

UM MODELO MATEMÁTICO PARA O CÁLCULO DO
VOLUME VENTRICULAR ESQUERDO

Este exemplar corresponde a redação final da tese devidamente corrigida e defendida pelo Sr. Silvio José Bezerra e aprovada pela Comissão Julgadora.

Campinas, 25 de fevereiro de 1985.

Alexandre T. Bratter

Prof. Dr. Alejandro Engel Bratter (orientador)
Prof. Dr. Siguemituzo Arie (co-orientador).

Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação, UNICAMP, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática Aplicada.

Fevereiro/1985.

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

A Silvio

meu pai

Eunice

minha mãe

e Eunice Maria

minha irmã

Agradecimientos

Ao Prof. Dr. Alejandro Engel Bratter (orientador)

Ao Doutor Donaldó Pereira Garcia

À Doutora Hedy Checchi

Ao Prof. Dr. José Vitório Zago

Ao Prof. Dr. José Mário Martínez

Ao Prof. Raimundo J.B. de Sampaio

Um Agradecimento em especial ao Dr. Siguemituzo Arie pela amizade, ensinamentos de Hemodinâmica, e auxílio na elaboração e execução do presente trabalho.

Ao Instituto do Coração na pessoa do Prof. Dr. Fulvio José Carlos Pileggi pela permissão para a realização deste trabalho.

Ao Serviço de Anatomia Patológica e ao de Estatística pelo apoio técnico, e a todas as pessoas que estiveram direta ou indiretamente ligadas na elaboração e realização deste trabalho.

Ao Instituto Médico Legal na pessoa do seu Diretor Geral Dr. Rubens Brasil Maluf, e ao pessoal da seção técnica de necrópsia e as da administrativa do necrotério pelo tratamento e atenção.

Aos médicos, enfermeiras e funcionários do Serviço de Hemodinâmica do Instituto do Coração onde este trabalho foi realizado.

NOTAÇÃO

$x \in Y$	x é elemento de Y
$A \subset B$	O conjunto A está contido no conjunto B
\mathbb{R}^{n+1}	Espaço euclidiano com pontos $x = (x_0, x_1, \dots, x_n)$
$\langle x, y \rangle$	Produto interno canônico entre os vetores x e y
$ \cdot $	valor absoluto
$f(x)$	valor da função f no ponto x
Σ	somatório
VE	Ventrículo Esquerdo
VS	Volume calculado pelo Método de Riemann (100 partições).
VA	Volume calculado por Integração Analítica
E	Exponencial na base 10
α	alfa
β	beta
λ	lambda minúsculo
Λ	lambda maiúsculo.

INDICE

	INTRODUÇÃO.....	i
	METODOLOGIA.....	01
A	- DESENVOLVIMENTO DO SISTEMA DE CÁLCULO DO VOLUME DO VE.....	01
I	- ANÁLISE DOS FILMES.....	01
II	- DIGITAÇÃO DA IMAGEM.....	02
III	- ANÁLISE DO PROGRAMA.....	02
IV	- CALIBRAÇÃO.....	03
	a-Calibração da Distorção Radiológica.....	03
	b-Calibração do Vídeo.....	04
V	- CÁLCULO DO VOLUME.....	05
	a-Método das Somas de Riemann.....	05
	b-Método da Integral Analítica.....	06
B	- COMPROVAÇÃO DA PRECISÃO DO SISTEMA.....	07
I	- PREPARO DOS MOLDES.....	07
II	- CÁLCULO DO VOLUME DOS MOLDES.....	08
III	- FILMAGEM DOS MOLDES.....	09
IV	- CÁLCULO DO VOLUME DOS MOLDES PELA CINEANGIOVENTRICULOGRAFIA.....	10
V	- ANÁLISE ESTATÍSTICA.....	10
	RESULTADOS.....	11

	COMENTÁRIO	12
A	- DESENVOLVIMENTO DO SISTEMA DE CÁLCULO DO VE	13
I	- ANÁLISE DOS FILMES.....	13
II	- DIGITAÇÃO DA IMAGEM.....	14
III	- ANÁLISE DO PROGRAMA.....	16
	a-Imersões Isométricas.....	18
	b-Filtro Digital.....	21
	c-Separação dos Pontos -Inferiores -Superiores....	22
	d-Ajuste Polinomial.....	23
	e-Método de Mínimos Quadrados.....	25
IV	- CALIBRAÇÃO.....	28
	a-Calibração da Distorção Radiológica.....	28
	b-Calibração do Vídeo.....	28
V	- CÁLCULO DO VOLUME.....	29
	a-Método das Somas de Riemann.....	30
	b-Método de Integração Analítica.....	30
B	- COMPROVAÇÃO DA PRECISÃO DO SISTEMA.....	33
	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	37
	APÊNDICE	38
	REFERÊNCIAS.....	39

INTRODUÇÃO

A determinação do volume ventricular esquerdo do Homem é de fundamental importância para se determinar o grau de integridade do músculo cardíaco.

Os métodos angiográficos estão baseados na apresentação de uma imagem geométrica da cavidade ventricular utilizando contraste radiopaco.

A medida do volume por angiografia depende das hipóteses geométricas. Muitos dos erros relativos a cada hipótese nas medidas dos volumes por representações angiográficas tendem a superestimar ou subestimar o volume verdadeiro.

Estes erros praticamente não são grandes a ponto de invalidar a análise da função do músculo cardíaco quando se utilizam os métodos angiográficos biplano ou mesmo monopiano onde o erro é um pouco maior.

Vimos também em cada um dos casos (2,4,8,11) que uma das dificuldades é a delimitação do bordo ou perfil do V.E., pois não existe uma boa nitidez às proximidades da região ântero-apical, tanto em final de sístole quanto em final de diástole. Outra dificuldade é quanto a ampliação na determinação do fator de correção da distorção de imagem pelos feixes, não paralelos, de Raio-X.

Todos estes métodos são consumidores de tempo, necessitando para a obtenção de seus resultados, múltiplas medidas, cálculos ou planimetria manual.

Existem para estes cálculos, instrumentos que acoplados a

computadores nos fornecem com facilidade estes resultados, porém, a sua aquisição e manutenção torna-se muito onerosa. Assim sendo, nosso objetivo foi o de desenvolver um modelo matemático que aplicado a uma instrumentação facilmente adquirível no Brasil, pudesse nos dar estes importantes parâmetros de função do V.E.

Assim sendo, desenvolveu-se um programa que com um digitador, pode-se digitar a imagem projetada da cavidade ventricular esquerda para o monitor de vídeo do microcomputador. Feito isto, fez-se um ajuste polinomial sobre os pontos que constituem esta imagem do V.E. Das hipótese proposta por Dodge (4), determinou-se o volume da cavidade ventricular esquerda pelo método de Riemann utilizando 100 partições e pelo método de Integração Analítica.

Para atestar a validade do método, foram utilizados 21 moldes da cavidade ventricular esquerda feitos em borracha de silicone.

METODOLOGIA

A - DESENVOLVIMENTO DO SISTEMA DE CÁLCULO DO VOLUME DO V.E.

Para desenvolver o sistema utilizou-se filmes cineventriculo - gráficos realizados no Instituto do Coração (INCOR) da F.M.U.S.P. nos quais os volumes da cavidade ventricular esquerda são calculados habitualmente utilizando-se planímetro polar e o método Kennedy e Col. (13).

I - ANÁLISE DOS FILMES.

Os filmes foram analisados num projetor "Tagarno 35.3"® Na tela de projeção fixou-se uma folha de papel transparente. A seguir desenhou-se o contorno da imagem projetada do V.E. e dos pontos da placa quadriculada. Determinou-se o ponto mais extremo da região apical.

II - DIGITAÇÃO DA IMAGEM.

A folha de papel transparente com o desenho foi fixada na tela de um monitor de vídeo marca Vídeo Compo modelo 12MV1 ligado a um microcomputador compatível com os da linha Apple II versão 323 com 64kbites de memória. Com o auxílio de um digitador joystick[®] traçou-se no vídeo o contorno da imagem projetada do V.E.

III - ANÁLISE DO PROGRAMA.

Os pontos digitados no vídeo foram arquivados em uma matriz. A seguir fez-se uma rotação, uma translação e aplicou-se um filtro nos pontos que constituem a imagem.

Estes pontos foram separados em superiores e inferiores. Após esta classificação fez-se um ajuste polinomial nestes pontos superiores e inferiores.

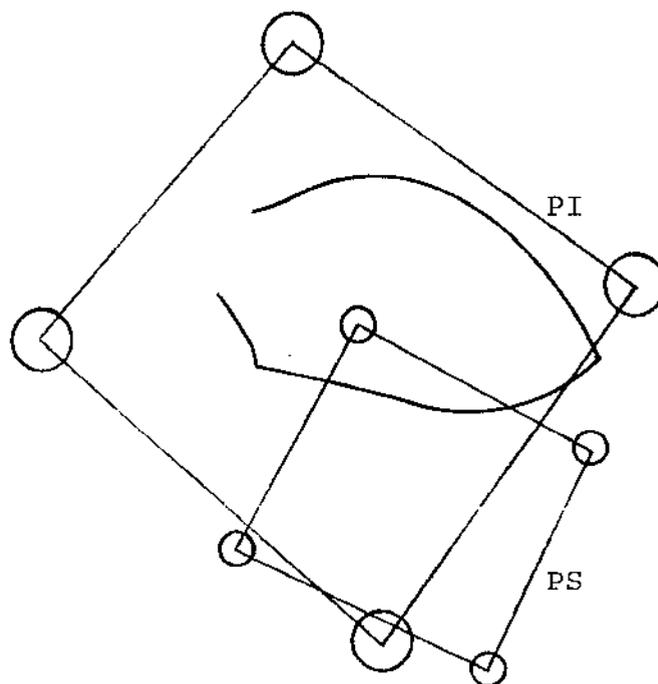
Foi escolhido o polinômio de Taylor, desenvolvido em torno do ponto do Apex sem termo constante.

Usou-se para tal ajuste polinomial o Método de Mínimos Quadrados e para resolver o sistema de equações o Método de Eliminação de Gauss.

IV CALIBRAÇÃO

a - CALIBRAÇÃO DA DISTORÇÃO RADIOLÓGICA

Na imagem mediu-se a distância, em milímetros, entre os centros dos pontos projetados pelas esferas de chumbo das placas superior e inferior.



Utilizou-se como fator de correção da distorção radiológica a media das distorções dada por $fc = ((50/PS) + (50/PI))/2$.

b - CALIBRAÇÃO DO VÍDEO

Fez-se um programa de modo a gerar círculos cujos raios eram conhecidos (em pixel)

Sabendo-se que o volume da esfera é dado por

$$V_{\text{esf}} = 4/3\pi R^3$$

e o volume do cilindro por

$$V_{\text{cil}} = \pi R^2 H$$

onde $\pi=3.1416$, R =raio e H =altura, calculou-se os volumes mencionados acima (em voxel-unidade de volume do vídeo).

Mediu-se o raio do círculo em milímetros e calculou-se o volume da esfera e do cilindro em mililitros (ml).

Foram feitos sete destes círculos e calculados o volume de sete esferas e de sete cilindros. Determinou-se os coeficientes de proporcionalidade entre o volume em voxel e o mesmo em mililitro. Estes coeficientes são dados por

$$\frac{\Sigma V_{\text{esf}}}{(\text{ml})} = \lambda_e \frac{\Sigma V_{\text{esf}}}{(\text{voxel})}$$

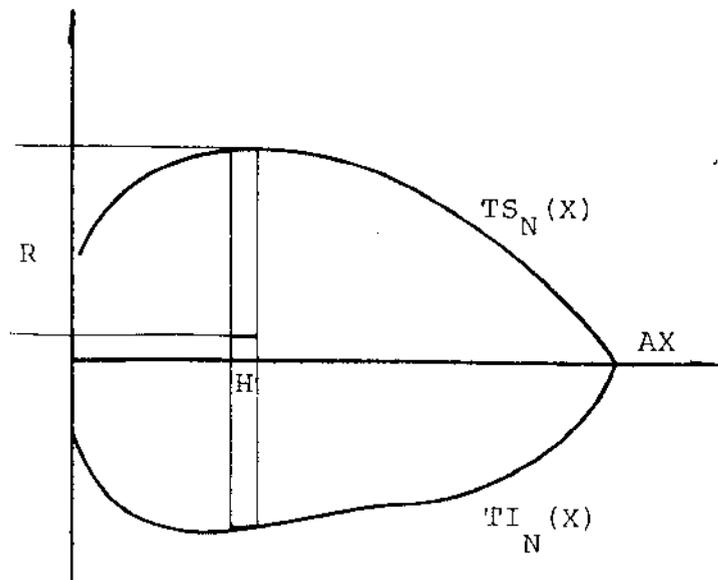
$$\frac{\Sigma V_{\text{cil}}}{(\text{ml})} = \lambda_c \frac{\Sigma V_{\text{esf}}}{(\text{voxel})}$$

Chamou-se de fator de correção de vídeo (f_v) o coeficiente de proporcionalidade entre os volumes em voxel e em mililitros (ml).

V CÁLCULO DO VOLUME

Utilizando filmes de cineangioventriculografia, o volume do V.E. foi calculado usando-se o Método das Somas de Riemann e o da Integral Analítica.

a - Método das Somas de Riemann



Tomando-se a imagem do V.E. dividiu-se o semi-eixo maior (\overline{OAX}) em cem partições.

O volume do V.E. foi calculado somando-se os cilindros de altura igual a $H=AX/100$ e raio $R_N(X)=(TS_N(X)-TI_N(X))/2$ seguindo os seguintes passos

$$X_0 = 0$$

$$X_i = H_0 + i H$$

$$R_N(X_i) = (TS_N(X_i) - TI_N(X_i)) / 2$$

$$V = \sum_{i=1}^{100} R_N^2(X_i) H$$

b - Método da Integral Analítica

Chamou-se de Método de Integral Analítica o limite das somas de Riemann quando $H \rightarrow 0$, desta forma, matematicamente temos

$$\lim_{H \rightarrow 0} \sum_{i=1}^{\infty} R_N^2(X_i) H = \int_0^{AX} R_N^2(X) dX = \frac{1}{4} \int_0^{AX} (TS_N(X) - TI_N(X))^2 dX$$

Na imagem digitada do V.E. foram feitos ajustes polinomiais de graus 4, 5, 6, 7 e 8 e calculados os respectivos volumes tanto pelo Método das Somas de Riemann quanto pela Integral Analítica e medido o tempo de processamento de cada um dos Métodos.

B - COMPROVAÇÃO DA PRECISÃO DO SISTEMA.

Para comprovar a validade e precisão do sistema foram utilizados 21 moldes da cavidade ventricular esquerda do coração de indivíduos com idades variando entre 18 e 35 anos. Estes corações foram obtidos em autópsias realizadas no Instituto Médico Legal (I.M.L.) da Secretaria da Segurança Pública do Estado de São Paulo.

I PREPARO DOS MOLDES

Depois de retirado o coração do indivíduo na autópsia, este foi deixado em uma pia em água corrente durante 2 (duas) horas. Feito isto foram ligadas as veias Pulmonares e as Cavas.

Através da valva Aórtica injetou-se uma solução de formol a 10% com uma pressão de aproximadamente 120 mmHg até o completo enchimento do V.E. e átrio esquerdo. A seguir a Aorta foi ligada e o coração mergulhado na mesma solução de formol a 10% por 24 horas.

Passado o tempo, tirou-se toda a solução abrindo-se os Átrios

e o V.E. foi lavado com água corrente para eliminar possíveis coágulos sanguíneos. Suturou-se a válvula Mitral e em seguida impermeabilizou-se a parede interna do V.E. com vaselina líquida.

Preparou-se uma mistura onde, para cada 100g de borracha de silicone tipo M533 usou-se 5g de catalizador para borracha de silicone T-35 da AEROJET - Brasileira de Fiberglass Ltda e 7g de Hxpaque M76[®]. Esta mistura foi introduzida na câmara ventricular esquerda através da valva Aórtica de modo a preencher completamente a cavidade. Após 24 horas, abriu-se o V.E. e retirou-se o molde da cavidade.

II CÁLCULO DO VOLUME DOS MOLDES

Colocou-se a água em uma proveta graduada marca Vidrolabor de 2000 ml precisão 20/1 até completar o volume de 1500ml. Calibrou-se a proveta com papel milimetrado e observou-se que cada milímetro correspondia a 5,6ml.

Colocou-se o molde dentro da proveta e fez-se a leitura do volume do molde pelo menisco inferior observando-se o volume de água deslocada. Repetiu-se várias leituras do volume até se obter valores semelhantes por 3 vezes.

Considerou-se estes volumes como sendo o volume real dos moldes.

III FILMAGEM DOS MOLDES

Os filmes cineangiográficos dos moldes foram feitos num equipamento Phillips modelo M-100. Intensificador de Iodeto de Sódio 9/6 polegadas, utilizando-se o campo de 9 polegadas. Filmadora Arriflex 35 mm. com lente de 88 mm. numa velocidade de 30 quadros por segundo.

O filme utilizado foi o P.F.C. da Kodak revelado em soluções apropriadas.

Os moldes foram colocados, um a um, numa caixa de papelão grosso com 25 cm. de altura contendo pequenas esferas de isopor até a altura de 12.5 cm.

A posição anatômica do ventrículo esquerdo foi obtida sob controle radioscópico movimentando o molde até se obter a maior imagem de projeção, tomando-se o cuidado de manter o molde na porção média da caixa.

Duas placas de madeira com uma malha quadriculada de 5cm. com esferas de chumbo colocadas nos nós foram postas embaixo e em cima da caixa antes da filmagem.

IV CÁLCULO DO VOLUME DOS MOLDES PELA CINEANGIOVENTRICULOGRAFIA

Pelos filmes cineangiográficos dos moldes foram calculados os respectivos volumes pelo Método de Somas de Riemann e da Integral Analítica, conforme os itens descritos na parte inicial.

V ANÁLISE ESTATÍSTICA

Com o objetivo de verificar-se quão próximos estavam os volumes calculados pelos Métodos Analítico e de Riemann do volume Real, foi ajustado um modelo de regressão linear simples:

$$y_i = a + bx_i + e_i$$

sendo

y_i = i-ésimo volume calculado pelo Método proposto (Analítico ou de Riemann) $i = 1, 2, \dots, 21$.

x_i = i-ésimo volume calculado pelo Princípio de Archimedes (Volume Real)

e_i = erro casual associado a observação y_i

Estimou-se os parâmetros (a e b) envolvidos no modelo pelo Método de Mínimos Quadrados e fez-se testes para verificar a importância dos mesmos.

Fez-se uma análise de resíduos para se verificar a adequação do modelo.

Os cálculos foram feitos utilizando-se o software estatístico SAS (Statistical Analysis System).

Resultados

CALIBRAÇÃO DO VÍDEO

TABELA I

VOLUME DO CILINDRO ($V_{cil} = \pi R^2 H^*$)

R (pixel)	V_{cil} (voxel)	V_{cil} (ml)	R (mm)
25	49087.5	16.84	17.5
30	84823.2	29.09	21.0
35	134696.1	43.43	24.0
40	201062.4	61.84	27.0
45	286278.3	89.13	30.5
50	392700.0	123.48	34.0
55	522683.7	159.13	37.0
60	678585.6	201.06	40.0

$\Sigma = 2349916.8$

$\Sigma = 724.00$

$$\Sigma V_{cil} = \lambda_c \Sigma V_{cil}$$

(ml) (voxel)

$\lambda_c = 3.0809E - 04$ (ml/voxel) Coeficiente de proporcionalidade

$\pi = 3.1416$

R = raio

H = altura

* H = R

CALIBRAÇÃO DO VÍDEO

TABELA II

VOLUME DA ESFERA ($V_{esf} = 4/3 \pi R^3$)

R (pixel)	V_{esf} (voxel)	V_{esf} (ml)	R (mm)
25	65450.0	22.45	17.5
30	113097.6	38.79	21.0
35	179594.8	57.90	24.0
40	268083.2	82.45	27.0
45	381704.4	118.85	30.5
50	523600.0	164.64	34.0
55	696911.6	212.17	37.0
60	904780.8	268.08	40.0

$\Sigma = 3133222.4$

$\Sigma = 965.33$

$$\Sigma V_{esf} = \lambda_e \Sigma V_{esf}$$

(ml) (voxel)

$\lambda_e = 3.0809E - 04$ (ml/voxel) Coeficiente de proporcionalidade

$\pi = 3.1416$

R = raio

**TABELA III - VOLUME REAL (ml)
(PRINCÍPIO DE ARCHIMEDES)**

V. E.

1	114,0 ± 1,5
2	16,0 ± 1,5
3	45,0 ± 1,5
4	144,5 ± 1,5
5	150,0 ± 1,5
6	9,5 ± 1,5
7	82,0 ± 1,5
8	17,0 ± 1,5
9	100,0 ± 1,5
10	14,0 ± 1,5
11	15,5 ± 1,5
12	52,0 ± 1,5
13	122,0 ± 1,5
14	11,0 ± 1,5
15	105,5 ± 1,5
16	61,0 ± 1,5
17	12,0 ± 1,5
18	17,0 ± 1,5
19	117,0 ± 1,5
20	108,5 ± 1,5
21	18,0 ± 1,5

TABELA IV - RESULTADOS DOS AJUSTES DOS MODELOS DE REGRESSÃO LINEAR

MÉTODO	GRAU DO POLINÔMIO	ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS	T PARA H_0 PARÂMETRO = 0	NÍVEL DESCRITIVO	R^2
R	4	a=0.35	0.215	0.8323	0.9916
		b=0.97	47.409	0.0001	
I	5	a=0.37	0.196	0.8467	0.9893
		b=0.98	41.962	0.0001	
M	6	a=0.07	0.036	0.9713	0.9887
		b=0.99	40.820	0.0001	
N	7	a=0.22	0.127	0.9004	0.9908
		b=0.98	45.285	0.0001	
	8	a=0.23	0.133	0.8953	0.9912
		b=0.98	46.380	0.0001	
A	4	a=0.43	0.262	0.7959	0.9918
		b=0.98	47.877	0.0001	
L	5	a=0.44	0.236	0.8157	0.9895
		b=0.99	42.266	0.0001	
I	6	a=0.37	0.218	0.8298	0.9913
		b=0.99	46.475	0.0001	
T	7	a=0.30	0.170	0.8669	0.9909
		b=0.99	45.595	0.0001	
C	8	a=0.31	0.181	0.8585	0.9914
		b=0.99	46.822	0.0001	

VOLUME REFERENTE AO AJUSTE POLINOMIAL DE GRAU 4 E RESPECTIVO RESÍDUO RELATIVO

TABELA VA

VE	VS4	<u> VS4-VR </u>	VA4	<u> VA4-VR </u>
		VR		VR
01	103.85	0.08	104.65	0.08
02	15.38	0.03	15.55	0.02
03	42.35	0.05	42.56	0.05
04	149.57	0.03	150.55	0.04
05	137.36	0.08	138.27	0.07
06	9.51	0.00	9.63	0.01
07	82.79	0.00	83.29	0.01
08	14.99	0.11	15.24	0.10
09	102.46	0.02	102.83	0.02
10	12.75	0.08	12.89	0.07
11	15.57	0.00	15.76	0.01
12	49.71	0.04	50.15	0.03
13	119.57	0.01	120.56	0.01
14	10.15	0.07	10.28	0.06
15	97.40	0.07	98.12	0.06
16	65.59	0.07	66.03	0.08
17	11.30	0.05	11.51	0.04
18	18.76	0.10	18.94	0.11
19	111.53	0.04	112.09	0.04
20	114.69	0.05	115.26	0.06
21	18.08	0.00	18.22	0.01

VS4 = VOLUME CALCULADO PELO MÉTODO DE RIEMANN (Grau 4)

VA4 = VOLUME CALCULADO PELO MÉTODO ANALÍTICO (Grau 4)

VR = VOLUME REAL

VOLUME REFERENTE AO AJUSTE POLINOMIAL DE GRAU 5 E RESPECTIVO RESÍDUO RELATIVO

TABELA VB

VE	VS5	<u> VS5-VR </u> VR	VA5	<u> VA5-VR </u> VR
01	107.27	0.05	107.95	0.05
02	15.71	0.01	15.86	0.00
03	42.80	0.04	43.02	0.04
04	151.60	0.04	152.50	0.05
05	135.48	0.09	136.56	0.08
06	9.46	0.00	9.59	0.00
07	82.80	0.00	83.32	0.01
08	15.17	0.10	15.41	0.09
09	102.13	0.02	102.47	0.02
10	12.86	0.08	13.00	0.07
11	15.84	0.02	16.03	0.03
12	49.88	0.04	50.30	0.03
13	128.73	0.05	129.71	0.06
14	10.24	0.06	10.36	0.05
15	96.87	0.08	97.58	0.07
16	66.74	0.09	67.18	0.10
17	11.98	0.00	12.23	0.01
18	18.80	0.10	19.00	0.11
19	111.13	0.05	111.69	0.04
20	114.25	0.05	114.89	0.05
21	18.14	0.00	18.27	0.01

VS5 = VOLUME CALCULADO PELO MÉTODO DE RIEMANN (Grau 5)

VA5 = VOLUME CALCULADO PELO MÉTODO ANALÍTICO (Grau 5)

VR = VOLUME REAL

VOLUME REFERENTE AO AJUSTE POLINOMIAL DE GRAU 6 E RESPECTIVO RESÍDUO RELATIVO

TABELA VC

VE	VS6	<u> VS7-VR </u>		<u> VA6-VR </u>	
		VR	VA6	VR	
01	109.16	0.03	110.27	0.03	
02	15.96	0.00	16.11	0.00	
03	42.64	0.05	42.84	0.04	
04	151.51	0.04	152.45	0.05	
05	137.42	0.08	138.53	0.07	
06	9.25	0.02	9.37	0.01	
07	82.94	0.01	83.48	0.01	
08	15.10	0.11	15.34	0.09	
09	102.14	0.02	102.48	0.02	
10	12.64	0.09	12.77	0.08	
11	15.88	0.02	16.10	0.03	
12	49.90	0.04	50.32	0.03	
13	123.54	0.01	124.62	0.02	
14	10.08	0.08	10.19	0.07	
15	95.62	0.09	96.38	0.08	
16	66.47	0.08	66.94	0.09	
17	12.12	0.01	12.37	0.03	
18	18.80	0.10	19.02	0.11	
19	110.70	0.05	111.23	0.04	
20	115.04	0.06	115.62	0.06	
21	18.02	0.00	18.15	0.00	

VS6 = VOLUME CALCULADO PELO MÉTODO DE RIEMANN (Grau 6)

VA6 = VOLUME CALCULADO PELO MÉTODO ANALÍTICO (Grau 6)

VR = VOLUME REAL

VOLUME REFERENTE AO AJUSTE POLINOMIAL DE GRAU 7 E RESPECTIVO RESÍDUO RELATIVO

TABELA VD

VE	VS7	<u> VS7-VR </u>		<u> VA7-VR </u>	
		VR	VA7	VR	VR
01	109.08	0.04	109.72	0.03	
02	16.05	0.00	16.22	0.01	
03	42,27	0.06	42.49	0.05	
04	152.00	0.05	153.01	0.05	
05	136.65	0.08	137.77	0.08	
06	9.32	0.01	9.54	0.00	
07	82.92	0.01	83.45	0.01	
08	15.13	0.11	15.37	0.09	
09	102.21	0.02	102.54	0.02	
10	12.48	0.10	12.62	0.09	
11	15.85	0.02	16.07	0.03	
12	49.78	0.04	50.20	0.03	
13	124.42	0.01	125.42	0.02	
14	9.94	0.09	10.04	0.08	
15	95.84	0.09	96.59	0.08	
16	66.17	0.08	66.68	0.09	
17	12.12	0.01	12.38	0.03	
18	18.57	0.09	18.77	0.10	
19	111.01	0.05	111.56	0.04	
20	114.25	0.05	114.87	0.05	
21	18.06	0.00	18.19	0.01	

VS7 = VOLUME CALCULADO PELO MÉTODO DE RIEMANN (Grau 7)

VA7 = VOLUME CALCULADO PELO MÉTODO ANALÍTICO (Grau 7)

VR = VOLUME REAL

VOLUME REFERENTE AO AJUSTE POLINOMIAL DE GRAU 8 E RESPECTIVO RESÍDUO RELATIVO

TABELA VE

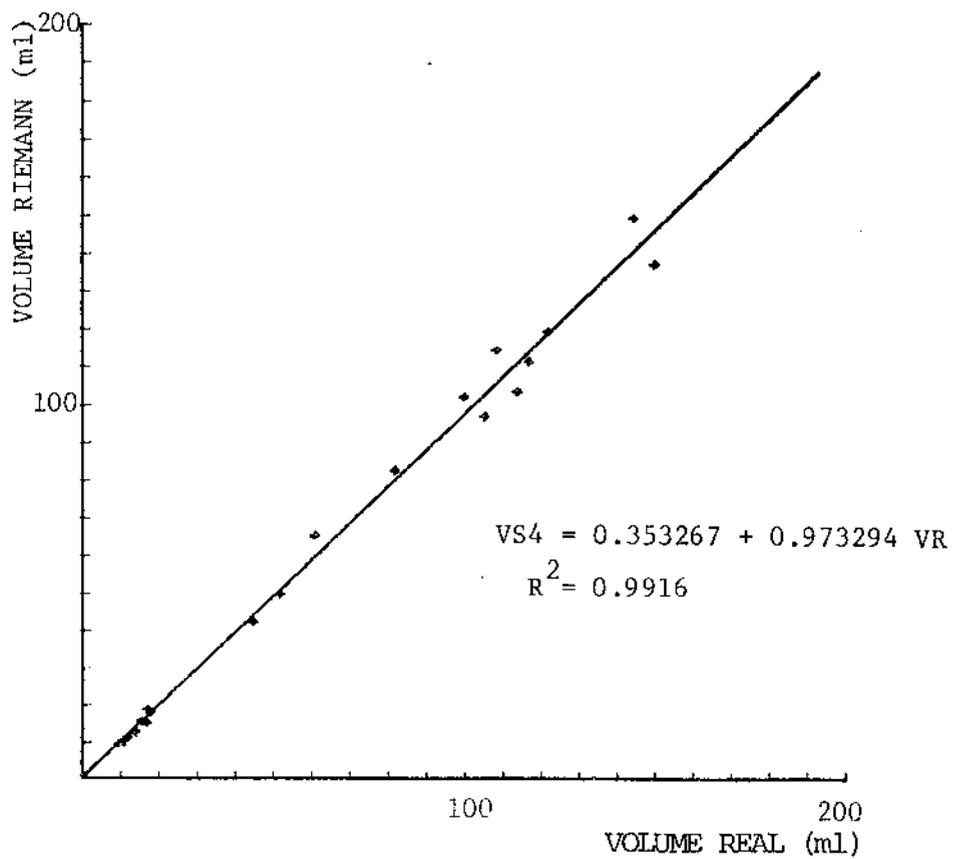
VE	VS8	<u> VS8-VR </u>		<u> VA8-VR </u>	
		VR	VA8	VR	VA8
01	109.95	0.03	110.71	0.02	110.71
02	15.99	0.00	16.15	0.00	16.15
03	41.99	0.06	42.08	0.06	42.08
04	151.74	0.05	152.75	0.05	152.75
05	136.81	0.08	137.92	0.08	137.92
06	9.30	0.02	9.50	0.00	9.50
07	82.69	0.00	83.11	0.01	83.11
08	15.06	0.11	15.37	0.09	15.37
09	102.18	0.02	102.52	0.02	102.52
10	12.64	0.09	12.77	0.08	12.77
11	15.86	0.02	16.07	0.03	16.07
12	49.50	0.04	49.92	0.04	49.92
13	123.96	0.01	124.65	0.02	124.65
14	9.90	0.10	9.99	0.09	9.99
15	95.86	0.09	96.61	0.08	96.61
16	66.51	0.09	67.01	0.09	67.01
17	12.13	0.01	12.39	0.03	12.39
18	18.63	0.09	18.89	0.10	18.89
19	110.91	0.05	111.48	0.04	111.48
20	113.48	0.04	114.14	0.05	114.14
21	18.20	0.01	18.32	0.01	18.32

VS8 = VOLUME CALCULADO PELO MÉTODO DE RIEMANN (Grau 8)

VA8 = VOLUME CALCULADO PELO MÉTODO ANALÍTICO (Grau 8)

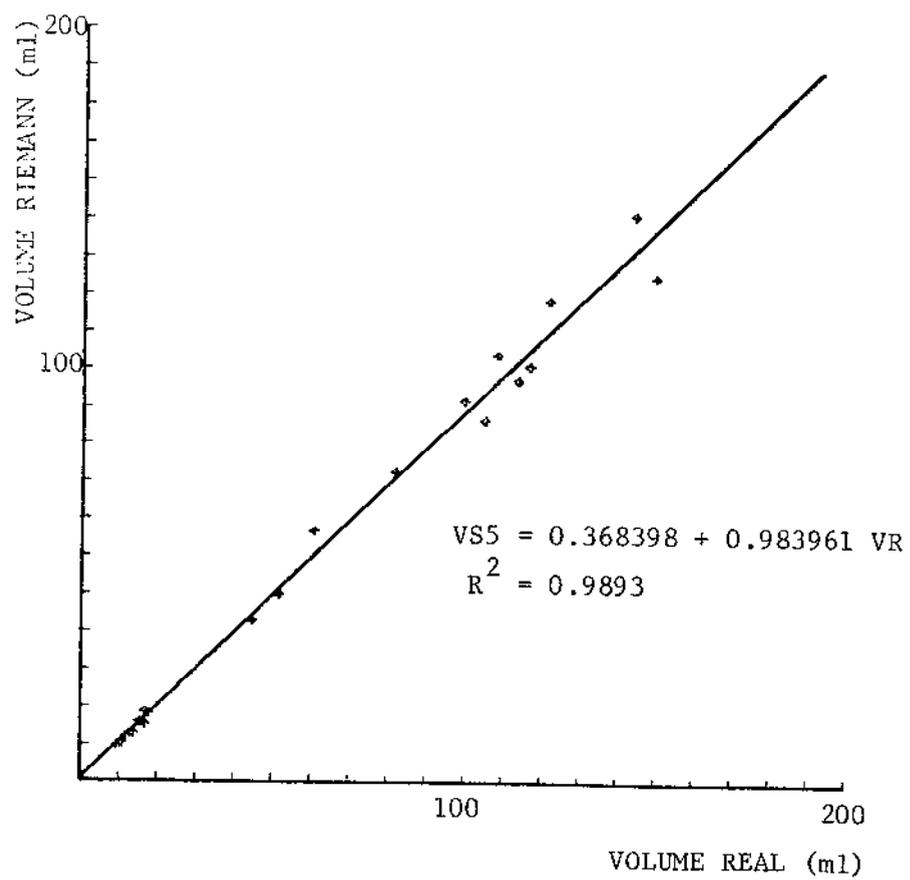
VR = VOLUME REAL

AJUSTE LINEAR ENTRE VOLUME REAL E VOLUME CALCULADO PELO
MÉTODO RIEMANN (Grau 4)



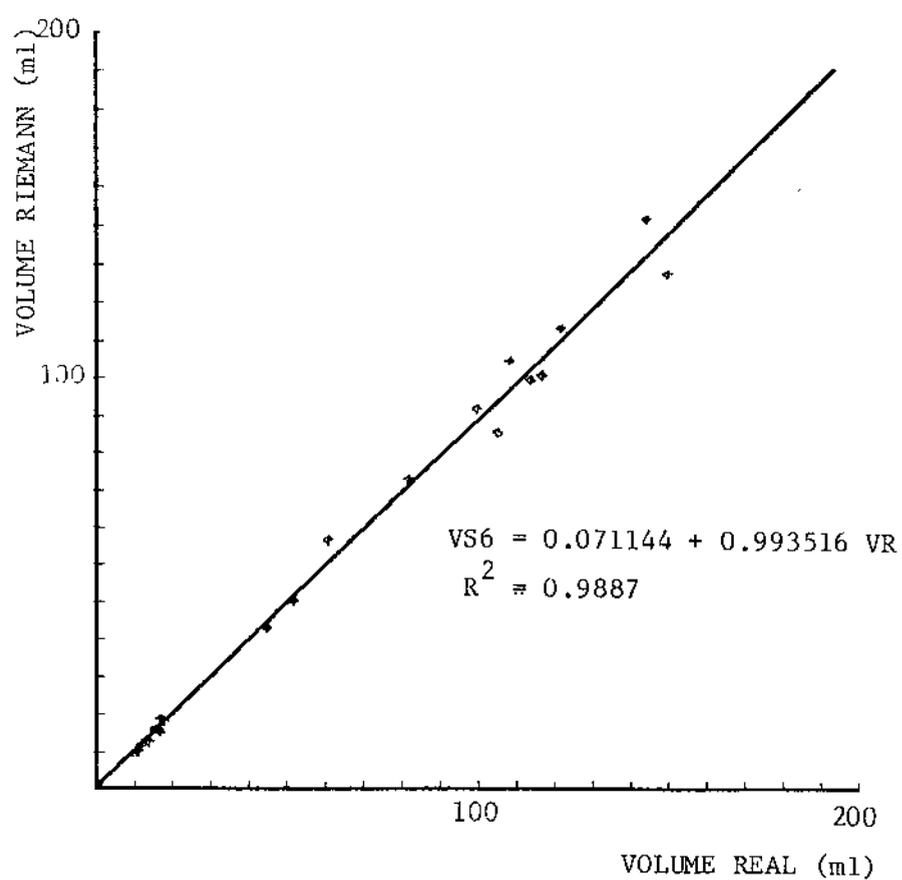
VS4 = VOLUME CALCULADO PELO MÉTODO DE RIEMANN (Grau 4)
VR = VOLUME REAL

AJUSTE LINEAR ENTRE VOLUME REAL E VOLUME CALCULADO PELO
MÉTODO DE RIEMANN (Grau 5)



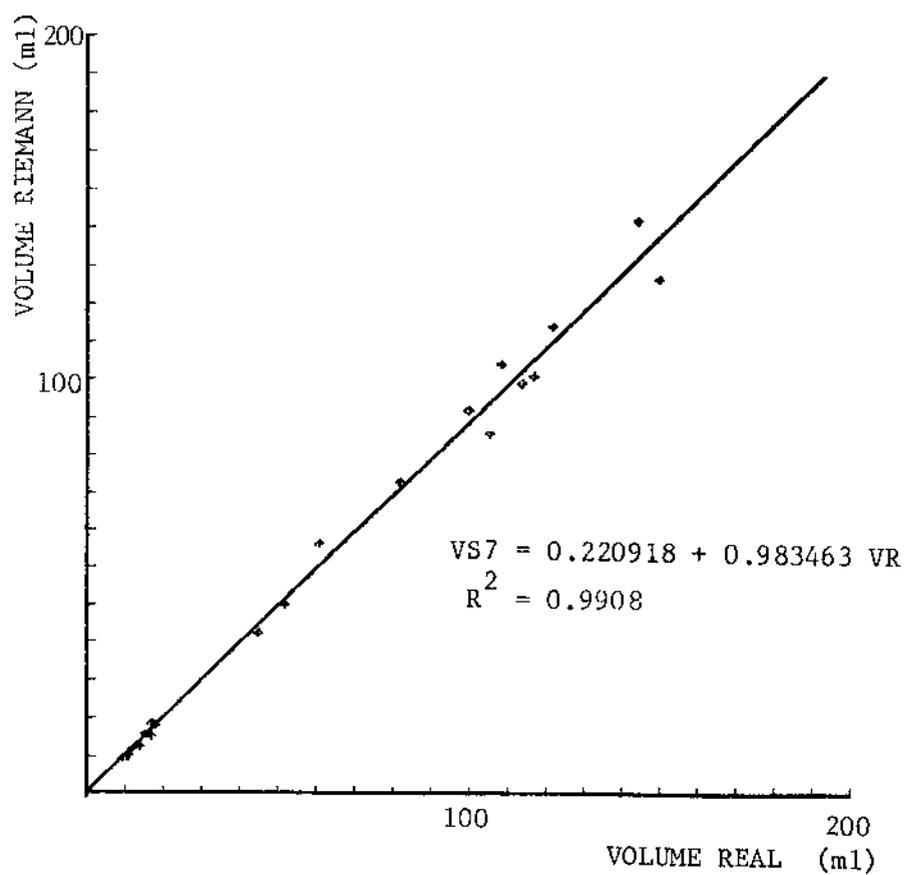
VS5 = VOLUME CALCULADO PELO MÉTODO DE RIEMANN (Grau 5)
VR = VOLUME REAL

AJUSTE LINEAR ENTRE VOLUME REAL E VOLUME CALCULADO PELO
MÉTODO DE RIEMANN (Grau 6)



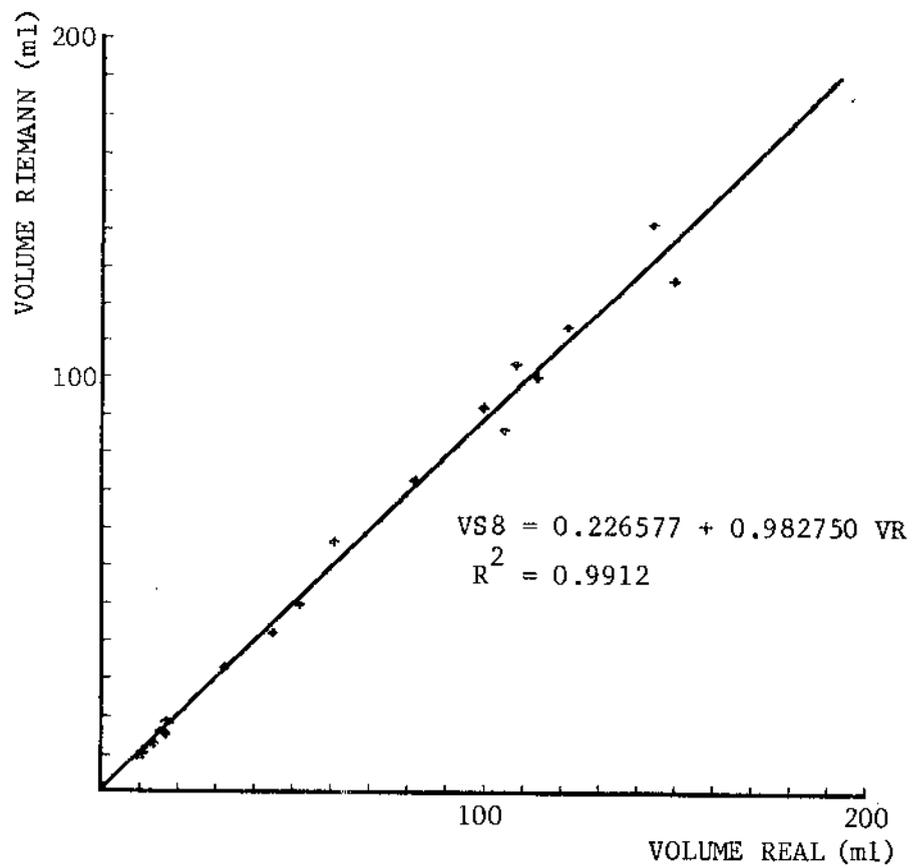
VS6 = VOLUME CALCULADO PELO MÉTODO DE RIEMANN (Grau 6)
VR = VALOR REAL

AJUSTE LINEAR ENTRE VOLUME REAL E VOLUME CALCULADO PELO
MÉTODO DE RIEMANN (Grau 7)



VS7 = VOLUME CALCULADO PELO MÉTODO DE RIEMANN (Grau 7)
VE = VOLUME REAL

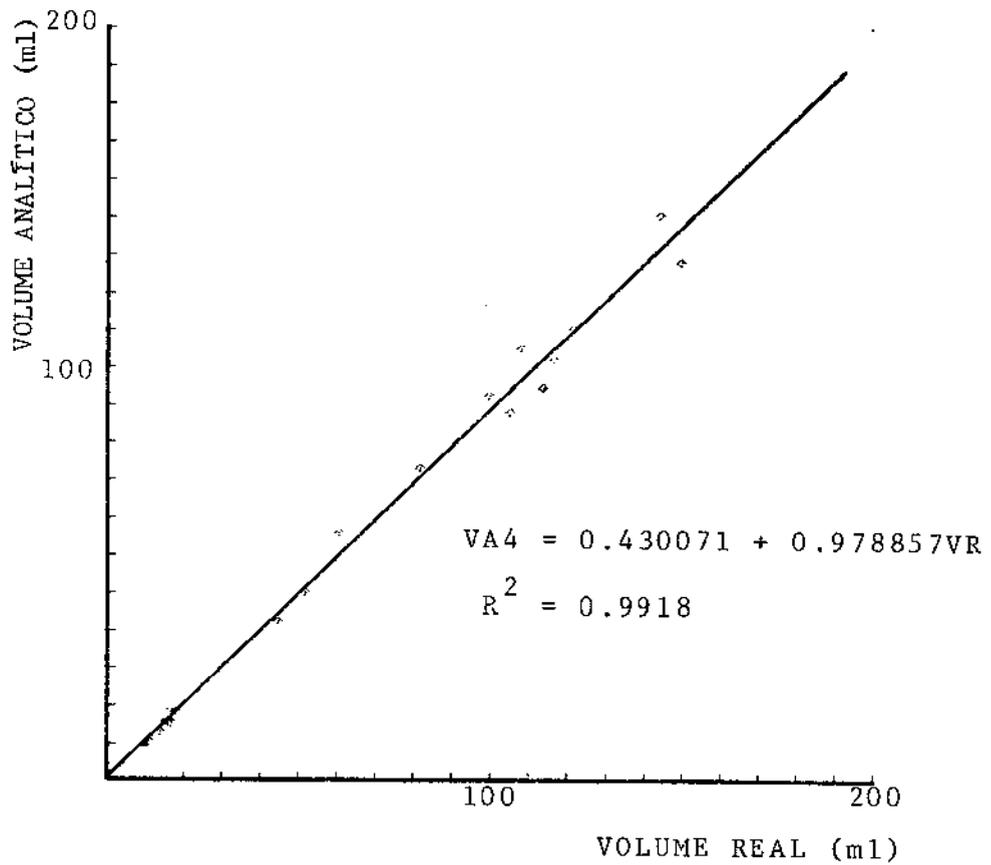
AJUSTE LINEAR ENTRE VOLUME REAL E VOLUME CALCULADO PELO
MÉTODO DE RIEMANN (Grau 8)



VS8 = VOLUME CALCULADO PELO MÉTODO DE RIEMANN (Grau 8)

VR = VOLUME REAL

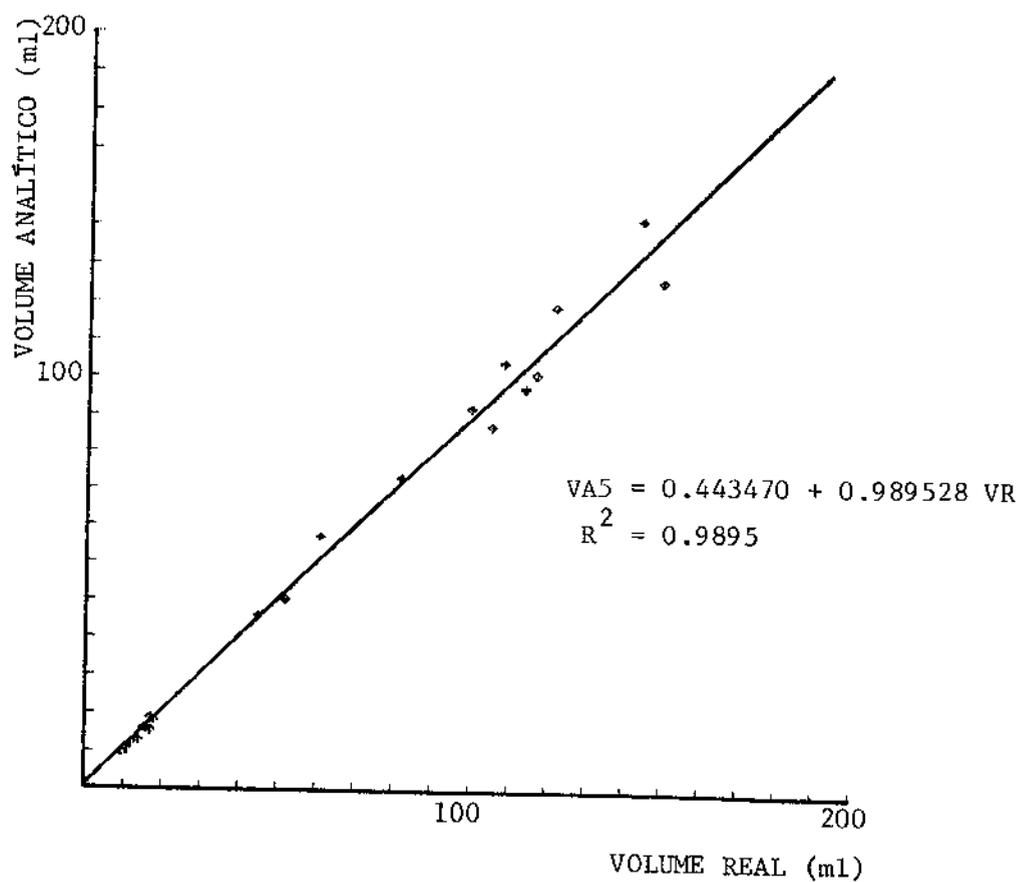
AJUSTE LINEAR ENTRE VOLUME REAL E VOLUME CALCULADO PELO
MÉTODO ANALÍTICO (Grau 4)



VA4 = VOLUME CALCULADO PELO MÉTODO ANALÍTICO (Grau4)

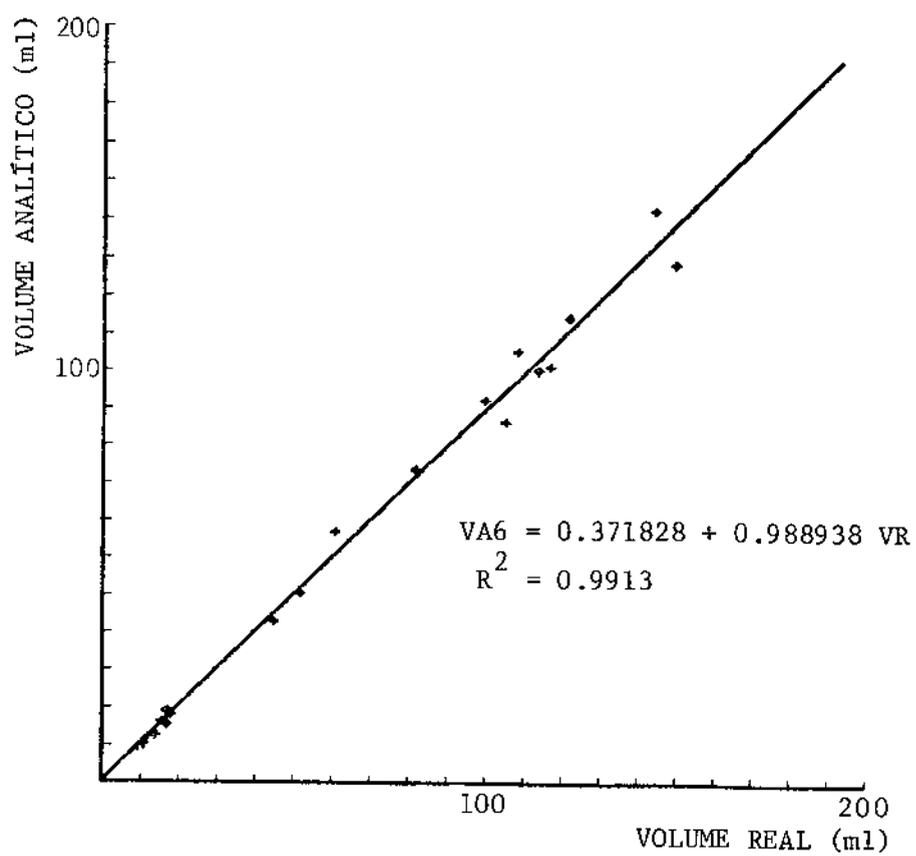
VR = VOLUME REAL

AJUSTE LINEAR ENTRE VOLUME REAL E VOLUME CALCULADO PELO
MÉTODO ANALÍTICO (Grau 5)



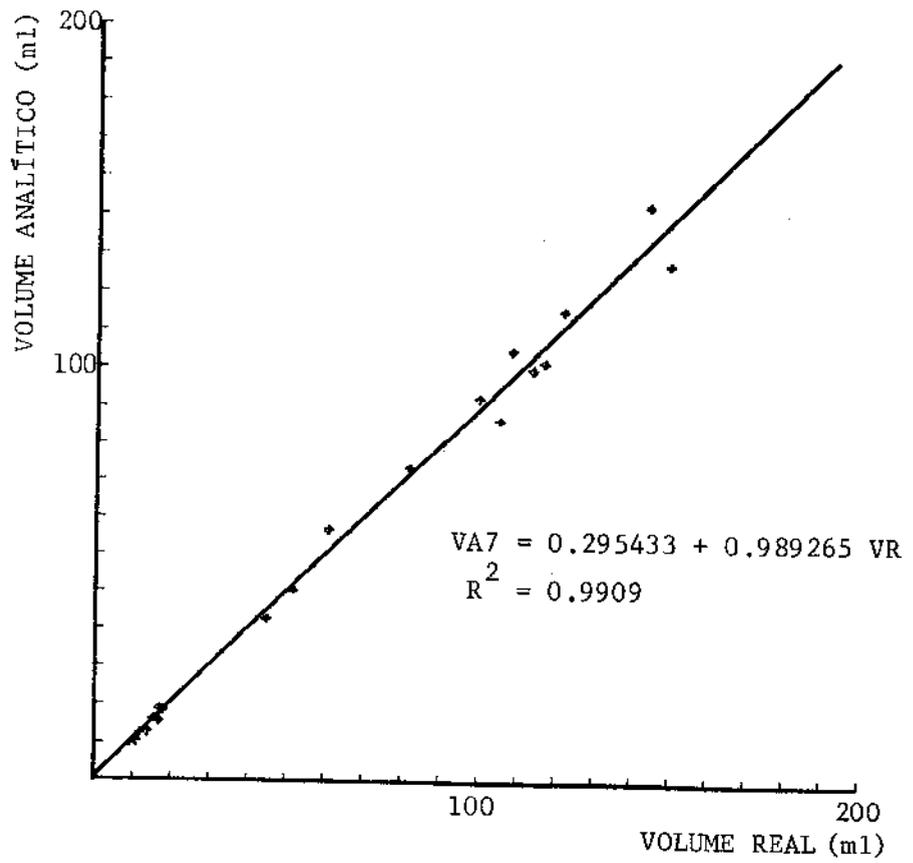
VA5 = VOLUME CALCULADO PELO MÉTODO ANALÍTICO (Grau 5)
VR = VOLUME REAL.

AJUSTE LINEAR ENTRE VOLUME REAL E VOLUME CALCULADO PELO
MÉTODO ANALÍTICO (Grau 6)



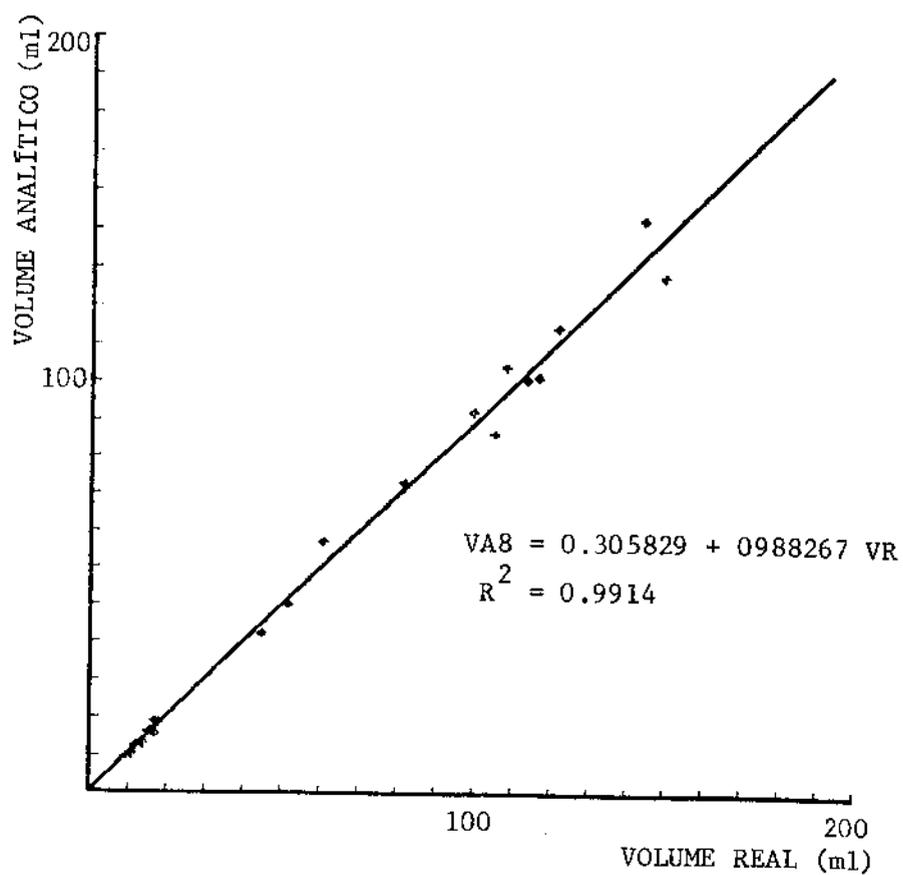
VA6 = VOLUME CALCULADO PELO MÉTODO ANALÍTICO (Grau 6)
VR = VOLUME REAL

AJUSTE LINEAR ENTRE VOLUME REAL E VOLUME CALCULADO PELO
MÉTOD0 ANALÍTICO (Grau 7)



VA7 = VOLUME CALCULADO PELO MÉTOD0 ANALÍTICO (Grau 7)
VR = VOLUME REAL

AJUSTE LINEAR ENTRE VOLUME REAL E VOLUME CALCULADO PELO
MÉTODO ANALÍTICO (Grau 8)



VA8 = VOLUME CALCULADO PELO MÉTODO ANALÍTICO (Grau 8)
VR = VOLUME REAL

COMENTÁRIO

São preconizados vários métodos angiográficos (2,11,13) para o cálculo do volume do V.E. em pacientes submetidos ao estudo cine angioventriculográfico. O método mais aceito é o de área-diâmetro' de Dodge e Col. (4) com as várias modificações. Neste Método a área da imagem projetada do V.E. é considerada como a da elipse, mesmo quando a cavidade ventricular é deformada por processos patológicos como os aneurismas ventriculares.

Outros métodos (2) de maior precisão utilizam a regra de Simpson que consiste em calcular o volume do V.E. pela somatória do volume dos vários troncos de cone em que é dividida a imagem do V.E. Estes cálculos consomem um tempo muito longo e só são factíveis utilizando-se de computadores. Assim, apesar de serem métodos mais precisos, não são utilizados com frequência.

Para tornar factível a aplicação destes métodos, desenvolveu-se um sistema econômico utilizando microcomputador e para digitação da imagem, um digitador de baixo custo.

A - DESENVOLVIMENTO DO SISTEMA DE CÁLCULO DO VOLUME DO V.E.

Inicialmente para o desenvolvimento do sistema analisou-se os filmes cineventriculográficos de rotina do serviço de hemodinâmica comparando os valores obtidos pelo sistema e o método utilizado normalmente no serviço.

Os passos que foram seguidos na otimização do sistema foram:

I - ANÁLISE DOS FILMES.

Os filmes foram analisados em um projetor "Tagarno"[®] desenhando-se em uma folha de papel transparente o contorno da imagem projetada do V.E., os pontos da placa quadriculada e o ponto do Apex.

Este é o procedimento realizado habitualmente no Serviço de Hemodinâmica para o cálculo do volume do V.E.

Escolheu-se papel transparente pois este ao ser fixado no monitor de vídeo do microcomputador facilita a visualização das mensagens relativas aos comandos e do ponto que ligado ao comando do digitador fará a digitação da imagem no monitor do vídeo.

II - DIGITAÇÃO DA IMAGEM

Foi desenvolvido um programa no qual o usuário pode desenhar o contorno da imagem projetada (silhueta) do V.E. utilizando-se de um digitador.

Devido a sensibilidade deste digitador foi necessário desenvolver uma certa habilidade para traçar-se o contorno da imagem, como pode ser observado pelas figuras IV e V. Talvez esta digitação seja facilitada pela utilização de um digitador do tipo "caneta ótica" ainda não comercializado no Brasil.

Iniciado o programa, aparecem no monitor de vídeo os seguintes comandos:

- I - Inicia
- D - Digita
- C - Corrige
- A - Apex
- F - Finaliza

escritos na parte inferior do vídeo e um ponto no centro do vídeo.

Digitando-se a tecla I pode-se percorrer todo o vídeo utilizando para tal o digitador. Desta maneira, leva-se o ponto do vídeo até a imagem do V.E. Deve-se posicionar o ponto na parte inferior da valva Aórtica. Digitando-se a tecla D, inicia-se a digitação da

imagem começando pelo contorno inferior do V.E. Todo o percurso para se levar o ponto até o início da imagem a ser arquivada, desaparece.

Digitando-se a tecla A determina-se o ponto do Apex e pressionando-se a tecla F termina-se a digitação. Caso o usuário tenha errado ao digitar a imagem, no momento em que errou, digitando-se a tecla C aparece no vídeo em sua parte inferior:

A - Apex
U - Encerra
F - Finaliza

e a imagem já digitada se reconstitue automaticamente. Ao digitar-se a tecla U, a reconstituição da imagem é interrompida naquele ponto. Dessa forma pode-se reconstituir a imagem eliminando pontos que não constituem a imagem desejada.

Aparece na parte inferior do vídeo:

Posicione o cursor
Para continuar D

leva-se o ponto até o último ponto digitado, digita-se D e continua-se a digitação da silhueta do V.E.

III - ANÁLISE DO PROGRAMA.

Depois de ter sido feita a digitação da imagem. O primeiro cálculo que o programa fez foi o do ponto médio na região da valva Aórtica. Este, por construção da imagem do ventrículo esquerdo situa-se entre o ponto inicial e o ponto final da digitação.

Calculado o ponto médio e já tendo sido determinado o ponto do Apex, o programa determina qual o ângulo (θ) formado pela reta que passa pelo ponto médio Aórtico e pelo ponto Apex com o eixo horizontal.

Determinado este ângulo (θ) o programa fez uma translação sobre os eixos X-Y, levando a origem do sistema original que é o canto superior esquerdo do monitor de vídeo, para o ponto médio Aórtico.

No mesmo instante em que foi feita, a translação, também foi feita uma rotação de ângulo (θ), no sentido anti-horário e uma troca na direção do eixo Y dos eixos X-Y do novo sistema.

O objetivo de se ter feito uma translação e uma rotação vem da facilidade de manipulação e da noção geométrica e espacial do modelo do ventrículo esquerdo.

A noção geométrica e espacial citada anteriormente vem da hipótese de que o ventrículo esquerdo é um elipsóide de revolução.

Tomando como básica esta hipótese, existe um eixo por sobre o qual gira uma elipse, formando assim o elipsóide de revolução.

No modelo proposto por Dodge (4) o eixo por sobre o qual gira uma "elipse" na qual se baseia a forma do ventrículo esquerdo é a reta que passa pelo ponto médio Aórtico e a extremidade do Apex.

Com base no modelo descrito por Dodge é que foi feita a translação e a rotação de ângulo (θ) sobre os eixos do sistema original, deixando a imagem do ventrículo esquerdo, nas condições propostas no modelo de Dodge.

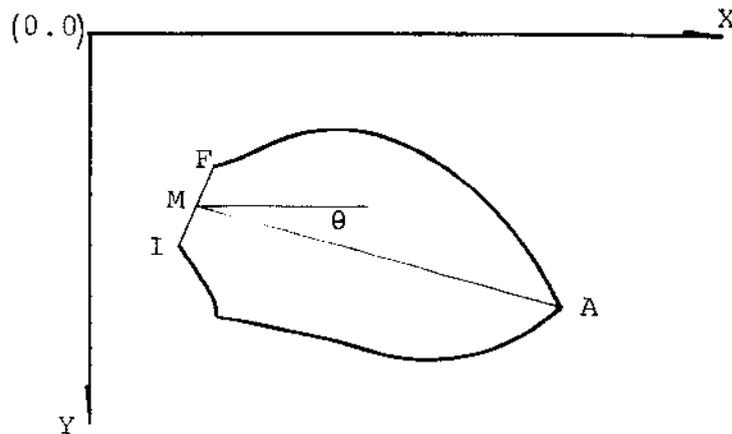


Fig. 0

((fig. 0) imagem depois de digitada. Os eixos X - Y são os que compõem originariamente a página de alta-revolução (I - ponto inicial da digitação; F - ponto final da digitação; A - ponto mais extremo do Apex; M - ponto médio Aórtico; (θ) - ângulo formado pela reta que passa pelos pontos M e A e o eixo - X).

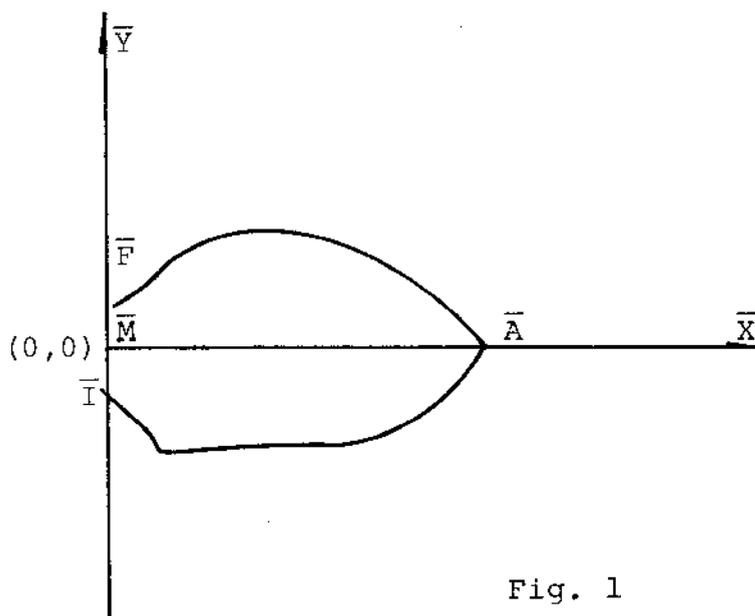


Fig. 1

(fig. 1) imagem depois de ter sido feita a rotação, translação e trocado a direção do eixo $-Y$. (\bar{I} - ponto inicial; \bar{F} - ponto final; \bar{A} - ponto mais extremo do Apex; \bar{M} - ponto médio Aórtico, agora origem de novo sistema de coordenadas; eixo $\bar{X} - \bar{Y}$ novo sistema de coordenadas).

a) Imersões isométricas (10)

Imersões isométricas são aplicações

$$F: X \rightarrow \mathbb{R}^n \quad (X \subset \mathbb{R}^m)$$

que preservam as distâncias, isto é, cumprem

$$|f(x) - f(y)| = |x - y|$$

para quaisquer $x, y \in X$. Uma imersão isométrica é sempre injetiva, pois $f(x) = f(y) \Rightarrow |x - y| = |f(x) - f(y)| = 0$, donde $x = y$.

Uma imersão isométrica $f: X \rightarrow \mathbb{R}^n$, com $f(X) = Y$, chama-se uma isometria de X sobre Y . Sua inversa $f^{-1}: Y \rightarrow \mathbb{R}^n$ é uma isometria de Y sobre X .

As translações $T_a: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$, são exemplos particulares de isometrias, definidas com auxílio de um vetor fixo $a \in \mathbb{R}^m$, pondo-se $T_a(x) = x + a$.

De fato, é uma isometria pois

$$|T_a(x) - T_a(y)| = |x + a - y - a| = |x - y|, \quad \forall x, y \in \mathbb{R}^m.$$

Uma transformação linear $A: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$ é uma isometria se, e somente se, é ortogonal, ou seja $\langle Ax, Ay \rangle = \langle x, y \rangle$ para $x, y \in \mathbb{R}^m$ arbitrários, e $\langle \cdot, \cdot \rangle$ produto interno canônico definido como $\langle x, y \rangle =$

$$= \sum_{i=1}^m x_i y_i, \quad x, y \in \mathbb{R}^m.$$

DEFINIÇÃO. Uma $m \times m$ matriz A , real ou complexa é dita ortogonal

se $A^t A = I$. (6).

Uma matriz ortogonal real é unitária; uma matriz unitária é ortogonal se, e somente se, cada um dos seus elementos é real (9, 13).

As bem conhecidas relações entre as funções trigonométricas mostram que a matriz

$$A_{\theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\operatorname{sen} \theta \\ \operatorname{sen} \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

é ortogonal. Se θ é um número real, então A_{θ} é a matriz, em relação à base ordenada canônica do \mathbb{R}^2 , que é a rotação do ângulo θ . A afirmação de que A_{θ} é uma matriz ortogonal real (logo unitária) significa simplesmente que conserva produto escalar.

Pode-se então afirmar que a operação de rotação de ângulo θ , θ um número real é uma isometria.

Desta maneira, conclui-se que as características da imagem do perfil do ventrículo esquerdo após às operações de rotação de ângulo (0) e translação continuam as mesmas que as do mesmo ventrículo esquerdo digitada inicialmente.

b) FILTRO DIGITAL

Depois de ter sido feita a rotação e a translação da imagem do ventrículo esquerdo o programa utilizou um artifício de modo a "suavizar" a imagem sem perder suas características. A este artifício deu-se o nome de filtro digital.

Este filtro foi dividido em duas partes:

- 1) O filtro aplicado aos pontos do eixo - Y

$$Y_{i-1} = (Y_{i-1} + Y_i + Y_{i+1})/3$$

- 2) O filtro aplicado aos pontos do eixo - X

$$X_{i-1} = (X_{i-1} + X_{i+1})/2 .$$

Os pontos $(x_i, y_i)_{i=1, \dots, n}$ constituem a imagem do ventrículo esquerdo. Ao final da passagem do filtro, tem-se n-1 pontos.

No programa foi utilizado o filtro digital duas vezes consecutivas, isto é, passou-se o filtro por sobre os pontos que formam a imagem original e em seguida nos pontos "filtrados". Ao final deste processo tem-se n-2 pontos que constituem a imagem do ventrículo esquerdo.

O objetivo de se utilizar este filtro foi o de suavizar a imagem, tendo-se em vista a sensibilidade do processo de aquisição de dados da imagem do ventrículo esquerdo através de um digitador.

c) SEPARAÇÃO DOS PONTOS-INFERIORES-SUPERIORES.

Após o processo de rotação e translação, os pontos que representam a imagem do ventrículo esquerdo foram classificados como:

a) SUPERIORES

Os pontos definidos como superiores estariam acima do eixo-X, isto é, $y_i \geq 0$, e formariam o contorno superior do ventrículo esquerdo.

b) INFERIORES

Os pontos definidos como inferiores estariam abaixo do eixo-X, isto é, $y_i < 0$ e formariam o contorno inferior do ventrículo esquerdo.

Isto foi possível devido ao fato da imagem do contorno inferior do V.E. ser côncava para cima ($y_i < 0$) e do contorno superior do V.E. ser côncava para baixo ($y_i > 0$), assim nunca um ponto pertencente

ao contorno inferior será reconhecido como do contorno superior e vice-versa.

Por definição, $MU(X_i, Y_i)_{i=1, \dots, K1}$ e $ML(X_i, Y_i)_{i=1, \dots, K2}$ serão os conjuntos dos pontos superiores e inferiores respectivamente, que representam a imagem do ventrículo esquerdo.

d) AJUSTE POLINOMIAL.

Após a classificação dos pontos superiores e inferiores, foi feito um ajuste polinomial nos pontos superiores e depois nos pontos inferiores utilizando o processo de Mínimos Quadrados Discreto.

Escolheu-se o polinômio de Taylor desenvolvido em torno do ponto do Apex sem termo constante dado o fato de ambas as paredes (inferior e superior) do V.E. possuírem este ponto em comum. Assim o ponto do Apex deve ser uma das raízes deste polinômio. Dessa forma

$$TS_N(X) = \sum_{i=1}^N a_i (X - AX)^i$$

é o polinômio de Taylor de grau N que fará o ajuste polinomial dos pontos superiores e

$$TI_N(X) = \sum_{i=1}^N b_i (X - AX)^i$$

é o polinômio de Taylor de grau N que fará o ajuste polinomial dos pontos inferiores.

Note que:

$$\text{para } X = AX \Rightarrow TS_N(AX) = TI_N(AX) = 0.$$

Desta forma, define-se

$$TS_N(X) = \sum_{i=1}^N a_i (X - AX)^i \quad \text{para } FX \leq X \leq AX$$

e

$$TI_N(X) = \sum_{i=1}^N b_i (X - AX)^i \quad \text{para } IX \leq X \leq AX$$

onde FX é o valor no eixo- \bar{X} do ponto final $F = (FX, FY)$ e IX é o valor no eixo- \bar{X} do ponto inicial $I = (IX, IY)$.

O programa utilizou o Método de Mínimos Quadrados para a obtenção dos coeficientes a_i 's e b_i 's, $i=1$ a N dos polinômios de Taylor superior e inferior, os quais ajustam o conjunto dos pontos superiores $(MU(X_i, Y_i)_{i=1, \dots, K1})$ e o conjunto dos pontos inferiores $(ML(X_i, Y_i)_{i=1, \dots, K2})$, que representam a imagem digitada do

ventrículo esquerdo.

e) MÉTODO DE MÍNIMOS QUADRADOS (9)

Seja uma função dada por $N+1$ pontos $(X_0, Y_0), (X_1, Y_1), \dots, (X_N, Y_N)$ onde $Y_i = f(X_i)$, $i = 0, \dots, N$ com os $N+1$ pontos X_0, X_1, \dots, X_N distintos.

Quer-se determinar um polinômio (a coeficientes reais)

$$P_m(X) = \sum_{i=0}^m a_i x^i$$

de grau no máximo m ($m < N$) tal que

$$(*) \quad Q = \|f - P_m\|^2$$

seja mínimo.

Usando-se o produto escalar:

$$\langle f, g \rangle = \sum_{k=0}^N \langle f(x_k), g(x_k) \rangle$$

a expressão (*) torna-se:

$$\begin{aligned}
 Q &= \|f - P_m\|^2 = \langle f - P_m, f - P_m \rangle = \\
 &= \sum_{k=0}^N [f(x_k) - P_m(x_k)]^2 = \\
 &= \sum_{k=0}^N (Y_k - P_m(x_k))^2 .
 \end{aligned}$$

Seja, por definição

$$y = (Y_0, \dots, Y_N)^T$$

$$p = (P_m(X_0), \dots, P_m(X_N))^T$$

y e p são vetores de \mathbb{R}^{N+1} .

Por outro lado,

$$p = a_0 \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} + a_1 \begin{bmatrix} X_0 \\ \vdots \\ X_N \end{bmatrix} + \dots + a_m \begin{bmatrix} X_0^m \\ \vdots \\ X_N^m \end{bmatrix}$$

Pondo-se

$$u_0 = (1, \dots, 1)^T \quad ; \quad u_i = (x_0^i, \dots, x_N^i)^T$$

$$i = 1, 2, \dots, m$$

pode-se escrever

$$p = a_0 u_0 + \dots + a_m u_m .$$

Se x_0, \dots, x_N são distintos então u_0, \dots, u_m são linearmente independentes.

Então u_0, \dots, u_m geram \mathbb{R}^{N+1} um subespaço vetorial V de dimensão $m+1 < N+1$ (pois $m < N$, por hipótese).

Tem-se que $y \in \mathbb{R}^{N+1}$ e $p \in V \subset \mathbb{R}^{N+1}$ e deseja-se que a distância de y a p seja mínima. Isto ocorrerá quando p for a projeção ortogonal de y sobre V .

Os coeficientes a_i , $i = 0, 1, \dots, m$ do polinômio procurado são dados pelo sistema:

$$\begin{bmatrix} \langle u_0, u_0 \rangle & \langle u_1, u_0 \rangle & \dots & \langle u_m, u_0 \rangle \\ \langle u_0, u_1 \rangle & \langle u_1, u_1 \rangle & \dots & \langle u_m, u_1 \rangle \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \langle u_0, u_m \rangle & \langle u_1, u_m \rangle & \dots & \langle u_m, u_m \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle y, u_0 \rangle \\ \langle y, u_1 \rangle \\ \vdots \\ \langle y, u_m \rangle \end{bmatrix}$$

Para a resolução do sistema acima, o programa usa o método de eliminação de Grauss (3), (9).

IV CALIBRAÇÃO

a- Calibração da distorção radiológica

Utilizou-se como fator de correção (fc) para a distorção e magnificação dos raios-X não paralelos, a média das distorções da da por $fc = ((50/PS) + (50/PI)) / 2$ onde 50 é a medida real (mm) entre as esferas de chumbo das placas superior e inferior, visto que o coração humano situa-se na porção média da caixa torácica, na projeção Oblíqua Anterior Direita (OAD).

Esta técnica para calibração da distorção radiológica é utilizada nos exames de cineangioventriculografia de rotina no serviço de Hemodinâmica no InCor.

b- Calibração do vídeo

Em decorrência das características de cada monitor de vídeo quanto a amplificação dos pontos (pixels) e sendo a imagem digitada do V.E. arquivada em unidades de vídeo e seu volume calculado nestas unidades (voxel-unidade de volume do vídeo), viu-se a necessidade de encontrar um coeficiente de proporcionalidade entre os volumes calculados em voxel e em mililitros.

A este coeficiente de proporcionalidade chamou-se de fator de correção do vídeo (fc) e para sua determinação utilizou-se fórmulas já conhecidas para o cálculo do volume, visto que o (fc) é par

ticular para cada vídeo e independe do processo utilizado para sua determinação.

O valor calculado do coeficiente de proporcionalidade para o monitor de vídeo da VIDEOCOMPO modelo 12MV1 foi de $fv = 3.06 \text{ E-}04$ (tabelas I e II).

V CÁLCULO DO VOLUME

Determinado os coeficientes a_i e b_i dos polinômios superior e inferior respectivamente, passou-se ao objetivo principal desta pesquisa, o cálculo do volume do V.E. representados por estes polinômios:

$$TS_N(X) = \sum_{i=1}^N a_i (X-AX)^i$$

e

$$TI_N(X) = \sum_{i=1}^N b_i (X-AX)^i$$

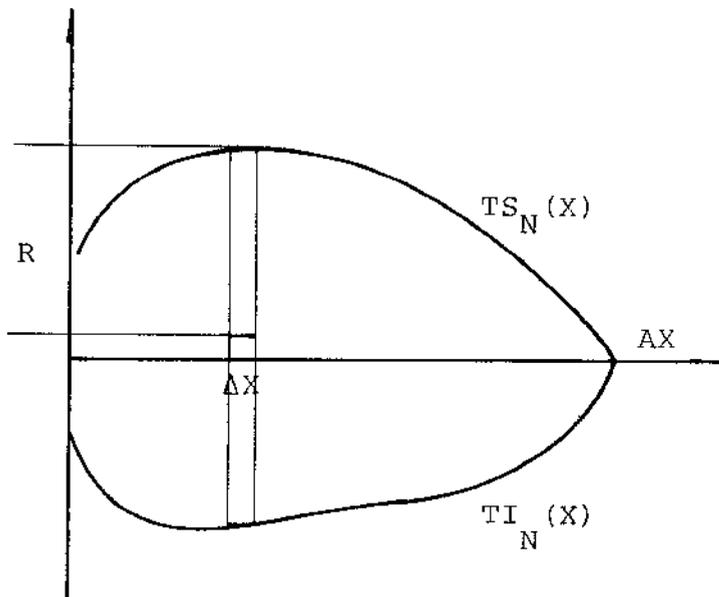


Fig. 3

Temos, da hipótese inicial de Dodge, que a cavidade ventricular esquerda é um elipsóide de revolução, daí, todos os cortes transversais ao eixo principal serem círculos de raio $R=(TS_N(X)-TI_N(X))/2$, como pode ser visto na figura 3.

a- Método das Somas de Riemann

Para determinação do volume do V.E. dividiu-se o semi-eixo maior em 100 partições visto que, em média, este semi-eixo mede em torno de 100 pixels dando uma boa aproximação para o cálculo do volume. Além disso, a diferença no volume observado com partições maiores que 100 não é significativa.

Foi escolhido o Método das Somas de Riemann e não o da Integração Trapezoidal em que está baseado o Método de Chapman pelo seguinte motivo: quando se divide o semi-eixo maior em 100 partições, o volume do cilindro, pelo Método de Somas de Riemann, aproxima-se do volume do tronco de cone do Método de Chapman e col. pois, em média, tanto o cilindro quanto o tronco de cone têm altura aproximada de 1mm, sendo desprezível esta diferença.

b- Método de Integração Analítica

Para a determinação do volume ventricular esquerdo, subdividiu-se o semi-eixo maior da imagem do V.E. em pequenos subintervalos.

Denotam-se os pontos da subdivisão por

$$X_0 = 0,$$

$$X_1 = X_0 + (AX/n),$$

$$X_2 = X_0 + 2(AX/n)$$

⋮

⋮

$$X_n = X_0 + n(AX/n) = AX$$

Introduziu-se a quantidade (AX/n) como a diferença entre os consecutivos X-valores e a notação ΔX (lê-se "delta X")

$$\Delta X = (AX/n) = X_{i+1} - X_i$$

onde o símbolo Δ significa diferença.

Calcula-se o volume da imagem do V.E. somando os volumes dos pequenos cilindros cuja altura será dada por ΔX e o raio por :

$$R_N(X_i) = (TS_N(X_i) - TI_N(X_i)) / 2$$

Desta forma,

$$V_n = \sum_{i=1}^n R_N^2(X_i) \Delta X \quad (\text{Método das Somas de Riemann})$$

Agora forma-se uma sequência de aproximações V_n em que n aumenta indefinidamente, tal que o número de termos em cada soma aumenta, com cada um dos termos $R_N^2(X_i) \Delta X$ aproximando-se do 0 (zero) pois $\Delta X = (AX/n)$.

Logo, quando n aumenta, esta soma tende ao volume V da imagem do V.E.

$$V = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{i=1}^n R_N^2(X_i) \Delta X \right) = \int_0^{AX} R_N^2(X) \, dX$$

Então define-se o Método de Integral Analítica como sendo o limite das Somas de Riemann.

B - COMPROVAÇÃO DA PRECISÃO DO SISTEMA.

Uma vez otimizado o sistema, passou-se a avaliação da validade e comparação da precisão do mesmo. Para isto, foram feitos moldes do V.E. de corações provenientes do I.M.L. Estes moldes apresentam volume da cavidade anatômica comparável à de corações em vida. (FIG. A)

O preparo dos moldes dos corações provenientes do I.M.L. foi baseado na técnica proposta por Shimazaki e Col. (12) modificada. O formol foi utilizado para fixar o coração de tal modo a evitar de formações da cavidade durante o processo de endurecimento da borracha de silicone. A mistura de borracha de silicone e contraste radiológico (Hypaque M-76[®]) foi escolhido por não ser quebradiça como o Vinilite e mostrar em detalhes a superfície interna do V.E.

O Hypaque M-76[®] foi utilizado por ser uma solução aquosa facilmente misturável com a borracha de silicone e por existir com facilidade, como resto dos exames cineangiográficos, no serviço de Hemodinâmica do Instituto do Coração da F.M.U.S.P.

Os volumes reais dos moldes foram calculados baseado no

Princípio de Archimedes ou método de deslocamento onde o volume do molde é o mesmo do volume de água deslocado, quando este é posto dentro da proveta.

O erro experimental da proveta era de ordem de 6ml depois de calibrada, erro este que corresponde a 1mm do papel milimetrado usado na calibração. Tendo em vista a não visualização de medidas inferiores a 0.5mm, com precisão, admitiu-se em erro experimental de ± 1.5 ml na determinação do volume do molde pelo Princípio de Archimedes (tabela III).

Estes moldes de volume conhecido foram filmados em um aparelho de cineangiocardiografia do InCor, utilizando-se o campo de 9 polegadas, para se evitar as distorções esféricas que ocorrem nos 10% do campo circular do intensificador. (FIG. B)

Para o posicionamento do molde utilizou-se uma caixa de 25cm de altura que corresponde, em média, à espessura torácica dos adultos, em projeção OAD, ajustando-se a posição do molde no meio da caixa.

Sob controle radioscópico movimentou-se o molde até a obtenção de imagens semelhantes às do V.E. dos pacientes durante a cineangiocardiografia, em OAD, onde são feitos habitualmente os cálculos de volume.



FIG. A - FOTO DO MOLDE - Ex. 13



FIG. B FOTO DA IMAGEM ANGIOGRÁFICA

MOLDE DA CAVIDADE VENTRICULAR ESQUERDA EQUIVALENTE
A UM CORAÇÃO EM DIÁSTOLE



FIG. A - FOTO DO MOLDE - Ex. 2



FIG. B - FOTO DA IMAGEM ANGIOGRÁFICA

MOLDE DA CAVIDADE VENTRICULAR ESQUERDA EQUIVALENTE
A UM CORAÇÃO EM SISTOLE



FIG. A - FOTO DO MOLDE - Ex. 12



FIG. B - FOTO DA IMAGEM ANGIOGRÁFICA

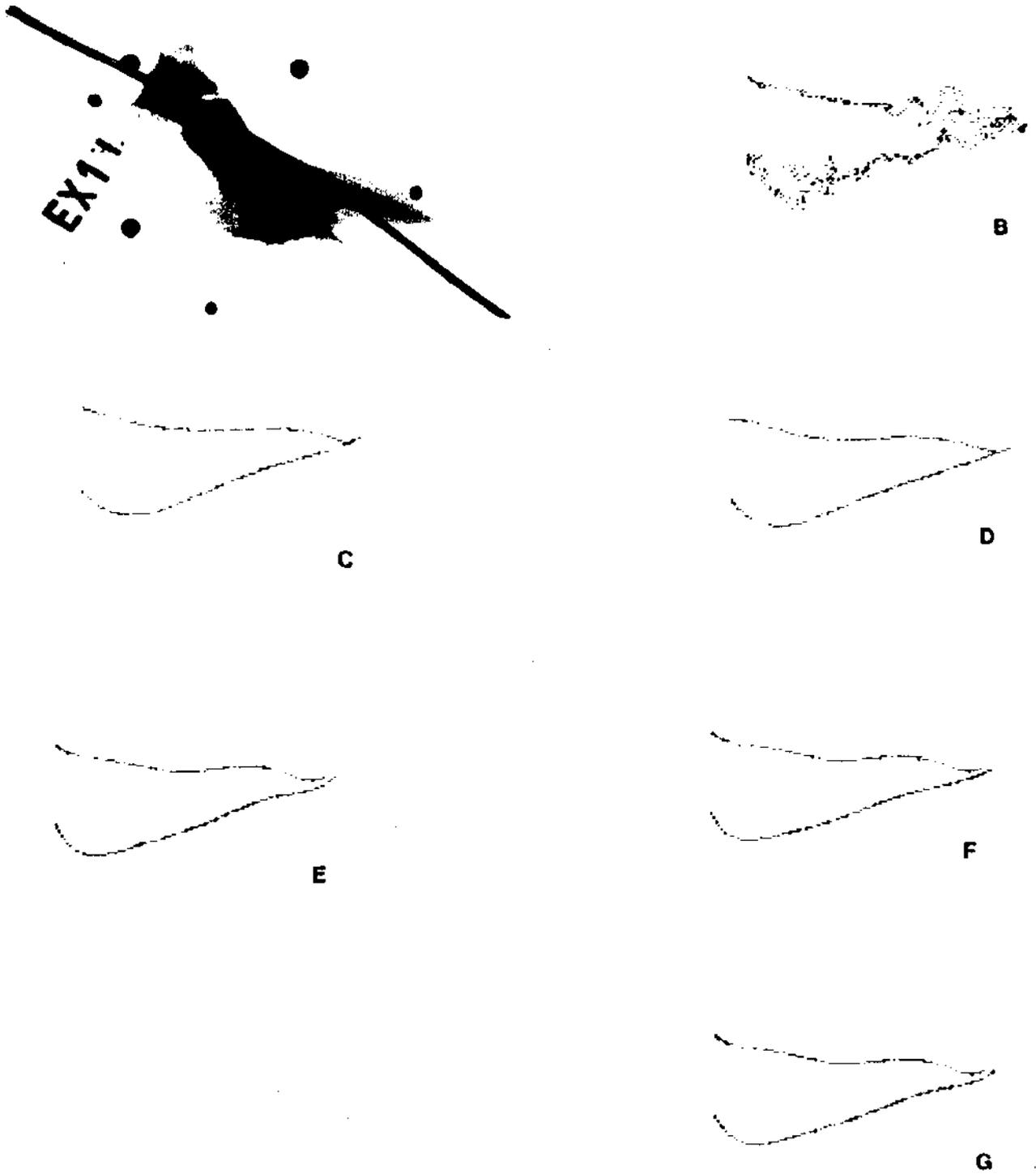
MOLDE DA CAVIDADE VENTRICULAR ESQUERDA EQUIVALENTE
A UM CORAÇÃO NO INÍCIO DO ESVAZIAMENTO SISTÓLICO

Uma vez conseguido a posição anatômica dos moldes, foram colocadas as duas placas com pequenas esferas de chumbo que permitem calcular a distorção da imagem produzida pelos raios divergentes da ampola de raio-X. Estas placas são as mesmas utilizadas nos exames de rotina no InCor e são colocadas na face posterior e anterior do tórax durante cineangioventriculografia.

O coração posicionado é mantido pelas esferas de isopor a meia distância entre as placas de modo que a distorção da imagem do molde seja a média das distorções das placas colocadas em baixo e em cima da caixa. Assim, através da imagem das esferas de chumbo projetadas junto com a imagem do molde pode-se calcular a dimensão real desta última.

Pelos filmes cineangiográficos dos moldes foram calculados os respectivos volumes pelo Método das Somas de Riemann e da Integral Analítica seguindo o mesmo procedimento descrito na parte inicial da Metodologia. Tais volumes podem ser observados nas tabelas VA, VB, VC, VD e VE com seus respectivos resíduos relativos. Tais tabelas correspondem a cada um dos ajustes polinomiais feito na imagem digitada do molde do V.E. fig. IV e V.

FIGURA IV - PROCESSAMENTO DA IMAGEM.

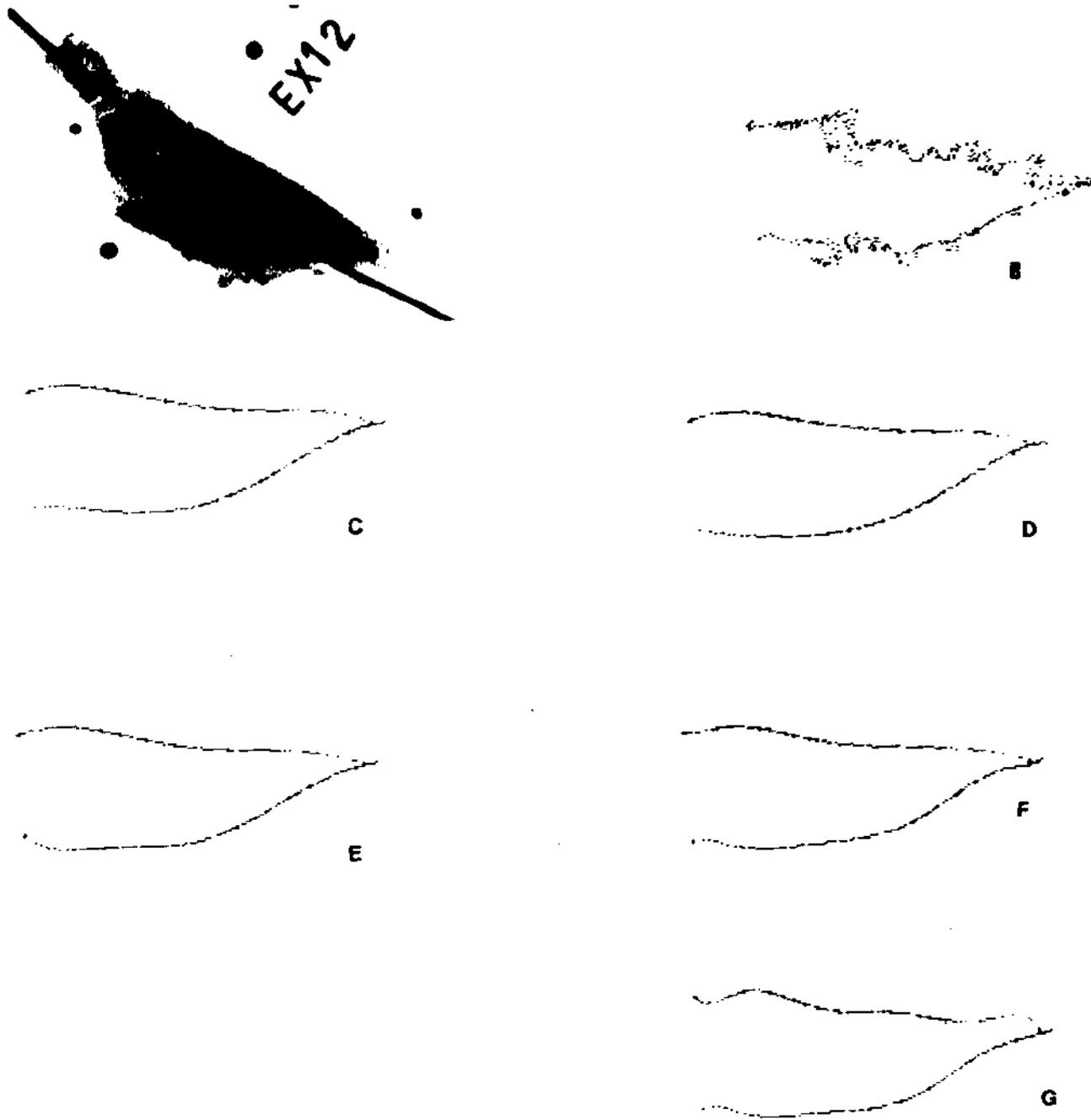


A - Desenho da imagem projetada

B - Imagem após filtro digital

C, D, E, F, G - Imagens após ajuste polinomial de 4°, 5°, 6°, 7° e 8° Graus respectivamente.

FIGURA V - PROCESSAMENTO DA IMAGEM.



A - Desenho da imagem projetada

B - Imagem após filtro digital

C, D, E, F, G - Imagens após ajuste polinomial de 4º, 5º, 6º, 7º e 8º Graus respectivamente.

Para verificar a validade destes volumes calculados comparou-se estatisticamente estes com os volumes reais onde foi utilizado um modelo de regressão linear.

$$y_i = a + bx_i + e_i$$

onde

y_i = i-ésimo volume calculado pelo Método proposto (Analítico ou de Riemann) $i = 1, 2, \dots, 21$

x_i = i-ésimo volume calculado pelo Princípio de Archimedes (Volume Real)

e_i = erro casual associado a observação y_i

Neste modelo podemos afirmar que quando "a" for igual a 0 (zero) e "b" for igual a 1 (um) teremos $y_i = x_i + e_i$ ou seja o volume calculado será igual ao real.

Os resultados desta análise estão na tabela IV onde observa-se que: as estimativas do parâmetro são próximos de 1; a Hipótese $H_0: a=0$ em todos os ajustes não foi rejeitada. O coeficiente R^2 que mede a proporção da variação total explicada pela regressão é de 99% em todos os ajustes.

Desta forma, os resultados evidenciam que tanto os volumes calculados pelo Método Analítico quando pelo Método de Riemann, em todos os graus considerados no ajuste da imagem do molde do VE, dão uma aproximação aceitável do Volume Real.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O Método proposto neste trabalho, que utiliza um ajuste polinomial, não se encontra na literatura especializada. Ele nos permite calcular o volume da cavidade ventricular esquerda tanto utilizando a Integral Numérica (Método de Riemann) quanto a Integral Analítica (Método Analítico).

Visto que pela Análise Estatística não se pode definir qual dos dois é o melhor método para o cálculo do volume do VE, sugerimos o Método Analítico pois este tem um tempo de processamento inferior ao Método de Riemann. Dentre os diversos graus de polinômios propomos a utilização do Ajuste Polinomial de grau 6, pois este caracteriza melhor as possíveis irregularidades que possam haver nos contornos da imagem do VE acometidos por processos patológicos. A semelhança dos valores obtidos pelos diversos graus dos Ajustes Polinomiais neste trabalho, talvez se deva ao fato de que os corações obtidos no IML eram de indivíduos cuja morte não fora decorrente de nenhuma Cardiopatia, portanto, corações de contornos regulares.

Para trabalhos futuros sugerimos desenvolver um modelo matemático para o cálculo de volume setorial e análise de contração segmentar utilizando-se da sistemática deste trabalho.

Volume do Elipsóide de Revolução.

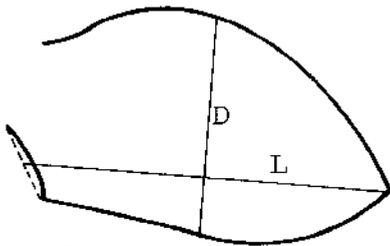
$$V = \frac{\pi}{6} LD^2$$

f = fator de correção da distorção radiológica.

Área da Elipse

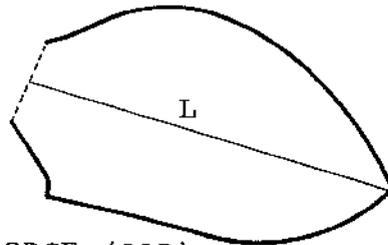
$$A = \frac{\pi}{4} LD$$

- Métodos Angiográficos de medida dos volumes ventriculares.



SNOW

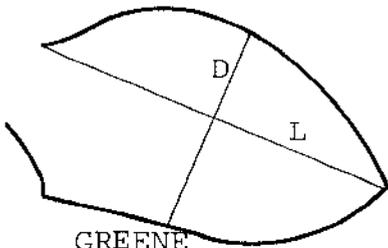
$$V = \left| \frac{\pi}{6} L \times D \times 0.85D \right| f^3$$



DODGE (OAD)

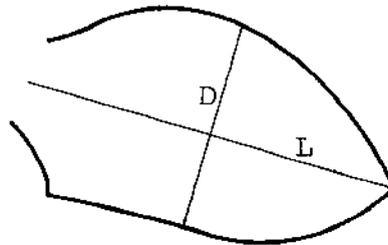
$$V = 0.951 \left(\frac{\pi}{6} D^2 L \right) f^3 - 3,0$$

$$D = \frac{4A}{\pi L}$$



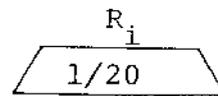
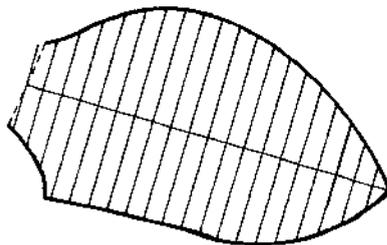
GREENE

$$V = \left| \frac{\pi}{6} LD^2 \right| f^3$$



DERIVADA DE GREENE

$$V = \left| \frac{\pi}{6} LD^2 \right| f^3$$



$$V = f^3 \left[\frac{\pi}{3} \times \frac{L}{20} \sum (R_i^2 + R_j^2 + R_i R_j) \right]$$

Método de medida de volume por integração trapezoidal

REFERÊNCIAS

- [1] BOAK, J.G., BOVE, A.A., KREULEN, T. and SPANN, J.F. (1977): "A geometric basis for calculation of right ventricular volume in man", *Cathet. Cardiovasc. Diag.* 3, 217.
- [2] CHERRIER, F., ETHÉVENOT, G., BEISSEL, J., NEIMANN, J.L.: "Étude comparative de différentes méthodes d'avaluation du volume ventriculaire gauche par angiocardigraphie monoplane" , *Arch. Mat. Coeur.* 70^e année, 1977, n^o 7, pp. 699 à 705.
- [3] DEMIDOVICH, B.P. and MAROM, I.A.; *Computational Mathematics*, (1976), Mir Publishers. Moscow, 277-284.
- [4] DODGE, H.T., SANDLER, H., BAXLEY, W.A. and HAWLEY, R.R. (1966); "Usefulness and Limitation of Radiographic Methods for Determining Left Ventricular Volume". *Am. J. Cardiol.* 18,10.
- [5] FORMANEK, A., SCHEY, H.M., EKAstrand, K.E., VELASQUES, G. , D'SOUZA, V.J. and GLASS, T.A. (1984): "Single Versus Biplane Right and Left Ventricular Volumetry: A Cast and Clinical Study". *Cathet. Cardiovasc. Diag.* 10, 137.

- [6] HOFFMANN, K. e KUNZE, R., Algebra Linear (1976). Livro Técnico e Científico Editora SA, 276-279.
- [7] KASSER, I.S. and KENNEDY, J.W. (1969): Measurement of Left Ventricular Volume in Man by Single - plane Cineangiocardio-graphy", Invest. Radiol. 4, 83.
- [8] LANGE, P.E., ONNASCH., FARR, F.L., MALERCAYK, V., HEINTSEN , P.H., "Analysis of Left and right ventricular size and shape, as determined from human casts. Description of the method and its validation". European J. of Cardiology, 1978, 814-5, 431-448. Eusevier/North Holland Biomedical Press.
- [9] LASARINI, C., FRANCO, N.M.B.; Tópicos de Cálculo Numérico , (1980), Vol. I, 33-45 ; Vol. II, 17-27 - I.C.M.S.C. - USP - Campos de São Carlos.
- [10] LIMA, E.L.; Curso de Análise, Volume 2 (1981). IMPA - CNPq., 22-23.
- [11] SWAN, H.J.C.: "Problems in the Measurement of Ventricular Volumes" - Department of Cardiology - Cedars - Sinai Medical Center - Los Angeles, California, 185-200.

- [12] SHIMAZAKI, Y., KAWASHIMA, Y., MORI, T., BEPPU, S., YOKOTA, K.
Angiographic Volume Estimation of Right Ventricle* , CHEST,
77: 3 MARCH, 1980.
- [13] YANG, S.S., BENTIVOGLIO, L.G., MARANHÃO, V., GOLDBERG, H. :
from Cardiac Catherization Data to Hemodynamic Parameters ,
(1978), (second edition), F.A. Davis Company, Phyladelphia
(1978), pg. 101.