

Daniela Midori Kamioka

UMA COMPARAÇÃO ENTRE SEMBLANCES NO MÉTODO DE PONTO MÉDIO COMUM

CAMPINAS 2014



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA

DANIELA MIDORI KAMIOKA

UMA COMPARAÇÃO ENTRE SEMBLANCES NO MÉTODO DE PONTO MÉDIO COMUM

Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestra em matemática aplicada.

Orientadora: Profa. Dra. Maria Amélia Novais Schleicher

Coorientador: Prof. Dr. Lúcio Tunes dos Santos

Este exemplar corresponde à versão final da dissertação defendida pela aluna Daniela Midori Kamioka, e orientada pela Profa. Dra. Maria Amélia Novais Schleicher.

Assinatura da Orientadora

Maria Amélia novais Schleiche

Assinatura do Coorientador

Wiras Term & Sentos

CAMPINAS 2014

Ficha catalográfica Universidade Estadual de Campinas Biblioteca do Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica Maria Fabiana Bezerra Muller - CRB 8/6162

Kamioka, Daniela Midori, 1984-Uma comparação entre semblances no método de ponto médio comum / Daniela Midori Kamioka. – Campinas, SP : [s.n.], 2014.
Orientador: Maria Amélia Novais Schleicher. Coorientador: Lúcio Tunes dos Santos. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica.
1. Método sísmico de reflexão. 2. Ondas sísmicas. 3. Geofísica. I. Schleicher, Maria Amélia Novais,1967-. II. Santos, Lúcio Tunes dos,1962-. III. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica. IV. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: A comparison of semblances in common midpoint method Palavras-chave em inglês: Seismic reflection method Seismic waves Geophysics Área de concentração: Matemática Aplicada Titulação: Mestra em Matemática Aplicada Banca examinadora: Maria Amélia Novais Schleicher [Orientador] Ricardo Caetano Azevedo Biloti José Jadsom Sampaio de Figueiredo Data de defesa: 30-05-2014 Programa de Pós-Graduação: Matemática Aplicada Dissertação de Mestrado defendida em 30 de maio de 2014 e aprovada

Pela Banca Examinadora composta pelos Profs. Drs.

Maria amélia novais Schleichen Prof.(a). Dr(a). MARIA AMÉLIA NOVAIS SCHLEICHER

Prof.(a). Dr(a). RICARDO CAETANO AZEVEDO BILOTI

Prof.(a). Dr(a). JOSÉ JADSOM SAMPAIO DE FIGUEIREDO

Abstract

One of the main steps of seismic processing is the velocity analysis. This is one of the methods that uses seismic data arranged in common midpoint (CMP) gathers. Finding predetermined curves (such as hyperbolic ones) that fit the reflection traveltimes the best possible way is of great importance in the CMP process. Moreover, it is necessary to correctly determine the parameters that define those best-fitting curves, as these parameters convey important information to be extracted from seismic data. Therefore, it is essential to establish a measure that determines if any curve fits the travel time. The semblance function is such a measure that determines the degree of coherence (or alignment) of the seismic traces along trial curves. Conventional semblance is a robust and easy-to-calculate measure, and for these reasons it has been the most used among other measures. Recently, two variations of semblance have been proposed in the literature: Weighted Semblance and AB Semblance. In this thesis, we show by means of numerical examples that Weighted Semblance provides better resolution in the sense that the semblance sections present more pronounced peaks than conventional semblance. However, the values obtained by the two functions are rather similar and the computational cost of calculating the weighted measure is much higher. Therefore, the effort is not worth it. AB semblance tries to be superior to the conventional function for data presenting an amplitude trend (for example, a polarity reversal). In our numerical tests, the AB function indeed provides a small increase in its values in the region of a polarity reversal, but nothing significant, at least for the CMP section examples used in this dissertation. Despite all attempts to obtain a coherence measure that offers better results with a low computational cost, conventional semblance still maintains similar results to other methods and the lowest computational time for its calculation.

Palavras-chave: Semblance, Velocity Analysis, CMP Method.

Resumo

Uma das principais etapas do processamento sísmico é a análise de velocidade. Essa é uma das técnicas que utilizam dados sísmicos organizados em famílias de ponto médio comum (CMP – Common Midpoint). Encontrar curvas (por exemplo, hiperbólicas) pré-determinadas que se ajustam aos tempos de trânsito de reflexão da melhor maneira possível é de grande importância no processo CMP. Além disso, é necessário determinar corretamente os parâmetros que definem essas curvas de melhores ajustes, pois estes parâmetros transmitem informações importantes a serem extraídos dos dados sísmicos. Portanto, é essencial uma medida que estabeleça se certa curva se ajusta aos tempos de trânsito. A função semblance mede o grau de coerência (ou alinhamento) dos traços sísmicos ao longo das curvas testadas. A semblance convencional é uma medida robusta e fácil de ser calculada, e por esses motivos tem sido a mais utilizada dentre outras medidas. Além da função convencional, aplicamos outros dois tipos de funções: a Semblance com Peso e a Semblance AB. Os exemplos numéricos desse trabalho mostram que a medida de coerência com peso exibe uma melhor resolução no sentido de que as seções apresentam picos mais destacados com relação à semblance convencional, mas pelo fato dos valores obtidos pelas duas funções serem semelhantes e o custo computacional do cálculo da medida com peso ser bem superior à convencional, o esforço não vale a pena. Já a semblance AB tenta ser superior à convencional uma vez que para dados que apresentam um trend de amplitude (reversão de polaridade), a função AB apresenta uma pequeno aumento nos seus valores na região de reversão em questão, mas nada significativo, pelo menos nos exemplos de seção CMP utilizados nessa dissertação. Apesar de todas as tentativas de se obter uma medida de coerência que apresente melhores resultados com um baixo custo computacional, ainda assim a semblance convencional continua a apresentar resultados semelhantes aos outros métodos e com o menor tempo computacional para o seu cálculo.

Palavras-chave: Semblance, Análise de velocidade, Método CMP.

Sumário

\mathbf{A}	grade	ecimen	tos	x
\mathbf{Li}	sta d	le Figu	ıras	xvi
1	Intr	roduçã	0	1
2	Sísr	nica de	e Reflexão	4
3	Sen	nblance	9	10
	3.1	Sembl	ance Convencional	10
	3.2	Sembl	ance AB	12
	3.3	Sembl	ance com Peso	15
		3.3.1	Semblance Convencional Reescrita	16
		3.3.2	Semblance com Peso	17
		3.3.3	Função Peso	17
		3.3.4	Aumento da Resolução	19
4	Exp	erime	ntos Numéricos	21
	4.1	Dados	Sintéticos	21
		4.1.1	Modelo 1	21
		4.1.2	Modelo 2	33
		4.1.3	Modelo 3	44
	4.2	Dados	de Campo	55
		4.2.1	Modelo 4	55
		4.2.2	Modelo 5	59
	4.3	Anális	e do parâmetro b no cálculo da semblance com peso $\ . \ . \ . \ .$	63

5 Conclusões

Re	ferência Bibliográfica	67
\mathbf{A}	Termos da semblance com peso	68

Agradecimentos

À minha orientadora Maria Amélia Novais Schleicher pela orientação e oportunidade.

Ao meu co-orientador Lúcio Tunes dos Santos pelas sugestões, comentários e principalmente por me ensinar a programar e me ajudar a perder o medo dos algoritmos.

Aos professores pelos ensinamentos.

Aos meus colegas de grupo pela companhia e pelo aprendizado.

À Anna por ser uma amiga verdadeira.

À minha família, por ser meu alicerce, por compreender a minha ausência e pelo amor incondicional.

Ao Clewton por me apoiar numa das melhores decisões da minha vida, por existir em minha vida e me proporcionar amor e felicidade infinita.

À Unicamp e ao IMECC pela estrutura acadêmica.

À Capes pelo apoio financeiro.

Lista de Figuras

2.1	Exemplo de experimento de tiro comum para uma superfície plana horizontal.	5
2.2	Configuração CMP	6
2.3	Experimento sísmico em um meio homogêneo com um refletor horizontal e plano. Neste modelo, conceitos da óptica geométrica podem ser usados para o cálculo do tempo de trânsito de um evento de reflexão. Para isso, usa-se o Teorema de Pitágoras para relacionar as grandezas mostradas na figura	7
2.4	Configuração sísmica de uma reflexão primária.	8
2.5	Seção CMP e curva de tempo de trânsito hiperbólica em vermelho. $\ .\ .$.	9
3.1	Ângulo entre os vetores u e e	12
3.2	Valor de $\sin\theta$ utilizado no cálculo da semblance AB	14
4.1	Seção CMP gerada a partir de um modelo usando velocidades RMS de 1.5, 2.0, 3.0, 2.5, 2.0, 2.5 e 3.0 (km/s) para tempos t_0 de 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0 e 3.5 (s), respectivamente.	23
4.2	Análise das três funções semblance com 10% de ruído adicionado aos dados da seção CMP apresentada na Figura 4.1: (a) Semblance Convencional, (b) Semblance com Peso, (c) Semblance AB, (d) Valores do parâmetro <i>b</i> entre 0 e 1 utilizados para o cálculo da semblance com peso	24
4.3	Comparação entre valores ótimos obtidos pelas semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho para a seção CMP apresentada na Figura 4.1 com 10% de ruído adicional. Os círculos indicam os valores ótimos do parâmetro b utilizados pela semblance com peso	25
4.4	Comparação entre as velocidades RMS ótimas detectadas quando usando as semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos (\mathbf{x}) da seção CMP apresentada na Figura 4.1 com 10% de ruído adicional	25
4.5	Erro absoluto entre as semblances: convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos da seção CMP	20
	apresentada na Figura 4.1 com 10% de ruído adicional.	26

4.6	Análise das três funções semblance com 20% de ruído adicionado aos dados da seção CMP apresentada na Figura 4.1: (a) Semblance Convencional, (b) Semblance com Peso, (c) Semblance AB, (d) Valores do parâmetro <i>b</i> entre 0 e 1 utilizados para o cálculo da semblance com peso	27
4.7	Comparação entre valores ótimos obtidos pelas semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho para a seção CMP apresentada na Figura 4.1 com 20% de ruído adicional. Os círculos indicam os valores ótimos do parâmetro <i>b</i> utilizados pela semblance com peso.	28
4.8	Comparação entre as velocidades RMS ótimas detectadas quando usando as semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos (\mathbf{x}) da seção CMP apresentada na Figura 4.1 com 20% de ruído adicional	28
4.9	Erro absoluto entre as semblances: convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos da seção CMP apresentada na Figura 4.1 com 20% de ruído adicional	29
4.10	Análise das três funções semblance com 30% de ruído adicionado aos dados da seção CMP apresentada na Figura 4.1: (a) Semblance Convencional, (b) Semblance com Peso, (c) Semblance AB, (d) Valores do parâmetro <i>b</i> entre 0 e 1 utilizados para o cálculo da semblance com peso	30
4.11	Comparação entre valores ótimos obtidos pelas semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho para a seção CMP apresentada na Figura 4.1 com 30% de ruído adicional. Os círculos indicam os valores ótimos do parâmetro b utilizados pela semblance	91
4.12	Comparação entre as velocidades RMS ótimas detectadas quando usando as semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos (x) da seção CMP apresentada na	31
4.13	Figura 4.1 com 30% de ruído adicional	31 32
4.14	Seção CMP gerada a partir de uma série de reflexões primárias sintéticas com aumento linear da velocidade RMS. A v_{RMS} aumenta de 2 km/s no tempo de afastamento nulo $t = 0$ s para 3.5 km/s no tempo $t = 4$ s	34
4.15	Análise das três funções semblance com 10% de ruído adicionado aos dados da seção CMP apresentada na Figura 4.14: (a) Semblance Convencional, (b) Semblance com Peso, (c) Semblance AB, (d) Valores do parâmetro <i>b</i> entre 0 e 1 utilizados para o cálculo da semblance com peso	35

4.16	Comparação entre valores ótimos obtidos pelas semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho para a seção CMP apresentada na Figura 4.14 com 10% de ruído adicional. Os círculos indicam os valores ótimos do parâmetro <i>b</i> utilizados pela semblance	
	com peso	36
4.17	Comparação entre as velocidades RMS ótimas detectadas quando usando as semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos (\mathbf{x}) da seção CMP apresentada na Figura 4.14 com 10% de ruído adicional	36
4.18	Erro absoluto entre as semblances: convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos da seção CMP apresentada na Figura 4.14 com 10% de ruído adicional.	37
4.19	Análise das três funções semblance com 20% de ruído adicionado aos dados da seção CMP apresentada na Figura 4.14: (a) Semblance Convencional, (b) Semblance com Peso, (c) Semblance AB, (d) Valores do parâmetro b entre 0 e 1 utilizados para o cálculo da semblance com peso	38
4.20	Comparação entre valores ótimos obtidos pelas semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho para a seção CMP apresentada na Figura 4.14 com 20% de ruído adicional. Os círculos indicam os valores ótimos do parâmetro <i>b</i> utilizados pela semblance com peso.	39
4.21	Comparação entre as velocidades RMS ótimas detectadas quando usando as semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos (\mathbf{x}) da seção CMP apresentada na Figura 4.14 com 20% de ruído adicional.	39
4.22	Erro absoluto entre as semblances: convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos da seção CMP apresentada na Figura 4.14 com 20% de ruído adicional.	40
4.23	Análise das três funções semblance com 30% de ruído adicionado aos dados da seção CMP apresentada na Figura 4.14: (a) Semblance Convencional, (b) Semblance com Peso, (c) Semblance AB, (d) Valores do parâmetro <i>b</i> entre 0 e 1 utilizados para o cálculo da semblance com peso	41
4.24	Comparação entre valores ótimos obtidos pelas semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho para a seção CMP apresentada na Figura 4.14 com 30% de ruído adicional. Os círculos indicam os valores ótimos do parâmetro b utilizados pela semblance	
	com peso	42
4.25	Comparação entre as velocidades RMS ótimas detectadas quando usando as semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos (\mathbf{x}) da seção CMP apresentada na	10
	Figura 4.14 com 30% de ruído adicional.	42

4.26	Erro absoluto entre as semblances: convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos da seção CMP apresentada na Figura 4.14 com 30% de ruído adicional.	43
4.27	Seção CMP sintética gerada a partir de um modelo usando velocidades BMS que apresenta uma área com reversão de polaridade.	45
4.28	Análise das três funções semblance com 10% de ruído adicionado aos dados da seção CMP apresentada na Figura 4.27: (a) Semblance Convencional, (b) Semblance com Peso, (c) Semblance AB, (d) Valores do parâmetro b entre 0 e 1 utilizados para o cálculo da semblance com peso	46
4.29	Comparação entre valores ótimos obtidos pelas semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho para a seção CMP apresentada na Figura 4.27 com 10% de ruído adicional. Os círculos indicam os valores ótimos do parâmetro b utilizados pela semblance com peso	47
4.30	Comparação entre as velocidades RMS ótimas detectadas quando usando as semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos (x) da seção CMP apresentada na Figura 4.27 com 10% de ruído adicional.	47
4.31	Erro absoluto entre as semblances: convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos da seção CMP apresentada na Figura 4.27 com 10% de ruído adicional.	48
4.32	Análise das três funções semblance com 20% de ruído adicionado aos dados da seção CMP apresentada na Figura 4.27: (a) Semblance Convencional, (b) Semblance com Peso, (c) Semblance AB, (d) Valores do parâmetro b entre 0 e 1 utilizados para o cálculo da semblance com peso	49
4.33	Comparação entre valores ótimos obtidos pelas semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho para a seção CMP apresentada na Figura 4.27 com 20% de ruído adicional. Os círculos indicam os valores ótimos do parâmetro b utilizados pela semblance com peso.	50
4.34	Comparação entre as velocidades RMS ótimas detectadas quando usando as semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos (x) da seção CMP apresentada na Figura 4.27 com 20% de ruído adicional.	50
4.35	Erro absoluto entre as semblances: convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos da seção CMP apresentada na Figura 4.27 com 20% de ruído adicional	51
4.36	Análise das três funções semblance com 30% de ruído adicionado aos dados da seção CMP apresentada na Figura 4.27: (a) Semblance Convencional, (b) Semblance com Peso, (c) Semblance AB, (d) Valores do parâmetro b	50
	entre o e 1 utilizados para o calculo da semblance com peso	52

4.37	Comparação entre valores ótimos obtidos pelas semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho para a seção CMP apresentada na Figura 4.27 com 30% de ruído adicional. Os círculos indicam os valores ótimos do parâmetro hutilizados pela comblance	
	com peso	53
4.38	Comparação entre as velocidades RMS ótimas detectadas quando usando as semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos (\mathbf{x}) da seção CMP apresentada na Figura 4.27 com 30% de ruído adicional	53
4.39	Erro absoluto entre as semblances: convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos utilizados da seção CMP apresentada na Figura 4.27 com 30% de ruído adicional	54
4.40	Seção CMP gerada a partir de dados de campo	55
4.41	Análise das três funções semblance utilizando os dados da seção CMP apre- sentada na Figura 4.40: (a) Semblance Convencional, (b) Semblance com Peso, (c) Semblance AB, (d) Valores do parâmetro <i>b</i> entre 0 e 1 utilizados para o cálculo da semblance com peso	56
4.42	Comparação entre valores ótimos obtidos pelas semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho para a seção CMP apresentada na Figura 4.40. Os círculos indicam os valores ótimos do parâmetro b utilizados pela semblance com peso. A imagem de baixo é a mesma figura com a semblance restrita aos valores entre 0 e 0.35	
	para melhor visualização	57
4.43	(a) Seção CMP gerada a partir de dados de campo. Correção NMO apli- cada à seção CMP para valores de velocidades obtidas da: (b) semblance convencional, (c) semblance com peso, (d) semblance AB	58
4.44	Seção CMP gerada a partir de dados de campo	59
4.45	Análise das três funções semblance utilizando os dados da seção CMP apre- sentada na Figura 4.44: (a) Semblance Convencional, (b) Semblance com Peso, (c) Semblance AB, (d) Valores do parâmetro <i>b</i> entre 0 e 1 utilizados para o cálculo da semblance com peso.	60
4.46	Comparação entre valores ótimos obtidos pelas semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho para a seção CMP apresentada na Figura 4.44. Os círculos indicam os valores ótimos do parâmetro b utilizados pela semblance com peso. A imagem de baixo é a mesma figura com a semblance restrita aos valores entre 0 e 0.45	
	para melhor visualização	61
4.47	(a) Seção CMP gerada a partir de dados de campo. Correção NMO apli- cada à seção CMP para valores de velocidades obtidas da: (b) semblance convencional (c) semblance com pose (d) semblance AB	69
	convencional, (c) semiciance com peso, (d) semiciance AD	0Z

4.48	Semblance com peso utilizando o parâmetro b fixo: 0 (verde), 0.2 (ciano),	
	0.4 (magenta), 0.6 (vermelho), 0.8 (amarelo) e 1 (azul). \ldots	64
4.49	Semblance com peso utilizando o parâmetro b variante	64

Capítulo 1

Introdução

A exploração e produção de petróleo utilizam métodos sísmicos para obter imagens da subsuperfície com o objetivo de encontrar novas jazidas, projetar a perfuração de poços da melhor forma possível e otimizar a produção dos reservatórios.

Em linhas gerais, na sísmica terrestre uma fonte gera ondas que se propagam no meio, e ao encontrar interfaces na subsuperfície, essas ondas são então refletidas e registradas por receptores (geofones) situados em locais pré-definidos. A sísmica marítima é análoga à sísmica terrestre. O objetivo é buscar informações sobre as formações rochosas que estão no subsolo abaixo do fundo do mar, para encontrar e analisar os locais que possuam petróleo. Seu principal instrumento de pesquisa, o navio de sísmica, possui grandes cabos com canhões de ar comprimido (fonte) e receptores (hidrofones). Os cabos conectados ao navio possuem quilômetros de comprimento, e os canhões de ar comprimido são cilindros que lançam bolhas de ar produzindo ondas sísmicas. Essas ondas se propagam nas rochas localizadas na subsuperfície, e geram reflexões. A parcela da energia refletida que retorna à superfície é registrada pelos hidrofones que ficam distribuídos ao longo dos cabos. Então, os registros dos geofones/hidrofones são processados e, de acordo com a velocidade propagação, são obtidas a posição dos refletores e uma imagem da subsuperfície que revelará estruturas rochosas que podem conter o tão procurado petróleo. Esse processo pode ser extremamente complexo pois os resultados obtidos não são exatos por inúmeras razões. Por exemplo, a velocidade de propagação não pode ser considerada constante. Nesse caso, ajustes matemáticos são necessários para corrigir essas distorções e obter uma imagem mais próxima da verdadeira.

A primeira etapa do processamento sísmico é o arranjo das famílias de tiro em famílias CMP (*em inglês, Common Midpoint*). O método CMP considera pares fonte-receptor localizados simetricamente ao redor de um ponto médio. É uma das técnicas mais utilizadas no processamento do sinal sísmico pois fornece o mapeamento de refletores em subsuperfície através da cobertura múltipla ou redundância de amostragem.

Obter curvas (por exemplo, hiperbólicas) que se ajustam aos tempos de trânsito de reflexão é uma parte significativa no processo CMP. Ademais, é preciso encontrar corretamente os parâmetros que definem essas curvas de melhores ajustes, pois estes parâmetros transmitem informações importantes a serem extraídos dos dados sísmicos. Portanto, é de suma importância uma medida que determine se tal curva se ajusta a curva de tempos de trânsito de reflexão.

Desde o famoso trabalho de Taner and Koehler (1969), a função semblance tem sido uma medida de coerência confiável no processamento sísmico. Como medida de coerência, a semblance é a mais utilizada para dados de cobertura múltipla ou com ruídos, pois estabelece um critério para identificar os modelos corretos, ou mais próximos do verdadeiro. Essa função é utilizada para ajustar uma hipérbole na configuração CMP. Fisicamente, a função mede a razão entre a energia do sinal resultante do empilhamento e a energia total antes do empilhamento.

A semblance é conhecida por depender em vários graus do tamanho do operador (abertura e tamanho de janela) e do nível de ruído (Douze and Laster, 1979). Além disso, é baseada na hipótese de que o dado é contaminado por ruído branco e de amplitudes constantes ao longo da curva de reflexão. Portanto, por vezes essa medida mostra comportamento imprevisível se o ruído é colorido. Por essa razão, muitas tentativas foram realizadas para encontrar uma medida de coerência mais estável que tenha uma dependência menor do tipo de ruído nos dados ou da escolha dos parâmetros usados na análise.

A função semblance convencional, também conhecida como semblance de segunda ordem, tem sido a melhor em todas as tentativas pois é uma medida de coerência robusta e fácil de calcular em uma série de situações. No entanto, há casos particulares, onde outras medidas de coerência podem ser mais vantajosas. Como exemplo, o trabalho de Lima et al. (2011) faz uma comparação entre semblances de ordens diferentes para estimar os parâmetros CRS (*Common Reflection Surface*) e obtém resultados satisfatórios ao utilizar a função de quarta ordem, uma extensão natural da de segunda ordem.

A Semblance AB, introduzida por Sarkar et al. (2001, 2002) e implementada por Fomel (2009), é uma medida interpretada como uma correlação com um *trend* de amplitudes que se mostra bastante favorável para dados com presença de reversão de polaridade. Os resultados numéricos do trabalho de Fomel (2009) se mostraram promissores para a análise de velocidade a partir da função de coerência AB. Já a Semblance com Peso (Luo and Hale, 2012), é uma extensão direta da medida clássica, e utiliza uma função peso, a ser determinada, nos termos do cálculo da medida que são mais sensíveis às mudanças na velocidade, resultando num aumento da resolução da seção semblance. Surpreendentemente, a resolução aumenta ao se escolher uma função peso dependente do afastamento que minimiza a semblance.

O objetivo deste trabalho é analisar e comparar as três abordagens de semblances: Convencional, AB e com Peso em seções de ponto médio comum com o propósito de determinar qual das três medidas fornece um melhor resultado.

O Capítulo 2 deste trabalho, faz uma breve introdução sobre a sísmica de reflexão, o método CMP e a equação de tempo de trânsito, tópicos importantes que justificam a necessidade de uma medida de coerência, no caso, a Semblance e suas extensões.

No Capítulo 3, apresentamos a medida semblance convencional. Em seguida, tratamos

duas variações da função de coerência convencional: a semblance AB e a semblance com peso.

No Capítulo 4 fazemos uma análise, através dos exemplos numéricos, com o propósito de comparar as semblances convencional, com peso e a AB. Separamos em duas seções: uma utiliza dados sintéticos e a segunda faz uso de dados de campo.

O Capítulo 5 traz as conclusões deste trabalho. No Apêndice A, apresentamos os cálculos da semblance com peso em detalhe.

Capítulo 2

Sísmica de Reflexão

A sísmica de reflexão é aplicada na determinação das profundidades a que se encontram as superfícies refletoras, bem como os parâmetros sísmicos das rochas que compõem as várias camadas. A técnica mais utilizada na exploração sísmica consiste em gerar artificialmente ondas na subsuperfície da terra através de uma fonte (por exemplo, um explosivo) e medir o tempo que a onda percorreu dentro da camada no caminho entre a fonte e um conjunto de receptores. Podemos ilustrar esse experimento considerando uma superfície plana horizontal, como na Figura 2.1. A estrela representa a fonte que gera as ondas que propagam e refletem na superfície horizontal, e os triângulos representam os receptores que registram as ondas refletidas. O tempo de deslocamento da onda é conhecido como tempo de trânsito. O tempo de trânsito é função das posições da fonte e do receptor. E para meios pouco complexos, essa função é aproximada por expressões simples, que em geral, dependem apenas de um único parâmetro. Além disso, cada receptor, ou conjunto de receptores, registra a intensidade da onda sísmica durante um certo tempo após a emissão da fonte. O processo de geração das ondas e do registro em receptores é chamado de *levantamento sísmico*. Os dados resultantes desse registro são chamados de traços sísmicos. O conjunto de todos os traços resultantes de um levantamento sísmico é denominado sismograma. Os subconjuntos dos sismogramas formados por reorganizações dos traços são chamados seções sísmicas. Diferentes seções sísmicas são geradas pela escolha das disposições das fontes e receptores, também chamada de configuração de aquisição. A estratégia a ser utilizada dependerá das características do local e dos objetivos a serem atingidos.

A partir de cada dado sísmico podem ser extraídas diversas seções sísmicas. Estas devem "iluminar" uma mesma parte da região em subsuperfície de interesse. Dizemos que esta parte tem cobertura múltipla pelas várias seções sísmicas.

Relaciona-se cada traço sísmico de uma seção a um par fonte-receptor. Logo, uma seção sísmica corresponde a uma determinada coleção de pares fonte-receptor. A distância entre a fonte e o receptor de um par é chamada de *afastamento*. Na fase de processamento sísmico, as seções sísmicas mais comuns são:

- Seção de Tiro Comum (CS - Common Shot): a posição da fonte é fixa e o



Figura 2.1: Exemplo de experimento de tiro comum para uma superfície plana horizontal.

afastamento dos pares fonte-receptor aumenta linearmente.

- Seção de Receptor Comum (*CR* - *Common Receiver*): a posição do receptor é fixa e o afastamento dos pares fonte-receptor aumenta linearmente.

- **Seção de Afastamento Comum** (*CO - Common Offset*): o afastamento dos pares fonte-receptor permanece constante.

- Seção de Ponto Médio Comum (*CMP* - *Common Midpoint*): os pares fontereceptor são posicionados simetricamente a um ponto médio comum fixo, com o afastamento crescendo linearmente.

- Seção de Afastamento Nulo (ZO - Zero Offset): situação hipotética onde a fonte e o receptor de cada par estão na mesma posição.

A seção sísmica utilizada nesse trabalho é a configuração CMP, que considera pares de fonte (x_S) e receptor (x_G) localizados simetricamente ao redor do mesmo ponto médio (ξ) , ou seja,

$$x_S = \xi - h,$$

$$x_G = \xi + h,$$
(2.1)

onde $\xi = (x_S + x_G)/2$ é a coordenada do ponto médio fixo e h é chamado meio-afastamento (metade da distância entre a fonte e o receptor), isto é, $h = (x_G - x_S)/2$. A Figura 2.2 ilustra uma configuração CMP.

Com o propósito de obter a melhor imagem possível na profundidade a partir de seções sísmicas, empregam-se os chamados métodos de imageamento, entre os quais principalmente o da *migração*.

Para o processo de migração, é necessário conhecer um *modelo de velocidades* de propagação das ondas no meio considerado. Contudo, o modelo de velocidades não é conhecido. O procedimento denominado Análise de Velocidade produz um modelo de velocidade a partir dos dados sísmicos adquiridos. A análise de velocidade convencional desenvolvida é baseada no sobretempo normal (NMO – Normal Moveout) e possui, como dado inicial, seções sísmicas CMP.



Figura 2.2: Configuração CMP.

O procedimento de Análise de Velocidade é baseado em hipóteses sobre o modelo de subsuperfície, associado a uma expressão para o tempo de trânsito, o qual é obtida a partir de uma combinação de procedimentos que se baseiam na física de ondas e na óptica geométrica. Por exemplo, a hipótese mais simples de análise de velocidade é o modelo geológico estratificado em camadas homogêneas separadas por interfaces planas e horizontais. A equação de tempo de trânsito é a fórmula do tempo de trânsito hiperbólico, que depende do afastamento e é parametrizada pela *velocidade RMS* e pelo tempo de trânsito de afastamento nulo. O tempo de trânsito hiperbólico é usado na análise de velocidade convencional para realizar uma transformação de domínio que permite identificar as velocidades RMS e tempos de afastamento nulo associados aos eventos de reflexão. Os produtos desta transformação são chamados *espectros de velocidade*. A partir de alguma medida de coerência os espectros de velocidade são construídos, tradicionalmente, somando-se (empilhando-se) amplitudes ao longo das hipérboles que representam o tempo de trânsito.

A base da análise de velocidade convencional consiste em corrigir os tempos de trânsito dos eventos de reflexão para afastamentos não nulos em relação àquele de afastamento nulo. A diferença entre o tempo de trânsito para um certo afastamento e aquele de afastamento nulo é chamado de *sobretempo normal*. Essa correção é chamada *correção NMO*. O objetivo dessa correção é horizontalizar os eventos de reflexão numa seção CMP (Liner, 1999). A velocidade necessária para realizar essa correção é chamada de *velocidade NMO*. Feita essa correção, avança-se para a próxima etapa no processamento sísmico.

As velocidades NMO não são as velocidades das camadas, porém se relacionam. Essa relação depende do modelo da superfície em questão, mas é a partir do levantamento das velocidades NMO que as velocidades das camadas são obtidas.

O modelo mais simples possível é o meio homogêneo com refletor plano horizontal com fonte e receptor localizados em uma única linha sísmica com distância entre a fonte e o



Figura 2.3: Experimento sísmico em um meio homogêneo com um refletor horizontal e plano. Neste modelo, conceitos da óptica geométrica podem ser usados para o cálculo do tempo de trânsito de um evento de reflexão. Para isso, usa-se o Teorema de Pitágoras para relacionar as grandezas mostradas na figura.

receptor de 2h. A partir desse modelo, aplica-se o Teorema de Pitágoras. Então, tem-se

$$\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \left(\frac{d_0}{2}\right)^2 + h^2,\tag{2.2}$$

onde $d e d_0$ se relacionam, respectivamente, com o tempo de trânsito t para um afastamento 2h e com o tempo de trânsito de afastamento nulo t_0 da seguinte forma: d = cte $d_0 = ct_0$, onde c é a velocidade de propagação sísmica (veja Figura 2.3). A partir da equação anterior tem-se

$$t^2 = t_0^2 + \frac{4h^2}{c^2}.$$
 (2.3)

Portanto, a velocidade NMO é a própria velocidade do meio considerado nesse caso.

Assumindo um caso mais geral, onde o refletor não é necessariamente plano, considere a expansão da aproximação de Taylor de segunda ordem em torno de um raio normal *NIP* (onda gerada a partir de uma fonte pontual no ponto *NIP* e propaga para cima com metade da velocidade do meio), arbitrariamente fixado em $\xi = \xi_0$ (veja Figura 2.4). Para expressar o tempo de trânsito de um raio vizinho ao raio normal que chega em ξ_0 , desenvolvemos a expansão de Taylor de segunda ordem ao redor do ponto $\xi = \xi_0$,

$$t(\xi,h) \approx t(\xi_0,0) + \frac{\partial t}{\partial \xi}(\xi - \xi_0) + \frac{\partial t}{\partial h}h + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 t}{\partial \xi^2}(\xi - \xi_0)^2 + \frac{\partial^2 t}{\partial h^2}h^2 + 2\frac{\partial t}{\partial h\partial \xi}(\xi - \xi_0)h \right], \quad (2.4)$$

onde todas as derivadas são calculadas em $(\xi_0, 0)$.

Ao utilizar o princípio da reciprocidade, ou seja, a troca das posições ocupadas pela fonte e pelo receptor não alteram o tempo de registro, podemos concluir que o tempo



Figura 2.4: Configuração sísmica de uma reflexão primária.

 $t(\xi, h)$ é uma função par em h e, portanto,

$$\frac{\partial t}{\partial h} = \frac{\partial^2 t}{\partial h \partial \xi} = 0. \tag{2.5}$$

Dessa forma, obtemos a forma parabólica da aproximação de tempo de trânsito,

$$t(\xi,h) \approx t(\xi_0,0) + \frac{\partial t}{\partial \xi}(\xi - \xi_0) + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 t}{\partial \xi^2} (\xi - \xi_0)^2 + \frac{\partial^2 t}{\partial h^2} h^2 \right],$$
 (2.6)

Elevando os dois lados ao quadrado e eliminando os termos de ordem superior a dois, o resultado é a fórmula hiperbólica,

$$t^{2}(\xi,h) \approx [t_{0} + \lambda_{1}(\xi - \xi_{0})]^{2} + \lambda_{2}(\xi - \xi_{0})^{2} + \lambda_{3}h^{2},$$
 (2.7)

onde

$$t_0 = t(\xi_0, 0), \quad \lambda_1 = \frac{\partial t}{\partial \xi}, \quad \lambda_2 = t_0 \frac{\partial^2 t}{\partial \xi^2} \quad e \quad \lambda_3 = t_0 \frac{\partial^2 t}{\partial h^2}.$$
 (2.8)

Observe que a equação (2.3) é um caso particular da equação (2.7), onde

$$t_0 = \frac{d_0}{c}, \quad \lambda_3 = \frac{4}{c^2} \quad e \quad \xi = \xi_0.$$
 (2.9)

A Figura 2.5 representa uma seção CMP onde cada linha vertical corresponde às leituras feitas em um receptor. Nesta mesma figura pode ser identificado um evento sísmico que corresponde às amplitudes das ondas lidas nos receptores, sendo que essas ondas foram refletidas numa mesma interface, trazendo informações de uma mesma camada de rocha. Para selecionar um evento sísmico com os afastamentos, deve ser traçada uma curva

aproximada a uma hipérbole que se ajuste à amplitude máxima de cada traço sísmico.



Figura 2.5: Seção CMP e curva de tempo de trânsito hiperbólica em vermelho.

Capítulo 3

Semblance

No processo de empilhamento CMP desejamos adquirir curvas hiperbólicas que melhor se ajustam aos tempos de trânsito de reflexão. Para essa tarefa, precisamos ter alguma medida para decidir se tal curva se ajusta ao tempo de trânsito. Uma possibilidade de medida é o grau de alinhamento ou de coerência dos traços sísmicos ao longo das curvas testadas. A *Semblance* é um exemplo de medida de coerência.

Nesta seção apresentamos três tipos de Semblance. A primeira é a Semblance Convencional que é a mais usada e a mais fácil de ser calculada. A segunda é conhecida como Semblance AB que, a princípio, se mostra mais favorável que a convencional em casos onde há presença de AVO (do inglês: Amplitude Variation with Offset - AVO). E a terceira é a Semblance com Peso que apresenta uma resolução melhor da seção semblance, ou seja, os valores máximos ou próximos disso estão melhores destacados na seção da medida de coerência com Peso. As duas últimas funções são extensões da função convencional.

3.1 Semblance Convencional

Considere uma seção CMP onde a equação hiperbólica para cada traço é dada por

$$\tau_i = \sqrt{t_0^2 + Ch_i^2},$$
(3.1)

onde τ_i é tempo de trânsito no *i*-ésimo traço, t_0 é o tempo de afastamento nulo, h_i é o meio afastamento entre fonte e receptor no *i*-ésimo traço e o termo C está relacionado à velocidade NMO, já mencionada na seção anterior, dada por $C = 4/v_{NMO}$.

A semblance convencional é uma medida quantitativa de coerência introduzida por

Taner and Koehler (1969) dada por

$$S = \frac{\sum_{j=-M}^{M} \left(\sum_{i=1}^{N} \psi(h_i, \tau_i + j\Delta t)\right)^2}{N \sum_{j=-M}^{M} \left(\sum_{i=1}^{N} \psi(h_i, \tau_i + j\Delta t)^2\right)},$$
(3.2)

onde $\psi(h_i, \tau_i + j\Delta t)$ são as amostras com i = 1, ..., N que são os índices dos traços. Note que N é o número total de traços considerados e 2M + 1 é o tamanho da janela em tempo. O objetivo da janela em tempo é reduzir a sensibilidade da semblance com respeito a j, de tal forma a encontrar variações mais suaves e facilitar a determinação das regiões promissoras.

Para simplificar a notação utilizamos $u_{i,j} = \psi(h_i, \tau_i + j\Delta t)$ e reescrevemos a semblance convencional como

$$S = \frac{\sum_{j=-M}^{M} \left(\sum_{i=1}^{N} u_{i,j}\right)^2}{N \sum_{j=-M}^{M} \left(\sum_{i=1}^{N} u_{i,j}^2\right)}.$$
(3.3)

Em certo sentido, é possível interpretar a semblance como a energia do traço empilhado dividido pela soma das energias de todos os traços dada uma janela de tempo.

Podemos considerar M = 0, que resulta numa expressão simplificada da função

$$S = \frac{\left(\sum_{i=1}^{N} u_i\right)^2}{N\left(\sum_{i=1}^{N} u_i^2\right)},\tag{3.4}$$

onde $u_i = \psi(h_i, \tau_i)$. Dessa forma, temos que

$$S = \frac{\langle \mathbf{e}, \mathbf{u} \rangle^2}{||\mathbf{e}||^2 ||\mathbf{u}||^2} = \cos^2 \theta, \qquad (3.5)$$

onde $\mathbf{u} = (u_1, u_2, ..., u_N)$, $\mathbf{e} = (\rho, \rho, ..., \rho)$, onde ρ é constante, $|| \cdot ||$ denota a norma euclidiana, isto é, $||\mathbf{u}||^2 = \langle \mathbf{u}, \mathbf{u} \rangle$ e $\langle \cdot, \cdot \rangle$ é o produto interno canônico. Observe que θ é o ângulo entre os vetores $\mathbf{u} \in \mathbf{e}$ (veja Figura 3.1).

Podemos concluir que $0 \le S \le 1$, e que S é igual a 1 se **u** for múltiplo de **e**. Além disso, a função será máxima, indicando maior coerência, quando todas as amostras sobre a curva considerada têm o mesmo valor.

Em linhas gerais, o valor da medida reflete quão bem a curva hiperbólica correspondente à velocidade NMO testada se ajusta à curva do sinal nos dados. Um bom ajuste produz um pico na seção semblance, enquanto um ajuste ruim produz valores próximos



Figura 3.1: Ângulo entre os vetores $\mathbf{u} \in \mathbf{e}$.

de zero. Um comparativo entre a semblance e outras medidas de coerência podem ser encontradas em Neidell and Taner (1971).

A semblance convencional, ou também chamada clássica, tem sido a função mais utilizada para análise de velocidade por muitos anos. Esse método é robusto e eficiente computacionalmente. No entanto, pelo fato de assumir um modelo de amplitude constante implicitamente, a medida clássica se torna imprecisa na presença de AVO, principalmente para eventos que exibem reversão de polaridade.

3.2 Semblance AB

A análise de velocidade usando a semblance convencional estima velocidades baseandose em um modelo de amplitude constante para sismogramas e não leva em consideração a variação de amplitude com o afastamento (AVO). Na presença de AVO, o modelo de amplitude constante se torna impreciso, particularmente para eventos com reversão de polaridade, ou seja, a medida convencional é eficaz na maioria dos casos, mas na situação de forte variação de amplitude ao longo dos eventos sísmicos, a semblance convencional se torna problemática.

Um procedimento para a análise de velocidade sensível a AVO, que é uma generalização do método da semblance convencional, pode ser concebido, mas incorporar AVO na análise de velocidade exige parâmetros adicionais para descrever a refletividade. E isso resulta numa redução na precisão da velocidade.

Sarkar et al. (2001) foram os primeiros que descreveram um algoritmo de análise de velocidade sensível a AVO que lida apropriadamente com eventos que exibem reversão de polaridade ou grande variação de amplitude com o afastamento, ao introduzir um termo de regularização que fornece uma supressão controlada das contribuições devido aos efeitos de AVO. Além disso, esse mesmo trabalho mostra as limitações que surgem quando a variação de amplitude é ignorada na análise de velocidade.

Os resultados do trabalho de Sarkar et al. (2002) mostram que a variação de amplitude substancial e, até mesmo, mudança de fase com o afastamento não comprometem a medida convencional demasiadamente. No entanto, a reversão de polaridade faz com que a semblance convencional falhe. O trabalho de Sarkar et al. (2002) mostra que a semblance convencional pode ser estendida levando em consideração dados com eventos que têm variação de amplitude, expressadas pela aproximação de Shuey (Shuey, 1985). No entanto, devido aos graus de liberdade extras introduzidos na função semblance sensível a AVO, a resolução das velocidades estimadas é reduzida. Para tratar esse problema, os parâmetros AVO são restringidos a estarem relacionados linearmente dentro de cada janela da medida semblance. Com essa restrição a resolução da velocidade é preservada, e a qualidade da análise de velocidade é superior na presença de variação de amplitude e, também, de variação de polaridade com o afastamento.

A semblance convencional pode ser interpretada como uma correlação com uma constante, Fomel (2009) interpreta a semblance AB como uma correlação com um *trend* de amplitude e obtém uma expressão para a medida AB que é aplicável mesmo na presença de forte variações na amplitude e reversões de polaridade.

Como já citado anteriormente, a semblance convencional pode ser interpretada como o cosseno ao quadrado entre $\mathbf{u} = (u_1, u_2, ..., u_N)$ e $\mathbf{v} = (v_1, v_2, ..., v_N)$ definida como

$$S = \frac{(\mathbf{u} \cdot \mathbf{v})^2}{||\mathbf{u}||^2 ||\mathbf{v}||^2} = \frac{\left(\sum_{i=1}^N u_i v_i\right)^2}{\sum_{i=1}^N u_i^2 \sum_{i=1}^N v_i^2}.$$
(3.6)

Note que se tomarmos $\mathbf{u} = (u_1, u_2, ..., u_N)$ e $\mathbf{e} = (\rho, \rho, ..., \rho)$, onde ρ é constante, produz a medida convencional já introduzida na equação (3.4),

$$S = \frac{\left(\sum_{i=1}^{N} u_i\right)^2}{\sum_{i=1}^{N} u_i^2 \sum_{i=1}^{N} 1^2} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{N} u_i\right)^2}{N \sum_{i=1}^{N} u_i^2}.$$
(3.7)

Seja uma sequência que tenha um *trend* $v_i = A + B\phi_i$, onde ϕ_i é uma função conhecida. Uma interpretação possível para o *trend* pode ser, por exemplo, uma expressão do coeficiente de reflexão PP na aproximação de Shuey (Shuey, 1985), $\phi_i = \sin^2 \theta_i \ e \ \theta_i$ corresponde ao ângulo de reflexão do *i*-ésimo traço. Nos exemplos desse trabalho, utilizamos $\sin \theta = 2h/ct$ no modelamento para a aproximação de ϕ_i , onde *h* é o meio-afastamento, *c* é a velocidade de propagação e *t* é o tempo de propagação. A razão para utilizar esse valor de θ pode ser verificada graficamente na Figura 3.2.

Para estimar $A \in B$ a partir do problema de quadrados mínimos, minimiza-se a função

$$F(A,B) = \sum_{i=1}^{N} (u_i - A - B\phi_i)^2.$$
 (3.8)



Figura 3.2: Valor de $\sin\theta$ utilizado no cálculo da semblance AB.

Derivando a equação (3.8) com respeito a A e a B e igualando a zero, obtemos

$$\frac{\partial F(A,B)}{\partial A} = -2\sum_{i=1}^{N} (u_i - A - B\phi_i) = 0$$

$$\frac{\partial F(A,B)}{\partial B} = -2\sum_{i=1}^{N} \phi_i (u_i - A - B\phi_i) = 0$$
(3.9)

que resulta no seguinte sistema

$$AN + B \sum_{i=1}^{N} \phi_i = \sum_{i=1}^{N} u_i,$$

$$A \sum_{i=1}^{N} \phi_i + B \sum_{i=1}^{N} \phi_i^2 = \sum_{i=1}^{N} u_i \phi_i.$$
 (3.10)

Resolvendo esse sistema para $A \in B$, obtemos

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{N} \phi_i \sum_{i=1}^{N} u_i \phi_i - \sum_{i=1}^{N} \phi_i^2 \sum_{i=1}^{N} u_i}{\left(\sum_{i=1}^{N} \phi_i\right)^2 - N \sum_{i=1}^{N} \phi_i^2},$$

$$B = \frac{\sum_{i=1}^{N} \phi_i \sum_{i=1}^{N} u_i - N \sum_{i=1}^{N} u_i \phi_i}{\left(\sum_{i=1}^{N} \phi_i\right)^2 - N \sum_{i=1}^{N} \phi_i^2}.$$
(3.11)

Substituindo o trend $v_i = A + B\phi_i$ com A e B definidos das equações de quadrados

mínimos (3.11) e (3.12) na equação (3.6), temos

$$S_{AB} = \frac{2\sum_{i=1}^{N} u_i \sum_{i=1}^{N} \phi_i \sum_{i=1}^{N} u_i \phi_i - \left(\sum_{i=1}^{N} u_i\right)^2 \sum_{i=1}^{N} \phi_i^2 - N\left(\sum_{i=1}^{N} u_i \phi_i\right)^2}{\sum_{i=1}^{N} u_i^2 \left[\left(\sum_{i=1}^{N} \phi_i\right)^2 - N\sum_{i=1}^{N} \phi_i^2\right]}.$$
 (3.13)

A equação (3.13) generaliza a medida semblance definida na equação (3.7) para uma nova medida S_{AB} . Note que na ausência de um *trend*, ou seja, quando o numerador na equação (3.12) é zero, temos

$$\sum_{i=1}^{N} u_i \phi_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} u_i \sum_{i=1}^{N} \phi_i, \qquad (3.14)$$

logo, substituindo esse resultado na equação (3.13), temos que S_{AB} é equivalente a função da equação (3.7).

Sarkar et al. (2001) definiu a semblance usando uma função objetivo de quadrados mínimos normalizada, a saber

$$S_{AB} = 1 - \frac{F(A, B)}{\sum_{i=1}^{N} u_i^2}.$$
(3.15)

Podemos obter a equação (3.13) também ao substituir as equações (3.11) e (3.12) na equação (3.15). Essa é a semblance AB na terminologia usada por Sarkar et al. (2001, 2002).

3.3 Semblance com Peso

A análise de velocidade usando os espectros de velocidade é um passo importante para a construção de um modelo de velocidade. A análise de velocidade busca picos nas seções semblance, e a resolução dessas seções afeta a capacidade de distinguir e selecionar esses picos individualmente. Por exemplo, nos casos onde há eventos interferentes tais como múltiplas em uma seção CMP, a tarefa de diferenciar os picos da medida de coerência correspondentes aos eventos primários daqueles correspondentes aos eventos de interferência torna-se difícil. Uma alta resolução seria ideal para distinguir os conjuntos diferentes dos picos nessa situação.

E possível aumentar a resolução das seções semblance ao ponderar os termos no cálculo da função de coerência convencional. Todos os termos são ponderados com base nas suas sensibilidades às mudanças na velocidade. A implementação da semblance ponderada, ou também conhecida como semblance com peso, é baseada em parte no trabalho apresentado por Hale (2009). Hale define um coeficiente da semblance com peso que está de acordo com as características estruturais aparentes nas imagens sísmicas.

Nesse trabalho, utilizamos o método introduzido por Luo and Hale (2012) para computar a medida de coerência com peso com o propósito de aumentar a resolução das seções semblance. Para aumentar a resolução, uma função peso dependente do afastamento é usada de forma que a semblance é minimizada, enquanto os valores da função normalizada são mantidos entre zero e um. O método foi testado para comparar a resolução das semblances convencional e ponderada. O método é de fácil implementação, e espera-se que seu custo computacional seja comparável ao da medida convencional.

3.3.1 Semblance Convencional Reescrita

Podemos reescrever a semblance convencional utilizando uma janela em tempo gaussiana que é representada por uma função adicional α_j . Reescrevemos a função de coerência convencional por

$$S = \frac{\sum_{j=-M}^{M} \alpha_j \left(\sum_{i=1}^{N} u_{i,j}\right)^2}{N \sum_{j=-M}^{M} \alpha_j \sum_{i=1}^{N} u_{i,j}^2}.$$
(3.16)

Note que essa é a mesma expressão da equação (3.3) quando $\alpha_j = 1$.

Antes de considerar a semblance com peso, vamos introduzir uma expressão alternativa para a função convencional. Primeiro definimos um traço de referência r_j como um somatório sobre os números de traços NMO corrigidos na seção CMP

$$r_j \equiv \sum_i u_{i,j}.\tag{3.17}$$

Para simplificar a notação, define-se

$$C_{ru} \equiv \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} r_{j} u_{i,j},$$

$$C_{rr} \equiv \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} r_{j}^{2},$$

$$C_{uu} \equiv \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} u_{i,j}^{2}.$$
(3.18)

A medida convencional pode ser reescrita como

$$S = \frac{C_{ru}^2}{C_{rr}C_{uu}}.$$
(3.19)

As equações (3.16) e (3.19) são expressões equivalentes para a semblance convencional.

3.3.2 Semblance com Peso

Para obter a função de coerência com peso, a função convencional é modificada ao introduzir pesos $w_{i,j}$ na equações (3.18)

$$W_{ru} \equiv \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} w_{i,j} r_{j} u_{i,j},$$

$$W_{rr} \equiv \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} w_{i,j} r_{j}^{2},$$

$$W_{uu} \equiv \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} w_{i,j} u_{i,j}^{2}.$$
(3.20)

Então a semblance com peso S_w é dada por

$$S_w = \frac{W_{ru}^2}{W_{rr}W_{uu}}.$$
 (3.21)

Note a similaridade entre as equações (3.19) e (3.21). Além disso, a medida com peso é igual a convencional para $w_{i,j} = 1$.

3.3.3 Função Peso

A função peso $w_{i,j}$ é escolhida para enfatizar termos no cálculo da semblance que são mais sensíveis às mudanças na velocidade.

A forma da função peso reflete as mudanças no tempo NMO para uma dada mudança na velocidade. Considere a expansão da aproximação de Taylor de primeira ordem da equação hiperbólica com relação à vagarosidade quadrada correta $\tilde{\gamma}$

$$\tau_{i} = \sqrt{t_{0}^{2} + 4h_{i}^{2}\tilde{\gamma}} + \frac{4h_{i}^{2}}{2\sqrt{t_{0}^{2} + 4h_{i}^{2}\tilde{\gamma}}}(\gamma - \tilde{\gamma}), \qquad (3.22)$$

onde t_0 é o tempo de afastamento nulo, $2h_i$ é o afastamento entre o par fonte-receptor no *i*-ésimo traço, e $\gamma \equiv \frac{1}{c^2}$ onde *c* é a velocidade. Além disso, $\tilde{\gamma} \equiv \frac{1}{\tilde{c}^2}$, onde \tilde{c} é velocidade correta. O tempo NMO correto é dado por $\tilde{\tau}_i = \sqrt{t_0^2 + 4h_i^2\tilde{\gamma}}$.

Podemos rearranjar a equação (3.22) como

$$\tau_i - \tilde{\tau}_i = \frac{4h_i^2}{2\tilde{\tau}_i}(\gamma - \tilde{\gamma}).$$
(3.23)

Dessa forma, a mudança no tempo NMO que resulta de uma mudança pequena na velocidade é proporcional ao afastamento ao quadrado e inversamente proporcional ao tempo.

Para refletir essa proporcionalidade, escolhemos uma função peso $w_{i,j}$ que tem uma

dependência similar em afastamento e tempo

$$w_{i,j} = a + b \frac{4h_i^2\beta}{\tau_i},\tag{3.24}$$

onde $a \in b$ são parâmetros a serem determinados,
e β é calculado como a razão do tempo afastamento nulo com a média dos quadrados dos afastamentos

$$\beta = \frac{t_0 N}{4\sum_i h_i^2}.\tag{3.25}$$

O cálculo utilizando o termo β na equação (3.24) garante que *b* não tem unidade. Os valores relativos dos parâmetros *a* e *b* na equação (3.24) efetivamente determinam como os afastamentos mais distantes são "calibrados". Nos casos onde esperamos pesos maiores para os afastamentos mais distantes, a razão *b* para *a* deve tender ao infinito. Para satisfazer essa condição, escolhemos

$$a = 1 - b.$$
 (3.26)

Logo,

$$w_{i,j} = 1 - b + b \frac{4h_i^2\beta}{\tau_i}.$$
(3.27)

Somente são permitidos valores de b entre zero e um para assegurar que a função peso é não negativa, que é uma condição suficiente para que a medida de coerência com peso permaneça normalizada entre zero e um.

Depois de substituir a equação (3.27) para $w_{i,j}$ nas equações (3.20), temos a semblance com peso da equação (3.21) com (veja Apêndice A para maiores detalhes dos cálculos aqui utilizados)

$$W_{ru} = (1-b)C_{ru} + bD_{ru}, W_{rr} = (1-b)C_{rr} + bD_{rr}, W_{uu} = (1-b)C_{uu} + bD_{uu},$$
(3.28)

onde C_{ru} , C_{rr} e C_{uu} são definidos nas equações (3.18), e D_{ru} , D_{rr} e D_{uu} são definidos como

$$D_{ru} \equiv \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} \frac{4h_{i}^{2}\beta}{\tau_{i}} r_{j} u_{i,j},$$

$$D_{rr} \equiv \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} \frac{4h_{i}^{2}\beta}{\tau_{i}} r_{j}^{2},$$

$$D_{uu} \equiv \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} \frac{4h_{i}^{2}\beta}{\tau_{i}} u_{i,j}^{2}.$$
(3.29)

A semblance com peso é agora uma função do parâmetro *b*. Note que quando b = 0, a função peso $w_{i,j} = 1$, e a medida com peso é equivalente à medida convencional. Quando b = 1, a semblance com peso se reduz à expressão dada pelas equações (3.20) e (3.21), com a função peso $w_{i,j} = 4h_i^2\beta/\tau_i$, isto é,

$$S_w(b=1) = \frac{D_{ru}^2}{D_{rr}D_{uu}}.$$
(3.30)

Vamos nos referir a este caso como semblance *fully weighted* pois os afastamentos mais distantes têm maior peso quando b = 1.

3.3.4 Aumento da Resolução

Para aumentar a resolução das seções semblance, minimiza-se a função de coerência com respeito ao parâmetro b, com a restrição de que $0 \le b \le 1$.

Pode parecer um tanto contraditório que o fato de minimizar a semblance aumentaria a sua resolução, mas note que quando a velocidade NMO de teste é igual à velocidade correta, a função de coerência é calculada ao longo do que se assume serem amplitudes de traço constante, isto é, a amplitude é independente do traço. Se a amplitude $u_{i,j}$ é independente do *i*-ésimo traço, então $u_{i,j} = r_j/N$ pode ser posicionado fora do somatório sobre *j* nas equações (3.18) e (3.29). Logo, a medida é unitária, independentemente da função peso. Como os picos da medida de coerência ($S_w = 1$) não são afetados pela função peso, podemos aumentar a resolução das seções ao escolher uma função peso que minimiza a semblance.

Para minimizar a medida de coerência S_w , estabelecemos a derivada da semblance com respeito a b e igualamos a zero

$$\frac{dS_w(b)}{db} = 0. \tag{3.31}$$

Resolvendo a equação (3.31), encontramos que a semblance como uma função de b tem dois pontos estacionários

$$b_1 = \frac{C_{ru}}{C_{ru} - D_{ru}},\tag{3.32}$$

e

$$b_2 = \left(1 + \frac{2C_{ru}D_{rr}D_{uu} - D_{ru}K}{2D_{ru}C_{rr}C_{uu} - C_{ru}K}\right)^{-1},$$
(3.33)

onde

$$K = C_{rr} D_{uu} + C_{uu} D_{rr}.$$
 (3.34)

Como estamos minimizando a função, há apenas interesse nos mínimos locais. Computamos a segunda derivada da semblance com respeito a b nos dois pontos estacionários para obter

$$\frac{d^2 S_w(b_1)}{db^2} = \frac{2(D_{ru} - C_{ru})^4}{(D_{ru}C_{uu} - D_{uu}C_{ru})(D_{ru}C_{rr} - D_{rr}C_{ru})},$$
(3.35)

е

$$\frac{d^2 S_w(b_2)}{db^2} = -\frac{2(D_{ru}(D_{rr}C_{uu} + C_{rr}(D_{uu} - 2C_{uu})) + C_{ru}(D_{rr}C_{uu} + D_{uu}(C_{rr} - 2D_{rr})))^4}{(D_{ru}C_{uu} - D_{uu}C_{ru})(D_{ru}C_{rr} - D_{rr}C_{ru})(D_{rr}C_{uu} - D_{uu}C_{rr})^4}.$$
(3.36)

Por inspeção, temos que a equação (3.35) é positiva, e, portanto b_1 corresponde a um mínimo local se

$$(D_{ru}C_{uu} - D_{uu}C_{ru})(D_{ru}C_{rr} - D_{rr}C_{ru}) > 0.$$
(3.37)

Da mesma forma, a equação (3.36) é positiva e b_2 corresponde a um mínimo local se

$$(D_{ru}C_{uu} - D_{uu}C_{ru})(D_{ru}C_{rr} - D_{rr}C_{ru}) < 0.$$
(3.38)

Para encontrar o valor de b entre $0 \le b \le 1$ que minimiza a semblance, primeiro computamos b_1 e b_2 dependendo de qual das desigualdades (3.37) ou (3.38) é satisfeita. Então se b está entre zero e um, e se $S_w(b) < S_w(b = 0)$ e $S_w(b) < S_w(b = 1)$, calculamos a função semblance usando as equações (3.21) e (3.28). Caso contrário, escolhemos o valor mínimo de $S_w(b = 0)$ e $S_w(b = 1)$.

Para cada tempo de afastamento nulo, todos os valores da medida de coerência com peso são calibrados por um fator constante não menor que um. Isso é feito porque os valores da semblance com peso obtidos ao minimizar a função, caso contrário, tendem a ser menores do que os valores da semblance convencional. O fator de escala é uma função do afastamento nulo, e é definido como a razão mínima entre as semblances convencional e com peso. Com este fator de escala, a medida de coerência com peso nunca excede a medida convencional.
Capítulo 4

Experimentos Numéricos

Com o objetivo de comparar o comportamento das três funções Semblance apresentadas (Semblance Convencional, Semblance com Peso e a Semblance AB), aplicamos os procedimentos descritos nas seções anteriores em três conjuntos de dados sintéticos e em três conjuntos de dados de campo. Para os dados sintéticos realizamos testes com a adição de ruído de 10%, 20% e 30%, respectivamente.

4.1 Dados Sintéticos

4.1.1 Modelo 1

A Figura 4.1 mostra uma seção CMP sintética simples gerada a partir de um modelo usando velocidades RMS de 1.5, 2.0, 3.0, 2.5, 2.0, 2.5 e 3.0 (km/s) para tempos t_0 de 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0 e 3.5 (s), respectivamente.

As semblances convencional, com peso e AB com a adição de 10% de ruído estão representadas pelas Figuras 4.2a, 4.2b e 4.2c, respectivamente. A escala de cores indica o valor mínimo (azul) e o valor máximo (vermelho) da medida de coerência, lembrando que os valores da medida variam entre 0 e 1. Podemos verificar o espalhamento na amplitude espectral, a partir de uma série de velocidades. Em comparação, na seção semblance com peso, o espalhamento na amplitude espectral diminui com relação à convencional, ou seja, os valores mais altos obtidos pela medida de coerência com peso estão mais destacados. Já os valores baixos obtidos na semblance convencional foram minimizados na medida com peso, e o resultado exibe um aumento da resolução da seção da semblance com peso, como era esperado. A linha preta em todos as seções das semblances descreve o seu valor máximo para cada t_0 e para cada algoritmo utilizado. A Figura 4.2d exibe os valores de *b* usados na função peso $w_{i,j}$ que minimiza a semblance utilizados no algoritmo da medida com peso. Observe que os valores do parâmetro *b* são na sua grande maioria zeros e uns.

A Figura 4.3 compara os valores das três funções para a seção CMP apresentada nesse exemplo. A linha em verde (SC) representa os valores de função de coerência convencional, a linha azul (SP) representa os valores obtidos com o algoritmo da medida com peso, e a linha em vermelho (SAB) mostra os valores da semblance AB. Notamos que para essa seção CMP não há vantagens em utilizar a função AB ou a medida de coerência com peso. Apesar de apresentar uma melhor resolução dos picos na semblance com peso em relação à convencional, as três medidas conseguiram obter praticamente as mesmas velocidades. Os valores ótimos do parâmetro b usados no algoritmo da função com peso são exibidos com círculos na cor magenta. Observe que a maioria dos valores ótimos são zeros e uns como já indicava a Figura 4.2d sugerindo forte indício de que o valor do parâmetro bparece pouco importar no cálculo final da medida com peso.

Também podemos analisar as três funções a partir de um gráfico tempo de afastamento nulo $(t_0(s))$ versus velocidade RMS (km/s) e comparar com os valores exatos do modelo utilizado, representados pelos símbolos **x** na Figura 4.4. Ressaltamos que todos os exemplos sintéticos desse trabalho utilizam modelos que foram implementados usando a velocidade RMS. Além disso, as escolhas (ou, *pickings*) de velocidade são feitos automaticamente nas seções semblance. Note que os pontos demarcados por **x** na Figura 4.4 representam os valores exatos das velocidades do modelo implementado para cada t_0 . A linha verde (SC) representa a medida convencional, a linha azul (SP) é a com peso e a linha vermelha (SAB) é a função AB. Vale destacar que essas linhas nada mais são do que as linhas pretas para cada semblance apresentadas nas Figuras: 4.2a, 4.2b e 4.2c. A Figura 4.4 evidencia o fato de que todas as semblances funcionaram bem, pois as três curvas traçam caminhos bem próximos dos símbolos em **x**, ou seja, dos valores exatos do modelo.

Com o objetivo de analisar o erro entre o valor da velocidade obtida pelas diferentes semblances apresentadas e o valor real da velocidade, a Figura 4.5 mostra o erro absoluto calculado. Note que os erros da medida convencional e da com peso são aproximadamente os mesmos. Apesar da semblance AB mostrar erros um pouco menores, isso não altera os resultados alcançados, uma vez que as velocidades obtidas são bem aproximadas às exatas. A mesma análise é feita para ruído de 20% nas Figuras 4.6, 4.7, 4.8 e 4.9 e para ruído de 30% nas Figuras 4.10, 4.11, 4.12 e 4.13. Apesar do erro absoluto aumentar relativamente à medida que se aumenta a porcentagem em ruído como podemos ver nas Figuras 4.5, 4.9 e 4.13, ainda assim os valores de semblance ótimos obtidos para os três casos são bem parecidos. Os picos tomam valores decrescentes ao aumentar o grau de ruído, mas ainda assim são preservados. As Figuras 4.4, 4.8 e 4.12 mostram que todas as curvas das medidas de coerência testadas realmente se aproximam dos valores verdadeiros usados para construir esse modelo.



Figura 4.1: Seção CMP gerada a partir de um modelo usando velocidades RMS de 1.5, 2.0, 3.0, 2.5, 2.0, 2.5 e 3.0 (km/s) para tempos t_0 de 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0 e 3.5 (s), respectivamente.



Figura 4.2: Análise das três funções semblance com 10% de ruído adicionado aos dados da seção CMP apresentada na Figura 4.1: (a) Semblance Convencional, (b) Semblance com Peso, (c) Semblance AB, (d) Valores do parâmetro *b* entre 0 e 1 utilizados para o cálculo da semblance com peso.



Figura 4.3: Comparação entre valores ótimos obtidos pelas semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho para a seção CMP apresentada na Figura 4.1 com 10% de ruído adicional. Os círculos indicam os valores ótimos do parâmetro b utilizados pela semblance com peso.



Figura 4.4: Comparação entre as velocidades RMS ótimas detectadas quando usando as semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos (\mathbf{x}) da seção CMP apresentada na Figura 4.1 com 10% de ruído adicional.



Figura 4.5: Erro absoluto entre as semblances: convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos da seção CMP apresentada na Figura 4.1 com 10% de ruído adicional.



Figura 4.6: Análise das três funções semblance com 20% de ruído adicionado aos dados da seção CMP apresentada na Figura 4.1: (a) Semblance Convencional, (b) Semblance com Peso, (c) Semblance AB, (d) Valores do parâmetro b entre 0 e 1 utilizados para o cálculo da semblance com peso.



Figura 4.7: Comparação entre valores ótimos obtidos pelas semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho para a seção CMP apresentada na Figura 4.1 com 20% de ruído adicional. Os círculos indicam os valores ótimos do parâmetro b utilizados pela semblance com peso.



Figura 4.8: Comparação entre as velocidades RMS ótimas detectadas quando usando as semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos (\mathbf{x}) da seção CMP apresentada na Figura 4.1 com 20% de ruído adicional.



Figura 4.9: Erro absoluto entre as semblances: convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos da seção CMP apresentada na Figura 4.1 com 20% de ruído adicional.



Figura 4.10: Análise das três funções semblance com 30% de ruído adicionado aos dados da seção CMP apresentada na Figura 4.1: (a) Semblance Convencional, (b) Semblance com Peso, (c) Semblance AB, (d) Valores do parâmetro *b* entre 0 e 1 utilizados para o cálculo da semblance com peso.



Figura 4.11: Comparação entre valores ótimos obtidos pelas semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho para a seção CMP apresentada na Figura 4.1 com 30% de ruído adicional. Os círculos indicam os valores ótimos do parâmetro *b* utilizados pela semblance com peso.



Figura 4.12: Comparação entre as velocidades RMS ótimas detectadas quando usando as semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos (\mathbf{x}) da seção CMP apresentada na Figura 4.1 com 30% de ruído adicional.



Figura 4.13: Erro absoluto entre as semblances: convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos da seção CMP apresentada na Figura 4.1 com 30% de ruído adicional.

4.1.2 Modelo 2

A Figura 4.14 é uma seção CMP obtida a partir de um conjunto de dados um pouco mais complexo com relação ao primeiro exemplo. Essa nova seção consiste de uma série de reflexões primárias sintéticas com aumento linear da velocidade. A velocidade aumenta de 2 km/s no tempo de afastamento nulo igual a zero para 3.5 km/s no tempo de 4 s, e com adição de 10% de ruído.

A Figura 4.15a mostra a medida de coerência convencional. A Figura 4.15b representa a semblance com peso. Observe que as velocidades obtidas aparentam ser as mesmas. Além disso, de fato a resolução da semblance com peso é maior do que a convencional como já citado anteriormente. Este é um resultado da minimização da semblance. A medida AB também foi computada para esse exemplo e o resultado é exibido na Figura 4.15c. Novamente, a linha preta em todas as seções representa os valores máximos obtidos pelos algoritmos implementados para cada t_0 . Os valores de *b* usados no cálculo da semblance com peso estão apresentados na Figura 4.15d.

A Figura 4.16 mostra que os valores das semblances convencional (SC), com peso (SP) e AB (SAB) são semelhantes, pois todas obtêm praticamente os mesmos resultados. Note que os picos são os mesmos, e a variação no valor da semblance é relativamente pequena. Também podemos verificar os valores ótimos do parâmetro *b* utilizados no cálculo da medida com peso, e novamente, como no exemplo anterior toma valores de zeros e uns em sua maioria. O gráfico de tempo de afastamento nulo $(t_0(s))$ versus velocidade RMS (km/s) também foi exibido para esse exemplo.

Observe os valores exatos do modelo utilizado, representados pelos símbolos \mathbf{x} exibidos na Figura 4.17. A linha verde (SC) demonstra as funções convencional, a linha azul (SP) é a medida com peso e a linha vermelha (SAB) é a semblance AB. Lembrando que essas são as linhas pretas para cada função mostradas nas Figuras: 4.15a, 4.15b e 4.15c.

Os erros entre as velocidades obtidas pelas semblances e os valores reais das velocidades RMS são mostradas na Figura 4.18. Como no Modelo 1, as três medidas de coerência analisadas funcionaram bem pois os erros são baixos e bem próximos de zero, ou seja, as velocidades obtidas são próximas das verdadeiras. As mesmas conclusões do primeiro modelo podem ser consideradas para esse segundo modelo quando são adicionados aos dados as porcentagens de 20% e 30% de ruído. Novamente os erros absolutos aumentaram quando introduzimos mais ruído aos dados, mas os valores ótimos obtidos pelas três semblances são bem próximos, indicando que os picos das seções semblance foram preservados. Esses são resultados que podem ser observados a partir das Figuras 4.19 até 4.26.



Figura 4.14: Seção CMP gerada a partir de uma série de reflexões primárias sintéticas com aumento linear da velocidade RMS. A v_{RMS} aumenta de 2 km/s no tempo de afastamento nulo t = 0 s para 3.5 km/s no tempo t = 4 s.



Figura 4.15: Análise das três funções semblance com 10% de ruído adicionado aos dados da seção CMP apresentada na Figura 4.14: (a) Semblance Convencional, (b) Semblance com Peso, (c) Semblance AB, (d) Valores do parâmetro *b* entre 0 e 1 utilizados para o cálculo da semblance com peso.



Figura 4.16: Comparação entre valores ótimos obtidos pelas semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho para a seção CMP apresentada na Figura 4.14 com 10% de ruído adicional. Os círculos indicam os valores ótimos do parâmetro b utilizados pela semblance com peso.



Figura 4.17: Comparação entre as velocidades RMS ótimas detectadas quando usando as semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos (\mathbf{x}) da seção CMP apresentada na Figura 4.14 com 10% de ruído adicional.



Figura 4.18: Erro absoluto entre as semblances: convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos da seção CMP apresentada na Figura 4.14 com 10% de ruído adicional.



Figura 4.19: Análise das três funções semblance com 20% de ruído adicionado aos dados da seção CMP apresentada na Figura 4.14: (a) Semblance Convencional, (b) Semblance com Peso, (c) Semblance AB, (d) Valores do parâmetro *b* entre 0 e 1 utilizados para o cálculo da semblance com peso.



Figura 4.20: Comparação entre valores ótimos obtidos pelas semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho para a seção CMP apresentada na Figura 4.14 com 20% de ruído adicional. Os círculos indicam os valores ótimos do parâmetro b utilizados pela semblance com peso.



Figura 4.21: Comparação entre as velocidades RMS ótimas detectadas quando usando as semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos (\mathbf{x}) da seção CMP apresentada na Figura 4.14 com 20% de ruído adicional.



Figura 4.22: Erro absoluto entre as semblances: convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos da seção CMP apresentada na Figura 4.14 com 20% de ruído adicional.



Figura 4.23: Análise das três funções semblance com 30% de ruído adicionado aos dados da seção CMP apresentada na Figura 4.14: (a) Semblance Convencional, (b) Semblance com Peso, (c) Semblance AB, (d) Valores do parâmetro *b* entre 0 e 1 utilizados para o cálculo da semblance com peso.



Figura 4.24: Comparação entre valores ótimos obtidos pelas semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho para a seção CMP apresentada na Figura 4.14 com 30% de ruído adicional. Os círculos indicam os valores ótimos do parâmetro *b* utilizados pela semblance com peso.



Figura 4.25: Comparação entre as velocidades RMS ótimas detectadas quando usando as semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos (\mathbf{x}) da seção CMP apresentada na Figura 4.14 com 30% de ruído adicional.



Figura 4.26: Erro absoluto entre as semblances: convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos da seção CMP apresentada na Figura 4.14 com 30% de ruído adicional.

4.1.3 Modelo 3

Analisamos na Figura 4.27 a seção CMP sintética que, diferente do outros dois exemplos anteriores, apresenta uma área onde ocorre reversão de polaridade. Foi adicionada a porcentagem de 10% de ruído aos dados. A medida convencional está apresentada na Figura 4.28a e a Figura 4.28b exibe a semblance com peso. Note que ambas encontram dificuldade em atingir os valores ótimos na região de reversão de polaridade. A função AB, mostrada na Figura 4.28c, apesar de fornecer valores um pouco superiores na região de reversão, também encontrou certa dificuldade. Os valores de b utilizados na semblance com peso são encontrados no painel da Figura 4.28d.

A Figura 4.29 mostra uma comparação das três semblances nesse exemplo com AVO. As linhas verde (SC - semblance convencional) e azul (SP - semblance com peso) mostram que as duas funções de coerência possuem praticamente os mesmos valores máximos. A medida AB exibe valores um pouco distintos das duas medidas convencional e com peso, mas os picos são preservados nos três casos, inclusive na região de reversão. Note que a Semblance AB exibe valores relativamente superiores com relação às outras duas medidas na presença de *trend* de amplitudes. Além disso, também podemos checar os valores ótimos do parâmetro *b* empregados no cálculo da função de coerência com peso mostrados como círculos no gráfico. Podemos notar que nos três exemplos sintéticos analisados até o momento os valores desse parâmetro são na maioria zeros e uns. Vale relembrar que estamos trabalhando apenas com seções CMP, e a aplicação desse mesmo algoritmo pode nos mostrar resultados diferentes dos obtidos aqui.

A Figura 4.30 mostra o gráfico tempo de afastamento nulo $(t_0(s))$ versus velocidade RMS (km/s). Os valores exatos do modelo utilizado são descritos pelos símbolos **x**. A linha verde (SC) mostra a funções convencional, a linha azul (SP) é a com peso e a linha vermelha (SAB) é a AB. As Figuras 4.29 e 4.30 indicam que as três medidas de coerência encontraram os valores de velocidades RMS bem próximos dos exatos. Na região de reversão de polaridade, as funções enfrentaram certa dificuldade, mas ainda é possível obter resultados relativamente bons, principalmente pela medida AB.

Os erros entre as velocidades obtidas pelas funções e os valores reais das velocidades RMS são exibidos na Figura 4.31. As semblances funcionaram de forma satisfatória pois os erros são baixos e próximos de zero. Na região de reversão de polaridade, as três medidas exibem erros um pouco maiores, mas a função AB possui erros absolutos menores em comparação à convencional. Para os casos estudados nesse trabalho, as conclusões do trabalho de Fomel (2009) foram razoáveis pois a Semblance AB se apresenta moderadamente superior em relação à função de coerência convencional em regiões de anomalia AVO. Mas, pelo menos para os três exemplos CMP sintéticos usados nesse trabalho, não há vantagens significativas de se utilizar abordagens de medida de coerência diferentes da convencional, visto que dentre as três, a convencional é a mais barata computacionalmente e os resultados alcançados pelas três medidas de coerência são comparáveis.

Além dessa análise, geramos os mesmos dados com diferentes níveis de ruído em 20% e 30% nas Figuras 4.32 até 4.35 e nas Figuras 4.36 até 4.39, respectivamente. Mais uma

vez podemos observar que as regiões sem a presença de AVO não foram prejudicadas até mesmo com o aumento de ruído nos dados, pois as velocidades alcançadas pelas funções de coerência são bem próximas das velocidades reais do modelo sintético. No caso da região com reversão de polaridade, a dificuldade em obter alta coerência é visível, mas ainda assim os picos parecem ser os mesmos para os diferentes níveis de ruído, e portanto, as velocidades ótimas dão a impressão de serem aproximadamente semelhantes.



Figura 4.27: Seção CMP sintética gerada a partir de um modelo usando velocidades RMS que apresenta uma área com reversão de polaridade.



Figura 4.28: Análise das três funções semblance com 10% de ruído adicionado aos dados da seção CMP apresentada na Figura 4.27: (a) Semblance Convencional, (b) Semblance com Peso, (c) Semblance AB, (d) Valores do parâmetro *b* entre 0 e 1 utilizados para o cálculo da semblance com peso.



Figura 4.29: Comparação entre valores ótimos obtidos pelas semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho para a seção CMP apresentada na Figura 4.27 com 10% de ruído adicional. Os círculos indicam os valores ótimos do parâmetro b utilizados pela semblance com peso.



Figura 4.30: Comparação entre as velocidades RMS ótimas detectadas quando usando as semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos (\mathbf{x}) da seção CMP apresentada na Figura 4.27 com 10% de ruído adicional.



Figura 4.31: Erro absoluto entre as semblances: convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos da seção CMP apresentada na Figura 4.27 com 10% de ruído adicional.



Figura 4.32: Análise das três funções semblance com 20% de ruído adicionado aos dados da seção CMP apresentada na Figura 4.27: (a) Semblance Convencional, (b) Semblance com Peso, (c) Semblance AB, (d) Valores do parâmetro *b* entre 0 e 1 utilizados para o cálculo da semblance com peso.



Figura 4.33: Comparação entre valores ótimos obtidos pelas semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho para a seção CMP apresentada na Figura 4.27 com 20% de ruído adicional. Os círculos indicam os valores ótimos do parâmetro b utilizados pela semblance com peso.



Figura 4.34: Comparação entre as velocidades RMS ótimas detectadas quando usando as semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos (\mathbf{x}) da seção CMP apresentada na Figura 4.27 com 20% de ruído adicional.



Figura 4.35: Erro absoluto entre as semblances: convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos da seção CMP apresentada na Figura 4.27 com 20% de ruído adicional.



Figura 4.36: Análise das três funções semblance com 30% de ruído adicionado aos dados da seção CMP apresentada na Figura 4.27: (a) Semblance Convencional, (b) Semblance com Peso, (c) Semblance AB, (d) Valores do parâmetro *b* entre 0 e 1 utilizados para o cálculo da semblance com peso.



Figura 4.37: Comparação entre valores ótimos obtidos pelas semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho para a seção CMP apresentada na Figura 4.27 com 30% de ruído adicional. Os círculos indicam os valores ótimos do parâmetro *b* utilizados pela semblance com peso.



Figura 4.38: Comparação entre as velocidades RMS ótimas detectadas quando usando as semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos (\mathbf{x}) da seção CMP apresentada na Figura 4.27 com 30% de ruído adicional.



Figura 4.39: Erro absoluto entre as semblances: convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho e os valores exatos utilizados da seção CMP apresentada na Figura 4.27 com 30% de ruído adicional.

4.2 Dados de Campo

4.2.1 Modelo 4

A Figura 4.40 é uma seção CMP onde aplicamos os algoritmos das três semblances separadamente. As Figuras 4.41a, 4.41b e 4.41c mostram as seções da medida convencional, da semblance com peso e da função de coerência AB, respectivamente. Também podemos verificar na Figura 4.41d os valores de b utilizados pela medida com peso.

Temos na Figura 4.42 uma comparação entre as três funções e os valores ótimos de b marcados com círculos na cor magenta. Podemos verificar que os valores de b são na maioria zeros e uns. A cor verde indica os valores ótimos de semblance obtidos pela medida convencional, a cor azul é da função de coerência com peso e a vermelha é a da AB. Note que os valores estabelecidos para todas as medidas são baixos em relação aos exemplos sintéticos. Apesar de ser um fato usual em dados de campo, isso não impede de se determinar os picos e executar análises posteriores do processamento sísmico. Além disso, podemos verificar que a semblance AB exibe valores moderadamente superiores com relação à outras duas medidas de coerência.



Figura 4.40: Seção CMP gerada a partir de dados de campo.



Figura 4.41: Análise das três funções semblance utilizando os dados da seção CMP apresentada na Figura 4.40: (a) Semblance Convencional, (b) Semblance com Peso, (c) Semblance AB, (d) Valores do parâmetro b entre 0 e 1 utilizados para o cálculo da semblance com peso.


Figura 4.42: Comparação entre valores ótimos obtidos pelas semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho para a seção CMP apresentada na Figura 4.40. Os círculos indicam os valores ótimos do parâmetro b utilizados pela semblance com peso. A imagem de baixo é a mesma figura com a semblance restrita aos valores entre 0 e 0.35 para melhor visualização.

Com o propósito de estudar a eficácia das três funções nos modelos de dados reais e verificar qual se demonstrou melhor, aplicamos a correção NMO nas seções CMP utilizando as velocidades ótimas geradas por cada medida. A melhor horizontalização apresentada dentre as três funções indica qual é a melhor semblance, pelo menos para esse conjunto de dados CMP. Para confrontar as três medidas de coerência, a seção CMP de dados de campo e a horizontalização da seção adotando as velocidades ótimas obtidas pelas semblances convencional, com peso e AB estão exibidas nas Figuras 4.43a, 4.43b, 4.43c e 4.43d, respectivamente. Os resultados fornecidos são semelhantes, mas observe que para o evento no tempo de 2.5 s, a horizontalização se manifestou um pouco superior na seção da função AB do que nos casos da semblance convencional e da semblance com peso. Portanto, para esse exemplo a medida AB se demonstrou razoavelmente melhor em comparação às outras duas funções, como já notado anteriormente na Figura 4.42.

Vale ressaltar que estamos trabalhando apenas com seções CMP, para outras abordagens que não estão sendo estudadas nesse trabalho podem originar resultados diferentes dos alcançados nessa seção.



Figura 4.43: (a) Seção CMP gerada a partir de dados de campo. Correção NMO aplicada à seção CMP para valores de velocidades obtidas da: (b) semblance convencional, (c) semblance com peso, (d) semblance AB.

4.2.2 Modelo 5

A mesma análise foi feita para um novo conjunto de dados de campo exibido na Figura 4.44. As seções das semblances convencional (4.45a), com peso (4.45b) e AB (4.45c) também foram extraídas. As linhas pretas nessas figuras mostram que os valores máximos das medidas de coerência foram coletados mesmo com valores de semblance baixos. A Figura 4.45d revela os valores do parâmetro b utilizados pela função com peso para cada t_0 .

Podemos notar os valores ótimos das três funções de coerência: convencional (verde), peso (azul) e AB (vermelho) e os valores ótimos do parâmetro b em círculos na Figura 4.46. Como ocorreu nos exemplos anteriores, a grande maioria é formada por parâmetros com valores zeros e uns. Note que, mais uma vez, a medida AB apresenta valores de semblance um pouco maiores que os valores fornecidos pelas outras duas medidas.



Figura 4.44: Seção CMP gerada a partir de dados de campo.



Figura 4.45: Análise das três funções semblance utilizando os dados da seção CMP apresentada na Figura 4.44: (a) Semblance Convencional, (b) Semblance com Peso, (c) Semblance AB, (d) Valores do parâmetro b entre 0 e 1 utilizados para o cálculo da semblance com peso.



Figura 4.46: Comparação entre valores ótimos obtidos pelas semblances convencional (SC) em verde, com peso (SP) em azul e AB (SAB) em vermelho para a seção CMP apresentada na Figura 4.44. Os círculos indicam os valores ótimos do parâmetro b utilizados pela semblance com peso. A imagem de baixo é a mesma figura com a semblance restrita aos valores entre 0 e 0.45 para melhor visualização.

A correção NMO foi feita novamente para os três casos analisados como podemos observar na Figura 4.47. Visivelmente podemos notar que o resultado apresentado pela semblance AB no tempo t_0 de 2,5 s é um pouco melhor com relação a horizontalização ao comparar com as outras duas medidas. A função semblance AB se mostrou razoavelmente superior às funções de coerência convencional e com peso nos exemplos utilizando dados reais. De fato, a horizontalização da medida de coerência convencional é bem parecida com a função AB, e como o custo computacional da função convencional é inferior, ainda vale a pena apenas computar a semblance convencional. A função de coerência com peso não mostra grandes vantagem pois tem um alto custo computacional e não produz melhores resultados. Lembrando que nossos resultados são válidos apenas para seções CMP, ou seja, para outros tipos de seções sísmicas, é possível que as respostas obtidas sejam diferentes.



Figura 4.47: (a) Seção CMP gerada a partir de dados de campo. Correção NMO aplicada à seção CMP para valores de velocidades obtidas da: (b) semblance convencional, (c) semblance com peso, (d) semblance AB.

4.3 Análise do parâmetro b no cálculo da semblance com peso

Para efetuar o algoritmo da semblance com peso, verificamos, através de todos os exemplos numéricos utilizados nessa dissertação, que os valores ótimos do parâmetro b eram em sua grande maioria zeros e uns. A partir desse resultado iniciou-se uma certa desconfiança quanto à obtenção do valor de b e se o fato de sua escolha teria efeito nos valores finais da função de coerência com peso. Para tanto, realizamos uma série de testes empregando valores de b fixos para vários tempos de afastamento nulo nos exemplos numéricos. Uma outra análise feita foi utilizar uma busca pelo valor de b mas restrito aos valores 0 ou 1. Todos os resultados testados indicam que os valores de semblance com peso para um mesmo modelo são praticamente os mesmos. Em alguns casos onde a semblance é baixa, próxima de zero, ocorreram raras e pequenas variações mas nada que acarretasse divergências significativas, já que em nenhum momento houve diferença de valor da medida nos picos, ou seja, nos locais de interesse na análise.

Para demonstrar nossa análise, a Figura 4.48 mostra os valores obtidos pela semblance com peso fixando $t_0 = 2s$ para a seção CMP apresentada na Figura 4.1. Cada curva representa a medida de coerência com peso usando um valor fixo de b: 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8e 1 nas cores verde, ciano, magenta, vermelho, amarelo e azul, respectivamente. Observe que para todos os parâmetros utilizados a medida de coerência forneceu valores iguais exceto em locais onde a medida possui baixa coerência. Para comparar com o algoritmo original utilizando a busca pelo parâmetro b como enunciado por Luo and Hale (2012), observamos os valores na Figura 4.49. De fato, os picos são preservados, ou seja, os máximos proporcionados são os mesmos tanto para o algoritmo fazendo a busca pelo parâmetro b ou se simplesmente fixarmos um b entre 0 e 1.

Concluimos que apesar de implementarmos os mesmos passos descritos no artigo de Luo and Hale (2012) para a semblance com peso, verificamos nessa dissertação que a busca pelo valor de b pouco implica no valor final da função de coerência com peso, desde que o parâmetro esteja restrito entre 0 e 1. A semblance com peso, pelo menos para seções CMP, pode ser simplesmente calculada sem o passo da busca pelo parâmetro b, podendo apenas executar o algoritmo sem praticamente nenhum efeito significativo no resultado final para qualquer possibilidade do parâmetro b limitado entre 0 e 1.



Figura 4.48: Semblance com peso utilizando o parâmetro b fixo: 0 (verde), 0.2 (ciano), 0.4 (magenta), 0.6 (vermelho), 0.8 (amarelo) e 1 (azul).



Figura 4.49: Semblance com peso utilizando o parâmetro b variante.

Capítulo 5

Conclusões

Ao analisar a semblance convencional e a semblance com peso, temos que de fato a implementação da medida com peso aumenta a resolução da seção ao usar a função peso para minimizar a medida enquanto mantém um valor normalizado limitado entre zero e um.

Minimizar a semblance aumenta a resolução das suas seções pois os picos para os quais o valor da medida são iguais a um não são afetados pela função peso. Para picos com valor menor que um, minimizar a função realmente decresce o valor do pico, mas para uma extensão menor em comparação a picos próximos a zero. Como estamos minimizando a semblance, o valor da medida com peso nunca irá exceder o valor da medida convencional correspondente, e por essa razão, a semblance com peso não produzirá novos picos que não são vistos na seção da semblance convencional - apenas aumentará a resolução dos picos existentes.

De fato a medida de coerência com peso se mostrou superior com relação à convencional através do aumento da resolução da seção semblance, como indicado pelo artigo publicado por Luo and Hale (2012). Mas para os exemplos usados, os valores obtidos são comparáveis. Além disso, o custo computacional do cálculo da semblance com peso é cerca de 8 vezes maior que o custo do cálculo da convencional. Logo, ponderando os fatos de que os resultados ótimos obtidos pelas três funções de coerência são bem próximos e que o custo computacional da medida com peso é bem maior, não há benefícios ao consumir esforço maior em computar a medida com peso. Ademais, verificamos que a função peso empregada no cálculo da semblance com peso recorre à busca do valor de um parâmetro, que chamamos de b, e este pouco influencia no resultado dos números ótimos da medida de coerência com peso. Contanto que esse parâmetro b esteja entre 0 e 1, os valores de semblance com peso ótimos são muito próximos se utilizamos um passo para buscá-lo no algoritmo ou se simplesmente fixamos e executamos o cálculo da medida.

Já a semblance AB é interpretada como uma correlação com um trend de amplitudes. Foi obtida uma expressão explícita para a medida AB. As vantagens desta se daria através dos casos de presença de reversão de polaridade, como esperado pelos resultados do trabalho de Fomel (2009). De fato, observamos nos exemplos com presença de reversão de polaridade e nos exemplos de dados de campo que a semblance AB exibe valores de semblance moderadamente superiores em relação à convencional. Mas ainda assim, é relativamente pequena a variação dos resultados apresentados pelas funções.

Das três medidas de coerência abordadas nessa dissertação, a semblance convencional é a que possui menor tempo computacional. A semblance AB tem custo de aproximadamente pouco menos que o dobro em relação à função convencional, mas para problemas sem a presença de trend de amplitudes não apresentou resultados superiores. Portanto, concluimos que apesar de todo o esforço em se buscar uma medida de coerência que se destaque e obtenha melhores resultados, a semblance convencional continua a fornecer resultados satisfatórios com o menor custo computacional, para os nossos modelos sintéticos e de campo usados nesse trabalho.

Referências Bibliográficas

- Douze, E. J. and Laster, J. (1979). Statistics of semblance. *Geophysics*, 44(12):1999–2003.
- Fomel, S. (2009). Velocity analysis using AB semblance. *Geophysical Prospecting*, 57(3):311–321.
- Hale, D. (2009). CWP-635 Structure-oriented smoothing and semblance.
- Lima, E., Santos, L., Schleicher, J., and Tygel, M. (2011). A comparison of semblances of different order in common-reflection-surface parameter estimation. *Journal of Geophysics and Engineering*, 8(2):175–184.
- Liner, C. (1999). Concepts of normal and dip movement. *Geophysics*, 64(5):1637–1647.
- Luo, S. and Hale, D. (2012). Velocity analysis using weighted semblance. *Geophysics*, 77(2):U15–U22.
- Neidell, N. S. and Taner, M. T. (1971). Semblance and other coherency measures for multichannel data. *Geophysics*, 36(3):482–97.
- Sarkar, D., Baumel, R., and Larner, K. (2002). Velocity analysis in the presence of amplitude variation. *Geophysics*, 67(5):1664–1672.
- Sarkar, D., Castagna, J. P., and J., L. W. (2001). AVO and velocity analysis. *Geophysics*, 66(4):1284–1293.
- Shuey, R. T. (1985). A simplification of the Zoeppritz equations. *Geophysics*, 50(4):609–614.
- Taner, M. T. and Koehler, F. (1969). Velocity spectra digital computer derivation and applications of velocity functions. *Geophysics*, 34(6):859–81.

Apêndice A

Termos da semblance com peso

Neste apêndice fazemos os cálculos para obter a equação (3.28). Para isso, substituimos a expressão

$$w_{i,j} = 1 - b + b \frac{4h_i^2\beta}{\tau_i}$$
(A.1)

nas equações

$$W_{ru} \equiv \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} w_{i,j} r_{j} u_{i,j},$$

$$W_{rr} \equiv \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} w_{i,j} r_{j}^{2},$$

$$W_{uu} \equiv \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} w_{i,j} u_{i,j}^{2}.$$
(A.2)

 ${\rm e}~{\rm obtemos}$

$$W_{ru} \equiv \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} \left(1 - b + b \frac{4h_{i}\beta^{2}}{\tau_{i}}\right) r_{j} u_{i,j},$$

$$W_{rr} \equiv \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} \left(1 - b + b \frac{4h_{i}\beta^{2}}{\tau_{i}}\right) r_{j}^{2},$$

$$W_{uu} \equiv \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} \left(1 - b + b \frac{4h_{i}\beta^{2}}{\tau_{i}}\right) u_{i,j}^{2}.$$
(A.3)

Note que as equações (A.1) e (A.2) são as equações (3.27) e (3.20) citadas no Capítulo

3 deste trabalho. Rearranjando as equações temos

$$W_{ru} \equiv \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} r_{j} u_{i,j} - b \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} r_{j} u_{i,j} + b \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} \frac{4h_{i}^{2}\beta}{\tau_{i}} r_{j} u_{i,j},$$

$$W_{rr} \equiv \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} r_{j}^{2} - b \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} r_{j}^{2} + b \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} \frac{4h_{i}^{2}\beta}{\tau_{i}} r_{j}^{2},$$

$$W_{uu} \equiv \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} u_{i,j}^{2} - b \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} u_{i,j}^{2} + b \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} \frac{4h_{i}^{2}\beta}{\tau_{i}} u_{i,j}^{2}.$$
(A.4)

Dispondo termos em evidência resultamos em

$$W_{ru} \equiv (1-b) \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} r_{j} u_{i,j} + b \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} \frac{4h_{i}^{2}\beta}{\tau_{i}} r_{j} u_{i,j},$$

$$W_{rr} \equiv (1-b) \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} r_{j}^{2} + b \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} \frac{4h_{i}^{2}\beta}{\tau_{i}} r_{j}^{2},$$

$$W_{uu} \equiv (1-b) \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} u_{i,j}^{2} + b \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} \frac{4h_{i}^{2}\beta}{\tau_{i}} u_{i,j}^{2}.$$
(A.5)

Utilizando as definições de $C_{ru},\,C_{rr}$
e C_{uu} dadas nas equações (3.18) e as definições abaixo

$$D_{ru} \equiv \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} \frac{4h_{i}^{2}\beta}{\tau_{i}} r_{j} u_{i,j},$$

$$D_{rr} \equiv \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} \frac{4h_{i}^{2}\beta}{\tau_{i}} r_{j}^{2},$$

$$D_{uu} \equiv \sum_{j} \alpha_{j} \sum_{i} \frac{4h_{i}^{2}\beta}{\tau_{i}} u_{i,j}^{2},$$
(A.6)

obtemos expressões mais simplificadas para $W_{ru},\,W_{rr}$
e W_{uu}

$$W_{ru} = (1-b)C_{ru} + bD_{ru}, W_{rr} = (1-b)C_{rr} + bD_{rr}, W_{uu} = (1-b)C_{uu} + bD_{uu}.$$
(A.7)

A função semblance com peso é definida por

$$S_w = \frac{W_{ru}^2}{W_{rr}W_{uu}}.\tag{A.8}$$