UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

UM MODÊLO DE ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL UTILIZANDO APLICAÇÕES ÀS DISCIPLINAS: BIOLOGIA, FÍSICA E QUÍMICA.

ALDO MARQUES DA SILVA

Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática (Convênio OEA-PREMEN-UNICAMP).

Orientador: Prof. HENRY GEORGE WETZLER, Jr.

CAMPINAS
1979

DEDICO O PRESENTE
TRABALHO A MINHA ESPOSA
ADÉLIA E AOS MEUS FILHOS
AFONSO, DANIELA e DENISE.

A G R A D E C I M E N T O S

Primeiramente tudo isto não teria sido possível não fora a permissão concedida pelo Governo do Estado do Ceará e pela Universidade Federal do Ceará ao autor para o afastamento das funções docentes a fim de poder se dedicar a estudos mais avançados na Universidade Estadual de Campinas.

Agradece-se a todos que contribuiram para que isso se tornasse realidade. Nesta mesma direção deve-se um especial agradecimento a OEA-MEC- PREMEN-UNICAMP pela concessão da bolsa de estudo.

Outrossim agradece-se:

- ao Prof.: Henry George Wetzler Jr. cuja inteligente orientação não diretiva, estimulando e encorajando, tanto contribuiu para que se buscasse decisões com bases em estudos cada vez mais extensos e profundos.
- ao Dr. Ubiratan D'Ambrósio pelo seu apoio e incentivo, que foram essenciais para o bom desenvolvimento deste trabalho.
- ao Prof.: Palmeron Mendes pelo incentivo recebido, pelas informações e sugestões valiosas colhidas durante a elaboração do projeto.
- aos Professores do Curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, pelo muito que fizeram para que a percepção dos problemas de ensino fosse dimensionada permitindo análises mais aguçadas dos mesmos.
- Aos Professores Hermann Roher do IMECC da UNICAMP e Roberto Cláudio Frota Bezerra do DEMA-UFC, pelas sugestões e assessoramento prestado na solução dos problemas estatísticos.
- Aos Professores José Euny Moreira Rodrigues e Jayro Fonseca da Silva pela valiosa colaboração prestada, pelo entusiasmo, dedicação e excelente desempenho docente, tornando este trabalho realidade.
- aos alunos das turmas experimentais pela boa vontade e interesse com que responderam às solicitações que lhes foram feitas;

- aos colegas do Curso de Mestrado de Ensino de Matemática, pelo enriquecimento adquirido com o seu convívio;
- a todos os familiares pela paciência, indulgência e compreensão com que aceitaram a privação de inúmeras horas de convívio e de lazer, ao longo desse extenso período de estudo.
- a todos os colegas do Departamento de Matemática da UFC, que de forma ou de outra contribuiram para o desenvolvimento deste projeto.

Í N D I C E   G E R A L

ÍNDICE DE TABELAS E GRÁFICOS

T A B E L A S

G R Á F I C O S

C O M P A R A Ç Ã O D E C Á L C U L O

RESUMO

UM MODÊLO DE ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL UTILIZANDO APLICAÇÕES ÀS DISCIPLINAS BIOLOGIA, FÍSICA E QUÍMICA.

O presente estudo investiga os efeitos de dois modêlos de ensino da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral no 1º Ciclo da Universidade Federal do Ceará. O primeiro modêlo utiliza aplicações de Matemática em Biologia, Física e Química e o segundo é do tipo tradicional. Foram utilizados os resultados dos exames finais das disciplinas que estavam envolvidas no processo com o grupo experimental e o grupo controle.

Dos 300 alunos escolhidos que iniciaram seus estudos no segundo semestre de 1978, 274 chegaram ao final. Como grupo experimental estavam 100 alunos do Curso de Medicina e 50 alunos do Curso de Farmácia e, como grupo controle estavam 50 alunos do Curso de Agronomia, 50 alunos do Curso de Engenharia Mecânica e 50 alunos do Curso de Geografia. O grupo controle foi escolhido através de sorteio efetuado após a realização dos exames finais das disciplinas do segundo semestre. As aplicações foram iniciadas de modo gradativo, logo nas primeiras unidades da disciplina Cálculo Diferencial e Integral. Sòmente os alunos do grupo experimental tiveram contato com as aplicações à Biologia, à Física e à Química, envolvendo a teoria de Cálculo que estava sendo vista neste semestre. Os demais alunos cursaram a disciplina Cálculo do modo tradicional. Constatou-se que os resultados da aprendizagem dos alunos do grupo experimental foram superiores, na disciplina Cálculo, aos do grupo controle. Os resultados evidenciaram, que não houve diferença significativa entre os grupos quanto oa rendimento acadêmico. No entanto, a análise dos dados coletados e mediante a aplicação do tratamento estatístico com os testes de Kolmogorov-Smirnov correspondeu as expectativas das hipótese de trabalho, havendo o grupo experimental apresentado resultado mais positivo, e homogêneo que o de controle.

Com relação ao método empregado, concluiu-se ser provável que os condicionamentos dos alunos aos métodos tradicionais de ensino impeçam o seu pleno aproveitamento quando submetidos à metodologia a que não estavam familiarizados.

1. APRESENTAÇÃO:

A educação hoje se concebe em seu significado mais amplo num futuro orientado tendo em vista conseguir mudanças duradouras na conduta dos indivíduos. Ela vem sendo colocada entre os principais fluxos de atividades de nosso País. É enfatizada como instrumento político para resolver problemas sociais, e instrumento econômico para suprir as necessidades de todas as áreas de desenvolvimento de nossa Nação com mão de obra preparada e competente. Portanto, todos os esforços educacionais visam a consecução de metas a longo prazo, que, embora não possam ser atingidos de imediato, pelo desdobramento de áreas de competência e sequenciamento de tarefas de aprendizagem, esperam-se que efeitos cumulativos de seus componentes possam resultar em transformação dos produtos. É neste ponto que se encontra a tarefa do ensino. Ensinar é provocar a mudança do comportamento do educando num sentido definido. Professores e todo ambiente escolar estão comprometidos com esta missão. A experiência mostra que nem sempre se consegue alcançar os objetivos visados. O simples fato de repetir o mesmo processo de ensino não pode porém corrigir as causas que produziram o não atingir os objetivos. Constitui-se intuito deste trabalho a tarefa do ensino de uma disciplina utilizando gradativamente aplicações adequadas a disciplinas que exigem outras para a sua compreensão. As aplicações se convertem numa componente essencial do processo ensino-aprendizagem. Para descobrir em que medida objetivos definidos estão sendo alcançados e causas que provocaram as falhas, do plano traçado é tarefa da avaliação. Para isto, a avaliação inclui procedimentos e instrumentos para uso apropriado a diversas situações.

Consciente do importante papel que as aplicações de uma disciplina desempenham no processo ensino-aprendizagem, como profissional procurou-se estudá-las, em suas diversas dimensões, a fim de por em prática, uma forma científica e útil a consecução dos objetivos que se propunha atingir junto aos grupos de alunos dos cursos de Farmácia e Medicina que se recebia no ano de 1978. Nos procedimentos utilizados em anos anteriores, grupando os alunos por curso escolhido não surtiu efeitos em termos de real aprendizado em virtude da disciplina continuar sendo apresentada de modo uniforme para todos os cursos. Com a introdução do processo de ensino com aplicações dirigidas aos cursos de Farmácia e Medicina proporcionou-se aos alunos destes cursos oportunidades de transferirem os conhecimentos adquiridos para aplicações da vida diária.

Graças a abertura e flexibilidade encontrada na organização e no caráter teórico-prático dos cursos do Primeiro Ciclo do Centro de Ciências da Universidade Federal do Ceará, este, foco de interesse pela utilização e emprego das soluções problemas pode ser extendido e aprofundado.

A pesquisa no campo de ensino é um processo, ainda, no Brasil, extremamente difícil e laborioso, especialmente quando se trata de estudos experimentais ou quase experimentais. Entretanto, algo de extraordinário a torna possível: a responsabilidade, o idealismo e desejo de colegas professores, funcionários anônimos que não mediram esforços para colaborar com aqueles que buscam encontrar soluções para problemas comuns a todas as escalas.

Ao chegar ao final deste trabalho, compreende-se que, independente do grau de originalidade ou criatividade que possa apresentar, sua contribuição será resultado de troca de idéias, coleção e reorganização de pensamento de vários autores. Argumentou-se e discutiu-se idéias com professores, colegas e amigos, sendo estimulado por uns e por outros encorajdo para que levasse avante o empreendimento que se tinha em vista. Toma-se neste momento consciência do número de pessoas que de uma forma ou de outra, desempenharam importante papel neste trabalho.

Uma nota especial de apreciação para cada um deles é um dever.

2. INTRODUÇÃO E PROBLEMA

A disciplina Cálculo Diferencial e Integral ministrada pelo Departamento de Matemática do Centro de Ciências da Universidade Federal do Ceará apresenta em seu primeiro semestre um conteúdo de função a uma variável, limite continuidade, derivada e noções de integral definida. Os alunos dos cursos de Biologia, Farmácia, Medicina, Odontologia e Química, que terão de cumprir pelo menos um semestre da disciplina, não sentem estímulo para o estudo de Cálculo em virtude das aplicações estarem voltadas em quase sua totalidade ou para Física ou para Economia ou para fixação da teoria.

Ao matricular-se o aluno é lotado na turma de acordo com a carreira profissional por ele escolhida quando ingressou na Universidade. Depois desta divisão e iniciadas as aulas, verificam os alunos que a disciplina Cálculo é ministrada para todos de modo uniforme. Isto provoca o desinteresse, implicando em desajuste, e, consequentemente, tornando-se fator desfavorável ao ensino e no desenvolvimento da disciplina.

Segundo o Proyecto P.P.U - Mat 111 - "Para o aprendizado de Matemática não basta a compreensão de alguns conceitos básicos, são indispensáveis também outros aspectos da importância decisiva: a exercitação e o reforço".

Afirma o Professor D.A. Quadling" com excessão de alguns poucos cursos técnicos, existem poucas experiências no ensino de Matemática através de suas aplicações a outras disciplinas". Vê também que, "a dificuldade de assegurar um desenvolvimento lógico do conteúdo matemático, e o fato de que os professores tenham sido preparados para uma única disciplina são argumentos usados para opor-se a esta linha".

Batschelet em seu livro "Introdução à Matemática para Biocientistas" afirma que:" há poucas décadas passadas a Matemática desempenhava um modesto papel em ciências da vida. Hoje contudo, uma grande variedade de métodos matemáticos é aplicada a Bio logia e a Medicina. Pràticamente, cada procedimento utilizado em Física, Química, Engenharia ou Economia tem também encontrado uma aplicação importante em ciências da vida. De qualquer maneira, o impacto do rápido número crescente de aplicações de métodos matemáticos faz-se indispensável que a estudantes de ciências da vida seja oferecidos um treinamento básico em Matemática em níveis de não graduado e graduado".

Não é propósito deste trabalho fazer com que um aluno dos cursos de Medicina ou Farmácia seja desviado para estudar mais Matemática. Deseja-se prepará-lo, ensinando métodos básicos de Matemática e fazê-lo capaz de comunicar-se com matemáticos quando necessitarem de ajuda.

O objetivo das aplicações é transferir o abordado em Cálculo para situações que envolvam tópicos de Biologia, Física ou Química aos alunos de Farmácia e de Medicina.

Segundo, (Gagné, 1973), no livro "Como se Realiza a Aprendizagem" afirma: "Estabelecer condições que tornam possível a transferência do que foi aprendido pode ser considerada com uma importante função, pois envolve procedimentos que influirão, não apenas na aquisição de conhecimentos posteriores, como também na transferência vertical, mas também na aplicação das capacidades a novas situações práticas, quando se trate de transferência horizontal. É de importância observar que a transferência é um fenômeno que depende da aprendizagem prévia".

Observando (Bruner, 1970), vemos que está preocupado em introduzir uma participação ativa do aprendiz no processo da aprendizagem, sobretudo tendo em vista sua ênfase na aprendizagem por descoberta. Ele acredita que a solução de muitos problemas / depende de uma situação ambiental que se apresente como um desafio constante à inteligência do aprendiz, levando-o a resolver problemas, e mais que isto, a promover o fim último de qualquer processo institucional qual seja, a transferência de aprendizagem.

Por outro lado, (Oliveira, 1977), é favorável ao processo da instrução com a apresentação de materiais com sentido, do que com os processos cognitivos do aprendiz. Entende-se que a aprendizagem de material com sentido, o mecanismo humano por excelência para adquirir e guardar a enorme quantidade de idéias e de informações existentes em qualquer corpo de conhecimento. Assim Oliveira, descreve que os materiais devem ser arbitrários e substancialmente relacionados com a estrutura do conhecimento do aprendiz e também devem constar de materiais que sejam logicamente significativos. Material significativo é aquele cujo o conteúdo tenham estruturação lógica inerente e que, potencialmente,possa ser aprendido de modo significativo.

Segundo(Oliveira, 1977),"instrução não consiste em mostrar e falar. O ensino se dá apenas quando o que se precisa ser ensinado pode ser traduzido sob controle de certas contigências e, além do mais, mostrar e falar quando não há consequências relacionadas a isso, não leva a nenhuma aprendizagem". A concepção de Oliveira está no reforço: e enfatiza; "o importante para um professor não é procurar ou encontrar reforços além daqueles que já existem na situação do dia-a-dia, mas sim armar e arranjar melhor as contigências desses esforços em relação as respostas desejadas".

Hoje é notoria a preocupação dos educadores com o desempenho dos estudantes nas diversas disciplinas. Segundo (Kilpatrick, 1974), "a cada conceito associado a um novo exercício,significa um valioso passo dado à frente no enriquecimento de experiências.Aprender as matérias quando elas se tornarem necessárias, será propiciar o desenvolvimento do estudante".

Além dos estudos encontrados na literatura base, buscou-se elementos para a elaboração de condições e meios que viessem ao alcance do que se propunha o trabalho, e pudessem ser aplicado dentro da realidade local. Ensinar Cálculo envolvendo aplicações a outras disciplinas vem se tornando assunto da mais alta importância e foi objeto de conferências proferidas pelos professores Howson, D'Ambrósio, Pollak, Vanlint no 3º Congresso

Internacional sobre Educação Matemática realizado em Karlsuch, Alemanha em 1976. Afirmaram os conferencistas que as aplicações têm-se constituido componentes essenciais para efetividade de um programa. Observaram ainda que o conteúdo das aulas tem sido por diversas vezes puramente teórico e atividades específicas muitas vezes não são realizadas para desenvolver habilidades requeridas para o alcance dos planos de ensino. Nunca é demais lembrar que, ensinar envolve uma série de decisões interrelacionadas de tal sorte que a qualidade do ensino se reflete na qualidade da aprendizagem. Estudos têm sido feitos para encontrar meios para provocar maior rendimento da aprendizagem (Gagné, 1973).

A preservação do sucesso progressivo na aprendizagem dos alunos que estudam com elevado grau de motivação e confiança em si mesmos, reflete, positivamente, na estruturação de sua auto imagem. Estes alunos tornam-se mais perseverantes no desempenho das tarefas, crescem com independência e responsabilidade. Mas, para garantir o sucesso nas experiências de aprendizagem, mudanças ocorrerão nas atitudes dos alunos e professores quanto a realidade do processo ensino-aprendizagem.

A tomada de consciência do tipo de ensino utilizando reforço parece ter sofrido influência do campo da análise e engenharia de sistemas e da psicologia (Almeida, 1976). Tem-se em vista o alcance dos objetivos ou apontar as qualidade dos resultados em vez de delimitar as decisões de um produto mais útil. Em outras palavras, expressa, ao final de um programa, se o produto foi bem sucedido e não como foi produzido.

Constitui propósito deste trabalho colher informações para que decisões sejam tomadas no sentido de modificar, aumentar ou aperfeiçoar os resultados da aprendizagem. É um processo pelo qual seus componentes são expressos em função dos propósitos escolhidos revisa-os e promove condições de procedimento.

O ensino de Cálculo com aplicações é, de tal forma, um fator contribuinte no sentido do aprimoramento da aprendizagem do aluno.

Durante a execução do programa, procurou-se verificar a eficácia, parte por parte, de sua implementação, sugerindo modifi cações ou incluindo novos componentes.

Entretanto, o professor engajado num processo de ensino, utilizando aplicações adequadas não só tomará consciência do aluno em termos da disciplina, mas, também, poderá suprir os pontos fracos e orientar seu ensino no sentido de aperfeiçoá-lo.

Trabalhos desenvolvidos por (Bruner 1970) e Skinner segundo (Oliveira 1977) construiram modelos de ensino para o domínio de aprendizagem. Procuraram estes modelos demonstrar que, se estudantes forem normalmente distribuidos com respeito à aptidão, ao tipo e a qualidade de ensino e o tempo utilizável para aprendizagem forem adequados às características e necessidades de cada estudante ele atingirá a competência dos objetivos.

Mostrou-se que, através de meios alternativos de estudos, é possível dar atendimento ao aluno e torná-lo realmente participante do seu aprendizado. O material construído proporcionou ao aluno fugir do método tradicional, possibilitando-lhe fazer escolhas apropriadas de atividades que se relacionassem com o seu programa escolar.

Os seguintes procedimentos foram empregados na excução deste estudo: Observações, aplicações e utilização de recursos audio-visuais, tendo como meio transparências; estudos de textos especializados, bem como uma coletânea de exercícios adequados, envolvendo aplicações à Biologia, à Física e à Química.

Alguns aspectos devem ser levadas em conta:

- Um programa de ensino que inclui aplicações adequadas tem maiores possibilidades de produzir os resultados desejados, porque oferece maior número de informações relevantes no sentido de minimizar dificuldades;
- A co-participação do estudante nas tarefas de ensino desenvolvem a auto-expressão, responsabilidade, a autoconfiança e a segurança dos mesmos.
- O ensino através de trabalhos práticos propicia uma co-participação de estudantes.

- O procedimento de realimentação a ou aos pequenos grupos com diferentes dificuldades é mais efetivo porque os alunos têm oportunidade de ensinar e serem ensinados por outros colegas numa situação não competitiva.

- A importância de utilizar, no momento, recursos mais sofisticados na apresentação das questões práticas.

- As limitações das condições e recursos de nossa Universidade e do clima propício para a realização deste trabalho de ensino.

Buscou-se investigar os efeitos das aplicações no ambiente natural do Departamento de Matemática do Centro de Ciências da Universidade Federal do Ceará, dentro de um programa disciplinar de Cálculo Diferencial e Integral I, em turmas de alunos dos cursos de Medicina e Farmácia. Comparou-se os resultados dos exames finais das três turmas dos cursos acima com os resultados dos exames finais de mais três turmas sendo uma de Agronomia, uma de Engenharia Mecânica e uma de Geografia, salientando-se que estas três últimas turmas tiveram um tratamento de ensino de modo tradicional e foram escolhidas através de sorteio após a realização de todos os exames finais.

3. O ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I NO PRIMEIRO CICLO DE CIÊNCIAS DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ.

O Primeiro Ciclo está dividido em duas áreas: Ciências e Humanidades. Dos 48 créditos obrigatórios aos alunos do primeiro Ciclo, 8 são reservados para a disciplina Cálculo Diferencial e Integral I, destinada aos alunos da área de Ciências e aos alunos da área de Humanidades dos Cursos de Ciências Contabeis e Ciências Econômicas.

Cálculo Diferencial e Integral I têm, em síntese, uma visão do estudo de funções reais a uma variável, limites, continuidade, derivida e integral definida. (Leithold, L. 1977)

No decorrer do desenvolvimento do conteúdo programático e devido à disciplina exigir uma sequência lógica dos resultados utilizados, faz-se com que, por diversas vezes, os alunos sejam obrigados a porem em prática assuntos de estudos anteriores ao seu ingresso na Universidade.

Por outro lado, quando estas situações aparecem, os professores as explicam, mesmo não fazendo parte do desenvolvimento de uma demonstração ou da resolução de problemas.

Convem lembrar que o Decreto-Lei 464/69 em seu:

> Art-5. - Nas instituições de ensino superior que mantenham diversas modalidades de habilitações, os estudos profissionais de graduação serão precedidos de um Primeiro Ciclo Comum a todos os cursos ou a grupos de cursos afins com as seguintes funções:
>
> (a) recuperação de insuficiências, evidenciadas pelo Concurso Vestibular na formação de alunos;
>
> (b) orientação da escolha de carreira;
>
> (c) realização de estudos básicos para ciclos ulteriores.

A experiência do Primeiro Ciclo tem demonstrado que a recuperação de insuficiências, existentes na formação dos alunos, não se pode fazer com a simples introdução de conhecimentos de natureza informativa ao nível cognitivo.

Os processos de ajustes são complexos e não podem misturar graus diferentes de aprendizagem. Além disso, a seleção feita através do Concurso Vestibular não tem mostrado capaz de evidenciar quais são essas insuficiências:

Tem-se notado que, à medida que os pré-requisitos são desejados, é que se verifica que em muitas situações elas não existem. Então podemos acrescentar que, neste momento, é tarde demais e não se consegue descer ao nível de conhecimento do aluno que ora ingressa na Universidade. O degrau qualitativo entre o ensino médio e o superior deve aqui ser lembrado.

Na execução da disciplina Cálculo Diferencial e Integral I o conteúdo é visto de maneira clara e acessível muitas vezes, inicialmente, de modo intuitivo, seguido de exemplos com interpretações geométricas, quando a condição exigir, até chegar a sua forma rigorosa, quando for necessaria demonstrá-la. Os exemplos estão geralmente dispostos em ordem progressiva de dificuldades.

Os contra-exemplos de algumas situações são mostrados, de modo que se tenha a noção verdadeira de como utilizar e por em prática um resultado apresentado na forma teórica. São evitados exemplos que poderiam ter pouco significado.

Como Cálculo é ofertado a uma grande massa de alunos, atendendo a diversos Cursos, são encaradas mais as situações com exemplos geométricos e as situações físicas.

Para os Cursos onde a Matemática não se constitui instrumento essencial, poucas ou raras aplicações são inseridas à disciplina.

Fica assim evidenciado que a disciplina é ministrada de modo uniforme, salvo para os cursos de Ciências Contábeis e Ciências Econômicas, onde já existe no mercado textos com aplicações dirigidas a estes cursos, fazendo com que os alunos das diferentes carreiras fiquem preocupados como vão utilizar os conhecimentos adquiridos em estudos posteriores. Citemos, por exemplo, um aluno que escolheu como carreira profissional Medicina, Farmácia, Odontologia, Biologia ou outra onde a Matemática não se constitue disciplina pré-requisito para as disciplinas a cursar.

Não resta dúvida que a maioria ou quase a totalidade dos livros textos indicados como referência bibliográfica de Cálculo têm em seu bojo aplicações à Física, à Economia e exercícios de fixação da teoria.

Acontece que, se as aplicações não são dadas a cursos como os já citados, é devido ao fato de que nem todos os professores que lecionam Cálculo estão preparados para tal. Os professores estão preparados para mostrar como um teorema contribui para demonstrar outro teorema ou como um contra-exemplo justifica que dada situação só é verdadeira se dela tirarmos todas as restrições.

Diante disto, fazendo um pouco mais de esforço e na medida das possibilidades, introduzir no curso de Cálculo Diferencial e Integral aplicações e exemplos relacionados com a carreira que abraçará ao concluir a graduação, o aluno verá, o quanto é útil esta disciplina como parte integrante do seu currículo.

4. A IMPORTÂNCIA DO ENSINO DE MATEMÁTICA COM APLICAÇÕES A OUTRAS DISCIPLINAS

Foram as aplicações que motivaram a criação de muitos ramos e mantiveram a Matemática como uma das disciplinas mais importantes. A Matemática possui maiores usos e mais variados que nunca. Alguns professores de Matemática deixam que as aplicações sejam feitas pelos professores das disciplinas que a utilizam como ferramenta. A conveniência das aplicações da Matemática é justificada pelas necessidades futuras dos alunos. Portanto, existem razões para que se introduzam as aplicações de outras disciplinas quando se está ensinando Matemática. Muitos alunos não sentem estímulo para o estudo de Matemática mas podem ser induzidos ao seu estudo como instrumento para resolver problemas que chamem sua atenção. Por outro lado, são as aplicações uma exercitação para verificar se os alunos conseguem sair do abstrato para o concreto.

Muitas vezes utiliza-se em Biologia, em Física ou Economia uma Matemática demasiadamente fria. Nestas atividades comuns têm-se constituido em estabelecer fórmulas mediante argumentos confusos para evitar o uso de Cálculo. Argumentos que o aluno aprende para os exames, sem entendê-los claramente. O professor, por sua vez, conhece melhor as possibilidades dos alunos e as dificuldades que podem surgir e pode antes que estas apareçam discutir com os professores de outras disciplinas de modo que a colaboração mútua produza os efeitos desejados.

Um assunto de Matemática ensinado empregando termos literais e abstratos é muito provável que não seja bem interpretado quando utilizado em outras disciplinas. Se se ensina Matemática insistindo em suas aplicações, não somente seria a mesma valorizada e compreendida como também possível de ficar retida na memória. É desejável que as aplicações da Matemática se ensinem tendendo a desenvolver a habilidade para distinguir as estruturas Matemática, dentro de conjuntos uniformes, prescindindo do resto.

4.1. APLICAÇÕES DA MATEMÁTICA A OUTRAS CIÊNCIAS

"São conhecidas as aplicações da Matemática: à Física, à Economia que derivam do Cálculo Diferencial e Integral. Menos conhecidas são às aplicações de álgebra linear. lógica e teoria dos grafos às Ciências do Comportamento e Ciências Sociais.Estas últimas aplicações são particularmente importantes para a administração e para a tomada de decisão através das técnicas da investigação operativa. Para às aplicações à: Geologia, Geografia, à Biologia e Fisiologia, há uma tendência crescente em todas estas disciplinas para o uso de novas ferramentas matemáticas cada vez menos triviais. Muitos problemas nestas disciplinas tem sido resolvidos, com o uso da probabilidade e da estatística que aparece em aumento na maioria dos planos de estudos atuais. Às vezes estes estudos se realizam com materiais separados, mas em muitos países seguem formando parte dos programas de Matemática. Contudo, apesar de que os textos de Matemática correspondente aos novos programas conter aplicações a muitos ramos, pesando a tradição de limitar às aplicações do Cálculo à Física e à Economia". (NUEVAS TENDENCIAS EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA, 1973).

4.2. FONTES DE MATERIAIS SOBRE O ASSUNTO

"Atualmente existe escassez de problemas, não demasiados conhecidos que podem tratar-se em base a modelos, e que sejam suficientemente simples para que possam ser exposto no ensino de graduação. Algumas revistas dedicadas ao ensino de matemática publicam às vezes interessantes artigos relativos ao ensino. Podem ser mencionados os seguintes periódicos: "Mathematical Gazetta" na Inglaterra, "Educational Studies in Mathematics" na Holanda e "American Mathematical Monthly" nos Estados Unidos da América do Norte. Não poderíamos deixar de ressaltar o "Bulletin of the Institute of Mathematics and its Applications" no Reino Unido, que contém artigos para matemáticos que trabalham na indústria. Assim, são as aplicações da Matemática a outras disciplinas fator que se reveste de grande importância para a valorização do ensino da mesma" (NUEVAS TENDENCIAS EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA, 1973).

5. A MATEMÁTICA CONTRIBUINDO PARA A APRENDIZAGEM DE OUTRAS DISCIPLINAS.

Ensinar matemática pode resultar em contribuições como: determinar a concentração, o crescimento de uma cultura de bactérias, formular processos de contagem de células através de microscópios;cada uma reação química entre duas substâncias, encontrar a velocidade de concentração do composto resultante ((Grossman, Stanley, 1974); representar graficamente uma equação ((Daniels, F. 1956); determinar reações cinéticas (Frams, Roger G.E, 1966); determinar absorção do raio-x, controle de biossíntese, medida da quantidade de sangue que flui através de um vaso sanguineo (Simon, W, 1972).

Contudo os professores de Matemática e os de outras disciplinas que requerem desta recursos auxiliares para o desenvolvimento de suas disciplinas, devem juntar seus esforços para trabalhar unidas, se bem que devam ensinar por separado. Devem , portanto, buscar uma organização de conteudo e um método de ensino que consigam assegurar a correção eficiência e rendimento,tanto da Matemática como das outras disciplinas.

Por suposição, a Matemática pode existir como um corpo por inteiro independente do saber teórico. As estruturas da Matemática se bastam a si mesmas e servem de ponto de partida a novas estruturas mais complexas e abstratas, as quais, em sua maioria, chegam a ter aplicações utéis. O enorme acervo do saber Matemático de que hoje se dispõe excede a capacidade do horário designado ao ensino escolar. Mas, o estudo da Matemática ganha , quando o seu conteúdo se relacione com idéias, princípios e teorias próprias de outras ciências. Não, obstante como professores de Matemática, temos que procurar um equilíbrio entre as aplicações científicas desta e sua aprendizagem que por si mesmo (se desloque sempre, de maneira que a Matemática se sobressaia.

Por outro lado, é de supor-se que, se não houvessem outras ciências, haveria de ser necessário que os próprios professores de Matemática inventassem aplicações a fim de que sua especialidade fosse útil.

6. DESCRIÇÃO DA METODOLOGIA

6.1. ESQUEMA DE ESTUDO

A experiência foi realizada com alunos dos Cursos de Medicina e Farmácia matriculados na Disciplina Cálculo Diferencial e Integral I, ofertada pelo Departamento de Matemática do Centro de Ciências da Universidade Federal do Ceará durante o segundo semestre do ano de 1978. Três professores e três monitores participaram do processo de ensino desta, envolvendo aplicações às disciplinas Biologia, Física e Química, disciplinas estas, obrigatórias do Primeiro Ciclo de Ciências.

Semestralmente ingressam 100 alunos para o Curso de Medicina e 50 alunos para o Curso de Farmácia, os quais ficam distribuidos em turmas com 50 alunos cada, segundo instruções do Departamento de Ensino de Graduação, orgão controlador da matrícula. Em cada turma só existem alunos de um mesmo Curso. Assim um aluno de Curso de Farmácia não está na turma do Curso de Medicina e vice-versa. Os demais alunos que ingressaram neste semestre perfazendo 750, ficaram divididos em turmas também de 50 alunos e obedecendo o critério do Curso escolhido quando do Concurso Vestibular. Portanto, funcionaram ao todo 18 turmas com 50 alunos cada.

Para ministrar as aulas da disciplina Cálculo Diferencial e Integral I não existem objeções por parte dos professores do Departamento de Matemática com relação ao Curso a eles designados. Todos os professores estão em regime de tempo integral. e ficam independente da escolha do horário. A única escolha coube ao autor da experiência que desejava atuar como professor de uma das três turmas. Quanto aos monitores sendo alunos dos últimos semestres da graduação suas escolhas foram de acordo com os horários por eles preferidos de modo a não prejudicar suas atividades discentes.

Na semana que antecedeu o início das aulas houve uma reunião com os professores que ficariam responsáveis por Cálculo Diferencial e Integral I e comunicou-se que as turmas de alu nos do Curso de Medicina e a turma do Curso de Farmácia teriam aulas teóricas de maneira semelhante as demais turmas e que nas atividades práticas seriam introduzidas situações com aplicações à área de conhecimento por elas a serem desenvolvidas. Por exemplo situações de Biologia, Física ou Química empregando a teoria de Cálculo vista não só na aula anterior como em outras aulas.Foi lembrado que, como todo o currículo escolar de Matemática é montado sequencialmente, para o ponto de vista educacional são fundamentais os pré-requisitos. Observação feita com o intuito de não haver prejuízo em alguns tópicos, já que em três turmas havia mais assuntos a serem desenvolvidos e o rítmo não poderia ser quebrado. Esclareceu-se que, durante a parte prática do Curso onde haveria turmas engajadas na experiência, os exercícios diversificados não seriam colocados de imediato, isto é, obedeceriam uma sequência gradativa. De início, os alunos iriam sendo levados a tomar contato com uma situação por exemplo um problema ou um artigo ou um assunto que envolvesse aspectos da natureza como seja o crescimento de planta, a velocidade de uma reação química, o crescimento de uma cultura de bactérias etc.

Ficou também claro que tanto os trabalhos de avaliação em sala como os trabalhos feitos e entregues para constar na ficha padrão de contrôle de promoção escolar da Universidade seriam mantidos.

Esclareceu-se que seriam utilizados recursos audio-visuais, por exemplo, projeções de transparências para que o tempo não fosse disperdiçado e houvesse tempo para que os alunos fizessem exercícios de fixação da teoria bem como os exercícios ou atividades relacionadas com a experiência.

Depois destes esclarecimentos feitos pelo autor da experiência, os professores que estavam designados pelo Departamento para atuarem nestas turmas não fizeram objeção e solicitaram uma reunião em conjunto com os monitores que haviam escolhido os horários para trabalharem com aquelas turmas.

Depois disto ficou aprovado pelos professores a execução da experiência. Salientou-se que a presente experiência tinha como finalidade verificar os efeitos das aplicações de Cálculo a outras disciplinas em estudo a ser feito empregando tratamento estatístico e, em seguida, esclareceu-se que os objetivos eram:

- examinar e analisar se a realização escolar do aluno em Cálculo está associada ao seu desempenho em outras disciplinas do mesmo semestre;
- capacitar o aluno a utilizar e aplicar, como ferramentas temas e idéias matemáticas que lhes forem novas no sentido de que não lhes foram ensinadas explicitamente ou sistemáticamente.

Antes de terminar a reunião o coordenador da disciplina reforçou que a mesma teria uma carga horária de 90 horas- aulas com duração de aproximadamente 16 semanas com três períodos de duas aulas consecutivas em cada semana, horário este estabelecido pelo Departamento de Ensino de Graduação.

Como os professores que atuariam na experiência haviam solicitado uma reunião com os monitores para, em conjunto atuarem seguramente com o processo, a mesma aconteceu logo no dia seguinte.

Na reunião com os professores e monitores que atuariam na experiência, comunicou-se que se tratava de uma experiência de ensino de Cálculo utilizando aplicações à Física, à Biologia e à Química, aos alunos das turmas dos Cursos de Medicina e Farmácia que estavam ingressando na Universidade e, como os monitores que alí estavam, haviam solicitado aqueles horários e estavam sendo coordenados por professores que atuariam na experiência. Perguntou-se-lhes se havia objeção com relação ao tipo de trabalho,pois eles teriam uma carga maior com relação aos outros colegas da monitoria. Obteve-se como resposta unânime que estavam dispostos a colàborar e queriam detalhes de como seria executada a experiência. A primeira decisão foi que às sextas-feiras , durante o semestre, estariam reunidos os três professores e os três monitores para verificar o andamento da experiência e avaliar e analisar tanto comportamento como atuação dos alunos nesta experiência.

A segunda decisão foi com relação às possíveis dificuldades que seriam encontradas, tanto pelos professores como pelos monitores, para o recebimento do material a ser utilizado na experiência. Ficou esclarecido que os monitores como os demais outros trabalhariam na sala destinada para eles. Ficou também explícito que cada um dos monitores poderia esclarecer as dúvidas dos alunos das três turmas no que abrangesse aspectos teóricos de Cálculo e com relação aos exercícios para serem resolvidos em casa. Resolveu-se nesta reunião que todas as sextas-feiras deveriam ser montados os materiais a serem utilizados nas semans seguintes. Como fontes iniciais para a montagem do material foi apresentado pelo autor da experiência uma relação de livros de Matemática, contendo exercícios com aplicações dirigidas às ciências da saúde e ciências da vida: Física, Química, Biologia e Ecologia. Dentre os textos que seriam consultados, foram enunciados: E. Batschelet: "Introdução à Matemática para Biocientistas", Bobrow, D.G., Butles, J.N: "The Calculus of Chemistry; Defares , J.G., Snedbon, J.N., Wise M.E: "An Introduction the Mathematics of Medicine and Biology; Campbell, H.G., Spencer, R.E: "A Short Course in Calculus With Applications", Hammen, C.S: "Elementary Quantitative Biology", Lotka, A.J: "Elements of Mathematical Biology", Além destes livros seriam consultados artigos de revistas semelhantes a "Science", os quais são leituras acessíveis aos alunos que estão ingressando na Universidade.

Na semana seguinte iniciaram-se as aulas. O desenvolvimento do Curso procedeu da seguinte maneira: em cada dia, as aulas estavam divididas em duas partes. Cada uma com aproximadamente uma hora-aula correspondendo a 50 minutos. Na primeira parte era apresentada a teoria, partindo sempre de conceitos básicos de Matemática utilizando casos particulares e empregando na medida das necessidades o auxílio de entes geométricos para uma melhor visualização nas interpretações das definições e dos teoremas e dos exercícios. Como os alunos estavam tomando contato com Cálculo Diferencial e Integral pela primeira vez, muitas situações foram feitas evitando o rigor matemático utilizado nas demonstrações das disposições. Na segunda parte, vinha a prática da teoria vista na aula anterior. Neste espaço de tempo ficam propostos exercícios simples com soluções exigindo pouco dos alunos. Foram propostos também exercícios de simples soluções envolvendo aplicações de fixação da teoria vista na aula anterior. Foram feitos também, durante as aulas práticas, estudos em grupo, onde os alunos procuravam por si assenhoraram-se da teoria. Além disto foram propostos tanto pelos alunos como pelos professores situações que envolviam assuntos da vida prática. Como os alunos poderiam utilizar a parte prática para fazer exposições de assuntos de Biologia, Física, Química ou outra disciplina que envolvesse Matemática como ferramenta e isto foi feito com três artigos publicados na revista Science: (Octave Levenspici and Noel de Nevers-"The Osmotic Pump" Science-183; 157-160, 1974); (Paul J. Flory-"Spatial Configuration of Macromolecular" Science-188 ; 1268-1276, 1975); (Robert R. Warnen at al. -Sex Change and Sexual Selection" Science-190; 633-638, 1975). Durante as exposições os alunos se interessavam em verificar os tópicos de Matemática que estavam inseridos nos textos. Um fato que impossibilitou a apresentação de mais artigos foi o motivo de poucos alunos lerem inglês. Acontecia que, aqueles que entendia a língua traduziam para os demais colegas de sua turma.

Ainda, como parte complementar da disciplina Cálculo Diferencial e Integral I, existem os monitores, diariamente de segunda a sábado nos horários de 8 às 12 horas e de segunda a sexta nos horários de 14 às 18 horas em uma sala a eles destinadas e prontos para esclarecer dúvidas referentes a teoria, bem como seus exercícios passados para serem resolvidos em casa. Além do exposto os alunos podem ir diretamente aos seus professores fora do horário das aulas. Os professores dedicam em sua carga horária, um mínimo de 3 horas semanais para o atendimento a seus alunos.

6.2. PROCEDIMENTOS

Durante as aulas práticas os alunos estavam divididos em grupos de trabalho. Os grupos foram constituidos aleatoriamente, e, durante esta parte da aula, os alunos recebiam exercícios com aplicações de Cálculo à Física, à Química e à Biologia. Tiveram oportunidade de tomar contato com textos envolvendo assunto de Física, Química ou Biologia.

Aconteceu, por diversas vezes, que os alunos apresentavam situações da vida prática integrando a teoria vista nas aulas anteriores. Por exemplo: representar graficamente uma população; calcular a população de um país que duplica a sua quantidade de habitantes, a cada 27 anos; construir o gráfico de crescimento de uma planta dada; determinar o peso de um objeto que está a uma certa altura da terra. Nas aulas práticas, os alunos as tornaram também ativas, quando uma situação de Biologia, Física ou Química era projetada e logo em seguida procuravam obter solução. Estas projeções foram feitas utilizando retroprojetor . Houve ainda, como, atividade prática, exposições de 3 artigos publicados na revista Science, ensejando que os alunos tomasse conhecimento como a Matemática era utilizada nos referidos artigos. Durante um dos trabalhos práticos foi solicitado que os alunos fizessem uma interpretação do conceito de derivada.

Observou-se que, durante as exposições os alunos estavam sempre atentos, pois havia duplo interesse pelos artigos ou seja como a Matemática é utilizada e os conceitos novos que estavam inseridos nos arigos. Como já foi dito, o propósito do artigo era de mostrar como a Matemática atuava como disciplina auxiliar na compreensão dos artigos é como eles, alunos, poderiam visualizar os conceitos aprendidos durante as aulas de Cálculo e associá-los aos que vinham inseridos no artigos.

Quanto aos professores e monitores que atuaram na experiência, estes, como já foi mancionado, eram orientados pelo autor da experiência e durante o planejamento dos trabalhos práticos aproveitavam a oportunidade para contribuir com sugestões que se tornaram valiosas.

Em cada sexta feira estavam os professores reunidos e nestas reuniões todo o material a ser consultado também ficava a disposição dos mesmos. Nas reuniões, bem como no decorrer do semestre, não houve interferência do autor quanto à indicação das atividades para serem desenvolvidas nas aulas práticas. Nas reuniões, procurou-se resguardar a liberdade de ação pedagógica dos professores e dos monitores quando estavam atuando na parte prática da disciplina Cálculo Diferencial e Integral I. Acontecia que nas reuniões os professores relatavam verbalmente o andamento dos trabalhos e aproveitavam a oportunidade para fazer observações sobre as reações dos alunos em face às aplicações, bem como, às dificuldades encontradas durante a execução. Professores e monitores reconheciam que as dificuldades alegadas pelos alunos eram por não estarem acostumados a fazer estudo em grupo, eram também devido a falta de hábito de leitura de textos.

Os alunos, durante os trabalhos, expressavam que o processo exigia mais deles e os estimulava para estudo. Destacaram os alunos que enfrentavam dificuldades para o cumprimento efetivo das tarefas pois por diversas vezes tinham que consultar professores de outras disciplinas fazendo com que houvesse desperdício de tempo. Os alunos, no início, encontraram dificuldade na utilização da Biblioteca da Universidade, em virtude de estarem acostumados a ter em mãos somente livros textos indicados exclusivamente para os cursos que faziam.

Os professores acharam que o número elevado de alunos por turma tornou difícil atender individualmente a todos, e durante os trabalhos que eram feitos em grupos, quando começavam a surgir as dúvidas, os professores não sabiam a quem atender. Este problema foi solucionado a partir da terceira semana de aula, pondo em prática, o sistema de perguntas escritas.

6.3. ALUNOS

Foram 150 alunos já mencionados dos Cursos de Medicina e de Farmácia divididos em 3 turmas de acordo com o Curso escolhido, Este grupo foi denominado de grupo experimental. Cada turma do grupo experimental tinha aproximadamente 50 alunos. Outros 150 alunos, como também já foi mencionado, constituiram o grupo controle, o qual foi dividido em três turmas com 50 alu nos cada de acordo com o curso por eles escolhido. As turmas do grupo eram constituidas da seguinte maneira: uma do Curso de Agronomia, uma do Curso de Engenharia Mecânica e uma do Curso de Geografia. A escolha das turmas que compunham o grupo controle foi feita através de sorteio após a realização de todos os exames finais do semestre. (Veja tabela 1).

Tabela 1 - Distribuição das turmas por grupo.

GE		GC	
CURSO	TURMA	CURSO	TURMA
Medicina	A	Geografia	D
Medicina	B	Agronomia	E
Farmácia	C	Eng.Mecânica	F

GE - GRUPO EXPERIMENTAL

GC - GRUPO CONTROLE

As turmas de ambos os grupos eram formadas por alunos que na maioria cursavam as disciplinas: Cálculo Diferencial e Integral I, Biologia Geral I, Física Geral I e Química Geral I.

Em virtude de ter havido desistência, bem como alguns alunos que obtiveram condições de chegar aos exames finais; observou-se que somente 143 alunos do grupo experimental e 131 alunos do grupo controle tiveram oportunidade de fazer o referido exame.

Todas as 6 turmas prestaram exames finais de cada disciplina obedecendo uma única prova e um horário único.

Devido a esta condição foi que optou-se pela utilização das três turmas controle, já que constatou-se ser esta uma das melhores condições de se avaliar o método.

É bom salientar que todos os exames finais que foram aplicados às turmas do Primeiro Ciclo foram sempre elaborados pelos professores que atuaram no semestre ou com os professores das disciplinas e mais ainda para cada disciplina existe uma única prova.

7.4. TRATAMENTO ESTATÍSTICO

O objetivo maior desse trabalho é o de investigar respostas de aprendizagem no ensino de Cálculo Diferencial e Integral com aplicações no 1º Ciclo de Estudos na Universidade Federal do Ceará. Para atingir tal objetivo é necessário recorrer-se à abordagem estatística dentro de um modêlo experimental conveniente ao problema.

As informações coletadas constavam das menções obtidas nos exames finais das disciplinas citadas. As menções faziam parte de uma escala de mensuração ordinal constituida dos escores: M = mau (1), I = insuficiente (2), R = regular (3), B = bom (4), E = excelente (5).

Nestes trabalho as informações que são utilizadas provem de amostras independentes e são mensuradas em escala ordinal. Como o interesse inferencial deste trabalho é o de se comparar resultados à partir dessas informações, a técnica estatística conhecida na literatura como "teste de Kolmogorov-Smirnov para duas amostras independentes" (Conover, 1971 e Siegel, 1977) surge como a mais adequada. Tal teste possui como estatística de "prova" a quantidade

$$T = \sup_x \left| S_1(x) - S_2(x) \right|$$

onde $S_1(x) = k/n_1$ é a função acumulada observada de uma das amostras, n_1 é o número de escores desta amostra e k o número de escores não superiores a x. $S_2(x)$ é igual a função cumulativa observada para a outra amostra. Para este tipo de teste foi utilizada a prova bilateral e, todas as análises foram realizadas ao nível de significância $\alpha = 0{,}01$.

A sequência dos estágios para a aplicação do teste de Kolmogorov-Smirnov obedeceu a seguinte ordem:

1. Dispor cada um dos dois grupos de observação em distribuição cumulativa de frequências, utilizando os mesmos intervalos para ambas as distribuições;
2. Por subtração determinar a diferença entre as duas distribuições amostrais cumulativas em cada intervalo;
3. Determinar a maior dessas diferenças: é o valor T;
4. O método para determinar a significância do valor observado de T depende do tamanho das amostras;
5. Para a prova bilateral quando n_1 e n_2 são ambos maiores que 40, usa-se

   $$T_\alpha = 1,63 \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2}},$$ onde o nível de significância $\alpha = 0,01$.

   T_α é o valor crítico tabelado para o teste de Kolmogorov-Smirnov; n_1 é o número de observações do grupo 1,
   n_2 é o número de observações do grupo 2.
6. Comparando o valor observado T com o valor crítico T_α pode-se afirmar se as distribuições das menções apresentam um mesmo padrão ou não.

   T inferior a T_α indica que não houve diferença significativa ao nível $\alpha = 0,01$ entre os tratamentos dispensados às turmas ou grupos;

   T igual ou superior a T_α indica que houve diferença significativa ao nível $\alpha = 0,01$ entre os tratamentos dispensados às turmas ou grupos.

Como etapa preliminar na análise dos dados usou-se o teste de Kolmogorov-Smirnov para verificar a homogeneidade das turmas dentro dos grupos GE e GC. Essa verificação foi realizada por disciplina dentro dos grupos. Um exemplo preliminar do procedimento utilizado é apresentado em detalhes para a disciplina Cálculo Diferencial e Integral nas turmas do grupo experimental.

7. ANÁLISE DOS DADOS

Os resultados da análise dos dados são apresentados a seguir: inicialmente foram grupadas as menções dos exames finais de cada uma das 6 (seis) turmas.

Tabela - 2 CONCEITOS DOS EXAMES FINAIS DAS 6 (SEIS) TURMAS

TURMA A

	CÁLCULO	BIOLOGIA	QUÍMICA	FÍSICA
1.	R	B	B	B
2.	R	B	B	B
3.	E	B	R	E
4.	[illegible]	R	I	E
5.	E	B	E	B
6.	B	R	R	B
7.	B	R	R	B
8.	R	R	R	B
9.	R	E	B	B
10.	I	B	I	R
11.	B	R	R	R
12.	R	R	R	B
13.	-	R	I	-
14.	B	B	R	R
15.	R	R	I	R
16.	B	B	R	R
17	I	R	I	R
18.	B	R	B	R
19.	R	B	I	R
20.	R	R	I	R
21.	R	E	B	B
22.	B	B	R	R
23.	B	B	B	R
24	R	R	R	R
25	B	I	R	B
26.	R	B	I	R
27.	B	R	B	R
28.	I	R	R	R
29.	R	R	R	R
30.	B	R	R	B
31.	B	R	B	R
32.	R	B	R	R
33.	R	B	E	B
34.	I	R	I	I
35.	I	R	I	I
36.	R	B	I	R
37.	R	B	R	B
38.	E	B	E	B
39.	I	R	R	R
40.	B	B	R	R
41.	R	R	R	R
42.	R	R	I	R
43.	I	I	R	B
44.	B	B	R	R
45.	I	B	R	I
46.	I	E	R	R
47.	B	B	R	R

TURMA B

	CÁLCULO	BIOLOGIA	QUÍMICA	FÍSICA
1.	R	R	R	R
2.	I	I	B	B
3.	R	R	B	R
4.	R	I	I	R
5.	I	R	R	B
6.	R	I	R	B
7.	I	B	R	R
8.	R	R	R	B
9.	R	R	R	B
10.	I	R	B	R
11.	R	I	R	B
12.	R	R	R	R
13.	R	R	B	R
14.	R	R	B	B
15.	I	B	R	R
16.	R	B	R	B
17.	I	I	R	R
18.	R	I	E	B
19.	R	R	B	R
20.	R	R	I	R
21.	R	B	B	R
22.	R	R	R	R
23.	I	R	R	R
24.	R	R	R	B
25.	R	B	R	B
26.	I	R	I	R
27.	I	R	I	R
28.	I	R	I	B
29.	R	R	R	R
30.	I	I	R	I
31.	R	B	B	R
32.	B	B	B	R
33.	B	B	R	R
34.	I	R	R	R
35.	B	B	B	R
36.	R	R	B	B
37.	M	R	R	-
38.	I	R	E	R
39.	R	B	E	B
40.	R	R	R	B
41.	R	R	B	B
42.	I	B	R	R
43.	M	R	R	M
44.	R	B	E	B
45.	R	R	R	R
46.	R	R	R	R
47.	M	R	R	R
48.	R	I	R	R

TURMA C

	CÁLCULO	BIOLOGIA	QUÍMICA	FÍSICA
1.	M	R	R	-
2.	M	I	I	R
3.	I	R	R	I
4.	I	I	I	-
5.	I	I	I	-
6.	I	R	B	-
7.	M	R	I	-
8.	I	I	I	-
9.	I	I	B	-
10.	I	R	I	-
11.	I	R	R	-
12.	I	R	I	-
13.	I	R	R	-
14.	I	R	R	R
15.	R	R	I	I
16.	I	I	I	-
17.	-	R	B	-
18.	R	R	B	I
19.	M	I	M	-
20.	-	R	M	-
21.	I	I	R	-
22.	I	I	R	-
23.	-	R	R	-
24.	I	R	B	R
25.	I	R	I	R
26.	I	I	I	-
27.	M	I	I	-
28.	I	R	R	R
29.	M	I	R	-
30.	I	I	R	-
31.	I	R	I	R
32.	I	R	R	-
33.	I	I	-	M
34.	I	I	I	R
35.	M	I	I	-
36.	M	R	I	-
37.	-	R	I	-
38.	I	R	R	-
39.	I	I	R	-
40.	I	R	R	-
41.	I	I	I	-
42.	I	R	R	R
43.	I	R	R	-
44.	I	I	R	M
45.	R	R	R	R
46.	M	I	I	-
47.	I	I	R	-
48.	I	R	I	-

TURMA D

	QUÍMICA	BIOLOGIA	FÍSICA	CÁLCULO
1.	R	R	B	B
2.	I	R	M	M
3.	R	B	M	M
4.	B	I	R	I
5.	I	R	B	I
6.	I	I	M	R
7.	I	R	I	I
8.	I	B	M	I
9.	R	R	I	I
10.	I	B	M	M
11.	M	I	M	I
12.	R	R	I	I
13.	R	R	B	R
14.	R	R	I	I
15.	R	I	M	I
16.	M	R	M	I
17.	I	I	R	M
18.	I	R	M	I
19.	R	R	R	R
20.	I	R	I	I
21.	I	I	R	I
22.	M	I	M	M
23.	I	I	I	R
24.	R	R	R	B
25.	R	R	M	M
26.	M	M	R	I
27.	R	R	R	I
28.	R	R	M	I
29.	R	I	M	I
30.	M	I	M	I
31.	M	I	M	I
32.	I	R	M	I
33.	R	R	I	I
34.	I	B	M	R
35.	I	I	R	I
36.	I	R	R	I
37.	B	B	R	R
38.	M	R	I	R
39.	R	I	M	I

TURMA E

	BIOLOGIA	CÁLCULO	QUÍMICA	FÍSICA
1.	R	M	R	I
2.	R	I	R	I
3.	B	M	R	I
4.	B	R	R	M
5.	I	R	R	M
6.	R	I	M	M
7.	B	M	R	M
8.	R	M	M	M
9.	R	M	I	I
10.	I	I	R	M
11.	B	M	I	M
12.	I	M	I	M
13.	I	M	M	M
14.	I	M	R	M
15.	R	R	R	M
16.	R	M	R	I
17.	B	R	I	M
18.	I	M	M	M
19.	R	I	R	M
20.	B	M	R	M
21.	R	R	I	I
22.	R	I	B	B
23.	R	M	R	M
24.	B	I	R	M
25.	R	M	R	M
26.	R	I	I	R
27.	R	I	R	I
28.	R	I	R	R
29.	R	M	R	R
30.	B	I	I	I
31.	R	M	I	M
32.	B	M	M	M
33.	M	M	M	M
34.	B	R	I	R
35.	M	M	M	M
36.	R	M	I	M
37.	R	I	I	M
38.	I	M	R	M
39.	B	I	I	M
40.	B	I	R	I
41.	B	I	R	I
42.	R	I	I	I
43.	R	I	R	I
44.	I	M	R	M
45.	B	M	R	I

TURMA F

	FÍSICA	QUÍMICA	CÁLCULO	BIOLOGIA
1.	E	B	B	B
2.	R	B	R	B
3.	R	R	R	B
4.	B	B	B	R
5.	B	B	R	R
6.	I	M	M	B
7.	R	B	E	B
8.	B	R	R	R
9.	R	R	I	B
10.	R	B	B	B
11.	B	B	R	R
12.	R	R	I	R
13.	B	B	B	B
14.	R	I	R	B
15.	I	R	B	I
16.	I	R	I	B
17.	B	I	I	R
18.	R	R	M	R
19.	-	B	-	B
20.	R	B	I	R
21.	B	R	I	B
22.	R	B	B	B
23.	R	B	I	R
24.	B	B	R	B
25.	I	R	R	R
26.	I	R	I	R
27.	R	R	R	R
28.	R	I	M	B
29.	B	R	E	E
30.	R	I	B	B
31.	-	R	M	B
32.	B	B	B	B
33.	B	R	E	B
34.	R	E	B	E
35.	R	R	I	R
36.	R	I	R	R
37.	B	R	I	R
38.	B	R	I	R
39.	R	R	R	B
40.	E	B	I	B
41.	R	R	R	R
42.	R	B	B	R
43.	B	B	R	R
44.	R	R	B	R
45.	I	I	I	R
46.	R	B	M	B
47.	R	B	E	R

Em seguida as menções das turmas foram grupadas por disciplina.

Tabela 3 - Distribuição das menções obtidas pelos alunos nos exames finais.

	CÁLCULO						BIOLOGIA						FÍSICA						QUÍMICA					
	A	B	C	D	E	F	A	B	C	D	E	F	A	B	C	D	E	F	A	B	C	D	E	F
M	0	4	3	6	22	5	0	0	0	1	2	0	0	1	2	19	27	0	0	0	2	4	8	0
I	9	14	32	23	16	13	2	8	21	13	8	1	3	1	3	8	13	6	12	5	20	15	13	6
R	19	27	3	8	7	13	24	21	27	20	21	23	24	27	9	3	5	24	23	27	20	17	23	21
B	15	3	0	2	0	12	18	12	0	5	14	21	17	18	0	3	0	13	8	12	5	3	1	19
E	3	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	2	4	4	0	0	0	1

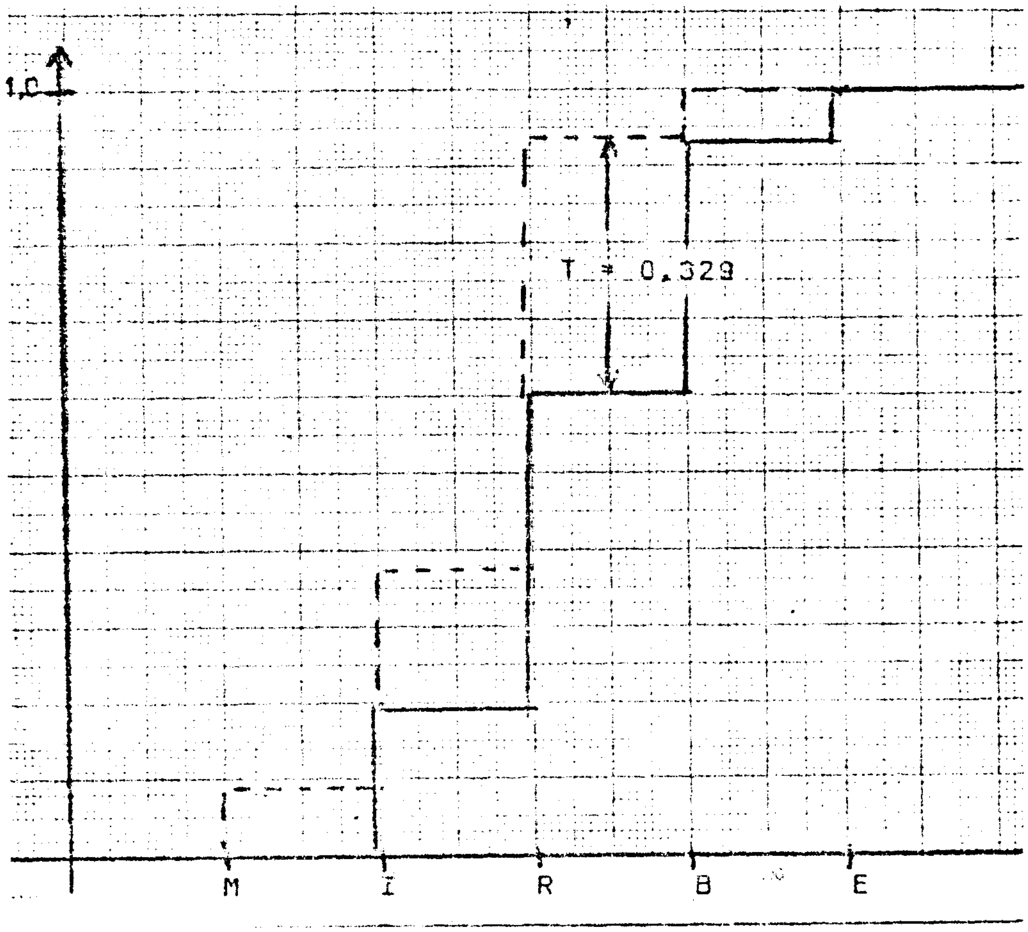
TURMAS: Experimentais - A, B, C
Controle - D, E, F

MENÇÕES: M = mau (1)
I = insuficiente (2)
R = regular (3)
B = bom (4)
E = excelente (5)

Observou-se que nesta última tabela em quase todas turmas onde há frequência da menção E = excelente, não há frequência da menção M = mau e vice versa. De um modo geral as menções se concentraram abaixo de menção B = bom. Observou-se também que a menção M = mau predominou nas turmas do grupo GC. A menção M = mau obtida no exame final significa em não aprovação na disciplina. As tabelas e os gráficos que vem a seguir apresentam em detalhes o teste de Kolmogorov-Smirnov aplicado a disciplina Cálculo Diferencial e Integral I nas 3 (três) turmas do grupo GE.

Tabela - 4 Comparação da turma A com a turma B

MENÇÕES / TURMAS		M	I	R	B	E
FREQUÊNCIAS ABSOLUTAS	A	0	9	19	15	3
	B	4	14	27	3	0
FREQUÊNCIAS RELATIVAS	A	0	9/46	28/46	43/46	1
	B	4/48	18/48	45/48	1	1
$T = \sup\limits_{x} \lvert S_1(x) - S_2(x) \rvert$		0,083	0,179	0,329	0,065	0
$T_\alpha = 1,63 \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2}}$		T_α = 0,336				



TURMAS

A ———————

B - - - - - - -

Gráfico 1

Vemos pela tabela e gráfico acima que o valor encontrado T = 0,329 é menor que o valor T_α = 0,336, logo podemos inferir que os grupos se comportaram de modo homogêneo.

Tabela - 5. Comparação da turma A com a turma C

MENÇÕES / TURMAS		M	I	R	B	E
FREQUÊNCIAS ABSOLUTAS	A	0	9	19	15	3
	C	9	32	3	0	0
FREQUÊNCIAS RELATIVAS	A	0	9/46	28/46	43/46	1
	C	9/44	41/44	1	1	1
$T = \sup_x \lvert S_1(x) - S_2(x) \rvert$		0,205	0,736	0,391	0,065	0
$T_\alpha = 1,63 \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2}}$		$T_\alpha = 0,343$				

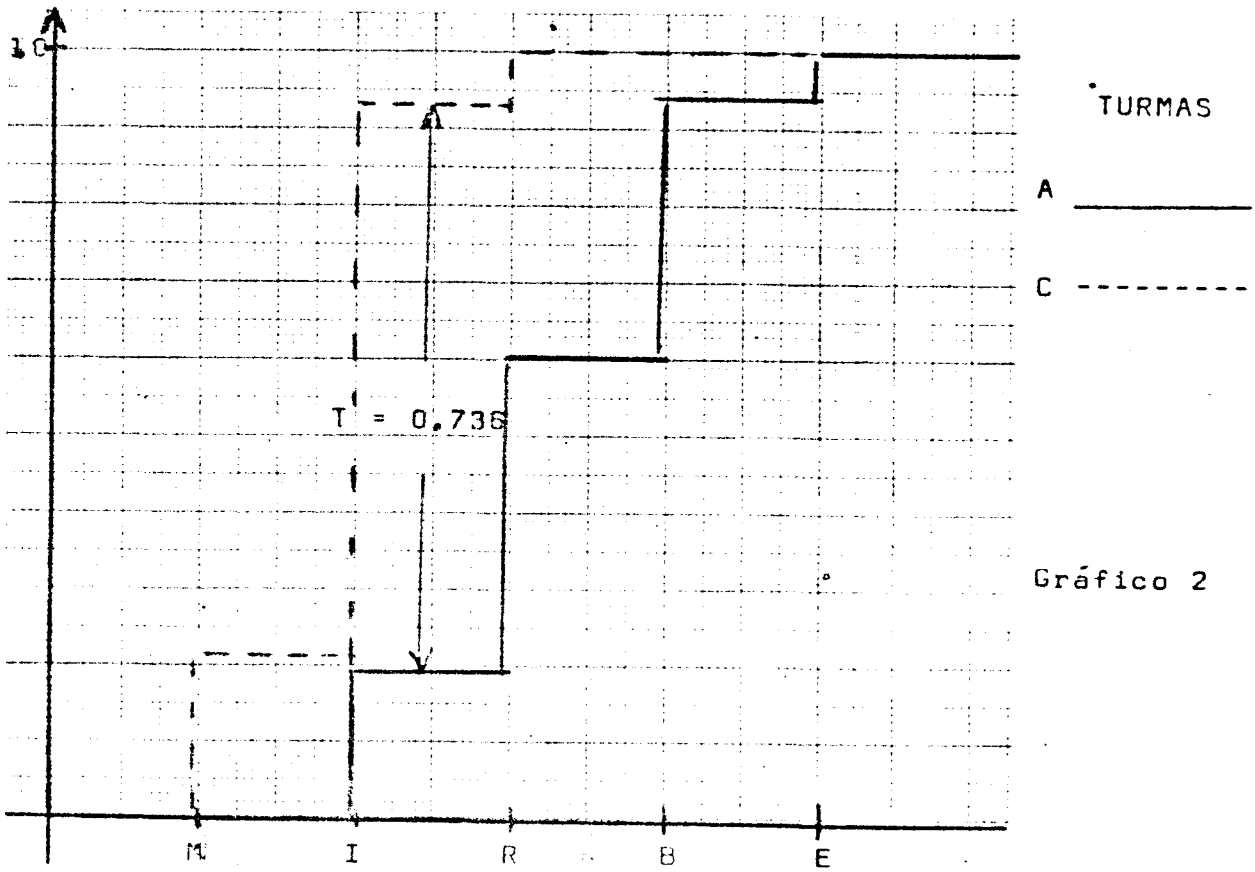
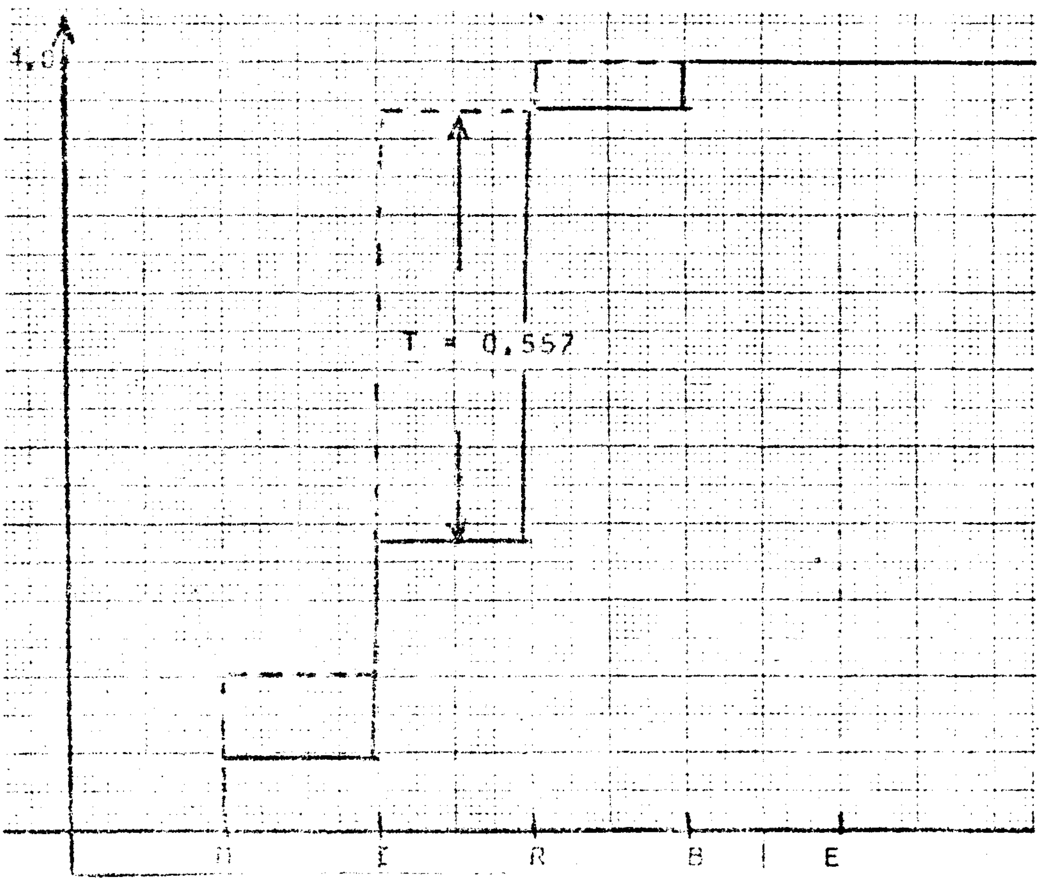


Gráfico 2

Vemos pela tabela e gráfico acima que o valor encontrado T = 0,736 é superior ao valor crítico T_α = 0,343; logo podemos inferir que os grupos não se comportaram de modo homogêneo.

Tabela - 6 Comparação da turma B com a turma C

TURMAS \ MENÇÕES		M	I	R	B	E
FREQUÊNCIAS ABSOLUTAS	B	4	14	27	3	0
	C	9	32	3	0	0
FREQUÊNCIAS RELATIVAS	B	4/48	18/48	45/48	1	1
	C	9/44	41/44	1	1	1
$T = \sup_x \lvert S_1(x) - S_2(x) \rvert$		0,122	0,557	0,062	0	0
$T_\alpha = 1,63\sqrt{\dfrac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2}}$		$T_\alpha = 0,340$				



TURMAS

B ________

C --------

Gráfico 3

Vemos pela tabela e gráfico acima que o valor encontrado T = 0,557 é superior ao valor crítico T_α = 0,340, logo podemos inferir que os grupos não se comportaram de modo homogêneo.

Com o objetivo de termos a maior homogeneidade possível intra grupos, aplicou-se o procedimento de Kolmogorov-Smirnov para verificar a nível das disciplinas o grau de concordância dos resultados encontrados. Na tabela abaixo concentra-se o sumário do procedimento estatístico adotado.

Tabela 7 - Resultados da comparação por disciplina dentro dos grupos.

GE				GC			
DISCIPLINA	TURMAS	T	T_α	DISCIPLINA	TURMAS	T	T_α
	A e B	0,329	0,336		D e E	0,335	0,357
Cálculo	A e C	0,736	0,343	Cálculo	D e F	0,353	0,354
	B e C	0,557	0,340		E e F	0,453	0,342
	A e B	0,197	0,334		D e E	0,183	0,357
Biologia	A e C	0,447	0,334	Biologia	D e F	0,361	0,353
	B e C	0,271	0,332		E e F	0,201	0,340
	A e B	0,043	0,338		D e E	0,197	0,337
Física	A e C	0,413	0,497	Física	D e F	0,557	0,357
	B e C	0,383	0,496		E e F	0,756	0,343
	A e B	0,151	0,334		D e E	0,075	0,357
Química	A e C	0,213	0,336	Química	D e F	0,359	0,353
	B e C	0,364	0,334		E e F	0,404	0,340

Pelo resultado apresentado verificamos que no GE, devem ficar as turmas A e B e no GC as turmas D e E. As turmas relacionadas correspondem a Medicina, Agronomia e Geografia, conforme tabela a seguir.

Tabela 8 - Distribuição das turmas após a triagem

NGE		NGC	
CURSO	TURMA	CURSO	TURMA
Medicina	A	Geografia	D
Medicina	B	Agronomia	E

Tabela 9 - Resultado da comparação por disciplina dos 2 (dois) novos grupos. (Detalhes deste resultado veja Tabela nº 10).

NGE	NGC	T	T_α
Cálculo	Cálculo	0,511	0,245
Biologia	Biologia	0,168	0,251
Física	Física	0,744	0,245
Química	Química	0,281	0,251

Tabela 10 - Resultado apresentado em detalhes da comparação por disciplina dos 2 (dois) novos grupos.

DISCIPLINAS	MENÇÕES					RESULTADO
	M	I	R	B	E	
CÁLCULO NGE	0,043	0,287	0,776	0,968	1,000	T = 0,511
CÁLCULO NGC	0,333	0,798	0,976	1,000	1,000	T_α = 0,245
BIOLOGIA NGE	0	0,118	0,611	0,965	1,000	T = 0,168
BIOLOGIA NGC	0,038	0,286	0,774	1,000	1,000	T_α = 0,251
FÍSICA NGE	0,011	0,254	0,802	0,978	1,000	T = 0,744
FÍSICA NGC	0,548	0,798	0,984	1,000	1,000	T_α = 0,245
QUÍMICA NGE	0	0,280	0,871	0,988	1,000	T = 0,281
QUÍMICA NGC	0,143	0,476	0,952	1,000	1,000	T_α = 0,251

Analisando os resultados apresentados pelas comparações feitas por disciplina do grupo NGE com as do grupo NGC, observou-se que existe uma superioridade do grupo NGE sobre o grupo NGC. Superioridade esta constatada nas disciplinas Cálculo Diferencial e Integral I, Física Geral I e Química Geral I. Sendo que em Química Geral I esta superioridade foi pequena, fato êste devido a disciplina exigir apenas conceitos elementares de Matemática nesta etapa do Curso. Com respeito à disciplina, Biologia Geral, não houve diferença nas turmas onde os alunos participaram da experiência com os que tiveram a disciplina Cálculo Diferencial e Integral I ministrada de modo tradicional. Isto deve-se à estruturação de Biologia Geral I, que neste semestre aborda conceitos que não contém conhecimentos auxiliares de Cálculo.

Uma comparação foi realizada entre os grupos por disciplina. Para tal reuniram-se as menções das disciplinas do grupo GE, e fazendo o mesmo no grupo GC.

Tabela 11 - Comparação dos grupos por disciplina

GE	GC	T	T_{α}
Cálculo	Cálculo	0,191	0,199
Biologia	Biologia	0,036	0,197
Física	Física	0,473	0,213
Química	Química	0,078	0,197

Na tabela acima verificamos que as disciplinas Biologia e Química foram mais homogêneas, enquanto que Cálculo apresentou menor grau de homogeneidade. Com relação à Física, esta mostrou-se menos consistente que as demais disciplinas. O resultado apresentado pela Física evidencia que o desempenho dos alunos foi mais elevado, fato este provocado pela mesma exigir Matemática em grande parte das suas situações. Este resultado pode ser melhor entendido e explicado, segundo a teoria piagetiana, nos seguintes termos: as operações constituem o quadro lógico-matemático, fora do qual o aluno jamais chega assimilar intelectualmente o objetivo (Camargo 1977); consequentemente a carência operatória, refletir-se-á na aprendizagem de toda e qualquer disciplina. Para exemplificar um aluno "ruim" em Cálculo muito provavelmente será um aluno "ruim" em Física.

8. DISCUSSÃO

Com referência aos resultados obtidos houve uma superioridade em duas das três turmas do grupo experimental. Conforme relação de resultados dos exames finais.

Os dados podem sugerir que:

a) Sejam definidos e elaborados claramente para o aluno o que dele é esperado em termos de desempenho em uma disciplina que estiver cursando;

b) Sejam indicadas as direções para realizações das atividades no decorrer da execução de uma disciplina.

Considerando em termos gerais, o alcance do predomínio das três turmas do grupo experimental foi significativo, embora o Cálculo estatístico revele que o resultado em uma das três turmas do grupo experimental foi inferior ao das turmas do grupo controle. É de se supor que variáveis intervenientes tenham contribuido para isto. Neste sentido vários aspectos de estudo, merecem ser relatados. A experiência foi realizada numa realidade escolar sem que fosse solicitada qualquer modificação de ordem administrativa, funcional ou curricular para as três turmas do grupo experimental. Já as três turmas do grupo contrôle, estas tiveram o tratamento tradicional e foram escolhidas mediante sorteio após os exames finais. Solicitou-se aos professores e aos monitores das três turmas do grupo experimental que seguissem a sequência proposta. Para a realização da experiência não foram solicitados horários especiais para atendimentos individuais ou quaisquer outras medidas que fornecessem aos alunos maior tempo disponível para atender as exigências feitas pela disciplina Cálculo.

Segundo relato dos professores que atuaram na experiência, os alunos apesar de reconhecerem que o processo exigia mais deles e os estimularam para o estudo, chegaram a citar varios motivos que protelaram o cumprimento efetivo das tarefas:

- Com as aplicações de Cálculo a outras disciplinas, tinham que ler mais, para complementar os assuntos e ainda teriam que dispor de tempo para consultar professores de outras disciplinas.
- O costume da utlização da Biblioteca. Muitos alunos alegavam que estavam acostumados a usar sòmente livros textos indicados para as disciplinas que cursavam.
- Em algumas salas as carteiras estavam fixas, e dificultavam os trabalhos desenvolvidos em estudos em grupos.
- Sentiam falta de base impedindo que alguns grupos andassem em pé de igualdade, dentro de uma mesma turma.

Os professores além de reconhecerem como válidas as razões alegadas pelos alunos, apontaram outras igualmente procedentes:

- A falta de hábito encontrada pelo aluno em fazer estudos em grupo, por falta de costume de leitura ou por leitura deficiente.
- A falta de hábito de estudo individual e de realização de tarefas com base em esforço inicial próprio.
- Não estavam habituados em consultar livros. Alguns estavam acostumados a estudar apenas em apontamentos colhidos durante as aulas.
- O número elevado de alunos por turma, fazendo com que os professores que atuaram no processo, encontrasse dificuldades em atender as dúvidas individuais em turmas numerosas.

Os professores afirmaram, textualmente que houve oportunidade de constatação destas dificuldades e consideraram que o processo exigia-lhes mais tempo, devido a preparação das tarefas. Reconheceram que passada a fase de elaboração prévia dos recursos de ensino a tarefa de ministrar as aulas tornou-se bem mais fácil, isto talvez, porque os alunos passaram a participar delas de forma mais ativa, manisfestando conclusões pessoais, fazendo perguntas, apontando para aspectos consequêntes e, estabelecendo relações com estudos feitos em outras disciplinas que exigissem Matemática como instrumento auxiliar.

O aspecto salientando como mais importante pelos professores que atuaram na experiência e observado durante o processo, foi o da integração expontânea entre Matemática, Física, Biologia e Química. Observaram que alunos tinham consciência de como os conceitos de Matemática eram aplicados a estas disciplinas. Os alunos sabiam de ante-mão o que deveriam saber para terem condições de realizar estudos e, consequentemente resolver exercícios. Isto mostrou que o método favoreceu a transferência do que foi ensinado nas aulas teóricas e proprocionou condições de utilizar os conhecimentos nas aplicações.

Cumpre ainda resaltar que não sendo uma experiência financiada, os professores e os monitores que atuaram sabiam que não seriam remunerados pelo trabalho extra que o estudo exigia nem mesmo dispensados de quaisquer atividades, trabalharam com entusiasmo e afirmaram que a maior recompensa estava na oportunidade de melhorar seus desempenhos profissionais.

Um segundo aspecto foi que esta sendo a primeira tentativa para introduzir aplicações de Cálculo nos Cursos de Medicina e Farmácia, buscou-se realizar o estudo em seu ambiente natural, levando sempre em conta sua exequibilidade e implementação adequadas à realidade existente.

9. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O modêlo de ensino envolvendo aplicações de Cálculo a outras disciplinas, favoreceu a aprendizagem cognitiva dos alunos do Primeiro Ciclo dos Cursos de Medicina e Farmácia, tendo em vista o resultado dos exames finais das outras disciplinas , mas a falta de pré-requisitos de aprendizagem dos alunos, necessárias à continuidade dos estudos, a interveniência de variáveis que não puderam ser controladas, concorreram para índices de domínio relativamente baixos na turma C, conforme tabela de menções do exames finais. O baixo rendimento é observado nas disciplinas Cálculo, Biologia e Física sendo que apenas em Química,esta turma conseguiu obter menções superiores a R = regular.

Os procedimentos concorreram para melhorar a aprendizagem, e talvez, constituiram-se em ponto chave para aperfeiçoar o nível de ensino, nas turmas dos Cursos de Medicina e Fármácia, na disciplina Cálculo Diferencial e Integral I.

O tratamento de ensino oferecido pelo modêlo proposto influiu nas atitudes dos alunos, em face ao estudo, de acordo com o resultado e os depoimentos emitidos tanto pelos alunos como pelos professores.

A utilização das aplicações para ativar a participação dos estudantes nas tarefas de aprendizagem a oportunizar aos professores procedimentos sistêmicos, mesmo que as dificuldades de planejamento e execução não possam ser inteiramente dominados, pode conduzir à melhoria do processo ensino-aprendizagem.

A introdução de pequenos e adequados ajustamentos no funcionamento do Primeiro Ciclo da Universidade pode propiciar os meios necessários e essa modalidade de ensino.

A aplicação do modelo parece ser mais eficaz se os professores e os monitores forem previamemte treinados para tal, e se condições dadas contribuirem para coletar, analisar e interpretar dados e elaborar com estes elementos recursos para o aperfeiçoamento do ensino.

Um estudo feito pelo aluno do 1º Ciclo de uma situação onde contenha Matemática como ferramente pode constituir- se em fator preponderante para o avanço mais rápido, quando o mesmo necessitar de Matemática, a partir do Ciclo Profissional. Observou-se que, no processo, os alunos expressaram interesse pelas atividades, mas de um modo geral os conceitos (notas) não subiram.

Considera-se ser provável que os condicionamentos dos alunos aos métodos tradicionais de ensino, impeçam o seu pleno aproveitamento, quando submetidos à Metodologias a que não estão familiarizados.

10. B I B L I O G R Á F I A

ABBOTT,B.C. & BRADY,A.J. Amphibiam muscle. In: MOORE,J.A. Physiology of the amphibia. Ney York, Academia Press, 1964. p. 329-70.

ALMEIDA,A.B. Efeitos de um Modelo de Avaliação Formativa no Processo da Aprendizagem - Dissertação de Mestrado em Educação, apresentada na Faculdade da Educação da UFRGS - 1976, pág.14.

BAKIR,F. Methymercury poisoning. Science. 181: 230-41,1973.

BARRETO, Aristides C. Ensino a partir de modelos. Bol Inform. ICMICIAEM. São Paulo, 5: 5-15, set. 1.977.

BATSCHELET, E. Introdução à matemática para biocientistas. Rio de Janeiro, Interciência /Ed. da USP, 1978. 618 p.

BRUNER, Jerome-S. The Skills of Relevance and Relevance of Skills - SR, - abril 1970, pág. 66-79.

BUTLER, J.N. & BOBRON,D,G. The Calculus of Chemistry. Newy York, Benjamim, 1965. 150. p.

CAMARGO,D.A,F. Um estudo quantitativo sobre o rendimento escolar expresso em notas, Fundação Carlos Chagas - Cadernos de Pesquisa 21: 9 - 14, 1977

CAMPBELL, H.G. & SPENCER,R.E. A short course in calculus with applications. New York, Macmillam, 1975. 328 p.

CEDER, J.G. Cálculo, Bogotá - Fondo Educativo Interamericano 1975 - 308. p.

D'AMBRÓSIO,U. Objetivos e metas globais para o ensino da metemática. (porque ensinar matemática?). Bol. inform. ICMI-CIAEM. São Paulo, 3:62-8, set. 1976.

DANIELS, F. Mathematical Preparation for Physical Chemistry-New York - Mc-Graw-Hill Book - 1965. 309 p.

DAVIS,F.S. WAYLAND, J.R. MERKLE,M.G. Ultrahighfrequence eletromagnetic fields for weed control: Phytotoxicity and selectivity. Science. 173: 535-67, 1971.

DEFARES,J.R. SNEDDON,I.N: WISE.M.E. An introduction to the mathematics of medicine and biology. Amsterdam, North Holland, 1973. pág. 73.

FRANKS, R.G.E. Mathematical Modeling in Chemical Engineering New York J.Wiley - 1967, 285 p.

GAGNE, Robert M. Como se realiza a aprendizagem. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico S.A., 1973 pág. 213.

CROSSINAN, S. Mathematics for the Biological Seinces New York, Macmillan, 1974, 512 p.

HAMMEN, C.S. Elementary quantitative biology. New York, J. Wiley 1972, 144 p.

HARVEY, G.E. STEINHAUER, R.G. TEAL, J.M. Polychlorobiphenyls in north atlantic ocean water. Science - 180: 643-44, 1973.

HOWSON,A.G. Uma análise crítica do desenvolvimento dos planos de estudos em educação matemática. Bol. Inform. ICMI-CIAEM. São Paulo, 3:50-6, set. 1976.

INMAN,D.L. & BRUSH.B.M. The Coastal challenge. Science. 181: 20-- 32, 1973.

JARMAN, M. Exemples of quantitative zoology. Londres, Edward Arnald, 1970. pág. 28.

KEMPTHORME, G. An introduction to Genetic Statistics, Londres,Wiley & Sons, 1957 pág. 86.

KILPATRICK, W.H. Educação para uma civilização em mudança. São Paulo, Ed. Melhoramentos, 1974, pág. 84.

LAMPERT, F. BAHR, G.F. RABSON, A.S. Herpes simplex virus: dry mass Science, 166: 1163-64, 1969.

LANG.S. Cálculo I - Rio de Janeiro, Livros Técnicos Científicos, 1975, 385 p.

LEE Jr. R.E. The size of suspended particulate matter in air. Science, 178: 567-75, 1972.

LEITHOLD, L. O Cálculo com geometria analítica. São Paulo, Harper & How do Brasil, 1977. 928. p.

____________ - College Álgebra, New York, Macmillan, 1975, 557 p.

LI,C.C. Human genetics, principles and methods. New York, McGraw - Hill Book, 1961. pág. 150.

LOTKA, A.J. Elements of mathematical biology. New York, Dover, 1965. pág. 20.

NUEVAS TENDENCIAS EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA -UNESCO - VOL - III - Aplicações da Matemática, 1973, pág. 97-113.

OCTAVE LEVENSPICI AND NOEL DE NEVERS - THE OSMOTIC PUMP. SCIENCE 183: 157 - 160, 1974.

OLIVEIRA, J.B.A. Tecnologia Educacional: Teorias da Instrução - - Rio de Janeiro, Editora Vozes Ltda, 1977 pág. 19,46,47.

PAUL, J. Flory - Spatial Configuration of Macromolecular. Science. 188: 1268 - 1276, 1975.

PENNYENICK, C.J. The Mechancics of bird migraditon. IBIS, 111: 525 - 36. 1967.

POLLAK, H.O. Interação entre a matemática e outras disciplinas na escola. Bol. Informt. ICMI-CIAEM, São Paulo, 3:89-96, set. 1976.

PROGRAMA DE PEDAGOGIA UNIVERSITÁRIA, Universidad Católica co Chile, 1º Sem. 1977 (Proyecto P.P.U. - Mat., 111) pág. 1.

QUADLING,D.A. Educação matemática na escola secundária, universidade e transição universitária. Bol. Inform. ICMI-CIAEM,São Paulo, 3: 23-30, set. 1976.

RANDALL, J.E. Elements of biophysics. Chicago, Yearbook, 1958. pág. 161.

ROBERT, R. Warnen at al. - Sex Change and Sexual Selection - Science - 190: 633-638, 1975.

SCHMIDT, Nielsen K. How animals work? Cambridge, University / Press, 1972. pág.9 ,73.

SIEGEL, S. Estatística não Paramétrica para Ciências do Comportamento, São Paulo, McGraw-Hill Ltda, 1977 pág. 144-155.

SIMON,W. Mathematical Techniques for Physiology an Medicine -New York Academic Press- 1972, 267 p.

THRALL,R.M.; MORTIMER,J.A.; REBMAN, K.R. Some mathematical models in biology. University of Michigan, 1967. 286p.

TUCKER, V.A.; SCHMIDT-KOENIG,K. Flight speeds of birds in relation to energetics and wind directions. The AUK, 88:97-107 1971.

VAN LINT, J.H. Educação matemática a nível universitário, excluindo a preparação de professores. Bol. Inform. ICMI-CIAEM S. Paulo, 3:31-39, set. 1976.

WOODWEEL, G.M. Radicactivity and fallout: the model pollution - - Biosci. 19: 884-7, 1969.

11. ANEXO - I - Resumo das aplicações utilizadas.

CAPÍTULO 1

NÚMEROS REAIS

O propósito deste primeiro capítulo é rever através das aplicações algumas leis e regras de álgebra. Será oferecida uma seleção de exercícios enfatizando as necessidades dos alunos do 1º Ciclo que escolheram a área da Saúde como carreira profissional. São incluidos importantes conceitos que, geralmente, são negligenciados em livro-texto de matemática.

Serão abordados exercícios envolvendo os seguintes tópicos:

- Classificação e medida;
- O uso de percentagens;
- Leis algébricas;
- Números relativos;
- Desigualdades;
- Valores médios;
- Potências.

1. Lampert et al(1969) mediram a massa seca das partículas de vírus do herpes simples (cadeia 11140) por meio de micróscopio eletrônico. A região central pesou 2×10^{-16}g, o capsídeo nu e vazio 5×10^{-16}g, o capsídeo nu e cheio 7×10^{-16}g, e o envoltório do núcleo capsídeo 13×10^{-16}g. De que ordem de grandeza é o peso de uma partícula completa do vírus do herpes simples?

(BATSCHELET,E. 1978, pág. 18)

SOLUÇÃO: A soma dos valores é 15×10^{-16}g. Logo a ordem de grandeza é 10^{-15}. Isto é oito ordens de grandezas maiores do que o peso de uma única molécula de O. (5×10^{-23}g).

2. A capacidade de oxigênio do sangue dos mamíferos é cerca de 200ml por litro de sangue. Se o oxigênio for inteiramente utilizado, produzirá uma energia de 1000 calorias. (BATSCHELET,E.1978 pág, 18).

   a) De quantos graus Celsius pode aumentar a temperatura de 1 litro de sangue com esta energia?

b) Quantos metros pode escalar um homem de 70 kg de peso, até que utilize o oxigênio dos seus 3,5 litros de sangue?
(1 cal = 427 pm, pm = pond meter)

SOLUÇÃO: a) 1 cal aumenta a temperatura de 1 ml de água, de 1°C. O sangue se comporta como a água, 1000 cal aumentam a temperatura de 1 litro de sangue de 1°C;

b) 3,5 litros de sangue contem uma energia de 3500 cal = $1,50 \times 10^6$ pm = $1,50 \times 10^3$ kpm (kilopond-meter). Número de metros escalados = $1,50 \times 10^3$ kpm / 70 kp = 21m (Para maiores detalhes sobre a teoria, ver Schmidt - Nielsen, 1972, pág 73).

3. Um campo eletromagnético de ultra-alta frequência (v=2,45GHz) mata plantas e sementes de muitas espécies após uma exposição curta, mas forte. Calcular o comprimento de onda que está na região de microonda da faixa de frequência do rádio (GHz = Gigahert = 10^9 ciclos por segundo, velocidade das ondas c = $3,00 \times 10^5$ km//s). (BATSCHELET, E. 1978, pág. 18)

SOLUÇÃO:

$$v = 2,45 \times 10^9 s^{-1}$$

$$c = 3,00 \times 10^5 km.s^{-1} = 3,00 \times 10^{10} cm.s^{-1}$$

$$\lambda = c/_v = (3,00 \times 10^{10} cm.s^{-1})/(2,45 \times 10^9 s^{-1}) =$$

$$= 12,2 cm.$$

(Para resultados experimentais ver Davis et al. 1971).

4. O radioisótopo Ra^{228} perde 9,8 % de sua intensidade de radiação, por ano. Se I_o representar a intensidade original, qual será a intensidade após um e dois anos? Determinar uma fórmula para a intensidade I_n depois de n anos. (BATSCHELET, E. 1978, pág 24).

SOLUÇÃO:

5. Em um certo método de marcação é utilizado o isótopo do potássio K^{42}. Ele perde 5,4 % de sua intensidade, por hora. Qual a percentagem perdida no final de três horas? (BATSCHELET,E.1978 pág 25).

SOLUÇÃO:

6. Algumas pessoas são capazes de sentir a feniltiocarbanida como substância amarga, outras acham-na sem sabor. A característica de sentir o gosto ou não é hereditária. Em uma amostra selecionada ao acaso, a proporção de sensíveis para os não sensíveis foi de 1139 para 461. Calcular as percentagens de cada grupo. (Dados de Li, 1961, pág 30). (BATSCHELET,E. 1978, pág. 25)

SOLUÇÃO:

7. Em uma amostra de população adulta, os geneticistas encontraram 219 pessoas com diabetes melito, 380 pessoas com uma forma branda de diabetes e 3050 pessoas sem indicação de diabetes. Determinar as percentagens de cada grupo. (BATSCHELET,E. 1978 pág. 25).

SOLUÇÃO:

8. 15 % dos membros de uma população foram afetados por uma doença epidêmica, 8 % das pessoas afetadas morreram. Calcular a mortalidade com relação a população inteira. (BATSCHELET,E.1978 pág. 25).

SOLUÇÃO:

9. A pesquisa médica moderna tenta desenvolver a eletrocardiografia para diagnosticar, automaticamente, doenças cardíacas. Imaginemos que seja possível obtermos um diagnóstico correto em 70 % de todos os pacientes com problemas cardíacos. Que significado pode ser associado a uma afirmatica tal como: "com um certo aprimoramento o número de diagnósticos confusos é reduzido de 20 %? Dar duas respostas diferentes. (BATSCHELET,E. 1978,pág.25)

10. Devido a "revolução verde", um fazendeiro foi capaz de aumentar a safra de trigo de 45 %. Baseado no novo número a próxima colheita foi 20 % mais baixa. O resultado seria o mesmo, se ele primeiro houvesse perdido 20 % e depois ganho 45 %. Justifique sua resposta. (BATSCHELET,E. 1978, pág. 25)

SOLUÇÃO:

11. Para uma experiência, ratos são separados nos seguintes grupos de peso: até 20 g exclusive, de 20 g até 22g, de 22 g até 24g, de 24 g para cima. Se w representar o peso, escrever as desigualdades para w. (BATSCHELET, E. 1978, pág. 26)

SOLUÇÃO:

12. Um biologista deseja estudar o fitoplâncton em relação à salinidade da água do mar. Ele decidiu subdividir toda a gama da salinidade em três classes de 3,0 % a 3,3 % inclusive de 3,3 % a 3,5 % inclusive a de 3,5 % até 3,8 %. Representar a salinidade pors e escrever três desigualdades, descrevendo as classes. (BATSCHELET,E. 1978, pág. 26).

SOLUÇÃO:

13. Na nossa civilização cada pessoa necessita de 60 m^2 para residir, 40 m^2 para seu trabalho, 50 m^2 para edifícios públicos e práticas espostivas, 90 m^2 para tráfego e 4000 m^2 para produção de seu alimento, em média. Algumas nações são superpopuladas. Levemos em consideração, por exemplo, a Suíça com 6,4 milhões de residentes. A extensão de terra cultivável e habitável é de 11000 km^2. Para quantas pessoas poderia a Suíça prover o espaço adequado? (BATSCHELET,E. 1978, pág. 28).

SOLUÇÃO:

14. Cada cm^2 da superfície da terra está carregado com uma massa de 1,0 kg de ar. A superfície é de $5,1 \times 10^8$ km^2.

a) Calcular a massa da atmosfera;

b) Qual é a massa de O_2? (22 % da massa total é de oxigênio)

(BATSCHELET,E. 1978, pág. 28)

SOLUÇÃO:

15. Um km^2 de uma floresta jovem produz cerca de $2,5 \times 10^5$ kg de oxigênio, anualmente. Que proporção isto significa em relação à massa total de oxigênio atmosférico sobre 1 km^2 da superfície da terra? (a massa de oxigênio atmosférico é a do Problema 14).

(BATSCHELET,E. 1978 pág. 28)

SOLUÇÃO:

16. Estimou-se que todas as plantas verdes da terra (incluindo o plâncton) produzem $0,9 \times 10^{13}$ kg de O_2 anualmente. Esta é a produção líquida que não inclui a quantidade de O_2 consumida pelas próprias plantas. Quantos anos seriam necessários para se produzir o oxigênio da atmosfera, se nenhuma forma animal, nem fogo o consumisse? (Use o resultado do Problema 14).(BATSCHELET.E. 1978 pág. 28).

SOLUÇÃO:

17. As células no tecido vivo são marcadamente uniformes em tamanho. O comprimento de uma célula típica é cerca de 3μm (micrometros). Calcular o volume (em μm^3) levando-se em consideração que a forma é esférica. (BATSCHELET, E. 1978, pág. 29)

SOLUÇÃO:

18. Cada litro de gasolina contém de 0,1 a 0,4 g de chumbo. Admitindo-se que o consumo médio de um carro varie de 1200 a 1400 litros por ano, qual a quantidade de chumbo que será gasta pelos 10^6 carros de uma cidade grande? Determinar uma cota inferior e uma superior. (BATSCHELET,E. 1978, pág. 29)

SOLUÇÃO:

19. Quando um milhão de litros de água doce são misturados com um litro de óleo mineral, a água se torna desagradável ao paladar. Que quantidade de óleo mineral infiltrado seria suficiente para destruir os $1,5 \times 10^{10}$ litros de água do solo, que servem como suprimento de água a uma cidade de 100.000 pessoas? (BATSCHELET, E. 1978, pág. 29)

SOLUÇÃO:

20. Algumas estações de força nuclear usam água de rio como refrigerante. Imaginemos que uma estação consuma 30 m^3 de água do rio por segundo e aumente sua temperatura de 10^oC. O fluxo total da água do rio (incluindo o refrigerante) é de $200m^3/s$. Quando a **a água quente se misturar** com o rio, de quantos graus subirá a temperatura do rio? (poluição térmica) (BATSCHELET, E. 1978 pág. 29).

SOLUÇÃO:

21. Quando os cereais são semeados, 5 kg de herbicidas são distribuidos por ha, para suprir o crescimento de capim. Quantas toneladas métricas de herbicida seriam necessárias para cobrir uma área tão extensa quanto o estado de Iowa (146×10^3 km^2)? Um ha = = $10.000m^2$. (BATSCHELET,E. 1978, pág. 30).

SOLUÇÃO:

22. Os policloretos de befenila (PCB) são substâncias tóxicas e sérios poluentes, pois se degradam muito lentamente. Eles possuem uma ampla gama de aplicações tecnológicas: mecanismos de transferência de calor, isolante de fluídos, sistemas de refrigeração, grandes transformadores de força, pneus de automóveis, lonas de freios, lubrificantes e tintas. Uma parte dos PCB se espalha no meio ambiente. No Atlântico Norte, a concentração média dos PCB na superfície da água (0,20m de profundidades) é de 35 ng (nanograma) por litro de água. A superfície do Atlântico Norte mede 5

$\times 10^{12} m^2$. Estimar a quantidade total de PCB na superfície de a gua. (Dados tirados de Harvey etal., 1973). (SCIENCE, 180-643-44 1973).

SOLUÇÃO:

23. Medidas realizadas durante o ano de 1970 demonstraram que se partículas em suspensão no ar de Chicago têm uma massa de 0,45 x $\times 10^{-6}$ μg (μg = micrograma). A densidade média dessas partículas é de 86 g/m^3. Se todas as partículas fossem do mesmo tamanho, quantas delas estariam em um metro cúbico de ar? (Dados de Lee, 1972) (SCIENCE 178: 567-575, 1972).

SOLUÇÃO:

24. O diâmetro de uma molécula de H_2O é aproximadamente 2,5 x $\times 10^{-10}$m. Em 1 mol = 18 g da água, existem $6{,}02 \times 10^{23}$ moléculas. (Número de Avogadro.) Que extensão teria uma cadeia dessas moléculas? Comparar o resultado com a distância da Terra ao Sol, que é aproximadamente $1{,}5 \times 10^8$ km. (BATSCHELET, E. 1978 pág. 30)

SOLUÇÃO

25. Os esporos das samambaias flutuam na atmosfera e são distribuidos por toda a terra por meio dos ventos. Elas retornam à terra somente pela ação da chuva. Que massa terá um esporo esférico de 30 m de diâmetro, se a densidade for de 1,0 g cm^{-3}? (Volume da esfera é igual a $4/3\pi r^3$.) (BATSCHELET, E. 1978, pág. 30)

SOLUÇÃO

26. Resolva o mesmo problema para um esporo com um diâmetro reduzido de 20 %. (BATSCHELET, E. 1978, pág. 30).

SOLUÇÃO

27. O trabalho mecânico que é realizado quando um volume de cerca de 100 ml de sangue é bombeado através do sistema vascular contra uma pressão de cerca de 100 mm Hg é de $1,32 \times 10^7$ erg. Esta energia é transformada em calor pelo atrito. Determinar a quantidade correspondente em calorias. (Sugestão utilizar o tão conhecido equivalente mecânico do calor $4,2 \times 10^7$ erg/cal.) (Este problema é adaptado de Randall, 1958, pág 161).

SOLUÇÃO

28. A superfície das ondas geradas pelo vento dissipa sua energia primeiramente próximo a costa, principalmente na zona de arrebatação. Com uma altura média de cerca de 1 m, as ondas transferem uma potência de 10 KW (quilowatt) por metro de costa.

a) Que quantidade de energia calorífera será produzida por segundo (1 kcal/s = 4,19 KW)?

b) Se todo calor por metro de costa, fosse transmitido a $100 m^3$ de água costeira, de quanto a temperatura se elevaria? (1 kcal aumenta a temperatura de 1 kg de água em 1°C.) (Dados de Inman et.al., 1973) (SCIENCE-181: 28-32, 1973).

SOLUÇÃO:

RESPOSTAS E SUGESTÕES:

4) $I_1 = (0,902) I_o$, $I_2 = (0,814) I_o$; $I_n = (0,902)^n I_o$

6) 71,2% e 28,8%

8) (0,15) (0,08) = 0,012 ou 1,2%

9) Tanto 90%, adicionando-se simplesmente 20% ou 70%, tratando-se a proporção original de pessoas incorretas diagnosticadas, isto é, 30% como 100%.

11) $w < 20$, $20 \leq w < 22$, $22 \leq w < 24$ e $24 \leq w$

14) a) $5,1 \times 10^{18}$ kg b) $1,1 \times 10^{18}$ kg

16) 120.000 anos.

18) Entre $1,2 \times 10^{5}$ kg e $5,6 \times 10^{5}$ kg

20) Seja "1 unidade", a energia que aquace $1m^3$ de água, 1ºC. Então, a estação de energia produz 300 unidades /s. Esta energia por s é distribuida igualmente por $200m^3$. Então $1m^3$ contem 300 unidades /200 = 1,5 unidades por s. Consequentemente a temperatura aumenta de 1,5ºC.

22) $1m^3$ de água contém $10^3 \times 35$ng = 35×10^{-6}g. A área total da água é $20 \times 5 \times 10^{12} m^3 = 10^{14} m^3$. Quantidade de PCB: $10^{14} \times 35 \times 10^{-6}$ g = 3500 t (toneladas métricas).

24) $15,1 \times 10^{13}$m ou 1000 vezes a distância Terra-Sol

26) 7,2ng (nanogramas)

28) a) 10kw/4,19 = 2,4 kcal/s

b) $100m^3$ de água tem de massa 10^6kg. Indice de temperatura aumenta = $2,4 \times 10^{-5}$oC/S.

CAPÍTULO 02

RELAÇÕES E FUNÇÕES

Quando se estudam ciências biológicas nem todas as relações são de natureza quantitativa. Nos exercícios selecionados para esta seção são usados conceitos amplos e suficientes para conter tanto as propriedades qualitativas quanto as quantitativas.

Serão abordados assuntos envolvendo o estudo de funções lineares.

1) Suponha que ao cabo de uma hora a população de certo cultivo de bactérias é de 10.000 e ao final das horas seguida a quinta é 11.052, 12214, 13.493 e 14.918, respectivamente e que o cultivo se destroi as cinco horas. Seja f a função que faz corresponder o inteiro positivo n a população ao cabo de n horas. Qual é a coleção de pares de que consta f? Qual é o domínio e conjunto de valores de f. Trace o gráfico de f. (CEDER, 1975, pág.15)

SOLUÇÃO:

2) Vinte camondongos experimentais, numerados 1,2,...,20, foram testados quanto à reação a uma certa dose de estricnina. Associamos o número um com um camondongo, se ele reage positivamente; de outra forma ele será associado ao número zero. Esta associação é uma função? Por que? Determinar o domínio e a imagem. (BATSCHELET, E. 1978, pág. 78).

SOLUÇÃO:

3) De acordo com Tomoféeff-Ressovsky e Zimm (1947, pág 36), o número de mutações ligadas ao sexo, relacionadas à Drosophila melanogaster cresce quase linearmente, com uma dose de raios X que não exceda 6kR (quilo-Roentgen). Seja x a dose medida em kR e y a taxa de mutação (percentagem). Para uma dose 0 nenhuma mutação é observada. Com uma dose de 3kR a taxa de mutação é 8,4% .

Traçar um diagrama e estabelecer a equação para y e x. Qual é o domínio e a imagem da função? O ângulo é significativo? (BATSCHELET,E. 1978, pág. 78).

SOLUÇÃO:

4) Um animal saltador, tal como um gato, toninha (porco marinho) ou uma pulga, cai da tal forma que a velocidade vertical do seu centro de gravidade aumenta de 9,81m/s em cada segundo. Qual é a equação da velocidade vertical se for escolhido o tempo zero no momento em que a velocidade vertical for zero (no ponto máximo)? Qual é a velocidade vertical para t=0,1s, 0,2s etc.? Construir um diagrama. Interpretar os valores da função para valores negativos. (BATSCHELET,E. 1978, pág. 78).

SOLUÇÃO:

5) A concentração de dióxido de carbono livre na atmosfera na faixa de 9 a 12 km de altitude foi de 313 ppm, em 1960 e 321ppm, em 1970. Houve um aumento monotônico. Usando extrapolação linear, estimar a concentração de CO_2 para os anos 1980, 1990 e 2000(ppm = partes por milhão) (BATSCHELET, E. 1978, pág. 80).

SOLUÇÃO:

6) Nos pulmões, o ar atinge a temperatura do corpo. O ar exalado tem temperatura inferior à do corpo, já que é resfriado nas paredes do nariz. Foram feitas medidas em carriça de cactus (pequeno pássaro do deserto). Para a temperatura ambiente o domínio foi T_A 12^o TA $3o^o$. A temperatura do ar exalado T_E depende linearmente da temperatura ambiente T_A:

$$T_E = 8,51 + 0,756\ T_A \text{ (função empírica).}$$

Traçar um gráfico dessa função e determinar a imagem (Dados de Schmidt-Nielsen, 1972, pág. 9)

SOLUÇÃO:

RESPOSTAS E SUGESTÕES:

1) a) f consta dos pares (1; 10.000)

(2; 11052)

(3; 12214)

(4; 13499)

(5; 14918)

e todos os pares da forma $(n,0)$ para $n \geq 6$.

b) O domínio $\{x \in Z^{+}\}$ ou seja todos os inteiros positivos

c) O conjunto de valores {0,10.000; 11052; 12214; 13499; 14918}

2) Imparidade da associação de uma direção.

Domínio {1,2,..., 20}. Imagem {0,1}

3) $Y = ax$, quando $a = 2{,}8$ por cento /kR.

Domínio $= \{x | 0 \leq x \leq 6 \text{ kR}\}$

Imagem $= \{Y | 0 \leq Y \leq 16{,}8\%\}$

O ângulo não significativo, depende da unidade escolhida.

4) $v = at$ quando $a = 9{,}8/m/s^2$

$v_1 = 0{,}98/m/s$ $v_2 = 1{,}962$ m/s

CAPÍTULO - 03

LIMITES

O propósito destes exercícios é tornar os cálculos diferencial e integral compreensíveis. Com o estudo de limites obteremos uma ferramenta poderosa para a definição de conceitos, tais como, taxa (instantânea) de crescimento, taxa de degradação taxa de reação, taxa de difusão e suas contrapartes, quantidade total de crescimento, de degradação, etc.

1) Para estudar um problema de procriação sanguínea, Kempthorne (1957, pág 86) utiliza a sequência:

$$F_n = \frac{s}{2-s}\left[1 - (s/2)^n\right] + (s/2)^n F_o \qquad n = 1,2,3,\ldots$$

onde $0 < s < 1$. Determinar o comportamento do limite de F_n quando n tende para infinito.

SOLUÇÃO:

2) Ao procurar determinar o tempo de vida média de 1 gene deletério (Li 1961, pág. 150) foi levado à seguinte soma infinita:

$$U = 1 + 2w + 3w^2 + 4w^3 + \ldots \qquad \text{onde} \quad 0 < w < 1.$$

Encontrar uma expressão compacta para U.
Sugestão: determinar $U - wU$.

SOLUÇÃO:

3) O isótopo de Césio Cs^{137}, perde anualmente 2,3% da sua massa por degradação radioativa. Cs^{137}, é um poluente perigoso contido no resíduo radioativo. Admitamos que a cada ano a mesma massa M de Cs^{137} é liberada ao meio. Qual a massa total que se acumulará:

a) depois de n anos;

b) quando for alcançado o equilíbrio ($n \dashrightarrow \infty$)

(Problema adaptado de Woodwell, 1969) pág. 19).

4) Em 1972 o consumo mundial de óleo mineral foi de $2,7 \times 10^9$ toneladas métricas. O aumento anual foi de 5,1%. As reservas totais de óleo cru na Terra (incluindo as conhecidadas e as desconhecidas) são estimadas em 700×10^9 toneladas métricas. Se o aumento anual permanecer constante quando se esgotarão as reservas? (BATSCHELET, E. 1978, pág. 213).

SOLUÇÃO:

5) No Iraque, um envenenamento epidêmico por metilmercúrio matou 459 pessoas em 1972. Seres humanos se tornaram expostos ao veneno quando ingeriram pão caseiro, acidentamente preparado trigo tratado com um fungicida de metilmercúrio. Os sintomas aparecem somente após semanas de exposição. Admitamos para simplicar, que uma pessoa ingira uma dose constante diária de veneno e que uma certa percentagem p de veneno acumulado seja excretada diariamente. Encontrar uma forma que relaciono a quantidade de veneno estocado no corpo ao número de dias.
(Adaptado de Bakit et al., 1973)

SOLUÇÃO:

6) O tecido vivo somente pode ser excitado por uma corrente elétrica, se a corrente alcança ou excede um certo valor crítico que representamos por i. O limite i depende da duração t do fluxo da corrente. A lei de Weiss afirma, que:

$i = a/t + b$ com constantes positivas a e b (cf. Defares et al., 1973) pág. 73. Descrever o comportamento do valor crítico i quando t se aproxima de zero e quando t tende para infinito.

SOLUÇÃO:

7) Um morcego emite ondas ultra-sônicas, que são refletidas por uma mariposa e o eco detectado pelo morcego. Mostrar que a intensidade do eco ouvido pelo morcego é inversamente proporcional à quarta potência da distância r entre o morcego e o inseto. (Sugestão: usar a fórmula $I = E/(4\pi r^2)$. (Adaptado de Jarman, 1970 pág. 28.

SOLUÇÃO:

RESPOSTAS E SUGESTÕES:

2) $U = 1/(1-w)^2$

3) $q = 1 - 0{,}023 = 0{,}977$

a) $M_n = M\,(1 - q^{n+1})\,/\,(1 - q)$

b) $M/(1 - q) = 43{,}5M$

5) $g = 1 - P/100$. Acumulo total de veneno $= d + dq + \ldots + dq^n =$

$= d(1 - q^{n+1})/(1 - q)$

6) para $t \dashrightarrow 0$ $i \dashrightarrow \infty$. Para $t \dashrightarrow \infty$ $i \dashrightarrow b$.

7) Seja E a energia do som por segundo, emitido pelo morcego e seja I_1 a intensidade recebida pela mariposa. Então $I_1 \alpha E/r^2$. Seja a intensidade do eco. Podemos admitir que $I_2 = I$. Finalmente, seja I_3 a intensidade de som absorvido pelo ouvido do morcego. Já que o eco é equivalente a uma nova fonte de som, temos:

$I_3 \alpha\ I_2/r^2 \alpha I_1\ /r^2\ \alpha\ E/r^2$. (Observemos que r ao quadrado reduz I_3 a 1/16).

C A P Í T U L O - 04

FUNÇÕES EXPONENCIAL E LOGARÍTIMA

Nenhuma outra função teve uma tal diversidade de aplicações no estudo de biociências como as funções exponenciais e logaritmas.

1) Um agente bactericida está acrescentado em um tempo zero a um caldo nutriente contendo 10^6 bactérias por ml. A tabela que se segue mostra o número de bactérias capazes de permanecer no caldo nos vários tempos depois de acrescentado o agente bactericida

t min	0	10	20	30	40	50	60
nº aprox. bactérias	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10	1

Faça um gráfico de duas curvas:

a) O número de bactérias capazes de permanecer em função do tempo;

b) O logaritmo do número de bactérias capazes de permanecer em função de t.

Sugestão: - Com a ajuda destas curvas deduza o nº de bactérias capazes de permanecer em função de t. (THRALL, 1967, pág. 9).

SOLUÇÃO:

2) Deixa-se desintegrar um grama de rádio. Após um milhão de anos existe 0,1 grama. Qual é a fórmula que dá a taxa de desintegração? (LANG.S. 1975, pág, 182).

SOLUÇÃO:

3) Uma certa substância química reage de tal modo que a taxa de reação é igual à quantidade de substância presente. Após uma hora existem 20 gramas da substância. Que quantidade de substância havia no início? (LANG. S, 1975, pág, 182)

SOLUÇÃO:

4) Uma substância radioativa se desintegra proporcionalmente à quantidade de substância presente em um dado instante, isto é: (LANG.S. 1975 pág. 182)

$$f(t) = Ce^{kt}$$

Em que instante existirá exatamente metade da quantidade inicial da substância ? (LANG, S. 1975, pág. 182).

SOLUÇÃO:

5) Suponhamos $k = -4$ no exercício anterior. Em que instante existirá um terço da substância ? (LANG.S. 1975, pág, 182)

SOLUÇÃO:

6) Se o número de bactérias cresce a uma taxa proporcional ao número presente, qual o tempo necessário para que 1 milhão de bactérias aumentem para 10 milhões se são precisos 12 minutos para que aumentem para 2 milhões. (LANG. S. 1975, pág. 182)

SOLUÇÃO:

7) Uma substância química se decompõe a uma taxa proporcional a quantidade presente. Ao fim de 3 minutos, 10% da substância original estão decomposta. Quando estará decomposta metade da quantidade inicial? (LANG.S. 1975, 182).

SOLUÇÃO:

8) O açúcar se decompõe na água a uma taxa proporcional à quanti dade inalterada. Se 30 kg de açúcar se reduz a 10 kg em 4 horas, quando é que 95% do açúcar será decomposto? (LANG.S. 1975, pág. 182).

SOLUÇÃO:

9) Uma partícula se move com velocidade s(t) que satisfaz

$$\frac{ds}{dt} = -ks \quad \text{(onde k é um constante)}$$

Se a velocidade inicial é de 16 unidades por minuto e se a velocidade é reduzida à metade em 2 minutos, achar o valor de t para o qual a velocidade é de 10 unidades por minuto.(LANG.S. 1975, pág. 182).

SOLUÇÃO:

RESPOSTAS E SUGESTÕES:

1) $\log_{10} N(t) = -\frac{t}{10} + 6 \dashrightarrow N(t) = 10^{\frac{60-t}{10}}$

2) $f(t) = e^{-(\log_e^{10})\, 10^{-6} t}$

3) $k = \frac{20}{e}$

4) $t = -\frac{\log 2}{k}$

5) $t = \frac{\log 3}{4}$

6) $t = \frac{12 \log_e^{10}}{\log_e^{2}}$

7) $t = -\frac{3\log_e^{2}}{\log_e^{9} - \log_e^{10}}$

8) $t = \frac{4\log_e^{20}}{\log_e^{3}}$

9) $t = 5\log_e^{2} - \frac{2\log_e^{5}}{\log_e^{2}}$

CAPÍTULO - 05

DERIVADAS E INTEGRAIS

O Cálculo Diferencial é baseado na noção de taxa de variação. A noção aparece implicitamente em palavras, tais como, taxa de crescimento, crescimento relativo, velocidade, aceleração, taxa de reação, densidade, e inclinação de uma curva.

1) Um grupo de turistas iniciou uma excursão de 45 km às 10 horas. O grupo alcançou um abrigo a 31 km de distância do ponto de partida, às 17 horas e 30 minutos. Ali eles passaram a noite. Na manhã seguinte, às 8 horas, o grupo continuou a caminhar e chegou ao seu objetivo às 11 horas. A velocidade média do segundo dia é maior ou menor do que a do primeiro dia? (BATSCHELET,E. 1978, pág. 268).

SOLUÇÃO:

2) Suponhamos que uma população de 25000 habitantes (no instante $t = 0$) cresce de acordo com a fórmula $N = 25000 + 45t^2$, onde o tempo t é medido em dias. Encontrar a taxa média de crescimento nos seguintes intervalos de tempo: (BATSCHELET. E. 1978,pág.269)

a) de $t = 0$ a $t = 2$;

b) de $t = 2$ a $t = 10$;

c) de $t = 0$ a $t = 10$.

SOLUÇÃO:

3) Suponhamos que uma proteina (massa M em gramas) se decompõe em aminoácido, de acordo com a fórmula:

$$M = 28\ (t + 2)^{-1} \quad \text{onde } t \text{ é medido em horas.}$$

Encontrar a taxa média de reação para os seguintes intervalos de tempo:

a) $t = 0$ a $t = 2$;

b) $t = 0$ a $t = 1$;

c) $t = 0$ a $t = 1/2$. (BATSCHELET, E. 1978, pág. 269).

4) Certa massa é distribuida ao longo do eixo-x continuamente. A unidade de comprimento é 1 cm e a de massa 1g. $M(x)$ representa a massa que cai no intervalo $[0,x.]$

É dado $M(x) = \dfrac{x^2}{3}$, encontrar a densidade média nos intervalos $[10,\ 10 + h]$, onde h toma os valores 1 cm, 0,1cm e 0,01 cm respectivamente. (BATSCHELET, E. 1978, pág. 269)

SOLUÇÃO:

5) Suponhamos que uma partícula move-se do ponto $s = 2$ m no tempo $t = 1$ seg até os pontos com $s > 2$ ao longo de um eixo s. O segmento s (metros) é a seguinte função do tempo t(s): $s = 2\sqrt{t}$. Encontrar a velocidade média da partícula no intervalo de tempo de $t = 1$ a $t = 1 + h$, onde h assume os valores decrescentes 1; 0,1; 0,01; 0,001. (BATSCHELET, E. 1978, pág. 269).

SOLUÇÃO:

6) O tamanho de uma cultura de bactérias que cresce lentamente é dado aproximadamente por:

$$N = N_0 + 52t + 2t^2 \quad \text{(tempo t em horas)}$$

Calcular a taxa de crescimento em $t = 5$ horas. (BATSCHELET. E. 1978, pág. 270).

SOLUÇÃO:

7) Quando a proteína foi sintetizada a massa M da proteína, como uma função do tempo t, aumentou de acordo com a fórmula:

$$M = p + qt + rt^2 \quad \text{(p, q, r constantes)}$$

Qual a taxa de reação como uma função de t? (BATSCHELET,E. 1978, pág, 270).

SOLUÇÃO:

8) Em um experimento metabólico a massa M de glicose decresce de acordo com a fórmula:

$$M = 4{,}5 - (0{,}03)t^2 \quad \text{(t em horas)}$$

Calcular a taxa de reação em:

a) $t = 0$;

b) $t = 2$;

c) e no intervalo de $t = 0$ a $t = 2$ (média) (BATSCHELET,E. 1978. pág, 270).

SOLUÇÃO:

9) Em um zoológico, uma colônia de pássaros constituia-se de 52 pássaros em 1º de outubro de 1976 e de 78 pássaros em 1º de outubro de 1977, consequentemente a taxa média de variação neste espaço de tempo é igual a: (BATSCHELET, E. 1978, pág, 217).

SOLUÇÃO:

10) Considere uma célula esférica. Se o raio é medido em micrometros (1 micrometro = 1µm = 10^{-6}m), então o volume da célula cresce em que razão, quando R varia de 5,00 µm a 8,00 µm. (BATSCHELET E. 1978, pág. 219).

SOLUÇÃO:

11) Um corpo oscila de tal forma que seu centro de gravidade permanece no eixo x e tem abcissa

$$x = 1 + \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

Mostre que $v = dx/dt$ é igual $2\pi/3$ metros por segundo quando $t=0$ e $T = 3$ segundos.

Mostre que para $t = 0$ $a = 0\ m/s^2$ (BATSCHELET,E.1978 pág.250)

SOLUÇÃO:

12) Se uma mola helicoidal for distendida, a lei de Hooke é válida. Ela estabelece que a extensão s é proporcional à força de extensão F, isto é, F = ks (K > 0 constante). Seja s medido em metros e F em Newtons. Então a energia (trabalho) requerida para a extensão é medida em Joules. Encontrar a energia w para distender a mola de s = 0 a s = s_o. (BATSCHELET, E. 1978, pág. 273).

SOLUÇÃO:

13) Sendo dado que uma partícula está em repouso no instante t = = 0 e a partir daí, ela move-se ao longo de uma reta com aceleração constante a, encontrar a "lei do movimento" isto é, encontrar a velocidade v e a distância s percorrida como uma função do tempo. (BATSCHELET, E. 1978, pág. 273).

SOLUÇÃO:

14) Uma substância é distribuida continuamente no intervalo [0 cm, 10 cm] do eixo x. A concentração é dada pela função:

$$C = 10x - x^2 \quad \text{(C medido em mg/cm)}$$

a) Onde está localizada a concentração máxima ?

b) Qual a massa total M ? (BATSCHELET, E. 1978, pág. 275).

SOLUÇÃO:

15) Na água e em solução, o produto das concentrações de ions hidrônio $[H_3O^+]$, e de ions hidroxila $[OH^-]$ está muito próxima de 10^{-14} (as medidas são feitas em moles). Seja $S = [H_3O^+] + [OH^-]$ Determine o valor de $[H_3O^+]$ que minimiza S. (THRALL et al., 1967 pág. 23)

SOLUÇÃO:

16) Em uma reação de autocatálise uma substância é convertida em uma nova substância, o produto, de tal forma que o produto catalise sua própria formação. Admitamos que a taxa de reação é proporcional à quantidade x do produto no tempo t e também proporcional à quantidade ainda existente da substância original. Se a representa a quantidade original da substância, ela decresce para (a - x) no tempo t. Portanto:

$$\frac{dx}{dt} = kx(a - x) \quad \text{(k é uma constante positiva)}$$

Encontrar o valor particular de x que torna máxima a taxa de reação (de Thrall et al., 1967, pág. 22)

SOLUÇÃO:

17) Seja v a velocidade de um pássaro relativa ao ar. Seja w seu peso e q a densidade do ar. Pennycuick (1969) encontrou a seguinte fórmula para a potência P que o pássaro tem que manter durante o vôo:

$$P = \frac{W^2}{2qSv} + \frac{1}{2}qAv^3$$

Nesta fórmula, S e A são certas quantidades relacionadas com a forma e o tamanho do pássaro. Determinar a velocidade particular v_o que minimiza a potência P. (BATSCHELET,E. 1978, pág. 275).

SOLUÇÃO:

18) A energia dispendida por alguns pássaros pode ser medida. Para o periquito australiano (Melopsittacus undulatus) a energia dispendida em cal $g^{-1}km^{-1}$ pode ser descrita pela fórmula

$$E = \frac{1}{v}\left[0,074(v - 35)^2 + 22\right]$$ onde v é a velocidade

do pássaro em km^{-1} (a velocidade do vento não é considerado).Qual é a velocidade mais econômica? (Adaptado de Tucker e Schmidt-Koenig, 1971). (BATSCHELET, E. 1978, pág. 275).

SOLUÇÃO:

19) Uma pulga saltando na direção vertical alcançou a altura h (em m) como uma função do tempo t (em s).

$$h = (4,4)t - (4,9)t^2$$

Calcular a velocidade no tempo $t = 0$, a altura máxima alcançada e a aceleração causada pela gravidade? (BATSCHELET,E. 1978 pág. 276) SOLUÇÃO:

20) A área da superfície de uma célula esférica é $S = 4\mu r^2$ e o volume $v = 4/3\mu r^3$. Como S e V são afetados por um pequeno aumento do raio r ? (BATSCHELET,E. 1978, pág. 276).

SOLUÇÃO:

21) Quando um músculo se contrai contra uma força F (por exemplo um peso), a velocidade v de contração decresce à medida que a força aumenta. A. V. Hill descobriu a seguinte equação em 1938:

$(F + a)(v + b) = c$ com constantes positivas apropriadas a,b,c. Expresse v em termos de F. Como v é afetado por uma pequena variação de F? (Para a lei de Hill ver Abbott e Brady, 1964, pág. 349.

SOLUÇÃO:

22) Encontrar o trabalho que um gás (ideal) realiza quando se expande de um volume V_o a um volume V_t (em litros) numa pressão ((constante) P. (THRALL. 1976, pág. 24).

São dados: $dW = PdV$ e $PV = nRt$,

W = trabalho
P = Pressão
n = nº de moles
R = constante do gás
T = temperatura em graus Kelvin

SOLUÇÃO:

22) Usando a teoria de termodinâmica Van't Hoff encontrou que k (a constante de variação de uma reação na qual um mol de substância participa) depende da temperatura T (em graus Kelvin) de acordo com a seguinte fórmula (THRALL, 1967, pág. 25).

$$\frac{d\ln K}{dT} = \frac{Q}{RT^2}$$

Q = calor expandido (ou absorvido na reação)

R = constante do gás

Suponhamos que R e Q não mudam com a mudança de temperatura. (a mudança é muito pequena).

SOLUÇÃO:

RESPOSTAS E SUGESTÕES:

1) $v_1 = 31km/7{,}5h = 4{,}1km\ h^{-1}$

$v_2 = 14km/3h = 4{,}7km\ h^{-1}, \quad v_1 < v_2$

2) a) $\Delta N/\Delta t = 90$ b) $\Delta N/\Delta t = 540$

c) $\Delta N/\Delta t = 450$

4) densidade $= \dfrac{(10+h)^{2}/3 - 10^{2}/3}{h} = \dfrac{20+h}{3}$

Portanto Densidade = 7,00, 6,70 e 6,67

6) $\dfrac{dN}{dt} = 52 + 4t = 72h^{-1}$

8) a) = 0 b) - 0,12 c) - 0,08

9) $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{26}{12}$ meses^{-1} = 2,17 meses^{-1}

O número 2,17 parece bastante artificial. Ainda assim, dá uma boa indicação da velocidade média de crescimento.

10) $\frac{\Delta V}{\Delta r} = \frac{1,62 \times 10^3 \mu m^3}{3 \mu m} = 0,54 \times 10^3 \ \mu m^2$

Isto significa que, em média o volume cresceu de 0,54 x $10^3 \mu m^3$ para cada um de aumento do raio.

13) $v = at \ , \quad s = \frac{1}{2} at^2$

14) a) $x = 5cm$

b) $\int_0^{10} (10x - x^2) dx = 167mg$

16) $x = \frac{a}{2}$

17) $\frac{dP}{dv} = - \frac{W^2}{2qSv^2} + \frac{1}{2} qAv^2 = 0$

$$v = \left(\frac{W^2}{3q^2 SA} \right)^{1/4}$$

20) $ds \cong 8\pi r \ dr$

$dv \cong 4\pi r^2 dr = sdr.$

22) $dw = pdV = \frac{NRT}{V} dV$

$$W = \int_{V_o}^{V_t} \frac{nRt}{V} dV = nRt \int_{V_o}^{V_t} \frac{dV}{V} = nRtL_n \frac{V_t}{V_o}$$

23) $$dLnK = \frac{Q}{RT^2}\, dT$$

$$\int dLnK = \frac{Q}{R} \int T^{-2}\, dT + C = -\frac{Q}{R} \cdot \frac{1}{T} + C$$

$$K = e^{-\frac{Q}{RT} + C}$$