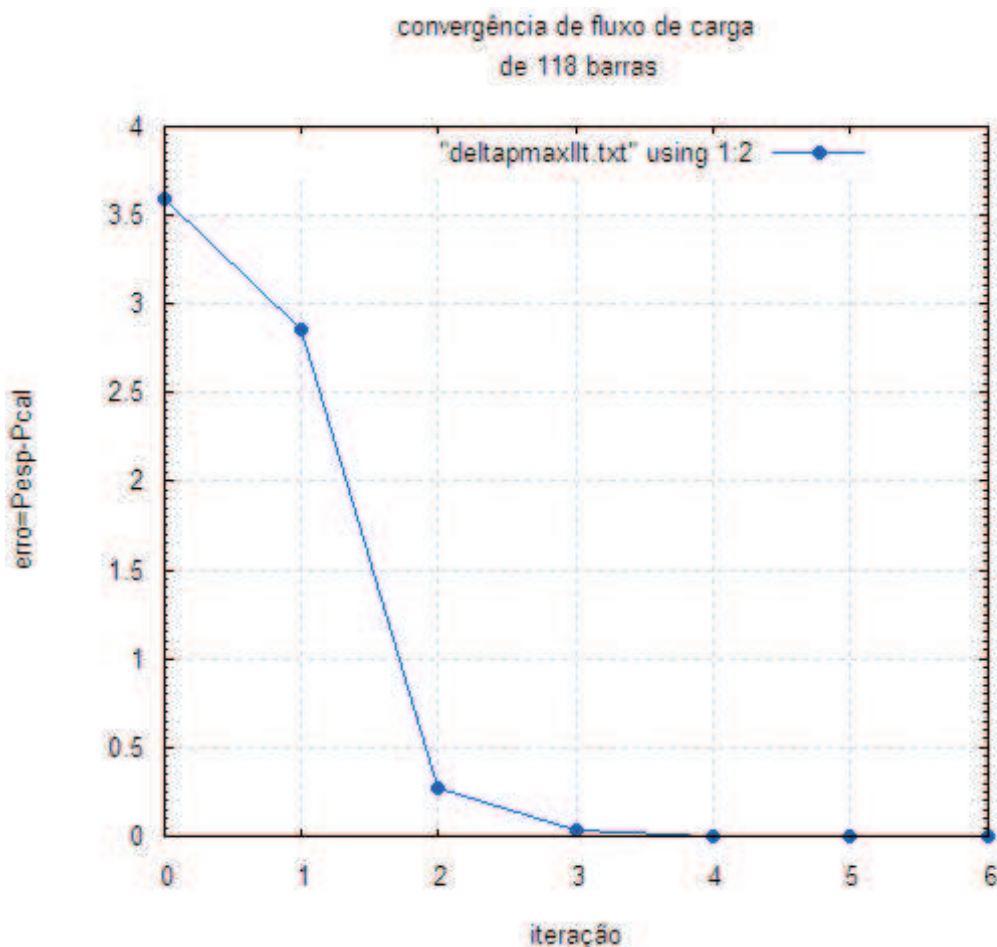


Figura 4.27: Simulação da convergência de fluxo de carga de 118 barras por Cholesky para potência ativa.

iteração -304,435MVar e finalmente, na sexta iteração, estabiliza-se com o valor -298,977MVar.

Percebe-se que através do relatório do estado do sistema com aplicação de Cholesky na resolução (Apêndice M) e do relatório do fluxo do sistema com aplicação de Cholesky na resolução (Apêndice O) que reforçam os gráficos e afirmações realizadas acima, bem como traz informações adicionais que complementam o entendimento do sistema.

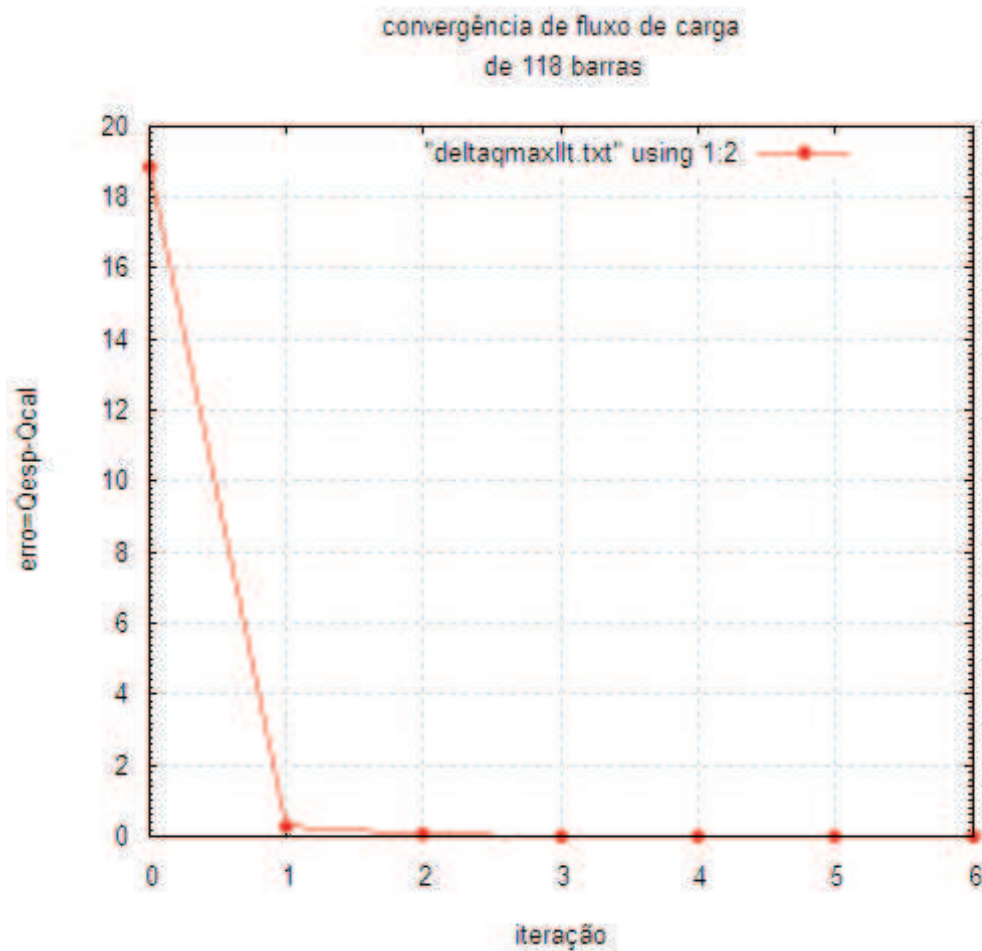


Figura 4.28: Simulação da convergência de fluxo de carga de 118 barras por Cholesky para potência reativa.

Constata-se, por fim, que de todas as aplicações utilizadas aqui, a decomposição em LU e a aplicação de Cholesky apresentaram os melhores resultados tanto para modelos com 118 barras como para os casos com 30 barras. Isto observando, principalmente, as variáveis: erro, tempo de convergência e o menor número de iterações, sendo assim instrumento de julgamento e balizamento eficientes para atender os sistemas de energia, conforme mostra a tabela 4.1.

A tabela 4.1 resume os principais resultados obtidos nos experimentos realiza-

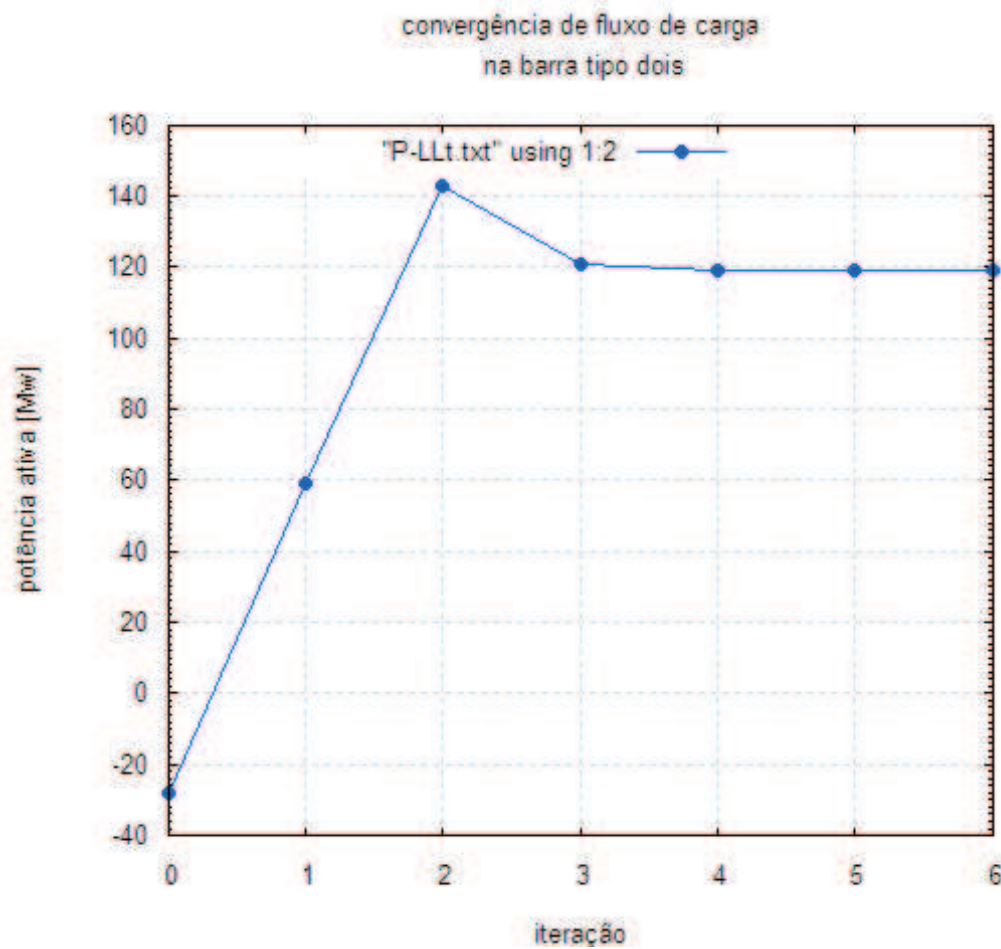


Figura 4.29: Simulação da convergência de fluxo de carga na barra *swing* por Cholesky para potência ativa.

dos neste capítulo confirmando que o método desacoplada rápido com aplicação de Cholesky é o melhor em relação ao tempo de execução.

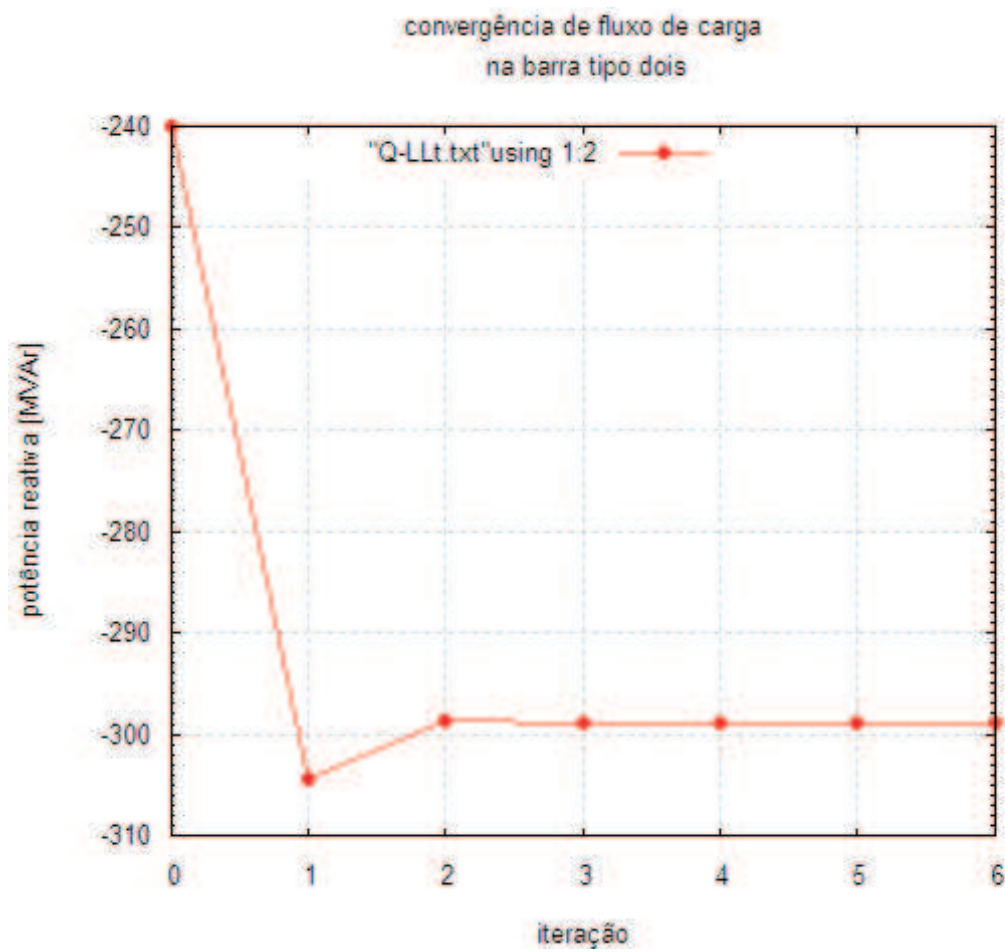


Figura 4.30: Simulação da convergência de fluxo de carga na barra *swing* por Cholesky para potência reativa.

Decomp.	it.at	it.reat	re.at	re.reat	Temp
$G : 30$	5	4	$0,6 \times 10^{-5}$	$6,22 \times 10^{-5}$	11cs
$G - J : 30$	113	113	$9,61 \times 10^{-5}$	$8,78 \times 10^{-5}$	32cs
$LU : 30$	8	7	$2,26 \times 10^{-5}$	$4,80 \times 10^{-5}$	9cs
$LL^t : 30$	7	6	$3,65 \times 10^{-5}$	$7,98 \times 10^{-5}$	6cs
$G : 118$	6	5	$2,10 \times 10^{-5}$	$2,80 \times 10^{-5}$	59cs
$G - J : 118$	∞	∞	∞	∞	∞
$LU : 118$	6	6	$8,16 \times 10^{-5}$	$1,43 \times 10^{-5}$	40cs
$LL^t : 118$	6	6	$7,90 \times 10^{-5}$	$2,22 \times 10^{-5}$	37cs

Tabela 4.1: Resumo das simulações do método desacoplado rápido com tolerância de 10^{-4} . – Representa convergência dos métodos

Referências Bibliográficas

- [1] ANTON, Howard; RORRES, Chris. Álgebra Linear com aplicações. 8. ed. Porto Alegre: Bookmam, 2005.
- [2] ARRILLAGA, J.; ARNOLD, C. P. Computer Modelling of Eletrical Power Systems. Chichester, New York, Brisbane, Toronto, Singapore: Jonh Wiley & Sons, 1983.
- [3] BILLOTI, Ricardo. Métodos numéricos e aplicações: notas de aula. Verão - 2007. Disponível em: [http://www.ime.unicamp.br/~ biloti/](http://www.ime.unicamp.br/~biloti/). Acesso em: 15. jan. 2007.
- [4] BURIAN JR, Yaro; LYRA, Ana Cristina C. Circuitos Elétricos. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006.
- [5] CASTRO, C. Notas de Aula - Unicamp: técnicas de esparsidade. Curso de Engenharia Elétrica. Capítulo 9. Disponível em: <http://www.dsee.fee.unicamp.br/~ccastro/cursos/it601/cap9.pdf>. Acesso em: 10. set. 2007.
- [6] CUNHA, M. Cristina C. Métodos numéricos. 2.ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2003.
- [7] DEBS, A. S. Modern power systems control and operative. Boston, Dardrecht, London: Kluwer Academic Publishers, 1987.

- [8] IEZZI, Gelson. HAZZAN, Samuel. Fundamentos de matemática elementar, 4: seqüências, matrizes, determinantes, sistemas. 6. ed. São Paulo: Atual, 1993.
- [9] MONTECELLI, Alcir José. Fluxo de carga em redes de energia elétrica. São Paulo: Edgard Blucher, 1983.
- [10] SAAVEDRA, Osvaldo R. Notas de aula de Sistema de Potência. Mestrado em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Maranhão. 04/05/1999.
- [11] SOUZA, Marcone Jamilson Freitas. Notas de aula de Métodos Numéricos do Departamento de Computação/ ICEB/ UFOP. Disponível em: <<http://www.decom.ufop.br/prof/marcone>>. Acesso em: 12 jun. 2007.
- [12] TOCHETTO, André Pagani; BRANCHER, Diego Luis; PESENTE, Jonas Roberto. Fluxo de Potência Linearizado. Florianópolis, Universidade Federal de Santa Catarina, junho de 2006. Disponível em: <www.labspot.ufsc.br/jonas/Fluxo>. Acesso em: 12 jun. 2007.

Apêndice A

Relatório do estado do sistema IEEE 30 com aplicação de Gauss

Relatorio do estado do sistema com aplicacao de gauss

Tempo Inicial:				16h	0min	51seg	62cs			
sistema de 30 barras e 41 linhas										
bar	tip	tens	teta	P	Q	Pg	Qg	Pc	Qc	liQmax

1	2	1.06	0.0	177.4	7.3	174.5	0.0	0.0	0.0	9.0
2	1	1.04	-3.6	28.3	40.7	50.0	0.0	21.7	12.7	50.0
3	0	1.00	-5.3	-2.4	-1.2	0.0	0.0	2.4	1.2	0.0
4	0	0.99	-6.3	-7.6	-1.6	0.0	0.0	7.6	1.6	0.0
5	1	1.01	-10.3	-70.4	7.3	23.7	0.0	94.2	19.0	40.0
6	0	1.01	-8.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7	0	1.00	-9.5	-22.8	-10.9	0.0	0.0	22.8	10.9	0.0
8	1	1.01	-8.2	-7.5	-11.4	22.5	0.0	30.0	30.0	40.0
9	0	1.09	-10.7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

10	0	1.14	-12.5	-5.8	-2.0	0.0	0.0	5.8	2.0	0.0
11	1	1.08	-9.7	10.0	-5.1	10.0	0.0	0.0	0.0	24.0
12	0	1.06	-10.1	-11.2	-7.5	0.0	0.0	11.2	7.5	0.0
13	1	1.07	-9.2	12.0	9.1	12.0	0.0	0.0	0.0	24.0
14	0	1.06	-11.1	-6.2	-1.6	0.0	0.0	6.2	1.6	0.0
15	0	1.06	-11.5	-8.2	-2.5	0.0	0.0	8.2	2.5	0.0
16	0	1.09	-11.4	-3.5	-1.8	0.0	0.0	3.5	1.8	0.0
17	0	1.12	-12.4	-9.0	-5.8	0.0	0.0	9.0	5.8	0.0
18	0	1.08	-12.5	-3.2	-0.9	0.0	0.0	3.2	0.9	0.0
19	0	1.09	-12.9	-9.5	-3.4	0.0	0.0	9.5	3.4	0.0
20	0	1.10	-12.9	-2.2	-0.7	0.0	0.0	2.2	0.7	0.0
21	0	1.12	-12.9	-17.5	-11.2	0.0	0.0	17.5	11.2	0.0
22	0	1.12	-12.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
23	0	1.07	-12.3	-3.2	-1.6	0.0	0.0	3.2	1.6	0.0
24	0	1.09	-13.0	-8.7	-6.7	0.0	0.0	8.7	6.7	0.0
25	0	1.05	-12.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
26	0	1.03	-12.7	-3.5	-2.3	0.0	0.0	3.5	2.3	0.0
27	0	1.03	-11.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
28	0	1.01	-8.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
29	0	1.01	-12.8	-2.4	-0.9	0.0	0.0	2.4	0.9	0.0
30	0	1.00	-13.6	-10.6	-1.9	0.0	0.0	10.6	1.9	0.0

 toler=.0001 it.ativa= 5 it.reativo= 4 er_P=.0000060 er_Q=.0000622

Tempo Final: 16h 0min 51seg 71cs

Apêndice B

Relatório do fluxo do sistema IEEE 30 com aplicação de Gauss

Relatorio do fluxo do sistema com aplicacao de gauss na resolucao

Tempo Inicial: 16h 0min 51seg 62cs

ramo bar.k bar.m flux.at flux.re fnorm femerg perdp perdq

1	1	2	-119.65	6.11	30.00	1301.00	-2.46	-11.70
2	1	3	-57.79	-22.58	30.00	1301.00	-1.51	-8.90
3	2	4	-35.02	-23.06	65.00	65.00	-0.87	25.40
4	3	4	-53.88	-14.17	30.00	1301.00	-0.40	28.51
5	2	5	-63.21	-9.01	30.00	1301.00	-1.75	-10.43
6	2	6	-47.26	-7.15	65.00	65.00	-1.20	-6.36
7	4	6	-51.57	94.13	90.00	90.00	-0.82	26.59
8	5	7	8.99	-10.01	70.00	70.00	-0.07	-2.08
9	6	7	-32.13	-1.89	30.00	1301.00	-0.27	-2.35
10	6	8	-9.33	-5.32	32.00	32.00	-0.01	-2.89
11	6	9	-25.57	38.01	65.00	65.00	0.00	-4.93

12	6	10	-16.81	22.74	32.00	32.00	0.00	-5.03
13	9	11	10.00	-5.28	65.00	65.00	0.00	-0.22
14	9	10	-35.57	48.22	65.00	65.00	0.00	-3.31
15	4	12	-28.45	57.10	65.00	65.00	0.00	26.37
16	12	13	12.00	8.82	65.00	65.00	0.00	-0.28
17	12	14	-6.73	1.89	32.00	32.00	-0.05	-0.11
18	12	15	-16.63	10.42	32.00	32.00	-0.23	-0.45
19	12	16	-5.90	17.10	32.00	32.00	-0.28	-0.58
20	14	15	-0.47	3.60	16.00	16.00	-0.03	-0.02
21	16	17	-2.12	19.48	16.00	16.00	-0.27	-0.63
22	15	18	-4.30	9.89	16.00	16.00	-0.11	-0.23
23	18	19	-0.99	11.02	16.00	16.00	-0.07	-0.14
24	19	20	8.58	14.55	32.00	32.00	-0.08	-0.16
25	10	20	-11.13	-16.03	32.00	32.00	-0.27	-0.61
26	10	17	-7.33	-26.40	32.00	32.00	-0.19	-0.49
27	10	21	-18.61	-16.13	32.00	32.00	-0.16	-0.35
28	10	22	-9.50	-8.57	32.00	32.00	-0.09	-0.19
29	21	22	-0.95	-4.58	32.00	32.00	0.00	0.00
30	15	23	-4.35	7.10	16.00	16.00	-0.06	-0.12
31	22	24	-10.36	-12.96	16.00	16.00	-0.25	-0.39
32	23	24	-1.09	8.83	16.00	16.00	-0.09	-0.19
33	24	25	-2.40	-12.25	16.00	16.00	-0.25	-0.43
34	25	26	-3.54	-2.36	16.00	16.00	-0.04	-0.06
35	25	27	1.38	-9.46	16.00	16.00	-0.09	-0.17
36	28	27	-14.75	4.39	65.00	65.00	0.00	-1.58
37	27	29	-6.19	-1.66	16.00	16.00	-0.08	-0.16
38	27	30	-7.09	-1.66	16.00	16.00	-0.16	-0.30
39	29	30	-3.70	-0.60	16.00	16.00	-0.03	-0.06
40	8	28	-1.82	0.20	32.00	32.00	-0.01	-2.87
41	6	28	-12.97	3.89	32.00	32.00	-0.03	-1.44

```
-----  
toler=.000100 it.at= 5 it.reat= 4 errP=.0000060 errQ=.0000622  
Tempo Final:      16h      0min  51seg  73cs  
-----
```

Apêndice C

Relatório do estado do sistema IEEE 30 com aplicação de Gauss-Jordan

Relatorio do estado do sistema com aplicacao de gauss_jordan

Tempo Inicial: 13h 55min 20seg 57cs										
sistema de 30 barras e 41 linhas										
bar	tip	tens	teta	P	Q	Pg	Qg	Pc	Qc	liQmax

1	2	1.06	0.0	177.4	7.3	174.5	0.0	0.0	0.0	9.0
2	1	1.04	-3.6	28.3	40.7	50.0	0.0	21.7	12.7	50.0
3	0	1.00	-5.3	-2.4	-1.2	0.0	0.0	2.4	1.2	0.0
4	0	0.99	-6.3	-7.6	-1.6	0.0	0.0	7.6	1.6	0.0
5	1	1.01	-10.3	-70.4	7.3	23.7	0.0	94.2	19.0	40.0
6	0	1.01	-8.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7	0	1.00	-9.5	-22.8	-10.9	0.0	0.0	22.8	10.9	0.0
8	1	1.01	-8.2	-7.5	-11.4	22.5	0.0	30.0	30.0	40.0
9	0	1.09	-10.7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
10	0	1.14	-12.5	-5.8	-2.0	0.0	0.0	5.8	2.0	0.0

11	1	1.08	-9.7	10.0	-5.1	10.0	0.0	0.0	0.0	24.0
12	0	1.06	-10.1	-11.2	-7.5	0.0	0.0	11.2	7.5	0.0
13	1	1.07	-9.2	12.0	9.1	12.0	0.0	0.0	0.0	24.0
14	0	1.06	-11.1	-6.2	-1.6	0.0	0.0	6.2	1.6	0.0
15	0	1.06	-11.5	-8.2	-2.5	0.0	0.0	8.2	2.5	0.0
16	0	1.09	-11.4	-3.5	-1.8	0.0	0.0	3.5	1.8	0.0
17	0	1.12	-12.4	-9.0	-5.8	0.0	0.0	9.0	5.8	0.0
18	0	1.08	-12.5	-3.2	-0.9	0.0	0.0	3.2	0.9	0.0
19	0	1.09	-12.9	-9.5	-3.4	0.0	0.0	9.5	3.4	0.0
20	0	1.10	-12.9	-2.2	-0.7	0.0	0.0	2.2	0.7	0.0
21	0	1.12	-12.9	-17.5	-11.2	0.0	0.0	17.5	11.2	0.0
22	0	1.12	-12.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
23	0	1.07	-12.3	-3.2	-1.6	0.0	0.0	3.2	1.6	0.0
24	0	1.09	-13.0	-8.7	-6.7	0.0	0.0	8.7	6.7	0.0
25	0	1.05	-12.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
26	0	1.03	-12.7	-3.5	-2.3	0.0	0.0	3.5	2.3	0.0
27	0	1.03	-11.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
28	0	1.01	-8.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
29	0	1.01	-12.8	-2.4	-0.9	0.0	0.0	2.4	0.9	0.0
30	0	1.00	-13.6	-10.6	-1.9	0.0	0.0	10.6	1.9	0.0

 toler=.0001 it.ativa=113 it.reativo=113 er_P=.0000961 er_Q=.0000878

Tempo Final: 13h 55min 20seg 89cs

Apêndice D

Relatório do fluxo do sistema IEEE 30 com aplicação de Gauss-Jordan

Relatorio do fluxo do sistema com aplicacao de gauss_jordan na resolucao

Tempo Inicial: 13h 55min 20seg 57cs								
ramo	bar.k	bar.m	flux.at	flux.re	fnorm	femerg	perdp	perdq

1	1	2	-119.64	6.11	30.00	1301.00	-2.46	-11.70
2	1	3	-57.79	-22.58	30.00	1301.00	-1.51	-8.90
3	2	4	-35.02	-23.06	65.00	65.00	-0.87	25.40
4	3	4	-53.88	-14.17	30.00	1301.00	-0.40	28.51
5	2	5	-63.21	-9.01	30.00	1301.00	-1.75	-10.43
6	2	6	-47.26	-7.15	65.00	65.00	-1.20	-6.36
7	4	6	-51.57	94.13	90.00	90.00	-0.82	26.59
8	5	7	8.99	-10.01	70.00	70.00	-0.07	-2.08
9	6	7	-32.13	-1.89	30.00	1301.00	-0.27	-2.35
10	6	8	-9.33	-5.32	32.00	32.00	-0.01	-2.89

11	6	9	-25.57	38.01	65.00	65.00	0.00	-4.93
12	6	10	-16.81	22.74	32.00	32.00	0.00	-5.03
13	9	11	10.00	-5.28	65.00	65.00	0.00	-0.22
14	9	10	-35.57	48.22	65.00	65.00	0.00	-3.31
15	4	12	-28.45	57.10	65.00	65.00	0.00	26.37
16	12	13	12.00	8.82	65.00	65.00	0.00	-0.28
17	12	14	-6.73	1.89	32.00	32.00	-0.05	-0.11
18	12	15	-16.64	10.42	32.00	32.00	-0.23	-0.45
19	12	16	-5.90	17.10	32.00	32.00	-0.28	-0.58
20	14	15	-0.47	3.60	16.00	16.00	-0.03	-0.02
21	16	17	-2.12	19.48	16.00	16.00	-0.27	-0.63
22	15	18	-4.30	9.89	16.00	16.00	-0.11	-0.23
23	18	19	-0.99	11.02	16.00	16.00	-0.07	-0.14
24	19	20	8.58	14.55	32.00	32.00	-0.08	-0.16
25	10	20	-11.13	-16.03	32.00	32.00	-0.27	-0.61
26	10	17	-7.34	-26.40	32.00	32.00	-0.19	-0.49
27	10	21	-18.62	-16.12	32.00	32.00	-0.16	-0.35
28	10	22	-9.50	-8.57	32.00	32.00	-0.09	-0.19
29	21	22	-0.95	-4.59	32.00	32.00	0.00	0.00
30	15	23	-4.35	7.10	16.00	16.00	-0.06	-0.12
31	22	24	-10.36	-12.96	16.00	16.00	-0.25	-0.39
32	23	24	-1.09	8.83	16.00	16.00	-0.09	-0.19
33	24	25	-2.40	-12.25	16.00	16.00	-0.25	-0.43
34	25	26	-3.54	-2.36	16.00	16.00	-0.04	-0.06
35	25	27	1.38	-9.46	16.00	16.00	-0.09	-0.17
36	28	27	-14.75	4.39	65.00	65.00	0.00	-1.58
37	27	29	-6.19	-1.66	16.00	16.00	-0.08	-0.16
38	27	30	-7.09	-1.66	16.00	16.00	-0.16	-0.30
39	29	30	-3.70	-0.60	16.00	16.00	-0.03	-0.06
40	8	28	-1.82	0.20	32.00	32.00	-0.01	-2.87

41	6	28	-12.97	3.89	32.00	32.00	-0.03	-1.44
----	---	----	--------	------	-------	-------	-------	-------

toler=.000100 it.at=113 it.reat=113 errP=.0000961 errQ=.0000878

Tempo Final: 13h 55min 20seg 89cs

Apêndice E

Relatório do estado do sistema IEEE 30 com aplicação de LU

Relatorio do estado do sistema com aplicacao de LU										

Tempo Inicial: 14h 13min 4seg 76cs										
sistema de 30 barras e 41 linhas										
bar	tip	tens	teta	P	Q	Pg	Qg	Pc	Qc	liQmax

1	2	1.06	0.0	178.4	5.6	174.5	0.0	0.0	0.0	9.0
2	1	1.04	-3.7	28.3	37.0	50.0	0.0	21.7	12.7	50.0
3	0	1.01	-5.3	-2.4	-1.2	0.0	0.0	2.4	1.2	0.0
4	0	1.00	-6.4	-7.6	-1.6	0.0	0.0	7.6	1.6	0.0
5	1	1.01	-10.3	-70.4	5.5	23.7	0.0	94.2	19.0	40.0
6	0	1.02	-8.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7	0	1.01	-9.5	-22.8	-10.9	0.0	0.0	22.8	10.9	0.0
8	1	1.01	-8.2	-7.5	-21.3	22.5	0.0	30.0	30.0	40.0
9	0	1.11	-10.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

10	0	1.17	-12.7	-5.8	-2.0	0.0	0.0	5.8	2.0	0.0
11	1	1.08	-9.9	10.0	-13.5	10.0	0.0	0.0	0.0	24.0
12	0	1.07	-10.0	-11.2	-7.5	0.0	0.0	11.2	7.5	0.0
13	1	1.07	-9.1	12.0	1.5	12.0	0.0	0.0	0.0	24.0
14	0	1.07	-11.0	-6.2	-1.6	0.0	0.0	6.2	1.6	0.0
15	0	1.08	-11.5	-8.2	-2.5	0.0	0.0	8.2	2.5	0.0
16	0	1.11	-11.5	-3.5	-1.8	0.0	0.0	3.5	1.8	0.0
17	0	1.15	-12.6	-9.0	-5.8	0.0	0.0	9.0	5.8	0.0
18	0	1.10	-12.6	-3.2	-0.9	0.0	0.0	3.2	0.9	0.0
19	0	1.12	-13.0	-9.5	-3.4	0.0	0.0	9.5	3.4	0.0
20	0	1.13	-13.0	-2.2	-0.7	0.0	0.0	2.2	0.7	0.0
21	0	1.16	-13.1	-17.5	-11.2	0.0	0.0	17.5	11.2	0.0
22	0	1.16	-13.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
23	0	1.09	-12.4	-3.2	-1.6	0.0	0.0	3.2	1.6	0.0
24	0	1.12	-13.3	-8.7	-6.7	0.0	0.0	8.7	6.7	0.0
25	0	1.07	-12.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
26	0	1.06	-12.7	-3.5	-2.3	0.0	0.0	3.5	2.3	0.0
27	0	1.05	-11.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
28	0	1.02	-8.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
29	0	1.03	-12.7	-2.4	-0.9	0.0	0.0	2.4	0.9	0.0
30	0	1.02	-13.5	-10.6	-1.9	0.0	0.0	10.6	1.9	0.0

 toler=.0001 it.ativa= 8 it.reativo= 7 er_P=.0000226 er_Q=.0000480

Tempo Final: 14h 13min 4seg 85cs

Apêndice F

Relatório do fluxo do sistema IEEE 30 com aplicação de LU

Relatorio do fluxo do sistema com aplicacao de LU na resolucao

Tempo Inicial: 14h 13min 4seg 76cs								
ramo	bar.k	bar.m	flux.at	flux.re	fnorm	femerg.	perdp	perdq

1	1	2	-120.23	6.26	30.00	1301.00	-2.48	-11.77
2	1	3	-58.19	-21.07	30.00	1301.00	-1.50	-8.88
3	2	4	-35.10	-21.18	65.00	65.00	-0.83	25.70
4	3	4	-54.29	-12.69	30.00	1301.00	-0.40	28.70
5	2	5	-63.26	-9.01	30.00	1301.00	-1.75	-10.44
6	2	6	-47.69	-5.13	65.00	65.00	-1.21	-6.40
7	4	6	-53.11	95.32	90.00	90.00	-0.85	26.67
8	5	7	8.94	-8.27	70.00	70.00	-0.06	-2.05
9	6	7	-32.07	-3.60	30.00	1301.00	-0.27	-2.35
10	6	8	-9.22	-13.38	32.00	32.00	-0.03	-2.95
11	6	9	-27.02	44.51	65.00	65.00	0.00	-6.13

12	6	10	-17.72	28.14	32.00	32.00	0.00	-6.64
13	9	11	10.00	-13.99	65.00	65.00	0.00	-0.50
14	9	10	-37.02	64.62	65.00	65.00	0.00	-4.97
15	4	12	-27.44	60.30	65.00	65.00	0.00	26.30
16	12	13	12.00	1.31	65.00	65.00	0.00	-0.18
17	12	14	-6.42	3.07	32.00	32.00	-0.05	-0.11
18	12	15	-16.29	15.13	32.00	32.00	-0.29	-0.56
19	12	16	-5.53	21.98	32.00	32.00	-0.42	-0.89
20	14	15	-0.16	4.78	16.00	16.00	-0.04	-0.04
21	16	17	-1.60	24.68	16.00	16.00	-0.41	-0.96
22	15	18	-3.83	12.62	16.00	16.00	-0.16	-0.33
23	18	19	-0.47	13.85	16.00	16.00	-0.10	-0.20
24	19	20	9.13	17.45	32.00	32.00	-0.11	-0.21
25	10	20	-11.78	-19.13	32.00	32.00	-0.34	-0.77
26	10	17	-8.06	-32.11	32.00	32.00	-0.26	-0.67
27	10	21	-19.20	-16.51	32.00	32.00	-0.16	-0.35
28	10	22	-9.89	-8.82	32.00	32.00	-0.09	-0.19
29	21	22	-1.54	-4.96	32.00	32.00	0.00	-0.01
30	15	23	-4.09	10.40	16.00	16.00	-0.11	-0.22
31	22	24	-11.34	-13.59	16.00	16.00	-0.27	-0.42
32	23	24	-0.79	12.22	16.00	16.00	-0.17	-0.34
33	24	25	-2.99	-15.61	16.00	16.00	-0.38	-0.66
34	25	26	-3.54	-2.36	16.00	16.00	-0.04	-0.06
35	25	27	0.93	-12.59	16.00	16.00	-0.15	-0.29
36	28	27	-14.35	7.32	65.00	65.00	0.00	-1.67
37	27	29	-6.18	-1.66	16.00	16.00	-0.08	-0.15
38	27	30	-7.08	-1.65	16.00	16.00	-0.15	-0.29
39	29	30	-3.70	-0.60	16.00	16.00	-0.03	-0.06
40	8	28	-1.69	2.14	32.00	32.00	-0.01	-2.90
41	6	28	-12.70	4.86	32.00	32.00	-0.03	-1.46

```
-----  
toler=.000100 it.at= 8 it.reat= 7 errP=.0000226 errQ=.0000480  
Tempo Final:      14h   13min   4seg  85cs  
-----
```


Apêndice G

Relatório do estado do sistema IEEE 30 com aplicação de Cholesky

Relatorio do estado do sistema com aplicacao de cholesky

Tempo Inicial: 14h 24min 54seg 59cs										
sistema de 30 barras e 41 linhas										
bar	tip	tens	teta	P	Q	Pg	Qg	Pc	Qc	liQmax

1	2	1.06	0.0	177.4	7.3	174.5	0.0	0.0	0.0	9.0
2	1	1.04	-3.6	28.3	40.7	50.0	0.0	21.7	12.7	50.0
3	0	1.00	-5.3	-2.4	-1.2	0.0	0.0	2.4	1.2	0.0
4	0	0.99	-6.3	-7.6	-1.6	0.0	0.0	7.6	1.6	0.0
5	1	1.01	-10.3	-70.4	7.3	23.7	0.0	94.2	19.0	40.0
6	0	1.01	-8.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7	0	1.00	-9.5	-22.8	-10.9	0.0	0.0	22.8	10.9	0.0
8	1	1.01	-8.2	-7.5	-11.4	22.5	0.0	30.0	30.0	40.0
9	0	1.09	-10.7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
10	0	1.14	-12.5	-5.8	-2.0	0.0	0.0	5.8	2.0	0.0
11	1	1.08	-9.7	10.0	-5.1	10.0	0.0	0.0	0.0	24.0

12	0	1.06	-10.1	-11.2	-7.5	0.0	0.0	11.2	7.5	0.0
13	1	1.07	-9.2	12.0	9.1	12.0	0.0	0.0	0.0	24.0
14	0	1.06	-11.1	-6.2	-1.6	0.0	0.0	6.2	1.6	0.0
15	0	1.06	-11.5	-8.2	-2.5	0.0	0.0	8.2	2.5	0.0
16	0	1.09	-11.4	-3.5	-1.8	0.0	0.0	3.5	1.8	0.0
17	0	1.12	-12.4	-9.0	-5.8	0.0	0.0	9.0	5.8	0.0
18	0	1.08	-12.5	-3.2	-0.9	0.0	0.0	3.2	0.9	0.0
19	0	1.09	-12.9	-9.5	-3.4	0.0	0.0	9.5	3.4	0.0
20	0	1.10	-12.9	-2.2	-0.7	0.0	0.0	2.2	0.7	0.0
21	0	1.12	-12.9	-17.5	-11.2	0.0	0.0	17.5	11.2	0.0
22	0	1.12	-12.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
23	0	1.07	-12.3	-3.2	-1.6	0.0	0.0	3.2	1.6	0.0
24	0	1.09	-13.0	-8.7	-6.7	0.0	0.0	8.7	6.7	0.0
25	0	1.05	-12.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
26	0	1.03	-12.7	-3.5	-2.3	0.0	0.0	3.5	2.3	0.0
27	0	1.03	-11.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
28	0	1.01	-8.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
29	0	1.01	-12.8	-2.4	-0.9	0.0	0.0	2.4	0.9	0.0
30	0	1.00	-13.6	-10.6	-1.9	0.0	0.0	10.6	1.9	0.0

toler=.0001 it.ativa= 7 it.reativo= 6 er_P=.0000365 er_Q=.0000798
Tempo Final: 14h 24min 54seg 65cs

Apêndice H

Relatório do fluxo do sistema IEEE 30 com aplicação de Cholesky

Relatorio do fluxo do sistema com aplicacao de cholesky na resolucao

Tempo Inicial: 14h 24min 54seg 59cs								
ramo	bar.k	bar.m	flux.at	flux.re	fnorm	femerg.	perdp	perdq

1	1	2	-119.64	6.11	30.00	1301.00	-2.46	-11.70
2	1	3	-57.79	-22.58	30.00	1301.00	-1.51	-8.90
3	2	4	-35.02	-23.06	65.00	65.00	-0.87	25.40
4	3	4	-53.88	-14.17	30.00	1301.00	-0.40	28.51
5	2	5	-63.21	-9.01	30.00	1301.00	-1.75	-10.43
6	2	6	-47.26	-7.15	65.00	65.00	-1.20	-6.36
7	4	6	-51.57	94.14	90.00	90.00	-0.82	26.59
8	5	7	8.99	-10.01	70.00	70.00	-0.07	-2.08
9	6	7	-32.13	-1.90	30.00	1301.00	-0.27	-2.35
10	6	8	-9.33	-5.32	32.00	32.00	-0.01	-2.89
11	6	9	-25.57	38.01	65.00	65.00	0.00	-4.93

12	6	10	-16.81	22.74	32.00	32.00	0.00	-5.03
13	9	11	10.00	-5.28	65.00	65.00	0.00	-0.22
14	9	10	-35.57	48.22	65.00	65.00	0.00	-3.31
15	4	12	-28.45	57.10	65.00	65.00	0.00	26.37
16	12	13	12.00	8.82	65.00	65.00	0.00	-0.28
17	12	14	-6.73	1.89	32.00	32.00	-0.05	-0.11
18	12	15	-16.63	10.42	32.00	32.00	-0.23	-0.45
19	12	16	-5.90	17.10	32.00	32.00	-0.28	-0.58
20	14	15	-0.47	3.60	16.00	16.00	-0.03	-0.02
21	16	17	-2.12	19.48	16.00	16.00	-0.27	-0.63
22	15	18	-4.30	9.89	16.00	16.00	-0.11	-0.23
23	18	19	-0.99	11.02	16.00	16.00	-0.07	-0.14
24	19	20	8.58	14.55	32.00	32.00	-0.08	-0.16
25	10	20	-11.13	-16.03	32.00	32.00	-0.27	-0.61
26	10	17	-7.34	-26.40	32.00	32.00	-0.19	-0.49
27	10	21	-18.61	-16.12	32.00	32.00	-0.16	-0.35
28	10	22	-9.50	-8.57	32.00	32.00	-0.09	-0.19
29	21	22	-0.95	-4.58	32.00	32.00	0.00	0.00
30	15	23	-4.35	7.10	16.00	16.00	-0.06	-0.12
31	22	24	-10.36	-12.96	16.00	16.00	-0.25	-0.39
32	23	24	-1.09	8.83	16.00	16.00	-0.09	-0.19
33	24	25	-2.40	-12.26	16.00	16.00	-0.25	-0.43
34	25	26	-3.54	-2.36	16.00	16.00	-0.04	-0.06
35	25	27	1.38	-9.46	16.00	16.00	-0.09	-0.17
36	28	27	-14.75	4.39	65.00	65.00	0.00	-1.58
37	27	29	-6.19	-1.66	16.00	16.00	-0.08	-0.16
38	27	30	-7.09	-1.66	16.00	16.00	-0.16	-0.30
39	29	30	-3.70	-0.60	16.00	16.00	-0.03	-0.06
40	8	28	-1.82	0.20	32.00	32.00	-0.01	-2.87
41	6	28	-12.97	3.89	32.00	32.00	-0.03	-1.45

```
-----  
toler=.000100 it.at= 7 it.reat= 6 errP=.0000365 errQ=.0000798  
Tempo Final      14h   24min   54seg   65cs  
-----
```

Apêndice I

Relatório do estado do sistema IEEE 118 com aplicação de Gauss

Relatorio do estado do sistema com aplicacao de gauss

Tempo Inicial: 17h 16min 57seg 23cs										
sistema de 118 barras e 179 linhas										
bar	tip	tens	teta	P	Q	Pg	Qg	Pc	Qc	liQmax

1	1	1.05	-10.7	-51.0	-19.5	0.0	0.0	51.0	27.0	8.0
2	0	1.06	-10.1	-20.0	-9.0	0.0	0.0	20.0	9.0	0.0
3	0	1.06	-9.9	-39.0	-10.0	0.0	0.0	39.0	10.0	0.0
4	1	1.10	-6.7	61.0	317.7	100.0	14.0	39.0	12.0	300.0
5	0	1.08	-6.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	1	1.09	-8.7	-47.0	38.1	5.0	18.0	52.0	22.0	30.0
7	0	1.08	-9.0	-19.0	-2.0	0.0	0.0	19.0	2.0	0.0
8	1	1.05	-3.6	72.0	-329.9	100.0	-8.0	28.0	0.0	300.0
9	0	1.10	-2.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
10	1	1.10	-0.7	100.0	-73.2	100.0	-71.0	0.0	0.0	300.0
11	0	1.08	-8.7	-70.0	-23.0	0.0	0.0	70.0	23.0	0.0

12	1	1.08	-9.2	-17.0	74.5	30.0	75.0	47.0	10.0	75.0
13	0	1.06	-9.2	-34.0	-16.0	0.0	0.0	34.0	16.0	0.0
14	0	1.08	-9.0	-14.0	-1.0	0.0	0.0	14.0	1.0	0.0
15	1	1.06	-6.9	-85.0	3.7	5.0	5.0	90.0	30.0	23.0
16	0	1.07	-8.2	-25.0	-10.0	0.0	0.0	25.0	10.0	0.0
17	0	1.08	-3.9	-11.0	-3.0	0.0	0.0	11.0	3.0	0.0
18	1	1.07	-6.1	-55.0	12.4	5.0	23.0	60.0	34.0	23.0
19	1	1.06	-6.7	-40.0	-19.4	5.0	14.0	45.0	25.0	15.0
20	0	1.05	-4.8	-18.0	-3.0	0.0	0.0	18.0	3.0	0.0
21	0	1.05	-2.6	-14.0	-8.0	0.0	0.0	14.0	8.0	0.0
22	0	1.06	0.5	-10.0	-5.0	0.0	0.0	10.0	5.0	0.0
23	0	1.09	6.3	-7.0	-3.0	0.0	0.0	7.0	3.0	0.0
24	1	1.08	8.4	87.0	100.5	100.0	91.0	13.0	0.0	300.0
25	1	1.10	9.1	100.0	362.9	100.0	33.0	0.0	0.0	300.0
26	1	0.98	10.1	300.0	-532.1	300.0	-118.0	0.0	0.0	600.0
27	1	1.10	3.3	29.0	10.4	100.0	9.0	71.0	13.0	300.0
28	0	1.09	1.8	-17.0	-7.0	0.0	0.0	17.0	7.0	0.0
29	0	1.10	1.0	-24.0	-4.0	0.0	0.0	24.0	4.0	0.0
30	0	1.06	-2.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
31	1	1.10	1.0	57.0	23.4	100.0	37.0	43.0	27.0	300.0
32	1	1.09	2.0	-54.0	-6.3	5.0	12.0	59.0	23.0	23.0
33	0	1.04	-8.1	-23.0	-9.0	0.0	0.0	23.0	9.0	0.0
34	1	1.05	-8.4	-54.0	62.4	5.0	15.0	59.0	26.0	23.0
35	0	1.04	-8.7	-33.0	-9.0	0.0	0.0	33.0	9.0	0.0
36	1	1.04	-8.7	-26.0	-9.1	5.0	-5.0	31.0	17.0	15.0
37	0	1.04	-7.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
38	0	1.08	-5.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
39	0	0.99	-7.8	-27.0	-11.0	0.0	0.0	27.0	11.0	0.0
40	1	0.96	-6.9	35.7	-123.2	101.7	-100.0	66.0	23.0	300.0
41	0	0.97	-7.9	-37.0	-10.0	0.0	0.0	37.0	10.0	0.0

42	1	1.00	-7.6	10.6	-25.2	106.6	9.0	96.0	23.0	300.0
43	0	1.06	-10.5	-18.0	-7.0	0.0	0.0	18.0	7.0	0.0
44	0	1.08	-11.3	-16.0	-8.0	0.0	0.0	16.0	8.0	0.0
45	0	1.08	-10.7	-53.0	-22.0	0.0	0.0	53.0	22.0	0.0
46	1	1.08	-7.3	73.1	-54.8	101.1	-6.0	28.0	10.0	300.0
47	0	1.06	-7.8	-34.0	0.0	0.0	0.0	34.0	0.0	0.0
48	0	1.08	-8.8	-20.0	-11.0	0.0	0.0	20.0	11.0	0.0
49	1	1.08	-8.5	13.0	70.4	100.0	139.0	87.0	30.0	300.0
50	0	1.08	-10.2	-17.0	-4.0	0.0	0.0	17.0	4.0	0.0
51	0	1.07	-12.3	-17.0	-8.0	0.0	0.0	17.0	8.0	0.0
52	0	1.07	-13.1	-18.0	-5.0	0.0	0.0	18.0	5.0	0.0
53	0	1.08	-13.7	-23.0	-11.0	0.0	0.0	23.0	11.0	0.0
54	1	1.10	-12.9	-3.6	121.7	109.4	148.0	113.0	32.0	300.0
55	1	1.09	-13.1	-48.0	-25.1	15.0	5.0	63.0	22.0	11.0
56	1	1.09	-13.0	-76.8	-44.2	7.2	-5.0	84.0	18.0	11.0
57	0	1.08	-12.2	-12.0	-3.0	0.0	0.0	12.0	3.0	0.0
58	0	1.08	-12.9	-12.0	-3.0	0.0	0.0	12.0	3.0	0.0
59	1	1.09	-10.5	-156.9	-1849.7	120.1	74.0	277.0	113.0	300.0
60	0	1.00	-6.8	-78.0	-3.0	0.0	0.0	78.0	3.0	0.0
61	1	1.00	-5.8	205.0	1005.8	205.0	-46.0	0.0	0.0	300.0
62	1	1.01	-6.9	-67.0	-14.8	10.0	2.0	77.0	14.0	8.0
63	0	1.07	-7.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
64	0	1.05	-5.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
65	1	1.07	-3.4	100.0	90.7	100.0	114.0	0.0	0.0	300.0
66	1	1.06	-5.4	61.0	-14.6	100.0	-28.0	39.0	18.0	300.0
67	0	1.03	-6.9	-28.0	-7.0	0.0	0.0	28.0	7.0	0.0
68	0	1.04	-1.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
69	2	0.95	0.0	118.9	-299.0	200.0	0.0	0.0	0.0	999.0
70	1	0.92	2.6	-56.0	-12.2	10.0	0.0	66.0	20.0	8.0
71	0	0.91	6.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

72	1	0.90	14.4	88.0	-104.4	100.0	-100.0	12.0	0.0	300.0
73	1	0.90	9.8	94.0	-28.5	100.0	-27.0	6.0	0.0	300.0
74	1	0.90	-2.2	-63.0	-27.9	5.0	0.0	68.0	27.0	4.0
75	0	0.91	-2.0	-47.0	-11.0	0.0	0.0	47.0	11.0	0.0
76	1	0.90	-3.9	-68.0	-22.0	0.0	8.0	68.0	36.0	8.0
77	1	0.98	0.8	-30.3	-36.4	30.7	38.0	61.0	28.0	38.0
78	0	0.98	0.3	-71.0	-26.0	0.0	0.0	71.0	26.0	0.0
79	0	0.99	0.3	-39.0	-32.0	0.0	0.0	39.0	32.0	0.0
80	1	1.02	1.9	-30.0	376.4	100.0	-31.0	130.0	26.0	300.0
81	0	0.96	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
82	0	1.00	6.8	-54.0	-27.0	0.0	0.0	54.0	27.0	0.0
83	0	1.00	10.2	-20.0	-10.0	0.0	0.0	20.0	10.0	0.0
84	0	1.00	16.5	-11.0	-7.0	0.0	0.0	11.0	7.0	0.0
85	1	1.01	19.8	-14.0	-53.7	10.0	3.0	24.0	15.0	8.0
86	0	1.04	26.5	-21.0	-10.0	0.0	0.0	21.0	10.0	0.0
87	1	1.10	39.2	124.2	27.6	124.2	32.0	0.0	0.0	300.0
88	0	1.03	22.2	-48.0	-10.0	0.0	0.0	48.0	10.0	0.0
89	1	1.06	25.6	400.0	-9.5	400.0	-5.0	0.0	0.0	300.0
90	1	1.07	25.7	-12.3	26.7	150.7	60.0	163.0	42.0	0.0
91	1	1.07	26.7	115.6	-12.6	125.6	-19.0	10.0	0.0	300.0
92	1	1.05	20.6	-55.0	-25.6	10.0	0.0	65.0	10.0	8.0
93	0	1.04	16.1	-12.0	-7.0	0.0	0.0	12.0	7.0	0.0
94	0	1.04	12.5	-30.0	-16.0	0.0	0.0	30.0	16.0	0.0
95	0	1.01	9.9	-42.0	-31.0	0.0	0.0	42.0	31.0	0.0
96	0	1.01	7.6	-38.0	-15.0	0.0	0.0	38.0	15.0	0.0
97	0	1.01	4.4	-15.0	-9.0	0.0	0.0	15.0	9.0	0.0
98	0	1.04	5.5	-34.0	-8.0	0.0	0.0	34.0	8.0	0.0
99	1	1.07	13.4	82.9	-22.1	124.9	-23.0	42.0	0.0	300.0
100	1	1.10	14.1	63.0	253.0	100.0	300.0	37.0	18.0	300.0
101	0	1.07	16.1	-22.0	-15.0	0.0	0.0	22.0	15.0	0.0

102	0	1.05	19.0	-5.0	-3.0	0.0	0.0	5.0	3.0	0.0
103	1	1.09	15.9	-4.3	-8.1	18.7	11.0	23.0	16.0	15.0
104	1	1.08	16.0	-18.0	-15.1	20.0	5.0	38.0	25.0	15.0
105	1	1.08	16.7	-11.0	-132.5	20.0	-5.0	31.0	26.0	15.0
106	0	1.08	16.1	-43.0	-16.0	0.0	0.0	43.0	16.0	0.0
107	1	1.10	19.4	70.1	-13.7	120.1	0.0	50.0	12.0	300.0
108	0	1.08	18.3	-2.0	-1.0	0.0	0.0	2.0	1.0	0.0
109	0	1.08	19.0	-8.0	-3.0	0.0	0.0	8.0	3.0	0.0
110	1	1.08	21.1	-39.0	-70.7	0.0	0.0	39.0	30.0	1.0
111	1	1.10	24.8	100.0	-2.4	100.0	-8.0	0.0	0.0	300.0
112	1	1.10	22.6	50.1	6.7	118.1	13.0	68.0	13.0	300.0
113	1	1.10	-2.2	94.0	49.6	100.0	6.0	6.0	0.0	300.0
114	0	1.09	2.1	-8.0	-3.0	0.0	0.0	8.0	3.0	0.0
115	0	1.09	2.2	-22.0	-7.0	0.0	0.0	22.0	7.0	0.0
116	1	1.06	-1.4	66.0	497.4	250.0	115.0	184.0	0.0	525.0
117	0	1.07	-10.5	-20.0	-8.0	0.0	0.0	20.0	8.0	0.0
118	0	0.90	-3.4	-33.0	-15.0	0.0	0.0	33.0	15.0	0.0

toler=.0001 it.ativa= 6 it.reativo= 5 er_P=.0000210 er_Q=.0000280

Tempo Final: 17h 16min 57seg 81cs

Apêndice J

Relatório do fluxo do sistema IEEE 118 com aplicação de Gauss

Relatorio do fluxo do sistema com aplicacao de gauss na resolucao

Tempo Inicial: 17h 16min 57seg 23cs

ramo bar.k bar.m flux.at flux.re fnorm femerg perdp perdq

1 1 2 13.51 9.02 0.00 144.00 -0.08 -1.73
2 1 3 37.49 8.07 0.00 144.00 -0.17 -3.44
3 2 12 33.58 16.20 0.00 144.00 -0.23 -3.75
4 3 5 65.39 -0.19 0.00 350.00 -0.92 -7.41
5 3 12 11.28 8.04 0.00 144.00 -0.10 -4.70
6 4 5 6.48 -301.98 0.00 310.00 -1.35 -8.05
7 4 11 -67.48 -19.89 0.00 144.00 -0.85 -4.93
8 5 6 -81.16 28.61 0.00 175.00 -0.76 -4.80
9 8 5 -220.52 64.02 0.00 999.00 0.00 -42.48
10 5 11 -65.23 13.59 0.00 144.00 -0.78 -4.72
11 6 7 -33.40 -6.00 0.00 175.00 -0.04 -1.03

12	7	12	-14.35	-4.99	0.00	160.00	-0.02	-2.66
13	8	9	99.16	110.17	0.00	550.00	-0.63	-110.68
14	8	30	49.37	-15.93	0.00	776.00	-0.10	-53.64
15	9	10	99.79	-75.55	0.00	550.00	-0.21	-151.18
16	11	12	-43.73	33.30	0.00	144.00	-0.16	-3.70
17	11	13	-17.35	-15.65	0.00	144.00	-0.10	-4.95
18	12	14	3.71	-10.05	0.00	144.00	-0.01	-5.04
19	12	16	20.70	-17.66	0.00	160.00	-0.12	-5.25
20	12	117	-20.13	-8.72	0.00	160.00	-0.13	-4.54
21	13	15	16.75	-8.85	0.00	144.00	-0.20	-6.01
22	14	15	17.73	-15.62	0.00	144.00	-0.24	-5.51
23	15	17	135.25	-11.87	0.00	288.00	-2.15	-9.36
24	15	19	5.62	-11.63	0.00	144.00	-0.01	-5.40
25	15	33	-20.94	-11.23	0.00	144.00	-0.18	-4.39
26	16	17	45.83	-13.12	0.00	160.00	-0.87	-6.58
27	17	18	-85.94	-0.66	0.00	350.00	-0.78	-4.31
28	30	17	-88.03	17.10	0.00	999.00	0.00	-27.21
29	17	31	63.23	-6.68	0.00	144.00	-1.65	-7.39
30	17	113	129.77	40.31	0.00	311.00	-1.45	-12.62
31	18	19	-30.16	-11.36	0.00	292.00	-0.10	-4.64
32	19	20	29.08	-17.54	0.00	175.00	-0.23	-5.83
33	19	34	-13.50	-4.36	0.00	144.00	-0.12	-6.27
34	20	21	47.31	-13.50	0.00	175.00	-0.40	-4.39
35	21	22	61.71	-6.54	0.00	175.00	-0.73	-7.00
36	22	23	72.43	-3.63	0.00	175.00	-1.60	-16.62
37	23	24	77.90	-45.45	0.00	320.00	-0.86	-12.92
38	23	25	74.75	-5.72	0.00	187.00	-0.74	-21.38
39	23	32	-71.62	11.76	0.00	288.00	-1.47	-13.23
40	24	70	-33.11	-39.14	0.00	160.00	-2.11	-12.87
41	24	72	24.88	-110.94	0.00	160.00	-5.15	-25.32

42	26	25	-49.57	308.38	0.00	999.00	0.00	-99.43
43	25	27	-74.08	-3.46	0.00	374.00	-1.46	-19.32
44	26	30	-250.43	50.72	0.00	717.00	-5.93	-131.70
45	27	28	-34.09	2.22	0.00	175.00	-0.19	-3.44
46	27	32	-34.89	0.30	0.00	144.00	-0.23	-2.92
47	27	115	-32.64	-6.53	0.00	144.00	-0.15	-2.03
48	28	29	-16.91	6.98	0.00	175.00	-0.07	-2.19
49	29	31	7.16	11.21	0.00	144.00	-0.02	-2.06
50	30	38	-107.00	12.17	0.00	717.00	-0.52	-90.77
51	31	32	15.06	-18.52	0.00	144.00	-0.13	-2.89
52	32	113	-38.10	14.92	0.00	311.00	-0.88	-11.26
53	32	114	2.49	-5.65	0.00	175.00	0.00	-1.14
54	33	37	2.23	-5.83	0.00	144.00	-0.01	-4.30
55	34	36	-27.14	-24.87	0.00	175.00	-0.10	-2.77
56	34	37	89.33	-123.81	0.00	316.00	-0.54	-6.54
57	34	43	-21.57	8.03	0.00	160.00	-0.21	-6.59
58	35	36	1.04	12.68	0.00	160.00	0.00	-0.87
59	35	37	31.96	-6.53	0.00	175.00	-0.11	-3.47
60	38	37	-145.06	-185.57	0.00	999.00	0.00	-73.72
61	37	39	-14.67	-51.80	0.00	144.00	-0.79	-5.63
62	37	40	-6.21	-46.84	0.00	316.00	-1.11	-7.59
63	38	65	38.58	-76.45	0.00	717.00	-0.13	-98.68
64	39	40	13.12	-38.16	0.00	144.00	-0.30	-3.90
65	40	41	-27.20	13.42	0.00	144.00	-0.15	-4.30
66	40	42	-0.18	18.94	0.00	144.00	-0.27	-11.73
67	41	42	9.95	21.26	0.00	144.00	-0.27	-11.20
68	42	49	-0.29	36.24	0.00	330.00	-0.72	-16.71
69	43	44	-3.36	8.06	0.00	160.00	-0.08	-5.01
70	44	45	12.72	-7.62	0.00	160.00	-0.04	-4.06
71	45	46	45.75	-19.97	0.00	144.00	-0.82	-8.11

72	45	49	20.01	-12.12	0.00	175.00	-0.29	-8.17
73	46	47	-12.47	-13.70	0.00	144.00	-0.09	-7.03
74	46	48	-14.06	5.47	0.00	144.00	-0.14	-3.91
75	47	49	-11.05	28.56	0.00	144.00	-0.20	-9.45
76	47	69	32.67	-59.16	0.00	144.00	-3.09	-18.84
77	48	49	6.08	-17.83	0.00	144.00	-0.05	-5.68
78	49	50	-42.10	7.89	0.00	316.00	-0.45	-7.98
79	49	51	-52.04	7.61	0.00	316.00	-1.20	-9.20
80	49	54	-54.61	24.86	0.00	320.00	-1.32	-13.25
81	49	66	121.74	-62.73	0.00	932.00	-1.41	-13.51
82	49	69	30.01	-59.61	0.00	144.00	-3.32	-20.39
83	50	57	-24.66	12.18	0.00	316.00	-0.33	-4.28
84	51	52	-24.00	5.31	0.00	316.00	-0.11	-3.65
85	51	58	-9.84	13.37	0.00	316.00	-0.07	-2.62
86	52	53	-5.89	4.70	0.00	160.00	-0.03	-4.24
87	53	54	17.13	12.72	0.00	175.00	-0.11	-5.95
88	54	55	-8.75	-15.54	0.00	350.00	-0.03	-7.10
89	54	56	-43.83	-72.24	0.00	260.00	-0.15	-10.73
90	54	59	20.15	-13.31	0.00	514.00	-0.21	-346.56
91	55	56	15.29	6.22	0.00	144.00	-0.01	-9.99
92	55	59	23.99	-9.71	0.00	175.00	-0.24	-346.47
93	56	57	12.21	-22.10	0.00	316.00	-0.11	-8.33
94	56	58	-2.30	-21.54	0.00	316.00	-0.07	-8.19
95	56	59	38.51	-23.37	0.00	230.00	-0.60	-350.36
96	59	60	32.54	-415.25	0.00	175.00	-1.71	-350.57
97	59	61	41.92	-420.43	0.00	175.00	-2.18	-14.12
98	63	59	-166.15	57.44	0.00	999.00	0.00	-364.19
99	60	61	114.27	-69.20	0.00	187.00	-0.46	334.75
100	60	62	-2.02	3.11	0.00	175.00	0.00	-2.32
101	61	62	-43.49	368.11	0.00	175.00	-0.23	335.23

102	64	61	2.68	-211.48	0.00	999.00	0.00	307.18
103	62	66	17.23	21.24	0.00	175.00	-0.39	-4.85
104	62	67	4.50	19.31	0.00	175.00	-0.12	-3.52
105	63	64	166.15	-106.53	0.00	776.00	-0.55	-39.70
106	64	65	164.01	18.63	0.00	776.00	-0.70	-65.17
107	65	66	-112.74	-50.10	0.00	999.00	0.00	-42.05
108	65	68	216.16	-225.64	0.00	493.00	-1.01	-56.89
109	66	67	-32.97	-28.71	0.00	175.00	-0.36	-4.58
110	68	69	61.38	-248.20	0.00	999.00	0.00	-36.43
111	68	81	90.46	-471.90	0.00	717.00	-3.48	254.21
112	68	116	65.33	479.98	0.00	776.00	-0.67	-18.35
113	69	70	23.88	-37.23	0.00	160.00	-0.54	-8.48
114	69	75	-31.77	-26.89	0.00	144.00	-0.67	-7.20
115	69	77	19.48	15.60	0.00	144.00	-0.27	-9.48
116	70	71	146.31	-65.53	0.00	160.00	-2.68	-12.81
117	70	74	-51.69	1.56	0.00	144.00	-1.28	-6.16
118	70	75	-45.19	6.06	0.00	144.00	-1.07	-5.53
119	71	72	56.03	-21.76	0.00	160.00	-1.95	-10.15
120	71	73	92.97	-33.87	0.00	187.00	-1.03	-6.35
121	74	75	12.59	14.54	0.00	144.00	-0.06	-1.09
122	75	77	28.50	22.01	0.00	144.00	-0.96	-7.59
123	75	118	-44.07	-8.34	0.00	144.00	-0.35	-2.20
124	76	77	57.31	27.68	0.00	144.00	-2.24	-11.92
125	76	118	10.69	-7.88	0.00	144.00	-0.03	-1.21
126	77	78	-62.89	12.71	0.00	144.00	-0.16	-4.77
127	77	80	88.25	93.82	0.00	254.00	-1.96	-12.76
128	77	82	113.70	-22.78	0.00	127.00	-4.14	-18.49
129	78	79	8.27	42.26	0.00	175.00	-0.11	-1.70
130	79	80	47.38	33.20	0.00	175.00	-0.54	-6.21
131	81	80	93.94	491.67	0.00	999.00	0.00	285.58

132	80	96	51.69	-23.53	0.00	187.00	-1.06	-9.47
133	80	97	44.19	-26.45	0.00	187.00	-0.44	-6.31
134	80	98	62.24	-2.49	0.00	175.00	-0.88	-9.42
135	80	99	103.96	-11.64	0.00	175.00	-4.74	-25.59
136	82	83	147.18	-53.59	0.00	288.00	-2.71	-13.32
137	82	96	24.66	-0.28	0.00	144.00	-0.10	-4.27
138	83	84	65.72	-37.25	0.00	203.00	-3.48	-9.70
139	83	85	104.16	-33.56	0.00	144.00	-5.09	-21.66
140	84	85	80.20	-23.00	0.00	187.00	-2.09	-7.45
141	85	86	96.17	-16.69	0.00	144.00	-3.22	-16.12
142	85	88	44.96	6.36	0.00	187.00	-0.41	-5.52
143	85	89	64.41	12.48	0.00	187.00	-1.02	-15.17
144	86	87	120.39	-0.09	0.00	201.00	-3.81	-33.08
145	88	89	93.37	17.79	0.00	187.00	-1.18	-12.49
146	89	90	9.71	16.54	0.00	748.00	-0.08	-6.96
147	89	92	-249.73	7.73	0.00	374.00	-4.41	-27.39
148	90	91	22.09	-8.16	0.00	144.00	-0.12	-3.50
149	91	92	-93.39	0.41	0.00	144.00	-2.93	-12.31
150	92	93	-98.00	9.90	0.00	144.00	-2.28	-9.30
151	92	94	-92.57	12.67	0.00	144.00	-3.83	-16.62
152	92	100	-38.59	23.34	0.00	175.00	-1.22	-10.11
153	92	102	-51.63	17.86	0.00	175.00	-0.34	-3.97
154	93	94	-83.72	22.16	0.00	144.00	-1.57	-9.40
155	94	95	-117.17	-27.97	0.00	144.00	-1.76	-9.79
156	94	96	-106.12	-10.77	0.00	144.00	-2.83	-13.61
157	94	100	82.39	83.11	0.00	288.00	-2.36	-14.68
158	95	96	-73.41	9.79	0.00	144.00	-0.92	-4.91
159	96	97	-60.27	10.29	0.00	187.00	-0.64	-5.72
160	98	100	97.12	4.67	0.00	175.00	-3.50	-22.07
161	99	100	25.80	31.13	0.00	175.00	-0.27	-6.20

162	100	101	23.30	-39.84	0.00	175.00	-0.42	-7.34
163	100	103	57.56	-41.19	0.00	144.00	-0.62	-8.53
164	100	104	15.90	-18.91	0.00	175.00	-0.18	-5.13
165	100	106	14.30	-17.79	0.00	175.00	-0.20	-7.26
166	101	102	45.73	-24.17	0.00	175.00	-0.56	-5.86
167	103	104	-0.25	-10.93	0.00	144.00	-0.03	-3.40
168	103	105	7.17	-13.23	0.00	144.00	-0.07	-4.03
169	103	110	55.56	-22.28	0.00	175.00	-1.14	-11.66
170	104	105	33.85	-9.65	0.00	144.00	-0.10	-2.04
171	105	106	-20.09	4.54	0.00	144.00	-0.05	-4.02
172	105	107	31.55	1.44	0.00	144.00	-0.46	-5.50
173	105	108	40.75	-17.45	0.00	127.00	-0.43	-2.68
174	106	107	37.46	-2.46	0.00	144.00	-0.64	-7.81
175	108	109	43.18	-15.54	0.00	127.00	-0.19	-2.14
176	109	110	51.37	-15.11	0.00	127.00	-0.68	-6.67
177	110	111	98.18	-11.05	0.00	144.00	-1.82	-11.09
178	110	112	49.57	5.43	0.00	127.00	-0.53	-8.77
179	114	115	10.49	-2.18	0.00	175.00	0.00	-0.34

toler=.000100 it.at= 6 it.reat= 5 errP=.0000210 errQ=.0000280

Tempo Final: 17h 16min 57seg 82cs

Apêndice K

Relatório do estado do sistema IEEE 118 com aplicação de LU

Relatorio do estado do sistema com aplicacao de LU

Tempo Inicial: 18h 12min 49seg 28cs										
sistema de 118 barras e 179 linhas										
bar	tip	tens	teta	P	Q	Pg	Qg	Pc	Qc	liQmax

1	1	1.05	-10.7	-51.0	-18.2	0.0	0.0	51.0	27.0	8.0
2	0	1.06	-10.2	-20.0	-9.0	0.0	0.0	20.0	9.0	0.0
3	0	1.06	-10.0	-39.0	-10.0	0.0	0.0	39.0	10.0	0.0
4	1	1.10	-6.7	61.0	347.3	100.0	14.0	39.0	12.0	300.0
5	0	1.08	-6.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	1	1.09	-8.8	-47.0	42.4	5.0	18.0	52.0	22.0	30.0
7	0	1.08	-9.1	-19.0	-2.0	0.0	0.0	19.0	2.0	0.0
8	1	1.05	-3.6	72.0	-320.5	100.0	-8.0	28.0	0.0	300.0
9	0	1.10	-2.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
10	1	1.10	-0.8	100.0	-73.2	100.0	-71.0	0.0	0.0	300.0

11	0	1.08	-8.8	-70.0	-23.0	0.0	0.0	70.0	23.0	0.0
12	1	1.08	-9.3	-17.0	77.0	30.0	75.0	47.0	10.0	75.0
13	0	1.06	-9.3	-34.0	-16.0	0.0	0.0	34.0	16.0	0.0
14	0	1.08	-9.1	-14.0	-1.0	0.0	0.0	14.0	1.0	0.0
15	1	1.06	-7.0	-85.0	4.7	5.0	5.0	90.0	30.0	23.0
16	0	1.07	-8.3	-25.0	-10.0	0.0	0.0	25.0	10.0	0.0
17	0	1.08	-3.9	-11.0	-3.0	0.0	0.0	11.0	3.0	0.0
18	1	1.07	-6.1	-55.0	12.5	5.0	23.0	60.0	34.0	23.0
19	1	1.06	-6.8	-40.0	-19.4	5.0	14.0	45.0	25.0	15.0
20	0	1.05	-4.9	-18.0	-3.0	0.0	0.0	18.0	3.0	0.0
21	0	1.05	-2.7	-14.0	-8.0	0.0	0.0	14.0	8.0	0.0
22	0	1.06	0.5	-10.0	-5.0	0.0	0.0	10.0	5.0	0.0
23	0	1.09	6.2	-7.0	-3.0	0.0	0.0	7.0	3.0	0.0
24	1	1.08	8.4	87.0	100.5	100.0	91.0	13.0	0.0	300.0
25	1	1.10	9.1	100.0	362.9	100.0	33.0	0.0	0.0	300.0
26	1	0.98	10.0	300.0	-531.8	300.0	-118.0	0.0	0.0	600.0
27	1	1.10	3.2	29.0	10.4	100.0	9.0	71.0	13.0	300.0
28	0	1.09	1.8	-17.0	-7.0	0.0	0.0	17.0	7.0	0.0
29	0	1.10	0.9	-24.0	-4.0	0.0	0.0	24.0	4.0	0.0
30	0	1.06	-2.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
31	1	1.10	1.0	57.0	23.5	100.0	37.0	43.0	27.0	300.0
32	1	1.09	2.0	-54.0	-6.3	5.0	12.0	59.0	23.0	23.0
33	0	1.04	-8.1	-23.0	-9.0	0.0	0.0	23.0	9.0	0.0
34	1	1.05	-8.5	-54.0	60.9	5.0	15.0	59.0	26.0	23.0
35	0	1.04	-8.8	-33.0	-9.0	0.0	0.0	33.0	9.0	0.0
36	1	1.04	-8.8	-26.0	-6.2	5.0	-5.0	31.0	17.0	15.0
37	0	1.04	-7.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
38	0	1.08	-5.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
39	0	0.98	-7.9	-27.0	-11.0	0.0	0.0	27.0	11.0	0.0
40	1	0.96	-7.0	35.7	-121.3	101.7	-100.0	66.0	23.0	300.0

41	0	0.97	-7.9	-37.0	-10.0	0.0	0.0	37.0	10.0	0.0
42	1	1.00	-7.7	10.6	-25.3	106.6	9.0	96.0	23.0	300.0
43	0	1.07	-10.7	-18.0	-7.0	0.0	0.0	18.0	7.0	0.0
44	0	1.10	-11.6	-16.0	-8.0	0.0	0.0	16.0	8.0	0.0
45	0	1.09	-10.9	-53.0	-22.0	0.0	0.0	53.0	22.0	0.0
46	1	1.08	-7.3	73.1	-81.4	101.1	-6.0	28.0	10.0	300.0
47	0	1.06	-7.9	-34.0	0.0	0.0	0.0	34.0	0.0	0.0
48	0	1.09	-9.0	-20.0	-11.0	0.0	0.0	20.0	11.0	0.0
49	1	1.08	-8.5	13.0	48.1	100.0	139.0	87.0	30.0	300.0
50	0	1.08	-10.3	-17.0	-4.0	0.0	0.0	17.0	4.0	0.0
51	0	1.07	-12.4	-17.0	-8.0	0.0	0.0	17.0	8.0	0.0
52	0	1.07	-13.1	-18.0	-5.0	0.0	0.0	18.0	5.0	0.0
53	0	1.08	-13.8	-23.0	-11.0	0.0	0.0	23.0	11.0	0.0
54	1	1.10	-12.9	-3.6	121.7	109.4	148.0	113.0	32.0	300.0
55	1	1.09	-13.1	-48.0	-25.1	15.0	5.0	63.0	22.0	11.0
56	1	1.09	-13.0	-76.8	-44.2	7.2	-5.0	84.0	18.0	11.0
57	0	1.08	-12.2	-12.0	-3.0	0.0	0.0	12.0	3.0	0.0
58	0	1.08	-12.9	-12.0	-3.0	0.0	0.0	12.0	3.0	0.0
59	1	1.09	-10.5	-156.9	-1849.7	120.1	74.0	277.0	113.0	300.0
60	0	1.00	-6.8	-78.0	-3.0	0.0	0.0	78.0	3.0	0.0
61	1	1.00	-5.8	205.0	1005.8	205.0	-46.0	0.0	0.0	300.0
62	1	1.01	-6.9	-67.0	-14.8	10.0	2.0	77.0	14.0	8.0
63	0	1.07	-7.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
64	0	1.05	-5.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
65	1	1.07	-3.4	100.0	91.8	100.0	114.0	0.0	0.0	300.0
66	1	1.06	-5.5	61.0	-14.6	100.0	-28.0	39.0	18.0	300.0
67	0	1.03	-6.9	-28.0	-7.0	0.0	0.0	28.0	7.0	0.0
68	0	1.04	-1.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
69	2	0.95	0.0	119.9	-299.0	200.0	0.0	0.0	0.0	999.0
70	1	0.92	2.6	-56.0	-12.2	10.0	0.0	66.0	20.0	8.0

71	0	0.91	6.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
72	1	0.90	14.4	88.0	-104.4	100.0	-100.0	12.0	0.0	300.0
73	1	0.90	9.8	94.0	-28.5	100.0	-27.0	6.0	0.0	300.0
74	1	0.90	-2.2	-63.0	-37.6	5.0	0.0	68.0	27.0	4.0
75	0	0.91	-2.0	-47.0	-11.0	0.0	0.0	47.0	11.0	0.0
76	1	0.90	-3.9	-68.0	-22.0	0.0	8.0	68.0	36.0	8.0
77	1	0.98	0.8	-30.3	-60.8	30.7	38.0	61.0	28.0	38.0
78	0	0.98	0.3	-71.0	-26.0	0.0	0.0	71.0	26.0	0.0
79	0	0.99	0.2	-39.0	-32.0	0.0	0.0	39.0	32.0	0.0
80	1	1.02	1.9	-30.0	364.2	100.0	-31.0	130.0	26.0	300.0
81	0	0.96	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
82	0	1.01	6.6	-54.0	-27.0	0.0	0.0	54.0	27.0	0.0
83	0	1.01	10.0	-20.0	-10.0	0.0	0.0	20.0	10.0	0.0
84	0	1.00	16.3	-11.0	-7.0	0.0	0.0	11.0	7.0	0.0
85	1	1.01	19.6	-14.0	-64.3	10.0	3.0	24.0	15.0	8.0
86	0	1.04	26.4	-21.0	-10.0	0.0	0.0	21.0	10.0	0.0
87	1	1.10	39.0	124.2	27.6	124.2	32.0	0.0	0.0	300.0
88	0	1.03	22.1	-48.0	-10.0	0.0	0.0	48.0	10.0	0.0
89	1	1.06	25.5	400.0	-9.4	400.0	-5.0	0.0	0.0	300.0
90	1	1.07	25.6	-12.3	26.7	150.7	60.0	163.0	42.0	0.0
91	1	1.07	26.6	115.6	-12.6	125.6	-19.0	10.0	0.0	300.0
92	1	1.05	20.5	-55.0	-28.1	10.0	0.0	65.0	10.0	8.0
93	0	1.04	16.0	-12.0	-7.0	0.0	0.0	12.0	7.0	0.0
94	0	1.04	12.4	-30.0	-16.0	0.0	0.0	30.0	16.0	0.0
95	0	1.02	9.8	-42.0	-31.0	0.0	0.0	42.0	31.0	0.0
96	0	1.01	7.5	-38.0	-15.0	0.0	0.0	38.0	15.0	0.0
97	0	1.01	4.4	-15.0	-9.0	0.0	0.0	15.0	9.0	0.0
98	0	1.04	5.5	-34.0	-8.0	0.0	0.0	34.0	8.0	0.0
99	1	1.07	13.4	82.9	-22.2	124.9	-23.0	42.0	0.0	300.0
100	1	1.10	14.1	63.0	249.5	100.0	300.0	37.0	18.0	300.0

101	0	1.07	16.0	-22.0	-15.0	0.0	0.0	22.0	15.0	0.0
102	0	1.05	18.9	-5.0	-3.0	0.0	0.0	5.0	3.0	0.0
103	1	1.09	15.8	-4.3	-8.1	18.7	11.0	23.0	16.0	15.0
104	1	1.08	16.0	-18.0	-15.1	20.0	5.0	38.0	25.0	15.0
105	1	1.08	16.7	-11.0	-155.8	20.0	-5.0	31.0	26.0	15.0
106	0	1.08	16.1	-43.0	-16.0	0.0	0.0	43.0	16.0	0.0
107	1	1.10	19.4	70.1	-20.9	120.1	0.0	50.0	12.0	300.0
108	0	1.08	18.3	-2.0	-1.0	0.0	0.0	2.0	1.0	0.0
109	0	1.08	19.0	-8.0	-3.0	0.0	0.0	8.0	3.0	0.0
110	1	1.08	21.1	-39.0	-77.7	0.0	0.0	39.0	30.0	1.0
111	1	1.10	24.7	100.0	-2.4	100.0	-8.0	0.0	0.0	300.0
112	1	1.10	22.5	50.1	6.7	118.1	13.0	68.0	13.0	300.0
113	1	1.10	-2.2	94.0	49.8	100.0	6.0	6.0	0.0	300.0
114	0	1.09	2.1	-8.0	-3.0	0.0	0.0	8.0	3.0	0.0
115	0	1.09	2.1	-22.0	-7.0	0.0	0.0	22.0	7.0	0.0
116	1	1.06	-1.4	66.0	497.3	250.0	115.0	184.0	0.0	525.0
117	0	1.07	-10.6	-20.0	-8.0	0.0	0.0	20.0	8.0	0.0
118	0	0.90	-3.4	-33.0	-15.0	0.0	0.0	33.0	15.0	0.0

toler=.0001 it.ativa= 6 it.reativo= 6 er_P=.0000816 er_Q=.0000143

Tempo Final: 18h 12min 49seg 68cs

Apêndice L

Relatório do fluxo do sistema IEEE 118 com aplicação de LU

Relatorio do fluxo do sistema com aplicacao de LU na resolucao

Tempo Inicial: 18h 12min 49seg 28cs								
ramo	bar.k	bar.m	flux.at	flux.re	fnorm	femerg.	perdp	perdq

1	1	2	13.55	9.00	0.00	144.00	-0.08	-1.73
2	1	3	37.45	6.82	0.00	144.00	-0.17	-3.43
3	2	12	33.63	16.19	0.00	144.00	-0.23	-3.75
4	3	5	65.30	-1.76	0.00	350.00	-0.92	-7.39
5	3	12	11.32	8.36	0.00	144.00	-0.10	-4.71
6	4	5	6.52	-331.01	0.00	310.00	-1.62	-9.26
7	4	11	-67.53	-20.48	0.00	144.00	-0.85	-4.95
8	5	6	-81.15	32.74	0.00	175.00	-0.79	-4.93
9	8	5	-220.46	55.12	0.00	999.00	0.00	-42.11
10	5	11	-64.95	16.23	0.00	144.00	-0.79	-4.75
11	6	7	-33.36	-6.01	0.00	175.00	-0.04	-1.02
12	7	12	-14.31	-5.00	0.00	160.00	-0.02	-2.66

13	8	9	99.16	110.17	0.00	550.00	-0.63	-110.68
14	8	30	49.30	-16.46	0.00	776.00	-0.10	-53.62
15	9	10	99.79	-75.55	0.00	550.00	-0.21	-151.18
16	11	12	-43.58	35.31	0.00	144.00	-0.16	-3.73
17	11	13	-17.24	-15.56	0.00	144.00	-0.10	-4.94
18	12	14	3.83	-10.09	0.00	144.00	-0.01	-5.04
19	12	16	20.87	-17.74	0.00	160.00	-0.12	-5.26
20	12	117	-20.13	-8.72	0.00	160.00	-0.13	-4.54
21	13	15	16.85	-8.75	0.00	144.00	-0.21	-6.01
22	14	15	17.85	-15.66	0.00	144.00	-0.25	-5.52
23	15	17	135.48	-12.10	0.00	288.00	-2.16	-9.39
24	15	19	5.68	-11.65	0.00	144.00	-0.01	-5.40
25	15	33	-21.01	-11.89	0.00	144.00	-0.18	-4.40
26	16	17	45.99	-13.19	0.00	160.00	-0.88	-6.61
27	17	18	-86.02	-0.52	0.00	350.00	-0.78	-4.31
28	30	17	-88.43	17.70	0.00	999.00	0.00	-27.24
29	17	31	63.28	-6.66	0.00	144.00	-1.65	-7.40
30	17	113	129.82	40.51	0.00	311.00	-1.45	-12.63
31	18	19	-30.24	-11.34	0.00	292.00	-0.10	-4.65
32	19	20	29.13	-17.57	0.00	175.00	-0.23	-5.83
33	19	34	-13.58	-4.34	0.00	144.00	-0.12	-6.28
34	20	21	47.37	-13.52	0.00	175.00	-0.40	-4.39
35	21	22	61.76	-6.56	0.00	175.00	-0.73	-7.00
36	22	23	72.49	-3.64	0.00	175.00	-1.60	-16.63
37	23	24	78.06	-45.48	0.00	320.00	-0.87	-12.93
38	23	25	74.72	-5.70	0.00	187.00	-0.74	-21.38
39	23	32	-71.69	11.78	0.00	288.00	-1.47	-13.24
40	24	70	-33.03	-39.15	0.00	160.00	-2.11	-12.85
41	24	72	24.95	-110.96	0.00	160.00	-5.15	-25.33
42	26	25	-49.58	308.38	0.00	999.00	0.00	-99.43

43	25	27	-74.12	-3.46	0.00	374.00	-1.46	-19.33
44	26	30	-250.42	50.43	0.00	717.00	-5.93	-131.63
45	27	28	-34.11	2.22	0.00	175.00	-0.19	-3.44
46	27	32	-34.90	0.30	0.00	144.00	-0.23	-2.92
47	27	115	-32.65	-6.53	0.00	144.00	-0.15	-2.03
48	28	29	-16.93	6.99	0.00	175.00	-0.07	-2.19
49	29	31	7.15	11.21	0.00	144.00	-0.02	-2.06
50	30	38	-106.66	10.76	0.00	717.00	-0.51	-90.57
51	31	32	15.09	-18.53	0.00	144.00	-0.13	-2.89
52	32	113	-38.15	14.93	0.00	311.00	-0.89	-11.27
53	32	114	2.49	-5.66	0.00	175.00	0.00	-1.14
54	33	37	2.17	-6.47	0.00	144.00	-0.01	-4.29
55	34	36	-27.05	-24.90	0.00	175.00	-0.10	-2.76
56	34	37	89.33	-142.89	0.00	316.00	-0.66	-6.96
57	34	43	-21.74	13.27	0.00	160.00	-0.27	-6.86
58	35	36	0.94	15.67	0.00	160.00	-0.01	-0.88
59	35	37	32.06	-9.52	0.00	175.00	-0.11	-3.49
60	38	37	-144.96	-187.69	0.00	999.00	0.00	-73.78
61	37	39	-14.55	-50.68	0.00	144.00	-0.76	-5.52
62	37	40	-6.06	-45.75	0.00	316.00	-1.06	-7.44
63	38	65	38.81	-75.29	0.00	717.00	-0.13	-98.56
64	39	40	13.21	-37.14	0.00	144.00	-0.28	-3.85
65	40	41	-27.12	13.39	0.00	144.00	-0.15	-4.30
66	40	42	-0.09	18.91	0.00	144.00	-0.26	-11.73
67	41	42	10.04	21.23	0.00	144.00	-0.27	-11.20
68	42	49	-0.12	36.21	0.00	330.00	-0.71	-16.70
69	43	44	-3.47	13.35	0.00	160.00	-0.16	-5.44
70	44	45	12.69	-15.16	0.00	160.00	-0.06	-4.28
71	45	46	45.98	-32.01	0.00	144.00	-0.99	-8.76
72	45	49	19.77	-20.73	0.00	175.00	-0.41	-8.58

73	46	47	-12.12	-13.81	0.00	144.00	-0.09	-7.02
74	46	48	-14.01	9.19	0.00	144.00	-0.18	-4.04
75	47	49	-10.88	28.52	0.00	144.00	-0.20	-9.44
76	47	69	32.85	-59.24	0.00	144.00	-3.11	-18.89
77	48	49	6.17	-32.29	0.00	144.00	-0.16	-5.99
78	49	50	-42.08	7.88	0.00	316.00	-0.44	-7.98
79	49	51	-52.02	7.60	0.00	316.00	-1.20	-9.20
80	49	54	-54.57	24.85	0.00	320.00	-1.32	-13.24
81	49	66	121.94	-62.78	0.00	932.00	-1.41	-13.53
82	49	69	30.13	-59.67	0.00	144.00	-3.33	-20.43
83	50	57	-24.64	12.17	0.00	316.00	-0.33	-4.27
84	51	52	-24.00	5.31	0.00	316.00	-0.11	-3.65
85	51	58	-9.82	13.36	0.00	316.00	-0.07	-2.62
86	52	53	-5.89	4.70	0.00	160.00	-0.03	-4.24
87	53	54	17.14	12.72	0.00	175.00	-0.11	-5.95
88	54	55	-8.74	-15.54	0.00	350.00	-0.03	-7.10
89	54	56	-43.81	-72.24	0.00	260.00	-0.15	-10.73
90	54	59	20.17	-13.31	0.00	514.00	-0.21	-346.56
91	55	56	15.28	6.23	0.00	144.00	-0.01	-9.99
92	55	59	24.01	-9.71	0.00	175.00	-0.25	-346.47
93	56	57	12.19	-22.09	0.00	316.00	-0.11	-8.33
94	56	58	-2.31	-21.53	0.00	316.00	-0.07	-8.19
95	56	59	38.54	-23.38	0.00	230.00	-0.60	-350.37
96	59	60	32.55	-415.25	0.00	175.00	-1.71	-350.58
97	59	61	41.93	-420.43	0.00	175.00	-2.18	-14.13
98	63	59	-166.20	57.44	0.00	999.00	0.00	-364.20
99	60	61	114.28	-69.20	0.00	187.00	-0.46	334.74
100	60	62	-2.02	3.11	0.00	175.00	0.00	-2.32
101	61	62	-43.50	368.11	0.00	175.00	-0.23	335.23
102	64	61	2.64	-211.48	0.00	999.00	0.00	307.18

103	62	66	17.22	21.24	0.00	175.00	-0.39	-4.84
104	62	67	4.49	19.31	0.00	175.00	-0.12	-3.52
105	63	64	166.20	-106.53	0.00	776.00	-0.55	-39.70
106	64	65	164.10	18.63	0.00	776.00	-0.70	-65.18
107	65	66	-112.93	-50.10	0.00	999.00	0.00	-42.06
108	65	68	216.67	-225.70	0.00	493.00	-1.02	-56.92
109	66	67	-32.96	-28.71	0.00	175.00	-0.36	-4.58
110	68	69	61.97	-248.22	0.00	999.00	0.00	-36.46
111	68	81	90.39	-471.90	0.00	717.00	-3.48	254.21
112	68	116	65.33	479.96	0.00	776.00	-0.67	-18.35
113	69	70	23.80	-37.21	0.00	160.00	-0.54	-8.48
114	69	75	-31.81	-26.88	0.00	144.00	-0.68	-7.20
115	69	77	19.48	15.60	0.00	144.00	-0.27	-9.48
116	70	71	146.24	-65.50	0.00	160.00	-2.68	-12.80
117	70	74	-51.66	1.55	0.00	144.00	-1.28	-6.15
118	70	75	-45.15	6.05	0.00	144.00	-1.07	-5.52
119	71	72	55.95	-21.74	0.00	160.00	-1.94	-10.13
120	71	73	92.97	-33.87	0.00	187.00	-1.03	-6.35
121	74	75	12.62	14.53	0.00	144.00	-0.06	-1.09
122	75	77	28.52	22.00	0.00	144.00	-0.96	-7.59
123	75	118	-44.06	-8.35	0.00	144.00	-0.35	-2.20
124	76	77	57.33	27.67	0.00	144.00	-2.24	-11.92
125	76	118	10.67	-7.87	0.00	144.00	-0.03	-1.21
126	77	78	-62.93	25.73	0.00	144.00	-0.19	-4.85
127	77	80	87.48	94.09	0.00	254.00	-1.95	-12.73
128	77	82	114.55	-11.72	0.00	127.00	-4.11	-18.45
129	78	79	8.26	55.35	0.00	175.00	-0.18	-2.03
130	79	80	47.43	26.45	0.00	175.00	-0.47	-5.90
131	81	80	93.86	491.67	0.00	999.00	0.00	285.59
132	80	96	51.51	-20.98	0.00	187.00	-1.02	-9.28

133	80	97	44.03	-23.88	0.00	187.00	-0.42	-6.20
134	80	98	61.97	-2.38	0.00	175.00	-0.88	-9.39
135	80	99	103.69	-11.53	0.00	175.00	-4.72	-25.48
136	82	83	147.48	-54.36	0.00	288.00	-2.67	-13.29
137	82	96	25.18	-10.42	0.00	144.00	-0.11	-4.37
138	83	84	65.37	-42.15	0.00	203.00	-3.61	-10.02
139	83	85	104.78	-40.43	0.00	144.00	-5.25	-22.26
140	84	85	79.98	-27.59	0.00	187.00	-2.13	-7.55
141	85	86	96.17	-16.69	0.00	144.00	-3.22	-16.12
142	85	88	45.26	6.27	0.00	187.00	-0.41	-5.54
143	85	89	64.71	12.41	0.00	187.00	-1.03	-15.24
144	86	87	120.39	-0.09	0.00	201.00	-3.81	-33.08
145	88	89	93.68	17.73	0.00	187.00	-1.19	-12.52
146	89	90	9.78	16.52	0.00	748.00	-0.08	-6.96
147	89	92	-249.17	7.67	0.00	374.00	-4.39	-27.29
148	90	91	22.17	-8.18	0.00	144.00	-0.12	-3.51
149	91	92	-93.31	0.40	0.00	144.00	-2.92	-12.29
150	92	93	-97.88	11.07	0.00	144.00	-2.28	-9.31
151	92	94	-92.46	13.83	0.00	144.00	-3.83	-16.65
152	92	100	-38.40	23.32	0.00	175.00	-1.21	-10.07
153	92	102	-51.44	17.85	0.00	175.00	-0.33	-3.95
154	93	94	-83.60	23.32	0.00	144.00	-1.57	-9.43
155	94	95	-117.19	-25.38	0.00	144.00	-1.74	-9.74
156	94	96	-106.17	-7.87	0.00	144.00	-2.81	-13.58
157	94	100	82.70	79.88	0.00	288.00	-2.27	-14.40
158	95	96	-73.45	12.31	0.00	144.00	-0.92	-4.94
159	96	97	-60.07	7.93	0.00	187.00	-0.62	-5.65
160	98	100	96.85	4.76	0.00	175.00	-3.48	-21.99
161	99	100	25.51	31.20	0.00	175.00	-0.27	-6.20
162	100	101	23.12	-39.78	0.00	175.00	-0.42	-7.33

163	100	103	57.56	-41.19	0.00	144.00	-0.62	-8.53
164	100	104	15.90	-18.91	0.00	175.00	-0.18	-5.13
165	100	106	14.30	-17.79	0.00	175.00	-0.20	-7.26
166	101	102	45.54	-24.12	0.00	175.00	-0.56	-5.84
167	103	104	-0.25	-10.93	0.00	144.00	-0.03	-3.40
168	103	105	7.17	-13.23	0.00	144.00	-0.07	-4.03
169	103	110	55.56	-22.28	0.00	175.00	-1.14	-11.66
170	104	105	33.85	-9.65	0.00	144.00	-0.10	-2.04
171	105	106	-20.09	4.54	0.00	144.00	-0.05	-4.02
172	105	107	31.55	1.44	0.00	144.00	-0.46	-5.50
173	105	108	40.75	-17.45	0.00	127.00	-0.43	-2.68
174	106	107	37.46	-2.46	0.00	144.00	-0.64	-7.81
175	108	109	43.18	-15.54	0.00	127.00	-0.19	-2.14
176	109	110	51.38	-15.11	0.00	127.00	-0.68	-6.67
177	110	111	98.18	-11.05	0.00	144.00	-1.82	-11.09
178	110	112	49.57	5.43	0.00	127.00	-0.53	-8.77
179	114	115	10.50	-2.18	0.00	175.00	0.00	-0.34

toler=.000100 it.at= 6 it.reat= 6 errP=.0000816 errQ=.0000143

Tempo Final: 18h 12min 49seg 68cs

Apêndice M

Relatório do estado do sistema IEEE 118 com aplicação de Cholesky

Relatorio do estado do sistema com aplicacao de cholesky

Tempo Inicial: 18h 43min 38seg 31cs										
sistema de 118 barras e 179 linhas										
bar	tip	tens	teta	P	Q	Pg	Qg	Pc	Qc	liQmax

1	1	1.05	-10.7	-51.0	-19.5	0.0	0.0	51.0	27.0	8.0
2	0	1.06	-10.1	-20.0	-9.0	0.0	0.0	20.0	9.0	0.0
3	0	1.06	-9.9	-39.0	-10.0	0.0	0.0	39.0	10.0	0.0
4	1	1.10	-6.7	61.0	317.7	100.0	14.0	39.0	12.0	300.0
5	0	1.08	-6.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	1	1.09	-8.7	-47.0	38.1	5.0	18.0	52.0	22.0	30.0
7	0	1.08	-9.0	-19.0	-2.0	0.0	0.0	19.0	2.0	0.0
8	1	1.05	-3.6	72.0	-329.9	100.0	-8.0	28.0	0.0	300.0
9	0	1.10	-2.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
10	1	1.10	-0.7	100.0	-73.2	100.0	-71.0	0.0	0.0	300.0
11	0	1.08	-8.7	-70.0	-23.0	0.0	0.0	70.0	23.0	0.0

12	1	1.08	-9.2	-17.0	74.5	30.0	75.0	47.0	10.0	75.0
13	0	1.06	-9.2	-34.0	-16.0	0.0	0.0	34.0	16.0	0.0
14	0	1.08	-9.0	-14.0	-1.0	0.0	0.0	14.0	1.0	0.0
15	1	1.06	-6.9	-85.0	3.7	5.0	5.0	90.0	30.0	23.0
16	0	1.07	-8.2	-25.0	-10.0	0.0	0.0	25.0	10.0	0.0
17	0	1.08	-3.9	-11.0	-3.0	0.0	0.0	11.0	3.0	0.0
18	1	1.07	-6.1	-55.0	12.4	5.0	23.0	60.0	34.0	23.0
19	1	1.06	-6.7	-40.0	-19.4	5.0	14.0	45.0	25.0	15.0
20	0	1.05	-4.8	-18.0	-3.0	0.0	0.0	18.0	3.0	0.0
21	0	1.05	-2.6	-14.0	-8.0	0.0	0.0	14.0	8.0	0.0
22	0	1.06	0.5	-10.0	-5.0	0.0	0.0	10.0	5.0	0.0
23	0	1.09	6.3	-7.0	-3.0	0.0	0.0	7.0	3.0	0.0
24	1	1.08	8.4	87.0	100.5	100.0	91.0	13.0	0.0	300.0
25	1	1.10	9.1	100.0	362.9	100.0	33.0	0.0	0.0	300.0
26	1	0.98	10.1	300.0	-532.1	300.0	-118.0	0.0	0.0	600.0
27	1	1.10	3.3	29.0	10.4	100.0	9.0	71.0	13.0	300.0
28	0	1.09	1.8	-17.0	-7.0	0.0	0.0	17.0	7.0	0.0
29	0	1.10	1.0	-24.0	-4.0	0.0	0.0	24.0	4.0	0.0
30	0	1.06	-2.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
31	1	1.10	1.0	57.0	23.4	100.0	37.0	43.0	27.0	300.0
32	1	1.09	2.0	-54.0	-6.3	5.0	12.0	59.0	23.0	23.0
33	0	1.04	-8.1	-23.0	-9.0	0.0	0.0	23.0	9.0	0.0
34	1	1.05	-8.4	-54.0	62.4	5.0	15.0	59.0	26.0	23.0
35	0	1.04	-8.7	-33.0	-9.0	0.0	0.0	33.0	9.0	0.0
36	1	1.04	-8.7	-26.0	-9.1	5.0	-5.0	31.0	17.0	15.0
37	0	1.04	-7.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
38	0	1.08	-5.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
39	0	0.99	-7.8	-27.0	-11.0	0.0	0.0	27.0	11.0	0.0
40	1	0.96	-6.9	35.7	-123.2	101.7	-100.0	66.0	23.0	300.0
41	0	0.97	-7.9	-37.0	-10.0	0.0	0.0	37.0	10.0	0.0

42	1	1.00	-7.6	10.6	-25.2	106.6	9.0	96.0	23.0	300.0
43	0	1.06	-10.5	-18.0	-7.0	0.0	0.0	18.0	7.0	0.0
44	0	1.08	-11.3	-16.0	-8.0	0.0	0.0	16.0	8.0	0.0
45	0	1.08	-10.7	-53.0	-22.0	0.0	0.0	53.0	22.0	0.0
46	1	1.08	-7.3	73.1	-54.8	101.1	-6.0	28.0	10.0	300.0
47	0	1.06	-7.8	-34.0	0.0	0.0	0.0	34.0	0.0	0.0
48	0	1.08	-8.8	-20.0	-11.0	0.0	0.0	20.0	11.0	0.0
49	1	1.08	-8.5	13.0	70.4	100.0	139.0	87.0	30.0	300.0
50	0	1.08	-10.2	-17.0	-4.0	0.0	0.0	17.0	4.0	0.0
51	0	1.07	-12.3	-17.0	-8.0	0.0	0.0	17.0	8.0	0.0
52	0	1.07	-13.1	-18.0	-5.0	0.0	0.0	18.0	5.0	0.0
53	0	1.08	-13.7	-23.0	-11.0	0.0	0.0	23.0	11.0	0.0
54	1	1.10	-12.9	-3.6	121.7	109.4	148.0	113.0	32.0	300.0
55	1	1.09	-13.1	-48.0	-25.1	15.0	5.0	63.0	22.0	11.0
56	1	1.09	-13.0	-76.8	-44.2	7.2	-5.0	84.0	18.0	11.0
57	0	1.08	-12.2	-12.0	-3.0	0.0	0.0	12.0	3.0	0.0
58	0	1.08	-12.9	-12.0	-3.0	0.0	0.0	12.0	3.0	0.0
59	1	1.09	-10.5	-156.9	-1849.7	120.1	74.0	277.0	113.0	300.0
60	0	1.00	-6.8	-78.0	-3.0	0.0	0.0	78.0	3.0	0.0
61	1	1.00	-5.8	205.0	1005.8	205.0	-46.0	0.0	0.0	300.0
62	1	1.01	-6.9	-67.0	-14.8	10.0	2.0	77.0	14.0	8.0
63	0	1.07	-7.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
64	0	1.05	-5.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
65	1	1.07	-3.4	100.0	90.7	100.0	114.0	0.0	0.0	300.0
66	1	1.06	-5.4	61.0	-14.6	100.0	-28.0	39.0	18.0	300.0
67	0	1.03	-6.9	-28.0	-7.0	0.0	0.0	28.0	7.0	0.0
68	0	1.04	-1.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
69	2	0.95	0.0	118.9	-299.0	200.0	0.0	0.0	0.0	999.0
70	1	0.92	2.6	-56.0	-12.2	10.0	0.0	66.0	20.0	8.0
71	0	0.91	6.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

72	1	0.90	14.4	88.0	-104.4	100.0	-100.0	12.0	0.0	300.0
73	1	0.90	9.8	94.0	-28.5	100.0	-27.0	6.0	0.0	300.0
74	1	0.90	-2.2	-63.0	-27.9	5.0	0.0	68.0	27.0	4.0
75	0	0.91	-2.0	-47.0	-11.0	0.0	0.0	47.0	11.0	0.0
76	1	0.90	-3.9	-68.0	-22.0	0.0	8.0	68.0	36.0	8.0
77	1	0.98	0.8	-30.3	-36.4	30.7	38.0	61.0	28.0	38.0
78	0	0.98	0.3	-71.0	-26.0	0.0	0.0	71.0	26.0	0.0
79	0	0.99	0.3	-39.0	-32.0	0.0	0.0	39.0	32.0	0.0
80	1	1.02	1.9	-30.0	376.3	100.0	-31.0	130.0	26.0	300.0
81	0	0.96	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
82	0	1.00	6.8	-54.0	-27.0	0.0	0.0	54.0	27.0	0.0
83	0	1.00	10.2	-20.0	-10.0	0.0	0.0	20.0	10.0	0.0
84	0	1.00	16.5	-11.0	-7.0	0.0	0.0	11.0	7.0	0.0
85	1	1.01	19.8	-14.0	-53.7	10.0	3.0	24.0	15.0	8.0
86	0	1.04	26.5	-21.0	-10.0	0.0	0.0	21.0	10.0	0.0
87	1	1.10	39.2	124.2	27.6	124.2	32.0	0.0	0.0	300.0
88	0	1.03	22.2	-48.0	-10.0	0.0	0.0	48.0	10.0	0.0
89	1	1.06	25.6	400.0	-9.5	400.0	-5.0	0.0	0.0	300.0
90	1	1.07	25.7	-12.3	26.7	150.7	60.0	163.0	42.0	0.0
91	1	1.07	26.7	115.6	-12.6	125.6	-19.0	10.0	0.0	300.0
92	1	1.05	20.6	-55.0	-25.6	10.0	0.0	65.0	10.0	8.0
93	0	1.04	16.1	-12.0	-7.0	0.0	0.0	12.0	7.0	0.0
94	0	1.04	12.5	-30.0	-16.0	0.0	0.0	30.0	16.0	0.0
95	0	1.01	9.9	-42.0	-31.0	0.0	0.0	42.0	31.0	0.0
96	0	1.01	7.6	-38.0	-15.0	0.0	0.0	38.0	15.0	0.0
97	0	1.01	4.4	-15.0	-9.0	0.0	0.0	15.0	9.0	0.0
98	0	1.04	5.5	-34.0	-8.0	0.0	0.0	34.0	8.0	0.0
99	1	1.07	13.4	82.9	-22.1	124.9	-23.0	42.0	0.0	300.0
100	1	1.10	14.1	63.0	253.0	100.0	300.0	37.0	18.0	300.0
101	0	1.07	16.1	-22.0	-15.0	0.0	0.0	22.0	15.0	0.0

102	0	1.05	19.0	-5.0	-3.0	0.0	0.0	5.0	3.0	0.0
103	1	1.09	15.9	-4.3	-8.1	18.7	11.0	23.0	16.0	15.0
104	1	1.08	16.0	-18.0	-15.1	20.0	5.0	38.0	25.0	15.0
105	1	1.08	16.7	-11.0	-132.5	20.0	-5.0	31.0	26.0	15.0
106	0	1.08	16.1	-43.0	-16.0	0.0	0.0	43.0	16.0	0.0
107	1	1.10	19.4	70.1	-13.7	120.1	0.0	50.0	12.0	300.0
108	0	1.08	18.3	-2.0	-1.0	0.0	0.0	2.0	1.0	0.0
109	0	1.08	19.0	-8.0	-3.0	0.0	0.0	8.0	3.0	0.0
110	1	1.08	21.1	-39.0	-70.7	0.0	0.0	39.0	30.0	1.0
111	1	1.10	24.8	100.0	-2.4	100.0	-8.0	0.0	0.0	300.0
112	1	1.10	22.6	50.1	6.7	118.1	13.0	68.0	13.0	300.0
113	1	1.10	-2.2	94.0	49.6	100.0	6.0	6.0	0.0	300.0
114	0	1.09	2.1	-8.0	-3.0	0.0	0.0	8.0	3.0	0.0
115	0	1.09	2.2	-22.0	-7.0	0.0	0.0	22.0	7.0	0.0
116	1	1.06	-1.4	66.0	497.4	250.0	115.0	184.0	0.0	525.0
117	0	1.07	-10.5	-20.0	-8.0	0.0	0.0	20.0	8.0	0.0
118	0	0.90	-3.4	-33.0	-15.0	0.0	0.0	33.0	15.0	0.0

toler=.0001 it.ativa= 6 it.reativo= 6 er_P=.0000790 er_Q=.0000222

Tempo Final: 18h 43min 38seg 68cs

Apêndice N

Relatório do fluxo do sistema IEEE 118 com aplicação de Cholesky

Relatorio do fluxo do sistema com aplicacao de cholesky na resolucao

Tempo Inicial: 18h 43min 38seg 31cs								
ramo	bar.k	bar.m	flux.at	flux.re	fnorm	femerg.	perdp	perdq

1	1	2	13.51	9.02	0.00	144.00	-0.08	-1.73
2	1	3	37.49	8.07	0.00	144.00	-0.17	-3.44
3	2	12	33.58	16.20	0.00	144.00	-0.23	-3.75
4	3	5	65.39	-0.19	0.00	350.00	-0.92	-7.41
5	3	12	11.28	8.04	0.00	144.00	-0.10	-4.70
6	4	5	6.48	-301.98	0.00	310.00	-1.35	-8.05
7	4	11	-67.48	-19.89	0.00	144.00	-0.85	-4.93
8	5	6	-81.16	28.61	0.00	175.00	-0.76	-4.80
9	8	5	-220.53	64.02	0.00	999.00	0.00	-42.48
10	5	11	-65.23	13.59	0.00	144.00	-0.78	-4.72
11	6	7	-33.40	-6.00	0.00	175.00	-0.04	-1.03

12	7	12	-14.35	-4.99	0.00	160.00	-0.02	-2.66
13	8	9	99.16	110.17	0.00	550.00	-0.63	-110.68
14	8	30	49.37	-15.93	0.00	776.00	-0.10	-53.64
15	9	10	99.79	-75.55	0.00	550.00	-0.21	-151.18
16	11	12	-43.72	33.30	0.00	144.00	-0.16	-3.70
17	11	13	-17.35	-15.65	0.00	144.00	-0.10	-4.95
18	12	14	3.71	-10.05	0.00	144.00	-0.01	-5.04
19	12	16	20.70	-17.66	0.00	160.00	-0.12	-5.25
20	12	117	-20.13	-8.72	0.00	160.00	-0.13	-4.54
21	13	15	16.75	-8.85	0.00	144.00	-0.20	-6.01
22	14	15	17.73	-15.62	0.00	144.00	-0.24	-5.51
23	15	17	135.25	-11.87	0.00	288.00	-2.15	-9.36
24	15	19	5.62	-11.63	0.00	144.00	-0.01	-5.40
25	15	33	-20.94	-11.23	0.00	144.00	-0.18	-4.39
26	16	17	45.83	-13.12	0.00	160.00	-0.87	-6.58
27	17	18	-85.94	-0.66	0.00	350.00	-0.78	-4.31
28	30	17	-88.03	17.10	0.00	999.00	0.00	-27.21
29	17	31	63.23	-6.68	0.00	144.00	-1.65	-7.39
30	17	113	129.77	40.31	0.00	311.00	-1.45	-12.62
31	18	19	-30.16	-11.36	0.00	292.00	-0.10	-4.64
32	19	20	29.08	-17.55	0.00	175.00	-0.23	-5.83
33	19	34	-13.50	-4.36	0.00	144.00	-0.12	-6.27
34	20	21	47.31	-13.50	0.00	175.00	-0.40	-4.39
35	21	22	61.71	-6.54	0.00	175.00	-0.73	-7.00
36	22	23	72.43	-3.63	0.00	175.00	-1.60	-16.62
37	23	24	77.90	-45.45	0.00	320.00	-0.86	-12.92
38	23	25	74.75	-5.72	0.00	187.00	-0.74	-21.38
39	23	32	-71.62	11.76	0.00	288.00	-1.47	-13.23
40	24	70	-33.11	-39.14	0.00	160.00	-2.11	-12.87
41	24	72	24.88	-110.94	0.00	160.00	-5.15	-25.32

42	26	25	-49.57	308.38	0.00	999.00	0.00	-99.43
43	25	27	-74.08	-3.46	0.00	374.00	-1.46	-19.32
44	26	30	-250.43	50.72	0.00	717.00	-5.93	-131.70
45	27	28	-34.10	2.22	0.00	175.00	-0.19	-3.44
46	27	32	-34.89	0.30	0.00	144.00	-0.23	-2.92
47	27	115	-32.64	-6.53	0.00	144.00	-0.15	-2.03
48	28	29	-16.91	6.98	0.00	175.00	-0.07	-2.19
49	29	31	7.17	11.21	0.00	144.00	-0.02	-2.06
50	30	38	-107.00	12.17	0.00	717.00	-0.52	-90.77
51	31	32	15.06	-18.52	0.00	144.00	-0.13	-2.89
52	32	113	-38.10	14.92	0.00	311.00	-0.88	-11.26
53	32	114	2.49	-5.65	0.00	175.00	0.00	-1.14
54	33	37	2.23	-5.83	0.00	144.00	-0.01	-4.30
55	34	36	-27.14	-24.87	0.00	175.00	-0.10	-2.77
56	34	37	89.33	-123.82	0.00	316.00	-0.54	-6.54
57	34	43	-21.57	8.03	0.00	160.00	-0.21	-6.59
58	35	36	1.04	12.68	0.00	160.00	0.00	-0.87
59	35	37	31.96	-6.53	0.00	175.00	-0.11	-3.47
60	38	37	-145.06	-185.57	0.00	999.00	0.00	-73.72
61	37	39	-14.67	-51.80	0.00	144.00	-0.79	-5.63
62	37	40	-6.21	-46.84	0.00	316.00	-1.11	-7.59
63	38	65	38.58	-76.45	0.00	717.00	-0.13	-98.68
64	39	40	13.12	-38.16	0.00	144.00	-0.30	-3.90
65	40	41	-27.20	13.42	0.00	144.00	-0.15	-4.30
66	40	42	-0.18	18.94	0.00	144.00	-0.27	-11.73
67	41	42	9.95	21.26	0.00	144.00	-0.27	-11.20
68	42	49	-0.29	36.24	0.00	330.00	-0.72	-16.71
69	43	44	-3.36	8.06	0.00	160.00	-0.08	-5.02
70	44	45	12.72	-7.62	0.00	160.00	-0.04	-4.06
71	45	46	45.75	-19.97	0.00	144.00	-0.82	-8.11

72	45	49	20.01	-12.12	0.00	175.00	-0.29	-8.17
73	46	47	-12.47	-13.70	0.00	144.00	-0.09	-7.03
74	46	48	-14.06	5.47	0.00	144.00	-0.14	-3.91
75	47	49	-11.05	28.56	0.00	144.00	-0.20	-9.45
76	47	69	32.67	-59.16	0.00	144.00	-3.09	-18.84
77	48	49	6.08	-17.83	0.00	144.00	-0.05	-5.68
78	49	50	-42.10	7.89	0.00	316.00	-0.45	-7.98
79	49	51	-52.04	7.61	0.00	316.00	-1.20	-9.20
80	49	54	-54.61	24.86	0.00	320.00	-1.32	-13.25
81	49	66	121.74	-62.73	0.00	932.00	-1.41	-13.51
82	49	69	30.01	-59.61	0.00	144.00	-3.32	-20.39
83	50	57	-24.66	12.18	0.00	316.00	-0.33	-4.28
84	51	52	-24.00	5.31	0.00	316.00	-0.11	-3.65
85	51	58	-9.84	13.37	0.00	316.00	-0.07	-2.62
86	52	53	-5.89	4.70	0.00	160.00	-0.03	-4.24
87	53	54	17.14	12.72	0.00	175.00	-0.11	-5.95
88	54	55	-8.75	-15.54	0.00	350.00	-0.03	-7.10
89	54	56	-43.83	-72.24	0.00	260.00	-0.15	-10.73
90	54	59	20.15	-13.31	0.00	514.00	-0.21	-346.56
91	55	56	15.29	6.22	0.00	144.00	-0.01	-9.99
92	55	59	23.99	-9.71	0.00	175.00	-0.24	-346.47
93	56	57	12.21	-22.10	0.00	316.00	-0.11	-8.33
94	56	58	-2.30	-21.54	0.00	316.00	-0.07	-8.19
95	56	59	38.50	-23.37	0.00	230.00	-0.60	-350.36
96	59	60	32.54	-415.25	0.00	175.00	-1.71	-350.57
97	59	61	41.92	-420.43	0.00	175.00	-2.18	-14.12
98	63	59	-166.15	57.44	0.00	999.00	0.00	-364.19
99	60	61	114.27	-69.20	0.00	187.00	-0.46	334.75
100	60	62	-2.02	3.11	0.00	175.00	0.00	-2.32
101	61	62	-43.49	368.11	0.00	175.00	-0.23	335.23

102	64	61	2.68	-211.48	0.00	999.00	0.00	307.18
103	62	66	17.23	21.24	0.00	175.00	-0.39	-4.85
104	62	67	4.50	19.31	0.00	175.00	-0.12	-3.52
105	63	64	166.15	-106.52	0.00	776.00	-0.55	-39.70
106	64	65	164.01	18.63	0.00	776.00	-0.70	-65.17
107	65	66	-112.74	-50.10	0.00	999.00	0.00	-42.05
108	65	68	216.15	-225.64	0.00	493.00	-1.01	-56.89
109	66	67	-32.97	-28.71	0.00	175.00	-0.36	-4.58
110	68	69	61.37	-248.20	0.00	999.00	0.00	-36.43
111	68	81	90.46	-471.90	0.00	717.00	-3.48	254.21
112	68	116	65.33	479.97	0.00	776.00	-0.67	-18.35
113	69	70	23.88	-37.23	0.00	160.00	-0.54	-8.48
114	69	75	-31.77	-26.89	0.00	144.00	-0.67	-7.20
115	69	77	19.48	15.60	0.00	144.00	-0.27	-9.48
116	70	71	146.31	-65.53	0.00	160.00	-2.68	-12.81
117	70	74	-51.69	1.56	0.00	144.00	-1.28	-6.16
118	70	75	-45.19	6.06	0.00	144.00	-1.07	-5.53
119	71	72	56.03	-21.76	0.00	160.00	-1.95	-10.15
120	71	73	92.97	-33.87	0.00	187.00	-1.03	-6.35
121	74	75	12.59	14.54	0.00	144.00	-0.06	-1.09
122	75	77	28.50	22.01	0.00	144.00	-0.96	-7.59
123	75	118	-44.07	-8.34	0.00	144.00	-0.35	-2.20
124	76	77	57.31	27.68	0.00	144.00	-2.24	-11.92
125	76	118	10.69	-7.88	0.00	144.00	-0.03	-1.21
126	77	78	-62.89	12.72	0.00	144.00	-0.16	-4.77
127	77	80	88.25	93.82	0.00	254.00	-1.96	-12.76
128	77	82	113.70	-22.78	0.00	127.00	-4.14	-18.49
129	78	79	8.27	42.26	0.00	175.00	-0.11	-1.70
130	79	80	47.38	33.20	0.00	175.00	-0.54	-6.21
131	81	80	93.94	491.67	0.00	999.00	0.00	285.58

132	80	96	51.69	-23.53	0.00	187.00	-1.06	-9.47
133	80	97	44.19	-26.45	0.00	187.00	-0.44	-6.31
134	80	98	62.24	-2.49	0.00	175.00	-0.88	-9.42
135	80	99	103.96	-11.64	0.00	175.00	-4.74	-25.59
136	82	83	147.18	-53.59	0.00	288.00	-2.71	-13.32
137	82	96	24.66	-0.28	0.00	144.00	-0.10	-4.27
138	83	84	65.72	-37.25	0.00	203.00	-3.48	-9.70
139	83	85	104.16	-33.56	0.00	144.00	-5.09	-21.66
140	84	85	80.20	-23.00	0.00	187.00	-2.09	-7.45
141	85	86	96.17	-16.69	0.00	144.00	-3.22	-16.12
142	85	88	44.96	6.36	0.00	187.00	-0.41	-5.52
143	85	89	64.41	12.48	0.00	187.00	-1.02	-15.17
144	86	87	120.39	-0.09	0.00	201.00	-3.81	-33.08
145	88	89	93.37	17.79	0.00	187.00	-1.18	-12.49
146	89	90	9.71	16.54	0.00	748.00	-0.08	-6.96
147	89	92	-249.73	7.73	0.00	374.00	-4.41	-27.39
148	90	91	22.09	-8.16	0.00	144.00	-0.12	-3.50
149	91	92	-93.39	0.41	0.00	144.00	-2.93	-12.31
150	92	93	-98.00	9.90	0.00	144.00	-2.28	-9.30
151	92	94	-92.57	12.67	0.00	144.00	-3.83	-16.62
152	92	100	-38.59	23.34	0.00	175.00	-1.22	-10.11
153	92	102	-51.63	17.86	0.00	175.00	-0.34	-3.97
154	93	94	-83.72	22.16	0.00	144.00	-1.57	-9.40
155	94	95	-117.17	-27.97	0.00	144.00	-1.76	-9.79
156	94	96	-106.12	-10.77	0.00	144.00	-2.83	-13.61
157	94	100	82.39	83.10	0.00	288.00	-2.36	-14.68
158	95	96	-73.41	9.79	0.00	144.00	-0.92	-4.91
159	96	97	-60.27	10.29	0.00	187.00	-0.64	-5.72
160	98	100	97.12	4.67	0.00	175.00	-3.50	-22.07
161	99	100	25.80	31.13	0.00	175.00	-0.27	-6.20

162	100	101	23.30	-39.84	0.00	175.00	-0.42	-7.34
163	100	103	57.56	-41.19	0.00	144.00	-0.62	-8.53
164	100	104	15.90	-18.91	0.00	175.00	-0.18	-5.13
165	100	106	14.30	-17.79	0.00	175.00	-0.20	-7.26
166	101	102	45.73	-24.17	0.00	175.00	-0.56	-5.86
167	103	104	-0.25	-10.93	0.00	144.00	-0.03	-3.40
168	103	105	7.17	-13.23	0.00	144.00	-0.07	-4.03
169	103	110	55.56	-22.28	0.00	175.00	-1.14	-11.66
170	104	105	33.85	-9.65	0.00	144.00	-0.10	-2.04
171	105	106	-20.09	4.54	0.00	144.00	-0.05	-4.02
172	105	107	31.55	1.44	0.00	144.00	-0.46	-5.50
173	105	108	40.75	-17.45	0.00	127.00	-0.43	-2.68
174	106	107	37.46	-2.46	0.00	144.00	-0.64	-7.81
175	108	109	43.18	-15.54	0.00	127.00	-0.19	-2.14
176	109	110	51.38	-15.11	0.00	127.00	-0.68	-6.67
177	110	111	98.18	-11.05	0.00	144.00	-1.82	-11.09
178	110	112	49.57	5.43	0.00	127.00	-0.53	-8.77
179	114	115	10.49	-2.18	0.00	175.00	0.00	-0.34

toler=.000100 it.at= 6 it.reat= 6 errP=.0000790 errQ=.0000222

Tempo Final 18h 43min 38seg 68cs
