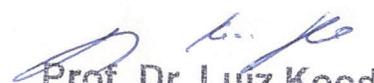


ERRATA nos 2 exemplares da dissertação do aluno Felipe Augusto Moreira da Silva

**Em folha ii:**

Onde se lê:	
<b>Área de concentração:</b> Otimização	Desconsidere
Programa de Pós-Graduação: <b>Mestrado em Matemática Aplicada</b>	Leia-se: Programa de Pós-Graduação – <b>Matemática Aplicada</b>

  
Prof. Dr. Luiz Koodi Hotta  
Coordenador CPG/IMECC  
Matric. 042471 - UNICAMP

# Uma aplicação de scheduling na indústria

Felipe Augusto Moreira da Silva

INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA  
DA  
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Programa: Mestrado em Matemática Aplicada  
Orientador: Prof. Dr. Antonio Carlos Moretti

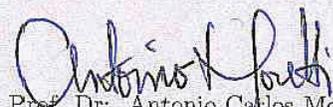
Durante o desenvolvimento deste trabalho o autor recebeu auxílio financeiro da CAPES

Campinas, maio de 2011

## Uma aplicação de scheduling na indústria

Este exemplar corresponde à redação final da dissertação devidamente corrigida e defendida por Felipe Augusto Moreira da Silva e aprovada pela Comissão Julgadora.

Campinas, 27 de maio de 2011

  
Prof. Dr. Antonio Carlos Moretti  
Orientador

Banca Examinadora:

- Prof. Dr. Antonio Carlos Moretti - IMECC-UNICAMP.
- Profa. Dra. Márcia Aparecida Gomes Ruggiero - IMECC-UNICAMP.
- Prof. Dr. Aníbal Tavares de Azevedo - UNESP.

Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, UNICAMP, como requisito parcial para obtenção do Título de MESTRE em Matemática Aplicada.

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DO IMECC DA UNICAMP  
Bibliotecária: Maria Fabiana Bezerra Müller – CRB8/6162

Silva, Felipe Augusto Moreira da  
Si38a Uma aplicação de scheduling na indústria / Felipe Augusto  
Moreira da Silva. -- Campinas, SP : [s.n.], 2011.

Orientador: Antonio Carlos Moretti.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e  
Computação Científica.

1. Otimização matemática. 2. Agenda de execução  
(Administração). 3. Algoritmos genéticos. I. Moretti, Antonio  
Carlos, 1958-. II. Universidade Estadual de Campinas.  
Instituto de Matemática, Estatística e Computação  
Científica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

**Título em inglês:** The application of scheduling in the industry

**Palavras-chave em inglês:**

Mathematical optimization

Scheduling (Management)

Genetic algorithms

**Área de concentração:** Otimização

**Titulação:** Mestre em Matemática Aplicada

**Banca examinadora:**

Antonio Carlos Moretti [Orientador]

Márcia Aparecida Gomes Ruggiero

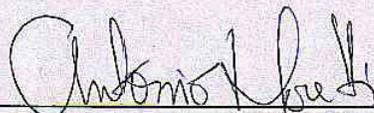
Aníbal Tavares de Azevedo

**Data da defesa:** 27-05-2011

**Programa de Pós-Graduação:** Mestrado em Matemática Aplicada

**Dissertação de Mestrado defendida em 27 de maio de 2011 e aprovada**

**Pela Banca Examinadora composta pelos Profs. Drs.**



---

**Prof.(a). Dr(a). ANTONIO CARLOS MORETTI**



---

**Prof.(a). Dr(a). MÁRCIA APARECIDA GOMES RUGGIERO**



---

**Prof.(a). Dr(a). ANÍBAL TAVARES DE AZEVEDO**



# Agradecimentos

A todos que colaboraram para realização desse trabalho. Em especial:

- Primeiramente a Deus, a quem minha vida pertence.
- Aos meus pais, meus irmãos e meus familiares por compreenderem a importância desse trabalho.
- Aos meus amigos e principalmente a Lucimara por entenderem a falta de tempo e sempre me atender prontamente quando precisei.
- Ao Douglas e Bianca por me ajudarem a chegar ao final do mestrado sempre me dando apoio para continuar.
- Ao meu padastro Adriano pelos imensos conselhos e apoio contínuo.
- Aos meus amigos, Marcelo, Ulisses, Renato e Isabel não somente pelos conselhos técnicos, mas pela companhia e longas conversas agradáveis.
- Ao Luciano e ao Glauco pela solidariedade e conselhos computacionais.
- Um agradecimento especial ao Antonio Carlos Moretti por aceitar o desafio e realizar esse belo trabalho comigo.
- À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.



# Resumo

Este trabalho aborda o problema de sequenciamento de tarefas no ambiente prático na indústria, onde será considerado vários aspectos pertinentes, como produção em paralelo, tempo de setup, produção em lotes e data de entrega. Também será considerado alguns aspectos de transporte como a capacidade de transporte, tornando o problema atípico dos já estudados na literatura.

O problema em questão é apresentado pela indústria panificadora, onde a alta produtividade cresce a cada ano e a necessidade de planejamentos otimizados tornam-se cada vez mais importante de uma forma a bordar todas as características apresentada pelo problema.

Para resolução do problema será sugerido duas abordagens, uma usando algoritmo guloso e outra utilizando algoritmo genético, as quais serão comparadas para problemas com pequenas dimensões com o valor ótimo da solução, resolvendo-o como um problema de programação linear inteira, e para dimensões maiores será comparado com limitantes superiores.

O trabalho também nos fornece uma formulação matemática do problema de sequenciamento de tarefas de forma ampla a considerar todos os aspectos presentes na indústria e também faz uma análise do tempo de execução dos algoritmos comparando-os através da análise de complexidade de cada algoritmo.

**Palavras-chave:** Otimização, Agenda de execução(Administração), Algoritmos genéticos.



# Abstract

This paper addresses the problem of sequencing jobs in the practical environment in the industry, which is considered more relevant aspects such as production in parallel, setup time, batch production and delivery date. Will also be considered some aspects of transport as the transport capacity, making the problem of atypical already studied in literature.

The problem in question is presented by the baking industry, where high productivity is growing every year and the need for optimized planning become increasingly important in a way to embroider all the features presented by the problem.

To solve the problem is suggested two approaches, using a greedy algorithm and the other using genetic algorithm, which will be compared to small problems with the optimum solution, solving it as an integer linear programming problem, and to higher dimensions will be compared with upper bounds.

The work also provides us with a mathematical formulation of the problem of sequencing jobs broadly consider all aspects in industry and also gives an analysis of the runtime of the algorithms by comparing them by analyzing the complexity of each algorithm.

**Keywords:** Mathematical optimization, Scheduling (Management), Genetic algorithms.



# Lista de Figuras

3.1	Linha de produção	9
4.1	Linha de produção	14
5.1	Representação da produção	24
5.2	Representação solução no algoritmo genético	24
5.3	CrossOver - Pais	25
5.4	CrossOver - Filho	25
5.5	Mutação	25
6.1	Planejamento de produção(Gantt)	36
6.2	Planejamento de produção(Heurística Gulosa) Dados Reais	38
6.3	Planejamento de produção(Heurística Gulosa) Dados Reais I	39
6.4	Análise de complexidade Heurística Gulosa I	41
6.5	Análise de complexidade Heurística Gulosa II	42
6.6	Convergência do algoritmo genético	45
6.7	Algoritmo Genético - Planejamento de produção(Gantt)	45
6.8	Planejamento de produção(Algoritmo Guloso) - Diagrama de Gantt	47
6.9	Planejamento de produção(Algoritmo Guloso) - Dados Reais I	48
6.10	Planejamento de produção(Algoritmo Guloso) - Dados Reais II	49
6.11	Análise de complexidade Algoritmo Genético I	51
6.12	Análise de complexidade Algoritmo Genético II	52
6.13	Algoritmo Genético - Planejamento de produção(Gantt)	53
6.14	Resultado - Gráfico de Gantt	55



# Lista de Tabelas

6.1	<i>Atendimento Heurística Gulosa - Problema Exemplo</i>	36
6.2	<i>Heurística Gulosa - Dados Reais</i>	37
6.3	<i>Heurística Gulosa - Eficiência</i>	40
6.4	<i>Complexidade Heurística Gulosa I</i>	40
6.5	<i>Complexidade Heurística Gulosa II</i>	42
6.6	<i>Algoritmo Genético - Parâmetros</i>	43
6.7	<i>Algoritmo Genético - Eficiência dos parâmetros</i>	44
6.8	<i>Algoritmo Genético - Atendimento</i>	46
6.9	<i>Algoritmo Genético - Dados Reais</i>	46
6.10	<i>Algoritmo Genético - Eficiência</i>	50
6.11	<i>Algoritmo Genético - Complexidade - Produtos e Destinos</i>	50
6.12	<i>Algoritmo Genético - Complexidade - Linhas</i>	52
6.13	<i>Programação Linear Inteira - Atendimento</i>	53
6.14	<i>Programação Linear Inteira - Eficiência</i>	53
6.15	<i>Análise eficiência do algoritmo</i>	56
8.1	<i>Dados do produtos - Exemplo</i>	59
8.2	<i>Matriz de setup - Exemplo</i>	59
8.3	<i>Dados dos mercados - Exemplo</i>	60
8.4	<i>Demanda - Exemplo</i>	60
8.5	<i>Rentabilidade por mercado - Exemplo</i>	61
8.6	<i>Capacidade dos veículos - Exemplo</i>	61
8.7	<i>Custo de transporte - Exemplo</i>	62
8.8	<i>Dados do produto - Dimensões reais</i>	62
8.9	<i>Permissões de produtos em linhas - Dimensões reais</i>	63
8.10	<i>Setup Linha 00 e 06 - Dimensões reais</i>	66
8.11	<i>Setup Linha 01 - Dimensões reais</i>	66
8.12	<i>Setup Linha 02 - Dimensões reais</i>	67
8.13	<i>Setup Linha 03 - Dimensões reais</i>	67
8.14	<i>Setup Linha 04 - Dimensões reais</i>	68
8.15	<i>Setup Linha 05 - Dimensões reais</i>	69
8.16	<i>Setup Linha 07 - Dimensões reais</i>	70
8.17	<i>Setup Linha 08 e 09 - Dimensões reais</i>	70
8.18	<i>Setup Linha 10 - Dimensões reais</i>	71
8.19	<i>Setup Linha 11 - Dimensões reais</i>	71
8.20	<i>Setup Linha 12 - Dimensões reais</i>	71
8.21	<i>Setup Linha 14 - Dimensões reais</i>	72
8.22	<i>Setup Linha 14 - Dimensões reais</i>	72
8.23	<i>Setup Linha 15 - Dimensões reais</i>	72
8.24	<i>Setup Linha 16 - Dimensões reais</i>	73
8.25	<i>Destinos - Dimensões reais</i>	73
8.26	<i>Demanda - Dimensões reais</i>	74

8.27	<i>Rentabilidade - Dimensões reais</i>	81
8.28	<i>Veículos - Dados Reais</i>	89
8.29	<i>Custo Transporte - Dados Reais</i>	89
8.30	<i>Problemas para avaliação de eficiência</i>	90
8.31	<i>Problemas variando produtos e mercados</i>	90
8.32	<i>Problemas variando linhas e opções produto-linha</i>	91

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Revisão Bibliográfica</b>	<b>3</b>
2.1	Problemas de Scheduling	3
2.2	Tipos de Scheduling	3
2.2.1	Scheduling com famílias de setup	3
2.2.2	Scheduling com produção paralela em lotes	4
2.2.3	Scheduling com data de entrega	4
2.2.4	Scheduling flexível	5
2.2.5	Scheduling flexível com data de entrega	5
<b>3</b>	<b>Descrição do Problema</b>	<b>7</b>
3.1	Problema	7
3.1.1	Introdução	7
3.1.2	Horizonte de estudo	8
3.1.3	Estoque inicial	8
3.1.4	Produção por linhas	8
3.1.5	Produção de lotes	10
3.1.6	Produção em paralelo	10
3.1.7	Tempo de setup	10
3.1.8	Demanda	10
3.1.9	Transporte	10
3.1.10	Data de entrega	10
3.2	Classificação do problema	10
3.2.1	Características da produção	11
3.2.2	Características da demanda	11
<b>4</b>	<b>Modelo Matemático</b>	<b>13</b>
4.1	Conjuntos	14
4.2	Constantes	14
4.3	Variáveis	15
4.4	Restrições	15
4.5	Função Objetivo	16
<b>5</b>	<b>Resolução do Problema</b>	<b>17</b>
5.1	Algoritmo guloso	17
5.1.1	Introdução	17
5.1.2	Heurística gulosa	17
5.1.3	Diagrama	18
5.1.4	Algoritmo	19
5.2	Algoritmo Genético	23
5.2.1	Introdução	23
5.2.2	Algoritmo genético aplicado ao problema	23

5.2.3	Diagrama . . . . .	25
5.2.4	Algoritmo . . . . .	26
5.3	Avaliação da função objetivo . . . . .	30
5.3.1	Método de avaliação dos métodos . . . . .	30
5.3.2	Método de avaliação do algoritmo genético . . . . .	31
<b>6</b>	<b>Resultados Computacionais</b>	<b>35</b>
6.1	Introdução . . . . .	35
6.2	Heurística Gulosa . . . . .	36
6.2.1	Problema exemplo . . . . .	36
6.2.2	Análise de eficiência . . . . .	36
6.2.3	Análise de complexidade . . . . .	40
6.3	Algoritmo Genético . . . . .	43
6.3.1	Análise de parâmetros . . . . .	43
6.3.2	Problema Exemplo . . . . .	45
6.3.3	Análise de eficiência . . . . .	46
6.3.4	Análise de complexidade . . . . .	50
6.4	Programação Linear Inteira . . . . .	52
6.5	Análise e comparações dos resultados . . . . .	54
<b>7</b>	<b>Conclusão e trabalhos futuros</b>	<b>57</b>
<b>8</b>	<b>Anexo I - Dados para testes</b>	<b>59</b>
8.1	Problema exemplo . . . . .	59
8.2	Problema com dimensões reais . . . . .	62
8.3	Análise de eficiência . . . . .	90
8.4	Análise de complexidade . . . . .	90
8.4.1	Análise dos produtos e mercados . . . . .	90
8.4.2	Análise das linhas . . . . .	90
<b>9</b>	<b>Bibliografia</b>	<b>93</b>

# Capítulo 1

## Introdução

Os problemas de planejamento de produção vem sendo estudados largamente desde o início do século XX, e pode ser encontrado de forma exaustiva na literatura. Um dos pioneiros a trabalhar nesses problemas foi Henry Gantt, em seu livro *Work, Wages and Profit* (Gantt [1913]) na qual retrata a necessidade de uma programação de tarefas de forma a aumentar a eficiência de produção.

Atualmente muitas indústrias buscam soluções de sequenciamento de tarefas no contexto de produção com o objetivo de aumentar a produtividade, baixar os custos e consequentemente aumentar o lucro. Isso devido ao alto consumo mundial e ao aumento da globalização torna imprescindível o planejamento de forma otimizada. Por décadas na indústria foram utilizados regras de planejamento, de forma priorizar produtos considerando apenas algumas estágios da produção, mas dado o aumento da complexidade e modernização da produção surge a necessidade de otimizar o planejamento como um todo, isto é, considerando toda a cadeia de produção, desde a produção, expedição e transportes.

Este trabalho visa o estudo de problemas de planejamento aplicado a indústrias de pães, onde pelo cenário atual, as empresas tem alta rotatividade de produtos, ou seja são altamente perecíveis, e se não conseguem atingir o total de pedidos de seus produtos feito pelos clientes alguns pedidos não serão atendidos, e essa decisão esta altamente relacionada ao planejamento de produção e transporte.

Existem muitas variações de problemas de sequenciamento, muitas delas amplamente estudadas na literatura, mas o problema apresentado não é encontrado na literatura com todas as características propostas, apenas são encontrados métodos para resolver parte do problema apresentado.

A dificuldade do problema que será apresentado está em definir um sequenciamento de produção que considere os tempos de produção e setup, em conjunto com tarefas que têm datas de entrega para serem executadas, e visando maximizar a lucratividade do contexto apresentado. Assim o problema apresenta características de produção particulares como produção em lotes, e um cenário de produção com várias linhas, implicando a produção em paralelo de produtos. Outro ponto relevante a ser considerado neste trabalho é que a solução deve ser obtida em tempo computacional hábil para o planejamento, já que é feito para as próximas 24 horas e não pode ser executado em tempo maior que minutos, permitindo a implementação do planejamento nas horas seguintes à decisão.

A dissertação em questão tem o objetivo de fornecer uma formulação matemática do problema para ser estudada por diferentes métodos e propor métodos para resolver o problema apresentado. O objetivo também inclui em apresentar uma representação do algoritmo guloso e da meta-heurística(algoritmo genético) de forma a resolver o problema num tempo computacional hábil e fornecer soluções eficientes.



# Capítulo 2

## Revisão Bibliográfica

### 2.1 Problemas de Scheduling

O Problema de scheduling vem sendo estudado desde 1913 e muitos algoritmos já foram propostos e implementados na tentativa de obter soluções satisfatórias. Pela diversidade de problemas resultante das possíveis regras de scheduling aplicadas, os problemas podem ser divididos em classes. As classificações mais gerais encontradas para o problema de sequenciamento são flow-shop e job-shop. Para o flow-shop cada processo tem sua ordem identificada, pode ser dividido em dois casos: onde a sequência de processo nas máquinas é fixa (problema de permutação flow-shop) e o caso onde a sequência de processos nas máquinas pode variar, e job-shop consiste no problema onde a ordem de cada processo pode não ser a mesma.

Os primeiros resultados teóricos foram apresentados para o problema de flow-shop em minimizar o makespan, isto é, tempo total de produção, com S. M. Johnson e R. Bellmans(1954) determinando a sequência ótima para o caso com duas máquinas e casos especiais com três máquinas. Já casos mais gerais para o sequenciamento com três máquinas vieram com Z. A. Lomnicki, E. Ignall e L.Schrage (1965) aplicando métodos de Branch e Bound introduzidos por D. C. Little (1963).

Mais tarde o método de Branch e Bound foi aplicado largamente para problemas de sequenciamento para quantidade de máquinas superiores a três.

Os problemas de job-shop são conhecidos como problemas NP-Hard para máquinas em paralelo, isto é, não podem ser resolvidos em tempo polinomial, conforme provado por Garey e Johnson(1978). Já o problema de flow-shop com mais de duas máquinas Garey, Johnson e Sethi(1976) provaram que também é NP-Hard, logo podemos resolver apenas problemas pequenos de forma exata com algoritmos como o Branch-Bound. Por isso métodos heurísticos são propostos para o problema.

Tendo em vista que o problema de job-shop é NP-Hard métodos heurísticos incluindo simulated annealing recentemente obtiveram sucesso com El-Bouri, Azizi e Zolfaghari[1]. Já métodos usando busca tabu foram implementados por Nowicki e Smutinicki[2] e Watson, Howe e Whitley[3] e implementações com algoritmo genético vieram com Murata, Ishibuchi e Tanaka[4] e Yamada e Reeves[5].

### 2.2 Tipos de Scheduling

#### 2.2.1 Scheduling com famílias de setup

Scheduling com famílias de setup implica em um problema onde a troca entre processos nas máquinas demandam um tempo significativo e diferente para processos diferentes, essa particularidade é constantemente encontrada em linhas de produção, principalmente em indústrias do setor alimentício, onde a troca de processos nas máquinas depende da limpeza das máquinas após execução do processo.

Na literatura Sekiguchi(1983) inicia o trabalho com famílias de setup para o problema com duas máquinas e uma unidade de produção, trabalho o qual recentemente Logedran(2004) propõe uso de busca tabu para resolvê-lo com resultados significativos. O trabalho com mais de duas máquinas vieram com Mahmodi e Dooley(1991) no problema de job-shop com tempo de setup em sequências de processos dependentes, com

Eom(2002) é as famílias de setup são introduzidas no problema de produção de sequências em paralelo e é implementado uma solução através da meta-heurística de busca tabu.

No problema de flow-shop Sridhar e Rajendran(1993) propõem uma heurística para minimizar o tempo total com um algoritmo baseado em simulated annealing. Ziegler(1999) propõe um método para minimizar o tempo total ponderado por pesos nos processos. Já Schaller(2000) apresenta uma nova proposta para o problema de flow-shop com famílias de setup para minimizar o makespan. Schaller(2001) propõe um novo limitante inferior para o problema e implementa uma heurística em duas fases baseado no algoritmo de branch e bound.

No trabalho em 2000 Schaller propõe um método chamado CMD qual é composto por três heurísticas, C procedimento de Campbell-Dudesk-Smith(Campbell, 1970) aplicado aos problemas de scheduling com as famílias caracterizando o primeiro estágio do método, algoritmo M ou procedimento NEH modificado(Nawaz, 1983) no qual é desenvolvido o segundo estágio para sequenciar as famílias. Finalmente, Schaller(2000) propõe um algoritmo de descida que usa os resultados de CM.

Franca(2005) trabalha no mesmo problema de Schaller mas com algoritmo genético com busca local, 'Memetic Algoritmos'(MA), e Hendizadeh(2008) obtém resultados superiores utilizando métodos híbridos com busca tabu e algoritmo genético.

### 2.2.2 Scheduling com produção paralela em lotes

O problema de produção paralela em lotes assemelha-se ao problema de job-shop exceto pelo fato de que as produções ocorrem em lotes de unidades e podem ser executadas em mais de uma unidade de processo.

Os primeiros autores trabalharam com regras de scheduling aplicando em conjunto com heurísticas para obter boas soluções. Reklaitis e Mokus[6] propuseram um modelo com discretização não uniforme do tempo para tratar o momento de início e fim de cada processo de modo a reduzir o número de variáveis binárias do problema. Já Pinto e Grossmann[7] tratam o problema do tempo de forma contínua e implementaram um modelo com a ordem de processos pré-estabelecidas como uma representação alternativa do problema.

Recentemente Ierapetritou[8] e Cafaro e Cerda[9] trabalharam com representações de tempo contínuo em problemas práticos de dimensões maiores.

Apesar de todos os esforços em métodos heurísticos em pequenos casos a solução se aproxima do ótimo, mas para casos maiores não se conhece a solução ótima. Logo surge a necessidade de métodos que busquem uma maior aproximação da solução ótima, nesse contexto surge estudos em Meta-Heurísticas para o problema. Hui(2001) e Chen(2002) surgem com aplicações do algoritmo genético para problemas de dimensões de pequeno porte. Já Hui e He(2006) trabalha com casos com dimensões maiores em um método que utiliza regras de scheduling com algoritmo genético.

### 2.2.3 Scheduling com data de entrega

Em alguns trabalhos buscam resolver o problema de scheduling com data de entrega, Fry et al[13], em 1987 tratam o problema considerando datas de entrega distintas com apenas uma máquina. Já Carlier e Pinson(1989) e Applegate e Cook(1991) desenvolveram algoritmos branch-bound também para o problema com uma máquina onde trabalham com um árvore de nós, uma para cada máquina, e a cada nó associa-se um problema de sequenciamento a ser resolvido.

Blackstone e al.(1982) trabalharam com métodos heurísticos combinando regras de data de entrega e scheduling. Adams e al.(1988) desenvolveram um algoritmo modificado de um método ótimo para resolver um problema de sequenciamento para cada máquina. Ideia que Deuzere-Peres e Lassere(1993) modificaram para trabalhar com dependência entre as tarefas utilizando para problemas de 6 a 20 tarefas e de 5 a 10 máquinas.

Algoritmos baseados em meta-heurísticas foram inicialmente propostas que desenvolveram Van Laahoven et al.(1992) um método de simulated annealing que obteve resultados melhores que Adams et al.(1988) apesar de ser muito custoso computacionalmente. Mais tarde Dell'Amico e Trubian(1993) e Nowicki e Smutnicki(1996) apresentaram algoritmo de busca tabu.

Della Croce e al.(1995) apresentaram um algoritmo genético no qual cada cromossomo é composto por  $m$  subcromossomos, um para cada máquina, que identifica cada operação feita por máquina. Segundo os autores, obtiveram resultados melhores que Adams e al.(1988) só que com custo computacional maior. Dagli e

Sittisathanchai(1995) também apresentam um algoritmo genético onde o cromossomo representa a sequência das operações.

Alguns autores trabalharam com outras funções objetivo, Du e Leung(1990) que formularam o problema de minimizar o atraso total das tarefas com uma máquina com  $n$  tarefas, qual é NP-difícil. Koulamas(1994) provou o mesmo para flow-shop com 2 máquinas. Trabalhos como o de Baker(1984), Vepsalainen e Morton(1987) e Raghu e Rajendran(1993) trabalharam com métodos heurísticos mas com desempenho pouco previsível, métodos mais elaborados vieram com He e al.(1993) e Raman e Talbot(1993).

### 2.2.4 Scheduling flexível

Os scheduling flexíveis são problemas onde temos opção de executar as operações em máquinas diferentes. Esse problema é mais abrangente que o problema de scheduling tradicional e o de produção em paralelo, o qual garante que uma operação seja feita somente por uma única máquina.

Arthanari e Ramaswamy(1971) foram pioneiros com métodos exatos com dois estágios, utilizando duas máquinas paralelas idênticas no primeiro estágio e uma máquina no segundo estágio. Posteriormente Brah e Hunsucker(1991) trabalharam no desenvolvimento de algoritmos Branch e Bound mais gerais, mas para problemas com mais de 8 tarefas, 5 estágios e 2 ou 3 máquinas tornam-se impraticável devido ao tempo de processamento.

Para métodos heurísticos os primeiros estudos foram para dois estágios. Grupta(1988) propôs um método baseado nas regras de scheduling implementadas por Johnson(1954), usando uma máquina em cada estágio, isto é, as máquinas são alocadas de forma a minimizar o tempo ocioso do segundo estágio. Chen(1995) implementou heurísticas para dois estágios com um estágio qualquer com uma única máquina e outro com várias máquinas idênticas, os testes computacionais foram feitos para 8 máquinas paralelas e 100 tarefas. Para problemas de portes maiores, Guinet e al.(1996) propuseram uma heurística que visa minimizar o tempo de espera de cada máquina, e obtiveram resultados para 300 tarefas e 4 máquinas por estágio.

Nos trabalhos para multi estágios, Sawik(1993) propôs uma heurística construtiva no qual a cada iteração a rota de uma tarefa é determinada. Ding e Kittichartphayak(1994) desenvolveram uma heurística similar à Sawick(1993), mas para maiores ordens de tarefas e estágios, que foi ampliado por Guinet e Solomon(1996).

Já os métodos meta heurísticos foram pouco estudados para o problema. Nowicki e Smutnicki(1995) propõe o uso de busca tabu ao trabalho obtendo bons resultados.

### 2.2.5 Scheduling flexível com data de entrega

Para o problema de job shop, Chang e al(1989) apresentam um método heurístico do tipo enumeração parcial, que busca explorar a árvore de busca onde cada nó da árvore é uma sequência parcial de operações. Já com métodos meta heurísticos Brandimarte(1993) e Hurink e al.(1995) trabalharam com métodos baseados em busca tabu, iniciando a solução gerada através de regras de despacho. Logedran e Sonthinek(1997) consideram planos de operações para cada máquina tratando esses planos com níveis hierárquicos.



# Capítulo 3

## Descrição do Problema

O problema abordado nesse trabalho é o de sequenciamento de produtos em linhas de produção em paralelo, considerando o tempo de setup entre os produtos e as demandas com horário de entrega.

Esse problema vem se tornando cada dia mais importante devido o grande crescimento do consumo de produtos, principalmente produtos alimentícios, os quais tem sua vida útil curta, isto é possuem prazo de validade e não podem ser armazenados implicando que a produção deve ser próxima a demanda. As empresas buscam produzir de forma a atingir a maior demanda possível considerando o maior lucro que pode obter pelo mix dos produtos entregues aos clientes.

Hoje em dia, as empresas tem um conjunto com mais de 100 produtos com número de linhas disponíveis limitadas e restrições de produção bem postas. Devido ao alto consumo, torna-se impossível atingir toda a demanda com as técnicas de planejamento atualmente empregadas e cresce a necessidade de técnicas e algoritmos de otimização que obtenham soluções satisfatórias com tempo computacional compatível para planejamento da produção.

### 3.1 Problema

#### 3.1.1 Introdução

Neste trabalho iremos tratar o problema de otimizar o sequenciamento de produção com restrições de produção e transporte considerando os custos e lucratividade dos produtos em cada mercado.

O sistema de produção é dado por linhas em paralelo produzem um número de produtos determinado provenientes de insumos diferentes, os quais definem o custo de produção por produto. Cada produto possui um tempo de produção conhecido e a cada troca de setup entre produtos diferentes para mesma linha corresponde à um tempo despendido para setup. Após a entrada de um produto numa determinada linha sua produção não pode ocorrer interrupções dadas impossibilidades de modificações na linha de produção. Isto é, não é possível parar ou alterar o processo de produção após seu início. Cada produto é produzido em lotes de produção, assim a cada entrada na linha, um número determinado de unidades do produto são elaborados. Com isso podemos caracterizar o problema como um problema de scheduling de produção de lotes em paralelo.

O transporte dos produtos é realizado por meio de caminhões com diferentes capacidades de carga, tal que a escolha adequada tanto do número quanto ao tipo deve ser realizada na minimização dos custos de transporte. Além disso a distância deve ser consideradanos custos de transporte.

As demandas são determinadas para horários diferentes em destinos diferentes, o que caracteriza o problema de scheduling com data de entrega. Temos que as demandas vem em unidades do produto, o que difere da produção que é feita em lotes de produção, tendo que um lote irá produzir uma quantidade fixa de unidade do produto.

O objetivo do problema é maximizar o lucro contemplando os custos de produção e transporte, a margem de lucro dos produtos em cada mercado e a complexidade de produção, a qual é o tempo de produção de cada produto e os tempos de setup entre os produtos que mantém a linha parada consumindo tempo que poderia ser usado para produzir.

### 3.1.2 Horizonte de estudo

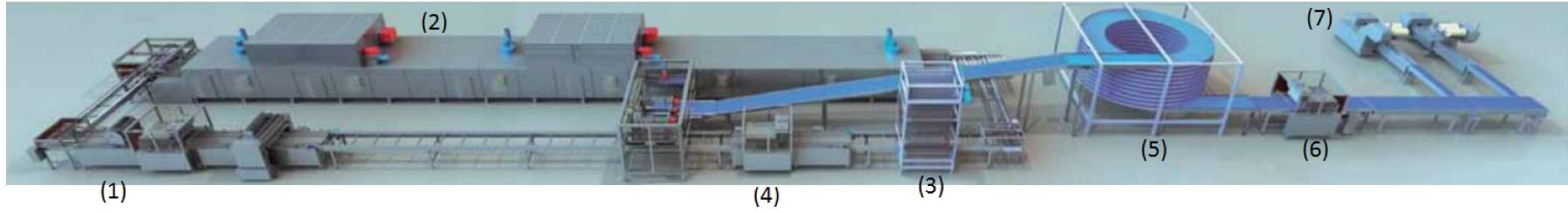
Devido o curto prazo de validade dos produtos em questão, o problema necessita de um estudo a curto prazo com grande detalhamento do tempo, isto é, o estudo irá ocorrer visando dois a sete dias a partir do dia atual e devido. Dado o alto nível de detalhamento do tempo, é preciso tratar os tempos com precisão de minutos, pois o tempo de setup e o tempo de produção podem ocorrer em poucos minutos. Logo uma discretização do tempo pode trazer imprecisões, pois um grande número de etapas podem tornar o problema com um grande número de variáveis de forma a ser inexequível e poucas etapas podem não tratar o problema com a precisão necessária.

### 3.1.3 Estoque inicial

Devido o funcionamento contínuo da fábrica, o estoque inicial de produtos deve ser considerado. Somente é possível estocar produtos finais, pois os produtos intermediários no processo de produção tem validade de horas, logo não podem ser estocados e mesmo os produtos finais tem prazo de validade curto, logo só podem ser estocados por poucos dias.

### 3.1.4 Produção por linhas

A produção dentro de uma linha ocorre através de dois processos. O primeiro processo funciona em uma bateadeira, a qual mistura todos os ingredientes de uma determinada massa, ingredientes que compõem a formação de custo de uma massa para mais tarde ser determinado o lucro do produto feito a partir dessa massa. Após a bateadeira, ocorre o segundo processo, conhecido como giro da linha, onde a massa irá ser assada, cortada e embalada. Nesse segundo processo a massa batida será transformada em produto final. Os produtos podem ser agrupados em classes, devido as características de produção, como tempo de forno, tipos de cortes e embalagem. Portanto, dentro de uma linha de produção podem ser produzidos produtos diferentes que tem mesmas características de produção, logo no segundo processo(giro da linha) esses produtos terão mesmo tempo de produção mas no primeiro processo(bateadeira) terão tempos diferentes. A figura 3.1 apresenta a representação de uma linha de produção típica da indústria de pães capaz de produzir produtos como pães, bolos, biscoitos e outros, as capacidades de linhas e habilitações de produtos por linha serão descritos no capítulo 5.



- (1) - Nesta fase é definido o formato do objeto
- (2) - Forno para assar a massa
- (3) - Buffer (Espera para refrigeração)
- (4) - Injeção de recheios
- (5) - Refrigeração do produto
- (6) - Injeção de coberturas
- (7) - Embalagem

Figura 3.1: Linha de produção

### 3.1.5 Produção de lotes

Cada massa produzida pela batedeira pode produzir mais de um produto. Após a massa ser batida e assada será cortada em várias unidades de produtos, caracterizando produção em lotes. Pode ocorrer também que a partir de uma massa seja gerado mais de um produto, pois dois produtos podem ter mesma massa mas serem embalados de formas diferentes e vendidos a preços diferentes.

### 3.1.6 Produção em paralelo

Uma massa pode ser feita em mais de uma linha, isso pode ocorrer tendo duas linhas iguais ou uma linha especial que pode se adaptar de forma a produzir duas classes de produtos diferentes, mas com tempos de produção e eficiências diferentes.

### 3.1.7 Tempo de setup

Dentro de uma linha, a cada troca de massas diferentes é necessário despender para realizar a limpeza e calibração das máquinas e depois processar a outra massa. Esse tempo é definido como tempo de setup. O setup ocorre no processo da batedeira, pois a produção inicia na batedeira, e quando ocorre troca de massas a batedeira tem que ser interrompida até que todas as operações de limpeza e calibragem terminarem. Na prática o tempo de setup pode ser para alguns produtos de 5 minutos e em outros pode ser de 180 minutos, aumentando a complexidade do problema.

### 3.1.8 Demanda

Um dos objetivos do problema é atender a demanda de produtos. A demanda de produtos é dividida por mercados tal que cada mercado envia diariamente um mix de produtos dentro de um pedido. Esses pedidos podem ser atendidos de forma integral, parcial ou nula, isso é, é possível atender a demanda toda, parte dela ou não atender algum mercado. Caso o mercado não seja atendido não existe penalidade, apenas o lucro obtido por aquele mercado não será obtido.

### 3.1.9 Transporte

Cada mercado possui opções de transportes diferentes para atendê-lo. Essa diferença contempla custos diferentes e capacidades de transportes diferentes. Os custos de transporte serão determinados pelo frete mais descontos contratuais de fornecedores, lembrando que mercados mais distantes possuem fretes mais caros do que mercados mais próximos das fábricas. Já as capacidades são determinadas pelo tipo de caminhão que está sendo enviado e cada tipo de caminhão também possui um frete diferente. Na prática devido a malha de transportes brasileira ser predominantemente rodoviária os transportes disponíveis são caminhões, onde teremos vários tipos de caminhões com capacidades diferentes de transporte.

### 3.1.10 Data de entrega

Cada mercado possui um horário disponível para seus caminhões embarcarem. Logo para que seja atendido, seus produtos devem ser produzidos até esse horário, para que possam ser embarcados para o mercado. Isso acontece na prática porque para efetivação do transporte é preciso ter equipes de embarque e desembarque das cargas bem como o agendamento dos caminhões e seus motoristas, logo é necessário que os horários sejam respeitados.

## 3.2 Classificação do problema

O problema descrito acima pode ser classificado como um problema de scheduling flow shop, pois a ordem de produção nas máquinas são pré-estabelecidas e devem ser respeitadas em cada linha, já que após uma produção ser iniciada ela não pode ser interrompida e nem substituída por outra máquina ou linha.

### 3.2.1 Características da produção

Quanto à produção, temos a produção em paralelo não uniforme já que as linhas de produção operam independentes umas das outras e com tempos de produção diferentes (item 2.1.6). Além disso a produção por lote, pois cada lote de massa gera mais de uma unidade de um produto (item 2.1.5). Em cada linha, temos o tempo de setup entre produtos diferentes e como é possível produzir mais de um produto por linha temos um scheduling flexível (item 2.1.4 e 2.1.7). Portanto, temos um flow shop flexível em lotes e paralelo não uniforme.

### 3.2.2 Características da demanda

Quanto à demanda, temos mercados diferentes com pedidos diferentes (item 2.1.8), cada mercado possui sua data de entrega para seus pedidos (item 2.1.10). Como cada caminhão possui capacidade específica de transporte (item 2.1.9) temos um flow shop com data de entrega e capacidades de transporte. Logo, com relação a produção e demanda podemos classificar o problema como um flow shop flexível em lotes e paralelo não uniforme com data de entrega e capacidades de transporte.



## Capítulo 4

# Modelo Matemático

É possível representar o problema de scheduling apresentado como um modelo de programação linear inteira mista. Para isso temos que definir alguns conjuntos e parâmetros.

O horizonte de estudo da produção será dividido em etapas. Para a representação das etapas, temos que discretizá-las de forma a não perdemos precisão sobre o problema nos tempos de produção e setup. Como padrão nesse estudo iremos adotar uma discretização nas etapas em 5 minutos. Logo teremos um conjunto discreto de etapas chamado de  $E$ , o qual  $E = \{0, \dots, \text{emax}\}$ , e  $\text{emax}$  representa a última etapa. Com isso para cada etapa  $e$  temos:

$$e \in E = \{0, \dots, \text{emax}\},$$

onde a etapa  $e_i$  com  $i \in \mathbb{N}$  representa o período de  $5 * (i - 1)$  a  $5 * i$  minutos.

A produção irá ocorrer em dois estágios, no primeiro é produzido um pré-produto, que iremos chamar de insumo, o qual poderá entrar na composição de vários produtos diferentes no segundo estágio. Esse conjunto de insumos será representado por  $K$  e o conjunto dos produtos determinados pelo conjunto  $P$ . Cada produto  $p \in P$  será produzido por um único insumo que poderá produzir mais de um produto definido por  $Prod(k) \subset P$ . Cada insumo possui um custo de produção definido por  $\text{custo}_1(k)$ , o qual definirá o custo de produção de cada produto. O tempo de produção de cada insumo será representado por  $t(k)$  e o tempo de setup de troca de produto será  $s(k_1, k_2)$ .

As linhas de produção serão representadas pelo conjunto  $L$  e os insumos produzidos em cada linha serão determinados por  $Lin(l) \subset K$ , onde um insumo pode estar presente em mais de uma linha de produção. Lembramos que a produção dos insumos será dada em lotes de produção e cada insumo possui um número determinado de unidades de produtos produzidos por lote representado por  $\text{lotes}(k)$ .

A quantidade de produtos a serem fabricados é uma função da demanda de cada mercado. Os mercados serão representados pelo conjunto  $M$  e a demanda em cada mercado para determinado produto numa etapa será  $d(m, p, e)$ .

Para os produtos chegarem aos mercados precisamos do transporte, para qual existem opções de caminhões com capacidades diferentes que podem ser utilizados, o conjunto dos tipos de caminhões será representado por  $C$ , com o custo de cada caminhão dado por  $\text{custo}_2(m, c)$  e a capacidade por  $\text{cap}(c)$ , onde na figura 4.1 podemos perceber o desenho da malha de transporte, com o tamanho dos círculos representado as capacidades de produção e demanda e as setas as possibilidades de transporte.

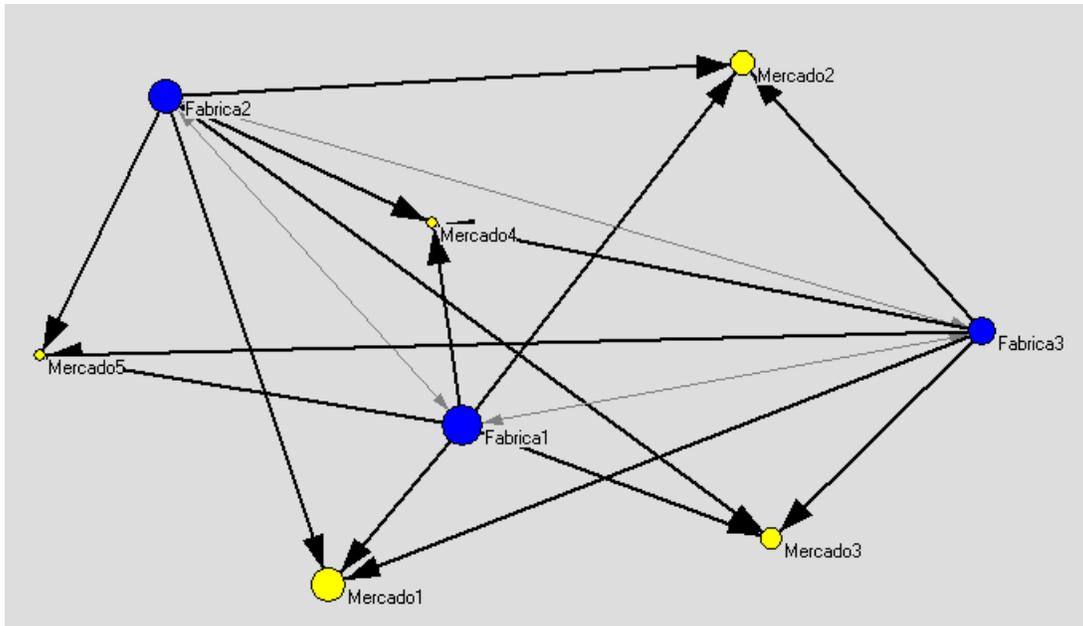


Figura 4.1: Linha de produção

## 4.1 Conjuntos

$E$  - Etapas.

$K$  - Insumos.

$P$  - Produtos.

$Prod(k)$  - Produtos produzidos pelo insumo  $k$ .

$L$  - Linhas de produção.

$Lin(l)$  - Insumos produzidos na linha  $l$ .

$M$  - Mercados.

$C$  - Caminhões.

## 4.2 Constantes

$tprod(k)$  - Tempo de produção do insumo  $k$ .

$custo_1(k)$  - Custo de produção do insumo  $k$ .

$d(e, m, p)$  - Demanda do produto  $p$  na etapa  $e$  para o mercado  $m$ .

$s(k, k_1)$  - Tempo de troca de setup entre o insumo  $k$  e o insumo  $k_1$ .

$lotes(k)$  - Quantidade de produtos feito por 1 lote do insumo  $k$ .

$cap(c)$  - Capacidade de produtos que podem ser transportados pelo caminhão  $c$ .

$l(p, m)$  - lucro do produto  $p$  no mercado  $m$ .

$cus(m, c)$  - custo do caminhão  $c$  para o mercado  $m$ .

### 4.3 Variáveis

$x(e, p, l)$  - Quantidade produzida do produto  $p$  na etapa  $e$  pela linha  $l$ .

$v(m, e, p)$  - Venda do produto  $p$  na etapa  $e$  no mercado  $m$ .

$est(e, p)$  - Estoque do produto  $p$  na etapa  $e$ .

$z(e, k, l)$  - Produção do insumo  $k$  na etapa  $e$  na linha  $l$ .

$y(m, e, c)$  - Quantidade de caminhões  $c$  na etapa  $e$  para o mercado  $m$  (Variável inteira).

### 4.4 Restrições

1. Restrição de unicidade da utilização da linha em cada etapa.

Em cada linha é possível produzir somente um produto por etapa, pois não é possível que uma máquina execute dois produtos ao mesmo tempo.

$$\forall e, l \quad \sum_{k \in K} z(e, k, l) \leq 1$$

2. Restrição de formação de estoque.

Em cada etapa o estoque é formado pelo estoque da etapa anterior acrescido da subtração do que foi produzido e a venda de um determinado produto.

$$\forall e, p \quad est(e, p) = est(e - 1, p) + \sum_{l \in L} x(e - t_{prod}(p), p, l) - \sum_{m \in M} v(m, e, p)$$

3. Restrição de demanda.

Em cada mercado a venda de um determinado produto não pode ultrapassar a demanda pedida.

$$\forall m, e, p \quad v(m, e, p) \leq d(m, e, p)$$

4. Restrição de tempo de setup (Limpeza e troca de insumos na linha de produção).

A cada troca de produtos a máquina deve ficar parada por um número de etapas definido por  $s(k, k_1)$ . Logo se a máquina for utilizada por um produto os demais produtos não poderão utilizar a máquina nas próximas  $s(k, k_1)$  etapas.

$$\forall e, l, k \quad P * (1 - z(e, k, l)) \geq \sum_{k_1 \in Lin(l)} \sum_{i=1}^{s(k, k_1)} z(e + i, k_1),$$

onde  $P$  é número grande o suficiente perante as variáveis e constantes do problema.

## 5. Restrição de produção em lotes

Cada produção de uma massa gera várias unidades de produtos, logo se uma massa é produzida, a quantidade de  $lotes(k)$  unidades de produtos é produzida.

$$\forall e, k, l \quad x(e, k, l) = \sum_{i \in Prod(k)} lotes(k) * z(e, k, l)$$

## 6. Restrição de capacidade de transporte

Cada caminhão tem um limite de produtos a ser transportado, logo se um caminhão for utilizado será enviado no máximo  $cap(c)$  unidades de produtos pelo caminhão  $c$ , onde o caminhão é ocupado com cestos que tem as mesmas dimensões.

$$\forall m, e \quad \sum_{p \in P} v(m, e, p) \leq \sum_{c \in C} cap(c) * y(m, e, c)$$

## 4.5 Função Objetivo

O objetivo do problema é maximizar o lucro, isto é, maximizar a diferença entre o preço de venda de cada produto em cada mercado e os custos de produção de cada produto e os custos de transporte. O problema apresentado caracteriza-se como um problema de programação linear inteira mista.

$$f(v, y) = \sum_{e \in E} \left( \sum_{m \in M} \left( \sum_{p \in P} l(p, m) * v(p, e, m) - \sum_{c \in C} cus(m, c) * y(m, e, c) \right) \right)$$

# Capítulo 5

## Resolução do Problema

Neste capítulo apresentaremos alguns métodos para resolver o problema formalizado no capítulo 4. Esse problema pode ser resolvido por um método exato de resolução de problemas de PL como método simplex ou pontos interiores. Portanto, neste capítulo será apresentado a solução do modelo matemático descrito no capítulo 4 através do Solver Xpress que emprega o método de pontos interiores. Outros métodos de solução apresentados serão um método baseado em uma heurística gulosa e também uma aplicação de meta-heurísticas do tipo algoritmo genético para solução do problema.

### 5.1 Algoritmo guloso

#### 5.1.1 Introdução

Pela definição de Reeves [10], na heurística denominada algoritmo guloso, na iteração zero o conjunto solução é vazio e incorpora-se a cada iteração  $t = (1, 2, \dots)$  um novo elemento ao conjunto solução, de maneira que, o ganho com a incorporação deste elemento seja máximo.

O algoritmo é usado em larga escala para diferentes problemas devido a sua facilidade em construir soluções factíveis. Suas implementações mais conhecidas e utilizadas os problema da mochila(proposto por Dantzig (1957) e resolvido por Ronald Rivest, Adi Shamir e Len Adleman (1982)) e o problema do caixeiro viajante(apresentado com o nome atual em (1950) por Applegate et al., cop. 2006, p.2 [11]).

Um dos principais empregos do algoritmo guloso no contexto de problemas de scheduling é o uso em problemas com data de entrega, tal que para o caso com uma máquina o algoritmo fornece a solução ótima para o problema. O problema é apresentado formalmente em ([12], pág 207).

#### 5.1.2 Heurística gulosa

O algoritmo guloso baseia-se em tomar a melhor decisão em cada passo do seu algoritmo. Para o problema de sequenciamento isso será feito de forma que o algoritmo escolha o produto que fornece o maior lucro e sequenciá-lo caso seja uma solução factível.

A heurística aplicada ao problema formulado no capítulo 4 fornecerá uma solução baseada apenas no lucro de cada produto, desconsiderando a ordem de produção, o setup e a produção em lotes, que se forem considerados podem levar a soluções melhores. O propósito da heurística gulosa é fornecer uma boa solução inicial para ser utilizada como subrotina da meta-heurística aplicada logo adiante.

A heurística pode ser dividida em três fases:

1. inicialização e criação da lista de prioridade ordenada;
2. sequenciamento da produção;
3. ajuste da produção;

Abaixo a descrição de cada etapa do algoritmo:

### 1. Inicialização e lista de prioridade ordenada

Na primeira parte do algoritmo inicia-se os conjuntos  $P$  dos produtos,  $K$  dos insumos,  $Prod(k)$  dos produtos produzidos pelo insumo  $k$ ,  $L$  das linhas de produção,  $Lin(l)$  dos insumos produzidos pela linha  $l$ ,  $M$  os mercados e  $C$  os tipos de caminhões.

Entrada de dados das constantes divididas por Produtos e Mercados.

Produtos:

$est(p)$  - estoque de cada produto;

$s(k_1, k_2)$  - tempo de setup;

$tprod(k)$  - tempo de produção de cada insumo;

$lotes(k)$  - quantidade de lotes feita por cada insumo;

Mercados:

$d(p, m, e)$  - demanda de cada produto por mercado-etapa;

$cap(c)$  - capacidade de transporte de cada caminhão;

Uma lista de prioridades deve ser criada para utilização no algoritmo, para isso será utilizado o seguinte critério:

$$prior(p, m) = (PrecoVenda(p, m) - CustoProducao(p) - CustoTransporteMedio(p)) / (tprod(p) - SetupMedio(p))$$

Logo para cada produto em cada mercado podemos priorizar qual tem mais impacto na função objetivo e que terá maior prioridade de ser executado.

### 2. Sequenciamento da produção

Definida lista de prioridades, podemos iniciar a escolha de quais tarefas serão executadas. Nessa etapa percorremos a lista definida do primeiro elemento ao último elemento.

Para cada elemento verificamos se é possível executá-lo em alguma linha de produção de forma que a solução não se torne infactível, isto é, para cada elemento determinado por um produto, mercado e horário de entrega, temos que executá-lo antes do seu horário de entrega. Logo, se houver espaço disponível (espaço ocioso da linha antes do horário de entrega maior que o tempo de produção e setup do produto em questão) em alguma linha que produza esse elemento, então esse produto será executado dentro desse espaço. Se não houver espaço disponível o elemento será descartado. Lembrando que a tarefa deve ser executada o mais tarde possível, garantindo assim que produtos com horários de entrega mais cedo e que tenham uma menor prioridade possam ocupar posições mais cedo no sequenciamento.

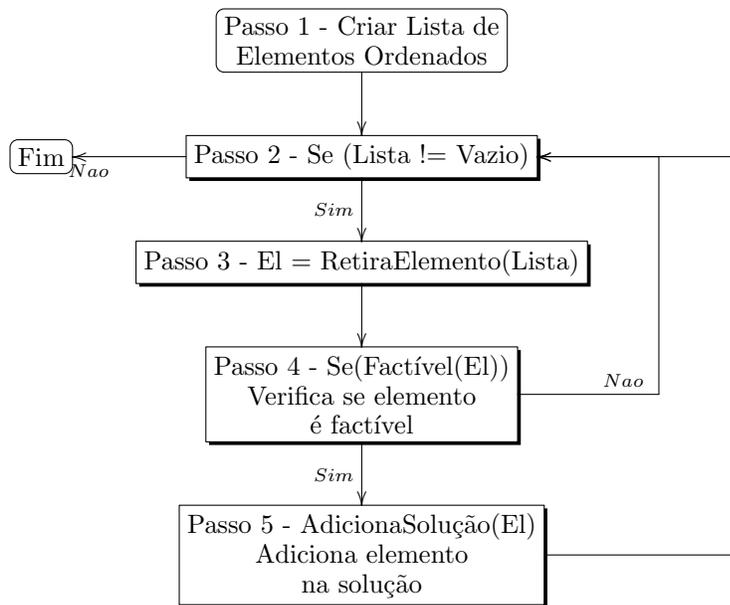
### 3. Ajuste da produção

Na fase do ajuste da produção o algoritmo apenas colocará o tempo ocioso entre a execução de duas tarefas para o final da etapa, pois tempo ocioso entre duas tarefas é impraticável, logo pode ser ajustado sem perda na função objetivo.

## 5.1.3 Diagrama

Podemos representar a heurística através do diagrama abaixo.

Diagrama do algoritmo guloso.



#### 5.1.4 Algoritmo

Abaixo apresentamos os pseudo-códigos de cada etapa do algoritmo. Nos algoritmos serão utilizados a definição de estruturas utilizados na linguagem C, onde o operador  $->$  representa uma variável dentro da estrutura.

Algoritmos:

Heurística Gulosa - Primeira Parte

---

#### Algoritmo 1: Primeira parte - Inicialização de dados e parâmetros

---

```

início
  /*Criar o conjunto das etapas*/;
  E = {e ∈ (1, ..., total etapas)};
  /*Criar o conjunto dos produtos*/;
  P = {p ∈ (1, ..., total produtos)};
  /*Criar o conjunto dos insumos*/;
  K = {k ∈ (1, ..., total insumos)};
  /*Criar o conjunto das linhas*/;
  L = {l ∈ (1, ..., total linhas)};
  /*Criar o conjunto dos mercados*/;
  M = {m ∈ (1, ..., total mercados)};
  /*Criar o conjunto dos caminhos*/;
  C = {c ∈ (1, ..., total caminhos)};
  para cada k ∈ K faça
  |   Prod(k) = {p ∈ P | k produza p};
  fim
  para cada l ∈ L faça
  |   Lin(l) = {k ∈ K | k seja feito por l};
  fim
fim
  
```

---

**Algoritmo 2:** Primeira parte - Leitura de dados produtos

---

```

início
  /*Dados do produto*/;
  para cada  $p \in P$  faça
    |  $est(p)$  = estoque inicial do produto  $p$ ;
  fim
  para cada  $k \in K$  faça
    |  $tprod(k)$  = tempo de produção de cada insumo;
    |  $lotes(k)$  = quantidade de lotes feita por cada insumo;
    para cada  $k \in K$  faça
      |  $s(k_1, k_2)$  = setup entre  $k_1$  e  $k_2$ ;
    fim
  fim
fim

```

---

**Algoritmo 3:** Primeira parte - Leitura de dados demanda

---

```

início
  /*Dados da demanda*/;
  para cada  $p \in P$  faça
    | para cada  $m \in M$  faça
      | para cada  $e \in E$  faça
        | |  $d(p, m, e)$  = demanda de cada produto  $p$  no mercado  $m$  na etapa  $e$ ;
      fim
    fim
  fim
  para cada  $c \in C$  faça
    |  $cap(c)$  = capacidade de transporte de cada caminhão  $c$ ;
  fim
fim

```

---

**Algoritmo 4:** Primeira parte - Criar lista de prioridade

---

```

início
  /Criar lista de prioridade*/;
   $Lista1$  = Nova Estrutura(mercado,produto,etapa,fator);
   $Lista1$  = Vazio;
   $Prov$  = Vazio;
  para cada  $m \in M$  faça
    | para cada  $p \in P$  faça
      | para cada  $e \in E$  faça
        | |  $Prov \rightarrow mercado = m$ ;
        | |  $Prov \rightarrow produto = p$ ;
        | |  $Prov \rightarrow etapa = e$ ;
        | |  $Prov \rightarrow fator = (PrecoVenda(p, m) - CustoProducao(p) -$ 
        | |  $CustoTransporte(p)) / (tprod(p) - SetupMedio(p))$ ;
        | |  $InserElementoNaLista(Prov, Lista1)$ ;
      fim
    fim
  fim
fim

```

---

Heurística Gulosa - Segunda parte (Sequenciamento da produção).

---

**Algoritmo 5:** Segunda parte - Sequenciamento da produção

---

```

início
  Solucao = NovaEstrutura(linha);
  Solucao = Vazio;
  enquanto Lista1 != Vazio faça
    |  tarefa = RetiraElementoDaLista(Lista1);
    | se Factibilidade(Solucao,tarefa) então
    | |  Sequenciar(Solucao, tarefa);
    | fim
  fim
fim

```

---

Heurística Gulosa - Terceira parte (Ajustar produção)

---

**Algoritmo 6:** Terceira parte - Ajustar produção

---

```

início
  para cada  $l \in L$  faça
  | | Ajustar(l)
  | fim
fim

```

---

Abaixo estão os algoritmos auxiliares. O algoritmo abaixo verifica se é possível alocar a tarefa em alguma linha, isto é, se alguma linha tem tempo disponível para inserir essa tarefa até a hora de entrega da tarefa.

---

**Algoritmo 7:** Factibilidade

---

```

Entrada: tarefa
Saída: Verdadeiro ou falso
início
  /*Função factibilidade*/;
   $k = \{k \mid k \text{ produza tarefa-} \zeta \text{ produto}\}$ ;
  para cada  $(l|k \in Lin(l))$  faça
  | |  $TempoDisponivel(l) = \sum TempoSemProducao(Solucao(l, tarefa - \rightarrow mercados))$ ;
  | | /*Verifica se existe tempo disponível*/
  | |  $TempoUtilizado(tarefa) = TempoProducao(tarefa) + TempoSetup(Tarefa)$ ;
  | | se  $TempoDisponivel(l) \geq TempoUtilizado(tarefa)$  então
  | | | Retorna verdadeiro;
  | | fim
  | fim
  Retorna falso;
fim

```

---

O algoritmo abaixo colocada a tarefa na solução na sequência apropriada.

---

**Algoritmo 8:** Sequenciar
 

---

**Entrada:** Solucao,tarefa

**Saída:** Solucao

**início**

  /\*Função Sequenciar\*/;

$k = (k|k \text{ produza } \textit{tarefa}_i\textit{produto})$ ;

$m = \textit{tarefa} \rightarrow \textit{mercado}$ ;

$p = \textit{tarefa} \rightarrow \textit{produto}$ ;

$e = \textit{tarefa} \rightarrow \textit{etapa}$ ;

$demanda = d(m, p, e)$ ;

**para cada**  $l \in Lin(k)$  **faça**

$QtAlojada = \max(demanda, (TempoDisponivel(l) - TempoSetup)/tprod(p))$ ;

$InseriTarefaLinha(Solucao, tarefa, l, QtAlojada)$ ;

$demanda = demanda - QtAlojada$ ;

**fim**

  Retorna Solucao;

**fim**

---

Abaixo o algoritmo que ajusta os horários de produção. Para isso basta adicionar ao tempo de cada tarefa em cada linha e o tempo de setup, o tempo inicial da próxima tarefa a ser executada.

---

**Algoritmo 9:** Ajustar
 

---

**Entrada:** Solucao

**Saída:** Solucao

  /\*Função Ajustar\*/;

**para cada**  $l \in L$  **faça**

**enquanto** *Percorre as tarefas da Solucao(l)* **faça**

      Unir o tempo final de cada tarefa ao tempo inicial da próxima tarefa(respeitando o setup);

**fim**

**fim**

  Retorna Solucao;

---

## 5.2 Algoritmo Genético

### 5.2.1 Introdução

O algoritmo genético foi introduzido por Jonh Holland (1975) e popularizado por David Goldberg (1989). Baseia-se na ideia da teoria da evolução introduzida por Charles Darwin e Gregor Mendel.

No estudo de problemas de scheduling, o algoritmo genético aparece com estudos de Reeves (1993), empregando o algoritmo em problemas de sequenciamento flow-shop.

O algoritmo genético baseia-se em construir uma população inicial, onde cada indivíduo corresponde a uma possível solução, e através dessa população construir novas populações por um processo evolutivo para encontrar soluções melhores.

Pode-se dividir o algoritmo em poucas etapas: População inicial, Crossover, Mutação, Seleção.

Na primeira parte do algoritmo criamos a população inicial. Esse procedimento é feito de forma a criar várias soluções com alguns critérios aleatórios de forma que cada solução seja diferente da outra, e no final, teremos um conjunto de soluções factíveis que formam a população de soluções.

Já no crossover, ocorre a formação de novos indivíduos, isto é, a formação de novas soluções. Isso acontece de forma que as soluções da população anterior trocam pedaços entre si formando seus filhos (novos indivíduos), esse troca ocorre escolhendo parte das soluções dos pais e herdando essas partes para os filhos.

Em seguida, é aplicado a mutação, que consiste em trocar um pedaço da solução de cada filho por um outro componente da solução respeitando os critérios de factibilidade.

E por último ocorre a seleção dos elementos para formar a nova população. Essa seleção pode ser feita de várias formas. Aqui iremos enumerar duas formas de escolha e duas formas de elementos possíveis de serem escolhidos: seleção do melhor indivíduo, tal que é escolhido os elementos que tem a melhor função objetivo. Torneio, tal que é escolhido primeiramente um grupo de elementos aleatoriamente e dentro desse grupo é escolhido o indivíduo com melhor função objetivo. Para escolher quais indivíduos irão participar da seleção podemos: colocar tanto os pais quanto os filhos para serem escolhidos para a próxima geração ou colocar apenas os filhos para serem escolhidos para a próxima geração.

As diferentes formas e critérios na seleção dos elementos implica em diferentes efeitos no desempenho do algoritmo. No caso da seleção do melhor indivíduo teremos uma convergência mais rápida, pois a cada interação estamos escolhendo os melhores indivíduos, já o torneio nos permite explorar o espaço de busca de forma mais ampla, pois permite que indivíduos com soluções não tão boas possam continuar na população, ou seja indivíduos os quais podem produzir futuramente soluções melhores do que as já encontradas. Já nos elementos que participam da escolha, quando temos os pais participando da escolha, possibilitamos que um bom indivíduo possa influenciar a população em várias gerações, tornando a convergência mais rápida. Já no caso de somente os filhos entrarem para o conjunto de escolhas, permitimos que indivíduos com função objetivo inferior possa levar o algoritmo a explorar outros espaços em busca de melhores soluções.

### 5.2.2 Algoritmo genético aplicado ao problema

No contexto estudado, a aplicação do algoritmo genético surge naturalmente, pois uma solução pode ser facilmente representada como um vetor, no qual cada entrada é composta pelo produto que será produzido.

Para representar as soluções do problema de scheduling apresentado, de forma a ser usada pelo algoritmo genético, teremos que definir como a solução será representada. Para cada linha de produção teremos um conjunto genes, onde cada gene representa o produto a ser produzido. Logo a solução será representada pelo conjunto dos sequenciamentos das linhas, que serão conjuntos de cromossomos, onde cada cromossomo é um conjunto dos genes conforme a figura 5.1 que representa em cada linha o que será produzido será representado pelo algoritmo genético a figura 5.2.

Linha 1	Produto8	Produto2	Produto3	Produto8
Linha 2	Produto2	Produto1	Produto5	Produto6
Linha 3	Produto7	Produto8	Produto4	Produto2
Linha 4	Produto2	Produto3	PRoduto7	Produto4

Figura 5.1: Representação da produção

Linha 1	8	2	3	8
Linha 2	2	1	5	6
Linha 3	7	8	4	2
Linha 4	2	3	7	4

Figura 5.2: Representação solução no algoritmo genético

Para o problema o algoritmo genético pode ser dividido em partes:

1. definição de parâmetros;
2. criação da população inicial;
3. crossover;
4. mutação;
5. seleção.

A seguir temos as descrições das etapas do algoritmo.

1. Definição de parâmetros

Para utilizarmos o algoritmo genético alguns parâmetros devem ser definidos: tamanho total da população, taxa de crossover, taxa de mutação, número máximo de gerações (número de interações). Esses parâmetros serão definidos com valores diferentes para várias instâncias, para que possamos compará-los e analisar qual é a melhor combinação de parâmetros.

2. Criação da população inicial

A população inicial será criada de forma aleatória respeitando a factibilidade da solução. Para cada elemento da população serão criados vetores, sendo que cada vetor representa a produção de uma linha, e cada elemento do vetor representa o produto a ser produzido conforme figura 5.2, de forma que a soma do tempo de produção e de setup de uma linha não ultrapasse o tempo máximo que a linha pode operar. Assim pode-se criar todos os elementos da população.

3. Crossover

A fase do crossover será iniciado o processo de construção da próxima população, nessa fase, são escolhidos dois elementos por vez, e esses dois elementos trocam componentes de suas soluções entre si, gerando um novo elemento representado nas figuras 5.3 e 5.4. A troca de componentes é conhecida como crossover, ela é realizada pela escolha de dois pontos aleatórios de cada cromossomo pai, e esses componetes são herdado para a solução filho que será criada. Após formado um número determinado de filhos termina a fase do crossover.

Pai					Mae				
Linha 1	8	2	3	8	Linha 1	1	5	4	3
Linha 2	2	1	5	6	Linha 2	2	2	7	1
Linha 3	7	8	4	2	Linha 3	3	4	5	3
Linha 4	2	3	7	4	Linha 4	1	2	3	4

Figura 5.3: CrossOver - Pais

Filho				
Linha 1	8	5	4	8
Linha 2	2	2	7	6
Linha 3	7	4	5	2
Linha 4	2	2	3	4

Figura 5.4: CrossOver - Filho

#### 4. Mutação

Nessa fase, cada elemento filho criado na fase do crossover sofre mutação, em número determinado pela taxa de mutação, sobre seus genes. Isso é feito escolhendo aleatoriamente um gene e trocando por outro elemento de forma que a solução continue factível representado na figura 5.5. Esse novo elemento também é escolhido aleatoriamente.

#### 5. Seleção

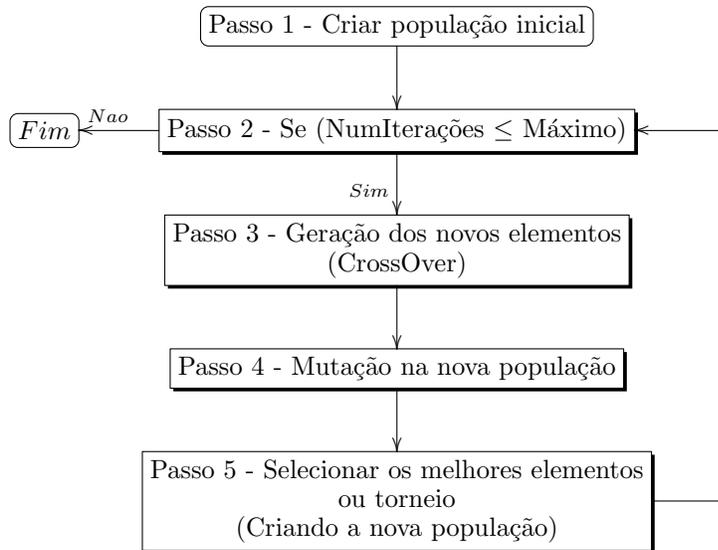
A seleção pode ser feita de diversas formas. Nesse trabalho será executada de duas formas diferentes: torneio e seleção do melhor indivíduo. Após formar os elementos filhos da população pelas etapas anteriores, uma nova população irá ser formada para ser executado uma nova iteração. Tendo como opção de escolha para a próxima geração tanto os elementos pais como os filhos, o rodeio irá escolher aleatoriamente um número pré-determinado de elementos entre eles o que tem melhor função objetivo, esse processo é repetido até construir uma nova geração. Já pelo modo da seleção do melhor indivíduo, os melhores indivíduos compõem a nova população.

### 5.2.3 Diagrama

Podemos representar a meta-heurística através do diagrama abaixo.

Filho					Filho - Mut				
Linha 1	8	5	4	8	Linha 1	8	5	4	8
Linha 2	2	2	7	6	Linha 2	2	4	7	6
Linha 3	7	4	5	2	Linha 3	7	4	5	2
Linha 4	2	2	3	4	Linha 4	2	2	7	4

Figura 5.5: Mutação



### 5.2.4 Algoritmo

Abaixo apresentamos os pseudo-códigos de cada etapa do algoritmo.

Algoritmo Genético - Primeira Parte (Inicialização dos conjuntos e definição de parâmetros).

---

**Algoritmo 10:** Primeira parte - Inicialização de conjunto e parâmetros

---

**início**

```

/*Inicialização dos conjuntos e definição de parâmetros*/;
/*Conjuntos*/;
/*Conjunto dos insumos*/;
 $K = \{k \in (1, \dots, totalinsumos)\}$  - Conjunto dos insumos;
/*Conjunto das linhas*/;
 $L = \{l \in (1, \dots, totallinhas)\}$  - Conjuntos das linhas;
/*Conjunto das soluções*/;
Populacao = Vazio /*Conjunto das soluções que formam a população do algoritmo genético*/
/*Conjunto das soluções filhas*/;
Filho = Vazio /*Conjunto das soluções filhas do algoritmo genético*/ /*Conjunto auxiliar para o rodeio*/;
Elemento = Vazio /*Conjunto das soluções em cada iteração do rodeio*/

/*Parâmetros*/;
tamPop ← Tamanho da população do algoritmo genético;
taxaMut ← Taxa de mutação;
tamRodeio ← Numero de elementos para selecionar no rodeio;

```

**fim**

---

Os dados dos produtos e demanda serão lidos pelo algoritmos 2 e 3 da seção 5.1.4 respectivamente.

Algoritmo genético - Segunda parte (Criação da população inicial)

---

**Algoritmo 11:** Segunda parte - Criação da população inicial

---

```

início
  /*Criação da população inicial*/
  para cada  $i = 1 \dots tamPop$  faça
    para cada  $l \in L$  faça
       $k = sort(k \in Lin(l));$ 
      enquanto  $factibilidade1(k, l)$  faça
         $Sol = Sequenciar1(Sol, k, l);$ 
         $k = sort(k \in Lin(l));$ 
      fim
    fim
     $Populacao(i) = Sol;$ 
  fim
fim

```

---

Algoritmo genético - Terceira parte (CrossOver).

---

**Algoritmo 12:** Terceira parte - CrossOver

---

```

início
  /*CrossOver*/;
  para cada  $i = 1 \dots tamPop$  faça
     $pai \leftarrow$  escolha aleatória do elemento Pai;
     $mae \leftarrow$  escolha aleatória do elemento Mae;
     $corte1 \leftarrow$  escolha aleatória do primeiro ponto de corte do cromossomo;
     $corte2 \leftarrow$  escolha aleatória do segundo ponto de corte do cromossomo;
     $Filho(i) \leftarrow$  recebe parte do cromosso pai(até o corte1 e depois do corte2) e do cromosso
    mae(entre o corte1 e o corte2);
  fim
fim

```

---

Algoritmo genético - Quarta parte (Mutação).

---

**Algoritmo 13:** Quarta parte - Mutação

---

```

início
  /*Mutação*/;
  para cada  $i = 1 \dots tamPop$  faça
    para cada  $\ell \in L$  faça
      para cada  $j = 1 \dots TaxaMut * QtGenes$  faça
         $GeneMut \leftarrow$  escolha aleatória do gene que será modificado;
         $GeneNovo \leftarrow$  escolha aleatória do gene que será inserido pertencente à  $Lin(\ell)$ ;
         $Troca(Filho(i), GeneMut, GeneNovo)$ ;
      fim
    fim
  fim
fim

```

---

Algoritmo genético - Quinta parte (Seleção).

---

**Algoritmo 14:** Quinta parte - Seleção por rodeio

---

```

início
  /*Seleção - Rodeio*/;
  para cada  $i = 1 \dots tamPop$  faça
    para cada  $j = 1 \dots tamRodeio$  faça
       $Elemento(j) < -$  escolha aleatória dos elementos dentro do conjunto  $Populacao \cup Filho$ 
      para o rodeio;
       $NovaPop(i) < -$  melhor solução dentro do conjunto Elemento;
      se  $MelhorSolucao \in Populacao$  então
        |  $Populacao = Populacao, \{MelhorElemento\}$ ;
      senão
        |  $Filho = Filho, \{MelhorElemento\}$ ;
      fim
    fim
     $Populacao = NovaPop$ ;
  fim
fim

```

---

Fim do algoritmo genético. A seguir estão os algoritmos auxiliares.

---

**Algoritmo 15:** Quinta parte - Seleção por melhor elemento

---

```

início
  /*Seleção - Melhor Elemento*/;
  para cada  $i = 1 \dots tamPop$  faça
     $NovaPop(i) < -$  melhor solução dentro do conjunto  $Populacao \cup Filho$ ;
    se  $MelhorSolucao \in Populacao$  então
      |  $Populacao = Populacao \setminus \{MelhorElemento\}$ ;
    senão
      |  $Filho = Filho \cup \{MelhorElemento\}$ ;
    fim
     $Populacao = NovaPop$ ;
  fim
fim

```

---



---

**Algoritmo 16:** Factibilidade1

---

**Entrada:** tarefa, linha  
**Saída:** verdadeiro ou falso

```

início
  /*Função Factibilidade1*/;
   $TempoDisponivel(linha) = \sum TempoSemProducao$ ;
   $TempoUtilizado(tarefa) = TempoProducao(tarefa) + TempoSetup(Tarefa)$ ;
  se  $TempoDisponivel(l) \geq TempoUtilizado(tarefa)$  então
    | Retorna verdadeiro;
  fim
  Retorna falso;
fim

```

---



---

**Algoritmo 17:** Sequenciar1

---

**Entrada:** Solucao, tarefa, linha  
**Saída:** Solucao

```

início
  /*Função Sequenciar1*/;
   $Solucao(linha < -tarefa)$  - Produção do insumo  $k$ (tarefa) alocada a solução;
  Retorna  $Solucao$ ;
fim

```

---



---

**Algoritmo 18:** Troca

---

**Entrada:** Filho, GeneAntigo, GeneNovo  
**Saída:** Filho

```

início
  /*Função Troca*/;
   $Filho(GeneAntigo) < -GeneNovo$  /*É trocado a tarefa de produzir um produto por outro produto*/ Retorna  $Filho$ ;
fim

```

---

### 5.3 Avaliação da função objetivo

Com os algoritmos apresentados anteriormente conseguiremos obter um sequenciamento de produção, mas temos que obter um método para avaliar o quanto esse sequenciamento apresentado é eficiente perante os transportes e as demandas. Para o algoritmo, genético apresentaremos um limitante superior que será usado para avaliar a função. Também apresentaremos um sub-problema de minimização para compararmos a eficiência dos métodos apresentado nos capítulos 5.1 e 5.2 de um modo geral.

#### 5.3.1 Método de avaliação dos métodos

Para avaliarmos a eficiência dos métodos vamos apresentar o modelo a seguir.

Dado como parâmetro, um scheduling resultante dos métodos 5.1 e 5.2, apresentado na forma de vetor que informa o sequenciamento da produção por linha, obteremos o valor da função de um problema de PLI para avaliarmos a eficiência dos métodos, modelo o qual retorna o lucro obtido com a venda dos produtos nos mercados, observando que para cada mercado existe um valor de venda e frete de transporte, tal que com o scheduling poderemos saber as quantidades possíveis a serem enviadas para os mercados e posteriormente vendidas.

Conjuntos:

$P$  - Conjunto dos produtos.

$M$  - Conjunto dos mercados.

$C$  - Conjunto dos veículos.

$E$  - Conjunto das etapas com demanda.

Parâmetros:

$d(p, m)$  - Demanda do produto  $p$  no mercado  $m$ .

$l(p, m)$  - Lucro do produto  $p$  no mercado  $m$ .

$custo(c, m)$  - Custo do caminhão  $c$  para o mercado  $m$ .

$Qt(p, e)$  - Quantidade disponível na etapa  $e$  de um produto  $p$ .

$Cap(c)$  - Capacidade do caminhão  $c$ .

Variáveis:

$v(p, m)$  - Venda do produto  $p$  no mercado  $m$ .

$en(p, m, c, e)$  - Envio do produto  $p$  para o mercado  $m$  pelo caminhão  $c$  na etapa  $e$ .

$z(m, c, e)$  - Saída do caminhão  $c$  para o mercado  $m$  na etapa  $e$ .

Função Objetivo.

A função objetivo será definida pela soma dos lucros da venda dos produtos em cada mercado menos o custo de transporte dos caminhões.

Equação (4.5)

$$f(v, e, z) = \sum_{m \in M} \left( \sum_{p \in P} l(p, m) * v(p, m) - \sum_{e \in E} \sum_{c \in C} custo(c, m) * z(m, c, e) \right)$$

Restrições.

1. Demanda.

Equação (4.4.3)

$$\forall p, m \quad v(p, m) \leq d(p, m)$$

2. Total de vendas de cada produto por mercado.

$$\forall p, m \quad v(p, m) = \sum_{c \in C} \sum_{e \in E} en(p, m, c, e)$$

3. Envio de produtos por etapa.

$$\forall p, e \quad \sum_{(e' \in E | e' \leq e)} \sum_{c \in C} \sum_{m \in M} en(p, m, c, e') \leq Qt(p, e)$$

4. Capacidade dos caminhões.

$$\forall m, c, e \quad \sum_{p \in P} en(p, m, c, e) \leq Cap(c) * z(m, c, e)$$

### 5.3.2 Método de avaliação do algoritmo genético

A seguir será proposto o algoritmo para calcular o limitante superior e a prova que o limitante calculado pelo algoritmo é realmente um limitante superior da função objetivo do método de avaliação dos algoritmos apresentado na seção anterior. Nesse algoritmo introduziremos  $L$  como o limitante superior desejado,  $Qt(p, e_j)$  será a quantidade produzida do produto  $p$  entre as etapas  $e_{j-1}$  e  $e_j$  e  $at(p, m_j)$  a quantidade atendida do produto  $p$  no mercado  $m_j$  e  $D_{(p,i)}$  o vetor dos índices dos mercados, ordenado pelas rentabilidades do produto  $p$  das etapas  $e_i$  até a etapa  $e_n$ .

---

#### Algoritmo 19: Limitante Superior

---

```

início
  /*Limitante superior/;
  at = 0;
  v = 0;
  para cada  $p \in P$  faça
    para cada  $i \in \{n, \dots, 1\} | e_i \in E$  faça
       $Qtprov(p, e_j) = Qt(p, e_j);$ 
      para cada  $j \in D_{p,i}$  faça
         $v(p, m_j) = \min(d(p, m_j) - at(p, m)j, Qtprov(p, e_j));$ 
         $Qtprov(p, e_j) = Qtprov(p, e_j) - v(p, m_j);$ 
         $L = L + v(p, m_j) * l(p, m_j);$ 
         $at(p, m_j) = at(p, m_j) + v(p, m_j);$ 
      fim
    fim
  fim
fim

```

---

Lema 1

Dada uma solução  $S$  para o problema apresentado no capítulo 4, onde cada  $S(l)$  é o sequenciamento da linha  $l$ . Seu valor de função objetivo dado pelo modelo seção 5.3.1 é  $f(S)$ . Então um limitante superior

para função objetivo será  $L$ , onde  $L$  será calculado pelo algoritmo 19 e pode ser definido como  $L(S) = \sum_{p \in P} \sum_{m \in M} at(p, m) * l(p, m)$ , onde  $at(p, m)$  é a quantidade atendida do produto  $p$  no mercado  $m$  calculada no algoritmo 19.

Prova:

Sendo a solução  $S$  e sua função objetivo

$$f(S) = \sum_{p \in P} \sum_{m \in M} v^*(p, m) * l(p, m) - \sum_{m \in M} \sum_{e \in E} \sum_{c \in C} custo(c, m) * z(m, c, e)$$

onde  $v^*(p, m)$  é a venda ótima do produto  $p$  no mercado  $m$ . Logo podemos definir uma função  $f_1(S) \geq f(S)$ , sendo  $f_1(S) = \sum_{p \in P} \sum_{m \in M} v^*(p, m) * l(p, m)$ . O termo

$$\sum_{m \in M} \sum_{e \in E} \sum_{c \in C} custo(c, m) * z(m, c, e)$$

é positivo, pois o custo  $custo(c, m) \geq 0$  e  $z(m, c, e) \in \{0, 1\}$  então  $f_1(S) \geq f(S)$ . Agora basta provar que  $f_1(S) \leq L(S)$

Provar que para cada  $p$  temos:

$$f_1(S) = \sum_{m \in M} v^*(p, m) * l(p, m) \leq L(S) = \sum_{m \in M} at(p, m) * l(p, m)$$

A prova será por indução.

Para  $n = 1$

$L(S) = at(p, m) * l(p, m)$ , com  $at(p, m) = \min(d(p, m), Qt(p, e))$ , como  $v^*(p, m) \leq d(p, m)$  pela restrição 1 da seção 5.3.1 e  $v^*(p, m) \leq Qt(p, m)$  pela restrição 2 e 3 da seção 5.3.1 então  $v^*(p, m) \leq \min(d(p, m), Qt(p, m)) = L(S)$  como queríamos provar.

Válido para  $i$  provar para  $i + 1$ .

Temos que

$$f_1(S) = \sum_{m \in M} v^*(p, m) * l(p, m) = \sum_{h=1 \dots (i+1) | m_{jh} \in M} v^*(p, m_{jh}) * l(p, m_{jh})$$

Onde o vetor  $m_{j1}, \dots, m_{j(i+1)}$  esta ordenado pela rentabilidade de cada produto  $p$ . Logo para cada produto  $p$  temos um vetor dos índices dos mercado  $D_p$  ordenado pela rentabilidade do produto  $p$ . Logo podemos separar o somatório por:

$$f_1(S) = \left( \sum_{h=1 \dots (i) | m_{jh} \in M} v^*(p, m_{jh}) * l(p, m_{jh}) \right) + v^*(p, m_{j(i+1)}) * l(p, m_{j(i+1)})$$

Se  $v^*(p, m_{j(i+1)}) \leq at(p, m_{j(i+1)})$ , então pela hipótese

$$\sum_{h=1 \dots (i) | m_{jh} \in M} v^*(p, m_{jh}) * l(p, m_{jh}) \leq \sum_{h=1 \dots (i) | m_{jh} \in M} at(p, m_{jh}) * l(p, m_{jh})$$

temos que  $f_1(S) \leq L(S)$ .

Agora basta provar para o caso  $v^*(p, m_{j(i+1)}) > at(p, m_{j(i+1)})$ .

Como  $\sum_{h=1 \dots (i) | m_{jh} \in M} v^*(p, m_{jh}) \leq \sum_{h=1 \dots (i) | m_{jh} \in M} at(p, m_{jh})$ , então se  $v^*(p, m_{j(i+1)}) > at(p, m_{j(i+1)})$ , temos que um conjunto de índices  $K$  tal que  $v^*(p, m_{kj}) < at(p, m_{kj})$  e como os lucros estão ordenados em forma decrescente podemos afirmar que:

$$v^*(p, m_{j(i+1)}) * l(p, m_{j(i+1)}) \leq \sum_{j \in K} (at(p, m_{kj}) - v^*(p, m_{kj})) * l((p, m_{kj}))$$

Logo podemos escrever que:

$$f_1(S) \leq \sum_{h=1 \dots (i) m_{jh} \in M} v^*(p, m_{jh}) * l(p, m_{jh}) + \sum_{j \in K} (at(p, m_{kj}) - v^*(p, m_{kj})) * l((p, m_{kj}))$$

e, por

$$f_1(S) \leq \sum_{h \in K m_{kh} \in M} v^*(p, m_{kh}) * l(p, m_{kh}) + \sum_{h \notin K m_{kh} \in M} v^*(p, m_{kh}) * l(p, m_{kh}) + \sum_{j \in K} (at(p, m_{kj}) - v^*(p, m_{kj})) * l((p, m_{kj}))$$

logo,

$$f_1(S) \leq \sum_{h \in K m_{kh} \in M} (v^*(p, m_{kh}) + at(p, m_{kj}) - v^*(p, m_{kj})) * l(p, m_{kh}) + \sum_{h \notin K m_{kh} \in M} v^*(p, m_{kh}) * l(p, m_{kh})$$

portanto:

$$f_1(S) \leq \sum_{h \in K m_{kh} \in M} at(p, m_{kj}) * l(p, m_{kh}) + \sum_{h \notin K m_{kh} \in M} v^*(p, m_{kh}) * l(p, m_{kh})$$

com a hipótese,

$$\sum_{h \notin K m_{kh} \in M} v^*(p, m_{kh}) * l(p, m_{kh}) \leq \sum_{h \notin K m_{kh} \in M} at(p, m_{kh}) * l(p, m_{kh})$$

temos que,

$$f_1(S) \leq \sum_{h \in K m_{kh} \in M} at(p, m_{kj}) * l(p, m_{kh}) + \sum_{h \notin K m_{kh} \in M} at(p, m_{kh}) * l(p, m_{kh})$$

Por fim:

$$\sum_{h \in K m_{kh} \in M} at(p, m_{kj}) * l(p, m_{kh}) + \sum_{h \notin K m_{kh} \in M} at(p, m_{kh}) * l(p, m_{kh}) = \sum_{h=1 \dots (i) m_{jh} \in M} at(p, m_{jh}) * l(p, m_{jh}) = L(S)$$

E chegamos que:

$$f_1(S) \leq L(S)$$



## Capítulo 6

# Resultados Computacionais

### 6.1 Introdução

Após apresentarmos os algoritmos e suas propriedades podemos apresentar os resultados computacionais de cada algoritmo. O problema pode variar em complexidade em várias dimensões diferentes, como número de produtos, mercados, linhas e veículos. Essas dimensões serão tratadas em alguns pontos para análise da complexidade do algoritmo nos aspectos práticos. No caso dos veículos não temos grandes variações em sua dimensão tanto no problema prático como no teórico, pois na prática não existem muitas opções de veículos para o transporte e na teoria basta escolher o veículo com melhor custo benefício. As dimensões de produtos e mercados serão tratadas em conjunto, pois apenas acrescentam mais opções de escolha ao problema. Já as linhas de produção serão tratadas separadamente para o estudo da complexidade do algoritmo pois podem alterar em número de linhas disponíveis para produção como em quantidade de produtos feitos por linha.

Na análise dos resultados, iremos avaliar a eficiência de cada algoritmo em tempo de processamento como a qualidade da solução, isso é, iremos avaliar como o tempo varia em função do aumento das dimensões do problema e o mesmo para o valor da função objetivo comparando-a com o valor da função objetivo ótima em exemplos de pequeno porte.

Os testes foram realizados em um computador com processador Intel Core i7, 2.93GHz, com memória de 6GB e sistema operacional Windows 7, 64 bits. Já a resolução dos modelos de programação linear inteira foi realizada pelo solver XPress 7.1. O métodos 5.1 e 5.2 foram implementados em linguagem C.

Abaixo os testes realizados na heurística gulosa apresentada em 5.1. Primeiro iremos mostrar o resultado para um problema com uma linha, 10 produtos, 10 mercados e 5 veículos. Em seguida mostraremos os resultados para um problema com dimensões reais, isto é, 116 produtos, 17 linhas, 21 mercados e 5 tipos de veículos para o transporte, e a variação da qualidade da solução em função do aumento das dimensões do problema. Finalmente, iremos mostrar a complexidade do algoritmo.

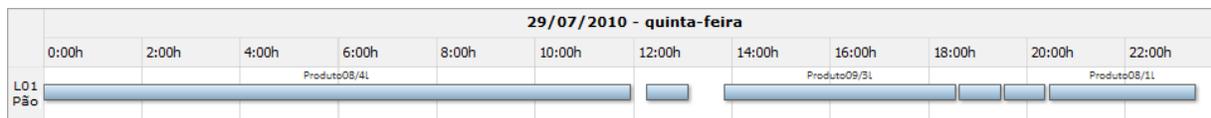


Figura 6.1: Planejamento de produção(Gantt)

## 6.2 Heurística Gulosa

Nesta seção iremos apresentar os resultados para a heurística gulosa.

### 6.2.1 Problema exemplo

Abaixo temos a representação do scheduling definido pelo algoritmo executado com dados do Anexo I seção 8.1 representado pelo diagrama de Gantt, onde os espaços entre os blocos são a representação dos tempos de setup.

No gráfico de Gantt podemos perceber que a sequencia de produção escolhida pelo algoritmo foi:

$$\begin{aligned} & Produto08/4Lote \rightarrow Produto04/2L \rightarrow Produto09/3L \rightarrow Produto05/2L \rightarrow \\ & Produto03/1L \rightarrow Produto08/1L \end{aligned}$$

Já no gráfico de planejamento de transporte podemos perceber que alguns mercados não foram atendidos pois não eram lucrativos ou porque seus horários de saída eram muito cedo. Logo os produtos não compensaram o custo de transporte e seus produtos foram destinados a outros mercados. Abaixo temos as matrizes de atendimento e corte por mercado das demandas, mais adiante iremos comparar as escolhas dos algoritmos para o exemplo aplicado.

Tabela 6.1: Atendimento Heurística Gulosa - Problema Exemplo

Produto/Mercado	Produto01	Produto02	Produto03	Produto04	Produto05	Produto06	Produto07	Produto08	Produto09	Produto10	Produto11
Mercado01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mercado02	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mercado03	0	0	0	0	0	0	0	8	0	0	0
Mercado04	0	0	0	0	0	0	0	42	0	0	0
Mercado05	0	0	0	0	0	0	0	72	0	0	0
Mercado06	0	0	0	0	19	0	0	35	0	0	0
Mercado07	0	0	0	0	51	0	0	293	0	0	0
Mercado08	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mercado09	0	0	0	0	8	0	0	110	114	0	0
Mercado10	0	0	0	0	20	0	0	0	228	0	0
Mercado11	0	0	13	0	17	0	0	45	278	0	0

Obtivemos o valor da função objetivo da heurística gulosa em  $f(S) = 13.516,00$ , o que representa o valor do lucro em reais/dia, aplicando o algoritmo 19 da seção 5.3.2, valor que representa o lucro obtido pelo planejamento da produção e transporte para o atendimento obtido das vendas dos produtos.

### 6.2.2 Análise de eficiência

Com os dados apresentados no Anexo I seção 8.2 podemos avaliar a solução para um problema com dimensões reais, os dados foram baseados nos dados de uma das maiores empresas do ramo de panificação do país.

Abaixo temos os valores da função objetivo, tempo de execução e a solução do sequenciamento de produção na figura 6.1 após a execução do algoritmo 5.1 cujo diagrama de Gantt correspondente.

Tabela 6.2: *Heurística Gulosa - Dados Reais*

Problema	Função Objetivo(R\$)	Tempo Execução Médio(s)
HG(Reais)	1.182.490,00	0,007

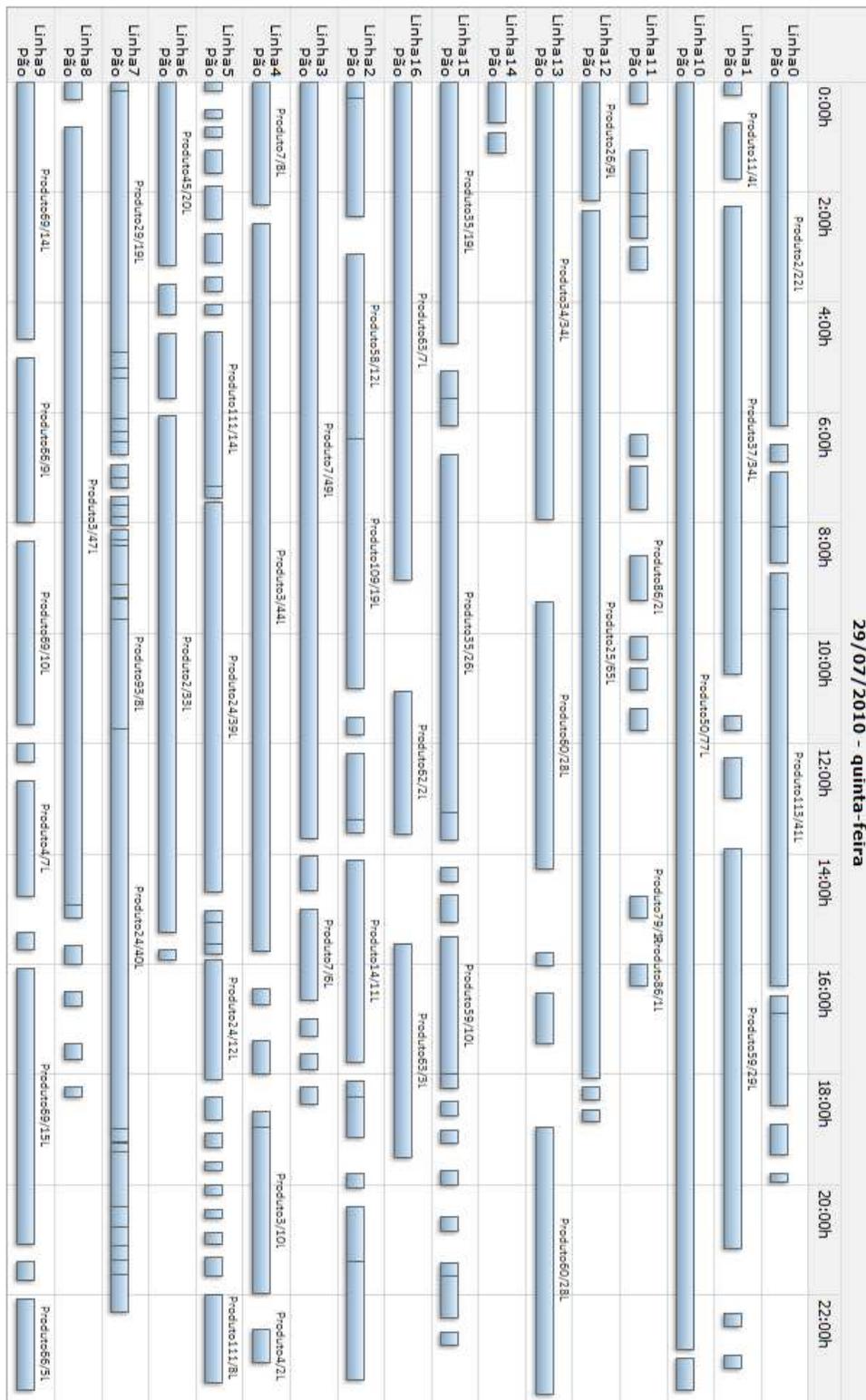


Figura 6.2: Planejamento de produção(Heurística Gulosa) Dados Reais

Linha00	Produto2\22	Produto47\2	Produto45\6	Produto113\4	Produto47\4	Produto113\41	Produto47\2	Produto113\10
	Produto2\2	Produto45\1						
Linha01	Produto70\1	Produto11\4	Produto37\34	Produto71\1	Produto48\3	Produto59\29	Produto15\1	Produto48\1
	Produto10\2							
Linha02	Produto32\1	Produto109\9	Produto58\12	Produto109\19	Produto14\1	Produto32\4	Produto109\1	Produto14\11
	Produto32\1	Produto109\3	Produto58\1	Produto14\3	Produto109\9			
Linha03	Produto7\49	Produto44\2	Produto7\6	Produto44\1	Produto7\1	Produto44\1		
Linha04	Produto7\8	Produto3\44	Produto4\1	Produto32\2	Produto3\1	Produto3\10	Produto4\2	
Linha05	Produto42\1	Produto51\1	Produto52\1	Produto87\2	Produto90\2	Produto12\3	Produto88\1	Produto24\1
	Produto111\14	Produto110\1	Produto24\39	Produto111\1	Produto91\2	Produto104\1	Produto24\12	Produto111\2
	Produto88\1	Produto75\1	Produto89\1	Produto72\1	Produto87\1	Produto54\2	Produto111\8	Produto74\1
Linha06	Produto45\20	Produto2\2	Produto45\7	Produto2\33	Produto47\1			
Linha07	Produto56\1	Produto29\19	Produto36\8	Produto98\1	Produto24\4	Produto27\1	Produto13\1	Produto92\1
	Produto29\1	Produto41\1	Produto12\1	Produto101\1	Produto55\1	Produto13\1	Produto36\3	Produto24\4
	Produto92\1	Produto40\1	Produto93\8	Produto24\40	Produto38\1	Produto56\1	Produto30\4	Produto40\1
	Produto13\2	Produto92\1	Produto36\8	Produto56\4				
Linha08	Produto46\2	Produto3\47	Produto109\1	Produto46\2	Produto58\1	Produto4\1	Produto46\1	
Linha09	Produto69\14	Produto66\9	Produto69\10	Produto68\1	Produto4\7	Produto32\1	Produto69\15	Produto67\1
	Produto66\6							
Linha10	Produto50\77	Produto20\2						
Linha11	Produto85\1	Produto86\2	Produto112\2	Produto85\1	Produto82\1	Produto78\1	Produto85\2	Produto86\2
	Produto83\1	Produto84\1	Produto81\1	Produto79\1	Produto86\1			
Linha12	Produto26\9	Produto25\65	Produto26\1	Produto25\1				
Linha13	Produto34\34	Produto60\28	Produto21\1	Produto23\4	Produto60\28			
Linha14	Produto31\2	Produto76\1						
Linha15	Produto35\19	Produto11\2	Produto114\2	Produto35\26	Produto114\2	Produto39\1	Produto80\2	Produto59\10
	Produto114\1	Produto80\1	Produto48\1	Produto35\1	Produto39\1	Produto10\1	Produto114\3	Produto80\1
Linha16	Produto63\7	Produto62\2	Produto63\3					

Figura 6.3: Planejamento de produção(Heurística Gulosa) Dados Reais I

Agora podemos analisar a variação da função objetivo em função do aumento das dimensões do problema. Para isso vamos utilizar as dimensões indicadas na tabela 8.30 do anexo I seção 8.3. Abaixo os resultados.

Tabela 6.3: *Heurística Gulosa - Eficiência*

Problema	Função Objetivo	Tempo de Execução(s)
AE1	13.516,00	0,0001
AE2	56.077,00	0,0001
AE3	120.162,00	0,004
AE4	234.464,00	0,005
AE5	417.773,00	0,005
AE6	1.044.610,00	0,006
AE7	1.141.410,00	0,006
AE8	1.174.730,00	0,007

### 6.2.3 Análise de complexidade

Para analisarmos a complexidade do algoritmo 5.1 iremos calcular o tempo de processamento do algoritmo em função do crescimento das suas dimensões. Primeiro iremos analisar o acréscimo do tempo em função do crescimento do número de produtos e mercados. Para isso iremos fixar o número de linhas em 40 linhas de produção e o número de veículos em 5.

A análise será feita a partir de dados gerados aleatoriamente, calcularemos a média do tempo de execução do algoritmo 5.1.

Após os testes com os dados do anexo I seção 8.4.1 obtivemos os dados de tempo computacional apresentado na tabela 6.4:

Tabela 6.4: *Complexidade Heurística Gulosa I*

Problema	Tempo Execução Médio(s)	Desvio Padrão(s)
AT1	0,00509	0,00104
AT2	0,00955	0,00144
AT3	0,01227	0,00119
AT4	0,01918	0,00060
AT5	0,02255	0,00169
AT6	0,04482	0,00306
AT7	0,04782	0,00236
AT8	0,06909	0,00114

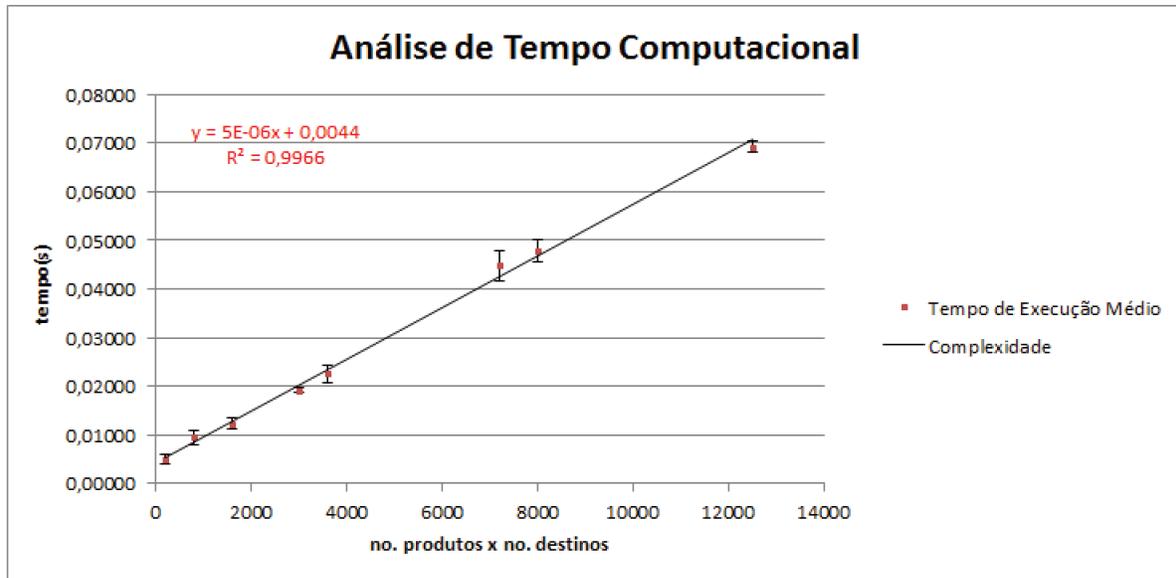


Figura 6.4: Análise de complexidade Heurística Gulosa I

Os pontos plotados sugerem o ajuste de uma curva linear, onde pelo métodos dos mínimos quadrados podemos calcular os parâmetros da curva e obter o valor de  $R^2 = 0,9966$ , onde  $R^2 = \frac{\sum(\text{erro}_i)^2}{n-1}$ , *erro* a diferença entre o valor da curva e dos pontos e  $n$  o total de pontos utilizados, que nos mostra que existe correlação entre os dados, logo a complexidade em função dos produtos e mercados é da ordem de  $(no.produtos) * (no.mercados)$  isto é  $O(p * m)$ .

Agora se fixamos o número de produtos e mercados podemos analisar a variação do tempo de execução em função do número de linhas e das opções de produção para cada produto. Iremos fixar em 80 produtos e 20 destinos e 5 veículos.

A seguir temos os resultados:

Tabela 6.5: *Complexidade Heurística Gulosa II*

Problema	Tempo Execução Médio(s)	Desvio Padrão(s)
AT9	0,00555	0,00093
AT10	0,00573	0,00047
AT11	0,00682	0,00117
AT12	0,00764	0,00067
AT13	0,00836	0,00050
AT14	0,01327	0,00101
AT15	0,01482	0,00117
AT16	0,03109	0,00192

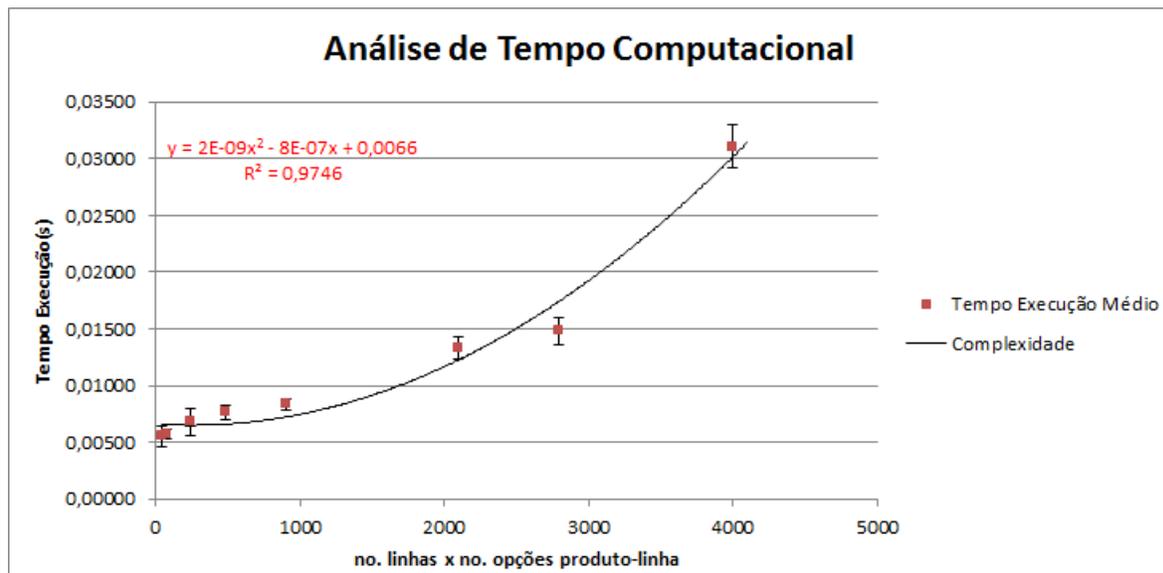


Figura 6.5: Análise de complexidade Heurística Gulosa II

Logo podemos perceber pelo gráfico 6.5 que a curva é polinomial de grau 2 e aplicando quadrados mínimos temos o  $R^2 = 0,9746$  mostrando que existe correlação entre as variáveis, e como isso podemos dizer que a complexidade em função das linhas de produção é de  $O(l^2)$ .

## 6.3 Algoritmo Genético

Nessa seção iremos mostrar os resultados do algoritmo genético aplicado no problema descrito nesse estudo. Primeiro iremos apresentar para diferentes conjuntos de parâmetros, qual apresenta melhor desempenho perante o problema. Em seguida iremos mostrar a análise da complexidade do problema para o melhor conjunto de parâmetros.

### 6.3.1 Análise de parâmetros

Nos parâmetros serão variados a taxa de mutação, o método de escolha dos elementos para a próxima geração e o tamanho da população conforme a tabela 6.6. O problema usado para a comparação em questão será o problema descrito no Anexo I seção 8.2.

Tabela 6.6: *Algoritmo Genético - Parâmetros*

Problema	Mutação	Seleção	População
AG1	0,01	Torneio	25
AG2	0,05	Torneio	25
AG3	0,10	Torneio	25
AG4	0,01	Melhor Escolha	25
AG5	0,05	Melhor Escolha	25
AG6	0,10	Melhor Escolha	25
AG7	0,01	Torneio	50
AG8	0,05	Torneio	50
AG9	0,10	Torneio	50
AG10	0,01	Melhor Escolha	50
AG11	0,05	Melhor Escolha	50
AG12	0,10	Melhor Escolha	50
AG13	0,01	Torneio	100
AG14	0,05	Torneio	100
AG15	0,10	Torneio	100
AG16	0,01	Melhor Escolha	100
AG17	0,05	Melhor Escolha	100
AG18	0,10	Melhor Escolha	100

Tabela 6.7: *Algoritmo Genético - Eficiência dos parâmetros*

Problema	Limitante Superior	Função Objetivo
AG1	1.132.125,60	1.038.710,00
AG2	1.166.451,30	1.094.290,00
AG3	1.216.905,00	1.114.530,00
AG4	1.244.139,00	1.158.020,00
AG5	1.372.772,50	1.190.620,00
AG6	1.289.603,70	1.247.800,00
AG7	1.273.277,50	1.146.350,00
AG8	1.246.937,50	1.148.600,00
AG9	1.274.255,00	1.113.480,00
AG10	1.241.717,40	1.166.040,00
AG11	1.220.698,60	1.150.950,00
AG12	1.259.075,20	1.188.310,00
AG13	1.262.780,20	1.071.730,00
AG14	1.293.940,90	1.173.680,00
AG15	1.267.138,40	1.172.650,00
AG16	1.295.078,40	1.203.550,00
AG17	1.355.893,70	1.250.010,00
AG18	1.244.835,90	1.155.290,00

Pela Tabela 6.7 iremos escolher os três melhores conjunto de parâmetros, definidos pelo melhor valor de função objetivo alcançado, para proseguir os estudos, esses são, AG17, AG6 e AG16. O gráfico abaixo mostra a convergência desses 3 conjuntos de parâmetros de testes.

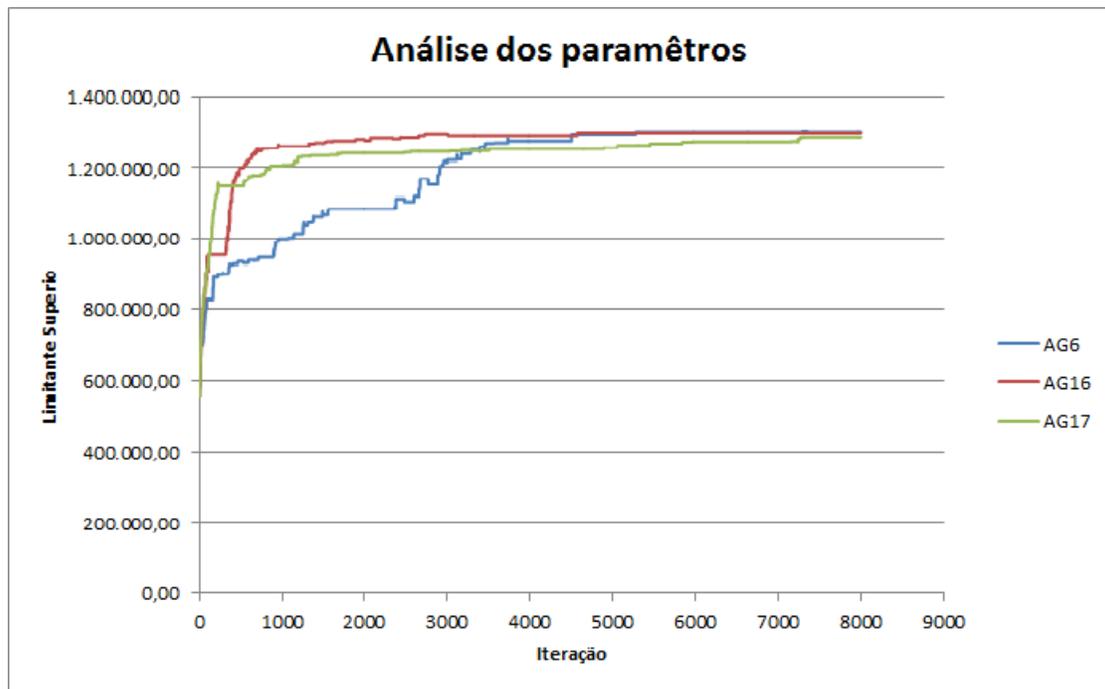


Figura 6.6: Convergência do algoritmo genético

Na figura 6.6 podemos perceber que os métodos convergem e que o conjunto AG16 tem uma convergência mais rápida que os outros conjuntos mas o algoritmo que teve maior benefício no conjunto tempo de execução, qualidade de solução e convergência foi o conjunto AG17.

### 6.3.2 Problema Exemplo

Após executarmos o algoritmo utilizando o conjunto AG17 para os dados do Anexo I seção 8.1 obtivemos os resultados abaixo.



Figura 6.7: Algoritmo Genético - Planejamento de produção(Gantt)

No gráfico de Gantt podemos perceber que a sequência de produção escolhida pelo algoritmo foi:

$$\text{Produto09/2Lote} \rightarrow \text{Produto05/1L} \rightarrow \text{Produto03/4L} \rightarrow \text{Produto05/1L} \rightarrow \text{Produto09/8L} \rightarrow \\ \text{Produto03/3L}$$

A seguir temos a tabela de atendimento, podemos ver que alguns mercados não foram atendidos e a função objetivo atingiu o valor de 20.354 com atendimento para o dado da tabela 6.8.

Tabela 6.8: *Algoritmo Genético - Atendimento*

Mercado/Produto	Produto01	Produto02	Produto03	Produto04	Produto05	Produto06	Produto07	Produto08	Produto09	Produto10	Produto11
Mercado01	0	0	0	0	0	0	0	0	38	0	0
Mercado02	0	0	0	0	0	0	0	0	76	0	0
Mercado03	0	0	0	0	0	0	0	0	28	0	0
Mercado04	0	0	4	0	4	0	0	0	14	0	0
Mercado05	0	0	19	0	20	0	0	0	142	0	0
Mercado06	0	0	22	0	19	0	0	0	137	0	0
Mercado07	0	0	92	0	75	0	0	0	663	0	0
Mercado08	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mercado09	0	0	0	0	8	0	0	0	134	0	0
Mercado10	0	0	0	0	20	0	0	0	369	0	0
Mercado11	0	0	13	0	17	0	0	0	278	0	0

### 6.3.3 Análise de eficiência

Nessa seção iremos aplicar o algoritmo genético ao problema com dimensões reais com os dados apresentados no anexo I na seção 8.2 e mostrar a qualidade da solução pelo crescimento das dimensões do problema.

Tabela 6.9: *Algoritmo Genético - Dados Reais*

Problema	Função Objetivo(R\$)	Tempo Execução Médio(s)
AG6	1.247.800,00	20,74
AG16	1.203.550,00	67,64
AG17	1.250.010,00	92,64

Abaixo temos a representação da solução do problema AG17.

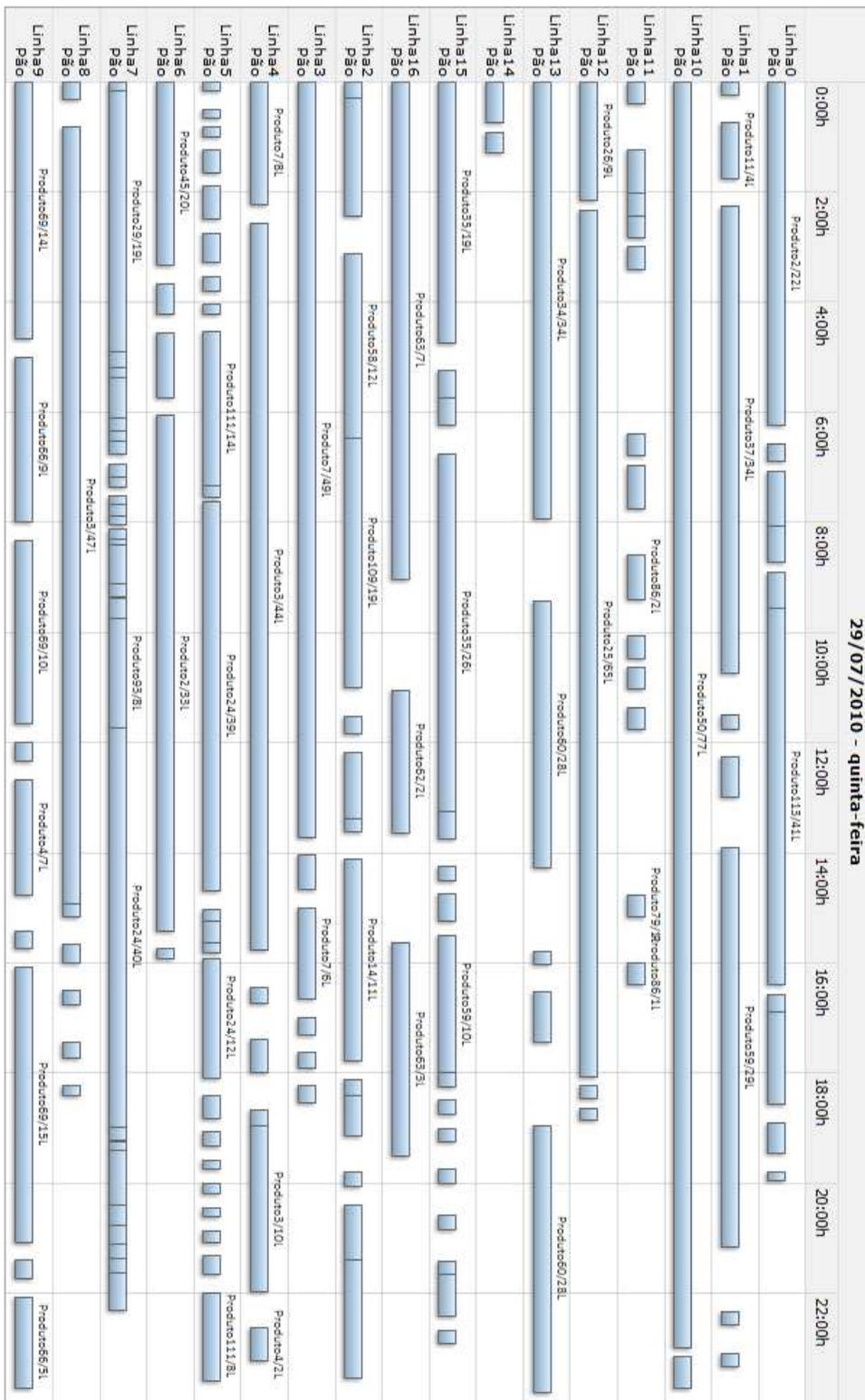


Figura 6.8: Planejamento de produção(Algoritmo Guloso) - Diagrama de Gantt

Linha00	Produto11311L	Produto4711L	Produto11312L	Produto4711L	Produto4511L	Produto11311L	Produto4511L	Produto472L	Produto11311L	Produto452L
	Produto1133L	Produto511L	Produto1135L	Produto452L	Produto1132L	Produto4511L	Produto4511L	Produto4711L	Produto4511L	Produto473L
	Produto4511L	Produto11311L	Produto4711L	Produto11311L	Produto452L	Produto1132L	Produto4511L	Produto21L	Produto11311L	Produto21L
	Produto4711L	Produto21L	Produto472L	Produto11311L	Produto21L	Produto4511L	Produto4511L	Produto22L	Produto11311L	Produto4711L
	Produto1133L	Produto452L	Produto1132L	Produto4511L	Produto11311L	Produto472L	Produto4511L	Produto1132L	Produto1132L	Produto4711L
Linha01	Produto1111L	Produto711L	Produto1111L	Produto162L	Produto1811L	Produto1711L	Produto4511L	Produto4711L	Produto1132L	Produto21L
	Produto4811L	Produto162L	Produto152L	Produto1811L	Produto5911L	Produto1511L	Produto1511L	Produto4811L	Produto1811L	Produto1711L
	Produto7011L	Produto1011L	Produto1011L	Produto1711L	Produto4811L	Produto1711L	Produto112L	Produto162L	Produto162L	Produto5911L
Linha02	Produto10711L	Produto10911L	Produto1082L	Produto4911L	Produto10911L	Produto3211L	Produto10311L	Produto432L	Produto5811L	Produto1092L
	Produto4311L	Produto10311L	Produto5811L	Produto10511L	Produto10811L	Produto10911L	Produto1092L	Produto4911L	Produto1092L	Produto4911L
	Produto10511L	Produto1411L	Produto4311L	Produto3211L	Produto4911L	Produto10911L	Produto3211L	Produto4311L	Produto10511L	Produto3211L
	Produto1411L	Produto4911L	Produto10911L	Produto10711L						
Linha03	Produto532L	Produto441L	Produto532L	Produto73L	Produto441L	Produto533L	Produto71L	Produto538L	Produto74L	Produto5311L
	Produto442L	Produto75L	Produto5311L	Produto71L	Produto537L	Produto443L	Produto5311L	Produto442L	Produto71L	Produto5311L
	Produto711L	Produto442L	Produto532L	Produto442L	Produto711L	Produto441L	Produto71L	Produto532L	Produto70L	Produto4410L
	Produto70L									
Linha04	Produto10811L	Produto311L	Produto4411L	Produto311L	Produto3211L	Produto10311L	Produto71L	Produto10811L	Produto4411L	Produto10511L
	Produto10311L	Produto71L	Produto10511L	Produto3211L	Produto10311L	Produto711L	Produto511L	Produto3211L	Produto71L	Produto1411L
	Produto4911L	Produto3211L	Produto711L	Produto10511L	Produto411L	Produto311L	Produto10311L	Produto4911L	Produto10311L	Produto411L
	Produto511L	Produto10511L	Produto1411L	Produto10511L	Produto711L	Produto10811L	Produto10811L	Produto10811L	Produto10811L	Produto411L
Linha05	Produto10411L	Produto911L	Produto8711L	Produto912L	Produto8811L	Produto872L	Produto9011L	Produto912L	Produto8811L	Produto9011L
	Produto8911L	Produto913L	Produto8911L	Produto8811L	Produto9011L	Produto8911L	Produto8811L	Produto912L	Produto8811L	Produto9011L
	Produto8811L	Produto8911L	Produto912L	Produto8811L	Produto874L	Produto913L	Produto9011L	Produto8811L	Produto915L	Produto8811L
	Produto8911L	Produto911L	Produto9011L	Produto8911L	Produto9011L	Produto8911L	Produto9011L	Produto8911L	Produto8911L	Produto9011L
	Produto8911L	Produto911L	Produto882L	Produto873L	Produto912L	Produto8711L	Produto913L	Produto9011L	Produto8811L	Produto914L
Linha06	Produto452L	Produto4711L	Produto4511L	Produto211L	Produto4511L	Produto472L	Produto454L	Produto22L	Produto4711L	Produto4511L
	Produto472L	Produto4511L	Produto473L	Produto211L	Produto4511L	Produto24L	Produto4711L	Produto4511L	Produto472L	Produto211L
	Produto4711L	Produto211L	Produto4511L	Produto211L	Produto452L	Produto473L	Produto211L	Produto473L	Produto4511L	Produto472L
	Produto211L	Produto4711L	Produto4511L	Produto4711L	Produto22L	Produto4511L	Produto211L	Produto4511L	Produto211L	Produto211L
Linha07	Produto5611L	Produto385L	Produto3611L	Produto10211L	Produto3611L	Produto382L	Produto3611L	Produto10211L	Produto10111L	Produto3611L
	Produto1022L	Produto10111L	Produto2411L	Produto3865L	Produto3611L	Produto10211L	Produto3611L	Produto10111L	Produto380L	Produto3611L
Linha08	Produto534L	Produto3211L	Produto5334L	Produto322L	Produto532L	Produto311L	Produto532L	Produto3211L	Produto530L	
Linha09	Produto6711L	Produto663L	Produto6711L	Produto6611L	Produto1032L	Produto6711L	Produto6911L	Produto6611L	Produto6711L	Produto662L
	Produto3211L	Produto511L	Produto10311L	Produto662L	Produto511L	Produto662L	Produto6811L	Produto663L	Produto10911L	Produto682L
	Produto10911L	Produto6611L	Produto6911L	Produto10911L	Produto663L	Produto6711L	Produto6911L	Produto6811L	Produto10911L	Produto10911L
	Produto682L	Produto6711L	Produto5911L	Produto10611L						
Linha10	Produto192L	Produto2811L	Produto2011L	Produto2811L	Produto2011L	Produto5011L	Produto2011L	Produto1911L	Produto502L	Produto2811L
	Produto5011L	Produto2811L	Produto2011L	Produto192L	Produto282L	Produto502L	Produto2011L	Produto1911L	Produto502L	Produto282L
	Produto203L	Produto5011L	Produto2811L	Produto5011L	Produto1911L	Produto5011L	Produto2811L	Produto5011L	Produto1911L	Produto2811L
	Produto5011L	Produto2811L	Produto1911L	Produto2811L	Produto202L	Produto190L				
Linha11	Produto8611L	Produto8111L	Produto11211L	Produto7811L	Produto8411L	Produto8311L	Produto11211L	Produto862L	Produto11211L	Produto782L
	Produto11211L	Produto8611L	Produto11211L	Produto782L	Produto11211L	Produto8611L	Produto11211L	Produto785L	Produto11211L	Produto8511L
	Produto1122L	Produto782L	Produto8511L	Produto8411L	Produto1122L	Produto1122L	Produto8511L	Produto812L	Produto8511L	Produto8311L

Figura 6.9: Planejamento de produção(Algoritmo Guloso) - Dados Reais I



Agora podemos analisar a variação da função objetivo pelo crescimento das dimensões do problema baseado nos dados do Anexo I seção 8.3.

Tabela 6.10: *Algoritmo Genético - Eficiência*

Problema	AG06		AG16		AG17	
	FO	Tempo(s)	FO	Tempo(s)	FO	Tempo(s)
AE1	19.259,00	1,22	19.277,00	2,75	20.354,00	10,25
AE2	54.127,00	9,49	54.778,00	20,59	59.823,00	20,57
AE3	115.224,00	9,59	108.431,00	42,94	117.770,00	41,49
AE4	379.281,00	10,93	376.080,00	51,07	394.101,00	55,72
AE5	494.619,00	11,32	491.676,00	53,31	490.382,00	57,56
AE6	1.042.940,00	14,85	1.151.700,00	55,98	1.151.920,00	59,75
AE7	1.237.610,00	18,44	1.177.440,00	58,86	1.235.990,00	62,41
AE8	1.247.800,00	20,74	1.203.550,00	67,64	1.250.010,00	92,64

### 6.3.4 Análise de complexidade

Na análise de complexidade iremos calcular o tempo de processamento dos algoritmos, essa análise será feita para o conjunto de parâmetros mais eficiente (AG17). Para isso iremos repetir o procedimento feito na complexidade da heurística gulosa, comparando a complexidade entre os métodos 5.1 e 5.2 iremos mostrar que o método do algoritmo guloso apresentado em 5.1 tem melhor complexidade do o algoritmo genético apresentado em 5.2. Na tabela 6.11 temos os dados e o gráfico da complexidade para a variação dos produtos e destinos do problema.

Tabela 6.11: *Algoritmo Genético - Complexidade - Produtos e Destinos*

Problema	Média(s)	Desvio Padrão(s)
AT1	41,42	2,24
AT2	49,37	2,54
AT3	54,14	3,65
AT4	56,75	1,46
AT5	59,88	1,86
AT6	61,71	3,45
AT7	65,62	2,21
AT8	67,07	2,21

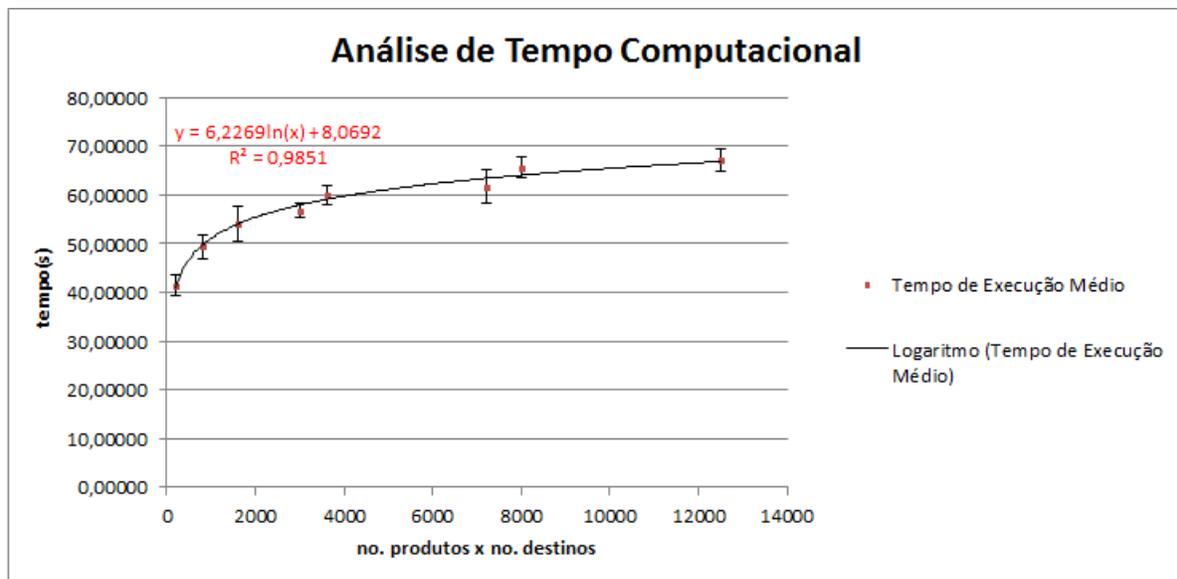


Figura 6.11: Análise de complexidade Algoritmo Genético I

O conjunto dos pontos (produto\*destino,tempo) sugerem como curva de ajuste uma função logarítmica. Encontrando os parâmetros através do método dos quadrados mínimos, obtemos a função indicada no gráfico 6.11 e encontramos o  $R^2$  definido na seção 6.2.3 com o valor de 0,9851, logo podemos afirmar que a complexidade do algoritmo com relação ao produtos e destinos é  $O(\log(p * m))$ .

Já para as linhas temos os dados abaixo.

Tabela 6.12: Algoritmo Genético - Complexidade - Linhas

Problema	Média(s)	Desvio Padrão(s)
AT1	41,42	2,24
AT2	49,37	2,54
AT3	54,14	3,65
AT4	56,75	1,46
AT5	59,88	1,86
AT6	61,71	3,45
AT7	65,62	2,21
AT8	67,07	2,21

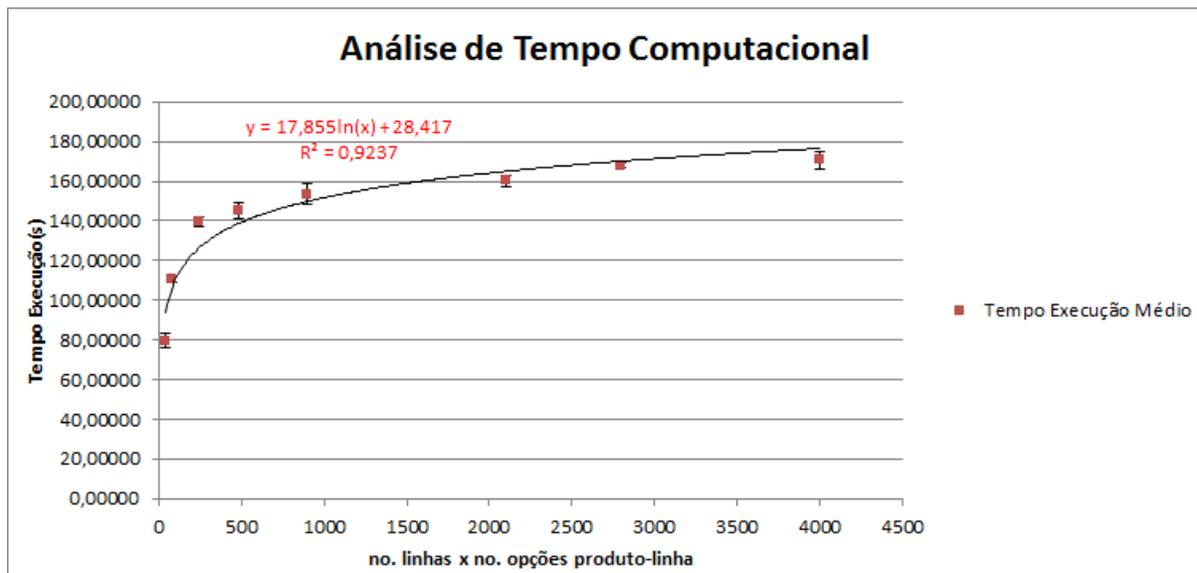


Figura 6.12: Análise de complexidade Algoritmo Genético II

O conjunto dos pontos (linha\*opção produto-linha,tempo) sugerem como curva de ajuste uma função logarítmica. Após encontrarmos os parâmetros através dos quadrados mínimos podemos afirmar que a complexidade será de  $O(\log(l))$ , através da análise da soma dos resíduos ( $R^2$ ).

## 6.4 Programação Linear Inteira

A resolução do problema apresentado no Capítulo 4 será apresentada nessa seção através do método de programação linear inteira. A dificuldade em resolver o problema por um método de programação linear inteira é a quantidade de variáveis inteiras que o problema apresenta, sendo assim tornando o tempo de execução para resolução do problema muito alto de forma a ser inviável esse tipo de solução. Iremos executar o solver Xpress na parametrização padrão para resolver as instancias AE1 e AE2 de forma a obter uma solução e um limitante para compararmos com as soluções já apresentadas nesse trabalho.



Figura 6.13: Algoritmo Genético - Planejamento de produção(Gantt)

Podemos definir as dimensões das variáveis do Capítulo 4 do problema de PLI em função do número de linhas, produto e mercados. Por 4.3 variáveis reais:  $N(x) = (\text{no de produtos}) * (\text{no de etapas}) * (\text{no de linhas})$ ,  $N(v) = (\text{no de produtos}) * (\text{no de etapas}) * (\text{no de mercados})$ ,  $N(est) = (\text{no de produtos}) * (\text{no de etapas})$ , variáveis inteiras:  $N(z) = (\text{no de insumos}) * (\text{no de etapas}) * (\text{no de linhas})$  e  $N(y) = (\text{no de caminhões}) * (\text{no de etapas}) * (\text{no de mercados})$ . Já as restrições por 4.3 temos:  $N(\text{utilização de linhas}) = (\text{no de etapas}) * (\text{no de linhas})$ ,  $N(\text{estoque}) = (\text{no de etapas}) * (\text{no de produtos})$ ,  $N(\text{demanda}) = (\text{no de mercados}) * (\text{no de etapas}) * (\text{no de produtos})$ ,  $N(\text{setup}) = (\text{no de etapas}) * (\text{no de linhas}) * (\text{no de insumos})$ ,  $N(\text{lotes}) = (\text{no de etapas}) * (\text{no de linhas}) * (\text{no de insumos})$  e  $N(\text{transporte}) = (\text{no de mercados}) * (\text{no de etapas}) * (\text{no de veículos})$ . Para o problema com dimensão reais temos que o número de variáveis reais são de ordem de 1.291.680 e o número de variáveis inteiras são de 593.280 com o número de restrições de 2.448.000.

Para a solução da instância AE1 o algoritmo foi interrompido após 723,8 segundos de execução apresentando a solução na figura 6.13.

A seqüência de solução apresentada na figura 6.13 é:

$Produto05/1L \rightarrow Produto09/1L \rightarrow Produto03/4L \rightarrow Produto05/1L \rightarrow Produto09/9L \rightarrow Produto05/1L$

E na tabela 6.13 a matriz de atendimento.

Tabela 6.13: Programação Linear Inteira - Atendimento

Mercado/Produto	Produto01	Produto02	Produto03	Produto04	Produto05	Produto06	Produto07	Produto08	Produto09	Produto10	Produto11
Mercado01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mercado02	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mercado03	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mercado04	0	0	4	0	4	0	0	0	0	0	0
Mercado05	0	0	19	0	20	0	0	0	0	0	0
Mercado06	0	0	22	0	19	0	0	0	0	0	0
Mercado07	0	0	92	0	31	0	0	0	170	0	0
Mercado08	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mercado09	0	0	0	0	0	0	0	0	134	0	0
Mercado10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mercado11	0	0	13	0	17	0	0	0	114	0	0

A função objetivo foi de  $f(S) = 6.904,00$  e o melhor limitante foi de  $L = 22.750,00$ . Na tabela 6.14 temos a matriz das soluções das instâncias AE1 e AE2.

Tabela 6.14: Programação Linear Inteira - Eficiência

Problema	PLI		
	Função Objetivo	Limitante Superior	Tempo de Execução(s)
AE1	6.904,00	22.750,00	723,8
AE2	54.324,00	60.597,00	1134,5

## 6.5 Análise e comparações dos resultados

Podemos perceber que para a solução do problema exemplo(AE1) temos planejamentos diferentes para cada algoritmo, na figura 6.14 temos as soluções.

Comparando a solução da Heurística Gulosa e do Algoritmo Genético podemos perceber que a escolha dos produtos a serem produzidos são diferentes, isso porque a Heurística Gulosa prioriza os produtos de maior lucro, nesse caso é o Produto08, mas não considera o setup entre os produtos. Já o Algoritmo Genético em sua avaliação da função considera o setup como um tempo ocioso da linha em que se perde de obter lucro produzindo algum produto, logo, escolhe produzir produtos com setup baixo e rentabilidade alta, como os produtos: Produto03, Produto05 e Produto09. O algoritmo que obteve melhor desempenho foi o Algoritmo Genético pois teve um aproveitamento melhor dos tempos de setup obtendo uma função objetivo mais vantajosa.

Para o resultado apresentado pela PLI, não foi possível obter a solução ótima, mas a solução apresentada assim como o Algoritmo Genético tem preferência por famílias de produtos com baixo setup com uma boa rentabilidade, embora o número de lotes foram diferentes, o que impactou na diferença da função objetivo.

No atendimento podemos perceber que diferentes planejamentos atendem mercados diferentes, isso porque como estamos trabalhando com datas de entrega, os produtos ficam prontos em horários diferentes, o que resulta em atendimentos diferentes. Logo a dificuldade do problema é conseguir um bom sequenciamento que visando os tempos de produção e setup e consiga entregar as tarefas mais lucrativas.

A seguir, na tabela 6.15 temos a tabela de eficiência dos algoritmos representando a qualidade das soluções obtidas.

Tabela 6.15: Análise eficiência do algoritmo

Problema	HG		AG06		AG16		AG17		PLI		
	FO	Tempo(s)	FO	Tempo(s)	FO	Tempo(s)	FO	Tempo(s)	FO	Melhor Bound	Tempo(s)
AE1	12.733,00	<0,0001	19.259,00	1,22	19.227,00	2,76	<b>20.354,00</b>	10,25	6.904,00	22.750,00	723,8
AE2	56.077,00	<0,0001	54.127,00	9,49	54.778,00	20,59	<b>59.823,00</b>	20,57	54.324,00	60.567,00	1134,5
AE3	<b>120.162,00</b>	0,004	115.224,00	9,59	108.431,00	46,94	117.770,00	41,50	--	--	--
AE4	234.464,00	0,005	379.281,00	10,93	376.080,00	51,07	<b>394.101,00</b>	55,73	--	--	--
AE5	417.773,00	0,005	<b>494.619,00</b>	11,32	491.676,00	51,31	490.382,00	57,56	--	--	--
AE6	1.044.610,00	0,006	1.042.940,00	14,8475	1.151.700,00	55,98	<b>1.151.920,00</b>	59,75	--	--	--
AE7	1.141.410,00	0,006	<b>1.237.610,00</b>	18,4475	1.177.440,00	58,86	1.235.990,00	62,41	--	--	--
AE8	1.174.730,00	0,007	1.247.800,00	18,74	1.180.000,00	67,64	<b>1.250.010,00</b>	92,64	--	--	--

Podemos avaliar que o algoritmo genético na sua parametrização AG17 teve o melhor desempenho, para a instância AE1 aproximou-se do limitante superior do PLI e na maioria das vezes obteve as melhores soluções. Já a Heurística Gulosa apresentou boas soluções para algumas instâncias mas para outras ficou bem abaixo da melhor solução, entretanto o tempo de execução foi baixo, diferente do algoritmo genético que possui um tempo de execução maior e a PLI que possui um tempo de execução inviável para execução de um planejamento que deve ser colocado em prática dentro de horas.

Entre as parametrizações do algoritmo genético, AG17 se mostrou eficiente e estável, pois apesar de AG6 em duas instâncias ser mais eficiente, em outras ficou bem abaixo do valor da função objetivo de AG17, mostrando certa instabilidade com mudanças nas dimensões do problema. Já AG16 não conseguiu valores de função objetivo significantes comparados aos demais.

Para as soluções com dados de dimensões reais o algoritmo genético se mostrou eficiente, com um tempo de execução aceitável e melhor valor de função objetivo comparando com a heurística gulosa, mostrando se aplicável ao problema e estável diante da variação das dimensões do problema.

Na avaliação de todos os métodos com todas as parametrizações apresentada, a que teve melhor desempenho foi a parametrização AG17 do algoritmo genético, pois apresentação melhor aproximação do ótimo para problemas pequenos e o melhor valor de função objetivo em comparação as outras possibilidades apresentadas. AG17 também apresentou tempo de execução baixo, perdendo para as instâncias do algoritmo guloso e para alguns testes abaixo da parametrização AG16, porém a qualidade da solução do algoritmo guloso é bem inferior ao algoritmo genético e a instancia AG16 em termos de tempo de execução foi bem próximo a instancia AG17.

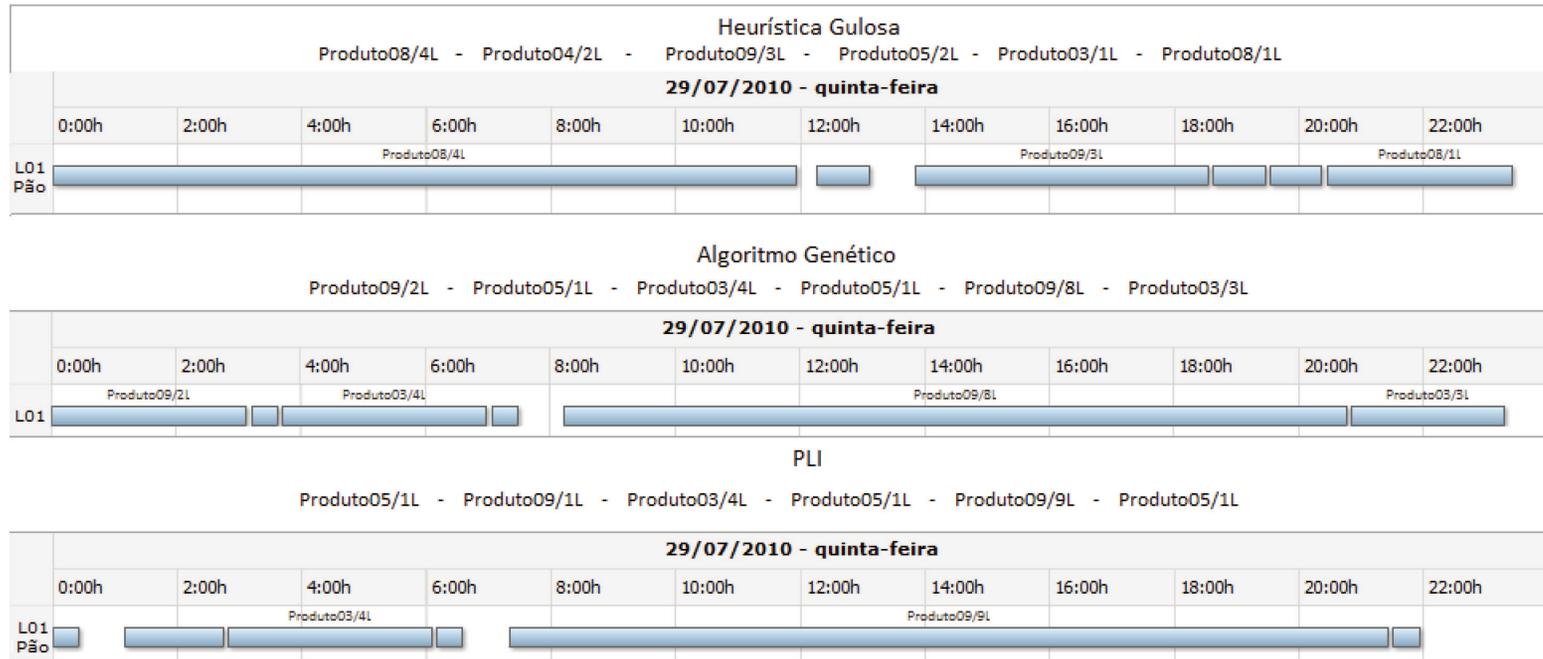


Figura 6.14: Resultado - Gráfico de Gantt



## Capítulo 7

# Conclusão e trabalhos futuros

O objetivo apresentado nesse trabalho de representar um problema de sequenciamento considerado amplamente na indústria de pães, que possui variáveis conflitantes, e propor uma solução matemática para resolução do mesmo através de métodos como algoritmo guloso e algoritmo genético.

Nesse trabalho foi possível formalizar o problema com uma representação matemática de forma que possa ser resolvido como um problema de PLI, pois não se encontra na literatura uma representação do problema como um todo, apenas parte do problema.

As soluções apresentadas foram suficientes para resolver o problema, já que a heurística gulosa apresentou soluções em um tempo de execução muito baixo e valor de funções objetivos próximos da melhor solução obtida. E ainda o algoritmo mostrou ter ordem de complexidade polinomial o que mostra que mesmo que o problema cresça o tempo ainda será aceitável.

No entanto o algoritmo genético mostrou forte adaptação ao problema, de forma que a solução foi facilmente representada para ser utilizada pelo algoritmo genético, tornando o algoritmo de fácil implementação. Nos resultados o algoritmo mostrou muito eficiente obtendo soluções de boa qualidade sendo que para algumas instâncias chegou próximo do limitante superior obtido na resolução da PLI. O algoritmo também mostrou-se eficiente para as instâncias de maiores dimensões obtendo boas soluções em um tempo de execução aceitável, isto é, dentro dos limites viáveis para ser feito um planejamento. Na análise de complexidade o algoritmo mostrou-se eficiente de forma a ter complexidade logarítmica, o que mostra que mesmo com o crescimento do problema o tempo de execução não deve variar muito, o que viabiliza a execução do algoritmo para problemas maiores.

A importância desse trabalho vem de resolver de uma forma viável um problema pertinente na indústria com um algoritmo eficiente e com tempo hábil de execução, e também fornecer uma formulação do problema apresentado de forma a ser estudado por essa ou outras abordagens.

Para trabalhos futuros propõe-se a aplicação de outras meta-heurísticas bem como a interação das soluções das meta-heurísticas como solução inicial para resolver o problema de PLI. Também sugere-se a adição de novos parâmetros pertinentes ao problema como restrições de insumos, flexibilidade de horários, custo de estoque e políticas de estoque para produtos diferentes, que podem aumentar ainda mais a complexidade do problema.



## Capítulo 8

# Anexo I - Dados para testes

### 8.1 Problema exemplo

Tabela 8.1: *Dados do produtos - Exemplo*

Produtos	Tempo Produção(min)	Cestos/Lote(cestos)
Produto01	85,0	10,0
Produto02	126,0	27,0
Produto03	49,0	28,0
Produto04	164,0	3,0
Produto05	25,0	16,0
Produto06	157,0	84,0
Produto07	191,0	48,0
Produto08	179,0	64,0
Produto09	94,0	38,0
Produto10	186,0	6,0
Produto11	168,0	73,0

Tabela 8.2: *Matriz de setup - Exemplo*

Setup	Prod01	Prod02	Prod03	Prod04	Prod05	Prod06	Prod07	Prod08	Prod09	Prod10	Prod11
Produto01		90	90	5	90	90	120	90	90	90	30
Produto02	90		60	60	5	5	90	90	90	90	30
Produto03	90	5		5	5	5	5	5	90	90	90
Produto04	90	45		5	40	40	5	20	45	90	150
Produto05	90	45	5			40	5	20	45	90	90
Produto06	90	120	5	40			5	20	45	90	30
Produto07	90	90	5	5	5	5			90	90	30
Produto08	5	180	5	20	20	20	5		45	5	30
Produto09	90	90	5	5	5	5	90	90		90	30
Produto10	90	90	5	5	5	5	90	90	90		30
Produto11	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	

Tabela 8.3: *Dados dos mercados - Exemplo*

Mercados	Horários(min)
Mercado01	142,0
Mercado02	156,0
Mercado03	197,0
Mercado04	278,0
Mercado05	368,0
Mercado06	865,0
Mercado07	892,0
Mercado08	1013,0
Mercado09	1133,0
Mercado10	1332,0
Mercado11	1440,0

Tabela 8.4: *Demanda - Exemplo*

Mercado/Produto	Prod01	Prod02	Prod03	Prod04	Prod05	Prod06	Prod07	Prod08	Prod09	Prod10	Prod11
Mercado01	427	1	80	367	85	0	0	810	3352	0	0
Mercado02	31	6	18	72	17	0	0	108	139	0	0
Mercado03	0	0	18	32	16	0	0	8	28	0	1
Mercado04	0	0	4	4	4	0	0	56	14	0	0
Mercado05	0	0	19	54	21	0	0	72	142	0	2
Mercado06	24	0	22	90	19	0	0	35	137	1	27
Mercado07	103	1	92	316	105	0	0	620	1280	2	33
Mercado08	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mercado09	0	2	24	33	8	0	0	110	134	4	43
Mercado10	103	10	0	97	20	0	0	192	369	0	0
Mercado11	48	1	13	53	17	1	0	45	278	0	5

Tabela 8.5: *Rentabilidade por mercado - Exemplo*

Mercado/Produto	Produto01	Produto02	Produto03	Produto04	Produto05	Produto06	Produto07	Produto08	Produto09	Produto10	Produto11
Mercado01	11,00	13,00	19,00	1,00	8,00	4,00	16,00	17,00	0,00	1,00	12,00
Mercado02	9,00	1,00	7,00	4,00	14,00	1,00	6,00	17,00	18,00	1,00	3,00
Mercado03	2,00	14,00	15,00	8,00	10,00	1,00	20,00	20,00	15,00	2,00	8,00
Mercado04	15,00	15,00	6,00	2,00	1,00	2,00	17,00	16,00	0,00	6,00	12,00
Mercado05	3,00	1,00	14,00	3,00	8,00	6,00	20,00	13,00	2,00	12,00	8,00
Mercado06	11,00	20,00	12,00	18,00	15,00	2,00	12,00	11,00	1,00	10,00	9,00
Mercado07	15,00	16,00	17,00	9,00	10,00	3,00	3,00	20,00	17,00	14,00	6,00
Mercado08	5,00	5,00	10,00	16,00	17,00	3,00	2,00	12,00	2,00	12,00	10,00
Mercado09	7,00	14,00	0,00	7,00	1,00	1,00	15,00	4,00	19,00	8,00	7,00
Mercado10	3,00	17,00	19,00	6,00	4,00	9,00	12,00	0,00	4,00	18,00	5,00
Mercado11	13,00	13,00	9,00	6,00	17,00	6,00	10,00	19,00	8,00	1,00	5,00

Tabela 8.6: *Capacidade dos veículos - Exemplo*

Veículos	Capacidade
Veículo01	400,0
Veículo02	600,0
Veículo03	800,0
Veículo04	900,0
Veículo05	1200,0

Tabela 8.7: Custo de transporte - Exemplo

Mercado/CustoTransp.	Veiculo01	Veiculo02	Veiculo03	Veiculo04	Veiculo05
Mercado01	246,00	248,00	370,00	502,00	850,00
Mercado02	131,00	173,00	180,00	181,00	630,00
Mercado03	153,00	521,00	584,00	598,00	966,00
Mercado04	177,00	196,00	646,00	816,00	917,00
Mercado05	338,00	382,00	403,00	584,00	784,00
Mercado06	333,00	364,00	614,00	865,00	939,00
Mercado07	451,00	528,00	622,00	627,00	922,00
Mercado08	112,00	124,00	456,00	461,00	533,00
Mercado09	490,00	697,00	811,00	814,00	986,00
Mercado10	154,00	168,00	169,00	446,00	880,00
Mercado11	287,00	595,00	818,00	894,00	941,00

## 8.2 Problema com dimensões reais

Tabela 8.8: Dados do produto - Dimensões reais

Produtos	Tempo Produção (min)	Cestos/ Lotes (Cestos)	Produtos	Tempo Produção (min)	Cestos/ Lotes (Cestos)
Produto0	34,00	1,00	Produto58	16,80	12,00
Produto1	34,00	2,00	Produto59	15,00	10,00
Produto2	17,00	9,00	Produto60	10,40	2,40
Produto3	18,00	12,00	Produto61	14,00	2,40
Produto4	18,00	12,00	Produto62	77,59	1,00
Produto5	18,00	12,00	Produto63	77,59	1,00
Produto6	15,00	10,50	Produto64	77,59	1,00
Produto7	16,80	13,50	Produto65	77,59	1,00
Produto8	28,00	1,35	Produto66	20,00	20,00
Produto9	14,00	2,40	Produto67	20,00	20,00
Produto10	15,00	10,00	Produto68	20,00	20,00
Produto11	15,00	10,00	Produto69	20,00	20,00
Produto12	10,88	7,50	Produto70	15,00	10,00
Produto13	10,88	7,50	Produto71	15,00	10,00
Produto14	20,00	12,00	Produto72	10,88	9,00
Produto15	15,00	10,00	Produto73	10,88	9,00
Produto16	15,00	10,00	Produto74	7,50	9,00
Produto17	15,00	10,00	Produto75	10,88	9,00
Produto18	15,00	10,00	Produto76	22,50	9,90
Produto19	17,91	4,50	Produto77	15,00	1,20
Produto20	17,91	4,50	Produto78	24,21	156,00
Produto21	14,00	2,40	Produto79	24,21	156,00
Produto22	14,00	2,40	Produto80	15,00	10,00
Produto23	14,00	2,40	Produto81	24,21	156,00
Produto24	10,88	7,50	Produto82	24,21	156,00
Produto25	14,53	13,50	Produto83	24,21	156,00
Produto26	14,53	13,50	Produto84	24,21	156,00
Produto27	15,00	144,00	Produto85	24,21	156,00

continua na próxima pagina

Produtos	Tempo Produção (min)	Cestos/ Lotes (Cestos)	Produtos	Tempo Produção (min)	Cestos/ Lotes (Cestos)
Produto28	17,91	4,50	Produto86	24,21	156,00
Produto29	15,00	1,20	Produto87	12,19	144,00
Produto30	15,00	1,20	Produto88	16,25	144,00
Produto31	22,50	9,90	Produto89	12,19	144,00
Produto32	18,00	12,00	Produto90	18,00	144,00
Produto33	14,00	2,40	Produto91	12,19	144,00
Produto34	14,00	2,40	Produto92	15,00	144,00
Produto35	15,00	10,00	Produto93	15,00	144,00
Produto36	2,00	10,50	Produto94	15,00	144,00
Produto37	15,00	10,00	Produto95	15,00	162,00
Produto38	15,00	144,00	Produto96	15,00	162,00
Produto39	15,00	10,00	Produto97	15,00	162,00
Produto40	22,50	13,50	Produto98	12,00	108,00
Produto41	10,88	7,50	Produto99	12,00	108,00
Produto42	10,88	7,50	Produto100	12,00	108,00
Produto43	19,20	10,50	Produto101	12,00	216,00
Produto44	18,75	15,00	Produto102	12,00	216,00
Produto45	10,00	9,00	Produto103	10,00	15,00
Produto46	10,00	13,50	Produto104	12,00	9,00
Produto47	10,00	9,00	Produto105	10,00	10,50
Produto48	15,00	10,00	Produto106	14,40	10,50
Produto49	10,00	13,50	Produto107	10,00	10,50
Produto50	17,91	4,50	Produto108	13,20	10,50
Produto51	10,88	7,50	Produto109	14,40	10,50
Produto52	10,88	7,50	Produto110	12,00	9,00
Produto53	10,00	24,00	Produto111	12,00	9,00
Produto54	10,31	8,10	Produto112	12,00	9,00
Produto55	10,31	8,10	Produto113	10,00	9,00
Produto56	10,31	8,10	Produto114	15,00	10,00
Produto57	14,00	2,40			

Tabela 8.9: *Permissões de produtos em linhas - Dimensões reais*

Linhas / Produtos	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Produto0														X			
Produto1														X			
Produto2	X						X										
Produto3			X		X				X	X							
Produto4			X		X				X	X							
Produto5			X		X				X	X							
Produto6								X						X			
Produto7				X	X												
Produto8														X			
Produto9														X			
Produto10		X														X	

continua na próxima pagina

Linhas / Produtos	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Produto11		X														X	
Produto12						X		X									
Produto13						X		X									
Produto14			X		X												
Produto15		X														X	
Produto16		X														X	
Produto17		X														X	
Produto18		X														X	
Produto19											X						
Produto20											X						
Produto21														X			
Produto22														X			
Produto23														X			
Produto24						X		X									
Produto25													X				
Produto26													X				
Produto27								X									
Produto28											X						
Produto29								X									
Produto30								X									
Produto31															X		
Produto32			X		X				X	X							
Produto33														X			
Produto34														X			
Produto35		X														X	
Produto36								X						X			
Produto37		X														X	
Produto38								X									
Produto39		X														X	
Produto40					X												
Produto41						X		X									
Produto42						X		X									
Produto43			X		X				X	X							
Produto44				X	X												
Produto45	X						X										
Produto46			X		X				X								
Produto47	X						X										
Produto48		X														X	
Produto49			X		X				X								
Produto50											X						
Produto51						X		X									
Produto52						X		X									
Produto53				X	X				X								
Produto54						X		X									
Produto55						X		X									
Produto56						X		X									
Produto57														X			
Produto58			X		X				X	X							

continua na próxima pagina

Linhas / Produtos	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Produto59		X														X	
Produto60														X			
Produto61														X			
Produto62																	X
Produto63																	X
Produto64																	X
Produto65																	X
Produto66										X							
Produto67										X							
Produto68										X							
Produto69										X							
Produto70		X														X	
Produto71		X														X	
Produto72						X											
Produto73						X											
Produto74						X											
Produto75						X											
Produto76															X		
Produto77								X									
Produto78												X					
Produto79												X					
Produto80																X	
Produto81												X					
Produto82												X					
Produto83												X					
Produto84												X					
Produto85												X					
Produto86												X					
Produto87						X											
Produto88						X											
Produto89						X											
Produto90						X											
Produto91						X											
Produto92								X									
Produto93								X									
Produto94								X									
Produto95								X									
Produto96								X									
Produto97								X									
Produto98								X									
Produto99								X									
Produto100								X									
Produto101								X									
Produto102								X									
Produto103			X		X				X	X							
Produto104					X												
Produto105			X		X				X								
Produto106			X		X				X	X							

continua na próxima pagina



Tabela 8.12: *Setup Linha 02 - Dimensões reais*

Setup	Produto7	Produto44	Produto53
Produto7		10	10
Produto44	10		10
Produto53	10	10	

Tabela 8.13: *Setup Linha 03 - Dimensões reais*

Setup	Produto3	Produto4	Produto5	Produto14	Produto32	Produto43	Produto46	Produto49	Produto58	Produto103	Produto105	Produto106	Produto107	Produto108	Produto109
Produto3		10	10	10	10	10	10	10	10	20	10	10	10	10	10
Produto4	10		10	10	10	10	10	10	10	20	10	10	10	10	10
Produto5	10	10		10	10	10	10	10	10	20	10	10	10	10	10
Produto14	10	10	10		10	10	10	10	10	20	10	10	10	10	10
Produto32	10	10	10	10		10	10	10	10	20	10	10	10	10	10
Produto43	10	10	10	10	10		10	10	10	20	10	10	10	10	10
Produto46	10	10	10	10	10	10		10	10	20	10	10	10	10	10
Produto49	10	10	10	10	10	10	10		10	20	10	10	10	10	10
Produto58	10	10	10	10	10	10	10	10		20	10	10	10	10	10
Produto103	20	20	20	20	20	20	20	20	20		20	20	20	20	20
Produto105	10	10	10	10	10	10	10	10	10	20		10	10	10	10
Produto106	10	10	10	10	10	10	10	10	10	20	10		10	10	10
Produto107	10	10	10	10	10	10	10	10	10	20	10	10		10	10
Produto108	10	10	10	10	10	10	10	10	10	20	10	10	10		10
Produto109	10	10	10	10	10	10	10	10	10	20	10	10	10	10	

Tabela 8.14: *Setup Linha 04 - Dimensões reais*

Setup	Produto3	Produto4	Produto5	Produto7	Produto14	Produto32	Produto40	Produto43	Produto44	Produto46	Produto49	Produto53	Produto58	Produto103	Produto105	Produto106	Produto107	Produto108	Produto109
Produto3		10	10	20	10	10	20	10	20	10	10	20	10	20	20	10	10	10	10
Produto4	10		10	20	10	10	20	10	20	10	10	20	10	20	20	10	10	10	10
Produto5	10	10		20	10	10	20	10	20	10	10	20	10	20	20	10	10	10	10
Produto7	20	20	20		10	20	10	20	10	10	20	10	20	20	30	10	10	10	10
Produto14	10	10	10	20		10	20	10	20	10	10	20	10	20	20	10	10	10	10
Produto32	10	10	10	20	10		20	10	20	10	10	20	10	20	20	10	10	10	10
Produto40	20	20	20	10	20	20		20	10	20	20	10	20	20	40	20	20	20	20
Produto43	10	10	10	20	10	10	20		20	10	10	20	10	20	20	10	10	10	10
Produto44	20	20	20	10	20	20	10	20		20	20	10	20	20	40	20	20	20	20
Produto46	10	10	10	20	20	10	20	10	20		10	20	10	10	20	10	10	10	10
Produto49	10	10	10	20	10	10	20	10	20	10		20	10	20	20	10	10	10	10
Produto53	20	20	20	10	20	20	10	20	10	20	20		20	20	40	20	20	20	20
Produto58	10	10	10	20	10	10	20	10	20	10	10	20		20	20	10	10	10	10
Produto103	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20		40	20	20	20	20
Produto105	20	20	20	40	20	20	40	20	40	20	20	40	20	40	20	20	20	20	20
Produto106	10	10	10	20	20	10	20	10	20	10	10	20	10	10	20		10	10	10
Produto107	10	10	10	20	20	10	20	10	20	10	10	20	10	10	20	10		10	10
Produto108	10	10	10	20	20	10	20	10	20	10	10	20	10	10	20	10	10		10
Produto109	10	10	10	20	20	10	20	10	20	10	10	20	10	10	20	10	10	10	

Tabela 8.15: Setup Limha 05 - Dimensões reais

Setup	Prod12	Prod13	Prod24	Prod41	Prod42	Prod51	Prod52	Prod54	Prod55	Prod56	Prod72	Prod73	Prod74	Prod75	Prod87	Prod88	Prod89	Prod90	Prod91	Prod104	Prod110	Prod111	Prod112
Produto12		20	10	10	20	10	20	40	5	40	20	20	20	15	15	15	15	15	15	20	20	20	20
Produto13	20		10	10	20	10	20	40	5	40	20	20	20	15	15	15	15	15	15	20	20	20	20
Produto24	20	20		10	10	10	10	40	25	40	20	20	20	15	15	15	15	15	15	5	5	20	20
Produto41	20	20	10		20	10	20	40	5	40	20	20	20	15	15	15	15	15	15	20	20	20	20
Produto42	20	20	10	10		10	10	40	5	40	20	20	20	15	15	15	15	15	15	20	20	20	20
Produto51	20	20	10	10	20		20	40	5	40	20	20	20	15	15	15	15	15	15	20	20	20	20
Produto52	20	20	10	10	10	10		40	5	40	20	20	20	15	15	15	15	15	15	20	20	20	20
Produto54	50	50	50	50	50	50	50		10	40	20	20	20	15	15	15	15	15	15	20	20	20	20
Produto55	40	40	40	40	40	40	40	10		40	20	20	20	15	15	15	15	15	15	20	20	20	20
Produto56	40	40	40	40	40	40	40	40	40		20	20	20	15	15	15	15	15	15	20	20	20	20
Produto72	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20				20	15	15	15	15	15	20	20	20	20
Produto73	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20		20	15	15	15	15	15	15	20	20	20	20
Produto74	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20		15	15	15	15	15	15	20	20	20	20
Produto75	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15		15	15	15	15	15	15	15	15	15
Produto87	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15		15	15	15	15	15	15	15	15
Produto89	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15		15	15	15	15	15	15
Produto90	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15		15	15	15	15	15
Produto91	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15		15	15	15	15
Produto104	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	15	15	15	15	15	15		5	20	20
Produto110	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	15	15	15	15	15	15	15	20		20
Produto111	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	15	15	15	15	15	15	15	20	20	
Produto112	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	15	15	15	15	15	15	15	20	20	20

Tabela 8.16: *Setup Linha 07 - Dimensões reais*

Setup	Produto27	Produto29	Produto30	Produto38	Produto77	Produto92	Produto93	Produto94	Produto95	Produto96	Produto97	Produto98	Produto99	Produto100	Produto101	Produto102
Produto27		10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	40	40	40	40	40
Produto29	10		10	10	10	10	10	10	10	10	10	40	40	40	40	40
Produto30	10	10		10	10	10	10	10	10	10	10	40	40	40	40	40
Produto38	10	10	10		10	10	10	10	10	10	10	40	40	40	40	40
Produto77	10	10	10	10		10	10	10	10	10	10	40	40	40	40	40
Produto92	10	10	10	10	10		10	10	10	10	10	40	40	40	40	40
Produto93	10	10	10	10	10	10		10	10	10	10	40	40	40	40	40
Produto94	10	10	10	10	10	10	10		10	10	10	40	40	40	40	40
Produto95	10	10	10	10	10	10	10	10		10	10	40	40	40	40	40
Produto96	10	10	10	10	10	10	10	10	10		10	40	40	40	40	40
Produto97	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10		40	40	40	40	40
Produto98	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40		40	40	40	40
Produto99	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40		40	40	40
Produto100	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40		40	40
Produto101	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40		40
Produto102	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	

Tabela 8.17: *Setup Linha 08 e 09 - Dimensões reais*

Setup	Produto3	Produto4	Produto5	Produto32	Produto43	Produto58	Produto66	Produto67	Produto68	Produto69	Produto103	Produto106	Produto107	Produto108	Produto109
Produto3		10	10	10	10	10	20	20	20	20	10	20	10	10	10
Produto4	10		10	10	10	10	20	20	20	20	10	20	10	10	10
Produto5	10	10		10	10	10	20	20	20	20	10	20	10	10	10
Produto32	10	10	10		10	10	20	20	20	20	10	20	10	10	10
Produto43	10	10	10	10		10	20	20	20	20	10	20	10	10	10
Produto58	10	10	10	10	10		20	20	20	20	10	20	10	10	10
Produto66	20	20	20	20	20	20		20	20	20	20	20	20	20	20
Produto67	20	20	20	20	20	20	20		20	20	20	20	20	20	20
Produto68	20	20	20	20	20	20	20	20		20	20	20	20	20	20
Produto69	20	20	20	20	20	20	20	20	20		20	20	20	20	20
Produto103	10	10	10	10	10	10	20	20	20	20		20	10	10	10
Produto106	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20		20	20	20
Produto107	10	10	10	10	10	10	20	20	20	20	10	20		10	10
Produto108	10	10	10	10	10	10	20	20	20	20	10	20	10		10
Produto109	10	10	10	10	10	10	20	20	20	20	10	20	10	10	

Tabela 8.18: *Setup Linha 10 - Dimensões reais*

Setup	Produto19	Produto20	Produto28	Produto50
Produto19		10	10	10
Produto20	45		45	45
Produto28	10	10		10
Produto50	10	10	10	

Tabela 8.19: *Setup Linha 11 - Dimensões reais*

Setup	Produto78	Produto79	Produto81	Produto82	Produto83	Produto84	Produto85	Produto86
Produto78		180	180	180	180	10	10	50
Produto79	180		180	180	180	10	20	50
Produto81	180	180		180	180	20	20	50
Produto82	180	180	180		180	20	20	50
Produto83	180	180	180	180		10	10	50
Produto84	20	10	20	20	10		20	50
Produto85	10	10	10	10	10	10		50
Produto86	40	40	40	40	40	40	40	

Tabela 8.20: *Setup Linha 12 - Dimensões reais*

Setup	Produto25	Produto26
Produto25		10
Produto26	10	



Tabela 8.24: *Setup Linha 16 - Dimensões reais*

Setup	Produto62	Produto63	Produto64	Produto65
Produto62		120	120	120
Produto63	120		120	0
Produto64	120	120		120
Produto65	120	0	120	

Tabela 8.25: *Destinos - Dimensões reais*

Destinos	Horários(min)
0,00	300,00
1,00	390,00
2,00	480,00
3,00	540,00
4,00	600,00
5,00	630,00
6,00	660,00
7,00	690,00
8,00	720,00
9,00	750,00
10,00	780,00
11,00	810,00
12,00	840,00
13,00	870,00
14,00	900,00
15,00	960,00
16,00	1050,00
17,00	1140,00
18,00	1218,00
19,00	1320,00
20,00	1440,00

Tabela 8.26: Demanda - Dimensões reais

Produto/Destino	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Mercado0	427	1	80	367	85			810	3352			319	17	396	2	0	0
Mercado1	31	6	18	72	17	0		108	139			31	1	25	1	0	0
Mercado2			18	32	16			8	28	0	1	18		15	1	0	0
Mercado3			4	4	4			56	14			5	5	5			
Mercado4		0	19	54	21			72	142	0	2	51	8	32	1	0	0
Mercado5	24	0	22	90	19			35	137	1	27	36		6	10	5	17
Mercado6	103	1	92	316	105	0		620	1280	2	33	251	4	199	11	2	2
Mercado7																	
Mercado8		2	24	33	8			110	134	4	43	12		10	6	8	0
Mercado9	103	10		97	20			192	369			56		30	3	1	0
Mercado10	48	1	13	53	17	1		45	278	0	5	73	5	56	2	0	
Mercado11	13		18	113	23			266	546	0	11	95	29	56	3		0
Mercado12	4			84	5			112	18			23		19			
Mercado13								2352	7238	1							
Mercado14	992	40	362	1708	514	0	1	2562	10489	12	157	1454	325	1068	141	51	61
Mercado15			12	30	16			0	0			3	2	3			
Mercado16									1125	0	15		81		2	0	
Mercado17			9	10	9			80	35	0	2	0		8	1	0	4
Mercado18				1	6			1				11		14			
Mercado19					0					0	6				31	3	0
Mercado20			22	104	15										0	0	

continua na próxima página

Produto/Destino	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
Mercado0	0	0		192	383	502	1943	3862	3567	374	1		182	229		353
Mercado1	2	4		2	20	39	47	91	135	27	0		26	34		19
Mercado2				3			43	50	30	13						
Mercado3				0	4	4	5	11	5	3					0	1
Mercado4	0			3	16	27	85	97	163	32	1		38	48	1	21
Mercado5				11	7	10	39	80	159	17	4	2				9
Mercado6				53	161	207	630	902	1247	190	10	0	371	918	0	156
Mercado7																
Mercado8				10	11	18	160	206	182	10	2	0	2	2	0	8
Mercado9	2			10	22	35	177	188	251	46	4		20	20		23
Mercado10	2	0		15	40	58	143	204	259	53	1		21	22	0	38
Mercado11	0	13		76	82	89	260	379	607	64			15	33		66
Mercado12					1	2	8	18	40	23						2
Mercado13					334	438	4675	10306	5175				10	5		536
Mercado14	17	31	402	648	1318	1814	4516	11150	11401	1065	73	3	529	750	9	1234
Mercado15				0	2	2			8	2						2
Mercado16						13		375	525				72	36		11
Mercado17				3	12	14	25	8	43	0						10
Mercado18				9	9	18		10		6			4	4		6
Mercado19												0				
Mercado20				6												

continua na próxima página

Produto/Destino	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
Mercado0	1137	1821	308	436	1445	3759		3		0		228	174	470	296	269
Mercado1	283	372	32	69	44	85		0	6			4	19	33	30	21
Mercado2	180	217	48	35	40	48	2	1				5		13	14	23
Mercado3	14	14	1	4	3	11				0		0		6	4	
Mercado4	147	213	47	57	56	94	0	0				5	53	47	46	31
Mercado5	220	310	84	102	11	79	10	3	0			11		26	18	3
Mercado6	982	1158	258	314	332	870	15	6	7	0		69	16	208	195	137
Mercado7										0						
Mercado8	295	496	76	45	159	248	17	16	5	0		15		5	11	36
Mercado9	232	376	72		96	193		3	0			15	57	49	30	67
Mercado10	240	284	43	61	97	179	0	0	1	0		18	44	72	43	10
Mercado11	365	591	88	119	202	311	3	3	0			78	1	87	70	22
Mercado12	115	83	19	63	0	13						2		18	18	
Mercado13			718		2500	7919										
Mercado14	5824	6800	1192	1918	3846	12267	91	71	47	23	4700	679	344	1169	939	999
Mercado15	58	51	8	27								0		1		44
Mercado16			67			225	7	0	0							
Mercado17			20	0	8	25	0	0				4		8	9	14
Mercado18	5	4	6	1		5		2				14		5		10
Mercado19							1	4								
Mercado20	32	32		77				0				8	2			42

continua na próxima página

Produto/Destino	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64
Mercado0	475	3042	2			2	1	139	162	469	323	12971	53	80	28	2504
Mercado1	25	890				0		15	39	35	18	1830	9	14	8	127
Mercado2		1281				0		13	19	20	10	2277	10	22	7	
Mercado3		40				0	2			6	4	81				10
Mercado4		629				0	0	11	15	63	33	1162	13	23	7	131
Mercado5	53	203				8	0	1	29	37	0	673	0	11	1	117
Mercado6	140	2947				6	0	64	72	276	174	12906	161	210	63	1011
Mercado7																
Mercado8		348				3		21	20	15	9		9	8	5	43
Mercado9	168	1503				1	1	21	37	80	46	3670	17	45	6	247
Mercado10	100	469				0		9	20	89	45	1119	7	17	3	185
Mercado11	55	570				0		41	73	126	63	2166	23	37	19	454
Mercado12	8	590							10	27	10	616		12		
Mercado13				5402									51	122	55	2838
Mercado14	1158	13468	2		3174	53	5	559	535	1612	931	28521	173	306	92	7981
Mercado15		60	0						22	3	2	106	1	1	2	
Mercado16						0		36	37				43	79	43	300
Mercado17		608				0		6	6	10	7	440	5	14	5	
Mercado18		24				0				3	4	17	5	5	5	
Mercado19			0			10	0					6				
Mercado20		438				0		32				750				

continua na próxima página

Produto/Destino	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
Mercado0	184	405	0	23	2188		22	19	57	49	48	0	0			59
Mercado1	36	82	0		62		4	3	9	8	8	0	0			1
Mercado2	25	30	0		20		1	1	1	1	1					
Mercado3		3			8		0		0	0	0					
Mercado4	13	40	0		91		4	3	12	12	10	0	0			3
Mercado5	42	124	2		56		5	3	11	8	6	0	0			14
Mercado6	75	286	2	18	756	0	37	41	71	47	42	0	0		1	66
Mercado7																
Mercado8	22	44	0		200			7								28
Mercado9	28	125	0	6	185		3	1	20	25	24	0	0			5
Mercado10	28	49	0	1	157	0	4	3	15	11	9	0	0			26
Mercado11	65	85			460		1	2	14	9	9	0	0			23
Mercado12	10	88							5		2					
Mercado13					3641								1			
Mercado14	715	1717	26	228	7779	10	114	106	327	277	244	6	3	4		253
Mercado15	19	0														4
Mercado16	64		0		975											
Mercado17	6	15	0						4	3	4					7
Mercado18		1						2	0	1	2					12
Mercado19			5													
Mercado20		85							7	6	6	1				2

continua na próxima página

Produto/Destino	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96
Mercado0			0		125	232	199	263	314	201		181	661	13	6	
Mercado1	1	1	0		18	19	14	20	19	12		22	195	0	0	
Mercado2			0	0	1	2	0	3	3	3		18				
Mercado3					2		1					0	23	1	1	
Mercado4	0	0	0	0	17	20	21	23	24	21		22	176	0	0	
Mercado5	0	0	1	6	4	7	4	8	8	3		77	81			
Mercado6	2	3	0	5	69	82	107	120	105	127		170	646	1	0	
Mercado7																
Mercado8			0	6								30	64	0		
Mercado9	0	0	0		17	15	13	16	23	20		44	224	0	0	
Mercado10	0	0	0	0	38	47	38	67	65	59		29	150	0	0	
Mercado11	0	0	0	1	14	16	31	33	34	31		43	389	10	2	
Mercado12												4				
Mercado13	2	2		9	2	24	1	20				786		15	3	
Mercado14	8	9	3	28	350	396	353	664	657	546	3755	703	4560	39	20	2
Mercado15												9				
Mercado16	10	0	0	3								18		32	17	
Mercado17			1	0	3	2	2	2	3	4		0				
Mercado18					0	8	5	8	8	8		18				
Mercado19			0	1												
Mercado20	1					1	1		1			8				

continua na próxima página

Produto/Destino	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
Mercado0		3	1				0	0					334	2
Mercado1		0	0										60	1
Mercado2													31	
Mercado3		1	0										5	
Mercado4		0	0	0									50	
Mercado5													65	
Mercado6	1	6	1	0	2								404	1
Mercado7														
Mercado8				0	0								87	
Mercado9		0	0										119	1
Mercado10													61	
Mercado11		0	0			0							88	
Mercado12													90	
Mercado13			0											
Mercado14		5	0	10	2	207	16	1	25	26	21	4	2182	1
Mercado15													19	0
Mercado16														
Mercado17													12	
Mercado18						25							13	
Mercado19														
Mercado20													91	

continua na próxima página

Produto/Destino	111	112	113	114
Mercado0	472	11	133	204
Mercado1	77		27	29
Mercado2	35		20	19
Mercado3	3			3
Mercado4	57		16	18
Mercado5	126		34	51
Mercado6	376	1	75	93
Mercado7				
Mercado8	33		13	17
Mercado9	152	0	32	28
Mercado10	84		18	27
Mercado11	120		34	43
Mercado12	86			
Mercado13				
Mercado14	2236	3	461	582
Mercado15	22	0	11	0
Mercado16				
Mercado17	15		8	9
Mercado18	8			2
Mercado19				
Mercado20	70		26	26

Tabela 8.27: Rentabilidade - Dimensões reais

Produto/Destino	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Mercado0	427	1	80	367	85			810	3352
Mercado1	31	6	18	72	17	0		108	139
Mercado2			18	32	16			8	28
Mercado3			4	4	4			56	14
Mercado4		0	19	54	21			72	142
Mercado5	24	0	22	90	19			35	137
Mercado6	103	1	92	316	105	0		620	1280
Mercado7									
Mercado8		2	24	33	8			110	134
Mercado9	103	10		97	20			192	369
Mercado10	48	1	13	53	17	1		45	278
Mercado11	13		18	113	23			266	546
Mercado12	4			84	5			112	18
Mercado13								2352	7238
Mercado14	992	40	362	1708	514	0	1	2562	10489
Mercado15			12	30	16			0	0
Mercado16									1125
Mercado17			9	10	9			80	35
Mercado18				1	6			1	
Mercado19					0				
Mercado20			22	104	15				

continua na próxima página

Produto/Destino	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Mercado0			319	17	396	2	0	0	0	0		192	383	502	1943	3862
Mercado1			31	1	25	1	0	0	2	4		2	20	39	47	91
Mercado2	0	1	18		15	1	0	0				3			43	50
Mercado3			5	5	5							0	4	4	5	11
Mercado4	0	2	51	8	32	1	0	0	0			3	16	27	85	97
Mercado5	1	27	36		6	10	5	17				11	7	10	39	80
Mercado6	2	33	251	4	199	11	2	2				53	161	207	630	902
Mercado7																
Mercado8	4	43	12		10	6	8	0				10	11	18	160	206
Mercado9			56		30	3	1	0	2			10	22	35	177	188
Mercado10	0	5	73	5	56	2	0		2	0		15	40	58	143	204
Mercado11	0	11	95	29	56	3		0	0	13		76	82	89	260	379
Mercado12			23		19								1	2	8	18
Mercado13	1												334	438	4675	10306
Mercado14	12	157	1454	325	1068	141	51	61	17	31	402	648	1318	1814	4516	11150
Mercado15			3	2	3							0	2	2		
Mercado16	0	15		81		2	0							13		375
Mercado17	0	2	0		8	1	0	4				3	12	14	25	8
Mercado18			11		14							9	9	18		10
Mercado19	0	6				31	3	0								
Mercado20						0	0					6				

continua na próxima página

Produto/Destino	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Mercado0	3567	374	1		182	229		353	1137	1821	308	436	1445	3759		3
Mercado1	135	27	0		26	34		19	283	372	32	69	44	85		0
Mercado2	30	13							180	217	48	35	40	48	2	1
Mercado3	5	3					0	1	14	14	1	4	3	11		
Mercado4	163	32	1		38	48	1	21	147	213	47	57	56	94	0	0
Mercado5	159	17	4	2				9	220	310	84	102	11	79	10	3
Mercado6	1247	190	10	0	371	918	0	156	982	1158	258	314	332	870	15	6
Mercado7																
Mercado8	182	10	2	0	2	2	0	8	295	496	76	45	159	248	17	16
Mercado9	251	46	4		20	20		23	232	376	72		96	193		3
Mercado10	259	53	1		21	22	0	38	240	284	43	61	97	179	0	0
Mercado11	607	64			15	33		66	365	591	88	119	202	311	3	3
Mercado12	40	23						2	115	83	19	63	0	13		
Mercado13	5175				10	5		536			718		2500	7919		
Mercado14	11401	1065	73	3	529	750	9	1234	5824	6800	1192	1918	3846	12267	91	71
Mercado15	8	2						2	58	51	8	27				
Mercado16	525				72	36		11			67			225	7	0
Mercado17	43	0						10			20	0	8	25	0	0
Mercado18		6			4	4		6	5	4	6	1		5		2
Mercado19				0											1	4
Mercado20									32	32		77				0

continua na próxima página

Produto/Destino	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56
Mercado0		0		228	174	470	296	269	475	3042	2			2	1	139
Mercado1	6			4	19	33	30	21	25	890				0		15
Mercado2				5		13	14	23		1281				0		13
Mercado3		0		0		6	4			40				0	2	
Mercado4				5	53	47	46	31		629				0	0	11
Mercado5	0			11		26	18	3	53	203				8	0	1
Mercado6	7	0		69	16	208	195	137	140	2947				6	0	64
Mercado7		0														
Mercado8	5	0		15		5	11	36		348				3		21
Mercado9	0			15	57	49	30	67	168	1503				1	1	21
Mercado10	1	0		18	44	72	43	10	100	469				0		9
Mercado11	0			78	1	87	70	22	55	570				0		41
Mercado12				2		18	18		8	590						
Mercado13												5402				
Mercado14	47	23	4700	679	344	1169	939	999	1158	13468	2		3174	53	5	559
Mercado15				0		1		44		60	0					
Mercado16	0													0		36
Mercado17				4		8	9	14		608				0		6
Mercado18				14		5		10		24				0		
Mercado19											0			10	0	
Mercado20				8	2			42		438				0		32

continua na próxima página

Produto/Destino	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72
Mercado0	162	469	323	12971	53	80	28	2504	184	405	0	23	2188		22	19
Mercado1	39	35	18	1830	9	14	8	127	36	82	0		62		4	3
Mercado2	19	20	10	2277	10	22	7		25	30	0		20		1	1
Mercado3		6	4	81				10		3			8		0	
Mercado4	15	63	33	1162	13	23	7	131	13	40	0		91		4	3
Mercado5	29	37	0	673	0	11	1	117	42	124	2		56		5	3
Mercado6	72	276	174	12906	161	210	63	1011	75	286	2	18	756	0	37	41
Mercado7																
Mercado8	20	15	9		9	8	5	43	22	44	0		200			7
Mercado9	37	80	46	3670	17	45	6	247	28	125	0	6	185		3	1
Mercado10	20	89	45	1119	7	17	3	185	28	49	0	1	157	0	4	3
Mercado11	73	126	63	2166	23	37	19	454	65	85			460		1	2
Mercado12	10	27	10	616		12			10	88						
Mercado13					51	122	55	2838					3641			
Mercado14	535	1612	931	28521	173	306	92	7981	715	1717	26	228	7779	10	114	106
Mercado15	22	3	2	106	1	1	2		19	0						
Mercado16	37				43	79	43	300	64		0		975			
Mercado17	6	10	7	440	5	14	5		6	15	0					
Mercado18		3	4	17	5	5	5			1						2
Mercado19				6							5					
Mercado20				750						85						

continua na próxima página

Produto/Destino	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88
Mercado0	57	49	48	0	0			59			0		125	232	199	263
Mercado1	9	8	8	0	0			1	1	1	0		18	19	14	20
Mercado2	1	1	1								0	0	1	2	0	3
Mercado3	0	0	0										2		1	
Mercado4	12	12	10	0	0			3	0	0	0	0	17	20	21	23
Mercado5	11	8	6	0	0			14	0	0	1	6	4	7	4	8
Mercado6	71	47	42	0	0		1	66	2	3	0	5	69	82	107	120
Mercado7																
Mercado8								28			0	6				
Mercado9	20	25	24	0	0			5	0	0	0		17	15	13	16
Mercado10	15	11	9	0	0			26	0	0	0	0	38	47	38	67
Mercado11	14	9	9	0	0			23	0	0	0	1	14	16	31	33
Mercado12	5		2													
Mercado13					1				2	2		9	2	24	1	20
Mercado14	327	277	244	6	3	4		253	8	9	3	28	350	396	353	664
Mercado15								4								
Mercado16									10	0	0	3				
Mercado17	4	3	4					7			1	0	3	2	2	2
Mercado18	0	1	2					12					0	8	5	8
Mercado19											0	1				
Mercado20	7	6	6	1				2	1					1	1	

continua na próxima página

Produto/Destino	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103
Mercado0	314	201		181	661	13	6			3	1				0
Mercado1	19	12		22	195	0	0			0	0				
Mercado2	3	3		18											
Mercado3				0	23	1	1			1	0				
Mercado4	24	21		22	176	0	0			0	0	0			
Mercado5	8	3		77	81										
Mercado6	105	127		170	646	1	0		1	6	1	0	2		
Mercado7															
Mercado8				30	64	0						0	0		
Mercado9	23	20		44	224	0	0			0	0				
Mercado10	65	59		29	150	0	0								
Mercado11	34	31		43	389	10	2			0	0			0	
Mercado12				4											
Mercado13				786		15	3				0				
Mercado14	657	546	3755	703	4560	39	20	2		5	0	10	2	207	16
Mercado15				9											
Mercado16				18		32	17								
Mercado17	3	4		0											
Mercado18	8	8		18										25	
Mercado19															
Mercado20	1			8											

continua na próxima página

Produto/Destino	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114
Mercado0	0					334	2	472	11	133	204
Mercado1						60	1	77		27	29
Mercado2						31		35		20	19
Mercado3						5		3			3
Mercado4						50		57		16	18
Mercado5						65		126		34	51
Mercado6						404	1	376	1	75	93
Mercado7											
Mercado8						87		33		13	17
Mercado9						119	1	152	0	32	28
Mercado10						61		84		18	27
Mercado11						88		120		34	43
Mercado12						90		86			
Mercado13											
Mercado14	1	25	26	21	4	2182	1	2236	3	461	582
Mercado15						19	0	22	0	11	0
Mercado16											
Mercado17						12		15		8	9
Mercado18						13		8			2
Mercado19											
Mercado20						91		70		26	26

Tabela 8.28: *Veículos - Dados Reais*

Veículos	Capacidade
0,00	400,00
1,00	600,00
2,00	800,00
3,00	950,00
4,00	900,00
5,00	1.200,00

Tabela 8.29: *Custo Transporte - Dados Reais*

Veículo/Destino	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00
0,00	246,00	248,00	370,00	794,00	850,00
1,00	131,00	173,00	180,00	195,00	630,00
2,00	153,00	521,00	584,00	868,00	966,00
3,00	177,00	196,00	646,00	877,00	917,00
4,00	338,00	382,00	403,00	656,00	784,00
5,00	333,00	364,00	614,00	919,00	939,00
6,00	451,00	528,00	622,00	874,00	922,00
7,00	112,00	124,00	456,00	496,00	533,00
8,00	490,00	697,00	811,00	819,00	986,00
9,00	154,00	168,00	169,00	669,00	880,00
10,00	287,00	595,00	818,00	897,00	941,00
11,00	246,00	248,00	370,00	794,00	850,00
12,00	131,00	173,00	180,00	195,00	630,00
13,00	153,00	521,00	584,00	868,00	966,00
14,00	177,00	196,00	646,00	877,00	917,00
15,00	338,00	382,00	403,00	656,00	784,00
16,00	333,00	364,00	614,00	919,00	939,00
17,00	451,00	528,00	622,00	874,00	922,00
18,00	112,00	124,00	456,00	496,00	533,00
19,00	490,00	697,00	811,00	819,00	986,00
20,00	154,00	168,00	169,00	669,00	880,00

### 8.3 Análise de eficiência

Para a análise de eficiência da função objetivo, iremos usar como primeiro problema o problema exemplo apresentado no Anexo I seção XX, já para os outros problemas serão baseados nos dados dos problemas com dimensões reais, onde quando utilizarmos  $n$  produtos, iremos utilizar os dados do produto 0 ao  $n$  apresentando na seção XX, o mesmo procedimento vale para os outros parâmetros: destinos, linhas e veículos.

Tabela 8.30: *Problemas para avaliação de eficiência*

Problema	Produtos	Destinos	Linhas	Veículos
AE1	11	11	1	5
AE2	25	10	5	5
AE3	50	10	10	5
AE4	60	13	10	5
AE5	70	14	10	5
AE6	80	16	17	5
AE7	90	18	17	5
AE8	115	21	17	5

### 8.4 Análise de complexidade

#### 8.4.1 Análise dos produtos e mercados

Abaixo temos as dimensões dos problemas usadas para os testes de complexidade variando o número de produtos e mercados e fixando o número de linhas e veículos.

Tabela 8.31: *Problemas variando produtos e mercados*

Problema	Produtos	Destinos	Dimensão
AT1	20	10	200
AT2	40	20	800
AT3	80	20	1600
AT4	100	30	3000
AT5	120	30	3600
AT6	180	40	7200
AT7	200	40	8000
AT8	250	50	12500

#### 8.4.2 Análise das linhas

Já na tabela abaixo temos os problemas para análise de variação das linhas com os produtos e mercados fixos.

Tabela 8.32: *Problemas variando linhas e opções produto-linha*

Problema	Linhas	Opções	Dimensão
AT9	20	2	40
AT10	40	2	80
AT11	40	6	240
AT12	60	8	480
AT13	60	15	900
AT14	70	30	2100
AT15	70	40	2800
AT16	80	50	4000



# Capítulo 9

## Bibliografía

[1] - A. El-Bouri, N. Azizi and S. Zolfaghari, A Comparative Study of a New Heuristic Based on Adaptive Memory Programming and Simulated Annealing: The Case of Jobs Shop Scheduling, *European Journal of Operation Research*, 17 pp, 2007.

[2] - E. Nowicki and C. Smutnicki, A Fast Taboo Search Algorithm for the Job Shop Problem, *Management Science*, vol 42, pp 797-813, 1996.

[3] - J.P. Watson, A. Howe and L. Whitley, Deconstructing Nowicki and Smutnick's i-TSAB Tabu Search Algorithm for the Job-Shop Scheduling Problem, *Computers & Operations Research*, vol 33, pp2623-2644, 2006.

[4] - H. Ishibuchi, S. Misaki and H. Tanaka, Genetic Algorithms and Neighborhood Search Algorithms for Fuzzy Flowshop Scheduling Problems, *Fuzzy Set and Systems*, vol 67, pp.81-100, 1994. Modified Simulated Annealing Algorithms for Flow Shop Sequencing Problem, *European Journal of Operational Research*, vol. 81, pp. 388-398, 1995.

[5] - T. Yamada and C.R. Reeves. Permutation Flowshop Scheduling by Algorithms Genetic Local Search, in *Proc of the International Conference Genetic Algorithms in Engineering Systems: Innovations and Applications GALESIA 97*, Glasgow, 1997, pp 232-238.

[6] - G. V. Reklaitis, I. Mokus. Mathematical programming formulation for scheduling of batch operations based on non uniform time discretization, *Acta Chim, Slovenica*, pp 81-86, 1995.

[7] - J.M. Pinto and I.E. Grossmann. A continuous time mixed integer linear programming model for short term scheduling of multistage batch plants, *Ind. Eng. Chem*, pp 1197-1202, 1995.

[8] - M.G. Ierapetritou and C.A. Floudas. Effective continuous time formulation for short-term scheduling. Part I. Multipurpose batch processes, *Ind. Eng. Chem.* pp 4341-4359, 1998.

[9] - J. Cerda, P. Henning and I.E Grossmann. A mixed integer linear programming model for short-term scheduling of single-stage multiproduct batch plants with parallel lines, *Ind. Eng. Chem.* pp 1695-1707, 1997.

[10] - C. R. Reeves. *Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems*, Halsted Press, 1993.

[11] - Gilles Brassard and Paul Bratley. *Fundamentals of Algorithmics*, Prentice Hall, Nova Iorque, 1995. ISBN 01-333-5068-1.

[12] - David L. Applegate [et al.]. *The travelling salesman problem: a computational Study*, Princeton: Princeton University Press, 2006. ISBN 978-0-691-12993-8.

[13] - S. Hamed Hendizadeh [et al.]. Meta-heuristic for scheduling a flowline manufacturing cell with

sequence dependent family setup times, *International Journal of Production Economics*. pp 593-605, 2008.

[14] - Michael Pinedo. *Scheduling: theory, algorithms, and systems*, Englewood cliffs, Prentice Hall, 1995.

[15] - K.R Baker and D. Trietsch. *Principles of Sequencing and Scheduling*. John Wiley & Sons, 2009.