
Universidade Estadual de Campinas
Instituto de Matemática Estatística e Computação Científica
Departamento de Matemática Aplicada

Métodos de Pontos Interiores Aplicados ao Problema de Pré-Despacho de um Sistema Hidroelétrico com Manobras Programadas

Silvia Maria Simões de Carvalho

Mestrado em Matemática Aplicada - Campinas - SP

Orientador: Prof. Dr. Aurelio Ribeiro Leite de Oliveira

* Este trabalho teve apoio financeiro da FAPESP.

Métodos de Pontos Interiores Aplicados ao Problema de Pré-Despacho de um Sistema Hidroelétrico com Manobras Programadas

Este exemplar corresponde à redação final da dissertação devidamente corrigida e defendida por **Silvia Maria Simões de Carvalho** e aprovada pela comissão julgadora.

Campinas, 03 de Agosto de 2007

Aurelio R. L. de Oliveira

Prof. Dr. Aurelio Ribeiro Leite de Oliveira

Orientador

Banca Examinadora

1. Prof. Dr. Aurelio Ribeiro Leite de Oliveira (IMECC - UNICAMP)
2. Prof. Dr. Antonio Carlos Moretti (IMECC - UNICAMP)
3. Prof. Dr. Marcius Fabius Henriques de Carvalho (CenPRA)

Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Unicamp, para obtenção do Título de MESTRE em Matemática Aplicada.

UNIDADE BC
Nº CHAMADA:
TIUNICAMP 0253m
V. _____ EX. _____
TOMBO BCCL 74581
PROC 16.145-07
C _____ D X
PRECO 11,90
DATA 10/10/07
BIB-ID 414833

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DO IMECC DA UNICAMP**
Bibliotecária: Maria Júlia Milani Rodrigues

0253m Carvalho, Sílvia Maria Simões de
C198m Métodos de pontos interiores aplicados ao problema de pré-despacho de um sistema hidroelétrico com manobras programadas / Sílvia Maria Simões de -- Campinas, [S.P. :s.n.], 2007.

Orientador : Aurélio Ribeiro Leite de Oliveira
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científicas.

1. Métodos de pontos interiores. 2. Sistemas de energia elétrica. 3. Usinas hidrelétricas. I. Oliveira, Aurélio Ribeiro Leite de. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica. III. Título.

Título em inglês: Interior point methods applied the predispach problem of a hydroelectric system with scheduled maneuver.

Palavras-chave em inglês (Keywords): 1. Interior point methods. 2. Electric power systems. 3. Hydroelectric power plants.

Area de concentração: Pesquisa Operacional – Matemática Aplicada

Titulação: Mestre em Matemática Aplicada

Banca examinadora: Prof. Dr. Aurélio Ribeiro Leite de Oliveira (IMECC-UNICAMP)
Prof. Dr. Antonio Carlos Moretti (IMECC-UNICAMP)
Prof. Dr. Marcus Fabius Henriques de Carvalho (CenPRA)

Data da defesa: 03/08/2007

Programa de pós-graduação: Mestrado em Matemática Aplicada

200749602

Dissertação de Mestrado defendida em 03 de agosto de 2007 e aprovada

Pela Banca Examinadora composta pelos Profs. Drs.

Aurélio R. L. de Oliveira

Prof. (a). Dr (a). AURÉLIO RIBEIRO LEITE DE OLIVEIRA

Marcus Fabius

Prof. (a). Dr (a). MARCIUS FABIUS HENRIQUES DE CARVALHO

Antonio Carlos

Prof. (a). Dr (a). ANTONIO CARLOS MORETTI

À minha amada mãezinha Edna

“Os ventos que, às vezes, tiram algo que amamos são os mesmos que nos trazem algo que aprendemos a amar. Por isso, não devemos chorar pelo que nos foi tirado e sim, aprender a amar o que nos foi dado. Pois tudo aquilo que é realmente nosso, nunca se vai para sempre”

Fernando Pessoa

Mamãe Edna Dedico.

Agradecimentos

- A Deus, por guiar minha vida e iluminar meus pensamentos nos momentos que acreditei que não seria possível a conclusão desse trabalho.
- Ao meu grande amor mamãe Edna, pelos incentivos desde meus estudos primários até o início desse mestrado, agora onde quer que a senhora esteja saiba que eu nunca teria conseguido sem seu apoio, carinho, dedicação e amor incondicional.
- Ao meu orientador e amigo Aurelio, pela paciência, dedicação e confiança.
- A minha irmãzinha amada Solange e meu pai Gilmar pelo apoio e carinho.
- Ao meu amigo e irmãozinho do coração Mayk, pelo apoio e incentivo para que eu pudesse desenvolver esse trabalho, pelas palavras amigas que tantas vezes vieram nos momentos que mais precisei, muito obrigada mesmo meu grande amigo.
- Aos colegas de pós-graduação pelos momentos compartilhados e pela torcida.
- À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP, pelo apoio financeiro dado a esta pesquisa.

Resumo

Neste trabalho os métodos de pontos interiores primal-dual são utilizados para minimizar os custos e perdas na geração e transmissão do pré-despacho de fluxo de potência com corrente contínua (DC) em um sistema hidroelétrico com manobras previamente programadas. É realizado também o estudo da estrutura matricial desse problema e a alteração que ela impõe ao sistema. Uma função desenvolvida em Matlab que controla as manobras é exibida, e é adaptada na implementação de pontos interiores que não considera manobras, previamente desenvolvida. É realizada uma discussão sobre sua eficiência e algumas melhorias são propostas. É importante salientar que do ponto de vista computacional, o esforço por iteração para se resolver um problema com e sem manobras é semelhante, os motivos pelos quais isso ocorre também serão discutido nesse trabalho. Resultados computacionais com sistemas testes da IEEE e sistemas reais brasileiros comprovam esta afirmação.

Abstract

In this work, the prima-dual interior point methods are used to minimize the DC predispach generation and transmission costs on hydroelectric systems with previously scheduled maneuver. A study of the matrix structure is also performed considering the changes that occurs in the system after maneuvering. A function, developed in Matlab that controls the maneuver is shown and is adapted in the implementation of interior point methods already developed for the problem without maneuvers. It is important to stress that the computational effort to solve a problem with maneuver is close to the effort for solving the problem without it, the reason for it will be discussed in this work. Computer results with test systems of the IEEE and real Brazilian systems reinforce this statement.

Conteúdo

1	Introdução	1
1.1	Métodos de Pontos Interiores	2
1.2	Estrutura do Trabalho	3
2	Problemas de Programação Linear	4
2.1	Modelo Matemático	5
2.2	Programação quadrática	6
3	Métodos de Pontos Interiores	7
3.1	Método Primal-Dual Seguidor de Caminho	9
3.2	Versão Preditor-Corretor	10
4	Fluxo de Potência Ótimo	13
4.1	O Problema de Pré-Despacho	13
4.1.1	Modelo Estático	13
4.1.2	Modelo Dinâmico	15
4.2	Manobras Programadas	17
4.3	Desenvolvimento do Método	18
4.4	Formulação Matricial do Problema sem Manobras	19
4.5	Formulação Matricial do Problema Dual	20
4.6	Condições de Otimalidade	22
4.7	Método de Newton	23
5	Problema de Pré-Despacho com Manobras Programadas	27
5.1	Modelo Dinâmico com Manobras	27
5.2	Estudo da Estrutura Matricial Para o Problema Com Manobras	28

6	Detalhes de Implementação do Método Desenvolvido	36
6.1	Programa de Manobras	38
6.1.1	Dados Preliminares	38
6.2	Código em Matlab	39
7	Resultados Computacionais	41
7.1	Sistemas Elétricos Estudados	41
7.2	Experimentos Numéricos	42
7.2.1	Ponto Inicial dado pela Solução do Problema sem Manobras	43
7.3	Sistemas Maiores de Grande Porte	45
7.4	Testes com Ponto Inicial Alternativo	47
7.5	Análise de Estudos de Caso para o Sistema IEEE30	49
8	Conclusões	54
9	Perspectivas Futuras	56

Lista de Figuras

4.1	Componentes de uma rede elétrica.	15
4.2	Rede Elétrica.	16
4.3	Grafo da rede elétrica.	17
5.1	Contra-Exemplo de Árvore Geradora.	29
5.2	Exemplo de Árvore Geradora.	30
5.3	Árvore Geradora e Arcos Adicionais.	31
5.4	Matriz de Incidência.	32
5.5	Ramos a Serem Desligados no Sistema.	33
5.6	Colunas a Serem Desligadas da Matriz de Incidência.	34
5.7	Matriz de Reatância.	35
7.1	Rede do Sistema IEEE30.	42
7.2	Rede do Sistema IEEE118.	43
7.3	Sistema Interligado Nacional (SIN).	46
7.4	Gráfico dos Custos.	51
7.5	Gráfico do Fluxo Reduzido.	52
7.6	Gráfico da Mudança na Componente Quadrática do Custo.	52
7.7	Gráfico fixando as ponderações da função objetivo.	53
9.1	Idéia do Método de Newton.	57
9.2	Usinas do Estado de São Paulo.	61
9.3	Usinas hidroelétricas despachadas pelo ONS.	62

Lista de Tabelas

6.1	Dados de Manobras.	36
7.1	Iteração com o Ponto Inicial Oriundo do Problema Resultado sem Manobras.	43
7.2	Sistema IEEE30.	44
7.3	Sistema IEEE118.	44
7.4	Testes Manobras Barras de Geração/Carga do sistema IEEE30.	45
7.5	Testes Manobras Barras de Carga/Carga do sistema IEEE30.	45
7.6	Sistema SSECO1654.	47
7.7	Sistema SSECO1732.	47
7.8	Sistema BRASIL1993.	48
7.9	Resultados dos Testes com Fluxo Máximo BRASIL1993.	48
7.10	Sistema IEEE30 (II).	49
7.11	Sistema IEEE118 (II).	49
7.12	Sistema SSECO1654 (II).	50
7.13	Sistema SSECO1732 (II).	50
7.14	Sistema BRASIL1993 (II).	50

Capítulo 1

Introdução

O sistema de energia elétrica brasileiro é um dos mais complexos de ser analisado em todo o mundo. Ele é composto em sua maioria (cerca de 92%) por usinas hidroelétricas devido às grandes bacias hidrográficas existentes, o que é benéfico, pois o custo de produção é menor em comparação a outras fontes de energia.

O que caracteriza uma hidroelétrica é que a sua principal matéria-prima é a água, diferentemente de uma termoelétrica que utiliza por exemplo, gás natural ou óleo como combustível, o que faz com que seu custo de produção seja maior quando comparado a uma hidroelétrica. Nesta, no entanto, a água está geralmente armazenada em um reservatório, e a gestão adequada deste recurso contribui para produzir energia a um custo menor.

O objetivo deste projeto consiste em minimizar as perdas na geração e transmissão de sistemas de potência, utilizando o método de pontos interiores. Para auxiliar esse objetivo e facilitar a formulação matemática, será utilizado o modelo de fluxo de carga DC (corrente contínua).

No sistema elétrico brasileiro, existe uma interligação cada vez maior entre os sistemas de geração, o que possibilita diversas vantagens como por exemplo, menores reservas energéticas para o atendimento da demanda em certos horários considerados críticos, assistência mútua entre os sistemas e melhor aproveitamento da diversidade hidrológica.

Considerando a complexidade do sistema elétrico brasileiro, o aumento da demanda de energia e a busca de menores custos, torna-se necessário a aplicação de métodos que minimizem as perdas na geração e transmissão no pré-despacho do sistema, uma vez que estas são funções do quadrado da potência gerada e transmitida, respectivamente.

No pré-despacho de sistemas hidroelétricos, as usinas tem uma meta a cumprir em um determinado dia, estabelecida pelo planejamento de longo-prazo. Por outro lado,

com a variação da demanda em função do horário é necessário a realização de manobras programadas nas linhas de transmissão para manter o sistema estável, alterando assim a configuração da rede ao longo do dia. Neste trabalho, as manobras serão um dado de entrada, ou seja elas já estarão programadas. No caso brasileiro esta atividade é determinada pelo Operador Nacional do Sistema (ONS). É importante salientar que existem outros tipos de manobras tais como desligamento de geradores, alteração tap de transformador e ajuste de FACTS, mas estas não serão consideradas nesse trabalho.

Além disso, utilizando a velocidade e robustez dos métodos de pontos interiores, deseja-se obter implementações mais eficientes para o pré-despacho através da exploração da estrutura matricial do sistema resultante.

1.1 Métodos de Pontos Interiores

No ano de 1984, Karmarkar [9] propôs seu método de pontos interiores, provocando uma grande revolução na programação linear ao afirmar que o método tinha eficiência na prática muito melhor que o método mais utilizado naquela época para problemas de grande porte, o método Simplex desenvolvido por Dantzig [5] em 1948.

Karmarkar não apresentou resultados computacionais que comprovassem a eficiência do método, mas os bons resultados obtidos em [1] comprovaram e impulsionaram as pesquisas sobre o método de pontos interiores.

No ano de 1991 [4] foi apresentado o primeiro estudo de pontos interiores aplicados a sistemas de potência. Ainda nesse ano foi apresentado também um método primal-dual baseado no método de Karmarkar [21].

No ano seguinte Mehrotra [14] inovou com a apresentação do método de pontos interiores preditor-corretor que passou a ser utilizado como base da maioria dos códigos de pontos interiores, onde se utiliza um polinômio de Taylor de segunda ordem para aproximar a trajetória primal-dual, conforme sugerido por Megiddo [13].

O método de Mehrotra parte de um ponto interior infactível, implementado como em [12], combinando as idéias já existentes e adicionando heurísticas para escolha do parâmetro de centragem, tamanho do passo e ponto inicial.

Em 1994 Potra [22] propôs o algoritmo de pontos interiores preditor-corretor para problemas que iniciam a partir de pontos infactíveis.

Em 1996 Kojima [10] apresentou lemas para problemas lineares, que permitiram grande flexibilidade e aperfeiçoamento em restrições impostas sobre pontos iniciais e tamanho do passo no espaço primal-dual [3].

No ano de 2000 Potra e Wright [23] apresentaram uma revisão de algoritmos e softwares para programação linear, assim também para classes mais gerais de problemas.

1.2 Estrutura do Trabalho

O Capítulo 2, inicia com a discussão de temas básicos de programação linear, assim como a formulação do modelo matemático e o problema de programação quadrática.

No Capítulo 3, é apresentada uma introdução aos métodos de pontos interiores primal-dual e sua versão preditor-corretor para encontrar uma solução ótima de um problema de programação linear. A escolha por esses métodos se deu pela sua robustez e convergência rápida. O método de Newton e sua aplicação às condições de otimalidade do problema (factibilidade primal, factibilidade dual e condições de complementaridade) é utilizado para o desenvolvimento desses métodos.

No Capítulo 4, é apresentado o problema de pré-despacho. No modelo estático temos a representação da rede em um único intervalo de tempo e no modelo dinâmico, a rede está representada em t-intervalos de tempo. Assim esta estrutura é a mesma do modelo estático, mas dividido agora em t-subproblemas interligados por restrições adicionais. Até este ponto, desconsidera-se a aplicação de manobras, que neste projeto serão inseridas como um dado de entrada, ou seja elas já estarão programadas para ocorrer em determinados intervalos de tempo.

No Capítulo 5, temos a apresentação do problema de pré-despacho considerando agora as manobras programadas. Será abordado, o estudo matricial do problema com manobras e sua comparação tanto computacional como algébrica com o mesmo problema sem manobras. Serão apresentados dados e discussões sobre a implementação do método desenvolvido, onde algumas adaptações para a introdução manobras previamente programadas devem ser realizadas.

O Capítulo 6, apresenta detalhes da implementação do programa de manobras, desenvolvida em Matlab, e que é adaptada à implementação já existente de pontos interiores que não considera manobras.

Os resultados computacionais serão apresentados no Capítulo 7, assim como os testes realizados para os sistemas testes da IEEE e equivalentes do sistema brasileiro.

No capítulo 8 teremos as conclusões, sobre a eficiência das implementações desenvolvidas e comentários baseados nos resultados obtidos.

Capítulo 2

Problemas de Programação Linear

Desde há muito tempo, argumentava-se que os problemas lineares não eram capazes de representar problemas reais, pois quase todos os modelos interessantes possuíam características não-lineares. Entretanto com o surgimento do Método Simplex, muitos problemas de grande porte passaram a ser modelados de forma bastante natural.

Quando estão sendo tratados problemas lineares e reais, a otimização é quase sempre utilizada, com o intuito de resolvê-los com os menores custos e de forma mais rápida [25].

Um problema real deve ser quantificado (quando possível) por um modelo matemático, que nesse caso será composto pela função objetivo e quase sempre por restrições, que no presente projeto serão sempre lineares.

Um problema de programação linear é normalmente definido como a minimização da função objetivo em uma determinada região M , que é conhecida como região factível, matematicamente podemos formular da seguinte forma [11]:

$$\min f(x), x \in R$$

onde:

$$f : M \rightarrow R.$$

Quando resolvemos esse problema, estamos encontrando uma solução ótima, que denotaremos a partir de agora por x^* .

Como o problema é de minimização, estamos encontrando o mínimo global do problema de programação linear [24].

2.1 Modelo Matemático

A região factível M , é composta por restrições de igualdade e desigualdade lineares, portanto um modelo para o problema, pode ser o seguinte:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{s.a} \quad & Ax = b \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$

Quando um problema de programação linear se apresenta nessa forma, com restrições lineares de igualdade dizemos que ele está na forma padrão e quando as restrições lineares estão apresentadas na forma de inequações dizemos que o sistema está na forma canônica.

É importante salientar que as duas formas, padrão e canônica são equivalentes, no sentido que podemos transformar qualquer problema de programação linear de uma destas formas para a outra. Ao resolvermos esses problemas as seguintes situações podem ocorrer [25]:

- o problema tem uma única solução ótima;
- o problema tem infinitas soluções ótimas;
- o problema não tem ótimo finito;
- o problema não tem solução.

Dado o seguinte problema de programação linear:

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ \text{s.a} \quad & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

podemos encontrar o seu dual, que será [24]:

$$\begin{aligned} \max \quad & b^T y \\ \text{s.a} \quad & A^T y + z = c \\ & y \text{ livre e } z \geq 0 \end{aligned}$$

o ponto (x, y, z) é dito interior se $(x, z) > 0$. O ponto ótimo para o problema primal e dual, deve satisfazer as condições de otimalidade, que são as seguintes:

- Factibilidade Primal: $b - Ax = 0, \quad x \geq 0$
- Factibilidade Dual: $c - A^T y - z = 0, \quad z \geq 0$
- Condição de Complementaridade: $x_i z_i = 0, \quad i = 1 : n.$

Definimos o *gap* (γ) como a diferença da função objetivo primal pela dual, ou seja, $\gamma = c^T x - b^T y$. Se estivermos considerando um ponto (x, y, z) primal e dual factível então $\gamma = x^T z$.

2.2 Programação quadrática

A programação quadrática é uma extensão da programação linear, e consiste na minimização de uma função $f(x)$ quadrática sujeito a restrições lineares. Esse tipo de problema é considerado um dos mais simples na área de otimização não linear, por isso frequentemente pode ser visto como um sub-problema para auxiliar na resolução de problemas não lineares mais complexos.

A programação quadrática é uma classe de problemas que tem como função objetivo:

$$\min q(x) = \frac{1}{2}x^T Gx + b^T x + c$$

onde G é uma matriz quadrada e simétrica, sujeito ainda a restrições lineares.

É importante ressaltar uma classe especial e importante em programação quadrática, onde desejamos calcular os mínimos de forma mais eficiente, pois nesse caso os mínimos locais são diferentes de mínimos globais, essa classe é a programação quadrática não-convexa, um assunto que não será tratado nesse trabalho.

Capítulo 3

Métodos de Pontos Interiores

Os métodos de pontos interiores apresentam um bom desempenho em problemas de programação linear de grande porte, assim como também em programação quadrática, por serem robustos e convergirem rapidamente. O objetivo nessa seção será desenvolver um método que minimiza uma função objetivo linear, com restrições também lineares.

A idéia dos métodos de pontos interiores consiste em encontrar uma solução ótima de um problema de programação linear, caminhando pelo interior do ortante positivo [24, 25].

Os métodos de pontos interiores primal-dual, consiste na aplicação do método de Newton às condições de otimalidade do problema [25].

Consideremos:

$$F(x, y, z) = \begin{bmatrix} b - Ax \\ c - A^T y - z \\ XZe \end{bmatrix}$$

onde X e Z são matrizes diagonais, formadas pelos vetores x e z , respectivamente e e é o vetor de uns. Considere os resíduos:

$$F(x, y, z) = - \begin{bmatrix} r_p \\ r_d \\ r_a \end{bmatrix}.$$

A partir de um ponto inicial (x^0, y^0, z^0) , calculamos através do método de Newton o ponto (x^1, y^1, z^1) , da seguinte forma:

$$(x^1, y^1, z^1) = (x^0, y^0, z^0) - [J(x^0, y^0, z^0)]^{-1} F(x^0, y^0, z^0)$$

onde o Jacobiano é dado por:

$$J(x, y, z) = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & I \\ Z & 0 & X \end{bmatrix}$$

onde temos,

$$d^0 = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & I \\ Z^0 & 0 & X^0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} r_p^0 \\ r_d^0 \\ r_a^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}.$$

De forma generalizada teremos o passo d^k

$$d^k = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & I \\ Z^k & 0 & X^k \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} r_p^k \\ r_d^k \\ r_a^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}.$$

É necessário ainda tomar cuidado com o tamanho do passo, denominado α^k , descrito a seguir, que assegura que os pontos nunca deixam de ser interiores.

Após de aplicar o método de Newton às condições de otimalidade, obtemos:

$$(x^{k+1}, y^{k+1}, z^{k+1}) = (x^k, y^k, z^k) + \alpha^k d^k$$

podemos escrever então:

$$(x^{k+1}, y^{k+1}, z^{k+1}) = (x^k, y^k, z^k) + \alpha^k (dx^k, dy^k, dz^k)$$

onde temos os tamanho do passo primal e dual, calculados respectivamente da seguinte forma:

$$\alpha_p = \min\{-(x_i)^k / (dx_i)^k \mid dx_i^k < 0\}$$

$$\alpha_d = \min\{-(z_i)^k / (dz_i)^k \mid dz_i^k < 0\}$$

seja $\alpha_1^k = \min\{\alpha_p^k, \alpha_d^k\}$, temos $\alpha^k = \min\{\tau \alpha_1^k, 1\}$ onde $\tau \in (0, 1)$. Na prática usamos um passo para as variáveis primais e outro para as variáveis duais, obtendo melhores resultados computacionais.

3.1 Método Primal-Dual Seguidor de Caminho

Este método é conhecido como método primal-dual afim-escala [15], que não obtém bons resultados na prática, no entanto acrescentando uma perturbação:

$$XZe = \mu e$$

onde μ é um parâmetro tal que $\mu = \sigma \sum \frac{x_i z_i}{n} = \sigma \frac{\gamma}{n}$ obtemos um método eficiente. Na prática usamos $\sigma = 1/n$ para problemas de pequeno porte e $\sigma = 1/\sqrt{n}$, para problemas de grande porte, onde n é a dimensão do vetor x . O método primal-dual afim escala com perturbação é denominado seguidor de caminho.

Obtemos então o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} Adx = r_p \\ A^T dy + dz = r_d \\ Zdx + Xdz = r_a - \mu e = r_c. \end{cases}$$

Esse sistema pode ser reduzido através de substituição de variáveis. Isolando dz teremos:

$$dz = X^{-1}(r_c - Zdx)$$

substituindo no sistema:

$$\begin{cases} Adx = r_p \\ A^T dy - X^{-1}Zdx = r_d - X^{-1}r_c \end{cases}$$

isolando dx e substituindo na primeira equação obtemos:

$$(ADA^T)dy = r_p + AZ^{-1}Xr_d - AZ^{-1}r_c$$

onde ADA^T é uma matriz simétrica definida positiva, logo esse sistema pode ser resolvido utilizando a decomposição de Cholesky [8].

3.2 Versão Preditor-Corretor

Este método utiliza uma direção que contém três componentes [14]:

- Direção afim-escala;
- Direção de centragem, com parâmetro μ escolhido a cada iteração;
- Correção não linear, que compensa a aproximação linear do método de Newton.

Na direção afim-escala:

$$(x + dx)^T(z + dz) = x^T z + dx^T z + x^T dz + dx^T dz$$

mas

$$dz = X^{-1}(r_a - Zdx)$$

então teremos:

$$x^T z + dx^T z + x^T X^{-1} r_a - x^T X^{-1} Z dx + dx^T dz = x^T z + dx^T z + e^T r_a - e^T Z dx + dx^T dz$$

mas $r_a = -XZe$ logo,

$$x^T z + e^T r_a + dx^T dz =$$

$$x^T z - e^T XZe + dx^T dz =$$

$$x^T z - x^T z + dx^T dz = dx^T dz.$$

assim $D_x D_y$ corresponde ao resíduo da próxima iteração se a direção afim-escala for adotada. Considere:

$$\begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & I \\ Z^k & 0 & X^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_1 \\ dy_1 \\ dz_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_p^k \\ r_d^k \\ r_a^k \end{bmatrix}$$

se $\alpha^k = 1$, na iteração $k + 1$ teríamos:

$$\begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & I \\ Z^{k+1} & 0 & X^{k+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -Dx_1 Dz_1 e \end{bmatrix}$$

então por exemplo $x^{k+2} = x^{k+1} + dx = x^k + dx_1 + dx_2$.

O segundo sistema linear é aproximado substituindo Z^{k+1} por Z^k e X^{k+1} por X^k na matriz, obtendo assim a mesma matriz do primeiro sistema, ou seja, o esforço computacional para decompor $AD^k A^T$ não existe no segundo sistema, pois $D^k = (Z^k)^{-1} X^k$.

Aproveitando o fato que um segundo sistema é resolvido, calculamos μ^k utilizando a informação do primeiro sistema, se a direção afim-escala (dx_1, dy_1, dz_1) for uma boa direção, então μ^k deve ser pequeno, caso contrário μ^k deve ser grande.

Seja:

$$\tilde{\gamma}^k = (x^{k+1})^T z^{k+1} = (x + \alpha_{p1} dx_1)^T (z + \alpha_{d1} dz_1)$$

temos [14]:

$$\text{se } \gamma^k \geq 1 \text{ então } \sigma^k = \left(\frac{\gamma^{k+1}}{\gamma^k}\right)^2$$

$$\text{se } \gamma^k < 1 \text{ então } \sigma^k = \gamma^k$$

assim o segundo sistema será:

$$\begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & I \\ Z^k & 0 & X^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_2 \\ dy_2 \\ dz_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -Dx_1 Dz_1 e + \mu^k e \end{bmatrix}$$

somando os dois sistemas temos:

$$\begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & I \\ Z^k & 0 & X^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_1 + dx_2 \\ dy_1 + dy_2 \\ dz_1 + dz_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_p^k \\ r_d^k \\ r_a^k - Dx_1 Dz_1 e + \mu^k e \end{bmatrix} \quad (3.2.1)$$

seja,

$$\begin{aligned} r_c^k &= \mu^k e - XZe - Dx_1 Dz_1 e \\ (dx, dy, dz) &= (dx_1 + dx_2, dy_1 + dy_2, dz_1 + dz_2). \end{aligned}$$

Podemos assim obter a direção final resolvendo diretamente o sistema (3.2.1).

O esforço por iteração é maior do que os outros métodos de pontos interiores, mas não muito porque ao calcular dy a matriz ADA^T já foi calculada e decomposta. E na prática o número de iterações é aproximadamente a metade com relação ao método primal-dual seguidor de caminho. Da teoria de programação não linear podemos chamar o método preditor-corretor de método de Newton perturbado (μ) modificado de ordem 1 (correção não linear).

Capítulo 4

Fluxo de Potência Ótimo

Iremos trabalhar com fluxo de potência linearizado (DC) [16], devido a sua simplicidade e precisão aceitável, onde as leis de Kirchhoff são utilizadas como sendo as restrições de um problema de programação quadrática.

4.1 O Problema de Pré-Despacho

O pré-despacho é um problema operacional de curto-prazo, nesse caso curto-prazo se refere ao planejamento de uma semana ou até de um dia. O que se procura é atender a demanda e satisfazer as metas energéticas, que já foram definidas no planejamento de longo-prazo.

As restrições de fluxo podem ser divididas em blocos que se repetem a cada intervalo de tempo, representando o sistema elétrico nestes intervalos, assim temos uma formulação independente das leis de Kirchhoff, onde os fluxos de potência são representados permitindo a consideração direta dos limites de transmissão como restrições e das perdas de transmissão como um critério de desempenho [17].

4.1.1 Modelo Estático

Vamos exibir um modelo com restrições de geração e transmissão, sendo representada por um modelo de fluxo em rede com restrições adicionais [7]:

$$\begin{aligned} \min \quad & \alpha \frac{1}{2} [f^T R f] + \beta \frac{1}{2} [p^T Q p + c^T p] \\ \text{s.a} \quad & A f = E p - d, \quad X f = 0 \end{aligned}$$

$$f^{min} \leq f \leq f^{max}, p^{min} \leq p \leq f^{max}$$

onde:

- f representa o fluxo de potência ativa;
- p representa a geração de potência ativa;
- Q representa a componente quadrática do custo de geração;
- R representa a matriz diagonal de resistência das linhas;
- d representa a demanda de potência ativa;
- X representa a matriz de reatância das linhas;
- E representa a matriz de ordem $m \times g$ com cada coluna contendo exatamente um elemento igual a 1 e os demais elementos nulos;
- A representa a matriz de incidência da rede de transmissão;
- c representa a componente linear do custo de geração;
- f^{max} , f^{min} , p^{max} e p^{min} são os limites de fluxo e geração de potência ativa;
- α e β são ponderações dos objetivos a minimizar.

Para esse modelo, temos que as duas componentes da função objetivo são quadráticas com variáveis separáveis, a primeira representa o valor das perdas na transmissão e a segunda, o custo de geração das usinas.

Na Figura 4.1, temos a ilustração das componentes de uma rede elétrica, já na Figura 4.2 observa-se um sistema onde as barras de geração representam os geradores de eletricidade podendo ser usinas hidroelétricas, termoelétricas, etc, enquanto que as barras de carga representam as subestações que são abastecidas pelas usinas, podendo ser cidades, fábricas, etc. À esta rede elétrica corresponde o grafo da Figura 4.3.

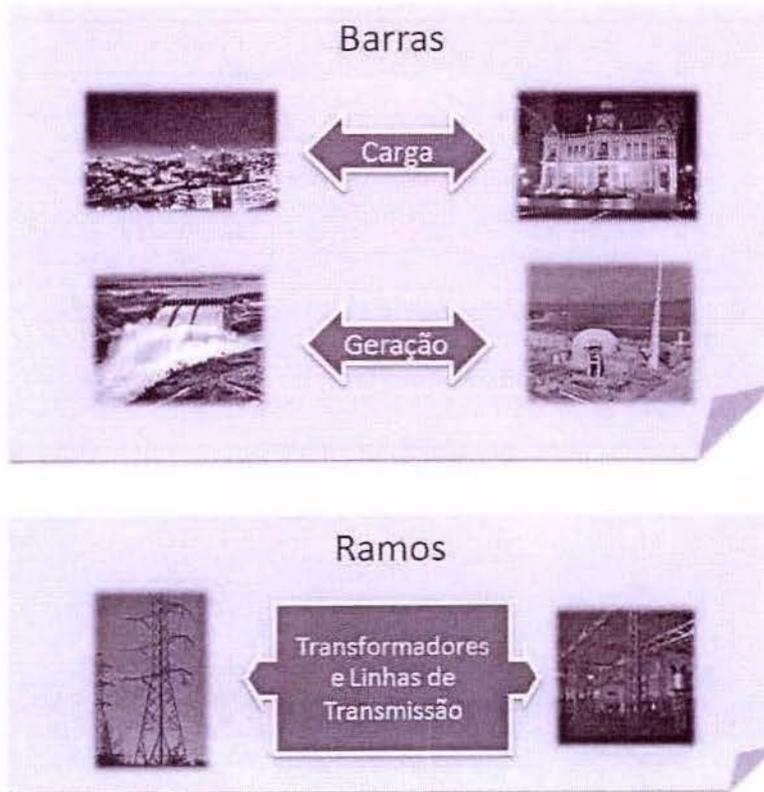


Figura 4.1: Componentes de uma rede elétrica.

4.1.2 Modelo Dinâmico

Diferentemente do modelo estático, onde temos a representação em único instante de tempo, o modelo dinâmico se aplica em t intervalos de tempo, logo temos t -subproblemas, com a mesma estrutura que o modelo estático acoplado por restrições adicionais.

Um sistema de pré-despacho pode ser modelado da seguinte forma [20]:

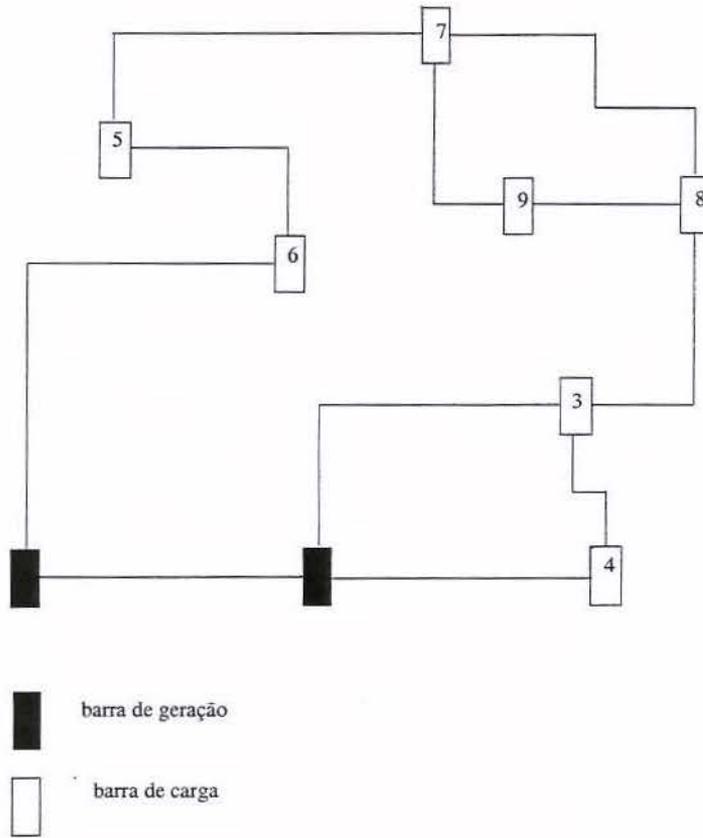


Figura 4.2: Rede Elétrica.

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \frac{\alpha}{2} \sum_{k=1}^t [(f^k)^T R^k f^k] + \frac{\beta}{2} \sum_{k=1}^t [(p^k)^T Q^k p^k + c^T p^k] \\
 \text{s.a} \quad & A^k f^k - E p^k = -d^k \quad \forall k = 1, \dots, t \\
 & X^k f^k = 0 \quad \forall k = 1, \dots, t \\
 & f^{\min} \leq f^k \leq f^{\max} \quad \forall k = 1, \dots, t \\
 & p^{\min} \leq p^k \leq p^{\max} \quad \forall k = 1, \dots, t \\
 & \sum_{k=1}^t p^k = q
 \end{aligned} \tag{4.1.1}$$

onde q representa a meta de geração de energia estabelecida pelo planejamento a longo-prazo.

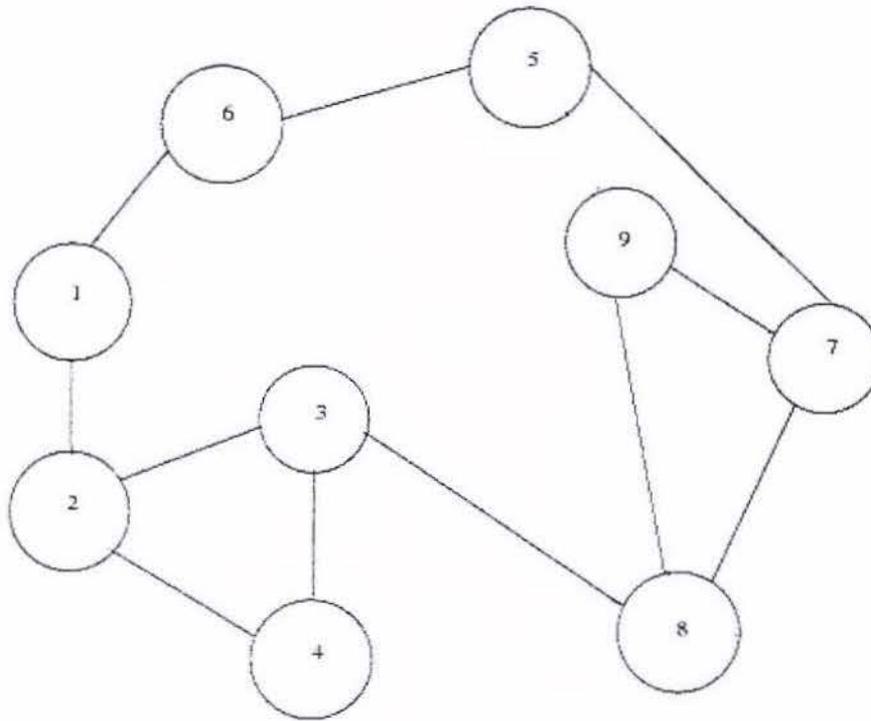


Figura 4.3: Grafo da rede elétrica.

4.2 Manobras Programadas

Temos como objetivo, minimizar as perdas na geração e transmissão do pré-despacho DC de um sistema de potência hidroelétrico com manobras pré-definidas. As manobras são realizadas na tentativa de se adaptar à rede de transmissão a variação da carga (variação da demanda de energia) ao longo do dia.

Na maior parte dos intervalos de tempo não são realizadas manobras no sistema brasileiro (ONS), fazendo com que a rede de transmissão raramente se altere de um intervalo para outro, normalmente são realizadas de quatro a seis manobras por dia, elas são realizadas para adaptar à rede as demandas de carga leve, média e pesada.

4.3 Desenvolvimento do Método

Como já visto anteriormente, o objetivo é minimizar as perdas na geração e transmissão de um sistema hidroelétrico, utilizando métodos de pontos interiores.

Este problema de pré-despacho é modelado como a minimização de uma função quadrática com variáveis separáveis, representando as perdas na geração e transmissão do sistema elétrico, com restrições lineares de potência ativa.

O Problema 4.1.1, pode ser simplificado utilizando as seguintes mudanças de variáveis [18]:

$$\begin{aligned}\tilde{f}^k &= f^k - f^{\min} \\ \tilde{f}^{\max} &= f^{\max} - f^{\min} \\ \tilde{p}^k &= p^k - p^{\min} \\ \tilde{p}^{\max} &= p^{\max} - p^{\min}.\end{aligned}$$

Com essas modificações, os limites inferiores da geração e transmissão de energia passam a ser nulos, dessa forma o problema pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{\alpha}{2} \sum_{k=1}^t [(\tilde{f}^k)^T R \tilde{f}^k + c_f^T \tilde{f}^k] + \frac{\beta}{2} \sum_{k=1}^t [(\tilde{p}^k)^T Q (\tilde{p}^k)^T + c_p^T \tilde{p}^k] \\ \text{s.a} \quad & A \tilde{f}^k - E \tilde{p}^k = -d^k + p^{\min} - A f^{\min} = \tilde{d}^k, \quad \forall k = 1, \dots, t \\ & X \tilde{f}^k = -X f^{\min} = l^k, \quad \forall k = 1, \dots, t \\ & 0 \leq \tilde{f}^k \leq \tilde{f}^{\max}, \quad \forall k = 1, \dots, t \\ & 0 \leq \tilde{p}^k \leq \tilde{p}^{\max}, \quad \forall k = 1, \dots, t \\ & \sum_{k=1}^t \tilde{p}^k = \tilde{q} \end{aligned}$$

onde:

$$\begin{aligned} c_f^T &= 2(f^{\min})^T R, \\ c_p^T &= 2(p^{\min})^T Q + c^T. \end{aligned}$$

O problema ainda não está na forma padrão, pois temos desigualdades nas restrições lineares, portanto acrescentando as variáveis de folga, temos o problema primal na sua forma padrão:

$$\begin{aligned}
\min \quad & \frac{\alpha}{2} \sum_{k=1}^t [(\tilde{f}^k)^T R \tilde{f}^k + c_f^T \tilde{f}^k] + \frac{\beta}{2} \sum_{k=1}^t [(\tilde{p}^k)^T Q (\tilde{p}^k)^T + c_p^T \tilde{p}^k] \\
s.a \quad & A \tilde{f}^k - E \tilde{p}^k = \tilde{d}^k, & \forall k = 1, \dots, t \\
& X \tilde{f}^k = l^k, & \forall k = 1, \dots, t \\
& \tilde{f}^k + s_f^k = \tilde{f}^{max}, & \forall k = 1, \dots, t \\
& \tilde{p}^k + s_p^k = \tilde{p}^{max}, & \forall k = 1, \dots, t \\
& \sum_{k=1}^t \tilde{p}^k = \tilde{q}, \\
& (\tilde{f}^k, s_f^k) \geq 0, \quad (\tilde{p}^k, s_p^k) \geq 0.
\end{aligned}$$

4.4 Formulação Matricial do Problema sem Manobras

As restrições do problema de pré-despacho, podem ser colocadas na forma matricial [19]:

$$B = \begin{bmatrix} A \\ X \end{bmatrix}$$

onde a matriz B é formada pelas linhas justapostas das matrizes de incidência e reatância respectivamente, e tem dimensão $m + (n - m + 1) \times n$, uma vez admitido que o modelo que está sendo trabalhado tem m barras, n linhas de transmissão e g geradores. Define-se também a matriz:

$$\hat{E} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix}$$

onde cada linha não nula de E corresponde a uma barra de geração, assim sendo a matriz \hat{E} tem dimensões $(n + 1) \times g$, onde as últimas $(n - m + 1)$ linhas são nulas.

As restrições podem então ser reescritas como:

$$\begin{bmatrix} A & -E \\ X & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{f}^k \\ \tilde{p}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{d}^k \\ l^k \end{bmatrix}$$

assim o problema primal de pré-despacho na forma padrão tem a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{\alpha}{2} \sum_{k=1}^t [(\tilde{f}^k)^T R \tilde{f}^k + c_{\tilde{f}}^T \tilde{f}^k] + \frac{\beta}{2} \sum_{k=1}^t [(\tilde{p}^k)^T Q (\tilde{p}^k)^T + c_{\tilde{p}}^T \tilde{p}^k] \\ \text{s.a} \quad & B \tilde{f}^k - \hat{E} \tilde{p}^k = \tilde{d}^k, & \forall k = 1, \dots, t \\ & \tilde{f}^k + s_{\tilde{f}}^k = \tilde{f}^{max}, & \forall k = 1, \dots, t \\ & \tilde{p}^k + s_{\tilde{p}} = \tilde{p}^{max}, & \forall k = 1, \dots, t \\ & \sum_{k=1}^t \tilde{p}^k = \tilde{q} \\ & (\tilde{f}^k, s_{\tilde{f}}^k, \tilde{p}, s_{\tilde{p}}^k) \geq 0 \end{aligned}$$

onde define-se:

$$\tilde{d}^k = \begin{bmatrix} \tilde{d}^k \\ l^k \end{bmatrix}.$$

4.5 Formulação Matricial do Problema Dual

Para descrição do problema dual, serão usadas algumas definições matriciais [3]:

$$D^k = \begin{bmatrix} B & -\hat{E} & 0 & 0 \\ I & 0 & I & 0 \\ 0 & I & 0 & I \end{bmatrix}$$

$$I_{\tilde{p}}^k = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(v^k)^T = \begin{bmatrix} \tilde{f}^k & \tilde{p}^k & s_{\tilde{f}}^k & s_{\tilde{p}}^k \end{bmatrix}$$

$$(b^k)^T = \begin{bmatrix} \hat{d}^k & \tilde{f}^{max} & \tilde{p}^{max} & \tilde{q} \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} D_1 & 0 & 0 \dots & 0 \\ 0 & D_2 & 0 \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & D_t \\ I_{\tilde{p}}^1 & I_{\tilde{p}}^2 & \dots & I_{\tilde{p}}^t \end{bmatrix}$$

portanto:

$$\begin{bmatrix} D_1 & 0 & 0 \dots & 0 \\ 0 & D_2 & 0 \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & D_t \\ I_{\tilde{p}}^1 & I_{\tilde{p}}^2 & \dots & I_{\tilde{p}}^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v^1 \\ v^2 \\ \vdots \\ v^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b^1 \\ b^2 \\ \vdots \\ b^t \end{bmatrix}.$$

Assim, o problema dual em sua notação matricial associado ao seu modelo primal fica da seguinte forma:

$$\max \quad b^T y - \sum_{k=1}^t \left[\frac{\alpha}{2} (\tilde{f}^k)^T R \tilde{f}^k + \frac{\beta}{2} (\tilde{p}^k)^T Q (\tilde{p}^k) \right]$$

$$\text{s.a.} \quad G^T y \leq c$$

onde

y livre

$$y^T = [y_1^k \quad y_2^k \quad y_3^k \quad y_a]$$

$$c^T = [c_{\tilde{f}} + R\tilde{f}^k \quad c_{\tilde{p}} + Q\tilde{p}^k \quad 0 \quad 0].$$

Fazendo as seguintes substituições:

$$\begin{aligned}y_1^k &= y_{\tilde{f}}^k \\y_2^k &= -w_{\tilde{f}}^k \\y_3^k &= -w_{\tilde{p}}^k\end{aligned}$$

e acrescentando as variáveis de folga, temos o seguinte problema dual:

$$\begin{aligned}max \sum_{k=1}^t [(\hat{d}^k)^T y_{\tilde{f}}^k - (\tilde{f}^{max})^T w_{\tilde{f}}^k - (\tilde{p}^{max})^T w_{\tilde{p}}^k + (\tilde{q})^T y_a - \frac{\alpha}{2} [(\tilde{f}^k)^T R \tilde{f}^k] - \frac{\beta}{2} \sum_{k=1}^t [(\tilde{p}^k)^T Q \tilde{p}^k] \\s.a \quad B^T y_{\tilde{f}}^k - w_{\tilde{f}}^k - R \tilde{f}^k + z_{\tilde{f}}^k = c_{\tilde{f}} \quad \forall k = 1, \dots, t \\-\hat{E}^T y_{\tilde{f}}^k - w_{\tilde{p}}^k + y_a - Q \tilde{p}^k + z_{\tilde{p}}^k = c_{\tilde{p}} \quad \forall k = 1, \dots, t \\(z_{\tilde{f}}^k, w_{\tilde{f}}^k, z_{\tilde{p}}^k, w_{\tilde{p}}^k) \geq 0, \quad y_{\tilde{f}}^k, y_a \text{ livres.}\end{aligned}$$

Antes de aplicar o método de Newton para resolver os problemas primal-dual, devemos então determinar as condições de otimalidade.

4.6 Condições de Otimalidade

- Factibilidade primal

$$\begin{aligned}B \tilde{f}^k - \hat{E} \tilde{p}^k &= \hat{d}^k, & \forall k = 1, \dots, t \\ \tilde{f}^k + s_{\tilde{f}}^k &= \tilde{f}^{max}, & \forall k = 1, \dots, t \\ \tilde{p}^k + s_{\tilde{p}}^k &= \tilde{p}^{max}, & \forall k = 1, \dots, t \\ \sum_{k=1}^t \tilde{p}^k &= \tilde{q}, \\ (\tilde{f}^k, s_{\tilde{f}}^k, \tilde{p}^k, s_{\tilde{p}}^k) &\geq 0.\end{aligned}$$

- Factibilidade dual

$$\begin{aligned}B^T y_{\tilde{f}}^k - w_{\tilde{f}}^k - R \tilde{f}^k + z_{\tilde{f}}^k &= c_{\tilde{f}} \quad \forall k = 1, \dots, t \\ -\hat{E}^T y_{\tilde{f}}^k - w_{\tilde{p}}^k + y_a - Q \tilde{p}^k + z_{\tilde{p}}^k &= c_{\tilde{p}} \quad \forall k = 1, \dots, t \\ (z_{\tilde{f}}^k, w_{\tilde{f}}^k, z_{\tilde{p}}^k, w_{\tilde{p}}^k) &\geq 0, \quad y_{\tilde{f}}^k, y_a \text{ livres.}\end{aligned}$$

- Condições de complementaridade

$$\begin{aligned}\tilde{F}^k Z_f^k e &= 0 \\ S_f^k W_f^k e &= 0 \\ \tilde{P}^k Z_p^k e &= 0 \\ S_p^k W_p^k e &= 0.\end{aligned}$$

4.7 Método de Newton

Aplicamos o método de Newton às condições de otimalidade temos:

$$Jd = r$$

$$J = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 \dots & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & M_t \\ I_p^1 & I_p^2 & \dots & I_p^t \end{bmatrix}$$

onde cada M_k corresponde à seguinte matriz:

$$\begin{bmatrix} B & -\hat{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -R & 0 & 0 & 0 & B^T & -I & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -Q & 0 & 0 & -\hat{E}^T & 0 & 0 & -I & I & I \\ Z_f^k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{F}^k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W_f^k & 0 & 0 & S_f^k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_p^k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{P}^k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W_p^k & 0 & 0 & 0 & S_p^k & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

cujas direções são:

$$d^T = \left[d\tilde{f}^k \quad d\tilde{p}^k \quad ds_f^k \quad ds_p^k \quad dy_f^k \quad dw_f^k \quad dz_f^k \quad dw_p^k \quad dz_p^k \quad dy_a \right]^T$$

e r representa o vetor dos resíduos:

$$r_1 = \hat{d}^k - B\tilde{f}^k + \hat{E}\tilde{p}^k \quad (4.7.2)$$

$$r_2 = \tilde{f}^{max} - \tilde{f}^k - s_{\tilde{f}}^k \quad (4.7.3)$$

$$r_p = \tilde{p}^{max} - \tilde{p}^k - s_{\tilde{p}}^k \quad (4.7.4)$$

$$r_y = c_{\tilde{f}} - B^T y_{\tilde{f}}^k + w_{\tilde{f}}^k + R\tilde{f}^k - z_{\tilde{f}}^k \quad (4.7.5)$$

$$r_g = c_{\tilde{p}} + \hat{E}^T y_{\tilde{f}}^k + w_{\tilde{p}}^k - y_a + Q\tilde{p}^k - z_{\tilde{p}}^k \quad (4.7.6)$$

$$r_{zf} = \mu e - \tilde{F}^k Z_{\tilde{f}}^k e \quad (4.7.7)$$

$$r_{wf} = \mu e - S_{\tilde{f}}^k W_{\tilde{f}}^k e \quad (4.7.8)$$

$$r_{zp} = \mu e - \tilde{P}^k Z_{\tilde{p}}^k e \quad (4.7.9)$$

$$r_{wp} = \mu e - S_{\tilde{p}}^k W_{\tilde{p}}^k e \quad (4.7.10)$$

$$r_m = \tilde{q} - \sum_{k=1}^t \tilde{p}^k. \quad (4.7.11)$$

Assim temos o seguinte sistema de equações formado pelas direções de Newton:

$$\left\{ \begin{array}{l} B d\tilde{f}^k - \hat{E} d\tilde{p}^k = r_1 \\ d\tilde{f}^k + ds_{\tilde{f}}^k = r_f \\ d\tilde{p}^k + ds_{\tilde{p}}^k = r_p \\ B^T dy_{\tilde{f}}^k - dw_{\tilde{f}}^k - R d\tilde{f}^k + dz_{\tilde{f}}^k = r_y \\ -\hat{E}^T dy_{\tilde{f}}^k - dw_{\tilde{p}}^k + dy_a - Q d\tilde{p}^k + dz_{\tilde{p}}^k = r_g \\ \tilde{F}^k dz_{\tilde{f}}^k + Z_{\tilde{f}}^k d\tilde{f}^k = r_{zf} \\ S_{\tilde{f}}^k dw_{\tilde{f}}^k + W_{\tilde{f}}^k ds_{\tilde{f}}^k = r_{wf} \\ \tilde{P}^k dz_{\tilde{p}}^k + Z_{\tilde{p}}^k d\tilde{p}^k = r_{zp} \\ S_{\tilde{p}}^k dw_{\tilde{p}}^k + W_{\tilde{p}}^k ds_{\tilde{p}}^k = r_{wp} \\ \sum_{k=1}^t d\tilde{p}^k = r_m. \end{array} \right. \quad (4.7.12)$$

Este sistema pode ser consideravelmente reduzido através de substituição de variáveis. Considere a eliminação de $dz_{\tilde{f}}^k$, $dw_{\tilde{f}}^k$, $dz_{\tilde{p}}^k$, $dw_{\tilde{p}}^k$, $ds_{\tilde{f}}^k$ e $ds_{\tilde{p}}^k$ obtendo o seguinte sistema de equações:

$$\left\{ \begin{array}{l} B d\tilde{f}^k - \widehat{E} d\tilde{p}^k = r_1 \\ B^T dy_{\tilde{f}}^k - D_{\tilde{f}}^k d\tilde{f}^k = r_a \\ -\widehat{E}^T dy_{\tilde{f}}^k - D_{\tilde{p}}^k d\tilde{p}^k + dy_a = r_b \\ \sum_{k=1}^t d\tilde{p}^k = r_m \end{array} \right. \quad (4.7.13)$$

onde:

$$\begin{aligned} D\tilde{f}^k &= R + (\tilde{F}^k)^{-1} Z_{\tilde{f}}^k + (S_{\tilde{f}}^k)^{-1} W_{\tilde{f}}^k \\ D\tilde{p}^k &= Q + (\tilde{P}^k)^{-1} Z_{\tilde{p}}^k + (S_{\tilde{p}}^k)^{-1} W_{\tilde{p}}^k \\ r_a &= r_y + (S_{\tilde{f}}^k)^{-1} r_{wf} - (\tilde{F}^k)^{-1} r_{zf} - (S_{\tilde{f}}^k)^{-1} W_{\tilde{f}}^k r_f \\ r_b &= r_g + (S_{\tilde{p}}^k)^{-1} r_{wp} - (\tilde{P}^k)^{-1} r_{zp} - (S_{\tilde{p}}^k)^{-1} W_{\tilde{p}}^k r_p. \end{aligned}$$

Eliminando $d\tilde{f}^k$ e $d\tilde{p}^k$ na segunda e terceira equações do sistema (4.7.13) e substituindo na primeira equação, obtemos o sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} [B(D_{\tilde{f}}^k)^{-1} B^T + \widehat{E}(D_{\tilde{p}}^k)^{-1} \widehat{E}^T] dy_{\tilde{f}}^k - \widehat{E}(D_{\tilde{p}}^k)^{-1} dy_a = r \\ \sum_{k=1}^t d\tilde{p}^k = r_m \end{array} \right. \quad (4.7.14)$$

onde

$$r = r_1 + B(D_{\tilde{f}}^k)^{-1} r_a - \widehat{E}(D_{\tilde{p}}^k)^{-1} r_b$$

pelo sistema (4.7.12) temos que:

$$d\tilde{p}^k = (D_{\tilde{p}}^k)^{-1} [-r_b + B^T dy_{\tilde{f}}^k + dy_a],$$

substituindo em (4.7.14)

$$\sum_{k=1}^t [(D_{\tilde{p}}^k)^{-1} [dy_a - \widehat{E}^T dy_{\tilde{f}}^k]] = r_m + \sum_{k=1}^t (D_{\tilde{p}}^k)^{-1} r_b.$$

Portanto temos o seguinte sistema a ser resolvido:

$$\begin{cases} [B(D_{\tilde{f}}^k)^{-1}B^T + \widehat{E}(D^k)^{-1}\widehat{E}^T]dy_{\tilde{f}}^k - \widehat{E}(D_{\tilde{p}}^k)^{-1}dy_a = r \\ \sum_{k=1}^t [(D_{\tilde{p}}^k)^{-1}[dy_a - \widehat{E}^T dy_{\tilde{f}}^k] = r_m + \sum_{k=1}^t (D_{\tilde{p}}^k)^{-1}r_b. \end{cases} \quad (4.7.15)$$

Eliminando $dy_{\tilde{f}}^k$ da primeira equação do sistema anterior e substituindo na segunda, obtemos finalmente:

$$\sum_{k=1}^t [(D_{\tilde{p}}^k)^{-1} - (D_{\tilde{p}}^k)^{-1}\widehat{E}^T M^{-1}\widehat{E}(D_{\tilde{p}}^k)^{-1}]dy_a = r_m + \sum_{k=1}^t (D_{\tilde{p}}^k)^{-1}[r_b + \widehat{E}^T M^{-1}r] \quad (4.7.16)$$

cuja solução direta exige muito esforço computacional, pois $M = B(D_{\tilde{f}}^k)^{-1}B^T + D^k$ tem dimensão do número de linhas e dy_a tem dimensão do número de geradores, uma forma de resolução mais eficiente deste sistema será detalhadamente explicada no próximo capítulo.

Capítulo 5

Problema de Pré-Despacho com Manobras Programadas

Como já dito anteriormente o pré-despacho de um sistema hidroelétrico é um problema operacional de curto-prazo, que pode ser formulado como a minimização de uma função quadrática com variáveis separáveis, considerando as perdas na transmissão e os custos de geração, onde as leis de Kirchhoff são utilizadas representando as restrições do problema.

5.1 Modelo Dinâmico com Manobras

O problema dinâmico, ou seja, com repetições em t -intervalos de tempo de pré-despacho para o problema com manobras pode ser formulado já na forma padrão como:

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{\alpha}{2} \sum_{k=1}^t [(\tilde{f}^k)^T R \tilde{f}^k + c_f^T \tilde{f}^k] + \frac{\beta}{2} \sum_{k=1}^t [(\tilde{p}^k)^T Q (\tilde{p}^k)^T + c_p^T \tilde{p}^k] \\ \text{s.a} \quad & B^k \tilde{f}^k - \hat{E}^k \tilde{p}^k = \hat{d}^k, \quad \forall k = 1, \dots, t \\ & \tilde{f}^k + s_f^k = \tilde{f}^{max}, \quad \forall k = 1, \dots, t \\ & \tilde{p}^k + s_p = \tilde{p}^{max}, \quad \forall k = 1, \dots, t \\ & \sum_{k=1}^t \tilde{p}^k = \tilde{q}, \\ & (\tilde{f}^k, s_f^k, \tilde{p}^k, s_p^k) \geq 0. \end{aligned}$$

O motivo pelos qual as matrizes B e E variam de acordo com os intervalos de tempo (B^k e E^k) é que a rede não é mais constante ao longo desses t -intervalos, sendo assim a

matriz B formada pelas linhas justapostas da matriz de incidência e reatância e a matriz E de ordem $m \times g$ devem variar de acordo com essas mudanças.

A próxima seção trata desse tema com detalhes.

5.2 Estudo da Estrutura Matricial Para o Problema Com Manobras

Estamos assumindo que no presente sistema ocorram i manobras previamente programadas ao longo de t intervalos de tempo, onde cada intervalo de tempo corresponde ao período de 1 ou 1/2 hora, as manobras i são poucas com valor típico variando de zero a seis, o que normalmente ocorre no sistema brasileiro.

A matriz B formada pelas linhas justapostas da matriz de incidência e reatância, não é mais constante ao longo dos t intervalos de tempo, pois cada vez que uma manobra é realizada, podemos inferir que uma linha e uma coluna da matriz B são retirados (inseridos), no caso de existir mais de uma manobra no mesmo intervalo de tempo, mais linhas e colunas da matriz B são retiradas (inseridas).

Sendo assim quando considerarmos um sistema com manobras em diferentes intervalos de tempo, utilizaremos a seguinte notação:

$$\tilde{B}^k = \begin{bmatrix} A^k \\ X^k \end{bmatrix}$$

onde

$$k = 1, 2, \dots, t.$$

Como a dimensão da matriz B pode se modificar a cada manobra, devemos ajustar o sistema a essas mudanças, ou seja, para a realização do produto e somatório com B , as dimensões de algumas matrizes envolvidas no sistema, também devem se alterar.

A matriz B pode ser decomposta como:

$$B = \begin{bmatrix} A \\ X \end{bmatrix}$$

ou de forma mais precisa:

$$B = \begin{bmatrix} T & N \\ X_T & X_N \end{bmatrix}$$

logo

$$A = \begin{bmatrix} T & N \end{bmatrix}$$

e,

$$X = \begin{bmatrix} X_T & X_N \end{bmatrix}.$$

Apresentaremos uma introdução sobre a teoria dos grafos, que será utilizado posteriormente no estudo do caso com manobras.

Um circuito num grafo é um caminho onde os nós inicial e final são os mesmos. Um grafo é dito conexo se, para ir de um nó v do grafo a qualquer outro nó w , existe pelo menos um caminho de v a w . Uma árvore é um grafo conexo que não contém circuitos. Uma árvore geradora para um grafo G é um sub-grafo que é uma árvore e que contém todos os nós de G . Assim, em uma árvore, quaisquer dois nós são unidos por um único caminho. Além disso, o número de arcos é igual a 1 mais o número de nós. Isso implica que, se qualquer arco é retirado, a árvore estará desmembrada em duas sub-árvores desconexas.

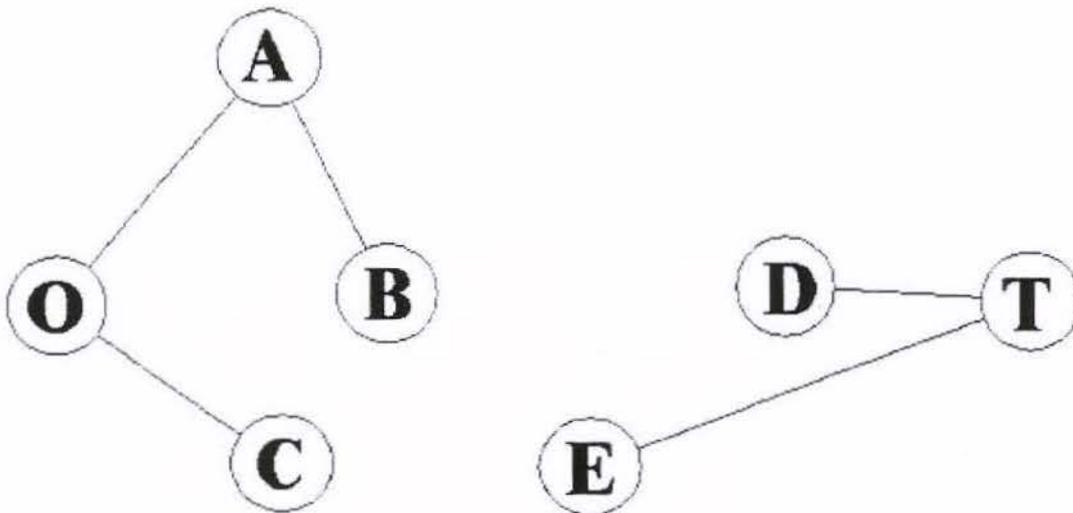


Figura 5.1: Contra-Exemplo de Árvore Geradora.

a Figura 5.1 não é uma árvore geradora, pois os nós O, A, B e C não estão conectados aos nós D, E e T. Já Figura 5.2 é uma árvore geradora, pois ela é:

- acíclica;
- todo par de nós está conectado;
- existem $6(n - 1)$ arcos para $7(n)$ nós.

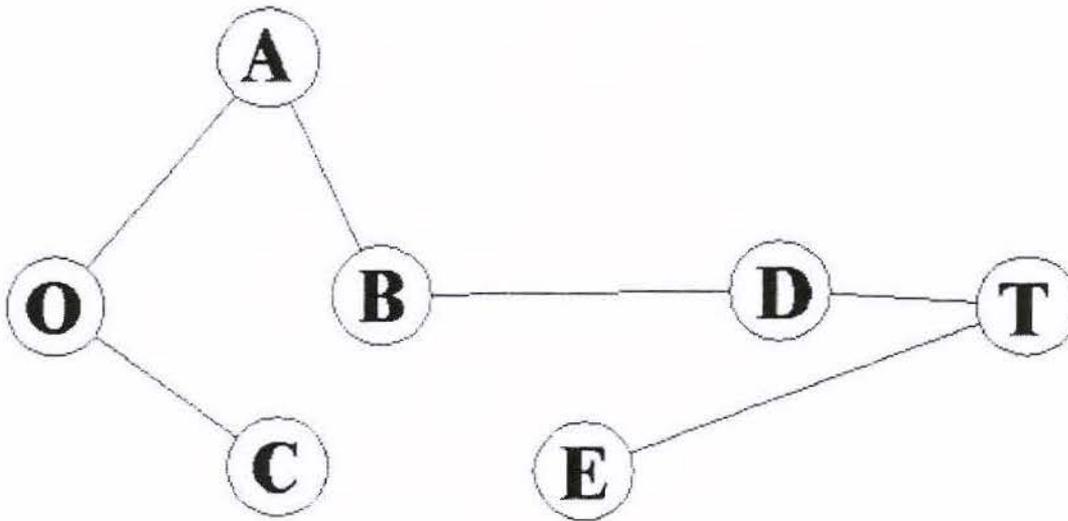


Figura 5.2: Exemplo de Árvore Geradora.

Nesses casos a matriz T , representa a árvore geradora e N representa a matriz de arcos adicionais dessa árvore. Por exemplo, se tivermos a árvore geradora aqui considerada e adicionarmos alguns arcos, formaremos o sistema a ser trabalhado como mostra a Figura 5.3 e cuja matriz de incidência é mostrada na Figura 5.4. Supondo-se que façamos manobras (desligar) nos ramos pontilhados da Figura 5.5.

Logo os ramos em destaque na Figura 5.5 serão retirados devido ao seu desligamento e a matriz de reatância é mostrada na Figura 5.7. A forma mais esparsa da matriz de reatância é aquela em que cada laço é o menor possível e estes laços são denominados elementares.

Continuando a resolução do problema do pré-despacho, temos que na equação (4.7.15) que não considera manobras, a matriz $D^k = \widehat{E}(D_p^k)^{-1}\widehat{E}^T$ é quadrada e tem dimensão $(n + 1) \times (n + 1)$, onde suas primeiras m linhas constituem a matriz diagonal $(D_p^k)^{-1}$, enquanto que o restante de seus elementos são nulos.

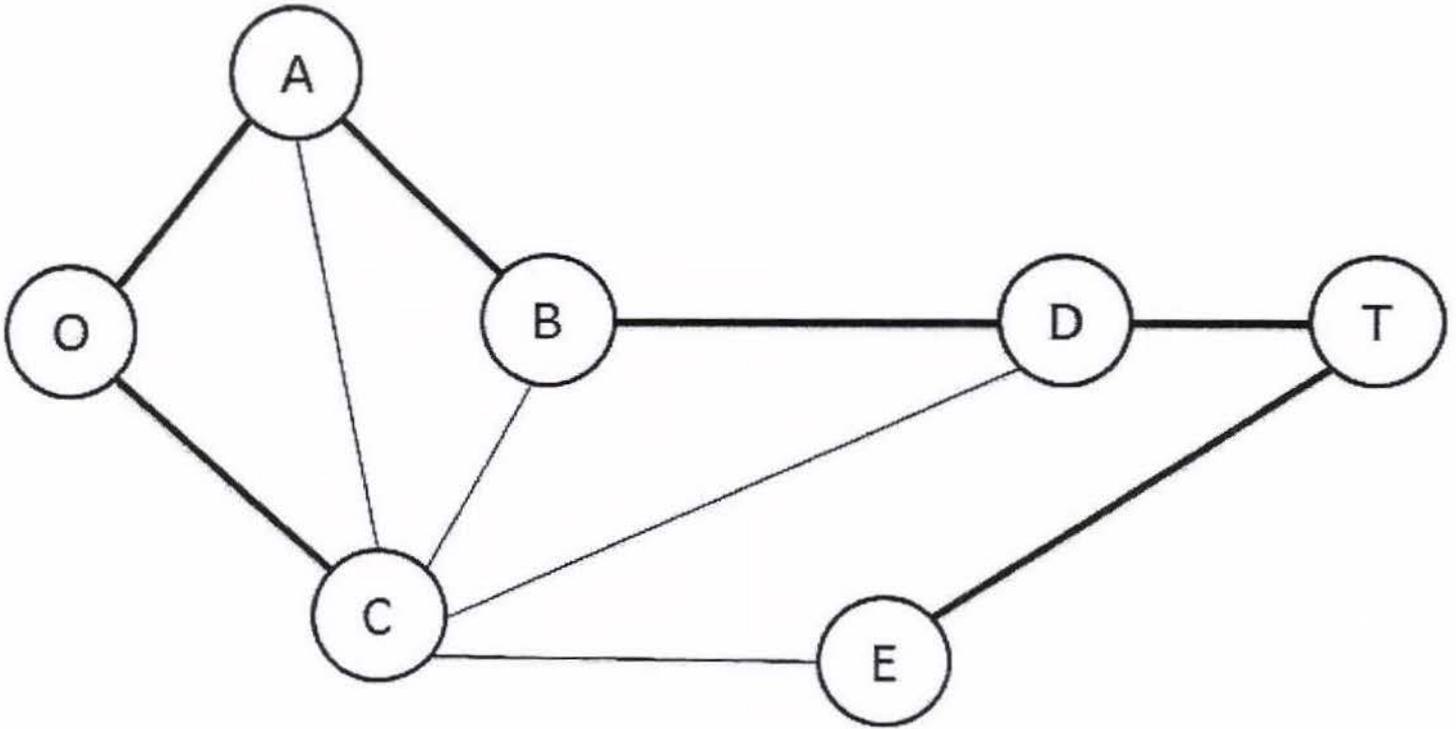


Figura 5.3: Árvore Geradora e Arcos Adicionais.

Percebe-se que as matrizes que são diretamente influenciadas pela mudança na dimensão de B são \widehat{E} , $D_{\bar{f}}^k$ e D^k sendo assim ao inserirmos as manobras ao nosso sistema, a equação acima terá agora a seguinte forma:

$$D^k = \widehat{E}^k (D_{\bar{f}}^k)^{-1} (\widehat{E}^k)^T.$$

Nosso objetivo inicial é resolver o sistema (4.7.16), mas para isso percebemos que seria necessário muito esforço computacional, pois na primeira equação temos a seguinte matriz:

$$M^k = [B^k (D_{\bar{f}}^k)^{-1} (B^k)^T + D^k]$$

cuja dimensão é o número de linhas no instante t , enquanto o vetor dy_a , tem dimensão do número de geradores. Uma resolução mais eficiente segue alguns passos [19]:

Passo 1) Considere uma matriz \widetilde{B}^k , constituída da matriz B^k e do vetor canônico e_j , assim $\widetilde{B}^k = [B^k \ e_j]$ note que esta matriz é quadrada e não-singular.

$$\begin{array}{cccccccccc}
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}$$

$\underbrace{\hspace{15em}}$
T

$\underbrace{\hspace{15em}}$
N

Figura 5.4: Matriz de Incidência.

Passo 2) À matriz $(D_{\tilde{f}}^k)^{-1}$ é acrescentada uma linha e uma coluna, isso para ajustar sua dimensão para a multiplicação entre as matrizes.

Passo 3) Já na matriz D^k , retira-se a j -ésima linha e j -ésima coluna, com j variando de $1, 2, \dots, m$, onde suas intersecções não podem ser nulas, ou seja estamos retirando uma barra de geração da matriz, sua dimensão não é alterada, somente substituída com zero na j -ésima linha e coluna retiradas.

Sendo assim, seja $(D_{\tilde{f}}^k)^{-1}$ de $\tilde{D}_{\tilde{f}}^k$ e D^k de \tilde{D}^k , logo a matriz M passa a ser denominada \tilde{M}^k e reescrita como $\tilde{M}^k = \tilde{B}^k(\tilde{D}_{\tilde{f}}^k)^{-1}(\tilde{B}^k)^T + \tilde{D}^k$, que tem dimensão $(n+1) \times (n+1)$, e o vetor $\tilde{r}^k = r_1 + \tilde{B}^k(\tilde{D}_{\tilde{f}}^k)^{-1}r_a - \tilde{E}^k(\tilde{D}_{\tilde{p}}^k)^{-1}r_b$.

Passo 4) Definimos

$$[\tilde{B}^k(\tilde{D}_{\tilde{f}}^k)^{-1}(\tilde{B}^k)^T + \tilde{D}^k]d\hat{y}_{\tilde{f}}^k = \tilde{r}^k \quad (5.2.1)$$

esse sistema será resolvido em duas etapas [3]:

1. Resolveremos primeiro o seguinte sistema linear

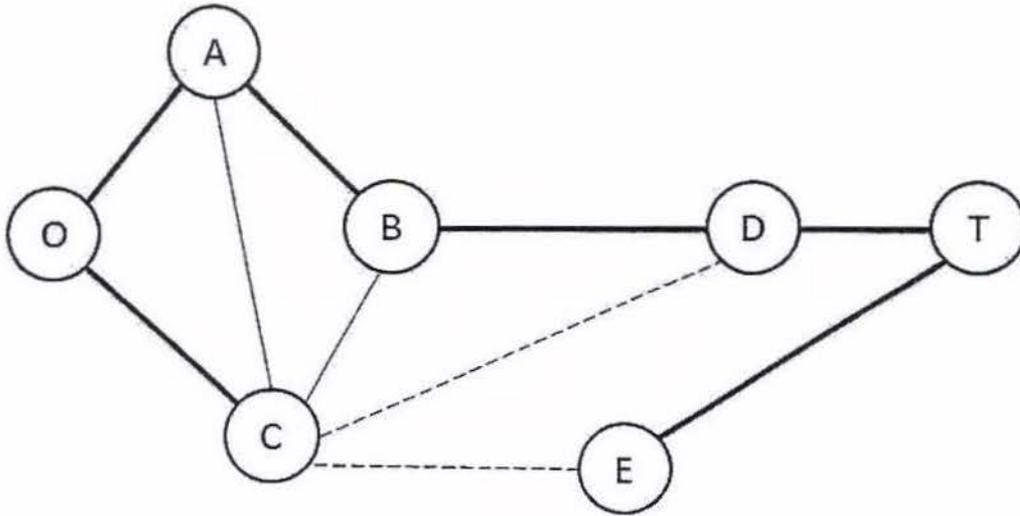


Figura 5.5: Ramos a Serem Desligados no Sistema.

$$[\tilde{B}^k \tilde{D}_f^k (\tilde{B}^k)^T] d\hat{y}_f^k = \tilde{r} \quad k = 1, 2, \dots, t$$

assim as “inversas” de \tilde{B}^k e $(\tilde{B}^k)^T$ deverão ser calculadas, mas é importante salientar que estamos assumindo que em t intervalos de tempo, ocorrem i -manobras programadas, ou seja as matrizes \tilde{B}^k e $(\tilde{B}^k)^T$ variam ao longo do intervalo, em função desse número de manobras.

Assim, para resolver (5.2.1), temos que $d\hat{y}$ é encontrado sem dificuldades, utilizando a fatoração LU de \tilde{B}^k por exemplo, que não varia ao longo das iterações. De forma algébrica escrevemos:

$$d\hat{y} = [\tilde{B}^k \tilde{D}_f^k (\tilde{B}^k)^T]^{-1} \tilde{r}.$$

2. A fórmula de Sherman-Morrison-Woodbury [6] é usada para resolver o sistema (5.2.1), no caso o cálculo da inversa da matriz \tilde{M}^k :

$$(C + USV^T)^{-1} = C^{-1} - C^{-1}U(S^{-1} + V^T C^{-1}U)^{-1}V^T C^{-1}$$

onde U e V são matrizes de dimensão $p \times q$ e S tem dimensão $q \times q$, portanto adequando ao nosso problema $C = \tilde{B}^k \tilde{D}_f^k (\tilde{B}^k)^T$ e $USV^T = \tilde{D}^k$.

$$\begin{array}{cccccccc|cc}
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}$$

T
N

Figura 5.6: Colunas a Serem Desligadas da Matriz de Incidência.

- S é uma matriz diagonal de dimensão $g \times g$, cujos elementos são os que pertencem a matriz \tilde{D}^k ;
- U contém suas colunas tiradas da matriz identidade;
- $V^T = U^T$;

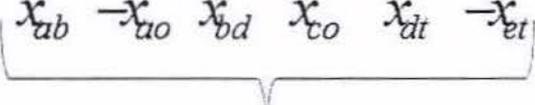
logo \tilde{M}^k é escrito como:

$$[\tilde{B}^k \tilde{D}_{\tilde{f}}^k (\tilde{B}^k)^T + \tilde{D}^k]^{-1} = [\tilde{B}^k \tilde{D}_{\tilde{f}}^k (\tilde{B}^k)^T]^{-1} - [\tilde{B}^k \tilde{D}_{\tilde{f}}^k (\tilde{B}^k)^T]^{-1} \hat{E}^k Z^{-1} (\hat{E}^k)^T [\tilde{B}^k \tilde{D}_{\tilde{f}}^k (\tilde{B}^k)^T]^{-1}$$

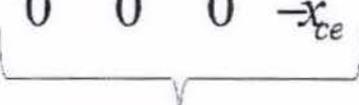
onde

$$Z = S^{-1} + (\hat{E}^k)^T [\tilde{B}^k \tilde{D}_{\tilde{f}}^k (\tilde{B}^k)^T]^{-1} \hat{E}^k$$

$$\begin{array}{cccccccccc}
0 & -x_{ao} & 0 & x_{co} & 0 & 0 & x_{ac} & 0 & 0 & 0 \\
x_{ab} & -x_{ao} & 0 & x_{co} & 0 & 0 & 0 & x_{bc} & 0 & 0 \\
x_{ab} & -x_{ao} & x_{bd} & x_{co} & 0 & 0 & 0 & 0 & -x_{cd} & 0 \\
x_{ab} & -x_{ao} & x_{bd} & x_{co} & x_{dt} & -x_{et} & 0 & 0 & 0 & -x_{ce}
\end{array}$$



XT



XN

Figura 5.7: Matriz de Reatância.

note que Z é uma matriz simétrica definida positiva, com dimensão do número de geradores, logo o cálculo de Z é simples, pois a matriz permite a aplicação da decomposição de Cholesky e tem dimensão relativamente pequena.

Multiplicando a equação de Sherman-Morrison-Woodbury já aplicada nesse problema por \tilde{r}^k , temos:

$$d\hat{y}_f^k = d\hat{y} - ([B^k]^{-1})^T (\tilde{f}^k)^{-1} (\tilde{B}^k)^{-1} \hat{E}^k Z^{-1} (\hat{E}^k)^T d\hat{y}_f^k.$$

Observe que as matrizes $B^k = L^k U^k$, podem ser decompostas antes do processo iterativo, assim como B no caso do problema sem manobras.

Capítulo 6

Detalhes de Implementação do Método Desenvolvido

Para desenvolver os métodos de pontos interiores para um sistema com manobras, a rede deve ser adaptada.

Para os desenvolvimentos realizados os dados de manobras devem ser armazenados em um arquivo. Foi determinado o número máximo de seis manobras, durante o período de vinte e quatro horas.

A cada manobra realizada, pode-se inserir (retirar) uma linha e coluna da matriz B , nesse caso optou-se por armazenar somente o horário da manobra e os respectivos ramos envolvidos, como pode ser visto na Tabela 6.1. Na tabela o sinal negativo, indica que em determinada hora, os respectivos ramos serão desligados, e na ausência deles, implica sua ativação.

Horário	Ramos
-2	(2,3)
-4	(5,7)
8	(2,3)
18	(5,7)
18	(4,6)
-22	(4,6)

Tabela 6.1: Dados de Manobras.

A árvore geradora é representada pela matriz T e não deve ser modificada ou seja, só

podem ser ligados (desligados) os ramos pertencentes à matriz N formada pelos ramos adicionais da árvore geradora, facilitando assim a implementação e proporcionando uma maior eficiência computacional pois X_N é uma matriz diagonal, armazenada como vetor. Como são poucas manobras, não é uma tarefa difícil encontrar uma árvore T contendo somente ramos não envolvidos em manobras [19].

A matriz de reatância, formada pelos laços fundamentais, que se tomados sempre na mesma orientação, nos dá uma matriz do tipo incidência nó-arco, contém um bloco diagonal X_N , formado pelos ramos adicionais da árvore geradora.

A cada manobra realizada, deve-se armazenar a matriz B^k , para cálculos posteriores na resolução dos método de pontos interiores. Por questão de funcionalidade deve-se somente armazenar os ramos que estão ativos no sistema ou seja, as colunas da matriz N que estão ligadas no horário t de determinada manobra.

Pensou-se inicialmente em trabalhar com as colunas da matriz de incidência, por exemplo, se tivéssemos que realizar uma manobra às 22 horas, e retirar o ramo (2,3) da matriz de incidência, poderia ser utilizado o seguinte:

$$\text{ativas}(22)=\text{ativas}(21)-\text{ramo}(2,3)$$

onde a palavra ativa representa um conjunto que designa os ramos que estão ligados em determinada hora t .

Para que esse modelo pudesse ser usado, deveríamos ter a matriz de incidência A completa, ou seja, como se todos os ramos do sistema estivessem ativos, essa matriz deveria ser armazenada e seria utilizada toda vez que uma manobra fosse executada, para que pudéssemos saber a posição correta que a nova coluna deveria ser introduzida na matriz de incidência o que seria pouco eficiente.

Portanto para sanar esse problema procurou-se trabalhar somente com os índices das colunas da matriz N , por exemplo, caso queiramos desativar (ativar) o ramo (i,j) do sistema, então procura-se nas colunas da matriz de incidência dos ramos adicionais N , qual tem o valor 1 na posição i e o valor -1 na posição j , encontrada essa coluna ela é retirada (inserida), e seu índice corresponde a linha é retirada (inserida) da matriz X , sendo assim não se tem mais esta dificuldade no momento de inserir ou retirar um ramo do sistema.

Estas idéias estão explicadas detalhadamente na próxima seção.

6.1 Programa de Manobras

6.1.1 Dados Preliminares

O programa foi desenvolvido em Matlab, a função introduzida na implementação de pontos interiores já desenvolvida e seu conteúdo adaptado para atender as mudanças que as manobras realizadas fazem no sistema.

Inicialmente deve ser fornecido ao sistema a matriz de incidência, a matriz X_T e a matriz diagonal X_N e o arquivo contendo todas as manobras a serem realizadas no período k de 24 horas por exemplo.

É necessário determinar as linhas de transmissão ligadas ou ativas (no programa designados somente pela palavra ativa), em determinado período k , assim como a matriz B atualizada.

A atualização da matriz de reatância formada pelos seus blocos X_T referente a árvore geradora e X_N , referente aos ramos adicionais e armazenada como vetor (pois a matriz é diagonal), é feita através dos ramos ativos, logo para encontrá-los é utilizada as seguintes linhas de comando:

- no caso de X_N (matriz diagonal),
 $XN(ativa)$
- no caso de X_T ,
 $XT(ativa, :)$.

6.2 Código em Matlab

Iremos exibir a função de manobras que é introduzida na implementação de pontos interiores já desenvolvida e adaptada ao sistema resultante das manobras.

Manobra.m

```
function [linhas,B]=manobra(T,N,XT,XN,man,t)
```

```
    horaman=man(:,1);
```

```
    [m,n1]=size(T);
```

```
    [c,m1]=size(N);
```

```
    ativa=1:m1;
```

```
=====
    %Verifica se é horário que contém manobras e as exibe.
```

```
if ismember(t,abs(horaman))
```

```
    disp('hora de manobra')
```

```
    t
```

```
=====
    % Armazenando os horários em que deverão ser executadas manobras
```

```
eman=find(abs(horaman)==t); % manobras que serão feitas nesta hora
```

```
qtaman=length(eman); % quantidades de manobras feitas nessa hora
```

```
ramo=man(eman,2:3) % selecionando os ramos a serem inseridos ou retirados da matriz A
```

```
=====
    % Construindo o vetor de colunas ativas (ramos ativos)
```

```
coluna=[];
```

```
for s=1:qtaman
```

```
    coluna=find(N(ramo(s,1),:)==1 & N(ramo(s,2),:)==-1);
```

```
    if sign(horaman(eman(s)))==1 % verifica se insere o ramo em A (N)
```

```
        ativa=union(ativa,coluna); % insere o ramo
```

```
    end
```

```
    if sign(horaman(eman(s)))==-1 % verifica se retira o ramo
```

```
        ativa=setdiff(ativa,coluna);    % retirando uma coluna de A (N)
    end
end
```

```
A=[T N(:,ativa)]    % matriz de incidência corrente
X=[XT(ativa,:) diag(XN(ativa))];
B=[A;X]    % matriz B atual
```

```
=====
    else
        disp('não ha manobras a serem feitas')
    end
```

```
linhas(t).ativas=ativa;    % linhas ativas de N
end
```

```
=====
```

Capítulo 7

Resultados Computacionais

7.1 Sistemas Elétricos Estudados

A redes nas quais os testes foram realizados são os sistemas IEEE30, IEEE118 ilustrados nas figuras 7.1 e 7.2 respectivamente e os sistemas SSECO1654, SSECO1732 e BRASIL1993.

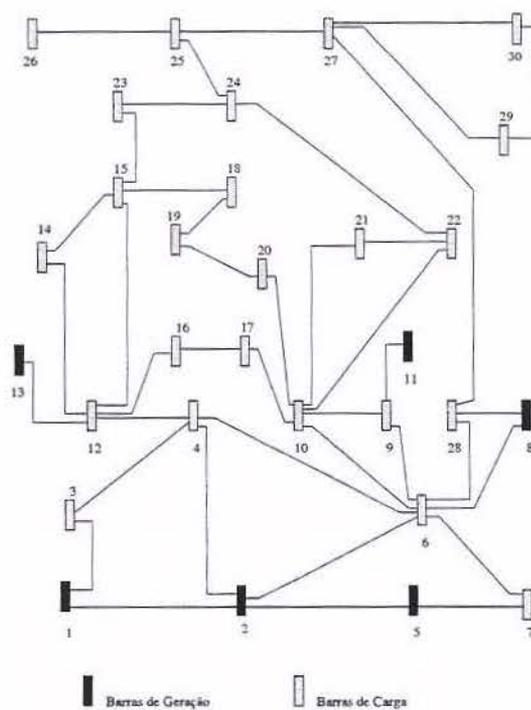


Figura 7.1: Rede do Sistema IEEE30.

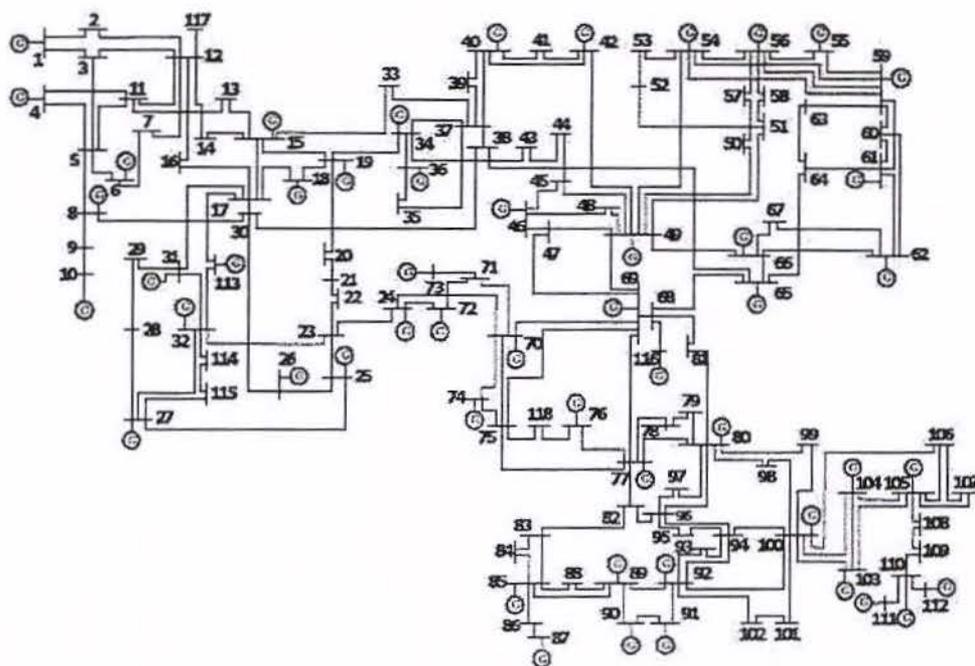


Figura 7.2: Rede do Sistema IEEE118.

7.2 Experimentos Numéricos

Nos experimentos computacionais foi utilizado o método de pontos interiores primal-dual e realizados testes com um número variável de manobras e com algumas alterações no fluxo máximo de potência ativa.

O método de pontos interiores preditor-corretor também foi implementado e testado para todos os casos, mas resultados obtidos não foram melhores que o método primal-dual, pois tanto o tempo de processamento como o número de iterações foram maiores.

A implementação foi desenvolvida em Matlab, com precisão de 10^{-3} e foram introduzidas modificações na implementação de pontos interiores desenvolvida que não considera manobras [20].

Os experimentos foram realizados em um computador com Mobile AMD Sempron processor 3000+, 1GB de RAM e velocidade 1.8GHZ.

7.2.1 Ponto Inicial dado pela Solução do Problema sem Manobras

Todos os testes realizados nessa seção utilizaram como ponto inicial o resultado do respectivo problema sem a realização das manobras programadas.

Sistemas	Iterações do Ponto Inicial
IEEE30	4
IEEE118	3
SSECO1654	11
SSECO1732	11
BRASIL1993	12

Tabela 7.1: Iteração com o Ponto Inicial Oriundo do Problema Resultado sem Manobras.

Os resultados dos testes seguintes nessa seção com respeito ao número de iterações devem ser adicionados a esses da Tabela 7.1.

As tabelas 7.2 e 7.3 representam o tempo e a velocidade para os sistemas IEEE30 e IEEE118 respectivamente, com um número de manobras variando de 0 a 6, sendo que estas são progressivas. Percebe-se que o número de manobras pouco interfere no desempenho computacional obtido.

Nestes experimentos, utilizou-se o valor de potência ativa máximo de 200MW para o sistema IEEE30 e 2000MW para o sistema IEEE118.

Num. Manobras	Tempo(seg)	Iterações
0	0,3440	3
1	0,3590	4
2	0,3750	4
3	0,3900	4
4	0,3910	4
5	0,3750	4
6	0,4060	4

Tabela 7.2: Sistema IEEE30.

Nem todos os ramos podem ser manobrados, mesmo não pertencendo à árvore geradora, ou seja pertencendo somente a matriz de ramos adicionais N , pois existem ramos

Num. Manobras	Tempo (seg)	Iterações
0	2,8590	3
1	2,9530	3
2	3,0780	3
3	3,1250	3
4	3,2190	3
5	3,0470	3
6	3,1100	3

Tabela 7.3: Sistema IEEE118.

Man.	Barras Geração/Carga	func. objet.
0	0	8,439e-01
1	(2,4)	8,439e-01
2	(2,4) e (1,3)	1,024e+00
3	(2,4),(1,3) e (5,7)	1,012e+00

Tabela 7.4: Testes Manobras Barras de Geração/Carga do sistema IEEE30.

que se manobrados deixam o grafo desconexo, e conseqüentemente obtém-se dois sistemas independentes.

Dependendo dos ramos que se realiza as manobras, os valores da função objetivo se modificam com uma margem de erro significativa, nota-se também que quando a manobra é realizada entre um ramo de carga e um ramo de geração o valor da função objetivo aumenta significativamente em relação a manobra realizada entre duas barras de carga.

Para manobras realizadas somente entre barras de carga e barras de geração obteve-se alterações significativas na função objetivo que podem ser verificadas na Tabela 7.4.

Para as manobras feitas somente com barras de carga, temos os resultados expostos na Tabela 7.5.

A partir de duas manobras o valor da função objetivo calculada para manobras feitas em barra de geração com barras de carga aumenta significativamente em relação a mesma calculada para barras de carga com barras de carga, embora o tempo de processamento seja praticamente o mesmo para os dois casos.

Man.	Barras Carga/Carga	func. objet.
0	0	8,439e-01
1	(27,28)	8,312e-01
2	(27,28) e (16,17)	8,357e-01
3	(27,28),(16,17) e(21,22)	8,360e-01

Tabela 7.5: Testes Manobras Barras de Carga/Carga do sistema IEEE30.

7.3 Sistemas Maiores de Grande Porte

Existe uma interligação cada vez maior entre os sistemas elétricos brasileiros, como pode ser visto na Figura 7.3.

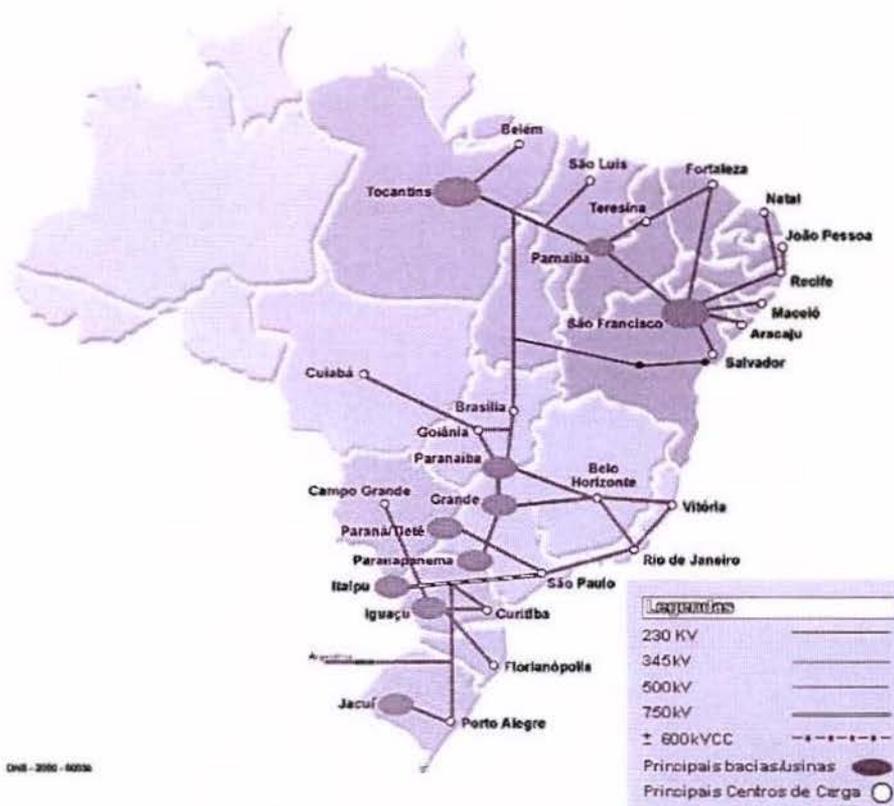


Figura 7.3: Sistema Interligado Nacional (SIN).

Experimentos numéricos também foram realizadas para problemas de maior porte, equivalentes do sistema Sul - Sudeste - Centro-Oeste (SSECO) e sistema interligado nacional, cujos resultados podem ser visualizados nas tabelas 7.6, 7.7 e 7.8 respectivamente.

Num. Manobras	Tempo (seg)	Iterações
0	56	2
1	111	4
2	90	3
3	94	3
4	94	3
5	123	4
6	119	4

Tabela 7.6: Sistema SSECO1654.

Num. Manobras	Tempo (seg)	Iterações
0	59	2
1	88	3
2	93	3
3	220	7
4	218	6
5	186	6
6	177	6

Tabela 7.7: Sistema SSECO1732.

O número de iterações pode variar significativamente dependendo do ramo que está sendo manobrado, se desligarmos um ramo onde o fluxo é alto, o sistema terá que encontrar um novo caminho para atender a demanda, refletindo no número de iterações.

Nos sistemas IEEE30 e IEEE118 por serem pequenos essas mudanças nas manobras são mais difíceis de serem observadas, pois torna-se mais difícil perturbá-los, mesmo porque os fluxos não apresentam grandes diferenças de um ramo para outro, mas em sistemas maiores e mais desbalanceados como o BRASIL1993 isso não ocorre e alguns testes puderam ser realizados.

É importante salientar que quanto maior o fluxo nos ramos manobrados, obtém-se uma quantidade maior de manobras e de iterações, no entanto outros motivos podem ser os responsáveis pelo aumento do custo computacional, pois dependendo dos ramos que vamos manobrar e a rede resultante dessas manobras pode-se ter que a adequação do sistema não seja tão eficiente.

Num. Manobras	Tempo(seg)	Iterações
0	107	3
1	112	3
2	189	5
3	359	10
4	225	6
5	231	6
6	227	6

Tabela 7.8: Sistema BRASIL1993.

Num. Ramos com Fluxos Altos	Tempo(seg)	Iterações
0	107	3
1	684	20
2	1898	56
3	1905	não converge

Tabela 7.9: Resultados dos Testes com Fluxo Máximo BRASIL1993.

Os testes da Tabela 7.8 foram realizados utilizando os ramos com menores fluxos para posterior comparação com os dados da Tabela 7.9.

7.4 Testes com Ponto Inicial Alternativo

Definiremos o ponto inicial alternativo como em [20]. Os testes realizados nesta seção foram todos com o ponto inicial mostrado na Equação (7.4.1).

$$\begin{aligned}
 f^0 &= \frac{f^{max}}{2} \\
 q^0 &= \frac{q^{max}}{2} \\
 y_1^0 &= y_2^0 = y_3^0 = y_4^0 = 0 \\
 z_1^0 &= w_1^0 = (R + I)e \\
 z_2^0 &= w_2^0 = e \\
 z_3^0 &= w_3^0 = e.
 \end{aligned} \tag{7.4.1}$$

Observa-se que em todas as tabelas dessa seção as manobras não influenciam no número de iterações, sendo assim o ponto inicial aqui denominado alternativo faz com

Num. Manobras	Tempo(seg)	Iterações
0	0,32	3
1	0,42	3
2	0,42	3
3	0,39	3
4	0,45	3
5	0,42	3
6	0,42	3

Tabela 7.10: Sistema IEEE30 (II).

Num. Manobras	Tempo(seg)	Iterações
0	2,10	3
1	2,20	3
2	2,32	3
3	2,46	3
4	2,45	3
5	2,46	3
6	2,46	3

Tabela 7.11: Sistema IEEE118 (II).

que o sistema se torne mais estável com respeito às perturbações que as manobras realizam no sistema.

Convém ressaltar a convergência rápida dos métodos de pontos interiores em todos esses experimentos em relação ao problema sem manobras.

Num. Manobras	Tempo(seg)	Iterações
0	240	9
1	245	9
2	247	9
3	252	9
4	251	9
5	250	9
6	248	9

Tabela 7.12: Sistema SSECO1654 (II).

Num. Manobras	Tempo(seg)	Iterações
0	243	9
1	246	9
2	250	9
3	255	9
4	259	9
5	254	9
6	235	9

Tabela 7.13: Sistema SSECO1732 (II).

Num. Manobras	Tempo(seg)	Iterações
0	307	9
1	317	9
2	319	9
3	323	9
4	323	9
5	330	9
6	324	9

Tabela 7.14: Sistema BRASIL1993 (II).

7.5 Análise de Estudos de Caso para o Sistema IEEE30

O custo de geração praticamente não varia para o problema com e sem manobras, por simplicidade os custos de geradores são iguais nestes testes, possuindo essencialmente o despacho mostrado na Figura 7.4.

Observe que nos horários considerados críticos, ou seja quando a demanda de energia aumenta significativamente, percebe-se um relativo aumento na sua produção. Os custos são todos iguais e portanto as curvas são similares.

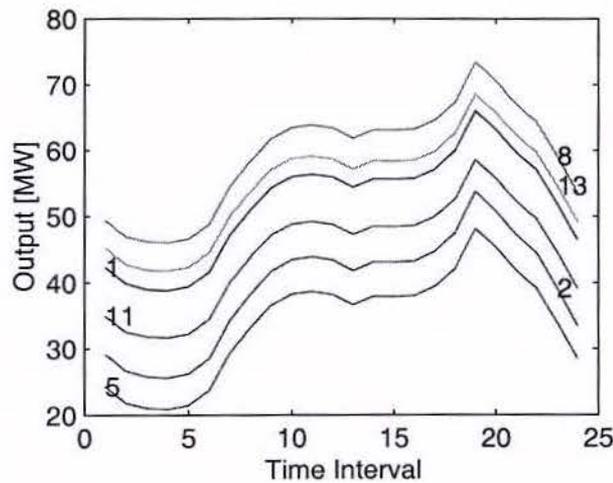


Figura 7.4: Gráfico dos Custos.

Quando se altera o valor dos limitantes superiores do fluxo corrente nos ramos, nota-se que as curvas se alteram, por exemplo, reduzindo o valor de $f_{max} = 200MW$ para $f_{max} = 65MW$ temos o gráfico da Figura 7.5.

Nesse caso pode-se notar que todas as curvas apresentam um aumento na produção, sendo que essa modificação é mais perceptível na curva 8 referente ao gerador 6.

Como dado, temos que o custo de todos os geradores são iguais a 2, e demais alterações ocorrem quando se modifica a componente quadrática do custo de geração para $Q(5) = 10$ e $Q(2) = 0$, essas mudanças podem ser vistas na Figura 7.6.

Note que como o custo de $Q(2)$ passa a ser nulo, então o sistema se adequa para que ele produza uma quantidade maior de energia.

Quando se fixa as ponderações dos objetivos a minimizar α e β fazendo $\alpha = 1$ e $\beta = 0$ obtém-se o gráfico da Figura 7.7. Note que agora a função objetivo considera somente os custos de transmissão, portanto uma vez que a resistência varia muito ao longo da rede, o

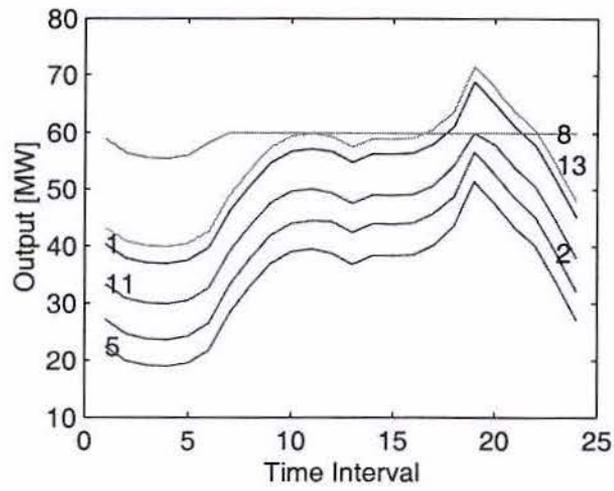


Figura 7.5: Gráfico do Fluxo Reduzido.

perfil de geração altera significativamente quando comparado com a função que considera o custo de geração.

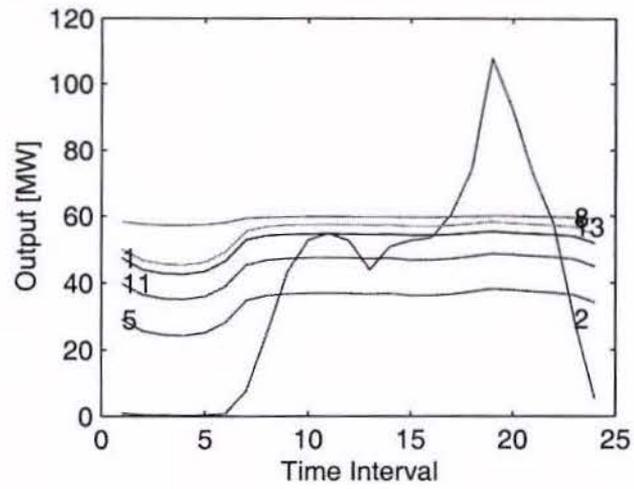


Figura 7.6: Gráfico da Mudança na Componente Quadrática do Custo.

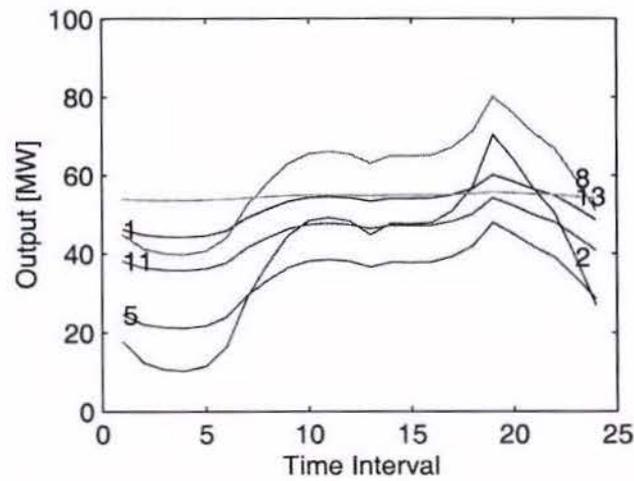


Figura 7.7: Gráfico fixando as ponderações da função objetivo.

Capítulo 8

Conclusões

O objetivo deste trabalho foi o estudo dos métodos de pontos interiores aplicados ao problema de pré-despacho em um sistema hidroelétrico com manobras programadas sendo que um método de pontos interiores sem manobras foi totalmente reformulado para atingir os nossos objetivos.

Um estudo completo da estrutura matricial resultante da aplicação dos métodos de pontos interiores primal-dual com e sem manobras foi realizado. Onde a utilização do ponto inicial como sendo o resultado do problema sem manobras, se apresentou mais eficiente.

Foi notado que a matriz B do problema de pré-despacho, formada pelas linhas justapostas das matrizes de incidência e reatância não é mais constante ao longo dos t -intervalos de tempo.

Para cada ocorrência de manobra uma coluna da matriz de incidência e uma linha da matriz de reatância, são retiradas (inseridas). Assim, a dimensão da matriz B também se altera em concordância com as manobras, e o sistema deve ser ajustado para atender essas modificações.

Do ponto de vista computacional, o esforço para se resolver um problema de uma rede com ou sem manobras é semelhante, pois a matriz B no problema com manobras terá sua dimensão ligeiramente modificada, mas o número de sistemas lineares a serem resolvidos continuará sendo o mesmo, e o número de manobras em um sistema real é pequeno, resultando em poucas situações diferentes.

Além disso, como as manobras (que não superam seis nos casos típicos) são conhecidas a priori, as matrizes B^k podem ser decompostas antes da aplicação dos métodos de pontos

interiores, da mesma forma que no problema sem manobras.

As demais matrizes que dependem das manobras são sub-matrizes da identidade (E^k) ou diagonais, que podem ser facilmente tratadas, não representando esforço computacional significativo.

Mesmo com o número de iterações sendo superior em relação ao problema sem manobras para o ponto inicial como sendo o resultado do problema de pré-despacho sem manobras, nota-se que a implementação é eficiente pois essas iterações adicionais são perfeitamente justificáveis, com as mudanças que elas causam em todo o sistema, e para o ponto inicial alternativo percebe-se que a eficiência do método é a mesma para os casos com e sem manobras.

As manobras não podem ser aleatórias na matriz de ramos adicionais N da árvore geradora, pois podem existir ramos que se retirados deixam o sistema desconexo, não sendo mais possível resolver o problema original, obviamente isso não ocorre na prática, pois os ramos que podem ser manobrados já são conhecidos evitando assim esse tipo de situação.

O fluxo de potência ativa máximo também deve ser considerado cuidadosamente, pois ao realizarmos as manobras o sistema se torna mais sensível e algumas restrições podem não ser mais satisfeitas.

Capítulo 9

Perspectivas Futuras

Temos como perspectivas futuras:

- Melhoria das implementações já realizadas, principalmente porque não foram obtidos resultados satisfatórios na versão preditor-corretor.
- Verificar a razão que a heurística para a escolha do parâmetro de perturbação desenvolvida em [23] se mostrou eficiente para o problema sem manobras [3], mas não apresentou melhoria significativa nos estudos aqui realizados para o problema com manobras.
- Realizar manobras que eliminam/incluem barras.
- Realizar manobras em taps de transformadores e FACTS.
- Simulação da retirada de linhas através de injeção de potência nas barras correspondentes.
- Considerar as alterações da rede somente na região de influência da linha manobrada ou no subsistema a que ela pertence.

Apêndice A

Método de Newton

Para a aplicação dos métodos de pontos interiores é necessária a utilização do Método de Newton, isso pois os métodos de pontos interiores pode ser visto como a aplicação desse método às condições de otimalidade.

Idéia Principal do Método

O método de Newton é um método de iteração para a procura de zeros de uma função diferenciável f . O zero da tangente a uma curva é próximo ao zero da curva, e é utilizado como novo ponto para uma nova tangente e assim sucessivamente até encontrar o zero da função.

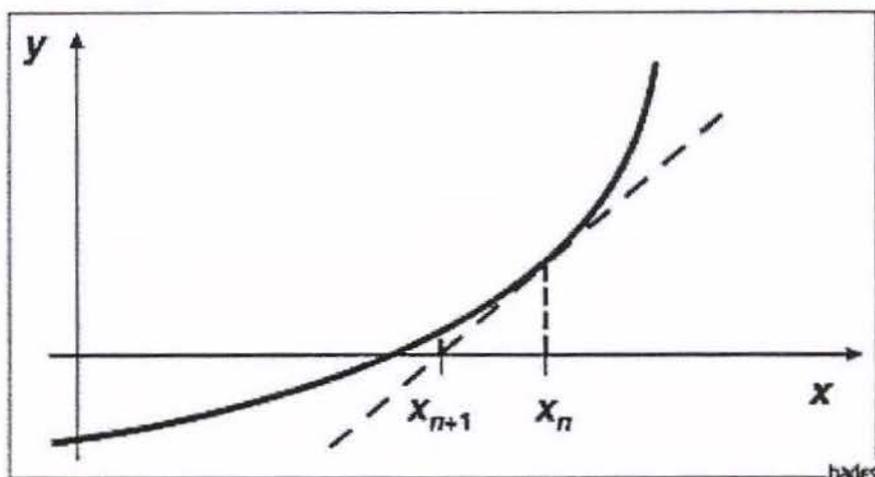


Figura 9.1: Idéia do Método de Newton.

As desvantagens do método:

- nem sempre converge;
- precisa do cálculo da derivada da função, o que nem sempre é uma tarefa fácil.

Para desenvolver esse método utiliza-se a expansão de uma função em série de Taylor em torno do ponto x_0 . Sendo escrita da seguinte forma:

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0) + \frac{(x - x_0)^2}{2!}f''(x_0) + \dots$$

Mantendo apenas os dois primeiros termos da série, obtém-se:

$$f(x) \approx f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0)$$

que é a equação da reta tangente que passa pelo ponto $f(x_0)$ com inclinação $f'(x_0)$, isto é, ela é tangente à curva no ponto x_0 .

Supondo que a função seja aproximada por uma reta, o ponto que essa reta cruza o eixo x , está próximo ao ponto que a função cruza o eixo x . este ponto x para o qual a função cruza o eixo, será:

$$\begin{aligned} 0 &= f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0) \\ -f(x_0) &= (x - x_0)f'(x_0) \\ x &= x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}. \end{aligned}$$

O ponto x é utilizado no lugar de x_0 como um novo valor inicial, melhorando assim a aproximação.

De forma genérica, o método de pode ser escrito como:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

onde n indica a n -ésima iteração do algoritmo e $f'(x_n)$ indica a derivada da função f no ponto x_n .

O método de Newton também pode ser visto como um caso particular do método do ponto fixo onde é possível obter uma convergência quadrática.

Teorema: Condições Suficientes para a Convergência do Método de Newton

Seja f uma função $\in C^2[a, b]$

- $f(a).f(b) \leq 0$
- $f'(x) \neq 0$
- $f''(x) \geq 0$ ou $f''(x) \leq 0 \quad \forall x \in [a, b]$
- $\left| \frac{f(a)}{f'(a)} \right| < |a - b|$ e $\left| \frac{f(b)}{f'(b)} \right| < |a - b|$ ou
- $f(x_0).f''(x) \geq 0 \quad \forall x \in [a, b]$.

Fórmula do Erro do Método de Newton

Obtém-se, facilmente, através do desenvolvimento em série de Taylor (em torno de x_n):

$$f(z) = f(x_n) + f'(x_n)(z - x_n) + \frac{1}{2}f''(\delta_m)(z - x_n)^2$$

para um certo δ_m no intervalo aberto, cujos extremos são z e x_n .

Dividindo por $f'(x_n)$ não nulo, obtém-se:

$$0 = \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} + z - x_n + \frac{1}{2} \frac{f''(\xi_n)}{f'(x_n)} (z - x_n)^2$$

logo

$$e_{n+1} = -\frac{1}{2} \frac{f''(\xi_n)}{f'(x_n)} e_n^2$$

na prática, se tivermos assegurado as condições de convergência num intervalo $[a, b]$, podemos garantir:

$$|e_{n+1}| = \frac{1}{2} \frac{\max|f''(x)|}{\min|f'(x)|} e_n^2$$

onde $x \in [a, b]$.

Proposição: (Convergência Local)

Seja f uma função $C^2(I)$, onde I é um intervalo que é vizinhança da raiz z . Se $f'(z) \neq 0$, então a sucessão definida pelo método de Newton converge para z (desde que x_0 seja suficientemente próximo de z), e temos convergência quadrática

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{e_{m+1}}{e_m^2} = -\frac{1}{2} \frac{f''(z)}{f'(z)}$$

Método de Newton Generalizado

Pretende-se resolver $F(x) = 0$ pode-se estabelecer, numa vizinhança da solução, a seguinte equivalência:

$$F(x) = 0 \iff x = x - J_F^{-1}(x)F(x)$$

onde J é a matriz jacobiana da função e a função vetorial F de classe C^1 e que $\det[J_F(x)] \neq 0$, nessa vizinhança.

O método de Newton generalizado fica então :

Iteração inicial: x^0

Determinar d , resolvendo o sistema linear

$$J_F(x^k)d = -F(x^k)$$

$$x^{k+1} = x^k + d$$

Como dissemos, a convergência deste método é quadrática, sendo:

$$\|z - x^{k+1}\| < K\|z - x^k\|^2.$$

Apêndice B

A compreensão de que a decisão da operação de uma usina interfere na operação das demais usinas que pertencem à mesma bacia hidrográfica e que uma decisão no presente afeta a disponibilidade futura de recursos é fundamental para construir o modelo de fluxos em redes [2].

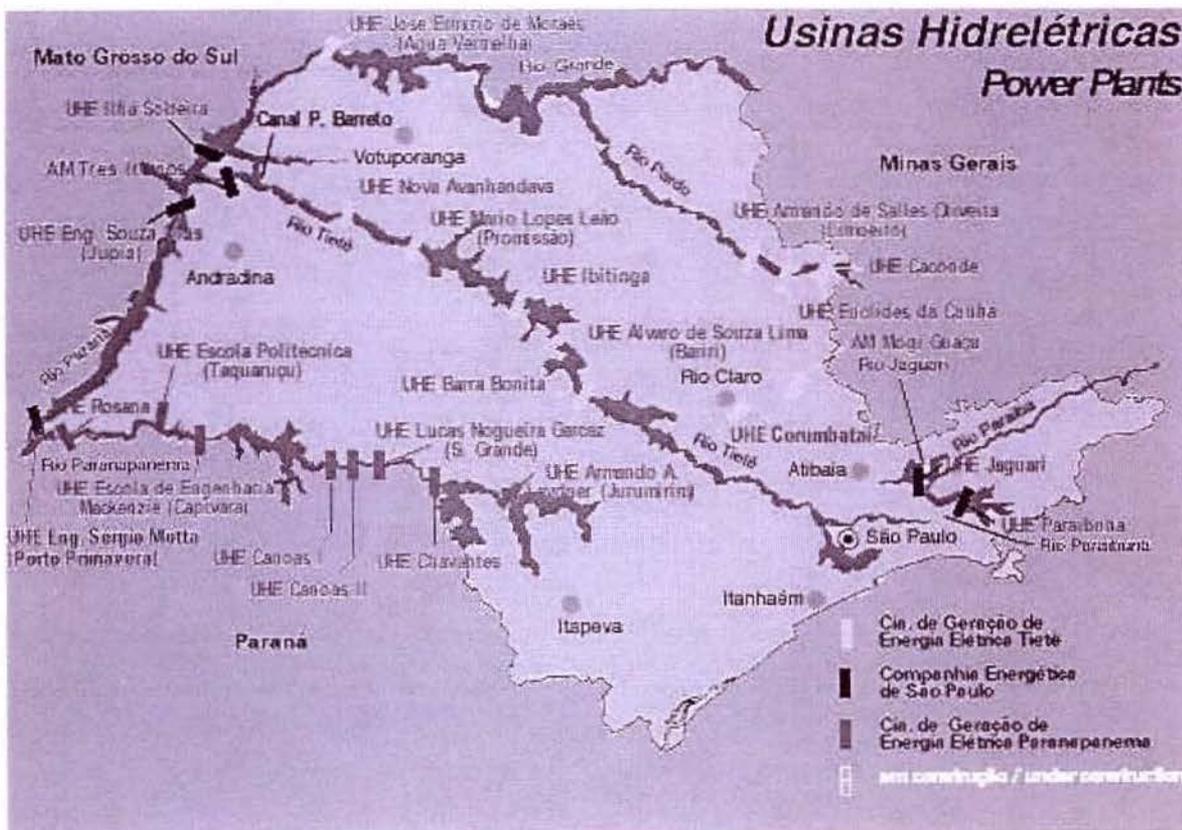


Figura 9.2: Usinas do Estado de São Paulo.

Bibliografia

- [1] Ilan Adler, Mauricio G. C. Resende, Geraldo Veiga, and Narendra Karmarkar. An implementation of Karmarkar's algorithm for linear programming. *Mathematical Programming*, 44:297–335, 1989.
- [2] Anibal Tavares Azevedo. *Métodos de Pontos Interiores Aplicados em Sistemas de Potência Modelados por Fluxos em Rede*. PhD thesis, FEEC – UNICAMP, Campinas SP, março, 2006.
- [3] Lilian Milena Ramos Carvalho. *Métodos de Pontos Interiores Aplicados Pré-Despacho de um Sistema Hidroelétrico Usando o Princípio de Mínimo Esforço – Comparação com o Modelo de Fluxo em Redes*. PhD thesis, ICMC – USP, São Carlos SP, Novembro, 2005. <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55134/tde-06072006-153856/>.
- [4] K Clements, P Davis, and K D Frey. An interior point algorithm for weighted least absolute value power system state estimation. *IEEE/PES Winter Meeting*, 91:WM235–2PWRS, 1991.
- [5] G. B. Dantzig. *Maximization of a Linear Function of Variables subject to Linear Inequalities*, pages 339–347. Activity Analysis of Production and Allocation, (T. C. Koopmans ed.), Wiley, New York, 1951.
- [6] I. S. Duff, A. M. Erisman, and J. K. Reid. *Direct Methods for Sparse Matrices*. Clarendon Press, Oxford, 1986.
- [7] P. Franco, Marcius Fabius Carvalho, and Secundino Soares. A network flow model for short-term hydro-dominated hydrothermal scheduling problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, 9(2):1016–1021, 1994.
- [8] Gene H. Golub and Charles F. Van Loan. *Matrix Computations 2nd Edition*. The Johns Hopkins University Press, Baltimore, Maryland, 1989.

- [9] N. Karmarkar. A new polynomial-time algorithm for linear programming. *Combinatorica*, 4(4):373–395, 1984.
- [10] M Kojima. Basics lemmas in polynomial-time infeasible-interior-point methods for liner programming. *Annals of Operations Research*, 62:1–28, 1996.
- [11] David G. Luenberger. *Linear and Nonlinear Programming*. Addison-Wesley, Reading, 1984.
- [12] I. J. Lustig, R. E. Marsten, and D. F. Shanno. Interior point methods for linear programming: Computational state of the art. *ORSA Journal on Computing*, 6:1–22, 1994.
- [13] N. Megiddo. On finding primal- and dual-optimal bases. *ORSA Journal on Computing*, 3:63–65, 1991.
- [14] S. Mehrotra. Implementations of affine scaling methods: Approximate solutions of systems of linear equations using preconditioned conjugate gradient methods. *ORSA Journal on Computing*, 4:103–118, 1992.
- [15] Renato D. C. Monteiro, Ilan Adler, and Mauricio G. C. Resende. A polynomial-time primal-dual affine scaling algorithm for linear and convex quadratic programming and its power series extension. *Mathematics of Operations Research*, 15:191–214, 1990.
- [16] A. Monticelli, A. Santos, M. V. Pereira, S. H. Cunha, B. J. Parker, and J. C. Praça. Interactive transmission network planning using a least effort criterion. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 10:3919–3925, 1982.
- [17] T. Ohishi, Secundino Soares, and Marcius Fabius Carvalho. Short term hydrothermal scheduling approach for dominantly hydro systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 6(2):637–643, 1991.
- [18] Aurelio Ribeiro Leite Oliveira and Secundino Soares. Métodos de pontos interiores para problema de fluxo de potência ótimo DC. *SBA: Controle & Automação*, 14(3):278–285, 2003.
- [19] Aurelio Ribeiro Leite Oliveira, Secundino Soares, and Leonardo Nepomuceno. Optimal active power dispatch combining network flow and interior point approaches. *IEEE Transactions on Power Systems*, 18(4):1235–1240, November 2003.

- [20] Aurelio Ribeiro Leite Oliveira, Secundino Soares, and Leonardo Nepomuceno. Short term hydroelectric scheduling combining network flow and interior point approaches. *Electrical Power & Energy Systems*, 27(2):91–99, 2005.
- [21] K Pannanbalam, V Quintana, and A Vannelli. A fast algorithm for power system optimization problems using an interior point method. *IEEE Transactions Power Systems*, 7:892–899, 1992.
- [22] F.A Potra. A quadratically convergent predictor-corrector method for solving linear programs from infeasible starting points. *Mathematical Programming*, 67:383–406, 1994.
- [23] F.A Potra and S. J. Wright. Interior point methods. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 124:281–302, 2000.
- [24] R. J. Vanderbei. *Linear Programming – Foundations and Extensions*. Kluwer Academics Publishers, Boston, USA, 1996.
- [25] S. J. Wright. *Primal-Dual Interior-Point Methods*. SIAM Publications, SIAM, Philadelphia, PA, USA, 1996.