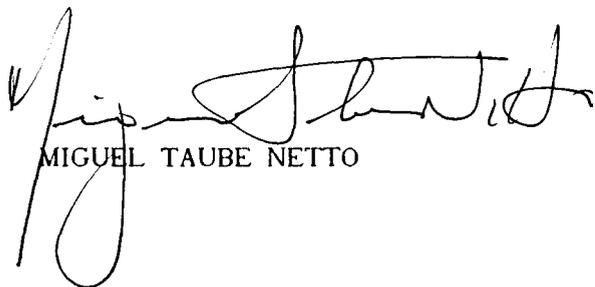


UMA ABORDAGEM MATEMÁTICA PARA O PROBLEMA DE
CORTE E LAMINAÇÃO DE FITAS DE AÇO.

Este exemplar corresponde a redação final da tese devidamente corrigida e defendida pelo Sr. MARCOS ANTONIO PEREIRA e aprovada pela Comissão Julgadora.

Campinas, 28 de maio de 1993.

Prof. Dr.



MIGUEL TAUBE NETTO

Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação, UNICAMP, como requisito parcial para obtenção do título de MESTRE em Matemática Aplicada.

*Aos meus pais,
Mauro e Antonia.*

AGRADECIMENTOS

- Ao Prof. Dr. Miguel Taube Netto, pela orientação neste trabalho;

- Ao CNPq e à FUNCAMP, pelo importante apoio financeiro;

- Aos engenheiros Arnaldo Chemmer e Cláudio Martins e ao Giancarlo, da Mannesmann S.A., pelas indispensáveis informações técnicas sobre o processo de fabricação de tubos;

- Ao engenheiro Adilson A. Guimarães, da Improve Consultoria, pela preciosa ajuda no entendimento dos processos de laminação;

- Aos amigos da SOMA, pela presteza e prontidão com que atenderam cada solicitação;

- Aos professores e funcionários do IMECC e da FEE, pela importante colaboração na minha formação acadêmica e profissional;

- Aos amigos e colegas, cujo apoio nas horas decisivas contribuiu para a concretização deste trabalho.

ÍNDICE

INTRODUÇÃO	6
CAPÍTULO 1 - O PROBLEMA DE PREPARAÇÃO DE FITAS PARA FABRICAÇÃO DE TUBOS SOLDADOS	9
1.1. Definição do Problema	9
1.1.1. Comparação entre o Problema de Corte do Papel e o Problema de Preparação de Fitas	11
1.2. Os Elementos do Problema: Bobinas e Pedidos	12
1.2.1. As Bobinas	12
1.2.2. Os Pedidos	14
1.3. O Fluxo de Produção	16
1.3.1. A Cortadeira	17
1.3.2. O Laminador	20
1.3.3. A Recortadeira	22
1.3.4. A Máquina de Tubos	23
1.4. O Tempo de Laminação	23
CAPÍTULO 2 - UM MODELO MATEMÁTICO PARA O PROBLEMA DE PREPARAÇÃO DE FITAS	28
2.1. A Importância do Modelo	28
2.2. O Modelo Completo	30
2.2.1. Definições	31
2.2.2. As Variáveis e as Restrições do Modelo Completo	33

2.2.3. Discussão do Modelo	38
2.3. O Modelo Simplificado	39
2.3.1. Escolha da Opção de Aço para Atendimento dos Pedidos	40
2.3.2. Tempo de Laminação: Escada X Linear	41
2.3.3. Definição do Modelo Simplificado	43
2.4. A Questão dos Refilos de Recorte	45
2.4.1. Refinamento da Solução	48
2.5. Obtenção de Limitantes para a Solução	49
2.5.1. O Problema Moderadamente Relaxado	50
CAPÍTULO 3 - EXPERIÊNCIA COMPUTACIONAL	52
3.1. Desenvolvimento do Modelo Simplificado	52
3.1.1. Tratamento da Largura Mínima de Laminação	55
3.1.2. Preparação para a Fase de Recorte	59
3.2. Discussão dos Resultados	60
3.2.1. Resolução de um Pequeno Exemplo	61
3.2.2. O Excedente Produzido	66
3.2.3. A Metodologia Utilizada na Resolução do Problema	68
CAPÍTULO 4 - CONCLUSÃO	75
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	78

INTRODUÇÃO

Em 1939, Kantorovich apresentou na Universidade Estadual de Leningrado um modelo de programação matemática ([12]) para resolver o problema de minimização de perdas de material (matéria-prima) em indústrias de papel, vidro e metal. Posteriormente, Pauli e Walter ([16]), Eisemann ([2]) e Metzger ([14]) estruturaram o problema de minimização de aparas sob a forma de um Programa Linear (PL).

Essas foram as primeiras aplicações dos métodos da *Pesquisa Operacional* para resolver os “Cutting Stock Problems” ou “Trim Problems”, cuja versão mais simples pode ser colocada sob a seguinte forma: “Dispõe-se de um número ilimitado de peças de tamanho-padrão L e custo associado C , que devem ser cortadas em tamanhos menores para satisfazer a demanda de N_i itens de tamanho ℓ_i , $i = 1, 2, \dots, I$, com o menor custo possível”.

A abordagem tradicional considera como variáveis de decisão o número de vezes que cada esquema de corte é utilizado e, relaxando-se as restrições de integralidade sobre as variáveis, o problema é formulado como um Programa Linear. Para obter a solução inteira, os resultados são, simplesmente, arredondados para cima. Entretanto, a maior dificuldade nessas primeiras aplicações era a necessidade de enumerar-se todos os possíveis esquemas de corte para resolver o problema de forma satisfatória, e estes eram em grande

número mesmo em problemas de pequeno porte.

Para superar essa dificuldade, Gilmore e Gomory ([6], [7]) desenvolveram uma técnica de geração de colunas que possibilitava considerar, implicitamente, todos os possíveis esquemas de corte, enquanto trabalhava-se, efetivamente, com apenas alguns de cada vez. A idéia básica desta técnica é que, a cada iteração do Método Simplex Revisado, a coluna (esquema de corte) que entrará na base seja obtida da resolução de um *Problema da Mochila* unidimensional.

Esta metodologia permanece, até hoje, como sendo a melhor já formulada para o tratamento do problema linear de minimização de aparas, tendo encontrado um grande número de aplicações no planejamento de cortes em fábricas de papel ([8], [9], [10], [17] e [18]).

Baseando-se em tais aplicações, procurou-se, neste trabalho, desenvolver um modelo matemático que possibilitasse resolver o problema de corte e laminação de fitas - que deverão ser obtidas de bobinas de aço em estoque - destinadas à fabricação de tubos soldados. Embora os dois problemas apresentem características semelhantes, observou-se que o modelo obtido para este problema possui aspectos estruturais próprios, suficientes para considerá-lo um problema a parte.

A carteira de pedidos especifica quantidades de tubos de diferentes aços, espessuras e diâmetros (largura da fita). Inicialmente, selecionam-se as bobinas - com diferentes espessuras e tipos de aço - que serão utilizadas para o atendimento da carteira de pedidos. Nesta fase, operações de corte deverão ser aplicadas às bobinas. Dependendo da carteira de pedidos, operações de redução de

espessura (laminação) poderão ser aplicadas às bobinas ou partes delas (sub-bobinas resultantes da operação de corte), observando-se as capacidades do laminador.

Numa segunda fase, as sub-bobinas são submetidas a uma operação de recorte, obtendo-se, assim, as fitas que serão destinadas às máquinas de fabricação de tubos. Caracteriza-se, então, o conceito de preparação, ou seja, o conjunto de operações (corte-laminação-recorte) pelas quais deverá passar uma determinada bobina até que esta seja finalmente transformada em fitas para atender as quantidades especificadas pelos pedidos.

Dispondo-se de informações adicionais sobre os equipamentos utilizados na fabricação de tubos, procura-se executar a alocação *bobina-pedido*, com o menor custo operacional e a menor perda de material possíveis. Tenta-se mostrar as vantagens obtidas com a utilização da abordagem aqui desenvolvida através da resolução de um pequeno exemplo. A metodologia empregada para obtenção de soluções, bem como alguns melhoramentos que poderão ser aplicados para a resolução deste problema também serão discutidos.

O PROBLEMA DE PREPARAÇÃO DE FITAS PARA FABRICAÇÃO DE TUBOS SOLDADOS.

O objetivo deste capítulo é apresentar o problema de preparação de fitas do ponto de vista do planejador de produção. Inicialmente, define-se o problema, detalhando os principais elementos que o compõem: as bobinas e os pedidos. Em seguida, apresenta-se o fluxo de produção, descrevendo os equipamentos empregados para transformar as bobinas em fitas de aço. As particularidades de cada operação serão apresentadas aqui e fornecerão informações importantes para a escolha do modelo que melhor represente o problema.

1.1. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA.

Em fábricas de tubos soldados, o planejamento de produção preocupa-se, principalmente, em atender os pedidos de tubos de aço a partir de uma utilização adequada de bobinas do mesmo material, disponíveis em estoque. Feitas em vários tipos de aços e com diferentes espessuras, as bobinas devem ser cortadas em fitas nas

larguras determinadas pelos pedidos.

Há situações em que um mesmo pedido pode ser atendido por um ou outro tipo diferente de aço. Esta prática é vantajosa para o cliente e para o fabricante, pois, ao permitir opções, aquele tem a garantia que seu pedido não deixará de ser entregue na data prevista devido à escassez de matéria-prima - o tempo entre as datas de encomenda de uma bobina e de entrega da mesma é muito grande (aproximadamente três ou quatro meses). A prática de atendimento dos pedidos a partir de bobinas feitas "sob medida", ou seja, bobinas confeccionadas nas espessuras, tipos de aço e nas quantidades exatas para os pedidos aos quais elas se destinam, requer estoques, o que é economicamente indesejável.

Entretanto, conta-se com a possibilidade de laminar as bobinas para se obter as espessuras necessárias, mas esta é uma alternativa que resulta na elevação dos custos de produção. Tem-se, assim, que resolver o compromisso entre menor custo de estoque e de produção.

Atualmente, a resolução deste problema baseia-se, principalmente, na experiência do planejador de produção, que considera para a escolha das bobinas fatores como:

- os pedidos a serem atendidos;
- a compatibilidade entre os tipos de aços e espessuras das bobinas e dos pedidos;
- o potencial de utilização das bobinas;
- perda de material (excesso de refilos);
- os custos associados de produção;
- disponibilidade de equipamentos cujo tempo de utilização está

limitado (como o laminador, por exemplo).

Um caso real de uma fábrica de tubos indica um estoque de cerca de 1.100 bobinas feitas em 18 tipos de aço e distribuídas em 20 espessuras diferentes, num total de 8.700 toneladas de matéria-prima, aproximadamente. A relação dos pedidos é composta por uma variedade muito grande de combinações de aços, espessuras e larguras de fitas. Devido ao grande número de opções de cortes e laminações possíveis vê-se que qualquer tentativa de resolver este problema, manualmente, torna-se uma tarefa complicada e a solução obtida dificilmente será aquela que melhor utiliza o estoque e os equipamentos envolvidos no processo de fabricação.

1.1.1. Comparação entre o Problema de Corte do Papel e o Problema de Preparação de Fitas.

O Problema de Corte do Papel e o Problema de Preparação de Fitas possuem aspectos comuns no que se refere ao problema de corte unidimensional ([3]). Dentre os aspectos que destacam as principais semelhanças e diferenças entre os dois problemas estão:

o *Semelhanças:*

- 1) A matéria-prima é apresentada sob a forma de bobinas;
- 2) Operações de corte longitudinal podem ser aplicadas às bobinas;
- 3) Os itens (bobinas menores, no caso do papel, e fitas dos pedidos, no caso dos tubos) devem ser conjugados de modo a melhor utilizar a largura útil das bobinas;
- 4) Uma das preocupações principais dos dois problemas é minimizar

a perda de material obtida com refilos.

o *Diferenças:*

- 1) As bobinas de papel possuem espessura fixa, definida pela gramatura do papel que a compõe; a espessura das bobinas de aço, entretanto, pode ser modificada por laminação;
- 2) O equipamento de corte das bobinas de papel permite o corte no sentido transversal que, combinado com o corte longitudinal, possibilita o acerto de diâmetro de todas as bobinas pertencentes a uma conjugação, ou individualmente, numa rebobinadeira auxiliar, visando o atendimento da carteira de pedidos definidos em termos de gramatura, largura, diâmetro e peso total do pedido. No caso de fitas para tubos deve-se acertar a largura e a quantidade total do pedido.
- 3) As máquinas que produzem as bobinas de papel o fazem de modo contínuo (bobinas com comprimento “infinito”). As bobinas de aço possuem comprimento finito que pode ser calculado em função do peso, da largura, da espessura e do peso específico do aço de que são feitas.

1.2. OS ELEMENTOS DO PROBLEMA: BOBINAS E PEDIDOS.

Os principais elementos que constituem o Problema de Preparação de Fitas serão descritos detalhadamente nesta seção.

1.2.1. As Bobinas.

As bobinas utilizadas para a fabricação de tubos soldados

são feitas de ligas de aço-carbono. Dependendo da sua finalidade, o teor de carbono no aço varia: quanto mais alto, maior será a dureza e a resistência mecânica do material. A quantidade de carbono na liga também serve para caracterizá-la. Segundo a classificação da S.A.E. (*Society of Automotive Engineers*) utilizam-se quatro algarismos, sendo que os dois primeiros definem o tipo de aço e os dois últimos o teor de carbono, em centésimos de 1%. Assim, a notação "SAE 1012" define um aço-carbono (10XX) contendo 0,12% de carbono.

Quanto à espessura das bobinas, estas podem variar entre 0,80 a 6,30 mm, segundo medidas-padrão oferecidas pela indústria de aços. O custo de uma bobina é calculado de acordo com a sua espessura: quanto menor a espessura, maior o custo (a placa de aço que irá originar a bobina é fabricada em tamanho único, devendo ser laminada até atingir a espessura desejada. Quanto menor for esta espessura, mais passes de laminação tornam-se necessários, encarecendo o material). No caso de precisar-se de uma espessura diferente das comumente oferecidas pode-se recorrer à encomenda de uma espessura especial.

Para uma determinada bobina i sejam a_1 o seu tipo de aço, e_1 a espessura (em mm) da chapa de aço que a compõe, l_1 a sua largura (em mm), t_1 o seu peso em kg e nc_1 o número da corrida¹ a qual ela pertence.

Dessa forma, qualquer bobina i do estoque pode ser

¹ Em linguagem técnica, o termo corrida refere-se à ação de fazer correr em moldes um metal em fusão. Os objetos (barras, placas, chapas etc.) provenientes de uma mesma massa de material fundido pertencem a mesma corrida.

representada como:

$$B_i = \{ a_i, e_i, l_i, t_i, nc_i \}, i \in \mathbb{I},$$

onde $\mathbb{I} = \{ \text{identificadores de bobinas} \}$.

Este último parâmetro deve ser considerado, para efeito de planejamento, apenas nos casos em que os clientes determinem que seus pedidos devam ser efetuados a partir de bobinas pertencentes a uma mesma corrida. Embora sejam feitos do mesmo tipo de aço e com espessuras iguais, os tubos obtidos de bobinas com números de corridas diferentes podem não apresentar uniformidade de comportamentos quando submetidos às mesmas condições de uso. Tal medida visa, portanto, obter uma homogeneidade do produto final.

Um outro parâmetro que se refere a uma bobina é o comprimento ou metragem. Dada B_i com peso t_i (em kg), largura l_i (em mm) e espessura e_i (em mm), seu comprimento μ_i (em metros) será:

$$\mu_i = \frac{t_i}{l_i \cdot e_i \cdot \delta}, \quad (1.1)$$

onde δ é o peso específico do aço ($\delta = 0,00785 \text{ g/mm}^3$).

O estoque de bobinas disponíveis até a data do planejamento é dado pelo conjunto de seus identificadores, \mathbb{I} .

1.2.2. Os Pedidos.

Existem três tipos de pedidos: os que não permitem opções de aço, os que permitem, desde que as mesmas não se misturem, e os que permitem que as opções se misturem. Os pedidos que não permitem

mistura de opções devem ser atendidos em **um ou outro** tipo de aço, ao passo que aqueles que permitem mistura de aços podem ser atendidos por **uma e outra** opções, parcialmente.

Para um determinado pedido j sejam \mathcal{A}_j o conjunto de tipos de aço que podem atendê-lo, e_j a espessura (em mm) da fita de aço, l_j a largura (em mm) da fita de aço, q_j a quantidade (em kg) total do pedido, e de_j a data final de entrega do mesmo. Assim, o pedido j estará representado por:

$$\mathcal{P}_j = \{ \mathcal{A}_j, e_j, l_j, q_j, de_j \}, j \in \mathbb{J},$$

onde $\mathbb{J} = \{ \text{identificadores de pedidos} \}$.

O parâmetro relativo à data de entrega tem, basicamente, a função de atribuir uma certa ordem para o atendimento dos pedidos. Com este dado, o programador da produção pode decidir quais pedidos pretende atender no período de planejamento em questão, atribuindo prioridades àqueles pedidos com datas de entrega mais próximas. Este parâmetro pode ser manipulado de forma a criar, artificialmente, vários pedidos a partir de um único pedido j . Para isto, basta atribuir datas de entrega $de_j^{(n)} \leq de_j$, $n = 1, 2, \dots, \mathbb{N}(j)$, à cada pedido resultante. Assim, teremos:

$$\mathcal{P}_j^{(n)} = \{ \mathcal{A}_j, e_j, l_j, q_j^{(n)}, de_j^{(n)} \}, j \in \mathbb{J}.$$

Este é um dos procedimentos que visam minimizar a sub-utilização de bobinas selecionadas para processamento, evitando que peças residuais retornem ao estoque. Devemos observar que até a data de entrega de_j , a soma das quantidades dos pedidos resultantes deve ser igual à quantidade total do pedido original, ou seja:

$$\sum_{n=1}^{N(j)} q_j^{(n)} = q_j, \forall j. \quad (1.2)$$

O conjunto de todos os pedidos existentes e que ainda não foram atendidos é dado por J .

1.3. O FLUXO DE PRODUÇÃO.

Partindo do estoque, as bobinas são encaminhadas até a cortadeira, onde será processada a operação de **corte**. Neste equipamento, as bobinas são cortadas, ao longo do seu comprimento, em bobinas de larguras menores (sub-bobinas), com a finalidade de adequar suas dimensões para um posterior processamento em outros equipamentos.

Neste ponto, uma sub-bobina pode tomar dois caminhos: a **laminação** ou o **recorte**. Se a espessura da sub-bobina for maior do que a espessura do pedido ao qual ela se destina, esta deverá ser encaminhada ao laminador para a devida redução de espessura. Nesta operação, as propriedades mecânicas do aço podem se alterar a ponto de torná-lo inadequado para o uso. Por isso, um tratamento térmico conhecido por **recozimento** deve ser aplicado à sub-bobina, com o propósito de restabelecer as propriedades do metal. Se a redução for muito grande, duas ou mais seqüências de laminação-recozimento serão necessárias até que a espessura da sub-bobina esteja compatível com a do pedido. Após o último recozimento é feito o **encruamento** ou **polimento**, que nada mais é do que uma laminação com redução bem pequena, a fim de proporcionar ao material um acabamento superficial.

O próximo passo é o **recorte** das sub-bobinas. O equipamento utilizado nesta operação é a recortadeira, que se encarrega de cortar

as sub-bobinas em fitas nas larguras especificadas pelos pedidos. O material resultante é, então, encaminhado para as máquinas de tubos.

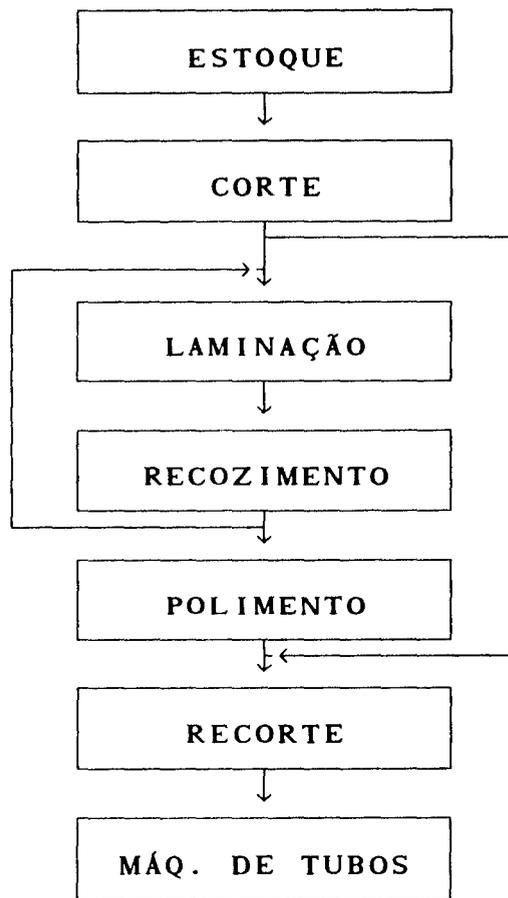


Figura 1.1: O fluxo da produção.

1.3.1. A Cortadeira.

A cortadeira é o equipamento empregado para cortar as bobinas de aço em sub-bobinas de tamanhos compatíveis com os outros equipamentos utilizados na preparação de fitas. Comporta bobinas com larguras entre 60 e 1250 mm. Acoplada a um carretel, a bobina é desenrolada por dispositivos mecânicos que se encarregam de mantê-la esticada e centralizada durante o corte, processado longitudinalmente

por *discos de corte*. Outro carretel, situado logo em seguida, enrola as sub-bobinas (figura 1.2).

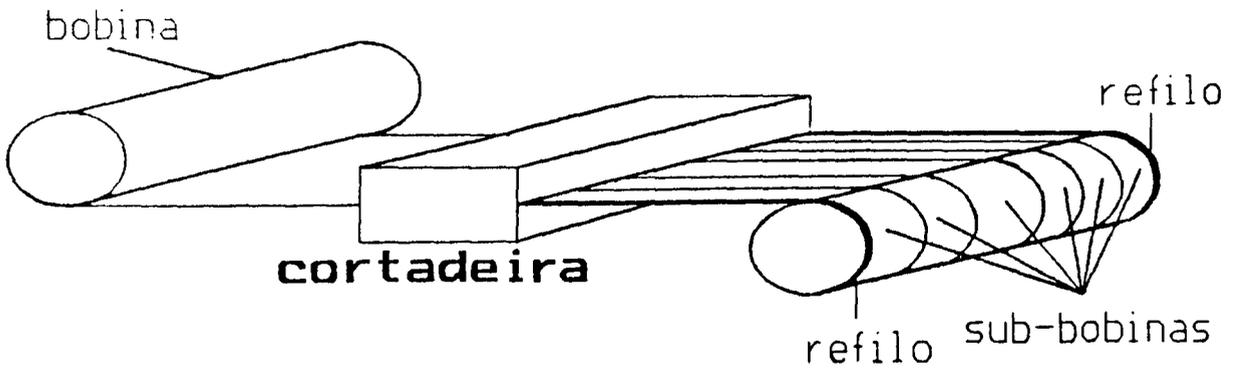


Figura 1.2: A operação de corte.

Os discos são fixados em um eixo rotativo, de acordo com uma dada configuração de corte. Um outro conjunto de discos é fixado em um segundo eixo, paralelo ao primeiro, dispostos de forma que o corte se processe por *cisalhamento*, perpendicularmente à superfície da chapa (figura 1.3).

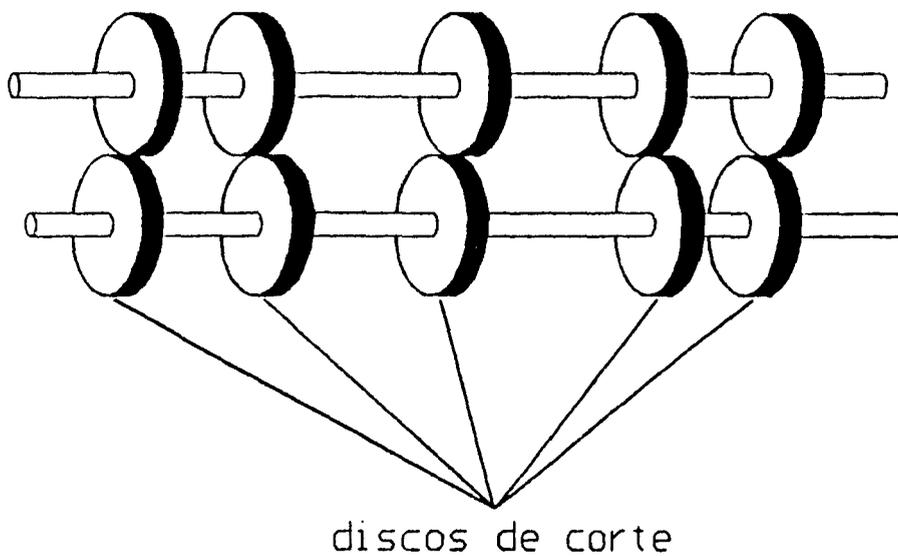


Figura 1.3: Uma conjugação de corte.

O número máximo de discos de corte depende da espessura da bobina. O número de sub-bobinas (NB) obtidas na operação de corte é:

$$NB = ND - 1, \quad (1.3)$$

onde ND é o número de discos de corte do conjunto inferior ou superior da conjugação. As duas "sub-bobinas" obtidas das extremidades da bobina chamam-se **refilos de corte** e não podem ser aproveitadas por nenhum pedido, pois sua largura é muito pequena. Os chamados **refilos técnicos** são os refilos mínimos obrigatórios que resultam da operação de corte e dependem da espessura da bobina (variam de 2 a 15 mm, de cada lado). Dessa forma, a largura útil $\bar{\ell}_1$ de uma bobina i está dada por:

$$\bar{\ell}_1 = \ell_1 - 2RLC_1, \quad (1.4)$$

onde RLC_1 é o refilo técnico de corte da bobina i . Por exemplo, seja $RLC = 3$ mm o refilo técnico de corte para uma bobina com espessura $e = 0,90$ mm. Se a largura inicial for $\ell = 1200$ mm a sua largura útil será:

$$\bar{\ell} = 1200 - 2 \cdot 3 = 1194 \text{ mm.}$$

Supondo que esta bobina seja cortada em três sub-bobinas, de larguras 324, 462 e 397 mm, respectivamente, tem-se que o total utilizado é 1183 mm. A diferença - 11 mm - será acrescentada ao refilo técnico total (6 mm), o que resulta um refilo total de corte de 17 mm, que constituirá a perda da conjugação, a menos que a fita de largura 11 mm possa ser aproveitada.

A produtividade da cortadeira é de 13.000 kg/h,

aproximadamente.

1.3.2. O Laminador.

No planejamento da produção de tubos soldados, a laminação possui dois objetivos principais:

- 1) reduzir a espessura das bobinas para adequá-las aos pedidos;
- 2) melhorar as propriedades mecânicas do aço.

No primeiro objetivo, o laminador possui uma função estratégica, permitindo que se mantenha em estoque apenas algumas espessuras a partir das quais pode-se obter todas as demais.

A finalidade do laminador no segundo objetivo é operacional. Alguns tipos de tubos (como um tipo caldeira, por exemplo) devem ser capazes de suportar forças muito intensas. Através da laminação, a configuração cristalina do aço pode ser modificada de modo a proporcionar ao material uma maior resistência à deformação.

O processo de laminação aplicado às bobinas destinadas à fabricação de tubos soldados é denominado *Processo de Laminação a Frio*². Neste processo, a bobina é acoplada a um carretel desenrolador, passa entre dois cilindros paralelos dispostos horizontalmente (denominados *cilindros de trabalho*) e é enrolada por um segundo carretel na outra extremidade (figura 1.4a). Se mais de um *passo* de laminação for necessário, ajusta-se a distância dos cilindros e inverte-se o sentido de operação do equipamento (figura 1.4b). Este

² Para obter mais detalhes sobre este processo ver [19], cap. 7.

procedimento pode ser repetido um número suficiente de vezes, sem alterar a largura das sub-bobinas.

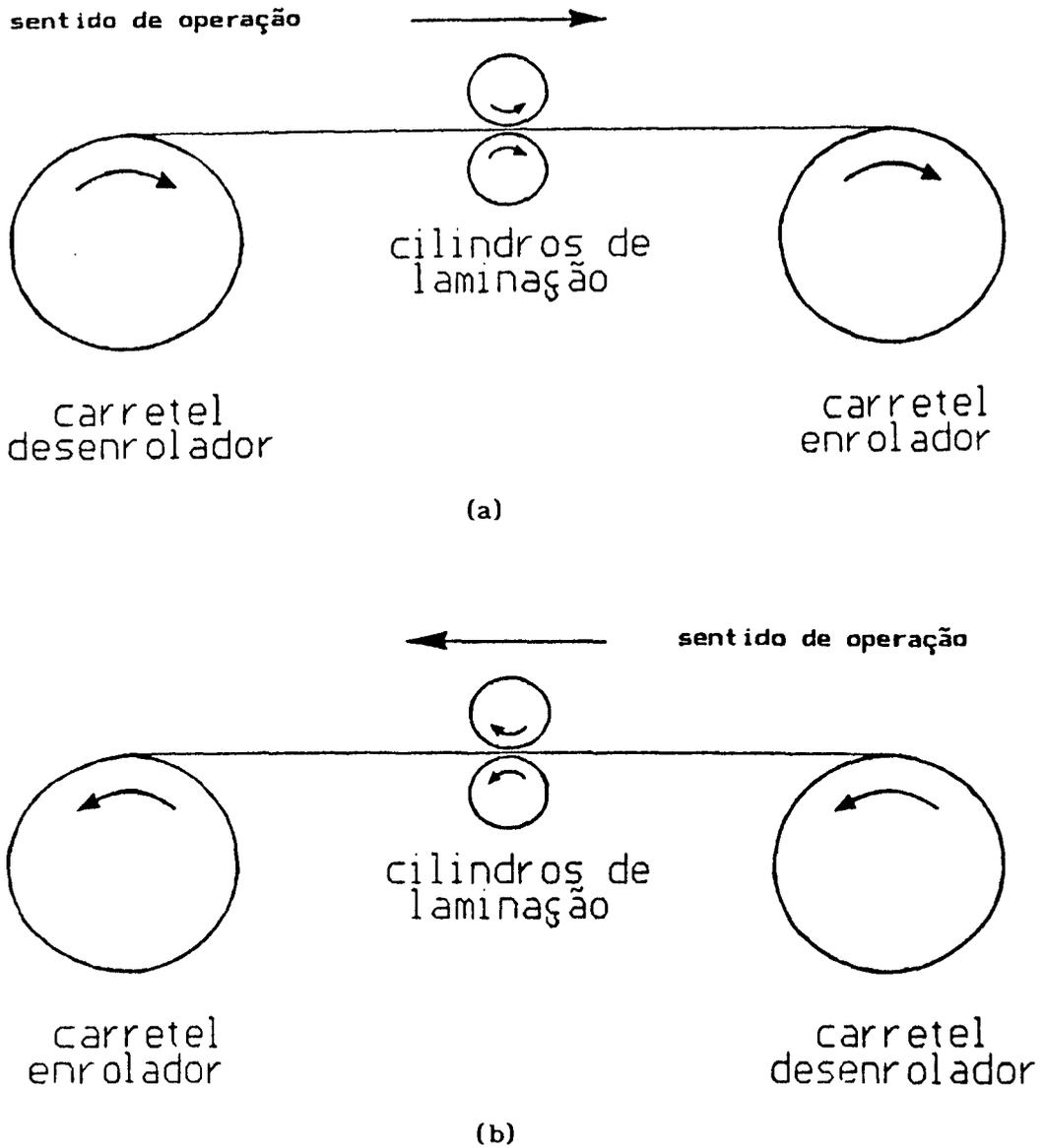


Figura 1.4: A operação de laminação.

A cada passe, o material laminado apresenta maior resistência à deformação, podendo tornar-se quebradiço e, conseqüentemente, inadequado para uso. Assim, um tratamento térmico,

conhecido por *recozimento*, deve ser aplicado à bobina, visando restaurar a estrutura do aço, antes de se iniciar uma nova seqüência de passes de laminação. Este tipo de tratamento pode ser aplicado à várias bobinas, simultaneamente, e sua duração é de até 48 horas.

Após a última seqüência de laminação e recozimento executa-se um passe de *encruamento*, ou seja, uma laminação com redução bem pequena, operada em um outro laminador, o encruador. Esta operação tem a finalidade de dar um acabamento superficial à chapa, corrigindo pequenas imperfeições.

Em virtude do seu papel estratégico, o laminador ocupa uma posição destacada dentro do planejamento de produção de tubos. Sua importância está diretamente ligada à carteira de pedidos. Se houver uma quantidade muito grande de pedidos com espessuras de fitas diferentes das espessuras das bobinas disponíveis em estoque, então o laminador será um equipamento muito utilizado. Entretanto, devido à sua baixa produtividade (4.600 kg/h, em média), o tempo de laminação das bobinas torna-se um fator determinante, podendo, em alguns casos, transformar o laminador num “gargalo” da produção. Logo, é indispensável um planejamento que utilize este recurso de forma racional.

1.3.3. A Recortadeira.

A recortadeira é um equipamento semelhante ao utilizado na operação de corte, dimensionada para cortar as sub-bobinas provenientes da cortadeira ou do laminador em fitas com larguras menores. Valores típicos de produtividade de recortadeiras são, por exemplo, 700, 3.200 e 3.300 kg/h.

As fitas dos pedidos são conjugadas de modo a minimizar as perdas geradas com os refilos de recorte. Os refilos técnicos laterais deste equipamento (de 1,5 a 5,0 mm de cada lado), bem como o número de discos de corte permitidos na conjugação, variam de acordo com a espessura da bobina que está sendo processada.

Ao término de cada operação, as fitas obtidas são retiradas das cortadeiras e encaminhadas para as máquinas de produção de tubos.

1.3.4. A Máquina de Tubos.

As fitas relativas a um mesmo pedido são soldadas umas nas outras, produzindo uma única fita mais longa. Esta fita é enrolada em um carretel, que é desenrolado de forma contínua pela máquina de produção de tubos. A fita passa por uma série de dispositivos encarregados de dobrá-la no formato desejado (redondo, oval, quadrado etc.) até que suas bordas estejam a uma distância apropriada para receber a solda. Em seguida, o tubo produzido é cortado segundo as especificações do pedido.

Este tipo de produção de tubos denomina-se *Processo Mannesmann* (ver [4] para obter mais detalhes).

1.4. O TEMPO DE LAMINAÇÃO.

Um dos fatores que influem na escolha das bobinas que servirão à produção de tubos é o custo de laminação. Seu cálculo é muito difícil, pois envolve uma série de outros cálculos igualmente complicados: carga de laminação, deformação dos cilindros do laminador, tensões em função da redução de espessura empregada etc.

Entretanto, pode-se associar o custo de laminação ao tempo de utilização do laminador, sem perda de generalidade, com a vantagem deste último possuir uma forma de cálculo menos trabalhosa. O primeiro passo para se determinar o tempo de laminação é calcular o número de passes necessários para se reduzir a espessura de uma bobina i , do valor inicial e_1 até o valor final e_j (usaremos a palavra *bobina* para nos referirmos à própria bobina ou às sub-bobinas dela provenientes, obtidas da operação de corte). Sendo RAM_1 a redução absoluta máxima (em mm), por passe, permitida para uma bobina i com tipo de aço a_1 , o número de passes $NP(i,j)$ será:

$$NP(i,j) = \left\lceil \frac{e_1 - e_j}{RAM_1} \right\rceil. \quad (1.5)$$

Por definição, o valor $NP(i,j)$ representa o menor número de passes que deve ser aplicado à bobina i para reduzir sua espessura do valor e_1 para o valor e_j . Poderia-se obter a mesma redução com um número maior de passes, mas isto aumentaria o tempo de utilização do laminador e, em conseqüência, o custo de laminação.

O comprimento da bobina sofre um alongamento proporcional à redução aplicada em cada passe. Inicialmente, a bobina i possui comprimento $\mu_1^{(0)}$, dado por (1.1). Se $\varepsilon^{(p)}$ for a redução relativa (ou percentual) aplicada no passe p , $p = 1, 2, \dots, NP(i,j)$, o comprimento da bobina após cada passe, dado que não há alteração de largura, será:

$$\begin{aligned}\mu_1^{(1)} &= \mu_1^{(0)}(1 + \varepsilon^{(1)}), \\ \mu_1^{(2)} &= \mu_1^{(1)}(1 + \varepsilon^{(2)}) = \mu_1^{(0)}(1 + \varepsilon^{(1)})(1 + \varepsilon^{(2)}), \\ &\vdots \\ \mu_1^{(NP(i,j))} &= \mu_1^{(0)}(1 + \varepsilon^{(1)}) \cdot \dots \cdot (1 + \varepsilon^{(NP(i,j))}).\end{aligned}$$

Pode-se admitir que todas as reduções relativas tenham, em cada passe, o mesmo valor ε . Dessa forma, a redução absoluta nos primeiros passes é maior do que a redução absoluta obtida nos últimos. Além disso, o comprimento da bobina i aumenta, após cada passe, segundo uma taxa constante igual à $(1 + \varepsilon)$, ou seja, seu comprimento após o p -ésimo passe será:

$$\mu_1^{(p)} = \mu_1^{(0)}(1 + \varepsilon)^p, \quad (1.6)$$

e seu comprimento final estará dado por:

$$\mu_1^{(NP(i,j))} = \mu_1^{(0)}(1 + \varepsilon)^{NP(i,j)}. \quad (1.7)$$

Supondo-se que a redução fosse obtida em um único passe, o comprimento final da sub-bobina seria:

$$\mu_1^{\text{final}} = \mu_1^{(0)} \left(1 + \frac{e_1 - e_j}{e_1} \right). \quad (1.8)$$

Como $\mu_1^{\text{final}} = \mu_1^{(NP(i,j))}$, então de (1.7) e (1.8) tem-se:

$$(1 + \varepsilon)^{NP(i,j)} = 1 + \frac{e_1 - e_j}{e_1}, \quad (1.9)$$

e a redução relativa ε em cada passe p , $p = 1, 2, \dots, NP(i, j)$, será:

$$\varepsilon = \left(1 + \frac{e_1 - e_j}{e_1} \right)^{\frac{1}{NP(i,j)}} - 1. \quad (1.10)$$

O tempo de utilização do laminador depende da velocidade de laminação aplicada em cada passe. No primeiro, ou *passe de acerto*, a velocidade deve ser baixa devido à presença de irregularidades na superfície da chapa. Tal medida visa proteger os cilindros de laminação. A velocidade nos passes intermediários é maior, pois a bobina estará segura pelos dois carretéis, proporcionando maior firmeza. No passe final, ou *passe de acabamento*, a velocidade torna a diminuir.

Denotando-se por V^P a velocidade do laminador no primeiro passe, V^I a velocidade durante os passes intermediários e V^F a velocidade no passe final, tem-se que o tempo de utilização $TU^{(p)}$ do laminador, em cada passe p , será:

$$TU^{(1)} = \frac{\mu_1^{(0)} (1 + \varepsilon)}{V^P} ;$$

$$TU^{(p)} = \frac{\mu_1^{(0)} (1 + \varepsilon)^p}{V^I} , \quad p = 2, \dots, NP(i,j) - 1 ;$$

$$TU^{(NP(i,j))} = \frac{\mu_1^{(0)} (1 + \varepsilon)^{NP(i,j)}}{V^F} .$$

Acrescentando-se os tempos de preparação (*set-up*) do laminador no início e no término de cada operação, TI e TF respectivamente, e de ajuste de espessura entre cada passe, TE , tem-se

que o tempo total de laminação $TLAM(e_1, e_j)$ de uma bobina i com tipo de aço a_1 , de uma espessura inicial e_1 até a espessura final e_j , está dado por:

$$TLAM(e_1, e_j) = TI + \mu_1^{(0)} \sum_{p=1}^{NP(i,j)} \frac{(1 + \varepsilon)^p}{V^{(p)}} + TE \cdot (NP(i,j) - 1) + TF, \quad (1.11)$$

onde:

$$V^{(p)} = \begin{cases} V^P, & \text{se } p = 1; \\ V^I, & \text{se } p = 2, \dots, NP(i,j) - 1; \\ V^F, & \text{se } p = NP(i,j). \end{cases}$$

Este será um dos parâmetros utilizados pelo modelo que será discutido no próximo capítulo.

UM MODELO MATEMÁTICO PARA O PROBLEMA DE PREPARAÇÃO DE FITAS.

Este capítulo tem como finalidade o desenvolvimento de um modelo matemático, visando a resolução do problema de preparação de fitas para um único período de planejamento da produção. Primeiramente, serão definidos alguns conjuntos que permitirão caracterizar uma sub-carteira de pedidos. Em seguida, serão apresentadas as variáveis do problema e as restrições que compõem o modelo completo. A partir deste, busca-se obter um modelo simplificado, sem prejudicar a flexibilidade e proporcionando maior rapidez na obtenção de uma solução. Será apresentada, também, uma forma de obtenção de limitantes para a solução ótima, um fator muito importante em problemas de natureza combinatorial como este.

2.1. A IMPORTÂNCIA DO MODELO.

O planejamento de produção compreende o conjunto de decisões

operacionais que controla os recursos envolvidos no processo de produção, tais como equipamentos, programação, estoques etc.

No caso da produção de tubos soldados, a principal preocupação do planejamento refere-se à obtenção de fitas a partir de bobinas em estoque, visando o atendimento de uma determinada carteira de pedidos, através de uma utilização racional dos equipamentos empregados. Devido ao grande número de possibilidades de atendimento e ao pouco tempo disponível para analisar cada uma delas, freqüentemente cometem-se enganos que, se não forem corrigidos a tempo, podem, a longo prazo, causar prejuízos a outros níveis organizacionais.

Após um estudo da estrutura do processo de fabricação de tubos soldados, buscou-se obter informações específicas que possibilitassem a construção de um modelo matemático para auxiliar na tomada de decisão deste problema. Além de fornecer uma resposta satisfatória em pouco tempo, tal modelo deve ser capaz de interagir com o planejador, que poderá interferir na busca de uma resposta para o problema ou, até mesmo, na solução obtida. A resposta fornecida pelo modelo pode ser considerada apenas como uma sugestão para a programação da produção. A decisão final caberá sempre ao planejador, pois é ele que estabelece os condicionantes (restrições e objetivos) do problema.

Outra característica importante do modelo deve ser a facilidade de se adaptar às mudanças ao longo dos sucessivos períodos de planejamento e, até mesmo, as ocorridas dentro do período corrente devido ao surgimento ou cancelamento de novos pedidos e a chegada ou o atraso de uma nova remessa de bobinas, por exemplo. Como tais mudanças podem ocorrer repentinamente, o modelo deve ser ágil o suficiente para

fornecer outra resposta em tempo hábil, sem prejudicar o andamento da programação do período em questão e dos subseqüentes a este.

2.2. O MODELO COMPLETO.

Dispõe-se de um número limitado de bobinas com peso, largura, espessura e tipo de aço conhecidos¹. Os pedidos referentes ao atual período de planejamento² serão caracterizados pelas opções de aço de atendimento, espessura e largura da fita e quantidade necessária (fig. 2.1).

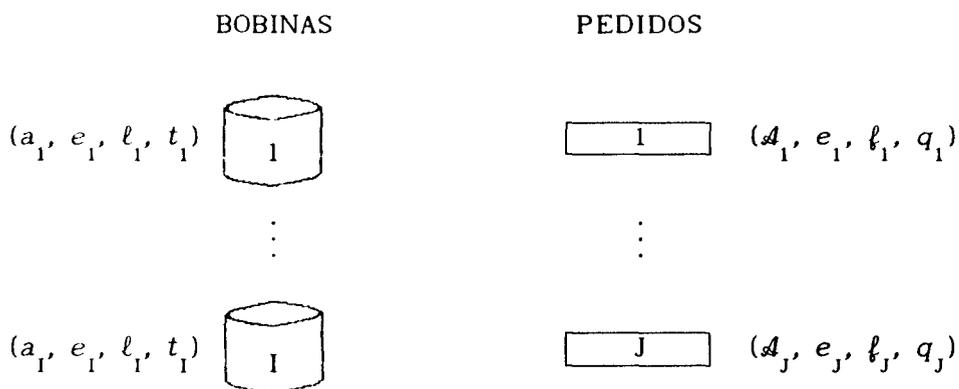


Figura 2.1: Representação de bobinas e pedidos.

O atendimento dos pedidos dá-se através da alocação de partes das bobinas (sub-bobinas) a cada pedido, observando a

¹ Assume-se que as bobinas feitas num mesmo tipo de aço, obtidas de corridas diferentes, apresentam comportamentos semelhantes quando submetidas às mesmas condições de trabalho.

² Usa-se o parâmetro referente à data de entrega para determinar os pedidos que serão atendidos.

compatibilidade entre o tipo de aço das mesmas e as opções permitidas pelo pedido, além da espessura das bobinas, que pode ser reduzida por laminação. As larguras das sub-bobinas correspondem a um múltiplo da largura da fita do pedido, mais uma pequena folga correspondente ao refilo técnico de recorte. Os comprimentos das sub-bobinas, antes de uma possível laminação, são iguais ao comprimento da bobina de origem.

2.2.1. Definições.

Sejam \mathcal{A} e \mathcal{E} , respectivamente, o conjunto dos tipos de aço e o conjunto das espessuras dos pedidos do período de planejamento em questão.

Utilizando-se o índice h para representar as opções de aço de atendimento dos pedidos, o conjunto \mathcal{A}_j das opções de aço que podem atender o pedido j estará definido como:

$$\mathcal{A}_j = \{ a_j^h \in \mathcal{A}, h = 1, \dots, H \}, j \in \mathcal{J},$$

onde H é o número máximo de opções permitidas.

Os pedidos com mesmo tipo de aço e mesma espessura de fita serão agrupados em *sub-carteiras*. Uma sub-carteira $C(a, e)$, $a \in \mathcal{A}$, $e \in \mathcal{E}$, está definida da seguinte forma:

$$C(a, e) = \{ j \in \mathcal{J} \mid a_j^h = a, \text{ para algum } h, e_j = e \}.$$

Seja K um conjunto de índices dessas sub-carteiras. Como cada sub-carteira é determinada pelo tipo de aço e pela espessura da fita dos pedidos que a compõem, pode-se representá-las como:

$$C_k = \{ j \in \mathcal{J} \mid a_j^h = a_k, \text{ para algum } h, e_j = e_k \}, k \in \mathcal{K},$$

onde $a_k \in \mathcal{A}$ e $e_k \in \mathcal{E}$ determinam, respectivamente, o tipo de aço e a espessura relacionada à sub-carteira C_k . Observa-se que:

- 1) Cada sub-carteira pode ser considerada um *super-pedido* de determinada quantidade de certo tipo de aço e espessura.
- 2) Na fase de corte, as sub-bobinas não mais serão associadas aos pedidos, mas às sub-carteiras (fig 2.2).
- 3) Pedidos que permitirem mais de uma opção de aço para seu atendimento pertencerão a mais de uma sub-carteira.

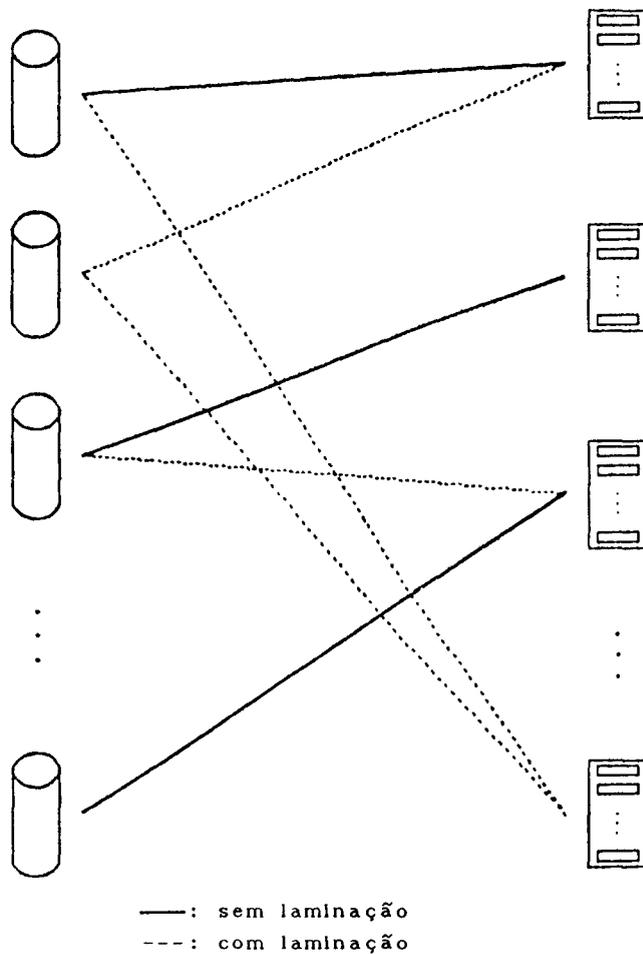


Figura 2.2: Alocação das bobinas às sub-carteiras.

Em relação à observação 3, o modelo completo se encarregará de decidir a opção de atendimento dos pedidos que não permitirem mistura de tipos de aço. No modelo simplificado, o tipo de aço do pedido será fixado em uma de suas opções.

Cada bobina do estoque pode atender um determinado subconjunto de sub-carteiras C_k . Este subconjunto $K(i)$ está dado por:

$$K(i) = \{ C_k, k \in \mathbb{K} \mid a_k = a_i, e_k \leq e_i \}, \forall i \in \mathbb{I}.$$

O conjunto \mathbb{J} de pedidos está particionado em dois subconjuntos: os pedidos que não permitem mistura de opções de aço, denotado por \mathbb{J}^* , e os que permitem, representado por $\mathbb{J} \setminus \mathbb{J}^*$ (complementar de \mathbb{J}^* em relação a \mathbb{J}).

2.2.2. As Variáveis e as Restrições do Modelo Completo.

Conforme foi colocado anteriormente, o modelo completo se encarregará de escolher as opções de aço de atendimento dos pedidos que permitirem opções. Para efeito de modelagem, todas as opções de aço de atendimento, em potencial, de cada pedido serão consideradas. Por razões óbvias, os pedidos que permitem mistura de opções serão tratados distintamente daqueles que não permitem a mistura.

Os parâmetros utilizados no modelo são:

- c_i : custo de utilização da bobina i (US\$/kg).
- $TLAM_{ik}$: tempo de laminação de uma sub-bobina da espessura e_i até a espessura e_k (min).
- $LMAX$: largura máxima do laminador (mm).
- $LMIN$: largura mínima do laminador (mm).

- ℓ_j : largura da fita do pedido j (mm).
 q_j : quantidade necessária do pedido j (kg).
 ℓ_i : largura da bobina i (mm).
 ℓ_i^- : largura útil da bobina i (mm).
 t_i : peso da bobina i (kg).
 α : parâmetro que representa a importância do tempo de laminação.
 ε : um número relativamente pequeno.
 M : um número relativamente grande.

As variáveis de decisão do problema estão definidas da seguinte forma:

- n_{ij} : número de fitas retiradas da bobina i destinadas ao pedido j .
 y_i : variável de escolha da bobina i .
 s_{jh} : variável de escolha da opção de aço a_j^h para o atendimento do pedido j , $j \in \mathbb{J}^*$.
 g_{jh} : quantidade produzida no tipo de aço a_j^h para o atendimento do pedido j , $j \in \mathbb{J} \setminus \mathbb{J}^*$ (kg).
 u_{ik} : número de sub-bobinas da bobina i destinadas à subcarteira C_k , passando pelo laminador.
 w_{ik} : variável de escolha da bobina i para atender a subcarteira C_k , através de laminação.

Assim, o modelo completo estará dado por:

$$\text{Min } \sum_{i \in \mathbb{I}} c_i y_i + \alpha \left[\sum_{i \in \mathbb{I}} \sum_{C_k \in K(i)} TLAM_{ik} u_{ik} \right] \quad (2.1)$$

sujeito a

$$\sum_{C_k \in K(i)} \sum_{j \in C_k} f_j n_{ij} \leq y_i \left(\bar{\ell}_i - \begin{array}{c} \text{refllos de} \\ \text{recorte} \end{array} \right), \forall i \in \mathbb{I} \quad (2.2)$$

$$\sum_{\substack{i: j \in K(i) \\ i = a \\ i = a \\ j_h}} \frac{t_i}{\ell_i} f_j n_{ij} \geq s_{jh} q_j, \quad \left(\begin{array}{l} \forall j \in J^* \\ h=1, \dots, H \end{array} \right) \quad (2.3)$$

$$\sum_{\substack{i: j \in K(i) \\ i = a \\ i = a \\ j_h}} \frac{t_i}{\ell_i} f_j n_{ij} \geq g_{jh}, \quad \left(\begin{array}{l} \forall j \in J \setminus J^* \\ h=1, \dots, H \end{array} \right) \quad (2.4)$$

$$\sum_{h=1}^H s_{jh} = 1, \quad \forall j \in J^* \quad (2.5)$$

$$\sum_{h=1}^H g_{jh} \geq q_j, \quad \forall j \in J \setminus J^* \quad (2.6)$$

$$u_{ik} - 1 + \varepsilon \leq \frac{\sum_{j \in C_k} f_j n_{ij}}{LMAX} \leq u_{ik}, \quad \left(\begin{array}{l} \forall i \in \mathbb{I}, \\ \forall C_k \in K(i), \\ TLAM_{ik} > 0 \end{array} \right) \quad (2.7)$$

$$w_{ik} LMIN \leq \sum_{j \in C_k} f_j n_{ij} \leq w_{ik} M, \quad \left(\begin{array}{l} \forall i \in \mathbb{I}, \\ \forall C_k \in K(i), \\ TLAM_{ik} > 0 \end{array} \right) \quad (2.8)$$

$$y_i = 0-1, \quad \forall i \in \mathbb{I}$$

$$s_{jh} = 0-1, \quad \forall j \in J^*, h = 1, \dots, H$$

$$g_{jh} \geq 0, \quad \forall j \in J \setminus J^*, h = 1, \dots, H$$

$$n_{ij} \geq 0, \text{ inteiro}, \quad \forall i \in \mathbb{I}, \forall j \in K(i)$$

$$u_{ik} \geq 0, \text{ inteiro}, \quad \forall i \in \mathbb{I}, \forall C_k \in K(i)$$

$$w_{ik} = 0-1, \quad \forall i \in \mathbb{I}, \forall C_k \in K(i)$$

A função objetivo (2.1) apresenta dois termos. O primeiro

corresponde ao custo de utilização das bobinas escolhidas ($y_1 = 1$). O outro equivale ao tempo total de laminação empregado no atendimento da carteira de pedidos. Por representarem grandezas diferentes, introduziu-se o fator multiplicativo α , que pode ser dimensionado para compatibilizar as unidades envolvidas (custo e tempo). Além disso, pode-se dar ao tempo total de laminação a importância desejada, atribuindo-se à α um valor adequado. Na resolução de um exemplo típico, foram obtidos os seguintes resultados:

α	nº de bobinas utilizadas	% de larguras laminadas	total de sobras (mm)
0	18	92,1	786,76
1	18	65,0	665,88
10	18	21,9	243,29
100	23	12,3	6371,40
1000	23	11,8	5784,90

Tabela 2.1: Resultados para diferentes pesos de laminação.

A restrição (2.2) diz respeito à utilização das bobinas. O total de larguras retiradas para os pedidos, dado pelo primeiro membro, deve ser inferior à largura útil das bobinas selecionadas, descontando-se também os respectivos refilos de recorte. Observe que, se $y_1 = 0$, para algum i , então $n_{ij} = 0, \forall j \in K(i)$, ou seja, não serão retiradas fitas de uma bobina que não for selecionada. Os refilos de recorte serão discutidos posteriormente.

As restrições (2.3) e (2.5) referem-se aos pedidos que não permitem mistura de opções de aço. A restrição (2.5), combinada com a

definição de s_{jh} , resulta na escolha de apenas uma opção para o atendimento de cada pedido $j \in \mathcal{J}^*$. As fitas deverão ser retiradas de bobinas com o mesmo tipo de aço da opção escolhida, em quantidades nunca inferiores à estipulada pelo pedido, conforme a restrição (2.3).

O atendimento dos pedidos que permitem misturar opções está descrito nas restrições (2.4) e (2.6). A quantidade produzida, em cada opção h , do pedido $j \in \mathcal{J} \setminus \mathcal{J}^*$ está dada por g_{jh} , que será obtida de bobinas com o mesmo tipo de aço da opção. Essas quantidades serão somadas e deverão totalizar, no mínimo, a quantidade determinada pelo pedido.

O tempo de laminação associado a uma bobina é um dos fatores que determinam sua escolha. Para uma bobina i , com largura inferior à $LMAX$, destinada à sub-carteira C_k , $e_k < e_1$, o tempo de laminação $TLAM_{ik}$ está dado por (1.11). Este cálculo pode ser estendido para larguras maiores do que $LMAX$, através da restrição (2.7), onde a variável u_{ik} está definida como:

$$u_{ik} = \left\lfloor \frac{\sum_{j \in C_k} l_j n_{ij}}{LMAX} \right\rfloor. \quad (2.9)$$

Um limitante superior para u_{ik} , $\forall i \in \mathbb{I}$ e $\forall C_k \in K(i)$ tais que $TLAM_{ik} > 0$, pode ser definido como:

$$\bar{u}_{ik} = \left\lfloor \frac{\max\{\bar{l}_1\}}{LMIN} \right\rfloor. \quad (2.10)$$

A restrição (2.8) é do tipo *batch-size* ([15]). Se uma

sub-bobina deve ser laminada, então sua largura deve ser maior que $LMIN$ e a variável w_{ik} correspondente assumirá o valor 1. Porém, se a largura obtida for inferior à largura mínima do laminador, então $w_{ik} = 0$.

Outros aspectos - como, por exemplo, o número máximo de discos de corte e de recorte, o número máximo de fitas de um mesmo pedido em uma sub-bobina etc. - poderiam ser modelados, mas isto tornaria o modelo mais extenso e difícil. Prefere-se deixar o tratamento destes aspectos a cargo do planejador, que poderá manipulá-los da maneira que lhe convier.

2.2.3. Discussão do Modelo.

O modelo descrito em (2.1)-(2.8) é um programa linear inteiro misto. Algumas das variáveis inteiras podem assumir qualquer valor, enquanto outras devem estar restritas ao intervalo $[0,1]$.

Por ser um problema de natureza combinatorial, a dificuldade de resolvê-lo cresce, consideravelmente, conforme aumenta-se o número de bobinas e pedidos. Supondo-se um estoque de bobinas bem balanceado, pode-se estimar o número de variáveis inteiras envolvidas neste modelo para ter-se uma idéia de sua complexidade:

$$\begin{aligned} dim(n) &= \frac{(\#bobinas)(\#pedidos)}{2}, \\ dim(s) &= \beta \cdot H \cdot (\#pedidos), \\ dim(u) &= \frac{(\#bobinas)(\#sub-carteiras)}{2}, \\ dim(w) &= dim(u), \end{aligned}$$

$$\dim(y) = \#bobinas,$$

onde β representa o número de pedidos que não permitem mistura de aço sobre o número total de pedidos. Para um problema com 300 bobinas e 100 pedidos, dos quais um terço não admitem mistura de opções, divididos em 10 sub-carteiras, e sendo três o número máximo de opções permitidas, o número aproximado de variáveis inteiras será:

$$\begin{aligned} \text{n}^{\circ} \text{ de variáveis} \\ \text{inteiras} &= \dim(n) + \dim(s) + \dim(u) + \dim(w) + \dim(y) \\ &= 15.000 + 100 + 1.500 + 1.500 + 300 \\ &= 18.400. \end{aligned}$$

Se for utilizado um algoritmo do tipo *Branch-and-Bound* para resolver este problema, a árvore correspondente conterá 2^{18400} nós, ou seja, um número muito grande de possibilidades a serem analisadas.

Por este motivo buscou-se obter para o modelo (2.1)-(2.8) uma versão simplificada, através da eliminação de algumas variáveis, o que contribuirá para diminuir a complexidade do problema.

2.3. O MODELO SIMPLIFICADO.

Na seção anterior, foram definidas algumas variáveis que davam ao modelo (2.1)-(2.8) a autonomia de escolher as opções de aço de atendimento dos pedidos. Além disso, outra variável se encarregava de possibilitar o cálculo correto do tempo de laminação para sub-bobinas destinadas à sub-carteiras com espessuras menores. Embora sejam úteis, tais variáveis contribuem para tornar o modelo, definido

em (2.1)-(2.8), complexo e de difícil tratamento por qualquer algoritmo empregado para resolvê-lo.

Assim, será proposta uma diminuição do tamanho do modelo, abandonando o preciosismo, para adequá-lo às condições operacionais e computacionais vigentes. Os aspectos principais do problema, como a escolha das bobinas e a utilização racional da operação de laminação, serão mantidos.

2.3.1. Escolha da Opção de Aço para Atendimento dos Pedidos.

Ao permitir opções de aço para os pedidos, o planejador de produção conta com o recurso de poder considerar um número maior de bobinas para o atendimento dos mesmos. Dessa forma, reduzem-se os casos em que pedidos deixarão de ser atendidos por falta de matéria-prima.

Como viu-se na seção anterior, para modelar a escolha de opções de aço para os pedidos, foram introduzidas as variáveis s e g e o conjunto de restrições (2.3)-(2.6), onde os pedidos que permitem a mistura de opções são tratados separadamente daqueles que não permitem. Em razão desta autonomia, o modelo apresenta dificuldades para resolução.

Para superar este obstáculo, o planejador de produção poderá utilizar-se de algum critério para decidir a opção de aço que atenderá cada pedido, antes de iniciar o planejamento. Com isso, os pedidos que permitem a mistura de opções serão atendidos em apenas uma opção. Por exemplo, se for decidido que a opção de atendimento de um pedido corresponde ao aço da primeira opção, as sub-carteiras C_k estarão

redefinidas como:

$$C_k = \{ j \in \mathbb{J} \mid a_j^1 = a_k, e_j = e_k \}, k \in \mathbb{K},$$

e, dessa forma, cada pedido pertencerá a apenas uma sub-carteira.

Esta é uma observação muito importante, pois ao fixar a opção de aço de atendimento dos pedidos constata-se que o problema pode ser separado por tipos de aço. Com isso, cada sub-problema resultante, caracterizado pelo tipo de aço, apresenta um número de variáveis e restrições bem menor que o problema original.

Por serem menos trabalhosos, cada sub-problema pode ser resolvido várias vezes, variando-se as opções dos pedidos, até o planejador de produção decidir por uma forma de atendimento que julgar satisfatória.

2.3.2. Tempo de Laminação: Escada X Linear.

O tempo de laminação foi calculado, conforme (1.11), para sub-bobinas com largura entre *LMIN* e *LMAX*, a largura mínima e a largura máxima do laminador, respectivamente. Para bobinas com largura maior que *LMAX*, o tempo de laminação correspondente deve ser multiplicado por um número inteiro adequado, dado pelo número de sub-bobinas de uma bobina destinada ao laminador, ou seja, o número de partes em que esta bobina deve ser dividida para poder ser laminada. Este número é calculado da seguinte forma:

$$\frac{LMIN}{LMAX} \leq \frac{\text{largura da sub-bobina}}{LMAX} \leq 1 \Rightarrow \text{multiplicar por 1.}$$

$$1 < \frac{\text{largura da sub-bobina}}{LMAX} \leq 2 \Rightarrow \text{multiplicar por 2.}$$

⋮

⋮

Em um gráfico - fixando-se $LMIN = 150$ mm, $LMAX = 465$ mm e onde x_1 representa a largura da sub-bobina a ser laminada - pode-se visualizar a forma da função que fornece os multiplicadores do tempo de laminação.

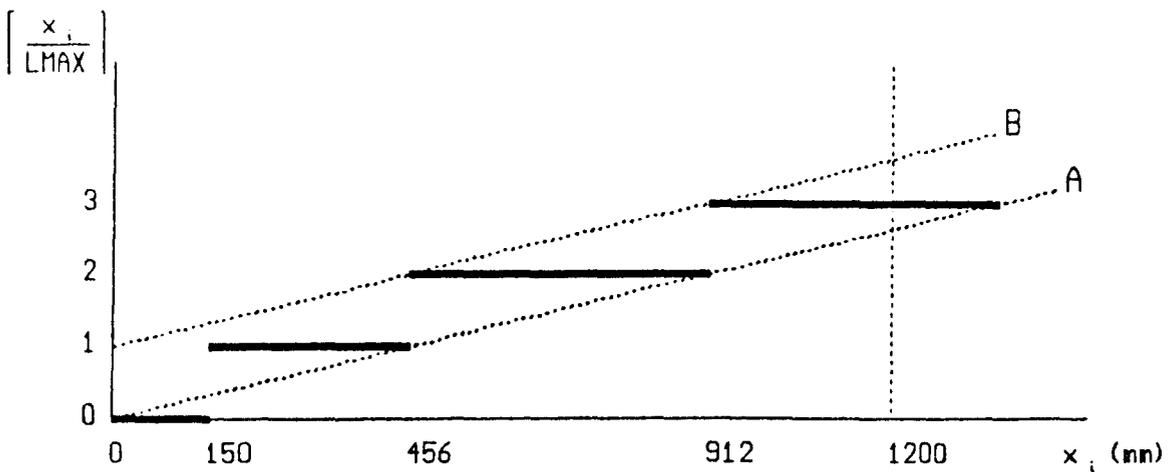


Gráfico 2.1: "Coeficientes" do tempo de laminação.

No modelo, esses multiplicadores são obtidos através da definição da variável inteira u e da restrição (2.7). Esta restrição encarrega-se de calcular o valor de u , representado pela função escada no gráfico 2.1, que irá multiplicar o termo referente ao tempo de laminação, presente na função objetivo (2.1).

No entanto, pode-se abrir mão do cálculo exato do tempo

total de laminação associado a uma bobina, visando tornar o modelo menos trabalhoso. Na busca de uma solução para o problema, procurou-se utilizar uma estimativa para o tempo de laminação. Esta estimativa pode ser obtida de qualquer uma das duas funções lineares representadas no gráfico acima.

A função A representa uma sub-estimativa para o tempo de laminação, enquanto B apresenta uma super-estimativa para o mesmo. Elas estão definidas como:

$$A : f(x_1) = \frac{x_1}{LMAX}.$$

$$B : f(x_1) = \frac{x_1}{LMAX} + 1.$$

Ambas fornecem estimativas muito próximas do tempo real de laminação e podem ser utilizadas sem perdas significativas na qualidade da solução obtida.

2.3.3. Definição do Modelo Simplificado.

No sentido de resolver o problema de preparação de fitas mais rapidamente, procurou-se obter para o modelo completo uma versão menos elaborada, através da linearização do cálculo do tempo de laminação e deixando para o planejador a escolha da opção de aço de atendimento dos pedidos.

Assim, utilizando-se a nova definição para as sub-carteiras C_k , $k \in \mathbb{K}$, e alguns dos parâmetros definidos para o modelo completo, o problema para o tipo de aço $a \in \mathcal{A}$ estará dado por:

$$\text{Min } \sum_{i \in \mathbb{I}} c_i y_i + \alpha \left[\sum_{i \in \mathbb{I}} \sum_{C_k \in K(i)} \frac{TLAM_{ik}}{LMAX} \left(\sum_{j \in C_k} \ell_j n_{ij} \right) \right] \quad (2.11)$$

sujeito a

$$\sum_{C_k \in K(i)} \sum_{j \in C_k} \ell_j n_{ij} \leq y_i \left(\bar{\ell}_i - \begin{matrix} \text{refllos de} \\ \text{recorte} \end{matrix} \right), \forall i \in \mathbb{I} \quad (2.12)$$

$$\sum_{i: C_k \in K(i)} \frac{t_i}{\ell_i} \ell_j n_{ij} \geq q_j, \quad \left(\begin{matrix} \forall C_k : a_k = a \\ \forall j \in C_k \end{matrix} \right) \quad (2.13)$$

$$w_{ik} LMIN \leq \sum_{j \in C_k} \ell_j n_{ij} \leq w_{ik} M, \quad \left(\begin{matrix} \forall i \in \mathbb{I}, \\ \forall C_k \in K(i), \\ TLAM_{ik} > 0 \end{matrix} \right) \quad (2.14)$$

$$y_i = 0-1, \quad \forall i \in \mathbb{I}$$

$$n_{ij} \geq 0, \text{ inteiro}, \quad \forall i \in \mathbb{I}, \forall j \in K(i)$$

$$w_{ik} = 0-1, \quad \forall i \in \mathbb{I}, \forall C_k \in K(i)$$

Na função objetivo (2.11) foi utilizada a função linear representada por A , no gráfico 2.1, para estimar o tempo de laminação associado às sub-bobinas.

A restrição sobre a utilização das bobinas, (2.12), é idêntica à sua equivalente, (2.2), no modelo anterior.

Com a fixação prévia da opção de aço de cada pedido, as restrições (2.3)-(2.6), relativas ao atendimento da demanda dos mesmos, ficaram resumidas à restrição (2.13). Assim, cada pedido pertencente a uma sub-carteira, com o mesmo tipo de aço do problema em questão, terá suas fitas retiradas das bobinas com espessura maior ou igual ao da sub-carteira, em quantidades suficientes para seu atendimento.

A restrição (2.14), sobre o tamanho mínimo das sub-bobinas que deverão ser laminadas, permanece inalterada.

Conforme feito anteriormente, pode-se estimar o número de variáveis inteiras envolvidas neste modelo, novamente supondo um estoque balanceado de bobinas:

$$\begin{aligned} \dim(n) &= \frac{(\#bobinas)(\#pedidos)}{2H}, \\ \dim(w) &= \frac{(\#bobinas)(\#sub-carteiras)}{2}, \\ \dim(y) &= \#bobinas. \end{aligned}$$

Se forem utilizados os mesmos dados do exemplo anterior, obtém-se um total de, aproximadamente, 6.800 variáveis inteiras. Para um problema combinatorial esta é uma redução bastante significativa, embora ainda tenha-se um grande número de variáveis inteiras para o novo modelo.

Esta é uma das principais vantagens do modelo simplificado em relação ao modelo completo, principalmente se o número de bobinas e de pedidos envolvidos for muito grande, como normalmente ocorre em problemas reais.

2.4. A QUESTÃO DOS REFILOS DE RECORTE.

Para uma bobina selecionada para processamento pode-se determinar, com precisão, apenas o número de refilos técnicos de corte. Esta é uma das poucas certezas associadas às bobinas. O cálculo do número exato de refilos técnicos de recorte, entretanto, não é tão simples. Para tanto, seria necessário conhecer, antecipadamente, quais

sub-carteiras estariam sendo atendidas pelas sub-bobinas de uma determinada bobina.

Pode-se considerar que, para cada espessura, os refilos técnicos de corte e recorte tenham o mesmo valor.

Existem formas de calcular o número de refilos técnicos de recorte associados à uma bobina, mas isto implicaria no aumento do número de variáveis inteiras do problema. Esta afirmação pode ser confirmada com o auxílio do seguinte exemplo:

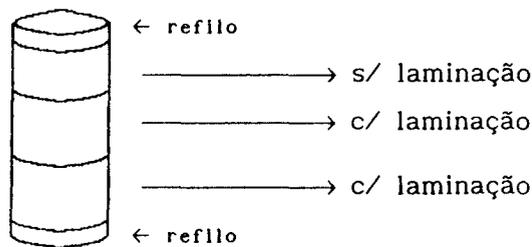


Figura 2.3: Corte de uma bobina.

A bobina i acima está sendo cortada em três sub-bobinas. A primeira sub-bobina irá atender uma sub-carteira com a mesma espessura da bobina inicial. Sendo ND_k o número máximo de discos de corte permitido para a espessura $e_k = e_1$ e $RMAX$ a largura máxima da recortadeira, o número de refilos de recorte desta sub-bobina será:

$$2 \cdot \max \left\{ \left\lceil \frac{\sum_{j \in C_k} n_{1j}}{ND_k - 1} \right\rceil, \left\lceil \frac{\sum_{j \in C_k} l_j n_{1j}}{RMAX} \right\rceil \right\}. \quad (2.15)$$

As outras duas sub-bobinas deverão ser laminadas para atenderem sub-carteiras com espessuras $e_k < e_1$, diferentes entre si.

Neste caso, o número de refilos de recorte de cada sub-bobina será:

$$2 \cdot \max \left\{ \left\lceil \frac{\sum_{j \in C_k} n_{1j}}{ND_k - 1} \right\rceil, \left\lceil \frac{\sum_{j \in C_k} l_j n_{1j}}{RMAX} \right\rceil, \left\lceil \frac{\sum_{j \in C_k} l_j n_{1j}}{LMAX} \right\rceil \right\}, \quad (2.16)$$

$C_k \in K(i)$, onde $LMAX$ é a largura máxima do laminador.

Portanto, os refilos técnicos de recorte de uma bobina i selecionada para processamento estão dados por:

$$\sum_{C_k \in K(i)} \max \left\{ \left\lceil \frac{\sum_{j \in C_k} n_{1j}}{ND_k - 1} \right\rceil, \left\lceil \frac{\sum_{j \in C_k} l_j n_{1j}}{RMAX} \right\rceil, \left\lceil \frac{\sum_{j \in C_k} l_j n_{1j}}{LMAX} \right\rceil \right\} \cdot 2RLR_k. \quad (2.17)$$

O terceiro argumento da função $\max\{\cdot\}$ foi escrito, no modelo completo, como o conjunto de restrições (2.7) definidas sobre a variável inteira u , o que sugere que os outros dois argumentos também devam ser modelados da mesma maneira, criando mais dois novos tipos de variáveis inteiras. Além disso, a própria função $\max\{\cdot\}$ deverá ser representada em termos de variáveis de decisão do tipo inteiro para poder ser incluída no modelo. Dessa forma, a resolução do problema torna-se mais difícil.

Para evitar o aumento da complexidade do problema, pode-se estimar o número de refilos de recorte de uma bobina i como sendo:

$$2RLR_i \cdot \max \left\{ \left\lceil \frac{\bar{l}_i}{LMAX} \right\rceil, \left\lceil \frac{\bar{l}_i}{RMAX} \right\rceil \right\}. \quad (2.18)$$

A vantagem desta prática é que a determinação destes valores não exige nenhum esforço computacional extra, pois os parâmetros

envolvidos no cálculo estão disponíveis antes da resolução do problema.

2.4.1. Refinamento da Solução.

Na estimativa dos refilos de recorte, utilizou-se a medida associada à espessura inicial da bobina i . Se a mesma não for laminada, tais valores não se modificarão. Caso alguma sub-bobina dessa bobina tenha sua espessura reduzida, o valor do refilo também pode diminuir, de acordo com a redução aplicada. Assim, a diferença entre o valor estimado e o valor real torna-se perda, a menos que haja possibilidade de aproveitamento dessas sobras para a fabricação de alguma fita.

Uma das preocupações do modelo é restringir os refilos das operações de corte e recorte aos refilos técnicos, minimizando os refilos referentes à perda de material. Assim, após a resolução do problema com a utilização das estimativas dos refilos técnicos de recorte, o planejador da produção poderá recorrer ao seguinte procedimento:

- 1) Para cada bobina selecionada para processamento, reduzir, se possível, os refilos técnicos de recorte para os valores reais;
- 2) Realocar as fitas dos pedidos, visando aumentar a utilização das bobinas selecionadas. Para isso, pode-se considerar as opções de aço dos pedidos.
- 3) Pode-se, também, optar por produzir partes de pedidos dos próximos períodos de planejamento. Tal medida se aplica quando

não for permitido o retorno de peças residuais (sub-bobinas) ao estoque.

Se não houver objeções quanto ao retorno de sub-bobinas residuais ao estoque este procedimento pode aumentar a largura útil de tais bobinas, proporcionando mais oferta de matéria-prima para o próximo período de planejamento.

2.5. OBTENÇÃO DE LIMITANTES PARA A SOLUÇÃO.

A resolução de problemas combinatoriais baseia-se em técnicas iterativas de busca de uma solução. A mais conhecida destas técnicas é a de *Branch-and-Bound*. Como todo método iterativo, um critério de parada é testado a cada iteração e o processo de busca é interrompido se determinada condição for satisfeita, a menos que outra condição, ou seja, a infactibilidade do problema, seja verificada. A solução encontrada, se existir, será ótima se não for possível obter outra capaz de melhorar o valor da função objetivo do problema.

Um dos critérios de parada utilizados é justamente a distância relativa entre o valor da solução ótima do problema candidato, z_{PC}^* , e uma estimativa para o valor da melhor solução possível para o problema, z_L , também conhecido como limitante. Assim, dada uma tolerância σ , se:

$$\frac{|z_{PC}^* - z_L|}{|z_L|} < \sigma, \quad (2.19)$$

a solução correspondente será considerada ótima.

Quando o problema se trata de minimização, esta estimativa

recebe o nome de *limitante inferior*. A forma de cálculo destes limitantes depende da implementação, logo não será discutida aqui nenhuma forma em particular. Todas, porém, são estimativas otimistas que vão sendo reavaliadas durante o processo de busca da solução do problema, até assumirem um valor próximo da verdadeira solução.

Como o tempo de ajuste no valor dos limitantes aumenta de acordo com a estrutura e o tamanho do problema, buscou-se encontrar um modo de calculá-los, visando obter um valor mais realista que as estimativas iniciais, baseando-se numa relaxação moderada do problema simplificado. Pretende-se, com isto, diminuir o tempo de busca de uma solução para este problema.

2.5.1. O Problema Moderadamente Relaxado.

Baseando-se no modelo simplificado (2.11)–(2.14), define-se a variável x_{ik} que representará a largura, em mm, da sub-bobina da bobina i destinada à sub-carteira C_k , ou seja:

$$x_{ik} = \sum_{j \in C_k} f_j n_{ij}, \quad \forall i \in \mathbb{I}, \forall C_k \in K(i). \quad (2.20)$$

Por definição, a variável x_{ik} não é inteira, embora esteja escrita em função da variável inteira n_{ij} , $i \in \mathbb{I}$ e $j \in C_k$.

Com a introdução de x_{ik} no modelo simplificado, perde-se a associação *bobina-pedido*, deixando de ser explícita a forma de recorte das sub-bobinas, mas mantém-se a associação *bobina - sub-carteira*. Dessa forma, obtém-se uma relaxação moderada para o problema simplificado, dada por:

$$\text{Min} \quad \sum_{i \in I} c_i y_i + \alpha \left[\sum_{i \in I} \sum_{C_k \in K(i)} TLAM_{ik} \frac{x_{ik}}{LMAX} \right] \quad (2.21)$$

sujeito a

$$\sum_{C_k \in K(i)} x_{ik} \leq y_i \left(\bar{\ell}_i - \frac{\text{refilhos de}}{\text{recorte}} \right), \quad \forall i \in I \quad (2.22)$$

$$\sum_{i: C_k \in K(i)} \frac{t_i}{\ell_i} x_{ik} \geq \sum_{j \in C_k} q_j, \quad \forall C_k : a_k = a \quad (2.23)$$

$$w_{ik} LMIN \leq x_{ik} \leq w_{ik} M, \quad \left(\begin{array}{l} \forall i \in I, \\ \forall C_k \in K(i), \\ TLAM_{ik} > 0 \end{array} \right) \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} y_i &= 0-1, & \forall i \in I \\ x_{ik} &\geq 0, & \forall i \in I, \forall C_k \in K(i) \\ w_{ik} &= 0-1, & \forall i \in I, \forall C_k \in K(i) \end{aligned}$$

A inexistência da condição de integralidade sobre x , mantidas sobre y e w , visa obter, para o modelo relaxado, uma estrutura especial. Pode-se observar que o modelo (2.21)-(2.24) define um *Problema de Alocação-Transporte Generalizado* ([13]), com restrições do tipo *batch-size* nos arcos onde ocorre laminação. A variável x pode ser entendida como o fluxo que deve ser otimizado. Nessas condições, o segundo termo da função objetivo (2.21) pode ser considerado o custo de laminação do fluxo.

O valor da solução associada ao fluxo ótimo de (2.21)-(2.24) corresponderá ao valor de um limitante inferior para a solução ótima do problema simplificado (2.11)-(2.14).

EXPERIÊNCIA COMPUTACIONAL.

Neste capítulo serão apresentados os resultados dos testes com o modelo simplificado. Na primeira parte do capítulo serão discutidos os principais aspectos que influenciaram a modelagem inicial do problema de preparação de fitas e definiram o modelo simplificado. Em seguida, será apresentada a resolução detalhada de um pequeno exemplo, usando-se a metodologia aqui desenvolvida. Os resultados obtidos com exemplos envolvendo cenários maiores também serão apresentados. Na parte final do capítulo serão sugeridas algumas modificações no modelo visando obter melhores resultados práticos.

3.1. DESENVOLVIMENTO DO MODELO SIMPLIFICADO.

A abordagem inicial preocupava-se em resolver o Problema de Preparação de Fitas em duas fases, baseando-se na seguinte metodologia:

1ª fase) Selecionar as bobinas que seriam usadas para o atendimento

dos pedidos, considerando-se, para isto, o potencial de utilização e o custo das bobinas, as quantidades totais das sub-carteiras e o tempo de laminação envolvido.

2ª fase) Em cada sub-carteira, resolver o problema de conjugação das fitas dos pedidos que a compõem, nas quantidades especificadas e com a menor perda de material possível.

O modelo correspondente à primeira fase deriva do modelo para o Problema Moderadamente Relaxado, apenas omitindo-se o conjunto de restrições (2.24) e, conseqüentemente, a variável do tipo w . A solução obtida na primeira fase, ou seja, a largura das sub-bobinas destinadas a cada sub-carteira (a menos dos refilos de recorte), seria utilizada como um parâmetro do problema da segunda fase, onde as larguras das fitas dos pedidos que compõem cada sub-carteira deveriam ser conjugados de forma a melhor utilizar a largura útil das sub-bobinas (minimização das perdas), até atingirem as quantidades exigidas. Se a quantidade produzida de algum pedido ficasse abaixo de uma certa tolerância permitida, sua quantidade seria incrementada e resolveria-se o problema correspondente à primeira fase novamente. Este procedimento seria repetido até que todos os pedidos de cada sub-carteira estivessem sendo atendidos nas suas quantidades mínimas permitidas.

Entretanto, a segunda fase não chegou a ser implementada, pois a experiência vivenciada com os modelos construídos para a primeira fase do problema forneceu elementos importantes para o desenvolvimento do modelo simplificado. Esta experiência, que será relatada em detalhes, baseou-se em dados reais, envolvendo 195 bobinas

e 47 pedidos. As características das bobinas disponíveis eram as seguintes:

- *tipos de aço*: 3 (SAE 1008, 1010 e 1012).
- *espessura* : entre 0,90 a 3,35 mm.
- *peso* : de 5300 a 14000 kg.
- *largura* : 1200 mm, geralmente.

Para os pedidos, os dados eram:

- *opções de tipos de aço*: 3, no máximo.
- *espessura da fita* : entre 0,90 e 2,00 mm.
- *quantidades* : de 480 a 30000 kg.
- *larguras de fita* : desde 40,40 até 319,80 mm

As informações relativas aos equipamentos utilizados, obtidas de um caso real, são:

- *largura máxima do laminador*: $L_{MAX} = 456$ mm;
- *largura mínima do laminador*: $L_{MIN} = 150$ mm;
- *redução absoluta máxima, por passe*: $RAM = 0,80$ mm;
- *velocidade mínima de laminação*: $V^P = V^F = 20$ m/min;
- *velocidade máxima de laminação*: $V^I = 150$ m/min;
- *tempo de set-up do laminador*: $TI = TF = 10$ min;
- *tempo de ajuste do laminador, entre passes*: $TE = 5$ min;
- *importância do tempo de laminação*: $\alpha = 10$.

Na resolução dos modelos de programação inteira mista, obtidos nesta fase de desenvolvimento do trabalho, foi utilizada a

implementação de um algoritmo baseado no método *Branch-and-Bound*, denominado *GAMS/ZOOM*, desenvolvido a partir de uma versão do sistema *ZOOM* (Zero/One Optimization Methods) concebido por Roy E. Marsten e Jaya Singhal. Para a entrada de dados utilizou-se um novo produto, desenvolvido especialmente para esta finalidade, denominado *GAMS* (General Algebraic Modeling System). O equipamento utilizado nesta fase foi um computador PC/AT-486 (33 MHz), com co-processador matemático, 8 MB de RAM e disco rígido de 40 MB.

3.1.1. Tratamento da Largura Mínima de Laminação.

A primeira abordagem visando resolver o Problema de Preparação de Fitas associava bobinas e pedidos de forma direta. A largura da sub-bobina retirada da bobina i destinada a atender o pedido j era denotada por x_{ij} . As possíveis associações de bobinas e pedidos, em termos de aço e espessura, era representada por $(i,j)^*$.

O modelo correspondente estava dado por:

$$(P1) \quad \text{Min} \quad \sum_{i \in I} c_i y_i + \alpha \left[\sum_{j \in J} \sum_{(i,j)^*} TLAM_{ij} \frac{x_{ij}}{LMAX} \right]$$

sujeito a

$$\begin{aligned} \sum_{(i,j)^*} x_{ij} &\leq y_i \bar{\ell}_i && , \forall i \in I \\ \sum_{(i,j)^*} \frac{t_i}{\ell_i} x_{ij} &\geq q_j && , \forall j \in J \\ y_i &= 0-1 && , \forall i \in I \\ x_{ij} &\geq 0 && , \forall (i,j)^* , i \in I, j \in J \end{aligned}$$

Os primeiros testes com este modelo revelaram que, embora alguns pedidos estivessem sendo atendidos nas suas quantidades desejadas, a largura da sub-bobina correspondente não era compatível com a largura da fita especificada. Devido às características das bobinas, pedidos de quantidades pequenas de fitas de largura relativamente grandes eram atendidos por sub-bobinas com largura inferior à desejada. Além disso, o modelo gerava sub-bobinas destinadas ao laminador com larguras abaixo da largura mínima permitida.

Visando minimizar estes dois aspectos indesejáveis, surgiu a idéia de fixar o tipo de aço de atendimento dos pedidos em uma das opções permitidas. Assim, agrupando-se os pedidos com mesma espessura de fita em um mesmo conjunto, cuja quantidade total era maior, intencionava-se obter sub-bobinas mais largas. Esses conjuntos de pedidos com mesma espessura e mesmo tipo de aço receberam o nome de *sub-carteiras*. O novo modelo seria, então:

$$(P2) \quad \text{Min} \quad \sum_{i \in \mathbb{I}} c_i y_i + \alpha \left[\sum_{i \in \mathbb{I}} \sum_{C_k \in K(i)} TLAM_{ik} \frac{x_{ik}}{LMAX} \right]$$

sujeito a

$$\sum_{C_k \in K(i)} x_{ik} \leq y_i \bar{\ell}_i \quad , \forall i \in \mathbb{I}$$

$$\sum_{i: C_k \in K(i)} \frac{t_i}{\ell_i} x_{ik} \geq \sum_{j \in C_k} q_j \quad , \forall C_k : k \in \mathbb{K}$$

$$y_i = 0-1 \quad , \forall i \in \mathbb{I}$$

$$x_{ik} \geq 0 \quad , \forall i \in \mathbb{I}, \forall C_k \in K(i)$$

Este novo modelo fornecia sub-bobinas com larguras maiores que o modelo anterior, aumentando a oferta de material a ser trabalhado na segunda fase de resolução do problema, mas ainda fornecia uma solução infactível do ponto de vista operacional. Embora as larguras das sub-bobinas tenham aumentado, em alguns casos estas ainda eram menores que a largura mínima permitida para laminação.

Para contornar este obstáculo resolveu-se adotar a seguinte metodologia: (a) resolver o problema utilizando-se o modelo *P2* (iteração 0). Se houverem larguras não-válidas (abaixo da largura mínima de laminação), então; (b) utilizar um dos seguintes procedimentos:

Procedimento 1) Acrescentar ao modelo *P2* a restrição:

$$x_{ik} \geq LMIN, \quad \forall i \in I, \forall C_k \in K(i) \text{ tal que} \\ x_{ik}^{(0)} < LMIN \text{ e } TLAM_{ik} > 0,$$

e resolver o problema novamente. Repetir até obter uma solução viável operacionalmente.

Procedimento 2) Definir variáveis w_{ik} , do tipo 0-1, apenas para as larguras não-válidas e acrescentar ao modelo *P2* a seguinte restrição:

$$w_{ik} LMIN \leq x_{ik} \leq w_{ik} M, \quad \forall i \in I, \forall C_k \in K(i) \text{ tal que} \\ x_{ik}^{(0)} < LMIN \text{ e } TLAM_{ik} > 0.$$

Resolve-se o problema novamente e repete-se este procedimento até obter apenas larguras válidas.

Procedimento 3) Reorganizar os pedidos das sub-carteiras que apresentarem larguras não-válidas. Neste caso, pode-se tanto aumentar a quantidade total de uma sub-carteira, incluindo pedidos das outras sub-carteiras, quanto diminuir a quantidade total, distribuindo os pedidos das sub-carteiras que apresentarem larguras não-válidas pelas outras sub-carteiras. Após a reorganização, resolve-se o problema com a nova configuração das sub-carteiras e repete-se o procedimento até obter uma solução viável ou enquanto a reorganização das sub-carteiras for possível.

Utilizando-se os dados do cenário definido anteriormente, o modelo *P2* forneceu como resposta (iteração 0) apenas uma largura não-válida. Os resultados obtidos com a utilização dos três procedimentos foram os seguintes:

Procedimento 1) iteração 1: 3 larguras não-válidas;
iteração 2: 2 larguras não-válidas...

Procedimento 2) iteração 1: 4 larguras não-válidas;
iteração 2: 7 larguras não-válidas;
iteração 3: 2 larguras não-válidas;
iteração 4: 4 larguras não-válidas;
iteração 5: 3 larguras não-válidas;
iteração 6: 4 larguras não-válidas...

Procedimento 3) iteração 1: 4 larguras não-válidas...

A finalidade desta metodologia era evitar incluir no modelo,

em definitivo, uma restrição do tipo (2.24), o que aumentaria consideravelmente o número de variáveis inteiras do problema. Entretanto, em vista da qualidade dos resultados obtidos com a utilização destes três procedimentos, decidiu-se incluir esta restrição no modelo, abandonando-se o caráter iterativo nesta fase e definindo a estrutura final do modelo para o Problema Moderadamente Relaxado, dado por (2.21)-(2.24).

3.1.2. Preparação para a Fase de Recorte.

A segunda fase do Problema de Preparação de Fitas consistia em decidir como recortar as sub-bobinas obtidas da fase anterior. Cada sub-carteira seria tratada separadamente das demais, o que contribuiria para a rapidez na busca de uma solução. Nesta fase, as fitas dos pedidos que compunham uma sub-carteira deveriam ser conjugadas de modo a melhor utilizar a largura das sub-bobinas, visando produzir as quantidades necessárias de cada pedido.

Assim, para uma dada sub-carteira C_k , $k \in K$, se x_{ik} for a largura da sub-bobina da bobina i destinada a esta sub-carteira, deve-se ter:

$$\sum_{j \in C_k} f_j n_{ij} \leq x_{ik}, \quad (3.1)$$

onde f_j representa a largura da fita do pedido j , $j \in C_k$, e n_{ij} é a variável de decisão que determinará o número de fitas do pedido j que deverão ser retiradas da sub-bobina i .

Esta restrição pode ser reescrita de forma a explicitar a

variável de folga correspondente, φ_{1k} , relativa à perda de material (refilos) na fase de recorte, que deve ser minimizada:

$$\sum_{j \in C_k} f_j n_{1j} + \varphi_{1k} = x_{1k}. \quad (3.2)$$

Observou-se que, através de algumas modificações na definição dos conjuntos até então utilizados para controlar os índices das somatórias, a substituição de x_{1k} , no modelo (2.21)–(2.24), pelo termo acima, permitiria a resolução do Problema de Preparação de Fitas em um único passo. O modelo obtido recebeu o nome de Modelo Simplificado e está dado por (2.11)–(2.14).

Neste ponto, definida a estrutura do modelo, optou-se por trabalhar com uma outra implementação do algoritmo *Branch-and-Bound*, desenvolvida para utilizar as sub-rotinas da *Optimization Subroutine Library*, denominada *GAMS/OSL*. O equipamento utilizado foi uma estação de trabalho RS/6000 da IBM, modelo 320H, com 32 MB de RAM e disco rígido com 50 MB de espaço disponível, aproximadamente.

3.2. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.

Para verificar se o modelo simplificado (2.11)–(2.14) fornecia soluções satisfatórias para o Problema de Preparação de Fitas, realizou-se uma série de testes envolvendo cenários variados, com os dados das bobinas e dos pedidos gerados de modo aleatório, baseados em valores encontrados na prática. Os dados referentes aos equipamentos foram mantidos iguais aos utilizados na fase de definição do modelo.

O exemplo que será apresentado a seguir refere-se a um cenário envolvendo 20 bobinas e 5 pedidos. Os detalhes da metodologia utilizada será apresentada logo em seguida, juntamente com os resultados obtidos para os exemplos maiores.

3.2.1. Resolução de um Pequeno Exemplo.

O estoque era formado por 20 bobinas com as seguintes características:

bobina	tipo de aço	espessura (mm)	largura (mm)	peso (kg)
1	1008	1.90	1200	11452
2	1008	1.50	1200	9645
3	1008	3.00	1200	7166
4	1008	0.90	1200	12523
5	1008	2.00	1200	9611
6	1008	1.20	1200	7136
7	1008	1.90	1200	12853
8	1008	3.35	1200	8826
9	1008	2.65	1200	14197
10	1008	2.00	1200	13340
11	1008	1.20	1200	12680
12	1008	0.90	1200	7108
13	1008	2.00	1200	9497
14	1008	1.20	1200	7259
15	1008	1.50	1200	12228
16	1008	1.20	1200	10970
17	1008	1.90	1200	8101
18	1008	1.20	1200	11567
19	1008	2.25	1200	12756
20	1008	2.00	1200	9614

Tabela3.1: Dados das bobinas.

Em todos os casos estudados, o custo c_i de uma bobina i foi calculado em função do seu peso e da sua espessura, da seguinte forma:

- $c_1 = \text{US\$ } 300,00/\text{ton}$ se $e_1 \geq 3.00 \text{ mm}$;

- $c_1 = \text{US\$ } 400,00/\text{ton}$ se $e_1 < 3.00 \text{ mm}$.

Por motivos práticos, supôs-se que os refilos técnicos de recorte tivessem o mesmo valor que os refilos técnicos de corte, de acordo com a seguinte tabela:

espessura (mm)	refilo (mm)
0.80 - 1.00	2.00
1.20	3.00
1.50	4.00
1.90 - 2.00	5.00
2.25	6.00
2.65	7.00
3.00 - 3.35	8.00

Tabela 3.2: Refilos em função da espessura das bobinas.

A carteira era composta por 5 pedidos, cujos dados eram:

pedido	tipo de aço	espessura (mm)	fita (mm)	quantidade (kg)
1	1008	1.90	192.90	3730
2	1008	0.90	226.10	2062
3	1008	1.00	150.90	3310
4	1008	1.30	62.70	16428
5	1008	0.80	181.90	9620

Tabela 3.3: Dados dos pedidos.

Como os pedidos possuem espessuras distintas entre si, o número de sub-carteiras será igual ao número de pedidos. Assim, as sub-carteiras, ordenadas em ordem crescente de espessura, estão definidas da seguinte forma:

$$C_1 = C(1008; 0.80) = \{ 5 \};$$

$$C_2 = C(1008; 0.90) = \{ 2 \};$$

$$C_3 = C(1008; 1.00) = \{ 3 \};$$

$$C_4 = C(1008; 1.30) = \{ 4 \};$$

$$C_5 = C(1008; 1.90) = \{ 1 \}.$$

Os conjuntos $K(i)$, que definem as sub-carteiras que podem ser atendidas a partir da bobina i , estão dados por:

$$K(1) = \{ C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 \},$$

$$K(2) = \{ C_1, C_2, C_3, C_4 \},$$

$$K(3) = \{ C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 \},$$

$$K(4) = \{ C_1, C_2 \},$$

$$K(5) = \{ C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 \},$$

$$K(6) = \{ C_1, C_2, C_3 \},$$

$$K(7) = \{ C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 \},$$

$$K(8) = \{ C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 \},$$

$$K(9) = \{ C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 \},$$

$$K(10) = \{ C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 \},$$

$$K(11) = \{ C_1, C_2, C_3 \},$$

$$K(12) = \{ C_1, C_2 \},$$

$$K(13) = \{ C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 \},$$

$$K(14) = \{ C_1, C_2, C_3 \},$$

$$K(15) = \{ C_1, C_2, C_3, C_4 \},$$

$$K(16) = \{ C_1, C_2, C_3 \},$$

$$K(17) = \{ C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 \},$$

$$K(18) = \{ C_1, C_2, C_3 \},$$

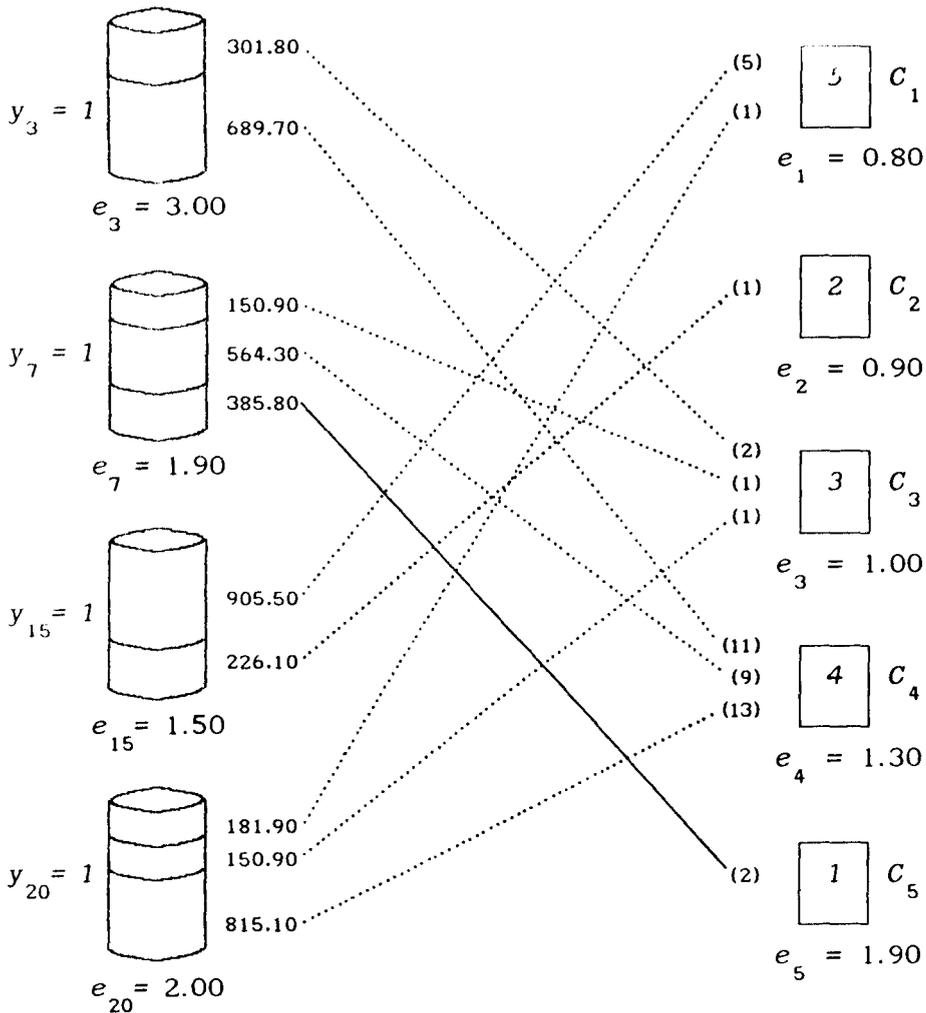
$$K(19) = \{ C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 \},$$

$$K(20) = \{ C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 \}.$$

Tanto as sub-carteiras quanto os conjuntos $K(i)$ foram montados pelo *GAMS*, que também se encarregou de calcular os tempos de laminação $TLAM_{ik}$ envolvidos na redução da bobina i para o atendimento

da carteira $C_k \in K(i)$ tal que $e_k < e_1$.

Uma solução encontrada foi a seguinte:



Os valores à direita de cada bobina correspondem às larguras úteis (sem considerar os refilos de recorte) de cada sub-bobina destinada a sub-carteira correspondente. Os números entre parênteses, à esquerda de cada sub-carteira, indicam o respectivo valor da variável n_{ij} .

As sobras das bobinas, após o ajuste dos refilos de recorte aos seus valores verdadeiros, foram as seguintes:

bobina 3: 172,50 mm;

bobina 7: 59,00 mm;

bobina 15: 40,40 mm;

bobina 20: 18,10 mm.

Neste exemplo constatou-se que o refinamento da solução obtida não era possível, devido às características desta carteira de pedidos. Logo, as sobras da bobina 20 podem ser classificadas definitivamente como perda, pois a largura da sub-bobina resultante é muito pequena para poder ser aproveitada por outros pedidos. Já as sobras das outras bobinas podem ser reaproveitadas nos próximos períodos de planejamento.

As variáveis do tipo w fornecem informação sobre as sub-carteiras que estão sendo atendidas pelas bobinas selecionadas mediante redução de espessura. Neste caso, a laminação ocorreu para os seguintes casos:

$$w_{3,3} = 1, w_{3,4} = 1.$$

$$w_{7,3} = 1, w_{7,4} = 1.$$

$$w_{15,1} = 1, w_{15,2} = 1.$$

$$w_{20,1} = 1, w_{20,3} = 1, w_{20,4} = 1.$$

O custo de utilização de bobinas foi de US\$ 16.744,40. O tempo total de laminação associado à esta solução é de 682,207 minutos. Fixando-se $\alpha = \text{US\$ } 10,00/\text{min}$, tem-se que o custo total de produção associado à esta solução é de US\$ 23.566,47.

3.2.2. O Excedente Produzido.

Neste exemplo, as quantidades produzidas de cada pedido foram as seguintes:

pedido 1: 4132,24 kg (11,49%).

pedido 2: 2303,96 kg (11,73%).

pedido 3: 4627,47 kg (39,98%).

pedido 4: 16693,09 kg (01,61%).

pedido 5: 10725,13 kg (10,78%).

O número entre parênteses indica, em termos relativos, o quanto foi produzido acima da quantidade desejada.

Em indústrias deste tipo costuma-se trabalhar com margens de tolerância, para o atendimento dos pedidos, da ordem de 5 a 10% da quantidade especificada. Se, neste caso, os clientes especificassem que seus pedidos deveriam ser atendidos dentro de uma tolerância de 10%, haveriam excedentes de produção para os pedidos 1, 2, 3 e 5. Isto deve-se ao fato de que a restrição (2.13) obriga apenas que a quantidade produzida seja, no mínimo, igual à quantidade especificada pelo pedido, não havendo, explicitamente, nenhuma restrição sobre a quantidade máxima a ser produzida.

Uma forma de resolver esta questão seria substituir a restrição (2.13) por uma equivalente capaz de limitar a quantidade produzida aos valores desejados, dentro de uma certa tolerância $\lambda \in (0,1)$. Esta nova restrição estaria dada por:

$$(1 - \lambda)q_j \leq \sum_{\substack{i: C \\ k \in K(i)}} \frac{t_i}{\ell_i} \ell_j n_{ij} \leq (1 + \lambda)q_j, \forall j \in J. \quad (3.3)$$

Entretanto, devido às características do processo de produção citados anteriormente, a substituição de (2.13) por (3.3) poderia tornar o problema infactível para alguns pedidos, mesmo para valores de λ dentro dos limites permitidos.

Este fato pode ser melhor entendido através do seguinte exemplo: seja uma bobina i com peso 10000 kg e largura 1200 mm. O peso unitário, ρ_i , dessa bobina será:

$$\rho_i = \frac{t_i}{\ell_i} = \frac{10000}{1200} = 8,3333 \text{ kg/mm},$$

ou seja, uma fita dessa bobina com largura igual a 1 mm pesará 8,3333 kg. Se um dado pedido j especifica uma largura de fita de 235,40 mm, tem-se que uma fita deste pedido, retirada desta bobina, terá um peso de:

$$\ell_j \cdot \rho_i = 235,40 \cdot 8,3333 = 1961,66 \text{ kg}.$$

Se a quantidade necessária deste pedido for de 2300 kg, então, dado $\lambda = 0.1$, a restrição (3.3) não será satisfeita para nenhum valor inteiro de n_{ij} correspondente. Entretanto, a restrição (2.13) seria satisfeita com $n_{ij} = 2$, produzindo uma quantidade total de 3923,32 kg, ou seja, 70,58% acima da quantidade desejada. Este tipo de problema ocorre principalmente para pedidos que especificuem

quantidades pequenas de fitas com largura relativamente grandes.

Entretanto, pode-se diminuir o excedente produzido pela utilização da restrição (2.13), incluindo-se na função objetivo um termo que penalize o que for produzido acima da quantidade desejada, como, por exemplo:

$$\sum_{j \in \mathcal{J}} d_j \left[\sum_{i: j \in C_k \in K(i)} \frac{t_i}{\ell_i} \rho_j n_{ij} - q_j \right], \quad (3.4)$$

onde d_j representa o custo unitário de produção do pedido j acima do necessário. Isto forçará o modelo a produzir tais pedidos a partir de bobinas mais leves (menores valores de ρ_i).

3.2.3. A Metodologia Utilizada na Resolução do Problema.

Como todo método iterativo, o *branch-and-bound* preocupa-se em encontrar uma solução factível para o problema, ou melhorar uma solução encontrada anteriormente, até que um determinado critério de parada seja satisfeito. Os critérios de parada mais utilizados são:

- número máximo de iterações;
- quantidade de tempo de processamento;
- distância entre a solução encontrada e a melhor solução possível (estimativas para a solução).

O processo de busca pode tornar-se tão extenso quanto se queira - a menos de limitações do equipamento utilizado - logo decidiu-se por adotar uma metodologia que fosse capaz de explorar o

último critério de parada.

De acordo com este critério, o algoritmo busca diminuir a distância (relativa ou absoluta) entre a estimativa para o melhor valor possível de solução, ou simplesmente, limitante, e uma possível solução encontrada. No caso de problemas de minimização, esta diminuição é conseguida ora pela atualização do valor do limitante inferior, ora pela obtenção de uma solução factível com menor valor de função objetivo.

As implementações disponíveis do método *branch-and-bound* atribuem o valor da função objetivo do problema relaxado ao valor inicial do limitante inferior. Em alguns casos, esta estimativa otimista pode fazer com que o processo de busca de uma solução melhor continue, apenas atualizando o limitante inferior, mesmo que já se disponha da solução ótima.

Visando diminuir o esforço computacional envolvido na busca e aprimoramento de soluções, desenvolveu-se uma metodologia capaz de explorar a estrutura do problema, utilizando-se os modelos (2.11)-(2.14) e (2.21)-(2.24). Os passos que a compõem são:

- 1) *Obtenção um valor inicial mais realista para o limitante inferior.* Tal valor corresponde à solução ótima do problema resolvido através do modelo (2.21)-(2.24), que define uma relaxação moderada do modelo (2.11)-(2.14).
- 2) *Avaliação da distância relativa entre o limitante inferior obtido e a primeira solução inteira encontrada através do modelo (2.11)-(2.14).* Se a distância relativa entre a solução obtida e o valor do limitante estiver dentro da tolerância

desejada, o processo de busca pode ser interrompido. A solução encontrada pode ser considerada localmente ótima.

Caso a primeira solução inteira encontrada esteja a uma distância relativa do limitante inferior obtido acima da tolerância desejada, pode-se optar por continuar o processo de busca de soluções melhores, o que, certamente, exigirá mais tempo e recursos computacionais.

Esta metodologia foi aplicada na resolução de 6 problemas distintos, cujas características estão dadas pela tabela abaixo:

problema	nº de bobinas	nº de pedidos	nº de variáveis	nº de restrições
B20P5	20	5	179	179
B50P10	50	10	661	508
B70P20	70	20	1502	930
B100P30	100	30	2333	1448
B200P50	200	50	6950	2868
B300P70	300	70	13782	4184

Tabela 3.4: *Dados dos problemas.*

Os dados referentes ao número de variáveis inteiras e o número de restrições de cada problema foram obtidos em relação ao modelo (2.11)-(2.14). É necessário destacar que o número de variáveis inteiras dos problemas **B100P30**, **B200P50** e **B300P70** teve que sofrer uma redução para que *GAMS/OSL* fosse capaz de resolvê-los. Esta diminuição do número de variáveis inteiras foi conseguida mediante a restrição do

potencial de laminação de cada bobina do estoque, ou seja, cada bobina poderia ser laminada até um dado limite. Para estes problemas, os conjuntos $K(i)$ foram redefinidos da seguinte forma:

$$K(i) = \{ C_k, k \in K \mid a_k = a_i, \gamma \cdot e_i \leq e_k \leq e_i \}, \forall i \in \mathbb{I},$$

com $0 < \gamma < 1$. Nestes exemplos, assumiu-se para γ o valor 0,4, o que significa que, para o atendimento das sub-carteiras, uma bobina pode ter sua espessura reduzida a, no máximo, 40% de sua espessura original. Além disso, decidiu-se que o número máximo de sub-carteiras que poderiam ser atendidas por uma bobina, mediante laminação, seria restrito a três. Para tanto, foi incluída no modelo (2.11)-(2.14) a seguinte restrição:

$$\sum_{C_k \in K(i)} w_{ik} \leq 3, \quad \forall i \in \mathbb{I}. \quad (3.5)$$

Com essas medidas, conseguiu-se uma redução média de 17% no número de variáveis inteiras de cada problema.

A metodologia exige que cada problema seja resolvido duas vezes. Uma através do modelo (2.11)-(2.14), de onde se obtém uma solução para o Problema de Preparação de Fitas. O valor da função objetivo associado à esta solução é utilizada para o cálculo das duas distâncias relativas $\sigma^{(1)}$ e $\sigma^{(2)}$. A primeira, $\sigma^{(1)}$, é fornecida pelo *GAMS/OSL* e refere-se à distância relativa entre o valor da solução encontrada e o valor do limitante inferior avaliado pelo *branch-and-bound*. A segunda distância relativa, $\sigma^{(2)}$, é calculada utilizando-se a estimativa realista para o limitante inferior, obtida da resolução do mesmo problema através do modelo (2.21)-(2.24).

Os resultados obtidos para os 6 exemplos, bem como o tempo necessário para a obtenção da primeira solução inteira de cada problema, foram os seguintes:

exemplo	valor da solução	$\sigma^{(1)}$	$\sigma^{(2)}$	tempo (h:mm:ss)
B20P5	23566,47	23,75%	19,35%	0:00:06
B50P10	40681,97	53,08%	51,62%	0:00:44
B70P20	72393,73	22,67%	22,19%	0:05:22
B100P30	260284,67	137,35%	131,95%	1:48:30
B200P50	402049,03	201,89%	194,48%	2:56:06
B300P70	759010,85	261,09%	258,98%	6:50:23

Tabela 3.5: Resultados obtidos.

Como pode-se observar, a distância calculada com o valor do limitante obtido da resolução do problema moderadamente relaxado é menor do que a distância calculada utilizando-se o valor do limitante fornecido pelo *branch-and-bound*. Ainda que a diferença entre as duas distâncias não seja significativa, pode-se afirmar que, nestes problemas, o modelo (2.21)-(2.24) fornece, para a solução do Problema de Preparação de Fitas, limitantes com valores melhores do que os estimados pelo *branch-and-bound*.

Um outro recurso testado foi a utilização da estimativa do limitante inferior, obtido de (2.21)-(2.24), para fornecer um valor inicial de solução (incumbente). Pretendia-se, com isto, orientar o processo de busca a procurar soluções cujos valores de função objetivo fossem menores do que os obtidos em ensaios anteriores, sem a

utilização desta informação. Um valor para a solução incumbente pode ser calculado como:

$$\langle \text{incumbente} \rangle = (1 + \eta) \cdot \langle \text{valor do limitante} \rangle, \quad (3.6)$$

onde $\eta > 0$ é um número escolhido adequadamente. Nos ensaios realizados o valor de η foi tomado entre 10 a 20%, o que significa que desejava-se obter uma solução inteira cujo valor de função objetivo estivesse a uma distância relativa η do valor do limitante inferior encontrado. Infelizmente, este recurso não apresentou resultados satisfatórios nos três exemplos que envolvem um maior número de bobinas e pedidos, o que demonstra a complexidade dos problemas de classe combinatorial. Os resultados obtidos, com 80000 iterações, para os exemplos **B20P5**, **B50P10** e **B70P20** foram:

exemplo	limitante	η	s/ Incumbente	c/ Incumbente
B20P5	19744,51	11%	21248,26	21726,63
B50P10	26830,93	19%	40681,97	31477,55
B70P20	59242,61	18%	72393,13	69723,99

Tabela 3.6: Valor de soluções obtidas sem e com incumbente.

No exemplo **B20P5**, a obtenção de uma solução utilizando-se a estimativa para incumbente, calculada por (3.6), com valor pior que o da solução obtida sem a utilização da mesma pode ter a seguinte explicação. Durante o processo de busca de soluções, o algoritmo pode ter eliminado um número maior de problemas candidatos (poda da árvore da busca), em função do valor de incumbente fornecido. Com isso, houve

alteração na ordem de seleção dos mesmos para resolução, fazendo com que o algoritmo procurasse uma solução melhor em um outro ramo da árvore. Para este exemplo, atribuindo-se a η valores superiores a 25% fez com que o algoritmo chegasse à mesma solução onde não foi utilizado o valor de incumbente.

A imprevisibilidade da qualidade, e até da existência, das soluções que viessem a ser obtidas com o emprego desta técnica contribuiu para o descarte da mesma em utilizações futuras.

CONCLUSÃO

A preocupação em utilizar o menor número possível de bobinas e a operação de laminação foram os fatores que mais influenciaram na elaboração do modelo desenvolvido neste trabalho. Assim, embora o Problema de Preparação de Fitas seja, basicamente, um Problema de Corte, o aspecto de destinar partes de uma bobina ao laminador ou, diretamente, aos pedidos fez com que a estrutura final do modelo se assemelhasse aos utilizados para descrever problemas de alocação-transporte.

Com algumas modificações, as operações de corte e recorte foram agrupadas, proporcionando ao problema a característica de poder ser resolvido em uma única fase. Por outro lado, o interesse em viabilizar a interação entre o modelo e o planejador da produção, deixando a cargo deste a escolha do tipo de aço para cada pedido, possibilitou as alterações necessárias para a diminuição da complexidade do modelo inicial. A solução fornece a forma como as bobinas serão utilizadas, ou seja, como será realizado o corte, a

laminação (quando necessária) e o recorte das mesmas até a obtenção das fitas que originarão os tubos, nas quantidades especificadas pelos pedidos.

A inexistência de um algoritmo especializado influenciou na decisão por utilizar um algoritmo geral para a resolução dos problemas, baseado no método *Branch-and-Bound*. Os resultados obtidos para os exemplos aqui estudados podem ser considerados satisfatórios, no sentido de que a solução fornecida é, operacionalmente, viável. Melhoramentos na qualidade da solução, visando diminuir a perda de material obtida com refilos, podem ser conseguidos, redistribuindo-se as fitas dentre as bobinas escolhidas, sempre que possível. O desenvolvimento de um algoritmo que efetuasse este procedimento (aqui denominado Refinamento da Solução), num estágio subsequente à obtenção da solução, seria uma extensão natural deste trabalho.

Um outro problema que poderia ser abordado em trabalhos futuros relaciona-se ao seqüenciamento da produção, tanto ao nível da preparação de fitas, visando diminuir os tempos de *set-up* dos equipamentos utilizados e a ociosidade dos mesmos, quanto na fase final da fabricação, ou seja, na programação das máquinas de tubos. Em ambos os casos, a experiência adquirida na resolução dos problemas da fase de preparação de fitas pode ser de grande utilidade, no sentido de fornecer elementos que possibilitem a previsão dos prováveis condicionantes das fases posteriores. Tais informações podem, também, contribuir para a realização de ajustes nos modelos das fases preliminares, num regime de *feedback*. Com isso, espera-se promover uma maior integração entre as etapas de fabricação.

Além disso, novas abordagens podem ser desenvolvidas visando

resolver o problema do preparação de fitas. Um esforço nesse sentido foi empreendido por Schützer e Arenales ([20]), que propuseram uma formulação baseada na técnica de geração de colunas, desenvolvida por Gilmore e Gomory. Nesse trabalho foi dada uma importância maior ao aspecto de corte das bobinas, deixando em segundo plano a laminação e o número de bobinas escolhidas para processamento. Tais fatores entram como componentes do custo de produção. Na fase de montagem dos esquemas de corte (sub-problemas), a restrição sobre a largura mínima das sub-bobinas destinadas ao laminador não é considerada, mas o tempo de laminação envolvido pode ser calculado corretamente, conforme proposto no modelo completo, sem a criação de novas variáveis inteiras. Até a data de divulgação deste trabalho, tal metodologia encontrava-se em fase de testes, visando torná-la aplicável.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1]. BROOKE, A. et al. *GAMS - A User's Guide*, The Scientific Press, E.U.A., 1988, 290p.
- [2]. EISEMANN, K. "The Trim Problem", *Man. Sci.*, 3(3), 1957, 279-284.
- [3]. FERREIRA, J.C.S. "Otimização De Cortes: Uma Aplicação Ao Planejamento De Produção Em Fábricas De Papel", Tese de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, 1988.
- [4]. GELEGI, A. *Foge Equipment Rolling Mills And Accessories*, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1967, 847p.
- [5]. GEOFFRION, A.M. e MARSTEN, R.E. "Integer Programming Algorithms: A Framework And State-Of-The-Art Survey", *Man. Sci.*, 18(9), 1972, 465-491.
- [6]. GILMORE, P.C. e GOMORY, R.E. "A Linear Programming Approach To The Cutting Stock Problem", *Oper. Res.*, 9(6), 1961, 849-859.
- [7]. ————— e —————. "A Linear Programming Approach To The Cutting Stock Problem - Part II", *Oper. Res.*, 11(6), 1963, 863-888.
- [8]. HAESSLAR, R.W. "An Application Of Heuristic Programming To A Non-Linear Cutting Stock Problem Occurring In The Paper Industry", dissertação de Ph. D., Universidade de Michigan, 1958.

- [9]. ————. “A Heuristic Programming Solution To A Non-Linear Cutting Stock Problem”, *Man. Sci.*, 17(12), 1971, B793-B802.
- [10]. ————. “Controlling Cutting Pattern Changes In One-Dimensional Trim Problems”, *Oper. Res.*, 23(4), 1975, 483-493.
- [11]. JOHNSTON, R.E. “A Direct Combinatorial Algorithm For Cutting Stock Problems”, *The Application Of Mathematics In Industry*, Martinus Nijhoff, Holanda, 1982, 137-151.
- [12]. KANTOROVICH, L.V. “Mathematical Methods Of Organizing And Planning Production”, *Man. Sci.*, 6(4), 1960, 366-422.
- [13]. KENNINGTON, J.L. e HELGASON, R.V. *Algorithms for Network Programming*, John Wiley & Sons, New York, 1980, 291p.
- [14]. METZGER, R.W. *Elementary Mathematical Programming*, cap. 8, John Wiley & Sons, New York, 1958.
- [15]. MURTY, K.G. *Linear And Combinatorial Programming*, John Wiley & Sons, New York, 1976, 567p.
- [16]. PAULL, A.E. e WALTER, J.R. “The Trim Problem: An Application Of Linear Programming To The Manufacture Of Newsprint”, resumo em *Econometrica*, 23(3), 1955, 336.
- [17]. PIERCE, J.F. *Some Large Scale Production Scheduling In The Paper Industry*, Prentice-Hall, New Jersey, 1964.
- [18]. ————. “On The Solution Of Integer Cutting Stock Problems By Combinatorial Programming - Part I”, Relatório Técnico da IBM nº 36402, Cambridge, Massachussets, 1966.
- [19]. SANTOS, A. *Laminação e Laminadores - Elementos Básicos*, apostila de curso ministrado na Usina de Monlevade (Cia. Siderúrgica Belgo-Mineira), Belo Horizonte, 1964, 271p.

- [20]. SCHÜTZER, W. e ARENALES, M.N. “Aplicação Da Programação Linear A Um Problema Real De Otimização de Cortes”, relatório interno (ICMSC), Universidade de São Paulo, 1993.