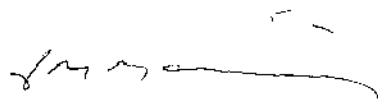


# RESOLUÇÃO DO MODELO LEPTÔNICO DE CHARON

Este exemplar corresponde a redação final da tese devidamente corrigida e defendida pelo Sr. MURILO FRANCISCO TOMÉ e aprovada pela Comissão Julgadora.

Campinas, 07 de agosto de 1987.



Prof. Dr. JOSÉ MÁRIO MARTÍNEZ  
Orientador

Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação - UNICAMP, como requisito parcial para a obtenção do título de "Mestre em Matemática Aplicada".

Ao meu pai

Noel

## AGRADECIMENTOS

Ao PROF. DR. JOSÉ MARIO MARTINEZ, por sua atenção, de  
dicação e eficiente orientação.

Ao PROF. DR. WALDYR ALVES RODRIGUES JR., por seu apoio  
e incentivo.

Ao PROF. DR. ORLANDO FRANCISCO LOPES, pela sua partii  
cipação e colaboração.

Aos PROFESSORES do Departamento de Matemática Aplicaa  
da e Matemática, pelo excelente relacionamento  
to.

Ao Centro de Computação do Instituto de Física da  
UNICAMP, pela colaboração recebida.

A FAPESP e CNPq, pelo custeio de meus estudos.

## ÍNDICE

INTRODUÇÃO .....	0
 CAP. I - PARTÍCULAS ELEMENTARES COMO MICRO-UNIVERSOS OU MICRO-BURACOS NEGROS .....	 1
 CAP. II - O ALGORITMO DE CHARON: LIMITAÇÕES E CRÍTICA ..	4
2.1. O Sistema L .....	4
2.2. Alcharon - O Algoritmo de Charon .....	6
2.3. Análise de Alcharon .....	9
 CAP. III - DEDUÇÃO DE UM SISTEMA EQUIVALENTE COM 5 EQUA- ÇÕES E 6 INCÓGNITAS .....	 11
3.1. A Solução de Charon não é Exatamente uma Solução .....	11
3.2. O Sistema tem 5 Equações e 6 Incógnitas .	13
3.2.1. O Sistema L-Equivalente .....	13
3.2.2. Algomur .....	18
 CAP. IV - 1ª EVIDÊNCIA: DUAS EQUAÇÕES NÃO SÃO SATISFEI- TAS EM $R_{CHARON}$ .....	 22
4.1. Definição .....	22
4.2. Avaliação em 15000 Pontos em $R_{Charon}$ .....	22

CAP. V	- 2ª EVIDÊNCIA: $K_S > K_P$ EM $R_{CHARON}$ SEM RESOLVER A EQUAÇÃO DIFERENCIAL .....	53
5.1.	A Mudança de Variáveis .....	53
5.2.	Avaliação de $F_1$ em 3000 Pontos Aleatórios em $R_{Charon}$ .....	54
CAP. VI	- 3ª EVIDÊNCIA: $K_S > K_P$ EM $R_{CHARON}$ SEM RESOLVER EQUAÇÃO DIFERENCIAL - SEM USAR SHOOTING .....	63
6.1.	Teorema do Lambda .....	63
6.2.	Lema do $R_{Mínimo}$ .....	65
6.3.	Teorema (Limitação do $R_0$ ) .....	65
6.4.	Teorema do $R_{Máximo}$ .....	66
6.5.	Teorema do $R_0$ .....	69
6.6.	Avaliação de $F_1$ em 16649 Pontos em $R_{Charon}$ .....	70
CAP. VII	- 4ª EVIDÊNCIA: $K_S > K_P$ SEM RESOLVER EQUAÇÃO DIFERENCIAL - SEM USAR SHOOTING - SEM AVALIAR INTEGRAL .....	72
CAP. VIII	- CONCLUSÃO .....	76
APÊNDICE 1	.....	77
APÊNDICE 2	.....	80
BIBLIOGRAFIA	.....	82

## INTRODUÇÃO

Esta tese tem como objetivo a resolução de um Sistema de Equações Não Lineares (SISTEMA L) obtido por Charon [1], proveniente da formulação de uma teoria que constrói um modelo matemático para as partículas elementares chamado "MODELO LEPTÔNICO". A primeira vista, tem-se a impressão de se tratar de um sistema de equações integro-diferenciáveis. Mas, examinado mais de perto, vemos que é um sistema não linear algébrico com 20 equações acopladas.

No capítulo I, fizemos uma pequena nota do significado físico. O capítulo II contém uma análise do algoritmo utilizado por Charon na resolução do SISTEMA L e no capítulo III, a verificação da solução obtida por Charon, bem como a dedução de um sistema equivalente. Os resultados obtidos nos capítulos II e III foram inesperados porque, a princípio, pensando em refinar a solução obtida em [1], somos levados agora, a questionar sua suposta existência.

Com efeito, os capítulos IV e V mostram duas evidências numéricas da incompatibilidade do sistema de equações (SISTEMA L). Além disso, após uma profunda análise do mesmo, são apresentadas nos capítulos VI e VII, mais duas fortes evidências de que o Sistema não admite solução.

## CAPÍTULO I

### PARTÍCULAS ELEMENTARES COMO MICRO-UNIVERSOS OU MICRO-BURACOS NEGROS

Após o estudo do famoso trabalho "ON THE HIPOTHESIS WHICH LIES AT THE BASES OF GEOMETRY" de B. Riemann [2], W.K. Clifford [3] publicou um trabalho em 1876, no qual, ele propõe que algumas das especulações de Riemann poderiam ser aplicadas na investigação dos fenômenos físicos. Como é bem conhecido, Clifford não teve sucesso em construir uma "teoria geométrica da matéria" e sabemos hoje, que uma das principais razões era a falta de conhecimento referente as propriedades que ele escolheu para representar o mundo.

Em 1884, o matemático americano C.H. Hinton escreveu uma série de especulações sobre a quarta-dimensão [4]. Claramente, ele sugeriu que o mundo físico deve ser considerado, ao menos, como uma variedade quadri-dimensional e possivelmente com uma métrica desconhecida (i.e. não euclidiana). Ele disse, que uma evidência concreta viria do estudo da estrutura do universo como um todo e "certamente" do estudo das partículas elementares. Seu argumento (referente as partículas elementares) era que seres humanos não tem uma percepção direta da quarta-dimensão. Entretanto, quando se iniciar a investigação sistemática das partículas elementares a situação mudará. Nas partículas elementares, as dimensões usuais que são muito pe-

quenas ( $\approx 10^{-13}$  cm) podem ser da mesma ordem de grandeza na quarta-dimensão, a qual então, se manifestará em fenômenos envolvendo partículas elementares.

A idéia de construir uma teoria geométrica das partículas elementares segundo Clifford, chamou a atenção de Einstein em 1919 [5]. Ele tentou construir partículas como configurações especiais de um campo métrico numa variedade lorentziana quadrimensional. Neste trabalho, Einstein tentou modificar suas famosas equações da relatividade geral e seus resultados foram muito limitados. Entrementes, físicos "aderiram a moda quântica" (devido principalmente a derrota de Einstein por Bohr [6]) em relação a interpretação da mecânica quântica e esquecem por um longo tempo, que modelos puramente geométricos de partículas elementares poderiam ser construídos e que esses modelos seriam úteis na interpretação da realidade.

É sem dúvida, que os desenvolvimentos da teoria relativista do campo quântico produziu muitos resultados importantes, mas produziu também muitos problemas insolúveis referentes às partículas elementares e alguns de nós pensamos que eles são realmente profundos e merecem uma nova abordagem.

Esta nova abordagem começou principalmente com o trabalho de Bohm e Barrut [7], Roman e Haavisto [8], Salan e Strathdee [9], Caldirola [10], Recami [11], Charon [1], Nowosad [12], entre outros.

De fato, estes autores mostraram que é razoável interpretar partículas elementares como micro-universos ou micro-buracos negros. O que é importante aqui, é que em todas



essas teorias, assim como a relatividade geral de Einstein, objetos parecendo universos ou buracos negros com dimensão característica  $R \leq 10^{-13}$  cm existem.

O esquema geral dessas teorias se assemelham as proposições de Clifford [3], mas existem algumas diferenças importantes. Com efeito, na teoria moderna, as partículas elementares são associadas com estruturas lorentzianas quadri-dimensionais em vez de estruturas Riemannianas tri-dimensionais (parece que Hinton estava certo). Esta diferença é tão fundamental que gera uma série de problemas em aberto.

Gostaríamos de frizar, que não existe, até então, uma teoria bem formulada que use as idéias acima, mas alguns dos resultados obtidos são de fato impressionantes.

É impossível, aqui, entrar em maiores detalhes e solicitamos aos leitores interessados, consultar a literatura mencionada.

Dentre as teorias citadas acima, a de Charon [1] se destaca, porque leva a um sistema de equações não lineares acopladas (SISTEMA L) envolvendo todas as constantes fundamentais da física,  $c$ ,  $h$ ,  $m$ , ..., etc. Estas constantes aparecem no SISTEMA L como incógnitas e podem portanto serem calculadas e comparadas com os valores experimentais.

O nosso trabalho tem como objetivo a resolução do SISTEMA L e a comparação com a solução obtida para o sistema por Charon.

## CAPÍTULO II

### O ALGORITMO DE CHARON: LIMITAÇÕES E CRÍTICA

#### 2.1. O SISTEMA L

O sistema L(\*) compreende 20 equações que devem permitir o cálculo das 19 quantidades seguintes:  $R(\tau)$ ,  $c$ ,  $h$ ,  $m$ ,  $\mu$ ,  $\tau_2$ ,  $\ell_0$ ,  $T$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\Lambda$ ,  $R_0$ ,  $R$ ,  $K_S$ ,  $K_P$ ,  $W_{0m}$ ,  $W_{0\mu}$ ,  $W_{0\tau_2}$  e  $K$ .

Todas estas quantidades são constantes, salvo o raio  $R(\tau)$  que é uma função periódica do tempo  $\tau$ . O que há de notável no sistema L é que ele não depende de nenhum parâmetro, já que todos aqueles que figuram nas equações são finalmente calculados pela solução do sistema de equações. A solução do sistema L deve permitir o cálculo de 5 das principais constantes físicas fundamentais, a saber:  $c$ ,  $h$ ,  $m$ ,  $\mu$  e  $\tau_2$ .

(\*) SISTEMA L

$$n = 1, 2 \quad h = 2\pi\hbar \quad K = -1, 0 \text{ ou } +1 \quad \ell_v = \frac{\pi R}{2}$$

$$\frac{dR}{d\tau} = R' \quad \xi = \frac{4}{3} \pi \ell_0^3 \frac{c}{\hbar} \quad \ell = 2R \arctg\left(\frac{\eta}{2}\right)$$

$$d\Omega\eta = 4\pi R^3 \left(1 + \frac{\eta^2}{4}\right)^{-3} \eta^2 d\eta \quad \frac{v_\eta^2}{c^2} = \frac{R'^2}{c^2} \left[ \frac{R^2}{\left(2R \arctg\left(\frac{\eta}{2}\right)\right)^2} + \frac{R'^2}{c^2} \right]^{-1}$$

$$L_1: \frac{R'^2}{c^2} = \frac{1}{6} \frac{\xi^2}{R^2} \left[ \alpha^2 \left( \frac{3}{R_0^2} - \frac{1}{R^2} \right) - \frac{2\beta^2}{R_0^4} \right] + \frac{1}{3} \Lambda R^2 + K$$

$$L_2: R_{\tau=0} = R_0$$

$$L_3: R'_{\tau=0} = 0$$

$$L_4: R_{\tau=T/2} = R$$

$$L_5: R'_{\tau=T/2} = 0$$

$$L_6: c^2 \geq R'^2 \geq 0$$

$$L_7: \int_0^T 2\pi^2 c^2 \left( \alpha - \frac{\beta}{R} \right) d\tau + h = mc^2 T$$

$$L_8: \int_0^T 2\pi^2 c^2 \left( \alpha + \frac{\beta}{R} \right) d\tau + 2 \left( n + \frac{1}{2} \right) h = \tau \eta c^2 T, \quad n = 1, 2$$

$$L_9: \int_0^T \int_0^\infty c^2 \left( \frac{\alpha}{R^3} - \frac{\beta}{R^4} \right) \left[ \left( 1 - \frac{V_\eta^2}{c^2} \right)^{-1/2} - 1 \right] d\Omega \eta d\tau + TK_S W_{om} = \frac{1}{2} h$$

$$L_{10}: \int_0^T \int_0^\infty c^2 \left( \frac{\alpha}{R^3} + \frac{\beta}{R^4} \right) \left[ \left( 1 - \frac{V_\eta^2}{c^2} \right)^{-1/2} - 1 \right] d\Omega \eta d\tau + TK_S W_{o\tau n} = \left( n + \frac{1}{2} \right) h,$$

$$n = 1, 2$$

$$L_{11}: \int_0^T 2\pi^2 c^2 \left( \alpha - \frac{\beta}{R} \right) \left[ \left( 1 - \frac{R'^2}{c^2} \right)^{-1/2} - 1 \right] d\tau + TK_P W_{om} = \frac{1}{2} h$$

$$L_{12}: \int_0^T 2\pi^2 c^2 \left( \alpha + \frac{\beta}{R} \right) \left[ \left( 1 - \frac{R'^2}{c^2} \right)^{-1/2} - 1 \right] d\tau + TK_P W_{o\tau n} = \left( n + \frac{1}{2} \right) h,$$

$$n = 1, 2$$

$$L_{13}: K_S = \frac{1}{T} \int_0^T \left( 1 - \frac{V_{\ell v}^2}{c^2} \right)^{-1/2} d\tau$$

$$L_{14}: K_p = \frac{1}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{R'^2}{c^2}\right)^{-1/2} d\tau$$

$$L_{15}: K_s = K_p$$

$$L_{16}: \int_0^T \frac{d\tau}{R} = \frac{2\pi}{c}$$

$$L_{17}: \int_0^T \frac{d\tau}{R^3} = \frac{T}{\ell_0^3} = \frac{4\pi c T}{3h\xi}$$

## 2.2. ALCHARON - O ALGORITMO DE CHARON

Charon em [1], apresentou um algoritmo que utilizou para resolução do Sistema L, o qual transcrevemos abaixo:

- I) Dado um conjunto de seis valores numéricos, num sistema de unidades físicas dadas (CGS por exemplo), correspondendo respectivamente aos valores de seis parâmetros:  $c$ ,  $h$ ,  $m$ ,  $\mu$ ,  $\tau_2$  e  $\xi$ . Chamemos  $P_0$  o conjunto desses seis parâmetros inicialmente escolhidos.
- II) Constata-se então que, sendo dado  $P_0$ , pode-se procurar a solução exata não do sistema L, mas de um sistema  $L'$  obtido suprimindo seis das equações de L, a saber:

$$L_{11}, L_{12} (n=1,2), L_{14}, L_{15} \text{ e } L_{17}$$

Esta solução é obtida facilmente através do computador. Começa-se por calcular  $\alpha$  pela adição de  $L_7$  a  $L_8$ , depois  $\beta$  pela subtração de  $L_7$  e  $L_8$ , servindo-se de  $L_{16}$ .  $L_8$  considerada com  $n=1$  e  $n=2$  fornece também:

$$T = \frac{2h}{c^2(\tau_2 - \mu)}$$

Enfim, servindo-se das condições complementares  $L_2$  a  $L_6$ , obtem-se  $K=+1$  assim como as expressões de  $\Lambda$  e  $\mathcal{R}$  em função de  $R_0$ . Pode-se então resolver  $L_1$  e calcular todas as expressões integrais do sistema  $L$ , ou seja, obter numericamente todos os parâmetros que ocorrem no sistema  $L$ .

- III) Sejam  $F_i=0$  ( $i=1,6$ ) as equações que o sistema  $L'$  não leva em consideração com relação ao sistema  $L$  (equação  $L-L'$ ). Pode-se calcular o desvio entre a solução  $L$  e a solução  $L'$  introduzindo uma função desvio  $\chi$  definida como segue:

$$\chi^2 = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 \left( \frac{F_i}{\epsilon_i} \right)^2, \quad \text{onde } \frac{F_i}{\epsilon_i} \text{ é adimensional}$$

Se a solução de  $L'$  fosse também solução de  $L$ , nós teríamos naturalmente:  $\chi^2=0$  e, neste caso, o conjunto  $P_0$  dos seis parâmetros escolhidos (mais ou menos arbitrariamente) em I) acima, corresponderia a solução numérica de  $L$ .

- IV) Para a procura da solução  $L$ , começaremos por fazer confiança ao computador que representa a própria natureza, ou seja, escolhamos um conjunto  $P_0$  numericamente idêntico aos valores numéricos experimentais que se obtem através dos seis parâmetros.

Depois, escolhamos para variação desses parâmetros, valores compreendidos entre o dobro e a metade do valor natural de  $P_0$ . Enfim, discretizemos os cálculos escolhendo por exemplo, cinco valores regularmente espaçados entre

$P_0$  e os dois extremos dos intervalos de variação. Assim, dispomos agora de  $11^6=1771561$  conjuntos  $P_i$  de parâmetros, que pode entrar de cada vez como dados iniciais no cálculo (I, II e III) efetuado acima.

Se a solução do Sistema L existe e  $\bar{e}$  por outro lado estável e única, encontraremos para a função desvio  $\chi_L$  correspondente a esta solução (ou seja, a este jogo  $P_L$  de parâmetros) um profundo poço de minimização.  $\chi_L$  mede a aproximação com aquela solução que se calculou para L. ( $\chi_L=0$  para a solução exata).

Seja  $\chi_i$  a função desvio correspondente a qualquer um dos parâmetros  $P_i$ . A relação

$$\frac{\min \chi_i}{\chi_L}, \quad (i \neq L)$$

será uma medida de profundidade do poço no fundo do qual se encontra a solução calculada em L.

- V) Notaremos, que uma vez obtido um primeiro conjunto  $P_L$  correspondendo a solução de L, pode-se recomeçar o cálculo afim de precisar os valores numéricos dos seis parâmetros que figuram em  $P_L$ , dando agora por exemplo, os intervalos de variação de apenas  $\pm 20\%$  a cada um de seus parâmetros, e discretizando novamente ao menos cinco valores igualmente espaçados entre os valores de L com a precisão desejada.

O cálculo converge assim para a solução exata do Sistema L.

## 2.3. ANÁLISE DE ALCHARON

Pela análise do algoritmo de Charon, observamos o seguinte:

- 1) Conforme o item II) acima, Charon afirma que excluindo as equações  $L_{11}$ ,  $L_{12}$  ( $n=1,2$ ),  $L_{14}$ ,  $L_{15}$  e  $L_{17}$ , pode-se obter todos os parâmetros que figuram no sistema  $L$ . Mas, pergunta mos: Como foi avaliado o parâmetro  $K_p$ ? A resposta é que se gundo II) não se pode obter  $K_p$  porque as equações do siste ma  $L$  que constam  $K_p$  são justamente as equações  $L_{11}$ ,  $L_{12}$  ( $n=1, 2$ ),  $L_{14}$  e  $L_{15}$  que são excluídas em II). Portanto, uma des sas equações deve ser incluída no sistema  $L'$  e a função  $\chi$  deverá então conter 5 equações conforme item III) do algo ritmo de Charon.
- 2) Mostramos no Algomur (cap. III) que a equação  $L_{15}$  é deduzi da das outras equações do sistema  $L$ , logo não deve constar em  $\chi$ . Portanto, temos agora para avaliar  $\chi$  quatro equações das seis propostas no item III) do ALCHARON.
- 3) Para avaliação do parâmetro  $\beta$ , Charon utilizou a equação  $L_{16}$  e a deixou de lado. Na dedução do ALGOMUR (cap. III), vimos que a equação  $L_{16}$  não é dedutível das outras e por tanto deve constar em  $\chi$ .

Assim, de 1), 2) e 3) concluímos que:

$$\chi^2 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 \left( \frac{F_i}{\epsilon_i} \right)^2$$

e não como foi definida por Charon.

4) Nos itens IV) e V) de seu algoritmo, Charon descreve um método de otimização para encontrar uma solução do sistema L, mas não está claro que o processo conduza a uma solução do mesmo, o que se pode esperar é que tenhamos um mínimo local da função  $\chi$ , ou seja,  $\min \|F(x)\|$ , onde F é constituída pelas  $F_i$ .

Portanto, pelas observações 1) à 4) acima, concluímos que o algoritmo de Charon é muito duvidoso no sentido de que o mesmo encontre uma solução do Sistema L.



# CAPÍTULO III

## DEDUÇÃO DE UM SISTEMA EQUIVALENTE COM 5 EQUAÇÕES E 6 INCÓGNITAS

### 3.1. A SOLUÇÃO DE CHARON NÃO É EXATAMENTE UMA SOLUÇÃO

Pelo processo descrito no capítulo anterior, Charon obtém em [1] a seguinte "solução":

#### SOLUÇÃO NUMÉRICA DO SISTEMA L

SÍMBOLO	DEFINIÇÃO	CGS	UNIDADES L
c	Velocidade da luz	$3 \cdot 10^{10}$	18,846
h	Constante de Planck	$6,61 \cdot 10^{-27}$	3617
$m_0$	Massa "própria" do elétron	$9,11 \cdot 10^{-28}$	0,0062
$\mu_0$	Massa "própria" do muon	$1,884 \cdot 10^{-25}$	1,28
$\tau_0$ n=2	Massa "própria" do Lépton Tau	$3,183 \cdot 10^{-24}$	21,62
$L_0$	Comprimento elementar	$1,76 \cdot 10^{-14}$	2,256
T	Período de Pulsação	$4,9 \cdot 10^{-24}$	1
$\alpha$	Coeficiente de irradiação negra	$-1,472 \cdot 10^{-25}$	-1
$\beta$	Coeficiente de radiação negra	$-1,7 \cdot 10^{-39}$	-1,48
$\Lambda$	Constante Leptônica	$-1,282 \cdot 10^{27}$	-0,078
$R_0$	Raio Mínimo	$7,8 \cdot 10^{-15}$	1
$R$	Raio Máximo	$4,8 \cdot 10^{-14}$	6,154
$K_S$	Coeficiente Relativista do Spin	1,36	1,36

$K_p$	Coeficiente Relativista de Pulso	1,36	1,36
$W_{oe}$	Energia "no repouso" do neutrino $\nu_e$	$0,824 \cdot 10^{-3}$	2209
$W_{o\mu}$	Energia "no repouso" do neutrino $\nu_\mu$	$2,615 \cdot 10^{-3}$	7010
$W_{o\tau}$	Energia "no repouso" do neutrino $\nu_\tau$	$3,61 \cdot 10^{-3}$	9677
$K$	Sinal de curvatura do espaço Leptônico	+1	+1
$\tau_{on}$ $n=3$	Massa do "próximo" lepton pesado	$6,184 \cdot 10^{-24}$	42

Observamos que apenas as constantes fundamentais da física:  $c$ ,  $h$ ,  $m_0$ ,  $\mu_0$  e  $\tau_0$  tem significado fora da teoria de Charon. Segundo Charon, o fato de ter obtido valores para estas constantes próximos dos valores empíricos das mesmas, avaliza sua teoria.

No nosso trabalho tentamos verificar se a "solução" de Charon efetivamente satisfazia as equações  $L_1$  a  $L_{17}$  e chegamos aos seguintes resultados:

$$L_3: \left( \frac{R'^2}{c^2} \right)_{\tau=0} = -0,975 \cdot 10^{-2}$$

$$L_5: \left( \frac{R'^2}{c^2} \right)_{\tau=T/2} = -0,1788 \cdot 10^{-4}$$

Agora, as equações  $L_3$  e  $L_5$  são algébricas de maneira que o erro nas mesmas não pode ser atribuído aos processos numéricos de integração. Com efeito, a equação  $L_3$  afirma que:

$$\frac{\xi^2}{3R_0^2} \left[ \frac{\alpha^2}{R_0^2} - \frac{\beta^2}{R_0^4} \right] + \frac{1}{3} \Lambda R_0^2 + K = 0 \quad ,$$

no entanto:

$$-0,975 \cdot 10^{-2} \neq 0$$

Enquanto para a  $L_5$ :

$$\frac{\xi^2}{6R^2} \left[ \alpha^2 \left( \frac{3}{R_0^2} - \frac{1}{R^2} \right) - \frac{2\beta^2}{R_0^4} \right] + \frac{1}{3} \Lambda R^2 + K = 0 \quad ,$$

Mas,

$$-0,1788.10^{-4} \neq 0$$

Portanto, o título deste parágrafo está justificado.

Isso não desqualifica a teoria de Charon. Com efeito, as equações  $L_3$  e  $L_5$  envolvem constantes "sem significado fora da teoria", como:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\Lambda$ ,  $\xi$ ,  $R_0$  e  $R$ . Seria possível, em princípio, que o sistema de equações fosse satisfeito por outro conjunto de constantes, sempre que as constantes fundamentais da física assumissem seus valores verdadeiros (empíricos). O resto do nosso trabalho se destina a examinar essa hipótese.

### 3.2. O SISTEMA TEM 5 EQUAÇÕES E 6 INCÓGNITAS

No capítulo 2, vimos que, conforme Charon, o sistema se reduz a um sistema com 6 equações e 6 incógnitas. Na nossa crítica ao processo de otimização por ele utilizado vimos que uma equação é esquecida, de maneira que o sistema tem na realidade mais uma equação. Mas agora veremos que duas das equações do sistema se deduzem das outras, de maneira que, na realidade, o sistema tem 5 equações e 6 incógnitas.

#### 3.2.1. O SISTEMA L-EQUIVALENTE

Para resolução do sistema L, vamos trabalhar com um

sistema de equações obtido do mesmo, como segue:

$$LE_1 = L_1: \quad \frac{R'^2}{c^2} = \frac{\xi^2}{6R^2} \left[ \alpha^2 \left( \frac{3}{R_0^2} - \frac{1}{R^2} \right) - \frac{2\beta^2}{R_0^4} \right] + \frac{1}{3} \Delta R^2 + K$$

$$LE_2 = L_2: \quad R_{\tau=0} = R_0$$

$$LE_3 = L_3: \quad R'_{\tau=0} = 0$$

$$LE_4 = L_4: \quad R_{\tau=T/2} = R$$

$$LE_5 = L_5: \quad R'_{\tau=T/2} = 0$$

$$LE_6 = L_6: \quad c^2 \geq R'^2 \geq 0$$

A equação  $L_7$  somada com a equação  $L_8$  ( $n=1$ ) nos fornece:

$$LE_7: \quad 4\pi^2 c^2 \alpha T + 4h = (m + \mu) c^2 T, \quad \tau_1 = \mu$$

A equação  $L_8$  ( $n=2$ ) somada com a equação  $-L_7$  e utilizando a equação  $L_{16}$  vem:

$$LE_8: \quad 8\pi^3 c \beta + 2h = (\mu - m) c^2 T$$

Subtraindo  $L_8$  ( $n=1$  e  $n=2$ ) temos:

$$LE_9: \quad c^2 T (\tau_2 - \mu) = 2h \quad ; \quad \tau_1 = \mu, \quad \tau_2 = \tau_0$$

Simplificando a equação  $L_9$  obtemos:

$$LE_{10}: \quad \int_0^T \int_0^\infty 4\pi c^2 \left( \alpha - \frac{\beta}{R} \right) \left[ \left( 1 - \frac{V_\eta^2}{c^2} \right)^{-1/2} - 1 \right] \left( 1 + \frac{\eta^2}{4} \right)^{-3} \eta^2 d\eta d\tau + \\ + TK_S W_{om} = \frac{1}{2} h$$

Analogamente, simplificando a equação  $L_{10}$  vem:

$$L_{10}: \int_0^T \int_0^\infty 4\pi c^2 \left( \alpha + \frac{\beta}{R} \right) \left[ \left( 1 - \frac{v_n^2}{c^2} \right)^{-1/2} - 1 \right] \left( 1 + \frac{\eta^2}{4} \right)^{-3} \eta^2 d\eta d\tau + \\ + TK_S W_{0\tau n} = \left( n + \frac{1}{2} \right) h$$

Fazendo  $n=1$  na equação acima temos:

$$LE_{11}: \int_0^T \int_0^\infty 4\pi c^2 \left( \alpha + \frac{\beta}{R} \right) \left[ \left( 1 - \frac{v_n^2}{c^2} \right)^{-1/2} - 1 \right] \left( 1 + \frac{\eta^2}{4} \right) \eta^2 d\eta d\tau + \\ + TK_S W_{0\mu} = \frac{3}{2} h \quad ; \quad W_{0\tau_1} = W_{0\mu}$$

Fazendo  $n=1$  e  $n=2$  na equação  $L_{10}$  e subtraindo obtemos:

$$LE_{12}: TK_S (W_{0\tau} - W_{0\mu}) = h \quad ; \quad W_{0\tau_2} = W_{0\tau}$$

A equação  $L_{11}$  nos dá:

$$LE_{13}: \int_0^T 2\pi^2 c^2 \left( \alpha - \frac{\beta}{R} \right) \left[ \left( 1 - \frac{R'^2}{c^2} \right)^{-1/2} - 1 \right] d\tau + TK_P W_{0m} = \frac{1}{2} h$$

A equação  $L_{12}$  com  $n=1$  nos fornece:

$$LE_{14}: \int_0^T 2\pi^2 c^2 \left( \alpha + \frac{\beta}{R} \right) \left[ \left( 1 - \frac{R'^2}{c^2} \right)^{-1/2} - 1 \right] d\tau + TK_P W_{0\mu} = \frac{3}{2} h$$

Fazendo  $n=1$  e  $n=2$  na equação  $L_{12}$  e subtraindo, obtemos:

$$LE_{15}: TK_P (W_{0\tau} - W_{0\mu}) = h$$

As equações  $L_{13}$  até  $L_{17}$  nos dão:

$$LE_{16}: K_s = \frac{1}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{v_{\ell v}^2}{c^2}\right)^{-1/2} d\tau$$

$$LE_{17}: K_p = \frac{1}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{R'^2}{c^2}\right)^{-1/2} d\tau$$

$$LE_{18}: K_s = K_p$$

$$LE_{19}: \int_0^T \frac{d\tau}{R} = \frac{2\pi}{c}$$

$$LE_{20}: \int_0^T \frac{d\tau}{R^3} = \frac{T}{\ell_0^3} = \frac{4\pi c T}{3 \hbar \xi} = \frac{8\pi^2 c T}{3 h \xi}$$

Portanto, temos o sistema L-Equivalente que é descrito abaixo:

#### SISTEMA L-EQUIVALENTE

$$K = -1, \quad 0 \text{ ou } +1 \quad ; \quad \ell v = \pi \frac{R}{2}$$

$$\frac{dR}{d\tau} = R' ; \quad \xi = \frac{4}{3} \pi \ell_0^3 \frac{c}{\hbar} ; \quad \hbar = \frac{h}{2\pi} ; \quad v_{\eta}^2 = R'^2 \left[ \frac{1}{4 \operatorname{arc}^2 \operatorname{tg}(\eta/2)} + \frac{R'^2}{c^2} \right]^{-1}$$

$$LE_1: \frac{R'^2}{c^2} = \frac{\xi^2}{6R^2} \left[ \alpha^2 \left( \frac{3}{R_0^2} - \frac{1}{R^2} \right) - \frac{2\beta^2}{R_0^4} \right] + \frac{1}{3} \Lambda R^2 + K$$

$$LE_2: R_{\tau=0} = R_0$$

$$LE_3: R'_{\tau=0} = 0$$

$$LE_4: R_{\tau=T/2} = R$$

$$LE_5: R'_{\tau=T/2} = 0$$

$$LE_6: c^2 \geq R'^2 \geq 0$$

$$LE_7: 4\pi^2 c^2 \alpha T + 4h = (m+\mu) c^2 T$$

$$LE_8: 8\pi^3 c \beta + 2h = (\mu-m) c^2 T$$

$$LE_9: T = \frac{2h}{c^2 (\tau_2 - \mu)}$$

$$LE_{10}: \int_0^T \int_0^\infty 4\pi c^2 \left( \alpha - \frac{\beta}{R} \right) \left[ \left( 1 - \frac{v_n^2}{c^2} \right)^{-1/2} - 1 \right] \left( 1 + \frac{\eta^2}{4} \right)^{-3} \eta^2 d\eta d\tau + \\ + TK_S W_{om} = \frac{1}{2} h$$

$$LE_{11}: \int_0^T \int_0^\infty 4\pi c^2 \left( \alpha + \frac{\beta}{R} \right) \left[ \left( 1 - \frac{v_n^2}{c^2} \right)^{-1/2} - 1 \right] \left( 1 + \frac{\eta^2}{4} \right)^{-3} \eta^2 d\eta d\tau + \\ + TK_S W_{o\mu} = \frac{3}{2} h$$

$$LE_{12}: TK_S (W_{o\tau} - W_{o\mu}) = h$$

$$LE_{13}: \int_0^T 2\pi^2 c^2 \left( \alpha - \frac{\beta}{R} \right) \left[ \left( 1 - \frac{R'^2}{c^2} \right)^{-1/2} - 1 \right] d\tau + TK_p W_{om} = \frac{1}{2} h$$

$$LE_{14}: \int_0^T 2\pi^2 c^2 \left( \alpha + \frac{\beta}{R} \right) \left[ \left( 1 - \frac{R'^2}{c^2} \right)^{-1/2} - 1 \right] d\tau + TK_p W_{o\mu} = \frac{3}{2} h$$

$$LE_{15}: \quad TK_p(W_{0\tau} - W_{0\mu}) = h$$

$$LE_{16}: \quad K_s = \frac{1}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{v_{\ell v}^2}{c^2}\right)^{-1/2} d\tau$$

$$LE_{17}: \quad K_p = \frac{1}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{R'^2}{c^2}\right)^{-1/2} d\tau$$

$$LE_{18}: \quad K_s = K_p$$

$$LE_{19}: \quad \int_0^T \frac{d\tau}{R} = \frac{2\pi}{c}$$

$$LE_{20}: \quad \int_0^T \frac{d\tau}{R^3} = \frac{T}{\ell_o^3} = \frac{8\pi^2 c T}{3h\xi}$$

### 3.2.2. ALGOMUR

Vamos construir agora, um algoritmo que avalia uma função  $F: \mathbb{R}^6 \rightarrow \mathbb{R}^5$  e para isso ele calcula todas as constantes do sistema L, como segue:

Passo 1: Seja  $x \in \mathbb{R}^6$ . Coloquemos  $x_1=c$ ,  $x_2=h$ ,  $x_3=m$ ,  $x_4=\mu$ ,  
 $x_5=\tau_2$  e  $x_6=\xi$

Passo 2: Com a equação  $LE_9$ , calculamos T e obtemos:

$$T = \frac{2x_2}{x_1^2(x_5 - x_4)}$$



Passo 3: Através da equação  $LE_7$  avaliamos  $\alpha$ :

$$\alpha = (x_3 + x_4) / 4\pi^2 - \frac{x_2}{\pi^2 x_1^2 T}$$

Passo 4: A equação  $LE_8$  nos dá:

$$\beta = \frac{x_1^2 T (x_4 - x_3) - 2x_2}{8\pi^3 x_1}$$

Passo 5: A equação  $LE_6$  nos fornece:

$$K = +1$$

Passo 6: Resolve-se o problema de equações diferenciais provenientes das equações  $LE_1$  a  $LE_5$  e obtém-se as constantes  $R_0$ ,  $\Lambda$ ,  $R$  e também  $R(\tau)$

Passo 7: Com a equação  $LE_{16}$ , calculamos  $K_S$ :

$$K_S = \frac{1}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{V_{\ell v}^2}{x_1^2}\right)^{-1/2} d\tau, \text{ onde } \frac{V_{\ell v}^2}{x_1^2} = \frac{R'^2}{x_1^2} \left[ \frac{1}{4 \operatorname{arctg}^2 \left(\frac{\pi R}{4}\right)} + \frac{R'^2}{x_1^2} \right]^{-1}$$

Passo 8: A equação  $LE_{10}$  nos dá:

$$W_{om} = \frac{x_2}{2TK_S} - \frac{1}{TK_S} \int_0^T \int_0^\infty 4\pi x_1^2 \left(\alpha - \frac{\beta}{R}\right) \left[ \left(1 - \frac{V_{\ell v}^2}{x_1^2}\right)^{-1/2} - 1 \right] \left(1 + \frac{\eta^2}{4}\right)^{-3} \eta^2 d\eta d\tau$$

Passo 9: Com a equação  $LE_{11}$ , calculamos  $W_{o\mu}$ :

$$W_{o\mu} = \frac{3x_2}{2TK_S} - \frac{1}{TK_S} \int_0^T \int_0^\infty 4\pi x_1^2 \left(\alpha + \frac{\beta}{R}\right) \left[ \left(1 - \frac{V_{\ell v}^2}{x_1^2}\right)^{-1/2} - 1 \right] \left(1 + \frac{\eta^2}{4}\right)^{-3} \eta^2 d\eta d\tau$$

Passo 10: Avaliamos  $W_{0\tau}$  usando  $LE_{12}$  e obtemos:

$$W_{0\tau} = W_{0\mu} + \frac{x_2}{TK_s}$$

Passo 11: Com a equação  $LE_{15}$ , calculamos  $K_p$ :

$$K_p = \frac{x_2}{T(W_{0\tau} - W_{0\mu})}$$

Passo 12: Restam agora, seis equações para serem satisfeitas, a saber:  $LE_{13}$ ,  $LE_{14}$ ,  $LE_{17}$ ,  $LE_{18}$ ,  $LE_{19}$  e  $LE_{20}$ . Mas, como mostram os passos 7 a 11,  $\forall x \in \mathbb{R}^6$  teremos  $K_s = K_p$ , logo, a equação  $LE_{18}$  também está satisfeita. Portanto, definimos  $F: \mathbb{R}^6 \rightarrow \mathbb{R}^5$ , cujas componentes são:

$$LE_{17} = 0 = F_1 = K_p - \frac{1}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{R'^2}{x_1^2}\right)^{-1/2} d\tau$$

$$LE_{19} = 0 = F_2 = \int_0^T \frac{d\tau}{R} - \frac{2\pi}{x_1} = LE_{19} = 0$$

$$LE_{20} = 0 = F_3 = \int_0^T \frac{d\tau}{R^3} - \frac{T}{\ell_0^3} = \int_0^T \frac{d\tau}{R^3} - \frac{8\pi^2 x_1 T}{3x_2 x_6}$$

$$LE_{13} = 0 = F_4 = \int_0^T 2\pi^2 x_1^2 \left(\alpha - \frac{\beta}{R}\right) \left[ \left(1 - \frac{R'^2}{x_1^2}\right)^{-1/2} - 1 \right] d\tau + TK_p W_{0\mu} - \frac{x_2}{2}$$

$$LE_{14} = 0 = F_5 = \int_0^T 2\pi^2 x_1^2 \left( \alpha + \frac{\beta}{R} \right) \left( 1 - \frac{R'^2}{x_1^2} \right)^{-1/2} d\tau + TK_p W_{0\mu} - \frac{3x_2}{2}$$

Portanto,  $x_0 \in \mathbb{R}^6$  é solução do sistema L-equivalente (logo do sistema L) se  $F(x_0) = 0$

Conforme mostramos no ALGOMUR, incluindo a equação  $L_{16}$  que Charon omitiu em seu algoritmo de otimização, o sistema L pode ser representado por um sistema com 19 equações a saber: sem a equação  $L_{15}$ . Através desse sistema vamos tentar obter uma possível solução pois sua resolução reduz a um sistema não linear com 5 equações e 6 incógnitas, onde teremos:

- i) Solução única, ou
- ii) Infinitas soluções, ou
- iii) Então, o sistema não admite solução.

## CAPÍTULO IV

### 1ª EVIDÊNCIA: DUAS EQUAÇÕES NÃO SÃO SATISFEITAS EM $R_{\text{CHARON}}$

Neste capítulo, vamos procurar um ponto  $X^* \in R_{\text{Charon}}$ , que esteja próximo de uma solução do Sistema L-equivalente, para que possamos aplicar um método numérico que convirja para uma solução do mesmo.

4.1. DEFINIÇÃO:  $R_{\text{CHARON}} = \{X \in \mathbb{R}^6 / 0.9c \leq x_1 \leq 1.1c, 0.9h \leq x_2 \leq 1.1h, 0.9m_0 \leq x_3 \leq 1.1m_0, 0.9\mu_0 \leq x_4 \leq 1.1\mu_0, 0.9\tau_0 \leq x_5 \leq 1.1\tau_0 \text{ e } 0.9\xi_0 \leq x_6 \leq 1.1\xi_0\}$ ; onde  $\xi_0 = \frac{8\pi^2 \ell_0^3 c}{3h}$  e  $c, h, m_0, \mu_0, \tau_0$  e  $\xi_0$  são os valores empíricos das constantes físicas nas unidades L.

### 4.2. AVALIAÇÃO EM 15000 PONTOS EM $R_{\text{CHARON}}$

Foram gerados 15000 pontos aleatórios em  $R_{\text{Charon}}$ , onde a função F definida no ALGOMUR foi avaliada. As integrais, foram resolvidas numericamente usando o método de Simpson [18] e formulamos um método de SHOOTING [ver Apêndice] para resolver o problema de equações diferenciais provenientes das equações  $LE_1$  a  $LE_5$ .

Fizemos gráficos para estudar o comportamento das equações ( $F_i$   $i=1,5$ ) na região citada, conforme mostram as figuras 1 a 29 a seguir.

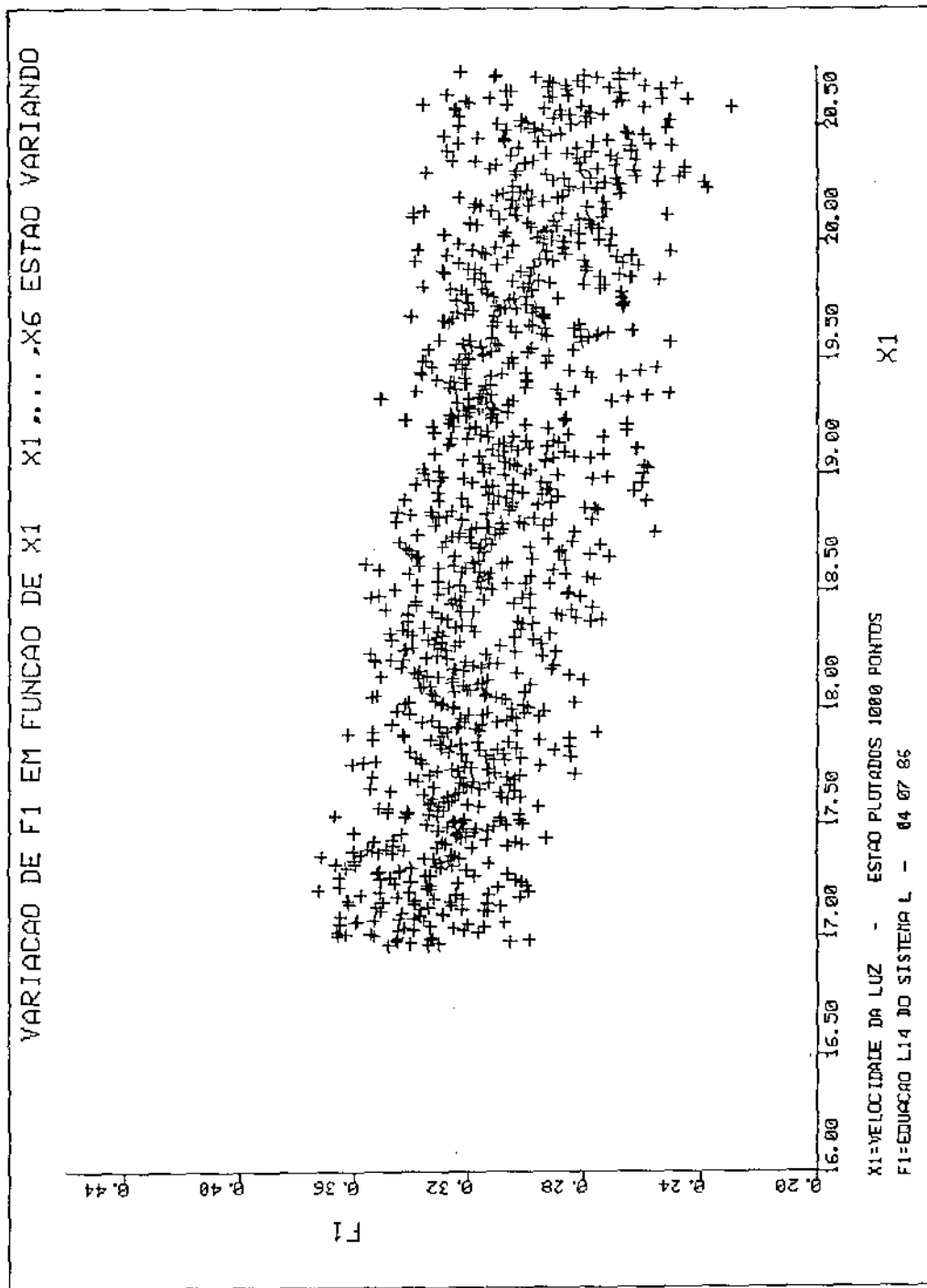


Fig. 1

VARIACAO DE F1 EM FUNCAO DE X2 X1...X6 ESTAO VARIANDO

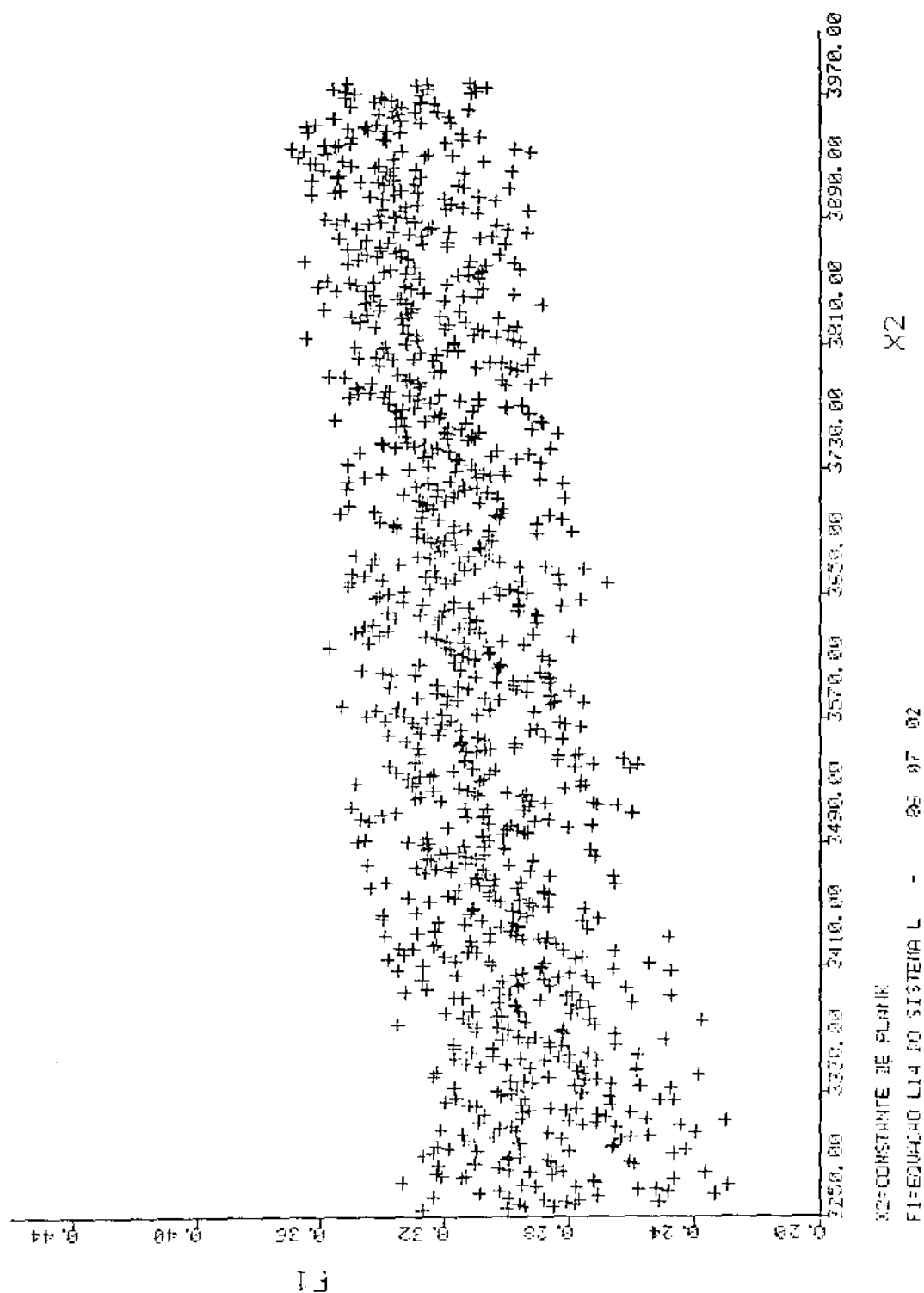


Fig. 2

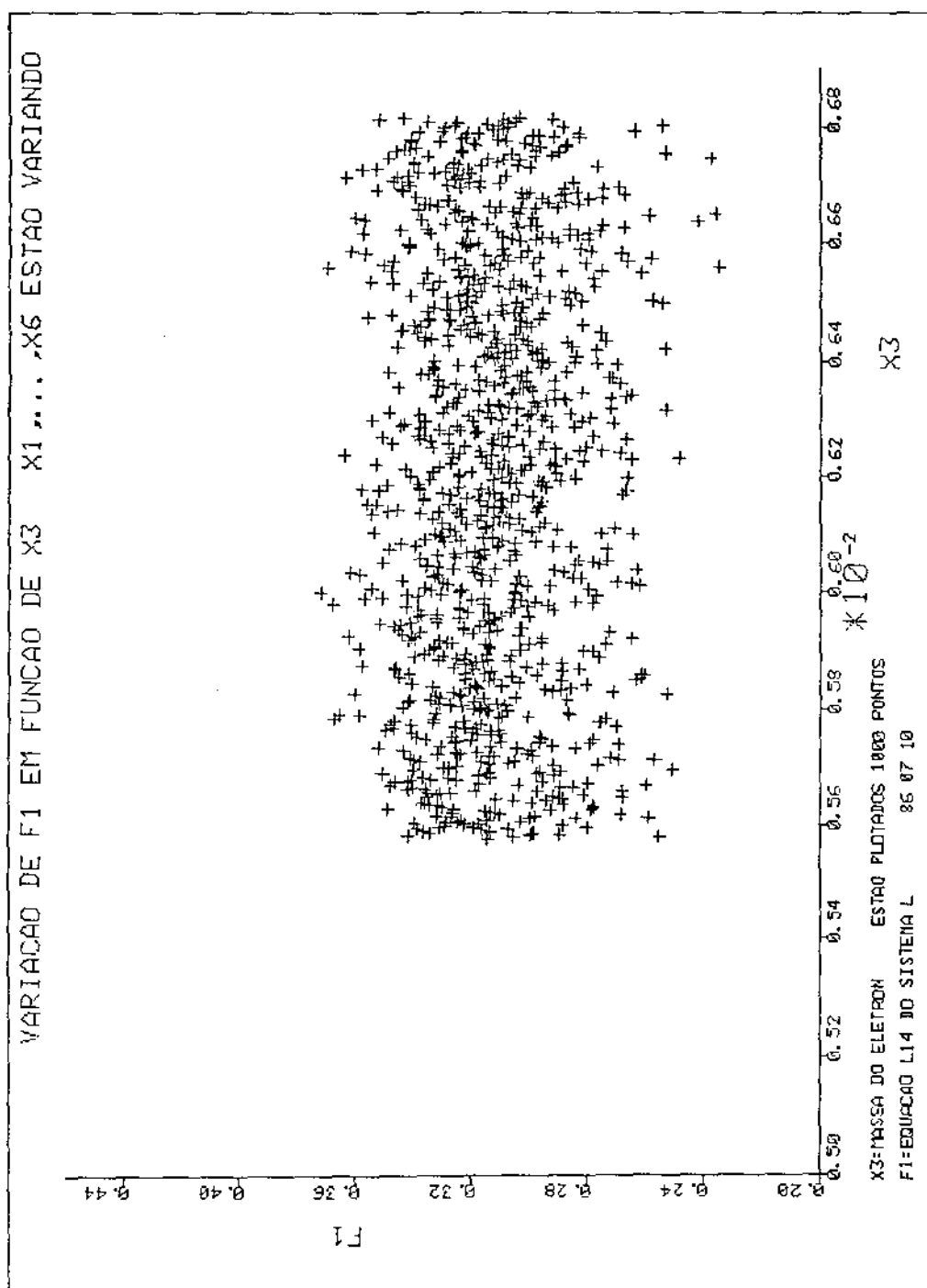
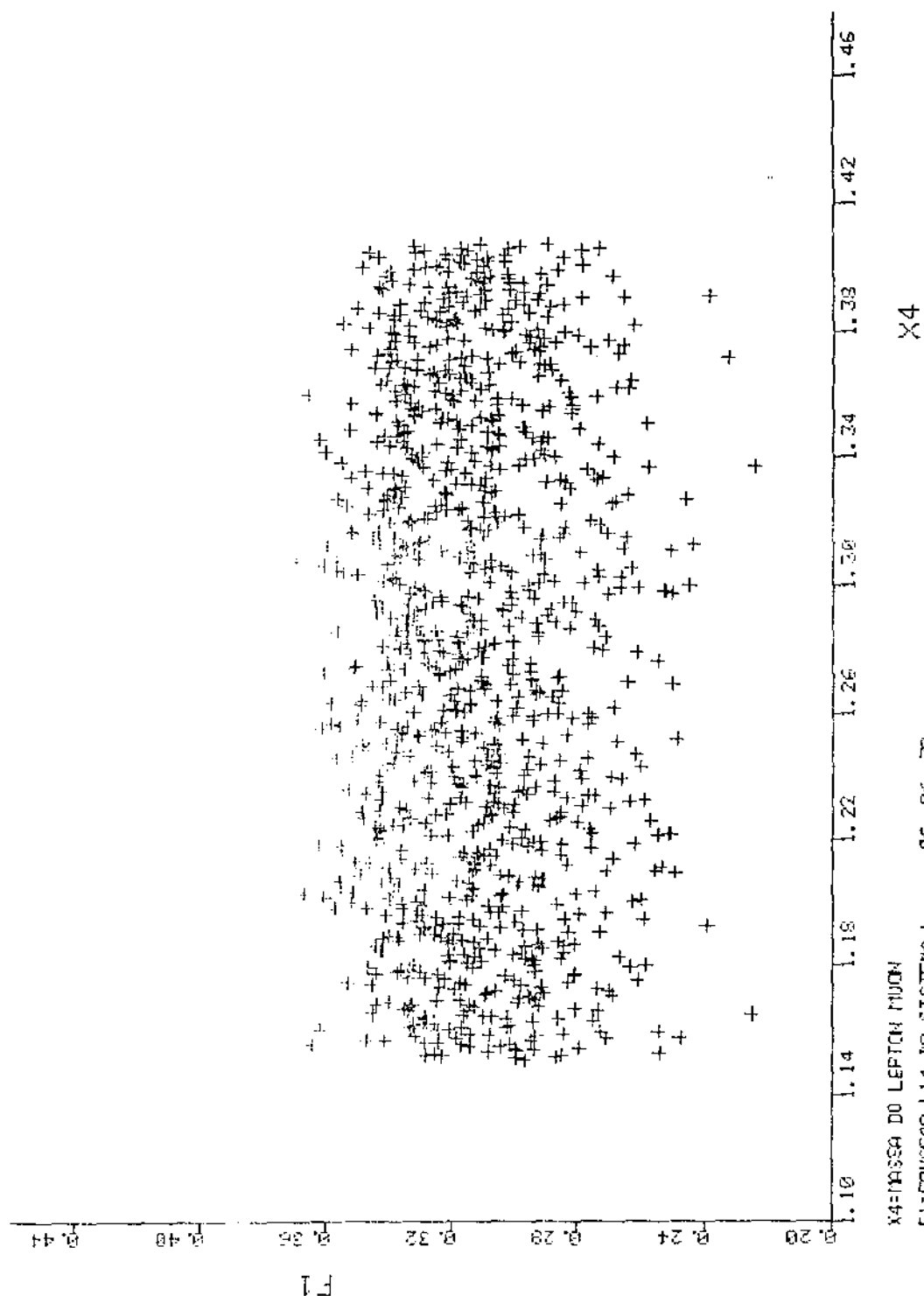


Fig. 3

VARIACAO DE F1 EM FUNCAO DE X4 X1...X6 ESTAO VARIANDO



X4=MASSA DO LEPTON MUON

F1=EDUCACAO L14 DO SISTEMA L - 86 06 30

X4

Fig. 4



VARIACAO DE F1 EM FUNCAO DE X5 X1,...,X6 ESTAO VARIANDO

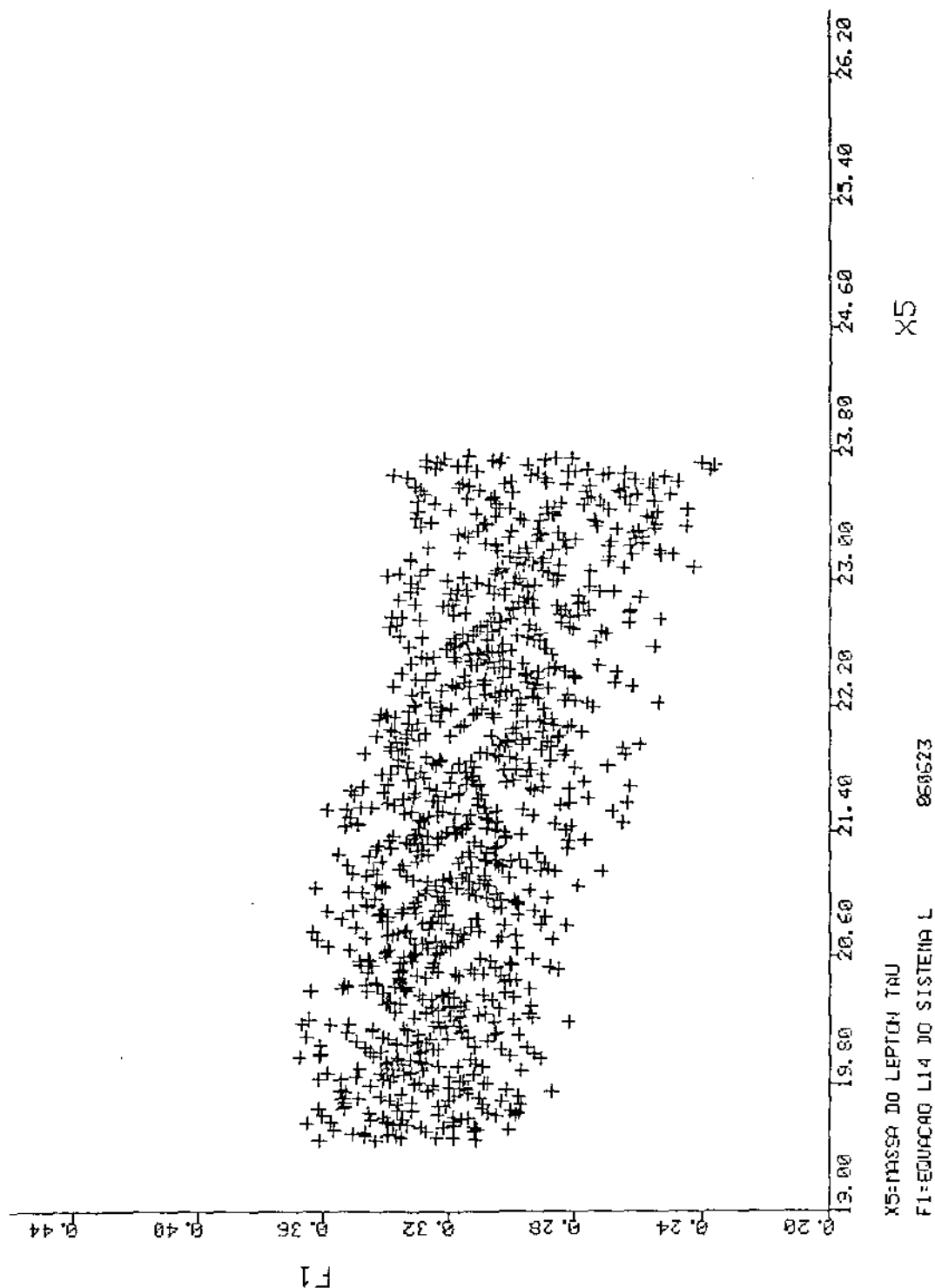


Fig. 5

VARIACAO DE F1 EM FUNCAO DE X6 X1...X6 ESTAO VARIANDO

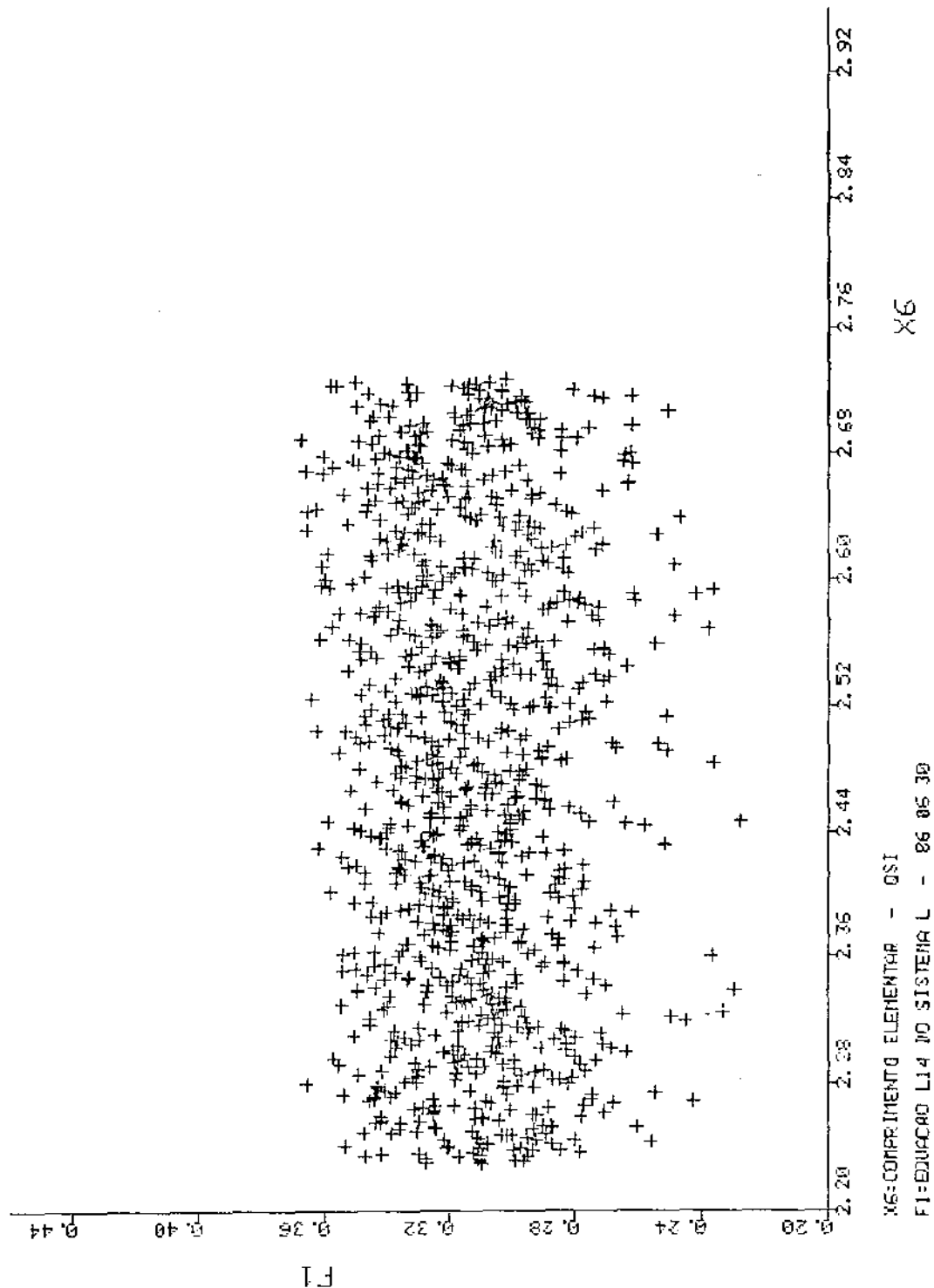


Fig. 6

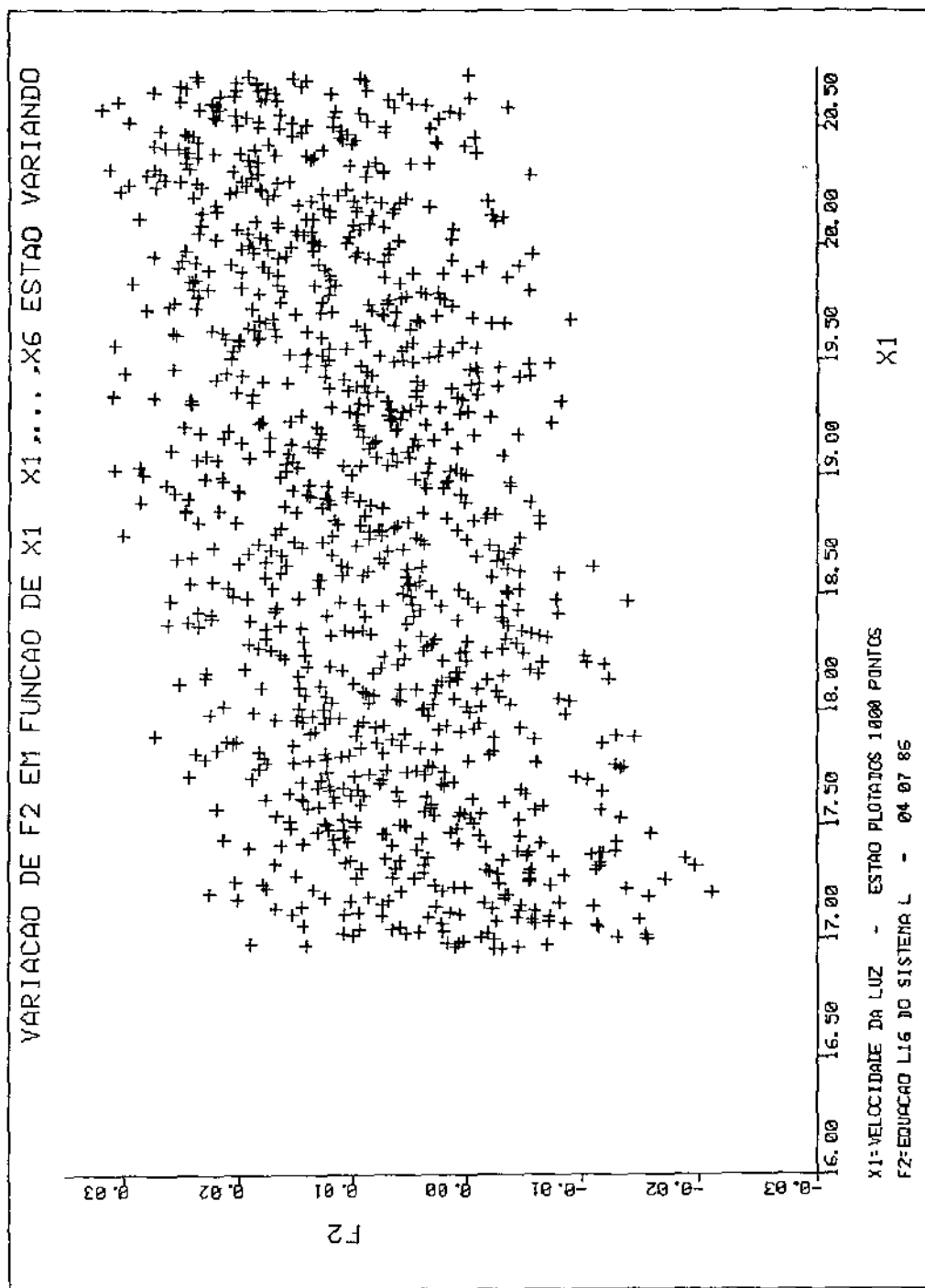
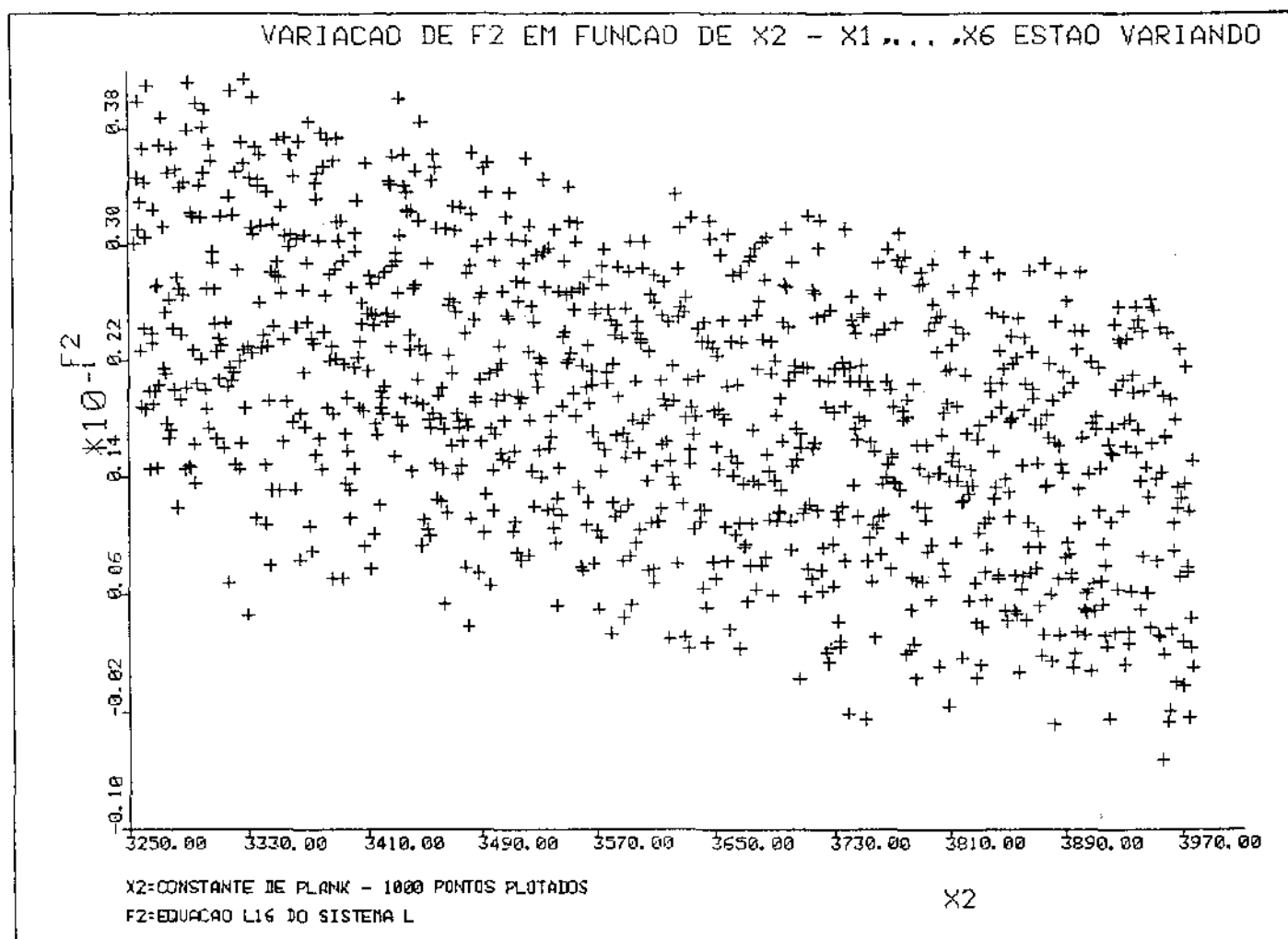


Fig. 7

Fig. 8



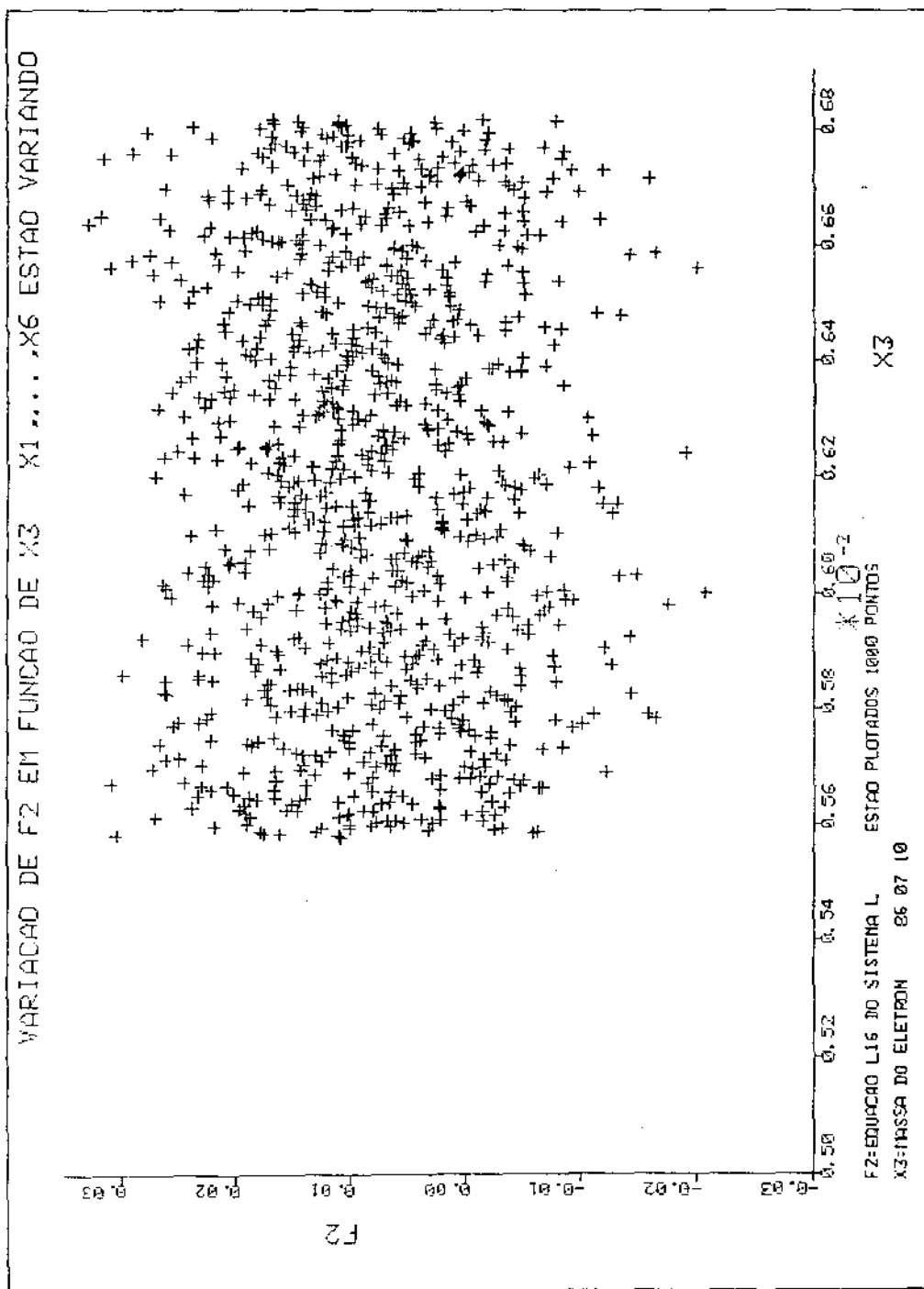


Fig. 9

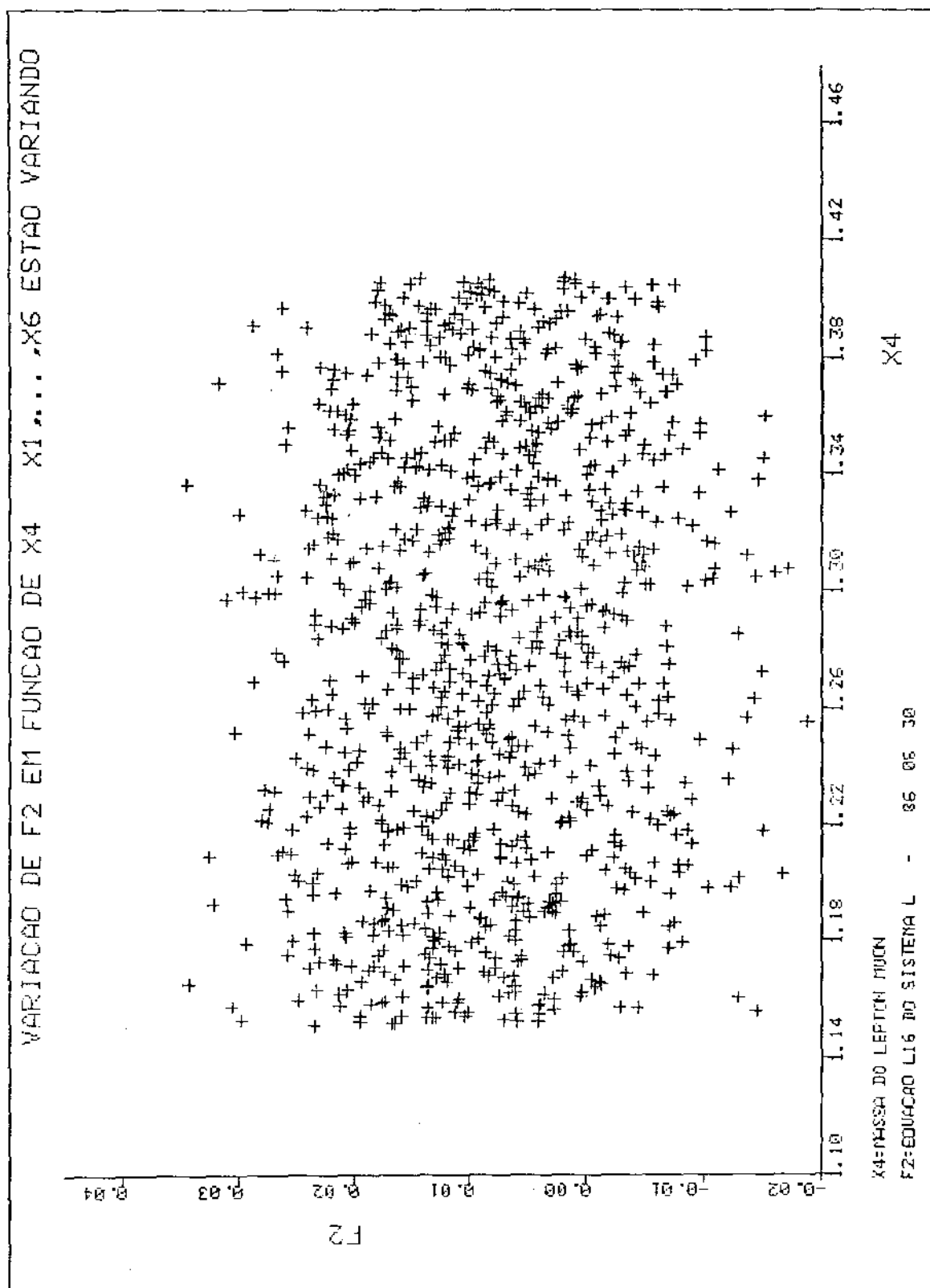


Fig. 10

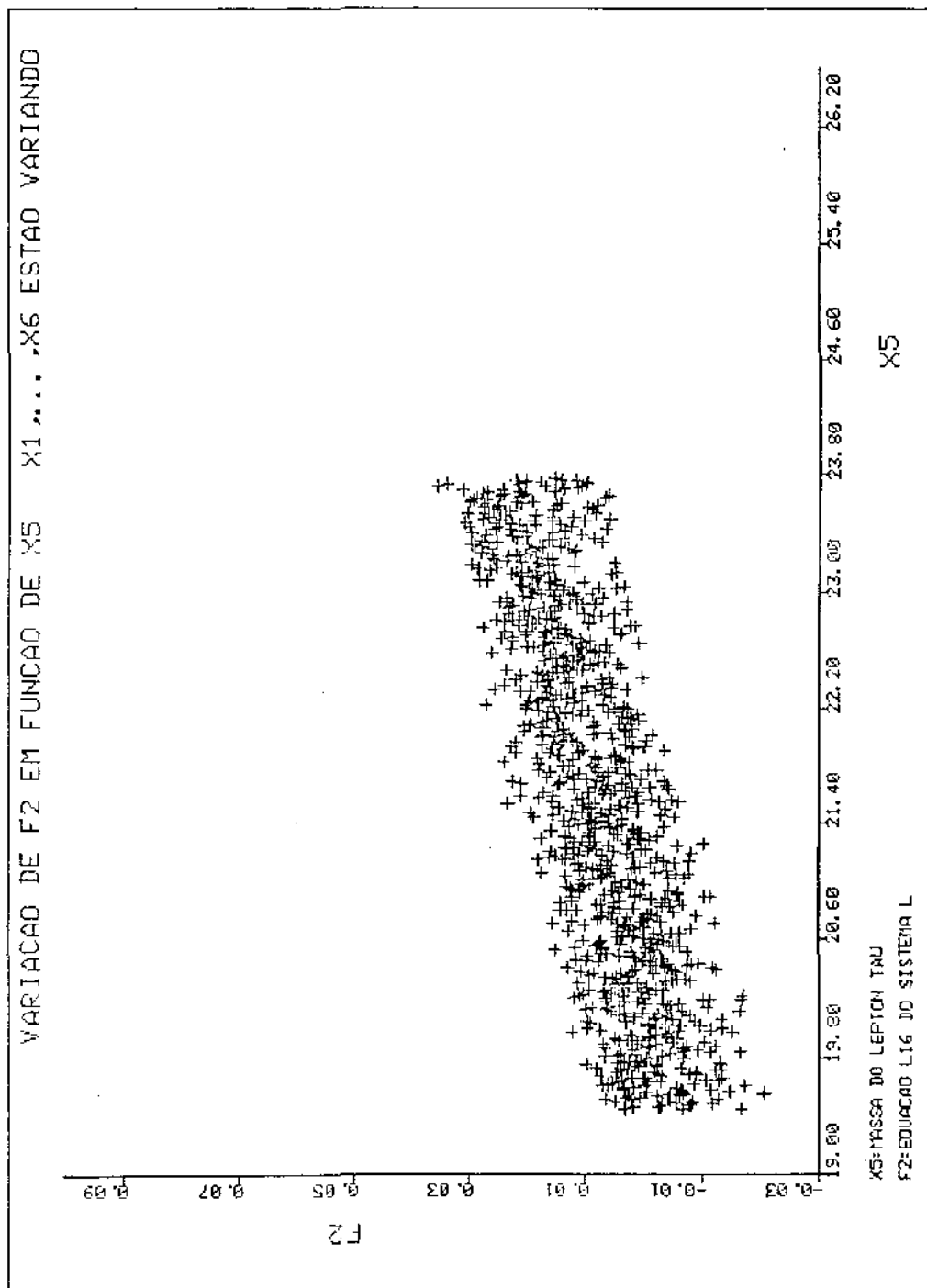
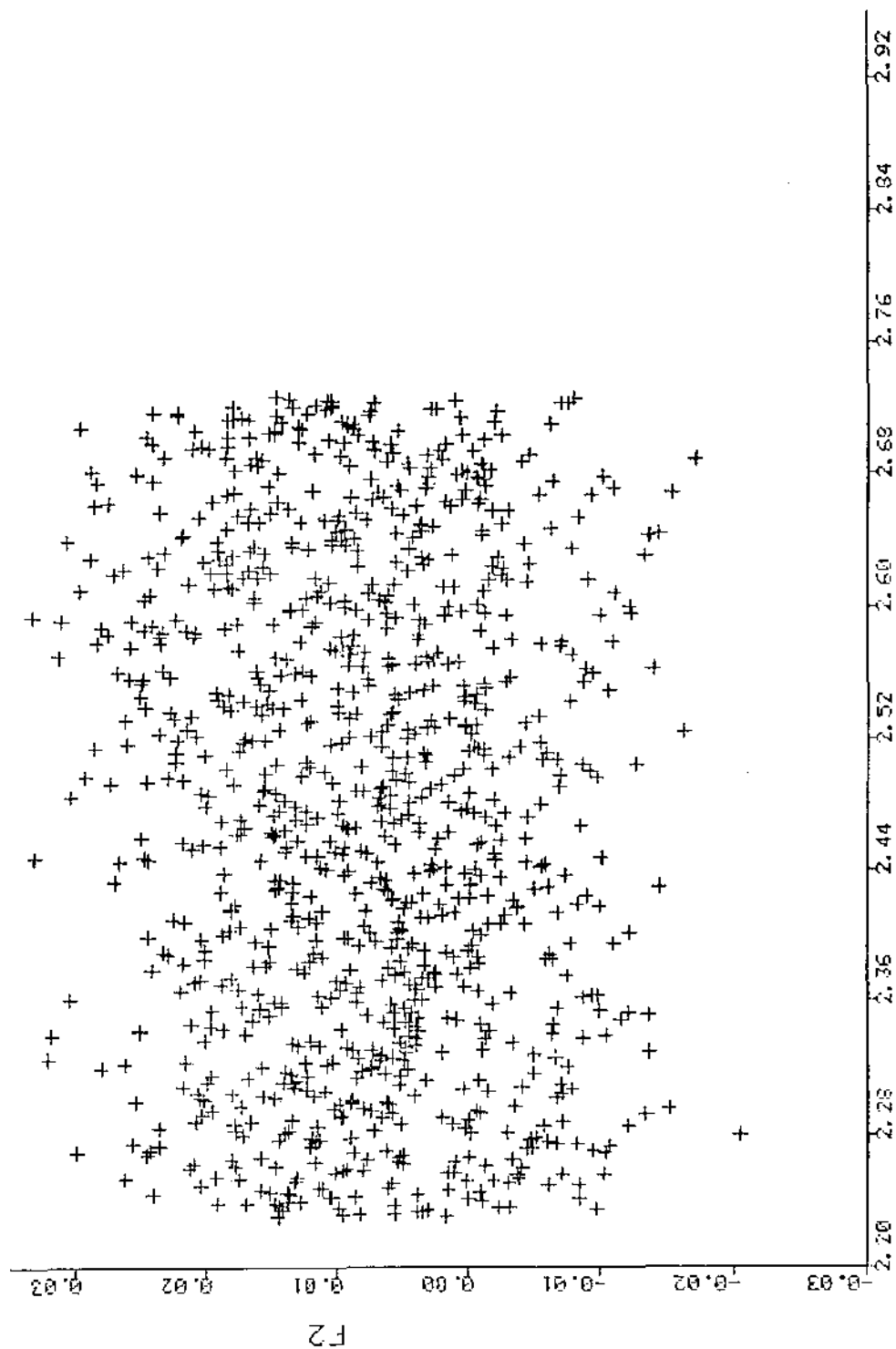


Fig. 11

VARIAÇÃO DE F2 EM FUNÇÃO DE X6 X1, ..., X6 ESTÃO VARIANDO



X6: COMPRIMENTO ELEMENTAR - QSI  
F2: EQUAÇÃO L16 DO SISTEMA L - 86 06 39

X6

Fig. 12



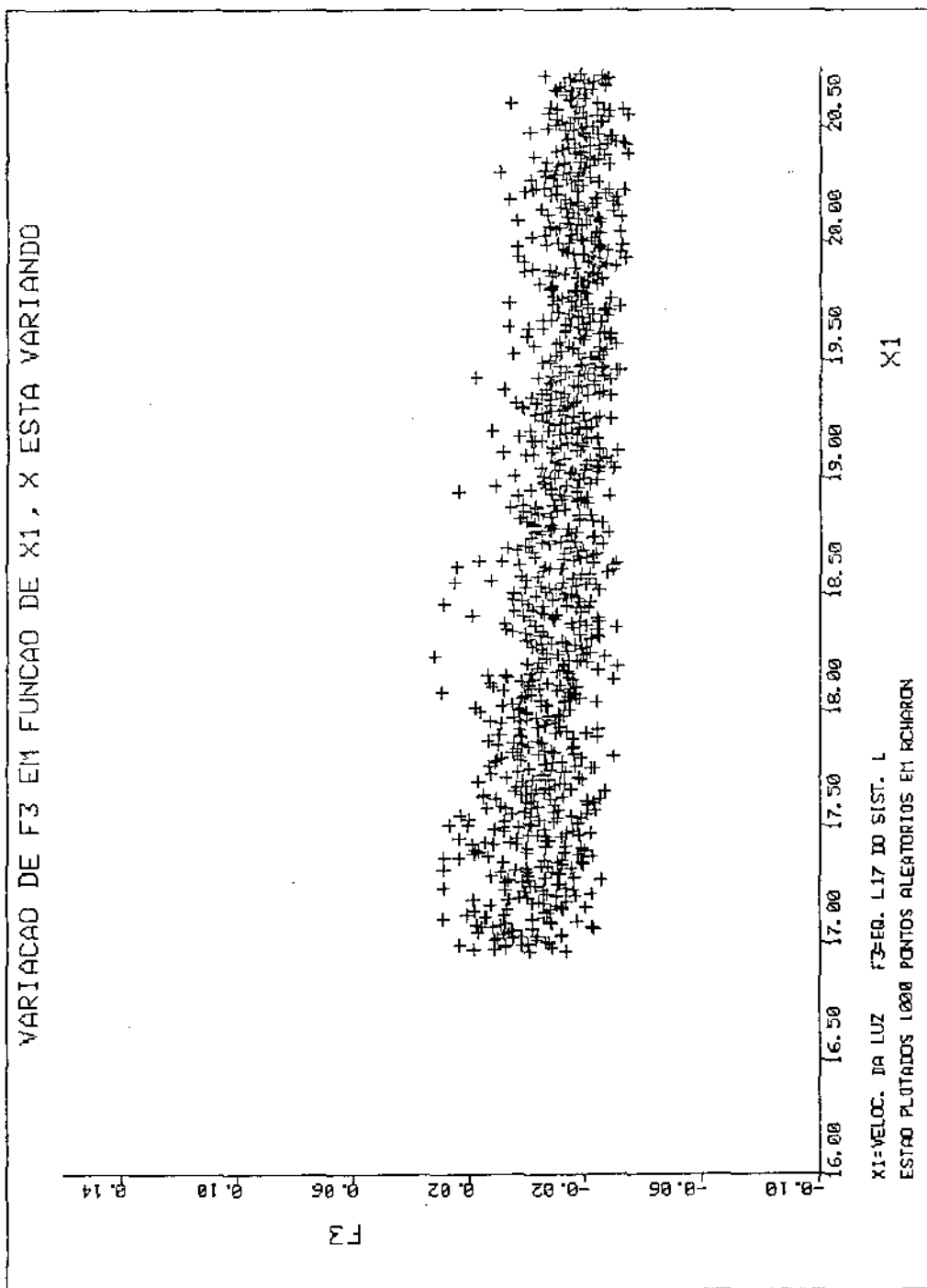


Fig. 13

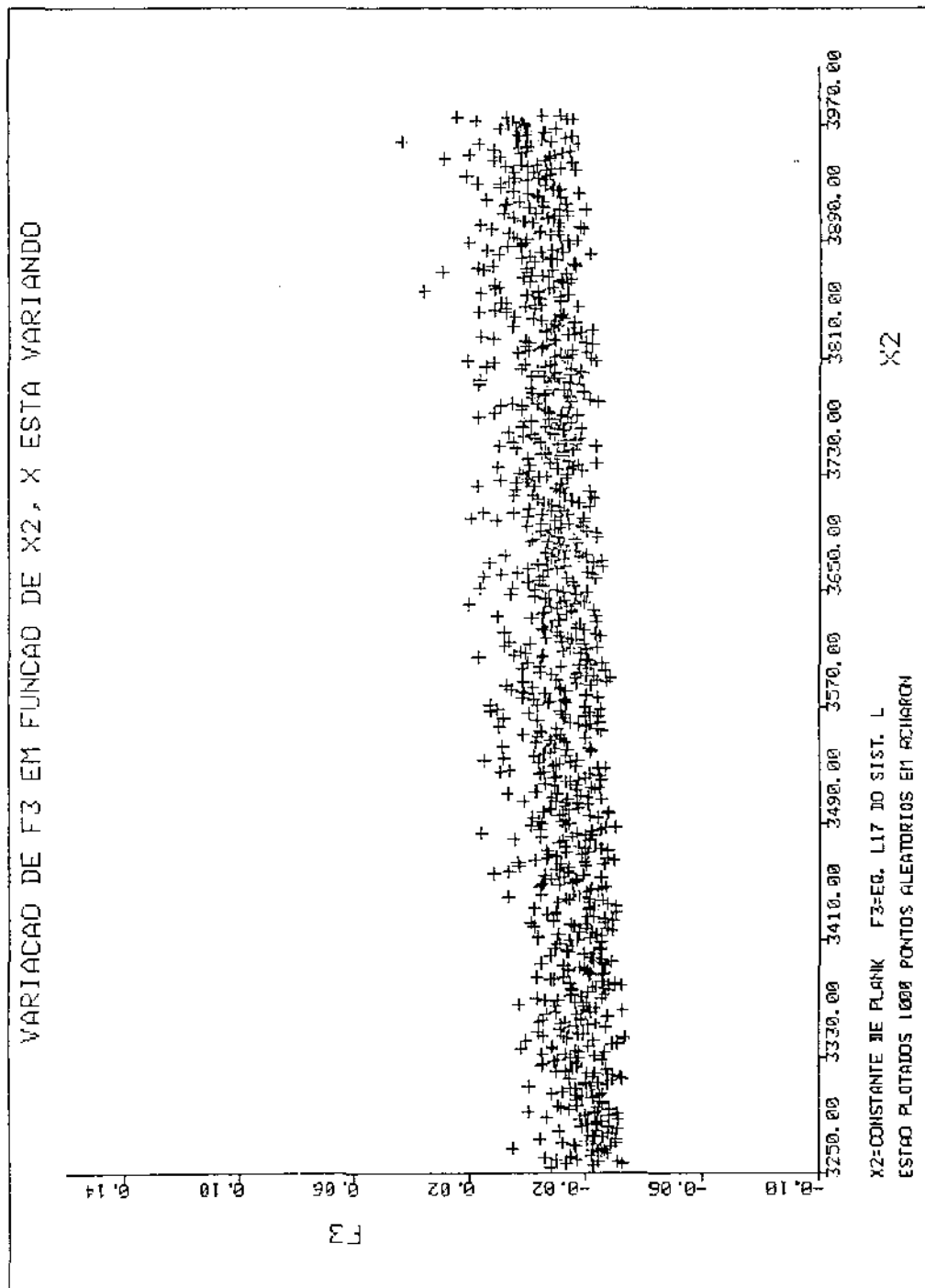
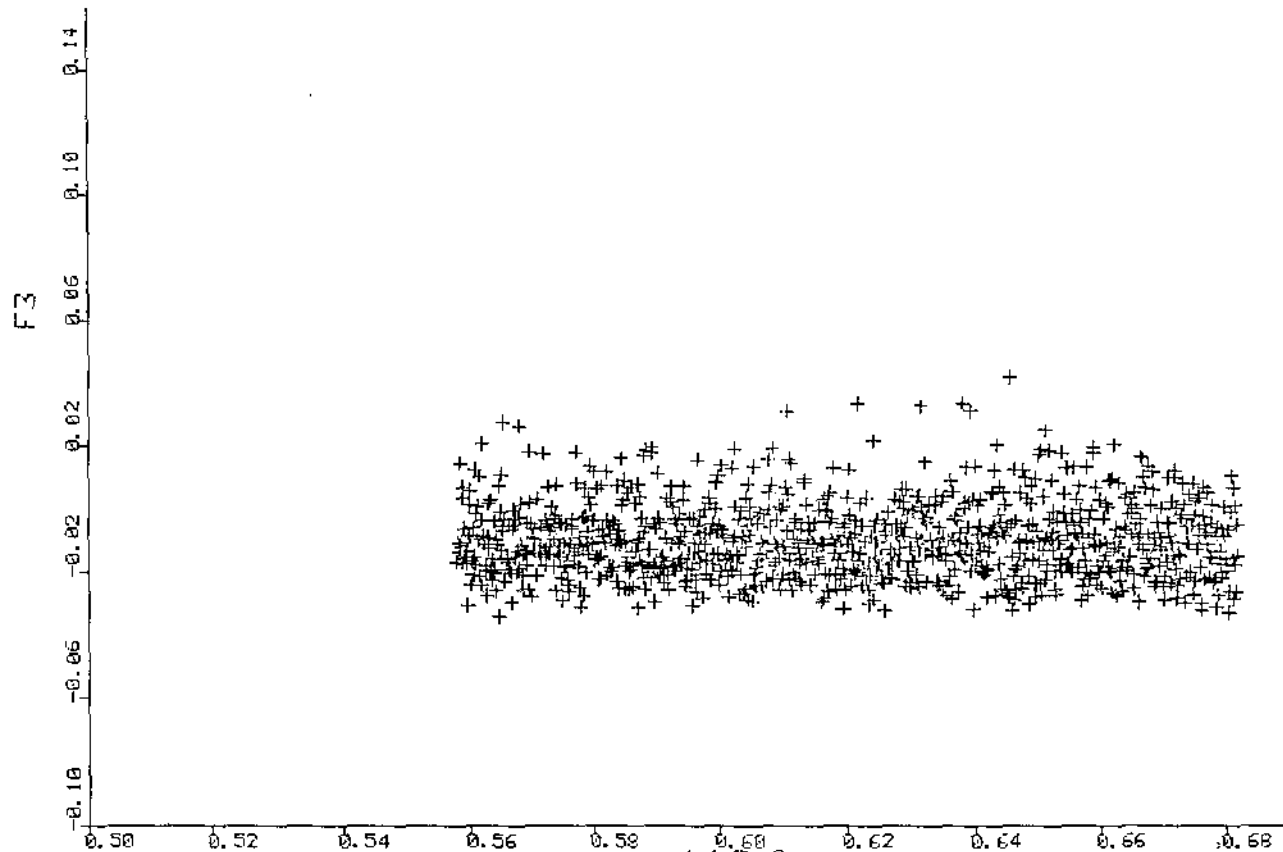


Fig. 14

VARIACAO DE F3 EM FUNCAO DE X3. X ESTA VARIANDO

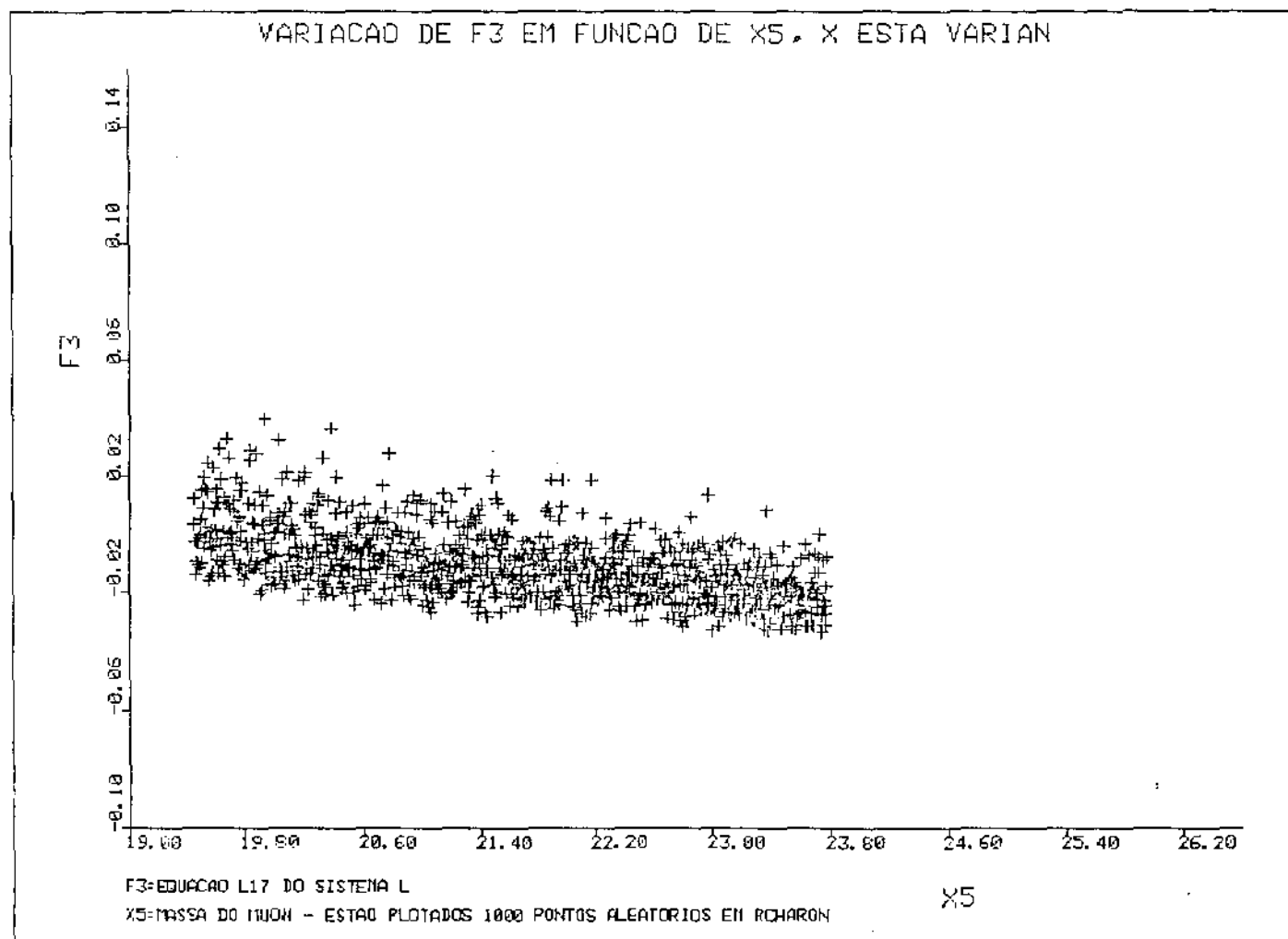


X3=MASSA DO ELETRON F3=EQ. L17 DO SISTEMA L  
ESTAO PLOTADOS 10000 PONTOS EM RANDOM

X3

Fig. 15

Fig. 16



VARIAÇÃO DE F3 EM FUNÇÃO DE X6 - X ESTA VARIAN

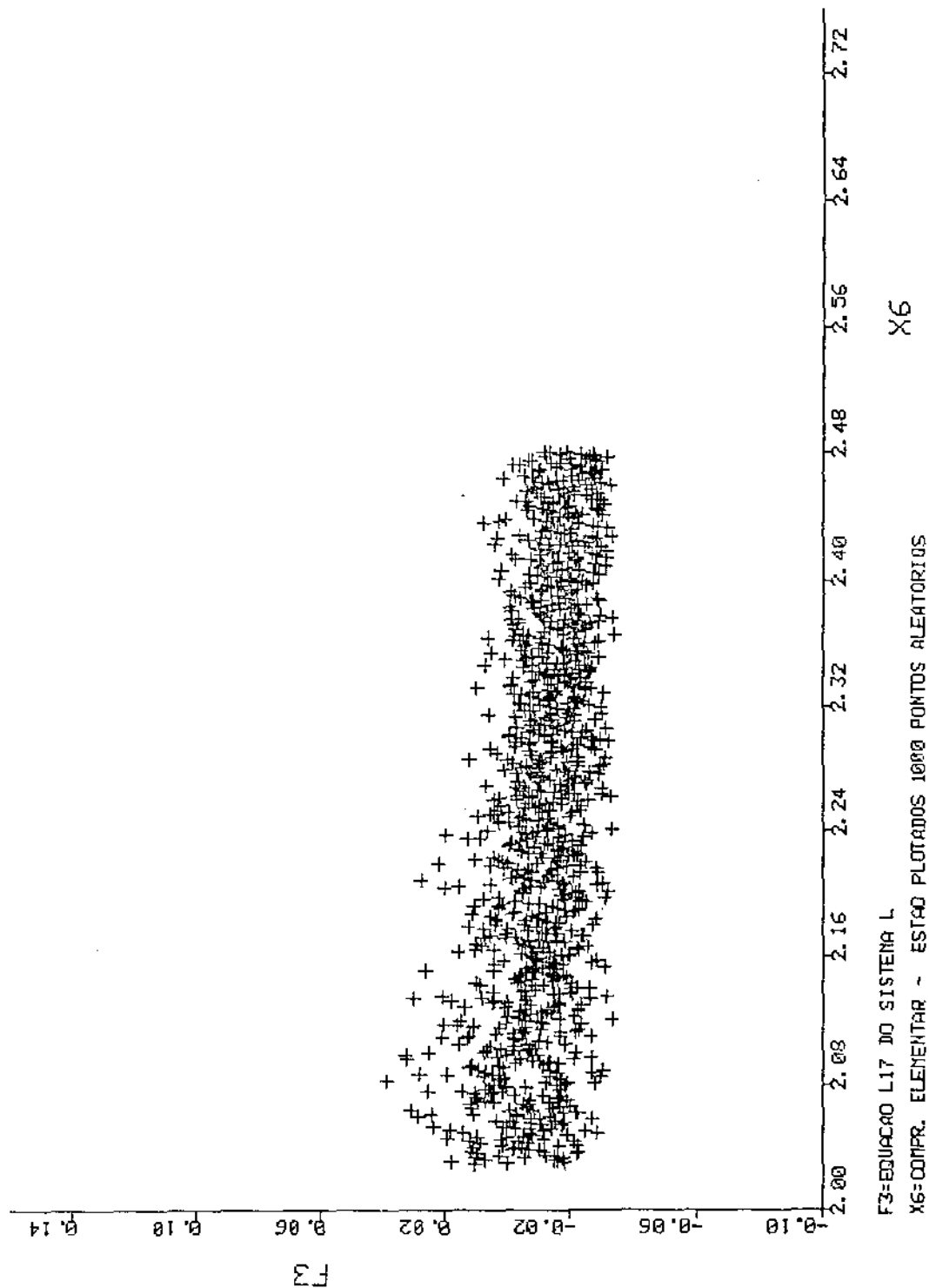


Fig. 17

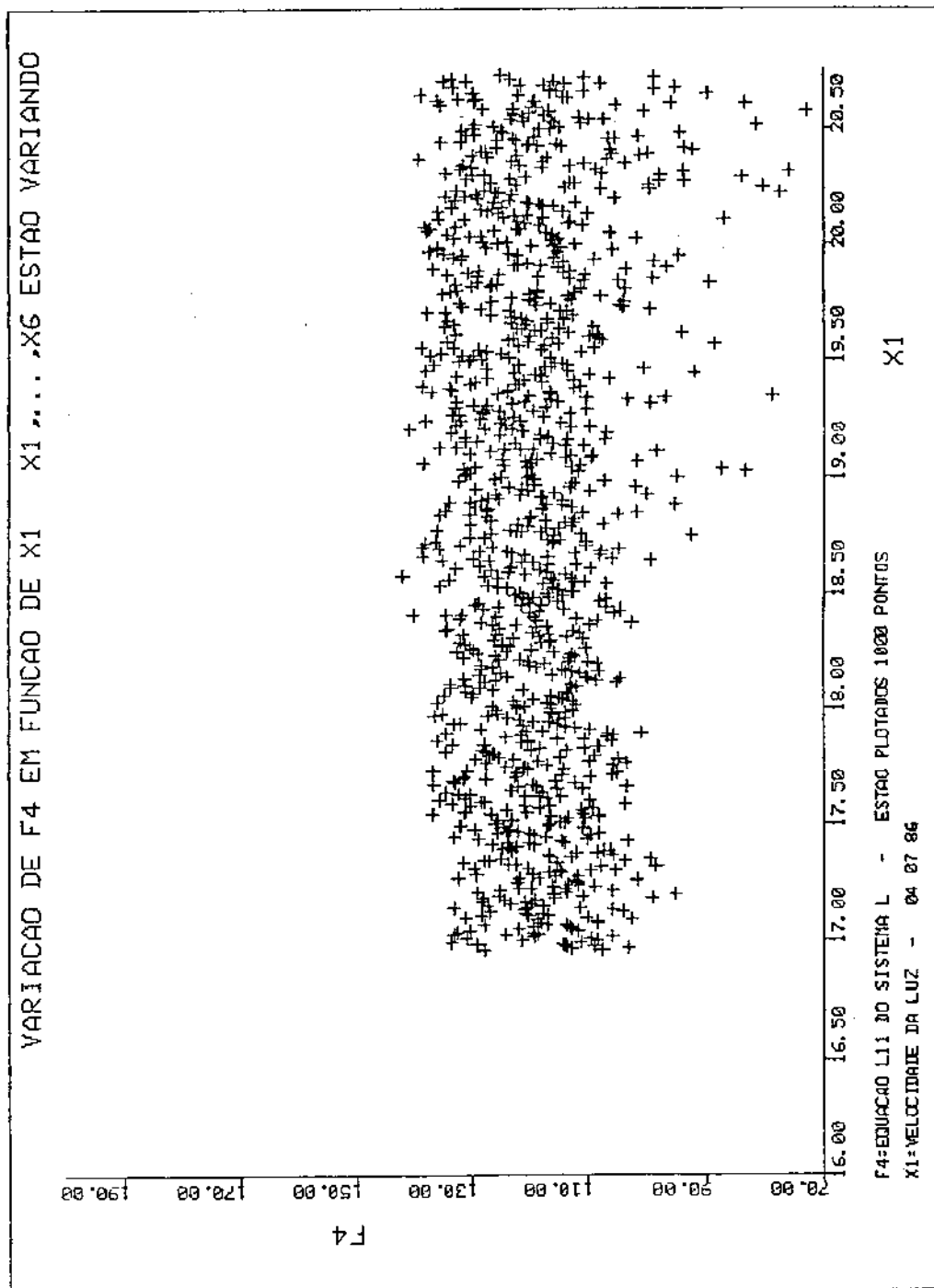


Fig. 18

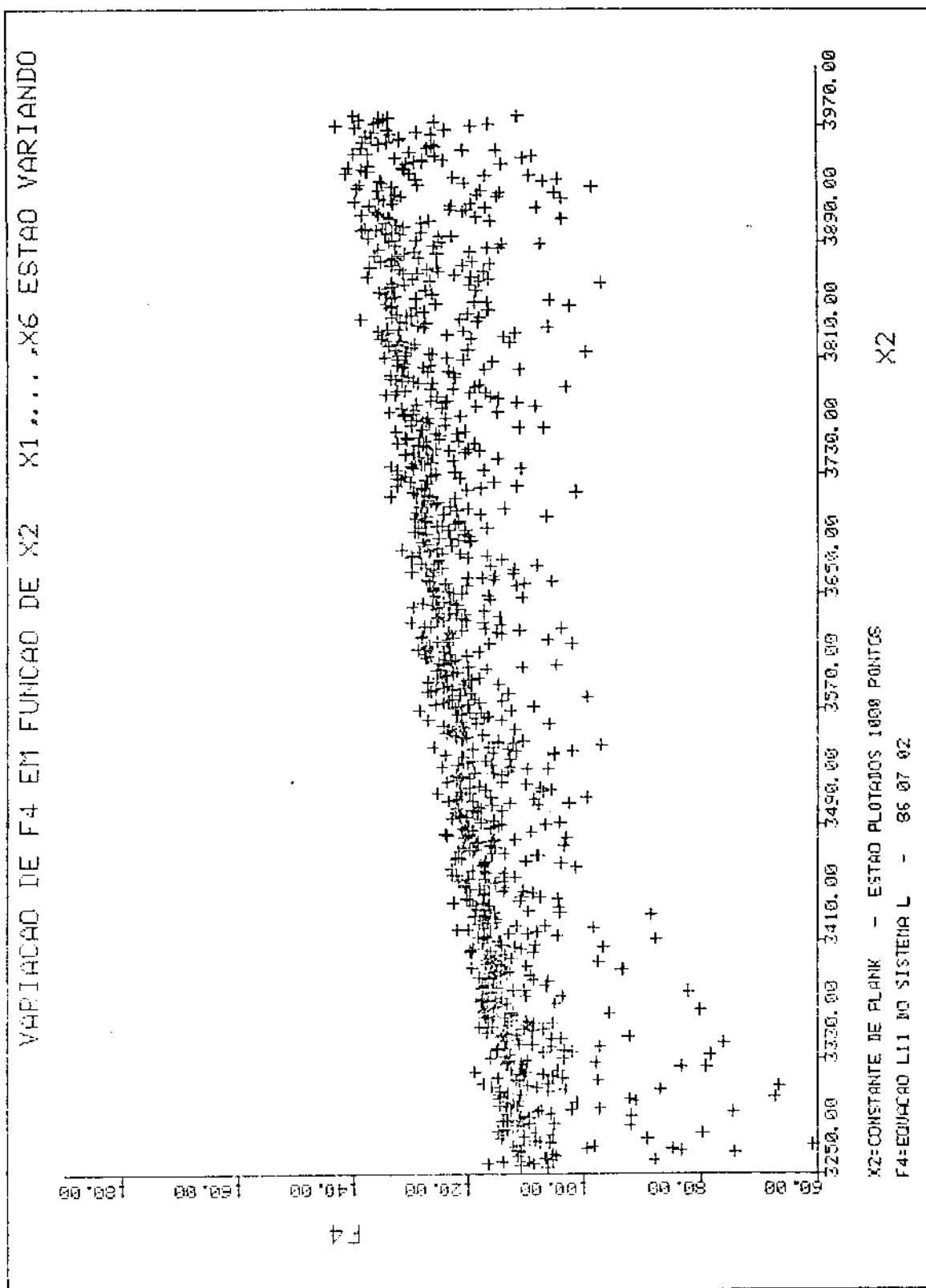


Fig. 19

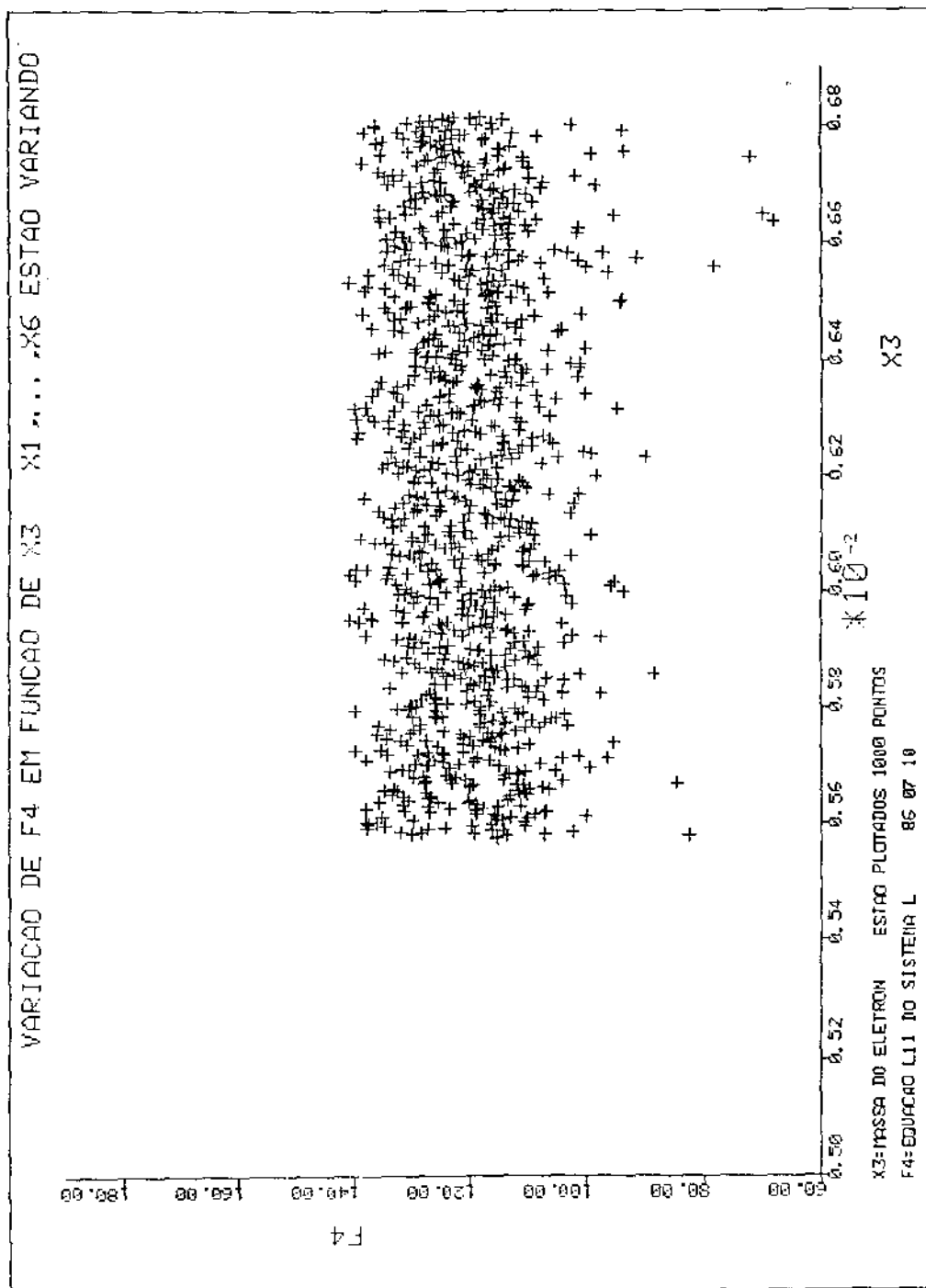
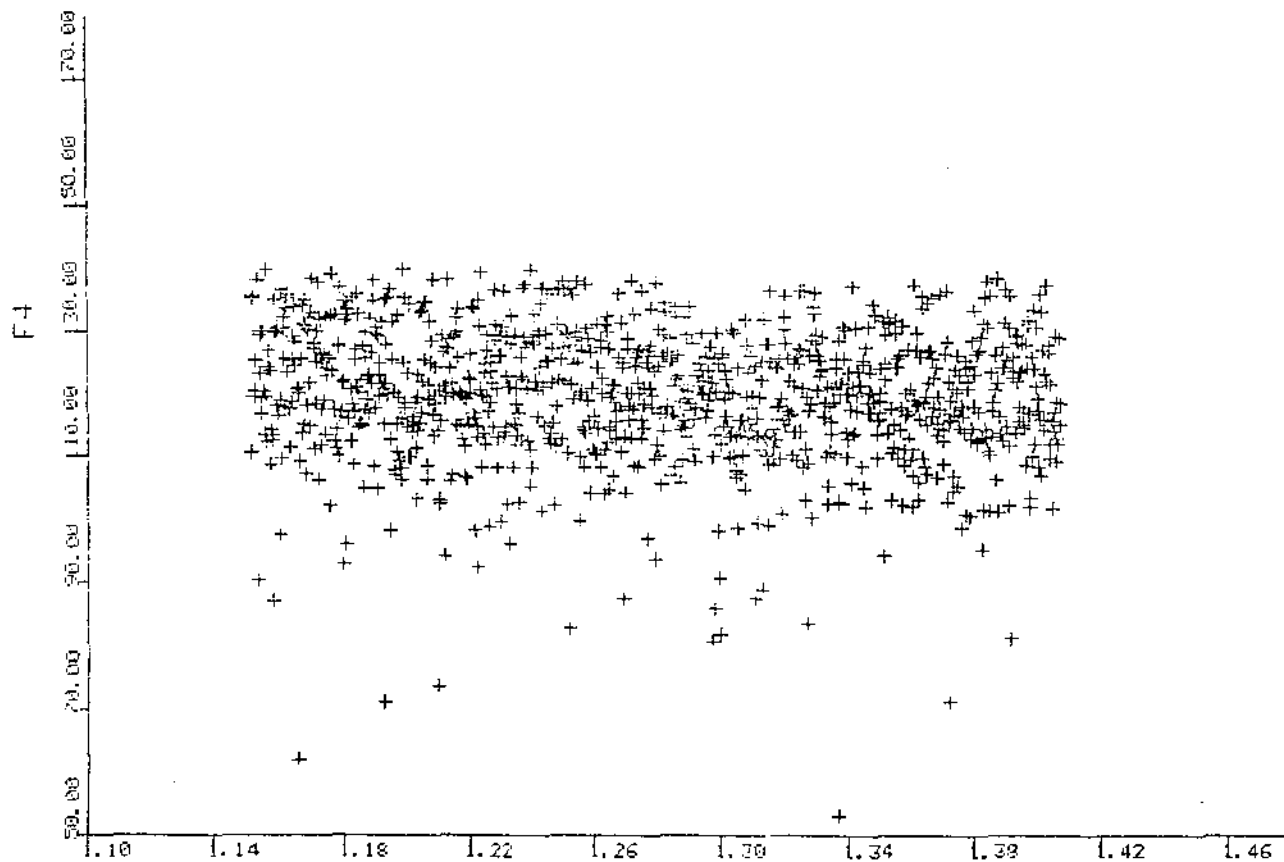


Fig. 20



VARIACAO DE F4 EM FUNCAO DE X4 X1 .... X6 ESTAO VARIANDO



X4: MASSA DO LEPTEO MUON

F4: EQUACAO L11 DO SISTEMA L - 86 06 30

X4

Fig. 21

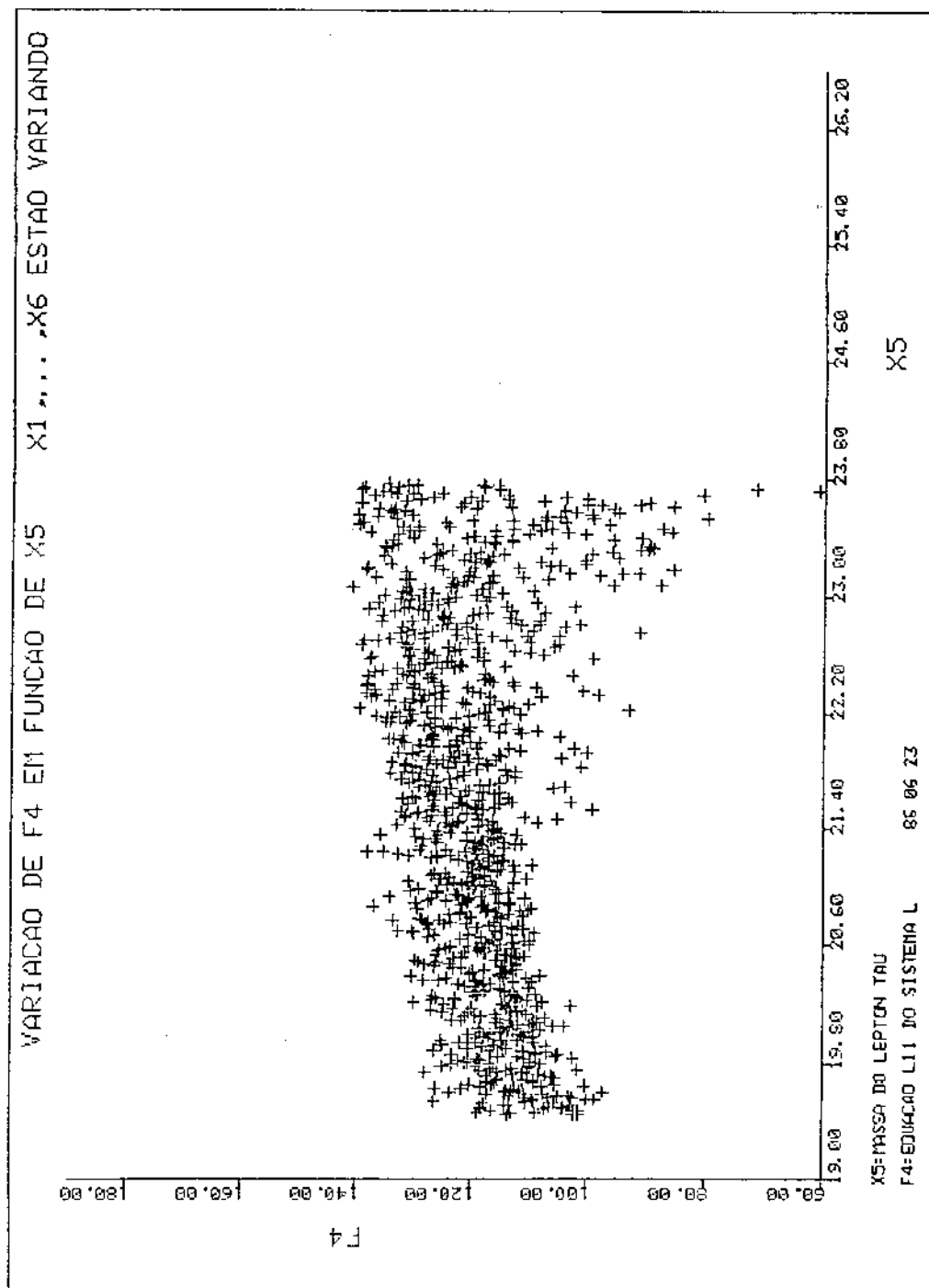


Fig. 22

VARIACAO DE F4 EM FUNCAO DE X6 X1...X6 ESTAO VARIANDO

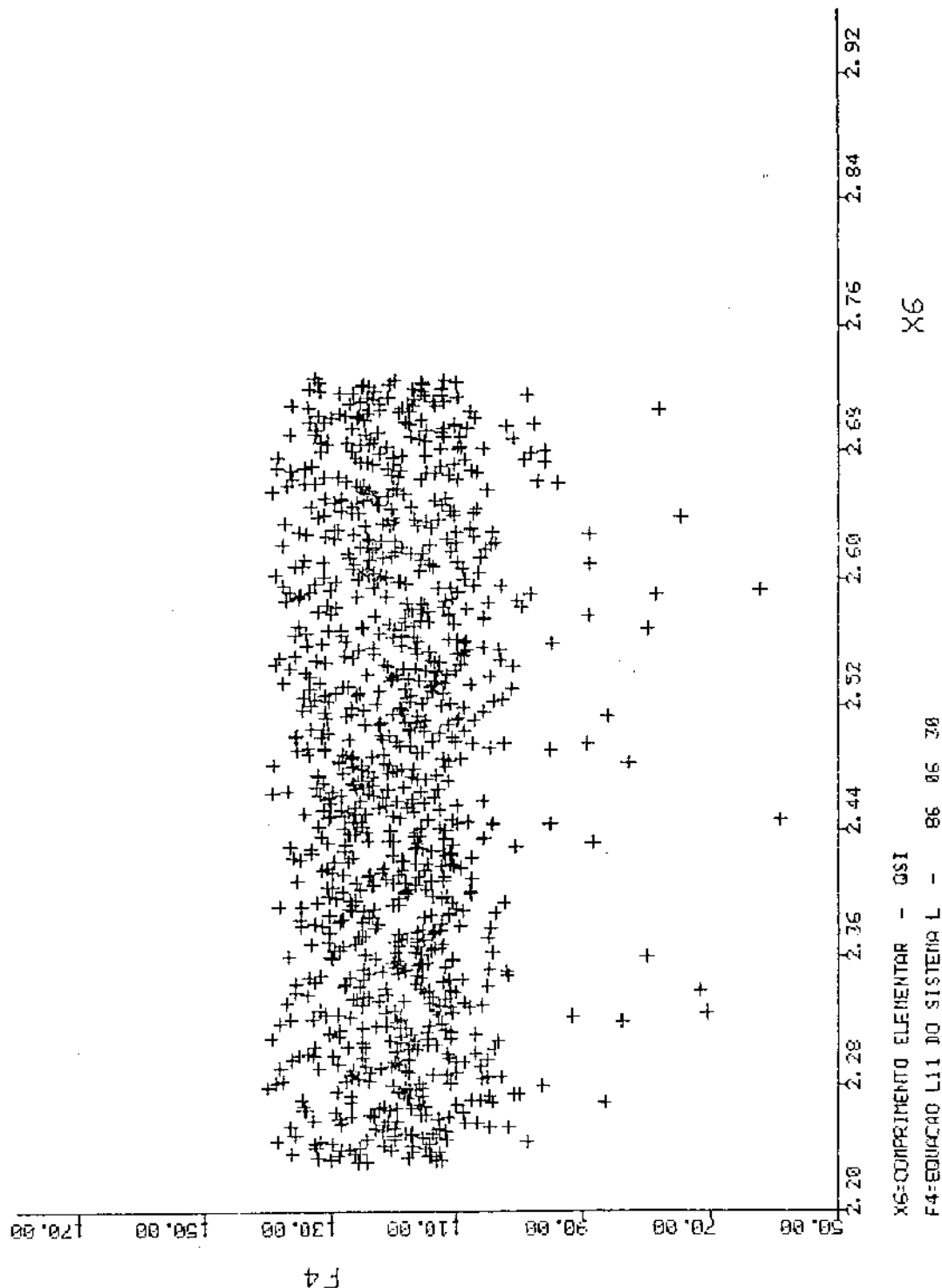
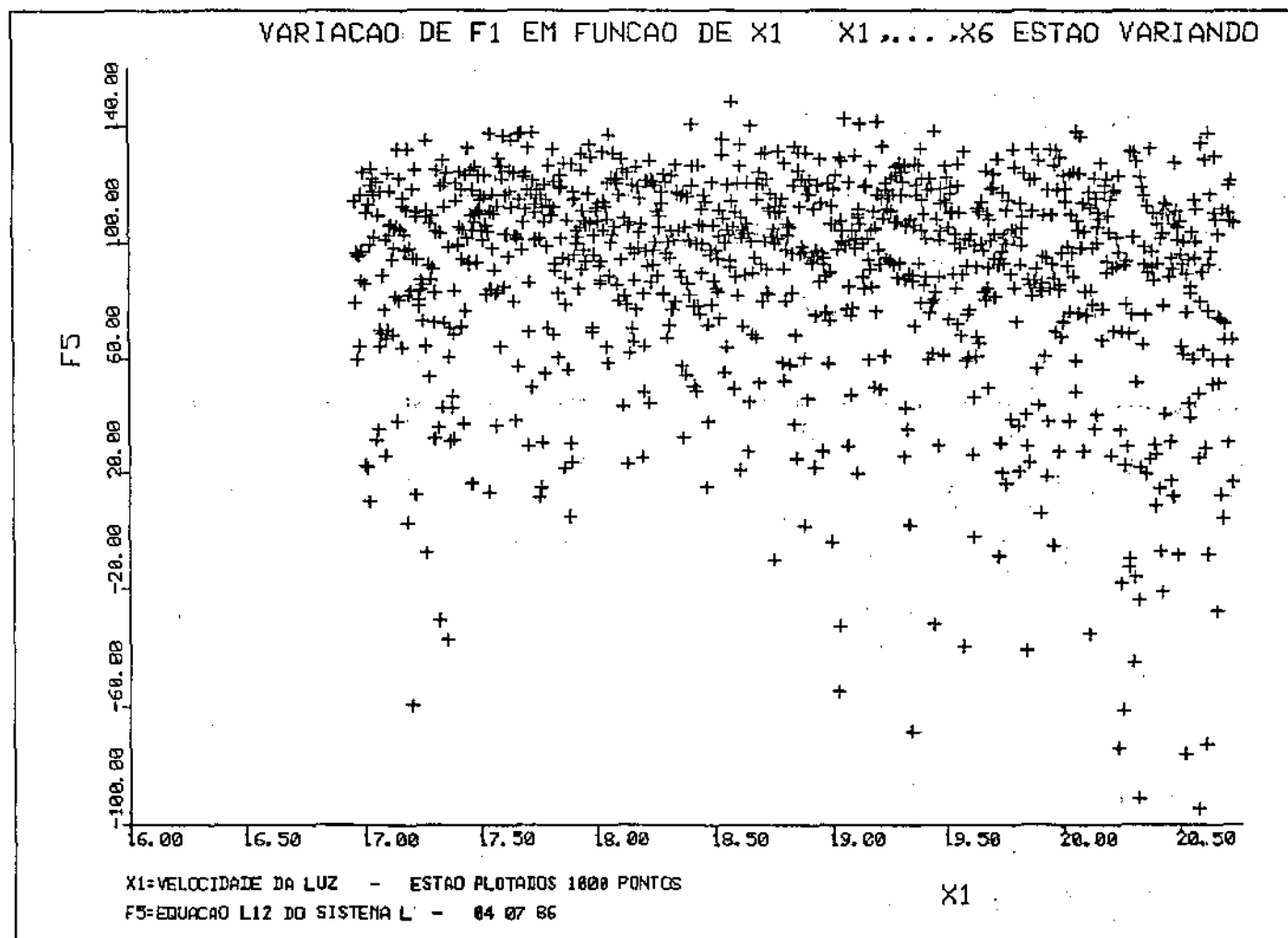


Fig. 23

Fig. 24



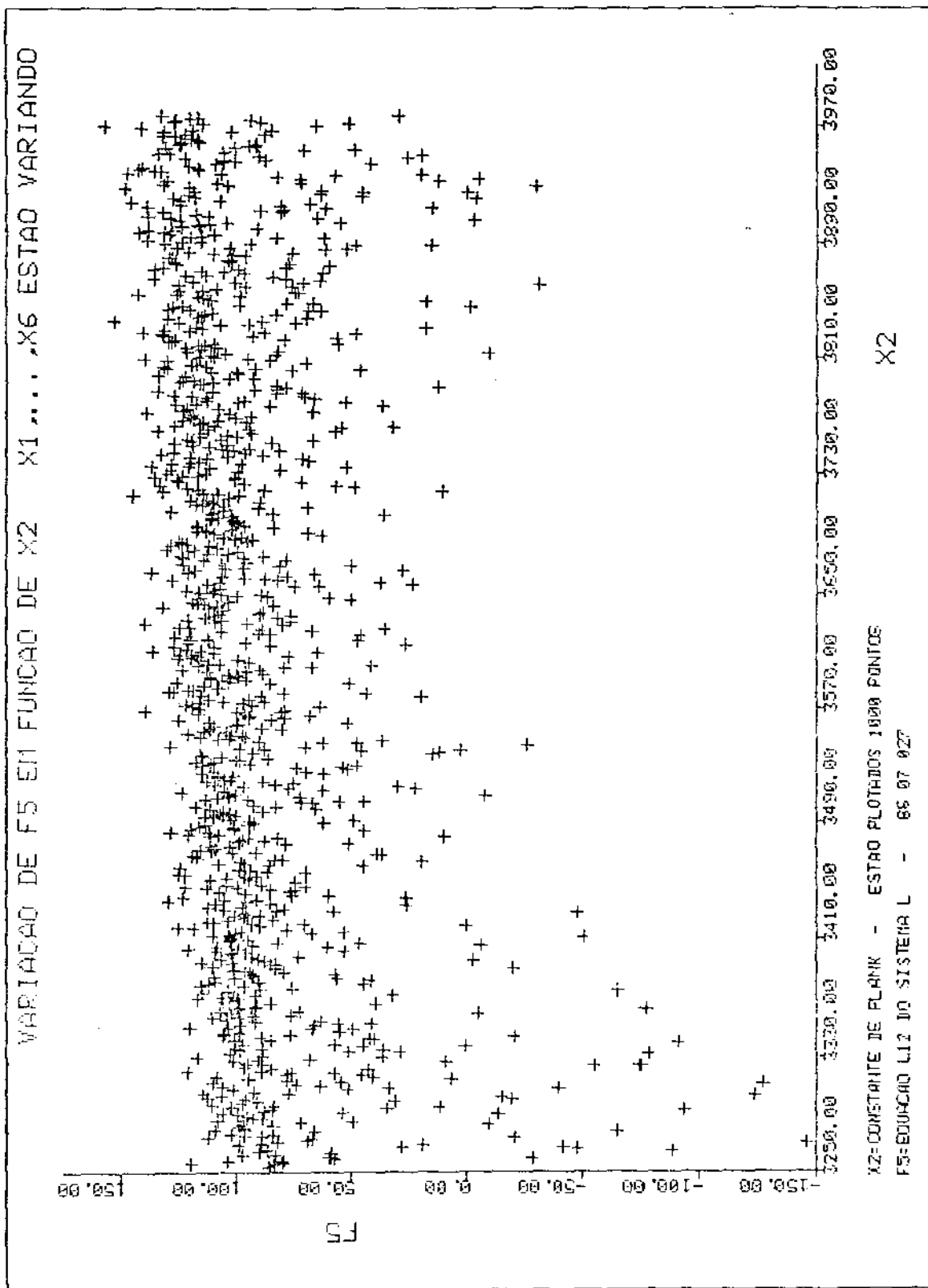
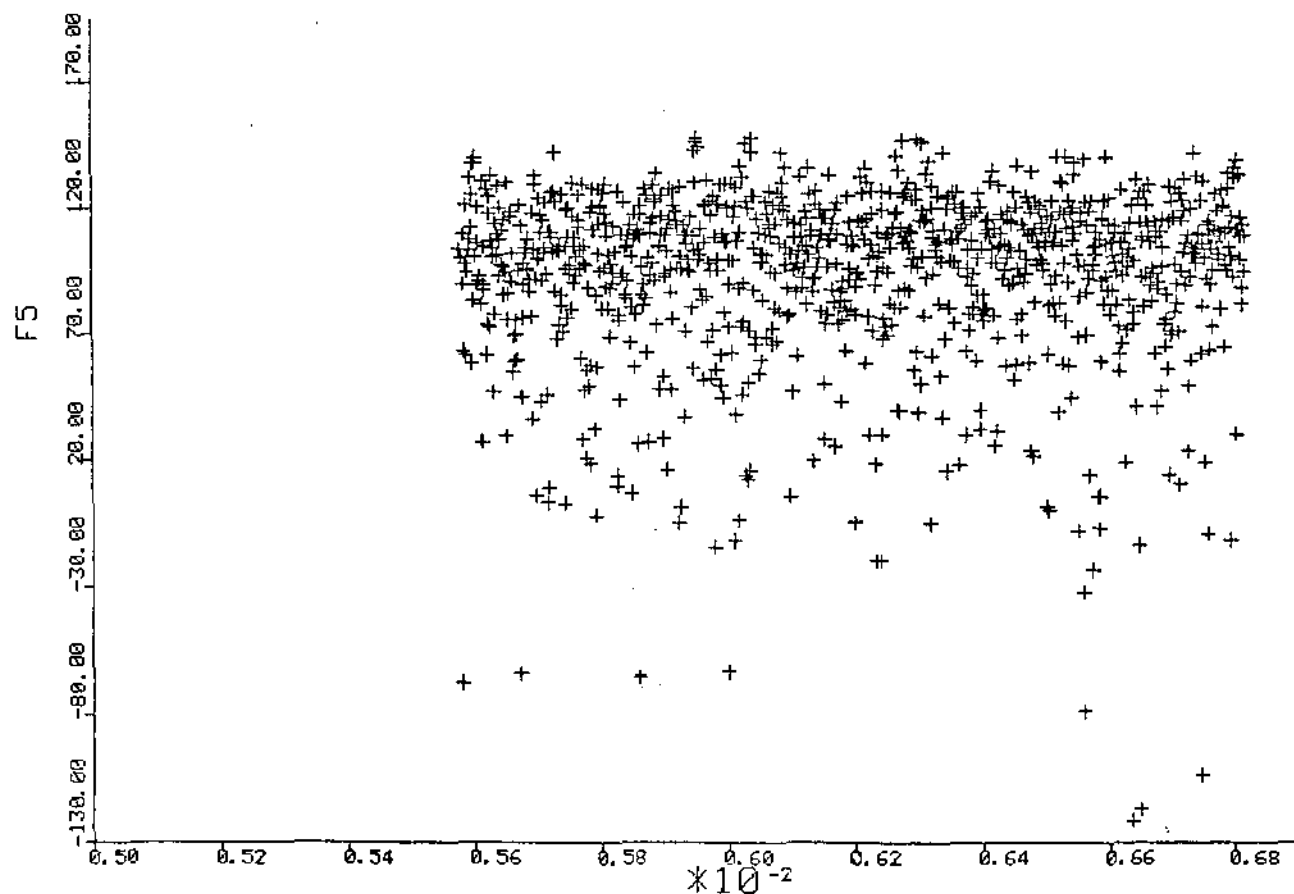


Fig. 25

VARIACAO DE F5 EM FUNCAO DE X3 X1,...,X6 ESTAO VARIANDO



X3=MASSA DO ELETRON ESTAO PLOTADOS 1000 PONTOS  
F5=EQUACAO L12 DO SISTEMA L 86 07 10

X3

Fig. 26

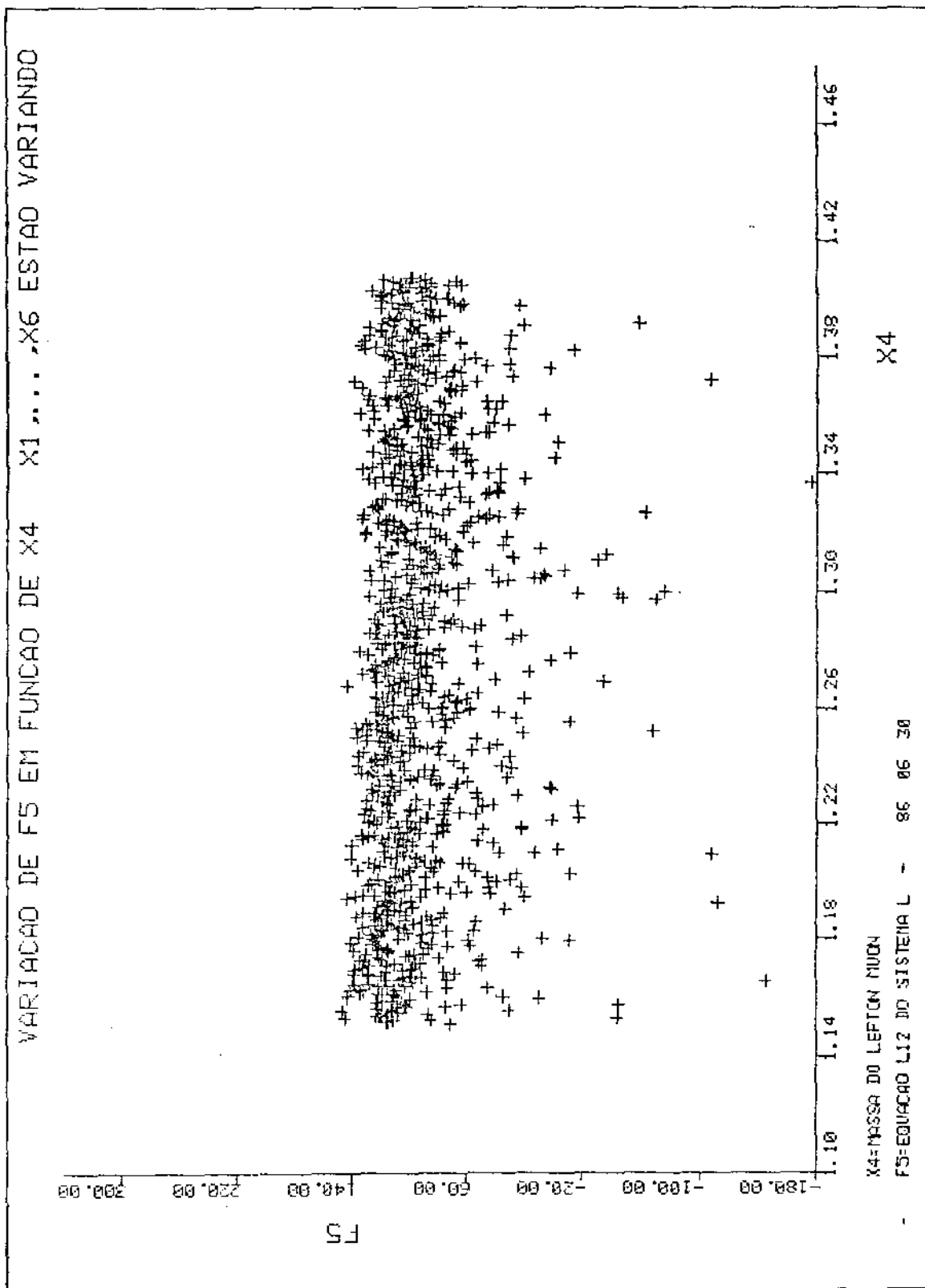


Fig. 27

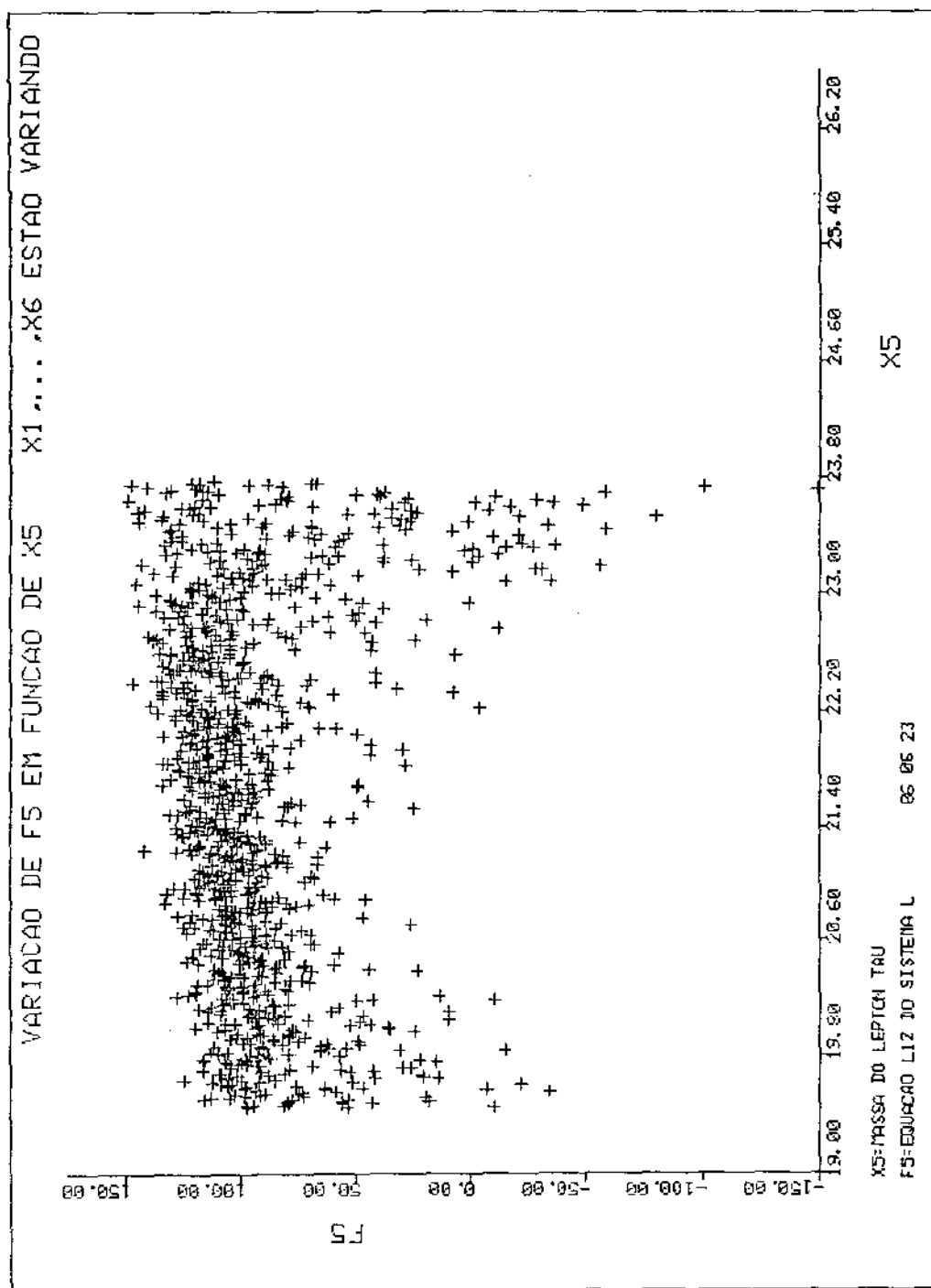


Fig. 28



VARIACAO DE F5 EM FUNCAO DE X6 X1 ,... ,X6 ESTAO VARIANDO

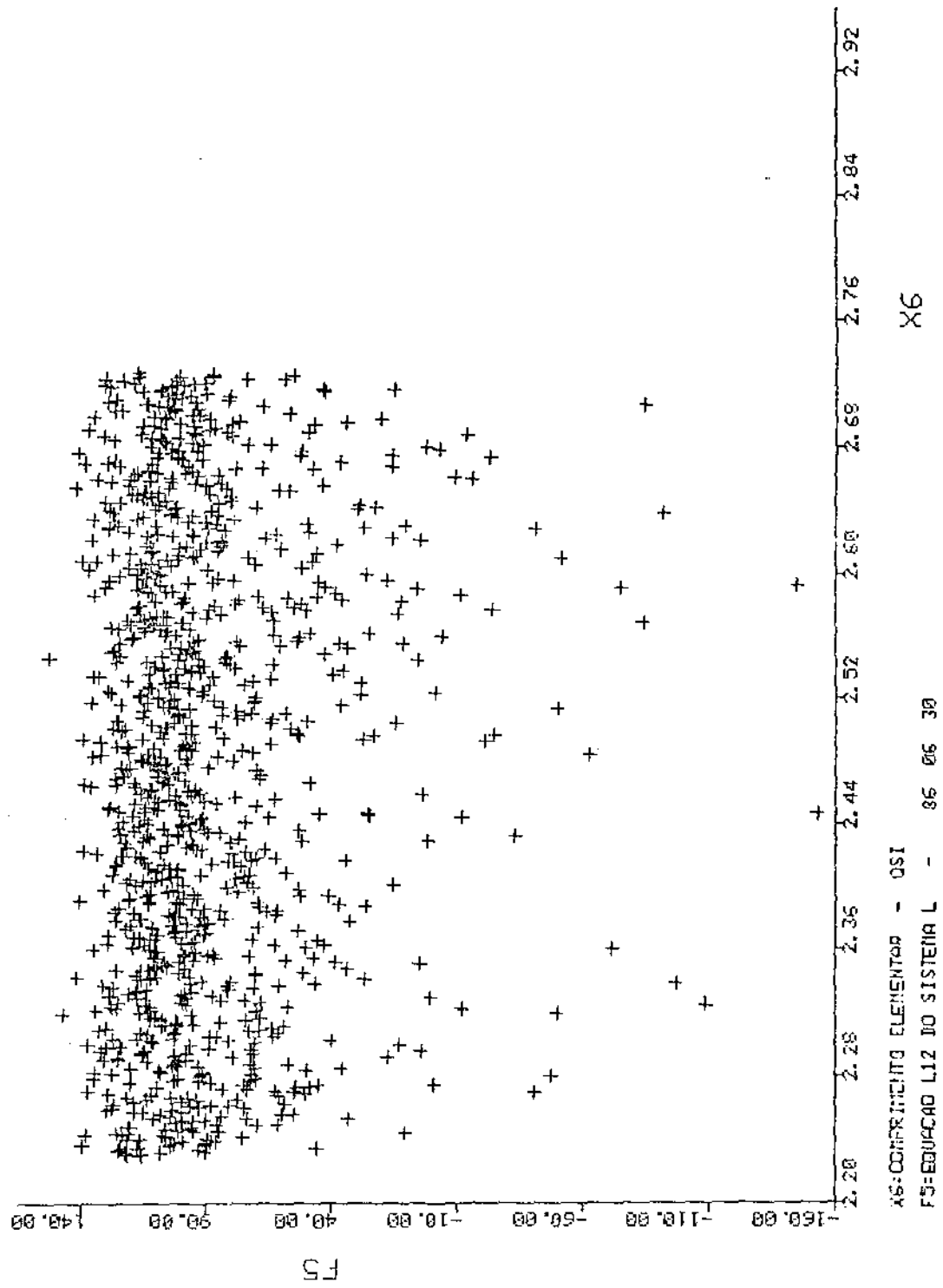


Fig. 29

Pela análise dos gráficos observamos:

(\*) A componente  $F_1$  de  $F$  é sempre positiva, pois em nenhum ponto em que foi avaliada obtivemos  $F_1 \leq 0$ .

(\*\*) A componente de  $F_4$  de  $F$  também manteve-se positiva nos pontos em que foi avaliada. Observamos que  $F_4 \gg 0$ .

De (\*) e (\*\*), concluímos que  $\nexists X \in R_{Charon}$  tal que  $F(x) = 0$ .

Desta maneira, o ponto  $X^*$  citado no início deste capítulo não foi encontrado e o sistema  $L$ -equivalente não admite solução em  $R_{Charon}$ .

## CAPÍTULO V

2ª EVIDÊNCIA:  $K_S > K_P$  EM  $R_{\text{CHARON}}$  SEM RESOLVER

### A EQUAÇÃO DIFERENCIAL

Aqui, vamos utilizar uma técnica diferente da que foi usada no capítulo anterior e mostrar que  $F_1 = K_S - K_P$  é positiva em  $R_{\text{Charon}}$ .

Para resolver o problema de equações diferenciais proveniente das equações  $LE_1$  a  $LE_5$ , formulamos um método de "SHOOTING BIDIMENSIONAL" (vide Apêndice 1) e determinamos assim:

$$R_0, \Lambda \text{ e } A$$

#### 5.1. A MUDANÇA DE VARIÁVEIS

Para avaliação de  $F_1$ , fizemos uma mudança de variáveis nas integrais como segue:

$$\tau \rightarrow R$$

$$d\tau \rightarrow dR$$

De fato, a equação  $LE_1$  nos dá:

$$\frac{R'^2}{c^2} = \frac{\xi^2}{6R^2} \left[ \alpha^2 \left( \frac{3}{R_0^2} - \frac{1}{R^2} \right) - \frac{2\beta^2}{R_0^4} \right] + \frac{1}{3} \Lambda R^2 + K, \text{ em } [0, T/2]$$

$$\Rightarrow R' = c \sqrt{\frac{\xi^2}{6R^2} \left[ \alpha^2 \left( \frac{3}{R_0^2} - \frac{1}{R^2} \right) - \frac{2\beta^2}{R_0^4} \right] + \frac{1}{3} \Lambda R^2 + K}, \text{ em } [0, T/2]$$

$$d\tau = \frac{dR}{R'} = \frac{dR}{c \sqrt{\frac{\xi^2}{6R^2} \left[ \alpha^2 \left( \frac{3}{R_0^2} - \frac{1}{R^2} \right) - \frac{2\beta^2}{R_0^4} \right] + \frac{1}{3} \Delta R^2 + K}} ,$$

em  $[0, T/2]$

$LE_2$  e  $LE_4$  nos dão:

$$\tau = 0 \rightarrow R = R_0$$

$$\tau = T/2 \rightarrow R = R$$

## 5.2. AVALIAÇÃO DE $F_1$ EM 3000 PONTOS ALEATÓRIOS EM $R_{CHARON}$

Conforme o ALGOMUR, devemos ter  $K_S = K_p \cdot \Psi X$ , logo:

$$(*) \quad K_p = K_s = \frac{1}{T} \int_0^T \left( 1 - \frac{V_{\ell v}^2}{c^2} \right)^{-1/2} d\tau ,$$

$$\text{onde} \quad \frac{V_{\ell v}^2}{c^2} = \frac{R'^2}{c^2} \left[ \frac{1}{4 \operatorname{arc}^2 \operatorname{tg} \left( \frac{\pi R}{4} \right)} + \frac{R'^2}{c^2} \right]^{-1}$$

Substituindo (\*) em  $F_1$  vem:

$$F_1 = \frac{1}{T} \int_0^T \left( 1 - \frac{V_{\ell v}^2}{c^2} \right)^{-1/2} d\tau - \frac{1}{T} \int_0^T \left( 1 - \frac{R'^2}{c^2} \right)^{-1/2} d\tau$$

$$F_1 = \frac{1}{T} \left[ \int_0^T \left( 1 - \frac{V_{\ell v}^2}{c^2} \right)^{-1/2} d\tau - \int_0^T \left( 1 - \frac{R'^2}{c^2} \right)^{-1/2} d\tau \right]$$

$$F_1 = \frac{1}{T} \left\{ \int_0^{T/2} \left( 1 - \frac{V_{\ell v}^2}{c^2} \right)^{-1/2} d\tau + \int_{T/2}^T \left( 1 - \frac{V_{\ell v}^2}{c^2} \right)^{-1/2} d\tau - \left[ \int_0^{T/2} \left( 1 - \frac{R'^2}{c^2} \right)^{-1/2} d\tau + \int_{T/2}^T \left( 1 - \frac{R'^2}{c^2} \right)^{-1/2} d\tau \right] \right\}$$

$$\text{AFIRMAÇÃO:} \quad \int_0^{T/2} \left(1 - \frac{R'^2}{c^2}\right)^{-1/2} d\tau = \int_{T/2}^T \left(1 - \frac{R'^2}{c^2}\right)^{-1/2} d\tau \quad e$$

$$\int_0^{T/2} \left(1 - \frac{V_{\ell v}^2}{c^2}\right)^{-1/2} d\tau = \int_{T/2}^T \left(1 - \frac{V_{\ell v}^2}{c^2}\right)^{-1/2} d\tau$$

### PROVA

De fato, por  $LE_1$  temos:

$$\frac{R'^2}{c^2} (T/2 + \tau) = \frac{R'^2}{c^2} (T/2 - \tau) \quad ; \quad |\tau| \leq T/2$$

Integrando a igualdade acima vem:

$$(I) \quad \int_0^{T/2} \left(1 - \frac{R'^2}{c^2} (T/2 + \tau)\right)^{-1/2} d\tau = \int_0^{T/2} \left(1 - \frac{R'^2}{c^2} (T/2 - \tau)\right)^{-1/2} d\tau$$

Fazendo  $T/2 - \tau = t$ , temos:

$$(II) \quad \begin{cases} d\tau = -dt \\ \tau=0 \rightarrow t = T/2 \\ \tau=T/2 \rightarrow t=0 \end{cases}$$

Substituindo (II) em (I) vem:

$$\begin{aligned} \int_0^{T/2} \left(1 - \frac{R'^2}{c^2} (T/2 + \tau)\right)^{-1/2} d\tau &= - \int_{T/2}^0 \left(1 - \frac{R'^2}{c^2} (t)\right) dt = \\ &= \int_0^{T/2} \left(1 - \frac{R'^2}{c^2} (t)\right)^{-1/2} dt \end{aligned}$$

$$\int_0^{T/2} \left(1 - \frac{R'^2}{c^2} (T/2 + \tau)\right)^{-1/2} d\tau = \int_0^{T/2} \left(1 - \frac{R'^2}{c^2}\right) d\tau$$

como  $\int_{T/2}^T \left(1 - \frac{R'^2}{c^2}\right)^{-1/2} d\tau = \int_0^{T/2} \left(1 - \frac{R'^2}{c^2} (T/2 + \tau)\right)^{-1/2} d\tau$ , temos:

$$(III) \quad \int_{T/2}^T \left(1 - \frac{R'^2}{c^2}\right)^{-1/2} d\tau = \int_0^{T/2} \left(1 - \frac{R'^2}{c^2}\right)^{-1/2} d\tau$$

Analogamente, obtemos:

$$(IV) \quad \int_{T/2}^T \left(1 - \frac{v_{\ell v}^2}{c^2}\right)^{-1/2} d\tau = \int_0^{T/2} \left(1 - \frac{v_{\ell v}^2}{c^2}\right)^{-1/2} d\tau$$



Substituindo (III) e (IV) em  $F_1$  vem:

$$F_1 = \frac{1}{T} \left\{ \int_0^{T/2} \left(1 - \frac{v_{\ell v}^2}{c^2}\right)^{-1/2} d\tau + \int_0^{T/2} \left(1 - \frac{v_{\ell v}^2}{c^2}\right)^{-1/2} d\tau - \left[ \int_0^{T/2} \left(1 - \frac{R'^2}{c^2}\right)^{-1/2} d\tau + \int_0^{T/2} \left(1 - \frac{R'^2}{c^2}\right)^{-1/2} d\tau \right] \right\}$$

$$\therefore F_1 = \frac{2}{T} \left[ \int_0^{T/2} \left(1 - \frac{v_{\ell v}^2}{c^2}\right)^{-1/2} d\tau - \int_0^{T/2} \left(1 - \frac{R'^2}{c^2}\right)^{-1/2} d\tau \right]$$

Fazendo a mudança de variáveis introduzida em 2.1 temos:

$$F_1 = \frac{2}{T} \left[ \int_{R_0}^R \left(1 - \frac{v_{\ell v}^2}{c^2}\right)^{-1/2} \frac{dR}{R'} - \int_{R_0}^R \left(1 - \frac{R'^2}{c^2}\right)^{-1/2} \frac{dR}{R'} \right]$$

Logo, utilizando a subrotina D01AHF da NAG, versão dupla precisão, avaliamos  $F_1$  em 3000 pontos aleatórios em  $R_{Charon}$  como mostram as figuras 1 a 6 a seguir:

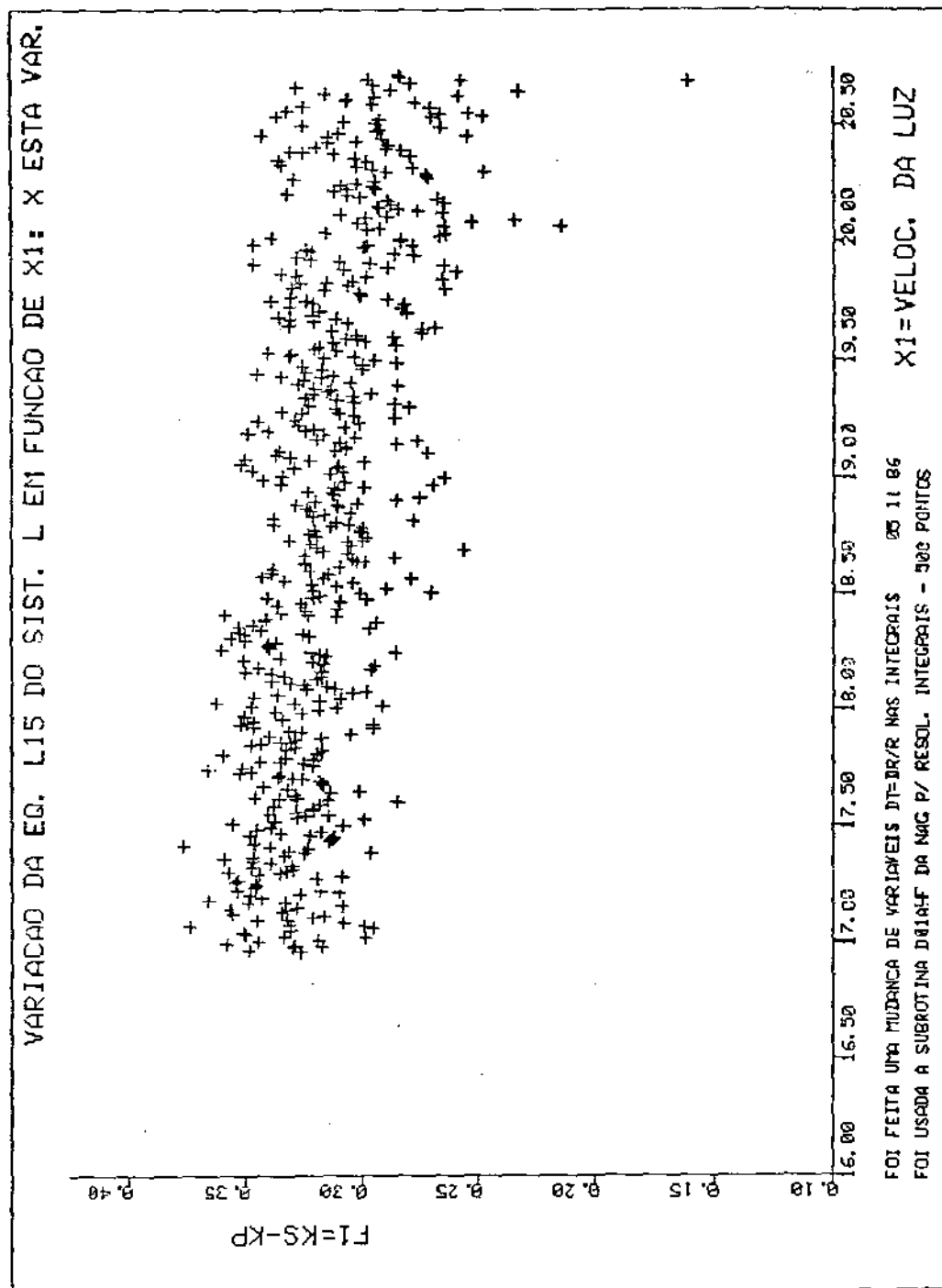


Fig. 1

Fig. 2

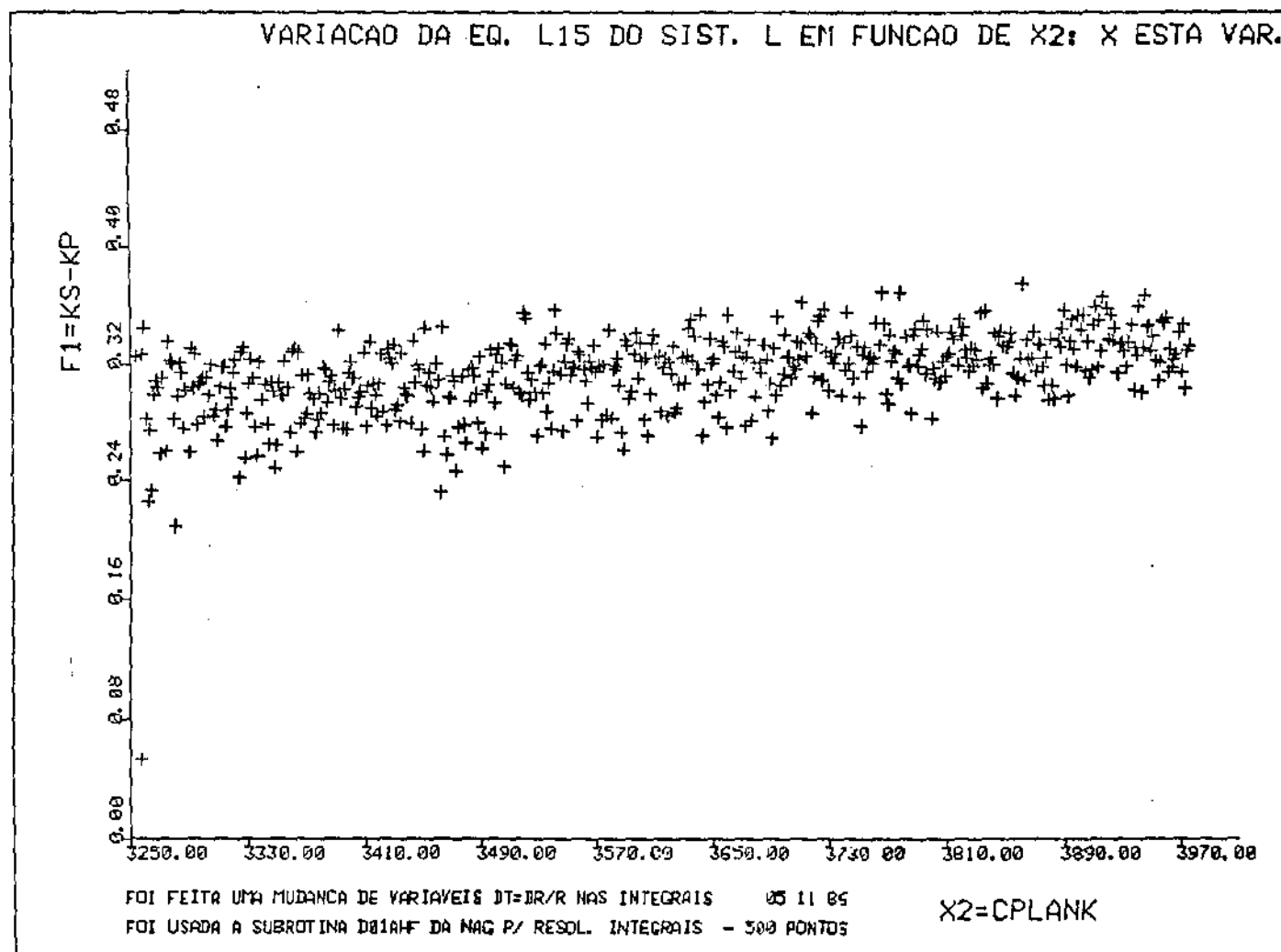




Fig. 3

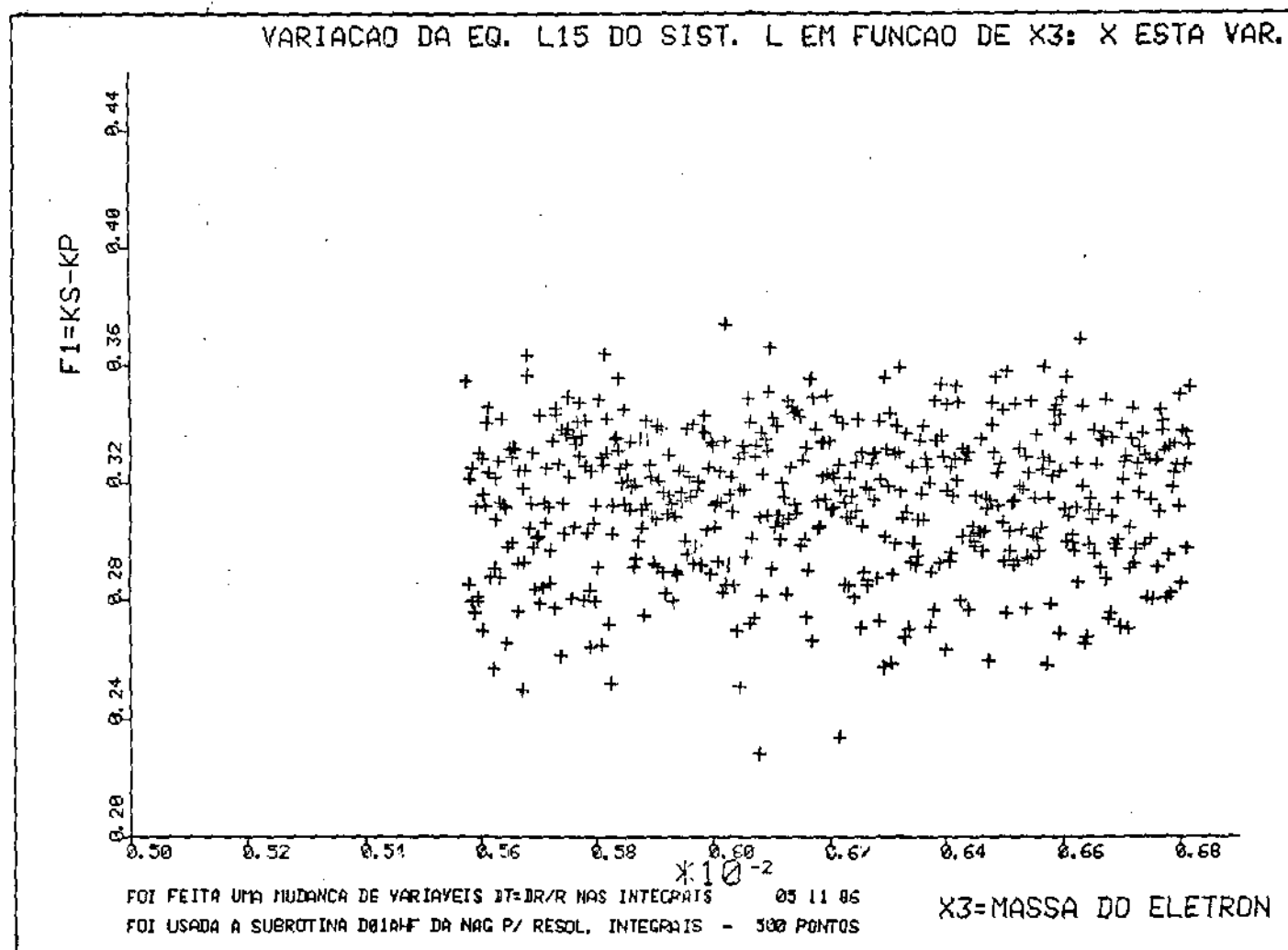


Fig. 4

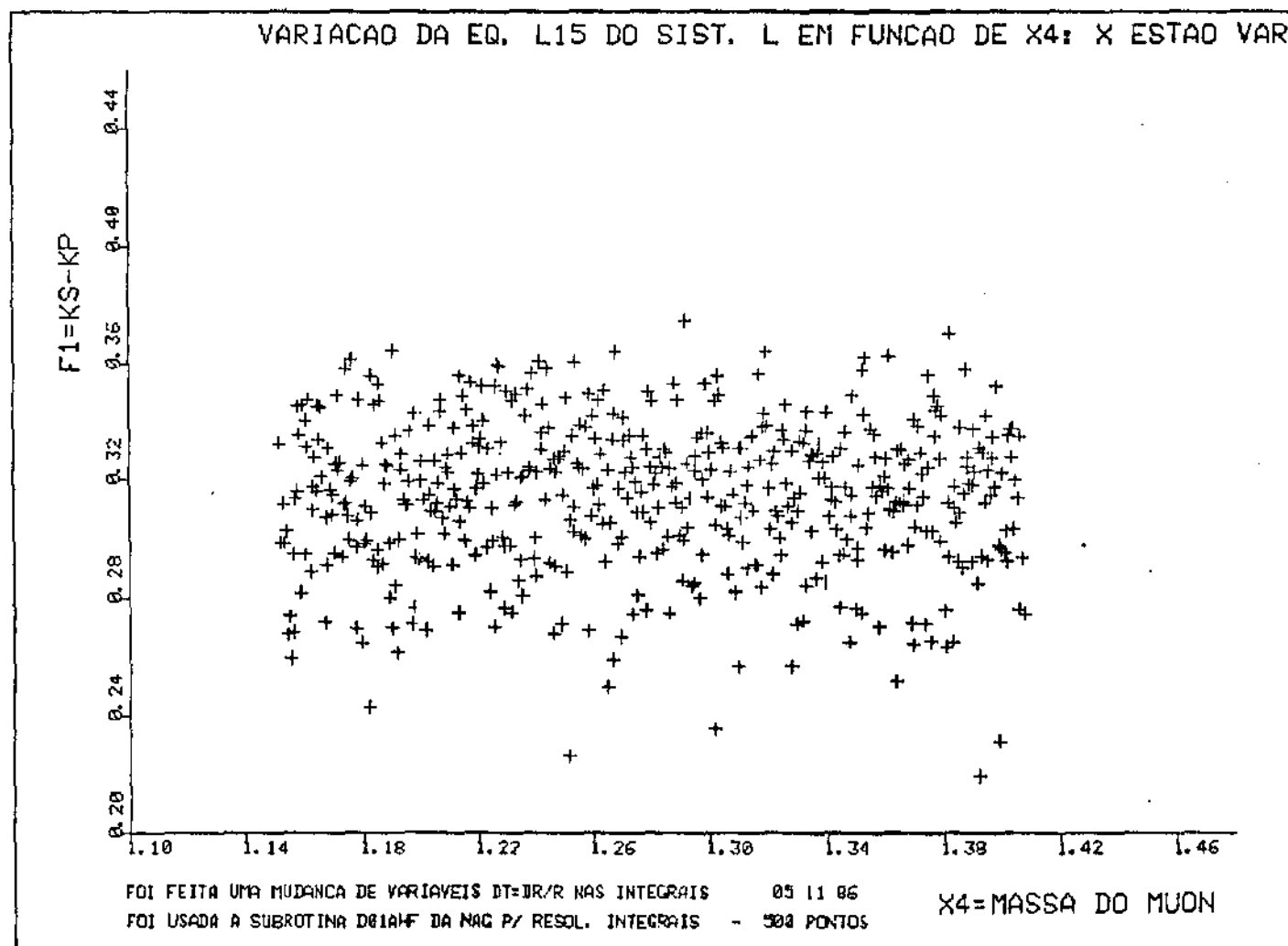


Fig. 5

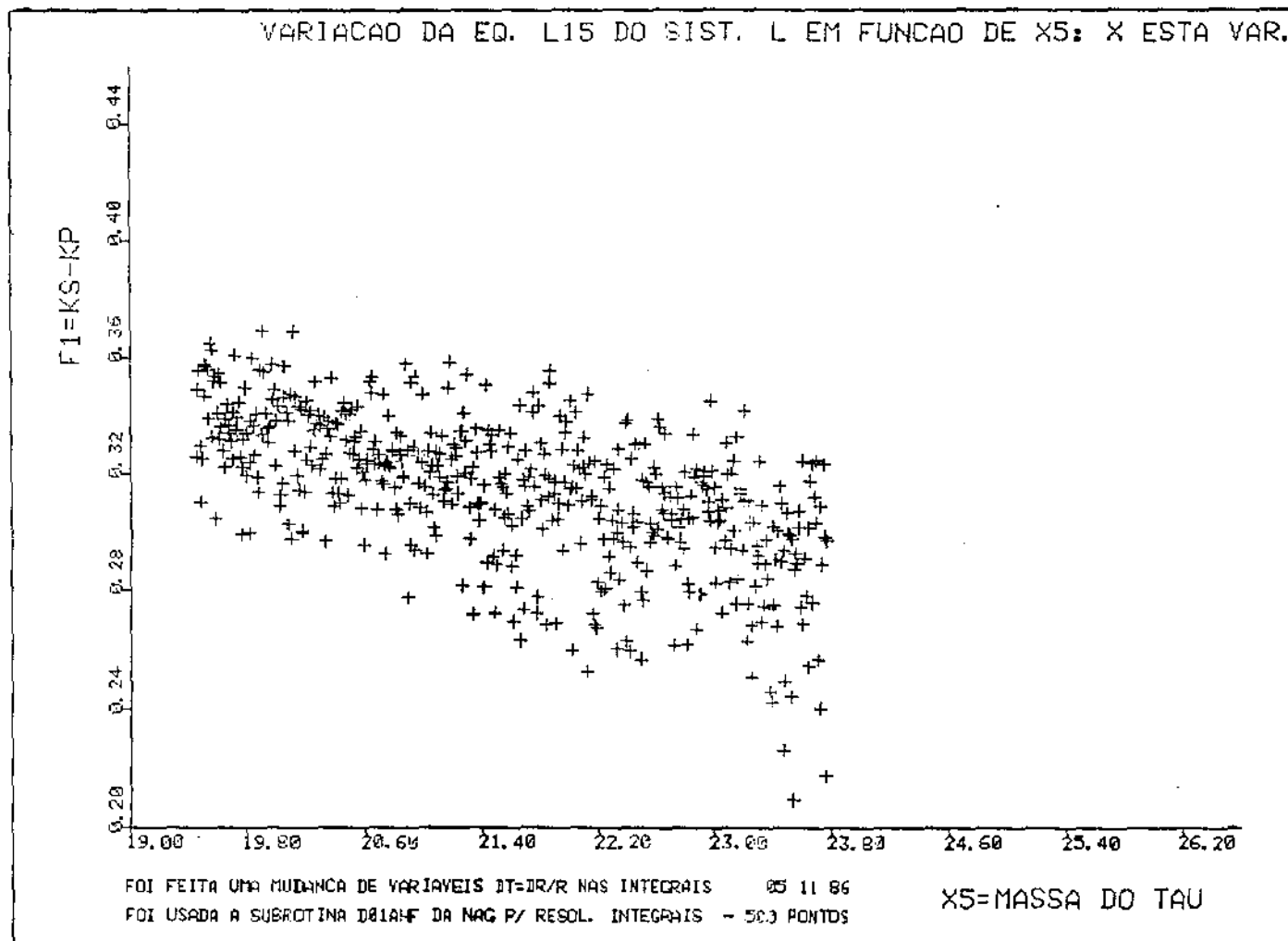
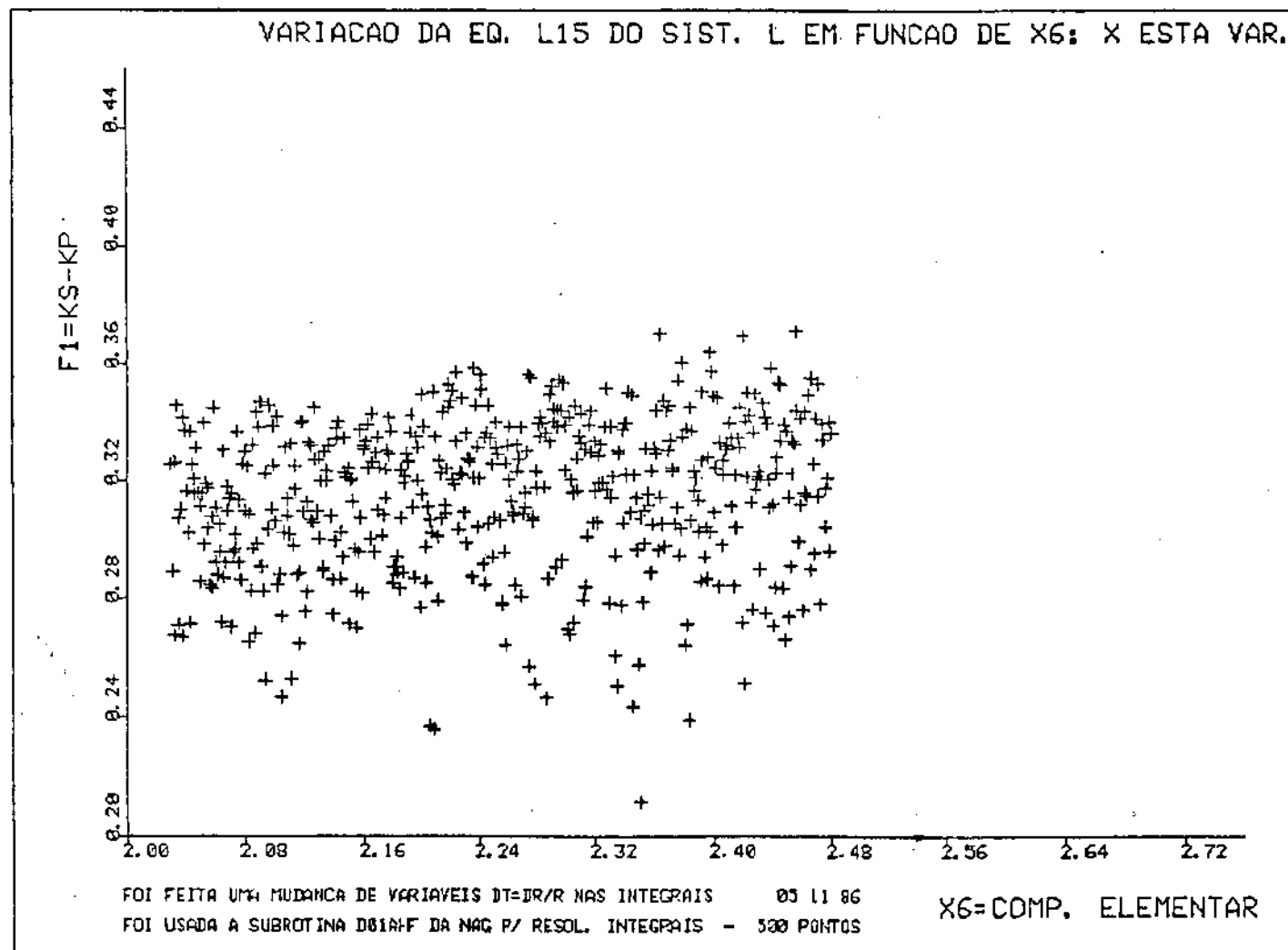


Fig. 6



## CAPÍTULO VI

### 3ª EVIDÊNCIA: $K_S > K_P$ EM $R_{\text{CHARON}}$ SEM RESOLVER EQUAÇÃO

#### DIFERENCIAL - SEM USAR SHOOTING

Conforme os resultados obtidos anteriormente (capítulos II a V), estamos convencidos de que o Sistema L não admite solução em  $R_{\text{Charon}}$ .

Tendo isso em vista, procuramos então obter uma prova analítica de que  $F_1 = K_S - K_P > 0$  em  $R_{\text{Charon}}$ . Devido a complexidade das equações em questão, uma prova analítica não foi obtida até então. Portanto, vamos mostrar a seguir uma prova numérica que retrate o fato em questão.

6.1. TEOREMA DO LAMBDA: *As equações  $L_1$  a  $L_6$  do Sistema L nos dão:*

$$\Lambda < \frac{-1}{R^2}$$

PROVA:

De fato, a equação  $L_1$  nos dá:

$$\begin{aligned} \frac{R'^2}{c^2} &= \frac{\xi^2}{6R^2} \left[ \alpha^2 \left( \frac{3}{R_0^2} - \frac{1}{R^2} \right) - \frac{2\beta^2}{R_0^4} \right] + \frac{1}{3} \Lambda R^2 + K = \\ &= \frac{1}{R^4} \left[ \frac{1}{3} \Lambda R^6 + K R^4 + \frac{\xi^2}{6} \left( \frac{3\alpha^2}{R_0^2} - \frac{2\beta^2}{R_0^4} \right) R^2 - \frac{\xi^2 \alpha^2}{6} \right] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{R'^2}{c^2} = \frac{P(R)}{R^4}, \quad \text{onde}$$

$$P(R) = \frac{1}{3} \Lambda R^6 + K R^4 + \frac{\xi^2}{6} \left( \frac{3\alpha^2}{R_0^2} - \frac{2\beta^2}{R_0^4} \right) R^2 - \frac{\xi^2 \alpha^2}{6}$$

Por  $L_3$  e  $L_5$  temos:

$$P(R_0) = P(R) = 0 \quad \therefore \quad R_0 \text{ e } R \text{ são raízes de } P(R)$$

$$\text{Como } \frac{R'^2}{c^2} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad P(R) \geq 0, \quad \forall R \in [R_0, R]$$

$$\text{Seja } P_1(S) = \frac{1}{3} \Lambda S^3 + K S^2 + \frac{\xi^2}{6} \left( \frac{3\alpha^2}{R_0^2} - \frac{2\beta^2}{R_0^4} \right) S - \frac{\xi^2 \alpha^2}{6}$$

É fácil ver que:

$$(I) \quad \begin{cases} R_0^2 \text{ e } R^2 \text{ são raízes de } P_1(S) \\ P_1(S) \geq 0, \quad \forall S \in [R_0^2, R^2] \end{cases}$$

Por (I),  $P_1$  assume um máximo em  $S^* \in [R_0^2, R^2]$ , logo temos:

$$P_1'(S^*) = 2\Lambda S^* + 2K < 0$$

Por  $L_6$  temos:

$$K = +1$$

$$\text{Logo, } 2\Lambda S^* + 2 < 0 \Rightarrow \Lambda S^* + 1 < 0 \Rightarrow \Lambda < 0 \quad (II)$$

Por (II) temos:

$$\forall S \in [S^*, R^2] \Rightarrow \Lambda S + 1 < 0$$

Em particular, para  $S = R^2$  vem:

$$\Lambda < \frac{-1}{R^2}$$

6.2. LEMA DO  $R_{\text{MÍNIMO}}$ :  $\forall \alpha, \beta, \xi$  temos:  $R_0 > R_{\text{min}}$ , onde  $R_{\text{min}}$  é tal que:

$$\Lambda(R_{\text{min}}) = 0$$

PROVA:

De fato, por  $L_3$  temos:

$$\Lambda(R_0) = \frac{1}{R_0^2} \left[ \frac{\xi^2}{R_0^4} \left( \frac{\beta^2}{R_0^2} - \alpha^2 \right) - 3K \right]; \quad \text{onde } K=+1$$

Logo, é fácil ver que  $\exists R_{\text{min}} > 0$ , tal que  $\Lambda(R_{\text{min}}) = 0$  e para  $R_0 > R_{\text{min}} \Rightarrow \Lambda(R_0) < 0$ . Portanto, pelo teorema do Lambda vem:

$$R_0 > R_{\text{min}}$$

6.3. TEOREMA (LIMITAÇÃO DO  $R_0$ ): Seja  $R_0 = R_{\tau=0}$ . Então temos:

$$R_0 \in (R_{\text{min}}, \ell_0)$$

PROVA:

De fato, pela equação  $L_{17}$  vem:

$$\frac{T}{\ell_0^3} = \int_0^T \frac{d\tau}{R^3} < \int_0^T \frac{d\tau}{R_0^3} = \frac{T}{R_0^3} \Rightarrow \frac{T}{\ell_0^3} < \frac{T}{R_0^3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\ell_0^3} < \frac{1}{R_0^3} \Rightarrow R_0 < \ell_0$$

$$\therefore R_0 < \ell_0$$

Logo, utilizando o lema do  $R_{\text{mínimo}}$  obtemos:

$$R_{\text{min}} < R_0 < \ell_0$$

$$\therefore R_0 \in (R_{\text{min}}, \ell_0)$$

6.4. TEOREMA DO  $R_{\text{MÁXIMO}}$ : Seja  $R = R_{\tau=T/2}$ . Então  $\forall c, h, m, \mu, \tau$  e  $\xi$  temos:

$$\frac{cT}{2\pi} \leq R \leq \frac{cT}{2} + \ell_0$$

PROVA:

De fato, pela equação  $L_{16}$  temos:

$$\int_0^T \frac{d\tau}{R} \leq \int_0^T \frac{d\tau}{R} = \frac{2\pi}{c}$$

$$\frac{T}{R} \leq \frac{2\pi}{c} \Rightarrow R \geq cT/2\pi$$

$$\therefore R \geq \frac{cT}{2\pi} \quad (I)$$



Agora, a equação  $L_6$  nos fornece:

$$c^2 \geq R'^2 \Rightarrow R' \leq c$$

$$\therefore R' \leq c$$

Seja o problema de Cauchy [19] abaixo:

$$\begin{cases} \bar{R}' = c \\ \bar{R}_{\tau=0} = R_0 \end{cases} \quad (II)$$

Resolvendo (II) vem:

$$\bar{R}(\tau) = c\tau + R_0$$

$$\text{Como } \bar{R}' \geq R' \Rightarrow \bar{R}(\tau) \geq R(\tau), \quad \forall \tau \in [0, T]$$

Em particular temos:

$$\bar{R}_{\tau=T/2} = c \frac{T}{2} + R_0 \geq R_{\tau=T/2} = \mathcal{R}$$

$$\therefore \mathcal{R} \leq c \frac{T}{2} + R_0 \quad (III)$$

Pelo Teorema da limitação do  $R_0$  temos:

$$R_0 \leq \ell_0 \quad (IV)$$

Logo, substituindo (IV) em (III) vem:

$$\mathcal{R} \leq c \frac{T}{2} + \ell_0 \quad (V)$$

De (I) e (V) obtemos:

$$\frac{cT}{2\pi} \leq R \leq c \frac{T}{2} + \ell_0$$

6.5. TEOREMA DO  $R_0$ : *Seja  $R_0 = R_{T=0}$ . Então  $\forall \alpha, \beta, \xi$  e  $K$  temos:*

$$\int_{R_0}^{R(R_0)} \frac{dR}{R'(R_0, \Lambda(R_0), R)} = \frac{T}{2} \quad (\text{EQUAÇÃO DO } R_0)$$

PROVA:

De fato, as equações  $L_1$  a  $L_5$  nos dão:

$$L_1: \frac{R'^2}{c^2} = \frac{\xi^2}{6R^2} \left[ \alpha^2 \left( \frac{3}{R_0^2} - \frac{1}{R^2} \right) - \frac{2\beta^2}{R_0^4} \right] + \frac{1}{3} \Lambda R^2 + K$$

$$L_2: R_{T=0} = R_0$$

$$L_3: R'_{T=0} = 0$$

$$L_4: R_{T=T/2} = R$$

$$L_5: R'_{T=T/2} = 0$$

Observemos que as equações acima definem um problema de equações diferenciais que supomos ter solução não constante.

Desta maneira, temos:

$$R' = \frac{dR}{d\tau} = c \sqrt{\frac{\xi^2}{6R^2} \left[ \alpha^2 \left( \frac{3}{R_0^2} - \frac{1}{R^2} \right) - \frac{2\beta^2}{R_0^4} \right] + \frac{1}{3} \Lambda R^2 + K}, \text{ em } [0, T/2]$$

$$\Rightarrow \frac{dR}{c \sqrt{\frac{\xi^2}{6R^2} \left[ \alpha^2 \left( \frac{3}{R_0^2} - \frac{1}{R^2} \right) - \frac{2\beta^2}{R_0^4} \right] + \frac{1}{3} \Lambda R^2 + K}} = d\tau, \text{ em } [0, T/2]$$

Para  $0 < \tau_0 < \tau_1 < T/2$  vem:

$$\int_{R_1}^{R_2} \frac{dR}{c \sqrt{\frac{\xi^2}{6R^2} \left[ \alpha^2 \left( \frac{3}{R_0^2} - \frac{1}{R^2} \right) - \frac{2\beta^2}{R_0^4} \right] + \frac{1}{3} \Lambda R^2 + K}} = \tau_1 - \tau_0,$$

onde  $R_0 < R_1 < R_2 < R$

Fazendo  $\tau_0 \rightarrow 0$  e  $\tau_1 \rightarrow T/2$  obtemos:

$$\int_{R_0}^R \frac{dR}{c \sqrt{\frac{\xi^2}{6R^2} \left[ \alpha^2 \left( \frac{3}{R_0^2} - \frac{1}{R^2} \right) - \frac{2\beta^2}{R_0^4} \right] + \frac{1}{3} \Lambda R^2 + K}} = T/2$$

Utilizando  $L_3$  e  $L_5$  vem:

$$\int_{R_0}^{R(R_0)} \frac{dR}{c \sqrt{\frac{\xi^2}{6R^2} \left[ \alpha^2 \left( \frac{3}{R_0^2} - \frac{1}{R^2} \right) - \frac{2\beta^2}{R_0^4} \right] + \frac{1}{3} \Lambda(R_0) R^2 + K}} = T/2$$

Como observamos acima, esta integral tem que ser convergente, caso contrário, o problema de equações diferenciais em questão não admitiria solução. Portanto temos:

$$\int_{R_0}^{R(R_0)} \frac{dR}{R'(R_0, \Lambda(R_0), R)} = T/2$$

$$\text{onde } R'(R_0, \Lambda(R_0), R) = c \sqrt{\frac{\xi^2}{6R^2} \left[ \alpha^2 \left( \frac{3}{R_0^2} - \frac{1}{R^2} \right) - \frac{2\beta^2}{R_0^4} \right] + \frac{1}{3} \Lambda(R_0) R^2 + K}$$

#### 6.6. AVALIAÇÃO DE $F_1$ EM 16649 PONTOS EM $R_{\text{CHARON}}$

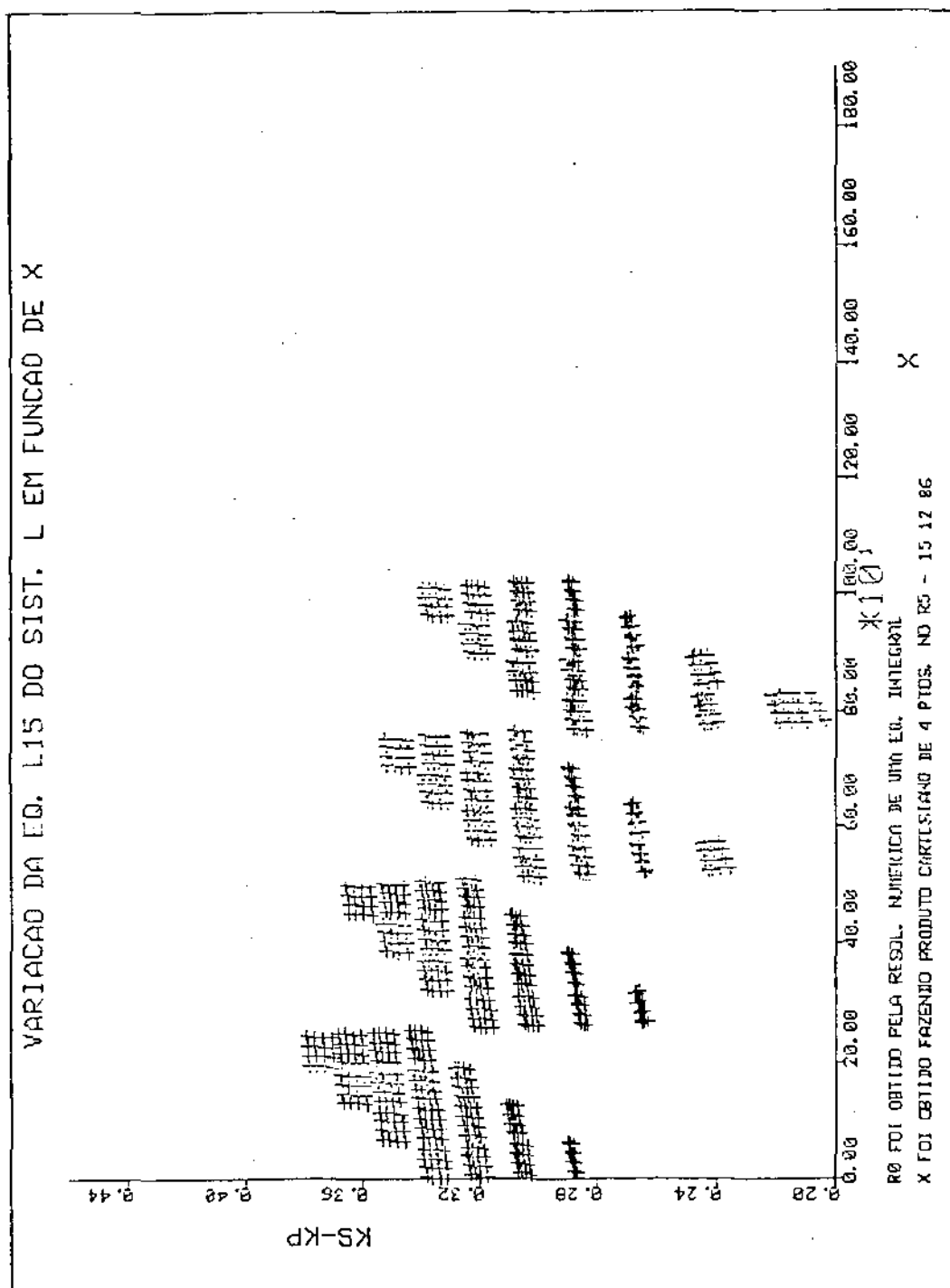
Aqui, utilizamos a EQUAÇÃO DO  $R_0$  e aplicamos bissecção (vide Apêndice 2) no intervalo  $(R_{\min}, \ell_0)$  para determinar o parâmetro  $R_0$  e consequentemente  $\Lambda$  e  $R$ .

A seguir, utilizando a subrotina D01AHF da NAG, versão dupla precisão, avaliamos  $F_1$  (conforme definida no capítulo anterior) em 16649 pontos em  $R_{\text{Charon}}$ , como segue:

- 1) Escolhemos para variação das variáveis  $X_i$ , cinco pontos igualmente espaçados, incluindo os limites inferior e superior de cada  $X_i$  e fizemos o produto cartesiano desses pontos no  $\mathbb{R}^6$ , obtendo assim, uma espécie de "malha" no  $\mathbb{R}^6$  com 15625 pontos e avaliamos  $F_1$  nessa "malha". Obtivemos:

$$F_1 > 0 \quad \text{nos pontos em que foi avaliada.}$$

2) Agora, escolhemos para variação das variáveis  $X_i$ , quatro pontos igualmente espaçados, incluindo os extremos e mantivemos  $x_3 = m_0 = \text{constante}$ . Novamente, fizemos o produto cartesiano desses pontos, obtendo agora 1024 pontos e avaliamos  $F_1$  nesses pontos. Os resultados são mostrados no gráfico a seguir.



## CAPÍTULO VII

### 4ª EVIDÊNCIA: $K_S > K_P$ SEM RESOLVER EQUAÇÃO DIFERENCIAL - SEM USAR SHOOTING - SEM AVALIAR INTEGRAL

Novamente, devido a complexidade das equações envolvidas, não foi possível obter uma prova analítica de que o sistema L não admite solução em  $R_{Charon}$ . Contudo, vamos apresentar uma forte evidência, uma prova numérica, de que o Sistema L não admite solução em uma região  $\Omega \subset R_{Charon}$ , que definiremos adiante.

Tendo em vista que os valores obtidos experimentalmente para as constantes fundamentais da física ( $c$  = velocidade da luz,  $h$  = constante de Planck,  $\mu_0$  = massa do muon,  $m_0$  = massa do elétron,  $\tau_0$  = massa do lepton tau) não podem ter uma variação maior que 2%, vamos mostrar de uma maneira bem convincente que  $F_1 = K_S - K_P > 0$  (sem avaliar  $F_1$ ) com 2% de variação para as variáveis  $X_i$ , onde  $X_i$  estão nas unidades L, como segue:

De fato, conforme mostramos anteriormente (cap. V), temos:

$$F_1 = \frac{2}{T} \left[ \int_{R_0}^R \left( 1 - \frac{V_{\ell v}^2}{c^2} \right)^{-1/2} \frac{dR}{R'} - \int_{R_0}^R \left( 1 - \frac{R'^2}{c^2} \right)^{-1/2} \frac{dR}{R'} \right],$$

$$\text{onde } \frac{V_{\ell v}^2}{c^2} = \frac{R'^2}{c^2} \left[ \frac{1}{4 \operatorname{arcc}^2 \operatorname{tg} \left( \frac{\pi R}{4} \right)} + \frac{R'^2}{c^2} \right]^{-1}$$

Logo, para que tenhamos  $F_1 > 0$  é suficiente que:

$$\frac{V_{\ell v}^2}{c^2} = \frac{R'^2}{c^2} \left[ \frac{1}{4 \operatorname{arc}^2 \operatorname{tg}(\frac{\pi R}{4})} + \frac{R'^2}{c^2} \right]^{-1} > \frac{R'^2}{c^2}$$

$$\Rightarrow \left[ \frac{1}{4 \operatorname{arc}^2 \operatorname{tg}(\frac{\pi R}{4})} + \frac{R'^2}{c^2} \right]^{-1} > 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4 \operatorname{arc}^2 \operatorname{tg}(\frac{\pi R}{4})} + \frac{R'^2}{c^2} < 1$$

Portanto, definimos  $g(R) = \frac{1}{4 \operatorname{arc}^2 \operatorname{tg}(\frac{\pi R}{4})} + \frac{R'^2}{c^2}$  e mos

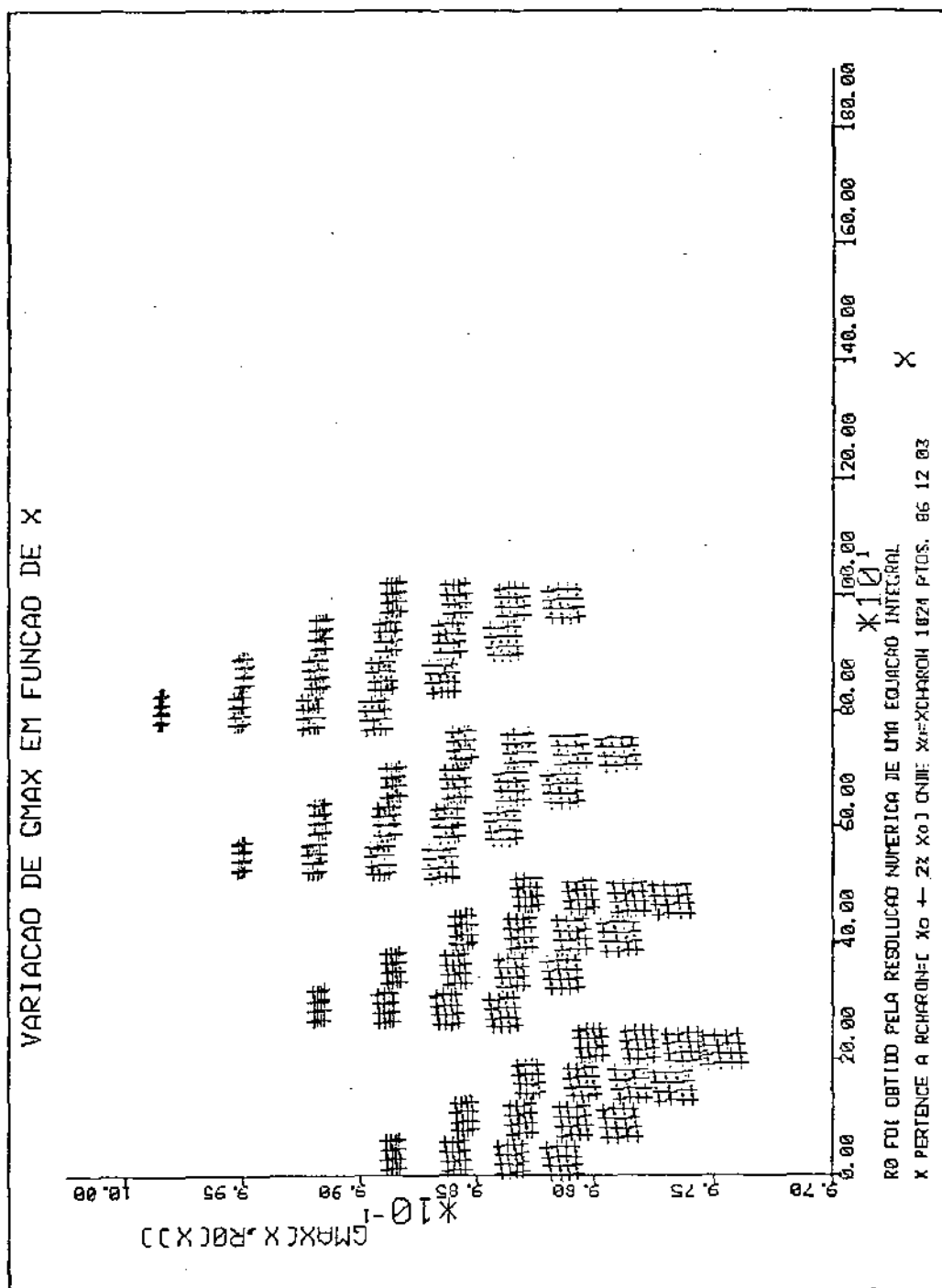
traremos que  $g(R) < 1$ ,  $\forall R \in [R_0, R]$ , e para isso, vamos mostrar que  $g_{\max} < 1$  com  $X$  variando 2% como segue:

- I) Dado  $X$ , calculamos o parâmetro  $R_0$  utilizando a EQUAÇÃO DO  $R_0$  definida anteriormente. (Vide 3ª evidência).
- II) Em seguida, fazendo Bisseccão no intervalo  $[R_0, R]$  calculamos  $R^*$  tal que  $g'(R^*) = 0$  e avaliamos  $g_{\max} = g(R^*)$ .

Fizemos 16649 avaliações de  $g_{\max}$  em pontos gerados como anteriormente (vide 3ª evidência), só que agora, os limites inferiores e superiores das variáveis  $X_i$  estão com 2% de variação dos valores obtidos experimentalmente.

Na primeira avaliação (15625), obtivemos  $g_{\max} < 1$  nos pontos em que foi avaliada. Na segunda avaliação (1024 pon-

tos), também obtemos  $g_{\max} < 1$  como mostra o gráfico abaixo. Os resultados foram obtidos usando precisão dupla.





Logo, mostramos assim, que o Sistema L não admite solução num paralelepípedo  $\Omega \subset \mathbb{R}^6$ , em cujo centro está o vetor  $X_0$  que tem como componentes as constantes fundamentais da física:  $c$  = velocidade da luz,  $h$  = constante de Planck,  $m_0$  = massa "própria" do elétron,  $\mu_0$  = massa "própria" do muon,  $\tau_0$  = massa "própria" do lepton pesado tau e  $\xi_0$ .

Portanto, o Sistema L não admite solução em  $\Omega$ .

## CAPÍTULO VIII

### CONCLUSÃO

Tendo em vista que:

- i) Analisamos o algoritmo utilizado por Charon [1] na resolução do Sistema L e vimos que o mesmo mostra uma certa ineficiência e provavelmente não conduz a uma solução do Sistema L;
- ii) Verificamos que a solução apresentada em [1] não é uma solução propriamente dita;
- iii) Deduzimos que o Sistema L se reduz a um sistema algébrico não linear com 5 equações e 6 incógnitas, contrário ao que se obtém em [1], e
- iv) Mostramos em quatro evidências numéricas, distintas, que uma equação não é satisfeita em  $R_{Charon}$ .

Concluimos que o SISTEMA L não admite solução em  $R_{Charon}$  e supomos ser verdadeira a seguinte conjectura:

*"O SISTEMA L admite solução em  $R_{Charon}$ , se e somente se,  $R(\tau) = R_0 > 0 \in \mathbb{R}$ ,  $\forall \tau \in [0, T/2]$ . E nesse caso serão infinitas".*

## APÊNDICE 1

Nos capítulos IV e V, resolvemos o problema de equações diferenciais proveniente das equações  $LE_1$  a  $LE_5$ , utilizando os métodos de Shooting que são descritos abaixo:

### 1. SHOOTING UNIDIMENSIONAL

I) A equação  $LE_3$  nos dá:

$$\Lambda = \Lambda(R_0) = \frac{1}{R_0^2} \left[ \frac{\xi^2}{R_0^4} \left( \frac{\beta^2}{R_0^2} - \alpha^2 \right) - 3K \right]$$

II) Substituímos  $\Lambda = \Lambda(R_0)$  na equação  $LE_1$  e resolvemos a equação diferencial utilizando RKF45 [20], para um  $R_0$  chutado, até obtermos  $R'(t_0) = 0$ .

i) Sem perda de generalidade, suponhamos  $t_0 < T/2$ , fazemos então  $t_0 = T_1$  e  $R_0 = R_{01}$ .

ii) Tomamos  $R_0 > R_{01}$  e novamente resolvemos a equação diferencial até obtermos  $R'(t_1) = 0$ . Se  $t_1 > T/2$ , fazemos  $t_1 = T_2$  e  $R_0 = R_{02}$ . Caso contrário, desprezamos o  $R_0$  usado e tomemos sucessivamente  $R_0 < R_{01}$  e resolvemos a equação diferencial até que tenhamos  $R'(t_2) = 0$  e  $t_2 > T/2$  e fazemos então  $t_2 = T_2$  e  $R_0 = R_{02}$ .

III) Supondo contínua a aplicação  $\phi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , tal que  $\phi(R_0) = \bar{t}$  conforme especificado acima, aplicamos bissecção no

intervalo  $[R_{01}, R_{02}]$  até que tenhamos  $\phi(R_0)=T/2$ , onde teremos então  $R'_{\tau=T/2}=0$  e  $R'_{\tau=0}=0$  e portanto, o  $R_0$  obtido é o procurado na resolução do problema de equações diferenciais em questão.

Finalmente, resolvemos a equação diferencial de  $\tau=0$  até  $\tau=T/2$  e obtemos  $R(\tau)$  em  $[0, T/2]$ .

Uma análise da equação  $LE_1$  nos dá:

$$R(T/2 + \Delta\tau) = R(T/2 - \Delta\tau); \quad |\Delta\tau| \leq T/2$$

Obtemos assim,  $R(\tau)$  em  $[0, T]$ .

## 2. O CHUTE BIDIMENSIONAL

I) Por  $LE_3$ , obtemos  $A=A(R_0)$  e substituímos em  $LE_1$ .

II) Sejam  $R_{\tau=0}=\bar{R}_0$  e  $R_{\tau=T/4}=\bar{R}$ , dados

III) Resolvemos numericamente  $LE_1$ , utilizando RKF45 [20], com  $\bar{R}_0$  e  $\bar{R}$  dados acima, de  $\tau=T/4$  até  $\tau=0$  e avaliamos:

$$\phi_1(\bar{R}_0, \bar{R}) = \left(\frac{R'^2}{c^2}\right)_{\tau=0}$$

IV) Como em III), de  $\tau=T/4$  até  $\tau=T/2$  e avaliamos:

$$\phi_2(\bar{R}_0, \bar{R}) = \left(\frac{R'^2}{c^2}\right)_{\tau=T/2}$$

Desta maneira, temos um sistema  $2 \times 2$  não linear, cu

ja solução  $\tilde{e}$ :  $R_0$  e  $R_{\tau=T/4}$  tal que  $\phi_1(R_0, R_{\tau=T/4}) = \phi_2(R_0, R_{\tau=T/4}) = 0$ , obtendo assim  $R_0$ ,  $\Lambda$  e  $\mathcal{R}$ . Para resolvê-lo, utilizamos a subrotina SNØ1A que resolve sistemas não lineares pelo método de Newton Raphson e foi elaborada pelo Prof. Dr. Martinez.

## APÊNDICE 2

No capítulo VI, resolvemos o problema de equação diferencialis como segue:

### 1. AVALIAÇÃO DE $R = R_{T=T/2}$ ( $R_{\text{máximo}}$ )

A equação  $L_5$  nos dá:

$$\frac{\xi^2}{6R^2} \left[ \alpha^2 \left( \frac{3}{R_0^2} - \frac{1}{R^2} \right) - \frac{2\beta^2}{R_0^4} \right] + \frac{1}{3} \Lambda R^2 + K = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R^4} \left[ \frac{1}{3} \Lambda R^6 + KR^4 + \frac{\xi^2}{6} \left( \frac{3\alpha^2}{R_0^2} - \frac{2\beta^2}{R_0^4} \right) R^2 - \frac{\xi^2 \alpha^2}{6} \right] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \Lambda R^6 + KR^4 + \frac{\xi^2}{6} \left( \frac{3\alpha^2}{R_0^2} - \frac{2\beta^2}{R_0^4} \right) R^2 - \frac{\xi^2 \alpha^2}{6} = 0$$

Fazendo  $x = R^2$  vem:

$$P(x) = \frac{1}{3} \Lambda x^3 + Kx^2 + \frac{\xi^2}{6} \left( \frac{3\alpha^2}{R_0^2} - \frac{2\beta^2}{R_0^4} \right) x - \frac{\xi^2 \alpha^2}{6} = 0$$

Logo, dado  $R_0$ , aplicamos bissecção no intervalo

$$\left[ \left( \frac{cT}{2\pi} \right)^2, \left( \frac{cT}{2} + \ell_0 \right)^2 \right] \quad (\text{Vide teorema do } R_{\text{máximo}}) \text{ e deter-}$$

minamos assim  $R = \sqrt{x}$ .

## 2. AVALIAÇÃO DO PARÂMETRO $R_0 = R_{\tau=0}$

Utilizando a equação do  $R_0$  abaixo

$$\int_{R_0}^{R(R_0)} \frac{dR}{R'(R_0, \Lambda(R_0), R)} = T/2 \quad (\text{Vide Teorema do } R_0),$$

determinamos  $R_{\min}$  e fazemos bissecção no intervalo  $(R_{\min}, \ell_0)$  (Vide Teorema da Limitação do  $R_0$ ) até obtermos  $R_0$  que verifique a equação acima.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] J.E. CHARON, L'Esprit et la Relativité Complexe, Albin Michel, Paris (1983).
- [2] B. RIEMANN, Über die Hypothesen, welche der Geometrie zue Grunde liegen (Göttingen, 1854); cf. also Abhandl. Wiss. Ges. Göttingen, 13 (1868), 1-20 and Collected papers, pp. 272-87.
- [3] W.K. CLIFFORD, Proc. Camb. Phil. Soc. 2, 157 (1876).
- [4] C.H. HILTON, Selected Writings "Speculations on the Fourth Dimension", edited by R.V.B. Rucker, Dover Publ. Inc. (1980).
- [5] A. EINSTEIN, Sitzungsberichte der Preussischen Akad. d. Wissenschaften (1919).
- [6] MAX JAMMER, The Philosophy of Quantum Mechanics, John Wiley & Sons, (1974).
- [7] A.O. BARUT and A. Bohm, Phys. Rev. 139, B1107 (1965).
- [8] P. ROMAN and J. HAAVISTO, Int. Journal of Theor. Phys. 16, 915 (1977).
- [9] A. SALAN and J. STRATHDEE, Phys. Rev. D 18, 4596 (1978).
- [10] P. CALDIROLA, Revista del Nuovo Cimento, 2, 1 (1979).



- [11] P. CALDIROLA, M. PAVSIC and E. RECAMI, N. Cimento B, 48, 205 (1978).
- [12] P. NOWOSAD, The Mathematical Structure of Elementary Particles, MRC Technical Report # 2581 (1983).
- [13] R.K. SACHS and H. WU, General Relativity for Mathematicians, Springer-Verlag, (1977).
- [14] W. DRECHLER and M.E. MAYER, Fiber Bundle Techniques in Gauge Theories, Springer-Verlag (1977).
- [15] P. AMMIRAJU, E. RECAMI and W.A. RODRIGUES Jr., N. Cimento A, 78, 172 (1983).
- [16] C.K. RAJU, Int. Journal Theor. Phys. 20, 681 (1981).
- [17] E. RECAMI & G.D. MACCARRONE: Lett. N. Cim. 37, 345 (1983).
- [18] LEE W. JOHNSON and R. DEAN RIESS, Numerical Analysis, Copyright, 1977.
- [19] JORGE SOTOMAYOR, Lições de Equações Diferenciais Ordinárias, Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 1979.
- [20] G.E. FORSYTHE; M.A. MALCON and C.B. MOLER, Computer Methods for Mathematical Computations, Prentice-Hall, 1977.