

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E
COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA

Tempos de Trânsito Multiparamétricos: Estimação e Inversão*

Autor: RICARDO BILOTI

Orientadores: PROF. DR. MARTIN TYGEL

PROF. DR. LÚCIO TUNES DOS SANTOS

Tese apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da Universidade Estadual de Campinas, como parte dos pré-requisitos para obtenção do Título de Doutor em Matemática Aplicada.

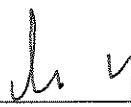
19 de Dezembro de 2001

*Pesquisa financiada pela FAPESP, processo 97/12125-8.

Tempos de trânsito multiparamétricos: estimação e inversão

Este exemplar corresponde à redação final da tese devidamente corrigida e defendida por Ricardo Caetano Azevedo Biloti e aprovada pela comissão julgadora.

Campinas, 19 de Dezembro de 2001.



Prof. Dr. Martin Tygel
Orientador



Prof. Dr. Lúcio Tunes dos Santos
Co-orientador

Tese apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Unicamp, como requisito parcial para obtenção do Título de DOUTOR em Matemática Aplicada.

2001.12.19

UNIDADE	CP
Nº CHAMAD	T/UNICAMP
	B497t
V	
TOMBO	48161
PROC.	16-837/02
C	
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	
Nº CPD	

CM00165791-5

18 ID 235894

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DO IMECC DA UNICAMP

Biloti, Ricardo

B497t Tempos de trânsito multiparamétricos: estimação e inversão /
Ricardo Biloti - Campinas, [S.P. :s.n.], 2001.

Orientadores: Martin Tygel; Lúcio Tunes dos Santos.

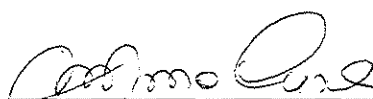
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto
de Matemática, Estatística e Computação Científica.

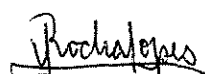
1. Processamento de dados sísmicos. 2. Tempo - Inversão. 3.
Estimativa de parâmetro. 4. Geofísica. I. Tygel, Martin. II. Santos,
Lúcio Tunes dos. III. Universidade Estadual de Campinas. Instituto
de Matemática, Estatística e Computação Científica. IV. Título.

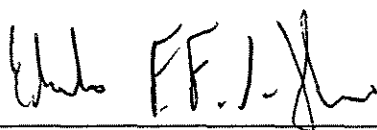
Tese de Doutorado defendida em 14 de dezembro de 2001

e aprovada pela Banca Examinadora composta pelos Profs. Drs.


Prof (a). Dr (a). LUCIO TUNES DOS SANTOS


Prof (a). Dr (a). MARIA CRISTINA DE CASTRO CUNHA


Prof (a). Dr (a). VERA LÚCIA DA ROCHA LOPES


Prof (a). Dr (a). EDUARDO FILPO FERREIRA DA SILVA


Prof (a). Dr (a). JESSÉ CARVALHO COSTA

Resumo

Nesta tese, desenvolvemos um método, baseado no Algoritmo de Dix, para a estimação de um modelo de velocidade em profundidade. O método de Dix é capaz de construir um modelo com várias camadas homogêneas, separadas por interfaces curvas. Nosso método também gera modelos com essa estrutura. Porém, a velocidade em cada camada é uma função afim da profundidade. Desta forma, permitimos a presença de heterogeneidades, possibilitando um ajuste muito melhor dos dados. Além disso, utilizamos, como dados de entrada, os vários parâmetros cinemáticos, obtidos de maneira automática, pela técnica conhecida como *Common Reflection Surface* (CRS). Essa técnica é capaz de lidar diretamente com dados de multicobertura, fazendo um uso consistente de toda a informação disponível no levantamento sísmico. As estratégias convencionais usam quantidades cuja obtenção já se mostra um problema em si. Dado o maior grau de liberdade dos dados usados pelo método CRS, o tempo de trânsito depende de vários parâmetros.

Estudamos também o problema de como estimar os parâmetros cinemáticos do tempo de trânsito que seriam usados para posterior inversão. Para tanto, foi aplicado um recente algoritmo de otimização, conhecido com Gradiente Espectral Projetado. Resultados promissores indicam o potencial de tal abordagem.

Além disso, apresentamos uma aplicação para o modelo de velocidade construído. Desenvolvemos uma técnica para a obtenção de curvas de amplitude por afastamento (AVO) e amplitude por ângulo (AVA). Estas curvas são usadas pela indústria do petróleo para a caracterização de reservatórios. Sua obtenção implica um elevado custo computacional. O método proposto consiste em estimar o fator de espalhamento geométrico através de traçamento de raios no modelo invertido. Com isso, obtém-se as curvas AVO e AVA, para pontos de interesse em profundidade, a baixos custos computacionais. Os resultados para modelos sintéticos mostraram-se muito promissores.

Abstract

For a fixed, central ray in an isotropic elastic or acoustic media, traveltime moveouts of rays in its vicinity can be described in terms of a certain number of parameters that refer to the central ray only. The determination of these parameters out of multicoverage data leads to very powerful algorithms that can be used for several imaging and inversion processes. Assuming two-dimensional propagation, the traveltime expressions depend on three parameters directly related to the geometry of the unknown model in the vicinity of the central ray. We present a new method to extract these parameters out of coherency analysis applied directly to the data. Application of the method on a synthetic example shows an excellent performance of the algorithm both in accuracy and efficiency. The results obtained so far indicate that the algorithm may be a feasible option to solve the corresponding, harder, full three-dimensional problem, in which eight parameters, instead of three, are required.

In conventional processing, the classical algorithm of Hubral and Krey is routinely applied to extract an initial macro-velocity model that consists of a stack of homogeneous layers bounded by curved interfaces. Input for the algorithm are identified primary reflections together with NMO velocities derived from a previous velocity analysis conducted on CMP data. We presents a modified version of the Hubral and Krey algorithm that is adapted to advantageously use the above described parameters (the CRS attributes) as its input. Moreover, each velocity layer is no longer restricted to be a constant, being now a affine function on depth.

Finally, we present a method to obtain a true-amplitude migration and amplitude-versus-angle (AVA) at selected points using the attributes generated by the CRS attributes. Our approach combines the CRS stack/inversion process applied to multicoverage data, together with the use of a kinematic Kirchhoff migration, to achieve true-amplitudes (TA) at assigned depth points of the migrated images. Our method is designed to aggregate amplitude information on selected points of a reflector, after a purely kinematic image (migration) has been obtained. The method is tested on a synthetic inhomogeneous layered model with good results.

Agradecimentos

Ao meu orientador Martin Tygel, pela oportunidade, amizade e pelos papos filosóficos.

Ao meu co-orientador Lúcio Tunes dos Santos, pelos já dez anos de amizade, ajuda e dicas de vídeo (entre outras).

À minha esposa e amiga Débora, por me apoiar, compreender, ajudar e amar.

À minha família, pela confiança, preocupação e apoio.

A todos os meus amigos que me acompanharam e colaboraram comigo, tornando esses anos mais agradáveis. Em particular, à Ernesto G. Birgin, Renato F. Cantão, Rodrigo S. Portugal, Sérgio D. Ventura e Valeria S. Grosfeld.

À Fátima, por fazer as coisas andarem e desatar os nós da *burrocracia*.

A Thilo Müller, por gentilmente ceder o modelo homogêneo do Capítulo 3.

À FAPESP, por sete anos de excelente suporte financeiro.

Ao IMECC e à Unicamp, pela estrutura e ambiente.

A todos aqueles a quem minha memória injusta e precária deixou de fora,

agradeço.

Índice

Resumo	iv
Abstract	v
Agradecimentos	vi
1 Introdução	1
2 Tempo de trânsito multiparamétrico	4
2.1 Expansão de Taylor do tempo de trânsito	4
2.2 Empilhamento multiparamétrico	8
3 Estimação dos atributos CRS	10
3.1 Expansão hiperbólica do tempo de trânsito	11
3.2 Formulação do problema e sua solução	12
3.3 Exemplo sintético	15
3.4 Algumas considerações	22
4 Inversão do modelo de velocidades	24
4.1 O algoritmo de Hubral e Krey	24
4.1.1 Resumo do algoritmo de Hubral e Krey	26
4.1.2 Algoritmo para camadas homogêneas	27
4.1.3 Questões práticas	28
4.2 Nosso método	29
4.2.1 Ruído	29
4.2.2 “Desembaraçando” os parâmetros	30
4.2.3 Recuperação das interfaces	32
4.2.4 Estimando as velocidades	35
4.2.5 Algoritmo para camadas com $v(z) = a \cdot z + b$	37

4.3	Exemplos sintéticos	39
4.3.1	Modelo homogêneo	39
4.3.2	Modelo heterogêneo	40
5	Obtenção de curvas AVO/AVA	44
5.1	Estratégia	46
5.2	Exemplo sintético	47
6	Conclusão	56
Bibliografia		58
A Interpretação geométrica da semblance		60
B Raios em meios com velocidade afim		63
C Curvaturas de frentes de onda		66
C.1	Matriz de propagação	66
C.2	Tempo de trânsito paraxial	69
C.3	Propagação de curvaturas	70
C.3.1	Propagação interior ao meio	71
C.3.2	Transmissão através da interface entre dois meios	71
D Modelamento		74
E Programas utilizados		75

Capítulo 1

Introdução

O processamento sísmico é uma ferramenta essencial às atividades de exploração e monitoramento de reservatórios de petróleo. Seu objetivo é produzir imagens das regiões de interesse em subsuperfície, mapeando estruturas geológicas e extraindo parâmetros que caracterizem sua litologia e propriedades petrofísicas. A produção dessas imagens depende de conhecermos um modelo de velocidades para a propagação de ondas na subsuperfície. Obter esse modelo é o objetivo desta tese.

Dados sísmicos

Nesta tese trabalhamos com os chamados *dados sísmicos de multicobertura*. Um dado sísmico é o registro da propagação de ondas na subsuperfície. Na sísmica, as ondas utilizadas são induzidas pelo homem. Basicamente, uma fonte, que pode ser uma carga explosiva, por exemplo, gera uma onda, que se propaga pela subsuperfície. Uma parte de sua energia reflete nas estruturas geológica da terra e retorna à superfície, sendo registrada por vários receptores espalhados ao redor da fonte. Cada experimento de campo desse tipo é denominado experimento de *fonte* ou *tiro comum*, pois todos os receptores registram a resposta do meio à uma mesma fonte (Figura 1.1). Os receptores podem registrar, por exemplo, o deslocamento das partículas do solo ao seu redor ou a pressão por elas exercida. Esse registro é discreto e feito a intervalos regulares de tempo, determinados pela *razão amostral* ou *intervalo de amostragem*. É comum que esse intervalo seja de 2 ms, sendo que intervalos ainda menores já são possíveis, apesar de ainda não rotineiros. O registro de um único receptor é denominado *traço sísmico*. A coleção de vários traços sísmicos recebe o nome de *seção sísmica*. Finalmente, a coleção de várias seções sísmicas formam os *dados sísmicos*. À aquisição dos dados sísmicos dá-se o nome de *levantamento sísmico*. Os levantamentos sísmicos podem ser

feitos em terra ou mar.

Via de regra, a aquisição dos dados sísmicos é feita de maneira ordenada. A fonte gera a onda que será registrada pelos receptores. Depois disso, o conjunto fonte-receptores é transladado sobre uma curva, denominada *linha de aquisição sísmica*. Então o experimento é realizado novamente, nesta nova posição (Figura 1.1). Quando fontes e receptores estão localizados sempre sobre uma única linha sísmica, dizemos que o levantamento é bidimensional (2-D). Caso contrário, o levantamento é tridimensional (3-D).

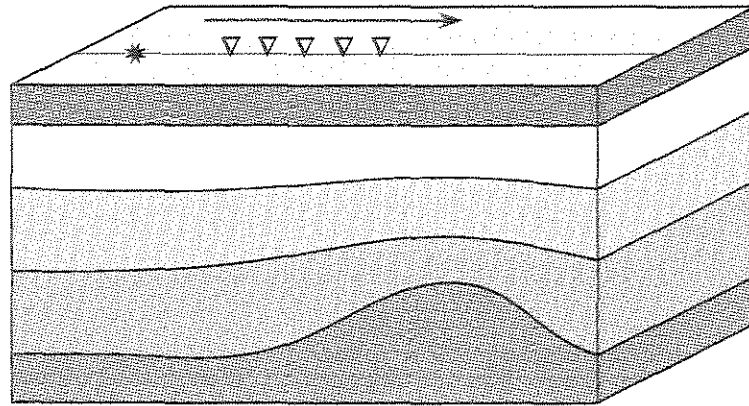


Figura 1.1: Experimento de tiro comum. O asterisco representa a fonte e os triângulos representam os receptores. A seta indica o sentido da translação do conjunto fonte-receptores, durante o levantamento sísmico, sobre a linha pontilhada (linha de aquisição).

A subsuperfície contém várias estruturas geológicas. A interface entre cada uma delas é caracterizada por descontinuidades nos parâmetros do meio (velocidade, densidade, porosidade, etc.). A essas interfaces damos o nome de *refletores sísmicos*.

Nessa tese trabalhamos apenas com dados sísmicos de levantamentos 2-D. Certamente não podemos esperar descrever um meio 3-D arbitrário apenas usando dados de uma única linha sísmica. Para tanto, poderíamos considerar várias linhas paralelas. Porém, quando apenas uma linha é considerada, é comum fazer uma hipótese sobre o meio. Supõe-se que haja um eixo de simetria, paralelo ao qual as propriedades do meio não variam. Além disso, supomos que a linha sísmica é perpendicular a este eixo de simetria. O modelo da Figura 1.1 ilustra um meio para o qual suas características não variam na direção perpendicular à linha de aquisição. Esses meios são conhecidos em geofísica como *meios 2.5-D*.

Tempos de trânsito

Cada traço sísmico é um registro temporal do efeito da onda refletida sobre o receptor. O tempo que a onda leva para se propagar da fonte ao refletor e retornar à superfície, sendo

registrada no receptor, é chamado *tempo de trânsito*. O tempo de trânsito é função das posições da fonte e do receptor. Muito do processamento sísmico está baseado em conhecer estimativas para a função tempo de trânsito. Tradicionalmente esta função é aproximada por expressões bem simplificadas, dependendo de um único parâmetro (uma aproximação para a velocidade do meio). Isto é suficiente para situações não muito complexas, porém expressões para o tempo de trânsito mais refinadas podem melhorar a qualidade das análises feitas. Neste contexto, fórmulas que dependem de mais de um parâmetro mostram-se muito úteis. Além de possibilitar uma melhora de desempenho para os métodos convencionais do processamento sísmico, essas fórmulas multiparamétricas trazem a vantagem de fornecer informações mais finas sobre o meio, através de seus parâmetros.

Plano geral da tese

No Capítulo 2, introduzimos a Fórmula Hiperbólica para o tempo de trânsito. Essa fórmula, que é a base de todos os métodos apresentados nesta tese, pode ser vista como o polinômio de Taylor de segunda ordem para o quadrado da função tempo de trânsito. No Capítulo 3, propomos um método para encontrar os parâmetros ótimos que definem a Fórmula Hiperbólica, através apenas de análises de coerência, realizadas diretamente nos dados sísmicos, sem a necessidade de conhecimento de um modelo de velocidades *a priori*. No Capítulo 4, obtemos um método para a inversão do modelo de velocidades, a partir desses parâmetros. O método é baseado no conhecido algoritmo de Hubral e Krey (1980). O método proposto é capaz de recuperar um modelo formado por camadas separadas por interfaces curvas. A velocidade, em cada camada, é dada como uma função afim da profundidade. As interfaces são representadas por splines cúbicas, ajustadas de maneira ótima. Finalmente, no Capítulo 5, mostramos uma aplicação do modelo invertido, num importante problema de sísmica: a migração e a análise de amplitudes. Finalmente, no Capítulo 6, apresentamos nossas conclusões, bem como perspectivas para trabalhos futuros.

No Apêndice A, apresentamos uma interpretação geométrica para a função de coerência utilizada no Capítulo 3. Nos Apêndices B e C, derivamos as fórmulas necessárias ao Capítulo 4. No Apêndice D, comentamos como os dados sintéticos usados nesta tese foram gerados. Finalmente, no Apêndice E, relacionamos os programas computacionais utilizados e os desenvolvidos durante este trabalho.

Capítulo 2

Tempo de trânsito multiparamétrico

Neste capítulo, introduzimos a Fórmula Hiperbólica para o tempo de trânsito. Essa fórmula depende de três parâmetros no caso 2-D, e oito parâmetros no caso 3-D. A versão apresentada não leva em consideração a topografia da superfície de aquisição. No entanto, trabalhos recentes incorporam esse efeito na fórmula (Chira et al. (2001)).

2.1 Expansão de Taylor do tempo de trânsito

Da mesma forma que na Ótica Geométrica, muitas vezes é conveniente representarmos as ondas por raios, que podemos interpretar como o caminho preferencial por onde a energia se propaga. Isto nada mais é do que uma aproximação em alta frequência.

Para ganharmos alguma intuição sobre como poderia ser a expressão para o tempo de trânsito de um raio num meio qualquer, vamos analisar o caso de dois meios homogêneos separados por um refletor plano (Figura 2.1). Consideremos o raio que parte de S (do inglês,

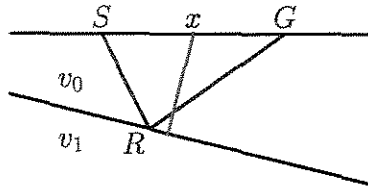


Figura 2.1: Refletor plano separando dois meios homogêneos.

source), reflete em R e é registrado em G (geofone). Apenas por argumentações geométricas, pode-se mostrar que o tempo de trânsito deste raio é dado por

$$\tau(x, h)^2 = t_0(x)^2 + Ah^2, \quad (2.1)$$

onde

$$x = \frac{S + G}{2}, \quad h = \frac{G - S}{2}, \quad (2.2)$$

A é uma constante e $t_0(x)$ é o tempo do raio normal que parte do ponto x , reflete e retorna ao mesmo ponto (ilustrado em vermelho na Figura 2.1). Conseguimos assim descrever o tempo de trânsito do raio SRG, como função de h e t_0 . Implicitamente, τ também é função de x , pois o tempo t_0 depende de x . Podemos assim dizer que utilizamos o raio normal como um raio de referência.

Gostaríamos agora de retirar a restrição de que o meio seja homogêneo e de que o raio de referência tenha que ser o raio normal partindo do ponto médio entre fonte e receptor. Ou seja, vamos novamente tentar escrever o tempo de trânsito de um raio em função das variáveis x e h e do tempo de trânsito de um raio de referência (Figura 2.2). Uma possibilidade seria considerar a expansão em Taylor da função tempo de trânsito, em torno de um certo raio arbitrariamente fixado. Mais uma vez, o raio de referência será escolhido como sendo um raio normal. No entanto, no caso anterior o raio normal estava associado ao ponto médio do raio a ser examinado, e agora o raio normal é fixo, porém arbitrário. Por isso, a mudança de variável considerada agora é

$$x = \frac{S + G}{2} - x_0 \quad \text{e} \quad h = \frac{G - S}{2}, \quad (2.3)$$

onde x_0 é a posição do par fonte-receptor (coincidentes) do raio normal escolhido. Note ainda que, baseado no caso simples exposto acima, parece mais apropriado que a expansão em Taylor seja no quadrado da função tempo de trânsito. Desta forma, podemos escrever

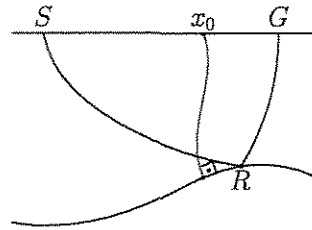


Figura 2.2: Raio SRG na vizinhança de um raio de referência, num meio arbitrário.

que

$$\tau(x, h)^2 \approx T(x, h)^2 = T(0, 0)^2 + Ax + Bx^2 + Ch^2. \quad (2.4)$$

Repare que o termo linear em h e o termo misto não aparecem na expansão pois a função é par com relação a h (o tempo de trânsito não se altera se as posições de fonte e receptor são comutadas). Assim, a Expressão (2.4) fornece uma aproximação para o tempo de trânsito

que depende de três parâmetros. Essa fórmula é conhecida com *expansão hiperbólica do tempo de trânsito* ou, simplesmente, *tempo de trânsito hiperbólico*.

Por ter mais graus de liberdade, a Fórmula (2.4) possibilita um melhor ajuste dos tempos de trânsito. Além disso, aplica-se a qualquer meio, pois nenhuma condição adicional foi imposta. O preço dessas vantagens é a necessidade de estimar três parâmetros ao invés de um, como na Expressão (2.1).

Em Tygel et al. (1997), a Fórmula (2.4) é apresentada com os coeficientes A , B e C expressos em termos de quantidades físicas. Tal expressão para tempo hiperbólico é dada por

$$T(x, h)^2 = \left(t_0 + \frac{2x \sin \beta_0}{v_0} \right)^2 + \frac{2t_0 \cos^2 \beta_0}{v_0} (K_N x^2 + K_{NIP} h^2), \quad (2.5)$$

onde v_0 é a velocidade da subsuperfície na vizinhança do ponto central em x_0 , t_0 é o tempo de trânsito do raio de afastamento nulo que parte de x_0 , reflete em NIP¹ e retorna a x_0 , β_0 é o ângulo de emergência do raio central, K_{NIP} é a curvatura da frente de onda NIP e K_N é a curvatura da frente de onda normal (ou onda N), ambas medidas no ponto de emergência x_0 (Figura 2.3).

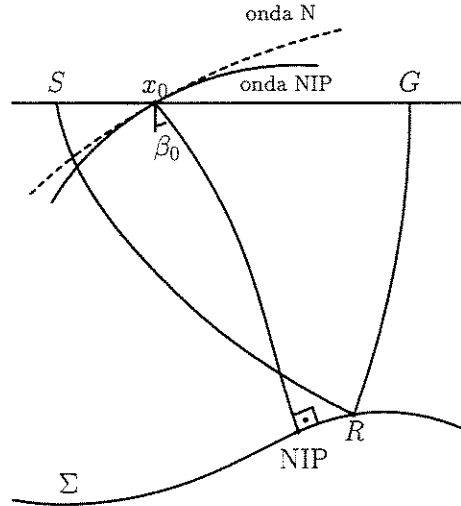


Figura 2.3: Parâmetros do tempo de trânsito hiperbólico para um raio central de afastamento nulo x_0 . β_0 é o ângulo de emergência e K_{NIP} e K_N são as curvaturas das frentes de onda NIP e N, respectivamente. Σ representa o refletor.

As ondas NIP e N foram idealizadas por Hubral (1983) com o intuito de calcular o fator de espalhamento geométrico² para raios de afastamento nulo. A onda NIP caracteriza-se por

¹ A sigla NIP vem do inglês *normal-incident point*, ou ponto de incidência normal.

² A amplitude de uma reflexão primária é uma combinação de vários fatores. O *fator de espalhamento*

ser uma onda que parte da superfície com curvatura $-K_{NIP}$, foca em NIP, refletindo neste ponto, e retorna à superfície com curvatura K_{NIP} , quando registrada em x_0 . A onda N, por sua vez, caracteriza-se por ser uma onda que parte da superfície com curvatura $-K_N$, reflete em NIP, tendo nesse momento a mesma curvatura que o refletor neste ponto, e retorna à superfície com curvatura K_N , quando registrada em x_0 ³. A Figura 2.4 ilustra a frente de onda NIP (à esquerda) e a frente de onda N (à direita). Com o auxílio dessas duas ondas,

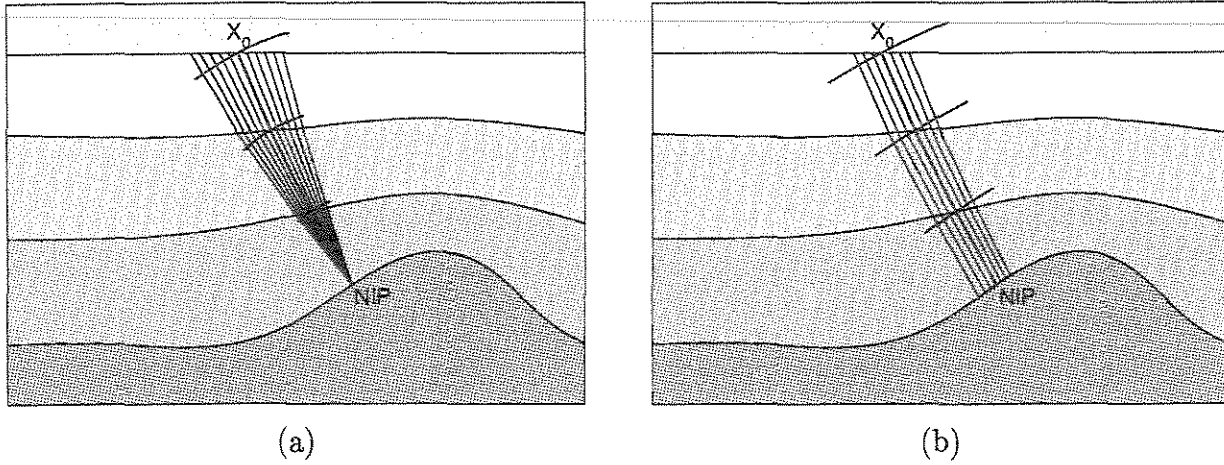


Figura 2.4: Associadas ao raio de afastamento nulo x_0NIPx_0 temos em (a) a frente de onda NIP e em (b) a frente de onda N. Ambas partem do ponto de incidência normal (NIP) e são registradas na superfície, em x_0 .

Hubral (1983) mostrou como construir, através de experimentos físicos, traços ou seções de *amplitude verdadeira*, ou seja, traços para os quais o fator de espalhamento geométrico é ± 1 .

Muitas vezes pensamos na onda NIP como uma onda originada por uma fonte pontual em NIP que explode no tempo zero e se propaga num meio com a velocidade sendo a metade da velocidade do meio original. Desta forma, obteríamos uma onda cuja curvatura em x_0 também seria K_{NIP} . Para a onda N, podemos imaginar que temos uma onda, partindo de NIP no tempo zero, com a mesma curvatura do refletor na vizinhança do NIP. Assim, também registraríamos em x_0 uma onda cuja curvatura seria K_N .

Hubral (1983) mostrou como K_{NIP} e K_N se relacionam com a matriz de propagação do raio (matrizes associadas às derivadas do tempo de trânsito, descrita no Apêndice C). Em Schleicher et al. (1993) podemos encontrar a derivação da fórmula do tempo de trânsito *geométrico* é a quantidade que descreve a variação da energia carregada pelo raio durante seu trajeto, devido a efeitos de focagem. Essa quantidade será mais bem discutida no Capítulo 5.

³Tanto a onda NIP quanto a onda N partem da superfície e retornam a ela com a mesma curvatura. A mudança do sinal da curvatura, discutida no texto, é apenas uma questão de orientação do raio.

parabólico e do hiperbólico. Nesse artigo, as fórmulas são apresentadas como dependendo de certas matrizes que também podem ser relacionadas à matriz de propagação.

2.2 Empilhamento multiparamétrico

Um dos grandes objetivos do processamento sísmico é a obtenção de seções de afastamento nulo, ou seja, seções formadas apenas por traços associados a pares de fonte e receptor coincidentes. Por motivos práticos, traços desse tipo não podem ser obtidos em campo⁴. Esses traços devem então ser simulados. O processamento convencional é fortemente fundamentado na Fórmula (2.1). Ela é utilizada para aproximar o tempo de reflexão de raios de afastamento não-nulo. Na Figura 2.5(a), vemos uma seção de ponto médio comum (CMP, do inglês, *common midpoint*). A curva vermelha é dada pela Fórmula (2.1). O primeiro traço da seção é o traço de afastamento nulo, que mostramos apenas para termos uma referência, pois, como já dissémos, esse traço nunca está presente nos dados. A idéia para simulá-lo é transladar cada traço no tempo, subtraindo de cada um a diferença entre o tempo *vermelho* e o *azul*, de modo a alinhar todos os eventos de reflexão da seção (Figura 2.5(b)). Com todos os eventos alinhados, os traços são somados, ou *empilhados*, para aproximar o traço de afastamento nulo (Figura 2.5(c)).

Uma vantagem dessa idéia é que, quando somamos vários traços, o ruído se reduz e o sinal é reforçado. A desvantagem dessa estratégia é que apenas os traços de uma única seção de ponto médio comum podem ser somados pois a variável x da Fórmula (2.1) está fixada. Desta forma, muita informação presente no volume de dados deixou de ser empregada na construção do traço de afastamento nulo.

Ao invés de utilizarmos a Fórmula (2.1), se utilizássemos a Fórmula (2.5) para fazer o empilhamento, não teríamos limitações quanto aos traços a serem somados para simular um traço de afastamento nulo. Isso permite aproveitar de maneira mais coerente a informação presente no dado, melhorando significativamente a razão sinal-ruído da seção de afastamento nulo obtida. Além disso, a Fórmula (2.1) está baseada num modelo muito simplificado da subsuperfície. Já na derivação da Fórmula Hiperbólica, nenhuma hipótese foi feita sob o meio.

O método, conhecido com CRS (do inglês, *Common Reflection Surface*), nada mais é que fazer o empilhamento de uma maior quantidade de traços para simular cada traço de afastamento nulo, utilizando a fórmula do tempo de trânsito hiperbólico. Por isso, muitas vezes,

⁴As fontes em sísmica podem ser explosivos; *air-guns*, um tipo de canhão de ar para gerar ondas de pressão na água; *vibroseis*, caminhões com enormes pistões hidráulicos que ficam batendo o solo; etc. Isso força a colocação dos receptores a, no mínimo, 100 m da fonte.

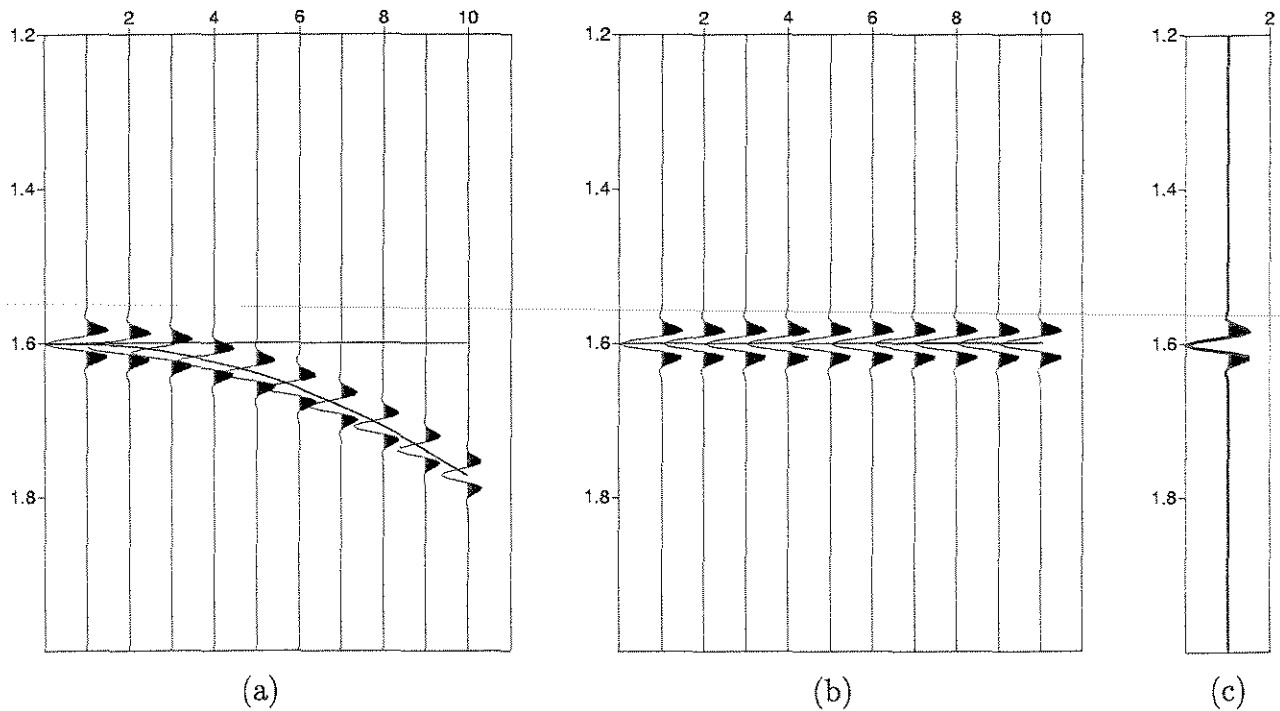


Figura 2.5: Seção CMP. Em vermelho, a curva dos tempos de reflexão, dada pela Fórmula (2.1). (a) Em azul a curva de tempo constante igual ao tempo da reflexão de afastamento nulo. (b) Traços alinhados depois de terem sido deslocados verticalmente pela diferença de tempo entre as curvas vermelha e azul. (c) Traço de afastamento nulo obtido pela soma dos traços alinhados.

o ângulo de emergência e as curvaturas das ondas NIP e N são chamados de *parâmetros* ou *atributos CRS*. Na implementação dessa estratégia, surgem algumas questões. A principal delas é a necessidade de estimar três parâmetros ao invés de apenas um, como no processamento convencional. Apesar de três parâmetros não parecer ser um problema muito grande, a dificuldade principal é a imensa quantidade de dados na sísmica. Nesse sentido, estratégias eficientes e otimizadas para a busca dos parâmetros do tempo de trânsito são vitais. No próximo capítulo, propomos um algoritmo para a obtenção desses parâmetros.

Utilizando o método CRS para a obtenção de seções de afastamento nulo, temos a vantagem adicional de obtermos também os parâmetros da Fórmula Hiperbólica do tempo de trânsito. Como já vimos, esses parâmetros estão ligados a quantidades físicas importantes, fornecendo muita informação sobre o meio. Logo, é natural que sua utilização não se restrinja apenas ao empilhamento. No Capítulo 4, mostraremos como esses parâmetros podem ser empregados na derivação de um modelo de velocidades para a propagação de ondas compressoriais na subsuperfície.

Capítulo 3

Estimação dos atributos CRS

No contexto da teoria dos raios de ordem zero, os tempos de trânsito de raios, na vizinhança paraxial de um dado raio central fixo de referência, podem ser descritos por um certo número de parâmetros que se referem apenas ao raio central. As aproximações são corretas até segunda ordem na distância entre o raio paraxial e o raio central, medida nos pontos inicial e final, sendo válidas independentemente da configuração sísmica.

Assumindo que o raio central seja um raio de afastamento nulo de uma reflexão primária o número de parâmetros é três para a propagação bidimensional e oito para a propagação tridimensional. Para propagação bidimensional, os parâmetros são o ângulo de emergência do raio central, medido em relação à normal da superfície, e as curvaturas das frentes de onda normal NIP e onda N, introduzidas por Hubral (1983). Todos os parâmetros são definidos no ponto de emergência do raio central, chamado ponto central. Este ponto coincide com o ponto médio comum (CMP), onde o traço de afastamento nulo simulado será construído.

O uso de uma fórmula do tempo de trânsito dependendo de mais de um parâmetro, para fins de imageamento, é um tema bem investigado. As principais contribuições são os métodos *Multifocusing* (veja Gelchinsky et al. (1999) para uma descrição detalhada), *Poly Stack*TM (de Bazelaire e Viallix (1994)) e o *Common Reflection Surface* (CRS). Esses métodos variam, em geral, em dois aspectos: a fórmula de tempo de trânsito utilizada e a estratégia empregada para extrair os parâmetros através de análise de coerência nos dados de multicobertura.

Os aspectos principais do método CRS são a escolha da fórmula do tempo de trânsito hiperbólico (Fórmula (2.5)) e a estratégia de decompor o problema original de buscar três parâmetros em várias etapas unidimensionais e bidimensionais. Como mostrado em Müller (1999), estimativas iniciais dos três parâmetros podem ser obtidas por buscas unidimensionais em seções CMP e na seção CMP empilhada, gerada, de maneira automática, direta-

mente dos dados de multicobertura. O uso desses parâmetros iniciais para o empilhamento já nos fornece resultados muito bons do ponto de vista de obtenção de uma imagem. Como reportado em Müller (1998), a aplicação do método a exemplos de dados reais produziu imagens comparáveis e, em muitos casos, superiores às imagens obtidas pelo processamento convencional (NMO/DMO).

É desejável melhorar a precisão dos parâmetros estimados, pois gostaríamos de utilizá-los num processo de inversão de um modelo de velocidades. Para tanto, é natural utilizarmos os parâmetros obtidos como aproximação inicial, num processo de otimização aplicado diretamente a um problema formulado apenas com base nos dados de multicobertura. Seguindo esta filosofia, Müller (1999) e Jäger (1999) obtiveram melhora expressiva na qualidade dos parâmetros, para exemplos sintéticos, porém a alto custo computacional.

Neste capítulo, apresentaremos uma estratégia de otimização para melhorar a precisão das aproximações iniciais dos parâmetros CRS, mantendo um esforço computacional aceitável. Isso torna-se uma questão crucial quando falamos da aplicação desta técnica a dados reais. O potencial do método é ilustrado com um exemplo sintético, para o qual os vários aspectos do algoritmo podem ser mais bem compreendidos.

3.1 Expansão hiperbólica do tempo de trânsito

A fórmula utilizada no método CRS para aproximar o tempo de trânsito de um raio qualquer na vizinhança de um raio de afastamento nulo é a Fórmula Hiperbólica, descrita no Capítulo 2. Recordando, se considerarmos a mudança de variáveis

$$x = \frac{G + S}{2} - x_0 \quad \text{e} \quad h = \frac{G - S}{2}, \quad (3.1)$$

sua expressão é

$$T(x, h; \beta_0, K_{NIP}, K_N)^2 = \left(t_0 + \frac{2x \sin \beta_0}{v_0} \right)^2 + \frac{2t_0 \cos^2 \beta_0}{v_0} (K_N x^2 + K_{NIP} h^2), \quad (3.2)$$

onde v_0 é a velocidade da subsuperfície na vizinhança do ponto central (suposta conhecida), t_0 é o tempo de trânsito do raio central de afastamento nulo, β_0 é o ângulo de emergência do raio central e K_{NIP} e K_N são as curvaturas das frentes de onda NIP e N , respectivamente, medidas no ponto de emergência do raio central.

Para configurações particulares de pares fonte–receptor, a Fórmula Hiperbólica simplifica-se. As configurações mais comuns são:

Ponto médio comum: Caracteriza-se por pares de fonte–receptor simetricamente dispostos ao redor de um ponto médio fixo. Se esse ponto médio fixo coincidir com o ponto central, a expressão para o tempo de trânsito pode ser obtida impondo-se a condição $x = 0$ em (3.2). Desta forma, encontramos a expressão, dependente apenas de um parâmetro, dada por

$$T_{CMP}(h; q)^2 = t_0^2 + \frac{2t_0 h^2 q}{v_0}, \quad (3.3)$$

onde o parâmetro q é dado por $q = \cos^2 \beta_0 K_{NIP}$.

Afastamento nulo: Nesta configuração, todos os traços estão associados a pares fonte–receptor coincidentes. Logo, para obter o tempo de trânsito para afastamento nulo basta substituir $h = 0$ em (3.2). A fórmula obtida, dependendo apenas de β_0 e K_N , é

$$T_{ZO}(x; \beta_0, K_N)^2 = \left(t_0 + \frac{2x \sin \beta_0}{v_0} \right)^2 + \frac{2t_0 \cos^2 \beta_0}{v_0} K_N x^2. \quad (3.4)$$

Fonte comum: Recordando, numa seção de fonte comum, todos os traços estão associados à mesma fonte. Impondo que a posição da fonte comum coincida com a posição do ponto central, a expressão do tempo de trânsito para esta configuração é obtida com a condição de que $x = h$. Sendo assim, (3.2) simplifica-se para a função, dependente de β_0 e $\mu = K_{NIP} + K_N$, dada por

$$T_{CS}(h; \beta_0, \mu)^2 = \left(t_0 + \frac{2h \sin \beta_0}{v_0} \right)^2 + \frac{2t_0 \cos^2 \beta_0}{v_0} \mu h^2. \quad (3.5)$$

Afastamento comum: Nesta configuração, o afastamento entre fonte e receptor é mantido fixo. Desta forma, a expressão para o tempo de trânsito para a configuração de afastamento comum coincide com a expressão para o tempo hiperbólico geral (3.2), porém com a ressalva de que h é constante.

3.2 Formulação do problema e sua solução

Os dados obtidos por um levantamento de multicobertura, realizado numa dada linha sísmica, consistem de vários traços sísmicos $U(x, h, t)$, parametrizados por suas posições de pares fonte–receptor, descritas por (x, h) , e tempos de registro $0 \leq t \leq t_{max}$. O problema fundamental que devemos resolver é:

Considere uma malha de pontos (x_0, t_0) , onde x_0 é a posição de um ponto central na linha sísmica e t_0 é o tempo de trânsito de afastamento nulo. Seja $v_0 = v(x_0)$

a velocidade do meio numa vizinhança do ponto central x_0 . A partir do conjunto de dados de multicobertura, determine os parâmetros β_0 , K_{NIP} e K_N , para cada par (x_0, t_0) e velocidade v_0 .

Suponha que conhecêssemos os parâmetros do tempo de trânsito verdadeiros, para cada par (x_0, t_0) . Poderíamos então construir a superfície $t = T(x, h; \beta_0, K_{NIP}, K_N)$, que, como já vimos, é uma aproximação de segunda ordem para o tempo de reflexão primária. Desta forma, é razoável esperar que a intersecção desta superfície com o volume de dados $U(x, h, t)$ caracterize-se por amostras coerentes entre si. Com isso, justifica-se a idéia de que a busca pelos parâmetros ótimos deve ser feita maximizando-se a coerência das amostras obtidas pela intersecção da superfície $t = T(x, h; \beta_0, K_{NIP}, K_N)$ com o volume de dados.

Tentar maximizar a coerência utilizando-se todo (ou grandes porções do) volume de dados é uma abordagem segura porém certamente muito custosa computacionalmente, dada a imensa quantidade de dados envolvida em problemas sísmicos. Desta forma, a abordagem aqui será utilizar um subconjunto de traços sísmicos, ao redor de cada traço central, para maximizar a coerência. Espera-se que os parâmetros obtidos estejam próximos aos que seriam obtidos pela maximização da função de coerência utilizando-se todo o conjunto de dados.

Dado os traços sísmicos $U(x, h, t)$ e uma parametrização $t = T(x, h)$ (por simplicidade deixaremos de explicitar a dependência dos parâmetros β_0 , K_{NIP} e K_N), a medida de coerência chamada *semblance*, introduzida em Taner e Koehler (1969), é dada por

$$S = \frac{\sum [\sum U(x, h, T(x, h))]^2}{M \sum \sum [U(x, h, T(x, h))]^2}, \quad (3.6)$$

onde M é número total de traços selecionados. A somatória interna é realizada nos traços selecionados e a somatória externa numa certa janela de tempo ao redor de $T(x, h)$. Uma interpretação geométrica do significado desta medida é dada no Apêndice A.

Nosso problema passa a ser, para cada par (x_0, t_0) , encontrar o máximo global da função *semblance*, com T dado por (3.2), com respeito aos parâmetros β_0 , K_{NIP} e K_N . O ângulo β_0 deve pertencer ao intervalo $(-\pi/2, \pi/2)$ e as curvaturas K_{NIP} e K_N podem assumir qualquer valor real.

Para buscar o máximo global da função *semblance*, propomos a estratégia descrita pelo fluxograma da Figura 3.1. Numa primeira etapa, obtemos estimativas iniciais para os parâmetros, através de buscas unidimensionais ou bidimensionais. Essas estimativas são utilizadas como aproximações iniciais para uma segunda etapa, na qual um processo de otimização é empregado para obter os parâmetros ótimos.

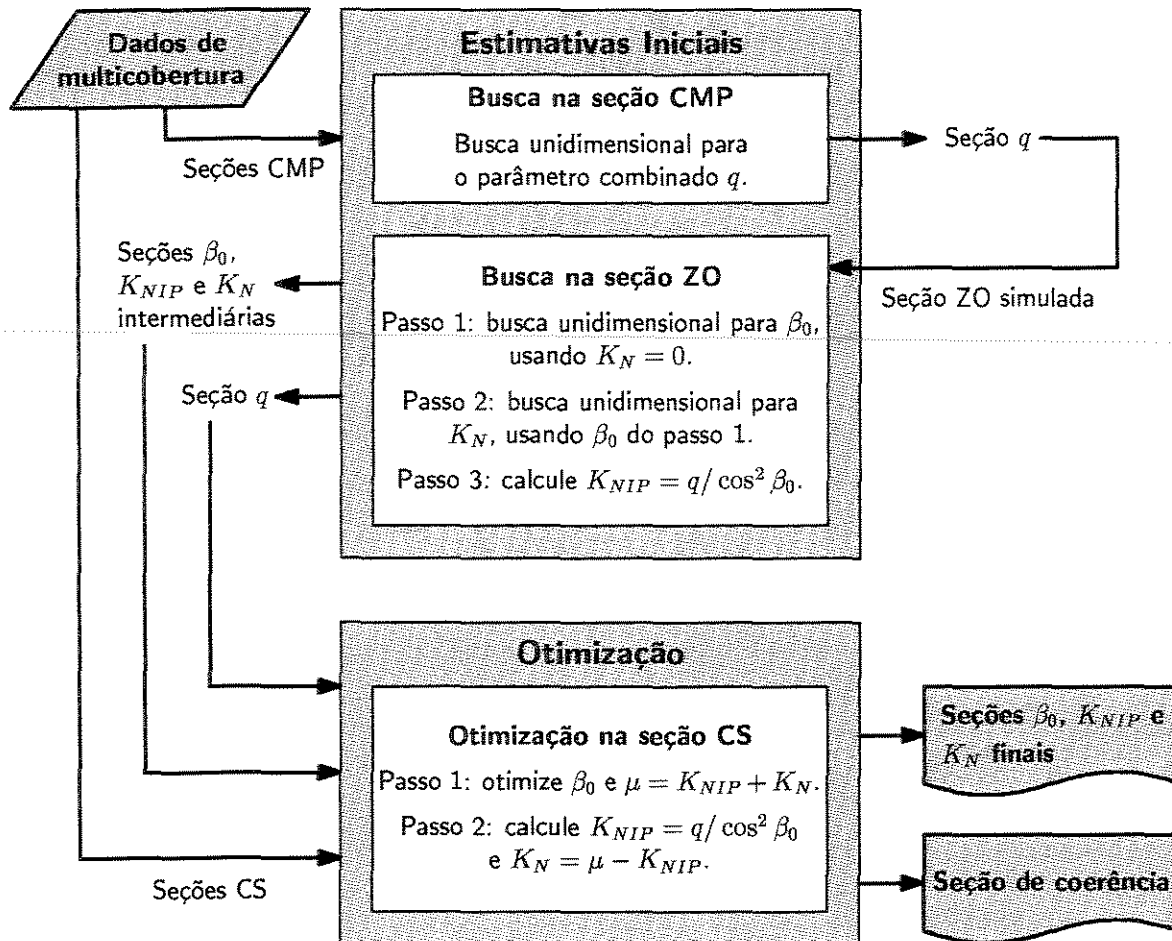


Figura 3.1: Fluxograma do método de extração dos parâmetros CRS.

Seguindo a mesma linha que Müller (1999), a primeira etapa consiste de dois passos: (a) uma busca unidimensional para o parâmetro combinado q , realizada em seções CMP, tendo por base a expressão do tempo de trânsito (3.3); e (b) duas buscas unidimensionais para β_0 e K_N , realizadas na seção CMP-empilhada com o auxílio do parâmetro q recém estimado. A seção CMP-empilhada é considerada como uma aproximação da seção de afastamento nulo. Logo, a Fórmula (3.4) é empregada nesta fase.

O processo de otimização, aplicado a seções de fonte comum, extraídas diretamente do volume de dados, empregado na segunda etapa do método, determina o ângulo β_0 e o parâmetro combinado $\mu = K_{NIP} + K_N$. Nesta etapa, a fórmula do tempo de trânsito utilizada foi a Fórmula (3.5). Finalmente, com as relações $K_{NIP} = q / \cos^2 \beta_0$ e $K_N = \mu - K_{NIP}$, todos os três parâmetros são determinados.

O algoritmo de otimização empregado foi o método Gradiente Espectral Projetado (SPG, do inglês, *Spectral Projected Gradient*). O método SPG é um método de otimização local,

por isso é fundamental termos um bom ponto inicial, se estivermos interessados em máximos globais. Em Birgin et al. (2000) o algoritmo SPG é proposto, sendo apresentados uma descrição detalhada do algoritmo, resultados de convergência e experimentos numéricos, comprovando sua eficiência. O método SPG mantém as características básicas dos métodos tipo gradiente (fácil implementação, baixa necessidade de memória, etc.) e é naturalmente adequado para o uso de problemas com restrições. Essas vantagens aliadas a experiências anteriores com o método nos levaram à sua escolha para este trabalho.

3.3 Exemplo sintético

A Figura 3.2 mostra o modelo sintético bidimensional composto por três refletores curvos e suaves, separando meios acústicos homogêneos diferentes. Assumindo densidade unitária, as velocidades de cada camada são: $v_0 = 1,4$ km/s acima do primeiro refletor, $v_1 = 2,0$ km/s entre o primeiro e o segundo refletores, $v_2 = 3,4$ km/s entre o segundo e o terceiro refletores e, finalmente, $v_3 = 5,5$ km/s abaixo do refletor mais profundo.

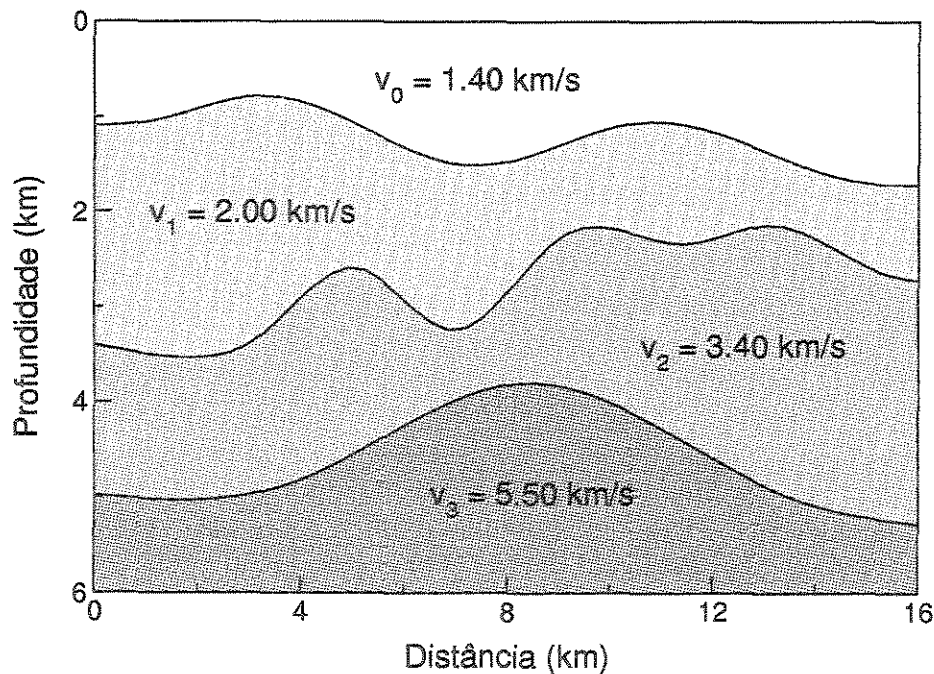


Figura 3.2: Modelo sintético bidimensional formado por camadas homogêneas separadas por interfaces curvas. Densidade unitária é assumida em todo o modelo.

O dado de entrada para nosso experimento é uma coleção de 334 seções CMP, com coordenada de ponto médio variando de 3,01 km a 13 km. Cada família CMP tem 84 traços

com afastamento variando de 0,00 km à 4,98 km. Todos os traços foram amostrados dentro de um intervalo do tempo $[0 \text{ s}, 6 \text{ s}]$, a uma razão amostral de 4 ms. Ruído foi adicionado ao dado na razão de sinal-ruído de 7:1. Na Figura 3.3, podemos ver uma seção CMP típica, centrada em 10 km.

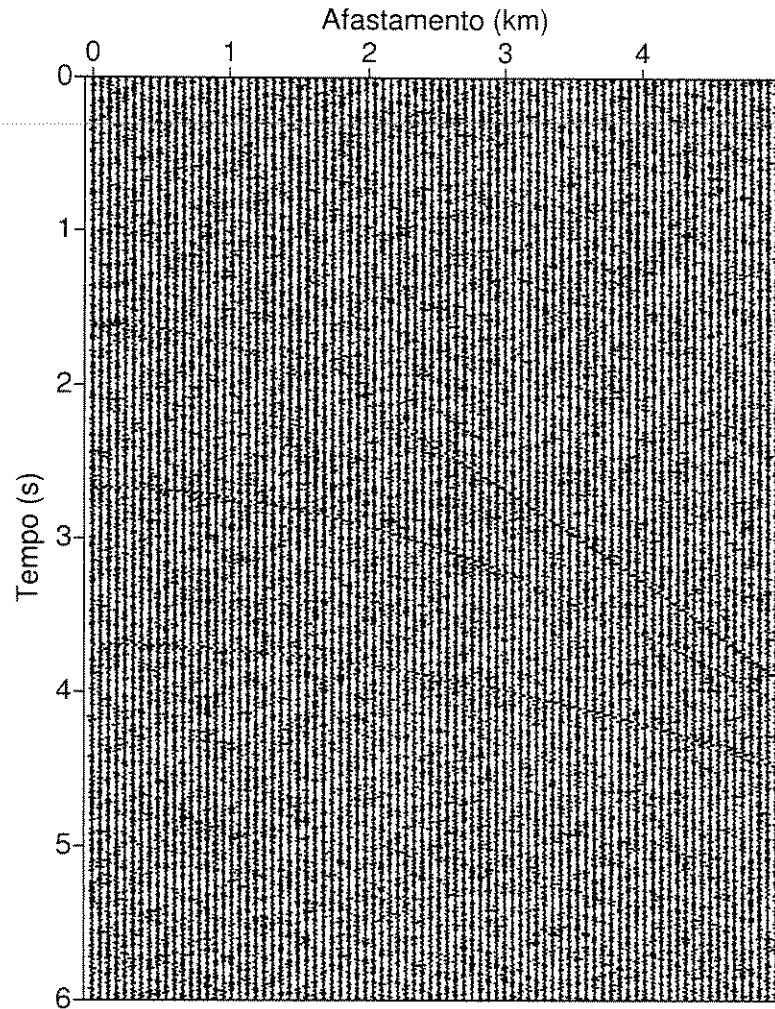


Figura 3.3: Seção CMP típica extraída do dado de multicobertura.

Estimativa inicial – o parâmetro combinado q . Nosso processo começa com a estimação do parâmetro combinado q . Esta estimação é realizada por meio de uma busca unidimensional, utilizando as seções CMP extraídas do dado. Essa busca é similar à análise de velocidades NMO convencional. Para cada ponto médio fixo x_0 escolhido como ponto central, consideramos sua família CMP correspondente. Para cada t_0 amostrado, determinamos o valor do parâmetro q que fornecer o melhor valor de coerência, medido pela função semblance. Nessa

busca, a função semblance é computada sobre as curvas determinadas pela fórmula para o tempo de trânsito para CMP (3.3), que depende apenas de q . Esse procedimento leva à construção de duas seções auxiliares denominadas *Seção q* , que consiste em associar a cada (x_0, t_0) o valor do parâmetro q que maximizou a semblance, e a *Seção de coerência* ou *Seção semblance*, que associa à cada (x_0, t_0) o valor obtido da função semblance. Um extensivo uso das seções semblance, bem como de outras seções auxiliares, é descrito em Gelchinsky et al. (1999).

Para obter uma melhor precisão, a busca em q é refinada. Consideramos os valores de q estimados para os quais o valor de semblance excede um certo limite fixado. Esse procedimento define um intervalo de valores para o parâmetro muito menor que o inicialmente definido para a busca (no caso deste exemplo, três ordens de magnitude menor que o intervalo original de busca). Com isso podemos refazer a busca pelo parâmetro nesse novo intervalo, considerando assim uma malha muito mais fina. Como consequência, com o mesmo custo computacional ganhamos ordens de magnitude na precisão do parâmetro obtido. A Figura 3.4 mostra a seção semblance obtida após o uso dessa estratégia de refinamento. Os limites para a função semblance aplicados para o refinamento da busca foram 0,13 e 0,15 para os intervalos de tempo $0 \text{ s} < t_0 < 2,5 \text{ s}$ e $2,5 \text{ s} < t_0 < 6 \text{ s}$, respectivamente. A seção semblance bem definida da Figura 3.4 pode ser vista como uma seção de afastamento nulo simulada, dado que os valores de semblance próximos de 1 devem estar associados a tempos de reflexão de raios de afastamento nulo.

Na Figura 3.5, os valores estimados do parâmetro q são mostrados sobre a curva teórica, ao longo dos três refletores. A excelente precisão obtida confirma a validade de se empregar uma busca exaustiva para um problema de otimização em uma variável. Como consequência, essa estimativa do parâmetro q será considerada final e utilizada em outras etapas do processamento.

Estimativa inicial – os parâmetros β_0 , K_{NIP} e K_N . Utilizando o parâmetro já estimado q , na fórmula do tempo de trânsito para a configuração CMP (3.3), construímos (da mesma forma que num empilhamento NMO convencional) a seção empilhada CMP (veja Figura 3.6). Esta seção será considerada uma aproximação para a seção de afastamento nulo, empregada na próxima etapa da estratégia de obtenção de estimativas iniciais dos parâmetros CRS.

Para extrair os ângulos de emergência β_0 e as curvaturas K_N adotamos o seguinte procedimento: (a) com a expressão do tempo de trânsito para a configuração de afastamento nulo (Equação (3.4)), fixamos $K_N = 0$ e, para cada par (x_0, t_0) , fazemos uma busca unidimensional para β_0 , entre $-\pi/2$ e $\pi/2$. Isso é razoável, pois, em geral, a curvatura da onda N assume valores muito próximos de zero. Da mesma forma que para a busca em q , a malha é refinada

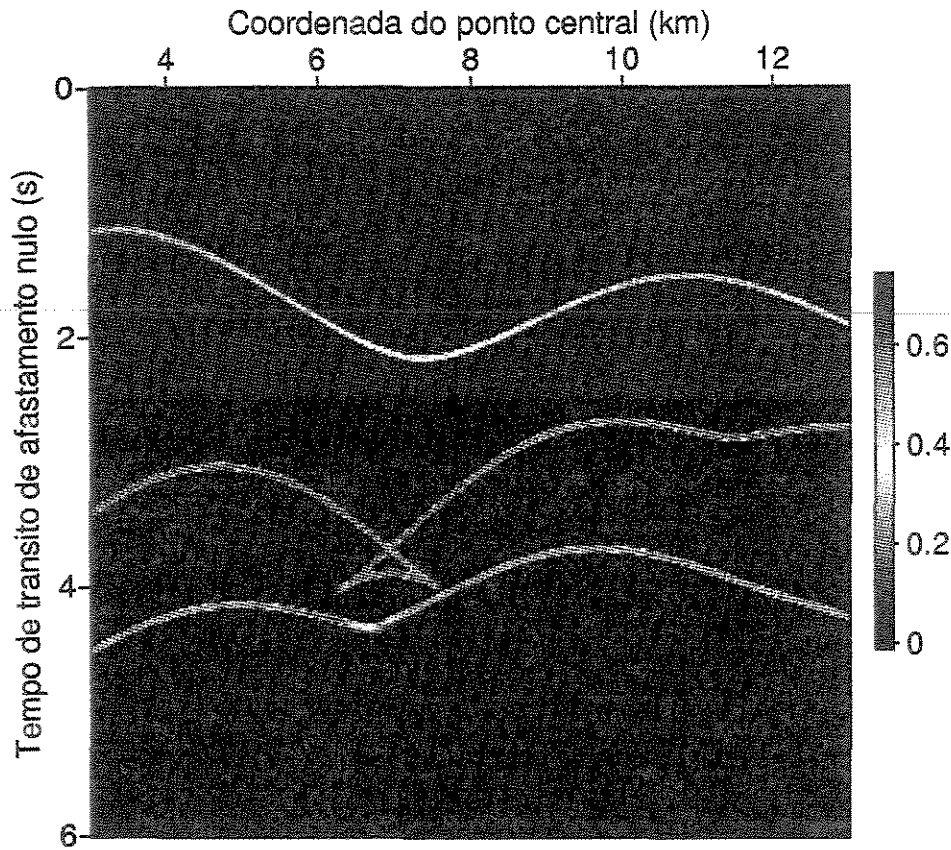


Figura 3.4: Seção de coerência (semblance) para o modelo da Figura 3.2. Note que as regiões associadas a reflexões primárias estão bem caracterizadas por um alto contraste no valor da função de coerência.

e uma segunda busca é feita, ao redor dos valores de β_0 que proporcionaram os maiores valores de semblance. (b) Novamente, a Fórmula (3.4) é utilizada, porém, agora, fixando-se o valor de β_0 igual ao recém obtido. Uma busca unidimensional é feita para estimar K_N . Da mesma forma, o processo de refinamento é realizado.

Neste momento, já temos q , β_0 e K_N estimados. O parâmetro K_{NIP} é obtido através da relação $q = \cos^2 \beta_0 K_{NIP}$. Desta forma, temos o conjunto inicial de parâmetros que utilizaremos como ponto inicial para o processo de otimização.

Estimativas finais – processo de otimização. A segunda parte de nosso método consiste na aplicação de um algoritmo de otimização para a extração dos parâmetros β_0 e $\mu = K_{NIP} + K_N$, a partir das seções de fonte comum. Para esse propósito, utilizamos a fórmula do tempo de trânsito (3.5). Como aproximação inicial temos as estimativas para os parâmetros obtidas na primeira parte de nossa estratégia. O método de otimização empregado foi o

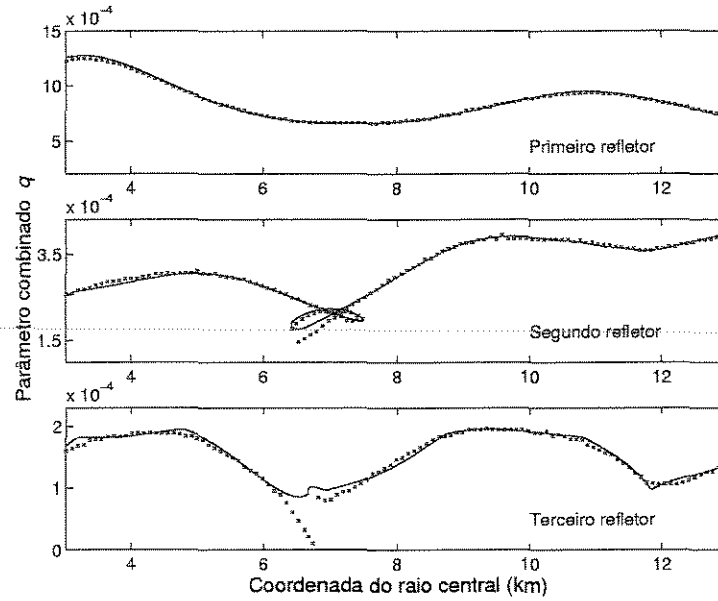


Figura 3.5: Parâmetro combinado q . As curvas sólidas representam os valores teóricos para esse parâmetro, para os três refletores do modelo. As cruzes vermelhas representam os valores estimados, para os três refletores.

método SPG (veja Birgin et al. (2000)).

As Figuras 3.7, 3.8 e 3.9 exibem a comparação entre os parâmetros obtidos após o processo de otimização e os valores reais calculados por modelamento. Podemos verificar que o método fornece resultados acurados na maioria dos casos. Notamos, no entanto, que o método também gerou resultados ruins no intervalo [6 km, 8 km]. Esses pontos são caracterizados por baixos valores de coerência e por essa razão não estão mostrados nas Figuras de 3.7–3.9. As razões para esses baixos valores de coerência podem ser: (a) Falta de iluminação: o uso de seções de tiro comum com todos os receptores localizados apenas à direita da fonte pode não ser a escolha mais adequada para iluminar o refletor em todas as partes da seção. Isto acontece principalmente para o primeiro refletor onde inclinações mais acentuadas caracterizam a “parte problemática”. (b) Cáusticas: A mesma região citada acima contém uma cáustica devida ao segundo refletor. É de se esperar que isto introduza problemas para esse refletor e para os refletores abaixo dele. Uma possível solução para esse problema seria utilizar combinadamente traços de seções diferentes (por exemplo, seções de tiro comum com receptores dispostos em ambos os lados da fonte ou seções de afastamento comum) que estão disponíveis no volume de dados.

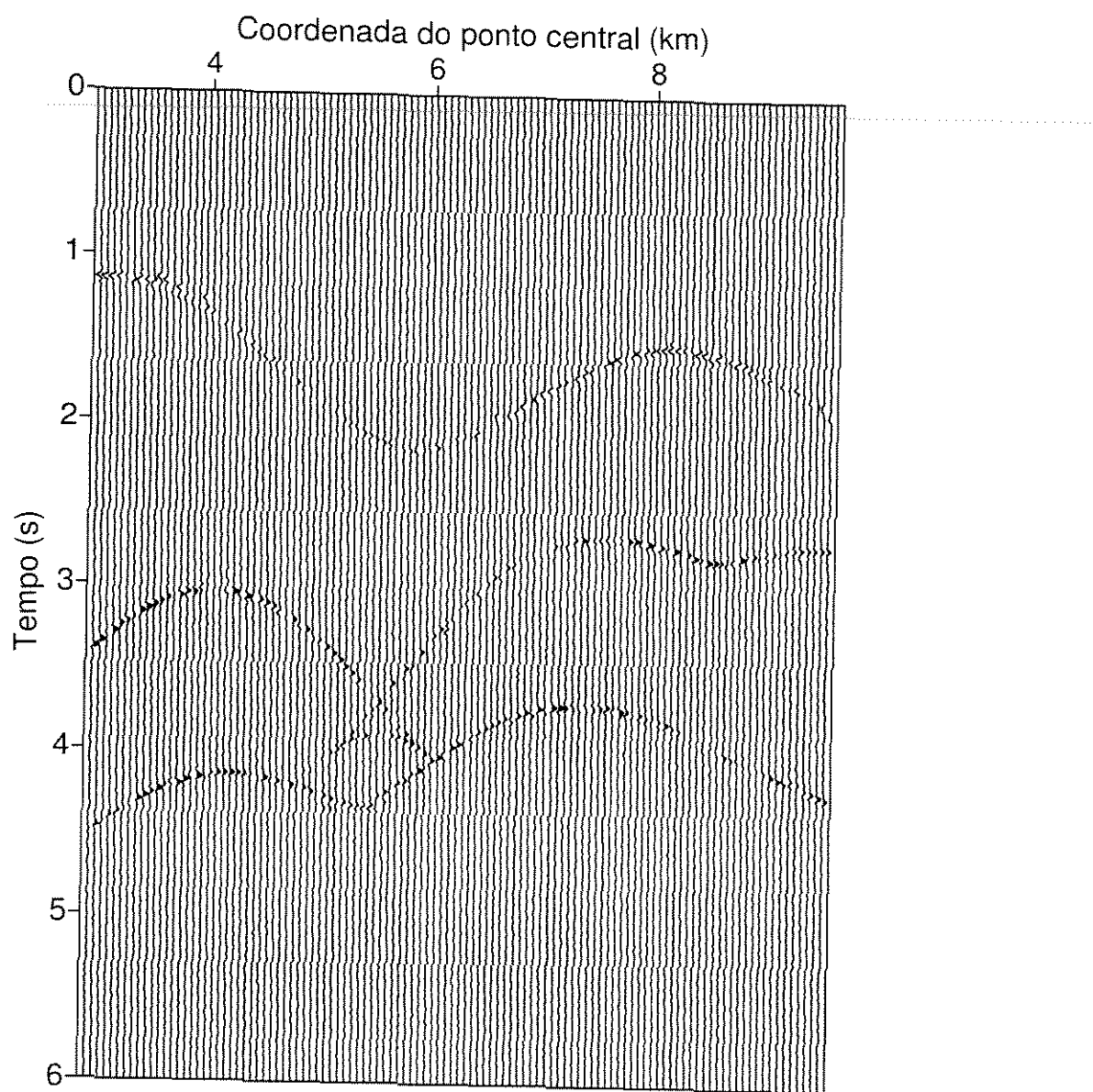


Figura 3.6: Seção empilhada CMP.

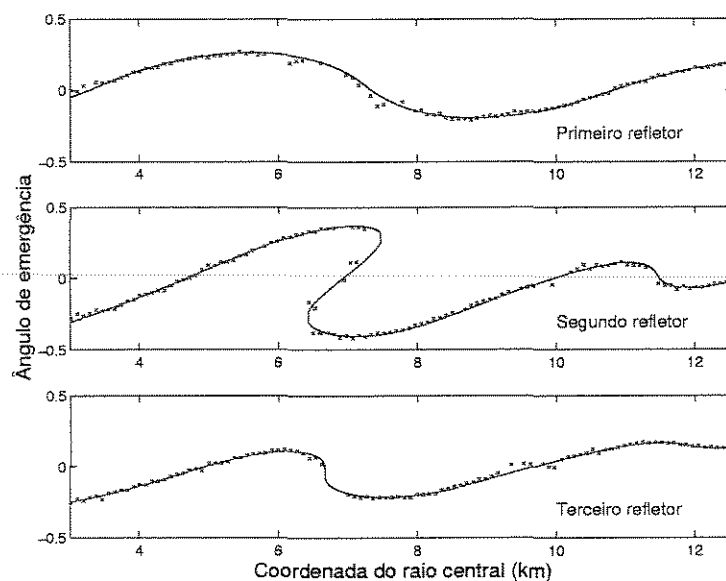


Figura 3.7: Ângulo de emergência β_0 : curva teórica (linha sólida) e valores estimados (cruzes vermelhas) obtidos após o processo de otimização.

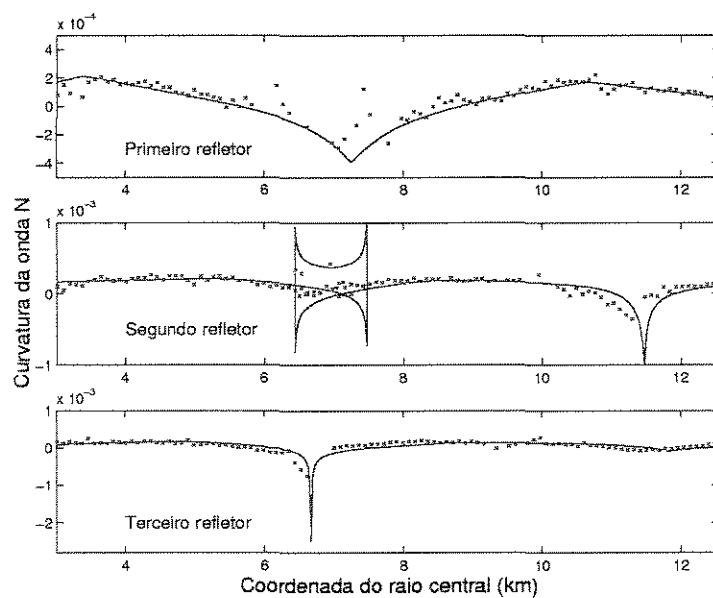


Figura 3.8: Curvatura da onda NIP: curva teórica (linha sólida) e valores estimados (cruzes vermelhas) obtidos após o processo de otimização.

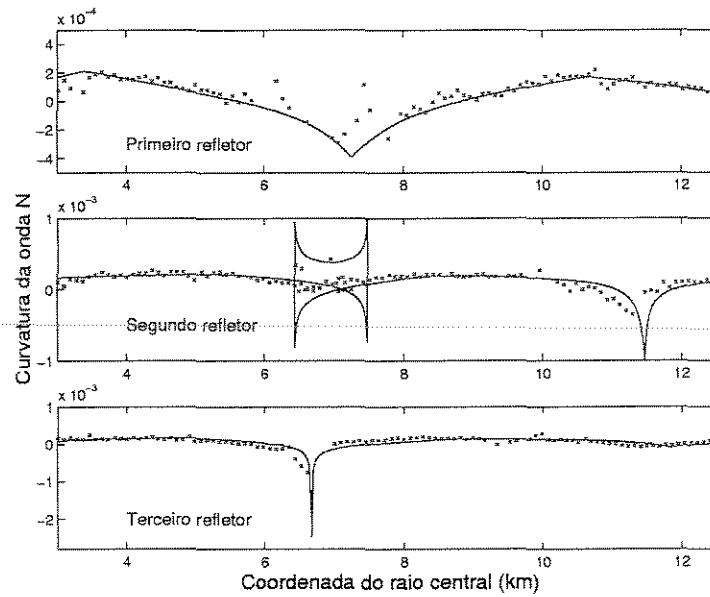


Figura 3.9: Curvatura da onda N: curva teórica (linha sólida) e valores estimados (cruzes vermelhas) obtidos após o processo de otimização.

3.4 Algumas considerações

A aplicação do método proposto depende de algumas escolhas a serem feitas *a priori* pelo usuário. Enumeraremos alguns pontos a serem considerados.

1. O processo de otimização poderia ser feito sobre seções de tiro comum com receptores simetricamente dispostos em relação à fonte ou seções de afastamento comum, ao invés de apenas em seções de tiro comum com todos os receptores de um único lado da fonte. A questão natural é que tipo de diferenças seriam vistos nos resultados.
2. Com respeito ao algoritmo de otimização, poder-se-ia combinar o método SPG com um método tipo Newton para acelerar a convergência. A idéia é que o método SPG (bem como qualquer algoritmo tipo gradiente projetado) pode ser aplicado para chegar perto da solução, de tal maneira que um método tipo Newton possa ser aplicado ignorando-se as restrições. Isso implicitamente assume que o ponto estacionário é interior à região factível.
3. A estratégia de utilizar configurações particulares para reduzir o número de parâmetros a serem buscados de cada vez apresenta vantagens claras, mas pode também esconder

algumas desvantagens. A principal vantagem é a redução significativa no tempo computacional para a busca dos parâmetros. Uma possível desvantagem é a uso de menor redundância, dado que vários traços que poderiam ser aproveitados não se encaixam na seções escolhidas. Uma alternativa seria considerar mais seções e fazer algum tipo de média com os parâmetros obtidos.

4. Dado um par (x_0, t_0) a seleção dos traços e da janela temporal necessária para a avaliação da função de coerência é uma importante decisão que tem que ser feita *a priori* pelo usuário. Esta situação é similar à encontrada na aplicação de análise de velocidades no empilhamento NMO/DMO convencional. Investigações sobre a ordem da aproximação fornecida pela Fórmula Hiperbólica para o tempo de trânsito deverão auxiliar esta tarefa.
5. A seção semblance inicial, obtida após a busca do parâmetro q (Figura 3.4), fornece uma valiosa indicação inicial das regiões onde reflexões primárias de afastamento nulo devem estar localizadas. Como consequência, para cada ponto central x_0 , o número de tempos de trânsito t_0 relacionados a reflexões de afastamento nulo pode ser dramaticamente reduzido. Isto significa que poderíamos restringir as buscas subsequentes e a otimização a essas “regiões promissoras”, levando a um significativo decréscimo do tempo computacional. Com isso, tornar-se-ia mais factível aplicar o processo de otimização para vários tipos de configurações diferentes ou mesmo para o dado completo.

Capítulo 4

Inversão do modelo de velocidades

Como vimos nos capítulos anteriores, a Fórmula Hiperbólica do tempo de trânsito nos permite expressar o tempo de reflexões primárias conhecendo-se apenas os parâmetros CRS para um raio central fixo. A única informação explícita sobre a velocidade do meio é v_0 , a velocidade da subsuperfície na vizinhança do ponto central. Obviamente, a velocidade da propagação no meio tem um efeito determinante nos tempos de reflexão. Portanto, esta influência deve aparecer implicitamente nos parâmetros CRS. Desta forma, é justo pensar em formas de utilizar esses parâmetros para a inversão de um modelo de velocidades. Este é o objetivo central desta tese.

Propomos um método capaz de inverter um modelo de velocidades composto por várias camadas separadas por interfaces curvas suaves. A velocidade em cada camada é uma função afim da profundidade. As interfaces são recuperadas como splines cúbicas, ajustadas de maneira ótima, no sentido de quadrados mínimos.

4.1 O algoritmo de Hubral e Krey

Nosso método de inversão está fundamentado no já bem aceito algoritmo proposto por Hubral e Krey (1980). Esse método é capaz de inverter modelos de velocidades compostos por camadas homogêneas limitadas por interfaces curvas suaves. As incógnitas são as velocidades em cada camada e a forma e posição de cada interface. O modelo é construído iterativamente, começando pelas camadas mais rasas e descendo progressivamente às mais profundas.

A idéia principal do método de Hubral e Krey é propagar a onda NIP, registrada na superfície, de volta até o NIP localizado na interface a ser recuperada (veja Figura 2.4(a)). Para tanto, as velocidades e as interfaces das camadas superiores já devem ter sido determinadas. A condição de que a onda NIP foca no NIP traduz-se em seu raio de curvatura ser

zero nesse ponto. Isso nos fornece uma equação implícita na velocidade a ser determinada. A essa condição daremos o nome de *Condição de Foco*.

Para entender como a curvatura da frente de onda se altera durante a propagação, devemos considerar duas situações distintas: (a) a onda propaga-se dentro de uma camada homogênea e (b) a onda atravessa uma interface.

A Figura 4.1 ilustra um raio atravessando a j -ésima camada (de velocidade v_j) e sendo transmitido através da interface $j + 1$. Denotaremos por K_j^- e K_j^+ as curvaturas da frente de onda NIP imediatamente antes e depois da interface j , respectivamente. Além disso, denotemos por $R_j^- = 1/K_j^-$, o raio de curvatura da frente de onda NIP imediatamente antes da transmissão através da interface j . R_j^+ é definido analogamente.

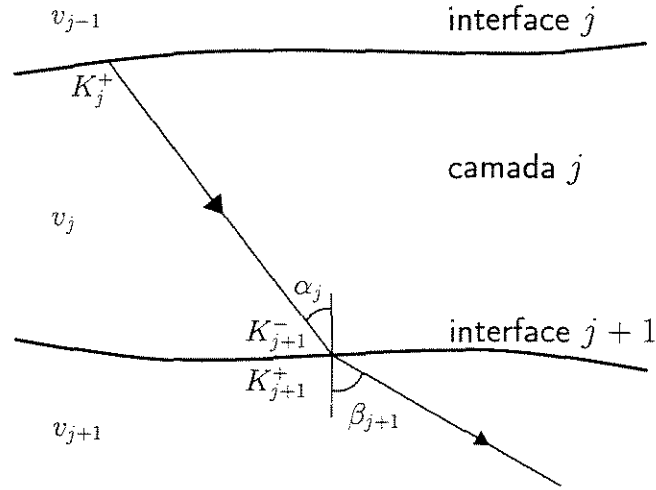


Figura 4.1: Propagação através da camada homogênea j .

Dentro da camada j , devido a velocidade ser constante, o raio de curvatura varia segundo a relação

$$R_{j+1}^- = R_j^+ + v_j \Delta t_j, \quad (4.1)$$

onde Δt_j é o tempo de trânsito do raio dentro da camada j . A mudança na curvatura devido à transmissão, segundo Hubral e Krey (1980), é dada por

$$K_{j+1}^+ = \frac{v_{j+1}}{v_j} \left(\frac{\cos \alpha_j}{\cos \beta_{j+1}} \right)^2 K_{j+1}^- + \left(\frac{v_{j+1}}{v_j} \cos \alpha_j - \cos \beta_{j+1} \right) \frac{K_j^I}{\cos^2 \beta_{j+1}}, \quad (4.2)$$

onde α_j e β_{j+1} são os ângulos de incidência e transmissão na interface $j + 1$ (veja Figura 4.1) e K_j^I é a curvatura da interface j no ponto de incidência do raio em questão. Os ângulos α_j

e β_{j+1} estão relacionados pela lei de Snell

$$\frac{\sin \beta_{j+1}}{v_{j+1}} = \frac{\sin \alpha_j}{v_j}. \quad (4.3)$$

Considerando agora que o NIP está localizado na interface $N + 1$, a Condição de Foco é escrita como

$$R_{N+1}^- = 0 = R_N^+ + v_N \Delta t_N \quad \text{e} \quad \Delta t_N = t_0/2 - \sum_{j=1}^{N-1} \Delta t_j. \quad (4.4)$$

a partir da qual podemos determinar a velocidade v_N . Após determinada a velocidade da camada N , pela a lei de Snell, calculamos β_N . Conhecendo agora v_N , β_N e Δt_N , podemos traçar o segmento de raio dentro da camada N e obter assim o NIP.

Apresentaremos a seguir uma síntese dos principais passos do algoritmo de Hubral e Krey, e discutiremos algumas questões de implementação.

4.1.1 Resumo do algoritmo de Hubral e Krey

O método é concebido para obter um modelo de velocidades formado por camadas homogêneas separadas por refletores suaves, correspondendo a horizontes identificados a partir dos dados, escolhidos *a priori* pelo usuário.

Determinação da primeira camada: O dado de entrada é, para cada raio de afastamento nulo, o tempo de trânsito t_0 , o ângulo de emergência β_0 e curvatura K_{NIP} . A velocidade da primeira camada é suposta conhecida (como no método CRS). Portanto, apenas o refletor, que limita a primeira camada inferiormente, deve ser determinado.

Determinação da j -ésima camada: Supondo que o modelo de velocidades já esteja determinado até a camada $j - 1$, o método determinará a velocidade v_j da camada j e a interface $j + 1$. Os dados de entrada são, como antes, para cada raio de afastamento nulo, o tempo de trânsito t_0 , o ângulo de emergência β_0 e a curvatura K_{NIP} . Cada raio de afastamento nulo é traçado da superfície até a interface j . Com as Equações (4.1) e (4.2), propaga-se a onda NIP, da superfície até a camada j , ao longo do raio já traçado. Com a Condição de Foco (4.4), determina-se a velocidade v_j da camada, o ângulo β_j e a posição do NIP. Esse procedimento pode ser realizado para cada raio de afastamento nulo. No entanto, sob a restrição da velocidade v_j ser constante, obtém-se um sistema sobredeterminado em v_j .

4.1.2 Algoritmo para camadas homogêneas

1. Determinação da primeira camada.

- (a) Dada a velocidade v_0 , e t_0 e β_0 , para cada raio, a posição dos respectivos pontos de incidência normal é dada por $v_0 t_0 / 2 (\sin \beta_0, \cos \beta_0)$. O conjunto de todos os NIP's é utilizado para definir a primeira interface.

2. Determinação da j -ésima camada. Suponha que o modelo já foi contruído até a camada $j - 1$. Sejam t_0 , β_0 e K_{NIP} , para cada raio que atinge a interface j .

- (a) Faça $R_0^+ = 1/K_{NIP}$.
- (b) Para $i = 0, \dots, j - 1$,
- Encontre a interceção do segmento de raio que parte da interface i , com ângulo β_i , com a normal da interface, e atinge a interface $i + 1$. Sejam Δt_i o tempo percorrido neste trajeto e α_i o ângulo entre o raio e a normal à interface $i + 1$.
 - $R_{i+1}^- = R_i^+ + v_i \Delta t_i$.
 - $\sin \beta_{i+1} = v_{i+1}/v_i \sin \alpha_i$, $i \neq j - 1$.
 - $K_{i+1}^+ = \frac{v_{i+1}}{v_i} \left(\frac{\cos \alpha_i}{\cos \beta_{i+1}} \right)^2 K_{i+1}^- + \left(\frac{v_{i+1}}{v_i} \cos \alpha_i - \cos \beta_{i+1} \right) \frac{K_{i+1}^I}{\cos^2 \beta_{i+1}}$, $i \neq j - 1$.
- (c) A velocidade v_j é determinada pela solução do sistema não-linear, cujas equações (para cada raio que atinge a interface j) são:

$$\sin \beta_j = v_j / v_{j-1} \sin \alpha_{j-1}$$

$$K_j^+ = \frac{v_j}{v_{j-1}} \left(\frac{\cos \alpha_{j-1}}{\cos \beta_j} \right)^2 K_j^- + \left(\frac{v_j}{v_{j-1}} \cos \alpha_{j-1} - \cos \beta_j \right) \frac{K_j^I}{\cos^2 \beta_j}$$

$$\Delta t_j = t_0 / 2 - \sum_{i=1}^{j-1} \Delta t_i$$

$$R_j^+ + v_j \Delta t_j = 0$$

- (d) Novamente, o ponto de reflexão sobre a interface j , onde cada raio reflete, é obtido propagando-se o trecho final de raio, durante o tempo Δt_j .
- (e) O conjunto de todos os NIP's recuperados é utilizado para definir a interface $j + 1$.

4.1.3 Questões práticas

Discutiremos agora algumas questões de caráter prático que influenciam enormemente o desempenho e a precisão do algoritmo enunciado acima. Desta forma, visamos identificar dificuldades que possam ser melhoradas.

- As quantidades necessárias ao método (ângulos de emergência, tempos de trânsito e curvatura da frente de onda NIP de raios normais) não estão diretamente disponíveis, mas têm de ser extraídas dos dados. Em Hubral e Krey (1980), essas quantidades são obtidas pelo processamento convencional em dados CMP.
- Perceba que a idéia principal do método, ou seja, propagar de volta a onda NIP, pode ser aplicada independentemente para cada raio de afastamento nulo que tivermos. Portanto, em princípio, cada raio tem informação suficiente para inverter a velocidade da camada. Ou seja, temos tantas equações quanto raios. Como se supõe que a velocidade em cada camada seja constante, temos um sistema sobredeterminado nesta incógnita. Hubral e Krey indicaram que esta “abundância” de informação poderia ser empregada para possibilitar distribuições de velocidade mais gerais.
- A lei de transmissão das curvaturas (Equação (4.2)) depende da curvatura da interface K^I no ponto de transmissão. Hubral e Krey afirmam que essa quantidade pode ser obtida através de uma migração por raios normais.
- Como afirmado em Hubral e Krey (1980), depois de determinar as velocidades, a localização de cada NIP pode ser obtida pela propagação do último segmento de cada raio. Dado que cada raio atinge a interface formando um ângulo reto, a inclinação do refletor em cada ponto também pode ser determinada.

Majer (2000) propôs uma implementação desse algoritmo. Em sua abordagem, a velocidade é obtida fazendo-se a média aritmética das soluções de cada sistema não-linear, definido pela condição de foco, para cada raio. Além disso, as interfaces são obtidas por interpolação polinomial, usando como nós de interpolação, alguns NIP's recuperados, selecionados manualmente pelo usuário.

Na próxima seção discutiremos a nossa versão do método, descrevendo como as questões acima foram tratadas.

4.2 Nosso método

Nesta seção descreveremos como resolver as questões postas na seção anterior e como generalizar o algoritmo de Hubral e Krey para a obtenção de camadas com velocidade como função afim da profundidade, isto é, $v(z) = a \cdot z + b$.

A vantagem óbvia de utilizar os parâmetros CRS como ponto de partida para a inversão é que os ângulos de emergência e as curvaturas da onda NIP já estão determinados. Portanto, nem uma análise de velocidades convencional, tão pouco a estimação de gradientes de tempo de trânsito (empregados na aproximação dos ângulos de emergência) são necessários para obter os dados de entrada para a inversão. Além disso, com o auxílio da seção de coerência gerada no processo de obtenção dos parâmetros CRS, torna-se mais fácil a seleção dos eventos a serem invertidos.

O método CRS também fornece a curvatura da onda N, que não é originalmente utilizada pelo algoritmo de Hubral e Krey. Lembre que a onda N associada a um raio de afastamento nulo, pode ser vista como uma onda que parte de NIP com a mesma curvatura que o refletor. Portanto essa onda também poderia ser propagada de volta ao refletor fornecendo assim mais informação sobre a interface na vizinhança do NIP.

Passemos agora ao detalhamento de várias questões envolvidas no bom desempenho do método. Algumas já foram mencionadas e outras ainda não.

4.2.1 Ruído

Devemos tomar precauções quando lidamos com dados estimados, como no caso dos parâmetros CRS. Obviamente não podemos confiar pontualmente na informação de cada raio. Para tentar minimizar o efeito de erros de estimação nos parâmetros CRS, podemos adotar três estratégias: (a) suavizar as curvas de parâmetros antes de utilizá-las, (b) suavizar a resposta do método, e (c) suavizar tanto os parâmetros quanto a resposta obtida pela inversão. Veremos que suavizar os parâmetros nem sempre é viável, mas suavizar a saída do método é imprescindível.

Suavizar os dados é algo fisicamente razoável, dado que variações abruptas nos parâmetros não ocorrem em geral. O método empregado para suavizar um conjunto de dados discretos está descrito em Leite (1998): para cada cinco pontos consecutivos, uma parábola é ajustada e o ponto central é substituído pelo correspondente na parábola (Figura 4.2). Esta técnica pode ser consecutivamente aplicada um número arbitrário de vezes (nós a aplicamos cinco vezes).

O esquema descrito para a suavização pode ser aplicado a quaisquer dados no plano. Tudo que precisamos saber é como percorrer os dados. No nosso caso as curvas estão para-

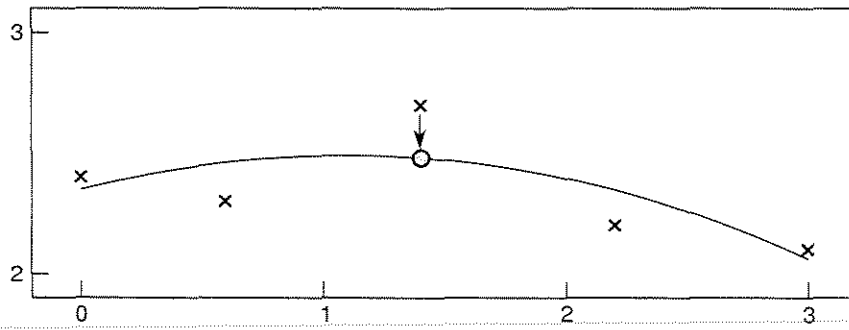


Figura 4.2: Esquema de suavização. Para cada cinco pontos, ajustamos uma parábola e trocamos o ponto central pelo seu correspondente na parábola.

metrizadas pela coordenada do ponto central. Porém, as curvas de parâmetro só devem ter um comportamento suave quando consideramos dois pontos vizinhos no refletor. Logo, para que tenha sentido suavizá-las, devemos tê-las descritas por algum parâmetro que percorra o refletor monotonicamente. A parametrização pelo ponto central não tem necessariamente essa propriedade. Para verificar isso, basta considerarmos regiões com cáusticas. Nessa situação, a cada ponto central está associado mais de um valor de parâmetro. Logo, coloca-se aqui o problema de como percorrer corretamente a curva de parâmetros (conhecida apenas por um conjunto de amostras e ordenada pela coordenada do ponto central). Na Figura 4.3, à esquerda, podemos ver, como a curva de parâmetros seria percorrida estando ordenada pela coordenada do ponto central. Na mesma figura, à direita, vemos como ela seria percorrida quando parametrizada corretamente.

4.2.2 “Desembaraçando” os parâmetros

Poder-se-ia argumentar que, como os parâmetros utilizados na inversão têm de ser diretamente extraídos (*picados*) das seções de parâmetros obtidas pelo processo de estimação, o problema de obter a correta sequência dos pontos na curva de parâmetros não vem ao caso, tendo sido resolvido durante o processo de picagem. Mesmo assim, a estratégia que descreveremos aqui poderia ser utilizada para auxiliar a determinação da correta ordenação durante o processo de picagem.

Formulamos um critério para “desembaraçar” a curva de parâmetros. Quando a curva tiver mais de um valor associado ao mesmo ponto central, o critério proposto tenta manter tão pequena quanto possível a variação dos parâmetros CRS para pontos vizinhos na curva. Isso é razoável, dado que um comportamento suave dos parâmetros é esperado. A função de

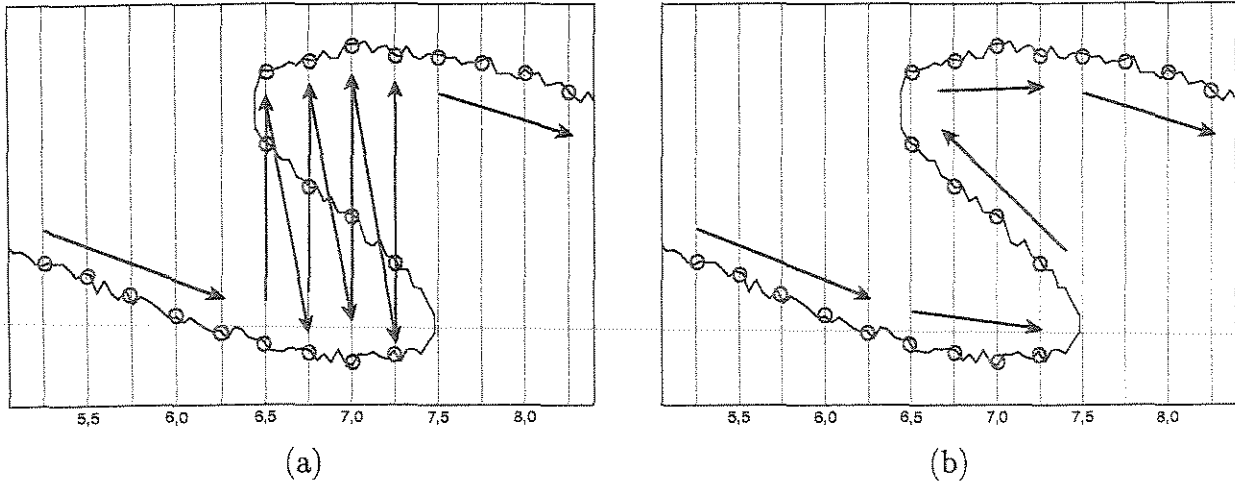


Figura 4.3: Ambas as figuras mostram a curva de um parâmetro numa região com cáustica (há um intervalo, para o qual a cada absissa está associado mais de uma ordenada). Os círculos representam os valores amostrados que temos. A curva contínua ilustra a curva de parâmetros, que não conhecemos na prática, mas que gostaríamos de seguir. As setas indicam a forma como os pontos amostrados estão ordenados dependendo da parametrização escolhida. À esquerda, as amostras estão parametrizadas pela coordenada do ponto central, e à direita as amostras estão parametrizadas corretamente.

mérito a ser minimizada é

$$F(p_j, p_i) = \frac{|t_0^i - t_0^j|}{t_0^j} + \frac{|\beta_0^i - \beta_0^j|}{|\beta_0^j|}, \quad (4.5)$$

onde $p_j = (x_0^j, t_0^j, \beta_0^j, K_{NIP}^j, K_N^j)$ é o vetor dos parâmetros CRS, j é o índice do ponto corrente na sequência reordenada e i varia no conjunto de índices dos pontos vizinhos ao ponto corrente. Avaliamos a função de mérito para cada ponto vizinho ao ponto j e o ponto que tiver obtido o menor valor é selecionado para ser o próximo na sequência reordenada. Fizemos testes incluindo mais dois termos na função de mérito (4.5), um para K_{NIP} e outro para K_N mas a estabilidade do método diminuiu. Devemos lembrar que este critério deve ser aplicado antes do processo de suavização. Portanto, ele deve funcionar até mesmo na presença de ruído nos parâmetros.

Fizemos vários testes com essa estratégia de “desembaraçamento” e obtivemos os resultados esperados sempre que, para cada ponto central dentro da região de cáustica, tínhamos todas as amostras. Isto é, olhando para a Figura 4.3, tendo todas as amostras destacadas por círculos roxos, o método recuperou a correta sequência. Porém, se faltar alguma amostra na região da cáustica, o método não é capaz (pelo menos, na forma como foi implementado) de “desembaraçar” a curva. O método não se mostrou sensível ao ruído presente nos dados,

tendo funcionado bem até mesmo para altos níveis de ruído.

4.2.3 Recuperação das interfaces

Suponhamos que a velocidade da camada N já tenha sido descoberta e que precisamos ainda recuperar a interface $N + 1$. Como já comentamos anteriormente, após obter v_N , calculamos β_{N+1} e, sabendo Δt_N , podemos propagar o último trecho de cada raio obtendo, para cada um, seus respectivos NIP's.

De posse desse conjunto de pontos, a primeira abordagem seria ingenuamente interpolá-los para construir a interface, como na Figura 4.4. Fazendo isso, estamos implicitamente confiando na informação pontual de cada raio, ignorando o efeito da presença de ruído nos parâmetros que foram utilizados como entrada para o método (mesmo que esses tenham sido suavizados). Desta forma os resultados obtidos mostram-se muito pobres, sendo praticamente imprestáveis. Note que se uma interface for mal recuperada, esse erro amplificar-se-á à medida que formos recuperar as camadas mais profundas.

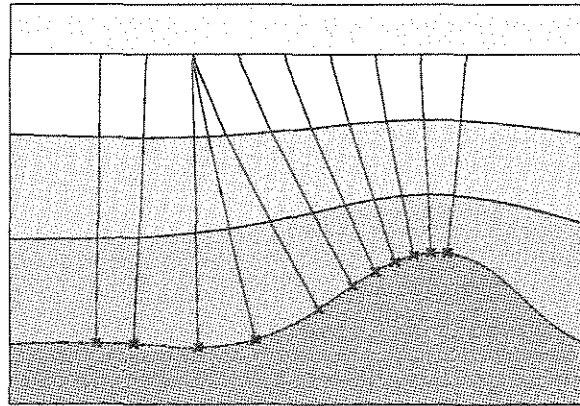


Figura 4.4: Aproximação da interface por simples interpolação dos NIP's obtidos.

Poderíamos pensar em aplicar um esquema de suavização à curva formada pela interpolação dos pontos recuperados. Essa estratégia também deixa muito a desejar, pois poucos pontos mal estimados deterioram a qualidade da aproximação como um todo.

Optamos por aproximar as interfaces por splines cúbicas ótimas, no sentido de quadrados mínimos. Essa aproximação deveria ser feita de tal maneira que eliminasse tanto o ruído branco¹ quanto *outliers*². Dessa forma, teríamos as interfaces representadas de maneira simples e suave, além de diretamente termos as derivadas primeira e segunda da curva para

¹Dizemos que o ruído é *branco* quando contém todas as frequências.

²Por *outliers* denominamos os pontos que certamente não carregam informação física.

cada ponto. Antes de entrarmos em detalhes sobre como isto foi feito, veja a Figura 4.5, na qual podemos ver o resultado da recuperação de uma interface. Na parte superior da figura, vemos a interface recuperada pela suavização da interpolação linear dos pontos obtidos. Na parte inferior da figura, a mesma interface foi recuperada, porém como uma spline cúbica. Em ambos os gráficos, podemos ver uma ampliação da região delimitada pela caixa pontilhada. Vemos com isto que há uma grande variação na derivada primeira da curva de cima e uma variação muito mais aceitável da derivada primeira da curva de baixo, comprovando sua melhor adequação ao traçamento de raios.

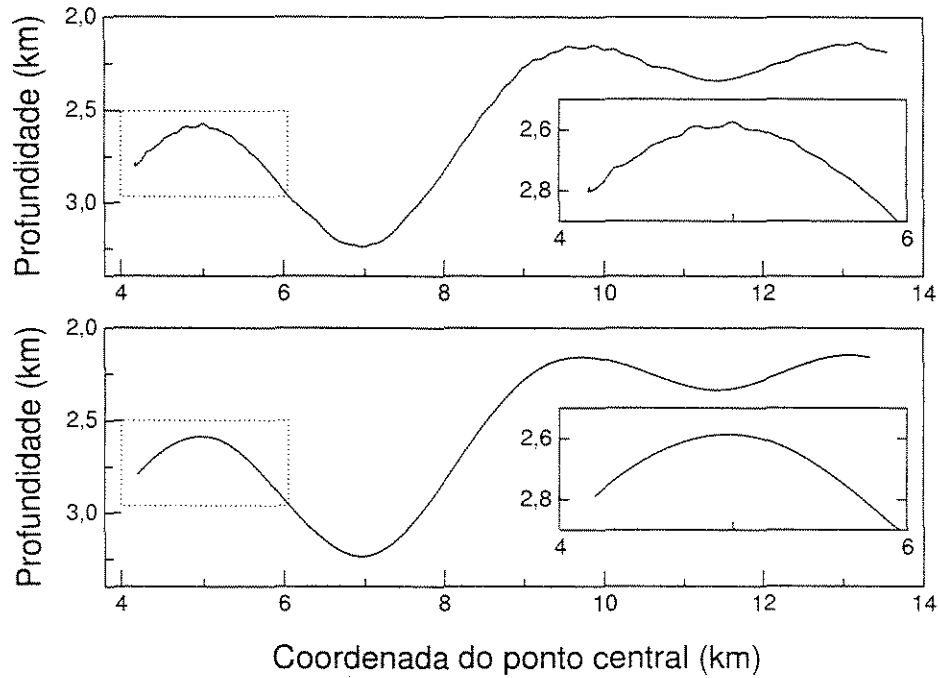


Figura 4.5: Comparação entre a recuperação da interface por suavização da interpolação linear dos NIP's (acima) e por ajuste ótimo dos NIP's por uma spline cúbica (abaixo). Em ambas as figuras, pode-se ver a ampliação do gráfico no intervalo [4 km , 6 km]. Note que a curva de baixo é muito mais suave, sendo mais adequada para o traçamento de raios.

Nossa abordagem é similar a empregada por Majer (2000), porém, a obtenção das splines cúbicas é feita automaticamente por um método de otimização, dispensando qualquer intervenção humana. Além disso, o fato de utilizarmos splines cúbicas, elimina problemas por efeito de Runge, comuns em interpolação polinomial.

Em resumo, o método de estimação pode ser assim formulado: Sejam $s : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a spline cúbica definida pelo conjunto de nós $\Gamma = \{(X_i, Z_i) \in \mathbb{R}^2 \mid X_{i-1} < X_i, i = 1, \dots, N_k\}$, onde N_k é o número de nós da spline, e $\Omega = \{(x_j, z_j) \in \mathbb{R}^2 \mid j = 1, \dots, M\}$ o conjunto dos NIP's

recuperados. O ajuste ótimo dos pontos de Ω é realizado minimizando-se o erro quadrático:

$$\begin{aligned} \min_{\Gamma} \sum_{j=1}^M |z_j - s(x_j)|^2 \\ \text{s. a } \begin{cases} s \text{ ser a spline cúbica definida por } \Gamma \\ X_1 \geq \min_j x_j \\ X_{N_k} \leq \max_j x_j \end{cases} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Para a resolução desse problema de otimização em $2N_k$ variáveis empregamos o algoritmo de otimização GENCAN proposto por Birgin e Martínez (2001).

O GENCAN é um método de restrições ativas para minimização com restrições suaves tipo caixa. O algoritmo combina um método irrestrito, incluindo uma busca linear que visa lidar com muitas restrições do conjunto ativo numa única iteração, com uma técnica recentemente introduzida (Gradiente Espectral Projetado) para eliminar restrições do conjunto ativo.

Como ponto de partida (“chute inicial”) para a otimização escolhemos pontos regularmente amostrados de Ω , isto é $(X_i, Z_i) = (x_j, z_j)$, com $j = \lfloor 1 + (i - 1) \cdot (M - 1)/(N_k - 1) \rfloor$, para $i = 1, \dots, N_K$, onde $\lfloor x \rfloor$ denota o maior inteiro menor ou igual a x .

Na Figura 4.6, mostramos quatro exemplos de dados que foram aproximados por splines cúbicas, segundo o esquema proposto. Em todos os exemplos, a curva preta representa a interpolação linear dos pontos de Ω , a curva azul a aproximação inicial e a curva vermelha a spline ótima obtida, definida pelos nós representados pelas círculos vermelhos. A Figura 4.6(a) mostra uma curva suave à qual foi acrescido ruído branco. Podemos ver que a aproximação inicial não pode ser considerada uma boa aproximação, no entanto a curva vermelha conseguiu eliminar muito bem o ruído branco. Para esse caso, o erro quadrático passou de 2,7959 para 1,3745. No segundo exemplo (Figura 4.6(b)), temos uma interface recuperada pelo nosso método de inversão. Note que a recuperação foi relativamente boa, havendo porém alguns *outliers* que devem ser eliminados. Note que a curva azul foi prejudicada pela presença desse pontos. No entanto, quando deixamos que o método de otimização encontre os nós, obtemos a curva vermelha, que praticamente ignora a existência dos *outliers* (quase não é possível ver a diferença entre a curva preta e a vermelha). O erro quadrático para a curva inicial é de 0,159 e para a curva ótima obtida é de 0,041. No terceiro exemplo (Figura 4.6(c)), a curva de dados tem um certo ruído e uma variação abrupta que deve ser preservada. Novamente o ajuste ótimo mostrou-se muito eficaz, sendo capaz de eliminar o ruído sem prejuízo à característica da curva, tornando possível representar adequadamente a região de rápida variação. O erro quadrático, que era 1,107, caiu para 0,042. Finalmente, no último exemplo (Figura 4.6(d)), além de ruído e *outliers*, a função tem uma variação abrupta

em 0. Podemos ver claramente que o método teve um ótimo desempenho, mesmo nessa situação. O erro diminuiu de 69,15 para 23,45. Com esse exemplo, podemos mostrar que o método aplica-se a recuperação de interfaces, mesmo em situações com falhas geológicas.

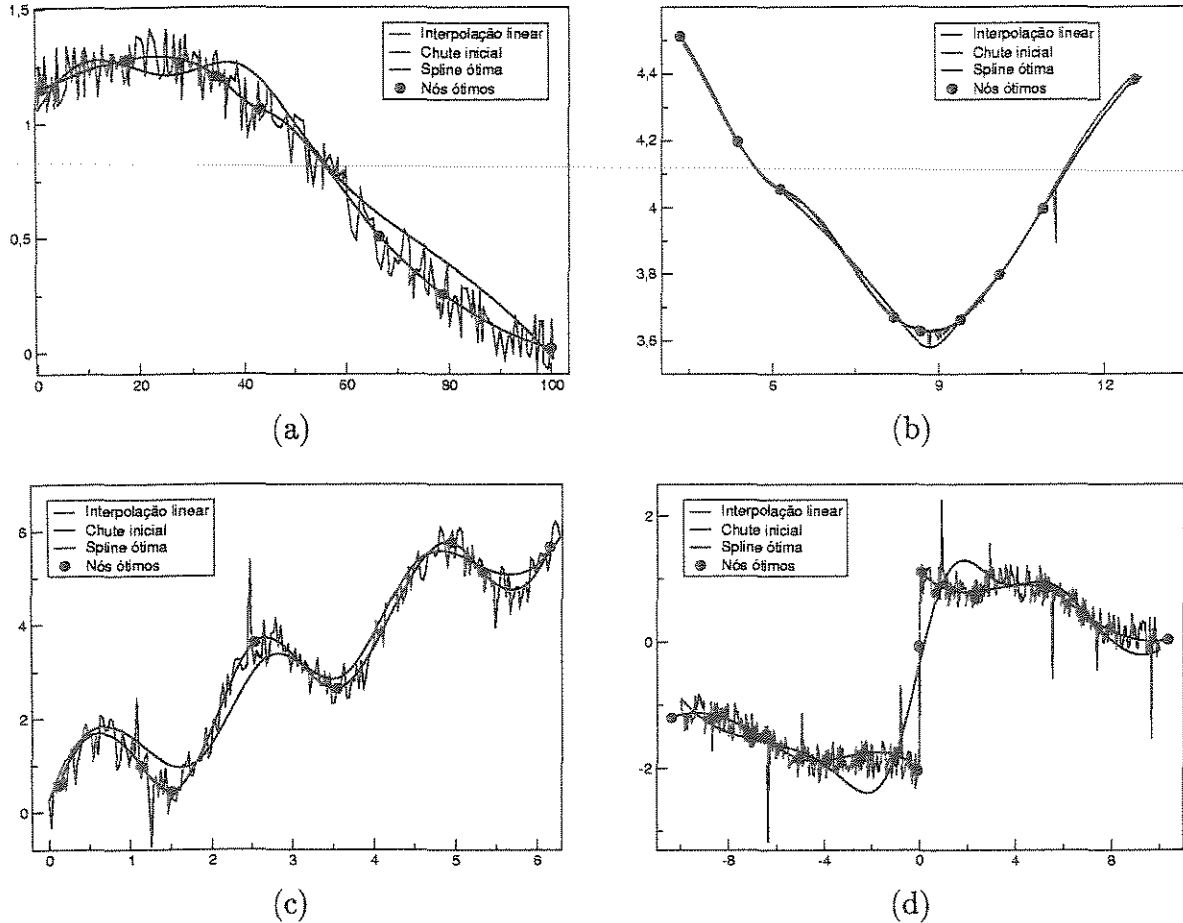


Figura 4.6: Exemplos de ajustes ótimos de splines.

Para dar uma idéia da melhora na qualidade das interfaces recuperadas por essa técnica de ajuste ótimo, mostramos na Figura 4.7 a inversão de um modelo, feita utilizando a recuperação por interpolação linear dos NIP's e pelo ajuste ótimo de splines cúbicas.

4.2.4 Estimando as velocidades

Já tendo falado sobre a suavização dos parâmetros de entrada e sobre a recuperação das interfaces, passemos agora à estimação da velocidade da camada. Como já comentamos anteriormente, para estimar a velocidade nos valem da Condição de Foco que a onda NIP deve satisfazer em NIP. Ou seja, dado que a onda NIP pode ser vista como originada por

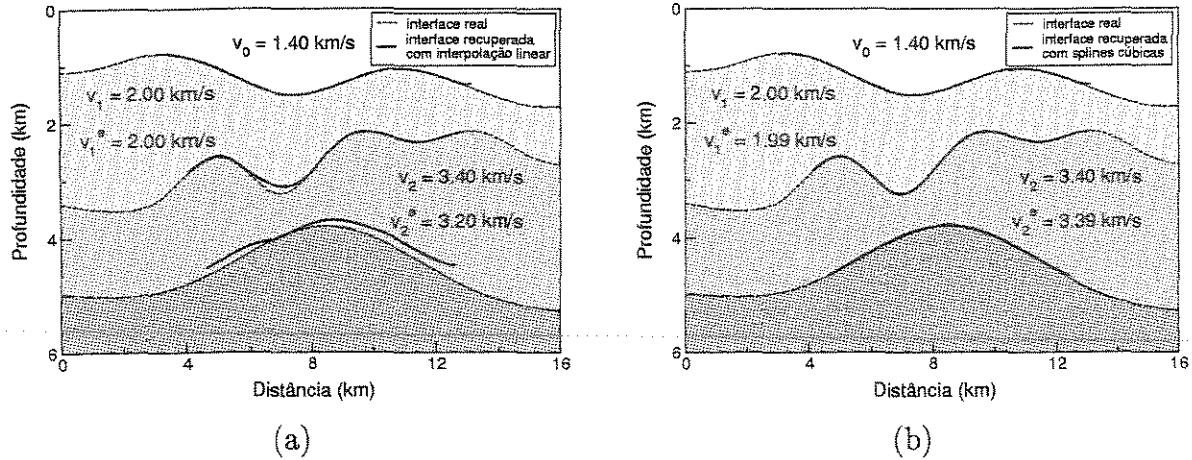


Figura 4.7: Exemplo de inversão. Por v_i indicamos a velocidade de cada camada e por v_i^e a velocidade recuperada. (a) Inversão feita com interfaces obtidas pela suavização da interpolação linear dos NIP's obtidos. (b) Inversão feita com interfaces obtidas pelo ajuste ótimo por splines cúbicas.

uma fonte pontual em NIP, propagando-a de volta a esse ponto, devemos observar a onda focando-se.

Para propagarmos a onda NIP pela camada mais profunda (a que estivermos, no momento, tentando recuperar) devemos, primeiramente, transmiti-la da camada anterior (já completamente determinada) à camada desconhecida e depois propagá-la até o NIP. Ambas as fórmulas dependem explicitamente da velocidade da camada desconhecida, e também implicitamente, através do ângulo β_N que o raio faz com a interface N logo após a transmissão.

Como também já comentado, cada raio que atinge a interface $N+1$ fornece uma equação não-linear na velocidade v_N . Resolvendo esse sistema não-linear, obtemos a solução desejada. Diferentemente do que propõe Majer (2000), não resolvemos independentemente os sistemas não-lineares definidos por cada raio, e definimos a velocidade como uma média das soluções obtidas. Consideramos um único sistema formado por todas as condições de foco simultaneamente e o resolvemos no sentido de quadrados mínimos. Essa abordagem mostrou-se muito mais estável. Além disso, aceitamos uma distribuição um pouco mais geral para o perfil de velocidade que o proposto por Hubral e Krey (1980). Vamos supor que a velocidade, dentro de cada camada, seja uma função afim da profundidade, isto é

$$v_j(z) = a_j \cdot z + b_j, \quad \text{para } j = 1, \dots, N. \quad (4.7)$$

No Apêndice B, temos a resolução das equações do raio para meios 2.5-D com velocidade afim na profundidade (como em (4.7)). Nesse tipo de meio, as trajetórias descritas pelos raios são arcos de círculos (Figura 4.8), os quais podem ser descritos pela Equação (B.3).

O tempo de trânsito ao longo do raio é dado pela Equação (B.4). As leis de propagação e transmissão da curvatura de frentes de onda são derivadas no Apêndice C. As curvaturas das frentes de onda propagam-se segundo a Equação (C.15) e são transmitidas segundo a Equação (C.20).

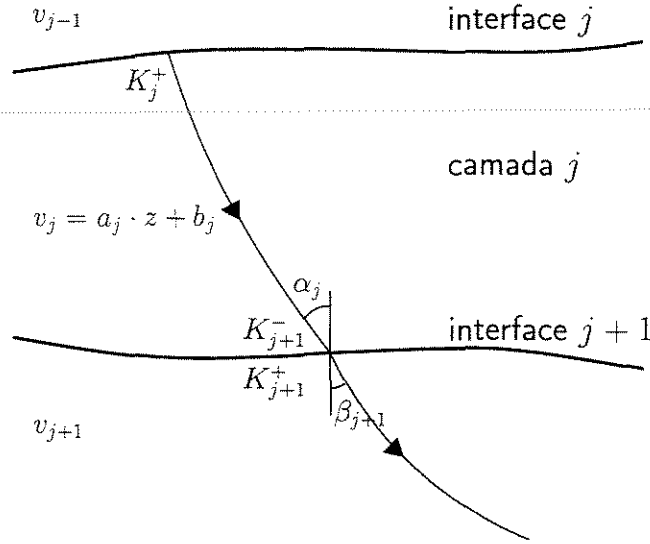


Figura 4.8: Propagação através da camada j .

Como temos vários raios, a restrição de que a velocidade seja como em (4.7) implica que o sistema é sobredeterminado e, via de regra, sem solução (dada a presença de ruído, aproximações e erro numérico). Várias estratégias podem ser elaboradas. Uma delas poderia ser a resolução das equações duas a duas (dado que temos duas incógnitas) e depois tomar a velocidade v_N como uma média das soluções obtidas. Poderíamos também procurar uma solução para o sistema não-linear, no sentido de quadrados mínimos. Esta alternativa revelou-se, como esperávamos, mais razoável, gerando aproximações muito melhores e menos sensíveis ao ruído presente nos dados de entrada.

4.2.5 Algoritmo para camadas com $v(z) = a \cdot z + b$

1. Determinação da primeira camada.

- Sejam $v_0 = a_0 z + b_0$ a velocidade, e t_0 e β_0 , parâmetros de cada raio que atinge a primeira interface. Por (x_0, z_0) a coordenada do ponto de interceção do raio com a superfície. Propague cada raio, partindo com ângulo β_0 entre o raio e normal à superfície, durante o tempo $t_0/2$. Para tanto, resolva a equação (B.4), implícita

em z_1 (profundidade do ponto de reflexão do raio),

$$t_0/2 = \frac{\mu}{a_0} \ln \left(\frac{v_0(z_1)}{v_0(z_0)} \frac{1 + \sqrt{1 - p_0^2 v_0(z_0)^2}}{1 + \sqrt{1 - p_0^2 v_0(z_1)^2}} \right)$$

onde $\mu = \text{sign}(\cos \gamma)$, γ é o ângulo entre o raio e o eixo vertical e $p_0 = \sin \beta_0 / v_0(z_0)$.

A abscissa do ponto de reflexão é dada por

$$x_1 = x_0 + \frac{\mu}{a_0 p_0} \left(\sqrt{1 - p_0^2 v_0(z_0)^2} - \sqrt{1 - p_0^2 v_0(z_1)^2} \right)$$

- (b) Obtenha a primeira interface, pelo ajuste de uma spline cúbica aos pontos de reflexão (x_1, z_1) , de cada raio, recuperados.

2. Determinação da j -ésima camada. Suponha que o modelo já foi contruído até a camada $j - 1$. Sejam t_0 , β_0 e K_{NIP} , para cada raio que atinge a interface j .

(a) Faça $K_0^+ = K_{NIP}$.

(b) Para $i = 0, \dots, j - 1$,

- i. Encontre a interceção do raio que parte da interface i , com ângulo β_i , com a normal da interface, e atinge a interface $i + 1$. Sejam Δt_i o tempo percorrido neste trajeto e α_i o ângulo entre o raio e a normal à interface $i + 1$.

ii. Calcule

$$K_{i+1}^- = \frac{v_i(z_{i+1})}{v_i(z_i)} \left(\frac{1}{K_i^+} + \frac{\sigma_i}{v_i(z_i)} \right)^{-1}$$

onde

$$\sigma_i = \frac{\mu}{a_i p_0^2} \left(\sqrt{1 - p_0^2 v_i(z_i)^2} - \sqrt{1 - p_0^2 v_i(z_{i+1})^2} \right),$$

e z_i é profundidade do ponto de interceção do raio com a i -ésima interface.

iii. $\sin \beta_{i+1} = v_{i+1}(z_{i+1}) / v_i(z_{i+1}) \sin \alpha_i$, $i \neq j - 1$.

iv. Calcule, para $i \neq j - 1$,

$$\begin{aligned} K_{i+1}^+ &= \frac{v_{i+1}(z_{i+1})}{v_i(z_{i+1})} \left(\frac{\cos \alpha_i}{\cos \beta_{i+1}} \right)^2 K_{i+1}^- \\ &+ \left(\frac{v_{i+1}(z_{i+1})}{v_i(z_{i+1})} \cos \alpha_i - \cos \beta_{i+1} \right) \frac{K_{i+1}^I}{\cos^2 \beta_{i+1}} \\ &+ \frac{2 \cos \alpha_i (\sin \alpha_i)^2 \sin \gamma_{i+1}^- a_i}{v_i(z_{i+1})}, \end{aligned}$$

onde γ_{i+1}^- é o ângulo formado entre o raio e a eixo vertical, imediatamente antes da transmissão através da interface $i + 1$.

- (c) Determine a velocidade $v_j = a_j z + b_j$, bem como os pontos de interceção de cada raio com a j -ésima interface, pela solução, no sentido de quadrados mínimos, do sistema não-linear, cujas equações (para cada raio que atinge a interface j) são:

$$\begin{aligned} \sin \beta_j &= v_j(z_j)/v_{j-1}(z_j) \sin \alpha_{j-1} \\ K_j^+ &= \frac{v_j(z_j)}{v_{j-1}(z_j)} \left(\frac{\cos \alpha_{j-1}}{\cos \beta_j} \right)^2 K_j^- \\ &\quad + \left(\frac{v_j(z_j)}{v_{j-1}(z_j)} \cos \alpha_{j-1} - \cos \beta_j \right) \frac{K_j^I}{\cos^2 \beta_j} \\ &\quad + \frac{2 \cos \alpha_{j-1} (\sin \alpha_{j-1})^2 \sin \gamma_j^- a_{j-1}}{v_{j-1}(z_j)} \\ \Delta t_j &= t_0/2 - \sum_{i=1}^{j-1} \Delta t_i \\ \Delta t_j &= \frac{\mu}{a_j} \ln \left(\frac{v_j(z_{j+1})}{v_j(z_j)} \frac{1 + \sqrt{1 - p_0^2 v_j(z_j)^2}}{1 + \sqrt{1 - p_0^2 v_j(z_{j+1})^2}} \right) \\ x_{j+1} &= x_j + \frac{\mu}{a_j p_j} \left(\sqrt{1 - p_0^2 v_j(z_j)^2} - \sqrt{1 - p_0^2 v_j(z_{j+1})^2} \right) \\ \frac{v_j(z_j)}{v_j(z_j + 1)} \left(\frac{1}{K_j^+} + \frac{\sigma_j}{v_j(z_j)} \right) &= 0 \end{aligned}$$

- (d) Obtenha a j -ésima interface pelo ajuste de uma spline cúbica aos pontos de reflexão (x_j, z_j) , de cada raio, recuperados.

4.3 Exemplos sintéticos

Nessa seção apresentamos dois exemplos sintéticos. O primeiro é formado por camadas homogêneas e já foi utilizado para exemplificar outras questões. Em particular, foi o modelo utilizado no Capítulo 3. O segundo modelo é formado por camadas homogêneas e heterogêneas e será utilizado como exemplo no próximo capítulo também.

4.3.1 Modelo homogêneo

Este modelo, mostrado novamente na Figura 4.9, é composto por quatro camadas homogêneas separadas por interfaces curvas (denotadas por linhas tracejadas).

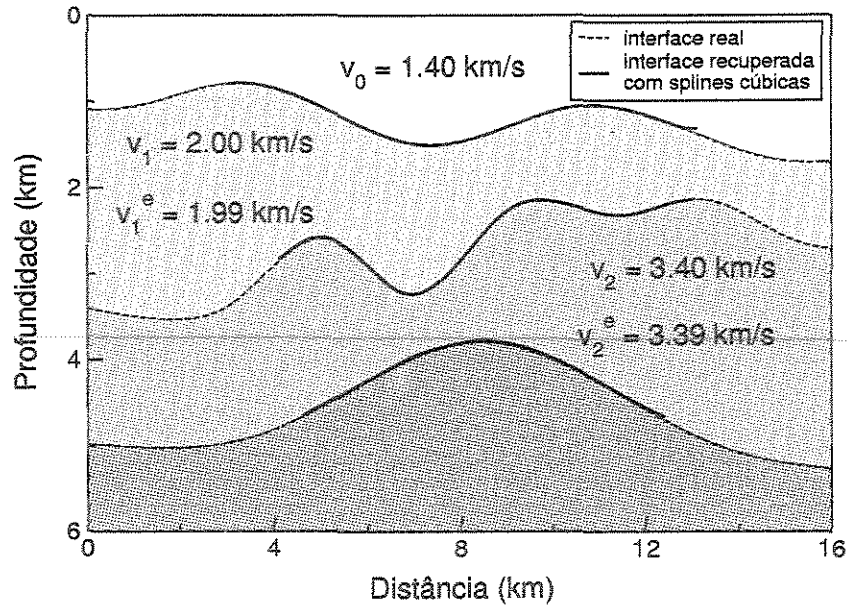


Figura 4.9: Modelo sintético composto por camadas homogêneas. Denotamos as velocidades de cada camada por v_i , e as velocidades estimadas por v_i^e . As curvas tracejadas representam os refletores reais e as curvas sólidas os refletores recuperados.

Para a realização deste teste, o mesmo volume de dados gerado para servir de exemplo no capítulo anterior foi utilizado: 334 seções CMP, com 84 traços cada, registrados de 0 s a 6 s. Como entrada para o processo de inversão, foram utilizados os parâmetros CRS estimados, mostrados nas Figuras 3.7, 3.8 e 3.9.

Note que as interfaces recuperadas estendem-se por porções gradativamente menores, à medida em que os raios, neste modelo, tendem a concentrar-se nas porções mais centrais.

Podemos dizer que o modelo recuperado constituiu-se uma excelente aproximação, quando comparado ao modelo sintético simulado.

4.3.2 Modelo heterogêneo

O segundo modelo (Figura 4.10) tem tanto camadas homogêneas como heterogêneas. Nas camadas heterogêneas, as interfaces são definidas como linhas de iso-velocidade, isto é, sobre a interface a velocidade é constante. Por exemplo, para a segunda camada, a velocidade é 2,2 km/s sobre a primeira interface e 2,4 km/s sobre a segunda interface. No interior da camada a velocidade é interpolada linearmente.

Para esse modelo foi gerado um dado de multicobertura formado por 501 seções de tiro comum, contendo 151 traços cada seção, registrados de 0 s a 4 s. Essas 501 seções de tiro comum correspondem a 1151 seções de ponto médio comum. O dado contém afastamentos

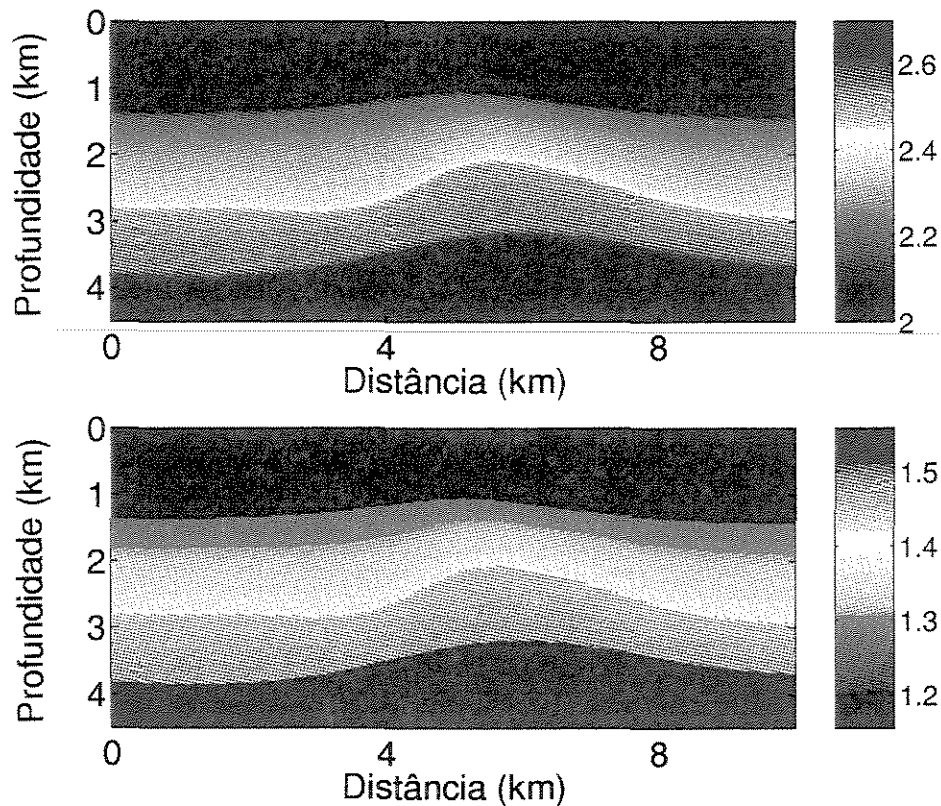


Figura 4.10: Modelo sintético composto por quatro camadas. A mais rasa e a mais profunda são homogêneas, com velocidades 2,0 km/s e 2,7 km/s, respectivamente. As duas camadas intermediárias são heterogêneas, com velocidades entre 2,2 km/s e 2,4 km/s e entre 2,50 km/s e 2,55 km/s para a segunda e terceira camadas, respectivamente. O gráfico superior representa a distribuição de velocidade da onda compressional (onda P) e o inferior a distribuição de velocidade da onda cisalhante (onda S).

de até 3 km. Como podemos ver pela Figura 4.10, o modelo é elástico.

A Figura 4.11 mostra o modelo obtido quando invertemos os parâmetros CRS, impondo que as velocidades fossem constantes em cada camada. As velocidades recuperadas foram 2,0000 km/s, 2,2938 km/s e 2,5323 km/s, das camadas mais rasas para as mais profundas. Note que mesmo sob a hipótese de camadas homogêneas, o modelo recuperado foi muito bom, considerando que as interfaces estão corretamente localizadas e a velocidade estimada para cada camada pode ser vista como um tipo de média da velocidade real. Os erros percentuais ficam abaixo de 5% em quase todo o modelo.

Na Figura 4.12, mostramos o modelo invertido, liberando-se a restrição de que as velocidades das camadas sejam constantes. Observando-se a escala do erro percentual (segundo gráfico da Figura 4.12) temos a falsa impressão de que o resultado obtido foi pior. É verdade

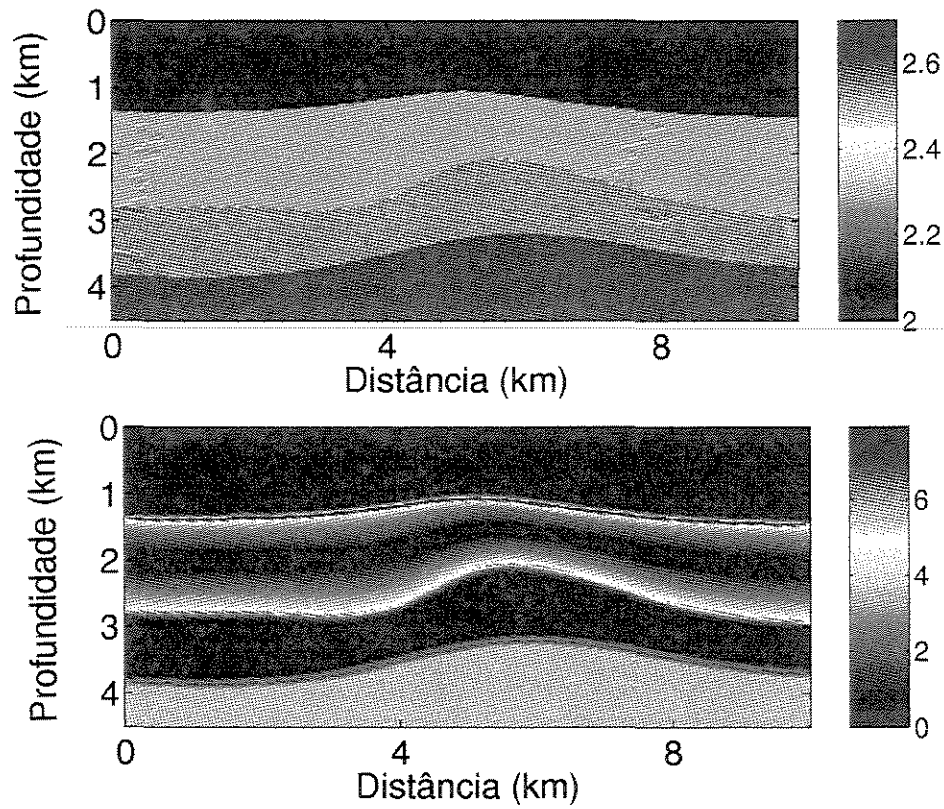


Figura 4.11: Ao alto, modelo de velocidade recuperado, assumindo-se camadas homogêneas apenas. Abaixo, erro percentual entre os modelos recuperado e o real.

que há pontos onde o erro foi maior que o erro máximo na inversão mostrada na Figura 4.11. Porém, em geral o erro é bem menor. Para efeito de comparação, a norma euclidiana das diferenças relativas dos modelos invertidos em relação ao original é 5,5949 para a inversão com camadas homogêneas e 3,9297 para a inversão com camadas com velocidade afim na profundidade. A saber, as velocidades recuperadas foram $v_1(z) = 2.2858 + 0.0060 \cdot z$ para a segunda camada e $v_2(z) = 2.3497 + 0.0480 \cdot z$ para a terceira camada.

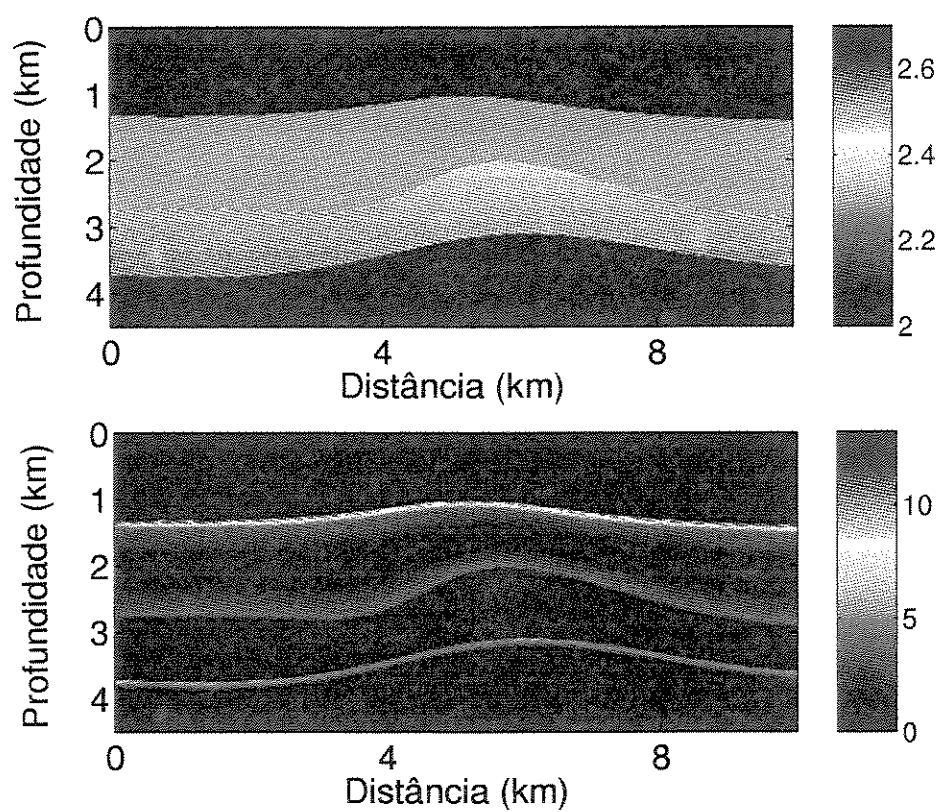


Figura 4.12: Ao alto, modelo de velocidade recuperado. Abaixo, erro percentual entre os modelos recuperado e o real.

Capítulo 5

Obtenção de curvas AVO/AVA

Um dos objetivos principais do processamento sísmico de dados de reflexão para a prospecção de hidrocarbonetos é a obtenção de imagens das estruturas geológicas, em particular das estruturas dos reservatórios na subsuperfície. As estruturas geológicas a serem imageadas são definidas por refletores sísmicos, dados por interfaces de descontinuidade dos parâmetros das rochas, como velocidade e densidade.

Imagens cinemáticas, para os quais apenas a localização e orientação dos refletores (sem preocupação com amplitudes) são consideradas, podem ser obtidas, por exemplo, por processos de migração tipo Kirchhoff com pesos simples ou até mesmo sem pesos. A migração de Kirchhoff precisa de um macromodelo de velocidades em profundidade.

O problema em que estamos interessados é como agregar informação dinâmica (amplitudes com sentido físico) à imagem obtida. Na verdade, amplitudes são necessárias especialmente em alguns pontos selecionados em interfaces-chave apenas, ao longo da extensão dos reservatórios, onde a determinação do coeficiente de reflexão em função do ângulo de reflexão é a informação desejada.

De acordo com a teoria dos raios de ordem zero, a amplitude de um evento de reflexão primária pode ser descrita por

$$U = \mathcal{A} \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{L}}, \quad (5.1)$$

onde $\mathcal{R} = \mathcal{R}(\theta)$ é o coeficiente de reflexão de um raio de reflexão primária e θ é o ângulo de reflexão do raio com respeito à normal da interface. O coeficiente de reflexão é a quantidade de interesse a ser estimada. O parâmetro $\mathcal{L} = \mathcal{L}(\theta)$ é o fator de espalhamento geométrico do raio de reflexão. Ele se relaciona às variações da amplitude devido a efeitos de focagem da energia carregada pelo raio ao longo de seu trajeto. Amplitudes são, em geral, afetadas por vários outros fatores além do espalhamento geométrico. Por exemplo, ruídos inerentes ao

processo de aquisição, perdas por transmissão através de interfaces e atenuação. Todos esses outros fatores combinados constituem a quantidade $\mathcal{A}$ em (5.1). A estimação desses fatores está além do escopo deste trabalho.

O fator de espalhamento geométrico $\mathcal{L}$ é geralmente considerado uma das maiores fontes de distorção da amplitude no dado observado. Esta é a razão pela qual o termo *amplitude verdadeira* (TA) é tipicamente associado a amplitudes de reflexões primárias que tenham sido corrigidas pela multiplicação pelo fator de espalhamento geométrico.

No caso de migração em profundidade, o termo *amplitude verdadeira* refere-se ao caso no qual a saída da migração é igual à amplitude observada corrigida automaticamente pelo espalhamento geométrico (veja, por exemplo, Hubral et al. (1996)). Com respeito à Equação (5.1), a amplitude verdadeira de uma reflexão primária seria

$$U_{TA} = \mathcal{A} \mathcal{R} . \quad (5.2)$$

Os algoritmos de migração em amplitude verdadeira, tais como empilhamento tipo Kirchhoff sobre curvas de difrações com pesos, são idealizados para associar a cada ponto da seção migrada em profundidade uma amplitude igual à amplitude original da reflexão primária depois de descontar o fator de espalhamento geométrico. Algoritmos de migração em amplitude verdadeira para gerar seções completas são significativamente mais caros computacionalmente que algoritmos cinemáticos sem pesos. Como complicação adicional, a precisão requerida para o modelo de velocidades é maior no caso de migração em amplitude verdadeira que no caso de uma migração cinemática simples. A flexibilidade de utilizar a saída da migração para atualizar o modelo de velocidades é perdida quando métodos com custos computacionais elevados são aplicados, como no caso da migração em amplitude verdadeira. Como último e, provavelmente, melhor argumento contra a utilização de algoritmos de migração em amplitude verdadeira para toda uma região é o fato de que a informação sobre amplitudes é necessária, em muitos casos, apenas para alguns pontos ou refletores específicos. Fora desses pontos, as amplitudes obtidas não tem utilidade.

Neste capítulo, propomos um método para agregar amplitude verdadeira, por meio de curvas AVO (do inglês, *Amplitude Versus Offset*) e AVA (do inglês, *Amplitude Versus Angle*), a pontos selecionados de interesse, depois de uma imagem da subsuperfície ter sido obtida. Esta imagem pode ser, por exemplo, o resultado de uma ou várias migrações cinemáticas.

Na próxima seção descrevemos a abordagem proposta. Depois disso, indicamos como utilizamos os resultados do capítulo anterior para a construção de seções de pontos de reflexão comum (CRP), para pontos específicos em profundidade. O modelo invertido é empregado para calcular os fatores de espalhamento geométrico e os ângulos de reflexão para todos os raios de reflexões primárias que pertençam às seções CRP. Finalmente, explicamos como

as correções pelos fatores de espalhamento geométrico são aplicadas ao dado de entrada, conduzindo às desejadas curvas AVO/AVA.

5.1 Estratégia

A estrutura do método está resumida no fluxograma mostrado na Figura 5.1. Nossa estratégia está basicamente dividida em três processos: (a) extração dos atributos CRS e inversão do modelo de velocidades, (b) geração de uma imagem cinemática através de migração de Kirchhoff não ponderada e (c) correção da amplitude do dado pelo fator de espalhamento geométrico, para os pontos selecionados.

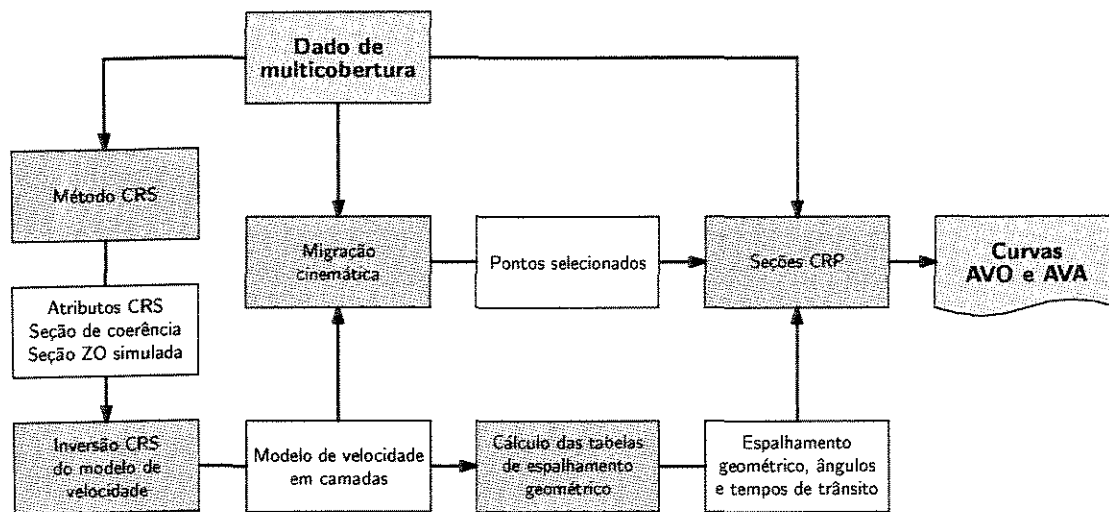


Figura 5.1: Fluxograma do método: O método CRS é aplicado ao dado de multicobertura para a obtenção dos atributos CRS, que são posteriormente utilizado como entrada para o algoritmo de inversão. O modelo de velocidades obtido é então empregados pelo algoritmo de migração cinemática. Depois de migrar todas as seções de afastamento comum do dado de multicobertura e empilhá-las para construir uma imagem cinemática, podemos facilmente selecionar pontos de interesse a serem analisados por meio de curvas AVO/AVA. Com a informação das tabelas de espalhamento geométrico (tempos de trânsito, ângulos de reflexão e posição dos pontos de reflexão), as seções CRP podem ser extraídas dos dados. Finalmente, picando as amplitudes de interesse, a correção pelo fator de espalhamento geométrico é aplicada, gerando assim as curvas de AVO/AVA.

Iniciamos buscando os parâmetros CRS, como descrito no Capítulo 3. De posse desses parâmetros e da seção de coerência, escolhemos alguns eventos a serem invertidos, de modo a construirmos um modelo de velocidades, como discutido no capítulo anterior. Esse modelo de velocidades em profundidade, após ser suavizado, é utilizado para fazer a migração

não-ponderada dos dados de multicobertura. Todas as seções de afastamento comum são mi-gradas e depois empilhadas para obtermos assim uma imagem cinemática em profundidade com boa razão sinal-ruído. Desta forma, podemos escolher claramente pontos de interesses a serem analisados.

Descobrimos, por traçamento de raios no modelo invertido, quais traços dos dados de multicobertura registraram reflexões primárias nos pontos escolhidos. Dessa forma, podemos montar as seções CRP, extraíndo-se os traços adequados dos dados. Por modelamento (no modelo invertido) calculamos, para cada raio que refletiu nos pontos escolhidos, o ângulo de reflexão, o tempo de trânsito e o fator de espalhamento geométrico. Isso constitui o que chamamos de tabelas de espalhamento geométrico. O modelamento é feito por traçamento dinâmico de raios.

Para um ponto de interesse em profundidade, temos então uma seção CRP e uma tabela de espalhamento geométrico que diz, para cada traço dessa seção, qual o tempo de trânsito da reflexão, qual o fator de espalhamento geométrico e qual o ângulo de reflexão. Essas informações são apenas aproximações, pois foram calculadas por modelamento sobre o modelo invertido e não sobre o modelo real (*a priori*, desconhecido). Como não podemos confiar plenamente no tempo de trânsito computado, usamo-los para definir uma janela, dentro da qual faremos uma picagem para obter a amplitude da reflexão. Essa amplitude é multiplicada então pelo fator de espalhamento geométrico calculado. Graficando essa quantidade em função do afastamento e do ângulo de reflexão, obtemos as curvas de AVO e AVA, respectivamente.

5.2 Exemplo sintético

O modelo sintético utilizado é o mesmo mostrado na Figura 4.10. Recordando, ele é composto por quatro camadas, duas homogêneas e duas heterogêneas. A velocidade da onda compressional varia de 2.0 km/s, próximo a superfície, a 2.7 km/s na camada mais profunda. A velocidade da onda cisalhante foi fixada, em cada ponto, pelo valor da velocidade da onda compressional dividido por $\sqrt{3}$. A densidade é unitária em todo o modelo. A Figura 5.2, exibe uma seção de afastamento comum típica, extraída dos dados de multicobertura. As próximas figuras mostram as seções de coerência e de parâmetros CRS obtidos: coerência (Figura 5.3(a)), ângulo de emergência (Figura 5.3(b)), curvatura da onda NIP (Figura 5.4(a)) e curvatura da onda N (Figura 5.4(b)).

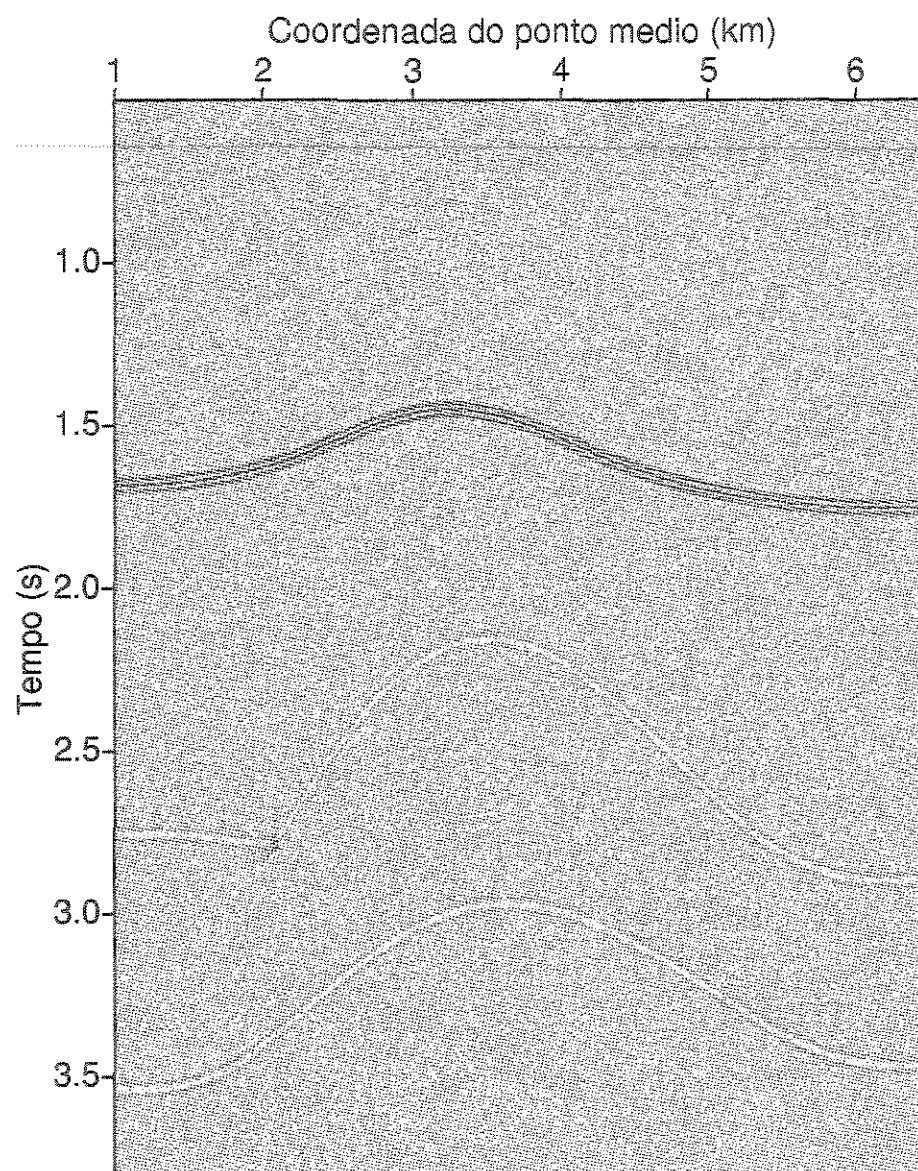


Figura 5.2: Seção de afastamento comum, com afastamento igual à 2 km, para o modelo da Figura 4.10.

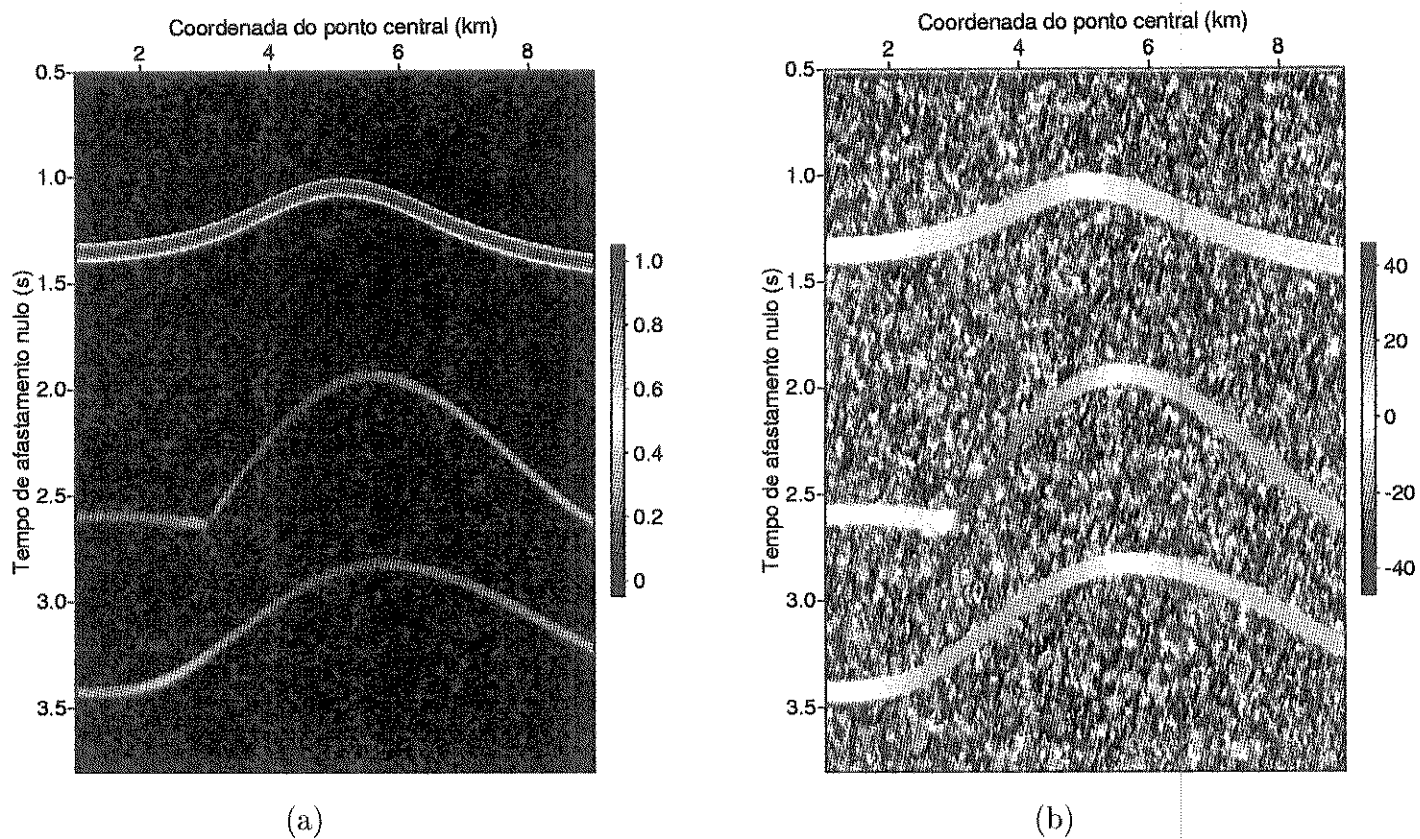


Figura 5.3: (a) Seção de coerência e (b) seção de ângulo de emergência para o modelo da Figura 4.10.

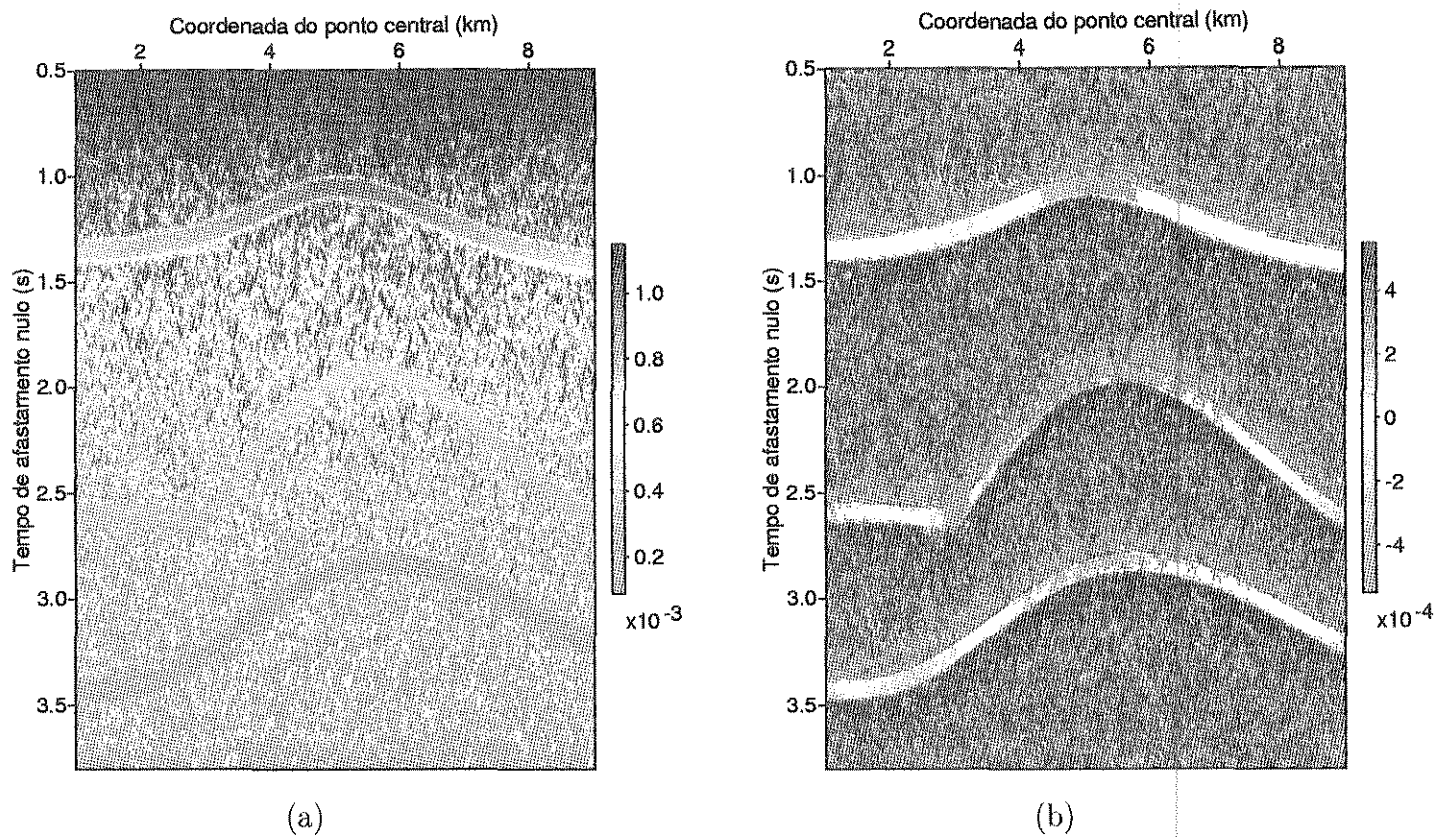


Figura 5.4: (a) Seção de curvatura da onda NIP e (b) seção de curvatura da onda N para o modelo da Figura 4.10.

O modelo empregado para as migrações cinemáticas está mostrado na Figura 4.11. Foi utilizado esse modelo com camadas homogêneas, e não o modelo da Figura 4.12, pois à época em que fizemos esse trabalho não dispúnhamos ainda da versão do programa de inversão que recupera camadas com velocidade como função afim da profundidade. O resultado do empilhamento de todas as seções migradas está mostrado na Figura 5.5. Com esta

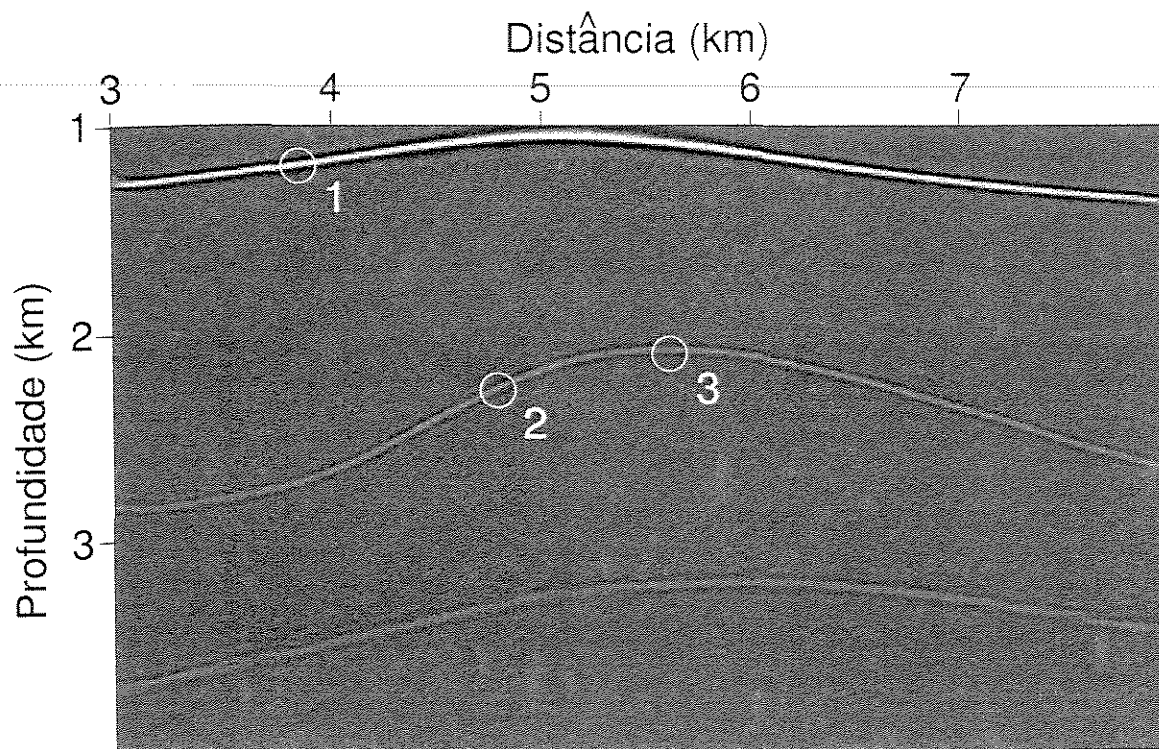


Figura 5.5: Empilhamento de todas as seções de afastamento comum migradas. Os círculos marcam os pontos escolhidos para fazermos as análises

imagem bem definida em profundidade, podemos escolher pontos para os quais gostaríamos de construir curvas AVO/AVA. Escolhemos três pontos (veja Figura 5.5): um localizado sobre a primeira interface e dois localizados sobre a segunda interface. Para cada um desses pontos, construímos por modelamento as tabelas de espalhamento geométrico. Isso significa que conhecemos os tempos de trânsito, o ângulo de reflexão e o fator de espalhamento geométrico para cada raio que reflete nos pontos escolhidos. De posse dessas tabelas, construímos as seções CRP para cada ponto, extraíndo dos dados de multicobertura os traços indicados pelo modelamento feito. Com a informação dos tempos de trânsito podemos definir uma região, dentro da qual o evento de reflexão está provavelmente confinado. Nessa região fazemos a picagem das amplitudes.

A Figura 5.6 mostra a seção CRP associada ao primeiro ponto em profundidade seleci-

onado, localizado na primeira interface. A faixa branca indica a região ao redor do tempo de trânsito calculado por modelamento, dentro da qual nós picamos as amplitudes. As amplitudes picadas foram corrigidas pela multiplicação pelo fator de espalhamento geométrico calculado por modelamento no modelo invertido. Quando consideramos a amplitude corrigida (normalizada pela amplitude do primeiro traço) contra o afastamento, geramos a curva AVO mostrada na Figura 5.6. As cruzes azuis são as amplitudes corrigidas e normalizadas e a curva vermelha é o coeficiente de reflexão normalizado correto (calculado por modelamento no modelo original). Quando consideramos as mesmas amplitudes contra o ângulo de reflexão (calculado por modelamento), geramos a curva de AVA, também mostrada na Figura 5.6. Em ambas as curvas, o ajuste das estimativas às curvas teóricas foi muito bom. As Figuras 5.7 e 5.8 mostram as seções CRP e as curvas AVO e AVA para os outros dois pontos escolhidos, localizados na segunda interface. O segundo ponto está localizado no flanco do domo. Os tempos de trânsito computados são novamente bem precisos. As cruzes azuis em ambas as curvas AVO e AVA (Figura 5.7) estão bem distribuídas ao redor do coeficiente de reflexão real normalizado. O mesmo comportamento pode ser observado na Figura 5.8, para o terceiro ponto escolhido, no topo do domo. Devemos lembrar que a razão sinal-ruído torna-se maior à medida que consideramos eventos mais profundos, pois a onda é mais atenuada e sofre mais o efeito da transmissão em interfaces intermediárias, entre outros problemas, fato que certamente degrada a precisão da aproximação.

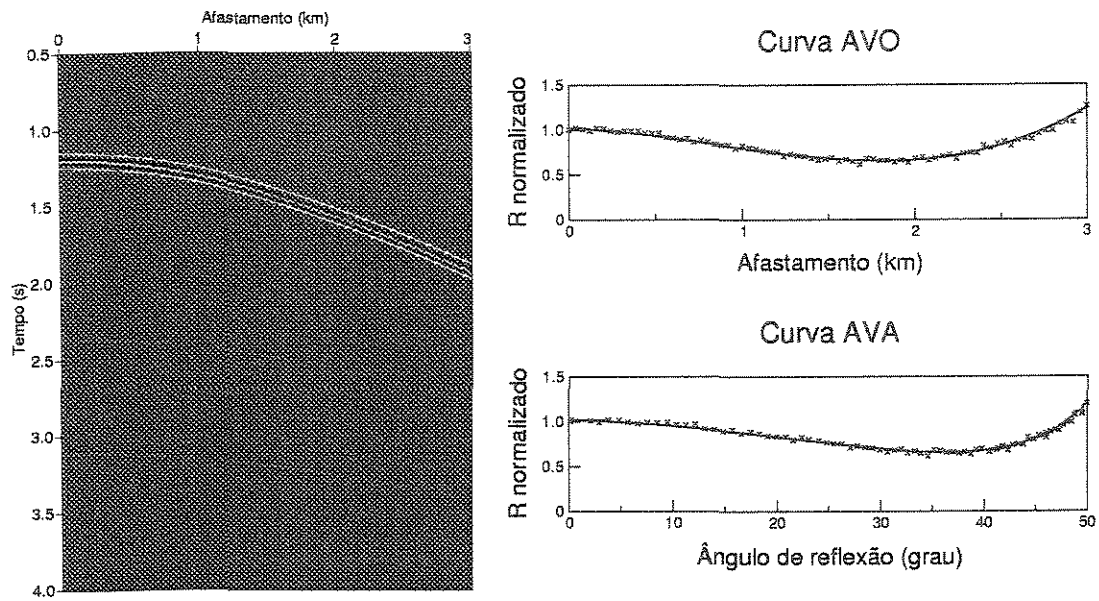


Figura 5.6: Ponto 1 na primeira interface. À esquerda: seção CRP. A faixa branca confina a região onde o processo de picagem foi conduzido. Esta região foi determinada pelas estimativas de tempo de trânsito obtidas pelo modelamento. À direita: curvas AVO e AVA (amplitudes picadas, em azul, multiplicadas pelo fator de espalhamento geométrico e normalizadas pela amplitude do primeiro traço, versus afastamento e ângulo de reflexão, respectivamente). A curva vermelha representa a curva teórica.

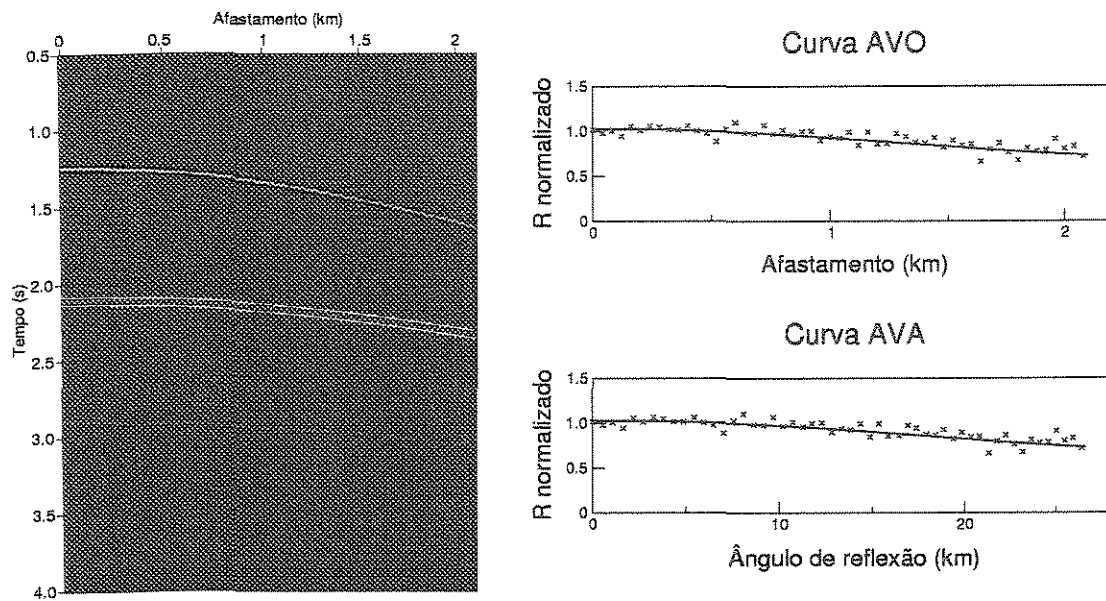


Figura 5.7: Ponto 2 na segunda interface. À esquerda: seção CRP. A faixa branca confina a região onde o processo de picagem foi conduzido. Esta região foi determinada pelas estimativas de tempo de trânsito obtidas pelo modelamento. À direita: curvas AVO e AVA (amplitudes picadas, em azul, multiplicadas pelo fator de espalhamento geométrico e normalizadas pela amplitude do primeiro traço, versus afastamento e ângulo de reflexão, respectivamente). A curva vermelha representa a curva teórica.

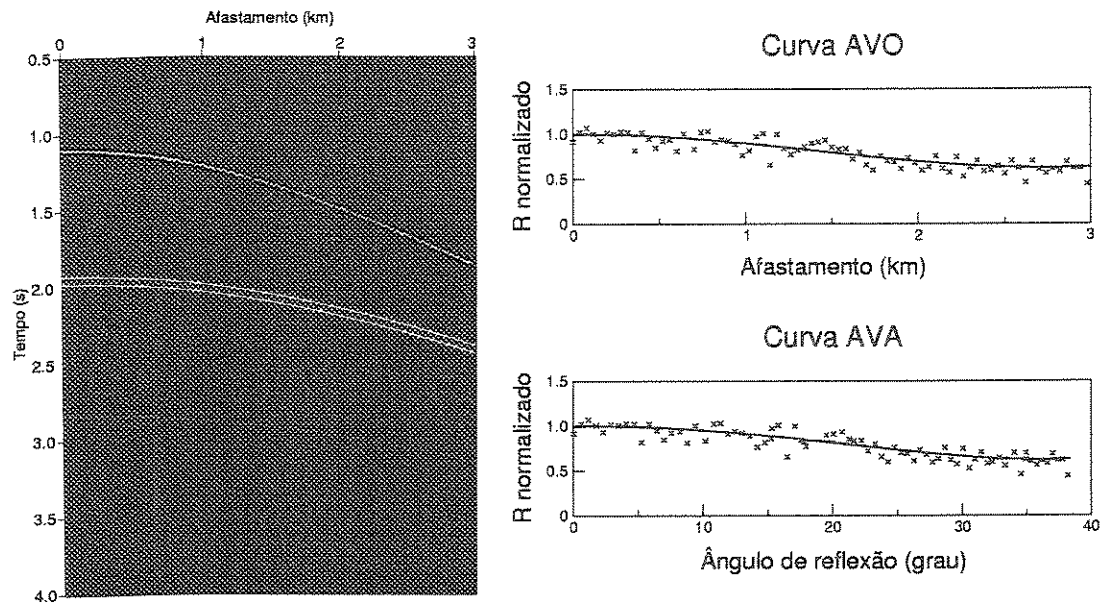


Figura 5.8: Ponto 3 na segunda interface. À esquerda: seção CRP. A faixa branca confina a região onde o processo de picagem foi conduzido. Esta região foi determinada pelas estimativas de tempo de trânsito obtidas pelo modelamento. À direita: curvas AVO e AVA (amplitudes picadas, em azul, multiplicadas pelo fator de espalhamento geométrico e normalizadas pela amplitude do primeiro traço, versus afastamento e ângulo de reflexão, respectivamente). A curva vermelha representa a curva teórica.

Capítulo 6

Conclusão

Neste trabalho foi proposto um algoritmo para determinar os parâmetros do tempo de trânsito através de análise de coerência aplicada diretamente aos dados sísmicos de multicovertura 2-D. De acordo com a filosofia da abordagem CRS, usamos a fórmula do tempo de trânsito hiperbólico aliada a buscas unidimensionais, seguidas por um processo de otimização bidimensional. A restrição imposta pela utilização de seções de tiro comum, juntamente com a aplicação do método SPG, recentemente introduzido na literatura, levou-nos a obtenção de um método rápido e, na maioria dos casos, preciso para a obtenção dos três parâmetros em questão. Observamos que algumas imprecisões devem-se provavelmente à falta de iluminação adequada provida pelas seções escolhidas, bem como às complicações usuais associadas a regiões de cáusticas. Comentamos ainda várias questões sobre alternativas para melhorar a precisão das estimativas, bem como reduzir o custo computacional do método.

A abordagem proposta para a estimação dos três parâmetros é a principal contribuição do Capítulo 3. Aplicamos o algoritmo a um modelo sintético composto por três refletores. Os resultados obtidos são encorajadores, confirmando nossas expectativas com respeito à melhoria na precisão sem um acréscimo exagerado nos custos computacionais. Este método, foi publicado, na forma de artigo, no *Journal of Applied Geophysics* (Birgin et al. (1999)).

O método de inversão do modelo de velocidades desenvolvido mostrou resultados muito bons para os exemplos sintéticos testados. Os modelos invertidos são muito próximos dos originais, mesmo no caso do exemplo do modelo heterogêneo, cuja estrutura não respeita as hipóteses de nosso método. O algoritmo é muito rápido, não dependendo do tamanho do volume de dados. Portanto, não há porque não aplicá-lo, sempre que os parâmetros CRS estiverem disponíveis. O ajuste ótimo dos NIP's recuperados por splines cúbicas mostrou-se muito bom, sendo capaz não apenas de eliminar o ruído branco mas também de “desprezar”

outliers. A aplicabilidade desta técnica não se limita ao caso apresentado nesta tese. O processo de “desembaraçamento” mostrou-se eficaz sempre que tínhamos todas as amostras dentro da região de cáustica. Fora dessa situação, o esquema não é adequado. Logo, sua aplicação deve ser criteriosa.

Apresentamos um processo completo para obter curvas de amplitudes corrigidas para pontos escolhidos em interfaces-chave. Ele consiste de três blocos: (a) construção de um modelo de velocidades a partir dos parâmetros CRS (obtidos diretamente dos dados de multicobertura); (b) migração cinemática dos dados usando este modelo de velocidades; e (c) correção *a posteriori* para certos pontos de interesse, selecionados na seção migrada, finalizando com a construção das curvas de AVO e AVA. A principal vantagem dessa estratégia é o baixo custo computacional para a obtenção das curvas de amplitude desejadas, quando nos interessamos apenas por alguns pontos. Os resultados obtidos são promissores, com respeito à precisão e ao esforço computacional, tendo sido publicados no *Journal of Seismic Exploration* (Biloti et al. (2001)).

Tanto o método de estimação dos parâmetros CRS como o método de inversão do modelo podem ser estendidos para o caso no qual a superfície de aquisição não é plana. Essa extensão certamente será tema para trabalhos futuros. Além disso, ressaltamos a necessidade de testar os algoritmos propostos em dados reais, situação na qual há outras complicações adicionais a serem consideradas.

Bibliografia

- Biloti, R., Portugal, R. S., Santos, L. T., e Tygel, M., 2001, Obtaining AVO and AVA curves from CRS attributes: *Journal of Seismic Exploration*, **10**, 19–29.
- Birgin, E. G., Biloti, R., Tygel, M., e Santos, L. T., 1999, Restricted optimization: a clue to a fast and accurate implementation of the Common Reflection Surface stack method: *Journal of Applied Geophysics*, **42**, no. 3–4, 143–155.
- Birgin, E. G., Martínez, J. M., e Raydan, M., 2000, Nonmonotone spectral projected gradient methods on convex sets: *SIAM Journal on Optimization*, **10**, no. 4, 1196–1211.
- Birgin, E. G., e Martínez, J. M., 2001, Large-scale active-set box-constrained optimization method with spectral projected gradients: submetido à *Computational Optimization and Applications*.
- Bleistein, N., 1984, *Mathematical methods for wave phenomena*: Academic Press.
- Červený, V., 2001, *Seismic ray theory*: Cambridge University Press.
- Chira, P., Tygel, M., Zhang, Y., e Hubral, P., 2001, A general 2-D CRS stack formula for a curved measurement surface and arbitrary reflections: aceito para publicação no *Journal of Seismic Exploration*.
- de Bazelaire, E., e Viallix, J. R., 1994, Normal moveout in focus: *Geophysical Prospecting*, **42**, 477–499.
- Gelchinsky, B., Berkovitch, A., e Keydar, S., 1999, Multifocusing homeomorphic imaging: Part 1. Basic concepts and formulas: *Journal of Applied Geophysics*, **42**, no. 3–4, 229–242.
- Hubral, P., Schleicher, J., e Tygel, M., 1996, A unified approach to 3-D seismic reflection imaging. Part I: Basic concepts: *Geophysics*, **61**, no. 3, 742–758.
- Hubral, P., e Krey, T., 1980, Interval velocities from seismic reflection traveltime measurements: *Soc. Expl. Geophys.*

- Hubral, P., 1983, Computing true amplitude reflections in a laterally inhomogeneous earth: *Geophysics*, **48**, no. 8, 1051–1062.
- Jäger, R., 1999, The common reflection surface method: Master's thesis, Geophysical Institute, University of Karlsruhe, Germany.
- Leite, L., 1998, Introdução à análise espectral em Geofísica: FADESP, Belém, Brasil.
- Majer, P., 2000, Inversion of seismic parameters: Determination of the 2-D iso-velocity layer model: Master's thesis, University of Karlsruhe, Alemanha.
- Müller, T., 1998, Common reflection surface stack versus NMO/stack and NMO/DMO/stack: 60th Mtg. Eur. Assoc. Expl. Geophys., Extended Abstracts, 1–20.
- Müller, T., 1999, The Common Reflection Surface Stack method – seismic imaging without explicit knowledge of the velocity model: Ph.D. thesis, Geophysical Institute, University of Karlsruhe, Germany.
- Sarkar, D., Castagna, J. P., e Lamb, W. J., 2001, AVO and velocity analysis: *Geophysics*, **66**, no. 4, 1284–1293.
- Schleicher, J., Tygel, M., e Hubral, P., 1993, Parabolic and hyperbolic paraxial two-point traveltimes in 3D media: *Geophysical Prospecting*, **41**, 495–513.
- Taner, M. T., e Koehler, F., 1969, Velocity spectra - digital computer derivation and applications of velocity functions: *Geophysics*, **34**, no. 6, 859–881.
- Tygel, M., Müller, T., Hubral, P., e Schleicher, J., 1997, Eigenwave based multiparameter traveltime expansions: 67th Annual Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts, 1770–1773.

Apêndice A

Interpretação geométrica da semblance

Consideremos uma seção sísmica, cujas amostras denotaremos por $u_{i,j}$, onde $i = 1, \dots, n_x$ indexa o traço e $j = 1, \dots, n_t$ indexa os tempos. Suponha que desejamos estimar a coerência das amostras $u_{i,j}$ entre si, sobre uma certa curva $j(i)$, $i = 1, \dots, n \leq n_x$. Vamos também supor que a curva $j(i)$ depende de um parâmetro k .

A medida de coerência *semblance*, introduzida na literatura por Taner e Koehler (1969), é dada por

$$S = \frac{\sum_{k=k_0-w/2}^{k=k_0+w/2} \left(\sum_{i=1}^n u_{i,j(i)} \right)^2}{\sum_{k=k_0-w/2}^{k=k_0+w/2} n \sum_{i=1}^n u_{i,j(i)}^2}, \quad (\text{A.1})$$

onde n é o número total de traços considerados, k , em geral, designa o índice temporal da amostra para $i = 1$, isto é, $k = j(1)$ e w é o tamanho da janela em tempo.

Vamos deixar de lado, por hora, a somatória em k , assumindo que $w = 0$. Para simplificar a notação, seja denotemos $u_{i,j(i)}$ por y_i . Dessa forma, temos que

$$S = \frac{\left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2}{n \sum_{i=1}^n y_i^2} = \frac{\langle e, y \rangle^2}{\|e\|^2 \|y\|^2}, \quad (\text{A.2})$$

onde $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$, $e = (1, 1, \dots, 1)$, $\|\cdot\|$ denota a norma euclidiana, isto é, $\|x\|^2 = \langle x, x \rangle$ e $\langle \cdot, \cdot \rangle$ é o produto interno canônico no $\mathbb{R}^n$. Desta forma, a Equação (A.2), fica

$$S = \frac{\langle e, y \rangle^2}{\|e\|^2 \|y\|^2} = \cos^2 \theta, \quad (\text{A.3})$$

onde θ é o ângulo entre os vetores y e e (veja Figura A.1).

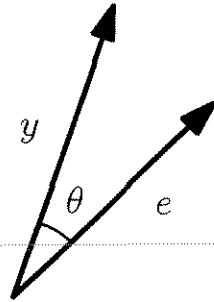


Figura A.1: Ângulo entre y e e .

Isso nos diz, que $0 \leq S \leq 1$, e que S vale um se y for um múltiplo de e . Podemos interpretar que a função semblance é máxima, indicando maior coerência, quando todas as amostras sobre a curva considerada têm o mesmo valor (o que parece razoável).

Para que essa idéia valesse na prática, teríamos que normalizar os traços da seção de modo que a amplitude da reflexão (curva que nos interessa) fosse sempre a mesma, independentemente do traço. Teríamos também problemas com reflexões pós-críticas, para as quais o formato do pulso muda. Uma possível solução seria considerarmos a transformada de Hilbert dos traços, trabalhando assim com o sinal analítico, evitando distorções do pulso. Em seguida, deveríamos fazer algum tipo de normalização. Desta forma, poderíamos assegurar que, sobre a curva do tempo de reflexão, o vetor w está próximo de e , gerando assim um valor de semblance próximo de 1. No entanto, calcular a transformada de Hilbert de todo o dado implica em um custo computacional que, em geral, quer se evitar, e normalizar os traços não é uma tarefa simples, pois além do evento mais forte, não há uma maneira trivial para fazer a normalização. Em virtude disso, na prática, usa-se a semblance desrespeitando-se essas salvaguardas. A segurança necessária para um uso adequado da semblance é conseguida restringindo-se a abertura (quantidade de traços usados). Com isso, evita-se (ou reduz-se) a presença de pulso de reflexão pós-crítica e a variação na amplitude entre os traços fica mais controlada. Obviamente, a expectativa de obtenção de valores de semblance próximos de 1 deve ser revista. Isso não chega a ser um problema, pois não importa que os valores de semblance para a curva correta não sejam tão altos. O que importa é que o contraste entre os valores de semblance da curva certa e de curvas erradas seja alto.

Finalmente, voltamos à questão da janela definida pelo parâmetro w . Podemos pensar nisso como apenas um recurso prático que reduz a sensibilidade da semblance com respeito à k , de modo a termos variações mais suaves e facilitar a identificação de regiões promissoras.

Recentemente, uma generalização da semblance foi proposta por Sarkar et al. (2001), que leva em conta a variação de amplitude com respeito ao afastamento. Desta forma, usando-se esta nova função de coerência, torna-se importante a pesquisa sobre a melhora de desempenho dos métodos de otimização, apresentados nesta tese.

Apêndice B

Raios em meios com velocidade afim

Neste apêndice nos preocuparemos com meios 3-D que têm simetria cilíndrica, isto é, meios para os quais existe uma direção sobre a qual as propriedades do meio não variam. Em Geofísica é comum chamarmos esse tipo de meio de *2.5-D*. Quando os dados sísmicos são adquiridos num plano perpendicular à esse eixo de simetria, podemos tirar proveito desta situação e obter métodos mais simples. Nesta tese, sempre assumimos esta situação.

Vamos deduzir as equações para o traçamento cinemático de raios em meios 2.5-D com a restrição adicional de que a velocidade seja uma função afim da profundidade.

O sistema do traçamento cinemático de raios em meios com simetria cilíndrica (veja, por exemplo, Bleistein (1984)) é dado por

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{dx}{d\sigma} = p & , x(0) = x_0 \\ \frac{dz}{d\sigma} = \pm \sqrt{1/v^2 - p^2} & , z(0) = z_0 \\ \frac{dp}{d\sigma} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{v^2} \right) & , p(0) = p_0 \\ \frac{d\tau}{d\sigma} = \frac{1}{v^2} & , \tau(0) = \tau_0 \end{array} \right. \quad (\text{B.1})$$

onde (x, z) é um ponto da trajetória do raio, p é a derivada do tempo de trânsito com relação a x , τ é o tempo de trânsito, e σ é um parâmetro crescente ao longo do raio.

Vamos agora considerar o caso no qual a velocidade depende apenas da profundidade, ou seja, $v \equiv v(z)$. Logo $\partial v / \partial x$ é identicamente nula e, portanto, podemos concluir da terceira equação em (B.1), que $p(\sigma) \equiv p_0$. Vamos agora impor mais uma restrição sobre a velocidade.

Suponhamos que a dependência da velocidade em z seja afim, isto é

$$v(z) = az + b. \quad (\text{B.2})$$

Se quisermos agora calcular x em função de z , temos de resolver a seguinte equação diferencial ordinária

$$\frac{dx}{dz} = \frac{dx}{d\sigma} \cdot \frac{d\sigma}{dz} = \frac{p_0}{\pm \sqrt{1/v^2 - p^2}}.$$

O sinal deve ser definido de acordo com $\cos \gamma$ (sendo γ o ângulo agudo formado entre o raio e o eixo z). Ou seja, para raios propagando para baixo, o sinal é positivo e para raios propagando de volta à superfície, o sinal é negativo¹. Logo, se $\mu = \text{sign}(\cos \gamma)$,

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dz} &= \frac{\mu p_0}{\sqrt{1/v(z)^2 - p_0^2}} = \frac{\mu p_0 v(z)}{\sqrt{1 - p_0^2 v(z)^2}} = \frac{\mu}{2ap_0} \frac{2ap_0^2 v(z)}{\sqrt{1 - p_0^2 v(z)^2}} \\ &= \frac{\mu}{2ap_0} \frac{(p_0^2 v(z)^2)'}{\sqrt{1 - (p_0^2 v(z)^2)}} = -\frac{\mu}{ap_0} \frac{1}{2} \frac{-f'(z)}{\sqrt{1 - f(z)}} = -\frac{\mu}{ap_0} \left(\sqrt{1 - f(z)} \right)'. \end{aligned}$$

Portanto

$$x(z) - x_0 = -\frac{\mu}{ap_0} \sqrt{1 - p_0^2 v(z)^2} \Big|_{z_0}^z = \frac{\mu}{ap_0} \left(\sqrt{1 - p_0^2 v(z_0)^2} - \sqrt{1 - p_0^2 v(z)^2} \right).$$

Finalmente, podemos escrever a coordenada x da trajetória do raio, em função da coordenada z , como

$$x(z) = x_0 + \frac{\mu}{ap_0} \left(\sqrt{1 - p_0^2 v(z_0)^2} - \sqrt{1 - p_0^2 v(z)^2} \right). \quad (\text{B.3})$$

Passemos agora ao cálculo do tempo de trânsito. Da segunda e da quinta equações de (B.1), temos que

$$\begin{aligned} \tau(z) - \tau_0 &= \int_{z_0}^z \frac{1}{v(y)^2 q(y)} dy = \int_{z_0}^z \frac{\mu}{v(y)^2 \sqrt{1/v(y)^2 - p_0^2}} dy \\ &= p_0 \int_{z_0}^z \frac{\mu}{p_0 v(y) \sqrt{1 - p_0^2 v(y)^2}} dy = \frac{\mu}{a} \int_{p_0 v(z_0)}^{p_0 v(z)} \frac{1}{u \sqrt{1 - u^2}} du \\ &= \frac{\mu}{a} \left(-\ln \left(\frac{1 + \sqrt{1 - u^2}}{u} \right) \right) \Big|_{p_0 v(z_0)}^{p_0 v(z)}. \end{aligned}$$

Desta forma, concluímos que o tempo de trânsito é dado por

$$\tau(z) = \tau_0 + \frac{\mu}{a} \ln \left(\frac{v(z)}{v(z_0)} \frac{1 + \sqrt{1 - p_0^2 v(z_0)^2}}{1 + \sqrt{1 - p_0^2 v(z)^2}} \right). \quad (\text{B.4})$$

¹Todas as contas serão feitas assumindo-se que o raio não troca seu sentido de propagação

Se fizermos o limite de $\tau(z)$ para a tendendo à zero, ou seja, o limite para a velocidade tendendo à constante b , concluiremos, após algumas passagens, que o tempo de trânsito tende ao tempo de propagação de um raio reto, como era de se esperar.

Finalmente, vamos calcular $\sigma(z)$. Pela segunda equação de (B.1), podemos ver que

$$\begin{aligned} \sigma(z) &= \int_{z_0}^z \frac{\mu}{\sqrt{1/v(y)^2 - p_0^2}} dy &= \int_{z_0}^z \frac{\mu v(y)}{\sqrt{1 - p_0^2 v(y)^2}} dy \\ &= \frac{\mu}{p_0} \int_{z_0}^z \frac{p_0 v(y)}{\sqrt{1 - p_0^2 v(y)^2}} dy &= \frac{\mu}{ap_0^2} \int_{p_0 v(z_0)}^{p_0 v(z)} \frac{u}{\sqrt{1 - u^2}} du \\ &= \frac{\mu}{ap_0^2} \left(-\sqrt{1 - u^2} \right)_{p_0 v(z_0)}^{p_0 v(z)}, \end{aligned}$$

donde concluimos que

$$\sigma(z) = \frac{\mu}{ap_0^2} \left(\sqrt{1 - p_0^2 v(z_0)^2} - \sqrt{1 - p_0^2 v(z)^2} \right). \quad (\text{B.5})$$

Apêndice C

Curvaturas de frentes de onda

O objetivo deste apêndice é entender a propagação da curvatura de frente de onda em meios multicamadas, nos quais em cada camada a velocidade é uma função afim da profundidade. Para tanto usaremos os conceitos relacionados ao traçamento dinâmico de raios. De maneira alguma é nosso objetivo neste capítulo apresentar um estudo detalhado, ou mesmo completo, sobre o assunto. Nos limitaremos ao necessário para a compreensão do trabalho realizado nesta tese. Para um estudo meticoloso do assunto, direcionamos o leitor à Červený (2001), livro no qual este apêndice é quase integralmente baseado.

C.1 Matriz de propagação

O cálculo da amplitude ao longo de um raio depende da solução da Equação do Transporte, que também será usada na derivação das fórmulas para a curvatura de frentes de onda. Uma maneira de se aproximar a solução da Equação do Transporte é através do Traçamento Dinâmico de Raios. Para tanto, consideremos o sistema de coordenadas (γ_1, γ_2, s) ilustrado na Figura C.1, formado por dois ângulos e um parâmetro crescente ao longo do raio (como, por exemplo, o tempo de trânsito ou o comprimento de arco). Consideremos também um outro sistema centrado no raio (q_1, q_2, q_3) , de tal maneira que os dois primeiros eixos estão contidos no plano perpendicular ao raio e o terceiro eixo é paralelo ao raio sendo positivo no sentido da propagação do raio (Figura C.2). Considere agora as seguintes matrizes

$$Q = \left(\frac{\partial q_i}{\partial \gamma_j} \right) \quad \text{e} \quad P = \left(\frac{\partial p_i}{\partial \gamma_j} \right), \quad (\text{C.1})$$

onde p_i é a i -ésima componente do vetor vagarosidade, isto é, $p_i = \partial \tau / \partial q_i$, onde τ é o tempo de trânsito ao longo do raio.

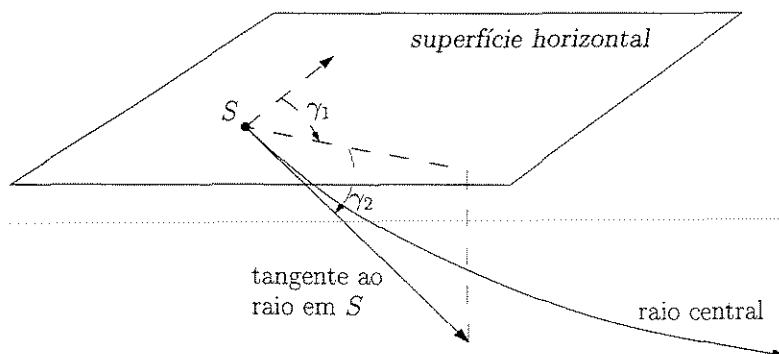


Figura C.1: Sistema de coordenadas (γ_1, γ_2, s) . Para um raio partindo de uma fonte pontual em S , γ_2 é o ângulo entre o vetor tangente ao raio em S e a superfície horizontal, γ_1 é o ângulo entre a projeção do vetor tangente na superfície e um eixo fixo, e s é um parâmetro que vale zero em S e cresce ao longo do raio.

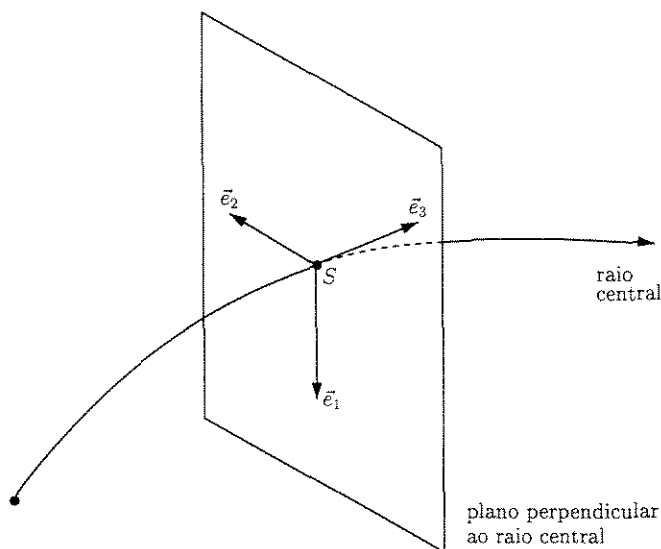


Figura C.2: Sistema de coordenadas centradas no raio.

O sistema do traçamento dinâmico de raios é definido pelo sistema de equações diferenciais lineares de primeira ordem

$$\frac{dQ}{ds} = vP, \quad \frac{dP}{ds} = -\frac{1}{v^2}CQ, \quad (\text{C.2})$$

onde Q , P e C são matrizes quadradas de dimensão dois, s é o comprimento de arco ao longo do raio e v é a velocidade. A matriz C é definida por

$$C = \left(\frac{\partial^2 v(q_1, q_2, s)}{\partial q_i \partial q_j} \right)_{q_1=q_2=0}. \quad (\text{C.3})$$

Dessa forma, para resolver o sistema (C.2), basta encontrarmos duas soluções linearmente independentes, ou *fundamentais*, do sistema. É comum em geofísica designar o ponto inicial pela letra S de *source* (fonte em inglês) e o ponto de observação por R de *receiver* (receptor em inglês). A primeira solução do sistema, denominada (Q_1, P_1) , será obtida pela resolução de (C.2) com a condição inicial

$$Q_1(S) = I \quad \text{e} \quad P_1(S) = \mathbf{0}. \quad (\text{C.4})$$

A segunda solução fundamental, denominada (Q_2, P_2) , será obtida pela resolução de (C.2) com a condição inicial

$$Q_2(S) = \mathbf{0} \quad \text{e} \quad P_2(S) = I. \quad (\text{C.5})$$

Com isso, dado que o sistema (C.2) é linear, a solução geral para condições iniciais arbitrárias é dada pela combinação linear

$$Q = Q(S)Q_1 + P(S)Q_2 \quad \text{e} \quad P = Q(S)P_1 + P(S)P_2,$$

ou, matricialmente,

$$\begin{pmatrix} Q(R) \\ P(R) \end{pmatrix} = \Pi \begin{pmatrix} Q(S) \\ P(S) \end{pmatrix}, \quad (\text{C.6})$$

onde

$$\Pi = \begin{pmatrix} Q_1(R) & Q_2(R) \\ P_1(R) & P_2(R) \end{pmatrix} \quad (\text{C.7})$$

é denominada *matriz de propagação* do raio.

Podemos reescrever o sistema para (Q_1, P_1) e (Q_2, P_2) , de maneira resumida como

$$\frac{d\Pi}{ds} = S\Pi, \quad (\text{C.8})$$

onde

$$S = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & c^2 I \\ -c^{-1} C & \mathbf{0} \end{pmatrix}.$$

A matriz de propagação Π também tem a propriedade de simplecticidade: uma matriz A é dita simplética se $A^T J A = J$, onde

$$J = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & I \\ -I & \mathbf{0} \end{pmatrix}.$$

Provaremos agora que Π é simplética. Primeiramente, note que, em S , $\Pi^T J \Pi = J$, pois $\Pi(S) = I$. Além disso,

$$\frac{d(\Pi^T J \Pi)}{ds} = \Pi^T \mathbf{S}^T J \Pi + \Pi^T J \mathbf{S} \Pi = \Pi^T (\mathbf{S}^T J + J \mathbf{S}) \Pi.$$

Mas $\mathbf{S}^T J + J \mathbf{S}$ é a matriz nula. Isto implica que $\Pi^T J \Pi$ não varia ao longo do raio, provando que $\Pi^T J \Pi = J$, ou seja, Π é simplética.

Usando essa propriedade, podemos facilmente obter a inversa da matriz Π . Basta ver que

$$J^T \Pi^T J \Pi = J^T J = I.$$

Portanto, concluímos que $J^T \Pi^T J = \Pi^{-1}$.

C.2 Tempo de trânsito paraxial

A partir das matrizes Q e P podemos expressar o tempo de trânsito de um raio na vizinhança de um fixo, dito central. Primeiro vejamos como as derivadas segundas do tempo de trânsito estão relacionadas com essas matrizes. Sabemos que

$$\frac{\partial^2 \tau}{\partial q_i \partial q_j} = \sum_k \frac{\partial^2 \tau}{\partial q_i \partial \gamma_k} \frac{\partial \gamma_k}{\partial q_j}.$$

Por definição $P_{ij} = \partial p_i / \partial \gamma_j$, e $p_i = \partial T / \partial q_i$. Sendo assim, observando a definição das matrizes Q e P em (C.1), podemos concluir que a matriz M das derivadas segundas do tempo de trânsito ao longo do raio é dada por

$$M = \left. \frac{\partial^2 T}{\partial q_i \partial q_j} \right|_{q_i=q_j=0} = P Q^{-1}. \quad (\text{C.9})$$

Sabendo essa relação, podemos agora considerar a expansão de Taylor até segunda ordem do tempo de trânsito, ao redor do raio central, no sistema de coordenadas centradas no raio,

$$\tau(q_1, q_2, s) \approx T(q_1, q_2, s) = T(0, 0, s) + \frac{1}{2} q^T M q, \quad q = (q_1, q_2)^T. \quad (\text{C.10})$$

O termo linear em q não aparece, pois a frente de onda é perpendicular ao raio. Já, no sistema cartesiano local de coordenadas, a fórmula acima fica

$$T(z) = T(z') + z^T p + \frac{1}{2} z^T \hat{M} z, \quad (\text{C.11})$$

onde $\hat{M}$ representa as derivadas segundas do tempo de trânsito nesse sistema de coordenadas. Segundo Červený (2001), esses sistemas de coordenadas relacionam-se através da matriz de mudança de coordenadas $\hat{G}$. A matriz $\hat{G}$ realiza a mudança do sistema de coordenadas centradas no raio para o cartesiano local. Ou seja,

$$\hat{M} = \hat{G} \left(\begin{array}{c|c} M & \begin{matrix} -\partial v / \partial q_1 \\ -\partial v / \partial q_2 \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} -\partial v / \partial q_1 & -\partial v / \partial q_2 \end{matrix} & -\partial v / \partial s \end{array} \right) \hat{G}^T. \quad (\text{C.12})$$

Outro fato interessante associado à matriz M é sua relação com a matriz de curvatura de frente de onda K . Em Červený (2001), Seção 4.6.3, prova-se que $K = vM$.

C.3 Propagação de curvaturas

Nesta seção, imporemos a condição da velocidade, dentro de cada camada, ser função apenas da profundidade, como em (B.2). Observando a definição (C.3), podemos ver que a matriz C é identicamente nula. Desta forma, a solução do sistema dinâmico do traçamento de raios (C.2) é dada diretamente por

$$P(R) = P(S) \quad (\text{C.13})$$

$$Q(R) = Q(S) + P(S) \int_S^R v ds. \quad (\text{C.14})$$

Para uma escolha adequada do sistema de coordenadas, podemos assumir que as condições iniciais $P(S)$ e $Q(S)$ são matrizes diagonais, sendo essa propriedade conservada ao longo do raio. Neste caso, é conveniente usar a notação

$$P = \begin{pmatrix} P^{\parallel} & 0 \\ 0 & P^{\perp} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad Q = \begin{pmatrix} Q^{\parallel} & 0 \\ 0 & Q^{\perp} \end{pmatrix},$$

onde as quantidades $P^{\parallel}$ e $Q^{\parallel}$ são ditas *in-plane* e $P^{\perp}$ e $Q^{\perp}$ são ditas *out-of-plane*.

Como no método CRS estamos sempre considerando dados que foram adquiridos em uma linha sísmica (suposta perpendicular ao eixo de simetria do meio), não temos dados para estimar as quantidade *out-of-plane*. Logo, apenas as quantidades *in-plane* são consideradas. Desta forma, preocuparemos-nos em encontrar expressões para $K^{\parallel}$.

Discutiremos duas situações distintas com respeito a propagação de curvaturas de frentes de onda: a propagação interior ao meio e a transmissão entre dois meios.

C.3.1 Propagação interior ao meio

Recordando, vimos que $K = vM = vPQ^{-1}$ e, no caso da velocidade como função afim da profundidade, $K^{\parallel} = vP^{\parallel}(Q^{\parallel})^{-1}$. Para simplificar a notação, daqui para frente não explicitaremos o superescrito $^{\parallel}$ e, a menos que expressamente dito, estaremos apenas nos referindo a quantidades *in-plane*. Usando (C.13) e (C.14), temos que

$$M(R) = \frac{P(R)}{Q(R)} = \frac{P(S)}{Q(S) + P(S)\sigma(R, S)} = \frac{1}{\frac{Q(S)}{P(S)} + \sigma(R, S)} = (M(S)^{-1} + \sigma(R, S))^{-1}.$$

Dessa forma, podemos escrever que

$$K(R) = v(R)M(R) = v(R) \left(v(S)^{-1}M(S)^{-1}v(S) + \sigma(R, S) \right)^{-1}.$$

Finalmente, obtemos a expressão

$$K(R) = \frac{v(R)}{v(S)} \left(K(S)^{-1} + \frac{\sigma(R, S)}{v(S)} \right)^{-1} \quad (\text{C.15})$$

para a propagação da curvatura da frente de onda *in-plane*, num meio, no qual a velocidade depende apenas da profundidade, como uma função afim. Esta expressão generaliza a Fórmula (4.1).

C.3.2 Transmissão através da interface entre dois meios

Esta seção baseia-se na Seção 4.4.2 de Červený (2001). Antes de começarmos a efetiva derivação da fórmula para a conversão da curvatura quando de sua transmissão através de uma interface, será instrutivo enumerar os principais passos empregados na obtenção do resultado.

1. Considerar a expansão até segunda ordem do tempo de trânsito em série de Taylor ao redor de um ponto z qualquer (no sistema de coordenadas cartesianas locais).
2. Assumir que o ponto z está na interface e considerar os tempos para pontos ao redor de z , também na interface, impondo esta restrição e, conseqüentemente, reduzindo o grau de liberdade de três para dois.
3. Igualar os coeficientes da expansão de Taylor do tempo de trânsito, no ponto de transmissão, quando descrita em função das propriedades do meio acima e em função das propriedades do meio de abaixo da interface, obtendo assim um vínculo entre as matrizes de segundas derivadas do tempo, antes e depois da interface.

Para chegarmos ao nosso objetivo, começaremos considerando a expansão em Taylor do tempo de trânsito ao longo de um raio fixo, como na Expressão (C.11). Consideremos agora que z está na interface. Denotemos por $\bar{z} = (z_1, z_2)$ o vetor formado apenas pela duas primeiras coordenadas do ponto z . Numa aproximação de segunda ordem, podemos descrever $z = (z_1, z_2, z_3)$ por

$$z_3 = -\frac{1}{2}\bar{z}^T D \bar{z},$$

isto é, podemos especificar completamente o ponto z , conhecendo apenas z_1, z_2 e a matriz de curvatura da interface D . Com a expressão anterior, a Equação (C.11) pode ser reescrita, apenas em função de $\bar{z}$, como

$$T_{\Sigma}(\bar{z}) = T(z') + \bar{z}^T p + \frac{1}{2}\bar{z}^T F \bar{z}, \quad (\text{C.16})$$

onde

$$F = G M G^T + E - p_3 D \quad (\text{C.17})$$

e a matriz E agrupa todos os termos de segunda ordem associados a terceira coordenada, isto é

$$E_{ij} = \sum_{k=1}^2 \hat{G}_{i3} \hat{M}_{3k} \hat{G}_{jk} + \hat{G}_{ik} \hat{M}_{k3} \hat{G}_{j3} + \hat{G}_{i3} \hat{M}_{33} \hat{G}_{j3}.$$

A matriz G e M são os blocos 2×2 superiores esquerdos das matrizes $\hat{G}$ e $\hat{M}$, respectivamente. A matriz E é denominada *matriz de heterogeneidade* do meio.

Suponhamos agora que o raio está atravessando uma interface num ponto A qualquer. Temos então que $T_{\Sigma}^{-}(A) = T_{\Sigma}^{+}(A)$, ou seja, os tempo de trânsito em A , imediatamente antes e depois da transmissão, devem ser iguais. Logo, temos que

$$T^{-}(A) = T^{+}(A), \quad p^{-}(A) = p^{+}(A) \quad \text{e} \quad F^{-}(A) = F^{+}(A).$$

Denotando as quantidades medidas depois da transmissão pelo superescrito $\tilde{}$, temos que

$$\tilde{M} = \tilde{G}^{-1} \left[G M G^T + E - \tilde{E} - u D \right] \tilde{G}^{-T}, \quad (\text{C.18a})$$

onde

$$u = p_3^{-} - p_3^{+} = \frac{G_{33}^{-}}{v^{-}} - \frac{G_{33}^{+}}{v^{+}}. \quad (\text{C.18b})$$

O primeiro termo da Equação (C.18) ($\tilde{G}^{-1} G M G^T \tilde{G}^{-T}$) está associado a transformação que M sofre apenas pela flexão do raio ao atravessar a interface. O segundo termo ($\tilde{G}^{-1}(E - \tilde{E})\tilde{G}^{-T}$) toma conta do efeito da heterogeneidade do meio na vizinhança de A , antes e depois da transmissão. Finalmente, o último termo ($-u\tilde{G}^{-1}D\tilde{G}^{-T}$) introduz o efeito da curvatura da interface em A .

Explicitando, em nosso caso, temos que

$$G^- = \begin{pmatrix} \mu \cos \alpha & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad G^+ = \begin{pmatrix} \mu \cos \beta & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (\text{C.19a})$$

onde α e β são os ângulos de incidência e transmissão do raio na interface,

$$E - \tilde{E} = \frac{2\mu \cos \alpha (\sin \alpha)^2}{(v^-)^2} v_{,3}^- \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{C.19b})$$

onde $v_{,3}^-$ denota a derivada da velocidade na direção perpendicular a interface e

$$u = \frac{2\mu \cos \alpha}{v^-}. \quad (\text{C.19c})$$

Com (C.18) e (C.19) e lembrando que $K = vM$, obtemos finalmente a expressão para a lei de transmissão da curvatura *in-plane* por uma interface

$$K^+ = \frac{v^+}{v^-} \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \right)^2 K^- + \left(\frac{v^+}{v^-} \cos \alpha - \cos \beta \right) \frac{K^I}{\cos^2 \beta} + \frac{2 \cos \alpha (\sin \alpha)^2 \sin \gamma^- a^-}{v^-(z)}, \quad (\text{C.20})$$

onde K^I é a curvatura do refletor e a^- é o coeficiente angular de v^- , como na Fórmula (B.2). Todas as quantidades são medidas no ponto de reflexão. A fórmula acima generaliza a Fórmula (4.2).

Apêndice D

Modelamento

Nesse apêndice descrevemos como os dados usados nesta tese foram modelados. Todos os dados foram modelados por traçamento de raios, através do programa Seis88, de autoria de Vlastislav Červený e Ivan Pšenčík, desenvolvido no Departamento de Geofísica da Charles University, República Checa.

Esse traçador de raios é capaz de simular meios elásticos e raios em meios 2-D e 2.5-D. Todos os exemplos desta tese foram modelados em 2.5-D. A fonte utilizada tem a forma

$$f(t) = \cos(\omega t + \psi) e^{-(\omega t/\gamma)^2},$$

onde t é tempo, $\omega = 2\pi f$, e f , γ e ψ são parâmetros definidos pelo usuário. Em nosso caso, $f = 25$ Hz, $\gamma = 3.5$ e $\psi = 0$.

Os traços gerados são de deslocamento, que pode ser registrado em três direções: vertical, horizontal no plano de medição e horizontal no plano ortogonal ao plano de medição. Estávamos interessados na amplitude na direção tangente ao raio no ponto de emergência. Como isso não era fornecido diretamente pelo programa, fizemos algumas alterações ao código fonte, habilitando essa possibilidade.

Outras modificações foram feitas para adequá-lo aos nossos propósitos. À saída padrão do Seis88, incluímos as informações sobre os elementos da matriz de propagação e curvatura do refletor em todos os pontos onde raios cruzam as interfaces. Com essas informações desenvolvemos um programa que calcula os valores reais dos parâmetros CRS. Desta forma, o ângulo de emergência e as curvaturas das ondas NIP e N são obtidas por modelamento, para efeito de comparação e validação dos resultados.

Apêndice E

Programas utilizados

Nesta tese, utilizamos vários programas computacionais e desenvolvemos alguns, todos implementados em C. Ressaltamos que, para testes mais realistas, a utilização de ambientes de alto nível, como MATLAB ou GNU Octave, é inviável, pois o volume de dados torna-se muito grande e a velocidade de execução dos programas em tais ambientes é baixa. Abaixo relacionamos todos os dignos de menção (em ordem alfabética):

appspline Aproxima um conjunto de amostras de uma função contínua, dos reais nos reais, por spline cúbica, ajustada no sentido de quadrados mínimos. Desenvolvido durante esta tese. Pode ser baixado em
<http://www.ime.unicamp.br/~biloti/download/>.

cfigs88 Configurador para o Seis88. Cria o arquivo de entrada para o Seis88, de maneira simples. Desenvolvido durante esta tese. Pode ser baixado em
<http://www.ime.unicamp.br/~biloti/download/>.

crs2vel Inverte o modelo de velocidades, composto por camadas heterogêneas, separadas por interfaces descritas por splines cúbicas, ajustadas de maneira ótima. Dentro de cada camada, a velocidade é ajustada como uma função afim da profundidade. Desenvolvido durante esta tese. Pode ser baixado em
<http://www.ime.unicamp.br/~biloti/download/>.

crspar Calcula os parâmetros CRS a partir das informações do modelamento, calculadas pelo Seis88. Desenvolvido durante esta tese. Pode ser baixado em
<http://www.ime.unicamp.br/~biloti/download/>.

inv2d Inverte o modelo de velocidades, composto por camadas homogêneas, separadas por interfaces descritas por splines cúbicas, ajustadas de maneira ótima. Desenvolvido

durante esta tese. Pode ser baixado em
<http://www.ime.unicamp.br/~biloti/download/>.

gencan Rotinas de otimização que implementam o método do GENCAN. Desenvolvido por Ernesto G. Birgin (egbirgin@ime.usp.br), do Departamento de Computação da Universidade de São Paulo, e por José M. Martínez (martinez@ime.unicamp.br), do Departamento de Matemática Aplicada, da Universidade Estadual de Campinas. Para obtê-lo, deve-se entrar em contato com os autores.

GNU Octave Sistema de computação numérica de alto nível. Distribuído livremente sob a licença GPL. Desenvolvido por John W. Eaton. Pode ser obtido em
<http://www.che.wisc.edu/octave/>.

Grace Pacote para gerar gráficos científicos. Distribuído livremente sob a licença GPL. Foi extensamente usado nesta tese. Mantido por Evgeny Stambulchik. Pode ser obtido em
<http://plasma-gate.weizmann.ac.il/Grace/>.

LAPACK Biblioteca de rotinas para Álgebra Linear Computacional. Distribuído livremente. Pode ser obtido em
<http://www.netlib.org/lapack/>.

MATLAB Sistema de computação numérica de alto nível. Desenvolvido pela MathWorks. Para maiores informações, consulte
<http://www.mathworks.com/>.

rays Usando as informações de saída do Seis88, gera um diagrama, mostrando todos os raios traçados. Sua saída é um arquivo de projeto para o pacote gráfico Grace. Desenvolvido durante esta tese. Pode ser baixado em
<http://www.ime.unicamp.br/~biloti/download/>.

Seis88 Traçador de raios em meios elásticos 2D e 2.5D, desenvolvido no Departamento de Geofísica da Charles University, República Checa. Criado por Vlastislav Červený e Ivan Pšenčík. Pode ser baixado em
<http://seis.karlov.mff.cuni.cz/software/seis/>.

Seismic Unix Pacote livre de processamento sísmico desenvolvido no Center for Wave Phenomena da Colorado School of Mines, Estados Unidos. Mantido por John Stockwell (john@dix.mines.edu). Pode ser obtido em
<ftp://ftp.cwp.mines.edu/>.

SPG Rotinas de otimização que implementam o método do Gradiente Espectral Projetado. Desenvolvido por Ernesto G. Birgin (egbirgin@ime.usp.br), do Departamento de Computação, da Universidade de São Paulo, e por José M. Martínez (martinez@ime.unicamp.br), do Departamento de Matemática Aplicada, da Universidade Estadual de Campinas. Para obtê-lo, deve-se entrar em contato com os autores.

synt2bin Converte o arquivo de saída do syntpl (gerador de seções sísmicas do Seis88) para binário, de modo a poder ser lido com o SU. Desenvolvido durante esta tese. Pode ser baixado em <http://www.ime.unicamp.br/~biloti/download/>.

Além desses programas, ressaltamos que toda esta tese foi desenvolvida sob o sistema operacional GNU/Linux. Todas as ferramentas de programação usadas (compiladores C, C++ e Fortran, *debuggers*, bibliotecas básicas, etc.) foram desenvolvidas pela Free Software Foundation (<http://www.fsf.org/>) e são distribuídos sob a licença pública GPL.