

DINAMIZAÇÃO DE ATIVIDADES EXTRA -  
CURRICULARES NA PROVÍNCIA DE  
CHIMBORAZO (EQUADOR) COM MOTIVAÇÃO  
NO ENSINO DE CÁLCULO NA ESCOLA  
SECUNDÁRIA.

Cesar Huilcapi Sampedro

Dissertação apresentada ao IMECC como  
requisito parcial para obtenção do tí-  
tulo de Mestre em "Ensino de Ciências  
e Matemática" (Convênio OEA - PREMEN-  
UNICAMP).

Orientador : Professor Dr. Ubiratan  
D'Ambrosio.

CAMPINAS

1977

BIBLIOTECA CENTRAL

## INTRODUÇÃO

No presente trabalho apresentamos a sistemática que estamos implantando na Província de Chimborazo, Equador, para uma dinamização global do corpo docente de matemática, através de atividades extracurriculares de reciclagem que permitem um passo na direção de uma forma de educação permanente.

A sistemática, que conta com o apoio das autoridades educacionais (Ministério de Educação) e das entidades profissionais (Associação de Professores), representa um plano piloto que, devidamente avaliado e adaptado às várias regiões do país, poderá ser posto em prática em escala nacional. Os indicadores até agora colhidos nos permitem prosseguir na experiência e iniciar planos para sua implantação em outras províncias.

Agradecemos a colaboração dos vários colegas e autoridades educativas do Equador pela confiança em nós depositada, aos alunos que participaram da experiência, à orientação do Prof. Dr. Ubiratan D'Ambrosio, a assistência oferecida pela Embaixada do Brasil no Equador para a tradução, sobretudo através de seu Centro de Estudos Brasileiros.

Em especial, agradecemos à Organização dos Estados Americanos e à Universidade Estadual de Campinas por haver nos proporcionado bolsa de estudo e acolhido nosso projeto.

ESQUEMA DO CONTEÚDO

I Breve análise da realidade provincial

1. Situação e Extensão da Província de Chimborazo.
2. Quadros comparativos da extensão, da matrícula, dos custos de educação, dos alunos que ficam à margem do ciclo básico.
3. Distribuição de professores na província.
4. Resumo do problema educativo da Província de Chimborazo.

II Enfoque do ensino do cálculo na secundária

1. Enfoque do problema do Cálculo Integral e Diferencial na secundária.
2. Causas do descuido do ensino de Cálculo.
3. Importância do ensino do Cálculo Diferencial e Integral.

III Análise da situação existente antes da aplicação da Metodologia para o ensino de Cálculo.

1. Investigação aplicada aos professores de Matemática da Província de Chimborazo e aos estudantes da Universidadé.
2. Tabulação de dados e resultados obtidos.
3. Falta de um Instituto emissor de novas técnicas de experimentação no campo da Matemática.
4. Necessidade imperiosa da apresentação de uma metodologia para o ensino do Cálculo.

IV Breve descrição da Metodologia para a iniciação do Cálculo Integral e Diferencial na Secundária.

1. Fundamentos psicológicos e pedagógicos.
2. Objetivos finais e de comportamento.
3. Conteúdo da Metodologia proposta.
4. Descrição breve do conceito de Integral e do conceito de Derivada.
5. Recursos didáticos empregados nesta nova Metodologia.

V Resultados obtidos  
com a aplicação da  
nova Metodologia

1. Número de alunos atendidos.
2. Resultados obtidos.
3. Apreciação sobre o melhoramento de nível desses alunos.
4. Estudos que estão se realizando.

VI Atividades  
extra-curriculares

1. Introdução à Topologia: curso para professores secundários. Descrição do conteúdo.
2. Outros cursos para professores. Resultados.
3. Reunião de professores de Matemática da Província de Chimborazo.
4. Recomendações do Ministério de Educação,
5. Ciclo de conferências organizado pela Associação de professores de Matemática da Província de Chimborazo.
6. Organização da Associação de professores egres-  
sos de Matemática da Província de Chimborazo.

VII Planificação como  
programa piloto  
em todo o país.

1. Envio ao Ministério de Educação de toda a planificação efetuada na província tendente à dinamização com motivação do ensino de Cálculo na secundária.
2. Desenvolvimento da planificação proposta no resto das províncias do país.
3. Avaliação dos resultados depois de 5 anos, com as técnicas conhecidas pelos professores.

VIII Conclusões

ANÁLISE CONCISA DA REALIDADE PROVINCIAL

1.- LOCALIZAÇÃO E EXTENSÃO DA PROVÍNCIA DE CHIMBORAZO

A província de Chimborazo encontra-se localizada no centro do País. Riobamba, a capital da província está interligada por estradas de primeira ordem, com Quito e Guayaquil; fica a três horas da Capital da República e a 3:30 horas de Guayaquil. A extensão da província de Chimborazo é de 7.014 km<sup>2</sup>, que representa 2,5% da extensão total do país, o qual tem 281.341 km<sup>2</sup> de superfície territorial.

QUADRO COMPARATIVO DE EXTENSÃO E POPULAÇÃO

Ordem alfab.	Província	Capital	Nº cid urbs.	Exten. km <sup>2</sup> .	População	% de Sup. T.
1	Azuay	Cuenca	6	8.316	365.657	2,9
2	Bolívar	Guaranda	4	3.336	146.424	1,1
3	Cañar	Azogues	3	4.180	147.463	1,4
4	Carchi	Tulcán	3	4.094	120.263	1,4
5	Cotopaxi	Latacunga	5	5.804	236.615	2,0
6	Chimborazo	Riobamba	6	7.014	306.123	2,5
7	El Oro	Machala	6	8.128	260.218	2,8
8	Esmeraldas	Esmeraldas	4	15.000	203.406	5,3
9	Galápagos	Pto. Baquerizo	3	8.006	4.058	2,8
10	Guayas	Guayaquil	12	19.841	1.512.838	7,0
11	Imbabura	Ibarra	4	8.956	217.813	3,2
12	Loja	Loja	9	11.512	343.153	4,0
13	Los Rios	Babahoyo	7	7.868	384.113	2,8
14	Manabi	Portoviejo	13	19.698	808.615	7,0
15	Norona-Santiago	Nacas	6	29.140	50.406	10,3
16	Napo	Tena	6	51.020	59.751	18,1
17	Pastaza	Puyo	2	29.870	23.058	10,6
18	Pichincha	Quito	6	16.037	981.053	5,7
19	Tungurahua	Ambato	6	3.281	276.114	1,1
20	Zamora-Chinchipec	Zamora	3	20.240	34.645	7,2

Superfície total: 281.341 km<sup>2</sup>.

População total: 6.481.786

(1)

Do quadro pode-se observar que as províncias orientais, participantes da bacia Amazônica, são as de maior extensão, mas as menos populosas.

NÚMERO DE MATRÍCULAS NAS ESCOLAS PÚBLICAS E PARTICULARES  
DA PROVÍNCIA DE CHIMBORAZO.

Ano 1977

Níveis	Nº de matric.	% do total
1a. a 6a. séries	89.416	64,1
7a. a 9a. séries	13.452	9,6
Diversificado	6.802	4,9
Alfabetização	29.720	21,3
Educação Pública básica	90.583	---
Educação Part. básica	12.285	---
Total Educação básica	102.868	73,8
Total Educação Provincial	139.390	100,0

Do quadro acima podemos deduzir que a maior percentagem de matrículas encontram-se na educação básica. A matrícula no curso diversificado é de 4,9% tão somente. A razão para tal fato é que na maioria dos povoados rurais, onde existem colégios, unicamente há ciclos básicos para a educação secundária.

CUSTOS DO PROGRAMA EDUCACIONAL

Programas	Custo	% sobre o total
Educação Primária	30.464.500	55,6
Educação Média	16.271.100	29,7
Alfabetização	8.042.800	14,7
Investimento total	54.778.400	100,0

Do estudo do quadro, depreende-se que o orçamento invertido na alfabetização é muito baixo, pois representa somente 14,7% do total; apesar de que a província de Chimborazo ostenta o maior índice de analfabetismo, se comparada com o restante das províncias do Equador. Atualmente apresenta um índice de 67% de analfabetos. Isto se deve à característica da Província, que engloba a maior percentagem de indígenas que ainda não se incorporaram à cultura.

## POPULAÇÃO À MARGEM DO CICLO BÁSICO

	População 13-15 anos	popul. matric. no ciclo básico.	População à margem	
			Nº	%
Chimborazo	46.110	13.452	32.658	70,8
Nacional	431.000	136.525	294.775	68,0

Dos dados apresentados no quadro acima, deduz-se que a Província de Chimborazo tem a maior porcentagem de alunos adolescentes que ficam marginalizados da educação ministrada no ciclo básico, se comparada com a porcentagem total do país.

(2)

## DISTRIBUIÇÃO DE PROFESSORES NA PROVÍNCIA DE CHIMBORAZO

Níveis	Com diploma		Sem diploma		Total
	Nº	%	Nº	%	
Primário	1.382	91,0	136	9,0	1.518
Secundário	254	34,9	472	65,1	726
Na área de Matemática	62	45,2	75	54,8	137

(3)

Do quadro acima depreende-se que a maioria dos professores nas diferentes áreas, não têm título profissional. O mesmo acontece na área de Matemática, onde a maior porcentagem - 54,8% - de professores, carecem de preparo profissional suficiente para o exercício do ensino. Devemos observar que o número de professores do ensino secundário é o mais elevado, pois cada curso da primeira a quinta séries, tem uma carga de 5 horas semanais e na sexta série, tem 6 horas semanais.

## RESUMO DO PROBLEMA EDUCATIVO DA PROVÍNCIA DE CHIMBORAZO.

É impossível pensar em desenvolvimento sem um planejamento; e, dentro deste planejamento, uma variante de grande importância é a Educação. Quando se fala em educação, aludimos a um adequado tipo de ensino, que se ache orientado e com capacidade de resolver a problemática da realidade sócio-econômica sobre a qual atua. Nesta Província, não tem valor a tese de que "qualquer tipo de educação traz proveito e é desejável, quando o que se almeja é uma maior promoção do desenvolvimento em todos os seus campos".

Uma Educação que não esteja de acordo com a realidade histórica concreta, nunca será aproveitada, nem sequer neutra, já que a curto prazo, esta se converteria num sério obstáculo institucional, para a realização do desenvolvimento. (4)

Existe na Província de Chimborazo, uma discrepância entre Educação e situação econômica. O sistema econômico da Província, -- encontra-se representado por uma estrutura agrária de tecnologia -- rudimentar e de baixa produtividade. E, justamente o ensino a nível médio e superior não atendem à demanda dessa realidade. O ensino ministrado nos dois níveis acima citados, continua marcado pelos moldes tradicionais; existe um ensino-aprendizagem essencialmente humanístico. Não há um plano motivador, quer para as autoridades educacionais, quer aos professores, para mudar as atividades, procurando sempre o impulso sócio-econômico, tratando de evitar a rotina da -- sistematização clássica.

Torna-se, portanto, de imperiosa necessidade, a revisão -- do quadro educacional para que este aspecto, de fundamental importância se coloque a serviço do desenvolvimento. Entretanto, seria demasiado efêmero o resultado se não se realizarem mudanças de forma integral. Não terá sentido uma melhora qualitativa e quantitativa, se não se atacar o analfabetismo, nos diferentes níveis de educação, assim como deve-se atacar também os problemas que afetam o ensino primário, paralelamente com uma melhora profissional, dos -- mestres em serviço ativo.

Do quadro sobre a distribuição do professorado, na província de --- Chimborazo, nota-se que a maior percentagem não possui título profissional; por isso faz-se mister entregar a estes professores, orientações sobre dinamização de atividades extracurriculares, metodologia de trabalho, sobre enfoques da problemática provincial e nacional, sobre o emprego de materiais existentes no próprio meio para o ensino-aprendizagem, sobre a importância do Cálculo para o enfrentamento desses problemas, etc...

Neste sentido, o específico da situação provincial exige uma nova orientação na educação, a mesma que deve refletir um espírito transformado que atinja a superação integral do homem, sujeito ao desenvolvimento.

## 2.- ENFOQUE DO ENSINO DO CÁLCULO NA SECUNDÁRIA

### PROGRAMA DE EDUCAÇÃO

Em dezembro de 1969, com a resolução nº 6387, o Ministério de Educação Pública, [5] emite o programa para o ciclo diversificado. No qual estão contidos os objetivos:

- 1.- Contribuir para o desenvolvimento do pensamento dedutivo do aluno e para o seu treinamento na busca ordenada e reflexiva da verdade.
- 2.- Desenvolver as capacidades de observação, análise, abstração, simbolização e construção de esquemas e estruturas matemáticas.
- 3.- Preparar o aluno para descobrir e valorizar por si mesmo, as fontes de informação, a bibliografia e os materiais relativos a seus interesses gerais, digo, especializados.
- 4.- Capacitar o aluno para a resolução de problemas científicos e práticos e para a realização de estudos superiores e de investigação.

O mesmo programa estabelece as seguintes denominações para se obter o título de Bacharel, após a aprovação dos 6 anos de estudo nos quadros de educação média.

BACHAREIS EM HUMANIDADES MODERNAS. Com as especialidades de:

- Ciências Sociais.
- Ciências Matemática-Física-Química-Biologia.

BACHAREL EM HUMANIDADES CLÁSSICAS

BACHAREL EM COMÉRCIO E ADMINISTRAÇÃO. Com as modalidades de:

- Contabilidade.
- Secretariado.

BACHAREL TÉCNICO EM ARTES INDUSTRIAIS. Com as especializações:

- Mecânica Geral.
- Mecânica automotriz e diesel.
- Mecânica Agrícola.
- Eletricidade.
- Eletrônica.
- Desenho e Decoração de Interiores.
- Educação para o Lar.

BACHAREL EM AGROPECUÁRIA

BACHAREL EM ARTES. Com as especializações em:

- A.- Artes Plásticas. Com as modalidades de:  
Escultura.  
Cerâmica.
- B.- Música.
- C.- Literatura.

Nos programas indicados, emitidos pelo Ministério de Educação, para o ciclo diversificado, na especialidade de Bacharelato em Humanidades Modernas: especialização Matemática-Física-Química-Biologia, consta uma pequeníssima parte do conteúdo do Cálculo Dife

rencial; a iniciação do Cálculo Integral nem sequer é mencionada.

Em Outubro de 1977 será introduzido um novo currículo para a primeira série do ciclo Básico; enquanto isso, as outras séries continuarão com o programa anterior. No programa descrito, o ensino do Cálculo encontra-se quase ao final.

Esta é, talvez, uma das razões pela qual os professores de matemática não hajam dado importância ao ensino-aprendizagem do Cálculo. Devemos esclarecer que nas outras modalidades de bacharelato, esta parte da matemática não é considerada, apesar de que, Bacharéis em Artes Industriais, por exemplo, vão continuar estudos superiores nas Politécnicas ou nas Faculdades de Arquitectura das Universidades. Talvez os programas não tenham sido elaborados por especialistas ou conhecedores em profundidade do Cálculo Integral e Diferencial, advindo daí o motivo da importância indevida ao mesmo.

#### CAUSAS PARA O DESCUIDO NO ENSINO DO CÁLCULO

As causas que poderíamos assinalar, para que 96% dos professores de Matemática tenham se descuidado do ensino-aprendizado do Cálculo, tanto Integral como Diferencial, são as seguintes:

- a.- A falta de preparo do professor, no que diz respeito a um conteúdo amplo e profundo do Cálculo Integral e Diferencial. Anteriormente vimos que uma elevada percentagem de professores não realizaram estudos universitários, quer dizer, não possuem título profissional que lhes garanta um domínio amplo, e, como consequência, uma iniciativa para criar uma metodologia de fácil compreensão pelo aluno. Esta falha anotada, observa-se nas províncias, e em especial, naquelas que não contam com certos centros de formação superior
- b.- Os professores, na percentagem indicada dentro da causa anterior, acreditam que o Cálculo Diferencial é muito abstrato, cujo ensino deve ser ministrado na Universidade.
- c.- Falta uma metodologia para facilitar o ensino-aprendizado desta parte da matemática, nos colégios secundários.
- d.- A não existência de um departamento de investigação pedagógica

dedicado exclusivamente a criar metodologias, materiais didáticos, recursos audiovisuais, etc., para o ensino da Matemática na Secundária.

- e.- A falta de um texto adequado para a quinta e sexta séries de bacharelato, para o ensino-aprendizado da matemática.
- f.- A existência de cursos constantes de aperfeiçoamento docente, dirigidos exclusivamente para professores de matemática do nível médio (secundário).
- g.- Não têm sido realizados encontros ou seminários de professores de Matemática nas Províncias, para discutir problemas deste tipo. Jamais se realizou um encontro de matemática a nível nacional, muito menos provincial.
- h.- O ensino do Cálculo Integral não foi tentado na escola secundária, devido às causas anotadas e porque não se fez constar do programa.
- i.- Faltam incentivos para os professores de matemática, a fim de impulsionar a criatividade que leva a estruturar novas técnicas de ensino-aprendizado, para que se introduza mais cedo, conhecimentos de matemática, que antes se acreditava muito sofisticados, desde o curso primário.
- j.- Os que elaboram os programas há mais de 9 anos, não tiveram nenhuma visão para introduzir conhecimentos elementares de Cálculo, o quanto antes possível, a partir da 4a., 5a. séries do ciclo diversificado.
- l.- Nos programas existentes não é dada a devida importância, ao estudo das funções, que poderíamos dizer, é a matéria prima para o estudo do Cálculo Integral e Diferencial.

#### IMPORTÂNCIA DO ENSINO DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

No Equador, até mais ou menos dez anos atrás, considerava-se o ensino do cálculo infinitesimal como conteúdo próprio e exclusivo do currículo do estudante universitário que iniciava carreiras de Engenharias. Este ramo da matemática, para o secundário, era desconhecido. Consideravam-no muito abstrato. Não era dada a importância necessária. O professor não se atrevia em tocar nos con-

ceitos iniciais do Cálculo Diferencial. E quanto ao cálculo Integral, acreditava-se uma loucura ensiná-lo ao aluno do colégio secundário.

Com o ensino da Matemática, e da base da teoria conjuntista, introduzem-se novos conceitos de matemática que antigamente só se tratavam a nível universitário, e, exclusivamente dentro das carreiras que tinham algo a ver com as ciências exatas.

Atualmente, estamos interessados em introduzir conhecimentos que são de fácil compreensão para o aluno, desde a escola primária; assim, conhecimentos sobre funções, limites, infinitésimos, conhecimentos sobre inclinação, pendente, etc... Isto é, estamos introduzindo conhecimentos que levam o aluno à fácil compreensão posterior do que significa o Cálculo Diferencial e Integral.

A importância do Cálculo, já o foi especificada por muitos autores. Sua aparição com Newton, foi uma novidade no mundo. Esta a toda função, tratava de linealizar num ponto determinado (5). De outra forma podemos dizer: analisar o que acontece com uma função, na vizinhança de um ponto determinado, ou melhor, considerado. No mundo atual, o Cálculo infinitesimal é uma das mais poderosas ferramentas para a interpretação, estudo, compreensão, investigação e prognóstico dos diferentes fenômenos científicos, econômicos e sociais.

Ao enfocarmos o ensino do Cálculo no Equador e em especial na província de Chimborazo, na qual existe uma Faculdade universitária e uma escola superior Politécnica, poderíamos especificar sua importância nos seguintes termos:

- 1.- Os alunos ao terminar seus estudos no ciclo diversificado, saem motivados para o aprendizado do cálculo.
- 2.- Não será uma novidade, para o aluno, aprofundar-se no estudo do cálculo infinitesimal na universidade; pelo contrário, com as bases que adquiriu, a compreensão será plena e satisfatória
- 3.- Com a iniciação do cálculo Integral e Diferencial na escola secundária, os alunos compreendem e dominam com maior simplicidade

de, todo o relativo a funções, cálculo de áreas, Geometria Analítica, Trigonometria, etc..

- 4.- O professor chega a ter uma visão mais ampla do conteúdo da matemática, entende novos problemas e cada vez vai melhorando seu cabedal de conhecimentos, de modo que a iniciativa aumenta e depois de alguns anos de trabalho poderá criar técnicas de aprendizagem ou modernas metodologias para introduzir mais cedo conteúdos novos da matemática.
- 5.- A assimilação do cálculo de áreas torna-se simplificada; como consequência, o aluno dominará sem maior esforço a geometria.
- 6.- O Equador faz parte de um conjunto de países em vias de desenvolvimento, por esse motivo é de imperiosa necessidade a aquisição prematura, por parte das gerações jovens e em formação, destes conhecimentos, para que atinjam o entendimento do avanço científico e tecnológico que está ocorrendo no mundo. As novas gerações, orientadas desta maneira, provocariam uma nova transformação sócio-cultural e econômica do país, para que não nos distancieemos cinquenta ou mais anos dos países industrializados, que constituem a hegemonia mundial.
- 7.- Deve-se aproveitar a potencialidade psíquica do adolescente no colégio. A imaginação, a atenção, a curiosidade, devem--- ser os fatores positivos aproveitados pelo professor para a--- iniciação do cálculo Diferencial e Integral. Se revisarmos a história da matemática, (7), vemos que existiram famosos matemáticos que criaram verdadeiras teorias, prematuramente, na adolescência. Daí a razão suficiente para iniciar o aluno, nos primeiros anos do colégio secundário, nos conteúdos preliminares do Cálculo Integral e Diferencial.

- 8.- A introdução de uma transformação curricular nos programas nacionais, permitiriam uma dinamização do professorado. Evitar a institucionalização de uma só atividade, afim de que a dinamização de atividades extracurriculares não tenha vida efêmera. O professor deve ser um constante inovador.
- 9.- A motivação no professorado pela aquisição de uma técnica nova para o ensino do cálculo na secundária, o que serve para a realização de uma série de atividades que estão modificando e transformando, no futuro, a realidade atual da província e do país, visando sair o mais depressa possível do sub-desenvolvimento.

3.-

ANÁLISE DA SITUAÇÃO EXISTENTE ANTES DA  
APLICAÇÃO DA MODERNA METODOLOGIA PARA A INICIAÇÃO  
DO CÁLCULO INTEGRAL E DIFERENCIAL NA  
ESCOLA SECUNDÁRIA

Com a finalidade de obter uma visão clara e concreta do que acontece com o ensino do cálculo nos diferentes colégios da província de Chimborazo, formulou-se uma enquete, a qual é a seguinte:

OPINIÕES SOBRE O ENSINO DO CÁLCULO INTEGRAL E DIFERENCIAL NA ESCOLA  
SECUNDÁRIA

A presente enquete visa recolher opiniões sobre o ensino do cálculo na escola secundária, e a viabilidade da implantação, neste colégio desta parte da matemática, como instrumento efetivo à futura compreensão dos problemas científicos.

Não coloque seu nome.

Interessa-nos apenas sua verdadeira opinião.

Não nos importa o nome do colégio onde você trabalha. Assim, todas as opiniões coletadas serão anônimas.- Cada questão tem 4 alternativas: a, b, c, d. Você deve marcar somente com um "X", escolhendo a alternativa, que a seu critério, acredite ser a mais relevante sobre as outras.

Agradecemos antecipadamente sua colaboração.

- 1.- Atualmente ensino matemática na
  - a.....6a. série
  - b.....5a. série
  - c.....4a. série
  - d.....ciclo diversificado
- 2.- Se marcou a, responda a seguinte questão: Não ensino Cálculo--Integral ou Diferencial pelas seguintes razões: (Se ensina, não responda a esta pergunta).
  - a.....porque o programa da 6a. série é muito extenso.
  - b.....porque não acho de muita importância.
  - c.....é muito abstrato para o aluno do secundário.
  - d.....por outra razão não anotada.
- 3.- Se assinalou outra letra diferente de a, responda o seguinte: Em minha opinião, o ensino do Cálculo Integral e Diferencial deveria iniciar-se na:
  - a.....Universidade
  - b.....6a. série do colégio secundário
  - c.....4a. ou 5a. séries do diversificado
  - d.....no ciclo básico
- 4.- Para a iniciação do Cálculo Integral e Diferencial, não dispomos de:
  - a.....texto adequado
  - b.....metodologia própria para o ensino desta matéria
  - c.....treinamento nesta parte da matemática.
  - d.....outros aspectos que não estão assinalados.
- 5.- Por experiência própria, ou pelo que pode observar, atualmente o referido cálculo:
  - a.....não é ensinado

- b.....não é ensinado, a não ser em poucos colégios.  
 c.....todos os colégios o ensinam.
- 6.- Em minha opinião, os conhecimentos de Cálculo Diferencial e Integral:
- a.....têm pouca aplicação na vida de uma pessoa.  
 b.....são muito abstratos.  
 c.....constituem poderoso instrumento para a compreensão científica dos fenômenos.  
 d.....não tenho critérios para opinar a respeito..
- 7.- Para realizar um ensino efetivo do Cálculo Diferencial e Integral, em minha opinião, o professor deve dispor de:
- a.....tempo suficiente.  
 b.....uma nova técnica para o ensino do cálculo no colégio.  
 c.....alunos interessados nesta aprendizagem e material didático adequado.  
 d.....outros fatores não assinalados aqui.
- 8.- Atualmente o Cálculo Diferencial é ensinado:
- a.....empregando-se apenas o quadro-negro.  
 b.....empregando-se vários materiais didáticos.  
 c.....fora da sala de aula.  
 d.....não tenho dados para esta informação.
- 9.- Como professor de matemática, no que se refere ao cálculo, para o ensino no colégio, desejaria conhecer:
- a.....o conteúdo.  
 b.....uma técnica para objetivar o ensino do cálculo no colégio.  
 c.....um novo texto.  
 d.....outros aspectos não assinalados aqui.
- 10.- Considerando-se o conteúdo atual do programa do ciclo diversificado, esta parte da matemática indicada, deveria ser tratada

num total de:

a.....5 horas.

b.....10 horas.

c.....15 horas.

d.....mais de 15 horas.

#### COMPUTAÇÃO DOS DADOS E RESULTADOS OBTIDOS

De acordo com a enquete aplicada e respondida por quase a totalidade dos professores de matemática, da Província de Chimborazo, y pelos estudantes da Universidade Central Extensão Riobamba, - especialidade Física-Matemática, futuros professores do ensino secundário, obteve-se os seguintes resultados:

No numeral 2 da enquete que diz: Não se ensina o cálculo pelas seguintes razões:

25% responde porque é muito abstrato.

75% responde por outra razão que não está indicada.

Quanto à série em que deveria ser iniciado o ensino do cálculo Integral e Diferencial:

32,4% indica que deveria iniciar-se na 6a. série.

48,6% " " " " " 4a. ou 5a. séries, e

19 % " " " " " no ciclo básico.

No ítem referente à iniciação do cálculo Integral e Diferencial:

11,4% indica que não dispõem de texto adequado.

40,5% assinala não dispor de uma metodologia própria para a introdução do cálculo na secundária.

43,2% afirma não ter treinamento nesta parte da Matemática; e

4,9% assinala outros aspectos não citados na enquete.

Sobre o ensino atual do Cálculo:

14,3% opina que não é ensinado.

68,7% afirma que é ensinado em poucos colégios.

Nenhum professor responde que é ensinado em todos os colégios.

Sobre a importância dos conhecimentos do cálculo:

14,7% diz que é muito aplicado na vida de uma pessoa.

5,9% diz que são muito abstratos.

76,5% afirma que constitui poderoso instrumento para a compreensão-científica dos problemas fenomenológicos.

Quanto aos aspectos que se deve considerar para o ensino efetivo do Cálculo Diferencial e Integral:

5,5% indica que se deve dispor de tempo suficiente.

66,6% afirma que se deve dispor de uma nova técnica para o ensino - do Cálculo no Colégio.

27,7% diz que é preciso contar com alunos interessados nesta aprendizagem e material didático adequado.

Quanto à forma de ensinar na atualidade:

53,8% opina que se emprega somente o quadro-negro.

Como professor de matemática, no que se refere ao Cálculo Diferencial e Integral, o que mais desejaria conhecer:

5,9% indica que desejaria conhecer o conteúdo.

91,4% " " " " " uma nova técnica para objetivar- o ensino do cálculo no colégio.

2,8% assinala que desejaria conhecer um novo texto.

Quanto ao número de horas necessárias para o ensino do cálculo, 47,2% assinalam 10 horas em total, levando em conta o extenso conteúdo do programa.

#### RESUMO DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA ENTREVISTADOS.

Entrevistados	Número	% do total havido:
Professores de matemática com título	51	82,2
Professores de matemática sem título	63	84,0
Estudantes universitários de matemática	58	77,3

INTERPRETAÇÃO GRÁFICA DOS ASPECTOS MAIS RELEVANTES  
DA ENQUETE

Com as variáveis em  $X$ , vamos designar as respostas mais sobressalentes, de acordo com o seguinte detalhe:

$X_1$  = O Cálculo deveria ser iniciado a partir da 4a. ou 5a. séries.

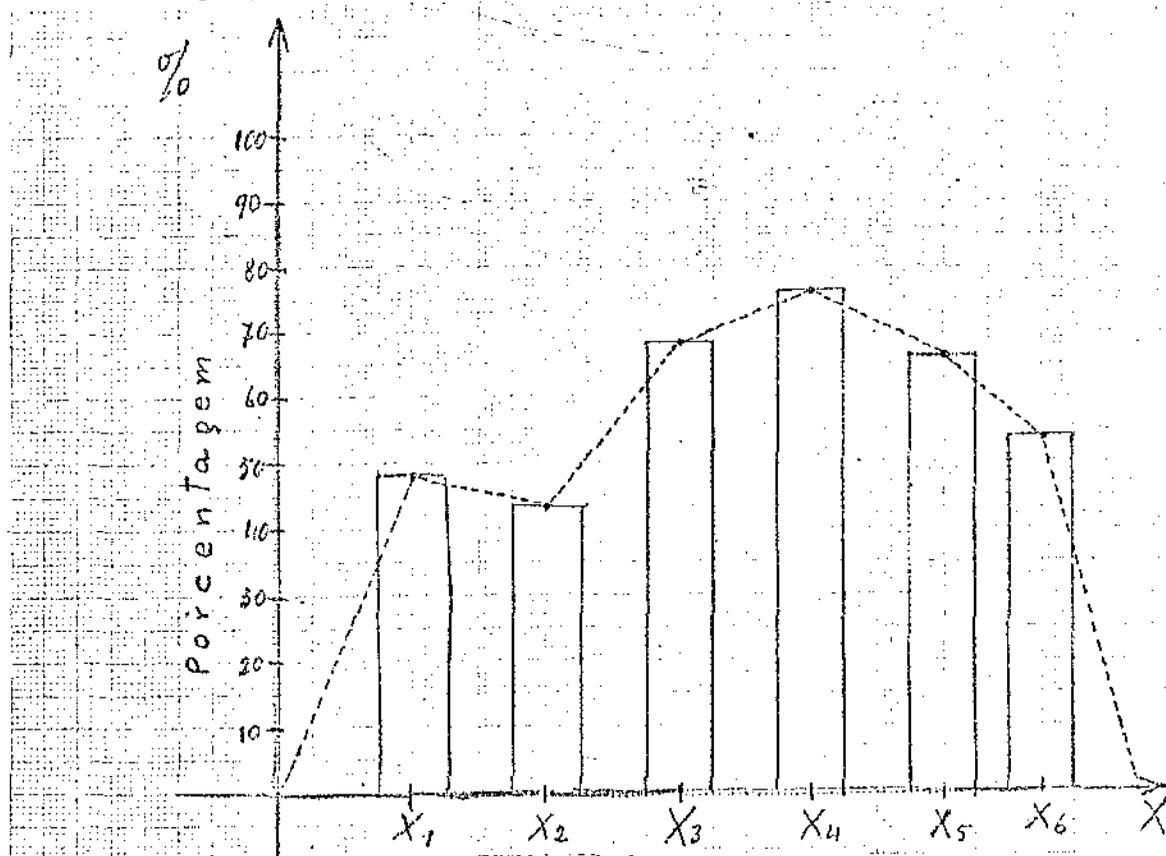
$X_2$  = O professorado não tem prática em Cálculo.

$X_3$  = O Cálculo é ensinado em poucos colégios.

$X_4$  = O Cálculo constitui poderoso instrumento para a compreensão científica dos fenômenos.

$X_5$  = O professorado deve dispor de uma nova técnica para o ensino do Cálculo no colégio.

$X_6$  = Os pouco que ensinam Cálculo, fazem-no empregando apenas o quadro-negro.



CONCLUSÕES

Depois desta análise da realidade sobre o ensino-aprendizado do cálculo Diferencial e Integral, nos colégios de educação média da província de Chimborazo, e da interpretação do quadro e gráfico anexos, sobre a enquete aplicada, pode-se estabelecer as seguintes conclusões:

- 1.- A maioria assinala que, para a introdução do cálculo em referência, não se dispõe de uma Metodologia própria para este ensino.
- 2.- A maioria dos professores entrevistados indicam que para poder introduzir o Cálculo Integral e Diferencial tal deverá ser feito a partir da 4a. ou 5a. séries do diversificado..
- 3.- Um bom número de professores entrevistados afirmam que para o ensino do Cálculo na secundária, um treinamento nesta parte da Matemática faz muita falta.
- 4.- A grande maioria dos professores afirma que o Cálculo é ensinado em pouquíssimos colégios.
- 5.- Quase a totalidade dos professores opinam que o cálculo constitui um poderoso instrumento para a compreensão científica dos fenômenos naturais, sociais e econômicos.
- 6.- A maioria assinala que o professor deve conhecer uma nova técnica para o ensino do cálculo no colégio, a fim de obter um maior resultado do entendimento por parte dos alunos.
- 7.- Os poucos colégios que ensinam Cálculo, fazem-no empregando exclusivamente o quadro-negro, e de forma expositiva, sem o uso de material didático, e da participação ativa do aluno..
- 8.- Todos os professores de matemática desejam conhecer uma técnica capaz de objetivar o ensino do Cálculo Diferencial e Integral.
- 9.- Quanto ao número de horas necessárias para o ensino deste conteúdo, a maioria dos professores entrevistados afirma que deve ser de 10.

CARÊNCIA DE UM INSTITUTO INVESTIGADOR E EMISSOR DE NOVAS  
TÉCNICAS DE EXPERIMENTAÇÃO NO CAMPO DA MATEMÁTICA.

Na Província de Chimborazo não contamos com um Instituto ou Departamento encarregado da investigação e experimentação no campo pedagógico. Tão pouco existe no país um instituto dedicado exclusivamente à investigação dentro do campo educativo.

As inovações no referente a uma nova técnica de ensino, aprendizagem, devem-se exclusivamente à iniciativa pessoal de alguns destacados e preocupados mestres.

Novas orientações e conselhos didáticos, geralmente são expostos através de textos, após alguma experiência, seja em escola primária ou a nível secundário, no exercício de alguns anos de magistério.

Na Universidade Central, na Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências da Educação, encarregada da formação de mestres para o magistério secundário, também não existe um departamento incumbido de elaborar e experimentar novas técnicas educativas, com espírito eminentemente nacionalista. Todas as inovações aludidas geralmente são importadas de outros países. Existe, na citada Faculdade um departamento encarregado do controle da prática docente dos alunos, que estão por fazer opção ao título de Licenciados em Ciências da Educação, professor de ensino secundário em uma área determinada. O Equador é um país importador de doutrinas forâneas, que muitas vezes não coadunam com nossa realidade. Por outro lado, a engrenagem para a formação, tanto da criança, como do adolescente e do jovem, é bastante arcaica. O mestre da escola primária, mal remunerado, que tem de ocupar o resto do tempo que lhe sobra depois da jornada única de trabalho, em outras atividades, com o fim de angariar um salário, digo, orçamento melhor, não pode permanecer no lugar de trabalho exercendo uma função comunitária. O professor em referência, nas Províncias onde existem Faculdades de Filosofia - no caso da Província de Chimborazo - têm de sair o quanto antes das escolas

para chegar à Universidade e efetuar estudos superiores, com a esperança de uma posterior colocação no magistério secundário, para obter 30% a mais em seu salário, pois assim estabelece a lei atual de Educação.. O professor encarregado da formação do adolescente, em nível médio, a maior porcentagem trabalha em outros colégios particulares nas horas que lhe sobram depois das 3 horas (horárias) diárias, que de acordo com a lei devem trabalhar os professores secundários; por conseguinte, além de uma hora de cátedra, não pode atender seus alunos em outros aspectos das realizações como pessoa -procurando uma formação integral do aluno. A razão para isto é a baixa remuneração que não corresponde ao nível acadêmico superior--do professor na secundária. O professor universitário tem uma remuneração inferior a do professor secundário. Uma grande quantidade--de professores de Universidade, trabalha "ad honorem"; e, outra boa porcentagem, com uma remuneração bastante vergonhosa: 1,85 dólares, por hora-aula. Nestas condições, o professor universitário necessariamente tem de dedicar-se a outras atividades de melhor remuneração econômica, motivo pelo qual não dispõe de tempo suficiente para realizar uma investigação econômica como seria de esperar. O quadro seguinte da realidade educativa fornece-nos uma melhor visão.

REALIDADE EDUCATIVA DA PROVÍNCIA DE CHIMBORAZO

NÍVEIS	Porcentagem	Remuneração básica mensal em dólares.
Profs. primários que não vivem no local de trabalho.	92%	111,11
Profs. primários que estudam na Universidade	68%	-----
Profs. secundários que trabalham em outros colégios.	80%	188,70
Profs. universitários que trabalham em outra atividade	100%	148,14

(8)

Outra falha para uma boa formação dos estudantes nos três níveis é a mudança constante nos cargos administrativos da educação que não permite continuar uma planificação traçada, por um tempo-- de 2 ou 3 anos. Cada chefe em educação vem com novas idéias, que-- mesmo sendo boas não se transformam em realidade, devido à vida efê-- mera no cargo. No Equador não há uma lei rigorosa que permita a -- promoção de pessoal capacitado para ocupar cargos de grande respon-- sabilidade no campo educativo. Estes mesmos cargos, sob cuja depen-- dência está a planificação e orientação, são designados, geralmente por pressões políticas.

Diante desta realidade equatoriana, e em especial esta -- provincial, acredita-se de imperiosa necessidade a criação de uma-- nova metodologia para a introdução do Cálculo Integral e Diferenci-- al na secundária; a fim de, aproveitando esta motivação na Matemáti-- ca, dinamizar atividades extracurriculares, conforme o que foi cita-- do anteriormente. Era de se esperar que a iniciativa dentro do en-- sino do Cálculo serviria para que outros professores, em outras -- áreas, empenhem-se em um intento semelhante, criando mini-metodolo-- gias nas matérias de suas especializações, ou realizando atividades extracurriculares para uma nova dinâmica do ensino-aprendizado. Ca-- da vez que o mestre inovar algo em educação, a autoridade hierárqui-- ca deveria estimular, pelo menos moralmente, a fim de provocar um-- melhoramento constante e evitar a rotina que tanto mal desencadeia-- na educação em geral.

Depois da apresentação da metodologia para o Cálculo na secundária, e da respectiva divulgação, realizaram-se na província, alguns cursos e seminários. O quadro anexo permitirá uma melhor in-- terpretação.

#### CURSOS E ATIVIDADES EXTRACURRICULARES EM OUTRAS ÁREAS

<u>D e n o m i n a ç ã o</u>	<u>Duração</u>	<u>Participação do profes-- da área, em %</u>
Seminário de Inglês	1 semana	96

Curso de Linguística	3 semanas	84	
Curso de orientação sexual	4 semanas	68	
Estudos dos programas de Ciências Sociais.	1 semana	92	
Conferências sobre terma- lismos	2 dias	15	
Seminário sobre arqueologia	3 semanas	94	
Curso de quíchua	3 semanas	87	
Práticas de laboratório de Física	2 semanas	65	[9]

---

Estas atividades foram as mais destacadas no ano presente como consequência da dinamização de atividades extracurriculares,-- com a motivação do ensino do cálculo na secundária.

Até o presente ano, nenhum professor lançou uma técnica -- para tentar um melhor ensino no campo da Matemática, sobre algum tó-  
pico da mesma, exceto a metodologia que se apresentou.

As orientações que os professores receberam adviram de -- cursinhos, seminários e conferências. Foi trazido a conhecimento,-- material de leitura procedente de outros países, ou, de técnicas -- experimentadas em outras partes do mundo há 10 ou 20 anos atrás. Es-  
te atraso na informação deve-se, sobretudo, ao fato de não contar-  
mos com professores dedicados à tradução de textos ou artigos edita-  
dos em outros idiomas. É preciso esperar que outros países de lín-  
gua espanhola traduzam e editem. Até que tais livros cheguem ao co-  
mércio, alguns anos já transcorreram; de forma que, a informação em  
primeira mão, mas que já foi experimentada como nova metodologia --  
por outros países, chega demasiado tarde, isto é, quando está total-  
mente desatualizada.

Por outro lado, a edição de textos ou obras custam muito-  
no Equador, fato que dificulta aos professores preocupados no campo  
da educação, publicar seus trabalhos. Seria desejável que em cada-  
província existisse um instituto encarregado exclusivamente da in-  
vestigação educativa, com a finalidade de testar novas técnicas, e

de estudar exaustivamente a modificação curricular, em períodos de 6 anos. Com a existência do Instituto ou departamento de investigação exclusiva para o campo pedagógico, a experimentação não se deteria, mesmo que as pessoas dos cargos administrativos sejam substituídas.

#### IMPERIOSA NECESSIDADE DA APRESENTAÇÃO DE UMA METODOLOGIA PARA O ENSINO DO CÁLCULO.

Através do estudo da situação existente na província de Chimborazo e no país, e, dos dados estatísticos quantitativos, sobre a realidade no ensino-aprendizado do Cálculo Diferencial e Integral nos colégios, percebemos a imperiosa necessidade de que seja apresentada e experimentada uma moderna metodologia para o ensino desta parte da Matemática.

Na verdade, quando os professores conhecem e dominam uma metodologia, não somente a tarefa docente se torna interessante como relativamente fácil. Se um professor desconhece o conteúdo do Cálculo Diferencial e Integral, tal fato não importa pois, com a metodologia traçada se apresenta ao nível de compreensão do adolescente que cursa o quinto ou sexto ano do colégio; e, por conseguinte, será sumamente simples a compreensão por parte do mestre. É este, ao mesmo tempo aprenderá o conteúdo y uma nova técnica para transmitir uma fácil apreensão do aluno.

Quando da apresentação de uma metodologia, na qual se faz constar o emprego de materiais didáticos, e onde admitimos a saída da sala de aula para realizar a atividade didática no pátio ou na quadra de esportes, o professor irá receber um informe completo sobre uma nova forma de orientar o ensino-aprendizado em qualquer conteúdo da Matemática.

A importância de tudo o que foi exposto reside em sacudir o marasmo pedagógico; desterrar para sempre o tradicionalismo do ensino; sepultar em definitivo a inatividade do aluno e nos tornar aptos a receber a luz de uma nova orientação na dinâmica do aprendi

zado da Matemática.

Quando o mestre ensina com um sorriso nos lábios, com gosto e satisfação, enchendo seu espírito de alegria, e se os alunos aprendem sem aborrecimento, com interesse constante, sem opressão mental, com fluidez e agrado, sem traumas nem angústia, com profundidade e desejo de superação, sem erros nem frustrações, então a tarefa educativa no campo da Matemática terá conseguido um objetivo primordial.

Em qualquer área, uma metodologia deverá ser apresentada com modéstia, mas com boa intenção de melhora. Os piores inimigos da educação são o imprevisto e a rotina. Um professor que não cria novas situações de aprendizado, caminha como um vidente, digo, não vidente, às cegas, sem vislumbrar um novo horizonte, com o perigo de caídas frequentes.

O professor que não inova constantemente, não se constitui num elemento de transformação, de avanço e progresso dos povos. Uma metodologia nunca é a melhor em educação: a filosofia do que virá desatualiza esta; contudo, toda metodologia nova é uma contribuição de melhoria no processo do ensino-aprendizado.

O trabalho referente à metodologia para a introdução do Cálculo Integral e Diferencial na secundária, é uma tentativa lógica e positiva para melhorar o ensino da Matemática no país, e para conseguir a dinamização de atividades extracurriculares, a fim de não se esclerosar em um só tipo de atividades. Para a elaboração da metodologia em questão, consultou-se, discutiu-se, experimentou-se, modificou-se, opiniões foram pedidas, em fim, fêz-se todo o possível para conseguir o melhor que, dentro da limitação mental, é cabível produzir.

4.- BREVE DESCRIÇÃO DA METODOLOGIA PARA A INTRODUÇÃO DO  
CÁLCULO INTEGRAL E DIFERENCIAL NA SECUNDÁRIA.

FUNDAMENTOS PSICOLÓGICOS E PEDAGÓGICOS:

A metodologia proposta com o fim de se obter um ensino-aprendizado do Cálculo Diferencial e Integral na idade prematura do aluno que cursa a secundária, não possui uma corrente psicopedagógica única. Este projeto não apresenta o prosseguimento de uma técnica estabelecida em alguma parte do mundo, menos ainda representa, a aplicação ou experimentação de qualquer teoria única.

Vamos analisar detalhadamente e comparar a metodologia que se apresenta, com as várias teorias e fundamentos, começando com as teorias dos famosos clássicos, até as que são tidas como as mais modernas nestes dias..

Contém algo do método Socrático, sem ser totalmente o mesmo, (10) quando interrogamos procurando com que o aluno redescubra o conhecimento. Dessa forma é cumprida a famosa sentença Socrática: " a auto-descoberta permanece mais no aluno, fixa o conhecimento com rapidez e é aprendido com alegria."

Contém algo do método Aristotélico, (11) pois se emprega o método Indutivo, em grande parte, e o procedimento analítico. Vários materiais didáticos são selecionados; assim se cumpre aquela famosa frase do campo educativo: "nada existe na inteligência sem-- que primeiro tenha passado pelos sentidos". Para Aristóteles, o conhecimento é adquirido com base a três atividades: perceber, observar e comparar.

Contém algo do método Indutivo reformado pelo inglês Bacon de Verulam, (12) quando os alunos são conduzidos fora da classe, com a técnica proposta na metodologia. Em parte está implícita a famosa expressão: "A verdade chama-se acertadamente filha do tempo e não da autoridade, os livros só transmitem erros e a ciência nasce-unicamente das fontes da natureza."

Contém algo do método Natural criado pelo moravo Juan Amos

Comenio, [13] com seus famosos postulados:

- 1.- O aprender deve começar logo antes da decadência espiritual;
- 2.- Unir-se à necessária preparação do espírito.
- 3.- Avançar do geral ao particular.
- 4.- Ir do fácil ao difícil.
- 5.- Impedir todo o excesso.
- 6.- Marchar lentamente à frente.
- 7.- Seguir conforme a idade eo processo metódico.
- 8.- Tudo deve ser apresentado aos sentidos..
- 9.- Deve ser aplicado.
- 10.- Tudo deve sempre ser tratado com o mesmo método.

Contém algo dos princípios de Rousseau [14] :

- 1.- Ensino intuitivo;
- 2.- Educação com base à auto-atividade;
- 3.- Instrução relacionada.

Quando partimos de situações fáceis, empregando materiais tomados da natureza que rodeia o aluno, estamos cumprindo a sentença de Rousseau: "É uma violação da natureza, as proibições e castigos, pois vão contra o direito à tendência livre."

Contém algo do método do suíço Pestalozzi, com os seguintes postulados: [15] :

A intuição como base a todo o conhecimento, deve conter as seguintes exigências:

- 1.- Poucas intuições, mas fundamentais;
- 2.- A intuição deve ocorrer com objetos reais;
- 3.- A intuição deve ser típica;
- 4.- A intuição deve ser estímulo para o pensar.

O pensar intelectual deve ser a chave para a educação intelectual,-- procurando seguir de forma lenta nesta educação, mas contínua, sem interrupção, indo do próximo psíquico e físico ao distante.

Contém algo do método de Herbarth [16] , com seus famosos passos formais fundamentais da Psicologia dos estados da consciência:

- 1.- Claridade.- Que consiste em mostrar aquilo que se vai aprender.
- 2.- Associação.- Que consiste em comparar aquilo que se ensina com outras idéias anteriores.
- 3.- Sistema.- Que consiste em ordenar os conhecimentos adquiridos : sistematizá-los para chegar à generalidade.
- 4.- Método.- Que consiste em filosofar para aplicar os conhecimentos adquiridos.

Contém algo da teoria de Ausbel [17] , que se preocupa -- com o aprendizado de materiais escolares referentes à aquisição e -- retenção desses conhecimentos de maneira significativa. É oposto à matéria sem sentido, decorada ou mecanicamente aprendida. O termo-significativo opõe-se à memorização de pares associados, de pala--vras, sílabas, etc., sem conteúdo. Significativo para Ausbel, é um conteúdo com estrutura lógica. Os conteúdos e a estrutura do material a ser aprendido são estabelecidos pelo professor. É um aprendizado tido como receptivo, mas não passivo, e é tão eficaz como o aprendizado por descoberta e mais efetivo por economizar tempo. -- Ausbel esclarece que somente com grande desenvolvimento psicológico a pessoa consegue captar o sentido lógico de um material e dar-lhe um relacionamento em sua mente. O material didático deve possuir as seguintes características:

- 1.-- Não arbitrariedade.
- 2.- Lucidez.
- 3.- Plausibilidade.

A relação causal entre motivação e aprendizado é recíproca, mais do que unidirecional. A motivação não é uma condição necessária, digo, indispensável para o aprendizado. Algo será aprendido, instaurado -- apesar da falta de motivação. Mas salienta que não é necessário adiantar atividades de aprendizagem, até que interesses ou motivações-- sejam desenvolvidos. Frequentemente, a melhor maneira de ensinar a um estudante não motivado é ignorar seu estado motivacional por um certo tempo e dedicar-se a ensinar tanto quanto seja possível, efetivamente; e a partir da situação inicial, por haver aprendido algo , irá desenvolver uma motivação para aprender mais..

Contém algo das idéias de Bruner (18) , que afirma: "Devem ser relacionadas as atividades de aprendizagem com os conhecimentos da vida real e com as aspirações reais do aprendiz." Qualquer estrutura do domínio do conhecimento deve levar em conta três aspectos:

- 1.- Modo de apresentação do conhecimento a ser aprendido;
- 2.- Economia;
- 3.- Poder efetivo.

Recomendações instrucionais:

- 1.- Ativação do aprendiz;
- 2.- Análise da estrutura do material;
- 3.- Sequência de colocação e recolocação do problema;
- 4.- Fornecimento de reforço e Feedback.

Contém algo da teoria de Skinner, que introduz uma série de conceitos e conselhos didáticos, saídos da Psicologia do comportamento (19) : estímulo, reforço, contingência de reforço, extinção, modelagem. O problema de motivação é resolvido em termos de contingências de reforços, devidamente utilizados. A didática proposta está, de certa forma, implícita na afirmação de Skinner: " De acordo com o tipo de estímulo ou tipo de aprendizado que quer ensinar, escolhe-se a solução para o problema em primeira instância."

Contém algo da teoria de Gagne (20) , sobretudo no que se refere ao aprendizado. Segundo este autor, toda a aprendizagem supõe:

- 1.- Um aprendiz;
- 2.- Uma situação estimuladora;
- 3.- Respostas dadas pela aprendizagem.

Gagné assinala a existência de variáveis internas e externas. Entre as variáveis do aprendiz (internas):

- 1.- Capacidades iniciais;
- 2.- Motivação operacionalmente definida como disposição para entrar na situação do aprendiz;
- 3.- Estado de alerta do indivíduo;
- 4.- Condições orgânicas internas.

Variáveis na situação do aprendiz (externas):

- 1.- Estímulo que dirige a situação de aprendizagem;
- 2.- Estímulo para desempenho: sala de aula, matéria para o estudante realizar, ler, etc...
- 3.- Comunicações verbais: instruções não relativas ao conteúdo, mas à direção do aprendiz;
- 4.- Sucessão na apresentação de estímulos para a aprendizagem.

Gagné assinala 8 tipos de aprendizagem que se sucedem -- com rigor lógico; enquanto o anterior não suceder, o seguinte não poderá acontecer:

- 1.- Sinais;
- 2.- Estímulos;
- 3.- Cadeias motoras;
- 4.- Associações verbais;
- 5.- Múltiplas discriminações;
- 6.- Conceitos;
- 7.- Princípios ou regras;
- 8.- Resolução de problemas.

No tocante à educação, digo, instrução, devem ser considerados os seguintes aspectos:

- 1.- Ganhar e controlar a atenção;
- 2.- Dizer ao aprendiz o que se espera dele (objetivos);
- 3.- Estimular o surgimento de capacidades relevantes;
- 4.- Apresentar os estímulos inerentes;
- 5.- Oferecer guia para o aprendiz;
- 6.- Fazer com que o sujeito demonstre o que aprendeu;
- 7.- Promover feedback;
- 8.- Avaliar o desempenho (performance);

- 9.- Providenciar para que haja retenção e transferência do aprendizado.

Contém algo da teoria muito discutida atualmente de ---- Piaget, (21) , que afirma que todo o aprendizado deve procurar o desenvolvimento intelectual. Piaget não aplicou seus princípios psicológicos para criar uma metodologia de ensino-aprendizado. Suas investigações dizem respeito ao conhecimento. Leva em conta os aspectos operativo e informativo, digo, figurativo: a imitação, a linguagem, o desenho, a imagem mental; no operativo: classificar, dividir, selecionar.

Com esta nova metodologia, ao ser iniciado o ensino do Cálculo na secundária, existe uma fundamentação teórica e doutrinária bem informada.

Ratifica-se que não representa, exclusivamente, nenhuma teoria. Antes, pode-se observar no desenvolvimento desta metodologia, uma experiência de cátedra profissional de mais de vinte anos

Se com este esforço conseguirmos ajudar em algo aos colegas professores em seus intentos de melhorar cada dia o ensino da Matemática nos colégios do país, e, se paralelamente os jovens têm menos dificuldades diárias no aprendizado da Matemática, ter-se-ia cumprido um objetivo primordial e, o trabalho e dedicação postos em prática neste positivo intento, estarão bem recompensados.

#### OBJETIVOS ÚLTIMOS

- 1.- O aluno demonstrará conhecer elementarmente a noção de Diferencial e Integral.
- 2.- Aplicará os conhecimentos de derivação e integração aos problemas práticos e integrados em ciências.

#### OBJETIVOS COMPORTAMENTAIS

O aluno será capaz de:

- 1.- Medir longitudes;
- 2.- Expressar a medição de magnitudes, mediante um número racional.

- 3.- Interpretar o valor de  $\pi$  (pi) como convergência de séries.
- 4.- Escrever a definição de função.
- 5.- Colocar novos exemplos de funções.
- 6.- Distinguir entre o domínio e a imagem.
- 7.- Diferenciar funções lineares e não lineares.
- 8.- Graficar funções..
- 9.- Determinar a área como uma função.
- 10.- Determinar a pendente de uma reta.
- 11.- Escrever a equação de uma reta.
- 12.- Dada a equação de uma reta, traçar o gráfico.
- 13.- Interpretar funções contínuas e descontínuas.
- 14.- Interpretar e encontrar o limite de uma função.
- 15.- Graficar variados tipos de funções: escalonada, valor absoluto, identidade, par, ímpar, etc...
- 16.- Interpretar e graficar a equação de segundo grau.
- 17.- Deduzir as variações do gráfico de segundo grau ao variar os parâmetros.
- 18.- Escrever a área de uma região limitada pelo eixo de  $X$ , duas ordenadas e uma curva como limite de uma série de retângulos.
- 19.- Escrever a definição de Integral.
- 20.- Realizar problemas fáceis de Integração.
- 21.- Definir a derivada de uma função em um ponto dado  $X_0$ .
- 22.- Deduzir e escrever as fórmulas de derivadas de uma constante, de uma constante por uma função, de uma soma de funções.
- 23.- Deduzir e escrever as fórmulas de derivadas: de uma potência com expoente constante, do produto de duas ou mais funções e do cociente de duas funções.
- 24.- Aplicar a problemas simples.
- 25.- Deduzir a integração como uma operação inversa da diferenciação.
- 26.- Identificar funções crescentes e decrescentes. Concavidades de curvas para cima e para baixo.
- 27.- Calcular Máximos e Mínimos.
- 28.- Resolver problemas simples sobre máximos e mínimos.

CONTEÚDOS DA METODOLOGIA PROPOSTA

- 1.- Fluxograma do tratamento dos conteúdos.
- 2.- Introdução.
- 3.- Fundamentos Psicológicos e Pedagógicos.
- 4.- Objetivos últimos.
- 5.- Objetivos comportamentais.

CAPÍTULO 1

- 1.- Medidas, escalas e distância. Situações.
- 2.- Origem do número irracional.
- 3.- Origem de  $\pi$  (pi).
- 4.- Outra forma de interpretar o número  $\pi$  (pi).
- 5.- Intervalos abertos e fechados.
- 6.- Distância e valor absoluto.
- 7.- Avaliação.

CAPÍTULO 2

- 1.- Funções.
- 2.- Intervalo nas funções.
- 3.- Avaliação.

CAPÍTULO 3

- 1.- Equação da reta e gráfico de funções.
- 2.- Dada uma função linear, construir o gráfico.
- 3.- Gráfico de funções importantes.
- 4.- Função número primo.
- 5.- Função constante.
- 6.- Função valor absoluto.
- 7.- Função identidade.
- 8.- Gráfico de outras funções lineares.
- 9.- Avaliação.

CAPÍTULO 4

- 1.- Noção intuitiva de limites.
- 2.- Origem de  $e$
- 3.- Avaliação.

CAPÍTULO 5

- 1.- Noção intuitiva de Integral.
- 2.- Avaliação.

CAPÍTULO 6

- 1.- Noção de Derivada. Informação histórica.
- 2.- Vizinhança de um ponto.

CAPÍTULO 7

- 1.- Técnicas de derivação.
- 2.- Noção intuitiva de função contínua.
- 3.- Propriedade de linearidade.
- 4.- Derivada de uma constante.
- 5.- Derivada de uma função identidade.
- 6.- Derivada da soma de funções.
- 7.- Derivada de uma função que é potência com expoente constante.
- 8.- Derivada de um produto de funções.
- 9.- Generalização da derivada do produto de funções.
- 10.- Derivada do cociente de duas funções.
- 11.- Outra forma de deduzir a derivada do cociente de funções.
- 12.- Funções explícitas e implícitas.
- 13.- Avaliação.
- 14.- A integração como operação inversa da Diferenciação.
- 15.- Avaliação.

CAPÍTULO 8

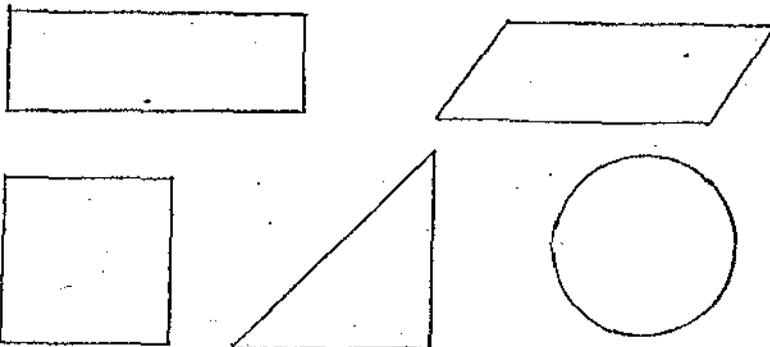
- 1.- Problemas sobre máximos e mínimos.
- 2.- Como determinar se a concavidade é para cima ou para baixo.

CAPÍTULO 9

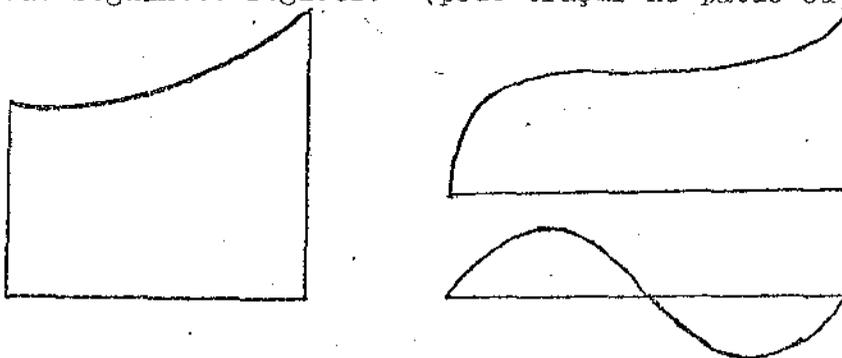
- 1.- Problemas de aplicação.
- 2.- Avaliação.
- 3.- Reforço às perguntas e avaliação.

BREVE DESCRIÇÃO DO CONCEITO DE INTEGRAL

Temos áreas como as seguintes:



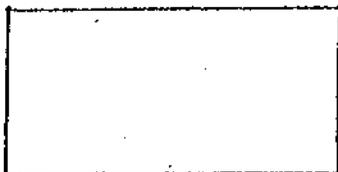
e outras que podemos medir sua área com o uso das fórmulas muito conhecidas em geometria elementar. Agora tratemos de medir a área das seguintes regiões: (pode traçar no pátio ou em cartolina).



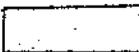
Séculos atrás os cientistas depararam com um grave problema: impossibilidade de calcular o valor da área de regiões limitadas por curvas irregulares, diferentes do conjunto das anteriores. Sabiam como medir, mas não possuíam métodos para evitar "muitos" erros. (Muito é palavra relativa em concepção matemática, conforme o campo de variação.).

Tentemos reconstruir o que foi feito séculos atrás..

Temos três conjuntos de retângulos:



Os retângulos de cada conjunto devem ser congruentes. Podem ser -- feitos em papelão ou compensado. Calcule a área de cada retângulo. Escreva este valor sobre o retângulo respectivo para não esquecer. A área pode ser expressa em centímetros quadrados. A área do retângulo vai servir de unidade. Selecione uma área qualquer das indicadas e meça com um retângulo qualquer tomado arbitrariamente. Para maior facilidade, pode-se colocar os retângulos congruentes uns à continuação de outros, para a seguir verificar quantos retângulos-- foram utilizados..

Quantos retângulos destes  tem a região escolhida?

Repita a operação, medindo com outro retângulo. Quanto mede?

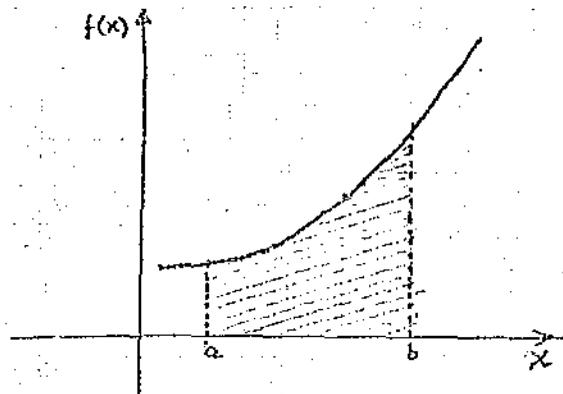
Anote.

Repita a ação com o último retângulo. Quanto mede? Anote.

Agora calcule em centímetros quadrados a área para o primeiro valor da medição; a seguir para o segundo valor e por último para o terceiro. Compare o resultado. Indique com palavras qual é a conclusão.

Repita o processo.

Trace a seguinte figura sobre o plano cartesiano.



Vamos calcular a área da região tracejada. Já determinamos o intervalo  $(a,b)$  para limitar a região, caso contrário a área seria ilimitada.

- a.- A curva superior que limita a função, é função? Por que?  
 b.- Assinale o intervalo imagem.

Chamamos esta curva de  $\underline{f}$  (não com  $f(x)$ ), porque exatamente  $f(x)$  é a imagem que fica sobre o eixo vertical, apesar de que muitos livros a utilizam indistintamente) [22]. Continuemos o processo anterior para calcular a área.

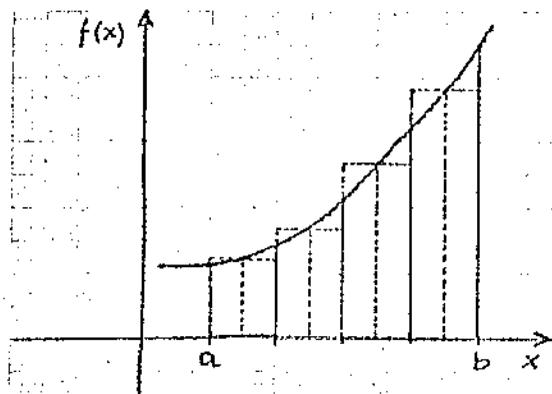
Divida o intervalo  $[a,b]$  em partes iguais, à vontade.-- Levante perpendiculares pelos pontos de divisão de  $(a,b)$ . No meio da base de cada retângulo, levante linhas de pontos perpendiculares como aparece na figura.

Fechem o retângulo na parte superior, passando pelo ponto de intersecção ou corte da curva com a linha de pontos.

Calcule a área de cada retângulo de forma aproximada.

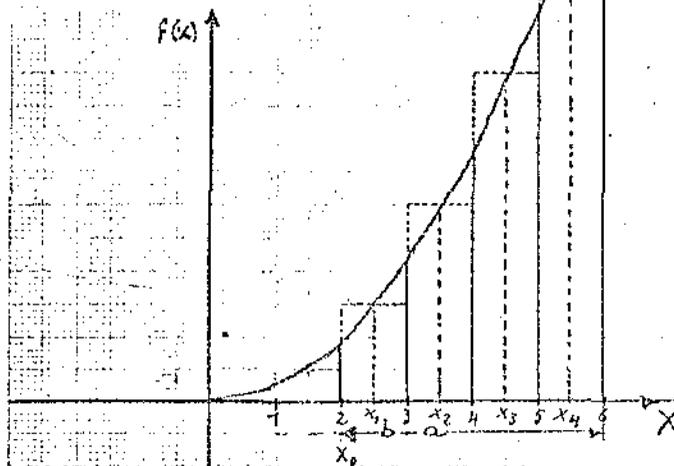
Considerando a escala do plano. Some as áreas.

Você calculou, com mínima margem de erro, a área da região tracejada..



Refaçamos o trabalho com o exemplo seguinte:

Calcule a área limitada pelo eixo dos  $\underline{X}$ , a função  $f(x) = 1/4 x^2$  no intervalo  $(2,6)$



Trace o gráfico: assinale os pontos e trace os retângulos como na figura..

Para maior facilidade enumere os retângulos, indicando os pontos-médios das bases por:  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ ,  $x_4$ . Colocamos  $x_0$  para indicar o ponto onde inicia o retângulo.

Os retângulos possuem igual base. Divida o intervalo para o número de retângulos.  $(b-a)/n$ ;  $(6-2)/4 = 1$

A este valor chamamos incremento e é designado com  $\Delta x$ . Este incremento delta x é escolhido arbitrariamente. Lê-se delta x;

$$\Delta x = (b-a)/n. \text{ Para este exemplo } x = 1.$$

Quanto menor o incremento, o erro ao calcular a área também será menor.

$$\text{Área do retângulo base } x_1 = \Delta x \cdot f(x_1) = 1 \cdot 1/4 (5/2)^2 = 25/16$$

$$\text{Área do retângulo base } x_2 = \Delta x \cdot f(x_2) = 1 \cdot 1/4 (7/2)^2 = 49/16$$

$$\text{Área do retângulo base } x_3 = \Delta x \cdot f(x_3) = 1 \cdot 1/4 (9/2)^2 = 81/16$$

$$\text{Área do retângulo base } x_4 = \Delta x \cdot f(x_4) = 1 \cdot 1/4 (11/2)^2 = 121/16$$

Agora some as áreas. Ficaria:

$\Delta x f(x_1) + \Delta x f(x_2) + \Delta x f(x_3) + \Delta x f(x_4)$ . Para que não fique muito extensa a soma, usa-se a forma abreviada:  $\sum_{i=1}^n \Delta x \cdot f(x_i)$ . Lê-se a somatória do produto delta x vezes  $f(x_i)$  com índice de 1 até-

n. Para o exemplo proposto  $\sum_{i=1}^n \Delta x f(x_i)$ . Para calcular a abscissa de  $x_i$  somamos as abscissas do limite interior no intervalo  $a$ , adicionamos o produto do índice menor  $i$  pelo incremento, somamos a metade do incremento.

$$\text{Assim para } x_2 = 2 + 1 \cdot (2-1) + 1/2.$$

$$\text{para } x_4 = 2 + 3 \cdot 1 + 1/2.$$

Generalizando:  $x_i = a + (i-1) \Delta x + \Delta x/2$ ;  $i \in \mathbb{N}$  isto é  $i=1, 2, 3, \dots, n$

Quando os retângulos não são de base igual:

$$\sum_{i=1}^n \Delta x_i \cdot f(x_i)$$

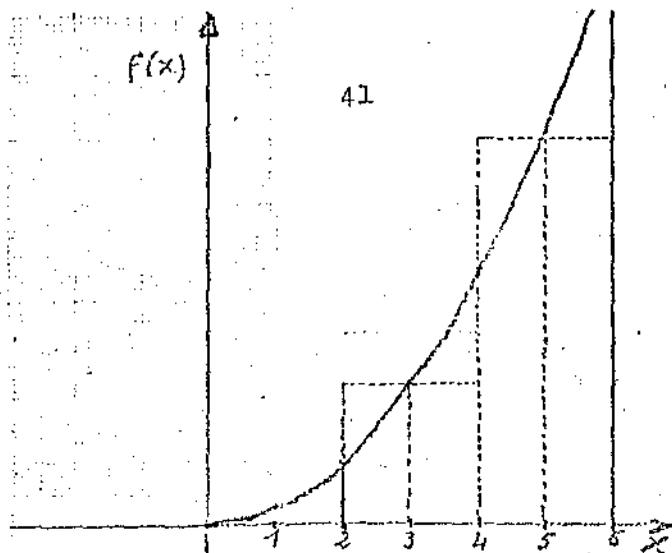
No problema proposto;  $\Delta x f(x_1) = 276/16 = 17,25 \text{ u}^2$

a.- Qual é a unidade que utilizamos?

Comprovar, contando os quadrados se o trabalho foi feito em papel milimetrado.

b.- Que devemos fazer para uma maior precisão?

Repita o cálculo, agora dividindo em dois retângulos. Compare-o com o resultado anterior.



Responda as seguintes perguntas:

- a.- Sendo dada uma curva que é a representação de uma função  $f$  e um intervalo sobre o eixo dos  $X$  ou domínio, como procederia para calcular a área da região limitada pela curva, o intervalo dado e as ordenadas nos extremos do intervalo?
- b.- Como se diminui o erro para calcular a área?
- c.- Falando em termos de limite, qual o valor a que deve tender a base do retângulo para diminuir o erro?

R E S U M O.-

Para calcular em forma aproximada a área compreendida entre uma curva  $f$ , um intervalo sobre o eixo dos  $X$  (domínio) e as ordenadas dos extremos do intervalo, divide-se o intervalo em  $n$  -- partes (base do retângulo).. Encontra-se a altura de cada retângulo, achando a imagem de cada ponto médio da base; ou seja  $f(x_i)$  . Calcula-se a área de cada um e soma-se. Para maior facilidade é-- conveniente dividir em partes iguais. Assim a base de todos os re-- tângulos são iguais.

A área da região proposta é expressa:  $\sum_{i=1}^n \Delta x f(x_i)$

A base de cada retângulo sendo iguais é:  $\Delta x = (b-a)/n$  . A abscis-- sa do ponto médio:  $x_i = a + (i-1) \Delta x + \Delta x/2$ . Considerando-se um conjunto infinito de retângulos, então a base de cada um deles-- tende a zero. Em símbolos  $n \rightarrow \infty \Rightarrow \Delta x \rightarrow 0$

Exatamente escrevemos: Área =  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \Delta x \cdot f(x_i)$ . Observe, quando  $n \rightarrow \infty$ ;  $\Delta x \rightarrow 0$ ; isto é, a base do retângulo resulta tão---pequena, somente concebível na mente humana. A este pequeno valor, dá-se o nome de DIFERENCIAL e é representado com  $dx$ . Lê-se o diferencial  $x$ . Esta forma de calcular a área é conhecida desde tempos---atrás, como a INTEGRAL da função dada  $f(x)$  num intervalo  $[a, b]$ . A palavra integral é substituída por um S alongado. Substituindo o diferencial do retângulo  $\Delta x$  por  $dx$ , escreve-se:

$$\text{Aproximação da área} = \sum_{i=1}^n \Delta x f(x_i)$$

$$\text{Área exata} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x = \int_a^b f(x) dx$$

Lê-se Integral no intervalo  $[a, b]$  da função  $f(x)$ . Não se lê o diferencial  $dx$ , porque se subentende que deve existir para poder calcular a área. Assim considerada a Integral  $\int f(x) dx$  é uma operação indicada; ao colocar a resposta, temos efetuado a operação chamada integrar.

Substituindo a função do cálculo anterior ficaria:

$$\int_2^6 \frac{1}{4} x^2 dx$$

Continuando, vejamos como calcular por métodos mais simples..

Suprimir na expressão:  $\int [f(x)] dx$ , a função dentro do retângulo. (efetuar no quadro-negro). Fica  $\int \dots dx$ . Este é o símbolo que indica a operação de Integração (cálculo da área como vimos).

Como todas as operações, a Integração tem seu símbolo  $\int_a^b \dots du$ ;

$\int_c^d \dots dy$ ;  $\int_a^b \dots d\theta$ ; etc., são símbolos que indicam Integração.

a.- Que varia nos símbolos indicados para a Integração?

b.- Em  $\int_1^3 \dots dt$ , qual é a diferença?

c.- Em  $\int_\alpha^\beta \dots dt$ , que variável deve estar no eixo horizontal? (no lugar do eixo dos  $x$ ). Não esqueça que o Integral é um valor-implícito (valor da área); desta forma, pode-se multiplicar-

ou dividir por uma constante; assim:

em  $\int_a^b f(x) dx$  por  $c$ ; fica:  $c \int_a^b f(x) dx = \int_a^b cf(x) dx$  (propriedade comutativa).

Do mesmo modo:

$$\int_a^b \frac{1}{c} f(x) dx = \frac{1}{c} \int_a^b f(x) dx$$

OBSERVAÇÃO.-

É mais fácil para os cálculos, retirar a constante do signo integral. Notar a possibilidade de fazer qualquer arranjo, como se estivesse com um número dígito, sem que o valor se altere; assim:

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_a^b -f(x) dx = 1/c \int_a^b cf(x) dx = \dots \text{etc}$$

Pelo que vimos, a integral pode ser negativa. Quando a área expressa por uma integral tem signo negativo, tem outra colocação no plano. Isto será aprendido posteriormente. [23]

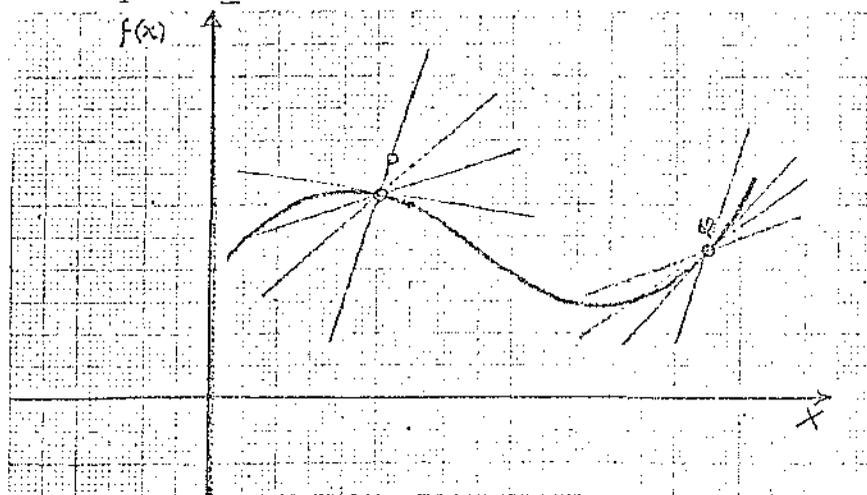
Nota.-

A metodologia proposta acompanha como apêndice ao presente trabalho.

BREVE DESCRIÇÃO DO CONCEITO DE DERIVADA

Newton tratou de linearizar (transformar numa função linear), toda a função dada num ponto determinado.

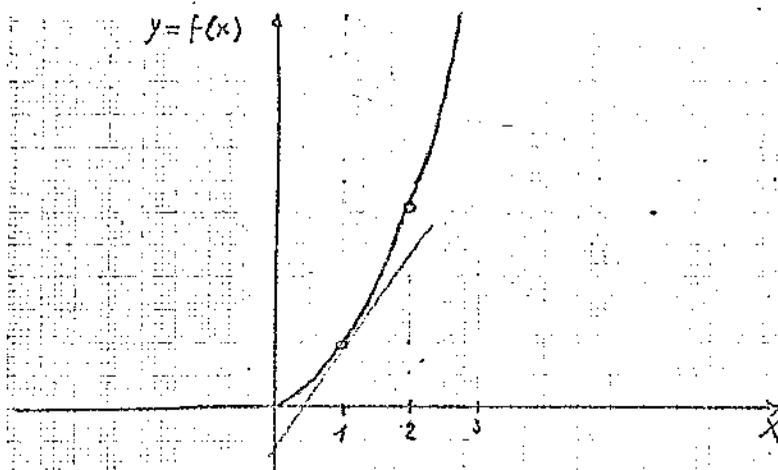
Se tivermos uma função qualquer como a que segue, e, se fixa um ponto, P por exemplo. Expressar por uma reta, que mais se aproxime da função dada no ponto P.



Observemos que pelo ponto  $P$  passa um número infinito de retas. O mesmo podemos dizer pelo ponto  $Q$ . O problema apresentado assim, Newton tratou de encontrar qual dessas retas é a que mais se aproxima da função dada. Resolvido este problema, Newton pensou, -- que a quantidade dos problemas da vida diária e em particular das ciências, expressados por funções complicadas, poderiam ser expressos em forma muito simples com uma função linear, para qualquer ponto -- considerado.

Tentemos realizar o trabalho que Newton realizou.

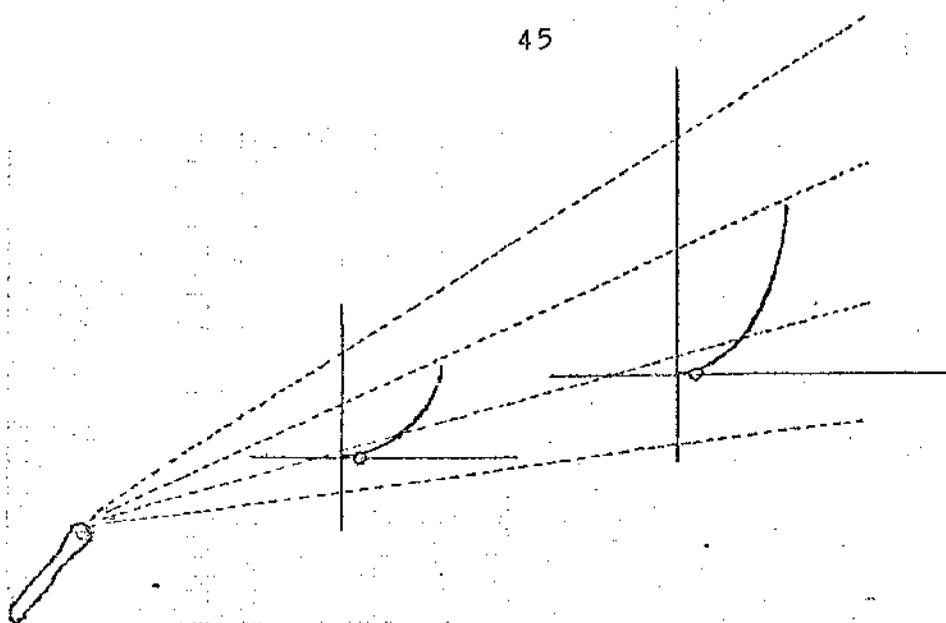
Em uma aula anterior efetuamos um jogo com os alunos da seguinte forma: um aluno diz um número e outro diz seu quadrado. Escreva a função:  $f(x) = x^2$ ; faça o gráfico; trace a tangente (tangente é a reta que toca um único ponto da curva) no ponto  $x = 1$



Trace outra reta tangente à curva no ponto  $x = 2$

E outra tangente à curva no ponto  $x = 3$

Projetar a sombra de um sistema de eixos coordenados, construídos -- com barras e arames, sobre a parede, como mostra o gráfico. O arame que representa a reta deve ser deslocável, por meio de uma argola -- que faça as vezes de eixo.

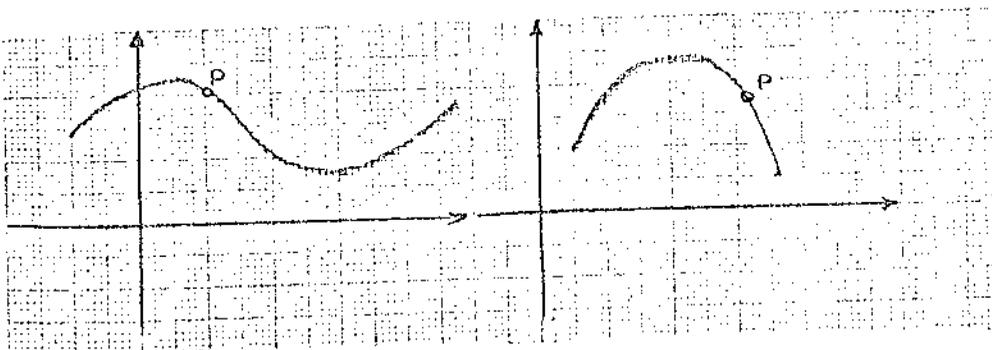


Com o mesmo material modificamos a função representada pelo arame móvel. Situe o arame de modo que, passando pela argola que serve de eixo, a curva seja secante. Realize um giro do arame sobre o ponto, de tal forma que fique segundo as posições indicadas. Para girar o arame, pode-se tomá-lo pela parte inferior pois assim não aparecerá a sombra da mão. Realize várias vezes este movimento. Observe que, enquanto a reta (arame) secante, gira, até chegar à tangenciar a curva, o outro ponto da curva que toca a secante, não é fixo, segue um movimento aproximando-se cada vez ao ponto fixo.

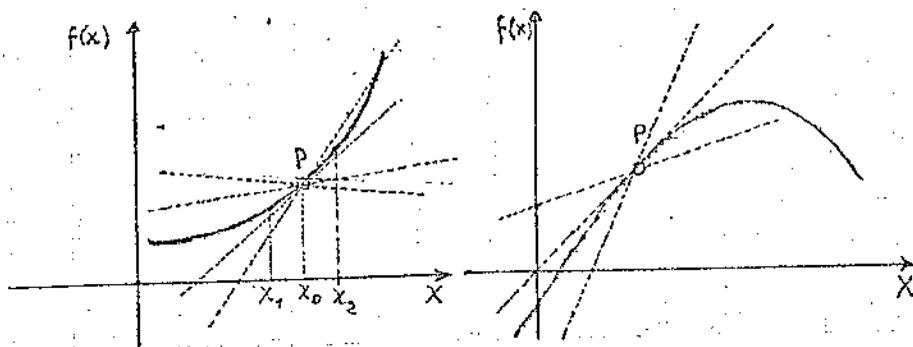
Resumo:

Enquanto a secante se movimenta, tendendo para a tangente, um ponto da curva tende ao ponto fixo.

Realize a experiência várias vezes, montando curvas de formas diferentes, assim:

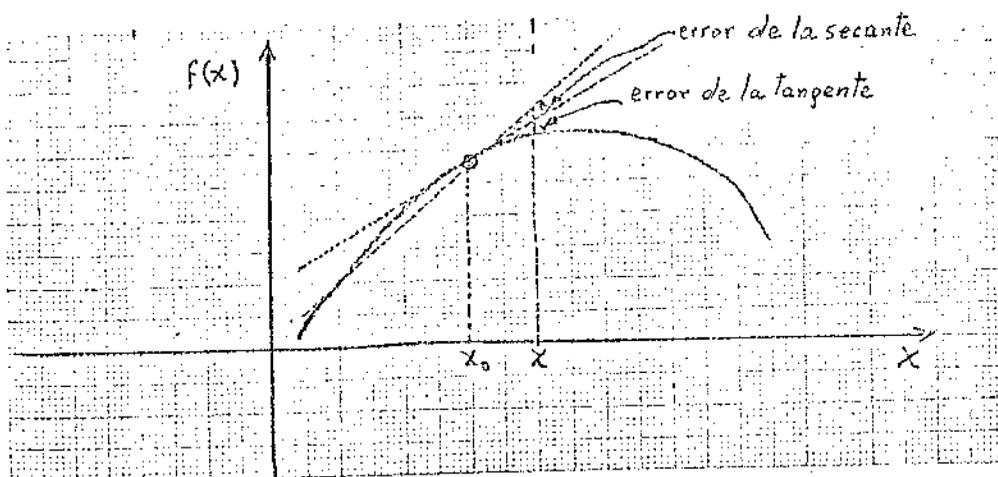


Vamos analisar qual das retas traçadas por um ponto considerado fixo dá menor margem de erro, comparando com o valor da função, nesse ponto. Empregando o material com uma fonte de luz, projetar a sombra de curvas e secantes em diferentes posições, como as que se seguem:



Utilize outros arames retos, coloque sobre P e que cortem a curva. Sempre se deve deixar uma tangente para comparar. Compare sempre com duas retas e a tangente.

$x_0$  situamos como o ponto fixo ou de referência. Consideremos um ponto fora de  $x_0$ ; seja o ponto  $x$ . (Como na figura).



Assinalamos os erros de aproximação para as duas retas, ao considerarmos o ponto  $X$ .

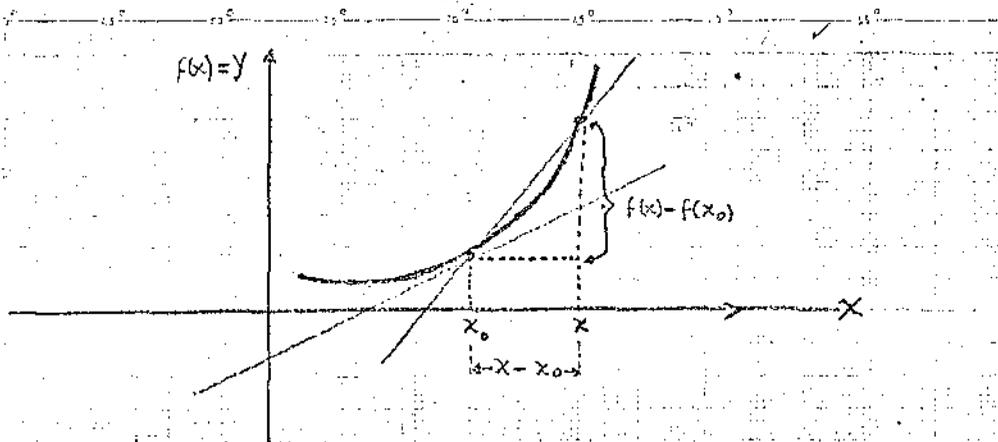
- a.- Qual apresenta maior valor de aproximação? (num ponto considerado com respeito à função dada).  
 b.- Podemos considerar outro ponto  $X$ , próximo à  $X_0$  ?

RESUMO:

Dada uma função, em cada ponto podemos aproximar à uma função linear. A tangente geométrica à curva no ponto considerado, é a melhor aproximação por apresentar menor erro que outras retas. As considerações para explicar o menor erro, fazemos na vizinhança (contorno) do ponto fixo.

VIZINHANÇA DE UM PONTO.- É o conjunto aberto que contém dito ponto-- (há outras formas de definir, esta é a mais simples). Conjunto aberto, fechado, semi-aberto, já tínhamos estudado anteriormente, com esta mesma metodologia.

Consideremos a partir de outro ponto de vista, esta análise.



Trace uma curva ou função. Assinale o ponto  $P$  de referência. Trace uma secante e tangente que passem por  $P$  correspondente a  $X_0$ . Na vizinhança de  $X_0$  marque outro ponto sobre o eixo de  $X$ . (colocamos o  $X$  afastado, no gráfico, para entender melhor). Trace linhas de pontos, como indica a figura, de modo a obter um triângulo retângulo. Indique o cateto horizontal, paralelo ao eixo de  $X$ . Este cateto é representado por  $\Delta x$  de forma que  $\Delta x = (X - X_0)$ .

Expresse o cateto vertical, ou paralelo ao eixo dos  $y$ .

Este cateto é representado com  $\Delta y$ , de forma que  $\Delta y = |f(x) - f(x_0)|$

OBSERVAÇÃO:

Colocamos o valor absoluto para não ter o sinal menos. A curva pode estar em qualquer posição. Encontramos os dois catetos. Escreva a relação ou divisão entre os dois catetos.

$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ . Escreva o mesmo cociente numa outra forma, utilizando outros símbolos:  $(\Delta y / \Delta x)$ . Leve ao limite, fazendo  $x \rightarrow x_0$ ; ou o que é o mesmo:  $\Delta x \rightarrow 0$ .

Com suas palavras escreva todas as conclusões que possa deduzir, -- quando  $\Delta x \rightarrow 0$ , ou seja, o ponto  $x$  aproxima-se do ponto considerado. Responda as seguintes perguntas, tomando como base suas conclusões:

a.- Para onde se aproxima um ponto qualquer da vizinhança de  $x_0$ ?

b.- A secante, a que reta tende?

c.- Que função trigonométrica expressa a divisão:  $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$  ?

d.- A tangente do ângulo (na figura), a que tangente tende?

e.- Que outro nome tem o valor da tangente trigonométrica? (já foi estudado anteriormente). Quando escreveu:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \quad \text{ou também:} \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Você expressou a derivada da função  $f(x)$  no ponto  $x_0$ .

RESUMO:

Derivada: é o limite do cociente:  $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$  quando  $\Delta x \rightarrow 0$

ou também é o limite do cociente:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} \quad \text{quando} \quad \Delta x \rightarrow 0.$$

A derivada é um valor constante. A derivada é o valor da pendente da tangente geométrica no ponto considerado.  $\Delta x$  é chamado de incremento de  $x$ .  $\Delta y$  chama-se incremento de  $y$ .  $\Delta x = x - x_0$ ;

$\Delta y = f(x) - f(x_0)$ .  $\Delta x$  é o incremento do ponto considerado no domínio da função. Vimos que quando o incremento  $\Delta x$  tende a zero, - substitui-se pela palavra diferencial, com seu símbolo  $dx$ . Logo a

derivada pode se escrever em outra forma:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx} = y' = f'(x).$$

Também utilizamos a variável que representa a imagem, com um traço. Quando se escreve  $dy/dx$ , lê-se: a derivada de  $y$  referente a  $x$ ;  $d(f(x)/dx)$ : lê-se: a derivada da função  $f(x)$  referente a  $x$ . Dada uma função, pode existir derivada para cada ponto. (Dizemos pode, -- porque há funções que não têm derivadas em certos pontos. Estudaremos a seguir)..

As considerações do  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$  realizamos nas proximidades do -- ponto.

Observe que para o ponto  $x$  na vizinhança de  $x_0$ , tanto a secante como a tangente geométrica, se  $\Delta x$  tende para zero, também  $\Delta y \rightarrow 0$  sendo que a que mais depressa se aproxima de zero é a tangente. Então falamos de velocidade de aproximação a zero. Não esqueça que, se  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ , ambos os termos seriam zero, ficando  $0/0$ , que é uma quantidade indeterminada, o que não tem sentido. Por esta razão -- diz-se que  $\Delta y$  é um infinitésimo de ordem superior. Falar de divisão de quantidades tão pequenas, tem sentido; assim:

$$0,0000000004/0,0000000002 = 20$$

Trace uma função  $f(x)$ . Situe um ponto  $x_0$  no domínio. Trace a tangente geométrica nesse ponto. Esta tangente é a melhor aproximação de função dada para o ponto escolhido  $x_0$ . Responda as seguintes perguntas:

- a.- De que grau é a equação?
- b.- Expresse o valor da pendente.
- c.- Encontre a imagem de  $x_0$ .
- d.- Escreva a equação.

(Segue...)

#### RECURSOS DIDÁTICOS UTILIZADOS NESTA NOVA METODOLOGIA

Conforme observamos na metodologia publicada, a mesma que segue no apêndice, podemos especificar os seguintes recursos didáticos utili

zados na mesma:

- 1.- A atividade constante do aluno na elaboração do conhecimento.
- 2.- A participação continuada, seja no uso do material ou respondendo questionários para deduzir um conceito ou uma fórmula.
- 3.- Material didático abundante: cartolina, compensado, barbante, pregos, pedras ou tijolos, os mesmos alunos, aparelho construído com barras, arame, e foco de luz, etc.
- 4.- Desenvolvimento de algumas leis, digo, lições fora da classe.
- 5.- Reforços imediatos às respostas dadas pelos alunos.
- 6.- Comparar os resultados, medindo e fazendo os cálculos numéricos, para uma maior compreensão.
- 7.- Motivação constante pelo novo aprendizado do Cálculo.

#### RESULTADOS OBTIDOS COM A APLICAÇÃO DA NOVA METODOLOGIA.

##### Quantos Alunos Foram Envolvidos

A Metodologia proposta, descrita com o mínimo detalhe, na sua primeira fase de apresentação, foi experimentada pelos alunos do -- terceiro ano da Faculdade de Filosofia da Universidade Central, extensão Riobamba. Trabalhamos sem indicar-lhes que se tratava de -- uma nova metodologia, até detectarmos algumas falhas e deficiências na sua aplicação. O êxito foi completo, pois os alunos, quando souberam que se tratava de um método para a introdução do cálculo no -- ensino secundário, mostraram-se interessados, ao ponto de planejar uma publicação, com a finalidade de promover sua divulgação. Com esta primeira experiência, foram introduzidas mudanças e efetuaram-se correções de erros.

##### ALUNOS E PROFESSORES ENVOLVIDOS

Ano	N í v e i s	Nº	Total província	Porcentagem %
1976	Est. universitários	38	46	82
1976	Est. secundários	394	580	68
1976	Prof. matemática	65	128	51
1977	Est. universitários	56	60	94
1977	Est. secundários	471	620	76
1977	Prof. Matemática	112	137	82

O total de alunos da Província, no que se refere ao quadro, pertencem ao sexto ano.

Com a finalidade de detectar alguma dificuldade que poderia surgir no ensino-aprendizado, dos alunos que terminam a quinta série do colégio, a metodologia em referência, foi aplicada no início do ano escolar de 1976-1977. A meta seria apurar se o aprendizado do cálculo proposto, não necessitava conhecimentos incluídos no programa da sexta série. Concluímos que os alunos não tiveram nenhuma dificuldade, antes serviu para uma melhor compreensão dos outros itens constantes dos programas vigentes.

#### PROGRAMA APRESENTADO PELO MINISTÉRIO DE EDUCAÇÃO

O programa proposto pelo Ministério de Educação, como parte do currículo, na especialização Física-Matemática-Química-Biologia e que se encontra em vigor é o seguinte:

- 1.- Função polinômica.
- 2.- Equação cúbica.
- 3.- Estudo das cônicas.
- 4.- Matrizes e determinantes.
- 5.- Interesse composto.
- 6.- Análise combinatória.
- 7.- Estatística e probabilidades.
- 8.- Análise trigonométrica.
- 9.- Introdução à geometria analítica do espaço.
- 10.- Introdução ao cálculo Diferencial.

De acordo com estes programas, o ensino do cálculo Diferencial na sua parte elementar, consta em último lugar. A introdução do cálculo Integral não é sequer mencionada.

#### RESULTADOS OBTIDOS

Diante do êxito obtido, os alunos solicitaram a apresentação de uma palestra, exclusivamente relacionada com o Cálculo Diferencial e Integral, por ocasião das festas do colégio São Felipe,-- celebradas na terceira semana de março.

Os próprios alunos apresentaram-se com suas palestras, diante de muitas delegações de colégios da cidade de Riobamba. Foi a primeira vez, na história educativa da Província que uma palestra é apresentada pelos estudantes a respeito do Cálculo Diferencial e Integral. Os assistentes aplaudiram os jovens pelo domínio claro dos conhecimentos expostos. Fizeram-no, com tanta desenvoltura como se fossem verdadeiros mestres. Os jovens motivaram o público de tal forma que muitos da platéia, mesmo desconhecendo por completo a matéria, permaneceram atentos e interessados.

A importância de se tirar os alunos fora da classe, ficou comprovada, principalmente quando a aula foi desenvolvida no quadro de basquete, aproveitando o riscado da mesma. Assim, os alunos recebem uma tônica de descanso, ficam mais alegres e o tempo regular da aula torna-se curto pelo desejo que manifestam em continuá-la.

O material didático apresentado, para se obter a noção de derivada, favoreceu o conhecimento duradouro, sobretudo aquele utilizado para comparar a diminuição do erro da função, quando se considera a tangente geométrica em comparação com a secante, na vizinhança de um ponto qualquer. Do ponto de vista da recordação, os resultados conseguidos foram de maior relevância se comparados com os expostos simplesmente no quadro, em forma de conferência.

Com a aplicação da metodologia em questão, consegue-se automaticamente a disciplina dos alunos durante o desenvolvimento da aula, devido à atividade e à participação constante durante a exposição da matéria, além dos outros motivos já citados.

#### MELHORIA DO NÍVEL DOS ALUNOS

Os alunos que receberam Cálculo com esta metodologia, demonstraram domínio e compreensão dos conteúdos da Matemática, nas aulas da Universidade, se comparados com o resto de estudantes do país.

A turma de estudantes da faculdade de Filosofia que terminaram o curso com o conhecimento desta nova metodologia, apresenta-

ram plano de trabalho anual, no que aparece o ensino do Cálculo Integral e Diferencial como um conteúdo fundamental. No colégio Sta. Mariana de Jesus, na especialidade de Comércio e Administração, mesmo sem que os programas vigentes contemplem o ensino do cálculo, o professor planejou e ensinou às alunas que se formaram este ano, o cálculo que aprendeu com a nova metodologia.

Um grupo de alunos da sexta série do ano que terminou, como resultado dos conhecimentos adquiridos com este novo método, mostrou um grande interesse por esta parte da Matemática, dando origem este fato, à realização de monografias sobre cálculo diferencial.-- Por ser de interesse, transcrevemos um item do prólogo:

"Ao escrever esta monografia, procuramos que a teoria e a prática estivessem sempre juntas, de tal forma, que os conhecimentos adquiridos na pesquisa realizada fiquem perfeitamente consolidados! ..."O motivo que nos levou a escolher estes temas, foi o de procurar bases mais sólidas para nossos conhecimentos Matemáticos, que mais tarde vamos utilizar em nossa vida universitária"....

Outro resultado, consequência da motivação do cálculo, -- foi a pesquisa sobre Geometria Plana. A razão: os alunos que concluem o secundário, em sua maioria, apresentam grandes vazios em geometria, constituindo um fracasso em sua carreira universitária. O grupo de alunos que escreveu a monografia, realizou um trabalho de pesquisa sobre Geometria Plana.

#### ESTUDOS QUE ESTÃO SENDO REALIZADOS

Os alunos que estão recebendo o ensino-aprendizado do cálculo com esta nova técnica, (duas turmas), atualmente realizam estudos na Universidade Central, nas Escolas Politécnicas de: Quito e Riobamba, e fora do país. Os alunos que estudam Matemática na Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências da Educação, na Universidade Central - extensão Riobamba - curso para professores de ensino médio, receberam orientação no ensino do cálculo, com este novo método. O resultado positivo foi a não desistência de alunos. O seguinte quadro proporcionará uma melhor visão:

DESISTÊNCIA DOS ALUNOS NA UNIVERSIDADE - EXTENSÃO RIOBAMBA.  
ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA

Ano	Matriculados	Desistentes	Diplomados	% de desistentes
1970	98	66	32	67
1971	127	114	13	89
1972	67	59	8	88
1973	58	52	6	89

TURMA DE ALUNOS NA ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA

Ano	Matriculados	Desistentes	Diplomados	% de desistentes
1976	52	14	38	26
1977	47	11	36	23

6.-

ATIVIDADES EXTRACURRICULARES

INTRODUÇÃO À TOPOLOGIA. CURSO PARA MESTRES SECUNDÁRIOS

" O êxito não difundido é uma verdade morta". Para difundir a nova metodologia, realizaram-se várias atividades, as mesmas que serviram para outras orientações e melhoras, no campo da educação Matemática, da Província e do País.

Pela primeira vez na história educativa do País, organizou-se um curso sobre Introdução à Topologia, para professores de Matemática do ensino secundário. A Direção Provincial de Educação de Chimborazo e o gabinete de Assuntos Culturais, apoiaram grandemente o financiamento e a divulgação. Os conteúdos desenvolvidos no curso, são os seguintes:

- 1.- Tipos de conjuntos.
- 2.- Operações entre conjuntos.

- 3.- Propriedades das operações.
- 4.- Conceito de Topologia. Espaços Topológicos.
- 5.- Tipos de objetos e propriedades que estuda a Topologia.
- 6.- Propriedades Topológicas.
- 7.- Intervalos abertos e fechados.- Pontos de acumulação.
- 8.- Métrica.- Espaço métrico.- Métrica Zero-Um.- Métrica induzida.
- 9.- Espaço Euclidiano.- Outras métricas..
- 10.- Espaços vetoriais normalizados.
- 11.- Bolas e esferas. Operações com bolas.
- 12.- Conjuntos limitados.- Cotas.- Supremo; Ínfimo.

#### OUTROS CURSOS PARA PROFESSORES

A Direção Provincial de Educação organiza cursos de aperfeiçoamento docente, com duração de um mês. Aproveitando estes cursos, difundiu-se o uso da metodologia sobre o ensino do cálculo no secundário; destaca-se a importância da introdução antecipada, para crianças de alguns fundamentos de Matemática: conceitos fundamentais de vizinhança, fronteira, vetores, conceito de derivada, etc. Esta metodologia foi aplicada para a introdução do Cálculo no ensino secundário, aos professores de Matemática de nível médio; testes de avaliação foram aplicados aos professores-alunos, para determinar o grau de aproveitamento dos mesmos.

Outro curso para professores de ciclo básico, foi ministrado num colégio recém criado; a instituição escolhida para este fim, foi o "Eloy Alfaro", na região de Huigra, na Província de Chimborazo.

O resultado destes cursos foi o planejamento para a difusão desta nova metodologia e a colaboração nas diferentes atividades realizadas extracurriculares, no aprimoramento da educação em geral.

#### ENCONTRO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA PROVÍNCIA DE CHIMBORAZO.-

No mês de Maio de 1977, organizou-se o primeiro encontro de professores de Matemática dos colégios secundários da Província

de Chimborazo. Assistiram-no 25 colégios, com suas delegações. O colégio anfitrião foi o "Isabel de Godin" da cidade de Riobamba. - Neste primeiro encontro, conseguiu-se incentivar a necessidade da introdução do cálculo no colégio secundário. Levou-se ao conhecimento a existência de um projeto de metodologia para ministrar o conceito de derivada na sexta série do primário.

Neste encontro estudou-se o novo programa para o ciclo básico; modificações e recomendações foram feitas para todos os professores. Dentro das recomendações e sugestões de maior relevo anotamos as seguintes:

- 1.- Promoção de seminários semestrais de professores de Matemática, a nível provincial, para analisar o adiantamento dos conteúdos da Matemática e o êxito alcançado no ensino de alguns itens.
- 2.- Unificar a simbologia da Matemática para os cursos primário e secundário, a fim de conseguir uma melhor orientação dos estudantes.
- 3.- Aprovação de uma linguagem mínima de Matemática e distribuição em folhas mimeografadas aos professores primários e secundários.
- 4.- Solicitar ao Ministério de Educação a programação de cursos de aperfeiçoamento para professores de Matemática, cada dois anos.

#### RECOMENDAÇÕES AO MINISTÉRIO DE EDUCAÇÃO

Recolhidas as sugestões e feitas avaliações, enviou-se ao Ministério de Educação, as seguintes recomendações:

- 1.- Para o currículo do ciclo diversificado, na modalidade de bacharelato em Humanidades Modernas, especialização Física-Matemática-Química-Biologia, considere-se o estudo do cálculo Diferencial e Integral.
- 2.- Os mestres, em sua totalidade expressam que o Cálculo constitui poderosa ferramenta na compreensão científica dos fenômenos naturais, sociais e econômicos, em consequência o Ministério para normalizar seu aprendizado.

CICLO DE CONFERÊNCIAS

A Associação de professores diplomados em Matemática, organizou um ciclo de conferências sobre alguns conceitos de Matemática. A este ciclo de conferências foram convidados destacados -- professores universitários. Com uma assistência de 95% de mestres, os seguintes temas foram dissertados:

"O ensino-aprendizado da Matemática no curso secundário e a importância do Cálculo".

"O Ensino da Trigonometria no curso secundário partindo da equação  $x^2 + y^2 = 1$ ".

"Estruturas Algébricas para o curso secundário."

Nesta oportunidade aproveitou-se para distribuir a "MODERNA METODOLOGIA PARA A INTRODUÇÃO DO CÁLCULO INTEGRAL E DIFERENCIAL, NO CURSO SECUNDÁRIO", que foi lida e comentada favoravelmente.

ORGANIZAÇÃO DE PROFESSORES FORMADOS EM MATEMÁTICA  
DA PROVÍNCIA DE CHIMBORAZO

Como consequência das diferentes atividades extracurriculares efetuadas, e da motivação do ensino do Cálculo no curso secundário, formou-se na Província de Chimborazo a Associação de Professores Formados em Matemática. Os objetivos desta sociedade são:

- 1.- Incentivar o companheirismo e mútuo entendimento entre os associados.
- 2.- Procurar a melhora profissional dos sócios.
- 3.- Melhorar o ensino-aprendizado da Matemática, tanto no curso -- primário como no secundário.
- 4.- Estimular os associados para que formulem projetos sobre metodologias de diferentes conteúdos da Matemática.
- 5.- Participar com critérios para a revisão, melhoramento do currículo nos dois níveis educacionais.
- 6.- Fazer com que nas outras Províncias, associações semelhantes - sejam formadas, até conseguir uma associação de âmbito nacional.
- 7.- Formar parte integrante em Associações similares da América e do mundo.

8.- Promover aos associados para os cargos de Direção Educativa Nacional.

#### PLANIFICAÇÃO - PROGRAMA PILOTO EM TODO O PAÍS

Enviou-se ao Ministério de Educação todo o planeamento -- realizado na Província de Chimborazo, referente à dinamização de -- atividades extracurriculares do Cálculo no curso secundário. A Di- reção de Educação solicitou que considerasse como Programa Piloto.- A respeito, recebeu a seguinte resposta da Direção Nacional de Edu- cação: "Acuso recebimento de seu pedido Of. Nº 0316-DECH, de 5 de-- Abril do ano em curso, anexo ao qual se encontra o documento que -- contém o Planeamento de Trabalho da Seção de Assessoria Pedagógica; ao mesmo tempo permito-me fazer chegar minhas felicitações, por seu intermédio, a todo o pessoal que integra esse grupo de trabalho, pe- la extraordinária iniciativa de levar adiante esse planeamento que beneficiará os três níveis educativos da Província e do País"... [25]

#### DESENVOLVIMENTO DA PLANIFICAÇÃO PROPOSTA PARA O RESTO DAS PROVÍNCIAS DO PAÍS.

O Ministério de Educação tendo aceito o Programa Pilo- to, sua aplicação começará pelas Províncias vizinhas: Tungurahua , Bolívar, Cañar, Pastaza, etc. Este planeamento terá início com a formação de Associações de Professores de Matemática, em cada uma-- das Províncias. Um passo prévio será dado com palestras sobre tópi- cos de interesse no ensino da Matemática; apresentações de materiais didáticos para o tratamento de alguns temas; apresentação da nova -- metodologia para o ensino do Cálculo; etc. Na reunião de professo- res de Matemática, em cada uma das Províncias serão fornecidos exem- plares do novo método proposto. Atualmente há uma proposta da Pro- víncia de Bolívar para dar um ciclo de conferências sobre o projeto que se está desenvolvendo na Província de Chimborazo, a fim de que- a mesma entre no Programa Piloto.

AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS APÓS 5 ANOS COM AS TÉCNICAS  
CONHECIDAS PELOS PROFESSORES

Dentro do Plano Piloto, temos a avaliação de um prazo de 5 anos depois de aplicado o Programa no País. Para esta avaliação, se não utilizadas as técnicas conhecidas pelos professores.

8.- C O N C L U S Õ E S

A análise das ações descritas nas páginas anteriores, permite-nos concluir que:

- 1.- A introdução de uma inovação curricular nos programas nacionais, pode ser utilizada como veículo de dinamização do professorado. No presente trabalho, motivado pela necessidade de preparar os professores, para o ensino do Cálculo no curso secundário, temos desenvolvido o esquema de dinamização descrito.
- 2.- A dinamização deve ter característica de atividades múltiplas: Cursos, seminários, conferências, reciclagem, etc.

Evitar a institucionalização de uma atividade, parece essencial para que a dinamização não seja efêmera.

- 3.- A multiplicidade de atividades descrita no numeral 2, inclui a participação de alunos e conseqüentemente de pais, através de programas de recuperação e concursos. Isto dá à dinamização o caráter de universalidade, que é o desejável.
- 4.- O Programa descrito neste trabalho, cuja implantação na Província de Chimborazo, pode ser considerado Piloto, deverá ser ampliado a outras Províncias, por meio do Ministério da Educação, assim como deverá ser estimado segundo a validade das conclusões 1, 2 e 3.

Tal avaliação deverá ser conduzida nos próximos 5 anos, sendo este trabalho o ponto de partida para implantar a dinamização. Espera-se que esta, seja um primeiro passo em direção à Educação permanente, objetivo universal das modernas tendências educacionais e necessidade absoluta no conjunto de prioridades de nossos sistemas educacionais.

B I B L I O G R A F I A

- [1]. Unidad Estadística del Ministerio de Educación, Quito, Ecuador, 1976.
- [2]. Junta Nacional de Planificación y Coordinación Económica, Quito, Ecuador, 1976.
- [3]. Dirección Provincial de Educación del Chimborazo, Riobamba, Ecuador, 1976.
- [4]. Chimborazo: Estudio Socio-económico - JUNAPLA - BID, 1973.
- [5]. República del Ecuador - Ministerio de Educación Pública: Programa de estudio. Ciclo diversificado, 8, Matemática - Ministerio de Educación, Quito, Ecuador, 1969.
- [6]. D'Ambrosio, Ubiratan : Cálculo e introdução à análise , Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1975.
- [7]. Boyer Carl B.: História da Matemática (Tradução: Gomide, Elza F.) Editora Edgard Blücher Ltda., São Paulo, 1974.
- [8]. Datos de la Dirección Provincial de Educación y de la Extensión Universitaria, Riobamba, Ecuador, 1976.
- [9]. Publicación del diario El Espectador de la ciudad de Riobamba.
- [10]. Hernández, Ruiz Santiago : Metodología General de la Enseñanza, Tomo 1, Unión Tipográfica Editorial Hispanoamericana, México, 1960.
- [11]. Bassic, C. Angel : Principios de Metodología General, Edit. Claridad, Buenos Aires, 1945.
- [12]. Senet, Rodolfo : Guía para la observación y práctica pedagógicas, Ed. Kapeluz, Buenos Aires, 1975.
- [13]. Tobar Vaquero : Pedagogía adaptada a la realidad nacional, Edit. A-B, Quito, Ecuador, 1969.
- [14]. Rousseau, Juan Jacobo : El Contrato Social , Edit. Fe, Buenos Aires, 1973.
- [15]. Pinkevich, Alberto : Las Modernas Teorías Pedagógicas, Ediciones Fuente Cultural, México, 1941.

- [16]. Aguayo, A.M. : Pedagogía, Edit. Cultural S.A., Habana, 1924.
- [17]-[18] : Araujo e Oliveira, Batista J., Tecnología Educacional e Teorías da instrução, Edit. Vozes Ltda., Petrópolis, 1975.
- [19]. Skinner, R. : Tecnología do ensino (Tradução de Rodolfo Azzi), Edit. da Universidade de São Paulo, 1972.
- [20]. Gagné, Robert M. : Como se realiza el aprendizaje (Tradução Therezinha Ramos Tovar), Libros técnicos y científicos Edit.S.A./MEC, Brasília, INL, 1974.
- [21]. Piaget, Jean : A Epistemologia Genética, Edit. Vozes Ltda., Petrópolis, 1972.
- [22]. Granville, William Anthony : Cálculo Diferencial e Integral, Unión Tipográfica Hispano Americana, México, 1960.
- [23]. Apostol, Tom M. : Cálculo con funciones de una variable con una introducción al Algebra Lineal, Edit. Reverté S.A., Barcelona, España, 1972.
- [24]. National Council of Teachers of Mathematics: The Mathematics teacher, Volumen 69, Number 1, January 1976.
- [25]. Archivos de Asesoría Pedagógica : Dirección Provincial de Riobamba, Ecuador, 1976.