Impgl.

UMA PROPOSTA ALTERNATIVA PARA O ENSINO DE INTRODUÇÃO À LÓGICA MATEMÁTICA

Este exemplar corresponde a redação final da tese devidamente corrigida e defendida pela Sra. Vera Jussara Lourenzi Mühl e aprovada pela Comissão Julgadora.

Campinas, 02 de maio de 1989.

Prof.Dr. Ubiratan D'Ambrósio
Orientador

Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação, UNICAMP, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em ------ Matemática Aplicada.

Observação: Órgãos Financiadores: PICD/CAPES
PADCT/CAPES
UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO

ÍNDICE

MEUS AGRADECIMENTOS

Ao meu prezado orientador, por me dar liberdade permitindo, assim, minha independência e, principalmente, por acreditar que eu posso.

Aos amigos Ocsana Danyluck e Dario Fiorentini que, com afetividade, discutiram e enriqueceram minhas idéias para a realização deste trabalho.

A minha prezada educadora, Maria Fialho Crusius, por ter semeado em mim sementes de preocupação com a educação matemática.

Ao meu querido Eldon Mühl, presença constante no meu desenvolvimento, sempre lendo novos livros, questionando minhas idéias e sugerindo leituras. Com muita paciência discutiu cada idéia que apresento neste trabalho, mostrando o desejo de me ver bem.

A amiga Dora Silvia Guerra Fiorentini, por ter sempre me acolhido com muito carinho.

A todos os meus professores.

A todos os meus alunos.

Aos alunos das duas últimas turmas da Licenciatura Curta de Ciências e às três primeiras turmas da Licenciatura Plena de Ciências, com as quais tive toda a liberdade de experimentar o que propo nho neste trabalho.

A Vera Elizabete Hartmann, minha psicoterapeuta, com muita gratidão, por ser presença persistente, tranqüila, afetiva e, muito mais ainda, ajudando-me a "caminhar" como ser humano num contexto de seres humanos.

Ao Eldon, meu marido, aos meus pais Ângelo e Olívia, às minhas irmãs Rosângela e Maria, ao meu irmão Adão, aos meus filhos Ângela, Leonardo e Vivian, à minha secretária doméstica Elci por terem comigo construído um ninho onde todos os dias, com o calor do amor, a vida se manifesta.

A todos os meus colegas, professores da Universidade de Passo Fundo, especialmente aos do ICEG (Instituto de Ciências Exatas e Geociências).

A Universidade de Passo Fundo, na pessoa do Vice-Reitor Acadêmico Agostinho Both e do Reitor Pe. Alcides Guareschi.

À minha amiga Lúcia Palma, que revisou com atenção esse trabalho.

Ao Jorge Werlang, que se esmerou na datilografia desse trabalho.

RESUMO

Esta dissertação procura sugerir uma forma de trabalhar a iniciação à Lógica Simbólica (matemática), forma essa já experimentada com os alunos da Licenciatura Plena em Ciências que prepara - profissionais para atuarem no ensino de Ciências do 1º grau.

Num processo lento de ação e de reflexão sobre o trabalho em sala de aula, chegamos à proposta que ora apresentamos. Descrevemos aqui essa proposta e registramos as conclusões a que chegamos, as quais são os limites ou os alcances do trabalho proposto. Ela se baseia no processo dialético teoria-prática, onde a modelagem é a estratégia que faz com que o aluno tome consciência do seu modo de pensar a realidade.

Este processo dialético, que faz uso da modelagem, está explicitado na descrição do trabalho. Esta dissertação mostra um trabalho que pode ser a atividade normal de qualquer educador, ou seja, reflexão sobre o processo ensino-aprendizagem em sala de aula.

INTRODUÇÃO

I - COLOCAÇÃO DO PROBLEMA

Desde 1981, temos trabalhado com a disciplina de Lógica Matemática no curso de Licenciatura Plena de Matemática e no de Curta de Ciências. Até 1983, as aulas por nós ministradas seguiam o modelo daquelas pelas quais havíamos passado: conteúdo exposto pelo professor e listas de exercícios para os alunos resolverem. Podíamos notar que muitos dos alunos achavam divertido fazer exercícios de Lógica: era um jogo. Os alunos que não entendiam as regras não conseguiam jogar. Adotamos, desde o começo, o livro "Introdução à Lógica Matemática" de Benedito Castrucci como livro texto. Esse inicia com uma exposição de proposições simples, frases declarativas. A partir delas, - com o uso das operações de conjunção, disjunção, condicional e bicondicional, são feitas proposições compostas. Proposições são simbolizadas (signadas), donde resultam as fórmulas proposicionais, com as quais todo o cálculo proposicional é desenvolvido.

O livro auxiliava-nos. Não tínhamos necessidade de colocar o conteúdo de maneira ordenada no quadro de giz e o aluno, se não - quisesse copiar, sabia que dispunha do livro para qualquer esclarecimento.

Continuar trabalhando com a disciplina de Lógica, desta maneira, era uma situação bastante cômoda. No entretanto, não podíamos mais sustentar a disciplina de Lógica como uma mera aprendizagem de jogo.

Os alunos pareciam captar as interrogações que fazíamos - sobre a mesma. Perguntavam, por que e para que estudar Lógica. As respostas que podíamos dar eram as mesmas que foram usadas para justificar o estudo de Lógica na nossa graduação: "Lógica estuda a forma através da qual são expressos os teoremas de matemática. Além disso, propicia o desenvolvimento da habilidade de raciocinar".

Quando perguntávamos aos alunos que haviam passado pelos cursos de Lógica sobre o que eles tinham levado deste estudo, obtínhamos uma resposta que confirmava as nossas desconfianças sobre as implicações que o tipo de trabalho que vinha sendo realizado nesta disciplina traria. Os alunos diziam haver estudado muito com letras (lembravam V e F) e ter a disciplina ajudado no desenvolvimento do raciocínio. Quando conversamos com alunos que fizeram esta disciplina no período de 81 a 83, ouvia-se deles que "ela era como um jogo". Realmente, trabalhávamos Lógica como se fosse um jogo. Assim nos ocorriam outros jogos que desenvolviam habilidades de raciocinar como, por exemplo, a canastra (buraco). Pensamos que a disciplina de Lógica deveria dar mais aos alunos do que simplesmente desenvolver a habilidade de raciocinar.

Decidimos, então, por adotar outro livro texto para estudar Lógica Matemática. Percebemos, porém, que quase todos seguiam os mesmos moldes do livro de Benedito Castrucci. Em quase nada se diferenciavam, a não ser na maneira de apresentar o conteúdo. Conhecíamos o trabalho de Dienes, que propõe como método de ensino o uso dos "Blocos Lógicos", criado por ele. Durante as férias de verão, resolvemos proceder um estudo detalhado de como esse autor desenvolvia o trabalho inicial de lógica com o uso dos "Blocos Lógicos". Havia, nesta época, uma ênfase muito grande à metodologia que usava material concreto. Ainda, nesse período, o Laboratório de Matemática* desenvolvia várias experiências com uso de material concreto para o primeiro grau, procurando fundamentar-se na teoria piagetiana.

Naquele momento, não havia nada que pudesse fazer questionar o trabalho com os "Blocos Lógicos" na disciplina de Lógica. Estávamos trabalhando com alunos que seriam professores e, por isso, deveriam saber que a criança aprende melhor com o uso de material concreto. O aluno-mestre sairia instrumentalizado para o seu trabalho com os alunos do primeiro grau. Decidimos, então, que o trabalho seria feito com os alunos em sala de aula, quando se iniciasse o semestre. E assim fizemos. Iniciamos o primeiro semestre de 1984 com uma nova maneira de estudar Lógica Matemática, desta feita com o uso do conjunto "Blocos Lógicos".

---

* *Laboratório de Matemática: existe na Universidade de Passo Fundo, vinculado ao Instituto de Ciências Exatas e Geociências, e à Faculdade de Educação, desde 1975. A equipe de professores do Laboratório reune-se semanalmente para estudar, fundamentar e preparar assuntos, conteúdos e fichas de trabalho de interesse comum ligados a busca de melhoria da qualidade do ensino da Matemática, mais propriamente com a educação matemática. A preocupação maior é com o ensino do primeiro grau.*

Inicialmente, o grupo fundamentou-se na teoria de Piaget. Esta teoria tornava-se acessível através da estudiosa Maria Fialho Crusius. Até este ano, 1988, temos a presença ativa da professora Maria como coordenadora do Laboratório.

Os alunos classificavam as peças conforme os atributos e valores (especificações dos atributos) percebidos. Segundo alguns valores, arranjavam o conjunto em subconjuntos, descreviam-nos em linguagem corrente e, simbolizando (signando) estas descrições, obtinham as fórmulas proposicionais com as quais fariam todo o resto do cálculo proposicional, o mesmo que era feito em tempo anterior com aula expositiva e livro texto. Algo mais que no trabalho anterior aqui aparecia: com o uso dos "Blocos Lógicos", os alunos podiam captar o significado das operações de negação, conjunção, disjunção, condicional e bicondicional. Os alunos, geralmente, no tipo de trabalho anterior ao uso dos "Blocos Lógicos", só memorizavam os valores de verdade das fórmulas proposicionais. Por exemplo, quando tinham a fórmula proposicional $p \rightarrow q$ sabiam que era verdadeira ou falsa pela memorização que faziam dos valores de verdade V ou F segundo a tabela-verdade dada a eles, como segue:

p	q	$p \rightarrow q$
v	v	v
v	f	f
f	v	v
f	f	v

Ou memorizando a regra:uma proposição condicional será falsa somente quando o antecedente for verdadeiro e o conseqüente, falso. Não havia necessidade de captar o significado de operação dada pela condicional.

As operações não eram entendidas e eram simplesmente memorizadas, assim como todo o resto do estudo de Lógica era realizado de maneira mecânica.

Podíamos perceber que os estudos de Lógica pouco serviam quando trabalhávamos outras disciplinas de matemática. A forma lógica dos teoremas não era entendida, principalmente daqueles que eram expressos pela condicional ou bicondicional.

Com o uso dos "Blocos Lógicos", o aluno podia desfazer a idéia deformada que possuía sobre a operação de disjunção. Com rara exceção, a disjunção era entendida como inclusiva. Os alunos, no início do trabalho, entendiam a disjunção como sendo exclusiva. A maioria deles reduzia as operações realizadas pela condicional e bicondicional à operação de conjunção.

Percebemos, então, que lidar com símbolos após o conhecimento bem claro do significado das operações era um trabalho fácil e rápido.

Agradava-nos o fato de os alunos não terem que ficar só no memorizar os valores de verdade das fórmulas proposicionais. Trabalhar, porém, com o conjunto dos "Blocos Lógicos" tinha algo que ainda deixava como que soltos os estudos de Lógica. A situação que experimentávamos tinha um toque de artificialismo. Artificial, no sentido de postiço. O conjunto "Blocos Lógicos" e toda a atividade com ele desenvolvida, nos parecia postiços ao processo ensino-aprendizagem que desejávamos. O aluno não trabalhava a forma de expressar o conhecimento que realizava em sua vida cotidiamente. Era como se ele, ao entrar para a sala de aula, esquecesse a vida concreta do dia-a-dia. (Ver Apêndice Nº 1)

Não que todo o postiço não possa trazer benefícios, como trouxeram os "Blocos Lógicos", mas acreditávamos que o estudo da Lógica poderia ser um processo mais enriquecedor do processo de aprendizagem e da própria vida dos alunos, desde que partisse de questões mais específicas de sua realidade vivencial. Chamava-nos a atenção o fato de que, quando queríamos dar significado a alguma fórmula proposicional, os alunos prontamente lembravam as frases declarativas, produto das descrições dos subconjuntos dos "Blocos Lógicos". E quando insistíamos que escrevessem ou falassem sobre qualquer outro conjunto, objeto ou fato, a dificuldade era grande. Parecia-nos que a Lógica, para o aluno, ficara reduzida aos "Blocos Lógicos". Como se Lógica estivesse "naturalmente" presente nos "Blocos Lógicos" e não em qualquer outra realidade. Isso, no nosso entender, é uma deformação que não poderia mais continuar; por essa razão, resolvemos abandonar o uso dos "Blocos Lógicos". Devíamos preservar o que de - bom as atividades realizadas com eles haviam proporcionado: trabalhar com um conjunto manuseável facilita o ato de captar o significado das operações lógicas.

Uma indagação surgia imediatamente após a decisão de abandonar o uso do conjunto criado por Dienes. Que outro conjunto (que não fosse postiço à realidade do aluno) poderia ser usado para introduzir os estudos de Lógica? Ou, se não com conjunto manuseável, como proceder para que o aluno tome consciência da existência das operações lógicas formais e capte o significado dessas?

Pensamos que, na busca de responder estas questões, encontramos uma alternativa para o ensino de iniciação à Lógica Matemática. Esta alternativa é a que pretendemos apresentar nesta dissertação.

II - PERSPECTIVAS DO TRABALHO

Esta proposta tem a intenção de fazer com que licenciandos que irão atuar no primeiro grau tomem consciência da lógica do processo de construção do conhecimento sobre a realidade.

Assim, neste trabalho, a Lógica Matemática é tratada como um dos aspectos do processo de pensar que qualquer indivíduo realiza enquanto tenta apreender sua realidade vivendo ativamente.

Temos que conhecer o significado da Lógica Matemática quando pretendemos estudá-la. Conhecer o seu significado implica tomar conhecimento dos seus limites e dos seus alcances na elaboração do conhecimento.

O processo dialético teoria-prática, próprio da elaboração do conhecimento, segue a sua lógica, a dialética, que carrega em sua estrutura a lógica formal.

É necessário que o aluno se dê conta do seu modo de construir o conhecimento sobre sua realidade. Em dados momentos, em que mínimas modificações ocorrem em uma determinada realidade, o indivíduo pode usar um processo que segue a lógica formal. O real sobre o qual nos detemos a estudar pode sofrer mudanças indeléveis; de manei ra aproximativa podemos investigá-lo e descrevê-lo com a lógica formal. O necessário é que o indivíduo não perca nunca de vista a totalidade da realidade, suas tranformações incessantes.

Outra idéia que tentamos deixar clara é a de que a aprendizagem da realidade é feita por uma lógica dialética e que o produto desta aprendizagem é expresso de modo formal. Este modo formal - tem sido bastante especificado pela escrita; este, ainda, é o jeito mais viável de transmissão do conhecimento para a grande massa da população. O indivíduo que quer conhecer a realidade, ou parte dela, pode usar o conhecimento armazenado, que está escrito, que está gravado.

A elaboração do conhecimento pelo indivíduo segue um ciclo: teoria - ação - reflexão - teoria. Na escola, parece que o admitido é que o ciclo começa sempre na teoria e, então, a escola dá toda a teoria necessária à ação. Aqui não queremos nos preocupar em fixar o início deste ciclo e sim fazer com que o aluno entenda que a todo momento pode realizá-lo quando elaborado o conhecimento sobre a sua realidade - uns conhecendo mais, outros menos, dependendo da vida que levam.

A maneira de trabalhar a Lógica Matemática, assim como - qualquer outra disciplina, exige uma postura política frente à vida, frente à realidade como um todo. Esta postura deve estar presente no educador, pois senão corremos o risco de tomarmos qualquer trabalho acriticamente e de o fazermos de modo puramente formal. Livros são expressões formais; eles devem ser instrumentos na mão de um educador e não tudo o que um professor pode fazer em sala de aula.

É bom dizer que a lógica só ganha sentido quando alguém pensa sua realidade. Vejamos o que afirma Antônio Gramsci (1978) sobre a importância de um raciocínio perfeito para um indivíduo:

> "A forma racional, logicamente coerente, a perfeição do raciocínio que não esquece nenhum argumento positivo ou negativo de certo peso, - têm a sua importância mas está bem longe de ser decisiva, ela pode ser decisiva apenas secundariamente, quando determinada pessoa já se encontra em crise intelectual, oscila entre o velho e o novo, perdeu a confiança no velho e ainda não se decidiu pelo novo, etc." (p.25)

Com esta citação, podemos reafirmar a idéia de que o estudo da lógica só ganha significado quando a estudamos como raciocínio que fazemos ao pensarmos nossos problemas, nossa realidade.

A criança do primeiro grau deve desenvolver sua lógica tentando entender a sua realidade. Não é neste momento que o indivíduo necessita estudar a lógica com a intenção de conhecer seu modo de pensar. Antes de estudá-la, o indivíduo necessita tê-la praticado como sujeito que pensa sua realidade.

III - METODOLOGIA DO TRABALHO

Vivemos, ainda hoje, um período de vida escolar muito longo, onde o aluno recebe, através de aulas expositivas, o conteúdo.

O professor, nesses moldes tradicionais, reduz-se a um mero repetidor de conteúdos. Em geral, adota um livro que ele lê e expõe ao aluno. E assim também, naturalmente, foi feito por muito tempo na disciplina de Lógica Matemática.

Aulas expositivas possuem vantagens e desvantagens; não se desconhece o fato de que há momentos em que se faz necessária uma exposição por parte do professor; não é sempre, porém, que elas devem acontecer no cotidiano da escola. Estas idéias encontram apoio na análise sobre aula expositiva que podemos ler no livro "Técnicas Pedagógicas", escrito por Antônio C. C. Ronca e Virgínia F. Escobar (1982).

O problema seria o seguinte: somente aulas expositivas não é o melhor. Como fazer os estudos de Lógica Matemática em sala de aula, querendo instrumentalizar o licenciando que vai atuar no ensino de 1º grau, e que não seja somente através de aulas expositivas?

Piaget ! Teoria Piagetiana !

O uso de material concreto !

Dienes ! Os Blocos Lógicos de Dienes !

O refletir sobre a Teoria Piagetiana e sobre a proposta de Dienes fez com que, além de aulas expositivas, optássemos por aulas onde o aluno, com o uso de material concreto, redescobrisse conceitos e idéias. Em Lógica Matemática, usamos os Blocos Lógicos de Dienes.

Diante dessa prática com uso dos Blocos Lógicos, surgiram questionamentos, tais como: Por que estudar? O que estudar? Qual o significado de educação? Pareceu-nos, então, que o estudo com Blocos Lógicos não passava de um bonito brinquedo. Com o uso desse material, escondemos o real significado da Lógica Simbólica. Limitamo-nos, simplesmente, a observar a lógica do material utilizado. Nesse caso, ficamos restritos ao uso do material pelo material.

Com este sentimento, foi fácil decidir pela busca do significado da Lógica Simbólica ou Matemática Formal. Fomos aos livros que tratam de Lógica. E aí nos deparamos com a Teoria do Conhecimento. E aí com a Dialética e com sua lógica, a lógica do processo da realidade que está permanentemente em transformação; a lógica do processo de aprendizagem, do processo de quem vive e cria interagindo com a realidade.

É em Ubiratan D'Ambrósio (1985) que encontramos um grande apoio como proposta de ensino através do processo dialético teoria-prática. Nesse processo dialético, sugere a modelagem.

A lógica do processo da realidade em construção nos sugere o modo de trabalhar em sala de aula. Várias idéias adotadas neste trabalho têm fundamento teórico no conteúdo sobre Lógica Dialética e Formal que encontramos em vários autores que escrevem sobre teoria do conhecimento ou bem especificamente sobre a dialética.

No processo dialético teoria-prática, acontece o diálogo entre professor e aluno. De acordo com Ocsana Sônia Danyluck (1988), "para que o diálogo se estabeleça é necessário que haja uma conversa entre as duas partes. Alguém "diz" sobre algo e o outro ouve e emite sua opinião sobre aquilo que está sendo dito". (p.176). Desta maneira, professor e aluno assumem papel ativo na prática educacional.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Quando falamos de lógica, precisamos dizer a qual delas estamos nos referindo - Lógica Simbólica, Lógica Matemática ou, simplesmente, Lógica Formal, ou ainda Lógica Dialética.

Neste trabalho, a Lógica em questão é a Lógica Matemática. É necessário definirmos a Lógica em pauta, deixando claros seus limites, as inter-relações entre ela e as demais lógicas e, ainda, as inter-relações entre ela e o conhecimento que é construído pelo ser humano.

No prefácio de Leônidas Hegenberg (1966), lemos que:

> "No fim do século (XIX) passado, a análise das sentenças, aproximando das matemáticas, foi sendo substituída - por um "cálculo-de-proposições", mais amplo que o anterior e que completou a sua formalização. Por outro lado, o desenvolvimento das matemáticas exigiu uma análise lógica dos seus princípios no sentido de depurá-los de toda falsidade ou redundância. Isto deu lugar ao que se chama hoje de Lógica Simbólica ou Matemática. (...)
>
> A Lógica Simbólica é, desde então, um corpo de doutrina ou uma ciência, pela qual são estabelecidas as leis formais que regem o encadeamento dos raciocínios, desde suas

proposições primeiras até as conclusões". (p. XII, XIII).

Lógica Simbólica e Lógica Matemática são uma mesma Lógica. A Lógica Simbólica difere da Lógica Formal tradicional em método, força e sutileza, porém ambas, em sentido estrito do termo, são lógica, lógica formal. (Cf. Introdução, p. 19, Willard V. O. Quine, 1972).

Sabemos que Lógica Simbólica estuda as leis que regem o encadeamento dos raciocínios desde suas proposições primeiras até as conclusões.

Como foi exposto na colocação do problema, a Lógica Matemática não deve ser estudada meramente como se fosse um jogo, o jogo que o raciocínio é capaz de fazer com idéias quaisquer. Parece que a causa deste fato está em a Lógica Formal ser vista como uma ciência independente de qualquer outra, ou melhor dizendo, por ser tratada sem conhecer seus limites, seu devido lugar na elaboração do conhecimento.

Álvaro Vieira Pinto (1979), em seu livro Ciência e Existência, discute sobre o lugar da Lógica Formal na construção do conhecimento.

Vejamos, a seguir, algumas de suas idéias, que ajudam a explicitar este lugar.

> "Somos levados a reconhecer que o processo da realidade, em totalidade, é regido, ou melhor, se ex-

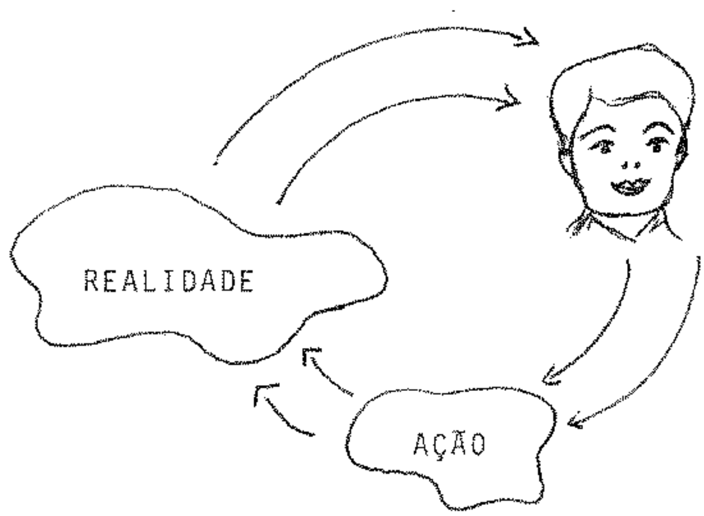
prime na essência, naquilo que fundamentalmente o constitui, por uma só espécie de lógica, e esta, ao nosso ver, é a denominada dialética". (p.162).

E ainda:

"Se, porém, a lógica objetiva é dialética, ou, noutras palavras, se a dialética é a expressão da legalidade e racionalidade do mundo natural, não deixa de ser verdade que a dialética - se exprime em termos formais, o que engendra outra modalidade de lógica, eficaz em suas conclusões, na aplicabilidade corrente dos conceitos e métodos formais à vida prática, no domínio empírico e imediato de natureza pelo homem, e mesmo na interpretação relativa de muitos e variados fenômenos, seguindo a maneira em que habitualmente procedem as ciências estabelecidas" (p.163).

Nestas afirmações, temos a origem da Lógica Formal, sua aplicabilidade e seus limites no processo de investigação do real. O processo de elaboração do conhecimento sobre o real é feito através da Lógica Dialética que em sua estrutura inclui a Lógica Formal.

O indivíduo está permanentemente estabelecendo a relação dialética teoria-prática, como representa U. D'Ambrósio (1986) através do modelo abaixo:



(p.38)

O indivíduo, com as informações (teoria) que possui, orienta sua ação sobre a realidade, retira informações desta ação sobre a realidade ampliando o corpo de sua teoria sobre o real. Essa teoria ampliada leva o indivíduo a praticar uma nova ação ou uma ação de melhor qualidade sobre a realidade.

As idéias resultantes deste processo são expressas de maneira formal. Todo o conhecimento vai sendo organizado para que possa servir para melhorar a ação de qualquer indivíduo sobre a realidade. Quando alguém resolve usar este conhecimento, deve ter consciência de que o real está permanentemente em transformação. O conhecimento já elaborado e expresso será, no máximo, aproximado do real que num determinado momento se deseja conhecer.

O conhecimento, já elaborado, deve ser instrumento que auxilie a quem quer conhecer a realidade. A ciência tem sido tomada como "a verdade". Com isso, parece que, além dos cientistas, os demais indivíduos não necessitam pensar a vida que vivem: é só tomar as verdades das ciências e pô-las em prática. A escola, geralmente, tem transmitido esta idéia. O aluno, enquanto "estuda", está se instrumentalizando para a vida. Quer dizer, o indivíduo, na escola, deve conhecer e apreender verdades das ciências (só algumas verdades, dependendo da sua especialidade), para depois usá-las na sua vida fora da escola.

A ciência deve ser tomada como uma verdade relativa a um determinado momento, a uma determinada realidade. Se o aluno possui essa visão de ciência então pode assumir seu papel de ser vivente ativo na realidade em que está inserido.

Neste trabalho, a intenção é pensar uma alternativa de atividade em sala de aula para a disciplina de Lógica Matemática ou Simbólica no curso de Licenciatura Plena em Ciências para o primeiro grau. Neste curso, não estamos interessados em aprofundar estudos sobre a Lógica Matemática e sim, entendê-la como um dos componentes do corpo do conhecimento que a humanidade constrói. É mais uma conscientização sobre o processo de raciocinar e de pensar a realidade.

Parece claro que o ensino da Lógica deve ser desenvolvido com vistas à tomada de consciência, por parte do aluno, sobre a origem e aplicabilidade desta ciência. Para que se desenvolva esta conscientização, o aluno - ou cientista? Aluno de curso universitário é um cientista ou é um pré-cientista?! - deverá descobrir a Lógica tentanto ser lógico em seus raciocínios, ou estudando a lógica dos mesmos, enquanto pesquisa, enquanto age, enquanto tenta entender e explicitar a sua realidade.

A respeito disso, vejamos o que afirma Álvaro Vieira Pinto (1979):

> "Uma das atitudes mais inconvenientes no processo de formação cultural do cientista é a que lhe ensina uma metodologia abstrata, numa lógica entendida como ciência por si, uma teoria do pensamento racional desligado da prática da ação sobre a realidade, a qual constitui a única fonte de verdade desses procedimentos, e cuja verificação no curso da pesquisa científica, é a autêntica escola em que se deve formar o pesquisador". (p.357-358).

É lamentável que em nossos cursos universitários pouca coisa de pesquisa seja realizada. O aluno tem recebido um conhecimento pronto e acabado para ocupar quando estiver trabalhando no ramo específico para o qual foi formado. Porém, podemos, na disciplina de Lógica, realizar atividades que permitam ao aluno a conscientização - dos moldes de expressão de idéias que possuem sobre a realidade ou parte dela.

Pelo fato de não realizar trabalhos de pesquisa, que é o indicado para a disciplina de metodologia, deverá o aluno saber que aquilo que diz da realidade são idéias que apreende na sua vivência diária, na sua ação sobre a realidade, na sua inter-relação com a - realidade. No trabalho de Lógica, servimo-nos de uma pesquisa limitada à investigação necessária à vivência diária: idéias sobre salários, sobre preços de alimentos, de remédios, de vestuário, sobre clima, sobre programa de tv, sobre jogos de futebol, sobre as diversas profissões, etc.

Ubiratan D'Ambrósio (1986), em seu livro "Da Realidade à Ação", propõe para o ensino, não só da Matemática, como também de outras disciplinas, a dinâmica da modelagem.

Vejamos, segundo ele, o porquê de se adotar esta dinâmica:

> "... na aprendizagem é essencial que seja preservada a dinâmica da modelagem, mais que o modelo em si. O estado puro e simples de modelos é condicionante e elimina a dialética reflexão-ação que caracteriza a aprendizagem. O modelo em si, estático, não necessita ser aprendido. Ele é utilizável e nessa ação de utilizá-lo, ele é recriado. Na verdade, essa recriação é como tudo, resultado da percepção da realidade, (...), através de um complexo mecanismo de informação que vai do genético ao sensual-emocional. Essa recriação de modelos pelo sujeito, que pode utilizar outros modelos que já incorporados à sua realidade, é que a essência do processo criativo, deveria constituir o ponto focal dos sistemas educativos". (p.51)

A dinâmica da modelagem faz com que o aluno viva constantemente o processo reflexão-ação, o que lhe possibilita "inventar" em sua vida.

A ciência é uma verdade relativa e a forma de expressão - dela, a ciência, é relativa a ela própria. As verdades de um momento podem ser diferentes das verdades de um outro momento, e a expressão das idéias de uma verdade pode ter forma diferente da expressão das idéias de outra verdade.

A Lógica Simbólica é uma ciência que, com certeza, deverá evoluir. Tomá-la como "o modelo" das expressões das idéias é tomá-la como uma verdade definitiva.

Não devemos ser ingênuos a ponto de pensarmos que, nesse momento, os nossos alunos universitários façam a lógica evoluir. - Não podemos esquecer que temos um ensino que não proporciona a conscientização do aluno e, em decorrência disso, não desenvolve a criatividade do mesmo.

Reconhecendo os limites do ensino universitário, a alternativa para disciplina de Lógica Simbólica é fazer com que o aluno se perceba como ser que tem o direito de pensar e dizer suas idéias. A disciplina de Lógica só ganha significado quando o aluno quer ser consciente da forma como expressa suas idéias e de como investiga a realidade, construindo inferências.

Neste trabalho, as idéias fundamentais são as de que o processo da realidade é dialético; que o ser humano, no processo de conhecer a realidade, faz um processo dialético teoria-prática, o qual possui uma lógica; que o aluno, enquanto ser humano, tem o direito de pensar e criar; que o processo de pensar e criar é o legítimo processo de aprendizagem do ser humano; e que uma das alternativas do processo de aprendizagem, em sala de aula, é a dinâmica da modelagem.

DESCRIÇÃO DO TRABALHO

A Lógica Matemática ou Simbólica deve ser reconhecida pelo aluno do terceiro grau como uma ciência que faz parte do corpo do conhecimento, elaborado pelos indivíduos enquanto vivem ativamente.

A Lógica, apresentada como a ciência que estuda as leis - que regem o raciocínio, deve ser vista, assim como as demais ciências, como um modelo explicativo, como um instrumental na investigação da realidade (de alcance limitado), como uma verdade relativa - que, com certeza, deve sofrer transformações à medida em que é usada na investigação da realidade que, por sua vez, está permanentemente em transformação.

Quine (1972) diz que é certo o avançar da Lógica Matemática quanto a suas aplicações e a sua ampliação.

Vejamos:

> "La Lógica Matemática ha sido ya aplicada, pero es seguro que sus más importantes aplicaciones no han tenido lugar. No hay que medir la utilidad de una teoria solamente em términos de la aplicación de técnicas prefabricadas a problemas preformulados, sino que debemos dejar que las necesidades de aplicación mismas, juegen su papel en la

motivación de ulteriores elaboraciones de la teoría". (p.26).

É como acontece com qualquer conhecimento. Pelo processo dialético teoria-prática, o conhecimento vai sendo reformulado e ampliado.

Um pensar crítico sobre a elaboração da Lógica Matemática pode ser realizado enquanto o aluno toma consciência de como expressa suas idéias sobre a realidade.

O trabalho que aqui é apresentado é a atividade desenvolvida no curso de Ciências, onde cada aluno descreve parte da realidade e discute a forma de descrever, a forma de expressar as idéias que possui sobre a realidade.

Antes de proceder à descrição da realidade ou de parte dela, o aluno terá que fazer necessariamente a classificação dos elementos, dos fatos ou dos objetos que a compõem.

Joel Kupperman e Arthur S. McGrade (1973) dizem acerca da classificação, o seguinte:

> "Las clasificaciones que una persona hace suministran a esa persona el aparato básico de - pensamiento. El que clasifica de modo pobre es - probable que piense de modo confuso. Por el contrario, aquel cuyas clasificaciones son claras, exactas y flexibles, posse una excelente base de partida para sus conclusiones". (p.238).

As descrições e as inferências que um indivíduo faz depende da qualidade das classificações. Classificar bem ou mal depende de toda uma vida, de todo um processo de aprendizagem.

A primeira atividade que realizamos em sala de aula é a de fazer classificações dos elementos de um conjunto manuseável confeccionado pelos alunos. Quando o aluno pensa na construção de um determinado conjunto, ele estrutura, em sua mente, um conjunto reconhecendo os atributos de cada elemento do conjunto. E, então, a tarefa de classificação é simplesmente a tarefa de organizar os elementos segundo os atributos considerados. (Ver Apêndice Nº 1).

Com o conjunto organizado segundo as classificações dos elementos, pede-se ao aluno que faça a descrição do conjunto ou dos subconjuntos do mesmo.

Algumas descrições:

Por exemplo,

1º) de um conjunto de frutas

a) as frutas são vermelhas, verdes ou amarelas;

b) as frutas são ácidas ou não ácidas;

c) as frutas vermelhas são ácidas e pequenas.

2º) de um conjunto de pessoas

a) as pessoas são pretas ou são brancas;

b) as pessoas são estudantes ou operárias;

c) as pessoas pretas são estudantes e operárias.

Na descrição dos conjuntos, os alunos dispõem as peças sobre a mesa com uma determinada organização, a qual já nos referimos anteriormente. A organização dos elementos do conjunto é tarefa necessária para que se proceda a descrição do conjunto ou de partes desse.

Aqui podemos usufruir da idéia de dinâmica da modelagem que Ubiratan D'Ambrósio, em seu livro "Da Realidade à Ação" (1986), sugere como estratégia de ação no ensino de Matemática ou no ensino de qualquer outra disciplina. (Cf. p.51).

Quando D'Ambrósio, no capítulo 6 deste seu livro, coloca a questão "Por que ensinar Matemática?" e logo depois "Como ensinar Matemática?" é automática a transposição dessas mesmas questões para a Lógica Matemática, como seria para qualquer outro conhecimento sobre o qual se tivesse interesse em trabalhar. O como ensinar está condicionado ao por que ensinar, como afirma D'Ambrósio.

A Lógica Matemática é a ciência que estuda as leis do raciocínio. Esse raciocínio que é feito sobre a realidade. É na ação sobre a realidade que o indivíduo raciocina. Raciocina relacionando idéias que possui com o fato novo a que se dirige quando quer investigá-lo.

Estamos aqui pensando uma forma de trabalhar a disciplina de Lógica em sala de aula. Mesmo não se tendo visão clara de todo o processo de construção do conhecimento, pode-se ter clareza de algumas partes deste processo.

A dinâmica da modelagem, já referida anteriormente, é um dos processos na complexidade dos processos da construção do conhecimento.

O indivíduo conhece a realidade, ou parte dela, e tenta expressar este conhecimento. Há várias maneiras de expressar as idéias que se tem de algo. O desenho, a pintura, a escrita, a fala, a representação com o corpo, são meios de expressar idéias. O desenho, nas várias ciências, é muito importante no auxílio da descrição de certos fenômenos, de certas realidades. O indivíduo esquematiza aquilo do qual quer falar. Com o esquema, fica facilitada a lembrança do fato, do fenômeno, da realidade. Com o esquema, o raciocínio fica livre para a descrição do fato, da realidade; fica livre para o estabelecimento de relações entre fatos, entre realidades. A mente ganha em poder, porque não necessita de, a todo momento, pensar o fato, a realidade. Claro que o esquema, com toda certeza, será aproximativo e não conterá a totalidade do que é o real.

Na atividade desenvolvida em sala de aula surge, de maneira bastante espontânea, quando se inicia o trabalho com conjuntos manuseáveis, a esquematização através de diagramas retangulares.

O aluno organiza os elementos do conjunto pela classificação segundo atributos considerados e esquematiza esta organização em diagrama retangular.

Por exemplo, com um conjunto de alunos uma primeira organização aparece assim:

$$\frac{\text{Alunos que trabalham}}{\text{Alunos que não trabalham}} \qquad (1)$$

E num processo de maior organização a seguir vem:

Alunos que trabalham e são professores	Alunos que trabalham e não são professores
Alunos que não trabalham e são professores	Alunos que não trabalham e não são professores

(2)

Os alunos, ao registrarem o conjunto como organizado em (2), esquematizam um diagrama retangular da seguinte forma:

Alunos que trabalham e são professores	Alunos que trabalham e não são professores
Alunos que não trabalham são professores	Alunos que não trabalham e não são professores

(3)

A enumeração das regiões do diagrama retangular pode ser convencionada seguindo o modelo da nossa escrita que fica:

1	2
3	4

No momento em que os alunos registram o conjunto organizado no diagrama retangular de 4 regiões, é conveniente fazer com que leiam alguns subconjuntos e os expressem falando e escrevendo. Isto é um dos exercícios iniciais que fará com que o aluno se desenvolva na prática de conhecer e de expressar o que conhece.

Com a pergunta - "Você pode dizer mais alguma coisa dos elementos do conjunto?" - fazemos com que os alunos procedam a uma nova organização.

Em (3), se o que mais se pode dizer dos alunos é sobre o lugar onde residem, como por exemplo, morar em Passo Fundo, ou em qualquer outro lugar, a organização do conjunto fica da seguinte maneira:

Alunos que trabalham, são professores e moram em Passo Fundo.	Alunos que trabalham, não são professores e moram em Passo Fundo.
Alunos que trabalham, são professores e não moram em Passo Fundo.	Alunos que trabalham, não são professores e não moram em Passo Fundo.
Alunos que não trabalham, são professores e moram em Passo Fundo	Alunos que não trabalham, não são professores e moram em Passo Fundo.

(4)

Alunos que não trabalham, são professores e não moram em Passo Fundo.	Alunos que não trabalham não são professores e não moram em - Passo Fundo.

O esquema dispensa o conjunto físico, embora, em certos momentos, seja conveniente voltar a ele, para lembrar certos detalhes. O aluno passa a descrever o conjunto dirigindo-se ao esquema deste.

O aluno descreve o conjunto e seus subconjuntos em linguagem corrente. Isso não é problema enquanto o número de declarações considerados é pequeno. Quando o número de declarações aumenta, a descrição fica extensa e o aluno, naturalmente, começa a usar a abreviação da escrita, a signação ou simbolização desta.

Conjunto, subconjuntos, realidade ou parte dela são descritos. A descrição é a colocação daquilo que é conhecido pelo indivíduo que investiga a realidade, que faz uma ação sobre a realidade. Quando queremos voltar sobre uma mesma realidade, podemos usar as informações obtidas anteriormente. O nosso raciocínio opera sobre essas informações. Operar sobre dados em linguagem corrente não é o melhor. Nossa mente não capta num todo a expressão lógica da combinação dos dados obtidos da realidade. Enquanto raciocinamos, se os dados estão expressos em linguagem corrente, perdemos em capacidade mental, tendo que abstrair a todo momento a forma lógica das expressões. Além disso, podemos nos deixar influenciar pelo signifi cado que as palavras carregam, dependendo do uso que se faz delas.

A simbolização permite a percepção clara das relações lógicas existentes entre dados relativos a um fato, ou a um problema qualquer. Com a forma simbolizada de um problema, mais facilmente podemos aplicar as leis da lógica na busca de alternativas de solução.

Muito do que é dito nestes dois últimos parágrafos encontra respaldo no livro "Lógica Simbólica" de Leônidas Hegemberg - (1966, 42 e 43) e no livro "Fundamentos de Lógica", de Joel Kupperm e Arthur McGrade (1973, 131).

A seguir, colocamos um exemplo de como o aluno procede até chegar à descrição de subconjuntos em linguagem simbólica. Tomemos um conjunto de alunos, uma turma da Licenciatura Plena em Ciências para o primeiro grau.

Se considerarmos os atributos "trabalhar" e "ser professor", podemos fazer o seguinte esquema:

	Ser professor	Não ser professor
Trabalhar	1	2
Não trabalhar	3	4

(5)

Para descrevermos o subconjunto das alunas que se enquadram na região 1 do diagrama, levando em conta somente os atributos considerados, dizemos:

Trabalham e são professoras.

Consideremos agora quatro atributos:

1. Trabalhar
2. Ser professor(a)
3. Morar em Passo Fundo (cidade onde está a Universidade)
4. Receber ajuda financeira

e façamos a classificação dos alunos. O esquema do conjunto das alunas, organizadas segundo os quatro atributos considerados, fica assim:

	Ser professor(a)		Não ser professor(a)		
Trabalhar					Morar em Passo Fundo
					Não morar em Passo Fundo
Não Trabalhar					Morar em Passo Fundo
					Não morar em Passo Fundo
	Recebe ajuda financeira	Não recebe ajuda financeira	Recebe ajuda financeira	Não recebe ajuda financeira	

(6)

O diagrama retangular acima tem a seguinte enumeração:

1	2	5	6
3	4	7	8
9	10	13	14
11	12	15	16

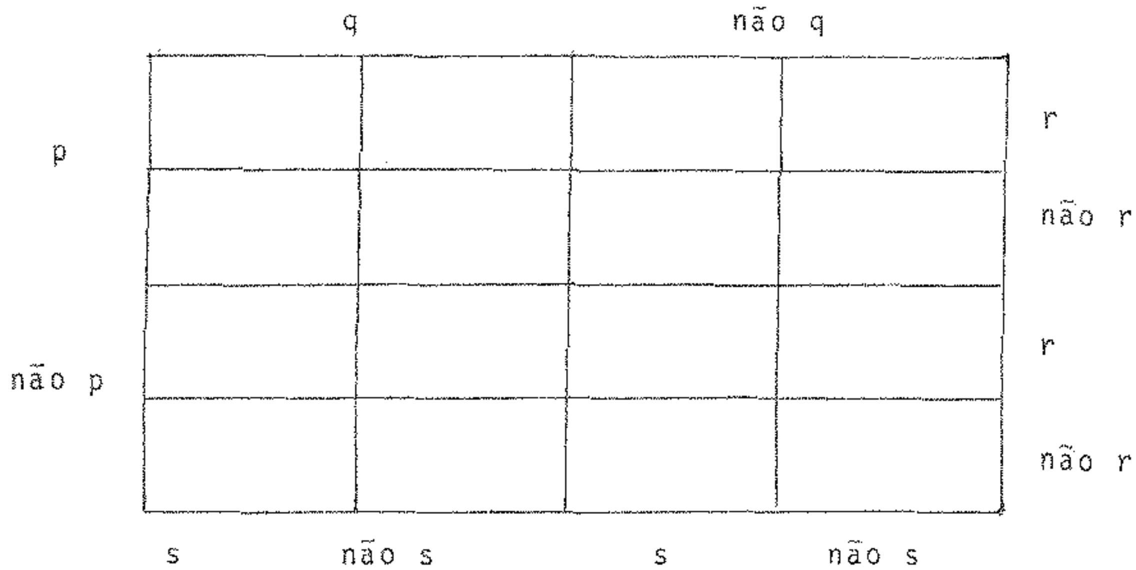
(7)

Para descrever o subconjunto dos alunos que se enquadram - na região 16, dizemos:

Não trabalham, não são professores(as), não moram em Passo Fundo e não recebem ajuda financeira.

Tanto na esquematização como na descrição de subconjunto, quando o número de atributos considerados é grande, fica um tanto demorado o trabalho.

Se simbolizamos os atributos como "p" para trabalhar, "q" para ser professor(a), "r" para morar em Passo Fundo, e "s" para receber ajuda financeira, o diagrama 6 fica assim:



(8)

E a descrição da região 16, assim:

Não p, não q, não r e não s.

Podemos, por exemplo, expressar o fato da desistência dos estudos universitários da seguinte maneira:

Se não p, não q, não r e não s, então não t, onde t simboliza continuar estudos em 1988. As letras p, q, r e s são o mesmo que no diagrama (8).

Estes dados podem ser tomados na busca de alternativas para o problema da desistência dos estudos universitários.

Se isto e isto e isto, e .... acontece, então podemos fazer o quê?

Quando o aluno fez todo o processo até chegar em (8), podemos informar a simbolização de proposições usadas por diversos autores de Lógica.

Autores como Bärbel Inhelder e Jean Piaget, 1976; Edgard de Alencar Filho, 1973; Benedito Castrucci, 1973; usam como símbolos, no cálculo proposicional, as letras p, q, r, s, t ....

Willard Van Orman Quine, 1940, usa como símbolos as letras x, y, z ou as letras ϕ, ψ, χ.

Outros autores usam ainda as letras maiúsculas do nosso alfabeto, como a seqüência A, B, C, D .... ou, a seqüência P, Q, R, S, ...

Informada a convenção dos símbolos, a classe adota uma delas. Há uma nítida preferência pela seqüência p, q, r, s ....

Para qualquer fórmula proposicional composta de duas letras, o diagrama retangular terá sempre a seguinte organização:

	q	não q
p		
não p		

(9)

Para qualquer fórmula proposicional, composta de três letras, o diagrama terá sempre a seguinte organização:

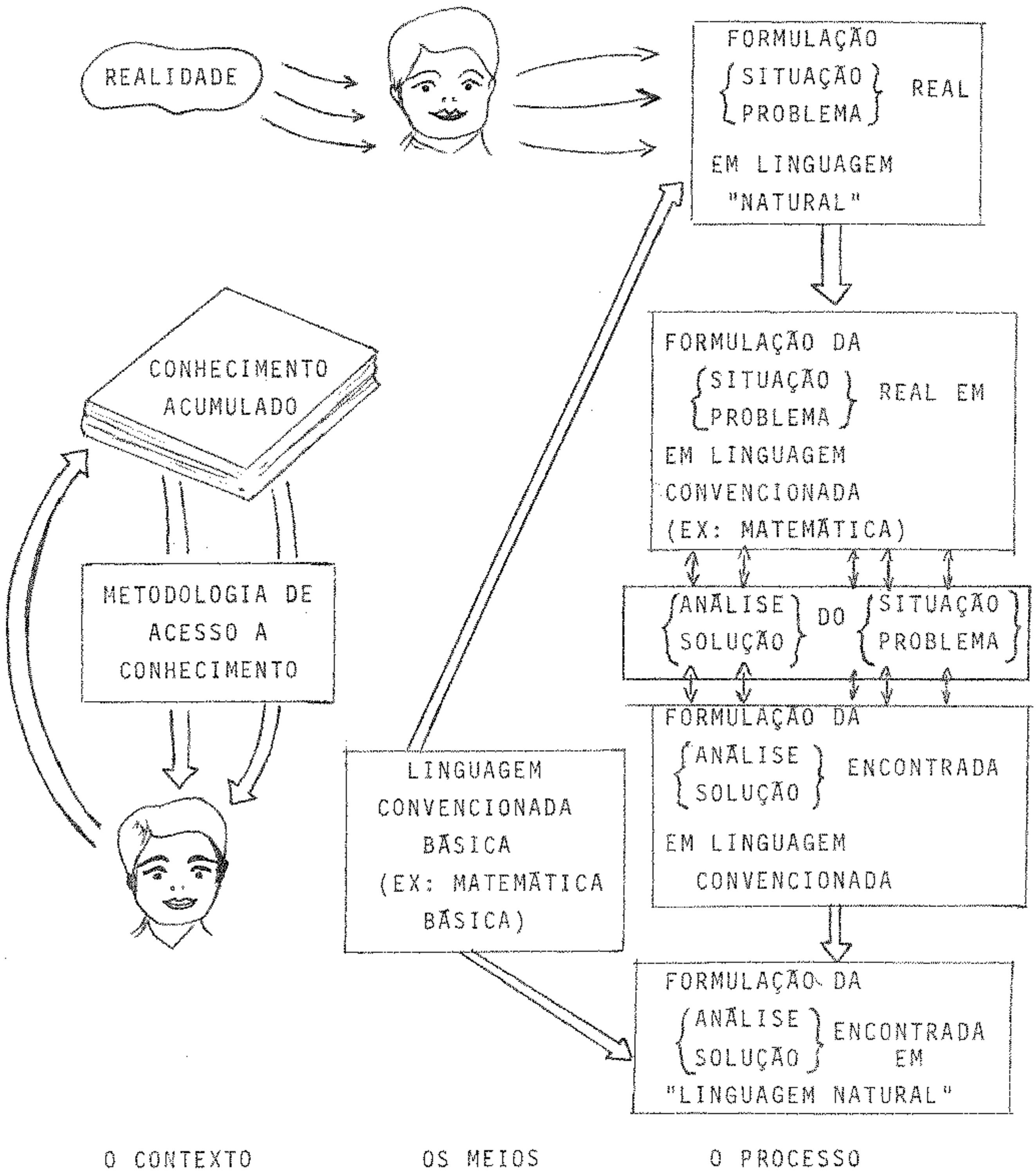
	q	não q		
p			r	
			não r	(10)
não p			r	
			não r	

Para qualquer fórmula proposicional composta de quatro letras, o diagrama terá sempre a organização como em (8).

Com esta organização em diagramas retangulares, os alunos passam a descrever o conjunto e os subconjuntos em linguagem simbólica, embora, no início ainda necessite escrever em linguagem corrente para depois em simbólica. O aluno necessita, a todo momento, entender o significado dos símbolos que usa.

Tomemos a esquematização do processo de modelagem dado por D'Ambrósio (1986,66):

MODELOS


REALIDADE
FORMULAÇÃO {SITUAÇÃO PROBLEMA} REAL EM LINGUAGEM "NATURAL"
CONHECIMENTO ACUMULADO
FORMULAÇÃO DA {SITUAÇÃO PROBLEMA} REAL EM LINGUAGEM CONVENCIONADA (EX: MATEMÁTICA)
{ANÁLISE SOLUÇÃO} DO {SITUAÇÃO PROBLEMA}
METODOLOGIA DE ACESSO A CONHECIMENTO
FORMULAÇÃO DA {ANÁLISE SOLUÇÃO} ENCONTRADA EM LINGUAGEM CONVENCIONADA
LINGUAGEM CONVENCIONADA BÁSICA (EX: MATEMÁTICA BÁSICA)
FORMULAÇÃO DA {ANÁLISE SOLUÇÃO} ENCONTRADA EM "LINGUAGEM NATURAL"
O CONTEXTO
OS MEIOS
O PROCESSO

Este "mentefato" (mentefato é a palavra usada por D'Ambrósio para significar criação de idéias (1986, p.48), quando para artefatos considera os significado de criação de objetos, criação de coisas) nos orienta sobre o processo do trabalho que aqui estamos apresentando.

Vejamos: onde é colocado Matemática podemos colocar Lógica Matemática sem nenhum problema.

O nosso trabalho, neste momento, está em tomar a realidade, percebê-la em sua organização e esquematizá-la. Fazemos o trabalho em sala de aula com conjuntos manuseáveis, tentando imitar o processo que, mesmo sem consciência, fazemos a todo momento, com maior ou menor amplitude.

Aqui tomamos o problema, o fato ou a realidade e destacamos seus dados na estrutura lógica que lhe é própria, sempre tentando ser o mais fiel possível ao que é real.

Inicialmente, fazemos a descrição do problema do fato ou da realidade em linguagem corrente e, logo depois, a passamos para a linguagem simbólica, a linguagem convencionada da Lógica Matemática ou Simbólica.

O processo de descrição em linguagem corrente e, em seguida, em linguagem simbólica, é experimentado com os conjuntos manuseáveis esquematizados em diagramas retangulares.

Tomando como exemplo o conjunto de alunas como colocado em (2), o aluno passa a descrever todos os 16 subconjuntos do diagrama de quatro regiões. Há várias formas de descrever um mesmo conjunto.

O aluno começa a descrever os subconjuntos em linguagem simbólica. É necessário, como até então não foi colocado, informá-lo sobre o uso de símbolos para os conectadores das proposições simples. Os conectadores que fazem as operações lógicas são "e", "ou", "se .... , então ....", "e" .... se e somente se, e ainda o "não" que faz a operação de negação. Os símbolos para estas operações, adotados neste trabalho, são respectivamente $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$ e $\sim$.

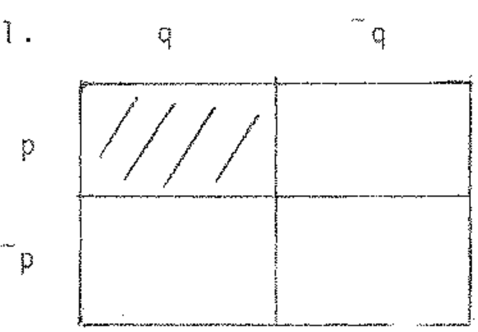
Estes símbolos são usados por Benedito Castrucci em seu livro "Introdução à Lógica Matemática" (1975); por Leônidas Hegenberg, em seu livro "Lógica Simbólica" (1966) e por outros tantos autores.

Quine (1972) usa outros símbolos que, para a seqüência acima, são: $\cdot$, $\vee$, $\equiv$, $\supset$ e $\sim$. Joel Kupperman e Arthur S. Mc Grade (1973) também fazem uso desses mesmos símbolos.

Aqui as descrições serão feitas só com o uso dos símbolos; anteriormente, já fizemos várias delas em linguagem corrente.

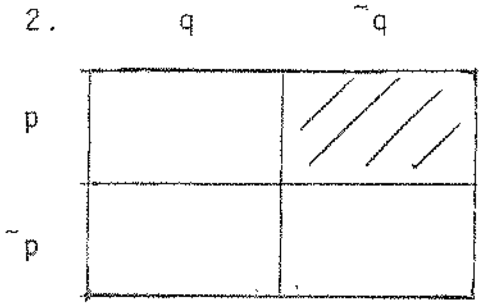
A seguir, colocamos os 16 subconjuntos e algumas das suas descrições:

1.



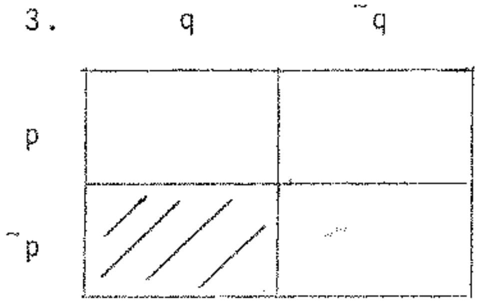
$p \wedge q$

2.



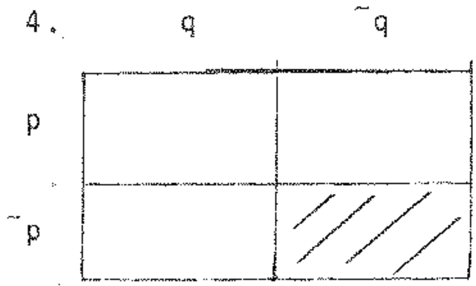
$p \wedge \sim q, \sim q \wedge p$

3.



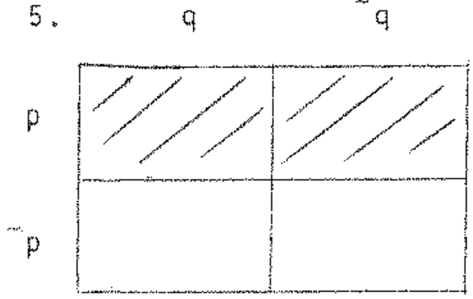
$\sim p \wedge q,\ q \wedge \sim p$

4.



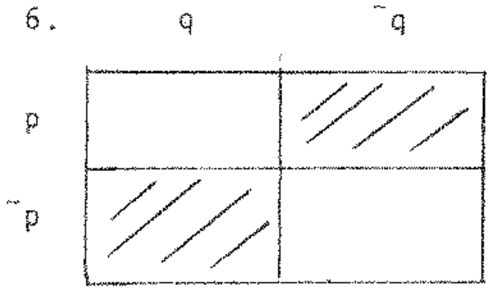
$\sim p \wedge \sim q, \sim q \wedge \sim p$

5.



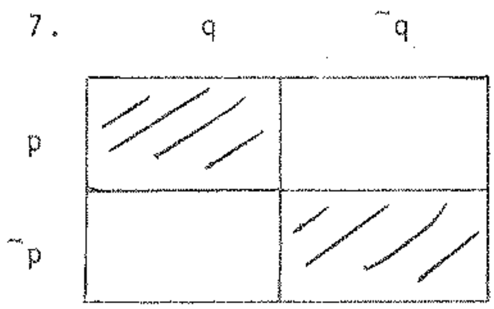
$p,\ (p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)$

6.



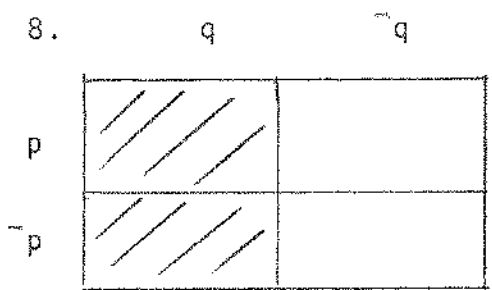
$(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$, $\sim p \leftrightarrow q$, $\sim q \leftrightarrow p$, $(p \rightarrow \sim q) \wedge (q \rightarrow \sim p)$

7.



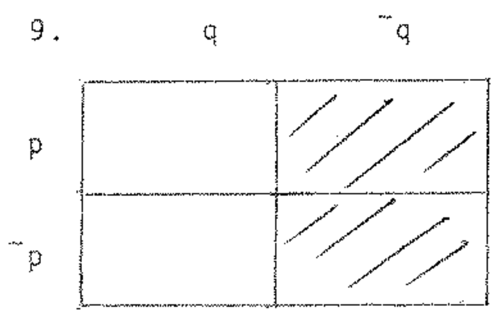
$(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$, $\sim p \leftrightarrow \sim q$, $q \leftrightarrow p$, $(p \rightarrow q) \wedge (\sim p \rightarrow \sim q)$

8.



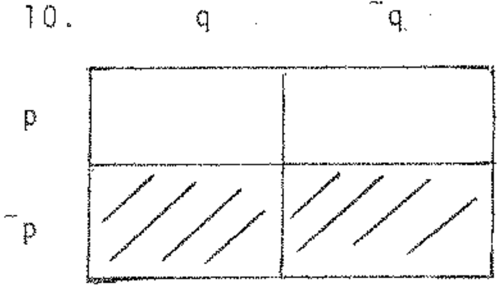
q, $(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge q)$

9.



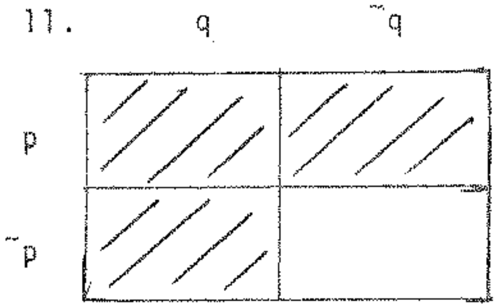
$\sim q$, $(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$

10.



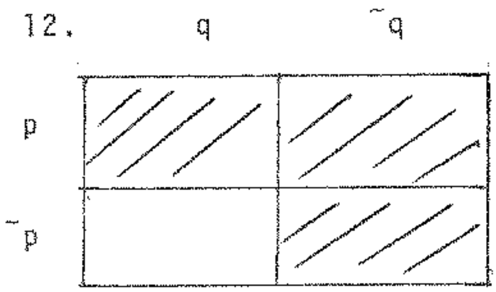
$\sim p$, $(\sim p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$

11.



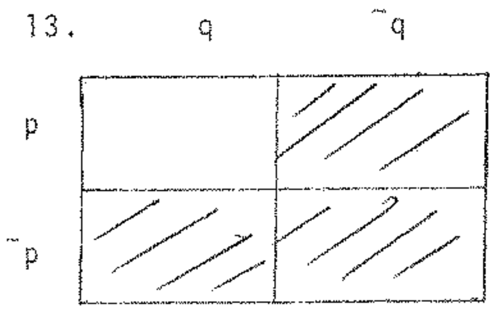
$(p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$, $p \vee q$, $\sim p \rightarrow q$, $\sim q \rightarrow p$, $(\sim p \rightarrow q) \vee (p \wedge q)$

12.



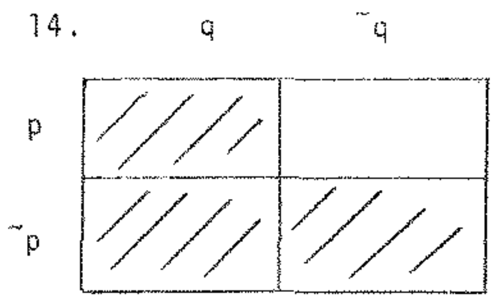
$p \vee \sim q$, $\sim p \rightarrow \sim q$, $q \rightarrow p$

13.



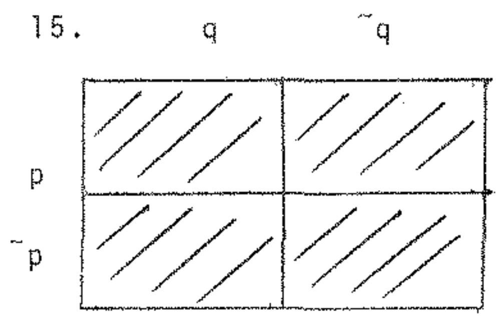
$\sim p \vee \sim q$, $p \rightarrow \sim q$, $q \rightarrow \sim p$

14.



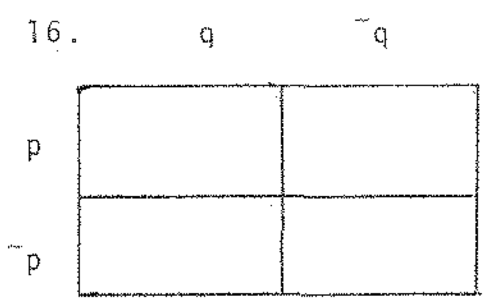
$\sim p \vee q$, $p \rightarrow q$, $\sim q \rightarrow \sim p$

15.



$p \vee \sim p$, $q \vee \sim q$

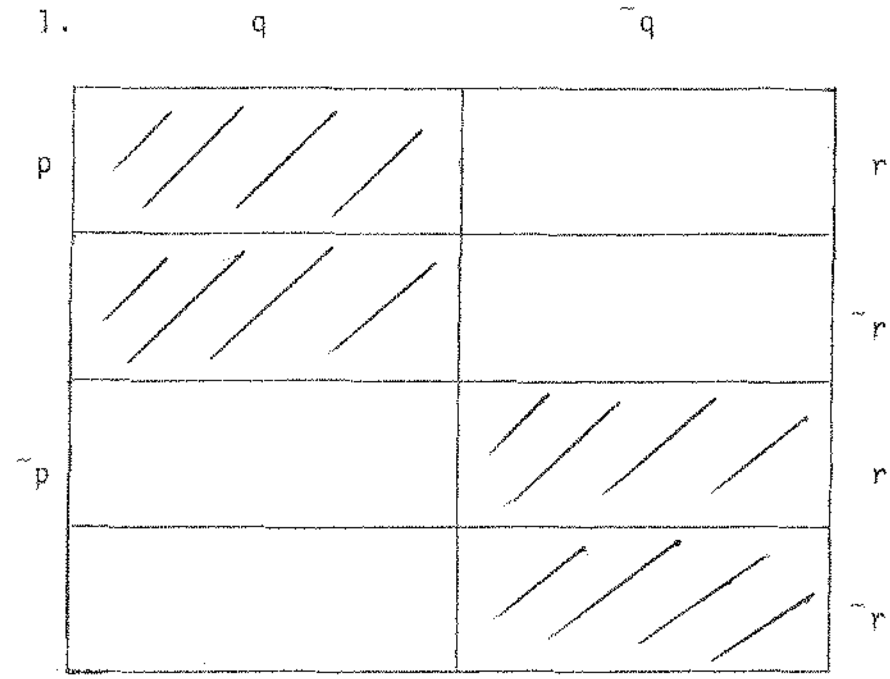
16.



$p \wedge \sim p$, $q \wedge \sim q$

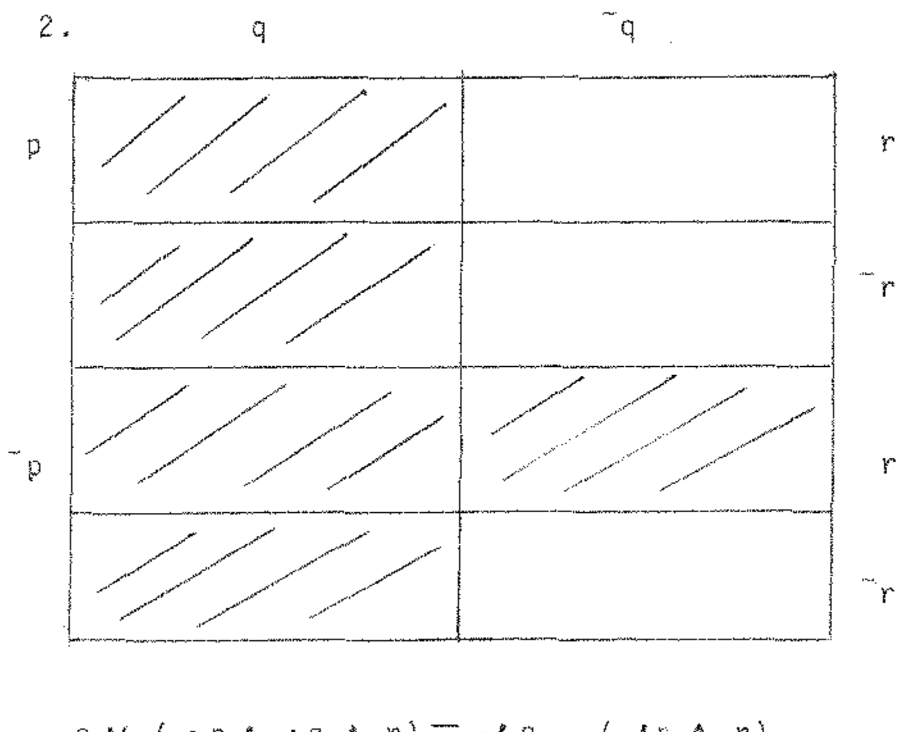
A seguir, colocamos alguns diagramas com 8 e 16 regiões, - dos quais faremos descrições de alguns subconjuntos.

1.



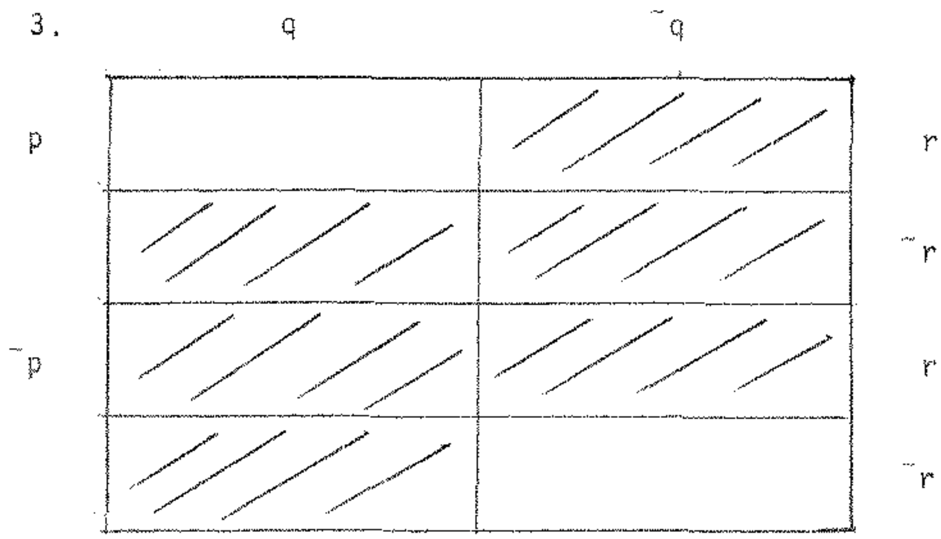
$$p \Leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$$

2.



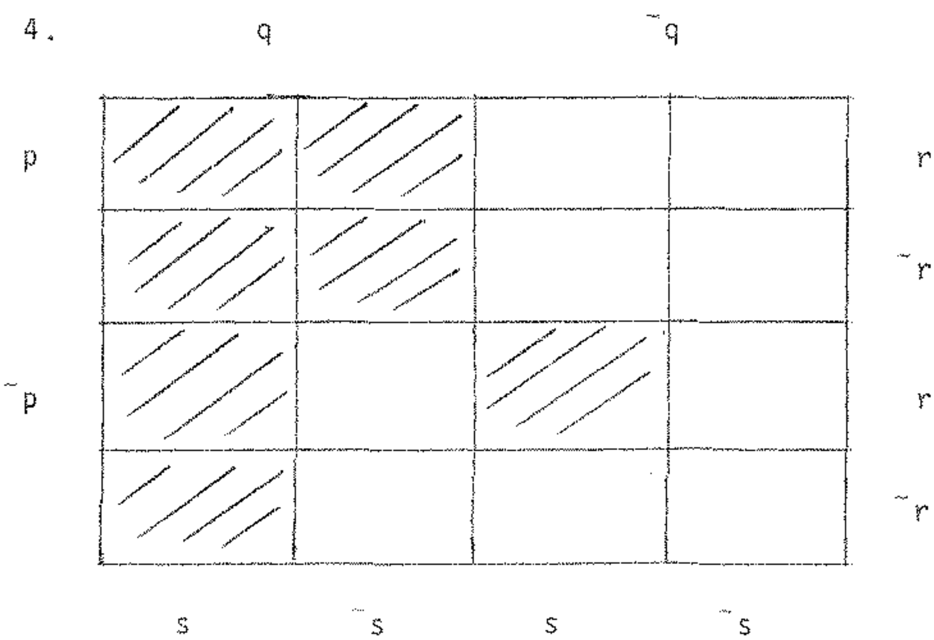
$$q \vee (\sim p \wedge \sim q \wedge r) \equiv \sim q \rightarrow (\sim p \wedge r)$$

3.



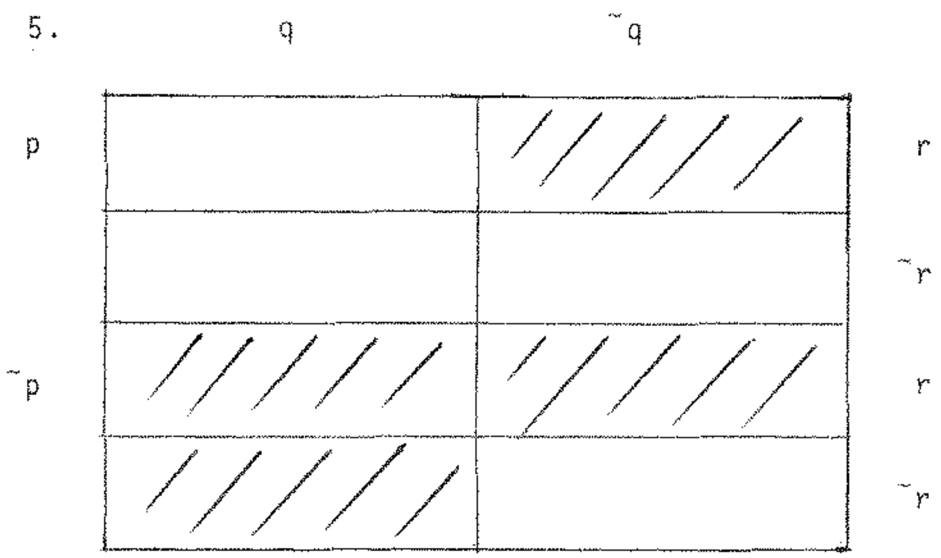
$$\sim\left[(p\wedge q\wedge r)\vee(\sim p\wedge\sim q\wedge\sim r)\right]\equiv(\sim p\vee\sim q\vee\sim r)\wedge(p\vee q\vee r)\equiv(p\wedge\sim r)\vee(\sim p\wedge r)\vee(p\wedge\sim q\wedge r)\vee(\sim p\wedge q\wedge\sim r)$$

4.



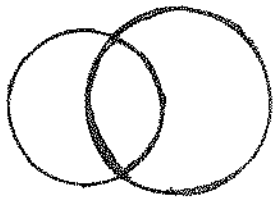
$$(p\wedge q)\vee(q\wedge s)\vee(\sim p\wedge\sim q\wedge r\wedge s)$$

5.

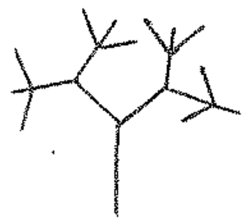


$$(\sim p \wedge q) \vee (\sim q \wedge r) \equiv (\sim p \wedge r) \vee (\sim p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q \wedge r)$$

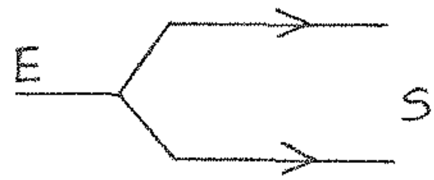
A leitura de diagramas retangulares de quatro regiões não é novidade. Este diagrama é usado no livro 12 - Lógica, pelo National Council of Teachers of Mathematics, 1970. O GEMPA, grupo de Estudos de Porto Alegre, também usa, entre outros, o diagrama retangular de quatro regiões. A participação no Laboratório de Matemática da Universidade de Passo Fundo permite conhecer o estudo inicial de Lógica Simbólica com o uso de diagramas. O que aparece como novidade é a especulação e extrapolação do trabalho que se pode realizar com o uso do diagrama retangular de quatro regiões. O aluno entende como trabalhar com este diagrama, depois estende aos demais diagramas retangulares de maior número de regiões, ou a outros diagramas, como o de Venn, o da árvore e o dos caminhos, que têm as respectivas formas:



Venn



Árvore



Caminhos

Qualquer exercício que fazemos com o uso de diagramas deve estar fundamentado na experiência do aluno. O querer descrever um subconjunto de um conjunto qualquer exige do aluno conhecimento sobre os elementos do subconjunto em relação aos demais elementos do conjunto. Este conhecimento pode já ter sido elaborado pelo aluno, ou então ele terá que o elaborar no momento em que desejar dizer algo sobre os elementos dos quais quer falar. O trabalho em grupo favorece a troca e a busca de conhecimentos.

Nesse trabalho, fazemos duas etapas do processo de modelagem: o descrever algo da realidade em linguagem corrente e a passagem da linguagem corrente para linguagem simbólica. E aqui não queremos pretender mais.

Nas descrições acima usamos a condicional e bicondicional, porém notamos com que dificuldade os alunos entendem essas operações. Todas as descrições são feitas, num primeiro momento, somente com o uso das operações de conjunção ou de disjunção. Os alunos nem cogitam da condicional ou da bicondicional, na descrição escrita, quando na oral usam cotidianamente.

Fizemos apelo a situações cotidianas, tomando consciência das expressões faladas, sempre relacionando com as descrições escritas. Entre outras, tomamos a situação de seleção de pessoal para o trabalho em alguma indústria.

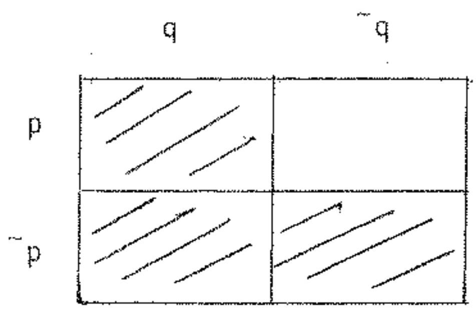
A situação nos mostra a operação condicional muito claramente. Assim:

Se mulher, então solteira.

Simbolizando:

$p \rightarrow q$, onde p: mulher e q: solteira

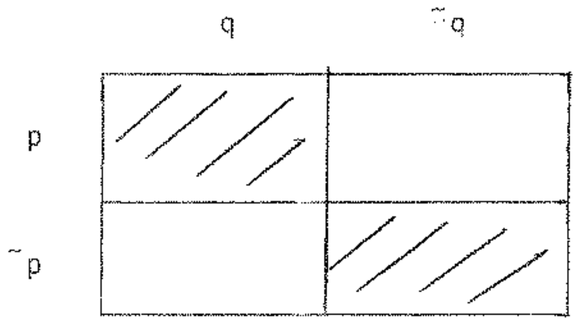
Colocando $p \rightarrow q$ no diagrama retangular:



Vimos que existe uma condição que é, para as pessoas do sexo feminino, a de ser solteira. Para as pessoas do sexo masculino não existe a condição de ser solteira, eles podem ser solteiros ou casados.

Para exemplificar a operação bicondicional, podemos tomar a situação de eleição, onde um candidato é eleito se e somente se tiver a maior quantidade de votos em relação a qualquer outro candidato.

A fórmula proposicional correspondente a esta situação de eleição é $p \longleftrightarrow q$, cuja representação em diagrama retangular retomamos, como segue:



A representação em diagrama retangular, tanto para a operação condicional como para a bicondicional, faz com que o aluno não esqueça daquilo que não diz, do que não escreve.

Na totalidade, os alunos, quando solicitados a representarem estas duas operações, pintam somente a região I do diagrama retangular.

Com muitos exemplos de situações vivenciadas e com a descrição de conjuntos manuseáveis, os alunos vão entendendo as operações lógicas.

O declarar de um único elemento ou de um conjunto de elementos exige o conhecimento dos atributos do elemento ou dos elementos do conjunto.

Com a pergunta:

"Quando é que é verdadeira a declaração ....?"

ou

"Quando é que é verdadeira a fórmula proposicional .....?"

fazemos com que o aluno inicie a análise sobre o valor de verdade das fórmulas proposicionais.

Quando o significado das operações é entendido sem dificuldades, o aluno entende a verificação do valor de verdade de uma fórmula proposicional qualquer. (Ver Apêndice Nº 2)

A tabela-verdade, tão usada nos livros de Lógica como instrumento na verificação do valor de verdade de fórmulas proposicionais, não precisa ser dada pronta ao aluno. Corremos o risco de fazer com que ele decore os valores de verdade para as operações lógicas sem que entenda o significado das mesmas. Quando o aluno registra a verificação do valor de verdade de fórmulas proposicionais quaisquer, ele cria a tabela-verdade.

O exercício de estabelecer analogias entre diagrama retangular e tabela-verdade de uma fórmula proposicional faz com que o aluno adquira maior clareza e habilidade no trabalho com as operações lógicas. A partir daí, todos os outros estudos da lógica proposicional ficam facilitados.

Um dos estudos da Lógica Proposicional:

Problema de Post

O problema de Post consiste em, dados os valores de verdade, encontrar a fórmula proposicional que lhes corresponde. Por Post, a fórmula procurada terá a forma normal disjuntiva (FND) ou conjuntiva (FNC). Post resolve este problema usando a tabela-verdade. Com o uso do diagrama retangular, o aluno encontra não só a Fórmula Normal

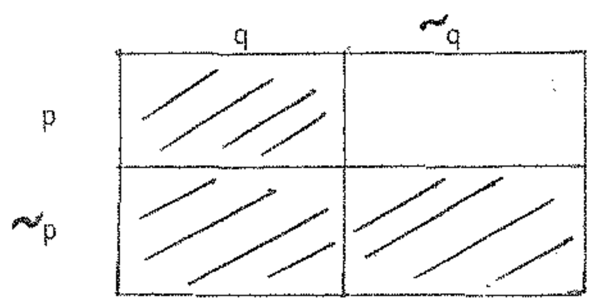
Disjuntiva (FND) ou a Fórmula Normal Conjuntiva (FNC), mas várias outras fórmulas proposicionais equivalentes a estas.

Tomemos um exemplo:

Na tabela-verdade:

	p	q	Fórmula Proposicional
I_1	V	V	V
I_2	V	F	F
I_3	F	V	V
I_4	F	F	V

No diagrama retangular:



Pela tabela-verdade:

A fórmula proposicional A é:

A: $(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$

ou: $\sim(p \wedge \sim q)$

Pelo diagrama retangular:

A fórmula proposicional A é:

A: $p \rightarrow q$,

$\sim p \vee q$,

$q \vee \sim p$,

$\sim q \rightarrow \sim p$,

$(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$ ou

$\sim (p \wedge \sim q)$

O número de fórmulas retiradas diretamente da leitura da tabela-verdade é menor, como vimos acima, que o número de fórmulas retiradas diretamente do diagrama retangular. Pelo diagrama retangular, o aluno obtém todas as fórmulas proposicionais equivalentes - sem o uso das propriedades das operações lógicas. (Ver Apêndice Nº 3)

CONCLUSÕES

1. Temos vivido uma educação que deixa muito a desejar. - Quem não sabe e não fala nisso? Em geral, na escola, estamos preocupados com a transmissão do conhecimento elaborado e acumulado através dos tempos, onde o aluno deve saber no sentido de tomar posse deste conhecimento para, posteriormente, utilizá-lo. Isto exclui o direito de o aluno entender sua vida, sua realidade. O aluno deve ser autônomo, construtor de sua vida com os outros, com o mundo.

Com este trabalho, que é um aspecto do processo ensino-aprendizagem, o aluno ganha o direito de conhecer os moldes de descrever a sua realidade; conhecer o modo como organiza suas idéias e opera sobre elas.

É importante destacar a idéia de que necessitamos ter estratégias próprias na ação de entender e de construir a nossa realidade. Enquanto copiamos modos de agir, corremos o sério risco de não entender bem a nossa realidade e de não construir aquilo de que necessitamos. Indico o capítulo 4 do livro de D'Ambrósio, "Da Realidade à Ação", que diz da necessidade da construção de uma cultura própria.

2. Este trabalho favorece o estabelecimento de diálogo entre professor e aluno e entre alunos. O objeto de conhecimento está

tanto com os alunos quanto com o professor. O professor pode assumir, então, um papel de orientador, orientador que respeita o aluno como ser humano em construção.

Neste processo, o aluno é um indivíduo que conhece. Conhece alguma coisa de sua realidade e expressa o conhecimento que possui.

3. "O conhecimento só ocorre em situações-problema. Quando não há problemas não pensamos, só usufruímos".

(Rubem Alves, 1981, 32)

Podemos até criar uma situação-problema para dar início aos estudos de nossa disciplina, levantar a questão sobre a maneira como expressamos os nossos raciocínios. Porém, o que podemos notar é que o problema que levantamos nem sempre é problema para todos os alunos de uma classe. Pode ser que o estudo do modo como raciocinamos não seja de interesse dos alunos num determinado momento. Temos mantido um currículo pré-fixado que, em geral, fica desvinculado da vida do aluno. Lendo o livro "Da Realidade à Ação", de D'Ambrósio, temos uma bem fundamentada crítica sobre nosso ensino tradicional, sobre nossos currículos pré-fixados e uma proposta para o ensino de Matemática, que serve para as demais ciências. A proposta traz como ponto fundamental a questão de perceber problemas e desenvolver a capacidade de atacá-los.

Por uma série de dificuldades, o professor ainda se vê estruturado pelos currículos até então em vigor. Notamos, em nosso exercício em sala de aula, que tanto os alunos quanto o professor sen tem dificuldades de perceber situações-problema. E, quando percebido um problema, existe a dificuldade de atacá-lo. Ficamos, então, num estudo essencialmente teórico e formal. Não fazemos o processo dialético reflexão-ação que é próprio do processo de aprendizagem (conforme D'Ambrósio, 1986, 49).

Com este trabalho, tentamos fazer com que o aluno construísse seu conhecimento sobre o modo de raciocinar a partir do conhecimento que possui da realidade e do modo como raciocina sobre esta mesma realidade em que está inserido. O aluno toma um conjunto manuseável e descreve-o segundo o que sabe dele; aí pode saber pouco ou muito dependendo de sua ação e de sua reflexão sobre este real - que está manuseando.

Fizemos, então, um processo ensino-aprendizagem, no - qual o aluno é agente ativo, que dialoga com o professor, que elabora seu conhecimento. Este é um aspecto positivo do processo ensino-aprendizagem. É o processo natural enquanto o indivíduo vive ativamente, pensando sua vida, sua realidade. Quando em sala de aula havia sido feito trabalhos com conjuntos manuseáveis de vários tipos, como conjunto de frutas, conjunto dos meses do ano, conjunto de botões, conjuntos de pessoas, houve uma clara decisão de que o conjunto de interesse era o das pessoas. Os alunos diziam que esse lhes interessava. Facilmente conseguiam dizer algo do ser humano em relação à realidade. E ficou como sugestão de que o conjunto melhor de ser usado em sala de aula é o de pessoas.

Por que o melhor conjunto é o de pessoas?

Porque nesse nos colocamos. Esta foi a resposta de vários alunos. Parece claro que a aprendizagem se realiza e tem significado para o aluno quando aquilo que se estuda tem significado para a vida presente.

A todo momento, estamos vivendo algo de que necessitamos entender, de que necessitamos resolver, de que necessitamos planejar. Neste momento, estamos vivendo com todo o nosso ser e aí podemos fazer o processo global de aprendizagem. O trabalho aqui apresentado, com certeza, ganha em potencial se realizado num contexto significativo para a vida do aluno.

4. Lógica Matemática antes desse trabalho era "dada" em aulas expositivas. O aluno decorava as tabelas-verdade sem entender o significado das operações lógicas. O uso de um conjunto manuseável assim como de fatos da realidade leva o aluno a entender o porquê do uso de símbolos e o significado das operações lógicas. O diagrama retangular, que surge como esquema de organização dos conjuntos manuseáveis, nesse trabalho é tomado como instrumento de auxílio no estudo do Cálculo Proposicional, assim como a tabela-verdade. Uma das vantagens do uso do diagrama retangular é a obtenção das várias fórmulas proposicionais dada uma determinada função verdade. Com o uso da tabela-verdade, o aluno geralmente obtém somente duas fórmulas proposicional, uma normal disjuntiva e uma normal conjuntiva.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

01. ALVES, Rubem. Filosofia da Ciência - introdução ao jogo e suas regras. São Paulo, Brasiliense, 1981.

02. CASTRUCCI, Benedito. Introdução à Lógica Matemática. 2ª ed., São Paulo, Nobel, 1974.

03. DANYLUCK, Ocsana Sônia. Um Estudo sobre o Significado da Alfabetização Matemática. Tese de Mestrado. São Paulo, 1988.

04. D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Da Realidade à Ação - reflexões sobre educação e matemática, Campinas, Editora da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

05. GRAMSCI, Antônio. Concepção Dialética da História. 3ª ed., Rio de Janeiro, Editora Civilização Brasileira S.A., 1978.

06. HEGENBERG, Leônidas. Lógica Simbólica. São Paulo, Editora Herder, 1966.

07. INHELDER, Bärbel e PIAGET, Jean. Da Lógica da Criança à Lógica do Adolescente. São Paulo, Pioneira, 1976.

08. KUPPERMAN, Joel e McGRADE, Arthur S. Fundamento de Lógica. Editorial Labor S.A., Calabria - Barcelona, 1973.

09. National Council of Teachers of Mathematics. Lógica (caderno 12) 1ª ed. em espanhol, México, Editorial F. Trillas, 1970.

10. PINTO, Álvaro V. Ciência e Existência. 2ª ed., Rio de Janeiro, - Paz e Terra, 1979.

11. QUINE, Willard Van Orman. Lógica Matemática. Madrid, Revista de Ocidente, 1972.

12. RONCA, Antônio C. C. e ESCOBAR, Virgínia F. Técnicas Pedagógicas - domesticação ou desafio à participação? 2ª ed., Petrópolis, Vozes, 1982.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

01. ABRAMCZUK, André. O Mito da Ciência Moderna. São Paulo, Cortez, Autores Associados, 1981.

02. ALVES, Rubem. Conversas com quem gosta de ensinar. 2ª ed., São Paulo, Cortez, Autores Associados, 1982.

03. ______________. Filosofia da Ciência - introdução ao jogo e suas regras. São Paulo, Brasiliense, 1981.

04. APPLE, Michael. Ideologia e Currículo. São Paulo, Brasiliense, 1982 (original inglês, 1979).

05. BONAZZI, Marisa e ECO, Umberto. Mentiras que parecem verdade. 2ª ed., São Paulo, Summus, 1980.

06. BARKER, Stephen F. Filosofia da Matemática. 2ª ed., Rio de Janeiro, Zahar, 1976.

07. BICUDO, Maria Aparecida V. (organizadora). Educação Matemática. São Paulo, Moraes, 1987.

08. BOYER, Carl B. História da Matemática. São Paulo, Edgard Blücher, 1974.

09. BRASIL, Luiz Alberto S. Aplicação da Teoria de Piaget ao Ensino da Matemática. Rio de Janeiro, Forense - Universitária, 1977.

10. ______________. Experiências Pedagógicas - baseadas na teoria de Piaget. Rio de Janeiro, Forense - Universitária, - 1979.

11. CARAÇA, Bento de Jesus. Conceitos Fundamentais de Matemática. - Lisboa, Livraria Sá da Costa, 1ª ed., pelos herdeiros do autor, 1984. (Primeira impressão em 1948).

12. CASTRUCCI, Benedito. Introdução à Lógica Matemática. 2ª ed., São Paulo, Nobel, 1974.

13. CERQUEIRA, Luiz A. & OLIVA, Alberto. Introdução à Lógica. 2ª ed., Rio de Janeiro, Zahar, 1982.

14. COSTA, Newton C. A. da. Introdução aos Fundamentos da Matemática. 2ª ed., São Paulo, HUCITEC, 1977.

15. CUNHA, M. A. Versiani. Didática Fundamentada na Teoria de Piaget. 6ª ed., Rio de Janeiro, Zahar, 1974.

16. CUPANI, Alberto. A Crítica do Positivismo e o Futuro da Filosofia. Florianópolis, Editora da Universidade Federal de Santa Catarina, 1985.

17. DANYLUCK, Ocsana Sônia. Um Estudo sobre o significado da Alfabetização Matemática. Tese de Mestrado. São Paulo, 1988.

18. D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Da Realidade à Ação - Reflexões sobre educação e matemática. Campinas, Editora da Universidade Estadual de Campinas,1986.

19. ____________________. Valores como determinantes do currículo Matemático - uma visão externalista da didática da matemática. (baseada na conferência inaugural da 6ª Conferência Interamericana de Educação Matemática, Guadalajara, México, 23 a 27 de novembro de 1985).

20. DAVIS, Philip J. & HERSH, Reuben. A Experiência Matemática. Rio de Janeiro, Livraria Francisco Alves, 1985.

21. DIENES, Zoltan P. A Matemática Moderna no Ensino Primário. Rio de Janeiro, Fundo de Cultura S/A, 1967.

22. ________________. Aprendizado Moderno da Matemática. 2ª ed., Rio de Janeiro, Zahar, 1974.

23. ________________. As seis etapas do processo de aprendizagem em matemática. São Paulo, EPU - Editora Pedagógica e Universitária, 1975.

24. DIENES, Z. P. & GOLDING, E. W. Lógica e Jogos Lógicos. 3ª ed., - São Paulo, EPU - Editora Pedagógica e Universitária de São - Paulo, 1976.

25. ECO, Umberto. Como se faz uma tese. 2ª ed., São Paulo, Perspectiva, 1983.

26. FERREIRO, Emília. Reflexões sobre Alfabetização. São Paulo, Cortez, Autores Associados, 1985.

27. FREIRE, Paulo. Pedagogia do Oprimido. 5ª ed., Rio de Janeiro, - Paz e Terra, 1978.

28. ______________. A Importância do Ato de Ler. São Paulo, Cortez. Autores Associados, 1982.

29. FURTH, Hans G. Piaget na Sala de Aula. 4ª ed., Rio de Janeiro, - Forense - Universitária, 1982.

30. GRAMSCI, Antônio. Concepção Dialética da História. 3ª ed., Rio de Janeiro, Editora Civilização Brasileira S/A, 1978.

31. HANSEJAEGER, Gisbert. Conceptos Y Problemas de la Lógica Moderna. Calabria, Editorial Labor, 1968.

32. HEGENBERG, Leônidas. Lógica Simbólica. São Paulo, Editora Herder, 1966.

33. HOGBEN, Lancelot. Maravilhas da Matemática. 2ª ed., Porto Alegre, Globo, 1956.

34. INHELDER, Bärbel & PIAGET, Jean. Da Lógica da Ciência à Lógica do Adolescente. São Paulo, Pioneira, 1976.

35. JAPIASSU, Milton. Interdisciplinaridade e Patologia do Saber. - Rio de Janeiro, Imago, 1976.

36. KAMII, Constance. A Criança e o Número. 3ª ed., Campinas, Papirus, 1985.

37. KOSIK, Karel. Dialética do Concreto. 2ª ed., Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1976.

38. KRISHNAMURTI, J. A Educação e o Significado da Vida. 4ª ed., São Paulo, Cultrix, 1976.

39. KUPPERMAN, Joel & McGRADE, Arthur S. Fundamento de Lógica. Editorial Labor S/A, Calabria - Barcelona, 1973.

40. NAGEL, E. & COHEN, M. Introduccion a la Lógica Y al Método Científico. Buenos Aires, Amourrourtu editores, 1971 (traduzido do inglês, 1934), Vol. 1.

41. NATIONAL Council of Teachers of Mathematics. Lógica (caderno 12) 1ª ed., em espanhol, México, Editorial F. Trillas, 1970.

42. NOT, Louis. As Pedagogias do Conhecimento. São Paulo, DIFEL: Difusão Editorial S/A, 1981.

43. MACHADO, Nilson J. Matemática e Realidade. São Paulo, Cortez. Autores Associados, 1987.

44. PIAGET, Jean. A Epistemologia Genética. São Paulo, Abril Cultural, 1978.

45. PINTO, Álvaro V. Ciência e Existência. 2ª ed., Rio de Janeiro, - Paz e Terra, 1979.

46. PRADO, Jr. Caio. Dialética do Conhecimento. 6ª ed., São Paulo, - Brasiliense, 1980.

47. QUINE, Willard Van Orman. Lógica Matemática. Madrid, Revista de Occident, 1972.

48. RICHMOND, Peter G. Piaget - Teoria e Prática. 2ª ed., São Paulo, IBRASA: Livros.

49. RONCA, Antônio C. C. & ESCOBAR, Virgínia F. Técnicas Pedagógicas: Domesticação ou Desafio à Participação? 2ª ed., Petrópolis, Vozes, 1982.

50. RUSSEL, Bertrand. Introdução à Filosofia da Matemática. 2ª ed., Rio de Janeiro, Zahar, 1966 (traduzido da primeira impressão em Inglês, 1960).

COMENTÁRIOS SOBRE A BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

Até bem pouco tempo, o ensino escolar em quase nada se modificava quanto a sua metodologia. O processo ensino-aprendizagem, em geral, ficava restrito a aulas expositivas onde o professor informava aos alunos o conteúdo das diversas ciências.

Nós, professores que vivemos esse processo, repetimo-lo sem pensar com nossos alunos, até que comecemos a questionar o nosso papel como participantes da sociedade. Questionamos o nosso papel como transmissores de conteúdos por 25 ou 30 anos: em que estamos contribuindo para que haja transformações sociais, para que haja construção de consciências críticas? Afinal, para que educação escolar?

O livro "A Educação e o Significado da Vida" de J. Krishnamurti, foi leitura fácil e de grande valia para dar abertura e significado a tantas outras leituras que foram feitas. Com a leitura desse livro, compreendemos que o que mais podemos desejar neste vida é ser feliz e que a educação, seja ela escolar ou não, cumpre seu objetivo quando auxilia cada indivíduo a encontrar a sua felicidade. Com este sentimento, um pouco de raciocínio e muita persistência, nos voltamos à leituras que fazem críticas ao ensino tradicional, que propõem novas metodologias, que sugerem novas teorias para o ensino e para as ciências em geral.

Sobre o processo ensino-aprendizagem, temos uma gostosa leitura em "Conversas com quem gosta de ensinar" de Rubem Alves.

Em "O Mito da Ciência Moderna", de André Abramczuk, temos uma crítica bastante forte sobre os moldes de apresentação da Ciência de hoje. A crítica é direcionada em especial à Física, já que o autor trabalha com esta ciência. A idéia principal a ser declarada de forma crítica é o papel desta ciência, bem como de outras, de ser instrumento legitimador de sistemas totalitários. Aí temos críticas aos métodos da Física que, com grande aceitação, são usadas em várias outras ciências, métodos esses usados como os depuradores do conhecimento - o conhecimento neutro.

E aí é bom ler "Ideologia e Currículo" de Michael Apple que nos leva, com muito boa argumentação, a perceber o currículo oculto, aquele que está por de trás do explícito que a escola adota. O livro "Mentiras que Parecem Verdades" de Mariza Bonazzi e Umberto Eco é uma coletânea de aspectos ocultos tornados explícitos.

Apple faz uso da definição de hegemonia para nos alertar sobre a consciência saturada pela ideologia dominante. Faz-nos perceber que precisamos nos dar conta do nosso espaço social, tomarmos consciência de nossa história e pensarmos nosso futuro que não será diferente a não ser que nos dediquemos à leitura e à crítica da realidade em que estamos inseridos. O educador é visto por Apple como um grande compromissado com as transformações sócio-culturais que devem ocorrer.

Não fazemos as coisas por acaso. Há tantas "coisas" que interagem com nossas intenções, com as intenções de tantos outros, com os quais convivemos, que chegamos a fazer determinadas outras " coisas".

A leitura do livro "Da Realidade à Ação" de Ubiratan D'Ambrósio foi muito importante durante todo este trabalho. Nele encontramos uma proposta para o ensino de Matemática, a que pode ser usada também para o ensino de ciências. D'Ambrósio diz que o processo ensino-aprendizagem deve ser dialético, teórico-prático. E, neste processo, sugere a modelagem como estratégia.

A Lógica Simbólica é o modelo de nosso raciocínio enquanto pensamos a realidade?

Neste trabalho, o objeto de estudo é a Lógica Simbólica ou Matemática. Os vários livros citados sobre Lógica Matemática ou Simbólica, que pelos seus títulos podem ser identificados, de um jeito ou de outro expressam que esta ciência estuda as leis do raciocínio. Os moldes do nosso raciocínio.

O raciocínio que um cientista faz, que um indivíduo realiza quando constrói seu conhecimento acerca de sua realidade segue o modo formal, simbólico (ou matemático)?

Encaminhamo-nos, então, para uma leitura que pudesse dar a resposta a esta questão.

Existe outra lógica: a dialética. E aí a leitura de "Dialética do Conhecimento" de Caio Prado Júnior. Foi excelente. A seguir veio mais um importante livro para este trabalho - "Ciência e Existência" de Álvaro V. Pinto. Nele pudemos esclarecer acerca de Lógica Dialética como a Lógica da construção do conhecimento e Lógica Formal como um dos aspectos da Lógica Dialética. Lógica Formal ficou - clara quanto a seus limites e alcances. E, como diz o título, pudemos aí entender o significado da ciência na existência humama, o caráter histórico da nossa vida em construção.

Uma leitura leva a outra. "Concepção Dialética da História" de Antônio Gramsci, que revela toda uma ligação muito forte com a vida enquanto o autor a pensa em sua historicidade. Fala da "totalidade", da "práxis". Com profundidade encontramos em "Dialética do Concreto", de Karel Kosik, o que é "totalidade", o que é "práxis" e tudo isso na dimensão de um pensar sobre a vida em sua concreticidade. Esses últimos autores foram fundamentais no desencadeamento de questões sobre o pensar a vida, o pensar a realidade.

Com eles construímos a certeza de que quem quer ser educador deve ter clareza do processo de construção do conhecimento. E não basta desejar ser bom educador; para isto é necessário um auto-conhecimento, conhecendo o lugar de inserção de cada um na realidade em sua totalidade. Muitas outras coisas são necessárias para um professor,como dinheiro para viver, mas uma de suma importância é ele desenvolver o gosto pela leitura, adquirir a capacidade de ficar - "sentado" pelo menos duas horas diárias lendo algum livro, que não - será escolhido por acaso.

Os livros de Paulo Freire mexem com forte sentimento em pontos fundamentais do nosso tipo de ensino. Alfabetizar é ensinar a a ler, ler o que? O professor enche o aluno de conteúdos como se fosse um saco vazio de conhecimento - e o conhecimento que liberta, - quem construirá? Como é que o oprimido descobrirá o seu caminho de libertação, se na escola que é o lugar de pensar a vida, ele só fica ouvindo teorias prontas?

Rubem Alves em seu livro "Filosofia da Ciência" traz toda uma teoria, de leitura agradável que mexe com a visão que temos sobre ciência, a ciência tomada como "a verdade". Uma questão que foi tomada para este trabalho - o que nos interessa conhecer? Interessa estudar aquilo que não é problema para nós?

Os livros de Piaget e de Diennes foram leituras ligadas à época que começávamos a pensar o uso de conjuntos manuseáveis ou ditos materiais concretos em sala de aula. Isto teve início em 75, ainda no tempo de graduação. Com estas leituras, pudemos ter boas idéias sobre uso de material concreto como atividade que leva a criança a estabelecer relações e redescobrir conceitos o que levamos para a idéia de que é na ação sobre o real, sobre a realidade, que construímos o nosso conhecimento sobre a realidade. Foi com a leitura destes autores que surgiram questões sobre o uso dos conjuntos de material - concreto como o dos "Blocos Lógicos" de Dienes, o conjunto de bonequinhos ou de qualquer outra figura para seriação, assim como outros que entregamos prontos às crianças. A dúvida ficava na questão sobre qual o conjunto que se deve usar para trabalhar em sala de aula. Damos - pronto o conjunto sobre o qual a criança faz sua ação e fazemos com que ela não discuta sua ação diária, vivida em sua realidade. Não pedimos que ela, criança, faça o modelo daquilo que pensa, daquilo que vive cotidianamente.

As leituras de "A Criança e o Número", de Constance Kamii e de "Reflexões sobre Alfabetização", de Emília Ferreiro nos mostram a implicação do uso da Teoria Piagetiana quanto à questão da autonomia que a criança pode desenvolver; a criança que constrói seu conhecimento, refletindo sobre sua ação concreta, no diálogo com os outros desenvolve autonomia; ao contrário das crianças que desenvolvem heteronomia porque não precisam pensar, enquanto recebem o conhecimento pronto.

Nos vários autores que tomam a teoria piagetiana para fundamentar suas propostas, temos sugestões de como ensinar Matemática e Iniciação à Lógica com uso de material concreto. É interessante para obtermos idéias para trabalhar com as crianças do jardim ou pré-escolar. Em "A Criança e o Número" há ricas sugestões.

As leituras sobre história da matemática e sobre filosofia da matemática, tanto as de visão internalistas como externalistas, nos deram uma boa fundamentação sobre o aspecto da construção do conhecimento. Quando é que o conhecimento avança? Em que espaço social e cultural ele avança? As necessidades, os problemas são os motivos para a evolução do conhecimento?

Na história, podemos perceber respostas para estas questoẽs.

O livro "Conceitos Fundamentais de Matemática", de B. J. Cara ça foi importantíssimo no sentido de mostrar como o conhecimento matemático avança dentro de um contexto social e cultural, como o conhecimento avança sobre cada impossibilidade. Não é difícil de fazer uma translação das idéias sobre o conhecimento matemático para o conhecimento sobre Lógica Simbólica.

Vemos surgir autores brasileiros sobre o ensino de Matemática. Com eles podemos pensar o ensino de Matemática do nosso Brasil. E de novo, quando pensamos o ensino de Matemática ou a Educação Matemática fazemos a translação das idéias para o ensino das demais ciências.

A "Crítica do Positivismo e o Futuro da Filosofia", de Alberto Cupani mostra que a ciência construída sob os moldes do formalismo não pode ser negada. Esta ciência pode nos dar muitos benefícios. O pecado do positivismo está em tomar a Ciência como um conhecimento puro e alheio a qualquer realidade.

Louis Not em "As Pedagogias do Conhecimento" traz a proposta da inter-estruturação entre sujeito e objeto. Ele baseia-se na teoria piagetiana. Aproveitamos as críticas que faz sobre as várias linhas pedagógicas até hoje existentes. Assim podemos depurar e melhor definir a proposta contida nesse trabalho.

Para pensar melhor sobre aulas expositivas, recorremos ao livro "Técnicas Pedagógicas" de Antônio Ronca e Virgínia Escobar. A partir dessa leitura, concluímos que não podemos negar o valor de uma aula expositiva quando usada devidamente.

"Interdisciplinaridade e Patologia do Saber" de Hilton Japiassu com muita força critica o ensino tradicional fragmentado em diversas disciplinas. Propõe a interdisciplinaridade, o que vem reforçar para nós a idéia de ensino integrado defendido por D'Ambrósio.

Umberto Eco - como se faz uma tese.

Como se faz uma tese?

Só experimentando fazer é que podemos sentir o COMO SE FAZ. Se dissermos todos os detalhes dos poucos que a fazem menos ainda a fariam.

APÊNDICE

APÊNDICE Nº 1

O USO DOS BLOCOS LÓGICOS DE DIENES

Em sala de aula, pareceu-nos que vivíamos uma situação artificial, quando fazíamos os estudos introdutórios de Lógica Matemática com o uso dos blocos lógicos de Dienes.

É interessante dizer agora que poderíamos ter nos dado conta de que o conjunto dos blocos lógicos foi criado para ensinar Lógica a crianças como se esta não existisse na realidade cotidiana das mesmas.

Vejamos nas palavras de Zoltan Paul Dienes (1972) o que ele nos diz sobre o uso dos blocos lógicos no ensino de Lógica a - crianças:

".... se alguém se propõe ensinar lógica a uma criança, parece necessário que a faça defrontar-se com situações que a levem a formar conceitos lógicos. Se nos ativermos ao exemplo da lógica, precisamos reconhecer que, de modo geral, o meio em que vive uma criança não comporta atr'butos que consideramos lógicos. Torna-se necessário, pois, inventar um meio artificial. Em contato com esse meio, a criança será levada, paulatinamente, a formar conceitos lógicos, de forma mais ou menos sistemática. Tal meio poderá ser constituído, eventualmente do universo dos blocos lógicos". (pág. 2 e 3).

O meio onde vive uma criança é o meio real que possui sua lógica. Esta lógica do real é dialética e nela está embutida a lógica formal. Isso foi bastante explicitado no interior da dissertação.

Com essa idéia presente, não podemos mais seguir usando o conjunto dos blocos lógicos para ensinar lógica a crianças.

Até de certo modo, intuitivamente, decidimos por usar conjuntos manuseáveis construídos pelos alunos. Quando em trabalho com os conjuntos manuseáveis, em sala de aula, ficávamos com a impressão de que continuávamos na mesma situação quando se usavam os blocos lógicos.

A afirmação de Dienes de que, ".... de modo geral, o meio em que vive uma criança não comporta atributos que consideramos lógicos." (pág. 2 e 3), surtiu em nós um choque reverso, nos fez ver que o conjunto construído pelos alunos possuía algo mais em relação aos blocos lógicos.

Um conjunto de frutas, por exemplo, até ser representado por peças manuseáveis passa por diversas etapas que envolvem os sentidos e a mente dos alunos. Ainda não conhecemos todas essas etapas, mas algumas delas. O aluno, para construir um conjunto de frutas, -

por exemplo, destacando frutas ácidas das não ácidas, deve, numa etapa, ou num processo anterior, ter desenvolvido experiências que o levassem a distinguir as duas classes de frutas quanto à acidez. É bonito observar crianças experimentando laranjas, laranja-do-céu ou laranja-da-terra; a laranja-do-céu não é ácida como as outras laranjas. A acidez da laranja, do abacaxi, do moranguinho causa uma dor própria na língua de quem as coloca na boca. Quando o aluno leva em conta a cor das frutas é porque entende de cores, porque fez todo um processo de comparação de tonalidades e aprendeu socialmente que cada tom tem um nome. O nome da cor da grama é o mesmo da cor da árvore e o nome da cor da roupa deve ser o mesmo da cor da grama e da árvore, pois a cor da roupa é a mesma da grama e da árvore.

O aluno, quando chega a construir um determinado conjunto que ele destaca de sua realidade, já fez todo um processo de percepção de atributos e de classificação dos elementos segundo atributos considerados.

É indispensável que discutamos com os nossos alunos o processo feito até chegar a construção do conjunto. O conjunto, produto final do processo de conhecer o meio, deve ser reconhecido na realidade não planificada, deve ser reconhecido nas suas relações com o meio, na sua inserção no meio do qual foi retirado.

Quando fazemos a atividade de descrição dos subconjuntos do conjunto considerado, aparecem as operações lógicas presentes no conjunto, as quais explicitam a estrutura planificada do conjunto.

Nós percebemos e captamos a lógica do real, as operações que definem o real planificado, ou que são definidas pelo próprio - real e as usamos na construção de nossas criações. Fazemos conjunções, disjunções; impomos condições, bicondições, quando planejamos nossas leis, quando planejamos nossas atividades diárias.

O aluno pode aí, então, ir reconhecendo a sua realidade na sua concreticidade, na sua totalidade, nas suas transformações.

APÊNDICE Nº 2

SOBRE O SIGNIFICADO DAS OPERAÇÕES LÓGICAS

Benedito Castrucci (1975), no seu livro "Introdução à Lógica Matemática", na pág. 23, inicia a colocação de tabelas de valores para as fórmulas proposicionais $\sim p$, $p \wedge q$, $p \vee q$, $p \rightarrow q$ e $p \leftrightarrow q$.

A seguir, apresentamos uma xerocópia das tabelas de valores das fórmulas $p \rightarrow q$ e $p \leftrightarrow q$ com os comentários feitos pelo autor.

IV. Condicional

A condicional $p \longrightarrow q$ é falsa se e somente se p é verdadeira e q é falsa.

A tabela é a que se segue

p	q	$p \longrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

V. Bicondicional

A regra é:

A bicondicional $p \longleftrightarrow q$ é verdadeira se e somente se p e q são verdadeiras ou se p e q são falsas.

A tabela é:

p	q	$p \longleftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Os princípios estabelecidos, até certo ponto são justificados intuitivamente, como, por exemplo, nos casos da conjunção e da disjunção. É claro que podemos aceitar sem dificuldade que a proposição "tenho um livro e tenho uma caneta" é verdadeira se e somente se as proposições "tenho um livro" e "tenho uma caneta" são verdadeiras. O mesmo acontece com a proposição "vou ao cinema às 10 horas ou vou à escola às 16 horas" que só não é verdadeira se se as proposições "vou ao cinema às 10 horas" e "vou à escola às 16 horas" são ambas falsas.

Todavia tal não acontece com a implicação material, pois não é fácil aceitar que a proposição "se Paris é capital da Itália, então, 3 + 2 = 9" seja verdadeira, como de fato o é pela regra. Mas, pelo princípio estabelecido, como ambas as proposições "Paris é capital da Itália" e "3 + 2 = 9" são falsas, então, a condicional é verdadeira.

Fato análogo sucede com a bicondicional.

Frisemos, entretanto, que as regras do jogo foram fixadas e segundo elas devemos trabalhar.

Como podemos perceber, o autor apresenta os princípios da condicionalidade e da bicondicionalidade de modo puramente sistematizado. Faz supor que estes princípios caem do céu prontos e acabados, mostrando apenas posteriormente, com exemplos, como eles se verificam em situações mais concretas.

Acreditamos que o mais apropriado seria inverter esta ordem; ou seja, construir o significado ou mesmo o princípio de uma condicional ou de uma bicondicional a partir da reflexão sobre fatos e situações concretas próximas ou familiares aos alunos.

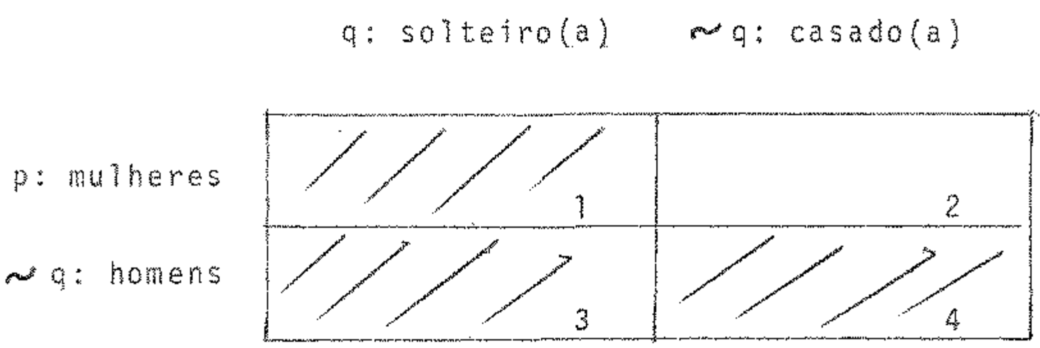
Podemos pensar situações reais onde as operações existem. A operação condicional numa situação de seleção de pessoal para trabalho numa indústria, por exemplo, é evidente e o seu significado é bem claro.

Vejamos:

Pensemos um grupo de pessoas à espera da "entrevista" de seleção para emprego numa determinada indústria.

A primeira condição colocada é de que, se a pessoa é mulher, então que seja solteira.

Podemos fazer, em um diagrama retangular, o modelo do grupo sob esta condição:



As mulheres casadas ficam fora do grupo com possibilidades de ganhar emprego.

As pessoas com possibilidades de ganhar emprego, então, se nos detemos ao diagrama, nas regiões 1, 3 e 4, que são as mulheres solteiras ou os homens.

Esta situação deixa claro os valores de verdade para a operação condicional.

Tomemos a tabela de valores de $p \longrightarrow q$:

p	$\longrightarrow$	q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F

Sendo p (mulher) então deve ser q (solteira), agora, o que não é p (homem) pode ser q ou não q (solteiro ou casado).

Isto significa que a fórmula proposicional $p \longrightarrow q$ é verdadeira quando :

é $p \wedge q$ (mulher e solteira), V e V

ou $\sim p \wedge q$ (homem e solteiro), F e V

ou $\sim p \wedge \sim q$ (homem e casado), F e F

Com o objetivo de clarear mais o significado da condicional, vamos colocar outro exemplo de proposição condicional.

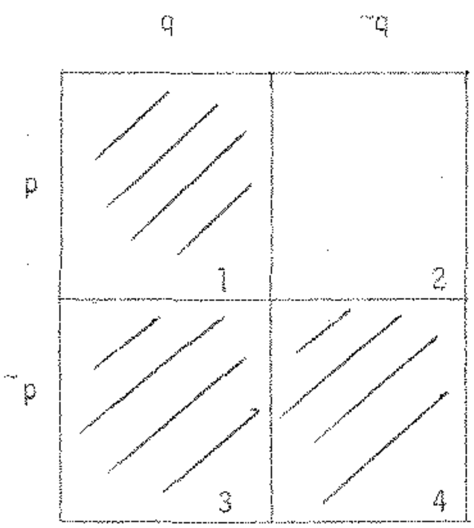
Tomemos a proposição:

Se a bebida é vinho, então é alcoólica e simbolizemo-la, -

fazendo p: a bebida é vinho e q: a bebida é alcoólica, por: $p \longrightarrow q$, o que significa que: a bebida que é vinho é alcoólica, o que não é vinho pode ser alcoólica ou não.

Os valores de verdade da condicional ficam bem entendidos quando fazemos a correspondência entre as regiões do diagrama retangular e as linhas da tabela de valores da fórmula $p \longrightarrow q$.

Tomemos o diagrama e a tabela de $p \longrightarrow q$, que são:



	p	$\longrightarrow$	q
1ª L.	V	V	V
2ª L.	V	F	F
3ª L.	F	V	V
4ª L.	F	V	F

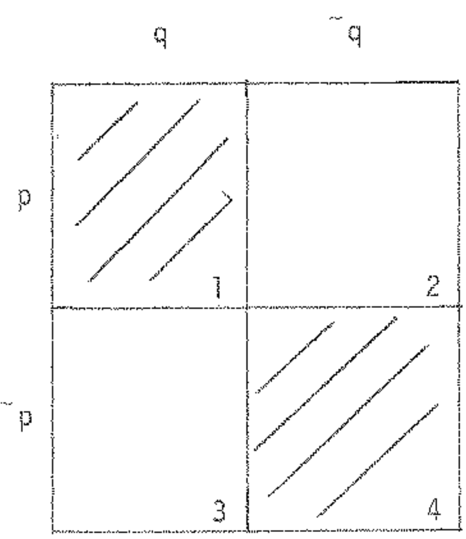
A região 1 do diagrama corresponde à primeira linha da tabela, onde as bebidas são vinhos e são alcoólicas, o que é verdadeiro, é real; a região 2 do diagrama corresponde à segunda linha da tabela, onde as bebidas são vinhos e não são alcoólicas, o que não é verdadeiro, não existem; a região 3 corresponde à terceira linha, onde as bebidas não são vinhos e são alcoólicas, as quais existem, é verdadeiro; e a região 4 corresponde à quarta linha, onde as bebidas não são vinhos e não são alcoólicas, as quais também existem, o que é verdadeiro.

Em situações de classificação, a operação condicional sempre está presente, como pudemos ver no caso das bebidas, do exemplo acima, quanto a serem alcoólicas ou não, ou serem vinho ou não.

Para entendermos o significado da operação bicondicional, podemos tomar a seguinte proposição:

Pessoas têm capacidade de gestar se, e somente se são do sexo fèminino, para a qual fazendo p: pessoas com capacidade de gestar e q: pessoas do sexo feminino, obtemos a fórmula $p \Longleftrightarrow q$.

O diagrama e a tabela de valores para $p \longleftrightarrow q$ são:



p	$\longleftrightarrow$	q
V	V	V
V	F	F
F	F	V
F	V	F

Fazendo corresponder, como corresponde, cada região do diagrama a cada linha da tabela podemos dizer o significado da operação bicondicional.

Na região 1, estão pessoas que têm a capacidade de gestar e são do sexo feminino, ao que corresponde a primeira linha da tabela, onde o valor de verdade da fórmula é V (verdadeiro). Na região 4, estão as pessoas que não têm capacidade de gestar e que não são do sexo feminino, ao que corresponde a quarta linha da tabela, onde o valor de verdade da fórmula é V (verdadeiro). As regiões 2 e 3 do diagrama correspondem, respectivamente, às segunda e terceira linhas da tabela, onde o valor de verdade é F (falso), pois não acontece, pelo menos até agora, que pessoas do sexo masculino tenham capacidade de gestar ou que pessoas do sexo feminino não tenham a capacidade de gestar.

Estes exemplos acima colocados podem ser representados em conjuntos de peças manuseáveis no trabalho com crianças. O brinquedo com as peças facilita a percepção das operações lógicas e o significado das mesmas.

APÊNDICE Nº 3

FÓRMULAS PROPOSICIONAIS EQUIVALENTES

Dada uma fórmula proposicional, podemos encontrar duas fórmulas equivalentes a ela através dos seus valores de verdade, como por exemplo, para a fórmula $p \longrightarrow (q \wedge r)$, que tem a seguinte tabela verdade:

p	$\longrightarrow$	q	$\wedge$	r
V	V	V	V	V
V	F	V	F	F
V	F	F	F	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	V	V	F	F
F	V	F	F	V
F	V	F	F	F

Pelos valores V, obtemos a seguinte fórmula:

$$(p \wedge q \wedge r) \vee (\sim p \wedge q \wedge r) \vee (\sim p \wedge q \wedge \sim r) \vee (\sim p \wedge \sim q \wedge r) \vee (\sim p \wedge \sim q \wedge \sim r).$$

Esta é a fórmula normal disjuntiva (FND) equivalente à fórmula proposicional $p \longrightarrow (q \wedge r)$.

Pelos valores F, obtemos as seguintes fórmulas:

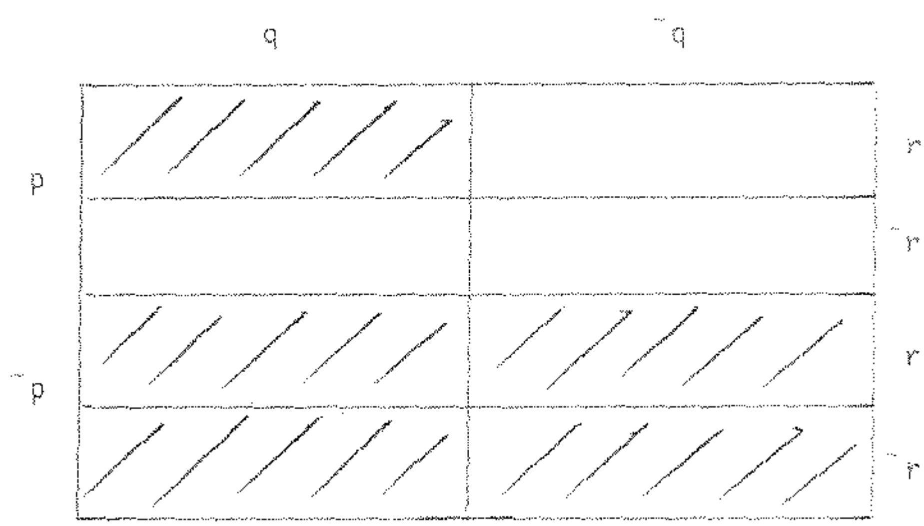
$\sim[(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \sim q \wedge r) \vee (p \wedge \sim q \wedge r)]$, que é equivalente a:

$(\sim p \vee \sim q \vee r) \wedge (\sim p \vee q \vee \sim r) \wedge (\sim p \vee q \vee r)$

Esta segunda fórmula é a normal conjuntiva (FNC) equivalente à fórmula $p \rightarrow (q \wedge r)$.

Se, porém, utilizarmos o diagrama retangular, além de encontrarmos a FND e a FNC, como as retiradas da tabela, encontramos uma outra FND e uma outra FNC menores e, ainda, outras fórmulas equivalentes à fórmula dada.

Tomemos o diagrama que representa a fórmula p (q r), - que é o seguinte:



Pelas regiões achurriadas, podemos retirar as fórmulas:

$(p \wedge q \wedge r) \vee \sim p$, (1)

$(p \wedge q \wedge r) \vee (\sim p \wedge q \wedge r) \vee (\sim p \wedge q \wedge \sim r) \vee (\sim p \wedge \sim q \wedge r) \vee$
$(\sim p \wedge \sim q \wedge \sim r)$, (2)

$(\sim q \rightarrow \sim p) \wedge \sim (p \wedge q \wedge \sim r)$, (3)

$\{q \rightarrow [\sim p \vee (p \wedge r)]\} \wedge \sim (p \wedge \sim q)$, (4)

e outras.

Pelas regiões não achurriadas, podemos retirar as fórmulas:

$\sim [(p \wedge \sim r) \vee (p \wedge \sim q)]$, (5)

$(\sim p \vee r) \wedge (\sim p \vee q)$, (6)

$\sim [(p \wedge \sim q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \sim r) \vee (p \wedge \sim q \wedge \sim r)]$, (7)

$(\sim p \vee q \vee \sim r) \wedge (\sim p \vee \sim q \vee r) \wedge (\sim p \vee q \vee r)$, (8)

e outras.

A fórmula 2 é a mesma FND e a 8 é a mesma FNC encontrada através da tabela de valores. As fórmulas 1 e 6 são, respectivamente, as FND e FNC menores que a 2 e a 8, FND e FNC.

Com o que foi colocado acima, podemos entender a vantagem da resolução do Problema de Post através de diagramas retangulares.