



Universidade Estadual de Campinas  
Instituto de Matemática, Estatística e  
Computação Científica - IMECC



*Grupos de visitação na AMAN:  
Um estudo de caso do Problema  
do Caixeiro Viajante*

Rogério Carvalho Mendes Távora

rcmqco@ig.com.br

Disserta o de Mestrado

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Luziane Ferreira de Mendonça

07 de Janeiro de 2011

Campinas - SP

---

*Grupos de visitação na AMAN: Um estudo de caso do  
Problema do Caixeiro Viajante*

Este exemplar corresponde à redação final da dissertação devidamente corrigida e defendida por **Rogério Carvalho Mendes Távora** e aprovada pela comissão julgadora.

Campinas, 07 de janeiro de 2011.



Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Luziane Ferreira de  
Mendonça  
Orientadora

Banca Examinadora:

**Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Luziane Ferreira de Mendonça** (UFRJ)

**Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Maria Aparecida Diniz Ehrhardt** (UNICAMP)

**Prof. Dr. Lucas Garcia Pedroso** (UFPR)

Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, **UNICAMP**, como requisito parcial para obtenção de Título de **Mestre em Matemática**.

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DO IMECC DA UNICAMP**  
Bibliotecária: Maria Fabiana Bezerra Müller – CRB8 / 6162

Távora, Rogério Carvalho Mendes  
T199g. Grupos de visitação na Academia Militar das Agulhas Negras; um  
estudo de caso do problema do caixeiro viajante / Rogério Carvalho  
Mendes Távora-- Campinas, [S.P. : s.n.], 2011.

Orientador : Luziane Ferreira de Mendonça

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Estadual de  
Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computa o Científica.

1.Academia Militar das Agulhas Negras. 2.Otimiza o  
combinatória. 3.Problema do caixeiro viajante. I. Mendonça, Luziane  
Ferreira de. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de  
Matemática, Estatística e Computa o Científica. III. Título.

Título em inglês: Groups visiting the Military Academy of Agulhas Negras: a case study of the  
traveling salesman problem

Palavras-chave em inglês (Keywords): 1. Academia Militar das Agulhas Negras.  
2. Combinatorial optimization. 3. Traveling-salesman problem.

Titula o: Mestre em Matemática

Banca examinadora: Prof.<sup> </sup> Dr.<sup> </sup> Luziane Ferreira de Mendonça (IM - UFRJ)  
Prof.<sup> </sup> Dr.<sup> </sup> Maria Aparecida Diniz Ehrhardt (IMECC - UNICAMP)  
Prof. Dr. Lucas Garcia Pedroso (Depto. Matemática - UFPR)

Data da defesa: 07/01/2011

Programa de Pós-Gradua o: Mestrado Profissional em Matemática

**Dissertação de Mestrado Profissional defendida em 07 de janeiro de 2011 e  
aprovada pela Banca Examinadora composta pelos Profs. Drs.**

*Luiziane F. de Mendonça*

**Prof. (a). Dr (a). LUZIANE FERREIRA DE MENDONÇA**

*Maria Aparecida Diniz Ehrhardt*

**Prof. (a). Dr (a). MARIA APARECIDA DINIZ EHRHARDT**

*Lucas Garcia Pedroso*

**Prof. (a). Dr (a). LUCAS GARCIA PEDROSO**

“Não há vento favorável  
para quem não sabe pra onde vai.”

*Guillaume D'Orange*

A minha esposa Eliana  
*dedico.*

---

# AGRADECIMENTOS

A Deus, pelo dom da vida e por ter me dado infinitamente mais do que pedi ou pensei.

A minha querida esposa Eliana, pela paciência, compreensão e por compartilhar do meu sonho de ser mestre matemático.

Aos meus pais, minha gratidão por tudo que me ajudaram e por terem acreditado em meu potencial.

A minha orientadora Profa. Dra. Luziane Ferreira de Mendonça, sem a qual não poderia realizar este trabalho; por sua dedicação, enorme compreensão e pelos conhecimentos transmitidos.

Às professoras Dra. Sueli I. R. Costa e Dra. Vera Lucia Rocha Lopes, pelos ensinamentos e por todo o apoio dado durante o mestrado.

Aos demais professores do Mestrado Profissional da UNICAMP, pelos ensinamentos passados durante o curso.

Ao comando da Academia Militar das Agulhas Negras, pelo incondicional apoio prestado durante toda a realização do mestrado.

Aos companheiros da Cadeira de Estatística da AMAN, pelo estímulo aos estudos, pelas dicas no Latex e pelas contribuições nas idéias para esta dissertação, muito obrigado por tudo.

---

# RESUMO

Comemorando os 200 anos de Academia Militar no Brasil a partir de março de 2011, estão previstas várias implementações e melhorias na estrutura de visitação da AMAN que, conseqüentemente, vão gerar um aumento substancial no número de grupos visitantes no ano de seu bicentenário. Diante dos fatos percebe-se a necessidade de um modelo matemático eficiente cuja finalidade seja permitir aos grupos visitantes percorrerem trajetos otimizados, ou seja, que passem pelos pontos principais de visitação no menor tempo e distância possíveis.

O modelo matemático a ser adotado neste trabalho é o Problema do Caixeiro Viajante (Traveling Salesman Problem - TSP), um clássico da Otimização Combinatória pertencente à classe de problemas NP - difícil, que já possui eficientes algoritmos desenvolvidos. Serão utilizadas heurísticas próprias para a resolução do TSP com o intuito de se obter numericamente itinerários ótimos de visitação, considerando os diferentes grupos visitantes e suas dificuldades de acesso, dentre outras particularidades.

**Palavras-chave:** Otimização Combinatória, Problema do Caixeiro Viajante, Academia Militar das Agulhas Negras.

---

# ABSTRACT

Celebrating 200 years of the Military Academy in Brazil from March 2011, provides a lot of implementations and improvements in the structure of visitation of AMAN, consequently, will generate substantial growth in the number of visiting groups in the year of its bicentennial. Given the facts we see the need for an efficient mathematical model whose purpose is to allow visitors to wander paths optimized groups, ie passing through the main points of visitation in the shortest possible time and distance.

The mathematical model to be adopted in this work is TSP (Traveling Salesman Problem - TSP), a classic combinatorial optimization class of problems NP - hard, that have already efficient algorithms. We will use own heuristics for solving the TSP in order to obtain numerically optimal routes for visitors, considering the various visiting groups and their difficulties of access, among other features.

**Keywords:** Combinatorial Optimization, Traveling Salesman Problem, Academia Militar das Agulhas Negras.

---

# SUMÁRIO

Introdução . . . . .	1
<b>1 Resende e a AMAN</b>	<b>5</b>
1.1 A cidade de Resende . . . . .	5
1.2 A Academia Militar das Agulhas Negras . . . . .	7
1.2.1 Missão da Academia . . . . .	7
1.2.2 Cidade Acadêmica - Infraestrutura e Instalações . . . . .	7
1.2.3 A Visitação na AMAN . . . . .	8
1.2.4 Pontos de Visitação na AMAN . . . . .	10
<b>2 O Problema do Caixeiro Viajante</b>	<b>17</b>
2.1 Definições Gerais . . . . .	17
2.1.1 Otimização Combinatória . . . . .	17
2.2 O Problema do Caixeiro Viajante (PCV) . . . . .	21
2.2.1 Breve Histórico do PCV . . . . .	21
2.2.2 Descrição do PCV . . . . .	24
2.2.3 Teoria dos Grafos para o PCV . . . . .	27
2.3 Métodos de Resolução do PCV . . . . .	28
2.3.1 Métodos Exatos . . . . .	28
2.3.2 Métodos Heurísticos . . . . .	31
2.3.3 Métodos Metaheurísticos . . . . .	33

---

<b>3</b>	<b>Modelagem do Problema</b>	<b>37</b>
3.1	Iniciando a visita . . . . .	37
3.2	Dados para construção do algoritmo . . . . .	38
3.3	Justificativa do método utilizado . . . . .	44
3.4	Formulação clássica do PCV . . . . .	45
3.5	Formulação clássica do ACO . . . . .	46
3.5.1	Construção do Algoritmo . . . . .	47
3.5.2	Atualização do Feromônio . . . . .	48
3.5.3	Fluxograma do ACO . . . . .	50
3.6	Formulação do algoritmo ACO da AMAN . . . . .	50
<b>4</b>	<b>Implementação Matemática</b>	<b>53</b>
4.1	Resultados do Algoritmo ACO Clássico . . . . .	53
4.2	Resultados do Algoritmo ACO Modificado . . . . .	55
4.3	Comentários sobre os resultados . . . . .	56
	<b>Conclusão</b>	<b>61</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>63</b>
	<b>Anexo 1</b>	<b>67</b>
	<b>Anexo 2</b>	<b>70</b>
	<b>Anexo 3</b>	<b>72</b>
	<b>Anexo 4</b>	<b>75</b>
	<b>Anexo 5</b>	<b>77</b>
	<b>Anexo 6</b>	<b>82</b>

---

# INTRODUÇÃO

A Academia Militar das Agulhas Negras (AMAN), sediada em Resende - RJ, é um dos estabelecimentos de ensino das Forças Armadas mais visitados durante o ano por diversas comitivas nacionais e estrangeiras, formadas tanto por militares quanto por visitantes civis, todas igualmente desejosas de conhecer o local onde são formados os *cadetes*, nome pelo qual são conhecidos os alunos da AMAN que se tornarão ao final de seus cursos oficiais do Exército Brasileiro.

No dia 23 de abril do ano de 2011 a AMAN completa 200 anos de sua existência e dentro do cronograma das comemorações de seu bicentenário já foi dado início ao chamado *Macroprojeto Bicentenário da Academia Militar das Agulhas Negras*, o qual determina uma série de diretrizes relativas a projetos e atividades de cunho militar, cultural e social associadas a este grandioso evento<sup>1</sup>.

Desses projetos dois serão mencionados a seguir:

*Projeto Visitação:* Incentivar a visita da AMAN e proporcionar a sua divulgação nos âmbitos municipal, estadual e nacional ao longo do ano de seu bicentenário;

*Projeto Memorial Duque de Caxias:* Prevê uma infraestrutura mais adequada para a recepção dos inúmeros visitantes da AMAN, tais como a construção dos seguintes itens: um monumento idealizado pelo Marechal José Pessoa Cavalcanti de Albuquerque-

---

<sup>1</sup>Informações publicadas no Aditamento Nr 05 ao Boletim Interno AMAN Nr 181, de 26 Set 2008.

que<sup>2</sup> homenageando Duque de Caxias, um museu, um Centro de Visitantes e o “Espaço Marechal José Pessôa”, procurando integrar à Academia um monumento previsto no projeto original, mas que ainda não foi edificado, e suprir a inexistência ou a inadequabilidade na estrutura arquitetônica atual das três outras instalações mencionadas<sup>3</sup>.

Devido à quantidade expressiva de pessoas que conheceram a AMAN através de grupos de visitação nos últimos cinco anos, conforme detalhado na Figura 1, espera-se que com a implementação desses dois projetos e a realização de inúmeras atividades previstas no ano de 2011 haja um aumento significativo no público visitante; logo torna-se justificável a realização de um trabalho de planejamento prévio, que tenha finalidade de garantir bem estar, conforto e satisfação aos grupos que visitam a AMAN.

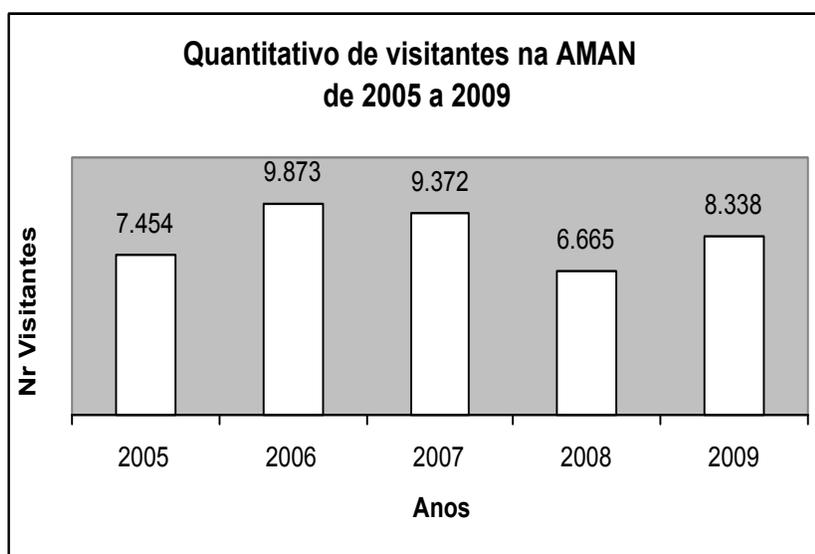


Figura 1: Quantitativos de visitantes na AMAN de 2005 a 2009. (Fonte: Comunicação Social/AMAN)

Os grupos que visitam a AMAN são basicamente formados por três tipos distintos: turistas (de diferentes procedências e finalidades), alunos de colégios civis e militares (alguns inclusive desejosos em se tornarem futuros cadetes) e comitivas militares com diferentes propósitos (visitas de inspeção, palestras, intercâmbios entre Nações Amigas, encontros de aniversário de turma, atividades administrativas, dentre outros), conforme

<sup>2</sup>Ex-comandante da Academia Militar de Realengo, reconhecido como o idealizador da AMAN.

<sup>3</sup>Algumas construções já começaram conforme mostram os anexos 1 e 2.

pode ser observado na Figura 2.

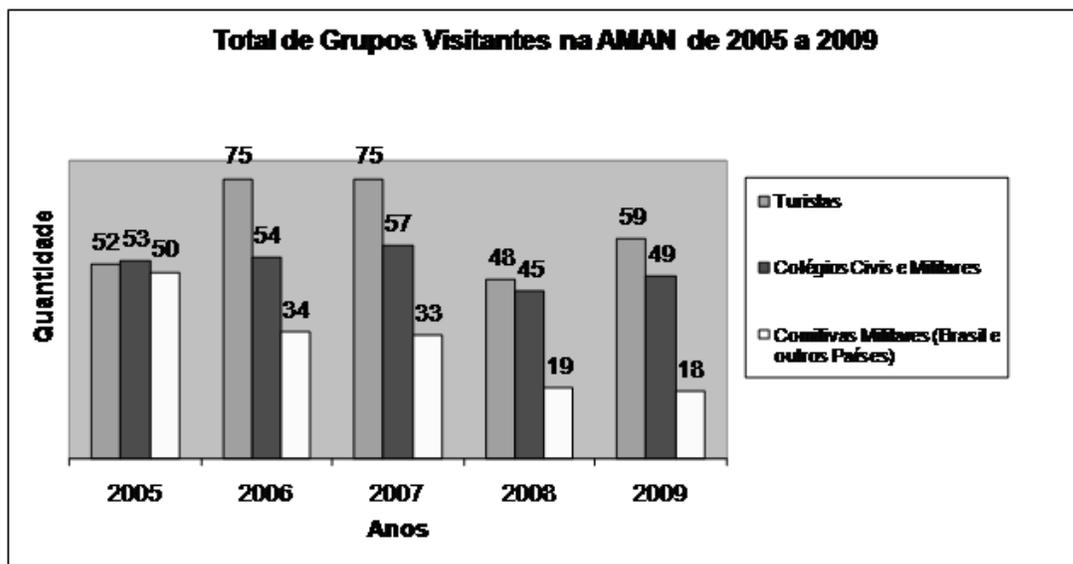


Figura 2: Total de grupos visitantes na AMAN de 2005 a 2009. (Fonte: Comunicação Social/AMAN)

Os grupos visitantes de turistas costumam trazer pessoas da Terceira Idade e portadores de necessidades especiais as quais, obviamente, não têm disposição física nem tampouco interesse em percorrer grandes distâncias sem necessidade; por outro lado, tanto crianças pequenas quanto jovens, oriundos dos colégios (militares ou civis), apesar de possuírem certa disposição física para percorrer grandes distâncias, não raro têm seu tempo de visita reduzido para apenas um determinado período do dia (manhã ou tarde somente), fazendo com que o trajeto de visita não deva ser longo demais.

Já os grupos visitantes formados por militares sempre serão convidados a circular na Academia e passarem pelos pontos de visita, mas como a visita em si geralmente não é o único motivo que os trazem à Academia, é justificável que esta visita também deva ser feita de maneira eficiente, ou seja, numa trajetória mais curta possível para assim permitir a realização de outras atividades.

Em resumo, a finalidade desse trabalho é encontrar uma *solução ótima* que sirva para todos os tipos de grupos visitantes, ou seja, uma trajetória que utilize o caminho mais curto e que seja feita com menor grau de dificuldade possível. Formula-se então a seguinte pergunta: como seria possível descobrir a solução ótima para esse problema?

Modelos matemáticos utilizados para otimizar percursos entre lugares (cidades, capitais e até países) já existem, por conta dos conhecimentos atualmente disponíveis da chamada Otimização Combinatória; então, pela situação apresentada se enquadrar neste tipo de problema e também por já existirem literaturas sobre o assunto consagradas mundialmente, problemas correlatos resolvidos e métodos de resolução consolidados com uso de algoritmos desenvolvidos e testados com eficiência, foi escolhida para abordar a questão dos grupos visitantes na AMAN uma modelagem baseada no Problema do Caixeiro Viajante (PCV)<sup>4</sup>. Assim sendo, resta destacar que essa dissertação será desenvolvida da seguinte maneira:

No Capítulo 1 apresentaremos um panorama da cidade de Resende e uma descrição da Cidade Acadêmica, onde ficará mais nítido o motivo de sua expressiva visitação, juntamente com a descrição dos pontos de visitação.

No Capítulo 2 falaremos da Otimização Combinatória, com ênfase na descrição do Problema do Caixeiro Viajante (PCV), descrevendo algumas das principais técnicas de resolução existentes.

No Capítulo 3 mostraremos a coleta dos dados, os parâmetros considerados e a base de construção do modelo matemático adotado para a resolução do problema dos grupos visitantes da AMAN.

No Capítulo 4 implementaremos um dos algoritmos descritos no Capítulo 2 e apresentaremos os resultados obtidos juntamente com algumas observações pertinentes, finalizando este trabalho com as devidas conclusões.

Convidamos então o leitor prosseguir para o Capítulo 1 e conhecer um dos mais belos patrim nios de nossa nação, aberto   visitação de todos: a AMAN.

---

<sup>4</sup>Em inglês conhecido como *Traveling Salesman Problem (TSP)*.

---

---

# CAPÍTULO 1

---

## RESENDE E A AMAN

---

### 1.1 A cidade de Resende

---

Resende é um município localizado na região sul do Estado do Rio de Janeiro, com uma área de 1.098 km<sup>2</sup>, 407m acima do nível do mar e cortado tanto pelo Rio Paraíba do Sul quanto pela Rodovia Presidente Dutra. Dista 143 Km da cidade do Rio de Janeiro, 250 Km da cidade de São Paulo e 350 Km de Belo Horizonte.<sup>1</sup>

Resende é uma das cidades com maior crescimento no Estado do Rio de Janeiro devido à sua localização privilegiada (no eixo Rio - São Paulo - Minas) e sua infraestrutura. O Produto Interno Bruto (PIB) de Resende é o segundo maior da região Sul Fluminense e está entre os dez maiores do Estado. Com alto PIB per capita, longa expectativa de vida e alto nível de infraestrutura, é apontada como a terceira melhor cidade fluminense, segundo o Índice de Qualidade dos Municípios (IQM), perdendo apenas para a capital e Niterói, e, segundo o mesmo índice, é a quinta melhor em potencial de desenvolvimento.

Atualmente possui mais de 130 mil habitantes, sendo um expressivo pólo tecnológico que possui instaladas importantes indústrias, como a única fábrica de caminhões e ônibus da Volkswagen no Brasil e a única indústria de enriquecimento de urânio das Indústrias Nucleares do Brasil (INB). Todos esses fatores a tornam uma das cidades

---

<sup>1</sup>Disponível em <http://www.resende.rj.gov.br>.

mais importantes do Estado do Rio de Janeiro.

Resende faz parte da região turística das Agulhas Negras, considerada uma das mais belas do Brasil. A região é conhecida, nacional e internacionalmente, por seus relevos, cachoeiras, rios cristalinos, fauna e flora. Conta com cerca de 345 hotéis e 4.000 acomodações tornando-a o segundo pólo turístico mais visitado do Estado, perdendo apenas para a capital. Dos pontos turísticos, se destacam: Parque Nacional do Itatiaia, Parque Municipal da Cachoeira da Fumaça, Parque Municipal da Serrinha do Alambari e Visconde de Mauá.

Em 1943, instalou-se no município a Academia Militar das Agulhas Negras (AMAN), instituição militar que forma os oficiais combatentes de carreira do Exército Brasileiro, por iniciativa de seu comandante na época, o então Coronel José Pessoa Cavalcanti de Albuquerque, que com sua visão de futuro, resolveu naquela época transferir a sede da Escola Militar de Realengo para Resende, buscando assim obter um maior espaço físico e uma melhor localização geoestratégica.

Atualmente a AMAN encontra-se perfeitamente entrosada com a comunidade resendense, participando ativamente de eventos patrocinados pelo município, seja abrigando em suas instalações atividades sócio-culturais e esportivas, seja apoiando eventos em prol das autoridades e da sociedade local.

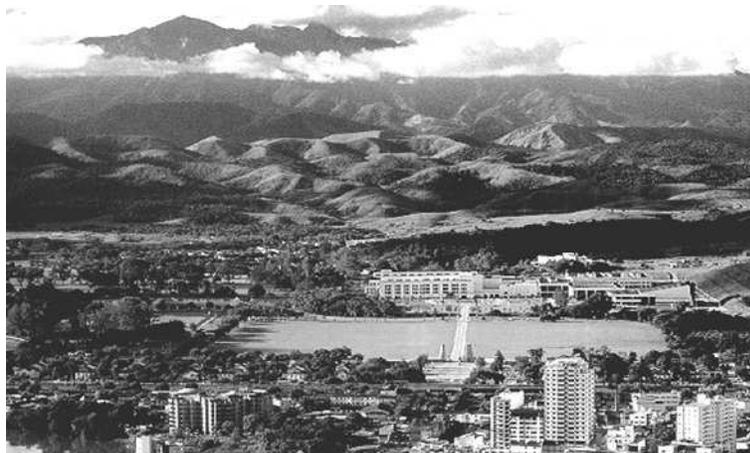


Figura 1.1: Visão aérea de Resende, da AMAN e da Região das Agulhas Negras. Fonte: Seção de Meios AudioVisuais - SMAV/AMAN.

---

## 1.2 A Academia Militar das Agulhas Negras

---

### 1.2.1 Missão da Academia

A Academia Militar das Agulhas Negras é o único estabelecimento de ensino superior que tem a missão de formar o oficial de carreira das armas de Infantaria, Cavalaria, Artilharia, Engenharia e Comunicações do Exército Brasileiro; também forma os oficiais do Serviço de Intendência e do Quadro de Material Bélico, iniciando suas carreiras de futuros chefes militares.

Os cursos na AMAN desenvolvem-se em quatro anos onde os cadetes recebem, além de formação técnica e profissional, treinamento para o exercício do comando. Além de matérias de cunho militar, os cadetes estudam disciplinas do ensino universitário tais como matemática, física, estatística, química, dentre outras. Vivem em regime de internato, saindo nos fins de semana e nas férias, e recebem ao longo de todo o curso alojamento, alimentação, fardamento e ajuda financeira.

### 1.2.2 Cidade Acadêmica - Infraestrutura e Instalações

A Cidade Acadêmica, como é conhecida a área em que a AMAN está instalada, abriga uma população aproximada de 12.000 habitantes; dispõe de um complexo paisagístico e arquitetônico dos mais bonitos, ocupando uma área de aproximadamente 67 Km<sup>2</sup>, sendo a segunda maior academia militar do mundo; suas instalações e campos de instrução estendem-se da Rodovia Presidente Dutra até o Maciço de Itatiaia.

Dentro de sua área está o Conjunto Principal dividido em duas partes, que engloba os seguintes setores: comando, administração, salas de aula, museu, pátios de formatura, bibliotecas e refeitórios; uma ampla praça de esportes (dois estádios, parque aquático, quadras diversas, pista de treinamento utilitário, centro de excelência em reabilitação com academia de musculação, dois ginásios cobertos e centro hípico), uma das mais completas instalações de tiro do mundo, dependências próprias para a instrução militar, um Hospital Escolar, um auditório para 1.150 pessoas, um teatro com 2.844 lugares, vila residencial com 3 bairros, totalizando 580 moradias e instalações de

apoio ao ensino, logísticas e administrativas, tudo sob a supervisão de uma prefeitura militar.

Dispõe ainda de agências bancárias, agência dos correios, igrejas, uma escola estadual e dois clubes recreativos - o Círculo Militar das Agulhas Negras (CIMAN) e o Clube de Subtenentes e Sargentos das Agulhas Negras (CSSAN) - proporcionando lazer e serviços para cadetes e moradores das vilas residenciais.<sup>2</sup>



Figura 1.2: Vista aérea do Conjunto Principal e do Teatro Acadêmico. Fonte: SMAV/AMAN.

### 1.2.3 A Visitação na AMAN

A AMAN é um ponto de acesso relativamente fácil aos brasileiros de todos os recantos, pois é servida por um dos eixos rodoviários mais influentes do país, a Rodovia Presidente Dutra. O agendamento para os grupos de visitação é realizado previamente mediante contato<sup>3</sup> com a Seção de Comunicação Social da AMAN, através de envio de documento para esta, contendo: data e horário da visita, efetivo total, nome do responsável pelo grupo e telefone de contato para confirmação da visita.

<sup>2</sup>Disponível em <http://www.aman.ensino.eb.br>.

<sup>3</sup>Via telefone ou por e-mail disponíveis no site da AMAN

Ao chegar na AMAN o grupo visitante deve se dirigir a Cabine de Visitantes, localizada um pouco antes do Portão Monumental (a entrada principal da Academia) para ser devidamente identificado e posteriormente conduzido ao interior da AMAN, onde a visitação se inicia. O Portão Monumental, por sinal, acaba constituindo-se num dos cartões postais da Academia, pois está situado contra a Serra da Mantiqueira, onde está localizado o Pico das Agulhas Negras. A Academia Militar das Agulhas Negras leva este nome justamente por estar situada ao sopé do pico, o sétimo ponto mais alto do Brasil, com 2.789m de altura.



Figura 1.3: Portão Monumental da AMAN. Fonte: SMAV/AMAN.

Após a identificação no Portão Monumental da AMAN, todos os visitantes são conduzidos pelas dependências da Academia, seja orientados por um cadete de serviço (no caso de visitas individuais e pequenos grupos) ou conduzidos por uma Comissão de Recepção e Acompanhamento, no caso de grupos com visitação previamente agendada.<sup>4</sup>

---

<sup>4</sup>Neste trabalho os dados considerados foram apenas de grupos visitantes agendados.

### 1.2.4 Pontos de Visitação na AMAN

Os principais pontos de visitação, localizados nos conjuntos principais 1 e 2 (CP1/CP2) da AMAN, por onde todos os grupos visitantes devem passar são os seguintes:

**Saguão Dom João VI** : Situado ao final da entrada principal da AMAN, o saguão tem o nome de Dom João VI em homenagem ao criador da Academia Real Militar, berço da AMAN. É totalmente decorado com vitrais franceses que mostram personagens da mitologia greco-romana e revestido de mármore vindo de Carrara (cidade italiana), todos doados pelo armador brasileiro Henrique Lage.<sup>5</sup>

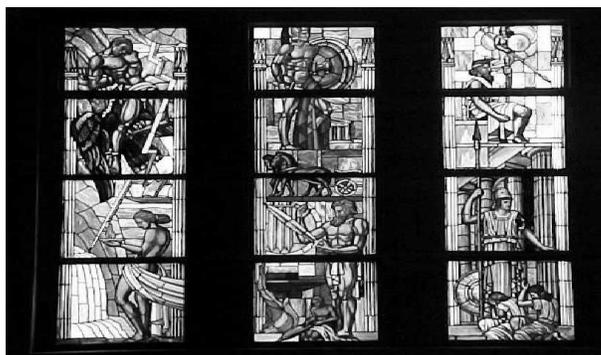


Figura 1.4: Vista parcial dos vitrais no Saguão Dom João VI. Fonte: SMAV/AMAN.

**Ala Histórica** : Existe para transmitir a tradição dos cadetes do passado para as gerações futuras. Dois apartamentos, montados nessa ala utilizada pelos cadetes do 4 o ano de Infantaria, mostram a evolução do ensino militar no Brasil. No primeiro apartamento vemos mobiliário, vestimentas e utensílios utilizados no início dos anos 40, época que o Exército Brasileiro estava sob influência da doutrina francesa (antes da Segunda Guerra Mundial) e no segundo apartamento vemos mobiliário, vestimentas e utensílios usados a partir de 1950, mostrando que o Brasil passou a adotar a doutrina americana.

---

<sup>5</sup>Em gratidão ao Exército, após seu filho ter sido salvo de afogamento por um cadete, quando caiu de um navio na Baía da Guanabara.



Figura 1.5: Vista de um dos apartamentos históricos. Fonte: SMAV/AMAN.

**Biblioteca Acadêmica** : Utilizada por cadetes, militares da AMAN e estudantes da cidade de Resende, está aberta diariamente no horário comercial e com plantões noturnos para utilização interna. A Biblioteca Acadêmica reúne atualmente mais de 80.000 volumes, entre livros, documentos e periódicos, muitos dos quais identificados como obras raras disponíveis para consulta local, à disposição de mestres, doutores, historiadores e pesquisadores. Com a ampliação da Academia Militar, esta nova biblioteca passou a integrar o novo conjunto principal, recebendo recursos modernos que a tornam capaz de apoiar as novas exigências do ensino.



Figura 1.6: Vista parcial de novas aquisições. Fonte: SMAV/AMAN.



Figura 1.7: Vista parcial da biblioteca. Fonte: SMAV/AMAN.

**Teatro Acadêmico (TA)** : Com o aumento do efetivo de cadetes e oficiais na AMAN viu-se a necessidade de construção de um local que abrigasse a realização de instruções, aulas e palestras para todos os militares. É um dos maiores teatros da América Latina, com capacidade para 2.844 pessoas. Esse teatro possibilitou a vinda de espetáculos de categoria de grandes centros - shows musicais, balés, orquestras sinfônicas e peças teatrais - assim como também é utilizado pela comunidade de Resende e cidades vizinhas. Possui em sua entrada a estátua de Ésquilo <sup>6</sup>, o qual representa a simbiose da arte da guerra com a arte cênica.



Figura 1.8: Vista externa do TA. Fonte: SMAV/AMAN.



Figura 1.9: Vista interna do TA. Fonte: SMAV/AMAN.

**Auditório General Médici (AGM)** <sup>7</sup>: Sua finalidade principal é servir como um auditório multi-funcional para apoiar as diversas atividades do Corpo de Cadetes da AMAN. Antigamente com a permanência do cadete, interno na Academia, e devido à distância entre a AMAN e o centro da cidade de Resende, aliadas às dificuldades dos meios de locomoção daquela época, a Academia realizava sessões de cinema com o objetivo de proporcionar uma opção de lazer para a família acadêmica.

---

<sup>6</sup>Guerreiro e dramaturgo grego que lutou na batalha de Maratona.

<sup>7</sup>Antigo Cinema Acadêmico.



Figura 1.10: Visita dos alunos do IME, EsSEx e EsAEX em 18 Mai 2010. Fonte: SMAV/AMAN.

**Refeitórios dos Cadetes** : O refeitório no CP1 é utilizado pelos cadetes do 1º e 2º anos, em frente ao Pátio Tenente Moura (PTM); já o refeitório no CP2, utilizado pelos cadetes do 3º e 4º anos, está em frente ao Pátio Marechal Mascarenhas de Moraes (PMMM). Os grupos visitantes são convidados a assistir à entrada dos cadetes no refeitório do CP1, pois estes entram marchando ao som da Banda de Música da AMAN, e também vão no refeitório do CP2 conhecer o quadro “Fiéis Soldados”, que mostra a evolução do Exército Brasileiro ao longo da História.



Figura 1.11: Vista do refeitório no CP 2 com o quadro “Fiéis Soldados” ao fundo. Fonte: SMAV/AMAN.

**Museu Acadêmico** : Ocupando as instalações da antiga biblioteca, é constituído por três partes, com uma superfície total de 1800m<sup>2</sup> e 9m de pé direito, revestido de madeira de lei trabalhada, na qual estão permanentemente expostas armaduras, quadros, condecorações, bandeiras, estandartes e armas, criando um ambiente de culto ao patrimônio histórico e valorização da profissão militar. Devido ao caráter histórico e artístico, seu conjunto arquitetônico é preservado na feição original. Na sua primeira parte, vemos pinturas e esculturas que compõem o ambiente junto à galeria de fotos dos antigos comandantes da AMAN e das escolas que a antecederam. A parte central abriga o salão de leitura com o mobiliário original da época. A última parte abriga uma exposição com o tema *A História da Academia Militar das Agulhas Negras*, mostrando os antecedentes da construção, a idealização, a inauguração da AMAN e o seu relacionamento com unidades e nações amigas.



Figura 1.12: Visita da Academia do Corpo de Bombeiros (DF) em 24 Jul 2009. Fonte: SMAV/AMAN.

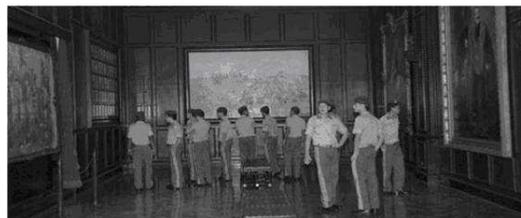


Figura 1.13: Visita do Colégio Militar de Brasília em 27 Jul 2010. Fonte: SMAV/AMAN.

**Auditório do Comando** : Local reservado para as apresentações formais das Comissões de Recepção, onde os oficiais (e o próprio Comandante, quando possível) dão as boas vindas aos visitantes, exibindo um pequeno filme informativo sobre a vida diária na Academia e, após a exibição do filme, abre-se a oportunidade para os visitantes formularem suas perguntas sobre a AMAN.



Figura 1.14: Visita do Poder Judiciário em 20 Out 2009. Fonte: SMAV/AMAN



Figura 1.15: Visita de Oficiais Nações Amigas em 24 Jul 2009. Fonte: SMAV/AMAN

**Maquete** : Traz a representação da área ocupada em Resende pela AMAN, mostrando detalhadamente todas as edificações que faziam parte de sua construção inicial datada de 1944 (na maquete elas possuem telhado alaranjado) e, posteriormente das edificações que foram construídas na ampliação que a Academia sofreu em 1988 (detalhadas em telhado cinza).



Figura 1.16: Visita de Oficiais Nações Amigas em 24 Jul 2009. Fonte: SMAV/AMAN



Figura 1.17: Visita de Colégios Militares em 31 Jul 2009. Fonte: SMAV/AMAN

Uma vez que passamos pelos nove pontos principais de visitação, no Capítulo 2 conheceremos detalhes sobre o clássico Problema do Caixeiro Viajante (PCV) e então

veremos sua similaridade com o problema dos grupos de visitação na AMAN.

---

---

## CAPÍTULO 2

---

# O PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE

Este capítulo nos apresenta o Problema do Caixeiro Viajante (PCV), objeto de publicação de vários artigos, justamente por ser um problema de formulação bem simples, mas ao mesmo tempo instigante e com diversas aplicações práticas, além de um representante ilustre da chamada Otimização Combinatória; inicialmente são mostradas algumas definições gerais e explicações sobre sua complexidade de resolução, seguidas posteriormente de um pequeno histórico. Por fim são comentadas algumas das atuais técnicas existentes voltadas para sua resolução.

---

### 2.1 Definições Gerais

---

#### 2.1.1 Otimização Combinatória

A Otimização Combinatória é um ramo da Matemática Aplicada que se preocupa com o estudo de problemas de *otimização* em conjuntos finitos, ou seja, trata de problemas cuja resolução envolve uma maximização ou minimização (otimização) de uma

ou várias *funções objetivo*, ao mesmo tempo em que respeita (satisfaz) as *restrições* sobre as suas *variáveis de decisão*<sup>1</sup>. Segundo Ragsdale (2009, p.40) [26]: “As restrições impõem limitações com relação aos valores que podem ser assumidos pelas variáveis de decisão e definem o conjunto de opções viáveis (ou uma região viável) para o problema.”

Segundo Stewart (2009, p. 253) [31], problemas de otimização podem ser resumidos a encontrar os valores extremos (máximo ou mínimo) de uma função. Tornando esse conceito de máximo e mínimo mais claro, vejamos as definições:

Uma função objetivo  $f$  de domínio  $D$  terá seu máximo global  $f(c)$  em  $D$  se, e somente se  $f(x) \geq f(c)$  para qualquer que seja  $x$  em  $D$ . Analogamente, para que tenhamos  $f(c)$  como um valor mínimo global de  $f$  em  $D$  se, e somente se  $f(x) \leq f(c)$  para qualquer que seja  $x$  em  $D$ .

Uma função tem um máximo local em  $c$  se  $f(x) \geq f(c)$  quando  $x$  estiver nas proximidades de  $c$  (isso significa que  $f(x) \geq f(c)$  para todo  $x$  em algum intervalo aberto contendo  $c$ ). Analogamente,  $f$  tem um mínimo local em  $c$  se  $f(x) \leq f(c)$  quando  $x$  estiver próximo de  $c$ .

A melhor solução dentro de um conjunto de soluções possíveis terá seu valor reconhecido como solução *ótima global*. Já a chamada solução *ótima local* será a melhor solução dentro de um conjunto de soluções próximas umas das outras. Encontrar a solução local dependerá muito do ponto de início do processo de otimização, já a solução global, independente do ponto de início, sempre poderá ser encontrada, mas geralmente exigirá um maior esforço computacional.

Existem diferentes abordagens de problemas na Otimização Combinatória; algumas têm como objetivo apresentar o valor ótimo de um problema (comprovadamente existente) que são os chamados métodos *exatos*, mas existe outra categoria de abordagem que tenta achar um resultado ótimo aproximado dentro de um tempo computacional considerado aceitável, que são os chamados métodos aproximados ou *heurísticos*. Algumas destas abordagens são específicas para um determinado tipo de problema e outras se propõem a serem mais abrangentes (aplicáveis) para todos os problemas que pertençam a uma determinada classe.

---

<sup>1</sup>Variáveis de decisão assumem valores delimitados por restrições impostas para o problema, formando assim um conjunto discreto de soluções.

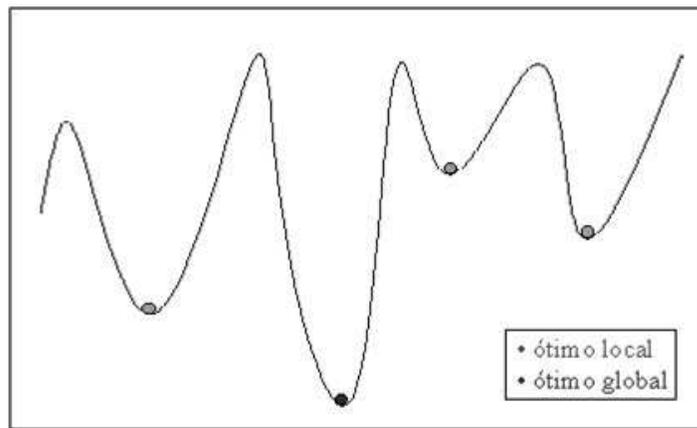


Figura 2.1: Exemplo ilustrativo de Solução Ótima Local e Solução Ótima Global. Fonte: Braga (2007).

Ao resolvermos problemas de Otimização Combinatória, basicamente iremos lidar com problemas computacionais de decisão, ou seja, problemas onde cada instância<sup>2</sup> admite uma e somente uma resposta: SIM ou NÃO. Problemas que possuem solução SIM são chamados *positivos* e caso a solução seja NÃO são chamados *negativos*. Como exemplos de problemas de decisão citamos: resolução de uma equação diofantina, decidir se um número inteiro  $n > 1$  é composto e determinação de um ciclo hamiltoniano<sup>3</sup>, dentre outros. Dizemos que um algoritmo<sup>4</sup> resolve um problema de decisão quando devolve SIM se a instância é positiva e NÃO quando a instância é negativa.

Segundo Garey e Johnson [10], os problemas de Otimização Combinatória podem ser divididos, segundo sua complexidade (ou consumo de tempo para sua resolução), em quatro grandes grupos:

- Problemas do tipo P (*Polynomial Time*): O seu consumo de tempo no pior caso (instância mais “difícil” do problema) é limitado por um algoritmo polinomial do tamanho da instância. Algoritmos polinomiais são considerados de solução rápida, por isso problemas do tipo P são chamados de *tratáveis* ou eficientes, e assim dizemos que todo problema do tipo P é um problema de decisão que possui solução de complexidade polinomial. Exemplos desse tipo de problema: resolução da equação do 2º grau, decidir se  $n$  natural é quadrado perfeito.

<sup>2</sup>Instância é um neologismo do inglês no sentido de exemplo, amostra, ilustração.

<sup>3</sup>Maiores detalhes na próxima seção.

<sup>4</sup>Uma sequência finita de operações ou instruções que resolve um problema.

- Problemas do tipo NP (*Nondeterministic Polynomial Time*): Seu consumo de tempo de resolução vai crescendo de modo exponencial, à medida que o tamanho da instância vai aumentando. Nenhum algoritmo polinomial resolve este tipo de problema, por isso são conhecidos como problemas *intratáveis*.

Problemas do tipo NP formam um conjunto de problemas de decisão para os quais existem *verificadores polinomiais*, ou seja, uma cadeia de caracteres que chamaremos de *certificado*. A ideia é que o certificado seja uma “prova” de que a instância é positiva. Um verificador polinomial satisfaz duas condições: para cada instância positiva do problema, existe um certificado que o verificador aceita em tempo limitado por uma função polinomial do tamanho da instância e para cada instância negativa do problema, não existe certificado que o verificador aceite. A limitação polinomial do consumo de tempo faz com que o tamanho de um certificado aceitável seja limitado por um polinômio no tamanho da instância (“curto”, portanto). Um exemplo de certificado para uma instância é uma sequência de vértices de um ciclo hamiltoniano. O verificador aceita a sequência se ela de fato representa um ciclo hamiltoniano, e é comprovado que a verificação nesse caso pode ser feita em tempo polinomial.

O bom senso sugere que P é apenas uma parte de NP. Surpreendentemente, ninguém conseguiu ainda encontrar um problema de NP que não esteja em P. Essa situação abre caminho para a suspeita de que P seja, talvez, igual a NP. Mas a maioria dos especialistas não acredita nessa possibilidade e até o presente momento esse fato ainda não foi demonstrado. O Instituto Clay de Matemática oferece um milhão de dólares pela solução da questão.

- Problemas NP - difícil (*NP - Hard*): Se a existência de um algoritmo polinomial para um problema X, não necessariamente em NP, implica em  $P = NP$ .
- Problemas NP - completo: São os problemas mais “difíceis” em NP. Pertencem à intersecção das classes NP e NP - difícil, ou seja, é um problema onde um algoritmo polinomial pode ser adaptado para resolver em tempo polinomial qualquer outro problema de complexidade NP (informalmente, um problema é NP-completo se for tão difícil quanto qualquer outro problema em NP.). Para provar que  $P = NP$  bastaria encontrar um algoritmo polinomial para um único problema NP-completo. Cabe frisar que há problemas de decisão do tipo NP-difícil que não

são NP - completo; um exemplo bem claro é o *problema de parada*, o qual pergunta se, ao iniciarmos um programa de computador, este rodará infinitamente ou não.

Grande parte dos problemas de Otimização Combinatória pertencem à classe NP-difícil, inclusive o PCV, o que significa na prática que dificilmente existirão algoritmos polinomiais que os resolvam, o que os tornam problemas bem mais interessantes para serem resolvidos; dependendo do tamanho do problema, uma solução poderia demorar horas, dias ou até anos para ser descoberta, mesmo que supercomputadores fossem usados.

Uma forma simplista de tratar tais problemas seria tentar enumerar todas as soluções possíveis e guardar aquelas que possuem menor custo, mas na prática é um procedimento que, para a maioria dos problemas, acaba tornando-se impraticável, já que existe um número elevado (fatorial) de soluções possíveis. Por isso é que são necessárias técnicas computacionais mais apuradas para resolver o problema, como as chamadas *heurísticas*<sup>5</sup>, por exemplo.

---

## 2.2 O Problema do Caixeiro Viajante (PCV)

---

### 2.2.1 Breve Histórico do PCV

As origens do nome “Problema do Caixeiro Viajante” são bem obscuras. Segundo Applegate, os primeiros problemas relacionados ao PCV datam de 1800, mas aparecem na literatura sem nenhum tratamento matemático formal; somente em 1930 é que se faz registro de uma primeira aparição mais formalmente construída, a partir de um trabalho apresentado por Karl Menger num colóquio matemático em Viena, que na verdade descreve uma variante do PCV conhecida pelo nome de *Problema do Carteiro*, também conhecido como *Botenproblem*, onde é dito que dado um número finito de

---

<sup>5</sup>As heurísticas, do grego *heurisken* que significa descobrir, são algoritmos que não oferecem garantia de encontrar a solução ótima, mas são capazes de retornar uma solução em um tempo adequado para as necessidades de aplicação.

pontos com distâncias entre si conhecidas, o carteiro deve encontrar o menor caminho conectando todos os pontos.

No meio matemático é comum o PCV receber o nome de *circuito hamiltoniano*; esse nome aparece em reconhecimento ao trabalho do matemático irlandês Willian Rowan Hamilton que, em 1857, propôs um jogo que denominou *Around the World*. O jogo foi elaborado sobre um dodecaedro onde a cada vértice era associado uma cidade importante da época e o objetivo era encontrar uma rota, através das arestas do dodecaedro, que iniciasse e terminasse em uma mesma cidade (vértice) sem nunca repetir uma visita.



Figura 2.2: Willian Rowan Hamilton. Fonte: Applegate (2007).



Figura 2.3: Jogo do Dodecaedro. Fonte: Applegate (2007).

O PCV passou a ganhar certa popularidade no começo dos anos 60, quando um anúncio da empresa *Procter & Gamble* ofereceu um prêmio de 10.000 dólares para quem mostrasse qual o menor caminho a ser percorrido passando por 33 estados norte-americanos sem retornar num mesmo estado; o fato chamou a atenção da comunidade matemática, principalmente por que muitos dos candidatos não sabiam como provar que tinham obtido o trajeto mais curto.

A partir daí surgem diversos fatos relevantes na história: George Dantzig, Ray Fulkerson e Selmer Johnson [5], em 1954, anunciam um método para a resolução do PCV e mostram o poder de resolução do método por eles elaborado, interligando os 48 estados norte-americanos mais a capital Washington (total de 49 cidades) na menor



Figura 2.4: Anúncio da *Procter & Gamble*. Fonte: Applegate (2007).

trajetória possível, o que na época foi um fato notável.

Groetschel e Holland, em 1987, encontram uma trajetória otimizada que passa por 666 locais no mundo. Em 2001, Applegate, Bixby, Chvátal e Cook encontram a trajetória mais curta para percorrer 15.112 cidades da Alemanha. Em 2004, com Helsingaun na equipe, encontram a solução ótima que percorre 24.978 cidades na Suécia.<sup>6</sup>

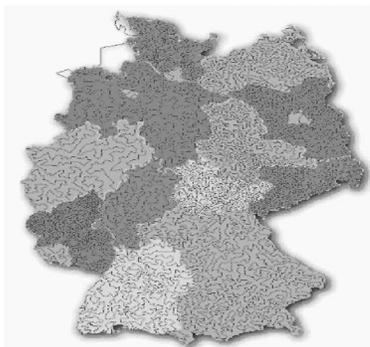


Figura 2.5: PCV na Alemanha. Fonte: <http://www.tsp.gatech.edu>.



Figura 2.6: PCV na Suécia. Fonte: <http://www.tsp.gatech.edu>.

<sup>6</sup>Disponível em: <http://www.tsp.gatech.edu/sweden/index.html>.

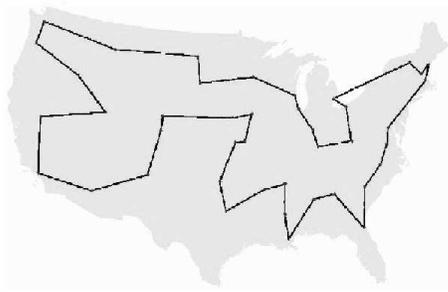


Figura 2.7: PCV nos Estados Unidos. Fonte: <http://www.tsp.gatech.edu>.

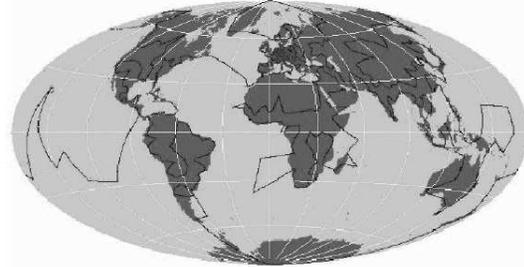


Figura 2.8: PCV no mundo. Fonte: <http://www.tsp.gatech.edu>.

Atualmente, deseja-se realizar a volta ao mundo na menor distância possível, sendo a melhor marca atualmente pertencente a Keld Helsgaun<sup>7</sup> usando uma variante do algoritmo heurístico Lin-Kernighan Heuristic (LKH). A trajetória mínima percorrendo 85.900 cidades foi encontrada em 04 de Maio de 2010.<sup>8</sup>

Reinelt [27], em 1990, criou uma biblioteca de problemas do tipo PCV chamada TSPLIB<sup>9</sup>, onde encontramos instâncias de vários tamanhos (de 14 até 85.900 cidades) que são muito úteis para estudos e pesquisas.

### 2.2.2 Descrição do PCV

Uma formulação simplista do problema, de acordo com Marcone [21] (2000, p.74): “Dado um conjunto de  $n$  cidades, um caixeiro viajante deve partir de uma cidade inicial, visitar todas as  $(n - 1)$  cidades restantes, passando uma única vez em cada, e regressar posteriormente à cidade de origem, de tal forma que a distância percorrida seja mínima.”

Em outras palavras, o caixeiro deseja achar a menos dispendiosa (ou mais curta) rota para visitar  $n$  diferentes cidades, passando por cada cidade exatamente uma vez antes de voltar para casa.

---

<sup>7</sup>Disponível em: <http://www.akira.ruc.dk/keld/>

<sup>8</sup>Disponível em <http://www.tsp.gatech.edu/world/index.html>.

<sup>9</sup>Disponível em <http://www2.iwr.uni-heidelberg.de/groups/comopt/software/TSPLIB95/>.

Segundo Applegate [1] (2007, p.1), “A simplicidade do PCV, acoplada com sua aparente intratabilidade, faz dele a plataforma ideal para o tratamento de idéias e de técnicas de ataque para problemas computacionais gerais.”

Mesmo sendo um problema do tipo NP - difícil, há problemas práticos que justificam sua utilização; dentre vários exemplos de casos que podem ser modelados como Problema do Caixeiro Viajante citados por Prestes [24] (2006, p.6) podemos destacar:

- Fabricação de placas de circuito integrado: Na perfuração das placas do circuito, na adição e soldagem de *chips*, na conexão entre pinos e nos testes de circuitos o PCV pode ser aplicado, pois tudo pode ser realizado de maneira otimizada, passando por cada ponto do circuito integrado uma única vez.
- Roteamento de veículos: Considerando que não há restrição de tempo e o número de cidades é fixo, considere uma transportadora que possui um motorista (caixeiro) que deverá visitar  $n$  cidades. O problema para a transportadora consiste em determinar rotas de modo que cada cidade seja visitada apenas uma vez e o custo de visitação seja o menor possível.
- Automatização de Robôs: Considere que para a fabricação de uma peça um robô tenha que fazer uma série de operações (corte, perfuração, soldagem, dentre outras); é perfeitamente viável determinar para o robô uma sequência de operações a fim de minimizar o tempo de fabricação da peça, ou seja, encontrar um caminho hamiltoniano mais curto.

Assim, o Problema do Caixeiro Viajante fez com que nos últimos anos um número expressivo de artigos viessem a surgir, por conta de seu uso como plataforma de testes para novas ideias, envolvendo os mais variados tipos de algoritmos. Conseqüentemente, foram desenvolvidas diversas variações do PCV, cada uma voltada para a resolução de um tipo específico de problema, como cita Braga [3] (2007, p.25):

- PCV com Coleta de Prêmios (PCVCP): Cada ponto do circuito é considerado um cliente potencial, que se atendido é associado a um ganho  $e$ , caso não atendido, é associado a uma penalidade. O objetivo é montar um percurso onde cada cliente seja visitado um única vez e, retornando ao ponto de partida, minimiza-se o custo da distância total percorrida mais a soma de penalidades, a fim de garantir um ganho mínimo que justifique o investimento.
- PCV com Janelas de Tempo (PCVT): Para cada ponto do circuito é estipulada uma janela de tempo. Assim, para um cliente  $A$  é associada uma janela de tempo  $[a_i, b_i]$ , onde  $a_i$  corresponde a uma hora inicial e  $b_i$ , à hora final de atendimento, e nenhum veículo pode chegar antes de  $a_i$  e nem depois de  $b_i$ ; o veículo tem que atender ao cliente  $A$  no intervalo compreendido entre  $a_i$  e  $b_i$ . Caso aconteça de o veículo  $k$  chegar antes de  $a_i$ , o mesmo terá que aguardar um tempo  $c_i$  até  $a_i$ , e caso o veículo  $k$  chegue depois de  $b_i$ , a rota torna-se inviável, pois o cliente  $A$  deixou de ser atendido. Neste tipo de problema, o objetivo é a redução do custo de operação do veículo na rota, minimizando o tempo total de percurso ou a distância total percorrida.
- PCV Estocástico (PCVE): O PCV clássico considera um circuito hamiltoniano em que seus elementos constitutivos são pré-estabelecidos. No modelo estocástico, aos seus elementos podem ser associadas distribuições de probabilidades que definirão seu valor ou até mesmo a sua existência.
- PCV Múltiplo (PCVM): Nesse tipo de PCV existem vários caixeiros viajantes. Todos começam e terminam em um mesmo ponto e cada um traça uma rota em particular, sendo que cada caixeiro visita um ponto diferente do outro; logo nunca um caixeiro  $A$  visitaria cliente de um caixeiro  $B$ . O objetivo é traçar  $n$  rotas para os  $n$  caixeiros, de modo que o somatório dos custos de todas as rotas seja minimizado.

### 2.2.3 Teoria dos Grafos para o PCV

O conceito de grafo nos permite adotar uma representação mais formal para o Problema do Caixeiro Viajante. Definimos *grafo* como sendo um ente matemático associado a um par  $G = (V, A)$  de conjuntos, onde  $V$  são conjuntos de vértices (nós) e  $A$  são conjuntos de arestas (arcos). Dessa forma, o PCV pode ser considerado como um grafo *completo*, ou seja, se a partir de qualquer vértice em  $G$  é possível ir de qualquer cidade para outra, onde cada cidade é identificada como um nó (ou vértice) e as rotas que ligam cada par de nós são chamadas de arestas (ou arcos).

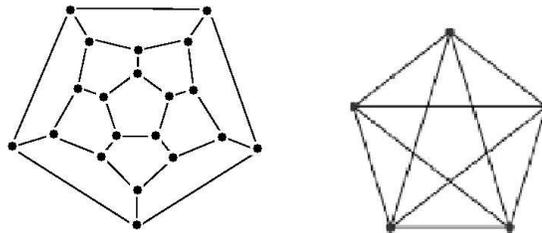


Figura 2.9: Exemplos de Grafos Completos. Fonte: Braga (2007).

Cada uma das arestas do grafo estará associada a uma distância total (e um custo) correspondente, e uma viagem onde seja possível passar por todos os nós (cidades) apenas uma vez será chamada de *ciclo hamiltoniano*, a qual será representada por um conjunto específico de linhas. A distância total e o custo do ciclo serão dados pelo somatório das distâncias das linhas presentes no mesmo.

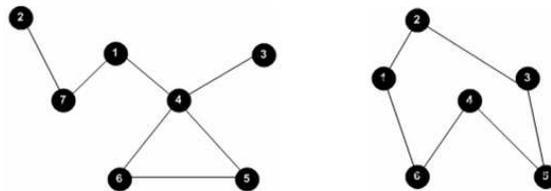


Figura 2.10: Exemplos de Grafos Não Hamiltoniano e Hamiltoniano. Fonte: Koide (2010).

Segundo Santos, Mello e Murari [23] (2007, p.308): “O Problema do Caixeiro Viajante resume-se a achar um ciclo hamiltoniano de custo mínimo, onde o custo de um ciclo é a soma dos custos dos arcos pertencentes ao ciclo”; ou seja, o objetivo do PCV é obter em um grafo  $G=(V, A)$  o ciclo hamiltoniano de menor custo entre os  $(n-1)!/2$  possíveis. O problema pode ser representado por um grafo  $G=(V, A)$ , com  $|N| \geq 3$  (cardinalidade do número  $N$  de nós maior ou igual a três) e custos  $c_{ij}$ ,  $(i, j) \in A$ , referentes a cada uma das arestas.

Dependendo da importância que a trajetória (sentido ao percorrer as arestas) possui, o PCV pode ser classificado em *simétrico* ou *assimétrico*. O problema é dito simétrico quando a distância entre duas cidades é a mesma, não importa a direção; ou seja, quando a distância entre dois nós quaisquer  $i$  e  $j$  independe do sentido ( $d_{ij} = d_{ji}$ ); caso contrário, o problema é denominado assimétrico. Nesse caso, sua simetria divide o número de soluções pela metade. Já o problema sendo *assimétrico* levará em consideração o sentido diferenciado da trajetória (por exemplo, no caso de subir e descer escadas) ou quando não existirem duas trajetórias numa linha (por exemplo, no caso de ruas sem saída).

O problema simétrico pode ser visto como um caso particular do assimétrico, e na prática algoritmos de problemas assimétricos geralmente requerem formulações especiais e tratamento de suas soluções. Por isso então problemas assimétricos são, em geral, mais difíceis de serem resolvidos que problemas simétricos.

---

## 2.3 Métodos de Resolução do PCV

---

As abordagens aplicadas ao PCV costumam ser divididas em pelo menos duas grandes categorias: Métodos Exatos e Métodos Heurísticos.

### 2.3.1 Métodos Exatos

Tais algoritmos provam que uma solução viável não existe, ou garantem a obtenção da solução ótima, provando a otimalidade da solução obtida num tempo de execução finito. Como exemplos de alguns métodos exatos, citamos: Algoritmos Gulosos, *Branch and Bound*, Planos de Corte, *Branch and Cut*, Programação Dinâmica e Relaxação Lagrangeana.

- Algoritmo Guloso<sup>10</sup> ou Ganancioso: É uma técnica onde se faz a escolha que pareça ser a melhor no momento, ou seja, faz-se uma escolha ótima local na esperança de se chegar a uma solução ótima global. Sua desvantagem é que pode levar a cálculos repetitivos, que nem sempre conduzem a resultados ótimos globais.
- *Branch and Bound*: Criado por Little *et al* [20] em 1963, procura resolver o problema enumerando suas possíveis soluções em uma quantidade tão pequena quanto possível, através de algoritmos que calculam limites inferiores e superiores (funções limitadoras), onde a cada passo do método o problema é dividido em problemas de menor porte, sendo verificadas a viabilidade e a necessidade de cada ramo da árvore de enumeração.
- *Branch and Cut*: Originalmente devido a Padberg e Rinaldi [25] em 1987, baseia-se em um algoritmo *Branch and Bound* onde em cada nó da árvore de enumeração deve-se aplicar um plano de corte; se nesta fase não for identificado nenhum plano de corte usam-se os *branching* (divisão do espaço de soluções correntes em dois ou mais espaços de soluções disjuntas). O processo continua até que se ache uma solução para o problema.
- Planos de Corte (*Cutting Planes*): Inicialmente criado por Dantzig *et al* [5] em 1954, formula-se o problema e identificam-se as restrições que são violadas por

---

<sup>10</sup>Constrói uma solução escolhendo a cada passo o objeto mais “saboroso”, de acordo com um critério preestabelecido.

esta formulação, achando-se uma solução. Novas restrições passam a ser incorporadas e o algoritmo calcula uma nova solução, agora usando o conjunto atual de restrições. Calcula-se até não se encontrar mais nenhuma restrição ou até acharmos uma solução viável para o problema.<sup>11</sup>

- Programação Dinâmica: Baseia-se na divisão de um problema em problemas menores (subproblemas) e em sua resolução recursiva. Os subproblemas se relacionam, ou seja, não são disjuntos. Este método compartilha as soluções dos subproblemas entre si e as combina para formar a solução do problema original. Para que a programação dinâmica seja aplicável, o problema deverá possuir dois requisitos: subestrutura ótima e superposição de subproblemas. Uma subestrutura ótima é quando uma solução ótima para o problema contém em seu interior soluções ótimas para subproblemas. A superposição de subproblemas acontece quando um algoritmo recursivo reexamina o mesmo problema muitas vezes.
- Relaxação Lagrangeana: Surgida em trabalhos pioneiros de Fisher [8], consiste em ver os problemas difíceis sob a ótica de equacioná-los como problemas fáceis, com um número pequeno de restrições; ou seja, acrescentam-se as restrições difíceis na função objetivo através de um vetor de multiplicadores, chamados *multiplicadores de Lagrange*, e eliminadas essas restrições, produzem um problema Lagrangeano mais relaxado (fácil) de resolver. Uma vantagem deste método é que torna-se possível estimar o quanto a solução encontrada está próxima da solução ótima.

Uma das maiores desvantagens dos métodos exatos está no fato de que para muitos problemas o tamanho das instâncias que podem ser solucionadas é limitado pelo custo computacional muito elevado, onde o tempo de processamento em função do número de possibilidades (complexidade combinatória) cresce grandemente com o tamanho da instância. Outra dificuldade está no consumo de memória que pode ser muito alto, levando ao término prematuro do programa.

---

<sup>11</sup>O algoritmo é desenvolvido de forma que, após um número finito de passos, haja certeza de que a solução inteira obtida seja a solução ótima.

### 2.3.2 Métodos Heurísticos

É a classe de algoritmos cujo objetivo é tentar resolver o problema num tempo computacional aceitável. Basicamente temos as técnicas *heurísticas* e as *metaheurísticas*.

Heurística é definida como uma técnica que busca boas soluções (aproximadas) com um custo computacional que seja razoável, não obrigatoriamente garantindo soluções factíveis ou ótimas, e em muitos casos, também não sendo capaz de declarar o quão próximo uma solução factível está da solução ótima. As heurísticas são algoritmos específicos para um determinado problema, o que faz com que seu uso seja inviável em problemas ligeiramente diferentes.

Os procedimentos heurísticos para o PCV podem ser divididos em três grupos: métodos de construção de roteiros, métodos de melhorias de roteiros e métodos compostos, onde heurísticas de construção e de melhorias são usadas de maneira conjunta.

- Métodos de Construção de Roteiros: No roteiro vão sendo incluídos os nós do circuito gradualmente, de modo sequencial, segundo alguma regra de construção, sem que a solução parcial obtida seja melhorada. Em outras palavras, um roteiro é construído iterativamente, sem modificação posterior das sequências parciais de nós, definidos ao longo do processamento do algoritmo.

A construção do roteiro pode se dar através:

- do método do vizinho mais próximo, no qual o caixeiro inicia em uma cidade qualquer e então segue para a cidade mais próxima; a partir desta, busca-se a cidade mais próxima ainda não visitada e assim sucessivamente até que todas as cidades sejam visitadas, retornando então à cidade de origem;

- de métodos de inserção, nos quais, partindo-se de um roteiro inicial com apenas duas cidades, e considerando todas as demais cidades ainda não incluídas no roteiro, seleciona-se para inserção, no roteiro parcial sendo construído, aquela que atenda um determinado critério; por exemplo, a cidade que proporciona o menor acréscimo de distância total percorrida, ou a cidade mais próxima do roteiro, ou a mais distante, ou ainda aquela que forma o maior ângulo com duas cidades já inseridas no roteiro, sendo esse procedimento repetido sucessivamente, com análise da inserção entre cada par de cidades do roteiro parcial, até que todas as cidades sejam inseridas no roteiro;
- de heurísticas baseadas em árvores de cobertura (*Spanning Trees*) segundo Held e Karp [12] em 1970, nas quais a árvore de cobertura mínima é utilizada como base para guiar a construção do roteiro;
- do método das economias, proposto por Clarke e Wright [4] em 1964, no qual cidades vão sendo sucessivamente agrupadas, de forma sequencial, para formar um roteiro, com base em uma ordem decrescente do cálculo de economias decorrentes da sua união que considera a distância de cada um dos pontos ao ponto inicial e também a distância entre eles.
- Métodos de Melhorias de Roteiros: Procuram melhorar o roteiro do caixeiro viajante obtido através de algum outro modo. Os métodos de melhorias mais utilizados são do tipo *k-opt*, conforme proposto por Lin e Kernighan [19] em 1973, nos quais  $k$  arcos são removidos de um roteiro e substituídos por outros  $k$  arcos, com a finalidade de diminuir a distância total percorrida.

Conforme Laporte [18] em 1992, quanto maior o valor de  $k$ , melhor a precisão do método, porém maior também é o esforço computacional. Na prática, os mais utilizados são os métodos 2-opt e 3-opt, isto é,  $k$  assumindo os valores 2 ou 3.

- Métodos Compostos: Procuram obter uma solução inicial rapidamente usando um dos métodos construtores e a partir daí usa o método 2-opt para realizar um primeiro refinamento na solução inicial; esgotadas as possibilidades de melhoria 2-opt, parte-se para o uso do método 3-opt sobre a solução obtida.

### 2.3.3 Métodos Metaheurísticos

Metaheurísticas são métodos aproximados que tentam propôr uma formulação geral que seja aplicável em qualquer problema, a fim de evitar a estagnação em ótimos locais existente nas heurísticas.

Algumas metaheurísticas de uso difundido são: *Simulated Annealing*, Busca Tabu, Algoritmos Genéticos, *Ant Colony Optimization* (ACO), *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP) e Redes Neurais Artificiais (RNA).

- *Simulated Annealing* (Arrefecimento Simulado): Proposto por Kirkpatrick [16] em 1983, em analogia com a termodinâmica, é baseado num processo metalúrgico conhecido como *annealing* (ou recozimento) para obtenção de estados de baixa energia num sólido, quando primeiramente a temperatura de um sólido é aumentada até ele se fundir, e numa segunda etapa o material é esfriado lentamente num processo controlado e monitorado até se solidificar; os átomos do material adquirem energia para se movimentarem e com o arrefecimento se organizam com menor gasto de energia interna o que conseqüentemente, produz redução de defeitos no material; já seu algoritmo consiste em uma técnica de busca local probabilística, que tem como vantagem permitir testar soluções mais distantes de uma solução atual, assim como o ponto inicial de pesquisa pode ser escolhido com maior independência.
- Busca Tabu (*Tabu Search*): Proposta por Glover [11] na década de 70, baseia-se na manutenção de uma busca “tabu”, ou seja, de uma lista de movimentos

inicialmente proibidos, mesmo que melhorem a situação. O objetivo é considerar as soluções piores no início para que no final sejam consideradas as melhores, pois o algoritmo é construído de forma a evitar o retorno a um ótimo local previamente visitado; com isso o método é capaz de superar a otimalidade local e chegar a um resultado ótimo ou próximo ao ótimo global.

- Algoritmos Genéticos ou Evolutivos: Desenvolvidos por Holland [13] em 1962, são inspirados na Teoria da Evolução de Darwin; o algoritmo começa com um conjunto de cromossomos (vetores numéricos) que representam possíveis soluções para o problema, onde estes componentes individuais (vetores numéricos) dentro de um cromossomo são chamados de genes; a partir daí novos cromossomos são criados pela passagem e pela mutação.

*Passagem* é a troca probabilística de valores entre vetores solução.

*Mutação* é a substituição aleatória de valores entre um vetor solução.

Os cromossomos são então avaliados por uma função objetivo (ou de capacidade), com o mais capacitado (maior *fitness*) sobrevivendo na geração seguinte. O resultado é uma associação de genes que evolui com o tempo, a fim de produzir soluções cada vez melhores para o problema.

A capacidade de cada cromossomo é então comparada com a capacidade do cromossomo correspondente da população original, com os cromossomos mais capazes sobrevivendo na população seguinte. Esse processo é repetido até que alguma condição seja satisfeita (por exemplo, o número estipulado da população ou o aperfeiçoamento da melhor solução ter sido alcançado).

- ACO (*Ant Colony Optimization*): Introduzido por Marco Dorigo [6] em 1992 na sua tese de PhD, é inspirado no comportamento das formigas ao saírem de sua colônia na procura por comida; quando encontra comida, uma formiga volta para

sua colônia deixando no caminho um rastro de *feromônio*<sup>12</sup> que levará outras formigas ao alimento. O rastro do feromônio evapora com o tempo, mas quando uma formiga acha um caminho ótimo, ocorrerá que esse caminho terá maior concentração de formigas passando por ele e, conseqüentemente, terá mais quantidade de feromônio do que os outros.

O algoritmo se baseia em imitar esse comportamento através de “formigas virtuais” que percorrerão diversos caminhos, representados por grafos, até acharem a solução ótima; tem como vantagem o fato de se o grafo mudar dinamicamente, a colônia de formigas também pode se adaptar e mudar em tempo real, o que é ideal na resolução de problemas envolvendo transportes urbanos e redes de computadores, por exemplo.

- GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*): Descrito no trabalho de Feo e Resende [7] em 1989 na resolução do problema da cobertura de conjuntos, consiste em criar uma solução inicial e depois efetuar uma busca local para melhorar a qualidade da solução. Seu diferencial para outros métodos está na geração dessa solução inicial, baseada nas três primeiras iniciais de sua sigla em inglês: gulosa (*Greedy*), aleatória (*Randomized*) e adaptativa (*Adaptive*). Privilegia a geração de uma solução inicial de melhor qualidade, e utiliza a busca local apenas para executar pequenas melhorias.

Uma solução para o GRASP é como um conjunto com elementos que atendem a todas as restrições existentes no problema. Inicia-se com um conjunto vazio, e são inseridos elementos nesse conjunto até que ele represente uma solução viável para o problema. A construção de uma solução no GRASP consiste na definição de um critério de avaliação dos elementos que podem ser inseridos em um conjunto que, ao final do processo, será uma solução para o problema de otimização que se pretende resolver.

---

<sup>12</sup>Hormônio secretado pelas formigas, utilizado para sinalização (alimento, perigo, maturação sexual).

- Redes Neurais Artificiais (RNA): Hopfield [15] e Tank [14] em 1982 foram os pioneiros em aplicar redes neurais num trabalho envolvendo o PCV, cuja inspiração provém da estrutura do cérebro, em particular dos neurônios. Por se basear na estrutura cerebral, apresenta muitas vantagens, tais como capacidade de aprendizagem, auto-organização, flexibilidade, tolerância a falhas, dentre outras, podendo obter respostas em tempo real.

Agora que conhecemos melhor o Problema do Caixeiro Viajante e algumas de suas técnicas de resolução disponíveis, veremos no próximo capítulo como será feita a modelagem do problema dos grupos visitantes na AMAN e utilizaremos um dos métodos de resolução citados nesse capítulo.

---

---

## CAPÍTULO 3

---

# MODELAGEM DO PROBLEMA

---

### 3.1 Iniciando a visita

---

A primeira providência a ser tomada pelos grupos visitantes quando vêm para a AMAN, uma vez que chegam transportados por ônibus e/ou vans, é identificar-se na guarita próxima ao Portão Monumental, pois só assim poderão entrar na AMAN; os grupos entrarão pelo Portão Lateral, e não pelo Portão Monumental, pois este é destinado somente aos veículos de menor porte (carros, motos e bicicletas).

Após a entrada na AMAN, os motoristas são orientados a estacionarem suas vans ou ônibus na rua entre o Teatro Acadêmico e o Pavilhão de Comando, sendo o ponto de desembarque dos ônibus o começo de tudo, ou seja, o Ponto Inicial(PI) da visitação; convém lembrar que este PI está estrategicamente situado próximo (bem à frente) do futuro Centro de Recepção de Visitantes, que será inaugurado no bicentenário da AMAN.

Situado à Rua General Dionísio Cerqueira, na entrada à direita do final da Esplanada Ministro Dutra e de frente ao Pavilhão de Comando no CP2, é a partir deste ponto de desembarque que os grupos visitantes, saindo de suas conduções, recebem

as boas vindas dadas pelos oficiais membros da Comissão de Recepção e Acompanhamento (CRA)<sup>1</sup> e, na sequência, os grupos são conduzidos pelas instalações da AMAN, dando início à visitação propriamente dita.



Figura 3.1: Vista aérea da AMAN. Fonte: Google Maps(2010).

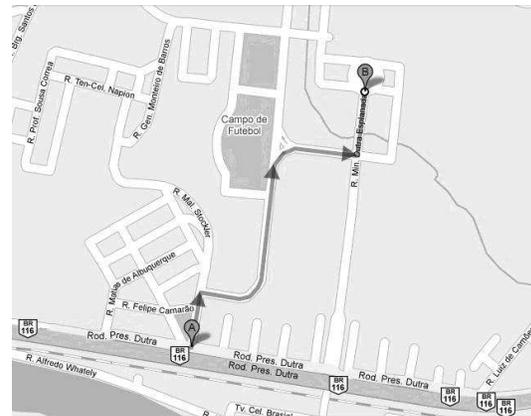


Figura 3.2: Trajeto de entrada dos ônibus de visitantes na AMAN. Fonte: Google Street View(2010).

---

## 3.2 Dados para construção do algoritmo

---

Utilizando-se de plantas baixas disponibilizadas pela Prefeitura Militar<sup>2</sup> das construções feitas no Conjunto Principal da AMAN, foi confeccionada uma tabela que mostra as coordenadas dos principais pontos de visitação (e que por consequência permite estimar as distâncias entre os mesmos) e um grafo que assinala todos os caminhos possíveis de serem realizados pelos grupos visitantes.

Os grupos visitantes entram em locais com diferentes tipos de pavimentos, tanto no CP1 quanto no CP2, assim como também encontram locais com diferentes níveis de acessibilidade no decorrer de sua trajetória; logo, serão considerados no decorrer deste trabalho os seguintes valores:

---

<sup>1</sup>Maiores informações no Anexo 4.

<sup>2</sup>Setor da AMAN responsável por construção, manutenção e conservação na área acadêmica.

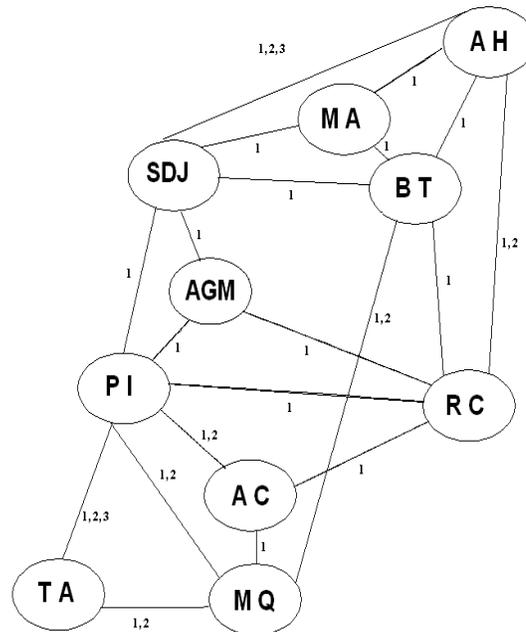


Figura 3.3: Grafo dos pontos de visitação na AMAN.

I) Quanto às superfícies de contato<sup>3</sup>: Encontramos na AMAN basicamente quatro tipos diferentes de pavimentação:

**Tipo 1:** Piso de Madeira com coeficiente de atrito dinâmico 0,68.

**Tipo 2:** Piso de Granito com coeficiente de atrito dinâmico 0,50.

**Tipo 3:** Piso de Concreto com coeficiente de atrito dinâmico 0,65.

**Tipo 4:** Piso Cimentado Liso com coeficiente de atrito dinâmico 0,43.

Nos casos onde coexistirem dois tipos de piso distintos tomaremos como referência o coeficiente do piso que apareceu em sua maior área.

II) Quanto a trajetória: Ao percorrer a AMAN encontramos três níveis de dificuldade; seguindo a ordem crescente, teremos:

<sup>3</sup>O coeficiente de atrito dinâmico mínimo recomendado pela ABNT no anexo N da norma NBR 13818 de 1997 é 0,4.

Número do Ponto	Descrição	Coordenadas
Ponto 1	Ponto Inicial (PI)	(130; 194)
Ponto 2	Saguão Dom João VI (SDJ)	(240; 370)
Ponto 3	Biblioteca (BT)	(352; 207)
Ponto 4	Ala Histórica (AH)	(483; 492)
Ponto 5	Teatro Acadêmico(TA)	(50; 50)
Ponto 6	Auditório General Médici (AGM)	(245; 324)
Ponto 7	Refeitório dos Cadetes (RC)	(468; 165)
Ponto 8	Museu Acadêmico (MA)	(286; 292)
Ponto 9	Auditório do Comando (AC)	(182; 65)
Ponto 10	Maquete (MQ)	(182; 50)

Tabela 3.1: Coordenadas dos pontos de visitação da AMAN.

**Nível 1:** Quando a subida/descida é feita via elevador ou a trajetória é feita em piso plano, sem aclives nem declives.

**Nível 2:** Quando a subida/descida é feita por meio de escadas.

**Nível 3:** Quando a subida/descida é feita por meio de rampas.

III) Com relação aos pontos de visitação da AMAN, temos as seguintes trajetórias possíveis:

1) Acesso do Ponto Inicial (PI) ao Teatro Acadêmico (TA):

PITA1 - Via entrada lateral do TA pela rampa de acesso: piso tipo 3 / nível 3 / distância 100m.

PITA2 - Via entrada lateral do TA pelo elevador do Comando: piso tipo 3 / nível 1 / distância 152m.

PITA3 - Via entrada frontal do TA pela escadaria: piso tipo 3 / nível 2 / distância 180m.

2) Acesso do Ponto Inicial (PI) ao Saguão Dom João VI (SDJ):

PISDJ1 - Acesso via entrada frontal do Saguão: piso tipo 3 / nível 1 / distância 261m.

3) Acesso do Ponto Inicial (PI) ao Auditório General Médici (AGM):

PIAGM1 - Acesso via entrada frontal do Auditório: piso tipo 3 / nível 1 / distância 223m.

4) Acesso do Ponto Inicial (PI) ao Auditório do Comando (AC):

PIAC1 - Acesso via elevador do Comando: piso tipo 2 / nível 1 / distância 90m.

PIAC2 - Acesso via escadaria: piso tipo 2 / nível 2 / distância 70m.

5) Acesso do Ponto Inicial (PI) à Maquete (MQ):

PIMQ1 - Acesso via Bloco H pelo elevador do Comando: piso tipo 2 / nível 1 / distância 135m.

PIMQ2 - Acesso via Bloco H pela escadaria: piso tipo 2 / nível 2 / distância 115m.

6) Acesso do Ponto Inicial (PI) ao Refeitório dos Cadetes (RC):

PIRC1 - Acesso via entrada frontal do Refeitório pelo elevador do Comando : piso tipo 3 / nível 1 / distância 283m.

7) Acesso do Auditório do Comando (AC) à Maquete (MQ):

ACMQ1 - Acesso via corredor do Bloco H: piso tipo 2 / nível 1 / distância 15m.

8) Acesso do Auditório do Comando (AC) ao Refeitório dos Cadetes (RC):

ACRC1 - Acesso via elevador no corredor da Divisão de Ensino: piso tipo 2 / nível 1 / distância 248m.

9) Acesso da Maquete (MQ) à Biblioteca (BT):

MQBT1 - Acesso via corredor da Divisão de Ensino: piso tipo 2 / nível 1 / distância 275m.

MQBT2 - Acesso via corredor do pátio Marechal Mascarenhas de Moraes (PTMMM): piso tipo 4 / nível 1 / distância 344m.

10) Acesso da Biblioteca (BT) à Ala Histórica (AH):

BTAH1 - Acesso via corredor do Salão de Provas: piso tipo 3 / nível 1 / distância 344m.

11) Acesso do Saguão Dom João VI (SDJ) à Ala Histórica (AH):

SDJAH1 - Acesso via elevador do Saguão: piso tipo 4 / nível 1 / distância 170m.

SDJAH2 - Acesso via escadaria do Saguão: piso tipo 4 / nível 2 / distância 214m.

SDJAH3 - Acesso via escadaria entre as alas: piso tipo 4 / nível 2 / distância 194m.

12) Acesso do Saguão Dom João VI (SDJ) ao Auditório General Médici (AGM):

SDJAGM1 - Acesso via entrada lateral do AGM: piso tipo 2 / nível 1 / distância 46m.

13) Acesso do Saguão Dom João VI (SDJ) à Biblioteca (BT):

SDJBT1 - Acesso via escadas e Corredor das Bandeiras no 2º piso: piso tipo 2 / nível 1 / distância 210m.

14) Acesso do Saguão Dom João VI (SDJ) ao Museu Acadêmico (MA):

SDJMA1 - Acesso via elevador ao 3° piso e corredor frente ao Pátio (PMMM):  
piso tipo 2 / nível 1 / distância 75m.

15) Acesso do Teatro Acadêmico (TA) à Maquete (MQ):

TAMQ1 - Acesso Foyer Superior do TA via escada interna, seguindo via ligação  
TA/CP2: piso tipo 2 / nível 2 / distância 132m.

TAMQ2 - Acesso Foyer Intermediário, ligação TA/CP2, subindo escada interna  
CP2: piso tipo 3 / nível 2 / distância 130m.

16) Acesso da Biblioteca (BT) ao Museu Acadêmico (MA):

BTMA1 - Acesso via Corredor Histórico: piso tipo 1 / nível 1 / distância 85m.

17) Acesso do Museu Acadêmico (MA) à Ala Histórica (AH):

MAAH1 - Acesso via corredor frente ao Pátio Tenente Moura (PTM): piso tipo 1  
/ nível 2 / distância 160m.

18) Acesso do Refeitório dos Cadetes (RC) ao Auditório General Médici(AGM):

RCAGM1 - Acesso via elevador da Divisão de Ensino: piso tipo 2 / nível 2 /  
distância 248m.

19) Acesso do Refeitório dos Cadetes (RC) à Biblioteca (BT):

RCBT1 - Acesso por elevador para o corredor do Salão de Provas no 3° piso: piso  
tipo 4 / nível 1 / distância 291m.

20) Acesso do Refeitório dos Cadetes (RC) à Ala Histórica (AH):

RCAH1 - Acesso via elevador ao 3° andar e corredor frente ao pátio (PMMM): piso  
tipo 4 / nível 1 / distância 208m.

RCAH1 - Acesso via corredor frente ao pátio (PMMM) e escada entre alas: piso  
tipo 4 / nível 2 / distância 240m.

Após a exibição dos dados a serem utilizados na confecção do trabalho, falaremos

a seguir do método escolhido para a execução do trabalho e apresentaremos algumas justificativas da sua escolha.

---

### 3.3 Justificativa do método utilizado

---

Uma vez de posse dos dados do problema e com o conhecimento dos métodos de resolução apresentados no Capítulo 2, optou-se pelo uso do método metaheurístico ACO, com as seguintes justificativas:

- O comportamento das formigas assemelha-se em muito ao dos visitantes da AMAN, pois ambos são grupos, têm necessidades de percorrer um caminho ótimo (as formigas percorrem grafos) e retornam juntos ao ponto de partida de forma organizada.
- Assim como os grupos visitantes na AMAN são guiados pelos integrantes da CRA, grupos de formigas guiam outras que não conhecem o caminho através do rastro de feromônio, lembrando que na vida real muitas espécies de formigas são quase cegas, o que para os visitantes, que não conhecem um espaço o qual estão visitando, não é uma sensação tão diferente. As formigas artificiais do algoritmo ACO, quando movem-se dentro dos componentes de um grafo, já estão programadas a não passarem pelos mesmos lugares, algo desejável por qualquer grupo visitante.
- Por ser um problema NP - completo, de altíssima complexidade, somente as heurísticas conseguem explorar melhor, com passos simples a serem realizados, sem necessidade de gradientes, sistemas lineares, ou técnicas mais elaboradas.
- Como a instância é pequena (apenas 10 pontos a percorrer), temos que a metaheurística ACO pode ser empregada nesta situação real com custo mínimo, sendo perfeitamente viável o seu uso, pois a velocidade será grande e o tempo hábil.

Feitas as justificativas acima, na sequência serão mostradas formulações dos algoritmos clássicos do PCV e do ACO, e um fluxograma que esclarecerá como o algoritmo

voltado para o problema da AMAN funcionará.

---

### 3.4 Formulação clássica do PCV

---

Nesta seção será apresentada uma das formulações disponíveis na literatura para a resolução do PCV, acompanhada de uma breve descrição de suas subrotinas. Segundo Benini [2], a formulação clássica do PCV na estrutura de programação inteira é representada do seguinte modo:

Minimizar a função objetivo  $z$

$$z = MIN \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (3.1)$$

sujeita as seguintes restrições:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad (3.2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad (3.3)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \leq |S| - 1 \quad (3.4)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \text{ onde } i, j = 1, 2, \dots, n. \quad (3.5)$$

A função objetivo  $z$  em (3.1) representa o duplo somatório (custo total) que deverá ser minimizado para ir de uma cidade  $i$  para uma cidade  $j$ , onde  $c_{ij}$  é o custo de se transportar um arco  $(i, j) \in A$  e  $x_{ij}$  uma variável binária de valores zero-um que determina se o arco foi escolhido para fazer parte do circuito hamiltoniano ou não.

Quanto ao conjunto de restrições, temos que (3.2) garante que cada posição de chegada  $j$  pertencerá somente a uma única cidade, enquanto que (3.3) garante uma

única conexão de partida em  $i$ ; ou seja, as restrições asseguram que cada vértice possui apenas um sucessor e um antecessor.

$S$  é um subgrafo de  $G = (V, A)$ , em que  $|S|$  representa, através do símbolo de cardinalidade  $||$  o número de vértices deste subgrafo, e (3.4) garante descartar as subrotas que não formem circuito hamiltoniano.

O conjunto de restrições em (3.5) representa a integridade das variáveis  $x_{ij}$  para as  $n$  cidades do problema, onde é implícito que não existe  $x_{ii}$  e tem-se  $n \cdot (n - 1)$  variáveis inteiras 0(zero) ou 1(um); ou seja, a variável binária  $x_{ij}$  assume valor 1(um) se o arco  $(i, j) \in A$  for escolhido para a solução e 0(zero) caso contrário.

Esta formulação evidencia a natureza combinatória do problema, mostrando que ao solucionarmos um PCV acabaremos encontrando uma permutação de mínimo custo ao percorrer os vértices do grafo, minimizando o somatório das distâncias entre as cidades, na rota de uma cidade  $i$  para uma cidade  $j$ .

---

## 3.5 Formulação clássica do ACO

---

Nessa seção será exposto o algoritmo *Ant Colony System* (ACS), elaborado para a resolução do PCV exibido na seção anterior, com a descrição pormenorizada das etapas de construção da solução e atualização do feromônio.

O algoritmo *Ant System* (AS) foi o primeiro desenvolvido por Dorigo [6] em 1991 para resolver o Problema do Caixeiro Viajante com o uso da colônia de formigas. Posteriormente, tendo passado por diversas modificações, com melhoras nos resultados obtidos e diminuição de esforço computacional conforme descreve Shtovba [28] e ainda sido estendido, como mostra Socha [30], para problemas com multi-objetivos e domínios contínuos, o algoritmo passou a ter como principal característica a atualização do feromônio por todas as  $m$  formigas participantes de cada iteração.

Por sua primazia na resolução do Problema do Caixeiro Viajante, o algoritmo AS serviu de base para a construção de diversos outros, dentre os quais o *Ant Colony System* (ACS), introduzido por Dorigo e Gambardella em 1997, que se utiliza da es-

estratégia do elitismo <sup>4</sup>, fazendo com que apenas a formiga de melhor desempenho (conhecida como *best-so-far*) deposite o feromônio, e as demais removam seus feromônios. É mais eficiente que o AS no sentido de que explora a experiência das formigas com mais intensidade, encontrando soluções factíveis ótimas em tempos computacionais menores. Veremos a seguir como a evaporação e o depósito de feromônio são alterados somente nos circuitos de melhor qualidade, assim como são removidos os feromônios nas conexões dos circuitos, aumentando a exploração de outros caminhos diferentes.

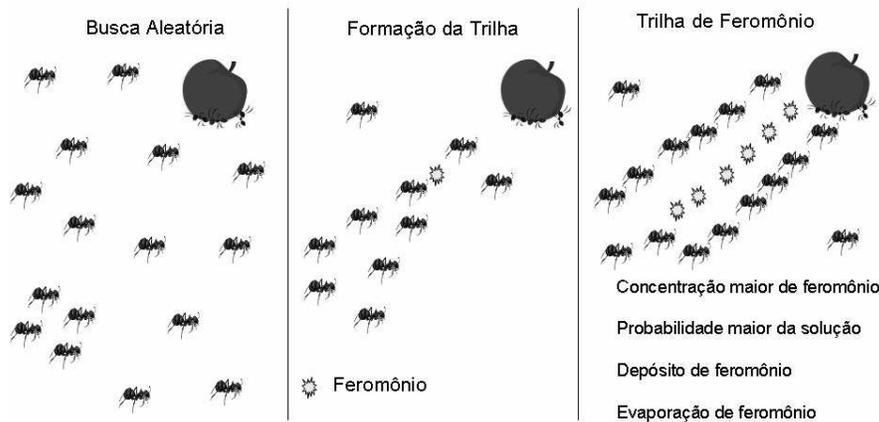


Figura 3.4: Representação da atuação do feromônio na trilha das formigas. Fonte: Koide(2010).

### 3.5.1 Construção do Algoritmo

No algoritmo AS cada formiga, quando decide incluir ou não determinada aresta no trajeto, utiliza iterativamente uma função probabilística que apenas calcula qual a probabilidade da formiga  $k$  que está no vértice  $i$  se locomover para o vértice  $j$ ; já a construção da solução no algoritmo ACS é modificada em relação à do algoritmo AS, no sentido de que passa a ser pseudoaleatória, conforme mostra a função probabilística  $p_{i,j}^k$  abaixo:

<sup>4</sup>Sistema de favorecimento das minorias.

$$p_{i,j}^k = \begin{cases} \frac{(\tau_{i,j})^\alpha (\eta_{i,j})^\beta}{\sum_{l \in N_i^k} (\tau_{i,l})^\alpha (\eta_{i,l})^\beta}, & \text{se } j \in N_i^k \text{ e } q \leq q_o \\ \theta_{i,j} & \text{se } j \in N_i^k \text{ e } q > q_o \end{cases} \quad (3.6)$$

onde  $N_i^k$  é a lista dos vértices ainda não visitados pela formiga que se encontra no ponto  $i$ , sendo  $l$  um ponto ainda não visitado;

$\tau_{i,j}$  é a quantidade de feromônio na aresta  $(i, j)$ ;

$\eta_{i,j}$  é um valor heurístico que representa a atratividade da formiga visitar o ponto  $i$  depois de visitar o ponto  $j$ ; geralmente é considerado inversamente proporcional à distância entre  $i$  e  $j$  e representado por  $\eta_{i,j} = 1/d_{ij}$ ;

$\alpha$  e  $\beta$  são parâmetros que regulam a influência do feromônio e da heurística, ou seja, definem o grau de importância de  $\tau$  e  $\eta$  respectivamente;

$q$  é um valor aleatório dentro do intervalo  $[0 ; 1]$  e  $q_o$  é o limiar da escolha entre uma decisão determinística ou probabilística, também dentro do mesmo intervalo;

$\theta_{i,j}$  é um valor probabilístico também dentro do intervalo  $[0, 1]$ .

A primeira linha da função (3.6) mostra que a partir de um vértice  $i$ , a escolha do vértice candidato  $j$  é feita de acordo com a probabilidade de transição, ou seja, quando a formiga  $k$  está no vértice  $i$  e tem a distância dada pela solução parcial  $N_i^k$ , a probabilidade de ir para o vértice pré-fixado  $j$  é dada pela função acima apresentada; a primeira linha é chamada de *diversificação tendenciosa*, pois com as formigas espalhadas inicialmente em diversos pontos do grafo, teríamos que em poucas iterações a probabilidade iria convergir para um valor que não necessariamente seria o ótimo.

A segunda linha da função (3.6) adiciona a possibilidade  $\theta_{i,j}$  de uma escolha do próximo nó, tomando como base o feromônio e a heurística de informação, garantindo assim que hajam escolhas de múltiplos caminhos por parte das formigas, o que faz com que o algoritmo venha a convergir após um número razoável de iterações para a chamada solução ótima.

### 3.5.2 Atualização do Feromônio

Segundo França [9], para atualizar as trilhas de feromônio nas arestas, calcula-se inicialmente a quantidade a ser depositada em cada uma delas, proporcional à qualidade das soluções as quais elas pertencem. O feromônio,  $\tau_{i,j}$ , associado à junção entre os pontos  $i$  e  $j$ , é atualizado conforme a expressão a seguir:

1) Evaporação: Evita que o feromônio acumulado cresça indefinidamente, permitindo obter soluções diferentes e permite abandonar antigas soluções de busca.

$$\tau_{i,j} \leftarrow (1 - \rho)\tau_{i,j} \quad (3.7)$$

onde ( $0 < \rho \leq 1$ ) é a taxa de evaporação do feromônio.

2) Deposição: Uma vez que as formigas percorreram seus circuitos e foram medidos seus caminhos, o feromônio  $\tau_{i,j}$ , associado à junção entre as cidades  $i$  e  $j$  é atualizado (depositado) em diferentes quantidades em cada aresta do grafo, de acordo com o desempenho de cada formiga e obedecendo a expressão a seguir:

$$\tau_{i,j} \leftarrow (1 - \rho).\tau_{i,j} + \rho.\Delta\tau_{i,j}^k \quad \text{Evaporação + Deposição} \quad (3.8)$$

onde  $\Delta\tau_{i,j}$  é a quantidade de feromônio que será depositada pela formiga  $k$  na aresta  $(i, j)$  calculado por  $\Delta\tau_{i,j}^k = Q/L_k$ , se a  $k$ -ésima formiga usa a trilha  $(i, j)$  no seu caminho, é a quantidade de feromônio depositado pela formiga  $k$  nas arestas que visitou,  $Q$  é uma constante de projeto e  $L_k$  é o comprimento do caminho feito pela  $k$ -ésima formiga.

Uma vez explicados os detalhes do algoritmo ACO em separado, a próxima subseção mostrará como suas subrotinas iteragem entre si.

### 3.5.3 Fluxograma do ACO

A fim de entendermos melhor como funcionarão as subrotinas apresentadas anteriormente para o algoritmo ACO, será mostrado a seguir a sequência dos passos através de um fluxograma.

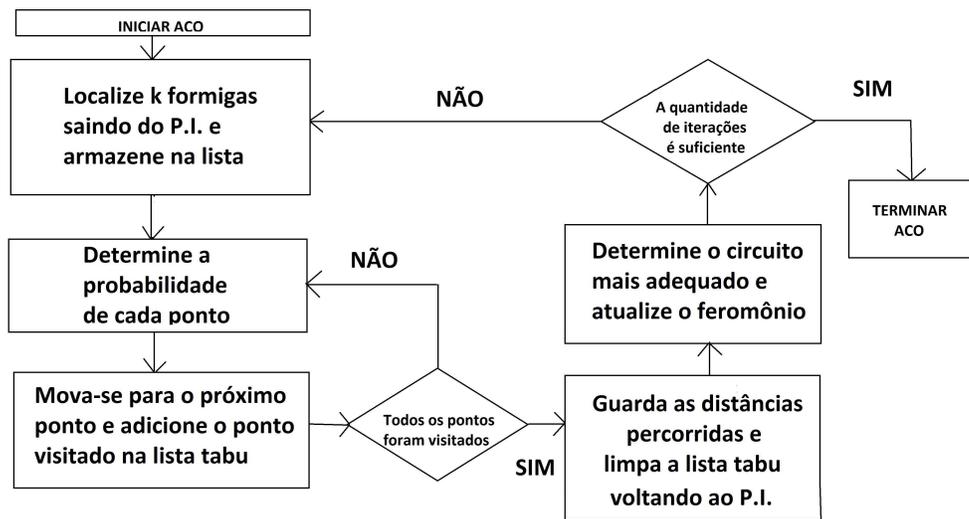


Figura 3.5: Fluxograma do algoritmo ACO.

Antes de finalizar o capítulo, vejamos agora a formulação específica do algoritmo ACO para o problema dos grupos de visitação na AMAN.

---

## 3.6 Formulação do algoritmo ACO da AMAN

---

Recordemos que foram considerados desde o início do capítulo alguns parâmetros, tais como os níveis de acessibilidade (pisos sem desnível e elevadores no caminho o tornam nível 1, escadas nível 2 e rampas nível 3) e tipos diferentes de pisos (madeira, cimentado liso, concreto, granito) que os grupos visitantes na AMAN irão encontrar

em seus trajetos. Apesar da metaheurística ACO voltada para o PCV ser, pelas justificativas apresentadas na seção 3.3 desse capítulo, a mais adequada a ser aplicada no problema, os algoritmos conhecidos não utilizam esses dois parâmetros; por isso uma modificação é proposta no algoritmo clássico ACO a fim de adaptá-lo melhor ao problema de visitação na AMAN.

Será considerada uma mudança na formulação do valor heurístico  $\eta_{i,j}$  (referente a atratividade da formiga visitar o ponto  $j$  depois de visitar  $i$ ); além do inverso da distância  $d_{ij}$ , que é normalmente o único parâmetro considerado no algoritmo ACS, será considerado também o inverso multiplicativo do parâmetro referente a nível de dificuldade do trajeto (indicaremos por  $N_{ij}$ ) e considerado diretamente proporcional o parâmetro coeficiente de atrito (indicaremos por  $A_{ij}$ ) da atratividade, portanto diretamente proporcional a equação clássica, surgindo assim uma nova fórmula de valor heurístico:  $\eta_{i,j} = \frac{A_{ij}}{d_{ij} \cdot N_{ij}}$ .

A tabela 3.1 compara as atratividades e os custos dos algoritmos ACO clássico e o ACO modificado proposto, onde pode-se observar no algoritmo modificado que o caminho onde o valor do coeficiente de atrito é maior, implica que esse caminho é mais atraente de passar (atratividade maior); sendo o nível de dificuldade de um caminho maior do que o normal (dobro ou até o triplo), faz com que o caminho de nível maior torne-se menos atraente (atratividade menor) do que o caminho com nível de dificuldade normal (nível 1).

ACO Clássico	ACO Modificado
Atratividade $_{i,j} = \eta_{i,j} = 1/d_{ij}$	Atratividade $_{i,j} = \eta_{i,j} = \frac{A_{ij}}{d_{ij} \cdot N_{ij}}$
Custo $_{i,j} = d_{ij} = 1/\eta_{i,j}$	Custo $_{i,j} = \frac{d_{ij} \cdot N_{ij}}{A_{ij}}$

Tabela 3.2: Comparação entre os algoritmos.

Agora que foram lançados os alicerces na construção de um modelo matemático específico para os grupos visitantes da AMAN, no próximo capítulo testaremos sua

eficácia realizando a implementação de todos os dados e analisando os resultados obtidos.

---

---

# CAPÍTULO 4

---

## IMPLEMENTAÇÃO MATEMÁTICA

Foi utilizado nessa parte do trabalho um computador com processador Intel© Core (TM) 2 Duo com 4Gb de RAM e 2,2GHz. Através do software *Matlab*© foram feitas as implementações dos algoritmos<sup>1</sup> e a posterior exibição dos resultados. Foram realizadas três séries de iterações, cada uma com 200 repetições, onde diferentes valores de entrada foram utilizados para os dois algoritmos, a fim de melhor compreendermos as variações em seus resultados.

---

### 4.1 Resultados do Algoritmo ACO Clássico

---

Na primeira série os valores de entrada utilizados foram  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 4$ ,  $\rho = 0,9$  e  $Q = 100$ , sendo constatada uma convergência muito rápida no resultado da trajetória mais curta (1.538,40m) pouco antes da 20ª repetição de um total de 200 realizadas ( $n_{max} = 200$ ) conforme mostra a figura 4.1. O tempo da trajetória de cada formiga, medido pela função *etime* do *Matlab*, foi de 0,031s para a 1ª e de 2,484s para a 200ª.

---

<sup>1</sup>Os algoritmos utilizados estão descritos nos anexos 5 e 6.

A ordem de passagem nos pontos de visitação da AMAN obtida nessa primeira série alternou-se nos seguintes resultados: 1 (PI) - 8 (BT) - 6 (MQ) - 2 (TA) - 4 (AGM) - 7 (RC) - 3 (SDJ) - 9 (AH) - 10 (MA) - 5 (AC) e  
3 (SDJ) - 7 (RC) - 4 (AGM) - 2 (TA) - 6 (MQ)- 8 (BT) - 1 (PI) - 5 (AC) - 10 (MA) - 9 (AH).

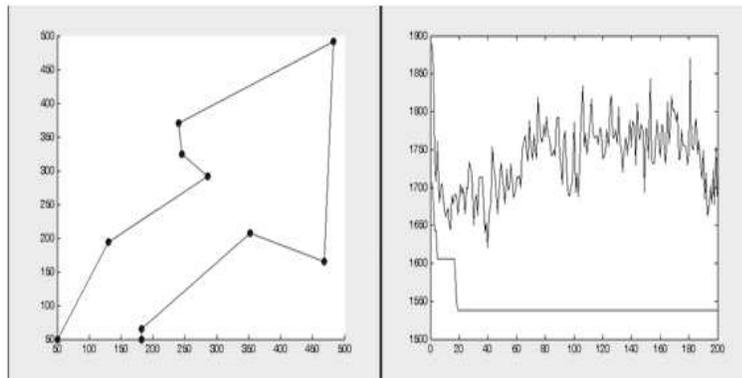


Figura 4.1: Visualiza o do melhor caminho (  esquerda), distâncias percorridas pelas 200 formigas e valor do menor trajeto (  direita) na aplica o da 2  série de itera es do ACO clássico.

Na segunda série os valores de entrada utilizados foram  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 5$ ,  $\rho = 0,5$  e  $Q = 100$ , sendo que agora a ordem de passagem no percurso foi única: 1 (PI) - 8 (BT) - 6 (MQ) - 2 (TA) - 4 (AGM) - 7 (RC) - 3 (SDJ) - 9 (AH) - 10 (MA) - 5 (AC).

O valor do menor trajeto continuou sendo o mesmo (1.538,40m) assim como o desenho da trajetória se manteve; sua convergência ocorreu por volta da 20  itera o; já o tempo gasto tornou-se ligeiramente maior, tanto para a 1  formiga que foi de 0,047s quanto para a 200  que foi de 2,5s.

Na terceira série os valores de entrada utilizados foram:  $\alpha = 0,1$ ,  $\beta = 2$ ,  $\rho = 0,1$  e  $Q = 100$ , sendo que o desenho da trajetória e o valor do trajeto mais curto (1.538,40m) continuaram sendo os mesmos, mas agora a convergência da trajetória mais curta iniciaram-se apenas a partir da 60  formiga e em alguns casos até na 80  itera o, onde o tempo gasto pela 1  foi de 0,031s e na 200  foi de 2,297s, com a ordem de percurso alternando-se entre os seguintes resultados: 2 (TA) - 6 (MQ) - 8 (BT) - 1 (PI) - 5 (AC) - 10 (MA) - 9 (AH) - 3 (SDJ) - 7 (RC) - 4 (AGM) e

9 (AH) - 10 (MA) - 5 (AC) - 1 (PI) - 8 (BT) - 6 (MQ) - 2 (TA) - 4 (AGM) - 7 (RC)

- 3 (SDJ).

---

## 4.2 Resultados do Algoritmo ACO Modificado

---

Repetimos os valores de entrada usados anteriormente no ACO tradicional para efeito de comparação dos resultados. Lembrando então que na primeira série os valores utilizados foram:  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 4$ ,  $\rho = 0,9$  e  $Q = 100$ , em cada iteração ocorre uma alternância na ordem do trajeto entre os seguintes valores: 1 (PI) - 2 (TA) - 6 (MQ) - 5 (AC) - 7 (RC) - 9 (AH) - 10 (MA) - 8 (BT) - 3 (SDJ) - 4 (AGM),

9 (AH) - 10 (MA) - 8 (BT) - 3 (SDJ) - 4 (AGM) - 1 (PI) - 2 (TA) - 6 (MQ) - 5 (AC) - 7 (RC) e

9 (AH) - 7 (RC) - 5 (AC) - 6 (MQ) - 2 (TA) - 1 (PI) - 4 (AGM) - 3 (SDJ) - 10 (MA) - 8 (BT).

Neste último trajeto apareceu um valor diferente (2.854,90m), sendo que a Figura 4.2 mostra o desenho da trajetória levemente diferente, em comparação com o desenho de trajeto da Figura 4.3, com seu valor (2.841,80m) fornecido das duas outras trajetórias.

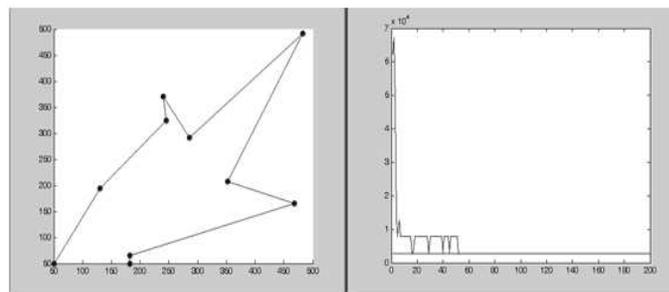


Figura 4.2: Visualização da trajetória diferente obtida (à esquerda) e convergência do valor de trajetória mais curta (à direita) na 1ª série de iterações do ACO modificado.

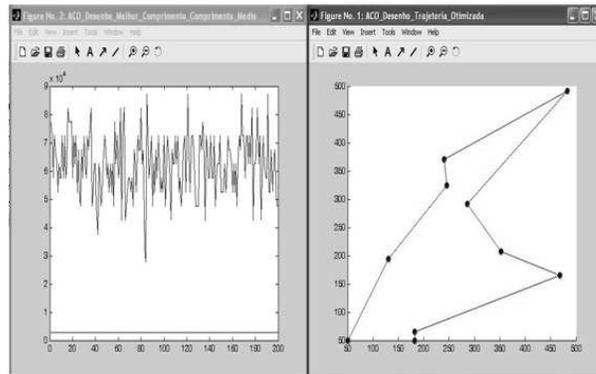


Figura 4.3: Visualização das distâncias percorridas nas 200 iterações e da melhor trajetória obtida na aplicação da demais séries de iterações do ACO modificado.

Na segunda série os valores de entrada utilizados foram:  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 5$ ,  $\rho = 0,5$  e  $Q = 100$ , o que gerou um desenho único de trajetória, assim como um único valor de trajeto mais curto (2.841,80m) nas iterações; quanto as ordens de trajeto encontradas, tivemos: 1 (PI) - 2 (TA) - 6 (MQ) - 5 (AC) - 7 (RC) - 9 (AH) - 10 (MA) - 8 (BT) - 3 (SDJ) - 4 e

9 (AH) - 10 (MA) - 5 (AC) - 1 (PI) - 8 (BT) - 6 (MQ) - 2 (TA) - 4 (AGM) - 7 (RC) - 3 (SDJ).

Na terceira série os valores de entrada utilizados foram:  $\alpha = 0,1$ ,  $\beta = 2$ ,  $\rho = 0,1$  e  $Q = 100$ , que também geram um desenho único de trajetória, assim como o mesmo valor de trajeto mais curto (2.841,80m) em todas as iterações; já em relação as ordens de trajeto encontradas, tivemos: 9 (AH) - 10 (MA) - 5 (AC) - 1 (PI) - 8 (BT) - 6 (MQ) - 2 (TA) - 4 (AGM) - 7 (RC) - 3 (SDJ) e

1 (PI) - 2 (TA) - 6 (MQ) - 5 (AC) - 7 (RC) - 9 (AH) - 10 (MA) - 8 (BT) - 3 (SDJ) - 4 (AGM).

---

## 4.3 Comentários sobre os resultados

---

Esperava-se que o comprimento do trajeto mais curto fornecido pelo algoritmo ACO modificado (2.841,80m) fosse maior que o resultado gerado pelo algoritmo ACO

clássico (1.538,40m), o que de fato aconteceu (seu valor é próximo do dobro), sendo essa diferença justificável pelos desníveis (subidas e descidas) existentes no Complexo Principal da AMAN, considerados apenas nesse algoritmo, tornando sua trajetória mais extensa, porém mais realista.

Também era de se esperar que os desenhos de trajetórias possíveis fossem diferentes entre os dois algoritmos, como de fato o são; o algoritmo ACO modificado considera mais de uma aresta entre um ponto de visitação e outro na maioria dos trechos, o que fez com que rendesse dois desenhos de trajetórias levemente diferentes, assim como dois valores de menor trajeto (2.854,90m e 2.841,80m). Em termos práticos, podemos utilizar esses dois percursos distintos caso tenhamos a visita de dois grupos visitantes no mesmo dia, o que não é algo raro de acontecer na AMAN, e que provavelmente no ano de seu bicentenário ocorrerá com maior frequência.

Cabe ressaltar que o caminho ótimo deve obrigatoriamente começar a partir do Ponto 1 (Ponto Inicial), pois é exatamente nesse ponto que começa a visita, conforme visto anteriormente no início do Capítulo 3; por outro lado, aspectos práticos de cordialidade e educação fazem com que, logo de início, seja desejável que os grupos visitantes sejam conduzidos ao Auditório do Comando (ponto 9) pois, conforme explicação dada no Capítulo 1, é o local reservado para o Comandante da AMAN receber os visitantes e dar-lhes as boas vindas, assim como esse local tem a função de dar um panorama geral, com a exibição do filme informativo de “quebrar o gelo” ao abrir um canal para perguntas sobre a AMAN, antes de iniciarem a caminhada propriamente dita.

Seguindo um raciocínio lógico e prático, temos que pelo fato de ser bem próximo do Auditório do Comando e também por fornecer a melhor visão espacial da AMAN, tanto das suas instalações e ampliações realizadas quanto dos locais percorridos na visitação, é desejável que a Maquete (ponto 10) seja um dos primeiros pontos a ser visitado.

De posse dos resultados obtidos pelo ACO clássico, para que esses obedeçam os critérios que foram descritos acima, basta fazermos a leitura das ordens de trajeto da direita para esquerda, com seus itinerários começando no ponto 1 e então encontraremos a solução ótima descrita abaixo, de acordo com a Figura 4.4:

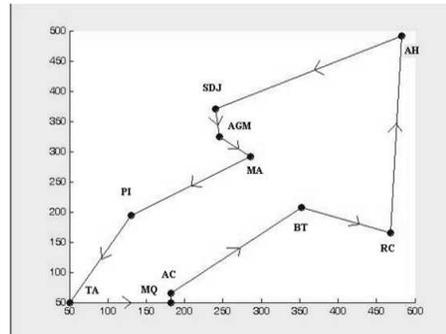


Figura 4.4: Visualização da melhor trajetória obtida nas três iterações feitas com o ACO clássico.

1 (Ponto Inicial)  $\rightarrow$  5 (Teatro Acadêmico)  $\rightarrow$  10 (Maquete)  $\rightarrow$  9 (Auditório do Comando)  $\rightarrow$  3 (Biblioteca)  $\rightarrow$  7 (Refeitório dos Cadetes)  $\rightarrow$  4 (Ala Histórica)  $\rightarrow$  2 (Saguão Dom João VI)  $\rightarrow$  6 (Auditório General Médici)  $\rightarrow$  8 (Museu Acadêmico)  $\rightarrow$  1 (Ponto Inicial).

De acordo com esse resultado, vemos que o algoritmo ACO clássico não fornece uma trajetória compatível com o problema dos grupos visitantes na AMAN, pois a partir da Biblioteca, situada no 3º andar do Conjunto Principal, os grupos teriam que descer ao 2º andar para ver o Refeitório dos Cadetes, subir para o 3º andar a fim de visitar a Ala Histórica, em seguida descer ao 1º andar para ver os vitrais do Saguão Dom João VI e o Auditório (AGM) e depois subir novamente ao 3º andar para conhecer o Museu Acadêmico, para finalmente descer ao 1º andar e terminar a visita, o que na realidade é inviável.

Todas as arestas escolhidas pelo algoritmo ACO modificado têm nível 1 de dificuldade, com exceção do trecho escolhido entre a Maquete (MQ) e o Teatro Acadêmico (TA), pois ali só existem trechos com nível 2 de dificuldade. Junte-se a isso o fato que, com exceção do trecho entre o Refeitório dos Cadetes e a Ala Histórica, que possuem coeficiente de atrito 0,43, todos os outros trechos selecionados possuem coeficiente de atrito dinâmico acima de 0,5, fato esse que garantirá a estabilidade no caminhar dos

grupos visitantes que necessitam de maiores cuidados na sua condução, tais como membros da 3ª idade, portadores de necessidades especiais e crianças das primeiras séries do ensino fundamental, dentre outros.

Enfim, procurando unir aos resultados obtidos a coerência e a praticidade desejadas pela AMAN na execução de um caminho ótimo de visitação, conclui-se que o trajeto, obtido pelo algoritmo ACO modificado, deverá ser feito na seguinte ordem, de acordo com a Figura 4.5:

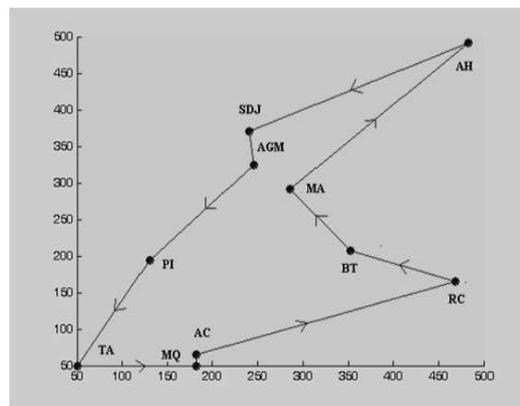


Figura 4.5: Visualização da trajetória mais comum nas iterações com o ACO modificado.

1 (Ponto Inicial) → 5 (Teatro Acadêmico) → 10 (Maquete) → 9 (Auditório do Comando) → 7 (Refeitório dos Cadetes) → 4 (Ala Histórica) → 8 (Museu Acadêmico) → 3 (Biblioteca) → 2 (Saguão Dom João VI) → 6 (Auditório General Médici) → 1 (Ponto Inicial).

Analisando esse resultado fornecido pelo algoritmo ACO modificado, é imediata a verificação de ser bem mais coerente que o fornecido pelo ACO clássico, pois uma vez que os grupos visitantes sobem para o 3º andar, acabam percorrendo todos os pontos ali existentes para só depois então descenderem ao 1º andar uma única vez e percorrerem os dois pontos restantes (Saguão Dom João VI e AGM) mais próximos do Ponto Inicial, assim finalizando a trajetória. Acredita-se então que seja este o percurso que melhor

se adapta as reais necessidades dos grupos visitantes na AMAN.

---

# CONCLUSÃO

Este trabalho, com a implementação em *Matlab* de uma heurística ACO modificada, chegou a uma solução que, ao que tudo indica, é uma trajetória perfeitamente viável para condução dos grupos visitantes na AMAN. Existem porém outros problemas no dia a dia da AMAN que poderiam ser solucionados com os recursos da Otimização Combinatória. Dentre algumas situações, podemos destacar as seguintes:

- Problema de Programação de Horários: Sendo a AMAN uma instituição de ensino superior com efetivo superior a 1600 alunos, é primordial construir um planejamento semanal eficiente, que leve em conta horários de aula, nome dos professores, disciplinas e dias da semana em que cada professor lecionará, para conhecimento prévio tanto do corpo discente quanto dos docentes.
- Problema de Alocação de Salas: A Seção Técnica de Ensino da AMAN todo ano tem que fazer a distribuição das salas de aula, considerando o tipo de sala, sua capacidade, localização, reservas e horários previamente estabelecidos, se haverá trabalho individual ou em grupo, se haverá uso ou não de meios auxiliares de instrução (mapas, cartas topográficas, computadores, livros) dentre diversos outros aspectos e peculiaridades.
- Problema de Programação de Horários de Provas: Há vários conjuntos de turmas e matérias, mas um único local na AMAN disponível para realização de provas para todas as turmas (Salão de Provas). Um objetivo desejável é alocar

cada prova num determinado horário, de modo que todas as turmas sejam atendidas e algumas restrições sejam obedecidas, tais como não sobrecarregar uma semana com mais de duas provas para uma mesma turma, provas de determinadas matérias tenham prioridade sobre outras por exigência da matriz curricular, dentre outras especificidades.

- Problema da Mochila (*Knapsack Problem*): As atividades militares dos cadetes da AMAN visam prepará-los para o campo de batalha, onde o uso de mochilas se faz presente, sejam individuais ou coletivas; alguns itens obrigatoriamente deverão ser levados em cada mochila, dependendo da missão e de sua duração, mas existe a restrição de não ultrapassarem determinada pesagem. Pode-se criar um grau de importância a cada item, o que ajudaria no processo de seleção.
- Problema de Roteamento de Veículos: Todas as viaturas partem da Seção de Transportes da AMAN abastecidas e vistoriadas, antes de realizar qualquer missão. Um problema pertinente consiste em encontrar rotas de custo mínimo para estas viaturas, sendo primordial atender as demandas de todos os solicitantes, procurando não ultrapassar a capacidade da Seção de Transportes tanto no que se refere a escala de manutenção das viaturas quanto na quantidade de motoristas e viaturas disponíveis para as missões.

Trabalhos recentes tais como os de Silva(2004)[29] sobre confecção de escalas de serviço e Oliveira(2008)[22] sobre rotas de patrulhamento preventivo, dentre outros, nos mostram importantes colaborações da Otimização Combinatória em assuntos militares, ajudando a cortar custos e respaldar tomada de decisões, duas das principais preocupações na formação de chefes militares do século XXI.

Finaliza-se este trabalho na expectativa de que parcerias e convênios de instituições de ensino superior, renomadas e comprometidas com a pesquisa e a formação de valores em nosso país, tais como a UNICAMP e a AMAN, continuem a juntar suas forças e estreitar seus laços na realização de importantes descobertas, o que certamente garantirá, com base no valioso capital humano e esforço conjunto de doutores, mestres e militares, a realização de muitos trabalhos relevantes, não só no âmbito universitário ou para as Forças Armadas, mas para benefício de todos.

---

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] APPLGATE, D. L. *et al.* *The Traveling Salesman Problem: A Computational Study*. USA: Princeton University Press, 606 p., 2007.
- [2] BENINI, F. A. V. *Rede Neural recorrente com perturbação simultânea aplicada no problema do caixeiro viajante*. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Paulo, 68 p., 2008.
- [3] BRAGA, E. A. S. *Modelagem e otimização do problema do caixeiro viajante com restrições de tempo, distância e confiabilidade via algoritmos genéticos*. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia de Produção, UFPE, Recife, 64 p., 2007.
- [4] CLARKE, G.; WRIGHT, J.W. *Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points*. *Operations Research*, v.12, p. 568-581, 1964.
- [5] DANTZIG, G. B.; FULKERSON, D. R.; JOHNSON, S. M. *Solution of a Large-Scale Traveling Salesman Problem*. *Operations Research*, v.2, p. 393-410, 1954.
- [6] DORIGO, M. *Optimization, Learning and Natural Algorithms (in Italian)*. PhD Thesis, Dip Elettronica, Politecnico di Milano, 1992.

- 
- [7] FEO, T.; REZENDE, M. *A greed randomized adaptative search procedure for maximum independent set*. Operations Researchs, n.42, p. 860-879, 1994.
- [8] FISHER, M. L. *The Lagrangian Relaxation method of solving integer programming problems*. Management Science, v.27, p.1-18, 1981.
- [9] FRANÇA, F. O. *Algoritmos Bio-inspirados aplicados à Otimização Dinâmica*. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Unicamp, Campinas, 120 p., 2005.
- [10] GAREY, M. R.; JONHSON, D. S. *Computer and Intractability - a guide to the theory of NP - completeless*. W. H. Freeman and Company, San Francisco, 338 p., 1979.
- [11] GLOVER, F. ; LAGUNA, M. *Tabu Search*. Kluwer Academic Publishers, Boston, p.70-150, 1997.
- [12] HELD, M.; KARP, R. M. *The travelling salesman problem and minimum spanning trees*. Matematical Programming, v.18, p.1138-1162, 1970.
- [13] HOLLAND, J. H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press: Ann Arbor, 1975.
- [14] HOPFIELD, J. J.; TANK, D. W. *Neural computation of decisions in optimization problem*. Biological Cybernetics, v.52, p.141 - 152, 1985.
- [15] HOPFIELD, J. J. *Neural networks and phisical systems with emergent colletive computational abilities*. Natural Academy Science, USA: v. 79, p. 2554-2558, 1982.
- [16] KIRKPATRICK, S.; GELATT, C. D.; VECCHI, M. P. *Optimization by Simulated Annealing*. Science, n. 4598, v. 220, p. 671-680, 1983.
- [17] KOIDE, RUBEM M. *Algoritmo de colônia de formigas aplicado à otimização de materiais compostos laminados*. Dissertação (Mestrado) - Engenharia de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 113 p., 2010.
- [18] LAPORTE, G. *The Traveling salesman problem: An Overview of exact and approximate algorithms*. European Journal of Operational Research, n. 59, p. 231-247, 1992.

- 
- [19] LIN, S.; KERNIGHAN, B. W. *An Effective Heuristic Algorithm for the Traveling Salesman Problem*. Operations Research, n.2, v. 21, p. 498-516, 1973.
- [20] LITTLE, J.D.C.; MURTY, K. G.; SWEENEY, D. W.; KAREL, C. *An algorithm for traveling salesman problem*. Operations Research, n.11, p. 972-989, 1963.
- [21] MARCONE, J. F. *Programação de Horários em Escolas: uma aproximação por metaheurísticas*. Tese (Doutorado) - Programa de Engenharia de Sistemas e Computação, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 149 p., 2000.
- [22] OLIVEIRA, W. A. DE *Construção de rotas para patrulhamento urbano preventivo*. Dissertação (Mestrado) - Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Unicamp, Campinas, 98 p., 2008.
- [23] SANTOS, JOSÉ PLÍNIO O.; MELLO, MARGARIDA P.; MURARI, IDANI T.C. *Introdução à Análise Combinatória*. Editora Ciência Moderna Ltda., Rio de Janeiro, 380 p., 2007.
- [24] PRESTES, A. N. *Uma análise experimental de abordagens heurísticas aplicadas ao problema do caixeiro viajante*. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Sistemas e Computação, UFRN, Natal, 84 p., 2006.
- [25] PADBERG, M.; RINALDI, G. *Branch and Cut algorithm for the resolution of Large Scale Symmetric Traveling Salesman Problems*. SIAM Review, v.33, p.60-100, 1991.
- [26] RAGSDALE, C. T. *Modelagem e Análise de Decisão*. Cengage Learning, São Paulo, 590 p., 2009.
- [27] REINELT, G. *TSPLIB - A traveling salesman problem library*. ORSA J. Computing n.3, p. 376-384, 1991.
- [28] SHTOVBA, S. D. *Ant Algorithms: Theory and Applications*. Programming and Computer Software, v.31, n.4, p.167-178, 2005.
- [29] SILVA, T. C. L. *Determinação de escalas de plantão para militares considerando preferências e hierarquia*. Pesquisa Operacional, v.24, n.3, p. 373-391, Setembro a Dezembro de 2004.

- 
- [30] SOCHA, K. *ACO for continuous and mixed-variable optimization*. Proceedings of 4th International Workshop on Ant Colony Optimization and Swarm Intelligence, p. 25-36, 2004.
- [31] STEWART, J. *Cálculo: Volume 1*. São Paulo: Cengage Learning, 535 p., 2009.

---

# ANEXO 1

---

---

## Comandante do Exército visita obras de revitalização da AMAN <sup>2</sup>

---

**Resende(RJ)** - No dia 14 de abril, o Comandante do Exército, General de Exército Enzo Martins Peri, visitou a Academia Militar das Agulhas Negras (AMAN) com o intuito de verificar o andamento das reformas que estão em curso em grande parte das instalações daquele estabelecimento de ensino. O Comandante Logístico, General de Exército Marius Luiz Carvalho Teixeira Neto, o Chefe do Departamento de Ensino e Cultura do Exército, General de Exército Rui Monarca da Silveira, o Diretor de Material do Exército, General de Divisão Sinclair James Mayer, o Diretor de Formação e Aperfeiçoamento, General de Divisão Marco Aurélio Costa Vieira, o Diretor de Especialização e Extensão, General de Brigada Guilherme Cals Theophilo Gaspar de Oliveira, e o Diretor de Abastecimento, General de Brigada Aderico Visconte Pardi Mattioli acompanharam a visita.

**Alas dos Cadetes** - Todas as 27 alas dos Conjuntos Principal 1 e 2 sofreram reformas e modificações. Foram recuperados todos os apartamentos, banheiros e salas de estudo dos cadetes, bem como suas áreas de uso comum: grêmios, salas de musculação,

---

<sup>2</sup>Extrato do Noticiário do Exército Nr 10.656, de 16 de abril de 2010.

maleiros, coturneiras e lavanderias. A maioria do mobiliário (camas e armários) que estava em mau estado foi substituído. Os telhados de seis dos nove conjuntos de alas foram totalmente reformados.

**Salas de Aula e Anfiteatros** - Também receberam especial atenção os ambientes destinados às atividades de ensino e aprendizagem dos cadetes. Ao todo estão sendo reformados sete anfiteatros tamanho padrão e 20 salas de aula. As reformas consistem em pintura (paredes, tetos, rodapés, etc); sinteco no piso; reparação e pintura das portas e janelas; conserto e manutenção das instalações elétricas e dos ventiladores de teto; pintura dos quadros-negros; substituição das luminárias, persianas, telas de projeção e fechaduras; e reparação e aplicação de verniz nas cadeiras e mesas (carteiras), as quais tiveram os seus tampos de fórmica substituídos. Resalta-se ainda que estão em obras o Anfiteatro 102 (Gen Cordolino) e os banheiros do Edifício Pratti de Aguiar. Todas essas melhorias visam a oferecer mais conforto e melhores condições de estudo e de aprendizado aos futuros oficiais do nosso Exército.

**Teatro Acadêmico** - Com o objetivo de proporcionar maior conforto aos militares e visitantes que utilizam o Teatro Acadêmico, seja para ministrar palestras, seja para eventos culturais, os camarins também passaram por reformas. Essas instalações receberam pintura e pisos novos.

**Centro de Visitantes e Espaço Cultural Mal José Pessoa** - Já está em construção o Centro de Visitantes Marechal José Pessôa, que abrigará um memorial do idealizador da AMAN, além de sala de estar, toaletes masculino e feminino, auditório e loja de brindes.

**Outras Reformas** - Dentre outras obras e melhorias que estão sendo implementadas podemos ainda destacar: a reforma total das instalações do Comando e Estado-Maior do Corpo de Cadetes; melhorias na Seção de Equitação; na Seção de Educação Física (parte externa do Parque Aquático); nos Parques dos Cursos Avançado, de Infantaria e de Engenharia; restauração da Estrada do Encanamento (para a Fazenda da Barragem); construção de um muro cercando o BCSv<sup>3</sup>; instalação de um Sistema de

---

<sup>3</sup>Batalhão de Comando e Serviços (BCSv) é o setor da AMAN que apoia a instrução do cadete.

Vigilância Eletrônica no BCSv; reparação das instalações da AIEsp<sup>4</sup>; melhorias nas instalações do Hospital Escolar (pintura externa, adequação do Centro para Marcação de Consultas, reparação e modernização da Cozinha, etc) e da Odontoclínica (telhado, pintura, etc); manutenção, reparação e pintura em diversos PNR<sup>5</sup>; melhorias e ampliações nos Círculos Militares; manutenção e reparação dos telhados da Divisão Administrativa, da Divisão de Ensino, da Lavanderia Escolar, etc; reformas nas instalações do Aproveitamento; manutenção e reparação do Ponto de Banho Rebocável e aquisição de um Ponto de Lavagem Móvel para o Curso de Intendência; melhorias nas instalações do Hotel de Trânsito de Oficiais; reforma do Alojamento e demais instalações do Corpo da Guarda do Portão Monumental e pintura externa de várias edificações do complexo acadêmico.



Figura 4.6: Visita do Cmt Exército a AMAN.  
Fonte: Noticiário do Exército(2010).



Figura 4.7: Construção do Centro de Visitantes.  
Fonte: Noticiário do Exército(2010).

---

<sup>4</sup>AIEsp é a Área de Instrução Especial da AMAN.

<sup>5</sup>Próprio Nacional Residencial(PNR) é como são chamadas as moradias ocupadas pelos militares.

---

## ANEXO 2

---

### Iniciam-se as obras do Centro de Visitantes da Academia <sup>6</sup>

---

A Academia Militar das Agulhas Negras recebe milhares de visitantes todos os anos. São turistas que visitam a região, pessoas que passam pela Rodovia Presidente Dutra, além de diversas comitivas, como de nações amigas, de parlamentares, de magistrados e de autoridades da região.

Desta forma, a AMAN começou as obras de construção de um Centro de Visitantes, no saguão do Conjunto Principal II.

Agora, além dos museu, do Teatro Acadêmico, da biblioteca, da armaria e dos quartos históricos, os visitantes também poderão aproveitar uma maquete (que mostra a grandiosidade da AMAN), uma exposição sobre o Marechal José Pessoa (idealizador da Academia), um moderno auditório para apresentações e exibição do filme institucional da Academia e uma pequena loja, onde poderá levar uma lembrança da AMAN para casa.

---

<sup>6</sup>Extrato do Jornal *O Alambari* de 09 de março de 2010.

Esta é uma das iniciativas relativas às comemorações dos 200 anos da AMAN e visa receber ainda melhor nossos visitantes e divulgar a nossa Academia.

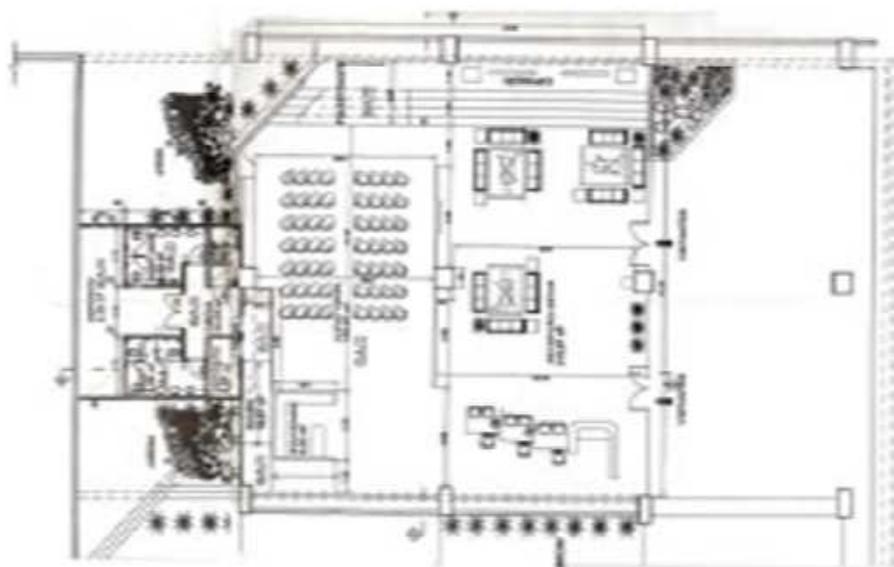


Figura 4.8: Planta do Centro de Visitantes da AMAN, em construção no 1º andar do Conjunto Principal.

---

## ANEXO 3

---

---

### Vista Aérea do Conjunto Principal da AMAN

---

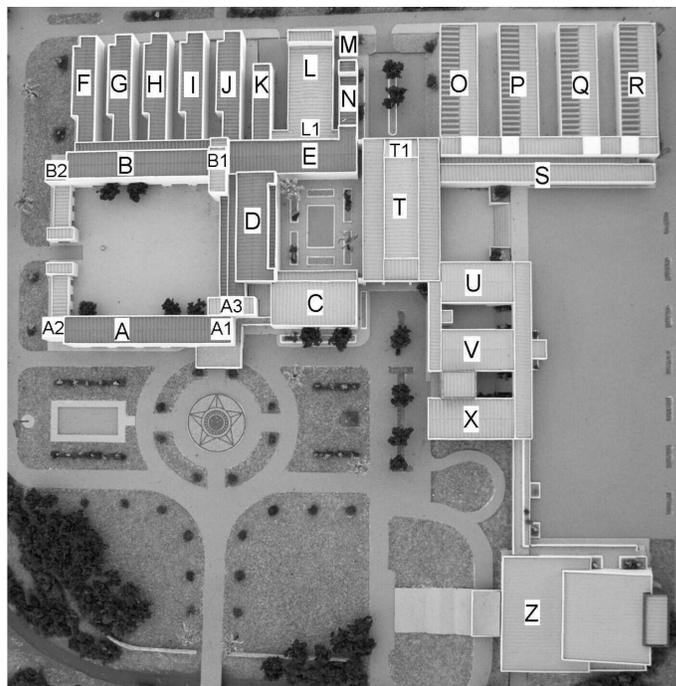


Figura 4.9: Vista Aérea do Conjunto Principal da AMAN. Fonte: Comunicação Social AMAN (2007).

**LEGENDA**

**A:** Grande Galeria (1° piso); Estado Maior do Corpo de Cadetes e Alojamento de Oficiais Superiores (4° piso).

**A1:** Estado - Sala do Oficial Dia AMAN e Sala de Visitas (1° piso); Assessoria Jurídica (2° piso); Chefe da Divisão de Ensino / Secretaria da Divisão de Ensino (3° piso); Gabinete do Comandante do Corpo de Cadetes (4° piso).

**A2:** Anfiteatros.

**A3:** Estação Rádio e Arquivo.

**B:** Sociedade Acadêmica Militar e Agremiações dos Cadetes (1° piso).

**B1:** Caixas 24h e orelhões (1° e 2° pisos); Barbearias (5° piso).

**B2:** Anfiteatros.

**C:** Auditório General Médici (AGM).

**D:** Refeitório dos Cadetes do CPI (1° piso); Biblioteca Acadêmica (3° piso).

**E:** Aprovisionamento (1° piso); Refeitório de Oficiais (2° piso).

**F:** Ala da 2ª Cia do Curso Básico (1° piso); Ala da 2ª Cia do Curso Avançado (2° piso); Ala de Visitantes (3° piso).

**G:** Ala da 4ª Cia do Curso Básico (1° piso); Ala Mista do Curso Avançado (2° piso); Ala de Visitantes (3° piso).

**H:** Ala Mista do Curso Básico (1° piso); Ala da 2ª Cia do Curso Avançado (2° piso); Ala da Cia de Infantaria (3° piso).

**I:** Ala da 3ª Cia do Curso Básico (1° piso); Ala da 3ª Cia do Curso Avançado (2° piso); Ala da Cia de Infantaria (3° piso).

**J:** Ala da 1ª Cia do Curso Avançado (1° piso); Ala da 4ª Cia do Curso Avançado (2° piso); Ala da Cia de Infantaria (3° piso).

**K:** Divisão Administrativa (DA).

**L:** Refeitório de Praças (2° piso).

**L1:** Administração do Conjunto Principal (ACP) (2° piso).

**M:** Caldeiras.

**N:** Lavanderia Acadêmica (1° piso).

**O:** Ala da Companhia de Comunicações (1° piso); Ala do Esquadrão de Cavalaria (2° piso); Ala da Companhia de Infantaria (3° piso).

**P:** Ala da Companhia de Intendência (1° piso); Ala do Esquadrão de Cavalaria (2° piso); Ala da Companhia de Infantaria (3° piso).

**Q:** Ala da Companhia de Intendência (1° piso); Ala da Bateria de Artilharia (1° piso); Ala Mista (3° piso).

**R:** Ala da Bateria de Artilharia (1° piso); Ala da Companhia de Engenharia (2° piso); Ala da Companhia de Material Bélico (3° piso).

**S:** Posto de Identificação e Posto Médico do Corpo de Cadetes (1° piso).

**T:** Refeitório dos Cadetes do CPII (1° piso); Biblioteca (3° piso).

**T1:** Agências Bancárias (1° piso); Cassino da Sociedade Acadêmica Militar (SAM) (2° piso); Salão de Provas (3° piso)

**U:** Divisão de Ensino (DE) (2° e 3° pisos).

**V:** Estado - Maior e Superior de Dia (1° piso).

**X:** Estado Maior Geral (EMG), Ajudância Geral e Seção Geradora de Direitos de Pessoal (SGDP) (2° piso); Comando da AMAN (3° piso).

**Z:** *Foyer* Inferior do Teatro Acadêmico (1° piso); *Foyer* Intermediário do Teatro Acadêmico (2° piso); *Foyer* Superior do Teatro Acadêmico (3° piso).

---

## ANEXO 4

---

### **Comissão de Recepção e Acompanhamento (CRA)<sup>7</sup>**

---

Destina-se a receber autoridades e convidados durante toda a sua permanência na AMAN. Isso implica em comprometimento total de seus integrantes, desde a chegada das autoridades e convidados, até sua saída da Academia.

A CRA é constituída por Oficiais da Divisão de Ensino, do Corpo de Cadetes e do Hospital Escolar, em número variável, de acordo com a natureza da missão e a quantidade de convidados.

É dever do chefe da comissão reconhecer os itinerários e saber qual o percurso a fazer, pois apesar da cortesia, boa educação e sobriedade nas ações, não pode haver dúvidas ou timidez por parte dos integrantes da Comissão.

É conveniente que os membros da CRA informem discretamente os visitantes da existência e localização dos sanitários masculinos e femininos mais próximos, lembrar de conduzir pessoas em cadeiras de rodas por meio de elevadores e rampas de acesso porventura existentes; as comissões deverão evitar que autoridades e convidados se

---

<sup>7</sup>Extrato das *Orientações para as Comissões de Recepção e Acompanhamento(CRA)*, editada pela Seção de Comunicação Social da AMAN em 2001.

percam na Academia.

Os integrantes da CRA representam o primeiro e, talvez, o único contato de muitos civis com o Exército. Divulgam, portanto, a cordialidade, o civismo, o espírito militar, as tradições, a moral e os bons costumes que são cultuados na Academia.



Figura 4.10: Comemoração de Aniversário da Turma Aspirante Mega. Fonte: SMAV/AMAN.



Figura 4.11: Despedida de grupo visitante da AMAN. Fonte: SMAV/AMAN.

---

## ANEXO 5

---

---

### Algoritmo ACO utilizado no estudo de caso da AMAN

---

```
%ACO AMAN
clear all      % Para não ficar sujeira na memória
close all
clc
%-----
m=10;          % Número de pontos de visitação
C=[130 194;240 370;352 207;483 492;50 50;245 324;468 165;286 292;
   182 65;182 50]; % Matriz de coordenadas
%-----
Nc_max=200;    % Número máximo de iterações
alpha=1;
beta=5;
rho=0.5;       %(0 < rho < 1)coeficiente evaporação
Q=100;
%-----
n=size(C,1);   % Dimensão do problema TSP, que é o número de cidades
```

---

```

D=ones(n,n); % Registra a distância entre as cidades
for i=1:n
    for j=1:n
        if i<j
            D(i,j)=sqrt((C(i,1)-C(j,1))^2+(C(i,2)-C(j,2))^2);
        end
        D(j,i)=D(i,j);
    end
end
%-----
eta=1/D; % Heurística igual ao inverso da distância
%-----
pheromone=ones(n,n); % Feromônio matriz
tabu_list=zeros(m,n);
Nc=0;
routh_best=zeros(Nc_max,n); % A melhor rota em cada iteração
length_best=ones(Nc_max,1); % O caminho mais curto
length_average=ones(Nc_max,1); % O comprimento médio dos caminhos
%-----
while Nc<Nc_max % As n formigas nas m cidades
    rand_position=[];
    for i=1:ceil(m/n)
        rand_position=[rand_position,randperm(n)];
    end
    tabu_list(:,1)=(rand_position(1:m))'; % Optar por uma das m cidades
    for j=2:n
        for i=1:m
            city_visited=tabu_list(i,1:(j-1)); % Acessar o ponto
            city_remained=zeros(1,(n-j+1)); % Ponto a ser visitado
            probability=city_remained; % Probabilidade de acesso ao ponto
            cr=1;
            for k=1:n % Para encontrar ponto a ser visitado
                if length(find(city_visited==k))==0

```

```

        city_remained(cr)=k;
        cr=cr+1;
    end
end
for k=1:length(city_remained)
probability(k)=(pheromone(city_visited(end),city_remained(k)))^alpha
*(eta(city_visited(end),city_remained(k)))^beta;
end
probability=probability/sum(probability);
pcum=cumsum(probability);
select=find(pcum>=rand);
to_visit=city_remained(select(1));
tabu_list(i,j)=to_visit;
end
end
if Nc>0
tabu_list(1,:)=routh_best(Nc,:); % Geração de solução ótima
end
%-----
total_length=zeros(m,1); % m formigas na duração dessa iteração
for i=1:m
    r=tabu_list(i,:);
    for j=1:(n-1)
        total_length(i)=total_length(i)+D(r(j),r(j+1));
    end
    total_length(i)=total_length(i)+D(r(1),r(n));
% Finalmente a primeira iteração de formigas no comprimento
end
length_best(Nc+1)=min(total_length);
position=find(total_length==length_best(Nc+1));
routh_best(Nc+1,:)=tabu_list(position(1),:);
length_average(Nc+1)=mean(total_length); % Média do comprimento total
Nc=Nc+1

```

```

%-----
delta_pheromone=zeros(n,n);          % Atualização do feromônio
for i=1:m
    for j=1:(n-1)
        delta_pheromone(tabu_list(i,j),tabu_list(i,j+1))=
        delta_pheromone(tabu_list(i,j),tabu_list(i,j+1))+Q/total_length(i);
    end
    delta_pheromone(tabu_list(i,n),tabu_list(i,1))=
    delta_pheromone(tabu_list(i,n),tabu_list(i,1))+Q/total_length(i);
    end
pheromone=(1-rho).*pheromone+delta_pheromone; %Em todos os caminhos
tabu_list=zeros(m,n); % Lista Tabu limpa, pronta para próxima iteração
end
%-----
% Desenha o gráfico mais curto
position=find(length_best==min(length_best));
shortest_path=routh_best(position(1),:)
shortest_length=length_best(position(1))
figure(1)
set(gcf,'Name','ACO_Grafico_Menor_Caminho','Color','y')
N=length(shortest_path);
scatter(C(:,1),C(:,2),50,'filled');
hold on
plot([C(shortest_path(1),1),C(shortest_path(N),1)],
[C(shortest_path(1),2),C(shortest_path(N),2)])
set(gca,'Color','g')
hold on
    for i=2:N
plot([C(shortest_path(i-1),1),C(shortest_path(i),1)],
[C(shortest_path(i-1),2),C(shortest_path(i),2)])
        hold on
    end
end
%-----

```

---

```
% Desenha o caminho mais curto e a distância média
figure(2)
set(gcf,'Name','ACO_Gráfico_Melhor_Media_Menor_Distancia','Color','y')
plot(length_best,'y')
set(gca,'Color','g')
hold on
plot(length_average,'k')
...
```

---

## ANEXO 6

---

---

### Algoritmo ACO modificado

---

```
%ACO AMAN
clear all % limpa todas as variáveis e funções de memória RAM
%close all
clc      % limpa a tela
%-----
m=10;    % Número de pontos de visitação
% C=[130 194; 240 370; 352 207; 483 492; 50 50; 245 324; 468 165;
% 286 292; 182 65; 182 50];          % Matriz de coordenadas
C=[130 194; 50 50; 240 370; 245 324; 182 65; 182 50;
  468 165; 483 492; 352 207; 286 292]; % Matriz de coordenadas
%-----
Nc_max=200; % Total de formigas
alpha=1;
beta=5;
rho=0.5;
Q=100;
%-----
n=size(C,1);
```

```
%D=ones(n,n);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Nó PI: 1
% Nó TA: 2
% Nó SDJ: 3
% Nó AGM: 4
% Nó AC: 5
% Nó MQ: 6
% Nó RC: 7
% Nó AH: 8
% Nó BT: 9
% Nó MA: 10
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Di = 10000*ones(10,10,3); %10 pontos a visitar e 3 trajetos possíveis
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%PITA1,2 e 3
Di(1,2,1) = 100; % dist. caminho 1
Di(1,2,2) = 152; % dist. caminho 2
Di(1,2,3) = 180; % dist. caminho 3
% simetria
Di(2,1,1) = 100; % dist. caminho 1
Di(2,1,2) = 152; % dist. caminho 2
Di(2,1,3) = 180; % dist. caminho 3
%PISDJ1
Di(1,3,1) = 261; % dist. caminho 1
% simetria
Di(3,1,1) = 261; % dist. caminho 1
%PIAGM1
Di(1,4,1) = 223; % dist. caminho 1
% simetria
Di(4,1,1) = 223; % dist. caminho 1
%PIAC1 e 2
Di(1,5,1) = 90; % dist. caminho 1
```

---

```
Di(1,5,2) = 70; % dist. caminho 2
% simetria
Di(5,1,1) = 90; % dist. caminho 1
Di(5,1,2) = 70; % dist. caminho 2
%PIMQ1 e 2
Di(1,6,1) = 135; % dist. caminho 1
Di(1,6,2) = 115; % dist. caminho 2
% simetria
Di(6,1,1) = 135; % dist. caminho 1
Di(6,1,2) = 115; % dist. caminho 2
%PIRC1
Di(1,7,1) = 283; % dist. caminho 1
% simetria
Di(7,1,1) = 283; % dist. caminho 1
%ACMQ1
Di(5,6,1) = 15; % dist. caminho 1
% simetria
Di(6,5,1) = 15; % dist. caminho 1
%ACRC1
Di(5,7,1) = 248; % dist. caminho 1
% simetria
Di(7,5,1) = 248; % dist. caminho 1
%MQBT1 e 2
Di(6,8,1) = 275; % dist. caminho 1
Di(6,8,2) = 344; % dist. caminho 2
% simetria
Di(8,6,1) = 275; % dist. caminho 1
Di(8,6,2) = 344; % dist. caminho 2
%BTAH1
Di(8,9,1) = 344; % dist. caminho 1
% simetria
Di(9,8,1) = 344; % dist. caminho 1
%SDJAH1,2 e 3
```

```
Di(3,9,1) = 170; % dist. caminho 1
Di(3,9,2) = 214; % dist. caminho 2
Di(3,9,3) = 194; % dist. caminho 3
% simetria
Di(9,3,1) = 170; % dist. caminho 1
Di(9,3,2) = 214; % dist. caminho 2
Di(9,3,3) = 194; % dist. caminho 3
%SDJAGM1
Di(3,4,1) = 46; % dist. caminho 1
% simetria
Di(4,3,1) = 46; % dist. caminho 1
%SDJBT1
Di(3,8,1) = 210; % dist. caminho 1
% simetria
Di(8,3,1) = 210; % dist. caminho 1
%SDJMA1
Di(3,10,1) = 75; % dist. caminho 1
% simetria
Di(10,3,1) = 75; % dist. caminho 1
%TAMQ1 e 2
Di(2,6,1) = 132; % dist. caminho 1
Di(2,6,2) = 130; % dist. caminho 2
% simetria
Di(6,2,1) = 132; % dist. caminho 1
Di(6,2,2) = 130; % dist. caminho 2
%BTMA1
Di(8,10,1) = 85; % dist. caminho 1
% simetria
Di(10,8,1) = 85; % dist. caminho 1
%AHMA1
Di(9,10,1) = 160; % dist. caminho 1
% simetria
Di(10,9,1) = 160; % dist. caminho 1
```

```

%RCAGM1
Di(7,4,1) = 248; % dist. caminho 1
% simetria
Di(4,7,1) = 248; % dist. caminho 1
%RCBT1
Di(7,8,1) = 291; % dist. caminho 1
% simetria
Di(8,7,1) = 291; % dist. caminho 1
%RCAH1 e 2
Di(7,9,1) = 208; % dist. caminho 1
Di(7,9,2) = 240; % dist. caminho 2
% simetria
Di(9,7,1) = 208; % dist. caminho 1
Di(9,7,2) = 240; % dist. caminho 2
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
T = 0.2*ones(10,10,3);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
t = [0.68; 0.50; 0.65; 0.43];
%PITA1,2 e 3
T(1,2,1) = t(3); % dist. caminho 1
T(1,2,2) = t(1); % dist. caminho 2
T(1,2,3) = t(3); % dist. caminho 3
% simetria
T(2,1,1) = t(3); % dist. caminho 1
T(2,1,2) = t(1); % dist. caminho 2
T(2,1,3) = t(3); % dist. caminho 3
%PISDJ1
T(1,3,1) = t(3); % dist. caminho 1
% simetria
T(3,1,1) = t(3); % dist. caminho 1
%PIAGM1
T(1,4,1) = t(3); % dist. caminho 1
% simetria

```

---

```
T(4,1,1) = t(3); % dist. caminho 1
%PIAC1 e 2
T(1,5,1) = t(2); % dist. caminho 1
T(1,5,2) = t(2); % dist. caminho 2
% simetria
T(5,1,1) = t(2); % dist. caminho 1
T(5,1,2) = t(2); % dist. caminho 2
%PIMQ1 e 2
T(1,6,1) = t(2); % dist. caminho 1
T(1,6,2) = t(2); % dist. caminho 2
% simetria
T(6,1,1) = t(2); % dist. caminho 1
T(6,1,2) = t(2); % dist. caminho 2
%PIRC1
T(1,7,1) = t(3); % dist. caminho 1
% simetria
T(7,1,1) = t(3); % dist. caminho 1
%ACMQ1
T(5,6,1) = t(2); % dist. caminho 1
% simetria
T(6,5,1) = t(2); % dist. caminho 1
%ACRC1
T(5,7,1) = t(2); % dist. caminho 1
% simetria
T(7,5,1) = t(2); % dist. caminho 1
%MQBT1 e 2
T(6,8,1) = t(2); % dist. caminho 1
T(6,8,2) = t(4); % dist. caminho 2
% simetria
T(8,6,1) = t(2); % dist. caminho 1
T(8,6,2) = t(4); % dist. caminho 2
%BTAH1
T(8,9,1) = t(3); % dist. caminho 1
```

```
% simetria
T(9,8,1) = t(3); % dist. caminho 1
%SDJAH1,2 e 3
T(3,9,1) = t(4); % dist. caminho 1
T(3,9,2) = t(4); % dist. caminho 2
T(3,9,3) = t(4); % dist. caminho 3
% simetria
T(9,3,1) = t(4); % dist. caminho 1
T(9,3,2) = t(4); % dist. caminho 2
T(9,3,3) = t(4); % dist. caminho 3
%SDJAGM1
T(3,4,1) = t(2); % dist. caminho 1
% simetria
T(4,3,1) = t(2); % dist. caminho 1
%SDJBT1
T(3,8,1) = t(2); % dist. caminho 1
% simetria
T(8,3,1) = t(2); % dist. caminho 1
%SDJMA1
T(3,10,1) = t(2); % dist. caminho 1
% simetria
T(10,3,1) = t(2); % dist. caminho 1
%TAMQ1 e 2
T(2,6,1) = t(1); % dist. caminho 1
T(2,6,2) = t(1); % dist. caminho 2
% simetria
T(6,2,1) = t(1); % dist. caminho 1
T(6,2,2) = t(1); % dist. caminho 2
%BTMA1
T(8,10,1) = t(1); % dist. caminho 1
% simetria
T(10,8,1) = t(1); % dist. caminho 1
%AHMA1
```

---

```

T(9,10,1) = t(3); % dist. caminho 1
% simetria
T(10,9,1) = t(3); % dist. caminho 1
%RCAGM1
T(7,4,1) = t(2); % dist. caminho 1
% simetria
T(4,7,1) = t(2); % dist. caminho 1
%RCBT1
T(7,8,1) = t(4); % dist. caminho 1
% simetria
T(8,7,1) = t(4); % dist. caminho 1
%RCAH1 e 2
T(7,9,1) = t(4); % dist. caminho 1
T(7,9,2) = t(4); % dist. caminho 2
% simetria
T(9,7,1) = t(4); % dist. caminho 1
T(9,7,2) = t(4); % dist. caminho 2
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
N = 1*ones(10,10,3);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%PITA1,2 e 3
N(1,2,1) = 3; % dist. caminho 1
N(1,2,2) = 1; % dist. caminho 2
N(1,2,3) = 2; % dist. caminho 3
% simetria
N(2,1,1) = 3; % dist. caminho 1
N(2,1,2) = 1; % dist. caminho 2
N(2,1,3) = 2; % dist. caminho 3
%PISDJ1
N(1,3,1) = 1; % dist. caminho 1
% simetria
N(3,1,1) = 1; % dist. caminho 1
%PIAGM1

```

```
N(1,4,1) = 1; % dist. caminho 1
% simetria
N(4,1,1) = 1; % dist. caminho 1
%PIAC1 e 2
N(1,5,1) = 1; % dist. caminho 1
N(1,5,2) = 2; % dist. caminho 2
% simetria
N(5,1,1) = 1; % dist. caminho 1
N(5,1,2) = 2; % dist. caminho 2
%PIMQ1 e 2
N(1,6,1) = 2; % dist. caminho 1
N(1,6,2) = 2; % dist. caminho 2
% simetria
N(6,1,1) = 2; % dist. caminho 1
N(6,1,2) = 2; % dist. caminho 2
%PIRC1
N(1,7,1) = 1; % dist. caminho 1
% simetria
N(7,1,1) = 1; % dist. caminho 1
%ACMQ1
N(5,6,1) = 1; % dist. caminho 1
% simetria
N(6,5,1) = 1; % dist. caminho 1
%ACRC1
N(5,7,1) = 1; % dist. caminho 1
% simetria
N(7,5,1) = 1; % dist. caminho 1
%MQBT1 e 2
N(6,8,1) = 1; % dist. caminho 1
N(6,8,2) = 1; % dist. caminho 2
% simetria
N(8,6,1) = 1; % dist. caminho 1
N(8,6,2) = 1; % dist. caminho 2
```

```
%BTAH1
N(8,9,1) = 1; % dist. caminho 1
% simetria
N(9,8,1) = 1; % dist. caminho 1
%SDJAH1,2 e 3
N(3,9,1) = 1; % dist. caminho 1
N(3,9,2) = 2; % dist. caminho 2
N(3,9,3) = 2; % dist. caminho 3
% simetria
N(9,3,1) = 1; % dist. caminho 1
N(9,3,2) = 2; % dist. caminho 2
N(9,3,3) = 2; % dist. caminho 3
%SDJAGM1
N(3,4,1) = 1; % dist. caminho 1
% simetria
N(4,3,1) = 1; % dist. caminho 1
%SDJBT1
N(3,8,1) = 1; % dist. caminho 1
% simetria
N(8,3,1) = 1; % dist. caminho 1
%SDJMA1
N(3,10,1) = 1; % dist. caminho 1
% simetria
N(10,3,1) = 1; % dist. caminho 1
%TAMQ1 e 2
N(2,6,1) = 2; % dist. caminho 1
N(2,6,2) = 2; % dist. caminho 2
% simetria
N(6,2,1) = 2; % dist. caminho 1
N(6,2,2) = 2; % dist. caminho 2
%BTMA1
N(8,10,1) = 1; % dist. caminho 1
% simetria
```

```

N(10,8,1) = 1; % dist. caminho 1
%AHMA1
N(9,10,1) = 1; % dist. caminho 1
% simetria
N(10,9,1) = 1; % dist. caminho 1
%RCAGM1
N(7,4,1) = 1; % dist. caminho 1
% simetria
N(4,7,1) = 1; % dist. caminho 1
%RCBT1
N(7,8,1) = 1; % dist. caminho 1
% simetria
N(8,7,1) = 1; % dist. caminho 1
%RCAH1 e 2
N(7,9,1) = 1; % dist. caminho 1
N(7,9,2) = 2; % dist. caminho 2
% simetria
N(9,7,1) = 1; % dist. caminho 1
N(9,7,2) = 2; % dist. caminho 2
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
ETA_GERAL=T./(N.*Di);
for i=1:10
    for j=1:10
        eta(i,j) = max(ETA_GERAL(i,j,:));
    end
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
D = 1./eta;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
pheromone=ones(n,n);
tabu_list=zeros(m,n);
Nc=0;
routh_best=zeros(Nc_max,n);

```

---

```

length_best=ones(Nc_max,1);
length_average=ones(Nc_max,1);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
while Nc<Nc_max
    rand_position=[];
    for i=1:ceil(m/n)
        rand_position=[rand_position,randperm(n)];
    end
    tabu_list(:,1)=(rand_position(1:m))';
    for j=2:n
        for i=1:m
            city_visited=tabu_list(i,1:(j-1));
            city_remained=zeros(1,(n-j+1));
            probability=city_remained;
            cr=1;
            for k=1:n
                if length(find(city_visited==k))==0
                    city_remained(cr)=k;
                    cr=cr+1;
                end
            end
            for k=1:length(city_remained)
probability(k)=(pheromone(city_visited(end),city_remained(k)))^alpha*
(eta(city_visited(end),city_remained(k)))^beta;
            end
            probability=probability/sum(probability);
            pcum=cumsum(probability);
            select=find(pcum>=rand);
            to_visit=city_remained(select(1));
            tabu_list(i,j)=to_visit;
        end
    end
end
if Nc>0

```

```

        tabu_list(1,:)=routh_best(Nc,:);
end
%-----
total_length=zeros(m,1);
    for i=1:m
        r=tabu_list(i,:);
        for j=1:(n-1)
            total_length(i)=total_length(i)+D(r(j),r(j+1));
        end
        total_length(i)=total_length(i)+D(r(1),r(n));
    end
    length_best(Nc+1)=min(total_length);
    position=find(total_length==length_best(Nc+1));
    routh_best(Nc+1,:)=tabu_list(position(1),:);
length_average(Nc+1)=mean(total_length);
    Nc=Nc+1
%-----
delta_pheromone=zeros(n,n);
    for i=1:m
        for j=1:(n-1)
delta_pheromone(tabu_list(i,j),tabu_list(i,j+1))=
delta_pheromone(tabu_list(i,j),tabu_list(i,j+1))+Q/total_length(i);
        end
delta_pheromone(tabu_list(i,n),tabu_list(i,1))=
delta_pheromone(tabu_list(i,n),tabu_list(i,1))+Q/total_length(i);
        end
    pheromone=(1-rho).*pheromone+delta_pheromone;
    tabu_list=zeros(m,n);
end
%-----

% Desenha o gráfico mais curto
position=find(length_best==min(length_best));

```

```
shortest_path=routh_best(position(1),:)

disp('Observe que, após a alteração do programa, ')
disp('o resultado apresentado em *shortest_length* ')
disp('é o valor da função objetivo avaliada no ')
disp('melhor caminho, ou seja, o somatório duplo ')
disp('de 1/eta_ij, apenas para as arestas (i,j) ')
disp('que pertencem ao caminho otimo.')
```

```
shortest_length=length_best(position(1))
for i=1:10
    for j=1:10
        [result, indi] = max(ETA_GERAL(i,j,:));
        distancia(i,j) = Di(i,j,indi);
        tipo(i,j) = T(i,j,indi);
        nivel(i,j) = N(i,j,indi);
    end
end

for i=1:(n-1)
    dist_otima(i) = distancia(shortest_path(i), shortest_path(i+1));
    tipo_otima(i) = tipo(shortest_path(i), shortest_path(i+1));
    nivel_otima(i) = nivel(shortest_path(i), shortest_path(i+1));
end

dist_otima(n) = distancia(shortest_path(n), shortest_path(1));
tipo_otima(i) = tipo(shortest_path(n), shortest_path(1));
nivel_otima(i) = nivel(shortest_path(n), shortest_path(1));

disp('Distância de cada trecho do caminho otimo:'); disp(dist_otima)
disp('Tipo de piso de cada trecho do caminho otimo:'); disp(tipo_otima)
disp('Nível de piso de cada trecho do caminho otimo:'); disp(nivel_otima)
%-----
```

```
figure(1)
set(gcf,'Name','ACO_Desenho do menor caminho')
N=length(shortest_path);
scatter(C(:,1),C(:,2),50,'filled');
hold on
plot([C(shortest_path(1),1),C(shortest_path(N),1)],
[C(shortest_path(1),2),C(shortest_path(N),2)])
set(gca,'Color','c')
hold on
    for i=2:N
plot([C(shortest_path(i-1),1),C(shortest_path(i),1)],
[C(shortest_path(i-1),2),C(shortest_path(i),2)])
        hold on
end
%-----

figure(2)
set(gcf,'Name','ACO_Gráfico_Melhor_Media_Menor_Distancia')
plot(length_best,'y')
set(gca,'Color','c')
hold on
plot(length_average,'k')
...
```