

OTIMIZAÇÃO DO TRANSPORTE DE CANA-DE-AÇÚCAR POR CAMINHÕES

Marcilio Egidio Grisotto

Otimização do transporte de cana-de-açúcar por caminhões

Este exemplar corresponde à redação final da
tese devidamente corrigida e defendida pelo
Sr. Marcilio Egidio Grisotto e aprovada pela
Comissão Julgadora.

Campinas, 10 de fevereiro de 1995

Margarida Pinheiro Mello
Prof^ª Dr^ª Margarida Pinheiro Mello

Orientadora

Dissertação apresentada ao Instituto de Ma-
temática, Estatística e Ciência da Com-
putação, UNICAMP, como requisito parcial
para a obtenção do título de Mestre em Ma-
temática Aplicada.

Sumário

Este é um estudo sobre a otimização do transporte de cana em usinas produtoras de açúcar e álcool, complexo problema que está na ordem do dia e cuja solução pode reduzir perdas levando a uma considerável economia tendo em vista que atualmente não há uma forma sistematizada e racional de comandar o uso de grandes frotas com vários tipos de caminhão.

A partir de dados levantados em campo fizemos uma sistematização e formulamos um modelo matemático que representa as atividades envolvidas no carregamento, transporte e descarregamento de cana. O modelo estaria na categoria de problema de *fluxo com restrições adicionais* não fosse a restrição de integralidade das variáveis.

Na modelagem usamos uma técnica de discretização das atividades em unidades de tempo, produzindo sistemas de grande porte. Em consequência empenhamo-nos em criar duas variações do modelo nas quais conseguimos uma substancial redução do número de variáveis e equações provando que uma delas é equivalente ao modelo original. Também criamos um quarto modelo, equivalente ao original, que denominamos de *designação sem espera* e cuja solução é mais adequada à aplicação real.

Devido à dificuldade de se obter soluções exatas optamos por buscar aproximações adotando uma heurística que toma como base a solução do problema linear obtido pelo relaxamento das restrições de integralidade, resolvido por algoritmo de pontos interiores, e tenta aproximar os valores reais para valores inteiros. Assim conseguimos excelentes resultados numa grande massa de testes cuja análise dos resultados gerou importantes informações sobre custos e forma de operação da frota.

O modelo criado ainda requer o desenvolvimento de sistema computacional para uma utilização prática, podendo inclusive incorporar as extensões que sugerimos na conclusão, contudo sua já pode ser usado como ferramenta de análise pode contribuir para resolver uma série de questões do planejamento do transporte diário e ao longo da safra.

Agradecimentos

Agradeço todos que tornaram possível a realização deste trabalho, em especial a:

- Celso, ex-funcionário Copersucar, que sugeriu o problema,
- Clovis, pelas primeiras orientações,
- Margarida, excepcional orientadora,
- Teresa, que possibilitou visita à Usina Sta Maria,
- Eneida, pelo carinho e compreensão,
- Copersucar, pelo material bibliográfico e transporte para duas usinas,
- Usina Jacarezinho (Jacarezinho-PR),
- Usina Zanin (Araraquara-SP),
- Usina Santa Maria (Cerquilha-SP),
- CNPq, pela bolsa de mestrado.

Conteúdo

1	Introdução	1
1.1	Descrição do Transporte	2
2	O Modelo	8
2.1	Hipóteses de Modelagem	8
2.2	Formulando o Modelo	10
2.2.1	Modelo A	18
2.2.2	Fluxo Com Restrições Adicionais	19
3	Variações do Modelo	22
3.1	Reduzindo o Número de Variáveis	22
3.1.1	Modelo B - Sem Filas nas Frentes	22
3.1.2	Modelo C - Sem Filas na Usina	27
3.2	Designação Sem Espera	28
3.3	Alocação Fixa - Modelos E, F e G	39
4	Soluções dos Modelos	40
4.1	Solução do Problema Relaxado	40
4.2	Processo de Integralização	40
4.2.1	Algoritmo de Integralização	41
4.2.2	Variáveis Restantes e Factibilidade	44
5	Testes	51
5.1	Levantamento de Dados	51
5.2	Situações Seleccionadas	53
5.3	Cenários	55
5.4	Problemas Resolvidos — Tempo	58

5.5	Problemas Resolvidos — Soluções	64
5.6	Problemas Resolvidos — Dimensões	73
6	Extensões e Conclusões	75
6.1	Extensões	75
6.2	Conclusões	77
A		79
A.1	Soluções Obtidas	79
A.2	Solução de um Problema	112
B		117
B.1	Dimensões dos Problemas Resolvidos	117
B.2	Proporção de Nós e Arcos nas Matrizes	123

Lista de Tabelas

Tempos Auxiliares(minutos)	51
Velocidades (Km/h)	52
Tempos de Deslocamento (minutos)	52
Deslocamento+ Auxiliares (minutos)	53
Situações Seleccionadas	53
Períodos de 4.5 minutos (Situação L)	54
Períodos de 6.0 minutos (Situação M)	54
Períodos de 9.0 minutos (Situação N)	54
Posição do Estoque na Usina	55
Cenários Testados	56
Tempo gasto para resolver os PL (minutos)	58
Tempo Médio e Desvio Padrão	61
Tempo para Integralização (segundos)	63
Custos	64
Diferença Relativa entre F.O.I. e F.O.R. de Problemas Com 1 Tipo	66
Diferença Relativa entre F.O.I. e F.O.R. de Problemas Com 2 Tipos	67
Diferença Relativa entre F.O.R. de Alocações Fixas e Livres	69
Diferença Relativa entre F.O.R. Com Uso de 1 Tipo e 2 Tipos	71
Diferença Relativa entre Número de Colunas dos Modelos A e D	73
Diferença Relativa entre Número de Colunas dos Modelos	74
Soluções Obtidas	79
Solução do Problema B12S1L	112
Dimensões dos Problemas Resolvidos	117
Proporção de Nós e Arcos Nas Matrizes	123

Lista de Figuras

1.1	Tombamento	4
2.1	Exemplo da Rede Associada ao Problema.	21
3.1	Ciclo de Variáveis Alteradas (Modelo B)	23
3.2	Ciclo de Variáveis - Caso 1 (Modelo D).	31
3.3	Ciclo de Variáveis - Caso 2 (Modelo D).	35

Capítulo 1

Introdução

Este trabalho tem origem num problema encontrado em usinas produtoras de açúcar e álcool, qual seja, o transporte de cana-de-açúcar. O açúcar produzido em grande escala tem uso doméstico e industrial, assim como o álcool, que também é combustível utilizado em parte da frota nacional de automóveis.

A otimização do transporte é importante para garantir o abastecimento de cana às usinas a um custo mínimo face aos altos custos envolvidos. Para se ter uma idéia, uma usina média com taxa de moagem diária de 10.000 toneladas de cana necessita de um mínimo de 100 caminhões, com capacidade de 15 toneladas cada, operando continuamente. A cana transportada pode ultrapassar esta quantidade para que o excesso seja armazenado e utilizado posteriormente, de modo que a frota necessária pode ser ainda maior. A safra dura em torno de 5 meses e o gerenciamento do transporte é realizado diariamente sem o auxílio de métodos ou sistemas automatizados que facilitem este trabalho ou que dimensionem a frota a ser utilizada em diferentes situações.

As usinas também enfrentam outros tipos de problemas. O mais importante deles, talvez, é o relacionado ao planejamento da colheita, ou seja, determinar as áreas nas quais a cana deve ser colhida ao longo da safra, tendo como objetivo a obtenção do maior teor de açúcar. Este planejamento é realizado com dados da maturação da cana plantada em diversas áreas, e está sendo utilizado em usinas associadas ao Centro de Tecnologia Copersucar. A modelagem deste problema e sua aplicação encontra-se nos anais de seminários internos da Copersucar [7].

1.1 Descrição do Transporte

Seções, Talhões e Frentes de Corte

As seções são áreas de plantação de cana subdivididas em talhões separados por ruas. Na época de corte a usina decide diariamente os talhões a serem cortados em cada seção. Esta área é chamada de frente de corte.

Tendo em vista a necessidade de abastecimento contínuo da usina, o tempo de transporte para cada frente e a preocupação de não esgotar toda uma seção de uma só vez, normalmente, a política de escolha das frentes de corte é a de ter uma frente perto da usina (até 15Km) que permite que não haja interrupção prolongada da entrega, uma frente média (de 15 a 30Km), caracterizada como a frente de equilíbrio, pois funciona como controladora de irregularidades na entrega e uma frente distante (mais de 30Km).

A quantidade a ser cortada em cada área depende da capacidade de moagem diária da usina, da capacidade diária de transporte da frota e da quantidade de cana estocada. Em geral o corte é feito com um dia de antecedência ao recolhimento e a topografia do terreno determina quais tipos de caminhão podem ser utilizados.

Caminhões, Carregadeiras e Tratores

Os tipos mais comuns de caminhões e os considerados no presente trabalho são: simples (tipo 1, para 15 toneladas de carga), Romeu-e-Julietta (tipo 2, com um reboque, 30 toneladas) e Treminhão (tipo 3, com dois reboques e 45 toneladas de capacidade).

Ao chegarem nas frentes, os caminhões simples entram na palhada (plantação) e são carregados por carregadeiras mecânicas. Um Romeu-e-Julietta pode proceder da mesma forma ou a Julietta pode ser desengatada e puxada por um trator apropriado, ocupando uma carregadeira, enquanto o Romeu ocupa outra carregadeira e depois a Julietta é reengatada. Este procedimento de desengate é usado para evitar estragos na palhada e encalhes. O Treminhão, por ser muito grande, exige o desengate (nem que seja só de um dos reboques). Após o carregamento a carga é amarrada e as pontas de cana que sobram para fora da carroceria são picadas.

As carregadeiras mais comuns são tratores adaptados com garras de controle hidráulico que juntam as canas, previamente cortadas, do chão e as

despejam sobre as carrocerias. No entanto existem sistemas alternativos [4], como é o exemplo das colheitadeiras especiais que colhem a cana em pé e picam-na antes de despejar sobre caminhões especiais cuja carroceria é envolta por uma tela.

Descarregamento

Ao chegar na usina, os caminhões passam pelos seguintes procedimentos:

- Pesagem carregado, numa balança apropriada (na entrada).
- Passagem pelo furador, onde se extrai uma amostra do caldo para análise do teor de sacarose ou broca.
- Dirige-se à um ponto de descarregamento, caso exista algum vazio, ou entra numa fila de espera.
- Descarregamento da cana pelo Tombador¹.
- Limpeza da carroceria para próxima viagem.
- Pesagem do caminhão descarregado, em outra balança, na saída.

O teor de sacarose deve ser conhecido pois, além de servir às estatísticas da usina e das plantações a ela pertencentes, é através deste teor que se estabelece o valor da carga para o pagamento de fazendeiros que vendem a cana para a usina. Os fazendeiros que, além de vender, também entregam a cana na usina são denominados fornecedores independentes.

Tombamento

No descarregamento, a carga de cada caminhão ou reboque é tombada sobre um hilo (mesa controladora) com o auxílio de ganchos e cabos de aço colocados sob a mesma. Hilo é uma estrutura em forma de “V”; de um lado o caminhão descarrega e do outro a esteira da moenda fica continuamente a girar. No hilo, um sistema de esteiras com garras retira a cana do fundo do “V” puxando-a por uma das paredes, onde é lavada antes de cair sobre a

¹Tombador é o equipamento responsável pelo descarregamento do caminhão.

esteira da moenda, assim como ilustramos na Figura 1.1. Resumindo, o hilo é uma espécie de bolsão onde a cana é despejada para ser lavada e depois alimentar a esteira da moenda.

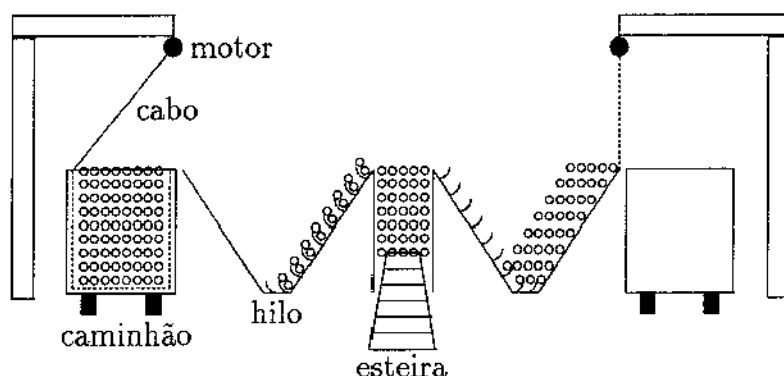


Figura 1.1: Tombamento

A capacidade de armazenagem de um hilo é limitada e sua velocidade de esvaziamento depende da taxa de moagem. Portanto esta taxa determina o tempo de descarregamento dos caminhões, pois um caminhão não pode ser descarregado enquanto toda carga do caminhão anterior não tiver sido retirada da esteira. É importante diferenciar descarga de descarregamento. A descarga é simplesmente o preparo da carga e o tombamento, levando cerca de 30 segundos para ser executada. O descarregamento inclui, além disso, o tempo de espera para que a carga que está no hilo seja consumida.

Nos sistemas alternativos [4] de carregamento em que se transporta cana picada os caminhões utilizam outro tipo de tombador que exerce a função basculante da carga. Neste caso a cana não é lavada, alimentando diretamente a esteira da moenda, através de outra esteira, sem que haja possibilidade de armazenar esta cana para uso posterior.

Estoque

Os caminhões também podem descarregar num estoque (barracão com equipamentos para distribuir a carga e alimentar os hilos) que garante a moagem em períodos de interrupção da entrega. Porém, esta cana precisa ser consumida num período de 48 horas, já que foi cortada no dia anterior, e após

72 horas começa a se deteriorar. A renovação do estoque deve ser feita de maneira constante para garantir que não haja interrupção no fornecimento da cana em caso de chuva, que inviabiliza o carregamento e transporte.

Quadro atual de operações

O transporte é realizado em turnos de trabalho, diurno e noturno na maioria das usinas; algumas têm apenas um e outras chegam a ter três turnos, garantindo que os caminhões estejam sempre em movimento e evitando a parada na garagem que acarreta custos adicionais dado ao maior número de veículos necessários para realizar a mesma tarefa.

As usinas têm uma demanda diária e constante de cana na moenda durante o período de safra. Os administradores do transporte, com base na capacidade de moagem diária da usina e nos recursos disponíveis (máquinas, estoque e tempo/turno de trabalho) têm que tomar decisões sobre o local (frente de corte), a quantidade de cana a ser recolhida, o número de carregadeiras e tratores a ser alocado em cada uma delas, a quantidade e tipos de caminhões a serem utilizados e o esquema de utilização destes, ou seja, o número de caminhões de cada tipo enviado a cada frente. Em cada uma destas um fiscal supervisiona as atividades de carregamento e um coordenador faz visitas periódicas, com carro munido de rádio, passando informações ao administrador na usina.

O carregamento é um dos gargalos do sistema devido ao número limitado de máquinas carregadeiras e ao longo tempo da operação. Um outro gargalo ocorre no descarregamento, sendo determinado mais freqüentemente pelo ritmo da moagem do que pela quantidade de pontos de descarregamento, o que será explicado mais adiante.

Efetuada o descarregamento o veículo fica disponível para outras viagens, retornando sempre à mesma frente até que toda cana seja recolhida ou que surja algum imprevisto, como a quebra de carregadeiras (informada por rádio ou motorista). Neste caso o administrador pode atribuir um destino diferente para o caminhão baseando-se nas informações disponíveis sobre as demais frentes de corte e nas necessidades da usina.

Imprevistos

A quebra de caminhões ocorre principalmente pelas condições das estradas, que são de terra em sua maioria. Muitas quebras ocorrem durante o carregamento, quando os caminhões se locomovem sobre a palhada, sendo maior a incidência no segundo turno de trabalho, ou seja, à noite. A quebra de tratores e carregadeiras é uma grande causa de atrasos. A interrupção do processo industrial também causa grande impacto no transporte.

Os fornecedores que têm frota própria podem vender sua carga no momento que desejam. Em geral o fazem quando a sua cana está madura, ou seja, com maior teor de sacarose. Esta atitude dos fornecedores independentes provoca a formação imprevista de fila na entrega. Aqueles fornecedores que não possuem meios próprios para entregar sua produção na usina estão sujeitos à programação de corte estabelecida pela mesma.

O pior dos imprevistos é a chuva que deixa as estradas escorregadias, impossibilitando o transporte de cana. Quando a chuva é passageira, o estoque do barracão pode fornecer cana suficiente para a continuidade do processo industrial. No caso da chuva prolongar-se toda cana do estoque é consumida evitando a perda do teor de sacarose, por outro ocorre a interrupção do processo de moagem, cuja retomada envolve custos adicionais. A cana cortada, por sua vez, espera por transporte e começa a deteriorar.

Problema Considerado

A proposta deste trabalho é determinar um método que forneça um esquema de designação dos caminhões de tal forma que se retire toda cana das respectivas frentes de corte dentro do período planejado, mantendo a taxa de moagem da usina, respeitando as restrições de carregamento e descarregamento e que utilize a frota de custo mínimo, onde o custo da frota é a soma dos custos dos caminhões. Neste método os tempos das atividades serão considerados determinísticos e supomos que não ocorrem imprevistos.

Nos testes realizados computamos o custo da frota com base no preço de aquisição de cada caminhão. Contudo poderíamos trabalhar com custo de operação considerando a depreciação dos veículos, acrescentar o custo das carregadeiras ou utilizar outros critérios, fornecendo dados para diferentes análises.

Para resolvermos o problema proposto, formulamos um modelo matemáti-

co que representa as operações de transporte, carregamento e descarregamento de cana (modelo A, Capítulo 2). Neste modelo e nas suas variantes (Capítulo 3) supomos que as carregadeiras estão fixadas por frente e que haja tratores em número suficiente para puxar os reboques dos caminhões que os possuem. O problema matemático associado é um problema linear inteiro. A metodologia para a obter os esquemas de designação é descrita no Capítulo 4. O procedimento consiste em obter uma solução ótima para o problema relaxado na integralidade das variáveis e depois utilizar uma rotina heurística para transformá-la numa solução sub-ótima do problema original.

As matrizes associadas ao modelo A são de porte médio apresentando em torno de 1000 linhas e 2000 colunas no planejamento de 12 horas e 3000 linhas e 6000 colunas em 24 horas. Buscamos a redução destas dimensões, no Capítulo 3, criando a variante B que provamos ser equivalente ao modelo A, porém 20 a 40% menor no número de linhas e 23 a 37% menor nas colunas. A segunda variante, C, surge da primeira, com ganhos menos expressivos, 12 a 15% menor que o modelo B em colunas, sendo que a prova de sua equivalência para os modelos A ou B está em aberto. A terceira variante, D, surge do modelo original apresentando praticamente as mesmas dimensões e uma solução equivalente cuja aplicação operacional é mais adequada à realidade das usinas. Nestes modelos os caminhões são alocados livremente, isto é, um mesmo caminhão pode visitar frentes diferentes durante o horizonte de planejamento. Observamos, porém, que diversas usinas adotam uma política de alocação fixa, que consiste em determinar, para cada caminhão, qual a única frente que visitará durante o horizonte de planejamento. Criamos, então, as variantes E, F e G dos modelos B, C e D, para contemplar esta situação.

Para testar a modelagem e a metodologia de solução, criamos 32 cenários diferentes de moagem, estoques e utilização de equipamentos, apresentados no Capítulo 5 e resolvemos os modelos B, C, D, E, F e G, resultando num total de 387 problemas resolvidos.

Os resultados obtidos nos testes permitem-nos tirar várias conclusões sobre os gastos adicionais ao trabalhar com esquemas de designação com caminhões fixos por frente (modelos E, F e G), ou sobre a vantagem de se utilizar caminhões de tipo duplo. Estas conclusões e sugestões de extensão são apresentadas no Capítulo 6. As soluções apresentadas podem não somente fornecer um esquema de gerenciamento do transporte, mas também serem utilizadas em software de simulação com recursos gráficos, demonstrando as operações às pessoas envolvidas na administração do transporte.

Capítulo 2

O Modelo

Antes de iniciarmos a modelagem deste problema realizamos levantamento de bibliografia dos temas *sequencing*, *scheduling* e *routing*. Começamos por um survey realizado por Graham et al. [6]. Encontramos um volume da revista NETWORKS dedicado a esses temas, onde destacamos os textos classificatórios de Bodin e Golden [1] e Schrage [15] além da revisão histórica feita por Magnanti [10] que defende a utilização de métodos exatos. As heurísticas são apresentadas em muitos textos desta edição com destaque para Fisher e Jaikumar [3] no roteamento de veículos. O trabalho de Ronen [14] apresenta bons resultados de uma heurística na alocação de viagens a caminhões, entretanto sem mostrar paralelo com o nosso problema. Assim não foi possível classificar o problema tratado em nenhum dos temas estudados devido à sua particularidade e talvez não haja texto documentando problema similar. Dessa forma resolvemos seguir nosso próprio caminho e decidimos pelo desenvolvimento de um modelo matemático das operações do transporte de cana, cuja resolução envolve a associação de método exato e uma heurística.

2.1 Hipóteses de Modelagem

Por tratar-se de um sistema dinâmico onde é necessário controlar a evolução de várias atividades no tempo optamos por especificar uma unidade de tempo comum, digamos u , para a medida de diversas atividades (ida, volta, carregamento, etc), ou seja, o tempo, considerado determinístico, é discretizado em períodos de tamanho u e as durações das atividades são expressas em

múltiplos de u . Tendo em vista que o número de variáveis num período de planejamento decresce quanto maior u , escolhemos o maior valor possível para este.

O procedimento para determinar a unidade de tempo consiste em escolher inicialmente u como o tempo de descarregamento de um caminhão do tipo simples (o menor observado no sistema) e aproximar os tempos de todas as outras atividades pelo múltiplo de u mais próximo. Caso alguma aproximação não seja satisfatória, por algum critério, dividimos o período u em k partes e repetimos a aproximação até alcançarmos a precisão desejada.

Para calcularmos o tempo gasto no descarregamento idealizamos uma situação na qual a taxa de moagem é constante (t/minuto) e só dispomos de um hilo para a moenda, cuja capacidade é limitada por uma carga de caminhão simples ($15t$). Assim, para que não haja interrupção na moagem, um caminhão simples deve descarregar a cada x minutos, onde $x = 15 t/\text{taxa de moagem}$. Conseqüentemente, o descarregamento de um caminhão simples que encosta ao lado de um hilo cheio toma x minutos de espera mais o tempo de descarga. Relembramos que a descarga envolve o tempo de preparo da carga e o tombamento, levando em média 30 segundos para ser executada. Contudo o preparo da carga pode ser realizado enquanto o caminhão espera, assim, desprezamos o tempo de tombamento e supomos o tempo de descarregamento de um caminhão simples como x minutos. Relembramos que estas hipóteses facilitam a modelagem mas não refletem a realidade de maneira exata, pois na prática um caminhão pode encontrar o hilo vazio, como é o caso do primeiro caminhão a descarregar.

Com dois hilos, um de cada lado da esteira, ocupados por cargas simples, o dobro da espera é imposta aos sucessores, pois a taxa de moagem não se altera. O tempo de dois caminhões simples descarregando simultaneamente passa a ser de $2x$ minutos. É evidente que esta uniformidade não existe, pois os hilos podem estar quase vazios e o tempo de descarregamento fica reduzido ao tempo de descarga ou os hilos podem não estar sendo ocupados simultaneamente. Embora esta hipótese simplifique a modelagem tende a tornar-se cada vez menos aceitável com o aumento do número de hilos (n), pois o tempo de descarregamento aumentará na mesma proporção (nx). Ou seja, o aumento dos recursos não causa redução no tempo, pois estamos supondo que n caminhões sejam descarregados simultaneamente. Felizmente o número usual de hilos para a moenda mantém-se em torno de dois para a maioria das usinas.

Seguindo esta lógica, o descarregamento de caminhões Romeu-e-Julietta e Treminhão levam respectivamente o dobro e o triplo do tempo de descarregamento de um caminhão simples.

Para relacionarmos a evolução do estoque na usina, o descarregamento e a moagem, estabelecemos que o tempo de descarregamento de um caminhão do tipo simples para o estoque seja o mesmo que o gasto para o descarregamento nos hilos. Essa hipótese é razoável visto que o espaço para a descarga dos caminhões deve ser liberado constantemente por equipamentos (pontes rolantes com garras e tratores), que distribuem a carga no estoque. O mesmo equipamento alimenta os hilos a partir do estoque. Assim, quando a quantidade de cana descarregada fica aquém do necessário para satisfazer a taxa de moagem fixada a diferença deve vir do estoque, caso contrário, com a descarregamento maior que a moagem, o estoque cresce.

Para efeitos de modelagem, supomos que os caminhões se dispõem em filas organizados por tipo. Obviamente não se faz uso desta organização nas usinas e nem a propomos, apenas usamos desta hipótese para facilitar a modelagem.

Estamos supondo um horizonte de planejamento dentro do qual todo estoque das frentes deve ser recolhido. Desse total uma parte vai para o estoque e outra alimenta a moenda. No início e no fim do turno toda frota deve estar na garagem, portanto o estoque inicial deve ser suficiente para manter a usina até que cheguem os primeiros caminhões carregados.

O modelo não considera imprevistos como chuva, entrega de fornecedores independentes e interrupções no processo de carregamento, transporte ou moagem.

2.2 Formulando o Modelo

Nesta seção apresentaremos o modelo, supondo que o número de carregadeiras por frente esteja fixado e que haja, no caso de carregamento com desengate, tratores suficientes para puxar qualquer número de reboques. Numa situação extrema, com todas as carregadeiras trabalhando com treminhões é necessário dois terços do número de carregadeiras em tratores.

A utilização da frota de menor custo só é possível pela mais adequada decisão a cada momento do número de caminhões de cada tipo a ser enviado para cada frente e pela escolha da ordem de carregamento e descarregamento

tendo em vista todas as restrições destas atividades.

Dados

t — tipo, i — frente, p — período (duração u)

- c_t : Custo de um caminhão do tipo t .
- NT : Número de tipos de caminhão.
- s_t : Número de carregadeiras que um caminhão do tipo t utiliza.
- r_t : Capacidade relativa do caminhão do tipo t em relação ao caminhão do tipo 1, neste trabalho $r_t = t$ para $t = 1, 2, 3$.
- NF : Número de frentes de corte.
- SF_i : Estoque de cana na frente de corte i , em unidades de carga do caminhão do tipo 1, que neste trabalho é de 15t.
- t_i : Conjunto de tipos de caminhão que visitam a frente i .
- i_t : Conjunto de frentes que um caminhão do tipo t pode visitar.
- NG_{ti} : Número de períodos que um caminhão tipo t gasta para ir até a frente i .
- NC_{ti} : Número de períodos para t voltar de i .
- NL_t : Número de períodos para t carregar.
- NU_t : Número de períodos para t descarregar.
- C_i : Número de carregadeiras na frente i .
- D : Número de pontos de descarregamento (soma dos pontos da moenda e do estoque).
- M : Taxa de moagem da usina, em unidades de carga do caminhão do tipo 1 por período.
- SU_{ini} : Estoque inicial na usina, em unidades de carga do caminhão do tipo 1.
- SU_{max} : Estoque máximo da usina, em unidades de carga do caminhão do tipo 1.
- P : Número de períodos no horizonte de planejamento.

Definimos :

$$NGLC_{ti} = NG_{ti} + NL_t + NC_{ti}$$

$$NLC_{ti} = NL_t + NC_{ti}$$

$$NLCU_{ti} = NLC_{ti} + NU_t$$

$$NGLCU_{ti} = NGLC_{ti} + NU_t$$

Para cada um destes NX_{ti} definimos:

$$mX_t = \min\{NX_{ti}, \text{ para } i \in i_t\}, \text{ para } t = 1, \dots, NT,$$

$$mX_i = \min\{NX_{ti}, \text{ para } t \in t_i\}, \text{ para } i = 1, \dots, NF,$$

e

$$mX = \min\{mX_t, \text{ para } t = 1, \dots, NT\}.$$

Variáveis

Todas as variáveis são inteiras e não-negativas e os períodos são contados do seu início.

F_t : Frota de caminhões do tipo t .

T_{tip} : Número de caminhões do tipo t designados para a frente i no período p .

L_{tip} : Número de caminhões do tipo t , na frente i , iniciando carregamento em p .

U_{tp} : Número de caminhões do tipo t , na usina, iniciando descarregamento em p .

Q_{tip} : Número de caminhões do tipo t , na frente i , esperando em p para carregar.

QU_{tp} : Número de caminhões do tipo t , na usina, esperando em p para descarregar.

O_{tp} : Número de caminhões do tipo t , ociosos no período p .

SU_p : Estoque na usina no período p .

A seguir faremos uma apresentação do modelo por etapas, dando ênfase à explicação das equações. O modelo final será apresentado na seqüência.

Para efeito de clareza na apresentação das equações substituímos as notações

$$\sum_{i \in i_t} \text{ e } \sum_{t \in t_i} \text{ por } \sum_i \text{ e } \sum_t, \text{ respectivamente}$$

Função Objetivo

Nosso objetivo é obter a frota de menor custo que opere o sistema:

$$\text{minimizar } \sum_{t=1}^{NT} c_t F_t.$$

Equações Relativas à Frota

Três equações representam a evolução da frota. Na primeira a frota é dividida entre caminhões ociosos e designados no primeiro período. Nos períodos subsequentes $(p+1)$ os caminhões ociosos aumentam com a chegada daqueles que começaram a descarregar (U) em $p - NU_t + 1$, disponíveis em $p + 1$, e diminuem com a designação dos caminhões neste período. A última equação representa o retorno de todos os caminhões à garagem até o fim do horizonte de planejamento. Os caminhões envolvidos nesta equação não podem ser mais designados pois extrapolariam o período de planejamento. Por exemplo, os caminhões ociosos em $P - mGLCU_t + 1$ designados no início do próximo período completariam o ciclo no início do período $P + 2$.

$$\sum_i T_{ti1} + O_{t1} = F_t, \quad \text{para } t = 1, \dots, NT, \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} O_{i(p+1)} &= O_{tp} + U_{i(p-NU_t+1)} - \sum_i T_{ti(p+1)}, \\ \text{para } t &= 1, \dots, NT \\ \text{e } p &= 1, \dots, P - mGLCU_t, \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} O_{i(P-mGLCU_t+1)} + \sum_{j=P-mGLCU_t-NU_t+2}^{P-NU_t+1} U_{tj} &= F_t, \\ \text{para } t &= 1, \dots, NT. \end{aligned} \quad (2.3)$$

As variáveis U_{tp} são nulas do primeiro período ao período $mGLC_t$, pois supomos nas hipóteses de modelagem que todos os caminhões saem da garagem, não havendo, portanto, descarregamento nesse intervalo. Da equação (2.2) tiramos então a seqüência de equações :

$$O_{t2} = O_{t1} - \sum_i T_{ti2}$$

$$O_{t3} = O_{t2} - \sum_i T_{ti3}$$

$$\vdots$$

$$O_{t(mGLCU_t)} = O_{t(mGLCU_t-1)} - \sum_i T_{ti(mGLCU_t)},$$

que somadas sucessivamente resultam :

$$O_{t(mGLCU_t)} = O_{t1} - \sum_i \sum_{p=2}^{mGLCU_t} T_{tip}.$$

Substituindo o valor de O_{t1} obtido da equação (2.1), obtemos

$$\sum_i \sum_{p=1}^{mGLCU_t} T_{tip} + O_{t(mGLCU_t)} = F_t, \quad \text{para } t = 1, \dots, NT. \quad (2.4)$$

que poderia figurar no lugar da equação (2.1), significando que até que se complete o primeiro ciclo ($mGLCU_t$) O_{mGLCU_t} caminhões ficam ociosos na garagem e o restante é designado. Não realizamos esta substituição pois utilizamos a equação (2.1) nas demonstrações realizadas no Capítulo 3. No entanto executamos os testes utilizando a equação (2.4), reduzindo o número de equações e variáveis envolvidas.

Equações Relativas às Filas nas Frentes

Os caminhões do tipo t designados para a frente i no período p lá chegam no período $p + NG_{ti}$. Encontram neste momento os caminhões que estavam na fila no período anterior, $Q_{ti(p+NG_{ti}-1)}$. Este grupo de caminhões tem duas destinações possíveis; permanecer na fila (contabilizados em $Q_{ti(p+NG_{ti})}$) ou

começar o processo de carregamento ($L_{ti(p+NG_{ti})}$). Observe que as filas estão organizadas por tipo, conforme estabelecemos em nossas hipóteses.

$$\begin{aligned}
 T_{tip} + Q_{ti(p+NG_{ti}-1)} &= L_{ti(p+NG_{ti})} + Q_{ti(p+NG_{ti})} \\
 \text{para } t &= 1, \dots, NT, \\
 i &= 1, \dots, NF \\
 \text{e } p &= 1, \dots, P - NGLCU_{ti} + 1.
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Equações Relativas às Filas na Usina

Os caminhões na fila da usina no período p , QU_{tp} , são somados aos caminhões que tiveram seu carregamento iniciado na frente i no período $p - NL_{ti} + 1$, e que portanto chegam na usina ao fim do período p e têm duas opções: ou permanecem em fila no próximo período, ou iniciam o processo de descarregamento. Aqui também as filas estão organizados por tipo.

$$\begin{aligned}
 \sum_i L_{ti(p-NLC_{ti}+1)} + QU_{tp} &= QU_{t(p+1)} + U_{t(p+1)}, \\
 \text{para } t &= 1, \dots, NT \\
 \text{e } p &= mGLC_t, \dots, P - NU_t.
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Restrições do Número de Carregadeiras

O número de caminhões que começam a carregar no período $p + 1$, $L_{ti(p+1)}$, está limitado pelo número de carregadeiras disponíveis. Este número depende dos caminhões que começaram seu carregamento em períodos anteriores e estão ocupando carregadeiras em $p + 1$, ou seja, aqueles que estão entre a segunda etapa de carregamento (que começaram o carregamento em $j = p$) e a última etapa de carregamento (que começaram o carregamento em $j = p - NL_t + 2$). Caso o carregamento seja efetuado com desengate o número de carregadeiras ocupadas depende do tipo de caminhão utilizado, sendo a ponderação realizada por $s_t = t$, para $t = 1, 2, 3$. No carregamento sem desengate $s_t = 1$ para todos os tipos.

$$\sum_t s_t L_{ti(p+1)} \leq C_i - \sum_t \sum_{j=p-NL_t+2}^p s_t L_{tij},$$

para $i = 1, \dots, NF$
e $p = mG_i, \dots, P - mLCU_i.$ (2.7)

Restrições dos Pontos de Descarregamento

Estas equações são similares às do carregamento, a única diferença é que o descarregamento é sempre realizado sem desengate e portanto não necessita de ponderação.

$$\sum_{t=1}^{NT} U_{t(p+1)} \leq D - \sum_{t=1}^{NT} \sum_{j=p-NU_t+2}^p U_{tj}, \quad \text{para } p = mGLC, \dots, P - mU. \quad (2.8)$$

Equações Relativas ao Estoque nas Frentes

A equação (2.9) especifica que a soma das cargas de todos os caminhões do tipo t enviados para a frente i , deve ser igual ao estoque a ser recolhido.

$$\sum_t \sum_{p=1}^{P-NGLCU_{ti}+1} r_t T_{tip} = SF_i, \quad \text{para } i = 1, \dots, NF. \quad (2.9)$$

Se os r_t não forem números inteiros esta restrição dificilmente será satisfeita pois T e SF têm valores inteiros. Para contornar este problema podemos relaxar esta restrição com a introdução de uma folga canalizada, permitindo que a soma das cargas recolhidas fique um pouco abaixo ou acima do estoque na frente, evitando a infactibilidade do problema.

Equações Relativas ao Estoque na Usina

Para avaliarmos a evolução do estoque na usina período a período fazemos a diferença entre a quantidade descarregada a cada período e a moagem. As descargas no período p abrangem os caminhões que estão entre o primeiro ($j = p$) e o último período de descarregamento (que começaram a descarregar em $j = p - NU_t + 1$). Neste processo um caminhão do tipo t toma NU_t

períodos para descarregar e em cada um deles descarrega r_t/NU_t da carga de um caminhão do tipo 1.

$$SU_{p+1} = SU_p + \sum_{t=1}^{NT} \sum_{j=p-NU_t+1}^p \frac{r_t}{NU_t} U_{tj} - M, \quad \text{para } p = 1, \dots, P. \quad (2.10)$$

Se a diferença entre a quantidade descarregada a cada período (dupla somatória) e a moagem (M) for positiva, o estoque cresce, caso contrário o estoque deve alimentar a moenda. As variáveis U_{tp} têm valor nulo para $p = 1, \dots, mGLC_t$, pois nestes períodos não ocorre descarregamento.

Se a fração r_t/NU_t for inteira as variáveis SU_p serão inteiras e temos um problema de programação inteira para resolver, caso contrário o problema considerado sera misto. Neste trabalho resolvemos o problema inteiro.

Estas últimas equações representam as restrições de estoque.

$$SU_p \leq SU_{max}, \quad \text{para } p = 1, \dots, P, \quad (2.11)$$

$$SU_1 = SU_{ini}. \quad (2.12)$$

Como determinamos que o primeiro descarregamento ocorre após $mGLC$ períodos, podemos eliminar este número de variáveis transformando a equação (2.12) em:

$$SU_{mGLC} = SU_{ini} - (mGLC \cdot M)$$

A seguir mostramos o modelo A completo, omitindo a variação dos índices para efeito de clareza.

2.2.1 Modelo A

$$\text{minimizar } \sum_{t=1}^{NT} c_t F_t$$

Sujeito a:

$$\sum_i T_{ti1} + O_{t1} = F_t \quad (2.13)$$

$$O_{t(p+1)} = O_{tp} + U_{t(p-NU_t+1)} - \sum_i T_{ti(p+1)} \quad (2.14)$$

$$O_{t(P-mGLCU_t+1)} + \sum_{j=P-mGLCU_t-NU_t+2}^{P-NU_t+1} U_{tj} = F_t \quad (2.15)$$

$$T_{tip} + Q_{ti(p+NG_{ti}-1)} = L_{ti(p+NG_{ti})} + Q_{ti(p+NG_{ti})} \quad (2.16)$$

$$\sum_i L_{ti(p-NLC_{ti}+1)} + QU_{tp} = QU_{t(p+1)} + U_{t(p+1)} \quad (2.17)$$

$$\sum_t s_t L_{ti(p+1)} \leq C_i - \sum_t \sum_{j=p-NL_t+2}^p s_t L_{tij} \quad (2.18)$$

$$\sum_{t=1}^{NT} U_{t(p+1)} \leq D - \sum_{t=1}^{NT} \sum_{j=p-NU_t+2}^p U_{tj} \quad (2.19)$$

$$\sum_t \sum_{p=1}^{P-NGLCU_{ti}+1} r_t T_{tip} = SF_i \quad (2.20)$$

$$SU_{p+1} = SU_p + \sum_{t=1}^{NT} \sum_{j=p-NU_t+1}^p \frac{r_t}{NU_t} U_{tj} - M \quad (2.21)$$

$$SU_p \leq SU_{max} \quad (2.22)$$

$$SU_1 = SU_{ini} \quad (2.23)$$

Todas as variáveis são inteiras e não-negativas

2.2.2 Fluxo Com Restrições Adicionais

Nesta seção mostraremos que o conjunto de equações do modelo A, sem considerarmos a restrição de integralidade das variáveis, pode ser classificado como um problema de fluxo com restrições adicionais. A formulação deste tipo de problema é a seguinte :

$$\begin{array}{ll} \min & cx + dz \\ \text{s. a} & \\ & Ax = r \\ & Sx + Pz = b \\ & 0 \leq x \leq u \quad 0 \leq z \leq v \end{array}$$

O conjunto de restrições é dividido em dois subconjuntos. No primeiro encontram-se as equações de fluxo, onde A é matriz de incidência nó-arco, x é o fluxo nos arcos e r é o vetor de demanda (ou suprimento) do nós. Uma equação deste conjunto está relacionada a um nó, sendo que a diferença dos fluxos que entram e saem do nó corresponde à demanda ou suprimento estabelecido para o mesmo. No segundo subconjunto as matrizes arbitrárias S e P impõem restrições adicionais sobre o fluxo.

Mostraremos a seguir que o modelo A apresenta a estrutura acima usando um exemplo para ilustração. Num problema simples com duas frentes de corte a rede associada ao caminhão do tipo 1 está desenhada na Figura 2.1. O número de período para ir às frentes de corte são $NG_{1,1} = 2$ e $NG_{1,2} = 3$. A volta se faz em $NC_{1,1} = 3$ e $NC_{1,2} = 4$, o carregamento em $NL_1 = 1$ e o descarregamento em $NU_1 = 1$. O horizonte de planejamento é de 15 períodos ($P = 15$). No nosso problema $r = 0$, ou seja, para cada nó da rede o fluxo que entra deve igualar o fluxo que sai.

Fizemos a identificação do nó com a equação correspondente do modelo A através do número da equação colocado no interior de alguns nós. Ficam evidentes as relações de fluxo. Na equação (2.13) o fluxo de caminhões é dividido em fluxos de designados e ociosos, este último por sua vez pode ser novamente dividido (equação (2.14)). O fluxo dos designados soma-se ao dos caminhões em fila para compor o fluxo dos caminhões em carregamento ou em fila (equação (2.16)). Situação semelhante ocorre com o fluxo de caminhões retornando à usina e descarregando (equação (2.17)). O fluxo de caminhões descarregando pode ser somado ao dos caminhões ociosos para que ocorra

nova designação (equação (2.14)) ou recompor o fluxo de caminhões da frota (equação (2.15)).

As equações (2.18) a (2.21) impõem restrições adicionais sobre estes fluxos, constituindo o sistema $Sx + Pz = b$. As equações (2.18) acoplam os fluxos dos caminhões carregando restringindo sua magnitude de acordo com o número de carregadeiras disponíveis. As equações (2.19) acoplam os fluxos de caminhões descarregando limitando seu fluxo de acordo com os pontos de descarregamento disponíveis. A soma do fluxo de caminhões enviados a cada frente (equação 2.20) deve ser suficiente para recolher toda a carga especificada para carregamento nestas frentes até o final do horizonte de planejamento.

Na equação (2.21) temos restrições sobre o fluxo de carga dos caminhões a cada período para satisfazer a moagem específica da usina. A única diferença desta última restrição adicional para as anteriores é que as variáveis envolvidas não são só de fluxo, ocorrem variáveis que representam o estoque na usina, período a período, correspondentes às variáveis z . As restrições (2.22) representam a canalização deste conjunto de variáveis.

Para resolver este tipo de problema existe uma técnica que explora a estrutura da matriz, na sua parte fluxo, para implementar um algoritmo tipo Simplex para rede que é mais eficiente que o Simplex quando o número de linhas da matriz S não é muito grande em relação ao número de linhas da matriz A [8, Capítulo 7] e [12, Capítulo 6].

Nenhum desses trabalhos, no entanto, apresenta resultados empíricos que indiquem quando é apropriada a aplicação deste algoritmo e, embora tenhamos optado pela utilização de um algoritmo de pontos interiores para resolver o problema relaxado, conforme explicamos no início do Capítulo 4, apresentamos no Apêndice B.2 a proporção média das linhas da matriz A no total de linhas de cada modelo, para futuras referências.

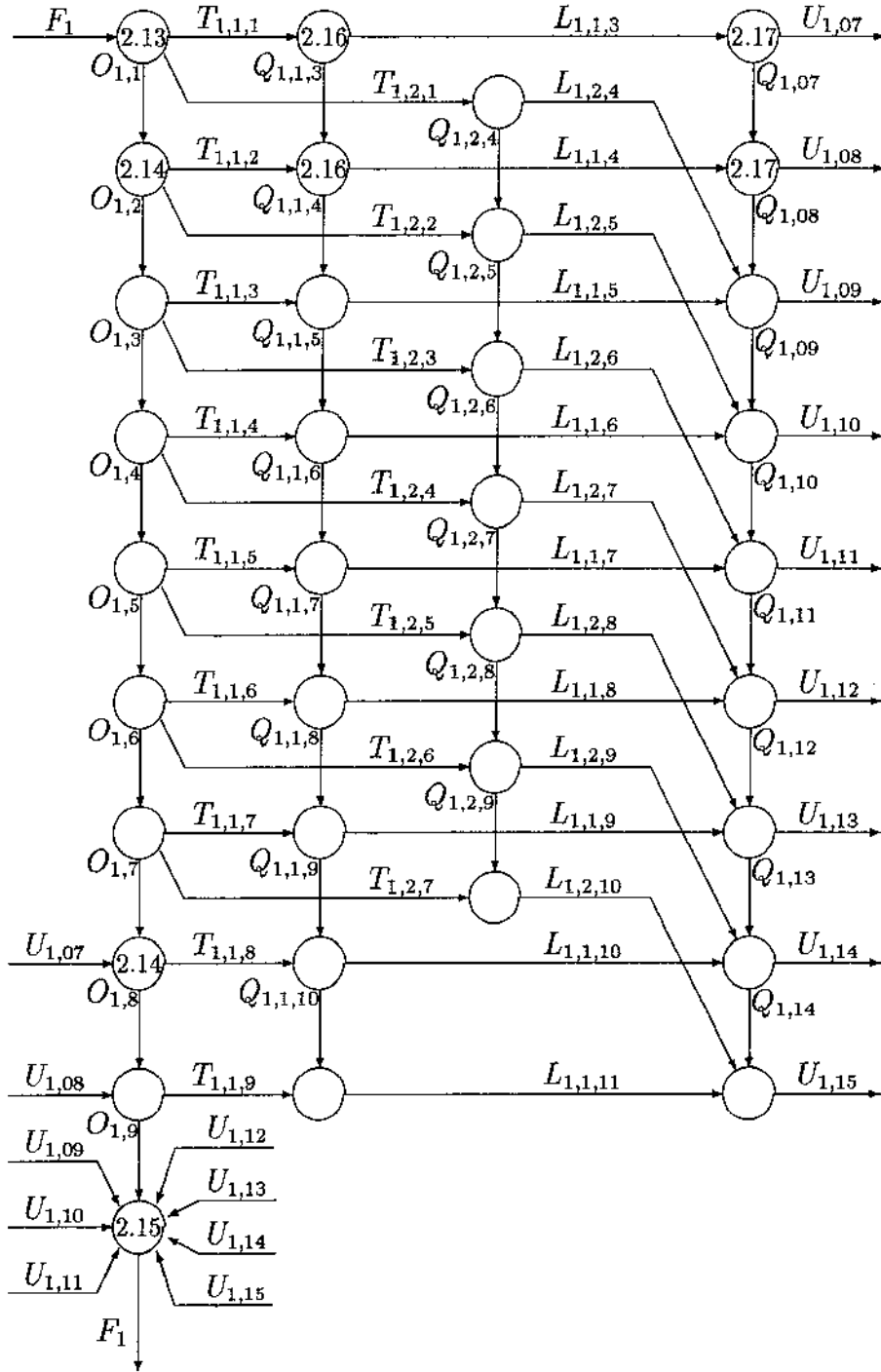


Figura 2.1: Exemplo da Rede Associada ao Problema.

Capítulo 3

Variações do Modelo

3.1 Reduzindo o Número de Variáveis

As matrizes associadas ao modelo A são de porte médio. Como exemplo, no planejamento de 12 horas com dois tipos de caminhões, três frentes de corte e moagem diária de 7200 toneladas as matrizes de seis problemas apresentam 1370 linhas e 2626 colunas e o tempo de solução média de 30 minutos cada. Enquanto que no planejamento de 24 horas uma matriz apresentou 3170 linhas e 6106 colunas e tempo aproximado de 1:30hs¹. Por esse motivo buscamos a redução do número de variáveis e equações do modelo A.

3.1.1 Modelo B - Sem Filas nas Frentes

A seguir mostraremos como reduzir o número de variáveis, demonstrando que as variáveis Q_{tip} podem ser zeradas e por consequência as variáveis L_{tip} deixam de ser necessárias. O artifício usado para eliminar as filas nas frentes consiste, simplesmente, em retardar a designação dos caminhões. O que equivale a alterar um conjunto de variáveis relacionadas a caminhões designados, em fila e ociosos de acordo com a Figura 3.1.

Seja S o conjunto viável definido pelo sistema de equações do modelo A. Um vetor z que satisfaz este sistema tem a forma $z = (F, O, T, Q, L, QU, U, SU)$, onde $F = (F_t)_{t=1}^{NT}$, por exemplo. Portanto o modelo A pode ser escrito

¹Usamos um algoritmo de pontos interiores cujos detalhes estão no Capítulo 5.

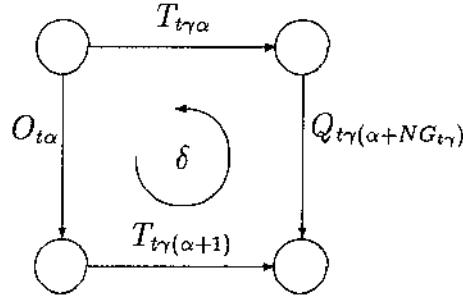


Figura 3.1: Ciclo de Variáveis Alteradas (Modelo B)

como:

$$\text{M.A} \begin{cases} \min & f(z) \\ \text{s. a} & z \in S \end{cases}$$

onde $f(z)$ é a função objetivo $\sum_t c_t F_t$.

Seja $y = (F, O, T, QU, U, SU)$ e o modelo B:

$$\text{M.B} \begin{cases} \min & g(y) \\ \text{s. a} & y \in S^* \end{cases}$$

onde $g(y) = \sum_t c_t F_t$ e S^* é o conjunto de soluções viáveis obtido das equações do modelo A, eliminadas as variáveis Q e L e as restrições (2.16) e trocadas as variáveis L por T , com o adequado ajuste dos índices, nas equações (2.17) e (2.18). Note que, com $Q = 0$, a equação (2.16) fica com a forma $T_{tip} = L_{ti(p+NG_{ti})}$, ou seja, todos os caminhões designados são prontamente atendidos para o carregamento. Com esta relação estabelecida podemos eliminar as variáveis L_{tip} .

Dizemos que o problema de otimização $\min\{f(z) \mid z \in Z\}$ é equivalente² ao problema $\min\{g(y) \mid y \in Y\}$ se a cada $z \in Z$ podemos associar um $y \in Y$ tal que $f(z) \geq g(y)$ e vice-versa. Isto garante, por exemplo, que se z^* é solução ótima do primeiro problema então o vetor $y^* \in Y$ associado

²É possível definir equivalência entre problemas de otimização de maneira mais ampla. O conceito adotado, embora mais restrito, é suficiente, no entanto, para os objetivos do texto

é solução ótima do segundo, i.e., $f(z^*) = g(y^*)$. Em termos do presente contexto, a equivalência entre dois modelos implica que os tamanhos ótimos das frotas serão os mesmos em ambos os modelos.

Lema 1 *O modelo A é equivalente ao modelo B.*

Demonstração

Seja $z \in S$ tal que o subvetor Q não é nulo, γ a frente de corte na qual existe fila e α o menor índice p tal que $Q_{t\gamma(p+NG_{t\gamma})} > 0$, digamos $Q_{t\gamma(\alpha+NG_{t\gamma})} = \delta$. Usando este fato e a equação (2.16) obtemos:

$$T_{t\gamma\alpha} = L_{t\gamma(\alpha+NG_{t\gamma})} + Q_{t\gamma(\alpha+NG_{t\gamma})} \geq \delta.$$

Definimos um novo vetor z^* que coincide com z exceto nas variáveis abaixo, cujo valor é obtido como segue

$$\begin{aligned} T_{t\gamma\alpha}^* &= T_{t\gamma\alpha} - \delta \\ T_{t\gamma(\alpha+1)}^* &= T_{t\gamma(\alpha+1)} + \delta \\ Q_{t\gamma(\alpha+NG_{t\gamma})}^* &= Q_{t\gamma(\alpha+NG_{t\gamma})} - \delta = 0 \\ O_{t\alpha}^* &= O_{t\alpha} + \delta, \end{aligned}$$

obtemos uma nova solução onde $Q_{t\gamma(\alpha+NG_{t\gamma})}^* = 0$.

Para mostrar que z^* é solução viável basta verificar as equações que envolvem variáveis alteradas, isto é (2.13), (2.14) e (2.16).

Verificando (2.16) em $p = \alpha$ temos:

$$\begin{aligned} T_{t\gamma\alpha}^* + Q_{t\gamma(\alpha-NG_{t\gamma-1})}^* &= T_{t\gamma\alpha} - \delta + Q_{t\gamma(\alpha-NG_{t\gamma-1})} \\ &= L_{t\gamma(\alpha+NG_{t\gamma})} + Q_{t\gamma(\alpha+NG_{t\gamma})} - \delta \\ &= L_{t\gamma(\alpha+NG_{t\gamma})}^* + Q_{t\gamma(\alpha+NG_{t\gamma})}^*. \end{aligned}$$

A primeira e terceira igualdades decorrem da definição de z^* e a segunda do fato de z satisfazer a equação (2.16).

Desenvolveremos de maneira semelhante as equações restantes.

A equação (2.16) em $p = \alpha + 1$ fornece:

$$\begin{aligned}
T_{t\gamma(\alpha+1)}^* + Q_{t\gamma(\alpha+NG_{t\gamma})}^* &= T_{t\gamma(\alpha+1)} + \delta + Q_{t\gamma(\alpha+NG_{t\gamma})} - \delta \\
&= L_{t\gamma(\alpha-NG_{t\gamma}+1)} + Q_{t\gamma(\alpha-NG_{t\gamma}+1)} \\
&= L_{t\gamma(\alpha-NG_{t\gamma}+1)}^* + Q_{t\gamma(\alpha-NG_{t\gamma}+1)}^*.
\end{aligned}$$

Caso $\alpha = 1$, da equação (2.13) temos:

$$\sum_i T_{ti1}^* + O_{t1}^* = \sum_{\substack{i \\ i \neq \gamma}} T_{ti1} + T_{t\gamma 1} - \delta + O_{t1} + \delta = F_t = F_t^*.$$

Da equação (2.14) em $p = \alpha$ obtemos:

$$\begin{aligned}
O_{t\alpha}^* + U_{t(\alpha-NU_t+1)}^* - \sum_i T_{ti(\alpha+1)}^* &= \\
&= O_{t\alpha} + \delta + U_{t(\alpha-NU_t+1)} - \sum_{\substack{i \\ i \neq \gamma}} T_{ti(\alpha+1)} - (T_{t\gamma(\alpha+1)} + \delta) \\
&= O_{t(\alpha+1)} = O_{t(\alpha+1)}^*.
\end{aligned}$$

A soma das cargas dos caminhões enviados a cada frente, representada na equação (2.20) não se altera, pois somente estamos postergando a designação. As equações restantes não envolvem estas variáveis.

Dessa forma todas as variáveis Q_{tip} podem ser zeradas, pela aplicação repetitiva do esquema apresentado. Ao final deste processo as restrições relativas à fila nas frentes se reduzem a $T^* = L^*$. Substituída esta relação com ajuste dos índices nas devidas equações, podemos eliminar as variáveis L^* e portanto o subvetor $y^* = (F^*, O^*, T^*, QU^*, U^*, SU^*)$ constitui uma solução viável do modelo B.

A função objetivo não é alterada pois o tamanho da frota continuou o mesmo. Assim provamos que é possível obter a solução y que satisfaz S^* e não altera a função de custo do modelo A.

Seja $y = (F, O, T, QU, U, SU)$ solução viável do modelo B, e $z = (F, O, T, 0, T, QU, U, SU)$. É trivial mostrar que z assim definido é solução viável do modelo A, com mesmo valor de função objetivo. ■

O modelo resultante é mostrado a seguir. A variação dos índices é a mesma das equações correspondentes do modelo A, com exceção da equação (3.5), que tem índices alterados para $i = 1, \dots, NF$ e $p = 1, \dots, P - mGLCU_i$.

Modelo B

$$\text{minimizar } \sum_{t=1}^{NT} c_t F_t$$

Sujeito a:

$$\sum_i T_{ti1} + O_{t1} = F_t \quad (3.1)$$

$$O_{t(p+1)} = O_{tp} + U_{t(p-NU_t+1)} - \sum_i T_{ti(p+1)} \quad (3.2)$$

$$O_{t(P-mGLCU_t+1)} + \sum_{j=P-mGLCU_t-NU_t+2}^{P-NU_t+1} U_{tj} = F_t \quad (3.3)$$

$$\sum_i T_{ti(p-NGLC_{ti}+1)} + QU_{tp} = QU_{t(p+1)} + U_{t(p+1)} \quad (3.4)$$

$$\sum_t s_t T_{ti(p+1)} \leq C_i - \sum_t \sum_{j=p-NL_t+2}^p s_t T_{tij} \quad (3.5)$$

$$\sum_{t=1}^{NT} U_{t(p+1)} \leq D - \sum_{t=1}^{NT} \sum_{j=p-NU_t+2}^p U_{tj} \quad (3.6)$$

$$\sum_t \sum_{p=1}^{P-NGLCU_{ti}+1} r_t T_{tip} = SF_i \quad (3.7)$$

$$SU_{p+1} = SU_p + \sum_{t=1}^{NT} \sum_{j=p-NU_t+1}^p \frac{r_t}{NU_t} U_{tj} - M \quad (3.8)$$

$$SU_p \leq SU_{max} \quad (3.9)$$

$$SU_1 = SU_{ini} \quad (3.10)$$

Todas as variáveis são inteiras e não-negativas

3.1.2 Modelo C - Sem Filas na Usina

Em analogia ao modelo B, desenvolvemos o modelo C, que não apresenta filas na usina. Ou seja, no modelo C as variáveis QU são eliminadas, o que reduz ainda mais o tamanho do problema. Não logramos provar que o modelo C é equivalente ao modelo B. Observamos, no entanto, que não conseguimos nenhum contra-exemplo desta conjectura na bateria de testes que realizamos, conforme resultados apresentados na Seção 5.5.

A variação dos índices do modelo C mantém-se idêntica à do modelo B. Note que uma solução do modelo C satisfaz as restrições do modelo A e B.

Modelo C

$$\text{minimizar } \sum_{t=1}^{NT} c_t F_t$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_i T_{ti1} + O_{t1} = F_t \quad (3.11)$$

$$O_{t(p+1)} = O_{tp} + U_{t(p-NU_t+1)} - \sum_i T_{ti(p+1)} \quad (3.12)$$

$$O_{t(P-mGLCU_t+1)} + \sum_{j=P-mGLCU_t-NU_t+2}^{P-NU_t+1} U_{tj} = F_t \quad (3.13)$$

$$\sum_i T_{ti(p-NGLC_t+1)} = U_{t(p+1)} \quad (3.14)$$

$$\sum_t s_t T_{ti(p+1)} \leq C_i - \sum_t \sum_{j=p-NL_t+2}^p s_t T_{tij} \quad (3.15)$$

$$\sum_{t=1}^{NT} U_{t(p+1)} \leq D - \sum_{t=1}^{NT} \sum_{j=p-NU_t+2}^p U_{tj} \quad (3.16)$$

$$\sum_t \sum_{p=1}^{P-NGLCU_t+1} r_t T_{tip} = S F_i \quad (3.17)$$

$$SU_{p+1} = SU_p + \sum_{t=1}^{NT} \sum_{j=p-NU_t+1}^p \frac{r_t}{NU_t} U_{tj} - M \quad (3.18)$$

$$SU_p \leq SU_{max} \quad (3.19)$$

$$SU_1 = SU_{ini} \quad (3.20)$$

Todas as variáveis são inteiras e não-negativas

3.2 Designação Sem Espera

O esquema de designação produzido pelo modelo A pode apresentar caminhões ociosos e no modelo B, caso particular do modelo A, o mecanismo utilizado para evitar a formação de filas consiste em retardar a designação do caminhão que aguarda no rol dos ociosos para somente ser enviado à frente de corte quando os recursos necessários para atendê-lo no momento de sua chegada estiverem liberados.

Este tipo de situação não corresponde à realidade das usinas onde os caminhões são designados assim que estejam disponíveis. Isto motivou a concepção da próxima variante do modelo original, na qual a designação é feita de imediato e que chamamos de *designação sem espera*. Mostraremos que esta variante produz um esquema de designação tão eficiente quanto o anterior no que diz respeito ao tamanho da frota utilizada. Ao mesmo tempo que o esquema produzido é mais adequado à prática administrativa vigente. Confiemos também que este sistema seria mais robusto que os outros na aplicação real pois alguns caminhões poderiam adiantar suas tarefas contribuindo para reduzir o impacto do atraso de outros caminhões ou de problemas operacionais que venham a ocorrer. Para testarmos esta hipótese poderíamos recorrer a uma simulação computacional.

O que caracteriza a designação sem espera é a ausência de caminhões ociosos, O_{tp} . Assim, toda frota utilizada devem deixar a garagem no início do turno. Aqueles caminhões que porventura não forem reutilizados logo após o ciclo, que vai da designação ao descarregamento, não podem esperar a designação num período futuro e portanto devem dirigir-se à garagem. Definimos, portanto, uma nova variável, V_{tp} , que toma parte do fluxo dos caminhões descarregando, U_{tp} , e o conduz até a garagem. Ou seja, do nó do qual sai o arco que leva o fluxo U_{tp} (ver ver Figura 2.1) passa a sair mais um arco, que leva o fluxo V_{tp} , sendo que a ponta deste novo arco incide no nó do qual sai o arco com fluxo F_t .

A demonstração de que é possível zerar as variáveis O_{tp} sem prejuízo para o valor ótimo da função objetivo é simplificada com a definição de um modelo

À auxiliar. Este modelo é obtido do modelo A pela introdução das variáveis V_{tp} mencionadas acima. Começamos reescrevendo a equação (2.15) como:

$$O_{t(P-mGLCU_t+1)} + \sum_{j=mGLCU_t+1}^{P-mGLCU_t-NU_t+1} V_{tj} + \sum_{j=P-mGLCU_t-NU_t+2}^{P-NU_t+1} U_{tj} = F_t, \\ \text{para } t = 1, \dots, NT. \quad (3.21)$$

A equação (2.17) como:

$$\sum_i L_{ti(p-NLC_{ti}+1)} + QU_{tp} = QU_{t(p+1)} + (U_{t(p+1)} + V_{t(p+1)}), \\ \text{para } t = 1, \dots, NT \\ \text{e } p = mGLC_t, \dots, P - NU_t. \quad (3.22)$$

A equação (2.19) como:

$$\sum_{t=1}^{NT} (U_{t(p+1)} + V_{t(p+1)}) \leq D - \sum_{t=1}^{NT} \sum_{j=p-NU_t+2}^p (U_{tj} + V_{tj}), \\ \text{para } p = mGLC_t, \dots, P - mU. \quad (3.23)$$

E a equação (2.21) substituída por

$$SU_{p+1} = SU_p + \sum_{t=1}^{NT} \sum_{j=p-NU_t+1}^p \frac{r_t}{NU_t} (U_{tj} + V_{tj}) - M, \quad \text{para } p = 1, \dots, P. \quad (3.24)$$

Para facilitar a demonstração reescrevemos as equações (2.13) e (2.14). Fazendo $U_{t(1-NU_t)} \equiv F_t$, $U_{t(p-NU_t+1)} \equiv 0$ para $p = 1, \dots, mGLCU_t - 1$ e $O_{t0} = 0$, a equação (2.13) passa a ser um caso particular de (2.14):

$$O_{t(p+1)} = O_{tp} + U_{t(p-NU_t+1)} - \sum_i T_{ti(p+1)}, \\ \text{para } t = 1, \dots, NT \\ \text{e } p = 0 \dots P - mGLCU_t. \quad (3.25)$$

Para simplificar a apresentação das equações definimos V_{tp} para $p = mGLC_t + 1, \dots, P - mGLCU_t - NU_t + 1$, no entanto fazemos $V_{tp} \equiv 0$ para p fora deste intervalo. É fácil ver que qualquer solução viável do modelo A pode ser transformada numa solução viável de mesmo custo do modelo \bar{A} , atribuindo-se valor nulo ao vetor V . Por outro lado, uma solução viável do modelo \bar{A} pode ser transformada numa solução viável de mesmo custo do modelo A, bastando redirecionar o fluxo que porventura passe por um arco V_{tp} para os arcos $U_{tp}, O_{t(p+NU_t)}, \dots, O_{t(P-mGLCU_t+1)}$ (isto equivale a deixar os caminhões ociosos até o final, em vez de enviá-los diretamente para a garagem). Portanto os modelos A e \bar{A} são equivalentes.

Considere \tilde{S} o conjunto viável definido pelo sistema de equações do modelo \bar{A} . Um vetor z que satisfaz este sistema tem a forma $z = (F, O, T, Q, L, QU, U, V, SU)$, portanto o modelo \bar{A} pode ser escrito como:

$$\text{M.}\bar{A}. \begin{cases} \min & f(z) \\ \text{s. a} & z \in \tilde{S} \end{cases}$$

Seja $y = (F, T, Q, L, QU, U, V, SU)$ e o modelo

$$\text{M.D.} \begin{cases} \min & g(y) \\ \text{s. a} & y \in \tilde{S}^* \end{cases}$$

onde \tilde{S}^* é o conjunto de soluções viáveis obtida das equações do modelo \bar{A} eliminadas as variáveis O .

Lema 2 *O modelo \bar{A} é equivalente ao modelo D.*

Demonstração

Seja $z \in \tilde{S}$ tal que o subvetor O não é nulo.

Para a frota de caminhões do tipo τ que apresenta caminhões ociosos, determinamos o maior índice β tal que $O_{\tau\beta} \neq 0$. Seja α tal que $\alpha - 1 = \arg\max \{p \mid O_{\tau p} = 0, \text{ para } p \leq \beta\}$.

Identificamos dois casos:

Caso 1:

- $\beta = P - mGLCU_\tau + 1$.

Caso uma solução viável do modelo \bar{A} apresente caminhões ociosos do primeiro ao último período, ou seja $O_{tp} > 0$ para $p = 1, \dots, P - mGLCU_t + 1$, podemos criar, sem perda de generalidade, uma nova solução com pelo menos um $O_{tp} = 0$, para $p > 1$. Isto se faz pela passagem do fluxo de $\delta = \min(O_{tp})$ no sentido inverso do fluxo destas variáveis e de F_t conforme pode ser checado na Figura 2.1. Assim geramos uma nova solução com o valor da função objetivo menor e $\alpha \neq 1$.

O ciclo que contém as variáveis a serem alteradas neste caso está ilustrado na Figura 3.2. Reduziremos o número de caminhões ociosos no último período forçando que os ociosos até o fim do turno sejam enviados diretamente à garagem. Isto se faz através da passagem do fluxo $\delta = \min\{O_{\tau p} \mid \alpha \leq p \leq \beta\}$ através dos arcos mostrados na figura.

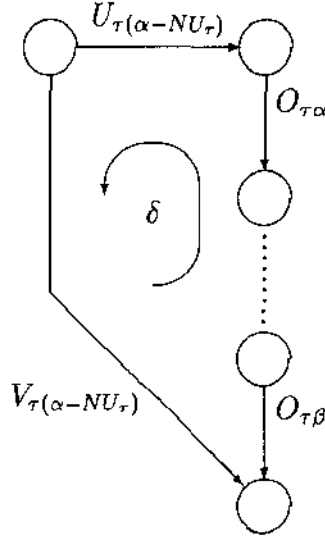


Figura 3.2: Ciclo de Variáveis - Caso 1 (Modelo D).

Devido à escolha de α , sabemos que $O_{\tau(\alpha-1)} = 0$, e usando a equação (3.25), para $p = \alpha - 1$ obtemos:

$$U_{\tau(\alpha - NU_{\tau})} \geq O_{\tau\alpha}.$$

Portanto $U_{\tau(\alpha - NU_{\tau})} > 0$. Como, além disso, $\alpha > 1$, temos que $\alpha - NU_{\tau} \geq mGLCU_{\tau} + 1$, pois $U_{\tau p - NU_{\tau}} \equiv 0$ para $2 \leq p \leq mGLCU_{\tau}$. Portanto a variável $V_{\tau(\alpha - NU_{\tau})}$ não faz parte das variáveis que tiveram seu valor fixado em zero.

Definimos um novo vetor z^* que coincide com z exceto nas variáveis abaixo, cujo valor é obtido como segue:

$$\begin{aligned} O_{\tau p}^* &= O_{\tau p} - \delta, \text{ para } p = \alpha, \dots, \beta, \\ U_{\tau(\alpha - NU_\tau)}^* &= U_{\tau(\alpha - NU_\tau)} - \delta, \\ V_{\tau(\alpha - NU_\tau)}^* &= V_{\tau(\alpha - NU_\tau)} + \delta. \end{aligned}$$

Para mostrar que z^* é solução viável basta verificar as equações que envolvem variáveis alteradas, especificamente (3.21) a (3.25).

Verificando (3.21):

$$\begin{aligned} O_{\tau\beta}^* + \sum_{j=mGLC_\tau+1}^{\beta-NU_\tau} V_{\tau j}^* + \sum_{j=\beta-NU_\tau+1}^{P-NU_\tau+1} U_{\tau j}^* &= \\ &= O_{\tau\beta} - \delta + V_{\tau(\alpha-NU_\tau)} + \delta \sum_{\substack{j=mGLC_\tau+1 \\ j \neq \alpha-NU_\tau}}^{\beta-NU_\tau} V_{\tau j} + \sum_{j=\beta-NU_\tau+1}^{P-NU_\tau+1} U_{\tau j} \\ &= F_\tau = F_\tau^*. \end{aligned}$$

A primeira e terceira igualdades decorrem da definição de z^* e a segunda do fato de z satisfazer a equação (3.21).

As relações restantes serão estabelecidas com a mesma sistemática.

Seja $\varrho = \alpha - NU_\tau - 1$, então $\alpha - NU_\tau = \varrho + 1$. Verificando (3.22) para $p = \varrho$ obtemos:

$$\begin{aligned} QU_{\tau(\varrho+1)}^* + U_{\tau(\varrho+1)}^* + V_{\tau(\varrho+1)}^* &= \\ &= QU_{\tau(\varrho+1)} + U_{\tau(\alpha-NU_\tau)} - \delta + V_{\tau(\alpha-NU_\tau)} + \delta \\ &= \sum_i L_{\tau i(\varrho-NLC_{\tau i}+1)} + QU_{\tau\varrho} \\ &= \sum_i L_{\tau i(\varrho-NLC_{\tau i}+1)}^* + QU_{\tau\varrho}^*. \end{aligned}$$

Verificando (3.23) para $p = \varrho$ obtemos:

$$\sum_{t=1}^{NT} (U_{\tau(\varrho+1)}^* + V_{\tau(\varrho+1)}^*) =$$

$$\begin{aligned}
&= U_{\tau(\alpha - NU_\tau)} - \delta + V_{\tau(\alpha - NU_\tau)} + \delta + \sum_{\substack{t=1 \\ t \neq \tau}}^{NT} (U_{t(\varrho+1)} + V_{t(\varrho+1)}) \\
&\leq D - \sum_{t=1}^{NT} \sum_{j=\varrho - NU_t + 2}^{\varrho} (U_{tj} + V_{tj}) \\
&= D - \sum_{t=1}^{NT} \sum_{j=\varrho - NU_t + 2}^{\varrho} (U_{tj}^* + V_{tj}^*).
\end{aligned}$$

Verificando (3.23) para todos os p tal que $\alpha - NU_\tau \leq p \leq \alpha - 2$:

$$\begin{aligned}
&D - \sum_{t=1}^{NT} \sum_{j=p - NU_t + 2}^p (U_{tj}^* + V_{tj}^*) = \\
&= D - (U_{\tau(\alpha - NU_\tau)} - \delta) - (V_{\tau(\alpha - NU_\tau)} + \delta) - \\
&\quad \sum_{t=1}^{NT} \sum_{\substack{j=p - NU_t + 2 \\ j \neq \alpha - NU_\tau}}^p (U_{t(p+1)} + V_{t(p+1)}) \\
&\geq \sum_{t=1}^{NT} (U_{\tau(p+1)} + V_{\tau(p+1)}) \\
&= \sum_{t=1}^{NT} (U_{\tau(p+1)}^* + V_{\tau(p+1)}^*).
\end{aligned}$$

Verificando (3.24) para todos os p tal que $\alpha - NU_\tau \leq p \leq \alpha - 1$:

$$\begin{aligned}
SU_p^* + \sum_{t=1}^{NT} \sum_{j=p - NU_t + 1}^p \frac{r_t}{NU_t} (U_{tj}^* + V_{tj}^*) - M &= \\
&= SU_p + (U_{\tau(\alpha - NU_\tau)} - \delta + V_{\tau(\alpha - NU_\tau)} + \delta) + \\
&\quad \sum_{\substack{j=p - NU_\tau + 1 \\ j \neq \alpha - NU_\tau}}^p \frac{r_\tau}{NU_\tau} (U_{\tau j} + V_{\tau j}) + \\
&\quad \sum_{\substack{t=1 \\ t \neq \tau}}^{NT} \sum_{j=p - NU_t + 1}^p \frac{r_t}{NU_t} (U_{tj} + V_{tj}) - M \\
&= SU_{p+1} = SU_{p+1}^*.
\end{aligned}$$

Verificando (3.25) para $p = \alpha - 1$ obtemos:

$$\begin{aligned} O_{\tau(\alpha-1)}^* + U_{\tau(\alpha-NU_\tau)}^* - \sum_i T_{\tau i \alpha}^* &= O_{\tau(\alpha-1)} + U_{\tau(\alpha-NU_\tau)} - \delta - \sum_i T_{\tau i \alpha}^* \\ &= O_{\tau \alpha} - \delta = O_{\tau \alpha}^*. \end{aligned}$$

Verificando (3.25) para $p = \alpha, \dots, \beta - 1$ obtemos:

$$\begin{aligned} O_{\tau p}^* + U_{\tau(p-NU_\tau+1)}^* - \sum_i T_{\tau i(p+1)}^* &= O_{\tau p} - \delta + U_{\tau(p-NU_\tau+1)} - \sum_i T_{\tau i(p+1)} \\ &= O_{\tau(p+1)} - \delta = O_{\tau(p+1)}^*. \end{aligned}$$

Com as alterações efetuadas pelo menos um $O_{\tau p}$ teve seu valor reduzido a zero. Repetindo o processo tantas vezes quanto for necessário chegamos ao segundo caso:

Caso 2:

- $\beta < P - mGLCU_\tau + 1$.

O ciclo de variáveis alteradas neste caso está ilustrado na Figura 3.3. O que faremos agora é simplesmente evitar que os caminhões fiquem ociosos na usina antecipando sua designação para as frentes, onde eles passam a aguardar em fila. Isso equivale a passar um fluxo conforme o sentido indicado na figura.

Devido à escolha de β , sabemos que $O_{\tau(\beta+1)} = 0$, e usando a equação (3.25) obtemos:

$$\sum_i T_{\tau i(\beta+1)} \geq O_{\tau \beta}.$$

Como $O_{\tau \beta} \geq 1$, temos $\sum_i T_{\tau i(\beta+1)} \geq 1$ e portanto, como z é inteiro, existe um γ tal que $T_{\tau \gamma(\beta+1)} \geq 1$.

Definimos um novo vetor z^* que coincide com z exceto nas variáveis abaixo, cujo valor é obtido como segue:

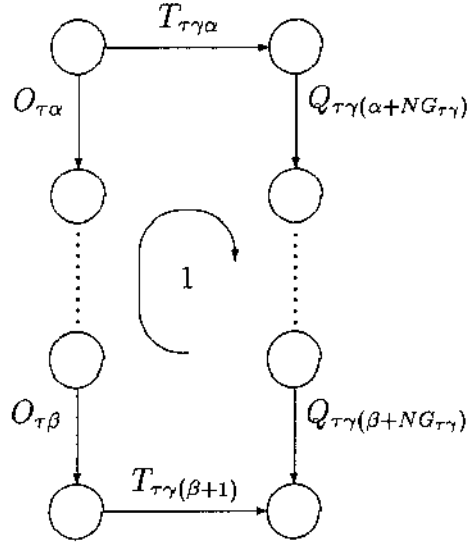


Figura 3.3: Ciclo de Variáveis - Caso 2 (Modelo D).

$$\begin{aligned}
 O_{\tau p}^* &= O_{\tau p} - 1, \text{ para } p = \alpha, \dots, \beta, \\
 T_{\tau\gamma(\beta+1)}^* &= T_{\tau\gamma(\beta+1)} - 1, \\
 T_{\tau\gamma\alpha}^* &= T_{\tau\gamma\alpha} + 1, \\
 Q_{\tau\gamma(p+NG_{\tau\gamma})}^* &= Q_{\tau\gamma(p+NG_{\tau\gamma})} + 1, \text{ para } p = \alpha, \dots, \beta.
 \end{aligned}$$

A alteração destas variáveis afeta a equação (3.25). Em $p = \beta$ obtemos:

$$\begin{aligned}
 O_{\tau\beta}^* + U_{\tau(\beta-NU_{\tau}+1)}^* - \sum_i T_{\tau i(\beta+1)}^* &= \\
 &= O_{\tau\beta} - 1 + U_{\tau(\beta-NU_{\tau}+1)} - (T_{\tau\gamma(\beta+1)} - 1) - \sum_{\substack{i \\ i \neq \gamma}} T_{\tau i(\beta+1)} \\
 &= O_{\tau(\beta+1)} = O_{\tau(\beta+1)}^*.
 \end{aligned}$$

Verificando (3.25) para $p = \alpha - 1$ obtemos:

$$O_{\tau(\alpha-1)}^* + U_{\tau(\alpha-NU_{\tau})}^* - \sum_i T_{\tau i\alpha}^* =$$

$$\begin{aligned}
&= O_{\tau(\alpha-1)} + U_{\tau(\alpha-NU_{\tau})} - (T_{\tau\gamma\alpha} + 1) - \sum_{\substack{i \\ i \neq \gamma}} T_{\tau i\alpha} \\
&= O_{\tau\alpha} - 1 = O_{\tau\alpha}^*.
\end{aligned}$$

Resta (3.25) para $p = \alpha, \dots, \beta - 1$:

$$\begin{aligned}
O_{\tau p}^* + U_{\tau(p-NU_{\tau}+1)}^* - \sum_i T_{\tau i(p+1)}^* &= O_{\tau p} - 1 + U_{\tau(p-NU_{\tau}+1)} - \sum_i T_{\tau i(p+1)} \\
&= O_{\tau(p+1)} - 1 = O_{\tau(p+1)}^*.
\end{aligned}$$

A alteração destas variáveis também afeta a equação (2.16). Em $p = \alpha$ ficamos com:

$$\begin{aligned}
T_{\tau\gamma\alpha}^* + Q_{\tau\gamma(\alpha+NG_{\tau\gamma}-1)}^* &= T_{\tau\gamma\alpha} + 1 + Q_{\tau\gamma(\alpha+NG_{\tau\gamma}-1)} \\
&= L_{\tau\gamma(\alpha+NG_{\tau\gamma})} + Q_{\tau\gamma(\alpha+NG_{\tau\gamma})} + 1 \\
&= L_{\tau\gamma(\alpha+NG_{\tau\gamma})}^* + Q_{\tau\gamma(\alpha+NG_{\tau\gamma})}^*.
\end{aligned}$$

Em $p = \beta + 1$ obtemos:

$$\begin{aligned}
T_{\tau\gamma(\beta+1)}^* + Q_{\tau\gamma(\beta+NG_{\tau\gamma})}^* &= T_{\tau\gamma(\beta+1)} - 1 + Q_{\tau\gamma(\beta+NG_{\tau\gamma})} + 1 \\
&= L_{\tau\gamma(\beta+NG_{\tau\gamma}+1)} + Q_{\tau\gamma(\beta+NG_{\tau\gamma}+1)} \\
&= L_{\tau\gamma(\beta+NG_{\tau\gamma}+1)}^* + Q_{\tau\gamma(\beta+NG_{\tau\gamma}+1)}^*.
\end{aligned}$$

Para $p = \alpha + 1, \dots, \beta$ obtemos:

$$\begin{aligned}
T_{\tau\gamma p}^* + Q_{\tau\gamma(p+NG_{\tau\gamma}-1)}^* &= T_{\tau\gamma p} + Q_{\tau\gamma(p+NG_{\tau\gamma}-1)} + 1 \\
&= L_{\tau\gamma(p+NG_{\tau\gamma})} + Q_{\tau\gamma(p+NG_{\tau\gamma})} + 1 \\
&= L_{\tau\gamma(p+NG_{\tau\gamma})}^* + Q_{\tau\gamma(p+NG_{\tau\gamma})}^*.
\end{aligned}$$

Assim as variáveis $O_{\tau p}$ foram substituídas por $O_{\tau p}^*$, para $\alpha \leq p \leq \beta$, cujo valor é uma unidade menor. Portanto concluímos que é possível zerar as variáveis O_{tp} pela aplicação iterativa deste processo.

Finalmente obteremos o vetor $z^* = (F^*, 0, T^*, Q^*, L^*, QU^*, U^*, V^*, SU^*)$ solução viável de M.Ā e portanto o subvetor $y^* = (F^*, T^*, Q^*, L^*, QU^*, U^*,$

V^*, SU^*) constitui uma solução viável do modelo D. Assim provamos que é possível obter a solução y que satisfaz \bar{S}^* e não altera a função de custo do modelo \bar{A} .

Seja $y = (F, T, Q, L, QU, U, V, SU)$ solução viável do modelo D, e $z = (F, 0, T, Q, L, QU, U, V, SU)$. É trivial mostrar que z assim definido é solução viável do modelo \bar{A} , com mesmo valor de função objetivo. ■

Portanto provamos que o modelo D é equivalente ao modelo \bar{A} e como este é equivalente ao modelo A, concluímos que o modelo D é equivalente ao modelo A.

Como fizemos anteriormente, o modelo final será mostrado sem a variação dos índices, porém, como algumas equações foram alteradas em sua estrutura, devemos mostrá-las integralmente antes do modelo resumido. São elas:

$$\sum_i T_{ti1} = F_t \quad \text{para } t = 1, \dots, NT. \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} U_{t(p-NU_t)} &= \sum_i T_{tip}, \\ \text{para } t &= 1, \dots, NT \\ e \quad p &= mGLCU_t + 1, \dots, P - mGLCU_t + 1. \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=mGLC_t}^{P-mGLCU_t-NU_t+1} V_{tj} + \sum_{j=P-mGLCU_t-NU_t+2}^{P-NU_t+1} U_{tj} &= F_t, \\ \text{para } t &= 1, \dots, NT. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Note que em (3.27) o índice p para a variável T_{tip} começa em $mGLCU_t + 1$, ou seja, após a designação de todos os caminhões no primeiro período, permanecemos $mGLCU_t$ períodos sem designar caminhões, visto que não queremos veículos ociosos na usina. Portanto, $T_{tip} = 0$ para $t = 2, \dots, mGLCU_t$ na equação (3.32). As equações (3.33), (3.35) e (3.37) também foram alteradas e seus índices já foram apresentados nas equações (3.22), (3.23) e (3.24).

Modelo D

$$\text{minimizar } \sum_{t=1}^{NT} c_t F_t$$

Sujeito a:

$$\sum_i T_{ti1} = F_t \quad (3.29)$$

$$U_{t(p-NU_t)} = \sum_i T_{tip} \quad (3.30)$$

$$\sum_{j=mGLC_t+1}^{P-mGLCU_t-NU_t+1} V_{tj} + \sum_{j=P-mGLCU_t-NU_t+2}^{P-NU_t+1} U_{tj} = F_t \quad (3.31)$$

$$T_{ti p} + Q_{ti(p+NG_{ti}-1)} = L_{ti(p+NG_{ti})} + Q_{ti(p+NG_{ti})} \quad (3.32)$$

$$\sum_i L_{ti(p-NLC_{ti}+1)} + QU_{tp} = QU_{t(p+1)} - U_{t(p+1)} - V_{t(p+1)} \quad (3.33)$$

$$\sum_i s_i L_{ti(p+1)} \leq C_i - \sum_t \sum_{j=p-NU_t+2}^p s_t L_{tij} \quad (3.34)$$

$$\sum_{t=1}^{NT} (U_{t(p+1)} + V_{t(p+1)}) \leq D - \sum_{t=1}^{NT} \sum_{j=p-NU_t+2}^p (U_{tj} + V_{tj}) \quad (3.35)$$

$$\sum_i \sum_{p=1}^{P-NGLCU_{ti}+1} r_t T_{tip} = S F_i \quad (3.36)$$

$$SU_{p+1} = SU_p + \sum_{t=1}^{NT} \sum_{j=p-NU_t+1}^p \frac{r_t}{NU_t} (U_{tj} + V_{tj}) - M \quad (3.37)$$

$$SU_p \leq SU_{max} \quad (3.38)$$

$$SU_1 = SU_{ini} \quad (3.39)$$

Todas as variáveis são inteiras e não-negativas

3.3 Alocação Fixa - Modelos E, F e G

Em muitas usinas é comum dividir a frota de caminhões em uso pelas diferentes frentes de corte, de forma que cada caminhão tenha um destino fixo sempre que deixar a usina. Este esquema de alocação fixa facilita o gerenciamento do transporte mas exige que a divisão seja feita de maneira que evite problemas relacionados à ociosidade de uma das divisões enquanto a outra necessita mais caminhões. Na prática estes problemas podem ser remediados através de um monitoramento via rádio, que indica que já houve perdas e não impede ou até contribui para causar futuros problemas.

Para representarmos esta situação criamos os modelos E, F e G, em correspondência aos modelos B, C e D, respectivamente, usando o artifício de dividir a frota de caminhões de um tipo entre as NF frentes de corte, ou seja, a primeira parte da frota se dirigindo somente à frente 1, a segunda somente à frente 2 e assim por diante. Assim, transformamos NT tipos de caminhão em $NT \cdot NF$ tipos (no pior dos casos) sendo que cada um destes fica alocado única e exclusivamente a uma mesma frente de corte.

Os modelos utilizados são os mesmos dos modelos B, C e D com NT e os conjuntos i_t e t_i alterados para se adequarem à divisão efetuada. O modelo F que corresponde ao C não necessita mais da variável U_{tp} , substituída por $T_{ii(p-NGLC_{ii})}$, visto que a equação (2.16) torna-se $T_{ii(p-NGLC_{ii}+1)} = U_{i(p+1)}$, sendo eliminada da formulação final e proporcionando uma considerável redução do número de linhas e colunas conforme podemos constatar na Seção 5.6

Capítulo 4

Soluções dos Modelos

A obtenção de soluções exatas para os modelos esbarra em dois fatores, o primeiro é a integralidade das variáveis e o segundo são as grandes dimensões envolvidas. Por esse motivo optamos por buscar aproximações adotando uma heurística que toma como base a solução do problema linear obtido pelo relaxamento das restrições de integralidade e procura aproximar os valores reais para valores inteiros. Esta heurística proporcionou excelentes resultados atingindo valores muito próximos aos ótimos dos problemas relaxados conforme detalhamos na Seção 5.5.

4.1 Solução do Problema Relaxado

Existem vários algoritmos para resolução de problemas lineares. No nosso caso poderíamos ter utilizado a especialização do algoritmo Simplex para o problema de Fluxo com Restrições Adicionais (ver Seção 2.2.2), mas não dispúnhamos desta ferramenta e optamos por utilizar uma implementação de um algoritmo de pontos interiores primal-dual com barreiras, proposto por Mehrotra [11], [9] e desenvolvida por Gomes [5]. Este algoritmo é apropriado para este tipo de problema e seus resultados são apresentados no Capítulo 5.

4.2 Processo de Integralização

A heurística é constituída por um conjunto de algoritmos que desenvolvemos. O primeiro, que denominados de *Algoritmo de Integralização*, tem como

dados de entrada o subvetor T^R da solução ótima do problema relaxado. Para cada valor T_{tip}^R lido são realizados alguns cálculos e um valor inteiro é atribuído à variável T_{tip} . Neste processo são utilizados alguns parâmetros, ou critérios, que tentam evitar que a nova solução obtida seja infactível.

Com o valor de T fixado e usando de algumas regras para a ordem de carregamento e descarregamento, outros algoritmos fazem a atribuição o valor de todas as variáveis restantes. Cada algoritmo se encarrega de um subvetor da solução sendo testada a factibilidade dos valores obtidos. Caso a solução obtida não seja factível, repetimos o processo alterando os parâmetros utilizados.

Como o processo de integralização do vetor T , de obtenção do restante das variáveis e teste de factibilidade é rápido, o algoritmo pode ser executado para vários conjuntos de parâmetros, seleccionando no final a melhor solução obtida.

4.2.1 Algoritmo de Integralização

A seguir apresentamos uma descrição dos parâmetros e variáveis utilizadas no algoritmo. A compreensão destes ficará clara na explicação após o algoritmo.

- $\text{Max } P_{ti}$: Número máximo de períodos para designação de caminhões do tipo t para a frente i . $\text{Max } P_{ti} = P - \text{NGLCU}_{ti} + 1$.
- α_t e β_t : Parâmetros variáveis utilizados na decisão sobre a atribuição de valor a uma variável T_{tip} inteira.
- $\text{Max } \alpha_t$: Valor inicial de α_t . Valores utilizados para $\text{Max } \alpha_t$ foram 0 e 0.3.
- $\text{Max } \beta_t$: Valor inicial de β_t .
- $\text{Min } \beta_t$: Valor final de β_t . Valores utilizados para ambos foram 0.99, 0.7, 0.04 e 0.01, com $0 \leq \text{Min } \beta_t \leq \text{Max } \beta_t$.
- $\Delta\alpha_{ti}$: No algoritmo, o parâmetro α_t é decrescido em $\Delta\alpha_{ti}$ unidades no decorrer de $\text{Max } P_{ti}$ períodos, até ser anulado.
- $\Delta\beta_{ti}$: No algoritmo, o parâmetro β_t tem seu valor inicial $\text{Max } \beta_t$ decrescido em $\Delta\beta_{ti}$ unidades no decorrer de $\text{Max } P_{ti}$ períodos, até atingir o valor de $\text{Min } \beta_t$.
- Σ_t : Dada uma frente i , esta variável contém a diferença entre o valor acumulado das variáveis T^R lidas e das variáveis inteiras T atribuídas do período p até o final. Seu valor pode ser negativo.

- $\Delta\Sigma_t$: Caso a integralização das variáveis de designação do tipo $t + 1$ termine com $\Sigma_{t+1} \neq 0$, esta diferença será distribuída ao longo de $\text{Max } P_{ti}$ períodos à variável Σ_t em incrementos de $\Delta\Sigma_t$.
- Soma_t : Acumula o número de designações de caminhões do tipo t para uma determinada frente.
- Soma_i : Soma das cargas dos caminhões enviados à frente i .

Observamos que se o processo pode terminar com $\Sigma_1 \neq 0$ estaremos violando a restrição da soma de cargas dos caminhões enviados à frente, ou seja, a solução obtida é infactível.

Utilizamos também as seguintes funções :

$\text{PISO}(X)$: Maior inteiro menor ou igual a X .

$\text{FRAC}(X)$: Parte fracionária de X , $\text{FRAC}(X) = X - \text{PISO}(X)$.

A seguir apresentamos o algoritmo de Integralização das variáveis T_{tip}^R , obtidas como solução do problema relaxado, nas variáveis T_{tip} inteiras.

Algoritmo de Integralização

```

para  $i = 1, NF$ 
  para  $t = 1, NT$ 
    se  $t \in t_i$ 
       $\Delta\beta_{ti} = (\text{Max } \beta_t - \text{Min } \beta_t) / \text{Max } P_{ti}$ 
       $\Delta\alpha_{ti} = \text{Max } \alpha_t / \text{Max } P_{ti}$ 
 $\Sigma_{NT+1} = 0$ 
para  $i = 1, NF$ 
   $\text{Soma}_i = 0$ 
  para  $t = NT, 1$ 
    se  $t \in t_i$ 
       $\alpha_t = \text{Max } \alpha_t$ 
       $\beta_t = \text{Max } \beta_t$ 
       $\Sigma_t = 0$ 
       $\Delta\Sigma_t = (r_{t+1}/r_t)\Sigma_{t+1} / \text{Max } P_{ti}$ 
       $\text{Soma}_t = 0$ 
      para  $p = \text{Max } P_{ti}, 1$ 
         $\Sigma_t = \Sigma_t + T_{tip}^R + \Delta\Sigma_t$ 
        se  $T_{tip}^R > \alpha_t$ 
          se  $\text{FRAC}(\Sigma_t) > \beta_t$ 
             $T_{tip} = \text{PISO}(\Sigma_t) + 1$ 
             $\Sigma_t = \Sigma_t - T_{tip}$ 
             $\text{Soma}_t = \text{Soma}_t + T_{tip}$ 
          caso contrário
            se  $\text{PISO}(\Sigma_t) \geq 0$ 
               $T_{tip} = \text{PISO}(\Sigma_t)$ 
               $\Sigma_t = \Sigma_t - T_{tip}$ 
               $\text{Soma}_t = \text{Soma}_t + T_{tip}$ 
            caso contrário
               $T_{tip} = 0$ 
          caso contrário
             $T_{tip} = 0$ 
         $\beta_t = \beta_t - \Delta\beta_{ti}$ 
         $\alpha_t = \alpha_t - \Delta\alpha_{ti}$ 
       $\text{Soma}_i = r_t \text{Soma}_t + \text{Soma}_i$ 
    se  $\text{Soma}_i \neq SF_i$ 
      INFACTÍVEL
    PARE

```

Os dois primeiros ciclos fazem apenas o cálculo dos parâmetros $\Delta\beta_{ti}$ e $\Delta\alpha_{ti}$ descritos acima. A parte seguinte é responsável pela integralização propriamente dita, que é realizada na ordem crescente das frentes e decrescente dos tipos. A ordem estabelecida para os tipos é importante pois a diferença entre o valor acumulado das variáveis $T_{(t+1)ip}^R$ lidas e das variáveis inteiras $T_{(t+1)ip}$ atribuídas pode ser distribuída para o tipo t . Esta diferença é distribuída em parcelas de $\Delta\Sigma_t$ na próxima iteração.

O próximo ciclo trabalha a integralização das variáveis T_{tip} onde p decresce do último período de designação até o primeiro. O valor lido T_{tip}^R é somado a valores acumulados de operações anteriores atualizando-se o valor acumulado, Σ_t , do tipo t . Na sequência, o valor de T_{tip}^R é comparado ao parâmetro α_t que decide se a variável é candidata à integralização positiva. Observamos que α_t é decrescente até zero, permitindo que as primeiras variáveis tendam a ser mais candidatas que as últimas. Isto caso o valor inicial de α_t seja maior que zero.

Esta preocupação de dificultar a integralização das últimas variáveis se justifica pelas restrições impostas no descarregamento, pois o acúmulo de caminhões descarregando nos últimos períodos pode acarretar a extrapolação do período planejado. Este também é o motivo do sentido do ciclo escolhido para p . A mesma razão perdura no próximo teste com o valor acumulado. Nele decidimos se o valor acumulado deve ser arredondado para cima ou para baixo, pela comparação com parâmetro β_t , que assim como α_t , decresce, fazendo com que as últimas variáveis tenham uma dificuldade maior no arredondamento para cima. Caso Σ_t adquira valor negativo, o valor atribuído à variável será zero. Em cada uma das atribuições de valores positivos, o valor acumulado é atualizado, podendo inclusive obter valor negativo.

Ao fim do ciclo em t é possível dizer se o número de caminhões enviados para a frente i é capaz de recolher toda a cana. Isto é feito com o auxílio das variáveis $Soma_t$ e $Soma_i$.

Podemos usar este algoritmo para qualquer um dos modelos, incluindo D e G, para os quais estabeleceríamos que $T_{tip} = 0$, para $p = 2, \dots, NGLCU_{ti}$.

4.2.2 Variáveis Restantes e Factibilidade

O objetivo aqui é apresentar algoritmos que realizem atribuição de valores às variáveis restantes do modelo A, testando a factibilidade dos resultados. Para os outros modelos indicamos quais alterações devem ser realizadas.

Para atribuir valores às variáveis L_{tip} e Q_{tip} , decidimos pela utilização de um algoritmo “guloso”, no sentido de alocação dos caminhões às carregadeiras, dando preferência, em cada período, para o carregamento dos tipos de menor capacidade. Ou seja, seguimos a ordem crescente dos tipos para alocação das carregadeiras, embora pudéssemos escolher qualquer outro critério.

Para melhor visualização do algoritmo criamos um procedimento auxiliar para contabilizar o número, CA, de carregadeiras alocadas no próximo período:

Algoritmo para Atribuição de Valores a L_{tip} e Q_{tip}

Procedimento C_aloc(i, p)

para $t = 1, NT$
 se $t \in t_i$
 $q = p - NL_t + 1$
 $CA = CA - L_{tiq}$

Fim do procedimento

para $i = 1, NF$

CA = 0

para $p = mG_i + 1, P - mLCU_i + 1$

para $t = 1, NT$

se $t \in t_i$

$q = p - NG_{ti}$

se $(q \geq 1)$ e $(q \leq P - NGLCU_{ti} + 1)$

$L_{tip} = \text{Min}(T_{tiq} + Q_{ti(p-1)}, C_i - CA)$

$CA = CA + L_{tip}$

$Q_{tip} = T_{tiq} + Q_{ti(p-1)} - L_{tip}$

se $p = P - NLCU_{ti} + 1$

se $Q_{tip} > 0$

INFACTÍVEL

PARE

C_aloc(i, p)

Todas as variáveis, com exceção de T_{tiq} , tem valor inicial nulo. Assim, quando atribuímos valor ao primeiro L_{tip} não precisamos nos preocupar com

$Q_{ti(p-1)}$ que não está definido no modelo. O mesmo argumento é válido quando atualizamos o valor de CA, no procedimento, nos primeiros índices em que L_{tiq} não está definida.

Para cada frente de corte pesquisamos todos os períodos p em que pode ocorrer carregamento. A atribuição de valor à variável L_{tip} dá-se em função do número de caminhões designados em $p - NG_{ti}$, do número de caminhões em fila, e do número de carregadeiras disponíveis. Na sequência são atualizados a quantidade de carregadeiras alocadas para o próximo período e o número de caminhões que permanecem em fila, sendo testado se o período limite para permanência na fila da frente foi ultrapassado, o que caracterizaria a infactibilidade da solução.

O mesmo algoritmo é válido para os modelo D e G, e para os modelos B, C, E e F deveríamos rejeitar soluções com algum $Q_{tip} > 0$. Entretanto utilizamos o mesmo algoritmo para posteriormente zerarmos estas variáveis conforme fizemos na Seção 3.1.1.

Um algoritmo similar foi desenvolvido para atribuir valores às variáveis U_{tp} e QU_{tp} . Dessa vez ele é “guloso” na alocação dos caminhões às descarregadeiras, dando preferência aos caminhões de maior capacidade, ou seja, na ordem decrescente dos tipos. Também construímos um procedimento que calcula o número de pontos de descarregamento, DA, alocados no próximo período e criamos um acumulador ΣL que contém a soma dos caminhões vindos de todas as frentes chegando na usina no período p , calculado com base no momento de início do carregamento.

Algoritmo para Atribuição de Valores a U_{tp} e QU_{tp}

Procedimento $D_alloc(p)$

 para $t = 1, NT$
 $q = p - NU_t + 1$
 $DA = DA - U_{tq}$

Fim do Procedimento

$DA = 0$

para $p = mGLC + 1, P - mU + 1$
 para $t = NT, 1$
 $\Sigma L = 0$
 para $i = 1, NF$
 se $i \in i_t$
 $q = p - NC_{ti} - NL_t$
 se $(q \geq NG_{ti} + 1)$ e $(q \leq P - NLCU_{ti} + 1)$
 $\Sigma L = \Sigma L + L_{tiq}$
 se $(p \geq mGLC_t + 1)$ e $(p \leq P - mU + 1)$
 $U_{tp} = \text{Min}(\Sigma L + QU_{t(p-1)}, D - DA)$ *
 $DA = DA + U_{tp}$ *
 $QU_{tp} = \Sigma L + QU_{t(p-1)} - U_{tp}$ *
 se $p = P - NU_t + 1$
 se $QU_{tp} > 0$
 INFACTÍVEL
 PARE

$D_alloc(p)$

Da mesma forma que no algoritmo anterior, as variáveis U_{tp} e QU_{tp} têm valor inicial nulo. O número de caminhões em fila soma-se aos caminhões recém-chegados, uma parte é alocada aos pontos de descarregamento disponíveis, e a outra permanece em fila para descarregamento futuro. Caso o período máximo para descarregamento seja excedido fica caracterizada solução infactível.

Os modelos B e E usam o mesmo algoritmo. Para os modelos C e F deveríamos considerar infactível qualquer solução com algum QU_{tp} positivo, no entanto aceitamos estes valores, pois uma solução assim obtida satisfaz o

modelo A e B e pode ser transformada numa solução do modelo D.

Para os modelos D e G este segundo algoritmo deve ser alterado nas linhas marcadas com * por :

$$U = \text{Min} (\Sigma L + QU_{i(p-1)}, D - DA)$$

$$DA = DA + U$$

$$QU_{tp} = \Sigma L + QU_{i(p-1)} - U$$

para $i = 1, NF$

$$T = T + T_{ti(p+NU_t)}$$

$$U_{tp} = T$$

se $p < P - mGLCU_t - NU_t + 1$

$$V_{tp} = U - T$$

se $V_{tp} < 0$

INFACTÍVEL

PARE

O próximo algoritmo atribui valores às variáveis de estoque na usina.

Algoritmo para Atribuição de Valores a SU_p

para $p = 1, P$

$$\Sigma U = 0$$

para $t = 1, NT$

para $j = p - NU_t + 1, p$

se $(j \geq mGLC_t + 1)$ e $(j \leq P - mU + 1)$

$$\Sigma U = \Sigma U + (r_t/NU_t)U_{tj} \quad *$$

$$SU_{p+1} = SU_p + \Sigma U - M$$

se $(SU_{p+1} < 0)$ ou $(SU_{p+1} > SU_{max})$

INFACTÍVEL

PARE

Para os períodos em que não ocorre descarregamento ΣU tem valor nulo e, portanto, o estoque na usina tende a cair na proporção da taxa M de moagem. A variação do índice j já foi explicada no Capítulo 2 antes da equação (2.10).

Não é necessário testar o estoque final pois este é consistente com o estoque inicial e as cargas recolhidas das frentes de corte, para as quais já foi

testada a factibilidade.

Os modelos B, C, E e F usam o mesmo algoritmo. Na adaptação para os modelos D e G devemos incluir após a linha marcada com * as linhas:

se $j < P - mGLCU_t - NU_t + 1$
 $\Sigma U = \Sigma U + (r_t/NU_t)V_{tj}$

A seguir calculamos o tamanho da frota de cada tipo a ser utilizada e o número de caminhões ociosos período a período.

Algoritmo para Atribuição de Valores a O_{tp} e F_t

para $t = 1, NT$

$O_{t1} = 0$

para $p = 1, mGLCU_t$

$O_{tp} = O_{t(p-1)}$

Para $i = 1, NF$

se $i \in i_t$

se $p \leq P - NGLCU_{ti} + 1$

$O_{tp} = O_{tp} - T_{tip}$

$\Sigma O_t = \text{Min}(\Sigma O_t, O_{tp})$

para $p = mGLCU_t + 1, P - mGLCU_t + 1$

$O_{tp} = U_{t(p-NU_t)} + O_{t(p-1)}$

para $i = 1, NF$

se $i \in i_t$

se $p \leq P - NGLCU_{ti} + 1$

$O_{tp} = O_{tp} - T_{tip}$

$\Sigma O_t = \text{Min}(\Sigma O_t, O_{tp})$

para $q = p + 1, P$

$O_{tq} = U_{t(q-NU_t)} + O_{t(q-1)}$

$\Sigma O_t = \text{Min}(\Sigma O_t, O_{tq})$

$F_t = (-1)\Sigma O_t$

Algoritmo para Atribuição de Valores a O_{tp} e F_t (continuação)

```

para  $t = 1, NT$ 
    para  $p = 1, P$ 
         $O_{tp} = O_{tp} + F_t$ 

para  $t = 1, NT$ 
     $FO_{int} = FO_{int} + c_t F_t$ 

```

O uso pelos modelos B, C, D e F não necessita alterações. As variáveis O_{tp} não estão definidas nos modelos D e G e o cálculo da frota necessária é mais simples. Inicializando com $F_t = 0$:

Algoritmo para Atribuição de Valores a F_t (Modelos D e G)

```

para  $t = 1, NT$ 
    para  $i = 1, NF$ 
        se  $i \in i_t$ 
             $F_t = F_t + T_{ti1}$ 

```

Capítulo 5

Testes

5.1 Levantamento de Dados

Para coletar dados realísticos, visitamos três usinas e o “Centro de Tecnologia Copersucar” onde realizamos consulta bibliográfica [2] tomando contato com trabalhos empíricos.

Estas fontes nos forneceram os tempos das atividades e velocidades dos seguintes veículos:

Tipo 1: MB 2213 sem reboque e com capacidade média para 15t.

Tipo 2: MB 2220 com um reboque e capacidade média de 30t.

Tipo 3: SCANIA 112E com dois reboques e capacidade média de 45t.

Tempos Auxiliares (minutos):

Ida	Tipo		
	1	2	3
Manobra de Saída do pátio	2.0	2.4	4.8
Pesagem vazio	1.3	1.8	2.3
Limpeza da Carroceria	1.5	2.8	3.5
Manobra de Entrada no Campo	1.9	2.3	2.8
	6.7	9.3	13.4

Tempos Auxiliares (continuação):

Volta	Tipo		
	1	2	3
Manobra de saída do campo	2.2	2.8	2.8
(Des)engate de reboque	0.0	3.9	8.7
Amarrar carga	7.9	7.5	11.7
Picar carga	3.8	5.7	15.3
Pesagem carregado	1.6	1.9	1.5
Coleta de amostra da carga	1.9	4.3	7.0
Manobra de entrada no Pátio	2.0	2.4	4.8
Soltar a carga	4.0	7.5	11.0
	23.4	36.0	62.8

Velocidades (Km/h):

Tipo	Asfalto		Terra_1		Terra_2	
	Vazio	Carreg.	Vazio	Carreg.	Vazio	Carreg.
1	55.4	33.1	36.0	25.0	22.0	15.0
2	56.1	35.7	28.8	19.6	19.9	14.9
3	54.4	33.9	26.1	23.0	16.9	11.1

As estradas de terra têm diferentes condições de tráfego, sendo classificadas, pela Copersucar, como estrada de terra dos tipos 1 e 2, nas quais os caminhões desenvolvem diferentes velocidades. Considerando que as estradas são compostas de 50% de asfalto, 40% de terra tipo 1 e 10% de terra do tipo 2, e estipulando distâncias de 15, 30 e 45Km, respectivamente, para as frentes 1, 2 e 3, obtemos os seguintes Tempos de Deslocamento:

Tempos de Deslocamento (minutos):

Tipo	Frente_1		Frente_2		Frente_3	
	Vazio	Carreg.	Vazio	Carreg.	Vazio	Carreg.
1	22.2	34.0	44.4	68.0	66.7	102.0
2	25.0	37.0	50.1	74.0	75.1	111.0
3	27.4	37.0	54.8	74.1	82.2	111.1

Deslocamento+ Auxiliares (minutos):

Tipo	Frente_1		Frente_2		Frente_3	
	Vazio	Carreg.	Vazio	Carreg.	Vazio	Carreg.
1	28.9	57.4	51.1	91.4	73.4	125.4
2	34.3	73.0	59.4	110.0	84.4	147.0
3	40.8	99.8	68.2	136.9	95.6	173.9

5.2 Situações Seleccionadas

A partir destes dados devemos decidir a discretização que faremos, ou seja escolher a unidade de tempo para as atividades, assim como foi descrito no Capítulo 2.

Então, considerando um período de planeamento de 12 horas e a disponibilidade de dois pontos de descarga, idealizamos 3 situações de moagem para realizar nossos testes e optamos pela discretização do tempo em períodos iguais ao do tempo de descarregamento:

Situações:	Situação	Tempo de	
		Moagem t	descarregamento (15t)
	L	4800	4.5 minutos
	M	3600	6.0 minutos
	N	2400	9.0 minutos

Ou seja, na situação L duas cargas de 15t devem ser descarregadas a cada 4,5 minutos para atingirmos a moagem indicada.

Para todas estas situações o tempo de carregamento com desengate será de 24 minutos, média calculada com base nas observações realizadas nas usinas.

A seguir apresentamos a tabela de Tempos de Deslocamento somado aos Tempos Auxiliares expressa nos períodos de discretização escolhidos. Além de mostrar o número de períodos resultante a tabela indica o valor correspondente em minutos permitindo a comparação com a tabela original:

Períodos de 4.5 minutos (Situação L):

Tipo	Frente_1				Frente_2				Frente_3			
	Ida		Volta		Ida		Volta		Ida		Volta	
	per.	min.	per.	min.	per.	min.	per.	min.	per.	min.	per.	min.
1	7	31.5	13	58.5	12	54.0	21	94.5	17	76.5	28	126.0
2	8	36.0	16	72.0	13	58.5	25	112.5	19	85.5	33	148.5
3	9	40.5	22	99.0	15	67.5	31	138.5	21	94.5	39	175.5

No planejamento de 12 horas temos 160 períodos de 4.5 minutos, ou seja, $P = 160$. O tempo de carregamento de 24 minutos foi discretizado em 5 períodos ($NL = 5$), sendo aproximado para 22.5 minutos.

Períodos de 6.0 minutos (Situação M):

Tipo	Frente_1				Frente_2				Frente_3			
	Ida		Volta		Ida		Volta		Ida		Volta	
	per.	min.	per.	min.	per.	min.	per.	min.	per.	min.	per.	min.
1	5	30	10	60	9	54	15	90	13	78	21	126
2	6	36	12	72	10	60	19	114	14	84	25	150
3	7	42	17	102	12	72	23	138	16	96	29	174

No planejamento de 12 horas temos 120 períodos de 6.0 minutos, ou seja, $P = 120$. O tempo de carregamento de 24 minutos foi discretizado em 4 períodos ($NL = 4$) de 6 minutos. Também fizemos testes de 24 horas para esta situação ou seja, com $P = 240$. A moagem neste caso é de 7200t.

Períodos de 9.0 minutos (Situação N):

Tipo	Frente_1				Frente_2				Frente_3			
	Ida		Volta		Ida		Volta		Ida		Volta	
	per.	min.	per.	min.	per.	min.	per.	min.	per.	min.	per.	min.
1	3	27	6	54	6	54	10	90	8	72	14	126
2	4	36	8	72	7	63	12	114	9	81	16	144
3	5	45	11	99	8	72	15	135	11	99	19	171

No planejamento de 12 horas temos 80 períodos de 9.0 minutos, ou seja, $P = 80$. O tempo de carregamento de 24 minutos foi discretizado em 3 períodos ($NL = 3$), sendo aproximado por 27 minutos.

5.3 Cenários

Baseados nas situações de moagem descritas acima, criamos alguns cenários para realizarmos os testes. Para obter maiores variações fizemos uma classificação segundo a situação do estoque na usina no início e fim do horizonte de planejamento, buscando uma maior representatividade do gerenciamento de estoque feito diariamente pelas usinas.

Posição do Estoque na Usina:

Cenários	Estoque	
	inicial	final
S	Máximo	Máximo
T	Mínimo	Mínimo
U	Metade	Máximo
V	Mínimo	Máximo
W	Máximo	Metade
X	Máximo	Mínimo

Os cenários com que trabalhamos estão apresentados a seguir, os dados referentes a moagem e estoques já estão apresentados em unidades de 15t. O estoque máximo para todos os cenários é 1980t ou $132 \cdot 15t$.

No cenário U1L, por exemplo, o estoque na usina varia da metade de sua capacidade (66), no início, para o máximo (132) no final do planejamento, e por tratar-se da situação L, a moagem é de $320 \cdot 15t$ em 12 horas. Portanto as frentes de corte devem fornecer $(320 + 66)15t$, ou ainda $(128 + 129 + 129)15t$. O único cenário diferente é o Y1M pois embora sendo uma situação M, a moagem é de $480 \cdot 15t$ pois o horizonte de planejamento é de 24 horas.

Cenários Testados:

Cen.	Moa.	Estoque na Usina		P	M	Estoque nas Frentes			Carreg.			D
		SUini	SUfim			SF ₁	SF ₂	SF ₃	C ₁	C ₂	C ₃	
S1L	320	132	132	160	2	106	107	107	4	5	5	4
S2L	320	132	132	160	2	106	107	107	4	5	5	3
S1M	240	132	132	120	2	80	80	80	4	4	4	4
S2M	240	132	132	120	2	80	80	80	4	4	4	3
S1N	160	132	132	80	2	54	53	53	3	3	3	4
S2N	160	132	132	80	2	80	80	0	4	4	0	4
T1L	320	66	66	160	2	106	107	107	4	5	5	4
T1L2	320	62	62	160	2	106	107	107	4	5	5	4
T1M	240	46	46	120	2	80	80	80	4	4	4	4
T1M2	240	42	42	120	2	80	80	80	4	4	4	4
T1N	160	30	30	80	2	54	53	53	3	3	3	4
T2N	160	30	30	80	2	80	80	0	4	4	0	4
U1L	320	66	132	160	2	128	129	129	5	6	6	4
U1M	240	66	132	120	2	100	104	102	4	5	5	4
U1N	160	66	132	80	2	78	75	73	4	4	4	4
V1L2	320	62	132	160	2	130	130	130	5	6	6	4
V1M	240	46	132	120	2	109	109	108	5	5	6	4
V1N	160	30	132	80	2	88	87	87	4	5	5	5
W1L	320	132	66	160	2	84	85	85	4	4	4	4
W2L	320	132	66	160	2	0	127	127	0	6	6	4
W1M	240	132	66	120	2	0	87	87	0	4	5	4
W2M	240	132	66	120	2	87	87	0	4	4	0	4
W3M	240	132	66	120	2	87	87	0	4	4	0	2
W1N	160	132	66	80	2	94	0	0	5	0	0	4
W2N	160	132	66	80	2	94	0	0	5	0	0	2

Cenários Testados (continuação):

Cen.	Moa.	Estoque na Usina		P	M	Estoque nas Frentes			Carreg.			D
		SUini	SUfim			SF ₁	SF ₂	SF ₃	C ₁	C ₂	C ₃	
X1M	240	132	46	120	2	0	77	77	0	4	4	4
X2M	240	132	46	120	2	77	77	0	4	4	0	4
X2M2	240	132	42	120	2	75	75	0	3	4	0	4
X3M	240	132	46	120	2	77	77	0	4	4	0	2
X3M2	240	132	42	120	2	75	75	0	3	4	0	2
X2N	160	132	30	80	2	58	0	0	3	0	0	1
Y1M	480	132	132	240	2	160	160	160	4	4	4	4

Estes cenários foram utilizados para gerar problemas segundo a tabela da próxima seção

5.4 Problemas Resolvidos — Tempo

Tempo gasto para resolver os PL (minutos):

	Modelo/Tipos											
	1 Tipo						2 Tipos					
Cen.	B1	C1	D1	E1	F1	G1	B12	C12	D12	E12	F12	G12
S1L	5	4	8	49	45	1:02	42	31	56	1:53	1:12	1:50
S2L	36	5	8	56	46	1:00	37	31	1:02	1:59	1:12	2:11
S1M	4	6	5	26	18	24	15	13	24	46	31	58
S2M	6	7	8	24	17	24	35	21	53	2:01	0:41	2:30
S1N	1	0	1	5	5	5	5	4	9	17	12	44
S2N	1	1	0	1	1	1	7	3	11	13	8	20
T1L	4	4	17	49	4:44	1:46	39	34	56	1:58	1:27	1:48
T11L2	-	-	-	-	-	-	34	30	54	1:50	1:09	1:43
T1M	3	3	7	27	18	33	17	15	20	52	38	53
T1M2	-	-	-	-	-	-	17	15	21	1:01	36	3:53
T1N	0	0	3	4	6	6	5	4	7	22	9	22
T2N	0	0	0	1	1	1	6	3	10	13	20	18
U1L	11	9	17	49	1:41	1:09	39	34	58	1:47	1:17	1:51
U1M	5	3	5	28	18	28	24	18	27	1:01	33	1:15
U1N	1	2	2	9	16	8	5	3	9	19	12	19

O problema D12S1L está associado ao modelo D com 2 tipos de caminhões e cenário S1L.

Estes resultados foram obtidos numa máquina SUN SPARC 330 de 24 MIPS dividida com outros usuários. O tempo de solução, originalmente em segundos, foi aproximado para o maior tempo em horas e minutos menor que o valor original. Ou seja, desconsideramos na apresentação da tabela a parcela dos segundos, após a conversão para horas, minutos e segundos. Então o valor 0 apresentada para o problema C1S1N indica este foi resolvido em menos de 1 minuto. É importante ressaltar que não foi contabilizado o tempo de entrada e preparação dos dados.

Os problemas marcados com “-” foram resolvidos mas apresentaram solução inefectível devido ao estoque muito baixo, pois a utilização exclusiva de caminhões do tipo 1 impossibilita a manutenção da moagem no nível estipulado no início do planeamento. Os mesmos problemas são factíveis para dois tipos pois o tipo 2 tem o dobro de carga do tipo 1, permitindo que a taxa de moagem seja mantida com sua chegada.

Problemas Resolvidos - PL (continuação):

Cen.	1 Tipo						2 Tipos					
	B1	C1	D1	E1	F1	G1	B12	C12	D12	E12	F12	G12
V1L2	10	9	16	51	40	1:04	39	33	1:03	2:00	1:44	2:01
V1M	2	1	3	25	17	25	16	15	23	56	53	1:01
V1N	0	0	1	5	6	5	4	3	8	27	13	19
W1L	5	5	10	45	37	55	38	33	55	1:43	1:11	1:42
W2L	3	2	3	8	3	11	25	26	45	46	26	46
W1M	1	1	1	5	1	4	10	10	19	21	14	25
W2M	1	1	1	9	5	5	20	13	37	42	28	42
W3M	1	1	2	8	4	5	27	16	46	42	28	45
W1N	0	0	0	0	0	0	2	2	3	2	3	4
W2N	0	0	0	0	0	0	3	3	4	3	3	4
X1M	1	1	1	5	1	5	11	12	17	28	15	27
X2M	1	1	2	10	4	6	21	14	36	38	25	39
X2M2	1	1	2	10	5	6	22	15	45	37	24	39
X3M	1	1	2	9	4	5	25	25	54	45	30	1:08
X3M2	3	3	4	16	5	16	22	17	1:10	45	28	47
X2N	0	0	0	0	0	1	3	3	4	3	3	4
Y1M	8	9	24	2:32	4:41	2:29	1:32	1:37	1:31	11:14	9:49	11:21

Problemas Resolvidos - PL (continuação):

3 Tipos

Cen.	B123	C123	D123	E123	F123	G123
S1M	2:38	1:22	3:24	1:27	51	1:23
S2M	5:43	3:01	6:23	-	-	-
S2N	23	18	34	21	12	23

Os problemas referentes a utilização de 3 tipos são reduzidos, pois além de serem muito demorados (01:54hs em média, e máximo de 06:24hs), apresentaram frota nula para os caminhões do tipo 3. Isto evidencia que a aquisição deste tipo de caminhão não apresenta uma relação vantajosa entre custo e benefício.

A seguir classificamos os problemas por situação, quantidades de tipos e de frentes de corte, e apresentamos uma média do tempo gasto para resolver um problema de PL genérico e fazemos uma análise desses resultados.

Os valores são apresentados em horas, minutos e segundos, com a omissão das horas quando seu valor for nulo.

Tempo Médio e Desvio Padrão:

NT	NF	P	B	C	Modelos		F	G	Problemas
					D	E			
1	1	80	0:23 0:01	0:21 0:07	0:31 0:12	0:23 0:03	0:15 0:01	0:41 0:19	W1N, W2N, X2N
1	2	80	0:57 0:22	0:53 0:16	0:56 0:04	1:55 0:04	1:13 0:11	1:38 0:02	S2N, T2N
1	3	80	1:08 0:16	1:13 0:36	2:11 0:48	6:23 2:00	8:44 4:30	6:31 1:04	S1N, T1N, U1N, V1N
1	2	120	1:50 0:35	1:40 0:34	2:30 0:51	9:19 3:23	4:11 1:24	7:08 3:31	W1M, W2M, W3M, X1M, X2M, X2M2, X3M, X3M2
1	3	120	4:31 1:43	4:26 2:02	6:17 1:41	26:29 1:10	18:07 0:47	27:18 3:36	S1M, S2M, T1M, U1M, V1M
1	2	160	3:42	2:31	3:39	8:50	3:47	11:55	W2L
1	3	160	7:32 2:55	6:36 1:57	13:06 4:09	50:11 3:12	54:15 23:49	1:09:43 16:51	S1L, S2L, T1L, U1L, V1L2, W1L
2	1	80	2:58 0:21	3:03 0:19	3:52 0:14	2:51 0:16	3:21 0:22	4:11 0:09	W1N, W2N, X2N
2	2	80	6:56 0:16	3:42 0:12	10:51 0:16	13:10 0:01	14:25 5:43	19:15 1:04	S2N, T2N
2	3	80	4:54	4:18	9:30	21:39	11:53	26:12	S1N, T1N, U1N, V1N

Tempo Médio e Desvio Padrão (continuação):

NT	NF	P	B	C	D	Modelos		F	G	Problemas
						E				
2	2	120	20:19 5:45	15:48 4:07	40:55 16:15	37:45 7:58		24:36 5:51	41:58 12:30	W1M, W2M, W3M, X1M, X2M, X2M2, X3M, X3M2
2	3	120	22:24 7:16	17:18 2:37	29:20 12:24	1:10:45 25:50		40:50 6:59	1:25:00 38:18	S1M, S2M, T1M, T1M2, U1M, V1M
2	2	160	25:46	26:33	45:23	46:56		26:59	46:30	W2L
2	3	160	38:51 2:19	32:36 1:40	58:11 3:13	1:53:27 6:01		1:19:17 11:36	1:52:54 9:23	S1L, S2L, T1L, T1L2, U1L, V1L2, W1L

Fica evidente que a inclusão de mais um tipo torna a solução do problema mais demorada devido ao aumento da complexidade, ou seja, por causa do maior número de combinações possíveis para uma solução factível. Também notamos que o aumento do número de frentes causa o mesmo efeito com menor intensidade. Outro fato a ser considerado é que o aumento do número de períodos no horizonte de planeamento contribui para o aumento do número de variáveis com conseqüente crescimento do tempo de solução dos problemas, o que é fortemente demonstrado pela comparação do tempo médio onde $P = 120$ com o tempo de solução dos problemas do cenário Y1M que tem $P = 240$.

Até agora só obtivemos a solução do PL. Para obtermos a solução sub-ótima do Problema Linear Inteiro aplicamos o processo de integralização apresentado no capítulo anterior. Só realizamos a integralização dos problemas que envolvem um e dois tipos, já que todos os problemas com três tipos apresentaram frota nula para o terceiro. Dos 372 problemas resolvidos para um e dois tipos apenas 7 não apresentaram integralização factível, dos quais

6 são dos modelos F e G e um do modelo D, todos para 2 tipos. Outros detalhes são apresentados na Seção 5.5.

Os tempos necessários para se realizar a integralização são apresentados a seguir.

Tempo para Integralização (segundos):

NT	NF	P	Núm. de Conj. de Parâm.	Elapsed Médio	Média por Conj.	Problemas
1	1	80	20	1.02	0.05	W1N, W2N, X2N
1	2	80	20	1.38	0.07	S2N, T2N
1	3	80	20	1.77	0.09	S1N, T1N, U1N, V1N
1	2	120	20	2.01	0.10	W1M, W2M, W3M, X1M, X2M, X2M2, X3M, X3M2
1	3	120	20	2.89	0.14	S1M, S2M, T1M, U1M, V1M
1	2	160	20	2.70	0.14	W2L
1	3	160	20	3.82	0.19	S1L, S2L, T1L, U1L, V1L2, W1L
1	3	240	20	6.20	0.31	Y1M
2	1	80	200	14.78	0.07	W1N, W2N, X2N
2	2	80	200	24.33	0.12	S2N, T2N
2	3	80	200	34.42	0.17	S1N, T1N, U1N, V1N
2	2	120	200	35.43	0.18	W1M, W2M, W3M, X1M, X2M, X2M2, X3M, X3M2
2	3	120	200	48.73	0.24	S1M, S2M, T1M, T1M2, U1M, V1M
2	2	160	200	43.67	0.22	W2L
2	3	160	200	64.68	0.32	S1L, S2L, T1L, T1L2, U1L, V1L2, W1L
2	3	240	200	120.67	0.60	Y1M

Estamos denominando conjunto de parâmetros o conjunto de valores atribuídos a $\text{Max } \alpha_t$, $\text{Max } \beta_t$ e $\text{Min } \beta_t$ (utilizados no processo de integralização discutido no capítulo anterior). Então para os problemas com 1 tipo executamos os algoritmos utilizando 20 combinações diferentes destes 3 parâmetros.

Na tabela apresentamos o tempo gasto pelo algoritmo no teste de uma batelada de conjuntos de parâmetros, com posterior escolha do melhor resultado.

Estes testes foram realizados numa máquina PC386 SX 20Mhz dedicada. Foram testados 20 conjuntos de parâmetros para problemas com um tipo de caminhão e 200 conjuntos para problemas com dois tipos. Os resultados foram muito satisfatórios, pois embora o tempo de integralização, para um conjunto de parâmetros, praticamente dobre com a inclusão de mais um tipo ou mais uma frente de corte, o tempo gasto é insignificante quando comparado ao tempo gasto na solução do PL.

5.5 Problemas Resolvidos — Soluções

Com relação ao custo da frota foi apurada a seguinte relação de custo de compra, que usamos nos nossos testes:

Custos

Tipo	Custo
1	1.00
2	1.53
3	2.31

Como já ressaltamos, o tipo 3 mostrou-se desvantajoso não sendo alocado para nenhuma das frentes.

Os pontos aqui tratados são importantes tanto a nível teórico quanto prático. O primeiro diz respeito ao valor da função objetivo obtido pela integralização (F.O.I.), que, quando comparado com o valor ótimo real do PL (F.O.R.), apresentou uma variação relativa reduzida, apesar da pequena magnitude destes valores, sendo que em alguns problemas chegou-se à solução inteira ótima.

Dessa forma os problemas foram resolvidos com um tempo aceitável e o processo de integralização mostrou-se robusto. Isto significa que o algoritmo tem condições de ser utilizado em situações reais, fornecendo uma solução muito próxima da ótima, com tempo de resposta restrito à solução do PL.

Outro ponto é o resultado da comparação entre os valores ótimos de modelos de alocação livre (B, C ou D) e fixa (E, F ou G), demonstrando que

o segundo esquema é em torno de 6% mais caro.

Comparação entre F.O.I. e F.O.R.

Tomando o valor ótimo do PL como referência, calculamos a diferença relativa percentual para o valor da F.O. obtido pela heurística, ou seja, determinamos quanto, percentualmente, este valor é maior que o primeiro através da seguinte fórmula:

$$\% \text{Excesso} = \frac{\text{F.O.I.} - \text{F.O.R.}}{\text{F.O.R.}} \cdot 100.$$

A média geral dos dados da primeira tabela, mostrada a seguir, é de 1.56% e da segunda é de 6.03%, ou seja, os resultados foram muito satisfatórios tendo em vista a dificuldade de se obter soluções inteiras ótimas através de métodos exatos para problemas deste porte.

No apêndice A.2 apresentaremos uma solução completa de um dos problemas, além listar as F.O. e frota de todos eles.

Ressaltamos que os valores ótimos dos PL's (mostrados na próxima tabela) são de pequena magnitude influenciando os números apresentados. Outro fator agravante para problemas envolvendo 2 tipos são seus valores ótimos ainda menores. Planejamentos que trabalham com uma frota pequena (menor custo) têm variação maior, a exemplo do que acontece com problemas envolvendo a situação N.

Diferença Relativa entre F.O.I. e
F.O.R. de Problemas Com 1 Tipo

	modelos					
SIT.	B	C	D	E	F	G
S1L	% 1.28	1.28	1.28	1.07	1.07	1.07
S2L	1.11	1.11	1.11	1.07	1.07	2.04
S1M	1.10	1.10	1.10	0.00	0.00	1.28
S2M	1.47	1.47	1.47	3.40	0.85	2.13
S1N	2.54	2.54	2.54	4.11	2.19	4.11
S2N	0.00	2.50	2.50	1.94	1.94	1.94
T1L	1.28	1.28	1.28	1.07	1.07	1.07
T1M	1.10	1.10	1.10	1.25	0.00	0.00
T1N	2.54	2.54	2.54	0.60	0.60	2.40
T2N	2.50	2.50	2.50	1.94	1.94	1.94
U1L	1.28	1.28	1.28	0.73	0.73	0.73
U1M	0.78	0.78	0.78	0.83	1.56	0.83
U1N	1.14	1.14	1.14	2.20	2.07	3.57
V1L2	0.42	0.42	1.26	1.33	0.53	1.33
V1M	1.27	1.27	1.27	1.76	0.82	1.76
V1N	0.82	0.82	2.05	3.04	0.70	4.22
W1L	0.84	0.84	0.84	0.61	0.61	0.61
W2L	0.36	0.36	0.36	1.19	1.19	1.19
W1M	0.76	0.76	0.76	0.99	0.99	0.99
W2M	2.69	2.69	2.69	2.90	2.90	2.90
W3M	2.92	2.92	2.92	3.60	1.35	5.86
W1N	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12
W2N	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12	1.12
X1M	0.00	0.00	0.00	0.84	0.84	2.39
X2M	3.18	3.18	3.18	4.17	1.56	4.17
X2M2	1.14	1.14	1.14	1.79	1.79	1.79
X3M	1.23	1.23	1.23	2.39	2.39	4.95
X3M2	1.33	1.33	1.33	2.53	2.53	2.53
X2N	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Y1M	2.36	2.36	2.36	2.89	2.89	2.89
MÉDIA	1.32	1.41	1.48	1.75	1.28	2.10
DESV. P.	0.85	0.84	0.82	1.13	0.79	1.43
AMOSTRA	30.00	30.00	30.00	30.00	30.00	30.00

Diferença Relativa entre F.O.I. e
F.O.R. de Problemas Com 2 Tipos

	modelos					
SIT.	B	C	D	E	F	G
S1L	% 4.23	3.56	2.29	3.45	2.26	3.45
S2L	4.54	3.76	3.24	5.30	3.57	5.92
S1M	1.27	3.80	3.80	3.98	0.77	5.54
S2M	3.51	5.10	3.51	10.47	5.06	12.81
S1N	7.72	7.72	10.18	7.08	3.51	7.08
S2N	6.97	4.09	6.97	4.28	2.79	8.59
T1L	4.23	3.56	3.56	3.45	2.26	5.27
T1L2	3.56	3.56	3.56	2.98	2.98	—
T1M	3.80	1.27	1.27	2.21	2.21	—
T1M2	5.50	3.88	—	2.36	—	—
T1N	7.72	7.72	10.18	0.00	0.00	16.15
T2N	4.09	4.09	6.97	4.28	2.79	12.89
U1L	2.85	2.85	2.85	5.26	4.17	6.30
U1M	2.05	2.05	3.30	6.64	2.32	8.49
U1N	3.73	4.47	4.51	13.24	5.71	15.69
V1L2	2.19	2.19	2.19	4.15	4.06	6.15
V1M	2.90	2.91	2.91	8.38	5.51	14.13
V1N	4.02	3.98	4.02	8.19	5.95	12.47
W1L	4.92	4.92	4.92	3.26	3.26	4.06
W2L	3.59	0.86	4.31	2.10	2.10	2.10
W1M	2.78	1.76	2.78	7.91	—	5.11
W2M	8.72	8.72	8.72	6.57	6.57	6.57
W3M	6.95	5.71	5.71	9.78	5.91	18.57
W1N	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
W2N	19.61	4.59	25.37	8.09	4.59	13.85
X1M	2.39	6.67	4.57	3.96	—	3.96
X2M	13.69	8.82	8.82	7.08	7.08	7.08
X2M2	11.23	11.23	11.23	7.20	7.20	7.20
X3M	8.41	8.41	8.41	9.55	5.09	15.37
X3M2	6.33	6.33	6.33	8.38	8.37	12.98
X2N	16.21	16.21	16.21	16.21	16.21	16.21
Y1M	4.01	4.01	4.10	8.76	3.47	13.12
MÉDIA	5.74	4.96	6.03	6.08	4.34	9.21
DESV. P	4.24	3.22	4.87	3.55	3.05	4.90
AMOSTRA	32.00	32.00	31.00	32.00	29.00	29.00

Sete problemas envolvendo 2 tipos apresentaram solução inteira infactível. Os cinco primeiros da tabela nesta situação tiveram o valor do estoque na usina abaixo de zero, visto que, nestes casos, o estoque inicial era reduzido. Numa situação prática uma solução infactível pode ser adotada, ou seja, podemos permitir que em poucos períodos não haja moagem.

Os dois problemas F12W1M e F12X1M apresentaram infactibilidade nas filas da usina, que ultrapassam o último período de descarregamento. Isto pode estar relacionado à eliminação da frente mais próxima à usina e à inflexibilidade de modelos de alocação fixa. A segunda hipótese parece ser mais plausível se considerarmos que dos sete problemas infactíveis seis são "fixos". Aqui também, uma das soluções (infactíveis) poderia ser adotada, permitindo que o período de planejamento seja estendido.

Outros parâmetros poderiam ser testados de forma a evitar ao máximo a ocorrência de situações de infactibilidade, criando conjuntos de parâmetros garantidos.

Política de Alocação vs F.O.R.

O propósito desta seção é mostrar que os modelos de alocação fixa, embora sejam mais fáceis de gerenciar, provocam um aumento do custo da frota operante.

Realizamos esta comparação utilizando os valores ótimos dos PL's (F.O.R.). Na realidade utilizamos os valores da função objetivo dos modelos B ou D (livre), sempre iguais, comparados com os valores dos modelos E ou G (fixa), também sempre iguais:

$$\% \text{Excesso} = \frac{\text{F.O.R.}(E) - \text{F.O.R.}(B)}{\text{F.O.R.}(E)} \cdot 100$$

Curiosamente as F.O.R. dos modelos C e F, nem sempre correspondem aos valores dos modelos B, D (Livre) e E, G (Fixa) apresentados abaixo. Os problemas que mostraram esta diferença poderiam fornecer um contra-exemplo à equivalência do modelo C para os demais, não fosse o fato dos F.O.R. apresentarem uma diferença relativa de no máximo 0,17% maior e destes valores residirem sempre na mesma casa inteira.

O motivo para não utilizarmos os valores da F.O.I. para as comparações deve-se ao fato destes apresentarem valores diferentes.

Diferença Relativa entre F.O.R. De
Alocações Fixas e Livres

	----- 1 Tipo -----			----- 2 Tipos -----		
SIT.	LIVRE	FIXA	%	LIVRE	FIXA	%
S1L	97.75	102.90	5.27	79.21	84.00	6.06
S2L	98.90	102.90	4.04	81.90	85.49	4.39
S1M	71.21	78.00	9.52	60.43	64.11	6.09
S2M	71.94	78.33	8.89	62.53	65.30	4.43
S1N	47.78	51.86	8.54	40.64	43.19	6.28
S2N	40.00	41.20	3.00	34.71	35.54	2.41
T1L	97.75	102.90	5.27	79.21	84.00	6.06
T1L2				79.21	84.39	6.54
T1M	71.21	80.00	12.33	60.43	64.71	7.08
T1M2				61.62	69.90	13.42
T1N	47.78	55.66	16.49	40.64	43.72	7.58
T2N	40.00	41.20	3.00	34.71	35.54	2.41
U1L	117.50	124.10	5.62	97.09	101.91	4.97
U1M	96.25	100.16	4.07	79.92	82.98	3.84
U1N	69.21	73.38	6.03	60.36	62.46	3.48
V1L2	119.50	125.33	4.88	98.23	102.99	4.85
V1M	98.75	106.13	7.48	85.19	89.04	4.51
V1N	81.33	85.40	5.00	69.47	71.46	2.87
W1L	75.00	81.50	8.67	61.19	65.93	7.75
W2L	92.66	97.83	5.58	74.18	79.07	6.59
W1M	65.50	67.33	2.80	52.50	54.58	3.96
W2M	41.87	43.73	4.44	35.61	37.21	4.49
W3M	42.75	44.40	3.86	38.07	40.19	5.57
X1M	56.00	59.50	6.25	45.74	48.33	5.66
X2M	35.85	38.40	7.08	31.36	32.75	4.42
X2M2	36.58	37.33	2.05	30.68	32.22	5.01
X3M	36.54	39.06	6.89	32.89	34.32	4.35
X3M2	37.50	38.03	1.44	32.09	33.28	3.68
Y1M	63.50	66.08	4.08	55.89	57.94	3.67
MÉDIA			6.02			5.26
D.P.			3.19			2.09
AMOSTRA			27.00			29.00

Como pudemos verificar, o uso de alocação fixa aumenta o custo geral em torno de 6% com a utilização exclusiva do tipo simples e 5.26% com o uso dos tipos 1 e 2. Ressaltamos que a comparação trata valores ótimos, enquanto que as operações com alocação fixa, realizadas usualmente nas usinas, raramente trabalham nesta condição.

As situações W1N, W2N e X2N não constam da última tabela pois apresentaram solução livre igual a fixa. Este resultado deve-se ao fato de que nestes casos a política de alocação fixa é igual à política de alocação livre, pois só temos uma frente de corte.

Aproveitando os F.O.R. da tabela anterior, adicionados das F.O.R. dos problemas W1N, W2N e X2N:

Sit.	F.O.R. Restantes	
	--- 1 Tipo ---	--- 2 Tipos ---
	Livre ou Fixa	Livre ou Fixa
W1N	17.80	17.24
W2N	17.80	17.36
X2N	11.00	10.89

Calculamos a diferença relativa das F.O.R. dos problemas envolvendo um ou dois tipos, e chegamos aos seguintes dados:

Diferença Relativa entre F.O.R.
Com Uso de 1 Tipo e 2 Tipos

Sit.	Alocação	
	Livre	Fixa
S1L	% 23.40	22.49
S2L	20.75	20.35
S1M	17.84	21.65
S2M	15.04	19.95
S1N	17.58	20.08
S2N	15.24	15.90
T1L	23.40	22.49
T1M	17.84	23.63
T1N	17.58	27.33
T2N	15.24	15.90
U1L	21.02	21.77
U1M	20.43	20.70
U1N	14.67	17.49
V1L2	21.65	21.68
V1M	15.91	19.20
V1N	17.08	19.50
W1L	22.57	23.61
W2L	24.91	23.73
W1M	24.76	23.36
W2M	17.58	17.52
W3M	12.28	10.46
W1N	3.25	3.25
W2N	2.51	2.51
X1M	22.41	23.09
X2M	14.33	17.25
X2M2	19.22	15.87
X3M	11.12	13.82
X3M2	16.82	14.29
X2N	1.06	1.06
Y1M	13.60	14.05
MÉDIA	16.70	17.80
D.P.	6.00	6.34
AMOSTRA	30.00	30.00

Ou seja, os problemas com um só tipo apresentaram, em média, F.O.R. 16,70% maior que as F.O.R. resultantes da utilização de dois tipos, para política de alocação livre, e 17,80% para alocação fixa, demonstrando claramente que a utilização do tipo 2 é muito vantajosa. Este efeito pode ser visualizado claramente no Apêndice A.1, onde a maioria dos problemas com 2 tipos tem frota predominante do tipo duplo. Em muitos deles a frota do tipo simples talvez não seja nula pois o estoque em alguma das frentes é ímpar, forçando sua utilização. Para evitarmos esta situação poderíamos ter trocado $\sum T = SF$ por $\sum T \geq SF$.

Os dados referentes aos problemas T1L2 e T1M2 não constam desta última tabela pois não apresentam solução factível com a utilização exclusiva do tipo 1.

Cenários vs Custos

O objetivo de trabalharmos com vários cenários é estudar os efeitos das diferenças nos custos. Não apresentaremos dados numéricos comparativos, que podem ser obtidos a partir do Apêndice A.1, nos limitando a analisar genericamente os principais efeitos.

Os problemas associados ao cenário T, estoque inicial e final no mínimo, foram testados visando observar sua influência na solução, quando comparada com a situação S, estoque inicial e final no máximo. Ou seja, a demanda levaria o estoque a zero forçando a utilização de um número maior de caminhões. Este efeito só ocorreu com o problema T1M2 que teve um acréscimo de custo de 4.6% em relação ao S1M, pois utilizamos um estoque reduzido até quase a infactibilidade do problema.

Em diversos cenários fizemos uma redução do número de pontos de descarregamento em uma unidade, forçando a utilização de mais um caminhão em problemas com uso exclusivo de tipo simples. Com frota de dois tipos, também houve um aumento que correspondente aproximadamente ao custo de dois caminhões do tipo simples.

O número de carregadeiras utilizadas permaneceu próximo ao mínimo necessário em todos os cenários e, portanto, não estudamos como sua variação afeta os custos. O restante das variações produziu os efeitos esperados, por exemplo, os cenários em que se aumenta o estoque necessitam de uma frota operante maior se comparados com os cenários nos quais os estoque inicial final são iguais.

5.6 Problemas Resolvidos — Dimensões

Para quantificarmos as diferenças de dimensão dos sistemas associados aos modelos desenvolvidos, trabalhamos com os dados dos problemas resolvidos, apresentados no apêndice B.1, que também inclui uma estatística sobre proporção de nós e arcos em linhas e colunas.

Proporção de Linhas e Colunas entre Modelos

Esta seção tem o intuito de quantificar estas proporções, evidenciando os ganhos advindos das variações criadas no Capítulo 3.

Todas as variantes foram criadas tendo como base o modelo A sem que tenhamos resolvido nenhum problema associado a este modelo. Como alternativa utilizamos o modelo D, pois ambos tem o mesmo número de linhas e uma pequena diferença no número de colunas, conforme mostramos na tabela abaixo e calculamos com a fórmula:

$$\% \text{Excesso} = \frac{\# \text{col. A} - \# \text{col. D}}{\# \text{col. D}} \cdot 100$$

Diferença Relativa entre Número
de Colunas dos Modelos A e D

Modelo e Nº de Tipos	Média	D.P.	Amostra
A1/D1	% 3.86	1.29	9
A12/D12	4.88	1.59	9
A123/D123	6.12	0.40	2

A amostra é menor do que o número de problemas resolvidos pois vários deles têm as mesmas dimensões podendo ser agrupados, conforme mostramos no Apêndice B.1.

Na tabela a seguir a variante B foi escolhida como ponto de referência pois foi a primeira a ser criada.

Modelo e Nº de Tipos	Diferença Relativa entre Número de				Amostra
	Linhas		Colunas		
	Média	D.P.	Média	D.P.	
C1/B1	% 0	0	-12.39	1.98	9
D1/B1	42.64	7.11	46.37	7.44	9
C12/B12	0	0	-14.20	1.92	9
D12/B12	54.30	10.82	52.30	9.44	9
C123/B123	0	0	-15.15	1.19	2
D123/B123	69.04	9.17	58.94	5.51	2
F1/E1	-26.87	2.47	-34.79	2.24	9
G1/E1	26.86	2.47	29.75	1.92	9
F12/E12	-36.71	2.73	-42.16	1.94	9
G12/E12	36.71	2.73	35.26	1.76	9
F123/E123	-42.98	1.77	-46.12	0.99	2
G123/E123	42.98	1.77	37.23	0.09	2

Podemos notar que a variação do modelo A para B causou redução no número de linhas entre 20 e 40%, correspondente ao excesso de 26.86% de G1 (A) para E1 (B) e ao exesso de 69.04% de D123 (A) para B123 respectivamente. Já o número de colunas apresentou uma redução aproximada entre 23 e 37% correspondente aos mesmos excessos.

A criação do modelo C a partir do B manteve a quantidade de linhas, visto que o número de equações não se alterou e reduziu as colunas de 12% a 15% aproximadamente. Não foram considerados os modelos F e E nesta comparação pois seu maior percentual de redução deve-se à substituição da variável U_{tp} por T_{tip} e à eliminação da equação (2.16), explicadas na Seção 3.3.

Capítulo 6

Extensões e Conclusões

6.1 Extensões

Para que o modelo possa representar a alocação em que o uso de tratores (R_i), puxando os reboques dos caminhões, devemos adicionar a equação seguinte cuja forma é similar àquela usada na alocação de carregadeiras,

$$\sum_{t=2}^{NT} x_t L_{tip+1} \leq R_i - \sum_t \sum_{j=p-NL_i+2}^p x_t L_{tip}$$

onde x_t representa o número de tratores que um caminhão do tipo t ocupa. Note que a somatória começa com o tipo 2 pois o tipo 1 não tem desengate.

As constantes C_i e R_i podem transformar-se em variáveis com um custo associado. Em ambos os casos, seria necessário adaptar o algoritmos de integralização para refletir estas novas situações.

Os testes que realizamos foram limitados pelo tempo de que dispúnhamos e sugerimos que outros testes sejam realizados. Por exemplo, o carregamento sem desengate, frota limitada, outra estrutura de custos, restrição ao uso de determinado tipo de caminhão em alguma das frentes ou o uso misto de frota existente (com custo de operação) e frota nova (custo de operação e aquisição) que poderia ser gerada através da duplicação do número de tipos de forma similar ao realizado com os modelos E, F e G. Alguma destas alterações de custo poderia proporcionar a inclusão de Treminhões na solução ótima, cuja influência no Algoritmo de Integralização ainda é desconhecida. Poderíamos testar a influência da discretização com unidades de tempo menores nas soluções obtidas até agora.

Seria oportuno testar qual o tempo de solução destes problemas utilizando o algoritmo Simplex para fluxo com restrições adicionais e quais melhorias conseguiríamos obter com a utilização de uma solução inicial. Por exemplo, uma solução do problema para 1 tipo (mais rápida de se obter) poderia fornecer solução inicial para o problema com 2 tipos.

Neste trabalho consideramos as operações de transporte restritas a um horizonte de planejamento, forçando que ao início e fim deste todos os caminhões estejam na garagem. Portanto, nos períodos inicial e final não ocorrem descarregamento e designação respectivamente. Esta situação acarreta perdas, conforme concluímos abaixo utilizando a situação Y1M.

A sugestão que fazemos vai ao encontro da prática de algumas usinas, ou seja, o transporte de cana nunca é interrompido e os turnos de trabalho se sobrepõem. Por exemplo, podemos trabalhar com dois turnos de 15 horas num período de 24 horas, ou seja, haveria uma sobreposição de 6 horas, ou ainda, considerando 21:00 hs como horário de início, o primeiro turno terminaria às 12:00 hs, e o segundo turno começaria às 09:00 hs e terminaria às 24:00 hs.

Os modelos deveriam sofrer adaptações para prever o contingente de caminhões vindos de um período anterior e que dividiriam os mesmos recursos no descarregamento. Como primeiro passo poderíamos trabalhar com sobreposições de períodos de forma que não houvesse esta concorrência, verificando os ganhos desta operação.

Para se ter uma idéia destes ganhos basta verificar que o custo do transporte no planejamento de 12 horas do cenário S1M é em torno de 12 % maior que seu correspondente de 24 horas, Y1M, com a utilização do tipo simples, e de 8 % com simples e duplo. Por outro lado planejamentos longos estão mais susceptíveis a falhas que poderiam causar uma redução nos ganhos.

Seria oportuno realizar simulações para nos certificarmos da adequação das soluções às variações do tempo das atividades, validando a política de designação e as ações que devem ser tomadas em caso de imprevistos, antes de partirmos para um problema real. A simulação poderia testar a robustez das soluções, inclusive comparando políticas de planejamento diferentes, por exemplo, alocação livre versus fixa.

6.2 Conclusões

Através deste estudo atingimos o objetivo de criar um modelo teórico básico para dimensionar e gerenciar o transporte de cana em usinas. A partir deste tornamos possível o desenvolvimento de um sistema computacional cuja utilização em situações reais poderia trazer grandes benefícios às usinas, reduzindo perdas e organizando o transporte.

A técnica de discretização que utilizamos é apropriada à modelagem de processos dinâmicos que interagem e revelou-se bem sucedida, facilitando a obtenção da solução inteira.

Este trabalho está baseado numa sistematização do transporte, carregamento e descarregamento e a adaptação a uma usina particular depende da interpretação dos dados desta em termos do modelo, ou de adaptação deste. Como exemplo, podemos citar o caso de uma usina visitada que utiliza duas moendas e caminhões com carroceria telada para carregamento de cana picada por colheitadeiras especiais. Ou seja, surgem várias questões na prática do modelo que influenciam ou são influenciadas por ele.

O desenvolvimento do modelo trouxe um grande aprendizado do transporte, tais como a padronização das atividades ou a criação de um vocabulário adequado às questões que surgiram. Por exemplo concluímos que a aplicação da *designação sem espera* (modelo D) é a mais adequada ao gerenciamento. No entanto podemos utilizar uma solução do modelo B, mais barato para obtenção, com posterior transformação da solução pelo processo apresentado na seção 3.2, onde demonstramos a equivalência dos modelos A, B e D.

Podemos adotar o modelo C como padrão para resolução pois, além dos problemas associados apresentaram os menores tempos de execução do algoritmo de pontos interiores para o PL (mantendo níveis aceitáveis para sistemas reais) e os menores valores objetivos na integralização (processo robusto e rápido), não encontramos, nos nossos testes, um contra-exemplo para a equivalência deste modelo para os demais. Lembramos que qualquer solução deste modelo satisfaz os modelos A e B e pode ser transformada numa solução do modelo D.

Os melhores resultados que obtivemos surgiram nas comparações das funções de custo, realizadas na Seção 5.5, onde concluímos que o processo de integralização forneceu soluções cujos custos são em média 1.56% maiores que os obtidos na resolução do PL, para 1 tipo (simples) e 6.03% para 2 tipos

(simples e duplo).

A frota tem um custo maior quando é gerenciada por um esquema de alocação fixa, se comparado com esquema livre, sendo que a média ficou em 6.02% para 1 tipo e 5.26% para 2 tipos, fornecendo um patamar mínimo de ganhos com o uso do modelo nas usinas que trabalham desta forma.

O custo da frota operando somente com caminhões do tipo simples é em média 16,70% maior que o custo da frota operando com 2 tipos em alocação livre, e 17,80% em alocação fixa. Dessa forma o tipo duplo mostrou-se predominante nas soluções apresentadas, indicando ser o caminhão mais adequado para aquisição. Já o caminhão triplo não se apresentou vantajoso, considerando somente o custo de aquisição, em nenhum dos problemas resolvidos com os três tipos (frota nula), além de apresentar tempo de resolução de no mínimo 01:22hs (modelo C). Esta conclusão é surpreendente visto que muitas usinas têm renovado sua frota de caminhões com o treminhão. Para tirar a dúvida teríamos que realizar testes incluindo custo de operação e trabalhar com a relação de custos dos caminhões atualizada.

Para finalizar esperamos que os resultados deste trabalho possam contribuir para o desenvolvimento e avaliação de outros métodos de planejamento.

Apêndice A

Nestes apêndices apresentamos detalhes das soluções e dimensões dos problemas com que trabalhamos.

A.1 Soluções Obtidas

Nesta seção exibimos os valores das funções objetivo e tamanho da frota dos problemas resolvidos, sendo que no caso dos modelos E, F e G estes números devem ser interpretados de acordo com o número de frentes de corte existente, por exemplo, com dois tipos e três frentes a frota associada ao tipo 1 corresponde a $t = 1, 2, 3$ e ao tipo 2 a $t = 4, 5, 6$.

Alguns problemas associados aos modelos C e F estão marcados com “*” indicando que na integralização todas as variáveis QU_{tp} obtiveram valores nulos.

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B1S1L	97.7500	99.00	1	97.7500	99	0.00	0.99	0.49
C1S1L *	97.7500	99.00	1	97.7500	99	0.00	0.99	0.49
D1S1L	97.7500	99.00	1	97.7500	99	0.00	0.99	0.49
E1S1L	102.9000	104.00	1	20.4000	21	0.00	0.99	0.49
			2	34.0000	34		0.99	0.49
			3	48.5000	49		0.99	0.49
F1S1L *	102.9000	104.00	1	20.4000	21	0.00	0.99	0.49
			2	34.0000	34		0.99	0.49
			3	48.5000	49		0.99	0.49
G1S1L	102.9000	104.00	1	20.4000	21	0.00	0.99	0.01
			2	34.0000	34		0.99	0.01
			3	48.5000	49		0.99	0.01
B12S1L	79.2131	82.56	1	3.0000	3	0.00	0.70	0.01
			2	49.8125	52		0.99	0.01
C12S1L	79.2131	82.03	1	3.0000	4	0.00	0.49	0.01
			2	49.8125	51		0.99	0.49
D12S1L	79.2131	81.03	1	3.0000	3	0.00	0.49	0.01
			2	49.8125	51		0.70	0.01
E12S1L	84.0095	86.91	1	0.0000	0	0.00	0.70	0.70
			2	4.4000	5		0.70	0.70
			3	9.0000	10		0.70	0.70
			4	11.2500	12		0.70	0.70
			5	14.9000	15		0.70	0.70
			6	20.0000	20		0.70	0.70
F12S1L	84.0095	85.91	1	0.0000	0	0.00	0.99	0.49
			2	4.4000	5		0.99	0.49
			3	9.0000	9		0.99	0.49
			4	11.2500	12		0.99	0.49
			5	14.9000	15		0.99	0.49
			6	20.0000	20		0.99	0.49
G12S1L	84.0095	86.91	1	0.0000	0	0.00	0.99	0.49
			2	4.4000	5		0.99	0.49
			3	9.0000	10		0.99	0.49
			4	11.2500	12		0.49	0.01
			5	14.9000	15		0.49	0.01
			6	20.0000	20		0.49	0.01

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B1S2L	98.9000	100.00	1	98.9000	100	0.00	0.99	0.01
C1S2L	98.9000	100.00	1	98.9000	100	0.00	0.99	0.70
D1S2L	98.9000	100.00	1	98.9000	100	0.00	0.99	0.49
E1S2L	102.9000	104.00	1	20.4000	21	0.00	0.49	0.49
			2	34.0000	34		0.49	0.49
			3	48.5000	49		0.49	0.49
F1S2L	102.9000	104.00	1	20.4000	21	0.00	0.99	0.99
			2	34.0000	34		0.99	0.99
			3	48.5000	49		0.99	0.99
G1S2L	102.9000	105.00	1	20.4000	21	0.00	0.99	0.49
			2	34.0000	34		0.99	0.49
			3	48.5000	50		0.99	0.49
B12S2L	81.9043	85.62	1	3.0000	3	0.00	0.99	0.49
			2	51.5714	54		0.70	0.01
C12S2L	82.0054	85.09	1	2.5000	4	0.00	0.99	0.49
			2	51.9643	53		0.70	0.70
D12S2L	81.9043	84.56	1	3.0000	5	0.00	0.70	0.01
			2	51.5714	52		0.70	0.49
E12S2L	85.4971	90.03	1	0.5870	1	0.00	0.99	0.49
			2	3.3044	4		0.99	0.49
			3	5.8986	7		0.99	0.49
			4	11.5253	12		0.99	0.70
			5	15.6304	16		0.99	0.70
			6	22.3261	23		0.99	0.70
F12S2L	85.5103	88.56	1	0.3162	0	0.00	0.99	0.01
			2	3.0274	3		0.99	0.01
			3	6.1016	6		0.99	0.01
			4	11.7269	12		0.01	0.01
			5	15.8151	17		0.01	0.01
			6	22.1738	23		0.01	0.01
G12S2L	85.4971	90.56	1	0.5870	1	0.00	0.70	0.49
			2	3.3043	4		0.70	0.49
			3	5.8986	6		0.70	0.49
			4	11.5254	12		0.01	0.01
			5	15.6304	16		0.01	0.01
			6	22.3261	24		0.01	0.01

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B1S1M	71.2176	72.00	1	71.2176	72	0.00	0.70	0.49
C1S1M	71.2176	72.00	1	71.2176	72	0.00	0.70	0.49
D1S1M	71.2176	72.00	1	71.2176	72	0.00	0.70	0.49
E1S1M	78.0000	78.00	1	16.0000	16	0.00	0.99	0.99
			2	24.0000	24		0.99	0.99
			3	38.0000	38		0.99	0.99
F1S1M	* 78.0000	78.00	1	16.0000	16	0.00	0.99	0.01
			2	24.0000	24		0.99	0.01
			3	38.0000	38		0.99	0.01
G1S1M	78.0000	79.00	1	16.0000	16	0.00	0.99	0.01
			2	24.0000	25		0.99	0.01
			3	38.0000	38		0.99	0.01
B12S1M	60.4350	61.20	1	0.0000	0	0.00	0.99	0.01
			2	39.5000	40		0.49	0.49
G12S1M	60.4350	62.73	1	0.0000	0	0.00	0.99	0.01
			2	39.5000	41		0.99	0.49
D12S1M	60.4350	62.73	1	0.0000	0	0.00	0.99	0.01
			2	39.5000	41		0.99	0.01
E12S1M	64.1160	66.67	1	0.0000	0	0.00	0.99	0.01
			2	3.2000	3		0.99	0.01
			3	4.0000	4		0.99	0.01
			4	9.0000	10		0.01	0.01
			5	11.2000	12		0.01	0.01
			6	17.0000	17		0.01	0.01
F12S1M	64.1160	64.61	1	0.0000	0	0.00	0.70	0.01
			2	3.2000	4		0.70	0.01
			3	4.0000	4		0.70	0.01
			4	9.0000	9		0.99	0.99
			5	11.2000	11		0.99	0.99
			6	17.0000	17		0.99	0.99
G12S1M	64.1160	67.67	1	0.0000	0	0.00	0.70	0.01
			2	3.2000	4		0.70	0.01
			3	4.0000	4		0.70	0.01
			4	9.0000	11		0.99	0.70
			5	11.2000	11		0.99	0.70
			6	17.0000	17		0.99	0.70

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B1S2M	71.9409	73.00	1	71.9409	73	0.00	0.70	0.01
C1S2M	71.9409	73.00	1	71.9409	73	0.00	0.99	0.49
D1S2M	71.9409	73.00	1	71.9409	73	0.00	0.99	0.70
E1S2M	78.3333	81.00	1	16.0000	16	0.00	0.99	0.01
			2	24.3333	26		0.99	0.01
			3	38.0000	39		0.99	0.01
F1S2M	78.3333	79.00	1	16.0000	16	0.00	0.99	0.49
			2	24.3333	25		0.99	0.49
			3	38.0000	38		0.99	0.49
G1S2M	78.3333	80.00	1	16.0000	16	0.00	0.70	0.01
			2	24.3333	26		0.70	0.01
			3	38.0000	38		0.70	0.01
B12S2M	62.5333	64.73	1	1.3333	2	0.00	0.70	0.49
			2	40.0000	41		0.70	0.70
C12S2M	62.5400	65.73	1	1.6418	3	0.00	0.99	0.49
			2	39.8027	41		0.99	0.70
D12S2M	62.5333	64.73	1	1.3334	2	0.00	0.99	0.01
			2	40.0000	41		0.70	0.49
E12S2M	65.3030	72.14	1	3.8944	5	0.00	0.70	0.70
			2	4.0292	5		0.70	0.70
			3	3.6764	4		0.70	0.70
			4	7.2101	8		0.70	0.70
			5	10.6472	12		0.70	0.70
			6	17.2427	18		0.70	0.70
F12S2M	65.3075	68.61	1	3.8750	4	0.00	0.99	0.70
			2	3.8750	4		0.99	0.70
			3	3.6250	4		0.99	0.70
			4	7.2188	8		0.49	0.01
			5	10.7500	11		0.49	0.01
			6	17.2813	18		0.49	0.01
G12S2M	65.3030	73.67	1	3.8901	4	0.00	0.70	0.01
			2	4.0324	6		0.70	0.01
			3	3.6775	4		0.70	0.01
			4	7.2130	8		0.01	0.01
			5	10.6451	12		0.01	0.01
			6	17.2419	19		0.01	0.01

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B1S1N	47.7857	49.00	1	47.7857	49	0.00	0.99	0.01
C1S1N	47.7857	49.00	1	47.7857	49	0.00	0.99	0.01
D1S1N	47.7857	49.00	1	47.7857	49	0.00	0.99	0.49
E1S1N	51.8667	54.00	1	10.2000	11	0.00	0.70	0.01
			2	16.6667	17		0.70	0.01
			3	25.0000	26		0.70	0.01
F1S1N	51.8667	53.00	1	10.2000	11	0.00	0.99	0.49
			2	16.6667	17		0.99	0.49
			3	25.0000	25		0.99	0.49
G1S1N	51.8667	54.00	1	10.2000	11	0.00	0.99	0.01
			2	16.6667	17		0.99	0.01
			3	25.0000	26		0.99	0.01
B12S1N	40.6411	43.78	1	2.2332	4	0.00	0.99	0.49
			2	25.1032	26		0.99	0.70
C12S1N	40.6411	43.78	1	2.2332	4	0.00	0.99	0.49
			2	25.1032	26		0.99	0.70
D12S1N	40.6411	44.78	1	2.2332	5	0.00	0.99	0.01
			2	25.1032	26		0.99	0.70
E12S1N	43.1933	46.25	1	3.0000	3	0.00	0.99	0.49
			2	1.8333	2		0.99	0.49
			3	3.0000	3		0.99	0.49
			4	4.5000	5		0.70	0.49
			5	7.6111	9		0.70	0.49
			6	11.0000	11		0.70	0.49
F12S1N	43.2020	44.72	1	3.0000	3	0.00	0.49	0.49
			2	1.4000	2		0.49	0.49
			3	3.0000	3		0.49	0.49
			4	4.5000	5		0.01	0.01
			5	7.9000	8		0.01	0.01
			6	11.0000	11		0.01	0.01
G12S1N	43.1933	46.25	1	3.0000	3	0.30	0.99	0.01
			2	1.8333	2		0.99	0.01
			3	3.0000	3		0.99	0.01
			4	4.5000	5		0.70	0.01
			5	7.6111	9		0.70	0.01
			6	11.0000	11		0.70	0.01

PROBLEMA		VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
		PL	INT		PL	INT			
B1S2N		40.0000	40.00	1	40.0000	40	0.00	0.49	0.49
C1S2N	*	40.0000	41.00	1	40.0000	41	0.00	0.99	0.01
D1S2N		40.0000	41.00	1	40.0000	41	0.00	0.99	0.01
E1S2N		41.2000	42.00	1	15.2000	16	0.00	0.99	0.01
				2	26.0000	26		0.99	0.01
F1S2N	*	41.2000	42.00	1	15.2000	16	0.00	0.99	0.01
				2	26.0000	26		0.99	0.01
G1S2N		41.2000	42.00	1	15.2000	16	0.00	0.99	0.01
				2	26.0000	26		0.99	0.01
B12S2N		34.7107	37.13	1	3.8676	5	0.00	0.99	0.01
				2	20.1589	21		0.99	0.49
C12S2N		34.7116	36.13	1	3.9312	4	0.30	0.99	0.01
				2	20.1179	21		0.49	0.01
D12S2N		34.7107	37.13	1	3.8676	5	0.00	0.99	0.01
				2	20.1589	21		0.99	0.70
E12S2N		35.5477	37.07	1	5.6751	6	0.00	0.49	0.49
				2	2.1227	2		0.49	0.49
				3	6.1372	6		0.70	0.70
				4	12.0000	13		0.70	0.70
F12S2N		35.5499	36.54	1	6.7467	7	0.00	0.49	0.49
				2	2.1200	2		0.49	0.49
				3	5.4400	6		0.01	0.01
				4	12.0000	12		0.01	0.01
G12S2N		35.5477	38.60	1	5.6751	6	0.00	0.49	0.49
				2	2.1227	2		0.49	0.49
				3	6.1372	7		0.70	0.70
				4	12.0000	13		0.70	0.70

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B1T1L	97.7500	99.00	1	97.7500	99	0.00	0.99	0.01
C1T1L	97.7500	99.00	1	97.7500	99	0.00	0.99	0.70
D1T1L	97.7500	99.00	1	97.7500	99	0.00	0.99	0.01
E1T1L	102.9000	104.00	1	20.4000	21	0.00	0.99	0.49
			2	34.0000	34		0.99	0.49
			3	48.5000	49		0.99	0.49
F1T1L	102.9000	104.00	1	20.4000	21	0.00	0.99	0.49
			2	34.0000	34		0.99	0.49
			3	48.5000	49		0.99	0.49
G1T1L	102.9000	104.00	1	20.4000	21	0.00	0.99	0.01
			2	34.0000	34		0.99	0.01
			3	48.5000	49		0.99	0.01
B12T1L	79.2131	82.56	1	3.0000	3	0.00	0.70	0.01
			2	49.8125	52		0.99	0.01
C12T1L	79.2131	82.03	1	3.0000	4	0.00	0.99	0.49
			2	49.8125	51		0.70	0.49
D12T1L	79.2131	82.03	1	3.0000	4	0.00	0.70	0.49
			2	49.8125	51		0.70	0.49
E12T1L	84.0095	86.91	1	0.0000	0	0.00	0.99	0.49
			2	4.4000	5		0.99	0.49
			3	9.0000	10		0.99	0.49
			4	11.2500	12		0.99	0.49
			5	14.9000	15		0.99	0.49
			6	20.0000	20		0.99	0.49
F12T1L	84.0095	85.91	1	0.0000	0	0.00	0.99	0.49
			2	4.4000	5		0.99	0.49
			3	9.0000	9		0.99	0.49
			4	11.2500	12		0.99	0.49
			5	14.9000	15		0.99	0.49
			6	20.0000	20		0.99	0.49
G12T1L	84.0095	88.44	1	0.0000	0	0.00	0.99	0.01
			2	4.4000	5		0.99	0.01
			3	9.0000	10		0.99	0.01
			4	11.2500	13		0.99	0.49
			5	14.9000	15		0.99	0.49
			6	20.0000	20		0.99	0.49

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B12T1L2	79.2131	82.03	1	3.0000	4	0.00	0.70	0.49
			2	49.8125	51			
C12T1L2	79.2131	82.03	1	3.0000	4	0.00	0.99	0.49
			2	49.8125	51			
D12T1L2	79.2131	82.03	1	3.0000	4	0.00	0.70	0.49
			2	49.8125	51			
E12T1L2	84.3950	86.91	1	0.0000	0	0.00	0.99	0.49
			2	3.2500	4			
			3	10.0000	11			
			4	11.3750	12			
			5	15.8750	16			
			6	19.2500	19			
F12T1L2	84.3950	86.91	1	0.0000	0	0.00	0.99	0.49
			2	3.2500	4			
			3	10.0000	11			
			4	11.3750	12			
			5	15.8750	16			
			6	19.2500	19			
G12T1L2	84.3950	INFAC.						

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B1T1M	71.2176	72.00	1	71.2176	72	0.00	0.70	0.49
C1T1M	71.2177	72.00	1	71.2177	72	0.00	0.70	0.49
D1T1M	71.2176	72.00	1	71.2176	72	0.00	0.70	0.49
E1T1M	80.0000	81.00	1	18.0000	18	0.00	0.99	0.01
			2	24.0000	25		0.99	0.01
			3	38.0000	38		0.99	0.01
F1T1M	80.0000	80.00	1	18.0000	18	0.00	0.99	0.01
			2	24.0000	24		0.99	0.01
			3	38.0000	38		0.99	0.01
G1T1M	80.0000	80.00	1	18.0000	18	0.00	0.49	0.49
			2	24.0000	24		0.49	0.49
			3	38.0000	38		0.49	0.49
B12T1M	60.4350	62.73	1	0.0000	0	0.00	0.99	0.01
			2	39.5000	41		0.99	0.49
C12T1M	60.4350	61.20	1	0.0000	0	0.00	0.99	0.01
			2	39.5000	40		0.70	0.49
D12T1M	60.4350	61.20	1	0.0000	0	0.00	0.99	0.01
			2	39.5000	40		0.49	0.49
E12T1M	64.7114	66.14	1	0.0000	0	0.00	0.99	0.49
			2	4.2069	4		0.99	0.49
			3	4.0000	4		0.99	0.49
			4	9.1034	10		0.99	0.01
			5	10.8276	11		0.99	0.01
			6	17.0000	17		0.99	0.01
F12T1M	64.7114	66.14	1	0.0000	0	0.00	0.99	0.01
			2	4.2069	4		0.99	0.01
			3	4.0000	4		0.99	0.01
			4	9.1034	10		0.99	0.01
			5	10.8276	11		0.99	0.01
			6	17.0000	17		0.99	0.01
G12T1M	64.7114	INFAC.						

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t	
	PL	INT		PL	INT				
B1T1N	47.7857	49.00	1	47.7857	49	0.00	0.99	0.49	
C1T1N	47.7857	49.00	1	47.7857	49	0.00	0.99	0.49	
D1T1N	47.7857	49.00	1	47.7857	49	0.00	0.99	0.49	
E1T1N	55.6667	56.00	1	14.0000	14	0.00	0.70	0.01	
			2	16.6667	17		0.70	0.01	
			3	25.0000	25		0.70	0.01	
F1T1N	*	55.6667	56.00	1	14.0000	14	0.00	0.99	0.49
				2	16.6667	17		0.99	0.49
				3	25.0000	25		0.99	0.49
G1T1N	55.6667	57.00	1	14.0000	14	0.00	0.49	0.01	
			2	16.6667	17		0.49	0.01	
			3	25.0000	26		0.49	0.01	
B12T1N	40.6411	43.78	1	2.2332	4	0.00	0.99	0.49	
			2	25.1032	26		0.99	0.70	
C12T1N	40.6411	43.78	1	2.2332	4	0.00	0.99	0.49	
			2	25.1032	26		0.99	0.70	
D12T1N	40.6411	44.78	1	2.2332	5	0.00	0.49	0.01	
			2	25.1032	26		0.99	0.99	
E12T1N	43.7200	43.72	1	1.0000	1	0.00	0.01	0.01	
			2	3.0000	3		0.01	0.01	
			3	3.0000	3		0.01	0.01	
			4	6.0000	6		0.70	0.49	
			5	7.0000	7		0.70	0.49	
			6	11.0000	11		0.70	0.49	
F12T1N	43.7200	43.72	1	1.0000	1	0.00	0.01	0.01	
			2	3.0000	3		0.01	0.01	
			3	3.0000	3		0.01	0.01	
			4	6.0000	6		0.99	0.70	
			5	7.0000	7		0.99	0.70	
			6	11.0000	11		0.99	0.70	
G12T1N	43.7200	52.84	1	1.0000	2	0.00	3.99	0.30	
			2	3.0000	4		3.99	0.30	
			3	3.0000	4		3.99	0.30	
			4	6.0000	8		3.99	0.30	
			5	7.0000	8		3.99	0.30	
			6	11.0000	12		3.99	0.30	

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B1T2N	40.0000	41.00	1	40.0000	41	0.00	0.99	0.01
C1T2N *	40.0000	41.00	1	40.0000	41	0.00	0.99	0.01
D1T2N	40.0000	41.00	1	40.0000	41	0.00	0.99	0.01
E1T2N	41.2000	42.00	1	15.2000	16	0.00	0.99	0.01
			2	26.0000	26		0.99	0.01
F1T2N *	41.2000	42.00	1	15.2000	16	0.00	0.99	0.01
			2	26.0000	26		0.99	0.01
G1T2N	41.2000	42.00	1	15.2000	16	0.00	0.99	0.99
			2	26.0000	26		0.99	0.99
B12T2N	34.7107	36.13	1	3.8675	4	0.00	0.49	0.49
			2	20.1589	21		0.70	0.01
C12T2N	34.7116	36.13	1	3.9312	4	0.00	0.99	0.70
			2	20.1179	21		0.99	0.49
D12T2N	34.7107	37.13	1	3.8676	5	0.00	0.99	0.01
			2	20.1589	21		0.99	0.70
E12T2N	35.5477	37.07	1	5.6751	6	0.00	0.49	0.49
			2	2.1227	2		0.49	0.49
			3	6.1372	6		0.70	0.70
			4	12.0000	13		0.70	0.70
F12T2N	35.5499	36.54	1	6.7467	7	0.00	0.49	0.49
			2	2.1200	2		0.49	0.49
			3	5.4400	6		0.01	0.01
			4	12.0000	12		0.01	0.01
G12T2N	35.5477	40.13	1	5.6751	6	0.00	0.49	0.49
			2	2.1227	2		0.49	0.49
			3	6.1372	7		0.99	0.70
			4	12.0000	14		0.99	0.70

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B1U1L	117.5000	119.00	1	117.5000	119	0.00	0.99	0.01
C1U1L	117.5000	119.00	1	117.5000	119	0.00	0.99	0.01
D1U1L	117.5000	119.00	1	117.5000	119	0.00	0.99	0.01
E1U1L	124.1000	125.00	1	24.6000	25	0.00	0.99	0.49
			2	41.0000	41		0.99	0.49
			3	58.5000	59		0.99	0.49
F1U1L	124.1000	125.00	1	24.6000	25	0.00	0.99	0.49
			2	41.0000	41		0.99	0.49
			3	58.5000	59		0.99	0.49
G1U1L	124.1000	125.00	1	24.6000	25	0.00	0.99	0.70
			2	41.0000	41		0.99	0.70
			3	58.5000	59		0.99	0.70
B12U1L	97.0903	99.86	1	3.5641	5	0.00	0.70	0.70
			2	61.1282	62		0.70	0.49
C12U1L	97.0903	99.86	1	3.5641	5	0.00	0.70	0.49
			2	61.1282	62		0.99	0.49
D12U1L	97.0903	99.86	1	3.5641	5	0.00	0.99	0.49
			2	61.1282	62		0.49	0.49
E12U1L	101.9113	107.27	1	0.2178	1	0.00	0.99	0.49
			2	0.8911	2		0.99	0.49
			3	11.7822	14		0.99	0.49
			4	13.8639	15		0.99	0.99
			5	20.9059	21		0.99	0.99
			6	23.4134	23		0.99	0.99
F12U1L	102.0741	106.33	1	0.2347	0	0.00	0.99	0.70
			2	0.4007	1		0.99	0.70
			3	12.0000	12		0.99	0.70
			4	13.9738	15		0.70	0.01
			5	21.2329	22		0.70	0.01
			6	23.2500	24		0.70	0.01
G12U1L	101.9113	108.33	1	0.2178	1	0.30	0.01	0.01
			2	0.8911	1		0.01	0.01
			3	11.7822	13		0.01	0.01
			4	13.8639	15		0.99	0.49
			5	20.9059	22		0.99	0.49
			6	23.4134	24		0.99	0.49

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B1U1M	96.2500	97.00	1	96.2500	97	0.00	0.99	0.49
C1U1M	96.2500	97.00	1	96.2500	97	0.00	0.99	0.70
D1U1M	96.2500	97.00	1	96.2500	97	0.00	0.70	0.49
E1U1M	100.1667	101.00	1	20.0000	20	0.00	0.70	0.01
			2	31.6667	32		0.70	0.01
			3	48.5000	49		0.70	0.01
F1U1M	100.4333	102.00	1	19.6000	20	0.00	0.99	0.01
			2	32.3333	33		0.99	0.01
			3	48.5000	49		0.99	0.01
G1U1M	100.1667	101.00	1	20.0000	20	0.00	0.70	0.01
			2	31.6667	32		0.70	0.01
			3	48.5000	49		0.70	0.01
B12U1M	79.9201	81.56	1	1.9606	2	0.00	0.70	0.49
			2	50.9539	52		0.70	0.49
C12U1M	79.9201	81.56	1	1.9606	2	0.00	0.70	0.49
			2	50.9539	52		0.49	0.49
D12U1M	79.9201	82.56	1	1.9606	3	0.00	0.99	0.49
			2	50.9539	52		0.99	0.70
E12U1M	82.9880	88.50	1	2.0009	3	0.00	0.49	0.49
			2	4.3131	5		0.49	0.49
			3	3.8832	4		0.49	0.49
			4	10.5301	11		0.70	0.70
			5	14.4579	16		0.70	0.70
			6	22.5876	23		0.70	0.70
F12U1M	83.0438	84.97	1	2.0000	2	0.00	0.99	0.49
			2	3.5789	4		0.99	0.49
			3	3.9342	4		0.99	0.49
			4	10.5625	11		0.49	0.01
			5	14.9474	15		0.49	0.01
			6	22.5493	23		0.49	0.01
G12U1M	82.9880	90.03	1	2.0009	3	0.00	0.01	0.01
			2	4.3131	5		0.01	0.01
			3	3.8832	4		0.01	0.01
			4	10.5301	11		0.70	0.70
			5	14.4579	16		0.70	0.70
			6	22.5876	24		0.70	0.70

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B1U1N	69.2128	70.00	1	69.2128	70	0.00	0.70	0.49
C1U1N	69.2128	70.00	1	69.2128	70	0.00	0.99	0.49
D1U1N	69.2128	70.00	1	69.2128	70	0.00	0.70	0.01
E1U1N	73.3833	75.00	1	14.8000	15	0.00	0.70	0.01
			2	24.0833	24		0.70	0.01
			3	34.5000	36		0.70	0.01
F1U1N	73.4818	75.00	1	14.8000	15	0.00	0.99	0.70
			2	24.1818	25		0.99	0.70
			3	34.5000	35		0.99	0.70
G1U1N	73.3833	76.00	1	14.8000	15	0.00	0.49	0.01
			2	24.0833	24		0.49	0.01
			3	34.5000	37		0.49	0.01
B12U1N	60.3605	62.61	1	6.2108	6	0.00	0.70	0.70
			2	35.3920	37		0.49	0.01
C12U1N	60.3809	63.08	1	6.7982	8	0.00	0.99	0.49
			2	35.0213	36		0.70	0.49
D12U1N	60.3605	63.08	1	6.2108	8	0.00	0.49	0.01
			2	35.3920	36		0.99	0.99
E12U1N	62.4615	70.73	1	3.3647	4	0.30	0.99	0.01
			2	1.6235	2		0.99	0.01
			3	1.9137	2		0.99	0.01
			4	7.8507	8		0.01	0.01
			5	11.6480	13		0.01	0.01
			6	16.8147	20		0.01	0.01
F12U1N	62.5647	66.14	1	4.1404	4	0.00	0.49	0.49
			2	1.7274	2		0.49	0.49
			3	2.0779	2		0.49	0.49
			4	7.3837	8		0.49	0.01
			5	11.6234	12		0.49	0.01
			6	16.6916	18		0.49	0.01
G12U1N	62.4615	72.26	1	3.3647	4	0.00	0.70	0.49
			2	1.6235	2		0.70	0.49
			3	1.9137	2		0.70	0.49
			4	7.8506	8		0.49	0.01
			5	11.6480	13		0.49	0.01
			6	16.8147	21		0.49	0.01

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B1V1L2	119.5000	120.00	1	119.5000	120	0.00	0.49	0.49
C1V1L2	119.5000	120.00	1	119.5000	120	0.00	0.70	0.49
D1V1L2	119.5000	121.00	1	119.5000	121	0.00	0.99	0.01
E1V1L2	125.3333	127.00	1	25.0000	25	0.00	0.99	0.01
			2	41.3333	42		0.99	0.01
			3	59.0000	60		0.99	0.01
F1V1L2	125.3333	126.00	1	25.0000	25	0.00	0.99	0.70
			2	41.3333	42		0.99	0.70
			3	59.0000	59		0.99	0.70
G1V1L2	125.3333	127.00	1	25.0000	25	0.00	0.99	0.01
			2	41.3333	42		0.99	0.01
			3	59.0000	60		0.99	0.01
B12V1L2	98.2354	100.39	1	3.8462	4	0.00	0.49	0.49
			2	61.6923	63		0.70	0.49
C12V1L2	98.2368	100.39	1	3.8389	4	0.30	0.99	0.49
			2	61.6980	63		0.70	0.01
D12V1L2	98.2354	100.39	1	3.8462	4	0.00	0.49	0.01
			2	61.6923	63		0.70	0.01
E12V1L2	102.9987	107.27	1	0.7221	1	0.00	0.49	0.01
			2	2.5663	3		0.49	0.01
			3	11.3783	13		0.49	0.01
			4	13.8112	15		0.49	0.49
			5	19.9558	20		0.49	0.49
			6	23.9663	24		0.49	0.49
F12V1L2	103.1417	107.33	1	0.3511	1	0.00	0.99	0.49
			2	0.5532	1		0.99	0.49
			3	12.0000	12		0.99	0.49
			4	14.1809	15		0.99	0.70
			5	21.2979	22		0.99	0.70
			6	23.5000	24		0.99	0.70
G12V1L2	102.9987	109.33	1	0.7161	1	0.00	0.01	0.01
			2	2.5481	3		0.01	0.01
			3	11.4025	12		0.01	0.01
			4	13.8173	15		0.49	0.49
			5	19.9679	21		0.49	0.49
			6	23.9482	25		0.49	0.49

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B1V1M	98.7500	100.00	1	98.7500	100	0.00	0.99	0.49
C1V1M	98.7500	100.00	1	98.7500	100	0.00	0.99	0.01
D1V1M	98.7500	100.00	1	98.7500	100	0.00	0.99	0.49
E1V1M	106.1333	108.00	1	21.8000	22	0.00	0.99	0.49
			2	33.3333	34		0.99	0.49
			3	51.0000	52		0.99	0.49
F1V1M	106.1333	107.00	1	21.8000	22	0.00	0.99	0.01
			2	33.3333	34		0.99	0.01
			3	51.0000	51		0.99	0.01
G1V1M	106.1333	108.00	1	21.8000	22	0.00	0.99	0.01
			2	33.3333	34		0.99	0.01
			3	51.0000	52		0.99	0.01
B12V1M	85.1988	87.68	1	1.5331	2	0.00	0.99	0.01
			2	54.6835	56		0.99	0.49
C12V1M	85.2067	87.68	1	1.4004	2	0.00	0.99	0.49
			2	54.7754	56		0.99	0.49
D12V1M	85.1988	87.68	1	1.5333	2	0.00	0.99	0.01
			2	54.6833	56		0.99	0.01
E12V1M	89.0407	96.50	1	8.1202	9	0.00	0.70	0.01
			2	4.3863	5		0.70	0.01
			3	5.7604	6		0.70	0.01
			4	8.1851	9		0.01	0.01
			5	15.3927	16		0.01	0.01
			6	22.6797	25		0.01	0.01
F12V1M	89.0632	93.97	1	7.5246	8	0.00	0.99	0.99
			2	4.5796	5		0.99	0.99
			3	5.3874	6		0.99	0.99
			4	8.4983	9		0.99	0.49
			5	15.3210	16		0.99	0.49
			6	22.9595	24		0.99	0.49
G12V1M	89.0407	101.62	1	8.1202	8	0.00	0.99	0.49
			2	4.3862	5		0.99	0.49
			3	5.7604	6		0.99	0.49
			4	8.1850	10		0.49	0.01
			5	15.3927	17		0.49	0.01
			6	22.6797	27		0.49	0.01

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B1V1N	81.3333	82.00	1	81.3333	82	0.00	0.70	0.49
C1V1N	81.3333	82.00	1	81.3333	82	0.00	0.70	0.70
D1V1N	81.3333	83.00	1	81.3333	83	0.00	0.99	0.01
E1V1N	85.4000	88.00	1	16.8000	17	0.00	0.70	0.49
			2	27.6000	28		0.70	0.49
			3	41.0000	43		0.70	0.49
F1V1N	85.4000	86.00	1	16.8000	17	0.00	0.70	0.70
			2	27.6000	28		0.70	0.70
			3	41.0000	41		0.70	0.70
G1V1N	85.4000	89.00	1	16.8000	17	0.00	0.99	0.49
			2	27.6000	28		0.99	0.49
			3	41.0000	44		0.99	0.49
B12V1N	69.4700	72.26	1	6.9959	8	0.00	0.99	0.01
			2	40.8327	42		0.99	0.49
C12V1N	69.4949	72.26	1	7.1833	8	0.30	0.99	0.49
			2	40.7265	42		0.49	0.49
D12V1N	69.4700	72.26	1	6.9959	8	0.00	0.70	0.01
			2	40.8327	42		0.70	0.01
E12V1N	71.4664	77.32	1	3.5531	4	0.00	0.49	0.49
			2	1.3985	2		0.49	0.49
			3	3.6603	4		0.49	0.49
			4	8.5090	9		0.01	0.01
			5	13.5677	15		0.01	0.01
			6	19.0048	20		0.01	0.01
F12V1N	71.5342	75.79	1	4.8333	5	0.00	0.49	0.01
			2	0.7332	1		0.49	0.01
			3	3.6751	4		0.49	0.01
			4	7.7092	8		0.99	0.70
			5	14.0112	15		0.99	0.70
			6	18.9937	20		0.99	0.70
G12V1N	71.4664	80.38	1	3.5532	4	0.00	0.49	0.01
			2	1.3985	2		0.49	0.01
			3	3.6604	4		0.49	0.01
			4	8.5089	9		0.99	0.49
			5	13.5677	16		0.99	0.49
			6	19.0047	21		0.99	0.49

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B1W1L	74.3750	75.00	1	74.3750	75	0.00	0.70	0.49
C1W1L *	74.3750	75.00	1	74.3750	75	0.00	0.49	0.49
D1W1L	74.3750	75.00	1	74.3750	75	0.00	0.70	0.49
E1W1L	81.5000	82.00	1	16.0000	16	0.00	0.99	0.01
			2	27.0000	27		0.99	0.01
			3	38.5000	39		0.99	0.01
F1W1L *	81.5000	82.00	1	16.0000	16	0.00	0.99	0.01
			2	27.0000	27		0.99	0.01
			3	38.5000	39		0.99	0.01
G1W1L	81.5000	82.00	1	16.0000	16	0.00	0.99	0.01
			2	27.0000	27		0.99	0.01
			3	38.5000	39		0.99	0.01
B12W1L	61.1919	64.20	1	2.0000	3	0.00	0.99	0.49
			2	38.6875	40		0.70	0.01
C12W1L	61.1919	64.20	1	2.0000	3	0.00	0.99	0.49
			2	38.6875	40		0.70	0.49
D12W1L	61.1919	64.20	1	2.0000	3	0.00	0.70	0.70
			2	38.6875	40		0.99	0.70
E12W1L	65.9325	68.08	1	0.0000	0	0.30	0.99	0.01
			2	4.0000	4		0.99	0.01
			3	8.0000	9		0.99	0.01
			4	8.5000	9		0.70	0.49
			5	11.5000	12		0.70	0.49
			6	15.2500	15		0.70	0.49
F12W1L *	65.9325	68.08	1	0.0000	0	0.00	0.99	0.01
			2	4.0000	4		0.99	0.01
			3	8.0000	9		0.99	0.01
			4	8.5000	9		0.99	0.49
			5	11.5000	12		0.99	0.49
			6	15.2500	15		0.99	0.49
G12W1L	65.9325	68.61	1	0.0000	0	0.00	0.99	0.01
			2	4.0000	4		0.99	0.01
			3	8.0000	8		0.99	0.01
			4	8.5000	9		0.99	0.01
			5	11.5000	12		0.99	0.01
			6	15.2500	16		0.99	0.01

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B1W2L	92.6667	93.00	1	92.6667	93	0.00	0.99	0.49
C1W2L *	92.6667	93.00	1	92.6667	93	0.00	0.99	0.49
D1W2L	92.6667	93.00	1	92.6667	93	0.00	0.99	0.49
E1W2L	97.8333	99.00	1	40.3333	41	0.00	0.99	0.01
			2	57.5000	58		0.99	0.01
F1W2L *	97.8333	99.00	1	40.3333	41	0.00	0.99	0.01
			2	57.5000	58		0.99	0.01
G1W2L	97.8333	99.00	1	40.3333	41	0.00	0.99	0.01
			2	57.5000	58		0.99	0.01
B12W2L	74.1845	76.85	1	7.4000	8	0.00	0.99	0.70
			2	43.6500	45		0.70	0.01
C12W2L	74.2125	74.85	1	6.0000	6	0.00	0.70	0.49
			2	44.5833	45		0.99	0.49
D12W2L	74.1845	77.38	1	7.4000	7	0.00	0.70	0.01
			2	43.6500	46		0.70	0.01
E12W2L	79.0725	80.73	1	6.0000	6	0.00	0.99	0.01
			2	12.0000	12		0.99	0.01
			3	17.1667	18		0.99	0.01
			4	22.7500	23		0.99	0.01
F12W2L	79.0725	80.73	1	6.0000	6	0.00	0.99	0.01
			2	12.0000	12		0.99	0.01
			3	17.1667	18		0.99	0.01
			4	22.7500	23		0.99	0.01
G12W2L	79.0725	80.73	1	6.0000	6	0.00	0.99	0.01
			2	12.0000	12		0.99	0.01
			3	17.1667	18		0.99	0.01
			4	22.7500	23		0.99	0.01

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B1W1M	65.5000	66.00	1	65.5000	66	0.00	0.99	0.49
C1W1M *	65.5000	66.00	1	65.5000	66	0.00	0.99	0.01
D1W1M	65.5000	66.00	1	65.5000	66	0.00	0.99	0.01
E1W1M	67.3333	68.00	1	26.3333	27	0.00	0.99	0.01
			2	41.0000	41		0.99	0.01
F1W1M *	67.3333	68.00	1	26.3333	27	0.00	0.99	0.01
			2	41.0000	41		0.99	0.01
G1W1M	67.3333	68.00	1	26.3333	27	0.00	0.99	0.01
			2	41.0000	41		0.99	0.01
B12W1M	52.5018	55.49	1	4.1429	5	0.00	3.99	0.30
			2	31.6071	33		3.99	0.30
C12W1M	52.5065	53.43	1	5.0000	6	0.00	0.99	0.49
			2	31.0500	31		0.49	0.49
D12W1M	52.5018	55.49	1	4.1429	5	0.00	3.99	0.30
			2	31.6071	33		3.99	0.30
E12W1M	54.5825	58.90	1	7.1250	8	0.99	0.99	0.99
			2	5.0000	5		0.99	0.99
			3	9.7500	11		0.99	0.99
			4	18.0000	19		0.99	0.99
F12W1M	54.5900	INFAC.						
G12W1M	54.5825	57.37	1	7.1250	8	0.99	0.99	0.99
			2	5.0000	5		0.99	0.99
			3	9.7500	11		0.99	0.99
			4	18.0000	18		0.99	0.99

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B1W2M	41.8750	43.00	1	41.8750	43	0.00	0.99	0.01
C1W2M *	41.8750	43.00	1	41.8750	43	0.00	0.99	0.01
D1W2M	41.8750	43.00	1	41.8750	43	0.00	0.99	0.01
E1W2M	43.7333	45.00	1	17.4000	18	0.00	0.70	0.01
			2	26.3333	27		0.70	0.01
F1W2M *	43.7333	45.00	1	17.4000	18	0.00	0.99	0.01
			2	26.3333	27		0.99	0.01
G1W2M	43.7333	45.00	1	17.4000	18	0.00	0.99	0.70
			2	26.3333	27		0.99	0.70
B12W2M	35.6150	38.72	1	0.0000	2	0.00	0.99	0.01
			2	23.2778	24		0.99	0.70
C12W2M	35.6150	38.72	1	0.0000	2	0.00	0.99	0.01
			2	23.2778	24		0.99	0.70
D12W2M	35.6150	38.72	1	0.0000	2	0.00	0.99	0.01
			2	23.2778	24		0.99	0.70
E12W2M	37.2138	39.66	1	0.0000	1	0.00	0.99	0.49
			2	4.0000	5		0.99	0.49
			3	9.8750	10		0.99	0.70
			4	11.8333	12		0.99	0.70
F12W2M	37.2138	39.66	1	0.0000	1	0.00	0.99	0.49
			2	4.0000	5		0.99	0.49
			3	9.8750	10		0.99	0.70
			4	11.8333	12		0.99	0.70
G12W2M	37.2138	39.66	1	0.0000	1	0.00	0.99	0.49
			2	4.0000	5		0.99	0.49
			3	9.8750	10		0.99	0.70
			4	11.8333	12		0.99	0.70

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B1W3M	42.7500	44.00	1	42.7500	44	0.00	0.99	0.01
C1W3M	42.7500	44.00	1	42.7500	44	0.00	0.99	0.01
D1W3M	42.7500	44.00	1	42.7500	44	0.00	0.99	0.01
E1W3M	44.4000	46.00	1	17.4000	18	0.00	0.99	0.49
			2	27.0000	28		0.99	0.49
F1W3M	44.4000	45.00	1	17.4000	18	0.00	0.49	0.49
			2	27.0000	27		0.49	0.49
G1W3M	44.4000	47.00	1	17.4000	18	0.00	0.99	0.01
			2	27.0000	29		0.99	0.01
B12W3M	38.0746	40.72	1	2.0329	4	0.00	0.99	0.49
			2	23.5567	24		0.99	0.99
C12W3M	38.0750	40.25	1	1.9053	2	0.00	0.70	0.01
			2	23.6403	25		0.99	0.01
D12W3M	38.0746	40.25	1	2.0329	2	0.00	0.70	0.49
			2	23.5567	25		0.99	0.01
E12W3M	40.1969	44.13	1	5.4443	6	0.00	0.70	0.49
			2	6.1740	6		0.70	0.49
			3	7.4723	8		0.70	0.49
			4	11.2065	13		0.70	0.49
F12W3M	40.2244	42.60	1	4.8249	6	0.00	0.49	0.49
			2	5.5251	6		0.49	0.49
			3	7.8595	8		0.49	0.49
			4	11.6663	12		0.49	0.49
G12W3M	40.1969	47.66	1	5.4444	6	0.00	0.01	0.01
			2	6.1740	8		0.01	0.01
			3	7.4723	9		0.70	0.70
			4	11.2065	13		0.70	0.70

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B1W1N	17.8000	18.00	1	17.8000	18	0.00	0.99	0.49
C1W1N *	17.8000	18.00	1	17.8000	18	0.00	0.99	0.49
D1W1N	17.8000	18.00	1	17.8000	18	0.00	0.99	0.49
E1W1N	17.8000	18.00	1	17.8000	18	0.00	0.99	0.49
F1W1N *	17.8000	18.00	1	17.8000	18	0.00	0.99	0.49
G1W1N	17.8000	18.00	1	17.8000	18	0.00	0.99	0.49
B12W1N	17.2400	17.24	1	5.0000	5	0.00	0.99	0.01
			2	8.0000	8		0.99	0.49
C12W1N *	17.2400	17.24	1	5.0000	5	0.00	0.99	0.01
			2	8.0000	8		0.99	0.01
D12W1N	17.2400	17.24	1	5.0000	5	0.00	0.99	0.01
			2	8.0000	8		0.99	0.49
E12W1N	17.2400	17.24	1	5.0000	5	0.00	0.99	0.01
			2	8.0000	8		0.99	0.49
F12W1N *	17.2400	17.24	1	5.0000	5	0.00	0.99	0.01
			2	8.0000	8		0.99	0.01
G12W1N	17.2400	17.24	1	5.0000	5	0.00	0.99	0.01
			2	8.0000	8		0.99	0.49

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO			t	FROTA		$\text{Max } \alpha_t$	$\text{Max } \beta_t$	$\text{Min } \beta_t$
	PL	INT			PL	INT			
B1W2N	17.8000	18.00	1	1	17.8000	18	0.00	0.99	0.49
C1W2N *	17.8000	18.00	1	1	17.8000	18	0.00	0.99	0.49
D1W2N	17.8000	18.00	1	1	17.8000	18	0.00	0.99	0.49
E1W2N	17.8000	18.00	1	1	17.8000	18	0.00	0.99	0.49
F1W2N *	17.8000	18.00	1	1	17.8000	18	0.00	0.99	0.49
G1W2N	17.8000	18.00	1	1	17.8000	18	0.00	0.99	0.49
B12W2N	17.3644	20.77	1	1	4.4444	7	0.00	0.99	0.99
			2		8.4444	9			
C12W2N	17.4401	18.24	1	1	4.8286	6	0.00	0.99	0.01
			2		8.2429	8			
D12W2N	17.3644	21.77	1	1	4.4444	8	0.00	0.99	0.01
			2		8.4444	9			
E12W2N	17.3644	18.77	1	1	4.4444	5	0.00	0.99	0.99
			2		8.4444	9			
F12W2N	17.4401	18.24	1	1	4.8286	6	0.00	0.99	0.01
			2		8.2429	8			
G12W2N	17.3644	19.77	1	1	4.4444	6	0.00	0.99	0.01
			2		8.4444	9			

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B1X1M	56.0000	56.00	1	56.0000	56	0.00	0.49	0.49
C1X1M *	56.0000	56.00	1	56.0000	56	0.00	0.49	0.49
D1X1M	56.0000	56.00	1	56.0000	56	0.00	0.70	0.01
E1X1M	59.5000	60.00	1	23.0000	23	0.00	0.99	0.01
			2	36.5000	37		0.99	0.01
F1X1M *	59.5000	60.00	1	23.0000	23	0.00	0.99	0.01
			2	36.5000	37		0.99	0.01
G1X1M	59.5000	60.00	1	23.0000	23	0.00	0.99	0.01
			2	36.5000	37		0.99	0.01
B12X1M	45.7471	46.84	1	4.0000	4	0.00	0.70	0.49
			2	27.2857	28		0.99	0.01
C12X1M	45.7859	48.84	1	4.5454	6	0.00	3.99	0.70
			2	26.9546	28		3.99	0.99
D12X1M	45.7471	47.84	1	4.0000	5	0.00	0.99	0.01
			2	27.2857	28		0.99	0.01
E12X1M	48.3375	50.25	1	8.0000	8	0.00	3.99	0.30
			2	4.0000	4		3.99	0.30
			3	7.5000	8		3.99	0.30
			4	16.2500	17		3.99	0.30
F12X1M	48.3375	INFAC.						
G12X1M	48.3375	50.25	1	8.0000	8	0.00	0.99	0.01
			2	4.0000	4		0.99	0.01
			3	7.5000	8		0.99	0.01
			4	16.2500	17		0.99	0.01

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B1X2M	35.8596	37.00	1	35.8596	37	0.00	0.99	0.49
C1X2M	35.8596	37.00	1	35.8596	37	0.00	0.99	0.49
D1X2M	35.8596	37.00	1	35.8596	37	0.00	0.99	0.49
E1X2M	38.4000	40.00	1	15.4000	16	0.00	0.99	0.01
			2	23.0000	24		0.99	0.01
F1X2M *	38.4000	39.00	1	15.4000	16	0.00	0.99	0.01
			2	23.0000	23		0.99	0.01
G1X2M	38.4000	40.00	1	15.4000	16	0.00	0.99	0.01
			2	23.0000	24		0.99	0.01
B12X2M	31.3650	35.66	1	0.0000	2	0.00	0.99	0.01
			2	20.5000	22		0.99	0.70
C12X2M	31.3650	34.13	1	0.0000	2	0.00	0.99	0.01
			2	20.5000	21		0.99	0.99
D12X2M	31.3650	34.13	1	0.0000	2	0.00	0.99	0.01
			2	20.5000	21		0.99	0.99
E12X2M	32.7513	35.07	1	0.0000	1	0.00	0.99	0.49
			2	4.0000	5		0.99	0.49
			3	8.6250	9		0.99	0.70
			4	10.1667	10		0.99	0.70
F12X2M *	32.7513	35.07	1	0.0000	1	0.00	0.99	0.49
			2	4.0000	5		0.99	0.49
			3	8.6250	9		0.99	0.70
			4	10.1667	10		0.99	0.70
G12X2M	32.7513	35.07	1	0.0000	1	0.00	0.99	0.49
			2	4.0000	5		0.99	0.49
			3	8.6250	9		0.99	0.70
			4	10.1667	10		0.99	0.70

PROBLEMA		VALOR		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
		OBJETIVO			PL	INT			
B1X2M2		36.5833	37.00	1	36.5833	37	0.00	0.99	0.49
C1X2M2	*	36.5833	37.00	1	36.5833	37	0.00	0.70	0.49
D1X2M2		36.5833	37.00	1	36.5833	37	0.00	0.70	0.49
E1X2M2		37.3333	38.00	1	15.0000	15	0.00	0.99	0.01
				2	22.3333	23		0.99	0.01
F1X2M2	*	37.3333	38.00	1	15.0000	15	0.00	0.99	0.01
				2	22.3333	23		0.99	0.01
G1X2M2		37.3333	38.00	1	15.0000	15	0.00	0.99	0.01
				2	22.3333	23		0.99	0.01
B12X2M2		30.6850	34.13	1	0.0000	2	0.00	0.99	0.01
				2	20.0556	21		0.99	0.70
C12X2M2	*	30.6850	34.13	1	0.0000	2	0.00	0.99	0.01
				2	20.0556	21		0.99	0.70
D12X2M2		30.6850	34.13	1	0.0000	2	0.00	0.99	0.01
				2	20.0556	21		0.99	0.70
E12X2M2		32.2213	34.54	1	0.0000	1	0.00	0.99	0.01
				2	5.0000	6		0.99	0.01
				3	8.6250	9		0.99	0.70
				4	9.1667	9		0.99	0.70
F12X2M2	*	32.2213	34.54	1	0.0000	1	0.00	0.99	0.01
				2	5.0000	6		0.99	0.01
				3	8.6250	9		0.99	0.70
				4	9.1667	9		0.99	0.70
G12X2M2		32.2213	34.54	1	0.0000	1	0.00	0.99	0.01
				2	5.0000	6		0.99	0.01
				3	8.6250	9		0.99	0.70
				4	9.1667	9		0.99	0.70

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B1X3M	36.5490	37.00	1	36.5490	37	0.00	0.49	0.49
C1X3M	36.5490	37.00	1	36.5490	37	0.00	0.70	0.70
D1X3M	36.5490	37.00	1	36.5490	37	0.00	0.70	0.70
E1X3M	39.0667	40.00	1	15.4000	16	0.00	0.70	0.01
			2	23.6667	24		0.70	0.01
F1X3M	39.0667	40.00	1	15.4000	16	0.00	0.99	0.49
			2	23.6667	24		0.99	0.49
G1X3M	39.0667	41.00	1	15.4000	16	0.00	0.70	0.01
			2	23.6667	25		0.70	0.01
B12X3M	32.8928	35.66	1	1.2112	2	0.00	0.99	0.01
			2	20.7069	22		0.99	0.01
C12X3M	32.8928	35.66	1	1.2023	2	0.00	0.99	0.01
			2	20.7128	22		0.99	0.01
D12X3M	32.8928	35.66	1	1.2112	2	0.00	0.99	0.01
			2	20.7069	22		0.99	0.01
E12X3M	34.3237	37.60	1	2.7290	3	0.00	0.70	0.70
			2	3.2897	4		0.70	0.70
			3	7.8598	8		0.99	0.99
			4	10.6402	12		0.99	0.99
F12X3M	34.3237	36.07	1	2.7290	3	0.00	0.99	0.99
			2	3.2897	4		0.99	0.99
			3	7.8598	8		0.01	0.01
			4	10.6402	11		0.01	0.01
G12X3M	34.3237	39.60	1	2.7290	5	0.00	0.49	0.01
			2	3.2897	4		0.49	0.01
			3	7.8598	8		0.01	0.01
			4	10.6402	12		0.01	0.01

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B1X3M2	37.5000	38.00	1	37.5000	38	0.00	0.70	0.49
C1X3M2 *	37.5000	38.00	1	37.5000	38	0.00	0.70	0.49
D1X3M2	37.5000	38.00	1	37.5000	38	0.00	0.70	0.49
E1X3M2	38.0392	39.00	1	14.9412	15	0.00	0.99	0.01
			2	23.0980	24		0.99	0.01
F1X3M2	38.0392	39.00	1	14.9412	15	0.00	0.99	0.49
			2	23.0980	24		0.99	0.49
G1X3M2	38.0392	39.00	1	14.9412	15	0.00	0.99	0.01
			2	23.0980	24		0.99	0.01
B12X3M2	32.0996	34.13	1	1.0915	2	0.00	0.70	0.49
			2	20.2668	21		0.99	0.70
C12X3M2	32.0996	34.13	1	1.0915	2	0.00	0.99	0.99
			2	20.2668	21		0.99	0.70
D12X3M2	32.0996	34.13	1	1.0915	2	0.00	0.49	0.01
			2	20.2668	21		0.99	0.70
E12X3M2	33.2817	36.07	1	1.9971	3	0.30	0.49	0.49
			2	3.4636	4		0.49	0.49
			3	7.9927	8		0.70	0.70
			4	10.1910	11		0.70	0.70
F12X3M2	33.2837	36.07	1	2.0354	3	0.00	0.70	0.49
			2	3.4646	4		0.70	0.49
			3	7.9690	8		0.70	0.70
			4	10.1903	11		0.70	0.70
G12X3M2	33.2817	37.60	1	1.9971	3	0.00	0.70	0.01
			2	3.4636	4		0.70	0.01
			3	7.9927	8		0.01	0.01
			4	10.1910	12		0.01	0.01

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO			t	FROTA		$\text{Max } \alpha_t$	$\text{Max } \beta_t$	$\text{Min } \beta_t$
	PL	INT			PL	INT			
B1X2N	11.0000	11.00	1		11.0000	11	0.00	0.99	0.01
C1X2N	*	11.0000	11.00	1	11.0000	11	0.00	0.99	0.49
D1X2N		11.0000	11.00	1	11.0000	11	0.00	0.99	0.01
E1X2N		11.0000	11.00	1	11.0000	11	0.00	0.99	0.01
F1X2N	*	11.0000	11.00	1	11.0000	11	0.00	0.99	0.49
G1X2N		11.0000	11.00	1	11.0000	11	0.00	0.99	0.01
B12X2N		10.8850	12.65	1	4.0000	5	0.00	0.99	0.01
				2	4.5000	5		0.70	0.01
C12X2N		10.8850	12.65	1	4.0000	5	0.00	0.99	0.49
				2	4.5000	5		0.99	0.01
D12X2N		10.8850	12.65	1	4.0000	5	0.00	0.99	0.01
				2	4.5000	5		0.70	0.01
E12X2N		10.8850	12.65	1	4.0000	5	0.00	0.70	0.01
				2	4.5000	5		0.99	0.01
F12X2N		10.8850	12.65	1	4.0000	5	0.00	0.70	0.01
				2	4.5000	5		0.99	0.01
G12X2N		10.8850	12.65	1	4.0000	5	0.00	0.99	0.01
				2	4.5000	5		0.70	0.01

PROBLEMA	VALOR OBJETIVO		t	FROTA		Max α_t	Max β_t	Min β_t
	PL	INT		PL	INT			
B1Y1M	63.5000	65.00	1	63.5000	65	0.00	0.99	0.01
C1Y1M	63.5000	65.00	1	63.5000	65	0.00	0.99	0.49
D1Y1M	63.5000	65.00	1	63.5000	65	0.00	0.99	0.01
E1Y1M	66.0883	68.00	1	14.5455	15	0.00	0.99	0.01
			2	21.1429	22		0.99	0.01
			3	30.4000	31		0.99	0.01
F1Y1M	66.0883	68.00	1	14.5455	15	0.00	0.99	0.01
			2	21.1429	22		0.99	0.01
			3	30.4000	31		0.99	0.01
G1Y1M	66.0883	69.00	1	14.5455	15	0.00	0.99	0.01
			2	21.1429	23		0.99	0.01
			3	30.4000	31		0.99	0.01
B12Y1M	55.8960	58.14	1	0.0000	0	0.00	0.99	0.01
			2	36.5333	38		0.99	0.01
C12Y1M	55.8960	58.14	1	0.0000	0	0.00	0.99	0.01
			2	36.5333	38		0.99	0.01
D12Y1M	55.8960	58.14	1	0.0000	0	0.00	0.99	0.01
			2	36.5333	38		0.99	0.01
E12Y1M	57.9457	63.02	1	1.4286	2	0.00	0.49	0.49
			2	8.2857	9		0.49	0.49
			3	0.0000	0		0.49	0.49
			4	7.7143	8		0.99	0.70
			5	7.8095	9		0.99	0.70
			6	16.0000	17		0.99	0.70
F12Y1M	57.9507	59.96	1	1.4667	2	0.00	0.99	0.01
			2	8.0000	9		0.99	0.01
			3	0.0000	0		0.99	0.01
			4	7.6889	8		0.70	0.49
			5	8.0000	8		0.70	0.49
			6	16.0000	16		0.70	0.49
G12Y1M	57.9457	65.55	1	1.4286	2	0.00	0.99	0.01
			2	8.2857	10		0.99	0.01
			3	0.0000	0		0.99	0.01
			4	7.7143	8		0.99	0.99
			5	7.8095	8		0.99	0.99
			6	16.0000	19		0.99	0.99

A.2 Solução de um Problema

A seguir apresentamos a solução inteira obtida para um dos problemas. Por termos trabalhado, no pacote de Pontos Interiores, com padronização do nome das variáveis com 8 letras, mantivemos este padrão na integralização. Só mostramos as variáveis não nulas, e substituímos T , Q , O , QU , U , STU e F do modelo original respectivamente por TRU, QUE, OCIO, QUEU, UNLO, STO_U e FROTA. Os números que seguem são os índices t , i e p , sendo que os dois primeiros ocupam uma casa decimal e o último ocupa três.

Solução do Problema B12S1L

VAR.	VAL.						
TRU11044	1	TRU11078	1	TRU11104	1	TRU11134	1
TRU12030	1	TRU12071	1	TRU12119	1	TRU13001	1
TRU13052	1	TRU13103	1	TRU21001	3	TRU21003	1
TRU21006	3	TRU21008	1	TRU21011	3	TRU21013	1
TRU21016	1	TRU21017	1	TRU21019	1	TRU21033	1
TRU21038	1	TRU21046	1	TRU21048	1	TRU21050	1
TRU21052	1	TRU21056	1	TRU21057	1	TRU21060	1
TRU21062	1	TRU21063	1	TRU21065	1	TRU21067	1
TRU21068	1	TRU21072	1	TRU21075	1	TRU21077	1
TRU21078	1	TRU21082	1	TRU21094	1	TRU21105	1
TRU21107	1	TRU21108	1	TRU21110	1	TRU21112	1
TRU21113	1	TRU21115	1	TRU21117	1	TRU21119	1
TRU21120	1	TRU21121	1	TRU21123	1	TRU21124	1
TRU21126	1	TRU21127	1	TRU21129	1	TRU22001	3
TRU22002	1	TRU22005	1	TRU22006	3	TRU22007	1
TRU22010	1	TRU22011	3	TRU22013	1	TRU22016	2
TRU22018	1	TRU22033	1	TRU22037	1	TRU22038	1
TRU22042	1	TRU22044	1	TRU22046	1	TRU22048	1
TRU22050	1	TRU22052	1	TRU22056	1	TRU22060	1
TRU22061	1	TRU22063	1	TRU22065	1	TRU22068	1
TRU22070	1	TRU22073	1	TRU22075	1	TRU22080	1
TRU22092	1	TRU22094	1	TRU22095	1	TRU22097	1

Solução de B12S1L - continuação

VAR.	VAL.						
TRU22099	1	TRU22100	1	TRU22101	1	TRU22103	1
TRU22104	1	TRU22105	1	TRU22107	1	TRU22108	1
TRU22110	1	TRU22111	1	TRU22113	1	TRU22115	1
TRU23001	3	TRU23004	2	TRU23006	3	TRU23009	2
TRU23011	3	TRU23014	2	TRU23016	2	TRU23017	1
TRU23032	1	TRU23035	1	TRU23038	1	TRU23041	1
TRU23042	1	TRU23044	1	TRU23046	1	TRU23049	1
TRU23051	1	TRU23055	1	TRU23056	1	TRU23058	1
TRU23060	1	TRU23063	1	TRU23066	1	TRU23070	1
TRU23071	1	TRU23076	1	TRU23079	1	TRU23080	1
TRU23082	1	TRU23083	1	TRU23085	1	TRU23087	2
TRU23089	1	TRU23091	2	TRU23093	1	TRU23095	1
TRU23097	1	TRU23098	1	TRU23100	1	TRU23101	1
QUEU1068	1	QUEU1069	1	QUEU1153	1	QUEU1154	1
QUEU1155	1	QUEU1156	1	QUEU1157	2	QUEU1158	2
QUEU1159	2	QUEU2045	1	QUEU2049	1	QUEU2059	1
QUEU2137	1	QUEU2144	1	QUEU2148	1	QUEU2149	1
QUEU2150	1	QUEU2151	1	QUEU2153	1	QUEU2155	1
UNLO1051	1	UNLO1069	1	UNLO1070	1	UNLO1102	1
UNLO1103	1	UNLO1109	1	UNLO1129	1	UNLO1159	1
UNLO1160	2	UNLO2030	3	UNLO2032	1	UNLO2035	3
UNLO2037	1	UNLO2040	3	UNLO2042	1	UNLO2044	3
UNLO2045	1	UNLO2046	2	UNLO2048	2	UNLO2049	2
UNLO2050	2	UNLO2053	1	UNLO2054	3	UNLO2056	1
UNLO2058	3	UNLO2059	1	UNLO2060	1	UNLO2061	3
UNLO2062	1	UNLO2063	3	UNLO2066	2	UNLO2067	1
UNLO2068	3	UNLO2071	2	UNLO2073	2	UNLO2074	1
UNLO2075	1	UNLO2076	1	UNLO2077	1	UNLO2079	1
UNLO2080	1	UNLO2081	2	UNLO2085	2	UNLO2086	1
UNLO2087	1	UNLO2089	3	UNLO2091	2	UNLO2092	2
UNLO2093	1	UNLO2094	1	UNLO2095	2	UNLO2096	1

Solução de B12S1L - continuação

VAR.	VAL.						
UNLO2097	1	UNLO2098	1	UNLO2099	2	UNLO2101	2
UNLO2103	2	UNLO2104	2	UNLO2106	3	UNLO2107	1
UNLO2108	2	UNLO2111	2	UNLO2112	1	UNLO2113	2
UNLO2115	1	UNLO2116	1	UNLO2117	1	UNLO2118	1
UNLO2120	1	UNLO2123	3	UNLO2127	1	UNLO2128	1
UNLO2133	1	UNLO2134	1	UNLO2135	1	UNLO2136	2
UNLO2137	2	UNLO2138	2	UNLO2139	2	UNLO2140	2
UNLO2141	1	UNLO2142	3	UNLO2143	1	UNLO2144	3
UNLO2145	1	UNLO2146	3	UNLO2147	1	UNLO2148	3
UNLO2149	1	UNLO2150	3	UNLO2151	1	UNLO2152	3
UNLO2153	1	UNLO2154	3	UNLO2155	1	UNLO2156	3
UNLO2157	1	UNLO2158	3				
OCIO1026	2	OCIO1027	2	OCIO1028	2	OCIO1029	2
OCIO1030	1	OCIO1031	1	OCIO1032	1	OCIO1033	1
OCIO1034	1	OCIO1035	1	OCIO1036	1	OCIO1037	1
OCIO1038	1	OCIO1039	1	OCIO1040	1	OCIO1041	1
OCIO1042	1	OCIO1043	1	OCIO1070	1	OCIO1071	1
OCIO1072	1	OCIO1073	1	OCIO1074	1	OCIO1075	1
OCIO1076	1	OCIO1077	1	OCIO1110	1	OCIO1111	1
OCIO1112	1	OCIO1113	1	OCIO1114	1	OCIO1115	1
OCIO1116	1	OCIO1117	1	OCIO1118	1	OCIO1130	1
OCIO1131	1	OCIO1132	1	OCIO1133	1	OCIO2031	2
OCIO2032	4	OCIO2033	2	OCIO2034	3	OCIO2035	2
OCIO2036	2	OCIO2037	4	OCIO2038	1	OCIO2039	2
OCIO2040	2	OCIO2041	1	OCIO2042	2	OCIO2043	2
OCIO2044	1	OCIO2045	1	OCIO2046	1	OCIO2047	2
OCIO2048	2	OCIO2049	1	OCIO2050	1	OCIO2051	2
OCIO2052	2	OCIO2053	2	OCIO2054	2	OCIO2055	2
OCIO2056	2	OCIO2057	1	OCIO2058	1	OCIO2059	1
OCIO2060	1	OCIO2061	1	OCIO2062	1	OCIO2063	1

Solução de B12S1L - continuação

VAR.	VAL.						
OCIO2064	2	OCIO2065	3	OCIO2066	2	OCIO2067	1
OCIO2068	1	OCIO2069	2	OCIO2070	3	OCIO2071	2
OCIO2072	1	OCIO2073	2	OCIO2074	2	OCIO2075	2
OCIO2076	2	OCIO2077	2	OCIO2078	2	OCIO2079	2
OCIO2081	1	OCIO2083	1	OCIO2084	1	OCIO2088	1
OCIO2089	1	OCIO2090	1	OCIO2091	2	OCIO2092	1
OCIO2093	2	OCIO2094	2	OCIO2095	1	OCIO2096	2
OCIO2097	2	OCIO2098	2	OCIO2099	2	OCIO2100	1
OCIO2101	1	OCIO2102	1	OCIO2103	2	OCIO2104	1
OCIO2105	1	OCIO2106	3	OCIO2107	1	OCIO2108	2
OCIO2109	3	OCIO2110	3	OCIO2111	2	OCIO2112	1
OCIO2113	1	OCIO2114	2	OCIO2115	2	OCIO2116	2
OCIO2117	2	OCIO2118	3	OCIO2119	3	OCIO2120	3
OCIO2121	2	OCIO2122	3	OCIO2123	2	OCIO2124	1
OCIO2125	4	OCIO2126	3	OCIO2127	2	OCIO2128	2
OCIO2129	2	OCIO2130	3				
STO_U026	82	STO_U027	80	STO_U028	78	STO_U029	76
STO_U030	74	STO_U031	75	STO_U032	76	STO_U033	75
STO_U034	74	STO_U035	72	STO_U036	73	STO_U037	74
STO_U038	73	STO_U039	72	STO_U040	70	STO_U041	71
STO_U042	72	STO_U043	71	STO_U044	70	STO_U045	71
STO_U046	73	STO_U047	74	STO_U048	74	STO_U049	74
STO_U050	76	STO_U051	78	STO_U052	79	STO_U053	77
STO_U054	76	STO_U055	78	STO_U056	79	STO_U057	78
STO_U058	77	STO_U059	78	STO_U060	80	STO_U061	80
STO_U062	82	STO_U063	84	STO_U064	86	STO_U065	87
STO_U066	85	STO_U067	85	STO_U068	86	STO_U069	88
STO_U070	90	STO_U071	89	STO_U072	89	STO_U073	89
STO_U074	89	STO_U075	90	STO_U076	90	STO_U077	90

Solução de B12S1L - continuação

VAR.	VAL.						
STO_U078	90	STO_U079	89	STO_U080	88	STO_U081	88
STO_U082	89	STO_U083	89	STO_U084	87	STO_U085	85
STO_U086	85	STO_U087	86	STO_U088	86	STO_U089	85
STO_U090	86	STO_U091	87	STO_U092	87	STO_U093	89
STO_U094	90	STO_U095	90	STO_U096	91	STO_U097	92
STO_U098	92	STO_U099	92	STO_U100	93	STO_U101	93
STO_U102	93	STO_U103	94	STO_U104	95	STO_U105	97
STO_U106	97	STO_U107	98	STO_U108	100	STO_U109	101
STO_U110	102	STO_U111	100	STO_U112	100	STO_U113	101
STO_U114	102	STO_U115	102	STO_U116	101	STO_U117	101
STO_U118	101	STO_U119	101	STO_U120	100	STO_U121	99
STO_U122	98	STO_U123	96	STO_U124	97	STO_U125	98
STO_U126	96	STO_U127	94	STO_U128	93	STO_U129	93
STO_U130	93	STO_U131	91	STO_U132	89	STO_U133	87
STO_U134	86	STO_U135	86	STO_U136	86	STO_U137	87
STO_U138	89	STO_U139	91	STO_U140	93	STO_U141	95
STO_U142	96	STO_U143	98	STO_U144	100	STO_U145	102
STO_U146	104	STO_U147	106	STO_U148	108	STO_U149	110
STO_U150	112	STO_U151	114	STO_U152	116	STO_U153	118
STO_U154	120	STO_U155	122	STO_U156	124	STO_U157	126
STO_U158	128	STO_U159	130	STO_U160	132	STO_U161	132
FROTA_1	3	FROTA_2	52				

Apêndice B

B.1 Dimensões dos Problemas Resolvidos

Devido ao fato de vários problemas terem as mesmas dimensões fizemos um agrupamento. Nas colunas já constam as variáveis de folga, e a densidade apresentada é percentual.

Problemas						
S1L, S2L, T1L, T1L2, U1L, V1L2, W1L:						
Mod./ Tipos	Linhas	Colunas	Elementos	Densidade (%)	Nós	Arcos
B1	751	1250	4438	0.47	246	746
C1	751	1116	4170	0.50	246	612
D1	1118	1905	5782	0.27	613	1401
E1	1264	1993	6388	0.25	624	1352
F1	897	1262	4926	0.44	257	621
G1	1631	2608	8007	0.19	991	1967
B12	1117	2093	8702	0.37	477	1453
C12	1117	1830	8176	0.40	477	1190
D12	1832	3350	11665	0.19	1192	2710
E12	1831	3253	12358	0.21	1191	2609
F12	1116	1829	9510	0.47	476	1185
G12	2546	4426	15813	0.14	1906	3782

Problemas
S1M, S2M, T1M, T1M2, U1M, V1M:

Mod./ Tipos	Linhas	Colunas	Elementos	Densidade	Nós	Arcos
B1	563	936	3053	(%) 0.58	184	558
C1	563	836	2853	0.61	184	458
D1	838	1425	4055	0.34	459	1047
E1	948	1493	4515	0.32	468	1012
F1	673	946	3421	0.54	193	465
G1	1223	1952	5722	0.24	743	1471
B12	836	1564	5974	0.46	356	1084
C12	836	1368	5582	0.49	356	888
D12	1370	2498	8170	0.24	890	2018
E12	1368	2428	8698	0.26	888	1944
F12	834	1366	6574	0.58	354	882
G12	1902	3298	11246	0.18	1422	2814

Problemas
S1N, T1N, U1N, V1N:

Mod./ Tipos	Linhas	Colunas	Elementos	Densidade	Nós	Arcos
B1	380	629	1867	(%) 0.78	125	375
C1	380	562	1733	0.81	125	308
D1	564	957	2542	0.47	309	703
E1	638	1001	2843	0.45	315	677
F1	454	636	2113	0.73	131	312
G1	822	1307	3649	0.34	499	983
B12	561	1045	3634	0.62	238	722
C12	561	915	3374	0.66	238	592
D12	917	1665	5088	0.33	594	1342
E12	917	1621	5450	0.37	594	1294
F12	561	915	4038	0.79	238	588
G12	1273	2197	7132	0.26	950	1870

Problemas
S2N, T2N:

Mod./ Tipos	Linhas	Colunas	Elementos	Densidade (%)	Nós	Arcos
B1	324	519	1485	0.88	125	320
C1	324	452	1351	0.92	125	253
D1	453	750	1978	0.58	254	551
E1	496	751	2071	0.56	229	483
F1	367	495	1559	0.86	100	227
G1	625	974	2678	0.44	358	706
B12	505	884	2949	0.66	238	616
C12	505	754	2689	0.71	238	486
D12	755	1322	4067	0.41	488	1054
E12	701	1196	3923	0.47	434	926
F12	451	700	2931	0.93	184	430
G12	951	1618	5209	0.34	684	1348

Problema
W2L:

Mod./ Tipos	Linhas	Colunas	Elementos	Densidade (%)	Nós	Arcos
B1	563	915	3090	0.60	207	559
C1	563	794	2848	0.64	207	438
D1	795	1300	3867	0.37	439	944
E1	856	1317	4114	0.36	378	838
F1	624	855	3190	0.60	146	376
G1	1088	1689	5054	0.28	610	1210
B12	874	1559	6130	0.45	396	1080
C12	874	1323	5658	0.49	396	844
D12	1324	2289	7876	0.26	846	1810
E12	1192	2087	7814	0.31	714	1606
F12	742	1191	6022	0.68	264	710
G12	1642	2789	9768	0.21	1164	2308

Problemas
W1M, X1M:

Mod./ Tipos	Linhas	Colunas	Elementos	Densidade (%)	Nós	Arcos
B1	425	689	2152	0.73	157	421
C1	1425	598	1970	0.78	157	330
D1	599	978	2737	0.47	331	710
E1	644	989	2916	0.46	284	628
F1	470	643	2224	0.74	110	282
G1	818	1267	3618	0.35	458	906
B12	656	1167	4250	0.56	296	806
C12	656	991	3898	0.60	296	630
D12	992	1709	5540	0.33	632	1348
E12	892	1559	5502	0.40	532	1196
F12	556	891	4166	0.84	196	528
G12	1228	2079	6938	0.27	868	1716

Problemas
W2M, X3M, X2M, X2M2, X3M, X3M2:

Mod./ Tipos	Linhas	Colunas	Elementos	Densidade (%)	Nós	Arcos
B1	480	772	2403	0.65	184	476
C1	480	672	2203	0.68	184	376
D1	673	1117	3136	0.42	377	821
E1	738	1121	3285	0.40	341	723
F1	545	737	2517	0.63	148	339
G1	931	1456	4196	0.31	534	1058
B12	753	1324	4798	0.48	356	926
C12	753	1128	4406	0.52	356	730
D12	1129	1986	6492	0.29	732	1588
E12	1049	1796	6270	0.33	652	1396
F12	673	1048	4774	0.68	276	648
G12	1425	2436	8230	0.24	1028	2036

Problemas
W1N, W2N, X2N:

Mod./ Tipos	Linhas	Colunas	Elementos	Densidade (%)	Nós	Arcos
B1	262	397	1061	1.02	125	259
C1	262	330	927	1.07	125	192
D1	330	519	1348	0.79	193	381
E1	330	465	1197	0.78	125	259
F1	262	330	927	1.07	57	124
G1	398	587	1539	0.66	193	381
B12	443	705	2186	0.70	238	498
C12	443	575	1926	0.76	238	368
D12	575	937	2920	0.54	370	730
E12	443	705	2186	0.70	238	498
F12	311	443	1662	1.21	106	236
G12	575	937	2920	0.54	370	730

Problema
Y1M:

Mod./ Tipos	Linhas	Colunas	Elementos	Densidade (%)	Nós	Arcos
B1	1283	2136	7013	0.26	424	1278
C1	1283	1916	6573	0.27	424	1058
D1	1918	3345	9575	0.15	1059	2487
E1	2268	3533	10635	0.13	1188	2452
F1	1633	2266	8101	0.22	553	1185
G1	2903	4712	14002	0.10	1823	3631
B12	1916	3604	13894	0.20	836	2524
C12	1916	3168	13022	0.21	836	2088
D12	3170	5978	19690	0.10	2090	4898
E12	3408	5908	20938	0.10	2328	4824
F12	2154	3406	15934	0.22	1074	2322
G12	4662	8218	28526	0.07	3582	7134

Problemas
S1M, S2M:

Mod./ Tipos	Linhas	Colunas	Elementos	Densidade (%)	Nós	Arcos
B123	987	2042	8642	0.43	507	1561
C123	987	1757	8072	0.47	507	1276
D123	1759	3358	11866	0.20	1279	2877

Problema
S1M:

Mod./ Tipos	Linhas	Colunas	Elementos	Densidade (%)	Nós	Arcos
E123	1725	3258	12958	0.23	1245	2771
F123	953	1723	9888	0.60	473	1236
G123	2497	4474	16758	0.15	2017	3989

Problema
S2N:

Mod./ Tipos	Linhas	Colunas	Elementos	Densidade (%)	Nós	Arcos
B123	603	1151	4275	0.62	336	882
C123	603	963	3899	0.67	336	694
D123	964	1766	5927	0.35	697	1497
E123	876	1591	5817	0.42	609	1319
F123	515	873	4379	0.97	248	603
G123	1237	2182	7752	0.29	970	1910

B.2 Proporção de Nós e Arcos nas Matrizes

Apresentamos o número de nós e arcos, pois consideramos importante ressaltar a proporção destes nas linhas e colunas, numa futura referência ao uso de um algoritmo para fluxo com restrições adicionais (vide Seção 2.2.2).

Mod.	Percentagem de Nós em Linhas		Percentagem de Arcos em Colunas		Amostra
	Média	Desvio Padrão	Média	Desvio Padrão	
B1	36.63	4.56	61.06	1.69	9
B12	45.55	3.38	69.61	0.49	9
B123	53.54	2.18	76.54	0.09	2
C1	33.75	9.24	55.57	1.02	9
C12	45.55	3.38	64.57	0.67	9
C123	53.54	2.18	71.80	0.26	2
D1	55.63	1.11	73.38	0.49	9
D12	64.68	0.62	79.97	1.16	9
D123	72.51	0.20	85.22	0.45	2
E1	46.56	4.01	64.92	3.85	9
E12	62.26	3.99	77.91	3.04	9
E123	70.85	1.33	83.98	1.07	2
F1	27.00	3.49	46.33	4.05	9
F12	40.46	4.63	61.91	4.04	9
F123	48.89	0.74	70.40	1.33	2
G1	57.80	4.00	72.92	3.38	9
G12	72.34	3.44	83.64	2.43	9
G123	79.60	1.18	88.35	0.81	2

Bibliografia

- [1] L. Bodin and B. Golden. "Classification in vehicle routing and scheduling," *Networks* **11**, 97–108, 1981.
- [2] O. Figueiredo Filho. "Transporte de cana-de-açúcar — incidência dos principais parâmetros na capacidade de transporte da frota," *III Seminário Copersucar*, 523–531, 1986.
- [3] M. L. Fisher and R. Jaikumar. "A generalized assignment heuristic for vehicle routing," *Networks* **11**, 109–124, 1981.
- [4] J. S. N. Gago. "Corte, carregamento e transporte de cana-de-açúcar — comparação de sistemas alternativos," *III Seminário Copersucar*, 489–522, 1986.
- [5] F.A.M. Gomes Neto. "Pacote PDHomo, algoritmo de pontos interiores implementado na linguagem Modula-2 em estação de trabalho SUN", *IMECC-UNICAMP*, 1991.
- [6] R. L. Graham, E. L. Lawler, J. K. Lenstra, A. H. G. Rinnooy Kan. "Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey," *Ann. Discrete Math.* **5**, 287–326, 1979
- [7] B. Y. Ide, L. R. F. Alleoni, S. P. Cardoso, C. Oliveira. "Planejamento de colheita de cana-de-açúcar," *IV Seminário Copersucar*, 305–314, 1988.
- [8] J. F. Kennington and R. V. Helgason. "Algorithms for Network Programming," John Wiley & Sons, 1980.
- [9] I. Lustig, R. Marsten, D. Shanno. "On implementing Mehrotra's predictor-corrector interior point method for linear programming," *SIAM Journal on control and optimization* **2**, 435–449, 1992.

- [10] T. L. Magnanti. "Combinatorial optimization and vehicle fleet planning: perspectives and prospects," *Networks* **11**, 179–213, 1981.
- [11] S. Mehrotra. "On implementation of a primal dual interior point method," *SIAM Journal on control and optimization* **2**, 575–601, 1992.
- [12] K. G. Murty. "*Network Programming*," Prentice Hall, 1992.
- [13] C. Oliveira. "Using minimum cost network flow approach to solve the sugar cane crop planning," *VII CLAIO*, 1994.
- [14] D. Ronen. "Allocation of trips to trucks operating from a single terminal," *Computers and Operations Research* **19**(5), 445–451, 1992.
- [15] L. Shrage. "Formulation and structure of more complex/realistic routing and scheduling problems," *Networks* **11**, 229–232, 1981.