

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS - UNICAMP

Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação - IMECC

A MÉDIA MÓVEL PONDERADA EXPONENCIALMENTE COMO
ALTERNATIVA A \bar{X} NA CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS DE CONTROLE

JOÃO WELLIANDRE CARNEIRO ALEXANDRE

CAMPINAS - SÃO PAULO


1989

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

« A MÉDIA MÓVEL PONDERADA EXPONENCIALMENTE COMO ALTERNATIVA A
 \bar{X} NA CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS DE CONTROLE. »

Este exemplar corresponde a redação final da tese devidamente corrigida e defendida pelo Sr. João Welliandre Carneiro Alexandre e aprovada pela comissão julgadora.

Campinas, 01 de março de 1990


Prof. Dr. Sebastião de Amorim
ORIENTADOR

Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação, U N I C A M P, como requisito parcial ao Título de Mestre em Estatística.

Aos meus pais:

Alexandre e Maria José

À minha esposa Goretti,

Pela sua própria existência

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Sebastião de Amorim pela orientação que possibilitou a realização deste trabalho.

Aos meus irmãos e todos os meus familiares que muito me incentivaram para o meu sucesso.

Aos amigos do IMECC-UNICAMP, em particular aos professores e colegas que contribuíram para o meu êxito.

Aos meus amigos do Futebol pelas horas de lazer.

Agradecimento especial aos amigos José de Sousa Ramos e José Augusto Nunes Fernandes que muito me auxiliaram nos programas computacionais.

As Instituições CNPQ e CAPES pelo apoio financeiro recebido.

ÍNDICE

| | |
|---|----|
| INTRODUÇÃO | 01 |
| CAPÍTULO 1 - A MÉDIA MÓVEL PONDERADA EXPONENCIALMENTE (MMPE). | 08 |
| 1.1 - Definição | 08 |
| 1.2 - Distribuição e Estrutura de autocorrelação | 11 |
| 1.3 - A M M P E corrigida para estabilização da variância | 16 |
| CAPÍTULO 2 - O DELINEAMENTO EQUIVALENTE | 19 |
| 2.1 - Determinação de L_{eq} | 20 |
| CAPÍTULO 3 - A MÉDIA MÓVEL PONDERADA EXPONENCIALMENTE APÓS A OCORRÊNCIA DA FALHA | 29 |
| 3.1 - O comportamento do delineamento após a ocorrência da falha | 30 |
| 3.2 - Conclusões e Resultados | 37 |
| APÊNDICE A | 43 |
| APÊNDICE B | 48 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 57 |

INTRODUÇÃO

Os gráficos para controle estatístico de processos têm sido amplamente utilizados desde sua introdução há mais de meio século (Shewhart, 1931).

Na monitoração de um processo de fabricação em série frequentemente existe uma variável de interesse X , cuja distribuição de probabilidade está associada ao estado de controle do processo. Em particular, são comuns situações em que a variável X apresenta uma distribuição aproximadamente Normal. O processo é dito estar sob controle se a média e a variância de X são, respectivamente, M e σ^2 . Aqui M é, em geral, um valor ajustado de acordo com especificações de projeto, e σ^2 é uma característica do processo. O descontrole do processo ocorre quando a média desvia do valor M ou quando a variância aumenta com relação ao valor mínimo possível σ^2 . Aqui o valor mínimo de σ^2 é determinado a partir de amostras tomadas com o processo sob estado de controle, isto é, com itens fabricados dentro das especificações de projeto, monitorados através de gráficos de controle.

Para a variável X existem em geral limites de tolerância em torno do valor desejado M , denominados Limite Inferior de Tolerância (LIT) e Limite Superior de Tolerância (LST), especificados em projeto. Por causa da variabilidade inerente a qualquer processo real de manufatura, mesmo que ele se encontre sob

perfeito controle, é sempre possível que alguns itens sejam fabricados fora das especificações, isto é, com X abaixo de LIT ou acima de LST.

A frequência com que itens são fabricados fora das especificações, estando o processo sob controle, depende da variabilidade do mesmo - representada pela variância σ^2 - e pela severidade dos limites de tolerância. Há situações em que os limites de tolerância são folgados, de forma que raramente ou quase nunca itens fora das especificações são fabricados, desde que o processo esteja sob controle. Em outros casos, os limites de tolerância são rigorosos, relativamente à variabilidade natural do processo, tornando mais frequentes a ocorrência de itens fora das especificações.

Por exemplo, consideremos a situação em que a média objetivo é $M=100$ e a variância inerente ao processo é $\sigma^2=0.25$. Neste caso, se os limites de tolerância são LIT=99.5 e LST=101.5, sabemos que muito raramente serão produzidos itens fora das especificações se o processo estiver sob controle. De fato, se X tiver distribuição normal, a frequência de incidência de itens fora dos limites de tolerância será de 2.7 por 1000. Dizemos então que os limites de tolerância são folgados. Aqui pequenas variações em M ou em σ^2 não provocarão danos sensíveis em termos da frequência de itens fora das especificações. Por outro lado, se LIT=99 e LST=101, temos uma situação crítica, onde itens fora das especificações já são fabricados, naturalmente, a uma taxa aproximada de 1 a cada 20. Pequenas variações em M ou em σ^2 podem provocar aumentos consideráveis naquela proporção.

A ocorrência de alguma perturbação no processo pode provocar variações nos parâmetros da distribuição da variável X . Em particular, a média pode se deslocar do valor ajustado M , ou a variância crescer, ou as duas coisas. Devido à variabilidade natural do processo, tais perturbações podem não ser imediatamente percebidas pelo operador. Na verdade, a menos que elas sejam de grande magnitude, dificilmente serão percebidas sem o recurso de ferramentas estatísticas especiais. O problema é que mesmo pequenas perturbações em relação ao estado de controle de X podem provocar, se não detectadas rapidamente, perdas consideráveis. Por exemplo, na situação considerada acima, onde $M=100$, $\sigma^2=0.25$, $LIT=99$ e $LST=101$, se a média se deslocar de 100 para 100.25 - uma variação de 0.5 desvio padrão - a taxa de ocorrência de itens fora das especificações crescerá de 4.8% para 7.3%.

O esquema original proposto por Shewhart para a construção de gráficos de controle para uma variável X , toma amostras de n itens a cada intervalo de tempo de comprimento h . Na monitoração da média do processo, o valor médio amostral de X , \bar{X} , é plotado num gráfico sequencial onde limites de controle são definidos. Se o valor obtido de \bar{X} cair fora dos limites, assume-se que o processo saiu do controle, e toma-se as medidas corretivas adequadas. Se \bar{X} cai dentro dos limites de controle, Shewhart recomenda que nenhuma ação seja adotada.

Tradicionalmente os limites de controle são definidos por $LIC = M - L\sigma_{\bar{x}}$ e $LSC = M + L\sigma_{\bar{x}}$, onde: LIC e LSC

significam Limite Inferior de Controle e Limite Superior de Controle, respectivamente, L o fator de limite de controle e σ_x é o desvio padrão da distribuição amostral da variável de interesse X . No esquema tradicional de Shewhart em geral adota-se $L=3$. Esta escolha fornece excelente proteção contra alarmes falsos, mas torna lenta a detecção de pequenas variações no processo. Neste caso, a frequência de ocorrência de alarmes falsos - isto é, $X \notin (LIC, LSC)$ - é de 1 a cada 370 inspeções com o processo sob controle. Por outro lado, uma perturbação de 0.5 desvio padrão na média do processo tomará em média 155 inspeções para ser detectada, se $n=1$, e 44 se $n=4$.

Uma redução no valor de L diminuirá o tempo médio esperado entre a ocorrência e a detecção de uma falha, mas aumentará a frequência de alarmes falsos.

Vimos que quando os limites de tolerância são críticos, é importante detectar prontamente mesmo pequenas variações em relação ao estado de controle do processo. Tradicionalmente tem-se adotado o princípio de que qualquer valor de X é igualmente bom, desde que esteja no intervalo (LIT, LST) . Mais recentemente, com o crescimento da importância que vem assumindo as questões relativas à qualidade dos produtos, tem crescido a aceitação do princípio que estabelece uma função de perda associada à variável X . Esta função só é zero quando $X=M$ e cresce com $|X-M|$. Em particular a função quadrática $K(X;M)=k(X-M)^2$ para $X \in (LIT, LST)$ tem sido frequentemente empregada. Neste contexto a detecção de perturbações nos parâmetros da distribuição de X , mesmo pequenas, ganha importância,

independentemente do rigor dos limites de tolerância.

Desta forma torna-se necessário a criação de alternativas ao esquema tradicional de Shewhart para a construção de gráficos de controle.

Neste trabalho tratamos dos gráficos de controle para a média do processo. Em substituição à média amostral \bar{X} , consideramos a média móvel ponderada exponencialmente (MMPE), conforme proposta por Roberts(1959) e Hunter(1986), mas com uma correção para estabilizar a variância.

A média móvel ponderada exponencialmente é dada por $Y_i = \lambda \bar{X}_i + \lambda(1-\lambda)\bar{X}_{i-1} + \lambda(1-\lambda)^2\bar{X}_{i-2} + \lambda(1-\lambda)^3\bar{X}_{i-3} + \lambda(1-\lambda)^4\bar{X}_{i-4} + \dots$. $\dots = \lambda \bar{X}_i + (1-\lambda)Y_{i-1}$, para λ fixo, no intervalo (0,1). Comparamos esta alternativa com o esquema tradicional de Shewhart em termos do tempo médio esperado entre a ocorrência e detecção de uma variação na média do processo, o que denominamos, para simplicidade, de ocorrência de uma falha.

O modelo de ocorrência da falha que adotamos é o proposto por Duncan(1956), onde se assume que o processo, após o início de cada ciclo de qualidade, permanece sob controle por um tempo aleatório T_1 , quando então sofre uma perturbação na média, igual a mais ou menos $\delta\sigma$, onde δ é uma constante positiva, e σ o desvio padrão da variável X . A ocorrência de uma falha bloqueia a ocorrência de outras até que a mesma seja detectada e eliminada, iniciando-se novo ciclo de qualidade.

Para valores de δ variando de 0.1 a 3.0,

determinamos o valor ótimo de λ , no sentido de reduzir o número médio de inspeções necessárias para detectar uma falha, após sua ocorrência.

A MMPE tende a apresentar para um mesmo valor L , menos alarmes falsos que o esquema clássico de Shewhart, o que nos sugeriu a determinação de um valor equivalente de L , que forneça a mesma frequência de alarmes falsos que a escolha de $L=3$ para o esquema clássico de Shewhart. A MMPE se mostrou uma alternativa muito eficiente para a construção de gráficos de controle para a média de um processo, principalmente quando as perturbações esperadas são pequenas.

No desenvolvimento deste trabalho, apresentamos no Capítulo 1, a definição formal da Média Móvel Ponderada Exponencialmente, incluindo as correções para i finito (onde i representa a i -ésima inspeção), bem como sua distribuição de probabilidade e estrutura de autocorrelação, antes da ocorrência da falha. Acrescentamos, ainda, a determinação de um fator de correção para estabilizar sua variância.

No Capítulo 2, introduzimos o Delineamento Equivalente, que possibilita aos dois esquemas aqui comparados, a mesma frequência de alarmes falsos.

O Capítulo 3 trata do comportamento do esquema baseado na média móvel ponderada exponencialmente, após a ocorrência da falha. A eficiência deste esquema, relativa ao esquema convencional de Shewhart, é determinada em termos da redução do número esperado de inspeções necessárias entre a ocorrência da falha e sua

detecção.

Por fim, nos Apêndices A e B, mostramos alguns resultados matemáticos e programas computacionais utilizados.

CAPÍTULO 1

A MÉDIA MÓVEL PONDERADA EXPONENCIALMENTE (MMPE)

1.1- DEFINIÇÃO

O esquema clássico de Shewhart para a construção de gráficos de controle para \bar{X} baseia-se na seleção e inspeção de uma amostra de n itens a cada intervalo de h unidades de tempo. O valor médio da variável de interesse X , entre as n unidades amostradas, é comparado com os limites de controles $M-L\sigma_x$ e $M+L\sigma_x$, já previamente estabelecidos. Se \bar{X} cair além destes limites, assume-se que o sistema saiu de controle, iniciando-se as operações de localização e correção da falha. Caso contrário, recomenda-se não intervir no processo. Uma limitação óbvia deste esquema consiste no fato de tal decisão, em princípio, se basear apenas na última observação de \bar{X} (Shewhart, 1931). O esquema de Somas Acumuladas, no outro extremo, dá igual peso a todas as observações, da mais antiga à mais recente, como ilustram as Figuras 1.1a e 1.1b abaixo.

A Média Móvel Ponderada Exponencialmente (MMPE), conforme descrita em Hunter (1986), é definida por

$$Y_i = \sum_{j=0}^{i-2} \lambda(1-\lambda)^j \bar{X}_{i-j} + (1-\lambda)^{i-1} \bar{X}_1 \quad (1.1.1)$$
$$i=2,3,4,5,\dots$$

ou, analogamente

$$Y_i = \lambda \bar{X}_i + (1-\lambda)Y_{i-1} \quad (1.1.2)$$

onde se toma $Y_1 = \bar{X}_1$, e onde

\bar{X}_i = média das n observações na i -ésima inspeção

Y_i = a MMPE dos i primeiros valores de \bar{X}

λ = uma constante arbitrária, entre 0 e 1

Note que Y_i é uma estatística que envolve todas as observações, mas dando pesos decrescentes, exponencialmente, com a antiguidade da observação. (Figura 1.1c).

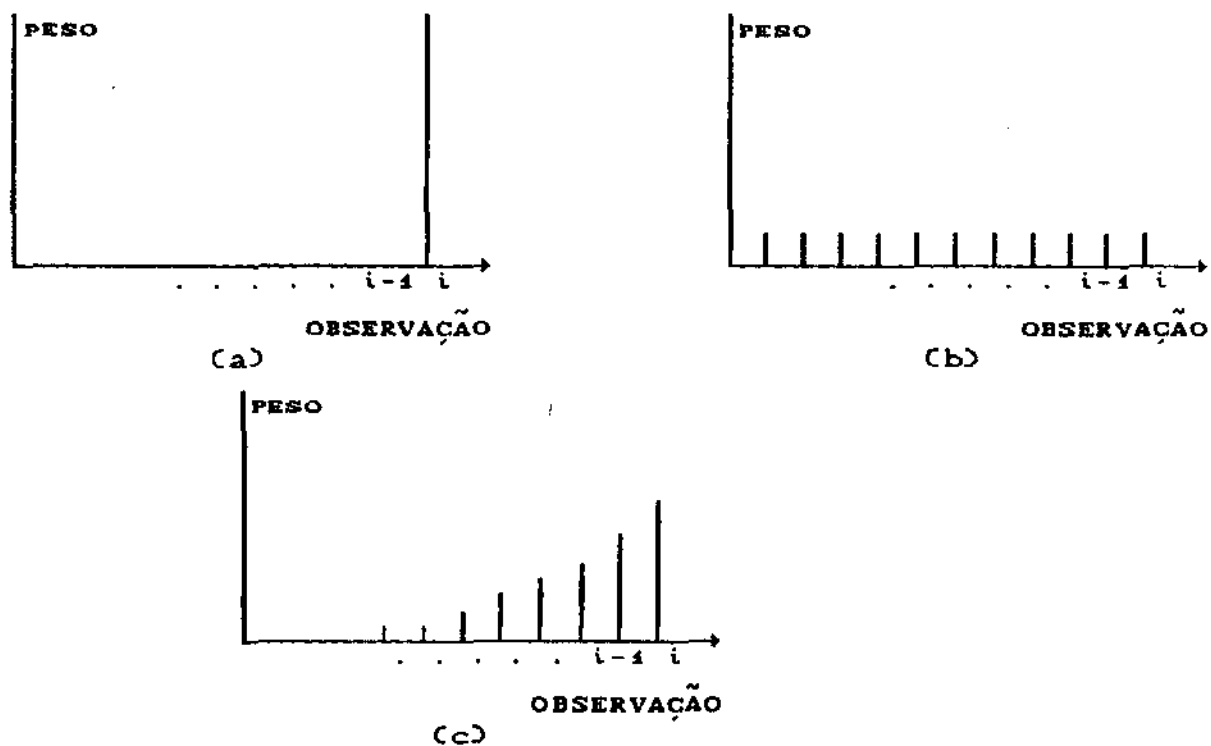


FIGURA 1.1- Peso das observações dos esquemas de (a) SHEWHART
(b) SOMAS ACUMULADAS e (c) MMPE.

Variando λ dentro de seu domínio e conforme a definição em (1.1.1), a MMPE é uma estatística alternativa entre os esquemas de Shewhart e o das Somas Acumuladas para gráficos de controle. De fato o esquema das Somas Acumuladas e o esquema clássico de Shewhart são casos limites da MMPE, quando λ varia de 0 a 1, respectivamente:

$\lambda \rightarrow 1$ a MMPE equivale ao esquema de Shewhart

$\lambda \rightarrow 0$ a MMPE equivale ao critério das Somas Acumuladas

Denominando $W_j = \lambda(1-\lambda)^j$, o peso da média amostral de ordem $i-j$ temos na MMPE, naturalmente, que $\sum_{j=0}^{\infty} W_j = 1$. A Figura 1.1d, abaixo, ilustra o comportamento do peso, para diversos valores de λ , que a MMPE dá a cada observação ao longo do processo.

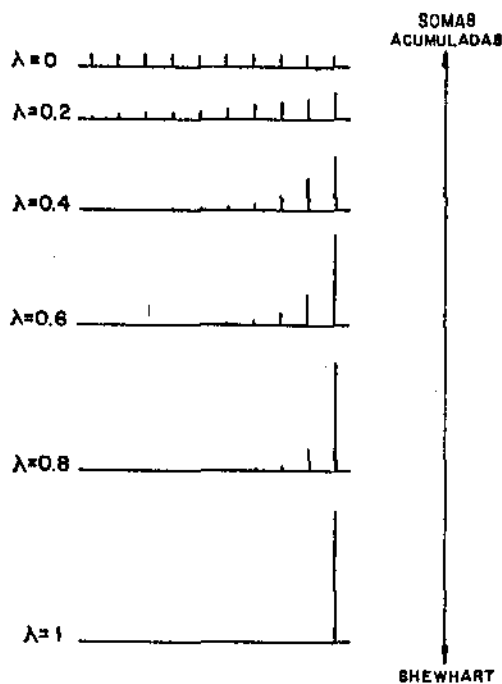


FIGURA 1.1d- Comportamento dos pesos das observações na MMPE.

Vemos assim que a MMPE oferece, em princípio, um esquema flexível para a construção de gráficos de controle. Neste trabalho consideramos o problema de estabelecer a escolha ótima de λ , no sentido de minimizar o tempo médio esperado entre a ocorrência e a detecção de uma causa assinalável no processo.

Adotamos o modelo básico de Duncan (1956). Neste modelo admite-se que o processo permanece sob controle até a ocorrência, após um intervalo de tempo igual a T_1 , de uma causa assinalável. A ocorrência da causa assinalável provoca uma variação igual a mais ou menos δ desvios padrão na média do processo, bloqueando a ocorrência de outras causas assinaláveis, até que a mesma seja detectada, localizada e corrigida, iniciando-se novo ciclo de qualidade. O deslocamento δ é assumido constante, e o tempo T_1 tem, no modelo original de Duncan, uma distribuição Exponencial com parâmetro θ conhecido. A distribuição de T_1 é irrelevante para os nossos objetivos neste trabalho. Definimos aqui como N_1 o número de inspeções antes da ocorrência da falha, isto é, $N_1 h < T_1 \leq (N_1 + 1)h$.

1.2- DISTRIBUIÇÃO E ESTRUTURA DE AUTOCORRELAÇÃO

Um aspecto a ser considerado na série Y_i é a existência de uma estrutura de autocorrelação positiva, devido ao decrescimento exponencial dos pesos das observações Y_i , da mais recente à mais remota. Decrescimento este, associado ao parâmetro λ .

Isto não ocorre na série \bar{X}_i onde, em geral, no esquema clássico de Shewhart, os \bar{X}_i 's são considerados independentes.

Nosso objetivo nesta seção é determinar a distribuição e estrutura de autocorrelação da MMPE. Todo desenvolvimento matemático segue as suposições feitas na Introdução sobre a variável de interesse X , bem como as propriedades elementares da média e variância.

Seguindo a definição em (1.1.1), temos os seguintes resultados:

Resultado 1:

A esperança de Y_i é igual à esperança de X_i , que denominamos por M .

Prova:

$$\begin{aligned}
 E(Y_i) &= E \left[\sum_{j=0}^{i-2} \lambda(1-\lambda)^j \bar{X}_{i-j} + (1-\lambda)^{i-1} \bar{X}_1 \right] \\
 &= \sum_{j=0}^{i-2} \lambda(1-\lambda)^j E(\bar{X}_{i-j}) + (1-\lambda)^{i-1} E(\bar{X}_1) \\
 &= M \left[\sum_{j=0}^{i-2} \lambda(1-\lambda)^j + (1-\lambda)^{i-1} \right] \\
 &= M \left[1 - (1-\lambda)^{i-1} + (1-\lambda)^{i-1} \right] \\
 &= M
 \end{aligned}
 \tag{1.2.1}$$

□

Resultado 2:

A variância de Y_i depende de i e é dada por

$$\sigma^2_{\pi} \frac{\lambda}{2 - \lambda} \left[1 + \frac{2(1-\lambda)^{2i-1}}{\lambda} \right]$$

Prova:

$$\begin{aligned} \text{VC}(Y_i) &= \text{V} \left[\sum_{j=0}^{i-2} \lambda(1-\lambda)^j \bar{X}_{i-j} + (1-\lambda)^{i-1} \bar{X}_1 \right] \\ &= \sum_{j=0}^{i-2} \lambda^2 (1-\lambda)^{2j} \text{VC}(\bar{X}_{i-j}) + (1-\lambda)^{2i-2} \text{VC}(\bar{X}_1) \\ &= \sigma^2_{\pi} \left[\lambda^2 \sum_{j=0}^{i-2} (1-\lambda)^{2j} + (1-\lambda)^{2i-2} \right] \\ &= \sigma^2_{\pi} \left[\lambda \frac{1 - (1-\lambda)^{2i-2}}{2 - \lambda} + (1-\lambda)^{2i-2} \right] \\ &= \sigma^2_{\pi} \frac{\lambda}{2 - \lambda} \left[1 + \frac{2(1-\lambda)^{2i-1}}{\lambda} \right] \end{aligned} \tag{1.2.2}$$

□

Embora uma função de i , a variância converge logo para seu limite:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} V(Y_i) = \sigma_x^2 \frac{\lambda}{2 - \lambda}$$

Por exemplo, para $\lambda = 0.0, 0.5$ e 0.1 , $\frac{2(1-\lambda)^{2i-1}}{\lambda} < 0.01$ a partir de $i = 2, 5$ e 37 , respectivamente.

Consequentemente de (1.2.1) e (1.2.2) e conforme suposição de normalidade das variáveis X , temos

$$Y_i \sim N \left[M ; \sigma_x^2 \frac{\lambda}{2 - \lambda} \left(1 + \frac{2(1-\lambda)^{2i-1}}{\lambda} \right) \right]$$

onde $\sigma_x^2 = \frac{\sigma^2}{n}$ é a variância de \bar{X} .

Quanto à função de autocorrelação entre as variáveis Y_i , segue-se da expressão (1.1.1) o seguinte resultado:

Resultado 3:

A função de autocorrelação de Y_i é dada por

$$\text{Corr}(Y_i, Y_{i+j}) = (1-\lambda)^j \left[\frac{\lambda + 2(1-\lambda)^{2i-1}}{\lambda + 2(1-\lambda)^{2(i+j)-1}} \right]$$

Prova:

$$\text{Cov}(Y_i, Y_{i+j}) = \text{Cov} \left[\sum_{k=0}^{i-2} \lambda(1-\lambda)^k \bar{X}_{i-k} + (1-\lambda)^{i-1} \bar{X}_1 ; \right.$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{n=0}^{(i+j)-2} \lambda (1-\lambda)^n \bar{X}_{(i+j)-n} + (1-\lambda)^{(i+j)-1} \bar{X}_1 \Bigg] \\
& = \sigma_x^2 \left[\sum_{n=0}^{i-2} \lambda^2 (1-\lambda)^{j+2n} + (1-\lambda)^{2(i-1)+j} \right] \\
& = \sigma_x^2 \frac{\lambda (1-\lambda)^j}{2-\lambda} \left[1 + \frac{2(1-\lambda)^{2i-1}}{\lambda} \right] \tag{1.2.3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Corr}(Y_i, Y_{i+j}) &= \frac{\text{Cov}(Y_i, Y_{i+j})}{\left[\text{VCY}_i \times \text{VCY}_{i+j} \right]^{1/2}} \\
&= \frac{\sigma_x^2 \frac{\lambda (1-\lambda)^j}{2-\lambda} \left[1 + \frac{2(1-\lambda)^{2i-1}}{\lambda} \right]}{\sigma_x^2 \frac{\lambda}{2-\lambda} \left[\left[1 + \frac{2(1-\lambda)^{2i-1}}{\lambda} \right] \left[1 + \frac{2(1-\lambda)^{2(i+j)-1}}{\lambda} \right] \right]^{1/2}} \\
&= (1-\lambda)^j \left[\frac{\lambda + 2(1-\lambda)^{2i-1}}{\lambda + 2(1-\lambda)^{2(i+j)-1}} \right]^{1/2} \tag{1.2.4}
\end{aligned}$$

□

Consequentemente, como $\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{\lambda + 2(1-\lambda)^{2i-1}}{\lambda + 2(1-\lambda)^{2(i+j)-1}} = 1$

temos que, $\lim_{i \rightarrow \infty} \text{Corr}(Y_i, Y_{i+j}) = (1-\lambda)^j$

Por exemplo, para $\lambda=0.9$, 0.5 e 0.1 , o valor de i , necessário para

que $\left[\frac{\lambda + 2(1-\lambda)^{2i-1}}{\lambda + 2(1-\lambda)^{2(i+j)-1}} - 1 \right] < 0.01$ é 2 , 5 e 28 , respectivamente.

Uma consequência do desenvolvimento matemático acima é que a determinação dos limites de controle baseado na MMPE depende de i . Procuraremos, então, introduzir uma correção em Y_i , no sentido de estabilizar sua variância ao longo do processo. Esta estabilização permitirá a construção de gráficos de controle com limites de controle fixos.

1.3- A MMPE CORRIGIDA PARA ESTABILIZAÇÃO DA VARIÂNCIA

Para determinarmos o fator de estabilização da variância, tomamos K_i igual ao inverso da raiz quadrada do fator dependente de i na expressão

$$V(Y_i) = \sigma_x^2 \frac{\lambda}{2 - \lambda} \left[1 + \frac{2(1-\lambda)^{2i-1}}{\lambda} \right], \text{ logo tomando}$$

$$K_i = \left[\frac{\lambda + 2(1-\lambda)^{2i-1}}{\lambda} \right]^{-1/2} \quad (1.2.5)$$

e fazendo $Y_i^* = K_i (Y_i - M) + M$ (1.2.6)

temos $Y_i^* \sim N \left[M ; \sigma_x^2 \frac{\lambda}{2 - \lambda} \right]$, independente de i .

A correção é mais importante no início do processo, já que $K_i \rightarrow 1$ à medida que i cresce.

Um resultado que se segue é que $\text{Cov}(Y_i^*, Y_{i+j}^*) = K_i K_{i+j} \text{Cov}(Y_i, Y_{i+j})$, facilmente verificado através da propriedade de covariância entre variáveis aleatórias. Evidentemente que no limite a estrutura de autocorrelação entre as variáveis Y_i^* é a mesma das variáveis Y_i : Assintoticamente as expressões para Y_i^* são as mesmas para Y_i .

Sob esta nova definição da MMPE, Y_i^* , corrigida para estabilizar a variância, foi feito todo o desenvolvimento analítico e computacional mostrado nos próximos capítulos. Abordamos primeiro a questão da taxa de incidência de alarmes falsos. Os limites de controle para o gráfico baseado na MMPE serão estabelecidos procurando manter a mesma taxa de alarmes falsos associada ao esquema de Shewhart. Este procedimento tornará os dois esquemas comparáveis em termos unicamente da redução de tempo entre ocorrência e detecção da causa assinalável, e consequente redução no número de amostras por

ciclo de qualidade, intervalo em que o processo permanece em estado de controle desde o seu início até a ocorrência de uma causa assinalável, e sua detecção e correção, iniciando um novo ciclo.

CAPÍTULO 2

O DELINEAMENTO EQUIVALENTE

Nosso objetivo no estudo de Gráficos de Controle baseados na MMPE, em substituição ao esquema clássico de Shewhart, é reduzir o valor médio esperado de T_2 , o intervalo de tempo entre a ocorrência de uma falha (provocando uma variação na média do processo) e a sua detecção pelo gráfico de controle. É evidente que a redução de $E(T_2)$ pode ser conseguida dentro do próprio esquema de Shewhart, bastando para isto alterarmos convenientemente os parâmetros n , h ou L , do gráfico de controle. Acontece porém que variações nestes parâmetros provocam alterações nos custos médios por ciclo de qualidade. Uma redução em L implica em redução de $E(T_2)$ mas provoca, em consequência, uma maior incidência de alarmes falsos. Por outro lado, redução em h ou aumento em n trazem reduções em $E(T_2)$ mas aumentam o número médio esperado de itens inspecionados por ciclo, com correspondente aumento dos custos associados ao programa de qualidade. Uma análise de custo/benefício nestes casos demandaria um conhecimento preciso dos diversos componentes de custo envolvidos.

Para evitar tais complicações, construiremos gráficos de controle baseados na MMPE, equivalentes ao esquema clássico de Shewhart, no sentido de manter iguais as taxas de

incidência de alarmes falsos. Veremos que, para um mesmo L , devida à existência de uma estrutura de autocorrelação na série Y_i^* , os gráficos de controle baseados na MMPE apresentam uma menor incidência de alarmes falsos que os baseados em \bar{X} . Desta forma, para cada escolha de L para o gráfico de controle baseado em \bar{X} , devemos encontrar um valor equivalente, Leq , para o gráfico de controle com base na MMPE, no sentido de se obter taxas de alarmes falsos iguais. Veremos que Leq depende de λ e, naturalmente, de L . Aqui nós trabalharemos sempre com $L=3$ e veremos que $Leq \leq L$.

2.1- DETERMINAÇÃO DE LEQ

O esquema clássico de Shewhart utiliza, em geral, $L=3$. Esta escolha oferece formidável proteção contra alarmes falsos. Em particular, para esta escolha, se X tem distribuição normal, a taxa de ocorrência de alarmes falsos é de 1 a cada 370 inspeções, aproximadamente.

Veremos que, a substituição de X por Y_i^* , na construção de gráficos de controle, provoca aumento no número médio esperado de inspeções até o primeiro alarme falso, e que este aumento está associado a λ . Acontece que, devido à autocorrelação positiva na série Y_i^* , após a ocorrência do primeiro alarme falso, há uma alta probabilidade de ocorrência de alarmes falsos nas inspeções imediatamente seguintes. É importante considerar que esta estrutura de autocorrelação positiva faz com que uma inspeção tenha grande chance

de cair próxima da inspeção imediatamente seguinte.

O problema da incidência encadeada de alarmes falsos, inerente ao processo de MMPE, pode ser eliminado completamente, à partir de um raciocínio simples: O esquema de MMPE procura utilizar informações sobre a possível ocorrência de perturbação na média, não apenas na última observação, mas em todas as observações já feitas, com peso decrescendo da observação mais recente para mais remota; acontece que, após o alarme falso, constatada a não ocorrência da falha até então, todas as observações anteriores perdem completamente seu valor informativo. Assim, o processo de cálculo de Y^* deve sempre ser reinicializado, após cada alarme falso. Este procedimento desvincula os valores de Y^* , após um alarme falso, dos valores obtidos antes do mesmo, eliminando assim a tendência de alarmes falsos repetidos.

Para determinarmos a frequência de alarmes falsos nos gráficos de controle baseados na MMPE, para diversos valores de λ e variando o fator de limites de controle, efetuamos extensivas simulações Monte Carlo, cujo procedimento apresentaremos posteriormente. O objetivo era determinar, para cada escolha de λ , o valor de L que produz a mesma taxa de alarmes falsos que o esquema clássico de Shewhart com $L=3$, ou seja, um alarme falso a aproximadamente cada 370 observações em média. A este valor denominamos de L_{eq} .

A média móvel ponderada exponencialmente apresenta uma função de autocorrelação positiva, associada a λ . Em particular,

para i suficientemente grande $\text{Corr}(Y_i, Y_{i+j}) \cong (1-\lambda)^j$.

Por esta razão, a probabilidade de um alarme falso na $(i+1)$ -ésima inspeção, dada a ocorrência de um alarme falso na i -ésima inspeção é grande, conforme mostrado nas Tabelas 2.1a-2.1e. Esta probabilidade será tanto maior quanto menor for λ . Consideramos, naturalmente, que o sistema está em controle, isto é, $(i+1) \leq N_1$. Em geral, queremos determinar $P[Y_{i+j}^* \notin (LIC, LSC) / Y_i^* \notin (LIC, LSC)]$, a probabilidade de ocorrência de um alarme falso na $(i+j)$ -ésima inspeção dada a ocorrência de um alarme falso na i -ésima inspeção, e que $(i+j) \leq N_1$. Vamos então integrar a função de densidade de probabilidade conjunta de Y_i^* e Y_{i+j}^* na região definida pela área hachurada na Figura 2.1, correspondente a $P[Y_i^* \in (LIC, LSC) \text{ e } Y_{i+j}^* \in (LIC, LSC)]$.

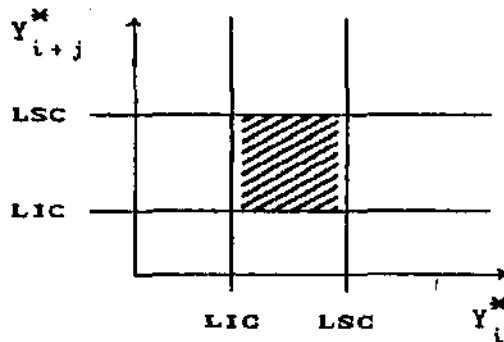


FIGURA 2.1- REGIÃO DELIMITADA PARA INTEGRAÇÃO NUMÉRICA.

A probabilidade de um alarme falso em i e $i+j$ é então dada por

$$P[Y_i^* \in (LIC, LSC) \text{ e } Y_{i+j}^* \in (LIC, LSC)] = 1 - P[Y_i^* \in (LIC, LSC)] -$$

$$- P\left[Y_{i+j}^* \in (LIC, LSC)\right] + P\left[Y_i^* \in (LIC, LSC) \text{ e } Y_{i+j}^* \in (LIC, LSC)\right] ,$$

com as probabilidades marginais sendo retiradas diretamente da tabela da distribuição normal padrão. Tal abordagem reduz bastante o trabalho de integração. Mais detalhes sobre o algoritmo que utilizamos para a integração numérica são apresentados no Apêndice A. Os resultados obtidos estão apresentados nas tabelas abaixo.

TABELA 2.1- Probabilidade de ocorrência de alarme falso na $(i+j)$ -ésima inspeção, dado alarme falso na i -ésima inspeção, para diversos valores de λ e $L=Leq$. Nota-se que os valores estabilizam para i suficientemente grande.

(a)
 $\lambda=0.1$; $Leq=2.7$

| | | i | | | | | | | | |
|---|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | 1 | 5 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 100 | 500 |
| j | 1 | .8103 | .8064 | .7095 | .5452 | .4989 | .4923 | .4915 | .4914 | .4914 |
| | 2 | .8039 | .7170 | .5850 | .3882 | .3398 | .3331 | .3323 | .3321 | .3321 |
| | 3 | .7488 | .6417 | .4884 | .2873 | .2436 | .2377 | .2370 | .2369 | .2369 |
| | 4 | .6967 | .5733 | .4080 | .2168 | .1797 | .1748 | .1743 | .1742 | .1742 |
| | 5 | .6456 | .5095 | .3395 | .1659 | .1353 | .1314 | .1309 | .1309 | .1309 |
| | 6 | .5949 | .4494 | .2811 | .1283 | .1037 | .1006 | .1002 | .1001 | .1001 |
| | 7 | .5443 | .3929 | .2315 | .1002 | .0806 | .0782 | .0779 | .0779 | .0779 |
| | 8 | .4940 | .3404 | .1897 | .0791 | .0636 | .0617 | .0615 | .0614 | .0614 |
| | 9 | .4442 | .2920 | .1548 | .0631 | .0509 | .0494 | .0492 | .0492 | .0492 |
| | 10 | .3956 | .2481 | .1260 | .0509 | .0412 | .0401 | .0399 | .0399 | .0399 |

(b)
 $\lambda=0.2$; $Leq=2.85$

| | | i | | | | | |
|---|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | 1 | 5 | 10 | 20 | 30 | 40 |
| j | 1 | .6987 | .4669 | .3227 | .2969 | .2966 | .2966 |
| | 2 | .5452 | .2796 | .1618 | .1440 | .1438 | .1438 |
| | 3 | .4137 | .1682 | .0879 | .0774 | .0772 | .0772 |
| | 4 | .3005 | .1013 | .0509 | .0447 | .0447 | .0447 |
| | 5 | .2082 | .0617 | .0312 | .0277 | .0277 | .0276 |
| | 6 | .1383 | .0386 | .0203 | .0183 | .0182 | .0182 |
| | 7 | .0894 | .0251 | .0141 | .0128 | .0128 | .0128 |
| | 8 | .0572 | .0171 | .0104 | .0096 | .0096 | .0096 |
| | 9 | .0370 | .0122 | .0081 | .0077 | .0076 | .0077 |
| | 10 | .0245 | .0093 | .0067 | .0064 | .0064 | .0064 |

(c)
 $\lambda=0.3$; $Leq=2.92$

| | | i | | | | |
|---|----|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | 1 | 5 | 10 | 20 | 30 |
| j | 1 | .5107 | .2185 | .1815 | .1803 | .1803 |
| | 2 | .2880 | .0803 | .0638 | .0633 | .0633 |
| | 3 | .1465 | .0340 | .0271 | .0270 | .0270 |
| | 4 | .0695 | .0166 | .0137 | .0137 | .0136 |
| | 5 | .0331 | .0094 | .0082 | .0081 | .0081 |
| | 6 | .0170 | .0063 | .0057 | .0057 | .0057 |
| | 7 | .0097 | .0048 | .0046 | .0045 | .0045 |
| | 8 | .0065 | .0041 | .0040 | .0040 | .0040 |
| | 9 | .0049 | .0038 | .0037 | .0038 | .0038 |
| | 10 | .0042 | .0036 | .0036 | .0036 | .0036 |

(d)
 $\lambda=0.4$; $Leq=2.97$

| | | 1 | | | |
|---|----|-------|-------|-------|-------|
| | | 1 | 5 | 10 | 20 |
| j | 1 | .3258 | .1116 | .1064 | .1064 |
| | 2 | .1125 | .0290 | .0276 | .0276 |
| | 3 | .0364 | .0107 | .0103 | .0103 |
| | 4 | .0135 | .0055 | .0054 | .0054 |
| | 5 | .0064 | .0038 | .0038 | .0038 |
| | 6 | .0042 | .0032 | .0032 | .0032 |
| | 7 | .0034 | .0030 | .0031 | .0030 |
| | 8 | .0031 | .0030 | .0030 | .0030 |
| | 9 | .0030 | .0030 | .0030 | .0030 |
| | 10 | .0030 | .0030 | .0030 | .0030 |

(e)
 $\lambda=0.5$; $Leq=2.99$

| | | 1 | | | |
|---|----|-------|-------|-------|-------|
| | | 1 | 5 | 10 | 20 |
| j | 1 | .1776 | .0619 | .0613 | .0614 |
| | 2 | .0361 | .0127 | .0126 | .0126 |
| | 3 | .0097 | .0050 | .0050 | .0050 |
| | 4 | .0044 | .0033 | .0033 | .0033 |
| | 5 | .0031 | .0029 | .0029 | .0029 |
| | 6 | .0028 | .0028 | .0028 | .0028 |
| | 7 | .0028 | .0027 | .0027 | .0027 |
| | 8 | .0028 | .0028 | .0028 | .0028 |
| | 9 | .0028 | .0028 | .0028 | .0028 |
| | 10 | .0027 | .0027 | .0027 | .0027 |

Vamos agora determinar, para diversas escolhas de λ , o valor de L , para os gráficos de controle baseados em Y^* , que corresponde, em termos da taxa de incidência de alarmes falsos, a escolha de $L=3$ no esquema de Shewhart. Para $L=3$ o esquema de Shewhart produz alarmes falsos a uma taxa média de um a cada 370 inspeções com o sistema sob controle. Ao valor de L que corresponde a esta mesma taxa, no gráfico baseado em Y^* , denominamos Leq . O valor de Leq depende de λ e foi determinado, por ajustes sucessivos, com base em simulações Monte Carlo com 1000 repetições.

Seja $NF1$ o número de inspeções feitas até a ocorrência do primeiro alarme falso, isto é, $Y_{NF1}^* \notin (LIC, LSC)$ e $Y_i^* \in (LIC, LSC)$, $\forall i < NF1$, com $NF1 < N_1$. Na Tabela 2.2 apresentamos a estimativa, baseada em 1000 repetições Monte Carlo, de $E(NF1)$. O procedimento de Monte Carlo para a obtenção da $E(NF1)$, juntamente com a largura equivalente, Leq , consistiu em simularmos a monitoração de um processo de fabricação em série. O processo permanece sob controle, desde o seu início, até que uma observação, Y^* , caia além dos limites de controle. Registrado o valor de $NF1$, este procedimento foi repetido 1000 vezes. Lembramos aqui, que o processo não saiu do estado de controle. A variabilidade de $NF1$, e os tempos envolvidos em cada repetição, impediram uma definição mais precisa de $E(NF1)$. Consequentemente, o valor de Leq para cada λ é, também, aproximado. Para ilustrar os níveis de variabilidade envolvidos apresentamos também para a estimativa de $E(NF1)$ para cada λ , o correspondente intervalo de confiança de 95%.

Vimos que, para j pequeno, a probabilidade de ocorrência de um alarme falso na $(i+j)$ -ésima inspeção é grande se houve alarme falso na i -ésima inspeção. Este fato está associado à estrutura de autocorrelação na série Y_i^* e traz como consequência a tendência a alarmes falsos em sucessão rápida. Um raciocínio simples nos sugeriu então reinicializar os cálculos de Y^* após cada alarme falso, dado que, constatado que o sistema continua sob controle, as observações anteriores perdem todo valor informativo.

Ilustramos aqui este fato, calculando $E(NF2)$, o número médio esperado de inspeções após o primeiro, e até o segundo alarme falso, quando o cálculo de Y^* não é reinicializado após o primeiro alarme falso. Os resultados são mostrados também na Tabela 2.2, inclusive com os correspondentes intervalos de confiança.

TABELA 2.2- Resultados do delineamento equivalente.
NMC=1000

| λ | Leq | Limite Inferior | ECNF1) | Limite Superior | Limite Inferior | ECNF2) | Limite Superior |
|-----------|------|-----------------|--------|-----------------|-----------------|--------|-----------------|
| .01 | 1.55 | 357 | 373 | 389 | 20 | 28 | 35 |
| .02 | 2.05 | 352 | 371 | 390 | 37 | 47 | 57 |
| .03 | 2.28 | 352 | 373 | 394 | 63 | 77 | 91 |
| .04 | 2.39 | 346 | 368 | 390 | 70 | 84 | 99 |
| .05 | 2.48 | 345 | 367 | 389 | 100 | 118 | 136 |
| .06 | 2.54 | 345 | 368 | 392 | 115 | 135 | 155 |
| .07 | 2.58 | 342 | 366 | 390 | 114 | 133 | 152 |
| .08 | 2.63 | 351 | 377 | 403 | 122 | 141 | 159 |
| .09 | 2.67 | 346 | 371 | 396 | 152 | 173 | 195 |
| .10 | 2.70 | 355 | 380 | 405 | 155 | 175 | 195 |
| .20 | 2.85 | 347 | 371 | 394 | 216 | 238 | 260 |
| .30 | 2.92 | 347 | 371 | 396 | 261 | 283 | 306 |
| .40 | 2.97 | 352 | 376 | 401 | 310 | 334 | 358 |
| .50 | 2.99 | 354 | 376 | 399 | 327 | 352 | 377 |
| .60 | 3.00 | 347 | 371 | 395 | 333 | 357 | 382 |

Vemos na Tabela 2.2 que $ECNF1)$ é muito maior que $ECNF2)$ para λ pequenos, mas que $\frac{ECNF2)}{ECNF1)} \rightarrow 1$ à medida que $\lambda \rightarrow 1$. Em particular para $\lambda > 0.6$, $Leq \cong 3$ e $ECNF1) \cong ECNF2)$. Por estes motivos na Tabela 2.2 apresentamos resultados apenas para valores de λ até 0.6.

CAPÍTULO 3

A MÉDIA MOVEL PONDERADA EXPONENCIALMENTE

APOS A OCORRÊNCIA DA FALHA

Na análise das propriedades estatísticas de delineamentos para a construção de gráficos de controle para \bar{X} , um modelo frequentemente utilizado assume que a média do processo sofre, num certo instante T_1 , uma variação de mais ou menos δ desvios padrão a partir de seu valor objetivo M .

Crowder(1987) fornece um programa que calcula o número médio de amostras entre a ocorrência de uma falha e sua detecção, para diversos valores dos parâmetros.

Duncan (1956) pela primeira vez aborda a questão do planejamento econômico ótimo de gráficos de controle. O seu modelo básico, citado no Capítulo 1, foi explorado em diversas direções, gerando abundante literatura, (Montgomery, 1985).

Contudo, mesmo os delineamentos ótimos apresentam performances frequentemente consideradas insatisfatórias em termos do tempo médio esperado entre a ocorrência e a detecção de falhas no processo. Para pequenos valores de δ , o tempo médio esperado entre a ocorrência da falha e sua detecção pode ser inconvenientemente alto.

3.1- O COMPORTAMENTO DO DELINEAMENTO APÓS A OCORRÊNCIA DA FALHA

Consideramos aqui o esquema alternativo de construir os gráficos de controle com base não em \bar{X} , mas na MMPE. Neste esquema alternativo à proposta clássica de Shewhart, o objetivo é diminuir o número médio esperado de inspeções necessárias para detecção da falha, após sua ocorrência. Neste capítulo tratamos do comportamento da MMPE corrigida, após a ocorrência da perturbação na média, isto é, para observações de ordem superior a N_1 . Estamos abordando aqui, sem perda de generalidade, que a ocorrência da falha provocou um deslocamento para cima na média do processo. Evidentemente que conclusões análogas poderiam ter sido tiradas se a falha tivesse deslocado, para baixo, a média do processo.

Suponha-se então que tenha ocorrido uma perturbação na média do processo, deslocando-a de M para $M + \delta\sigma$, entre a N_1 -ésima e (N_1+1) -ésima inspeções, isto é,

$$\bar{X}_i \sim \begin{cases} N(M; \sigma_x^2) & i = 1, 2, 3, \dots, N_1 \\ N(M + \delta\sigma; \sigma_x^2) & i = N_1 + 1, N_1 + 2, \dots \end{cases} \quad (3.2.1)$$

conforme ilustrado na Figura 3.1, abaixo. Consideramos aqui, sem perda de generalidade, que o tamanho da amostra, n , é igual a 1. Lembramos que $\delta > 0$.

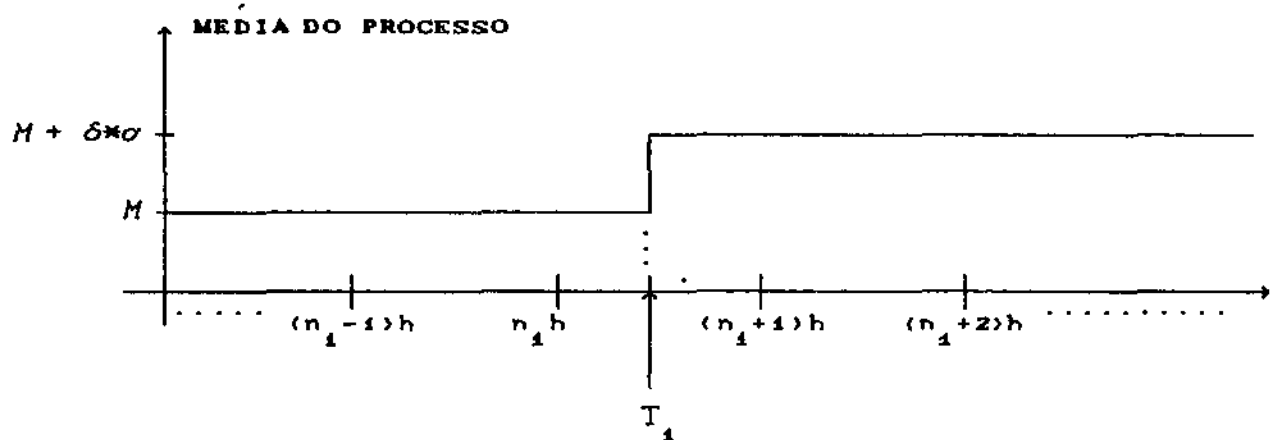


FIGURA 3.1- MÉDIA DO PROCESSO ANTES E APOS A OCORRÊNCIA DA FALHA.

Após a ocorrência da falha verifica-se, em geral, um aumento na probabilidade de que um item produzido caia fora dos limites de tolerância. Por este motivo, é desejável que a falha seja detectada o mais rapidamente possível. É claro que sob condições não críticas, quando os limites de tolerância existentes são folgados, pequenas perturbações na média do processo não provocam aumento sensível na frequência com que itens não conformes são fabricados: ela continua igual, praticamente, a zero. Por outro lado, em situações críticas, quando os limites de tolerância existentes já tocam as caudas da distribuição de X , situação esta indicada pela existência de uma probabilidade perceptível de ocorrência de itens não conformes, pequenas perturbações na média do processo provocam aumentos consideráveis na taxa de não conformidade. Aliás são nestas situações

que esquemas especiais para gráficos de controle são recomendados. Veremos que o esquema de MMPE para gráficos de controle para \bar{X} tem alta eficiência relativamente ao esquema de Shewhart, em termos do tempo médio esperado entre ocorrência e detecção de perturbações, quando as perturbações são pequenas (isto é, δ pequeno). Quando as perturbações são grandes, a vantagem relativa da MMPE diminui.

Vale lembrar que temos adotado, implicitamente, o princípio de que um valor de X é tão bom quanto qualquer outro, desde que ambos estejam dentro dos limites de tolerância estabelecidos. Este princípio tem norteado os esquemas tradicionais de CEQ, Controle Estatístico de Qualidade. Contudo vem sendo cada vez mais considerado o princípio de se associar uma função de perda à variável aleatória X , que seja crescente com a distância desta ao valor objetivo M . Em particular, a função de perda quadrática estabelece $K(X) \propto (X - M)^2$. Nestes casos, mesmo que os limites de tolerância sejam amplos, a perda média esperada por item, associada ao processo de manufatura, é sensível mesmo a pequenas perturbações na média. Ressalta-se desta forma a importância de esquemas rápidos de detecção, como o baseado na MMPE corrigida.

Vejamos então o que ocorre com a distribuição de

Y_{N1+j}^* , com

Y_{N1+j}^* = a j -ésima inspeção, com o fator de correção, após a ocorrência da falha

$j = 1, 2, 3, \dots$

Antes, porém, determinaremos o valor esperado de Y_{N1+j} ($j=1,2,3,\dots$), a j -ésima inspeção, sem o fator de correção, após a ocorrência da falha.

Da definição em (1.1.2), temos:

$$Y_{N1+j} = \lambda \bar{X}_{N1+j} + (1-\lambda) Y_{N1+j-1}$$

podemos escrever

$$\begin{aligned} Y_{N1+j} = \lambda \bar{X}_{N1+j} + \lambda(1-\lambda) \bar{X}_{N1+j-1} + \lambda(1-\lambda)^2 \bar{X}_{N1+j-2} + \dots + \\ + (1-\lambda)^{j-1} \bar{X}_{N1+1} + (1-\lambda)^j Y_{N1} \end{aligned}$$

ou seja:

$$Y_{N1+j} = \sum_{k=0}^{j-1} \lambda(1-\lambda)^k \bar{X}_{N1+j-k} + (1-\lambda)^j Y_{N1}$$

então:

$$\begin{aligned} E(Y_{N1+j}) &= \sum_{k=0}^{j-1} \lambda(1-\lambda)^k (M + \delta\kappa\sigma) + (1-\lambda)^j M \\ &= (1 - (1-\lambda)^j) (M + \delta\kappa\sigma) + (1-\lambda)^j M \\ &= M + \delta\kappa\sigma \left[1 - (1-\lambda)^j \right] \end{aligned}$$

□

logo, segue-se da definição em (1.2.6) que:

$$Y_{N1+j}^* = K_{N1+j} (Y_{N1+j} - M) + M$$

então:

$$\begin{aligned} EY_{N1+j}^* &= K_{N1+j} [EY_{N1+j} - M] + M \\ &= K_{N1+j} [M + \delta\sigma \left(1 - (1-\lambda)^j\right) - M] + M \\ &= M + \delta\sigma \left(1 - (1-\lambda)^j\right) K_{N1+j} \end{aligned}$$

□

onde:

$$K_{N1+j} = \left[\frac{\lambda + 2(1-\lambda)^{2(N1+j)-1}}{\lambda} \right]^{-1/2}$$

Portanto, concluímos que $\lim_{j \rightarrow \infty} EY_{N1+j}^* = M + \delta\sigma$

Desde que um deslocamento na média do processo, de mais ou menos $\delta\sigma$ não altera a variância, como também a estrutura de autocorrelação entre as variáveis Y^* , segue então,

$$Y_{N1+j}^* \sim N \left[M + \delta \sigma \left(1 - (1-\lambda)^j \right) K_{N1+j} ; \sigma_x^2 \frac{\lambda}{2-\lambda} \right]$$

Ilustramos nas Figuras 3.1a-3.1c, respectivamente, o acompanhamento das séries X_i (Shewhart), Y_i (MMPE sem o fator de correção), e Y_i^* (MMPE com o fator de correção), quando da ocorrência de uma perturbação na média do processo. Para esta ilustração fizemos: $M=100$, $\delta=1$, $\sigma=5$, $n=1$, $\lambda=0.1$ e a falha ocorrendo entre a centésima e centésima primeiras inspeções, com a nova média do processo se deslocando para $M=105$.

A Figura 3.1b que representa a MMPE sem o fator de correção para estabilizar a variância, mostra uma frequência de alarmes falsos logo no início do processo. Isto ocorre devido ao fato de que no início do processo os limites de controle da MMPE, sem o fator de correção, e o esquema convencional de Shewhart serem próximos. Contudo, com a utilização do fator de correção para estabilizar a variância (Figura 3.1c) este problema é eliminado. As figuras revelam ainda que tanto Y , quanto Y^* , têm o mesmo comportamento quando o número de inspeções cresce. Isto é evidente, pois $K_i \rightarrow 1$ quando $i \rightarrow \infty$.

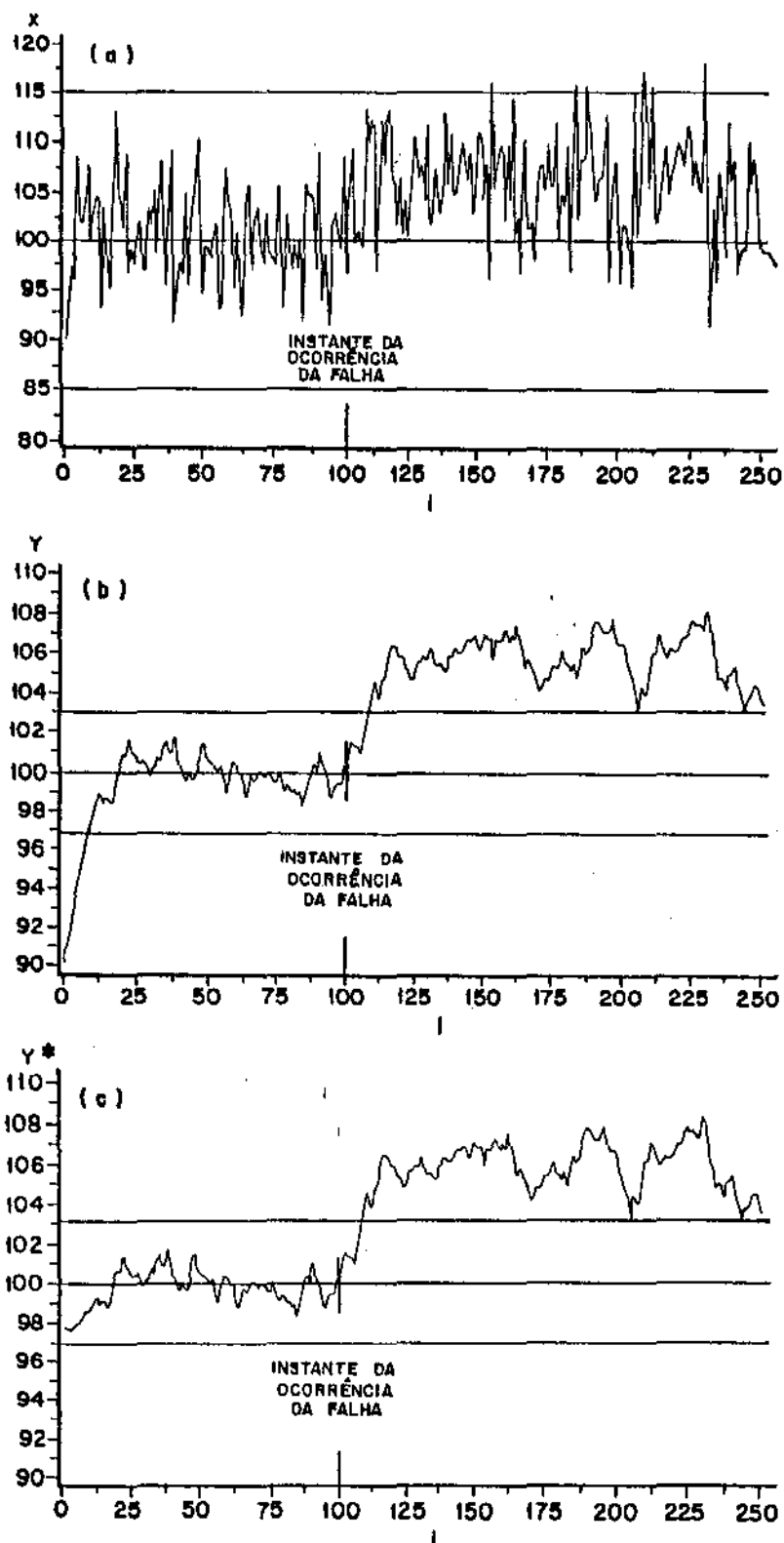


FIGURA 3.1 - Comportamento das séries (a) Shewhart, (b) MMPE com o fator de correção e (c) MMPE com o fator de correção, antes e após a falha.

3.2- CONCLUSÕES E RESULTADOS

Utilizando os valores do delineamento equivalente resumidos na Tabela 2.2, simulações Monte Carlo foram feitas, no sentido de determinar o valor ótimo de λ , objetivando minimizar o valor médio esperado de N_2 , número de inspeções entre a ocorrência da falha e sua detecção.

O procedimento Monte Carlo consistiu em variarmos δ de 0 a 3 e, para alguns valores de δ assumidos, determinarmos o λ ótimo e a eficiência relativa entre a MMPE e o esquema tradicional de Shewhart. Sem perda de generalidade assumimos que a falha ocorreu entre a centésima e centésima primeira inspeções. Antes da ocorrência da falha os valores de Y^* são gerados com média M . Em seguida a média é elevada para $M + \delta\sigma$, continuando até a primeira ocorrência de um valor fora dos limites de controle. Nesta simulação utilizamos $M=100$, $\sigma=5$, e $n=1$, sem perda de generalidade. Este procedimento foi repetido 1000 vezes, sendo no final estimado o valor esperado de N_2 .

A Tabela 3.2.1 resume, para algumas escolhas para δ , o valor ótimo de λ e a eficiência relativa associada. Aqui a eficiência relativa é definida como razão entre a esperança de N_2 , sob

o esquema de Shewhart, e sob a MMPE corrigida:
$$E(\lambda) = \frac{E_x(N_2)}{E_{Y^*}(N_2)}$$

TABELA 3.2.1- Resultados da eficiência relativa entre MMPE e SHEWHART para diferentes δ e λ ótimos.

| δ | λ -ÓTIMO | LEQ | $EC(N_2)$ SHEWHART | $EC(N_2)$ MMPE | EFICIÊNCIA RELATIVA |
|----------|------------------|------|-----------------------|-------------------|------------------------|
| 0.1 | 0.02 | 2.05 | 352.11 | 149.97 | 2.35 |
| 0.2 | 0.01 | 1.55 | 307.69 | 75.76 | 4.06 |
| 0.3 | 0.01 | 1.55 | 253.16 | 45.22 | 5.60 |
| 0.4 | 0.01 | 1.55 | 200.00 | 31.26 | 6.40 |
| 0.5 | 0.01 | 1.55 | 155.28 | 23.60 | 6.58 |
| 0.6 | 0.01 | 1.55 | 119.62 | 18.76 | 6.38 |
| 0.7 | 0.07 | 2.58 | 92.34 | 15.60 | 5.92 |
| 0.8 | 0.08 | 2.63 | 71.58 | 12.87 | 5.56 |
| 0.9 | 0.08 | 2.63 | 55.83 | 10.72 | 5.21 |
| 1.0 | 0.10 | 2.70 | 43.90 | 9.33 | 4.70 |
| 1.1 | 0.20 | 2.85 | 34.82 | 7.99 | 4.35 |
| 1.2 | 0.20 | 2.85 | 27.83 | 7.01 | 3.97 |
| 1.3 | 0.20 | 2.85 | 22.44 | 6.36 | 3.53 |
| 1.4 | 0.20 | 2.85 | 18.25 | 6.67 | 3.22 |
| 1.5 | 0.30 | 2.92 | 14.97 | 5.03 | 2.98 |
| 1.6 | 0.30 | 2.92 | 12.38 | 4.49 | 2.76 |
| 1.7 | 0.30 | 2.92 | 10.33 | 4.18 | 2.47 |
| 1.8 | 0.30 | 2.92 | 8.69 | 3.86 | 2.25 |
| 1.9 | 0.30 | 2.92 | 7.37 | 3.52 | 2.09 |
| 2.0 | 0.30 | 2.92 | 6.30 | 3.24 | 1.94 |
| 2.1 | 0.40 | 2.97 | 5.43 | 2.97 | 1.83 |
| 2.2 | 0.40 | 2.97 | 4.72 | 2.89 | 1.63 |
| 2.3 | 0.40 | 2.97 | 4.13 | 2.63 | 1.57 |
| 2.4 | 0.50 | 2.99 | 3.65 | 2.49 | 1.46 |
| 2.5 | 0.50 | 2.99 | 3.24 | 2.38 | 1.36 |
| 2.6 | 0.50 | 2.99 | 2.90 | 2.26 | 1.28 |
| 2.7 | 0.50 | 2.99 | 2.62 | 2.12 | 1.24 |
| 2.8 | 0.50 | 2.99 | 2.32 | 2.00 | 1.16 |
| 2.9 | 0.50 | 2.99 | 2.17 | 1.93 | 1.12 |
| 3.0 | 0.50 | 2.99 | 2.00 | 1.88 | 1.06 |

Na referida tabela, para pequenas oscilações na média do processo, a escolha de pequenos valores para λ conduzirá a uma melhor performance da MMPE, quanto à redução do número esperado de inspeções entre a ocorrência da falha e sua detecção. Por outro lado, à medida que δ cresce, o esquema convencional de Shewhart vai se aproximando da MMPE, em termos de ECN_2 .

Uma observação a ser tirada a partir dos resultados obtidos é que eles sugerem que o critério das Somas Acumuladas parece ser mais adequado para pequenas perturbações na média do processo, no sentido de reduzir o número esperado de N_2 . O esquema de Shewhart, no outro extremo, tem performance equivalente à MMPE à medida que estas perturbações crescem, indo além de $\delta=3$.

A média móvel ponderada exponencialmente, por sua vez, tem a vantagem de além de incluir estes dois critérios, Shewhart e Somas Acumuladas, como casos limites, apresentar alta eficiência relativa para valores de δ intermediários, na redução do número médio esperado de inspeções entre a ocorrência da falha e sua detecção.

Ilustramos, a seguir, a distribuição de frequência para o esquema de Shewhart (teórica e empírica) e também a distribuição de frequência empírica da MMPE corrigida, quanto à probabilidade de detecção da falha, após sua ocorrência. Nesta ilustração abordamos a mesma situação anterior, ou seja, em que a média do processo se deslocou de $M=100$ para $M=105$, e a falha ocorrendo entre a centésima e centésima primeira inspeções. A distribuição de frequência foi construída a partir de um intervalo de classe igual a

5. Em particular, por exemplo, $PCN_2 \leq 5D = 0.1087, 0.1160, \text{ e } 0.1810$, respectivamente para a distribuição de frequência teórica e empírica para o esquema convencional de Shewhart, e para a distribuição de frequência empírica da MMPE corrigida.

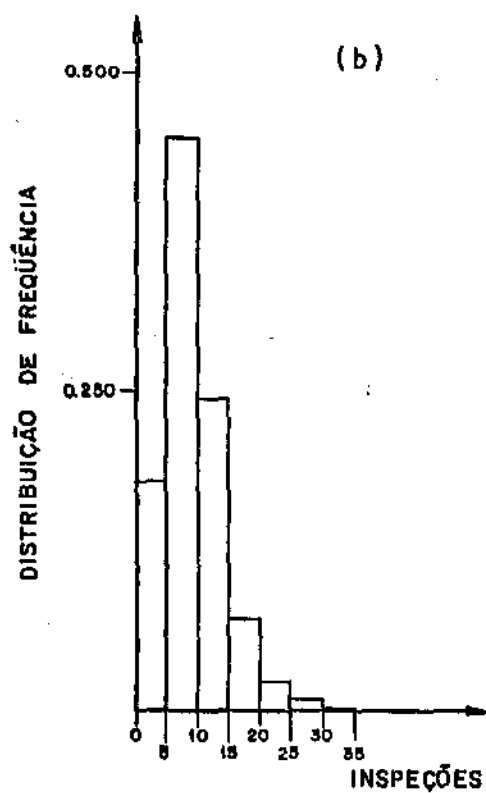
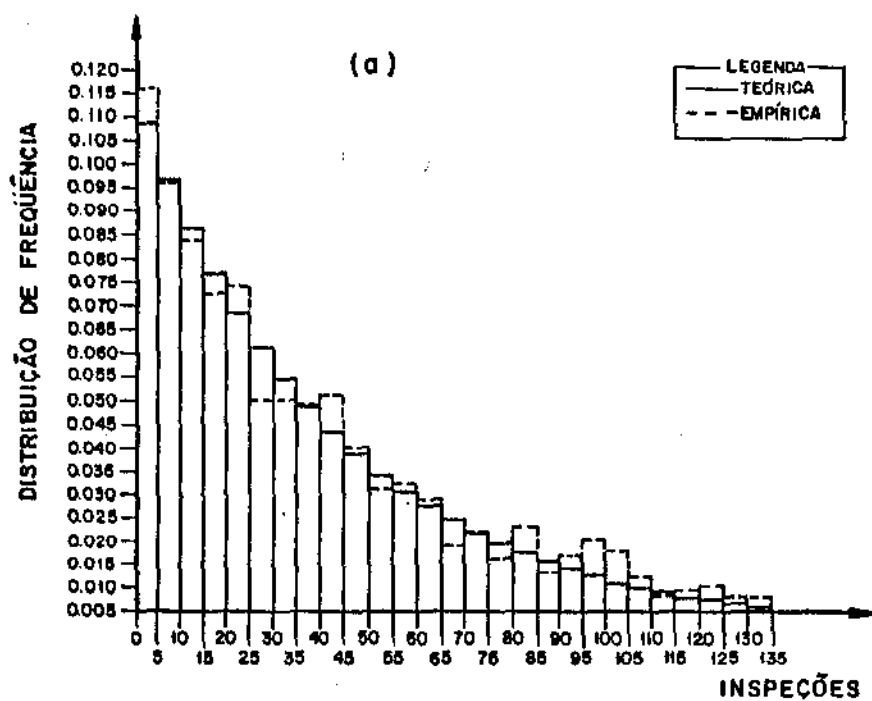


FIGURA 2.2- Distribuição de frequência (a) Teórica e Empírica para Shevhart, (b) Empírica para a MMPE corrigida.

A Figura 3.2a mostra a distribuição de frequência teórica e empírica para o esquema de Shewhart, apresentando um decrescimento exponencial, o que é óbvio, pois N_2 segue distribuição geométrica com parâmetro θ , conhecido. A Figura 3.2b, por sua vez, ilustra mais uma vez a eficiência da MMPE corrigida, em relação ao esquema tradicional de Shewhart, na redução da $EC(N_2)$, pois apresenta uma alta probabilidade na detecção da falha, após sua ocorrência, logo nas inspeções seguintes.

APÊNDICE A

Queremos determinar numericamente

$$P\left[Y_i^* \in (LIC, LSC) \cap Y_{i+j}^* \in (LIC, LSC) \right],$$

onde a função de densidade conjunta de Y_i^* e Y_{i+j}^* é dada por :

$$f_{12}(Y_i^*, Y_{i+j}^*) = \frac{1}{2\pi\sigma_Y^{2*} \sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{ -\frac{1}{2\sigma_Y^{2*} (1-\rho^2)} \left[D_i^2 + D_{i+j}^2 - 2\rho D_i D_{i+j} \right] \right\}$$

$$\text{com: } D_i = Y_i^* - M \quad ; \quad D_{i+j} = Y_{i+j}^* - M \quad ; \quad \sigma_Y^{2*} = \sigma_{Y_i}^{2*} = \sigma_{Y_{i+j}}^{2*} = \sigma^2 \frac{\lambda}{2-\lambda}$$

$$\text{e } \rho = (1-\lambda)^j \left[\frac{\lambda + 2(1-\lambda)^{2i-1}}{\lambda + 2(1-\lambda)^{2(i+j)-1}} \right]^{1/2}$$

Para isto dividimos a região $(LIC, LSC) \times (LIC, LSC)$ em 30×30 pequenos elementos quadrados de área. O volume correspondente a cada elemento poderia ser determinado pela Regra do Trapézio adaptada a 2 dimensões. Para maior precisão, contudo, preferimos adotar uma generalização da Regra de Simpson para 2 dimensões: Em cada elemento, aproximamos a função de densidade de probabilidade de (Y_i^*, Y_{i+j}^*) por uma função polinomial do segundo grau

$$\hat{f}_{y_i^*, y_{i+j}^*}(Y_1, Y_2) = a_0 + a_1 y_1 + a_2 y_2 + a_{11}^2 y_1^2 + a_{12}^2 y_1 y_2 + a_{22}^2 y_2^2$$

Para este ajuste, o valor exato da f.d.p. foi determinado em 9 pontos de cada elemento de área: 4 vértices, o meio de cada aresta, e o meio do quadrado, conforme figura abaixo.

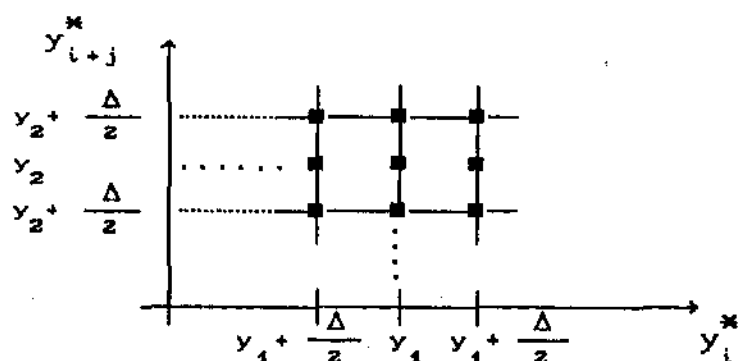


FIGURA A. Pontos escolhidos para cada elemento de área.

Consequentemente o valor de $f_{y_i^*, y_{i+j}^*}^*$ tem que ser determinado em 61x61 pontos diferentes.

Para o elemento de arco centrado em (y_1, y_2) , temos os seguintes "Pontos Experimentais", com respectivos resultados:

| Y_i^* | Y_{i+j}^* | $f_{Y_i^*, Y_{i+j}^*}$ |
|--------------------------|--------------------------|------------------------|
| $y_1 - \frac{\Delta}{2}$ | $y_2 - \frac{\Delta}{2}$ | f_1 |
| $y_1 - \frac{\Delta}{2}$ | y_2 | f_2 |
| $y_1 - \frac{\Delta}{2}$ | $y_2 + \frac{\Delta}{2}$ | f_3 |
| y_1 | $y_2 - \frac{\Delta}{2}$ | f_4 |
| y_1 | y_2 | f_5 |
| y_1 | $y_2 + \frac{\Delta}{2}$ | f_6 |
| $y_1 + \frac{\Delta}{2}$ | $y_2 - \frac{\Delta}{2}$ | f_7 |
| $y_1 + \frac{\Delta}{2}$ | y_2 | f_8 |
| $y_1 + \frac{\Delta}{2}$ | $y_2 + \frac{\Delta}{2}$ | f_9 |

onde $\Delta = \frac{LSC - LIC}{30}$.

Para conveniência numérica adotamos a transformação

$$z_1 = \frac{Y_i^* - y_1}{\Delta/2} ; \quad z_2 = \frac{Y_{i+j}^* - y_2}{\Delta/2}$$

De forma que a matriz X da regressão se torna

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

A integral da função \hat{f} é então

$$\begin{aligned} \Delta V &= \frac{\Delta^2}{4} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \left(a_0 + a_1 z_1 + a_2 z_2 + a_{11} z_1^2 + a_{12} z_1 z_2 + a_{22} z_2^2 \right) dz_1 dz_2 \\ &= \frac{\Delta^2}{4} \int_{-1}^{+1} \left(a_0 + \frac{1}{2} a_1 z_1^2 + a_2 z_1 z_2 + \frac{1}{3} a_{11} z_1^3 + \frac{1}{2} a_{12} z_1^2 z_2 + a_{22} z_1 z_2^2 \right) dz_2 \\ &= \frac{\Delta^2}{4} \int_{-1}^{+1} \left(2a_0 + 2a_2 z_2 + \frac{2}{3} a_{11} + 2a_{22} z_2^2 \right) dz_2 \\ &= \frac{\Delta^2}{4} \left(2a_0 z_2 + a_2 z_2^2 + \frac{2}{3} a_{11} z_2 + \frac{2}{3} a_{22} z_2^3 \right) \Big|_{-1}^{+1} \\ &= \Delta^2 \left(a_0 + \frac{1}{3} a_{11} + \frac{1}{3} a_{22} \right) \end{aligned}$$

sendo cada coeficiente igual a:

$$a_{00} = \frac{1}{6} \left(-f_1 + 2f_2 - f_3 + 2f_4 + 5f_5 + 2f_6 - f_7 + f_8 - f_9 \right)$$

$$a_{11} = \frac{1}{6} \left(f_1 + f_2 + f_3 - 2f_4 - 2f_5 - 2f_6 + f_7 + f_8 + f_9 \right)$$

$$a_{22} = \frac{1}{6} \left(f_1 - 2f_2 + f_3 + f_4 - 2f_5 + f_6 + f_7 - 2f_8 + f_9 \right)$$

APENDICE B

PROGRAMA 1

```

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C  ESTE PROGRAMA CALCULA A PROBABILIDADE DA J-ESIMA INSPECAO CAIR
C  FORA DE CONTROLE, DADO QUE A I-ESIMA INSPECAO TAMBEM CAIU,
C  CONSIDERANDO O SISTEMA ANTES DA OCORRENCIA DA FALHA.
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C
C
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A,D,F,P,X,Y)
      DIMENSION FC(100,100)
C
      TYPE *, 'ENTRE COM O FATOR DE LARGURA '
      ACCEPT *, AMPL
      TYPE *, 'ENTRE COM O N. INSPECOES PARA O 1. ALARME FALSO'
      ACCEPT *, I
      TYPE *, 'ENTRE COM A PROBABILIDADE DE CAIR FORA DOS LIM. CONT.'
      ACCEPT *, P
C
      RM=100.
      SX=5.
      DO 6000 NRL=1,10
      RL=.1*NRL
      P2=1.-RL
      P3=2.-RL
      FINTEG=0.
      SY=SX*SQRT(RL/P3)
      S2=SY*SY
      CLI=RM-AMPL*SY
      CLS=RM+AMPL*SY
C
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C      INICANDO A VARIACAO PARA A J-ESIMA INSPECAO
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C
      DO 5000 J=1,10
      FINTEG=0.
      CRO1=RL+2.*(P2**((2.*(I-1.)))
      CRO2=RL+2.*(P2**((2.*(I+J)-1.)))
      CRO3=SQRT(CRO1/CRO2)
      RO=(P2**J)*CRO3
      CONST1=1./(6.283185308000004*S2*SQRT(1.-RO*RO))
      CONST2=1./(2.*(S2*(1.-RO*RO)))
      DOI SRO=2.*RO

```

```

DELTA=(CLS-CLI)/30.
DELTA2=DELTA*DELTA
DELTA3=DELTA2*DELTA
DELTA4=DELTA3*DELTA
DS2=DELTA/2.

```

C

```

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
X C      INICIO DA CONSTRUCAO DA MATRIZ F(Y,Y+J) X
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

```

C

```

DO 1000 NX2=0,60
X2=CLI+NX2*DS2
DO 1500 NX1=0,60
X1=CLI+NX1*DS2

```

C

```

DX1=X1-RM
DX2=X2-RM
EXPON=DX1*DX1-DOI SRO*DX1*DX2+DX2*DX2
EXPON=EXPON*CONST2
VFUNCAO=CONST1*EXPC-EXPON

```

C

```

F(NX1+1,NX2+1)=VFUNCAO

```

1500

```

CONTINUE

```

1000

```

CONTINUE

```

C

```

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
X C      OBTENCAO DOS VALORES DE Y PARA A TRANSFORMACAO UTILIZADA X
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

```

C

```

DO 2000 NX2=1,30
NC2=2*NX2-1
DO 2500 NX1=1,30
NC1=2*NX1-1
Y1=F(NC1,NC2)
Y2=F(NC1,NC2+1)
Y3=F(NC1,NC2+2)
Y4=F(NC1+1,NC2)
Y5=F(NC1+1,NC2+1)
Y6=F(NC1+1,NC2+2)
Y7=F(NC1+2,NC2)
Y8=F(NC1+2,NC2+1)
Y9=F(NC1+2,NC2+2)

```

C

```

A0=C-Y1+2.*Y2-Y3+2.*Y4+5.*Y5+2.*Y6-Y7+2.*Y8-Y9)/9.
A11=(Y1+Y2+Y3-2.*Y4-2.*Y5-2.*Y6+Y7+Y8+Y9)/6.
A22=(Y1-2.*Y2+Y3+Y4-2.*Y5+Y6+Y7-2.*Y8+Y9)/6.

```

C

```

DINT=4.*A0+1.3333333333333333*(A11+A22)

```

C

```

                FINTEG=FINTEG+DINT
C
2500      CONTINUE
2000      CONTINUE
C
        FINTEG=DELTA*DELTA*FINTEG/4.
C
        PROB=(2. DO*P+FINTEG-1.) /P
C
        WRITE(*,501) P, RL
        WRITE(*,502) I, J
        WRITE(*,503) FINTEG
        WRITE(*,504) PROB
C
501      FORMATC////////,1X,'PROB. CAIR FORA = ',F15.10,5X,'LAMBDA=',F5.1)
502      FORMATC/,1X,'P/VALOR DE I = ',I5,5X,'E P/ J = ',I5,5X,'TEMOS :')
503      FORMATC/,1X,'PROBABILIDADE DE (I,I+J) DENTRO(FINTEG) = ',F15.10)
504      FORMATC/,1X,'PROBABILIDADE DE I+J FORA DADO N FORA = ',F15.10)
5000      CONTINUE
6000      CONTINUE
        END

```

PROGRAMA 2

```
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
X C ESTE PROGRAMA CALCULA O NUMERO MEDIO ESPERADO DE INSPECOES ATE X
X C O PRIMEIRO ALARME FALSO E TAMBEM O NUMERO MEDIO ESPERADO ENTRE X
X C O PRIMEIRO E SEGUNDO ALARMES FALSOS X
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

      INTEGER A1,A2,A3
      DOUBLE PRECISION U1,U2

C
      INTEGER FN2(25000)
      DO 10 I=1,25000
10      FN2(I)=0
          TYPE *, 'ENTRE COM A MEDIA'
          ACCEPT *,RM
          TYPE *, 'ENTRE COM O SIGMA'
          ACCEPT *,S
          TYPE *, 'ENTRE COM O N-MONTE CARLO'
          ACCEPT *,NMC
          TYPE *, 'ENTRE COM A AMPLITUDE DO GRAFICO DE CONTROLE DESEJADA'
          ACCEPT *,AMP
          A1=25536
          A2=6073
          A3=19269

C
C
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
X C INICIO DA VARIACAO DE LAMBDA X
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

C
      DO 1500 IL=1,10
          RL=IL*0.1
          UMP=1.-RL
          XP2=2.-RL
          SN1=0
          SN2=0
          SN2Q=0
          SN1Q=0
          SY=S*SQRT(RL/XP2)
          CLI=RM-AMP*SY
          CLS=RM+AMP*SY

C
      DO 12 I=1,25000
12      FN2(I)=0
```



```

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
X  C              INICIO DE MONTE CARLO                               X
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

```

```

DO 500 IMC=1,NMC
  N=1
  N1=0
  N2=0
  CALL ALEATC A1,A2,A3,U1)
  CALL ALEATC A1,A2,A3,U2)
  Z=SQRT(-2.0*LOG(U1)))*SIN(6.2832*U2)
  X=S*Z+RM
  Y=X
  XK1=SQRT(RL/(RL+2.0*(UMP**((2*N-1))))))
  YESTRELA=(Y-RMD*XK1+RM
100 IF ((YESTRELA.LT.CLI).OR.(YESTRELA.GT.CLS)) N1=N1+1
  CALL ALEATC A1,A2,A3,U1)
  CALL ALEATC A1,A2,A3,U2)
  Z=SQRT(-2.0*LOG(U1)))*SIN(6.2832*U2)
  X=S*Z+RM
  Y=RL*X+UMP*Y
  XK1=SQRT(RL/(RL+2.0*(UMP**((2*N-1))))))
  YESTRELA=(Y-RMD*XK1+RM
  IF ((YESTRELA.GE.CLI).AND.(YESTRELA.LE.CLS)) GOTO 100
  IF (N1.GT.0) GOTO 150
  N1=N
  GOTO 100
C
150 N2=N-N1
  FN2(N2)=FN2(N2)+1
  SN1=SN1+N1
  SN2=SN2+N2
  SN1Q=SN1Q+N1*N1
  SN2Q=SN2Q+N2*N2
C
500 CONTINUE
C
  SN1MED=SN1/NMC
  SN2MED=SN2/NMC
  VARSN1=(SN1Q-NMC*SN1MED*SN1MED)/(NMC-1)
  VARSN2=(SN2Q-NMC*SN2MED*SN2MED)/(NMC-1)
  DPSN1MED=SQRT(VARSN1/NMC)
  DPSN2MED=SQRT(VARSN2/NMC)
  VLI SN1MD=SN1MED-2.0*DPSN1MED
  VLSSN1MD=SN1MED+2.0*DPSN1MED
  VLI SN2MD=SN2MED-2.0*DPSN2MED
  VLSSN2MD=SN2MED+2.0*DPSN2MED
C
  WRI TEC*,101)RL,AMP
  WRI TEC*,105)SY,CLI,CLS

```

```

      WRITE(*,115) SN1MED
      WRITE(*,116) DPSN1MED
      WRITE(*,117) VLI SN1MD, VLSSN1MD
      WRITE(*,120) SN2MED
      WRITE(*,121) DPSN2MED
      WRITE(*,122) VLI SN2MD, VLSSN2MD
101  FORMAT(/,1X,'P/LAMBDA = ',1X,F6.4,5X,'LARGURA = ',F6.4)
105  FORMAT(/,1X,'SIGMA Y - LINF. E LSUP. ',F15.7,3X,F15.7,3X,F15.7)
115  FORMAT(/,1X,'NUMERO MEDIO INSP. ATE O 1. A/FALSO = ',F15.7)
116  FORMAT(/,1X,'DESVIO PADRAO DE SN1MED = ',F15.7)
117  FORMAT(/,1X,'LIMITES INF. E SUP. PARA SN1MED',F15.7,3X,F15.7)
120  FORMAT(/,1X,'N. MEDIO DE INSP. PARA 2. A/FALSO/1. = ',F15.7)
121  FORMAT(/,1X,'DESVIO PADRAO DE SN2MED = ',F15.7)
122  FORMAT(/,1X,'LIMITES INF. E SUP. PARA SN2MED',F15.7,3X,F15.7)
C
      DO 700 I=1,25000
      IF(FN2(I).GT.0) THEN
      WRITE(126,127) I, FN2(I)
127  FORMAT(2X,'O VALOR DE N2 = ',17,5X,'REPETE-SE ',18)
      ENDIF
700  CONTINUE
C
      WRITE(*,130) RL
130  FORMAT(/,1X,'FINAL DA FREQ. DE N2 PARA LAMBDA = ',1X,F5.1)
1500 CONTINUE
      END
C
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
X  C SUBROTINA PARA GERACAO DOS NUMEROS ALEATORIOS  X
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C
      SUBROUTINE ALEAT(A1,A2,A3,RRN)
      INTEGER A1,A2,A3
      DOUBLE PRECISION AUX,RRN
C
      A1=171*MOD(A1,177)-2*INT(A1/177)
      A2=172*MOD(A2,176)-35*INT(A2/176)
      A3=170*MOD(A3,178)-63*INT(A3/178)
      IF (A1.LT.0) A1=A1+30269
      IF (A2.LT.0) A2=A2+30307
      IF (A3.LT.0) A3=A3+30323
      AUX=A1/30269.0D0+A2/30307.0D0+A3/30323.0D0
      RRN=AUX-DINT(AUX)
      RETURN
      END

```

PROGRAMA 3

```
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
X  C  PROGRAMA PARA TESTAR O ESQUEMA DA MMPE NA DETECCAO DE UMA  X
X  C  FALHA NA MEDIA DO PROCESSO                                X
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

C
    DOUBLE PRECISION U1,U2
    INTEGER A1,A2,A3

C
    DIMENSION RNNM(100),RLI(100),RLSC(100)
    TYPE *, 'Quantas repeticoes de M.C. ?'
    ACCEPT *,NMC
    TYPE * 'Entre com o valor de lambda'
    ACCEPT *,RL
    TYPE *, 'Entre com o fator de largura'
    ACCEPT *,AMPL

C
    A1=25536
    A2=6073
    A3=19269
    RM=100
    S=5
    NI=0
    SOMANI=0.0
    SOMANI2=0.0

C
    UML=1.0-RL
    SY=S*SQRT(RL/(2.0-RL))
    CLI=RM-AMPL*SY
    CLS=RM+AMPL*SY
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
X  C  INICIO DO CICLO REFERENTE AS FALHAS NA MEDIA DO PROCESSO  X
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

    DO 1200 NDELTA=1,30
        PE=NDELTA*0.1
        D=PE*S

C
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
X  C  INICIO DO CICLO MONTE CARLO                                X
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

    DO 500 IMC= 1, NMC
        N=1
        CALL ALEAT(A1,A2,A3,U1)
        CALL ALEAT(A1,A2,A3,U2)
```

```

Z=SQRT(-2.0*LOG(U1))*SIN(6.2832*U2)
X=S*Z+RM
Y=X
XK=SQRT(RL/(RL+2.0*(UML**((2*N-1))))
YESTRELA=(Y-RM)*XK+RM

```

```

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C      INICIALIZANDO COM O PROCESSO SOB CONTROLE
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

```

```

DO 3000 I=1,99
  N=N+1
  CALL ALEAT(A1,A2,A3,U1)
  CALL ALEAT(A1,A2,A3,U2)
  Z=SQRT(-2.0*LOG(U1))*SIN(6.2832*U2)
  X=S*Z+RM
  Y=UML*Y+RL*X
  XK=SQRT(RL/(RL+2.0*(UML**((2*N-1))))
  YESTRELA=(Y-RM)*XK+RM

```

```

3000      CONTINUE
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
C      INICIO DO PROCESSO COM A OCORRENCIA DA FALHA
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

```

```

100      N=N+1
        NI=NI+1
        CALL ALEAT(A1,A2,A3,U1)
        CALL ALEAT(A1,A2,A3,U2)
        Z=SQRT(-2.0*LOG(U1))*SIN(6.2832*U2)
        X=S*Z+RM+D
        Y=UML*Y+RL*X
        XK=SQRT(RL/(RL+2.0*(UML**((2*N-1))))
        YESTRELA=(Y-RM)*XK+RM
        IF ((YESTRELA.GT.CLI).AND.(YESTRELA.LT.CLS))GOTO 100
        RN=FLOAT(NI)
        SOMANI=SOMANI+RN
        SOMANI2=SOMANI2+RN*RN
        NI=0
500      CONTINUE
C

```

```

RNMED=(SOMANI*1.0)/(NMC*1.0)
VARNI=(SOMANI2 - FLOAT(NMC)*RNMED*RNMED)/FLOAT(NMC-1)
DPNMED=SQRT(VARNI/NMC)
RLINMED=RNMED-2.0*DPNMED
RLSNMED=RNMED+2.0*DPNMED

```

```

C
RNNMCNDELTA)=RNMED
RLICNDELTA)=RLINMED
RLSCNDELTA)=RLSNMED

```

```

        SOMANI =0.
        SOMANI 2=0.
1200    CONTINUE
C
        WRITEC *,1050)RL
        WRITEC *,1052)NMC
1050    FORMATC/////////,1X,'RESULTADOS PARA O VALOR DE LAMBDA = ',F6.4)
1052    FORMATC/,1X,'TEMOS PARA N-MONTE CARLO = ',I8,5X,'SEGUE-SE :')
        DO 1300 NDELTA=1,30
            PE=NDELTA*0.1
            WRITEC *,1100)PE,RLI(NDELTA),RNNMC(NDELTA),RLSC(NDELTA)
1100    FORMATC/,2X,'FALHA= ',F6.3,2X,'LI =',F15.8,2X,'MED =',F15.8,
        *2X,'LS =',F15.8)
1300    CONTINUE
        END

```

```

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
X  C          SUBROTINA PARA GERACAO DE NUMEROS ALEATORIOS          X
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

```

```

        SUBROUTINE ALEATCA1,A2,A3,RRN)
        INTEGER A1,A2,A3
        DOUBLE PRECISION AUX,RRN
C
        A1=171*MODC(A1,177)-2*INTC(A1/177)
        A2=172*MODC(A2,176)-35*INTC(A2/176)
        A3=170*MODC(A3,178)-63*INTC(A3/178)
            IF (A1.LT.0) A1=A1+30269
            IF (A2.LT.0) A2=A2+30307
            IF (A3.LT.0) A3=A3+30323
        AUX=A1/30269.0D0+A2/30307.0D0+A3/30323.0D0
        RRN=AUX-DINTC(AUX)
        RETURN
        END

```

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [11] CROWDER, STEPHEN V. (1987). "Average Run Lengths of Exponentially Weighted Moving Average Control Charts." *Journal of Quality Technology* 19, No. 3, P. 161-164.
- [12] DUNCAN, A. J. (1956). "The Economic Design of \bar{X} Chart Used to Maintain Current Control of a Process." *Journal of Quality Technology* 51, P. 228-242.
- [13] HUNTER, J. STUART (1986). "The Exponentially Weighted Moving Average". *Journal of Quality Technology* 18, No. 4, P. 203-209.
- [14] MONTGOMERY, D. G. (1985). "Introduction to Statistical Quality Control." New York: John Wiley.
- [15] ROBERTS, S. W. (1959). "Control Charts Tests Based on Geometric Moving Averages." *Technometrics* 1, P. 239-250.
- [16] SHEWHART, W. A. (1931). "Economic Control Quality of Manufacturing Product." New York: Van Nostrand.