

Tiago Antonio Alves Coimbra

**Solução da equação da onda imagem para continuação  
do afastamento mediante o método das características**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Instituto de Matemática Estatística e Computação Científica como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática Aplicada. Área de concentração: Matemática Aplicada.

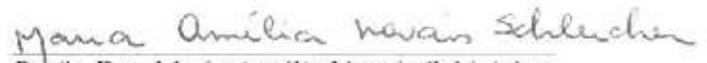
Orientadora: Maria Amélia Novais Schleicher  
Co-orientador: Joerg Dietrich Wilhelm Schleicher

CAMPINAS  
2010

SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DA ONDA IMAGEM PARA CONTINUAÇÃO DO  
AFASTAMENTO MEDIANTE O MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS

Este exemplar corresponde à redação final da  
dissertação devidamente corrigida e defendida  
por Tiago Antonio Alves Coimbra e aprovada  
pela comissão julgadora.

Campinas, 10 de Março de 2010

  
Prof.ª. Dra. Maria Amélia Novais Schleicher  
Orientadora

  
Prof. Dr. Joerg Dietrich Wilhelm Schleicher  
Co-orientador

Banca Examinadora:

- 1-Prof.ª. Dra. Maria Amélia Novais Schleicher
- 2-Prof. Dr. Lúcio Tunes dos Santos
- 3-Dr. Eduardo Filpo Ferreira da Silva

Dissertação apresentada ao Instituto de  
Matemática, Estatística e Computação  
Científica, UNICAMP, como requisito  
parcial para obtenção do Título de MESTRE  
em Matemática Aplicada

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DO IMECC DA UNICAMP**  
Bibliotecária: Maria Fabiana Bezerra Müller – CRB8 / 6162

Coimbra, Tiago Antonio Alves

C665s Solução da equação da onda imagem para continuação do afastamento mediante o método das características/Tiago Antonio Alves Coimbra -- Campinas, [S.P. : s.n.], 2010.

Orientadores : Maria Amélia Novais Schleicher, Jörg Dietrich  
Wilhelm Schleicher

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas,  
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica.

1.Ondas sísmicas. 2.Equações diferenciais parciais - Soluções numéricas. 3.Métodos de continuação . I. Schleicher, Maria Amélia Novais. II. Schleicher, Joerg. III. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica. IV. Título.

Título em inglês: Solution of the image-wave equation for offset continuation by means of the method of characteristics

Palavras-chave em inglês (Keywords): 1. Seismic waves. 2. Differential equations, Partial – Numerical solutions. 3. Continuation methods.

Área de concentração: Geofísica Computacional

Titulação: Mestre em Matemática Aplicada

Banca examinadora: Profª. Dra. Maria Amélia Novais Schleicher (IMECC - UNICAMP)  
Prof. Dr. Lúcio Tunes dos Santos (IMECC - UNICAMP)  
Dr. Eduardo Filpo Ferreira da Silva (PETROBRAS)

Data da defesa: 10/03/2010

Programa de Pós-Graduação: Mestrado em Matemática Aplicada

**Dissertação de Mestrado defendida em 10 de março de 2010 e aprovada**

**Pela Banca Examinadora composta pelos Profs. Drs.**

*Maria Amélia novais Schleicher*  
\_\_\_\_\_  
**Prof.(a). Dr(a). MARIA AMÉLIA NOVAIS SCHLEICHER**

*Eduardo Filpo Ferreira da Silva*  
\_\_\_\_\_  
**Prof. (a). Dr (a). EDUARDO FILPO FERREIRA DA SILVA**

*Lucio Tunes dos Santos*  
\_\_\_\_\_  
**Prof. (a). Dr (a). LUCIO TUNES DOS SANTOS**

# Resumo

O deslocamento de um evento sísmico sob a chamada operação de continuação de afastamento (*Offset Continuation Operation – OCO*) pode ser descrita por uma equação diferencial parcial de segunda ordem que foi denominada de equação da onda imagem para OCO. Por substituição de uma solução tentativa da forma da teoria dos raios, pode se deduzir uma equação iconal OCO que descreve os aspectos cinemáticos da propagação da onda imagem OCO. Neste trabalho, resolvemos a equação da onda imagem OCO por meio do método das características. As características desta equação são as trajetórias OCO que descrevem o caminho do deslocamento de um evento sísmico sob variação do afastamento entre fonte e receptor. O conjunto de pontos finais de diversas trajetórias OCO, traçadas a partir do mesmo afastamento inicial até o mesmo afastamento final, define o raio de velocidade OCO ou, mais breve, raio OCO. Este raio OCO pode ser empregado para análise de velocidade. O algoritmo consiste do traçamento de raios OCO e então encontrar o ponto de interseção entre o raio OCO e o evento de reflexão sísmica dentro da seção final de afastamento comum. O procedimento tem a vantagem sobre a análise de velocidade convencional de que está baseado numa comparação de dados simulados com dados adquiridos ao invés de dois conjuntos de dados simulados. Exemplos numéricos demonstram que o traçamento de raios OCO pode ser executado de maneira precisa e de que a análise de velocidade resultante fornece velocidades confiáveis. Além disso, baseado nas expressões analíticas para os raios OCO que começam a partir do afastamento zero (*migraton to common offset – MCO*), deduzimos uma equação da onda imagem para continuação de velocidade MCO. Demonstramos que, em muitas situações práticas, esta equação pode ser empregada diretamente para OCO, assim evitando a necessidade de traçar trajetórias e raios OCO.

**Palavras-chave:** Onda sísmica, Método das características, Continuação do afastamento, Análise de velocidade.

# Abstract

The dislocation of a seismic event under the so-called Offset Continuation Operation (OCO) can be described by a second-order partial differential equation, which has been called the OCO image-wave equation. By substitution of a ray-like trial solution, an OCO image-wave eikonal equation is obtained that describes the kinematic aspects of OCO image-wave propagation. In this work, we solve the OCO image-wave eikonal equation by means of the method of characteristics. The characteristics of this equation are the OCO trajectories that describe the path of dislocation of a seismic event under variation of the source-receiver offset. The set of endpoints of several OCO trajectories traced from the same initial to the same final offset under varying values for the medium velocity defines the OCO velocity ray or briefly OCO ray. This OCO ray can be employed for velocity analysis. The algorithm consists of OCO ray tracing and then finding the intersection point of the OCO ray with the seismic reflection event in the final common-offset section. The procedure has the advantage over conventional velocity analysis that it is based on a comparison of simulated and acquired data rather than two sets of simulated data. Numerical examples demonstrate that the OCO ray tracing can be accurately executed and that the resulting velocity analysis yields reliable velocities. Moreover, based on the analytic expressions for the OCO rays starting from zero-offset (migration to common offset, MCO), we derived an image-wave equation for MCO velocity continuation. We demonstrate that in many practical situations this equation can be directly employed for OCO, thus avoiding the need to trace OCO trajectories and OCO rays.

**Keywords:** Seismic wave, Method of characteristics, Offset continuation, Velocity analysis.

# Agradecimentos

A minha orientadora e co-orientador, Profs. Amélia Novais e Joerg Schleicher, sou grato pela orientação, pelo tempo gasto comigo e por puxarem minha orelha quando era preciso.

A minha namorada Rita, por me apoiar e ajudar na minha jornada, compreender minha ausência, e me amar.

Aos meus amigos e amigas, por se preocuparem comigo e pelo apoio.

Aos professores pelos ensinamentos.

Aos colegas do grupo, que me propiciaram momentos de descontração.

Aos demais colegas de pós-graduação, pelas críticas e sugestões.

A todos que de alguma forma contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.

À UNICAMP e ao IMECC pela infraestrutura disponibilizada.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro.

*E conhecereis a verdade, e a verdade vos libertará. - (João: 8:32)*

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>ix</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Propagação de ondas físicas</b>	<b>6</b>
2.1 Teoria sísmica da onda acústica . . . . .	7
<b>3 Teoria sísmica da onda imagem</b>	<b>11</b>
3.1 Construções preliminares . . . . .	13
3.2 Onda imagem de Huygens para OCO . . . . .	14
3.3 Equação iconal da onda imagem para OCO . . . . .	16
3.4 Equação da onda imagem para OCO . . . . .	19
<b>4 Teoria do Raio de velocidade OCO</b>	<b>22</b>
4.1 Introdução . . . . .	22
4.2 Trajetórias OCO . . . . .	24
4.2.1 A geometria do problema . . . . .	24
4.2.2 Construção das trajetórias OCO . . . . .	25
4.3 Raios de velocidade OCO . . . . .	30
4.3.1 Construção de raios de velocidade OCO mediante trajetórias OCO . . . . .	30
4.3.2 Construção direta dos raios de velocidade MCO . . . . .	31
4.4 Onda imagem para continuação da velocidade MCO . . . . .	33
4.5 Observações: . . . . .	38
<b>5 Experimentos Numéricos</b>	<b>40</b>
<b>6 Conclusões</b>	<b>51</b>
<b>Referências bibliográficas</b>	<b>53</b>
<b>A Método das Características</b>	<b>55</b>

# Lista de Figuras

1.1	<i>Correção NMO em uma seção de ponto médio comum, envolve um mapeamento de percursos <math>t_h</math> de diferentes afastamentos para um percurso <math>t_0</math> de afastamento nulo. (a) Antes e (b) depois da correção NMO. (Reproduzido de Yilmaz (2000)) . . . . .</i>	3
2.1	<i>O princípio de Huygens diz que cada ponto de uma frente de onda funciona como uma nova fonte pontual, dita secundária, e o envelope de todas estas frentes de onda secundárias no mesmo instante é uma nova frente de onda. . .</i>	7
2.2	<i>Frentes de onda (azul), é o conjunto de pontos do meio que são alcançados no mesmo instante em um meio isotrópico e homogêneo de uma fonte pontual (vermelho), onde a velocidade no meio é de 2.5 m/ms. Algumas frentes são parcialmente mostradas. . . . .</i>	10
3.1	<i>Frente da onda imagem de Huygens para diferentes meios-afastamentos. Observe que ocorre uma ideia de propagação nesse domínio. A imagem dos tempos de reflexão para três diferentes meios-afastamento do mesmo refletor em profundidade. Se há uma mudança suave do meio-afastamento de <math>h = h_1</math> para <math>h = h_3 &gt; h_1</math>, o tempo de reflexão move-se da primeira posição até a última posição. . . . .</i>	12
3.2	<i>Diagrama em 2D do processo de construção da onda imagem de Huygens para OCO. Aqui <math>S = \xi - h</math> e <math>G = \xi + h</math>. . . . .</i>	16
3.3	<i>Frentes de onda imagem de Huygens de diferentes afastamentos referente ao ponto <math>P(\xi_0, t_0)</math> em uma seção de afastamento nulo. . . . .</i>	17
3.4	<i>Construção de uma frente de onda imagem para OCO partindo de uma seção de afastamento nulo. Os pontos X (vermelho) são as fontes imagens pontuais, as curvas em preto são as frentes de onda imagem, a curva em verde é o envelope das frentes de onda imagem formando a curva de reflexão na nova CO(h) e a curva em azul é a curva de reflexão na ZO. . . . .</i>	19
4.1	<i>Exemplo de uma transformação OCO, como dado inicial tem-se a linha azul em uma seção de afastamento comum com meio-afastamento <math>h_1 = 100</math> em uma outra seção de afastamento comum com meio-afastamento <math>h_2 = 300</math>, onde também mostra-se sobre um ponto sobre a linha azul <math>(\xi_0, t_0)</math> que é levado pela OCO ao ponto <math>(\xi_1, t_1)</math> sobre a linha vermelha. . . . .</i>	23

4.2	<i>S é a superfície gerada pelos pontos pertencentes ao cubo sísmico tais que <math>H(\xi, t) - h = 0</math>, abaixo algumas curvas de níveis (preto), i.e., são as projeções de algumas curvas de reflexão do mesmo refletor em cada seção de afastamento comum <math>2h_i</math>.</i>	25
4.3	<i>Mapeamento em tempo de um refletor sinclinal. Quando acontecer situações como esta. Faça que cada cor é uma curva de reflexão em cada cubo sísmico diferente.</i>	26
4.4	<i>Desenho de um modelo em profundidade onde o refletor é sinclinal podendo acontecer cáusticas, formando um tempo de reflexão conforme a curva ao lado.</i>	26
4.5	<i>Possíveis trajetórias OCO de um simples ponto imagem <math>P(\xi_0, t_0; h_0)</math> (linhas azuis). Indicado em vermelho são as onda imagem de Huygens para OCO referentes a fonte imagem pontual <math>P(\xi_0, t_0; h_0)</math>.</i>	27
4.6	<i>A Trajetória OCO para a correta escolha de <math>\theta</math> de acordo com a fórmula (4.13).</i>	28
4.7	<i>Acima o modelo, abaixo o cubo sísmico.</i>	29
4.8	<i>Várias Trajetórias OCO para diferentes velocidades (linhas azuis). A linha verde indica o Raio de velocidade OCO, i.e., o conjunto de pontos finais das Trajetórias OCO para o mesmo meio-afastamento <math>h</math>, mas com diferentes velocidades.</i>	31
4.9	<i>Várias curvas de reflexão após uma OCO com velocidades diferentes em uma seção de afastamento comum de referência. Observe que há uma ideia de propagação, logo pode-se tentar obter uma equação de onda imagem para este problema.</i>	34
4.10	<i>Os pontos X são pontos finais de uma trajetória OCO saindo <math>h_0 = 500</math> m até <math>h = 900</math> m, onde <math>V_1</math> foi a velocidade inicial e as velocidade <math>V_2</math> e <math>V_3</math> foram obtidas após aplicar a fórmula (4.25) em cada iteração. A curva preta é a curva de reflexão naquela seção com a velocidade verdadeira de 2.5 m/ms.</i>	38
5.1	<i>Modelo sísmico heterogêneo com seis camadas homogêneas onde suas velocidades, de cima para baixo, são respectivamente: 1.5 m/ms, 2.0 m/ms, 2.5 m/ms, 3.0 m/ms, 3.5 m/ms e 4.0 m/ms.</i>	42
5.2	<i>Sismograma sintético de uma seção de afastamento comum com meio-afastamento de 50 m e cada curva em azul claro é a curva de tempo de reflexão referente a cada camada do modelo da Figura 5.1.</i>	43
5.3	<i>Sismograma sintético de uma seção de afastamento comum com meio-afastamento de 400 m e cada curva vermelha é a curva de tempo de reflexão referente a cada camada do modelo da Figura 5.1.</i>	43
5.4	<i>Comparação da velocidade OCO com a velocidade RMS da primeira camada.</i>	44
5.5	<i>Comparação da velocidade OCO com a velocidade RMS da segunda camada.</i>	44
5.6	<i>Comparação da velocidade OCO com a velocidade RMS da terceira camada.</i>	44
5.7	<i>Comparação da velocidade OCO com a velocidade RMS da quarta camada.</i>	44
5.8	<i>Comparação da velocidade OCO com a velocidade RMS da quinta camada.</i>	44

5.9	<i>Modelo sísmico heterogêneo com três camadas, uma heterogênea e as outras duas homogêneas, onde o segundo refletor é curvado. Sendo as velocidades a seguinte: no topo da primeira camada heterogênea 1.5 m/ms e crescendo linearmente até 2.0 m/ms no fundo, na segunda camada a velocidade é de 2.1 m/ms e na terceira camada 2.5 m/ms. . . . .</i>	45
5.10	<i>Sismograma sintético de uma seção de afastamento comum com meio-afastamento de 50 m, e a curva azul referente curva de tempo de reflexão do refletor curvado do modelo da Figura 5.9 como dado inicial. . . . .</i>	46
5.11	<i>Sismograma sintético de uma seção de afastamento comum com meio-afastamento de 150 m, e a curva vermelha referente curva de tempo de reflexão do refletor curvado do modelo da Figura (5.9) como dado de referência. . . . .</i>	46
5.12	<i>Velocidade OCO extraída da utilização do raio de velocidade OCO, obtida das curvas de reflexão do dado inicial e de referência. . . . .</i>	47
5.13	<i>Comparação visual entre o tempo de reflexão simulado pela MZO com a velocidade OCO obtida anterior, com o tempo de reflexão de fato obtida pelo modelador. . . . .</i>	47
5.14	<i>Erro relativo obtido com a comparação entre os dois tempos de reflexão. . .</i>	48
5.15	<i>Modelo sísmico heterogêneo com cinco camadas homogêneas, onde as velocidades da camada do topo para o fundo, são respectivamente: 1.508 m/ms, 1.581 m/ms, 1.690 m/ms, 1.826 m/ms e 2.0 m/ms. . . . .</i>	48
5.16	<i>Sismograma sintético de uma seção de afastamento comum com meio-afastamento de 100 m, e a curva azul referente a quarta curva de tempo de reflexão do refletor do modelo da Figura 5.15 como dado inicial. . . . .</i>	49
5.17	<i>Sismograma sintético de uma seção de afastamento comum com meio-afastamento de 200 m, e a curva vermelha referente a quarta curva de tempo de reflexão do modelo da Figura 5.15 como dado de referência. . . . .</i>	49
5.18	<i>Velocidade OCO extraída da utilização do raio de velocidade OCO, obtida das curvas de reflexão do dado inicial e de referência. . . . .</i>	50
5.19	<i>Erro relativo obtido com a comparação entre as duas velocidades. . . . .</i>	50

# Lista de Tabelas

4.1	Tempo inicial 1000 ms e com velocidades de 2.5 m/ms e 3.5 m/ms. . . . .	35
4.2	Tempo inicial 1000 ms e com velocidades de 2.5 m/ms e 5.5 m/ms. . . . .	35
4.3	Tempo inicial 3000 ms e com velocidades de 2.5 m/ms e 3.5 m/ms. . . . .	36
4.4	Tempo inicial 3000 ms e com velocidades de 2.5 m/ms e 5.5 m/ms. . . . .	36

# Capítulo 1

## Introdução

O processamento de *dados sísmicos* envolve a aplicação sequencial de vários algoritmos matemáticos. Através desses processos, os registros sísmicos de campo são convertidos em *imagens sísmicas* que revelam a estratigrafia da subsuperfície.

Basicamente, há uma fonte (artifício mecânico ou químico que gera uma onda sísmica), que se propaga pela subsuperfície. Ao propagar-se, parte de sua energia reflete nas estruturas geológicas da subsuperfície e retorna à superfície, sendo registrada por vários receptores (aparelhos mecânicos e/ou elétricos que registram as amplitudes das ondas sísmicas) espalhados ao redor da fonte. O registro de um único receptor é denominado traço sísmico que são as amostras das amplitudes em função do tempo. A coleção de vários traços sísmicos recebe o nome de seção sísmica. Finalmente, a coleção de várias seções sísmicas formam os dados sísmicos. À aquisição dos dados sísmicos dá-se o nome de levantamento sísmico. O levantamento sísmico é feito de maneira ordenada. A fonte gera uma frente de onda na superfície que se propaga nas camadas inferiores. Ao encontrar uma interface parte da onda se reflete e parte se refrata. A onda refletida retorna à superfície e os receptores capturam sua chegada. Depois disso, o conjunto fonte-receptores é transladado sobre uma curva, denominada linha sísmica. Então o experimento é realizado novamente, nesta nova posição.

As principais configurações geométricas utilizadas para obtenção dessas seções sísmicas são:

- \* **Tiro comum** (*common shot - CS*): configuração onde a família de traços da seção sísmica é obtida através de um conjunto de receptores que captam os tempos de chegada provenientes da mesma fonte (ou tiro).
- \* **Ponto médio comum** (*common midpoint - CMP*): configuração onde a família de traços da seção sísmica é obtida através de um conjunto fontes-receptores onde cada par desse conjunto tem em comum o ponto médio.
- \* **Afastamento comum** (*common offset - CO*): configuração onde a família de traços da seção sísmica é obtida através de um conjunto de fontes-receptores onde cada par desse conjunto tem em comum o mesmo afastamento (não-nulo).

\* **Afastamento nulo** (*zero offset - ZO*): configuração hipotética onde fonte e receptor tem a mesma localização.

Nas seções sísmicas essas estruturas geológicas formam padrões, e através da análise desses padrões pode-se obter informações sobre essas estruturas. A detecção, análise e posterior obtenção das informações das mesmas, fazem-se através de algumas etapas.

Uma das etapas mais importantes do processamento é a *análise de velocidade*, pois através desta, um modelo do campo de velocidade para a propagação de ondas é produzido, que é utilizado como ferramenta importante para as etapas posteriores do processamento.

O objetivo da análise de velocidade é determinar as velocidades sísmicas das camadas geológicas em subsuperfície. As velocidades sísmicas são utilizadas em diversas etapas do processamento e interpretação sísmica.

Há diferentes tipos de velocidades na sísmica. As mais conhecidas são: RMS, empilhamento, NMO, intervalar (Dix). Na análise de velocidade tradicional usa-se a correção de sobretempo normal (NMO de *Normal MoveOut*) para determinação da velocidade NMO. Geralmente, sobretempo é o tempo adicional que uma reflexão sísmica registrada com o receptor afastado da fonte apresenta, comparado com o tempo que esta mesma reflexão teria se a fonte e o receptor estivessem no mesmo ponto. Sobretempo normal para um meio de velocidade constante e horizontalmente estratificado é o tempo adicional  $\Delta t$  que uma reflexão sísmica registrada com o receptor afastado da fonte apresenta, quando comparado com o tempo que esta mesma reflexão teria se fonte e o receptor estivessem no mesmo ponto. Seu valor é dado pela fórmula:

$$\Delta t = t_h - t_0 = t_0 \left\{ \left[ 1 + \left( \frac{2h}{Vt_0} \right)^2 \right]^{1/2} - 1 \right\} \approx \frac{2h^2}{V^2 t_0}, \quad (2h \ll Vt_0),$$

onde  $t_h$  representa o tempo de registro com a distância entre fonte e receptor igual  $2h$ ,  $t_0$  é o tempo que a mesma reflexão teria se a distância entre fonte e receptor fosse nula, e  $V$  é a velocidade do meio. Como os refletores nem sempre são horizontais e a velocidade do meio não é constante, o uso dessa fórmula é uma aproximação. O erro decorrente da variação vertical de velocidade do meio é minimizado adotando-se para  $V$  um valor denotado como velocidade NMO, sendo aquela que aplicada a correção NMO desloca a reflexão registrada do tempo  $t_h$  para o tempo  $t_N$ , onde  $t_N$  é o tempo que pulso sísmico leva para percorrer o traçado de uma trajetória que, partindo do ponto médio entre o par fonte-receptor, incide perpendicularmente no refletor.

O resultado de uma correção NMO em uma seção de ponto médio comum, mais a soma de todos os traços desta seção é o novo traço chamado traço empilhado. Cada um deles para cada ponto médio será um traço de uma (pseudo-) seção de afastamento nulo.

Nessas circunstâncias, uma metodologia que pode ser realizada como ferramenta alternativa para a análise de velocidade é a chamada *operação da continuação de afastamento* (abreviado comumente pela sigla em inglês OCO de *Offset Continuation Operation*), que visa transformar uma seção sísmica, adquirida com um determinado meio-afastamento fixo  $h_1$  entre as fontes e os respectivos receptores, em uma seção sísmica simulada, cinematicamente equivalente a uma seção adquirida com um outro meio-afastamento  $h_2$ .

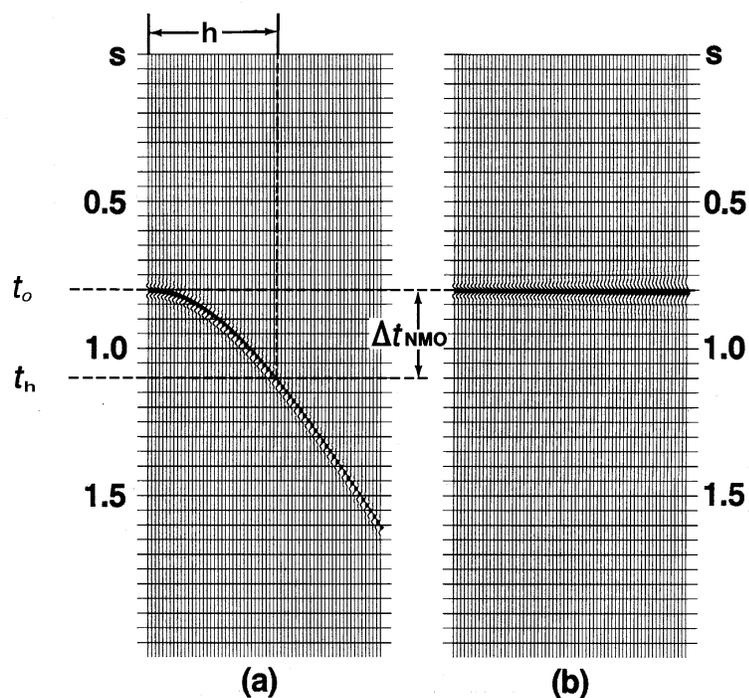


Fig. 1.1: Correção NMO em uma seção de ponto médio comum, envolve um mapeamento de percursos  $t_h$  de diferente afastamentos para um percurso  $t_0$  de afastamento nulo. (a) Antes e (b) depois da correção NMO. (Reproduzido de Yilmaz (2000))

A transformação OCO é uma generalização do método da *migração para afastamento nulo* (abreviado comumente pela sigla em inglês MZO de *Migration to Zero Offset*), sendo que esta última se realiza, na prática, pela combinação das correções de sobretempo normal e sobretempo de mergulho (DMO de *Dip MoveOut*). Pode-se afirmar que a MZO nada mais é que do que uma OCO com  $h_2 = 0$ .

O uso de *métodos de continuação* da geometria de aquisição para o fim da análise de velocidade foi sugerido por Bagaini e Spagnolini (1993), e Bagaini et al. (1994) para o exemplo de continuação da fonte. O método é discutido com mais detalhes em Bagaini e Spagnolini (1996). A vantagem de processos de análise de velocidade baseados em métodos de continuação é que eles permitem a comparação de dados simulados com dados de fato adquiridos, facilitando assim, a detecção de erros no modelo de velocidade mediante discrepâncias entre os tipos de dados.

Métodos de continuação são ferramentas de *pré-empilhamento* que mapeam dados sísmico de acordo com um específico modelo de velocidade (Bagaini e Spagnolini, 1996).

Nesta dissertação, estuda-se a chamada *equação da onda imagem* para OCO. Ela foi desenvolvida por Fomel (1994a) e Hubral et al. (1996b), observando que os eventos nas seções sísmicas utilizando afastamentos diferentes são parecidas com frentes de onda em instantes diferentes. Explorando esta semelhança, monta-se uma equação diferencial parcial

que descreve esta “propagação”.

Esse mapeamento foi utilizado inicialmente por Deregowski e Rocca (1981), que relacionavam seções sísmicas de afastamentos distintos no domínio do número de onda e da frequência como uma forma de obter registros em afastamento nulo a partir de registros em afastamento comum. Bolondi et al. (1982) propuseram uma metodologia numérica no domínio do tempo e do número da onda para essa transformação, enquanto Salvador e Savelli (1982) discutiram uma metodologia numérica no domínio do tempo e do espaço utilizando diferenças finitas. Interpretações práticas e conceituais do método de continuação de afastamentos, bem como seus efeitos em dados sísmicos, foram apresentadas por Bolondi et al. (1984).

Mais recentemente, Fomel (2003) propôs uma modificação na equação diferencial de continuação utilizada por Bolondi et al. (1982) visando contornar limitações existentes na equação original apresentada por estes, a qual falhava em casos de grandes afastamentos ou refletores com mergulhos mais acentuados.

Outra informação importante a ser ressaltada na literatura é que existem dois tipos de equações diferenciais referentes a equação OCO. A que será falada aqui é a operação que simula diretamente uma certa configuração de afastamento comum a partir de uma outra diferente.

A outra equação, que será denotada como operação de sobretempo normal de afastamento (OMO de *Offset Moveout Operation*), também simula uma configuração de afastamento comum partindo de uma outra configuração de afastamento comum, mas com os dados corrigidos por uma correção NMO, e neste trabalho não será tratada a equação OMO. Para mais detalhes sobre a OMO, consulte Fomel (2003).

O objetivo principal deste trabalho inclui a aplicação do método das características à equação iconal associada com a equação da onda imagem para OCO. O segundo objetivo deste trabalho consiste em obter a solução analítica do raio de velocidade OCO, segundo a descrição geométrica feita por Filpo (Filpo, 2005). O objetivo filosófico é facilitar o processo de análise de velocidade, para posterior MZO e/ou migração em tempo.

No Capítulo 2, descreve-se sobre as principais propriedades da equação da onda para uso neste trabalho, desenvolve-se sua equação iconal e com o método das características resolve-se para o caso do meio ser homogêneo, assim obtendo a equação de tempo de trânsito.

No Capítulo 3, comenta-se sobre a onda imagem e onda imagem para OCO, e constroi-se as equações de onda imagem de Huygens e iconal para OCO, e depois mostra-se que a equação da onda imagem para OCO descreve as propriedades cinemáticas de sua propagação.

No Capítulo 4, descreve-se a geometria do raio de velocidade OCO dada por Filpo, com o método das características, desenvolve-se as trajetórias OCO. Com as trajetórias OCO desenvolve-se um algoritmo para traçar os raios de velocidade OCO, e depois constroi-se em forma analítica os raios de velocidade MCO e por fim mostra-se uma equação de onda imagem para continuação da velocidade MCO e algumas observações sobre o método.

No Capítulo 5, mostra-se alguns resultados de modelos com variação vertical e lateral de velocidade, onde obtém-se a velocidade que melhor aplica-se para uma MZO. No primeiro modelo de camadas planas horizontais homogêneas compara-se a velocidade OCO com a velocidade RMS, usando-se a fórmula de Dix. Faz-se a mesma comparação para o terceiro

modelo com variação lateral de velocidade.

O capítulo 6, por fim traz as conclusões do trabalho. No Apêndice A, apresenta-se o método das características, a qual será usado neste trabalho.

## Capítulo 2

# Propagação de ondas físicas

Para explicar a analogia entre ondas imagens e ondas físicas, recorre-se a algumas propriedades das ondas físicas. Por esta razão, nesta seção será apresentado um resumo sobre as principais propriedades utilizadas. Esta discussão é confinada a propagação de ondas volumétricas no meio elástico. Uma onda física é uma perturbação que se propaga através do espaço e tempo, geralmente com a transferência de energia. Uma onda mecânica é uma onda que se propaga ou atravessa o meio, devido às forças de restauração que produz a deformação. A propagação desta energia em tal meio é descrita por uma equação diferencial parcial linear de segunda ordem, a chamada equação da onda. Representando o campo de ondas pela pressão  $p(t, \mathbf{x})$ , onde  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$  é a coordenada espacial e  $t$  é o tempo de propagação. A propagação da onda sísmica (onda mecânica que propaga-se dentro da terra) pode ser simulada para resolver o problema da energia que é transportada de um lugar para outro em um dado tempo. Assim, pode-se expressar o problema de valor inicial como,

$$p(t = t_0, \mathbf{x}) \rightarrow p(t, \mathbf{x}). \quad (2.1)$$

Para descrever tais propagações existem outros princípios e conceitos envolvidos no fenômeno da propagação de ondas sísmicas como: *frentes de onda*, *raios*, *princípio de Fermat* e *princípio de Huygens*.

O conceito de frente de onda é muito importante para a teoria da onda sísmica. Uma frente de onda representa uma propriedade puramente cinemática do campo de onda. Ela descreve o local onde a onda se encontra em um determinado tempo fixo.

O raio sísmico nada mais é que uma abstração física representada por uma curva que é perpendicular a frente de onda. Ele representa o caminho da energia para uma onda com frequência infinita.

O princípio de Fermat diz que o tempo de trânsito de uma fonte S para algum receptor arbitrário G ou é um máximo, ou é um mínimo ao longo do raio sísmico e, portanto, estacionário, i.e., ao longo de cada caminho infinitesimal adjacente entre S e G o tempo de trânsito ou é sempre menor, ou é sempre maior.

O princípio de Huygens diz que cada ponto de uma frente de onda funciona como uma nova fonte pontual, dita secundária, e o *envelope* de todas estas frentes de onda secundárias

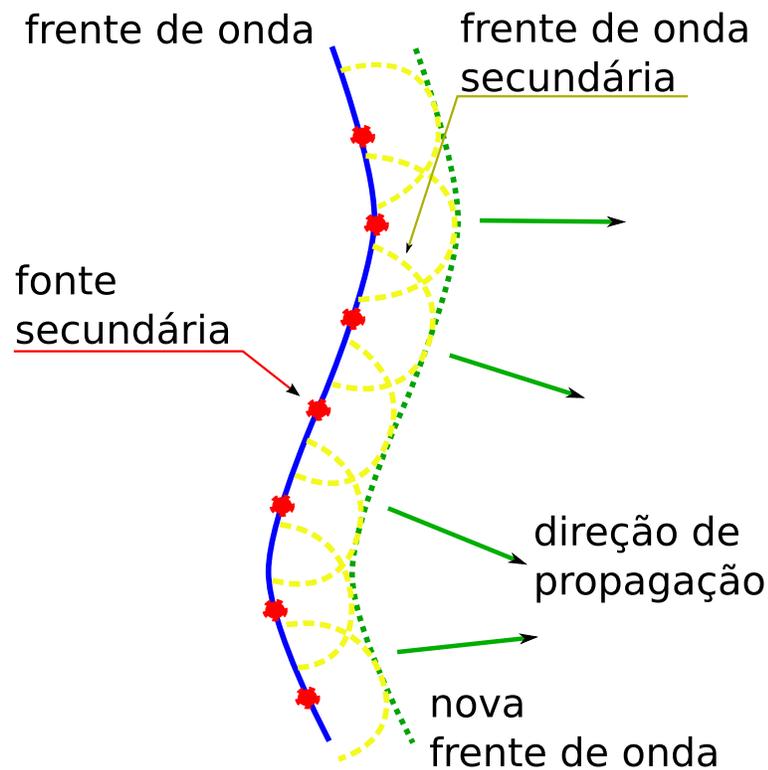


Fig. 2.1: O princípio de Huygens diz que cada ponto de uma frente de onda funciona como uma nova fonte pontual, dita secundária, e o envelope de todas estas frentes de onda secundárias no mesmo instante é uma nova frente de onda.

no mesmo instante é uma nova frente de onda. Ou seja, uma onda de Huygens é simplesmente uma frente de onda emitida por uma fonte pontual secundária, excitada por um campo de onda incidente.

Tem-se que o envelope de uma família de curvas (ou superfícies) é uma curva (ou superfície) que é tangente a cada membro da família de curvas (ou superfícies) em algum ponto.

Usando esse conceito de onda de Huygens, pode-se construir uma frente de onda no tempo  $t_2$  conhecida a frente de onda em  $t_1$ . Cada ponto da frente de onda em  $t_1$  atua como uma fonte pontual de uma onda de Huygens. O envelope de todas as frentes de onda de Huygens após um tempo  $\Delta t = t_2 - t_1$  é a nova frente de onda.

## 2.1 Teoria sísmica da onda acústica

Para enfatizar a grande analogia de uma propagação de onda física e da onda imagem, começa-se com um estudo da equação da onda até chegar a solução de sua *equação iconal*.

Fontes sísmicas situadas próximas à superfície, ou sobre a mesma, geram campos de onda elásticas que se propagam no interior da Terra e essa propagação pode ser modelada

pela solução da equação da onda. Em aproximação escalar, a propagação de ondas compressionais pode ser descrita pela equação da onda acústica em meios com densidade constante, a equação da onda acústica 3D é

$$\sum_{i=1}^3 p_{x_i x_i}(t, \mathbf{x}) = \frac{1}{V^2} p_{tt}(t, \mathbf{x}), \quad (2.2)$$

com  $V = V(\mathbf{x})$  sendo a velocidade de propagação no meio. Aproximadamente, a propagação de ondas pode ser descrita pela sua separação em duas diferentes propriedades básicas, uma propriedade *cinemática* e outra *dinâmica*.

Todo o campo de ondas é descrito pela equação da onda. A propriedade cinemática refere-se a aspectos da movimentação da propagação de ondas e é representada pela equação iconal que é uma equação diferencial parcial não-linear de primeira ordem. A propriedade dinâmica refere-se a aspectos da amplitude da onda.

Obtém-se a equação iconal por substituição a candidata à solução

$$p(t, \mathbf{x}) = a(\mathbf{x})f[t - \tau(\mathbf{x})], \quad (2.3)$$

na equação (2.2). Na equação (2.3),  $t$  representa o tempo de propagação da onda,  $a(\mathbf{x})$  o campo de onda inicial,  $\tau(\mathbf{x})$  a propagação da frente de onda e  $f$  é uma função (pulso) suave arbitrária, característica da fonte devido a sua banda limitada.

Após inserido a equação (2.3) na equação da onda (2.2), obtém-se

$$\frac{d^2 f}{dt^2} a \left( \sum_{i=1}^3 \tau_{x_i}^2 - V^{-2} \right) - \frac{df}{dt} \left( 2 \sum_{i=1}^3 a_{x_i} \tau_{x_i} + a \sum_{i=1}^3 \tau_{x_i x_i} \right) + f \left( \sum_{i=1}^3 a_{x_i x_i} \right) = 0. \quad (2.4)$$

Para satisfazer esta equação para qualquer função arbitrária  $f$ , cada termo com  $\frac{d^2 f}{dt^2}$ ,  $\frac{df}{dt}$  e  $f$  deve se anular separadamente, esta condição resulta em três equações

$$\sum_{i=1}^3 \tau_{x_i}^2 - V^{-2} = 0, \quad (2.5)$$

$$2 \sum_{i=1}^3 a_{x_i} \tau_{x_i} + a \sum_{i=1}^3 \tau_{x_i x_i} = 0, \quad (2.6)$$

$$\sum_{i=1}^3 a_{x_i x_i} = 0, \quad (2.7)$$

este sistema contém somente as duas funções incógnitas escalares  $a(\mathbf{x})$  e  $\tau(\mathbf{x})$ . Portanto, o sistema é sobredeterminado.

Na *aproximação de fraca heterogeneidade* pode-se negligenciar na equação (2.4) o termo que contém  $f$ , que fornece a equação (2.7). As equações remanescentes são chamadas de equação iconal (2.5) e equação de transporte (2.6).

A descrição da propagação de ondas por estas equações é chamada de *teoria dos raios*. Essa abordagem permite, em aproximação de alta frequência, estudar os raios, frentes de ondas, tempos de trânsito e amplitudes dos sinais (as amplitudes não serão tratadas aqui) que se propagam dentro da subsuperfície, embora as expressões resultantes sejam exatas somente para o caso de frequências infinitas de um sinal ou para ondas planas em meios homogêneos. A teoria dos raios forma uma plataforma teórica importante para o estudo da onda sísmica.

A teoria dos raios tem por base a aproximação de soluções da equação da onda através de uma *expansão assintótica*. Entretanto, não existe um valor fixo para a frequência para que a validade da teoria dos raios seja verificada.

O termo “alta frequência” não se refere aos valores absolutos do índice de frequência das ondas. O que deve ser considerado é a relação entre o comprimento de onda, e os valores escalares de comprimento natural do meio. (Este trabalho não entrará em detalhes sobre a parte dinâmica da propagação de ondas. Portanto, não será mais comentado sobre expansão assintótica e a parte dinâmica da teoria dos raios). Para mais detalhes sobre a teoria dos raios consulte Červený, V. (2001) e para expansões assintóticas consulte Bleistein (1984).

Voltando ao sistema de equações, observe que a equação iconal (2.5) não depende de  $a$  e sim da função  $\tau$ , portanto, ela só descreve as propriedades cinemáticas.

Chamando  $F(\mathbf{x}, \tau, \mathbf{p}) = \sum_{i=1}^3 \tau_{x_i}^2 - 1/V^2 = 0$ , com  $\mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3)$  sendo  $p_i = \tau_{x_i}$ , e utilizando o método das características em  $F$ , veja Apêndice A, tem-se um sistema de equações diferenciais ordinárias,

$$\begin{aligned} \frac{dx_i}{dt} &= \lambda 2p_i = V^2 p_i, \\ \frac{d\tau}{dt} &= \lambda \frac{2}{V^2} = 1, \\ \frac{dp_i}{dt} &= -2\lambda \frac{V_{x_i}}{V^3} = -\frac{V_{x_i}}{V}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

onde  $\lambda$  é um parâmetro escalar. Este sistema descreve o comportamento cinemático do ponto  $\mathbf{x}$  na frente de onda no instante  $t = \tau(\mathbf{x}) - \tau_0$ . No sistema de equações (2.8),  $t$  poderia, em princípio, ser qualquer variável monotônica ao longo do raio. Por conveniência, requer-se a variável independente para ser o tempo de propagação  $t$ . Assim sobre a frente de onda, tem-se  $t = \tau(\mathbf{x}) - \tau_0$ , isto requer que o valor do parâmetro escalar  $\lambda$  do sistema (2.8) seja  $\lambda = V^2/2$ .

Em um meio com velocidade constante, tem-se que  $V_{x_i} = 0$ , para  $i = 1, 2, 3$  e assumindo  $\tau_0 = 0$ , e integrando o sistema (2.8) tem-se as seguintes condições,

$$\begin{aligned} \mathbf{x} - \mathbf{x}_0 &= tV^2\mathbf{p}, \\ \tau &= t, \\ \mathbf{p} - \mathbf{p}_0 &= 0. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Assim,  $\mathbf{p} = \mathbf{p}_0$ , e  $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0\|^2 = t^2 \|\mathbf{p}_0\|^2 V^4 = t^2 V^2$ .

Então, em um meio com velocidade constante, a solução da equação iconal (2.5) é

$$t = \tau(\mathbf{x}) = \frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0\|}{V}, \quad (2.10)$$

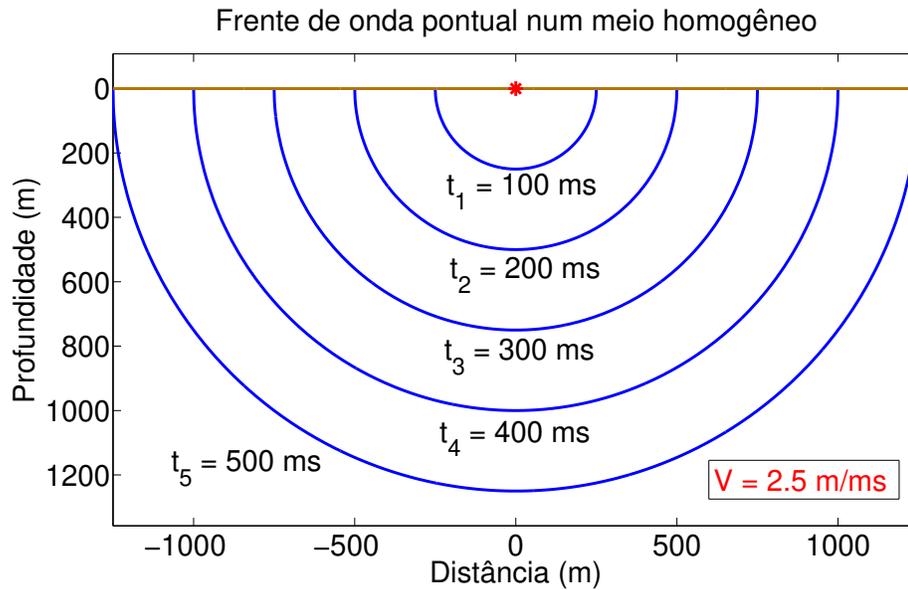


Fig. 2.2: *Frentes de onda (azul), é o conjunto de pontos do meio que são alcançados no mesmo instante em um meio isotrópico e homogêneo de uma fonte pontual (vermelho), onde a velocidade no meio é de 2.5 m/ms. Algumas frentes são parcialmente mostradas.*

que descreve aspectos cinemáticos, i.e., a posição, da onda de Huygens com frente de onda esférica concentrada na fonte pontual  $\mathbf{x}_0$ .

A solução  $t = \tau(\mathbf{x})$  da equação iconal para a condição inicial de uma fonte pontual em  $\mathbf{x}_0$  no instante  $\tau_0$  descreve a localização  $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t; \mathbf{x}_0, \tau_0)$  da onda de Huygens. Ela representa a localização da onda como o resultado de uma fonte pontual secundária em  $\mathbf{x}_0$  iniciada em  $t = \tau_0$ , como na Figura 2.2, com  $\tau_0 = 0$  ms e  $\mathbf{x}_0 = \vec{0}$  m.

## Capítulo 3

# Teoria sísmica da onda imagem

Neste capítulo será apresentado um breve resumo sobre a equação da onda imagem conforme detalhada em Hubral et al. (1996b).

O princípio do método sísmico da onda imagem é baseado em tratar os problemas com o mesmo formalismo como o da equação da onda sísmica, embora não haja diretamente nenhum processo de propagação física relacionada à onda imagem. Este formalismo inclui a idéia de frente de onda e onda de Huygens, que para o caso da onda imagem equivale a *frente de onda imagem e onda imagem de Huygens*.

Hubral et al. (1996b) chamam de onda imagem qualquer fenômeno entendido como algum certo tipo de “propagação de onda”, onde a imagem de algum dado sísmico “propaga-se” independente do domínio do mesmo. Ou seja, uma onda imagem não é uma onda física, mas se comporta de maneira análoga.

Para certos tipos de problemas de imageamento sísmico, pode-se especificar uma certa onda imagem. Descreve-se a propagação da onda imagem em função da variável específica do problema de propagação. Em conexão com cada equação de onda imagem existe também uma equação iconal da onda imagem (a qual descreve a propagação da frente de onda imagem), e onda imagem de Huygens (fonte pontual elementar hipotética da onda imagem a qual é excitada em cada ponto da propagação da frente de onda imagem). Estes dois últimos conceitos são muito importantes para formulação da equação da onda imagem para algum problema de interesse.

Assim, tem-se a analogia entre a propagação da onda com a propagação da onda imagem, sendo que as ideias de frente de onda e onda imagem de Huygens são equivalentes às ideias de frente de onda e onda de Huygens.

Com a ideia de onda imagem em mente, estuda-se a equação da onda imagem para OCO.

A equação da onda imagem para OCO é uma equação diferencial parcial relativamente simples, sendo um pouco mais complexa do que a equação da onda acústica. Desta maneira, o estudo da primeira pode ser feito de maneira “quase” análoga ao da segunda.

A equação da onda sísmica descreve propriedades cinemáticas e dinâmicas do campo de onda (físico). Neste trabalho, para a equação da onda imagem considera-se as propriedades puramente cinemáticas do campo.

Estas duas equações diferenciais parciais têm em comum o fato de propagarem algum

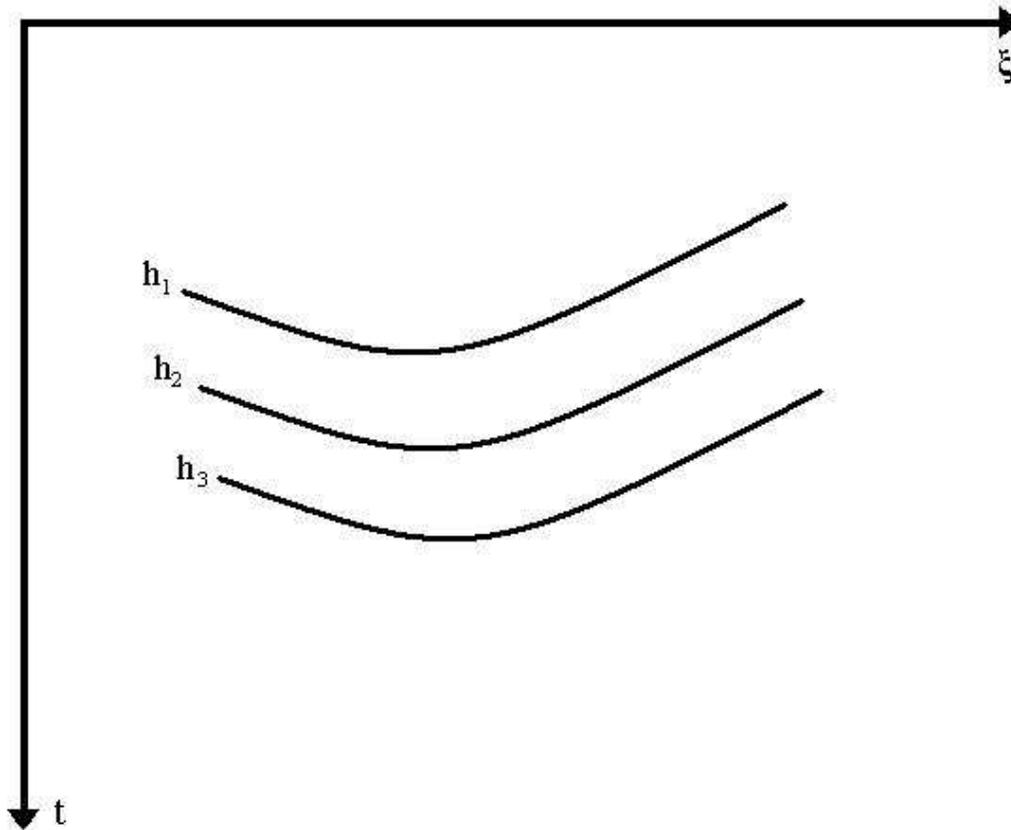


Fig. 3.1: *Frente da onda imagem de Huygens para diferentes meios-afastamentos. Observe que ocorre uma ideia de propagação nesse domínio. A imagem dos tempos de reflexão para três diferentes meio-afastamento do mesmo refletor em profundidade. Se há uma mudança suave do meio-afastamento de  $h = h_1$  para  $h = h_3 > h_1$ , o tempo de reflexão move-se da primeira posição até a última posição.*

tipo de informação em um certo tipo de domínio, que dependem de duas (ou, no caso 3D, três) variáveis coordenadas do espaço de propagação (equação da onda acústica: distância horizontal  $X$  (e  $Y$ ) e profundidade  $Z$ ; equação da onda imagem para OCO: posição do ponto médio  $\xi$  e tempo de trânsito  $t$ ), bem como de uma variável de propagação (equação da onda acústica: tempo de propagação  $t$ ; equação da onda imagem para OCO: meio-afastamento  $h$ ).

Considere a Figura 3.1 com  $\xi$ ,  $t$  e  $h$ , sendo  $t$  o tempo de trânsito, e  $h$  significa o meio-afastamento comum e  $\xi$  é a posição do ponto médio entre o par fonte-receptor movendo-se ao longo da linha sísmica.

Cada curva na Figura 3.1 descreve então o *tempo de reflexão* referente a um refletor em uma configuração de afastamento comum do mesmo refletor (Interface caracterizada por descontinuidade nos parâmetros do meio como velocidade, densidade, porosidade, etc.), mas com registros em diferentes meios-afastamentos  $h$ . A propagação da onda imagem para OCO

pode ser simulada para resolver o problema de valor inicial

$$U(\xi, t, h = h_0) \rightarrow U(\xi, t, h), \quad (3.1)$$

onde a expressão (3.1) pode ser entendido como uma propagação no domínio  $(\xi, t)$  de um campo de onda imagem total  $U(\xi, t, h)$ . Em outras palavras para cada valor de  $h$ , a função  $U(\xi, t, h)$  descreve um campo de onda imagem total no domínio  $(\xi, t)$ .

Ao contrário do que foi feito para onda acústica no Capítulo 2, primeiro será feito a construção da equação da onda imagem de Huygens para OCO para depois com essa equação deduzir a equação iconal da onda imagem para OCO e enfim comentar sobre a equação da onda imagem para OCO.

### 3.1 Construções preliminares

Suponha que o refletor no subsolo é composto por um conjunto de pontos refletores. Nestas circunstâncias, cinematicamente a frente de onda refletida pode ser considerada como um envelope das frentes de onda pontuais em todos pontos refletores. Primeiramente, estuda-se somente um ponto refletor  $P(X, Y, Z)$  localizado no subsolo, para um par fonte-receptor com a fonte situada no ponto  $(\xi - h, Y_0, 0)$  e receptor situado no ponto  $(\xi + h, Y_0, 0)$  na superfície sobre a linha sísmica, supostamente sem efeitos da topografia.

Fazendo  $\mathbf{x}_0 = (X - \xi - h, Y_0, 0)$  na equação (2.10), obtém-se o tempo  $t_s$  de propagação da onda emitida pela fonte em  $\mathbf{x}_0$  até o ponto  $P = (X, Y, Z)$ . Correspondentemente, fazendo  $\mathbf{x}_0 = (X - \xi + h, Y_0, 0)$  na equação (2.10), obtém-se o tempo  $t_g$  de propagação do receptor até o ponto  $P = (X, Y, Z)$ . Somando os dois, tem-se o tempo de trânsito do seguinte caminho fonte-refletor-receptor

$$t = t_s + t_g = (\sqrt{Z^2 + (Y - Y_0)^2 + (X - \xi - h)^2} + \sqrt{Z^2 + (Y - Y_0)^2 + (X - \xi + h)^2})/V, \quad (3.2)$$

onde  $V$  é a velocidade de propagação no subsolo, supostamente homogêneo, i.e.,  $V$  é constante. A equação (3.2) é chamada curva de tempo de difração para um ponto em profundidade  $P$  fixo.

Pode-se mostrar que o envelope das curvas de tempo de difração é a curva de tempo de reflexão (Tygel et al., 1995).

Agora pode-se pensar que para dado  $(\xi, t, h)$  fixos, tem-se um conjunto de pontos que satisfazem a equação (3.2) para um meio com velocidade  $V$  constante. Este conjunto forma uma superfície no domínio da profundidade que está relacionada a um ponto fixo do domínio do tempo.

A superfície pode ser construída pelo seguinte procedimento:

Para simplificar as contas substitua  $(X - \xi)$  por  $\chi$ ,  $(Y - Y_0)$  por  $\psi$  e faça as seguintes definições,

$$\begin{aligned} Vt &= 2a, \\ \alpha &= Z^2 + \psi^2 + (\chi + h)^2, \\ \beta &= Z^2 + \psi^2 + (\chi - h)^2. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Com estas definições tem-se o seguinte resultado,

$$2a = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}. \quad (3.4)$$

Elevando ambos os lados da equação (3.4) ao quadrado, tem-se uma nova equação com apenas uma raiz quadrada,

$$4a^2 - (\alpha + \beta) = 2\sqrt{\alpha\beta}. \quad (3.5)$$

Novamente elevando ambos os lados da equação (3.5) ao quadrado, elimina-se a raiz quadrada,

$$16a^4 - 8a^2(\alpha + \beta) + (\alpha + \beta)^2 = 4\alpha\beta, \quad (3.6)$$

o que resulta em

$$16a^4 - 8a^2(\alpha + \beta) + (\alpha - \beta)^2 = 0. \quad (3.7)$$

Vendo que  $\alpha - \beta = 4h\chi$ , e usando as definições (3.3), escreve-se (3.7) como,

$$16a^4 - 8a^2[2Z^2 + 2\psi^2 + 2\chi^2 + 2h^2] + 16\chi^2h^2 = 0. \quad (3.8)$$

Movendo os termos contendo  $Z$  e  $\chi$  para o lado direito da igualdade, tem-se

$$\begin{aligned} a^4 - a^2h^2 &= a^2(Z^2 + \psi^2 + \chi^2) - \chi^2h^2 \\ \Rightarrow a^2(a^2 - h^2) &= a^2(Z^2 + \psi^2) + (a^2 - h^2)\chi^2 \\ \Rightarrow a^2 &= (Z^2 + \psi^2)/(1 - h^2/a^2) + \chi^2. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Finalmente, chamando novamente  $\chi = (X - \xi)$  e  $\psi = (Y - Y_0)$ , obtem-se a forma canônica de um elipsoide, que é a superfície isócrona para um meio homogêneo,

$$\frac{Z^2}{b^2} + \frac{(Y - Y_0)^2}{b^2} + \frac{(X - \xi)^2}{a^2} = 1, \quad (3.10)$$

com os semi-eixos  $a = Vt/2$  e  $b = \sqrt{a^2 - h^2}$ , onde  $V$  é a velocidade do meio.

Uma isócrona é uma superfície no domínio da profundidade que está relacionada a um ponto do domínio do tempo, isto é, para cada ponto  $(\xi, t, h)$  é possível construir uma isócrona. Ou seja, uma isócrona é o lugar geométrico dos pontos que possuem mesmo tempo de trânsito. O envelope das isócronas é o refletor (Tygel et al., 1995).

## 3.2 Onda imagem de Huygens para OCO

Para a dedução da onda imagem de Huygens para OCO, relaciona-se dois tempos de reflexão em seções diferentes de afastamento comum. Contudo, estes tempos de reflexão são referentes ao mesmo ponto de reflexão  $P(X, Y, Z)$ .

Desta forma, pode-se igualar a equação da isócrona (3.10) de um ponto  $(t_0, \xi_0)$  em uma seção de afastamento comum com meio-afastamento  $h_0$ ,

$$Z^2 + (Y - Y_0)^2 = b_0^2 \left[ 1 - \frac{(X - \xi_0)^2}{a_0^2} \right], \quad (3.11)$$

onde  $a_0 = Vt_0/2$  e  $b_0 = \sqrt{a_0^2 - h_0^2}$ , com uma outra equação da isócrona de um outro ponto  $(t, \xi)$  em uma outra seção de afastamento comum com meio-afastamento  $h$ ,

$$Z^2 + (Y - Y_0)^2 = b^2 \left[ 1 - \frac{(X - \xi)^2}{a^2} \right], \quad (3.12)$$

onde  $a = Vt/2$  e  $b = \sqrt{a^2 - h^2}$ , lembrando que as duas isócronas se tocam no ponto em profundidade  $P(X, Y, Z)$ . Na Figura 3.2, tem-se a ideia em 2D desta construção, onde pode-se ver duas isócronas tangenciando em um ponto  $P$ .

Ao igualar as equações (3.11) e (3.12), tem-se a seguinte equação

$$\zeta(\xi, t, X) = b^2 \left[ 1 - \frac{(X - \xi)^2}{a^2} \right] - b_0^2 \left[ 1 - \frac{(X - \xi_0)^2}{a_0^2} \right] = 0. \quad (3.13)$$

A condição para a curva envelope é

$$\frac{\partial \zeta}{\partial X} = 0 \quad (3.14)$$

que, aplicada na equação (3.13), fornece

$$\frac{b^2}{a^2} (\xi - X) - \frac{b_0^2}{a_0^2} (\xi_0 - X) = 0. \quad (3.15)$$

Esta expressão pode ser resolvida para  $X$ , fornecendo

$$X = \frac{a^2 \xi_0 b_0^2 - b^2 \xi a_0^2}{a^2 b_0^2 - b^2 a_0^2}. \quad (3.16)$$

Substituindo (3.16) na equação (3.13) e fazendo algumas manipulações algébricas, obtém-se

$$b^2 - b_0^2 = \frac{b^2 b_0^2}{h^2 a_0^2 - a^2 h_0^2} (\xi - \xi_0)^2. \quad (3.17)$$

Resolvendo a equação (3.17) por  $t$ , supondo  $h > h_0 > 0$ , obtém-se a seguinte expressão para onda imagem de Huygens para OCO,

$$t = \frac{2h}{V} \sqrt{1 + \frac{4b_0^2}{\mu^2}}, \quad (3.18)$$

onde  $\mu = \sqrt{(h - h_0)^2 - \eta^2} + \sqrt{(h + h_0)^2 - \eta^2}$ , e  $\eta = (\xi - \xi_0)$ , como deduzido em Santos et al. (1997).

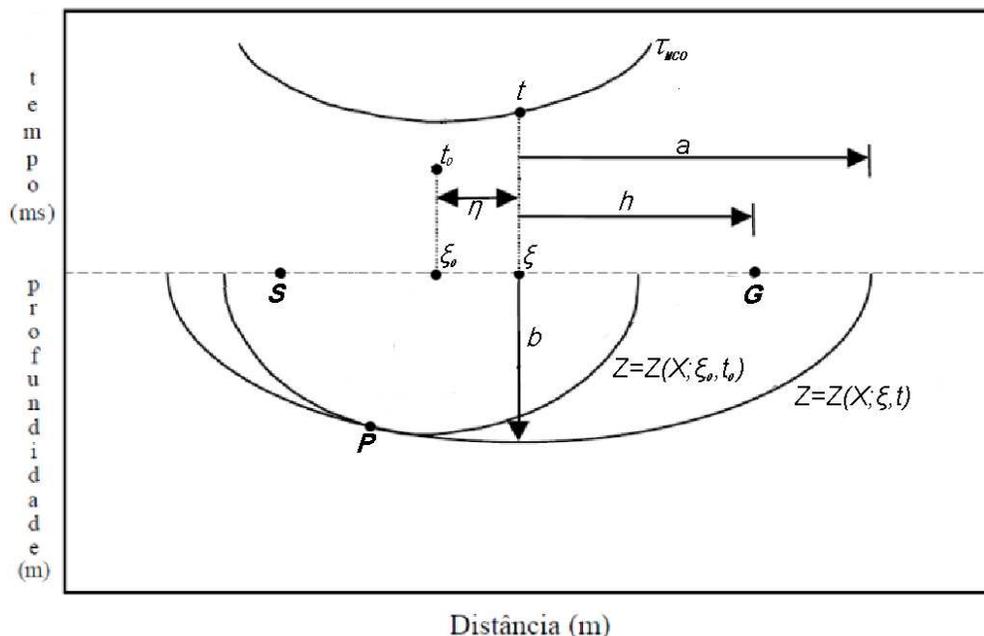


Fig. 3.2: Diagrama em 2D do processo de construção da onda imagem de Huygens para OCO. Aqui  $S = \xi - h$  e  $G = \xi + h$ .

### 3.3 Equação iconal da onda imagem para OCO

O próximo passo consiste em estabelecer a relação entre a parte cinemática da propagação da onda imagem e sua correspondente equação diferencial parcial. Esta relação obedece aos mesmos princípios que a correspondente relação entre a cinemática da propagação de ondas acústicas e a equação da onda.

De acordo com o que foi dito na Seção 3.2, a fórmula (3.18) descreve uma onda imagem de Huygens para OCO, no domínio  $(\xi, t)$ , quando sai de  $h_0$  e vai até  $h$ .

Quando  $h_0 = 0$  na equação (3.18), tem-se a seguinte expressão,

$$t = \frac{2h}{V} \sqrt{1 + \frac{(Vt_0/2)^2}{h^2 - (\xi - \xi_0)^2}}. \quad (3.19)$$

Hubral et al. (1996b) chamam a equação (3.19) de onda imagem de Huygens para MZO implodindo (quando sai de  $h > 0$  para  $h_0 = 0$ ) ou onda imagem de Huygens para MCO explodindo, onde MCO de *Migration to Common Offset* (quando sai de  $h_0 = 0$  para  $h > 0$ ). Na Figura 3.3 mostra-se as frentes de onda imagem desta onda imagem de Huygens.

Observe que a equação (3.19) nada mais é que a composição de uma correção NMO com a correção DMO. Para demonstrar isso, lembre-se que o tempo normal  $t_N$  é obtido a partir do tempo  $t$  mediante correção NMO dada por

$$t_N^2 = t^2 - \frac{4h^2}{V^2}, \quad (3.20)$$

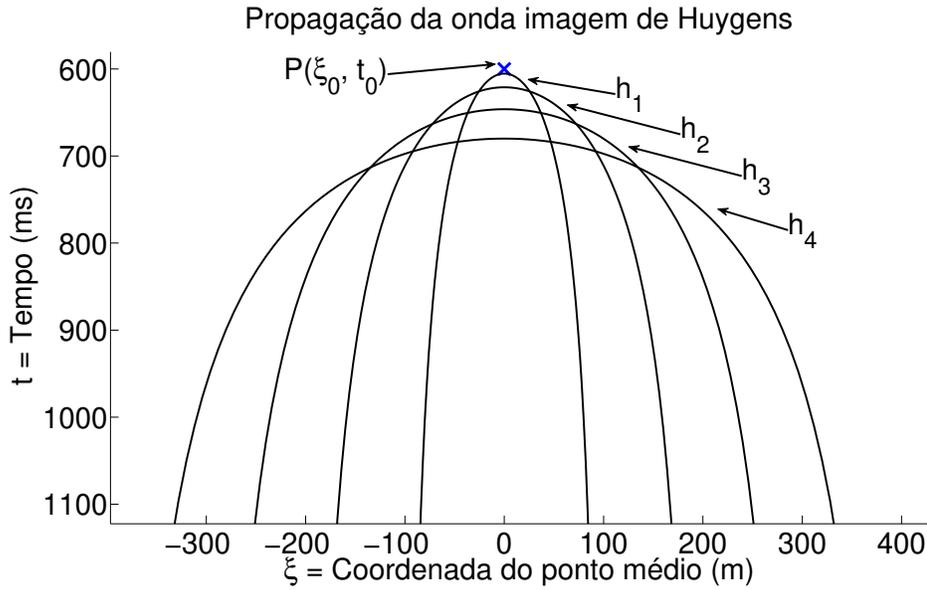


Fig. 3.3: *Frentes de onda imagem de Huygens de diferentes afastamentos referente ao ponto  $P(\xi_0, t_0)$  em uma seção de afastamento nulo.*

e a equação da elipse DMO (Yilmaz, 2000) é

$$t_0^2 = t_N^2 \left( 1 - \frac{(\xi - \xi_0)^2}{h^2} \right). \quad (3.21)$$

Logo, substituindo (3.20) em (3.21), tem-se

$$t_0^2 = \left( t^2 - \frac{4h^2}{V^2} \right) \left( 1 - \frac{(\xi - \xi_0)^2}{h^2} \right). \quad (3.22)$$

Agora, isolando  $t$  para o lado esquerdo da igualdade em (3.22), tem-se

$$t = \frac{2h}{V} \sqrt{1 + \frac{(Vt_0/2)^2}{h^2 - (\xi - \xi_0)^2}},$$

que é a equação (3.19).

Como feito no caso da onda acústica, onde igualou-se o tempo  $t$  ao iconal  $\tau(\mathbf{x})$  para descrever a frente de onda, aqui descreve-se a frente da onda imagem por  $h = H(\xi, t)$ , onde  $H(\xi, t)$  é o iconal imagem. Usa-se esta identidade na equação (3.19) e deriva-se com respeito a  $\xi$  e  $t$  e para com isso desenvolver a equação iconal da onda imagem para OCO.

Derivando a equação (3.19) modificada com respeito a  $t$ , tem-se

$$1 = \frac{2H_t}{V} \sqrt{1 + \frac{(Vt_0/2)^2}{H^2 - (\xi - \xi_0)^2}} - \frac{(Vt_0/2)^2 H H_t}{V (H^2 - (\xi - \xi_0)^2)^2 \sqrt{1 + \frac{(Vt_0/2)^2}{H^2 - (\xi - \xi_0)^2}}}. \quad (3.23)$$

Agora, derivando a equação (3.19) com respeito a  $\xi$ , tem-se

$$0 = \frac{2H_\xi}{V} \sqrt{1 + \frac{(Vt_0/2)^2}{H^2 - (\xi - \xi_0)^2}} - \frac{(Vt_0/2)^2 H H_\xi}{V (H^2 - (\xi - \xi_0)^2)^2 \sqrt{1 + \frac{(Vt_0/2)^2}{H^2 - (\xi - \xi_0)^2}}} + \frac{2 (Vt_0/2)^2 H (\xi - \xi_0)}{V (H^2 - (\xi - \xi_0)^2)^2 \sqrt{1 + \frac{(Vt_0/2)^2}{H^2 - (\xi - \xi_0)^2}}}. \quad (3.24)$$

A equação (3.19) pode ser rescrita de duas formas, sendo

$$\begin{aligned} \frac{tV}{2H} &= \sqrt{1 + \frac{(Vt_0/2)^2}{H^2 - (\xi - \xi_0)^2}}, \\ \frac{(Vt_0/2)^2}{(tV/2H)^2 - 1} &= H^2 - (\xi - \xi_0)^2. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Usando-as na equação (3.23), obtém-se

$$\frac{1}{H_t} = \frac{t}{H} - \frac{4H^3 \left[ \left( \frac{tV}{2H} \right)^2 - 1 \right]}{V^2 t (H^2 - (\xi - \xi_0)^2)}, \quad (3.26)$$

que, isolando o termo  $H^2 - (\xi - \xi_0)^2$  em (3.26), pode ser rescrito como

$$H^2 - (\xi - \xi_0)^2 = \frac{4H_t H^4 \left[ \left( \frac{tV}{2H} \right)^2 - 1 \right]}{V^2 (t^2 H_t - tH)}. \quad (3.27)$$

Aplicando o mesmo procedimento analogamente, para o termo com derivada com respeito a  $\xi$ , obtém-se

$$H_\xi = \frac{4H^3 (\xi - \xi_0) \left[ \left( \frac{tV}{2H} \right)^2 - 1 \right]}{t^2 V^2 (H^2 - (\xi - \xi_0)^2) - 4H^4 \left[ \left( \frac{tV}{2H} \right)^2 - 1 \right]}. \quad (3.28)$$

Inserindo a equação (3.27) na equação (3.28) tem-se uma simples expressão para  $(\xi - \xi_0)$  que é

$$(\xi - \xi_0) = \frac{H_\xi H^2}{tH_t - H}. \quad (3.29)$$

Finalmente, substituindo (3.29) na equação (3.27), obtém-se a equação iconal da onda imagem para o problema proposto,

$$\left( 1 + \frac{4}{V^2} H_t^2 \right) tH - \left( t^2 + \frac{4}{V^2} H^2 \right) H_t - tH H_\xi^2 = 0, \quad (3.30)$$

como descrito em Hubral et al. (1996b).

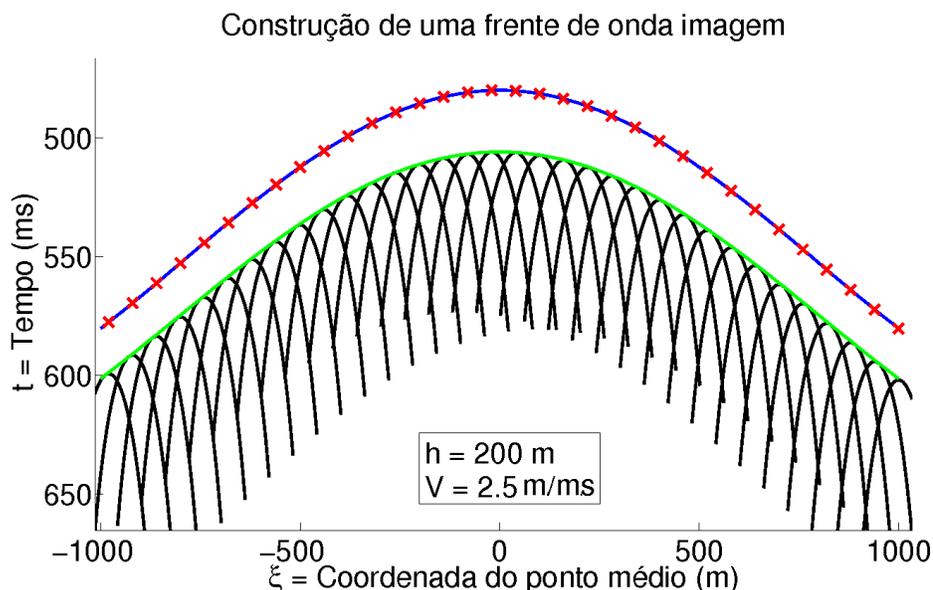


Fig. 3.4: Construção de uma frente de onda imagem para OCO partindo de uma seção de afastamento nulo. Os pontos X (vermelho) são as fontes imagens pontuais, as curvas em preto são as frentes de onda imagem, a curva em verde é o envelope das frentes de onda imagem formando a curva de reflexão na nova  $CO(h)$  e a curva em azul é a curva de reflexão na  $ZO$ .

### 3.4 Equação da onda imagem para OCO

A solução da equação para uma “fonte imagem” pontual em  $(\xi_0, t_0, h_0)$  é representada pela equação (3.18). A equação (3.30) pode ser interpretada como a equação iconal da equação da onda imagem para OCO, i.e., ela descreve a parte cinemática de uma solução aproximada da forma

$$U(\xi, t, h) = A(\xi, t)F[h - H(\xi, t)]. \quad (3.31)$$

Uma equação da onda imagem para este problema então deve ser uma equação diferencial parcial que, ao substituir esta candidata, fornece como termo de maior ordem, esta equação iconal. Como mostrado por (Fomel, 1994a), a equação mais simples que satisfaça este critério é

$$ht \left( U_{hh} + \frac{4}{V^2} U_{tt} \right) + \left( t^2 + \frac{4h^2}{V^2} \right) U_{ht} - ht U_{\xi\xi} = 0, \quad (3.32)$$

que é a equação da onda imagem para OCO. Na equação (3.31), o campo  $U$  é aproximado por um pulso  $F(h)$ , deslocado no domínio do tempo conforme descrito pela função iconal da onda imagem  $h = H(\xi, t)$  e com amplitude  $A(\xi, t)$ . Aqui, a função amplitude  $A(\xi, t)$  é somente introduzida para descrição completa de um campo de onda.

Vale ressaltar que as construções feitas neste trabalho são as com base na análise cinemática apenas, sem critérios fornecidos com relação às qualidades dinâmicas da equação de

onda imagem. Entretanto, Fomel e Bleistein (1996) provam que a equação OMO (o mesmo argumento pode ser usado na equação OCO) também é dinamicamente correta, pelo menos da mesma ordem de precisão como na *aproximação de Kirchhoff*. Ou seja, correta amplitude nesse caso significa que transforma a amplitude com correto *espalhamento geométrico* e efeitos da curvatura na superfície de reflexão para o novo afastamento.

Finalmente, mostra-se que a equação (3.30) representa a equação iconal da onda imagem para qualquer equação diferencial de segunda ordem da forma

$$ht \left( U_{hh} + \frac{4}{V^2} U_{tt} \right) + \left( t^2 + \frac{4h^2}{V^2} \right) U_{ht} - ht U_{\xi\xi} = \Gamma(U_\xi, U_t, U_h, U, \xi, t, h). \quad (3.33)$$

Goldin (1990) prova que qualquer equação diferencial da forma

$$\sum_{i=1}^3 p_{x_i x_i}(t, \mathbf{x}) - \frac{1}{V^2} p_{tt}(t, \mathbf{x}) + E(p_{x_1}, p_{x_2}, p_{x_3}, p_t, p, x_1, x_2, x_3, t) = 0, \quad (3.34)$$

terá a mesma equação iconal (2.5) como resultado da candidata a solução (2.3), independentemente da forma particular da função  $E$ , que depende dos argumentos indicados apenas. Ou seja, todas as equações do tipo (3.34) compartilham dos mesmos comportamentos cinemáticos da propagação de ondas.

A equação (3.33) tem o mesmo comportamento cinemático independente de como seja  $\Gamma(U_\xi, U_t, U_h, U, \xi, t, h)$ . Para mostrar isto, calcula-se as derivadas parciais da candidata a solução da equação da onda imagem para OCO (3.31), em relação as variáveis de ponto médio  $\xi$  e temporal  $t$  e o meio-afastamento  $h$ . Chega-se as expressões abaixo

$$U_\xi = A_\xi F - AF' H_\xi, \quad (3.35)$$

$$U_{\xi\xi} = A_{\xi\xi} F - 2A_\xi F' H_\xi + AF'' H_\xi^2 - AF' H_{\xi\xi}, \quad (3.36)$$

$$U_t = A_t F - AF' H_t, \quad (3.37)$$

$$U_{tt} = A_{tt} F - 2A_t F' H_t + AF'' H_t^2 - AF' H_{tt}, \quad (3.38)$$

$$U_h = AF', \quad (3.39)$$

$$U_{hh} = AF'', \quad (3.40)$$

onde  $\frac{dF}{dh} = F'$  e  $\frac{d^2F}{dh^2} = F''$ .

Agora, utilizando a equação (3.39), calculando a derivada mista em relação ao meio-afastamento e o tempo, obtém-se

$$U_{ht} = A_t F' - AF'' H_t. \quad (3.41)$$

Assim, pode-se substituir as equações (3.36), (3.38), (3.40) e (3.41) na equação (3.33) e obter

$$\begin{aligned} & F'' \left[ ht + \frac{4ht}{V^2} H_t^2 - \left( t^2 + \frac{4h^2}{V^2} \right) H_t - ht H_\xi^2 \right] A \\ & - F' \left[ \frac{8ht}{V^2} A_t H_t + \frac{4ht}{V^2} A H_{tt} - \left( t^2 + \frac{4h^2}{V^2} \right) A_t - 2ht A_\xi H_\xi + A H_{\xi\xi} \right] \\ & + F \left[ \frac{4ht}{V^2} A_{tt} - ht A_{\xi\xi} \right] \\ & = \Gamma(U_\xi, U_t, U_h, U, \xi, t, h) = \hat{\Gamma}(U, F, F', \xi, t, h), \end{aligned} \quad (3.42)$$

onde observa-se que as primeiras derivadas parciais de  $U$  somente dependem de  $F$  e  $F'$ . Rearranjando os termos, chega-se em

$$\begin{aligned}
F'' \left[ ht + \frac{4ht}{V^2} H_t^2 - \left( t^2 + \frac{4h^2}{V^2} \right) H_t - htH_\xi^2 \right] A &= \hat{\Gamma}(U, F, F', \xi, t, h) \\
&- F \left[ \frac{4ht}{V^2} A_{tt} - htA_{\xi\xi} \right] \\
&+ F' \left[ \frac{8ht}{V^2} A_t H_t + \frac{4ht}{V^2} A H_{tt} \right] \\
&- F' \left[ \left( t^2 + \frac{4h^2}{V^2} \right) A_t \right] \\
&- F' [2htA_\xi H_\xi - A H_{\xi\xi}].
\end{aligned} \tag{3.43}$$

Como pode-se observar, o lado direito da equação (3.43) não depende da segunda derivada de  $F$ .

Portanto, conclui-se que a equação iconal

$$\left( 1 + \frac{4}{V^2} H_t^2 \right) H_t - \left( t^2 + \frac{4}{V^2} H^2 \right) H_t - t H H_\xi^2 = 0, \tag{3.44}$$

é associada a todas as equações diferenciais parciais que podem ser representadas da forma (3.33), independentemente da forma da função  $\Gamma$ . Isto justifica a escolha de  $\Gamma = 0$  para a desejada equação (3.32) da onda imagem para OCO.

# Capítulo 4

## Teoria do Raio de velocidade OCO

A equação da onda imagem para OCO é uma *transformação de configuração* sísmica designada a simular uma seção sísmica como se tivesse sido obtida com um certo afastamento entre a fonte e o receptor usando os dados medidos com outro afastamento.

Como a equação da onda imagem para OCO é dependente do modelo de velocidade usado neste processo, pode-se comparar os dados de uma seção simulada a uma seção adquirida. As discrepâncias entre as duas seções permitem conclusões sobre o erro na velocidade utilizada, possibilitando assim a extração da informação da velocidade.

Neste capítulo desenvolve-se a teoria das trajetórias OCO. Essas trajetórias descrevem as propriedades cinemáticas da onda imagem para OCO, i.e., o caminho da transformação contínua do evento de reflexão de afastamento comum para um outro evento de reflexão de afastamento comum com meio-afastamento diferentes.

Utilizando as trajetórias OCO, será construído o que Filpo (2005) chamou de *Raio OCO*. Para evitar confusão com outras ideias neste trabalho usa-se a denominação *Raio de velocidade OCO*. Este raio forma a base de um método para análise de velocidade, o qual permite a comparação local de dados simulados com os dados reais adquiridos. Essa comparação é feita através de pontos isolados em curvas de reflexão em seções de afastamento comum, onde cada ponto de uma curva de reflexão serve de partida para simular um ponto em uma nova curva de reflexão, só que desta vez em uma outra seção de afastamento comum, assim podendo ser comparada com a posição do mesmo ponto em uma curva de reflexão de uma seção de afastamento comum real adquirida.

### 4.1 Introdução

Operações como correção DMO, tiro-comum (CS-)DMO, MZO, correção azimuth moveout (AMO), tão como continuação de tiro e afastamento (SCO e OCO) são importantes transformações de configuração na sísmica de exploração. O objetivo de uma transformação de configuração é simular uma seção sísmica como se obtido com uma certa configuração medida usando os dados medidos com outra configuração. Este tipo de técnica serve para redução de ruído no sinal, reconstrução de imagens perdidas e análise de velocidade. O uso de transformação de configuração para estes fins tem sido demonstrado em uma variedade

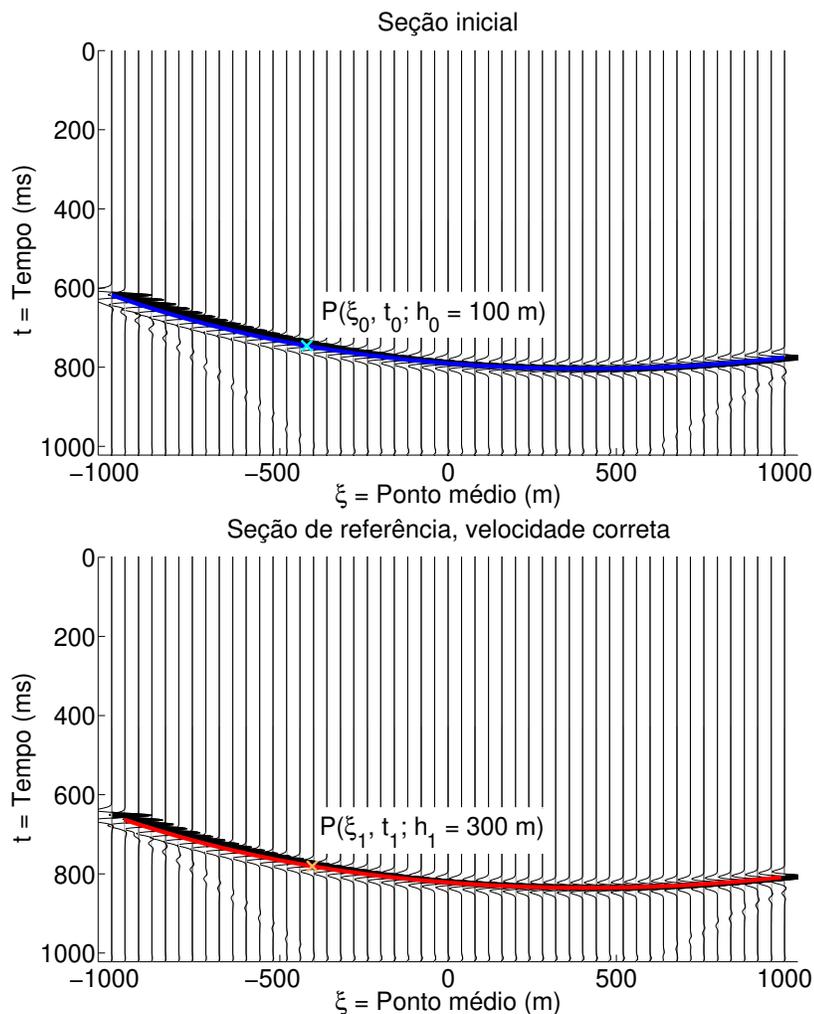


Fig. 4.1: Exemplo de uma transformação OCO, como dado inicial tem-se a linha azul em uma seção de afastamento comum com meio afastamento  $h_1 = 100$  em uma outra seção de afastamento comum com meio-afastamento  $h_2 = 300$ , onde também mostra-se sobre um ponto sobre a linha azul  $(\xi_0, t_0)$  que é levado pela OCO ao ponto  $(\xi_1, t_1)$  sobre a linha vermelha.

de artigos, incluindo os seguintes artigos sobre MZO (Bleistein e Cohen, 1995; Tygel et al., 1998), OCO (Fomel e Bleistein, 1996; Santos et al., 1997; Fomel, 2003), SCO (Bagaini e Spagnolini, 1996), AMO (Biondi et al., 1998), DMO (Canning e Gardner, 1996; Collins, 1997) e CS-DMO (Schleicher e Bagaini, 2004).

Qualquer transformação de configuração pode ser pensada como composição de uma *migração* e uma subsequente *demigração* após uma mudança nos parâmetros de configuração (Hubral et al., 1996a; Tygel et al., 1996). A OCO é fortemente dependente do modelo de velocidade. Filpo (2005) observou e fez uso desta dependência da velocidade. Sua ideia

foi usar os raios de velocidade OCO para fazer a análise de velocidade. Nesta dissertação, relaciona-se estes raios de velocidade OCO com a teoria da onda imagem (Fomel, 1994a; Hubral et al., 1996b).

O método de análise de velocidade utilizando raios de velocidade OCO possui as mesmas premissas básicas consideradas nos vários algoritmos que fazem uso da velocidade média, tais como migração em tempo, continuação de afastamentos, migração para afastamento nulo, etc. Nesses processos, considera-se que o meio em subsuperfície é suave o suficiente para ser representado localmente por um meio equivalente de velocidade constante, de tal modo que não haja, neste caso, diferenças significativas nos tempos de trânsito calculados ao longo dos raios traçados no meio equivalente quando em comparação com os tempos obtidos no meio real. O que se propõe é determinar, a partir dessa hipótese, a velocidade do meio equivalente através do mapeamento de curvas de tempo de reflexão entre duas (ou mais) configurações de observação diferentes. Raios de velocidade OCO são um tipo de “Velocity rays” como definido em Fomel (1994b).

Neste capítulo, providencia-se as bases teóricas para o raio de velocidade OCO.

## 4.2 Trajetórias OCO

Nesta seção será desenvolvido um procedimento analítico para construção das trajetórias OCO. Isto é baseado no mesmo procedimento de traçamento de raios. Trajetórias OCO são curvas características sobre a superfície solução da equação iconal da onda imagem para OCO, ou seja, linhas hipotéticas ao longo das quais se propaga a onda imagem para OCO.

Trajetoórias OCO determinam o percurso da propagação da onda imagem para OCO. Em outras palavras, uma trajetória OCO é a curva descrita por um ponto do evento sob variação do afastamento. Assim, no dado sísmico o que se quer obter é o conjunto de pontos  $P_i$  do mesmo ponto do refletor, onde cada  $P_i$  está na curva de tempo de trânsito em uma seção de afastamento comum com meio-afastamento  $h_i$ .

Aplicando o método das características para a equação iconal da onda imagem OCO, obtém-se um procedimento analítico de traçamento de raios permitindo a construção das trajetórias OCO.

### 4.2.1 A geometria do problema

Em uma linha sísmica, os dados sísmicos adquiridos formam um volume de dados que pode ser decomposto no que será chamado de *Cubo sísmico*. Dentro de cada cubo sísmico com coordenadas  $(\xi, t, h)$  existe uma única superfície de reflexão referente a algum refletor em subsuperfície.

Inicia-se a discussão com a equação iconal da onda imagem para OCO. Esta equação permite representar a solução da propagação dentro do cubo sísmico, sendo uma superfície dentro deste domínio. Assim para um determinado refletor em subsuperfície há uma superfície de reflexão  $S$  dentro deste cubo sísmico referente a reflexão deste refletor, onde  $S$  é representada como  $S = \{(\xi, t, h) \text{ pertencem ao cubo sísmico, tal que } H(\xi, t) - h = 0\}$ .

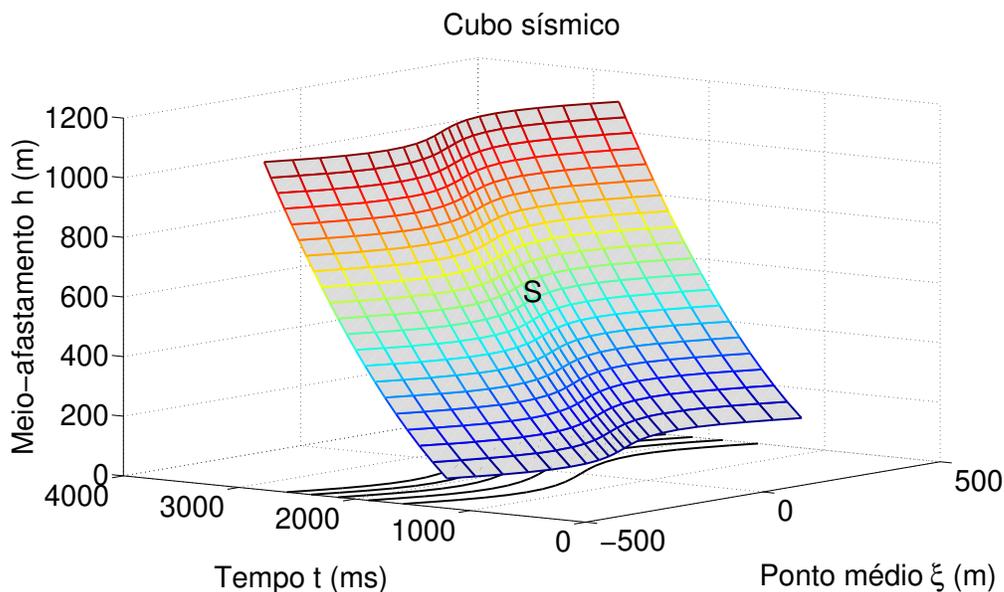


Fig. 4.2:  $S$  é a superfície gerada pelos pontos pertencentes ao cubo sísmico tais que  $H(\xi, t) - h = 0$ , abaixo algumas curvas de níveis (preto), i.e., são as projeções de algumas curvas de reflexão do mesmo refletor em cada seção de afastamento comum  $2h_i$ .

Com  $H$  sendo solução de (3.30) e condição de contorno  $H(t_0(\xi_0), \xi_0) = h_0$ , onde  $t_0(\xi_0)$  é uma curva de reflexão na seção de afastamento  $2h_0$ . Assim, para cada ponto imagem  $P(t_0(\xi_0), \xi_0)$  em uma seção de afastamento  $2h_0$ , forma uma superfície  $S_P$ , essa superfície é formada pela equação (3.18) fixando  $(t_0, \xi_0, h_0)$  e variando  $(t, \xi, h)$  dentro do cubo sísmico e o envelope desta família de superfícies  $\{S_P\}$  para todo ponto imagem  $P(t_0, \xi_0)$  sobre a curva de reflexão  $t_0(\xi_0)$  é a superfície  $S$ .

Em um plano  $h = h_i$ , tem-se uma seção de afastamento comum, então uma curva de reflexão neste domínio é simplesmente uma curva de nível de  $H(\xi, t) = h_i$ . Assim, pode-se parametrizar esta curva localmente como  $(\xi_i, t_i = t(\xi_i))$ .

Nas Figuras 4.3 e 4.4 observa-se um caso bem particular, onde o refletor é *sinclinal*. Um refletor sinclinal é uma dobra com a concavidade voltada para cima, exibindo camadas que mergulham em direção ao centro da estrutura.

Em resumo, o cubo sísmico possui a parte suave da superfície de reflexão do refletor, mesmo que tenha vários cubos sísmicos para o mesmo refletor, como é o caso do refletor sinclinal.

#### 4.2.2 Construção das trajetórias OCO

Resolve-se a equação (3.30) usando o método das características (veja Apêndice A). Este método nos providencia as trajetórias características, ou seja, as trajetórias OCO.

Inicia-se a solução por este método considerando a equação da hipersuperfície  $G$  dada

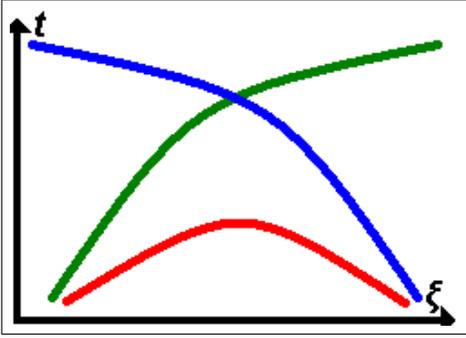


Fig. 4.3: Mapeamento em tempo de um refletor sinclinal. Quando acontecer situações como esta. Faça que cada cor é uma curva de reflexão em cada cubo sísmico diferente.

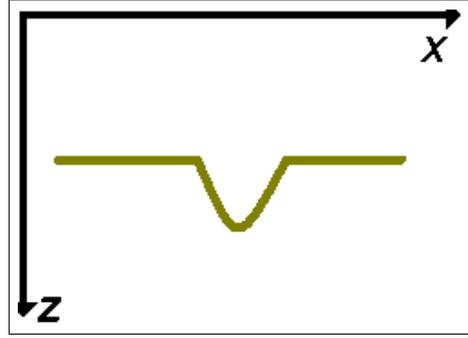


Fig. 4.4: Desenho de um modelo em profundidade onde o refletor é sinclinal podendo acontecer cáusticas, formando um tempo de reflexão conforme a curva ao lado.

por

$$G(\xi, t, H, p, q) = tH \left( 1 + \frac{4}{V^2} q^2 \right) - \left( t^2 + \frac{4H^2}{V^2} \right) q - tHp^2 = 0, \quad (4.1)$$

onde  $p = H_\xi$  e  $q = H_t$ . O método das características consiste em transformar a equação (4.1) em um sistema de equações diferenciais ordinárias:

$$\begin{aligned} \frac{d\xi}{dh} &= \lambda G_p = -2\lambda tHp, \\ \frac{dt}{dh} &= \lambda G_q = -\frac{\lambda}{V^2} (4H^2 - 8qHt + t^2V^2), \\ \frac{dp}{dh} &= -\lambda (G_\xi + pG_H) = -\lambda \left( tp(1 - p^2) + \frac{4}{V^2} pq(tq - 2H) \right), \\ \frac{dq}{dh} &= -\lambda (G_t + qG_H) = -\lambda \left[ \left( \frac{4q^2}{V^2} - 1 \right) (tq - H) - p^2(tq + H) \right], \\ \frac{dH}{dh} &= \lambda (pG_p + qG_q) = 1. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Nas primeiras quatro equações de (4.2),  $h$  poderia, em princípio, ser qualquer variável monotônica ao longo da trajetória OCO. Por conveniência, requer-se da variável independente ser o meio-afastamento  $h$ . Assim, sobre a frente de onda imagem, tem-se  $h = H(\xi, t)$ . Isto dá origem à última equação do sistema (4.2), a qual fixa o parâmetro escalar  $\lambda$  como

$$\lambda = (pG_p + qG_q)^{-1} = \left( tH \frac{4}{V^2} q^2 - tH - tHp^2 \right)^{-1}. \quad (4.3)$$

O sistema (4.2) descreve as trajetórias OCO como funções de  $h$ . Em outras palavras, todas as outras variáveis envolvidas são parametrizadas como  $\xi = \xi(h)$ ,  $t = t(h)$ ,  $p = p(h)$ ,  $q = q(h)$  e  $H = H(h)$ .

Assim dado qualquer ponto  $(\xi_0, t_0)$  tal que  $H(\xi_0, t_0) = h_0$ , visto que estes pontos pertencem a uma curva de reflexão em uma seção de afastamento comum  $2h_0$ , tem-se os valores

iniciais para  $\xi(h_0) = \xi_0$ ,  $t(h_0) = t_0$  e  $H(h_0) = h_0$ . Destes, obtém-se os valores iniciais  $p(h_0) = p_0$  e  $q(h_0) = q_0$ . Pela primeira hipótese de (A.12) do Apêndice A, estes valores devem satisfazer

$$t_0 h_0 \left( 1 + \frac{4}{V^2} q_0^2 \right) - \left( t_0^2 + \frac{4h_0^2}{V^2} \right) q_0 - t_0 h_0 p_0^2 = 0, \quad (4.4)$$

a qual é equivalente a equação da hipérbole

$$(q_0 - A)^2 - \frac{V^2}{4} p_0^2 = B^2, \quad (4.5)$$

onde

$$A = \frac{(V^2 t_0^2 + 4h_0^2)}{8t_0 h_0}, \quad (4.6)$$

$$B^2 = A^2 - \frac{V^2}{4} = \frac{(V^2 t_0^2 - 4h_0^2)^2}{(8t_0 h_0)^2} > 0. \quad (4.7)$$

Note que  $B > 0$ , pois pela diferença triangular tem-se  $Vt_0 > 2h_0$ .

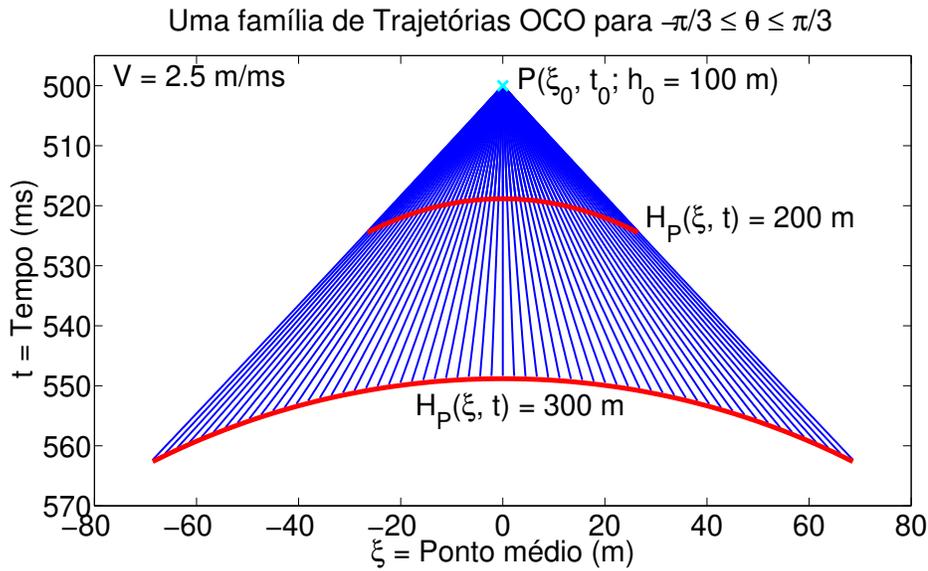


Fig. 4.5: Possíveis trajetórias OCO de um simples ponto imagem  $P(\xi_0, t_0; h_0)$  (linhas azuis). Indicado em vermelho são as onda imagem de Huygens para OCO referentes a fonte imagem pontual  $P(\xi_0, t_0; h_0)$ .

A solução da equação (4.5) pode ser representada como

$$q_0 = B \sec(\theta) + A, \quad (4.8)$$

$$p_0 = C \operatorname{tg}(\theta), \quad \text{com } C = \frac{2B}{V}, \quad (4.9)$$

onde  $\theta \in (-\pi/2, \pi/2)$  é o parâmetro que seleciona uma trajetória OCO particular. Estas trajetórias são traçadas com o sistema (4.2), usando condições iniciais referentes ao ponto  $(\xi_0, t_0, h_0, q_0, p_0)$  sobre a hipersuperfície  $G$ .

O valor de  $\theta$  que descreve a correta trajetória OCO é obtido da seguinte maneira. Da suposição (A.12) do Apêndice A, procura-se uma solução passando pela curva  $H(\xi_0, t_0(\xi_0)) = h_0$ , com isso,  $t_0(\xi_0)$  é a curva de reflexão em uma seção de afastamento comum  $2h_0$ .

Pela segunda hipótese de (A.12) do Apêndice A, tem-se

$$0 = \frac{dh_0}{d\xi_0} = H_{t_0} \frac{dt_0}{d\xi_0} + H_{\xi_0} \frac{d\xi_0}{d\xi_0}. \quad (4.10)$$

Como  $H_{t_0} = q_0 > 0$  e  $d\xi_0/d\xi_0 = 1$ , pode-se fazer

$$\frac{dt_0}{d\xi_0} = -\frac{H_{\xi_0}}{H_{t_0}}. \quad (4.11)$$

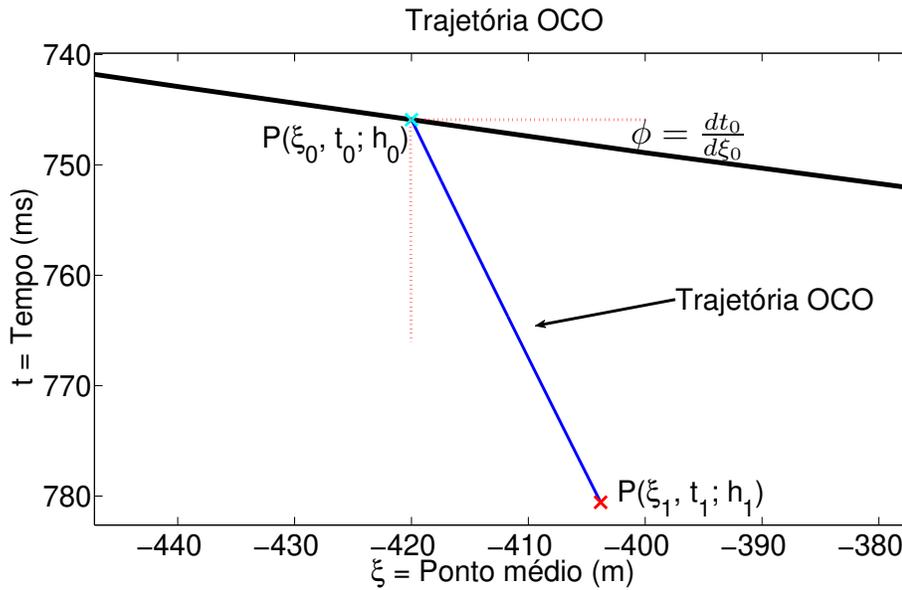


Fig. 4.6: A Trajetória OCO para a correta escolha de  $\theta$  de acordo com a fórmula (4.13).

Denotando a derivada  $dt_0/d\xi_0$  como  $\phi$ , tem-se

$$\phi = \frac{dt_0}{d\xi_0} = -\frac{H_{\xi_0}}{H_{t_0}} = -\frac{p_0}{q_0} = \frac{-C \operatorname{tg}(\theta)}{B \sec(\theta) + A}. \quad (4.12)$$

Note que  $|\phi| < \frac{2}{V}$ , e  $\lim_{\theta \rightarrow \pm\pi/2} |\phi(\theta)| = \frac{2}{V}$ . Isto é, a máxima inclinação referente a um ponto sobre a curva de reflexão é  $2/V$ .

Como  $d\phi/d\theta < 0$ , então a relação (4.12) pode ser invertida em  $\theta$ ,

$$\theta = \arcsen \left( \frac{-\phi V \sqrt{C^4 + C^2 + \phi^2 A^2 + C^2}}{2(C^2 + \phi^2 A^2)} \right). \quad (4.13)$$

A existência de  $p_0$  e  $q_0$  é garantida pelo fato da existência de  $\phi$ , e com isso, como dito no Apêndice A o traçamento das trajetórias OCO é garantida pelo fato de

$$\det \begin{bmatrix} G_p & G_q \\ 1 & -p/q \end{bmatrix} = -(p/q)G_p - G_q \neq 0, \quad (4.14)$$

porque,  $-\lambda(pG_p + qG_q)/q = -(1/q)(dH/dh) = -1/q < 0$ .

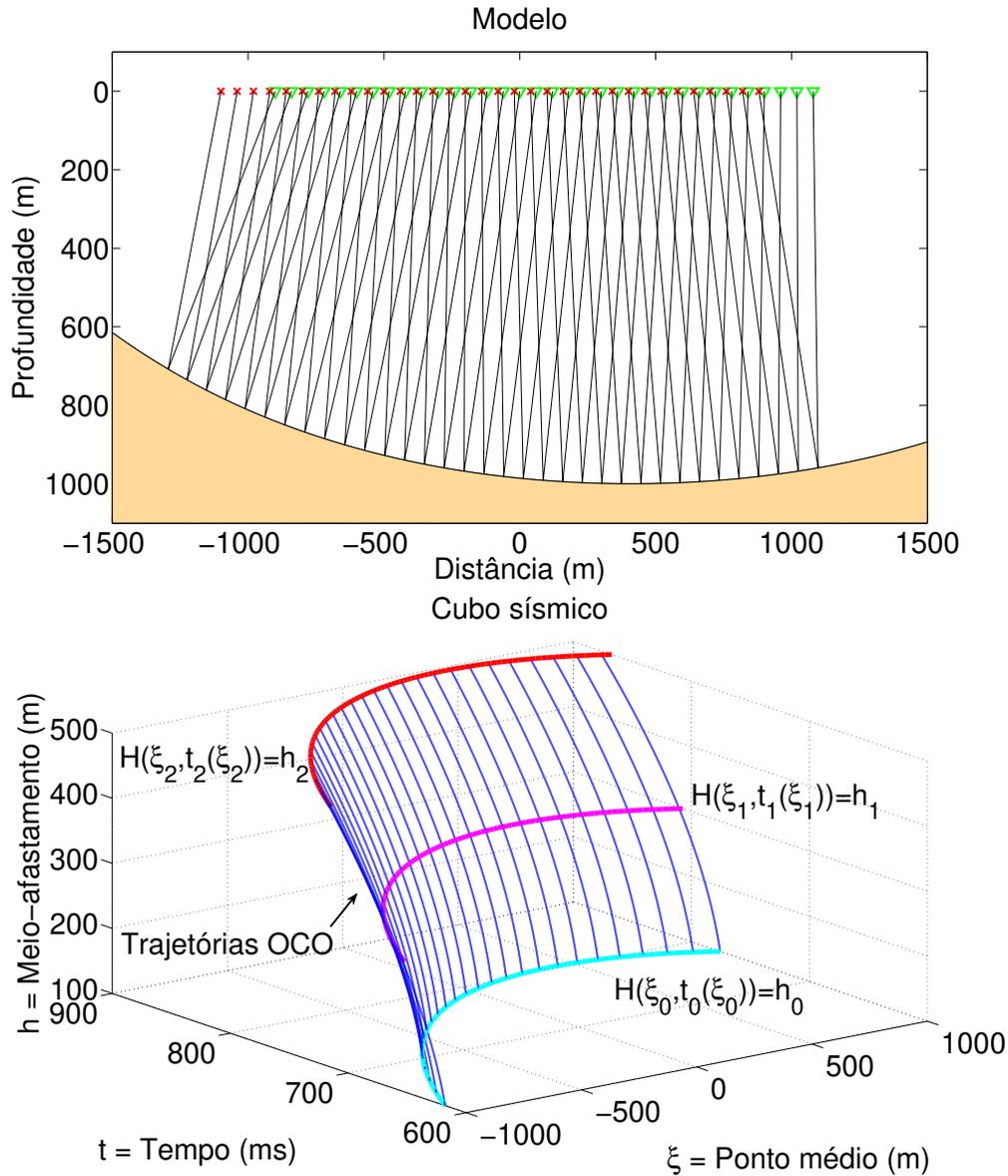


Fig. 4.7: Acima o modelo, abaixo o cubo sísmico.

Assim, com os valores de  $t_0$ ,  $\xi_0$ ,  $h_0$ ,  $\phi$  e o sistema de equações (4.2) tem-se a forma analítica das trajetórias OCO. A Figura 4.7 mostra um exemplo visual da aplicação das trajetórias

OCO, onde no topo da figura tem-se um modelo sintético onde o par (x e triângulo) representam consecutivamente a fonte e o receptor, as linhas pretas são os raios sísmicos e a velocidade do meio é de 2.5 m/ms. A figura na parte inferior é o cubo sísmico com três curvas de reflexão modeladas usando o modelo acima, sendo a curva em azul claro uma CO(h = 100 m), a curva roxa uma CO(h = 300 m) e a curva vermelha uma CO(h = 500 m). Em azul são as trajetórias OCO, partindo da curva em azul claro com o modelo de velocidade correto. A superfície formada por essas curvas é justamente a superfície de reflexão referente ao modelo acima.

## 4.3 Raios de velocidade OCO

O conceito de raios de velocidade OCO foi apresentado originalmente por Filpo (2005), que utilizou no mapeamento de curvas de tempo de reflexão entre configurações de diferentes seções de afastamento comum como um método de análise de velocidade.

### 4.3.1 Construção de raios de velocidade OCO mediante trajetórias OCO

O desenvolvimento geométrico feito por Filpo (2005) segue-se da seguinte maneira. Inicia considerando o simples caso de um refletor observado em uma seção de afastamento comum com meio-afastamento  $h_0$  onde escolhe-se sobre a curva de reflexão um ponto  $(\xi, t)$  juntamente com sua derivada primeira neste ponto. Então, aplica-se a trajetória OCO com estes dados iniciais até chegar a um ponto em uma outra seção de afastamento comum com meio-afastamento  $h_1$ , que será chamado de  $D_1$  com parâmetro da velocidade igual a  $V_1$ . Repete-se este processo com diferentes valores da velocidade  $(V_1, V_2, \dots, V_n)$  para assim obter os valores  $(D_1, D_2, \dots, D_n)$ , onde cada  $D_i$  representa um ponto em uma seção de afastamento comum com meio-afastamento  $h_1$  e velocidade  $V_i$ . O raio de velocidade OCO do ponto  $(\xi, t)$  é o lugar geométrico que contém todos os pontos  $D_i$ . Ligando estes pontos pode-se construir uma curva a qual é chamada de raio de velocidade OCO.

Os raios de velocidade OCO não são raios físicos, ou seja, não representam uma trajetória real e são traçados sempre no domínio do tempo, haja visto que a saída de qualquer algoritmo de continuação de afastamentos se dá nesse domínio (Filpo, 2005). Em outras palavras, são raios virtuais que representam a trajetória de um ponto da seção sísmica quando a velocidade de imageamento é alterada.

Outra consideração importante é que a qualidade visual das seções de afastamento comum deve ser adequada o suficiente para permitir uma distinção mínima na qual seja possível rastrear reflexões ao longo das seções analisadas. Esse pressuposto é relevante porque o conhecimento da posição exata do evento de reflexão é um critério utilizado tanto na determinação das velocidades corretas quanto na da inclinação das curvas de reflexão. Deste modo, esses cálculos fornecerão resultados mais confiáveis na medida em que as reflexões forem mais distinguíveis. Uma técnica sugerida é usar os *plane-wave destruction filters* como em Fomel (2002).

O método proposto por Filpo (2005) foi designado para localizar velocidades que melhor

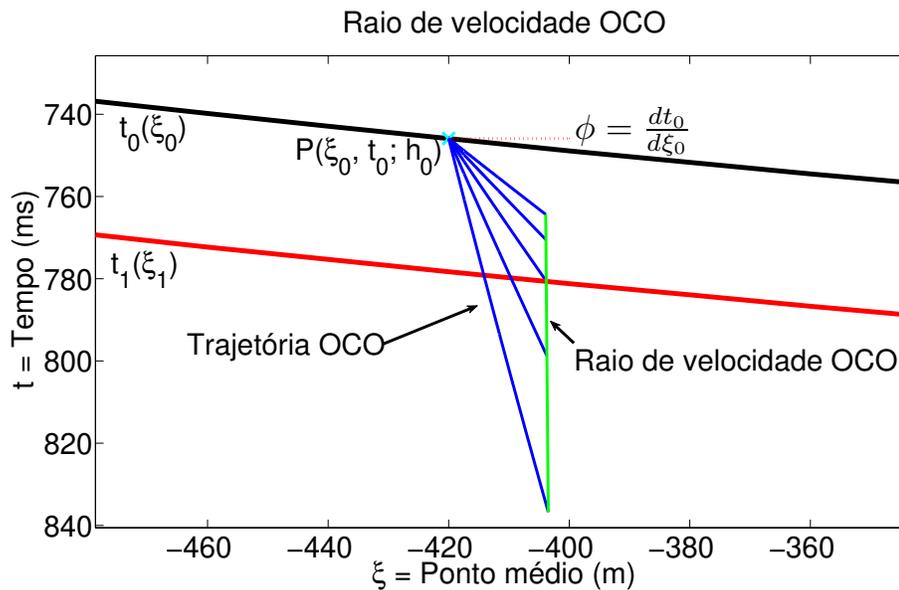


Fig. 4.8: Várias Trajetórias OCO para diferentes velocidades (linhas azuis). A linha verde indica o Raio de velocidade OCO, i.e., o conjunto de pontos finais das Trajetórias OCO para o mesmo meio-afastamento  $h$ , mas com diferentes velocidades.

ajustam curvas de um afastamento para outro por um processo OCO. A velocidade que melhor ajusta os dados por uma transformação OCO dá-se o nome de velocidade OCO. Como mostrado por Filpo (2005), a velocidade OCO é uma aproximação ao valor da velocidade NMO. O método é baseado sobre o mapeamento de curvas de reflexão do mesmo refletor entre afastamentos distintos. O método pode ser melhor entendido com o seguinte algoritmo.

Para cada ponto sobre a curva de reflexão faça:

1. Trace várias trajetórias OCO com passos constantes na velocidade. Os seus pontos finais formam uma representação amostrada do raio de velocidade OCO.
2. Localize a intercepção do raio de velocidade OCO com a curva alvo.
3. Trace as trajetórias novamente com passos menores na velocidade entre os valores mais próximos do ponto de intercepção para localizar mais precisamente este ponto.
4. Repita o Passo 3 até atingir a precisão desejada.
5. A velocidade do raio no ponto da intercepção é a velocidade OCO para aquele ponto.

A Figura 4.8 mostra como o algoritmo acima funciona.

### 4.3.2 Construção direta dos raios de velocidade MCO

Existe um caso especial onde é possível de maneira direta construir o raio de velocidade OCO sem necessitar mais do que uma trajetória OCO. Trata-se do caso onde a seção de saída

é de afastamento nulo.

Para chegar na equação que descreve o raio de velocidade OCO, procede da seguinte maneira:

1. Especifique um ponto  $(\xi_*, t_*)$  em uma seção de afastamento nulo.
2. Faça uma migração para afastamento comum com o modelo correto de velocidade  $V$ , obtendo  $(\xi, t)$  numa seção de afastamento comum  $2h$ .
3. Novamente com o ponto  $(\xi_*, t_*)$  faça uma migração para afastamento comum com  $2h$  de afastamento, mas com o modelo errado de velocidade  $V_1$  e assim obtendo  $(\xi_1, t_1)$ .
4. Faça a análise de envelope entre os dois dados.

Executando os três primeiros passos com a equação (3.19) da onda imagem de Huygens para MCO, tem-se:

$$t_*^2 h^2 = \left( t^2 - \frac{4h^2}{V^2} \right) (h^2 - (\xi - \xi_*)^2) \quad (4.15)$$

$$t_*^2 h^2 = \left( t_1^2 - \frac{4h^2}{V_1^2} \right) (h^2 - (\xi_1 - \xi_*)^2). \quad (4.16)$$

Ao igualar as equações (4.15) e (4.16), tem-se a seguinte equação,

$$\ell = T (h^2 - (\xi - \xi_*)^2) - T_1 (h^2 - (\xi_1 - \xi_*)^2) = 0, \quad (4.17)$$

onde  $T = \left( t^2 - \frac{4h^2}{V^2} \right)$  e  $T_1 = \left( t_1^2 - \frac{4h^2}{V_1^2} \right)$ .

Aplicando a condição de envelope  $\frac{\partial \ell}{\partial \xi_*} = 0$ , tem-se  $T\xi - T_1\xi_1 = \xi_*(T - T_1)$ . Esta igualdade pode ser satisfeito se  $T_1 = T$  que implica  $\xi_1 = \xi$  ou por

$$\xi_* = \frac{T\xi - T_1\xi_1}{T - T_1}. \quad (4.18)$$

Substituindo (4.18) em (4.17), chega-se ao seguinte resultado

$$h^2(T - T_1)^2 + TT_1(\xi - \xi_1)^2 = 0. \quad (4.19)$$

Como  $T$ ,  $T_1$  e  $h^2$  são positivos, (4.19) nunca pode ser satisfeito para  $T_1 \neq T$ . Portanto, tem-se que  $\xi = \xi_1$  e  $T = T_1$ . O fato de  $\xi_1 = \xi$  prova que *mesmo aplicando a MCO com a velocidade errada a posição do ponto médio na seção de afastamento comum não é diferente do que aplicando a MCO com a velocidade correta.*

Por outro lado, tem-se  $T - T_1 = 0$ , ou seja,

$$t^2 - t_1^2 = 4h^2 \left( \frac{1}{V^2} - \frac{1}{V_1^2} \right). \quad (4.20)$$

Isolando  $V$  do lado esquerdo da igualdade obtém-se:

$$V = \sqrt{\frac{4h^2V_1^2}{V_1^2(t^2 - t_1^2) + 4h^2}}. \quad (4.21)$$

**Observações:**

- \* Esta transformação só vale para o caso de uma MCO, e não sendo aplicada em MZO ou OCO, mas a forma como foi construído as trajetórias OCO não permite a saída de um ponto numa ZO. Isso pode ser facilmente contornado partindo de meio-afastamentos próximos de 0.
- \* Para MZO pode-se utilizar uma forma direta sem a necessidade de traçar as trajetórias OCO, a partir da equação (3.29) que pode ser reformulada como

$$\xi_* = \xi_0 - \frac{p_0 h_0^2}{t q_0 - h_0}. \quad (4.22)$$

Ela prevê que com a velocidade correta pode-se calcular a coordenada  $\xi_*$  em uma ZO a partir da coordenada  $\xi_0$  do ponto inicial em uma CO. Os valores de  $p_0$  e  $q_0$  podem ser determinados a partir da inclinação do evento usando as equações (4.8) e (4.9) junto com a (4.13).

**Algoritmo para o caso MCO:**

1. Aplique algum procedimento que execute uma MCO com uma velocidade qualquer, na seção final obtenha a curva  $t_0(\xi_0)$ .
2. Aplique a fórmula (4.21) com o ponto de chegada  $(\xi_0, t_0)$  na seção final, juntamente com o valor de  $t(\xi_0)$  daquela seção.
3. A velocidade extraída é a velocidade OCO.

## 4.4 Onda imagem para continuação da velocidade MCO

Suponha que em um ponto  $(\xi_0, t_0)$  sobre a curva de reflexão em seção de afastamento comum com  $h_0 > 0$  de meio-afastamento a inclinação seja zero, ou seja,  $\phi = 0$ . Isto implica que não há variação do ponto médio quando aplica-se a trajetória OCO, assim aplicando a fórmula (3.18) para duas velocidades quaisquer, tem-se

$$\begin{aligned} t &= \frac{2h}{V} \sqrt{1 + \frac{V^2 t_0^2 / 4 - h_0^2}{h^2}}, \\ t_1 &= \frac{2h}{V_1} \sqrt{1 + \frac{V_1^2 t_0^2 / 4 - h_0^2}{h^2}}. \end{aligned} \quad (4.23)$$

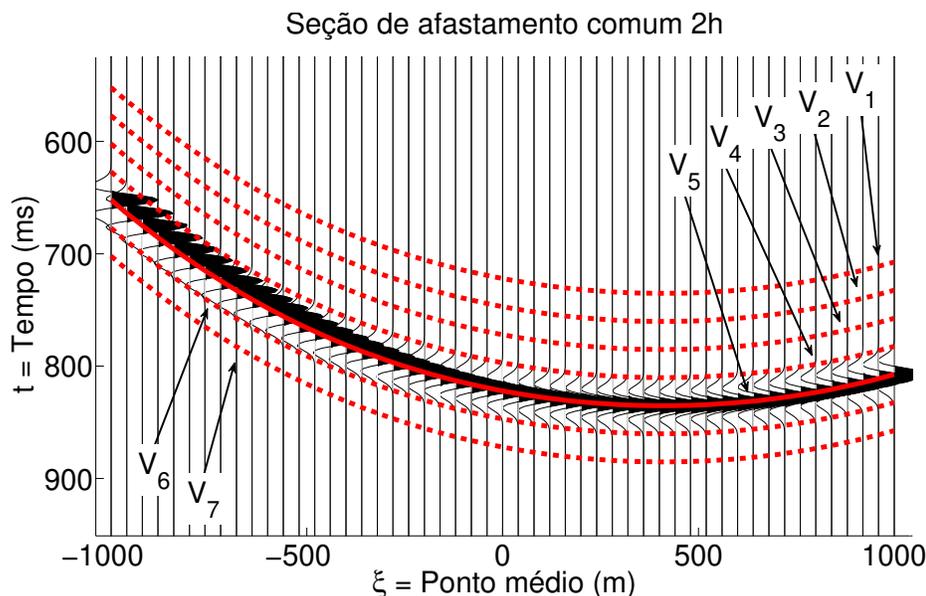


Fig. 4.9: *Várias curvas de reflexão após uma OCO com velocidades diferentes em uma seção de afastamento comum de referência. Observe que há uma ideia de propagação, logo pode-se tentar obter uma equação de onda imagem para este problema.*

Isolando  $t_0^2$ , em seguida igualando as duas equações e depois fazendo algumas manipulações algébricas chega-se em

$$t^2 - t_1^2 = 4(h^2 - h_0^2) \left( \frac{1}{V^2} - \frac{1}{V_1^2} \right). \quad (4.24)$$

Assim, isolando  $V$  para o lado esquerdo tem-se

$$V = \sqrt{\frac{4(h^2 - h_0^2)V_1^2}{V_1^2(t^2 - t_1^2) + 4(h^2 - h_0^2)}}. \quad (4.25)$$

Ou seja, fazendo  $h_0 = 0$  obtém-se novamente a equação (4.21).

A equação (4.25) permite a obtenção direta da velocidade OCO, sem o traçamento intermediário de trajetórias OCO e com isso sem traçar o raio de velocidade OCO. Mas com cuidado, pois para meio-afastamentos maiores que zero o erro em obter o ponto médio da seção final com a velocidade falsa com apenas um traçamento da trajetória OCO fica em função da inclinação, do afastamento inicial, da velocidade e do tempo inicial. As Tabelas 4.1 a 4.4 mostram isso.

Na Tabela 4.1, tem-se os valores da diferença em metros dos pontos médios das  $CO(h + 500)$ , após aplicado a OCO partindo das  $CO(h, \phi)$  com a velocidade de 2.5 m/ms e a outra com a velocidade de 3.5 m/ms, onde para cada  $CO(h, \phi)$  tem a seguinte configuração: tempo trânsito igual a 1000 ms e o ponto médio igual a zero metros, i.e., assumindo que uma das

$h/\phi$	<b>0</b>	<b>50</b>	<b>100</b>	<b>150</b>	<b>200</b>	<b>250</b>	<b>300</b>	<b>350</b>	<b>400</b>
<b>0</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>0.02</b>	0	0.0054	0.0107	0.0160	0.0213	0.0266	0.0317	0.0368	0.0419
<b>0.04</b>	0	0.0228	0.0456	0.0683	0.0908	0.1130	0.1349	0.1565	0.1777
<b>0.06</b>	0	0.0583	0.1165	0.1742	0.2314	0.2879	0.3434	0.3979	0.4511
<b>0.08</b>	0	0.1179	0.2353	0.3518	0.4669	0.5802	0.6913	0.7997	0.9053
<b>0.10</b>	0	0.2086	0.4162	0.6219	0.8246	1.0235	1.2177	1.4064	1.5890
<b>0.12</b>	0	0.3391	0.6763	1.0096	1.3373	1.6575	1.9687	2.2694	2.5585
<b>0.14</b>	0	0.5200	1.0364	1.5458	2.0448	2.5304	2.9996	3.4500	3.8794
<b>0.16</b>	0	0.7646	1.5229	2.2689	2.9968	3.7013	4.3775	5.0215	5.6298
<b>0.18</b>	0	1.0899	2.1692	3.2276	4.2555	5.2439	6.1854	7.0734	7.9029
<b>0.2</b>	0	1.5182	3.0188	4.4848	5.9004	7.2516	8.5263	9.7150	10.8104

Tab. 4.1: Tempo inicial 1000 ms e com velocidades de 2.5 m/ms e 3.5 m/ms.

$h/\phi$	<b>0</b>	<b>50</b>	<b>100</b>	<b>150</b>	<b>200</b>	<b>250</b>	<b>300</b>	<b>350</b>	<b>400</b>
<b>0</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>0.02</b>	0	0.0087	0.0174	0.0260	0.0346	0.0431	0.0515	0.0597	0.0679
<b>0.04</b>	0	0.0370	0.0738	0.1104	0.1468	0.1828	0.2182	0.2531	0.2874
<b>0.06</b>	0	0.0941	0.1879	0.2811	0.3733	0.4644	0.5540	0.6419	0.7277
<b>0.08</b>	0	0.1895	0.3782	0.5655	0.7506	0.9327	1.1113	1.2858	1.4556
<b>0.10</b>	0	0.3338	0.6661	0.9952	1.3197	1.6381	1.9491	2.2515	2.5442
<b>0.12</b>	0	0.5396	1.0762	1.6068	2.1285	2.6386	3.1346	3.6141	4.0753
<b>0.14</b>	0	0.8220	1.6385	2.4441	3.2337	4.0024	4.7459	5.4603	6.1422
<b>0.16</b>	0	1.1993	2.3890	3.5600	4.7034	5.8111	6.8758	7.8912	8.8520
<b>0.18</b>	0	1.6943	3.3727	5.0198	6.6211	8.1635	9.6351	11.0264	12.3294
<b>0.2</b>	0	2.3360	4.6461	6.9054	9.0906	11.1809	13.1584	15.0085	16.7202

Tab. 4.2: Tempo inicial 1000 ms e com velocidades de 2.5 m/ms e 5.5 m/ms.

velocidades é a verdadeira tem que os valores da tabela são os erros do posicionamento do ponto médio na  $CO(h + 500)$ . Observe que na tabela não possui inclinações negativas, pois como visto na equação (4.13), para os ângulos negativos basta multiplicar os valores da tabela por  $-1$ .

Na Tabela 4.2, tem-se os valores da diferença em metros dos pontos médios das  $CO(h + 500)$ , após aplicado a OCO partindo das  $CO(h, \phi)$  com a velocidade de 2.5 m/ms e a outra com a velocidade de 5.5 m/ms, onde para cada  $CO(h, \phi)$  tem a seguinte configuração: tempo trânsito igual a 1000 ms e o ponto médio igual a zero metros.

Na Tabela 4.3, tem-se os valores da diferença em metros dos pontos médios das  $CO(h + 500)$ , após aplicado a OCO partindo das  $CO(h, \phi)$  com a velocidade de 2.5 m/ms e a outra com a velocidade de 3.5 m/ms, onde para cada  $CO(h, \phi)$  tem a seguinte configuração: tempo trânsito igual a 3000 ms e o ponto médio igual a zero metros.

Na Tabela 4.4, tem-se os valores da diferença em metros dos pontos médios das  $CO(h +$

$h/\phi$	0	50	100	150	200	250	300	350	400
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.02	0	0.0002	0.0004	0.0006	0.0008	0.0010	0.0012	0.0014	0.0016
0.04	0	0.0008	0.0017	0.0025	0.0034	0.0042	0.0050	0.0059	0.0067
0.06	0	0.0021	0.0042	0.0064	0.0085	0.0106	0.0127	0.0148	0.0169
0.08	0	0.0042	0.0084	0.0127	0.0169	0.0211	0.0253	0.0295	0.0336
0.10	0	0.0073	0.0146	0.0220	0.0293	0.0365	0.0438	0.0511	0.0583
0.12	0	0.0116	0.0232	0.0348	0.0464	0.0579	0.0694	0.0809	0.0923
0.14	0	0.0173	0.0346	0.0518	0.0690	0.0862	0.1033	0.1204	0.1373
0.16	0	0.0245	0.0491	0.0736	0.0980	0.1223	0.1466	0.1707	0.1947
0.18	0	0.0336	0.0672	0.1007	0.1341	0.1674	0.2005	0.2335	0.2662
0.2	0	0.0447	0.0893	0.1338	0.1782	0.2224	0.2663	0.3100	0.3534

Tab. 4.3: Tempo inicial 3000 ms e com velocidades de 2.5 m/ms e 3.5 m/ms.

$h/\phi$	0	50	100	150	200	250	300	350	400
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.02	0	0.0003	0.0006	0.0010	0.0013	0.0016	0.0019	0.0023	0.0026
0.04	0	0.0014	0.0027	0.0041	0.0054	0.0068	0.0082	0.0095	0.0109
0.06	0	0.0034	0.0069	0.0103	0.0137	0.0172	0.0206	0.0240	0.0274
0.08	0	0.0068	0.0137	0.0205	0.0273	0.0341	0.0409	0.0477	0.0544
0.10	0	0.0118	0.0237	0.0355	0.0473	0.0591	0.0709	0.0826	0.0943
0.12	0	0.0188	0.0375	0.0563	0.0750	0.0937	0.1123	0.1308	0.1493
0.14	0	0.0279	0.0558	0.0837	0.1115	0.1393	0.1669	0.1944	0.2218
0.16	0	0.0396	0.0792	0.1187	0.1582	0.1975	0.2366	0.2756	0.3144
0.18	0	0.0542	0.1083	0.1623	0.2162	0.2699	0.3234	0.3765	0.4294
0.2	0	0.0719	0.1438	0.2155	0.2870	0.3582	0.4291	0.4995	0.5694

Tab. 4.4: Tempo inicial 3000 ms e com velocidades de 2.5 m/ms e 5.5 m/ms.

500), após aplicado a OCO partindo das  $CO(h, \phi)$  com a velocidade de 2.5 m/ms e a outra com a velocidade de 5.5 m/ms, onde para cada  $CO(h, \phi)$  tem a seguinte configuração: tempo trânsito igual a 3000 ms e o ponto médio igual a zero metros.

Observando as Tabelas 4.1 a 4.4 vê que partindo próximo do afastamento nulo, tem-se que a diferença entre os pontos médios é desprezível. Então, após aplicar uma trajetória OCO com uma velocidade qualquer, o ponto final desta trajetória será o dado de entrada para aplicar a equação (4.25), onde a velocidade obtida será usada para traçar novamente a trajetória OCO. Quando a diferença da velocidade das iterações for menor que um valor estipulado, pare. A última velocidade obtida pelas iterações será a velocidade OCO extraída. Na Figura 4.10 tem-se a ideia de como isso acontece. Outro critério importante é observar o intervalo de validade da velocidade para o traçamento do raio de velocidade OCO, pois  $V > 2h/t$  e  $V < |2/\phi|$ .

Fazendo  $dV/dt$  e chamando  $H^2 = 4(h^2 - h_0^2)$ , obtém-se a diferencial da equação (4.25),

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{V^3 t}{H^2}. \quad (4.26)$$

A equação (4.26) ainda pode ser aproveitada de uma outra maneira. Como foi feito no Capítulo 3 com a equação (3.30) a interpretando-a como uma equação iconal de uma onda imagem para OCO. Analogamente à equação (4.26), pode ser interpretada como uma equação iconal de uma onda imagem, desta vez descrevendo a cinemática da propagação do evento de reflexão simulado por uma MCO (ou OCO com as curvas de reflexão com inclinação nula) em função da velocidade. Sendo assim, existe a equação de onda imagem associada. Ela pode ser obtida pelo mesmo raciocínio aplicado anteriormente, i.e., procurando a equação mais simples que, sob substituição da candidata

$$W(t, v) = A(t)F[v - V(t)], \quad (4.27)$$

fornece, no seu termo de maior ordem, a equação iconal (4.26). Não é difícil verificar que a equação procurada, chamada de equação da onda imagem para continuação de velocidade MCO, é

$$W_t + \kappa(t)W_v = 0, \text{ com } \kappa(t) = -V_t = \frac{V^3 t}{H^2}. \quad (4.28)$$

Esta onda imagem pode ser aplicada em cada traço individualmente em uma seção de afastamento comum com  $h > 0$ , diferentes dos outros que são aplicados em seções sísmicas. Note a semelhança com a equação da onda imagem para remigração na velocidade vertical em meios elípticamente anisotrópicos (Schleicher et al., 2008). A equação (4.28) pode ser resolvida numericamente de modo similar à equação discutida por estes autores, permitindo a comparação direta da seção simulada com a seção adquirida.

Como visto acima pode-se aplicar a equação da onda imagem para continuação de velocidade MCO partindo de seções de afastamento não nulas com afastamentos pequenos ou seções com afastamento grandes, mas com as curvas de reflexão com pequena inclinação. Para isso executa-se os seguintes passos:

1. Aplique a OCO com algum modelo de velocidade coerente.
2. Execute a onda imagem para continuação de velocidade MCO até obter a maior coerência entre o traço simulado com o traço adquirido, e com isso extraia a velocidade.
3. Repita o Passo 1 com o modelo de velocidade obtido no Passo 2.
4. Quando a diferença da velocidade obtida no Passo 3 com a do Passo 2 for menor que um certo valor estipulado pare.
5. A velocidade obtida do Passo 4 é a velocidade OCO para aquela posição.

A Figura 4.10, mostra o que acontece quando usa-se o algoritmo em forma iterada.

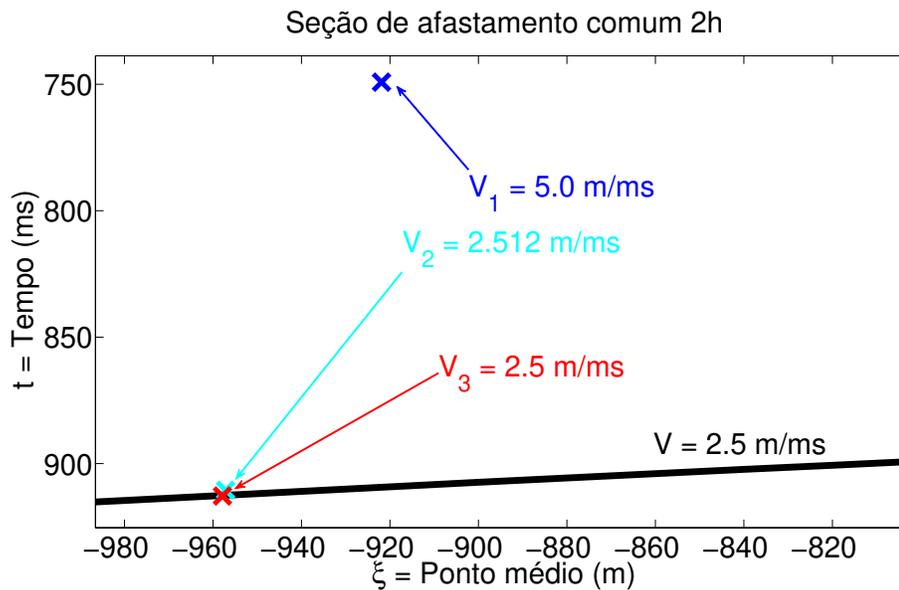


Fig. 4.10: Os pontos  $X$  são pontos finais de uma trajetória OCO saindo  $h_0 = 500$  m até  $h = 900$  m, onde  $V_1$  foi a velocidade inicial e as velocidades  $V_2$  e  $V_3$  foram obtidas após aplicar a fórmula (4.25) em cada iteração. A curva preta é a curva de reflexão naquela seção com a velocidade verdadeira de 2.5 m/ms.

## 4.5 Observações:

O modelo diferencial para a continuação do afastamento é baseado em várias suposições. É importante para entendê-las plenamente, a fim de compreender as limitações práticas deste modelo.

- \* A suposição da velocidade constante é essencial para construção teórica. Na prática, esta limitação não é muito crítica, podendo até ser usada em modelos com pequena variação lateral de velocidade (localmente constante com velocidade média).
- \* A suposição de um único refletor facilita o desenvolvimento. Dada a linearidade das equações que descrevem os processos, o que vale para um único evento vale para superposição dos eventos, podendo ser aplicado caso haja várias camadas homogêneas suavemente curvas.
- \* Múltiplas foram eliminadas.

Também, pode-se executar uma migração em tempo a partir de uma seção de afastamento nulo com a seguinte fórmula,

$$t_* = \sqrt{V^2\tau^2/4 + (X - \xi_*)^2},$$

$$\frac{dt_*}{d\xi_*} = \phi_* = -(X - \xi_*)/t_*,$$
(4.29)

onde  $\tau$  é o tempo em uma seção migrada em tempo e  $X$  é a coordenada horizontal do refletor.

Então, para migração em tempo após usar a teoria dos raios de velocidade OCO, execute os seguinte passos:

1. Para obter a velocidade OCO  $V$ , aplique os raios de velocidade OCO em duas seções de afastamento comum distintas.
2. Com a velocidade OCO obtida, faça uma MZO, obtendo  $(\xi_*, t_*)$  sobre uma curva de reflexão em uma seção de afastamento nulo.
3. Determine a inclinação  $\phi_*$  desta curva de reflexão no ponto  $(\xi_*, t_*)$ .
4. Com o conjunto  $\{t_*, \xi_*, \phi_*, V\}$ , aplique as fórmulas de (4.29).

# Capítulo 5

## Experimentos Numéricos

Para validar os resultados teóricos deste trabalho, apresenta-se neste capítulo três exemplos numéricos simples para a análise da obtenção da velocidade OCO usando as técnicas descritas nos capítulos anteriores. Todos os modelos possuem variação vertical de velocidade. O primeiro modelo consiste somente de interfaces horizontais, enquanto o segundo e o terceiro modelo apresenta também variação lateral da velocidade, tendo interfaces curvas.

O primeiro modelo (veja Figura 5.1) consiste de seis camadas homogêneas, separadas por interfaces horizontais e planas. As interfaces estão nas profundidades de 500 m, 1000 m, 1500 m, 2000 m, 2500 m, 3000 m e as velocidades das camadas são 1.5 m/ms, 2.0 m/ms, 2.5 m/ms, 3.0 m/ms, 3.5 m/ms e 4.0 m/ms de cima para baixo. Neste modelo, gerou-se duas seções sísmicas sintéticas de afastamento comum com dois diferentes meio-afastamentos, um de 50 metros (veja Figura 5.2) e o outro de 400 metros (veja Figura 5.3). Foram disparados 100 tiros sobre a linha sísmica, com espaçamento entre as fontes de 25 metros, e espaçamento entre os geofones de 25 metros também. O pulso da fonte utilizada tem a forma

$$f(t) = \cos(\omega t)e^{-(\omega t/\gamma)^2}, \quad (5.1)$$

onde  $t$  é tempo,  $\omega = 2\pi\nu$ , com  $\nu = 25$  Hz e  $\gamma = 3.5$ .

Para o modelamento, foi usado o programa de modelamento **seis88**, de autoria de Vlastislav Červený e Ivan Pšenčíc, desenvolvido no Departamento de Geofísica da Charles University, República Tcheca, podendo ser baixado de <http://seis.karlov.mff.cuni.cz/software/seis/>.

Para traçar numericamente as trajetórias OCO foi utilizado o sistema (4.2), onde na variável  $t$  foi utilizada a fórmula da equação (3.18), e para as outras diferenciais foram resolvidas com o método de Euler com  $\Delta h = 0.25$  metros. E para o raio de velocidade OCO, foi utilizado a forma direta que é a equação (4.25) de forma iterativa, após traçar uma trajetória OCO com velocidade inicial de 6.0 m/ms, refaça todo processo com a nova velocidade adquirida até que a velocidade anterior menos a obtida em valor absoluto fosse menor que  $10^{-5}$  m/ms. Então, a velocidade final foi chamada de velocidade OCO daquele ponto. Na interpolação entre os pontos de todas as amostras foi utilizado interpolação linear entre os pontos. Ou seja, cada ponto é ligado por uma reta.

Nas Figuras 5.4 a 5.7, comparam-se os valores das velocidades OCO extraídas com as velocidades RMS teóricas deste modelo da primeira até a quinta interface.

Os cálculos para as velocidades RMS foram feitos com a fórmula de Dix (1955), sendo

$$V_N^2 = \frac{\sum_{i=1}^N V_i^2 \Delta t_i}{\sum_{i=1}^N \Delta t_i}, \quad (5.2)$$

onde  $V_i$  é a velocidade em cada camada e  $\Delta t_i$  é tempo para atravessar a camada  $i$  por um raio reto, e  $V_N$  a velocidade RMS do  $n$ -ésimo refletor.

No segundo modelo (veja Figura 5.9), tem-se três camadas, onde o primeiro refletor é plano e o segundo e curvo, e também tem-se que a primeira camada é heterogênea com a velocidade no topo de 1.5 m/ms e crescendo linearmente até 2.0 m/ms no fundo. e a segunda camada é homogênea com velocidade de 2.1 m/ms, onde gerou-se dois sismogramas sintéticos em duas diferentes seções de afastamento comum (veja Figuras 5.10 e 5.11), um com meio-afastamento de 50 m e o outro com meio-afastamento de 150 m, para aplicar a teoria do raio de velocidade OCO e com as velocidades OCO para serem utilizadas na MZO, onde a curva de reflexão obtida por este processo teve um erro muito pequeno com a verdadeira curva de reflexão na seção de afastamento nulo modelada. Da mesma forma do primeiro modelo foram disparados 100 tiros sobre a linha sísmica, com espaçamento entre as fontes de 25 m, e espaçamento entre os geofones de 25 m também. A fonte utilizada é a mesma do primeiro modelo, só que o primeiro tiro foi dado a 500 m à direita da origem. Para o modelamento, foi usado o programa de modelamento **seis88**, numericamente para traçar as trajetórias OCO foi utilizado o sistema (4.2), onde na variável  $t$  foi utilizada a fórmula da equação (3.18), e para as outras diferenciais foram resolvidas com o método de Euler com  $\Delta h = 0.25$  m. E para o raio de velocidade OCO, foi utilizado a forma direta que é a equação (4.25) de forma iterativa, após traçar uma trajetória OCO com velocidade inicial de 6.0 m/ms, refaça todo processo com a nova velocidade adquirida até que a velocidade anterior menos a obtida em valor absoluto fosse menor que  $10^{-5}$  m/ms. Então, a velocidade final foi chamada de velocidade OCO daquele ponto. Na interpolação entre os pontos de todas as amostras foi utilizado interpolação linear entre os ponto. Ou seja, cada ponto é ligado por uma reta. Tanto na figura como para amostra dos dados. Com a velocidade OCO obtida pelo proceso (veja Figura 5.12) usou-se uma migração para afastamento nulo tipo Kirchhoff de acordo com Tygel et al. (1998), veja Figura 5.13, e obteve-se um bom resultado com erros menores que um por cento (veja Figura 5.14).

No terceiro modelo (veja Figura 5.15) usou-se os programas, **trimodel** para gerar o modelo, **triseis** para modelar os dados sísmicos com a frequência de  $\nu = 25$  Hz, que são do pacote de ferramentas do Seismic Un\*x (Cohen e Stockwell, 2006). O modelo tem cinco camadas homogêneas curvadas, onde as velocidades são respectivamente: 1.508 m/ms, 1.581 m/ms, 1.690 m/ms, 1.826 m/ms e 2.0 m/ms, onde gerou-se dois sismogramas sintéticos em duas diferentes seções de afastamento comum (veja Figuras 5.16 e 5.17), um com meio-afastamento de 100 m e o outro com meio-afastamento de 200 m. O primeiro tiro foi dado em zero metros e espaçamento entre as fontes de 50 m e entre os geofones de também 50 m. Numericamente para traçar as trajetórias OCO foi utilizado o sistema (4.2), onde na variável  $t$  foi utilizada a fórmula da equação (3.18), e para as outras diferenciais foram resolvidas com o método de Euler com  $\Delta h = 0.25$  m. E para o raio de velocidade OCO, foi

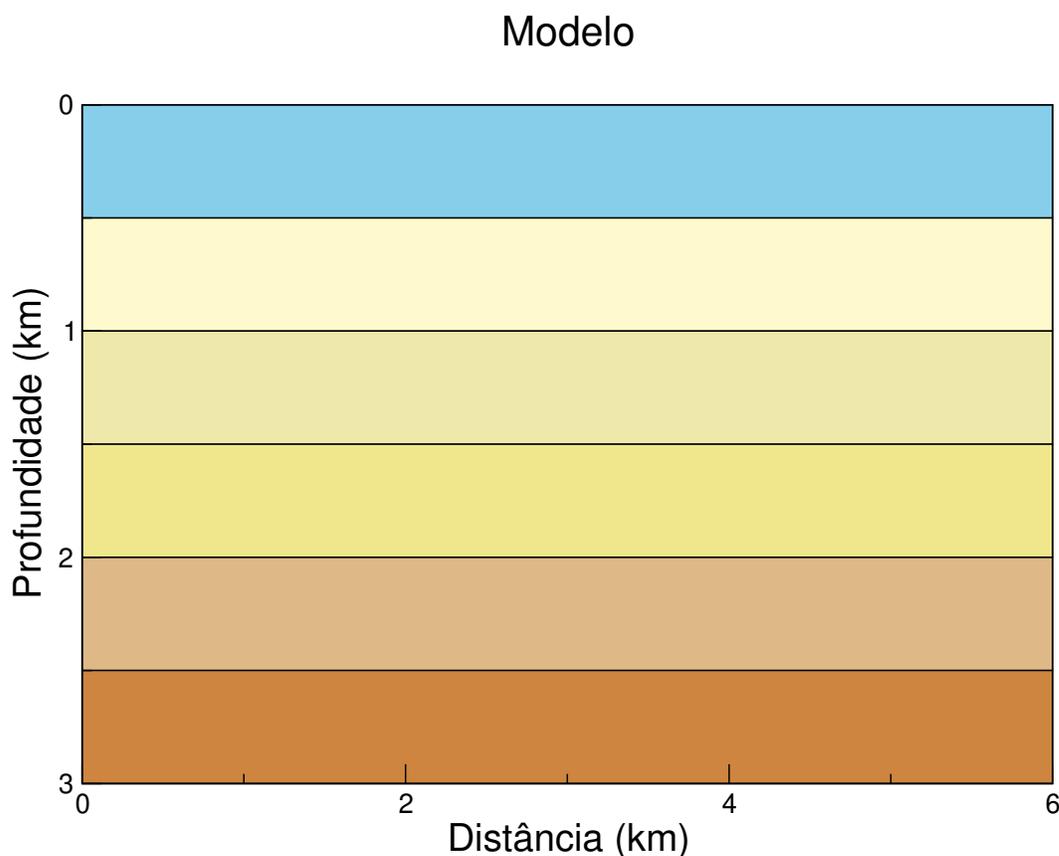


Fig. 5.1: *Modelo sísmico heterogêneo com seis camadas homogêneas onde suas velocidades, de cima para baixo, são respectivamente: 1.5 m/ms, 2.0 m/ms, 2.5 m/ms, 3.0 m/ms, 3.5 m/ms e 4.0 m/ms.*

utilizado a forma direta que é a equação (4.25) de forma iterativa, após traçar uma trajetória OCO com velocidade inicial de 6.0 m/ms, refaça todo processo com a nova velocidade adquirida até que a velocidade anterior menos a obtida em valor absoluto fosse menor que  $10^{-5}$  m/ms. Então, a velocidade final foi chamada de velocidade OCO daquele ponto. Na interpolação entre os pontos de todas as amostras foi utilizado interpolação linear entre os pontos. Ou seja, cada ponto é ligado por uma reta.

Na Figura 5.18, compara-se os valores das velocidades OCO extraídas com as velocidades RMS teóricas deste modelo na quarta interface. Na Figura 5.19 mostra-se o erro da velocidade OCO com a velocidade RMS deste modelo.

Aqui, os valores sobre as curvas de reflexão onde saem as trajetórias OCO para posterior traçamento dos raios de velocidade OCO vão ser chamados de dados iniciais, e os valores sobre uma curva de reflexão alvo em uma outra seção de afastamento comum será chamada de dados de referência.



Fig. 5.2: Sismograma sintético de uma seção de afastamento comum com meio-afastamento de 50 m e cada curva em azul claro é a curva de tempo de reflexão referente a cada camada do modelo da Figura 5.1.

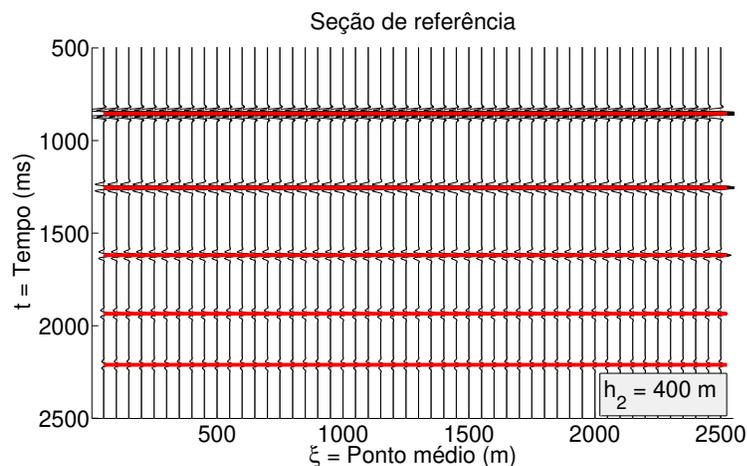


Fig. 5.3: Sismograma sintético de uma seção de afastamento comum com meio-afastamento de 400 m e cada curva vermelha é a curva de tempo de reflexão referente a cada camada do modelo da Figura 5.1.

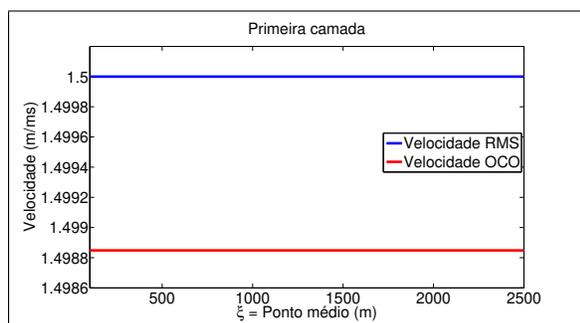


Fig. 5.4: Comparação da velocidade OCO com a velocidade RMS da primeira camada.

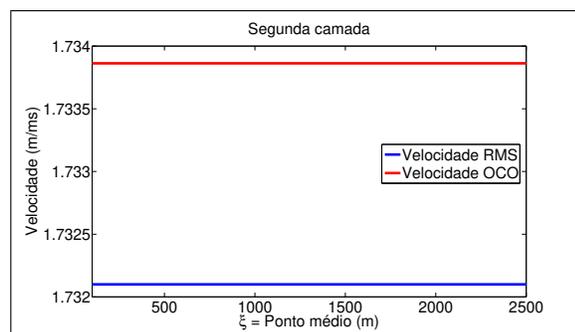


Fig. 5.5: Comparação da velocidade OCO com a velocidade RMS da segunda camada.

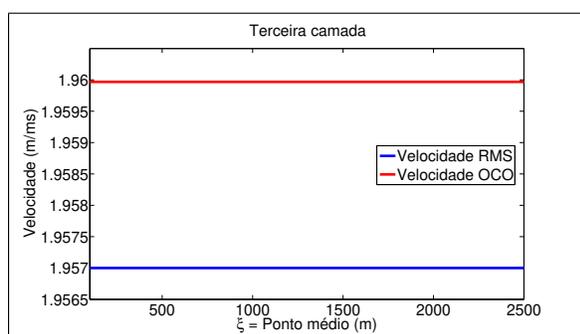


Fig. 5.6: Comparação da velocidade OCO com a velocidade RMS da terceira camada.

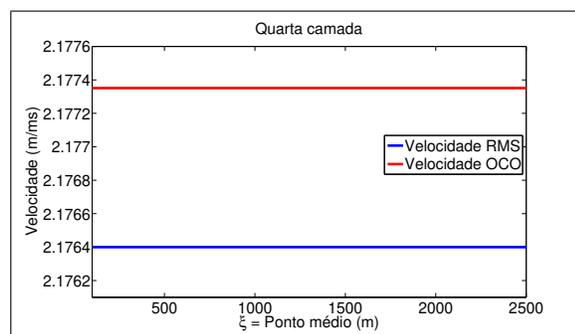


Fig. 5.7: Comparação da velocidade OCO com a velocidade RMS da quarta camada.

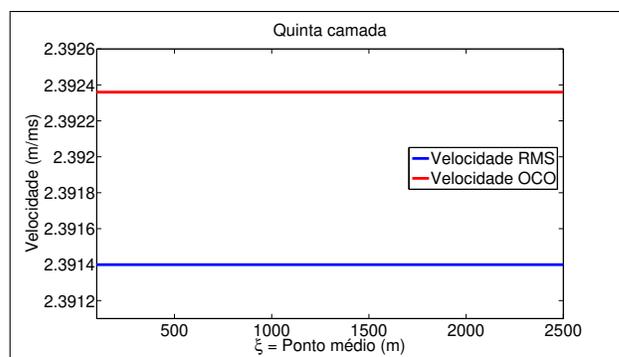


Fig. 5.8: Comparação da velocidade OCO com a velocidade RMS da quinta camada.

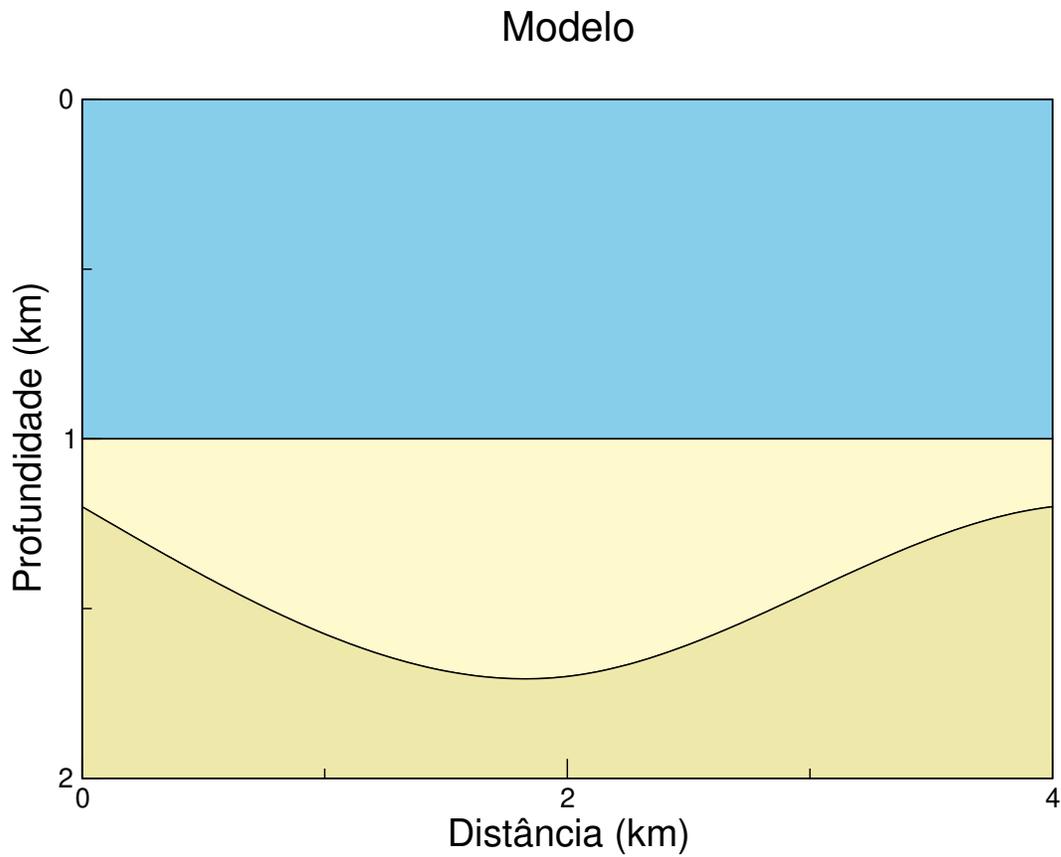


Fig. 5.9: *Modelo sísmico heterogêneo com três camadas, uma heterogênea e as outra duas homogêneas, onde o segundo refletor é curvado. Sendo as velocidades a seguinte: no topo da primeira camada heterogênea 1.5 m/ms e crescendo linearmente até 2.0 m/ms no fundo, na segunda camada a velocidade é de 2.1 m/ms e na terceira camada 2.5 m/ms.*

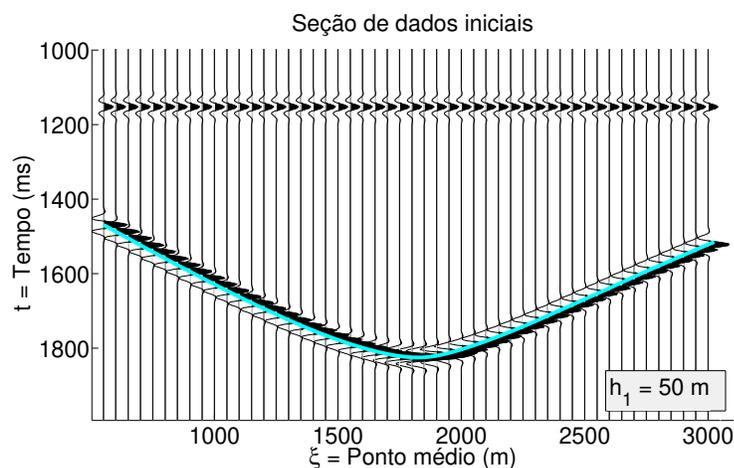


Fig. 5.10: Sismograma sintético de uma seção de afastamento comum com meio-afastamento de 50 m, e a curva azul referente curva de tempo de reflexão do refletor curvado do modelo da Figura 5.9 como dado inicial.

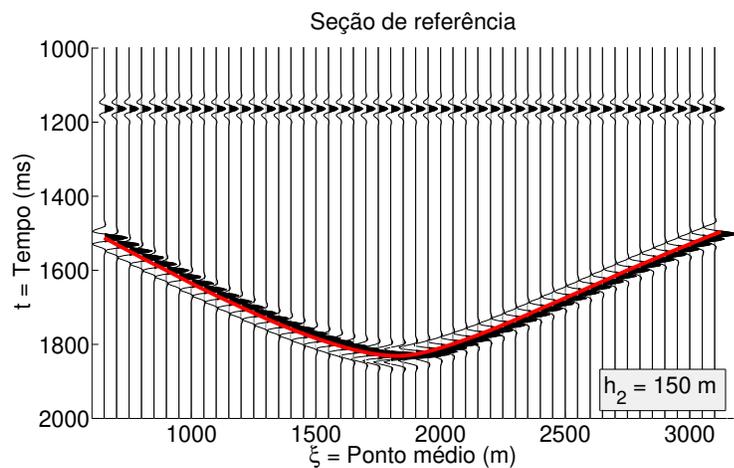


Fig. 5.11: Sismograma sintético de uma seção de afastamento comum com meio-afastamento de 150 m, e a curva vermelha referente curva de tempo de reflexão do refletor curvado do modelo da Figura (5.9) como dado de referência.

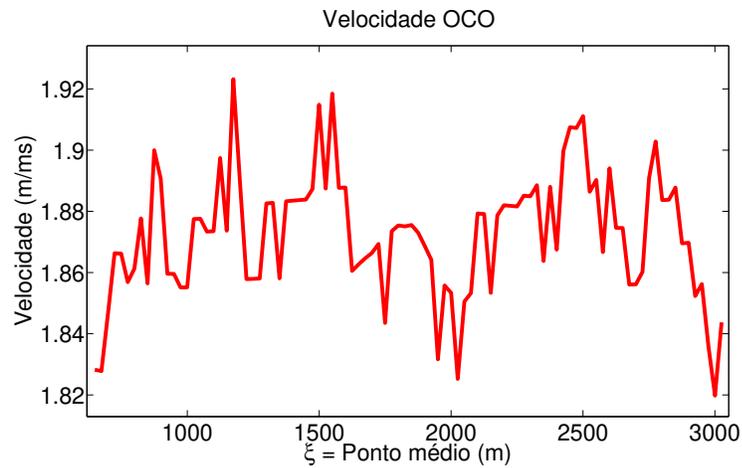


Fig. 5.12: *Velocidade OCO extraída da utilização do raio de velocidade OCO, obtida das curvas de reflexão do dado inicial e de referência.*

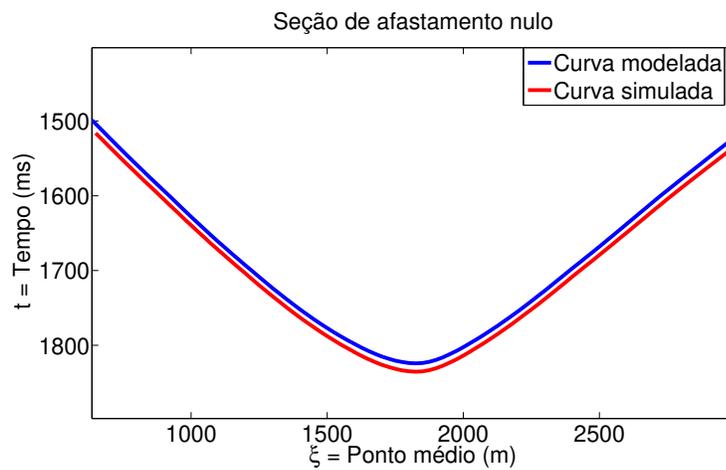


Fig. 5.13: *Comparação visual entre o tempo de reflexão simulado pela MZO com a velocidade OCO obtida anterior, com o tempo de reflexão de fato obtida pelo modelador.*

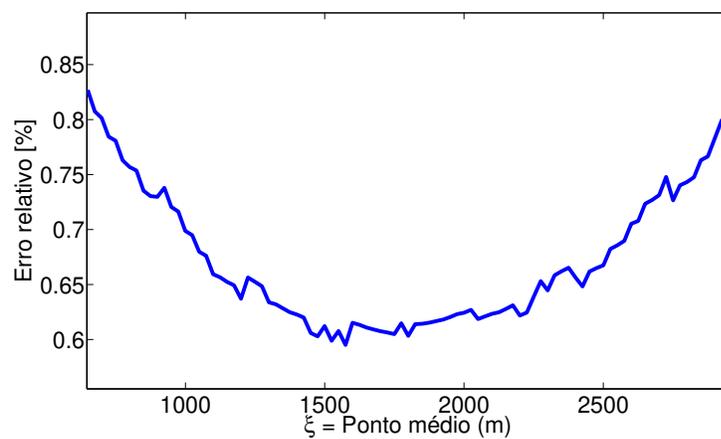


Fig. 5.14: Erro relativo obtido com a comparação entre os dois tempos de reflexão.

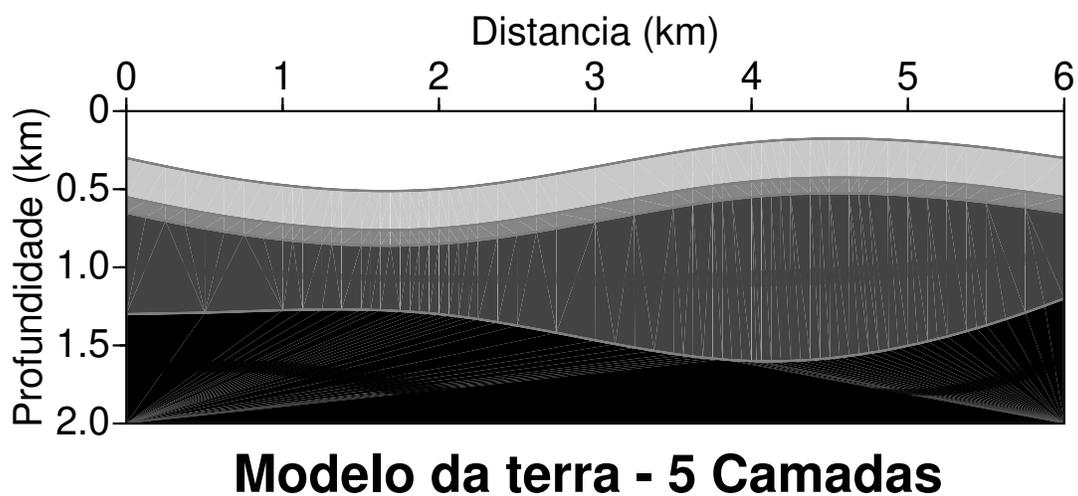


Fig. 5.15: Modelo sísmico heterogêneo com cinco camadas homogêneas, onde as velocidades da camada do topo para o fundo, são respectivamente: 1.508 m/ms, 1.581 m/ms, 1.690 m/ms, 1.826 m/ms e 2.0 m/ms.

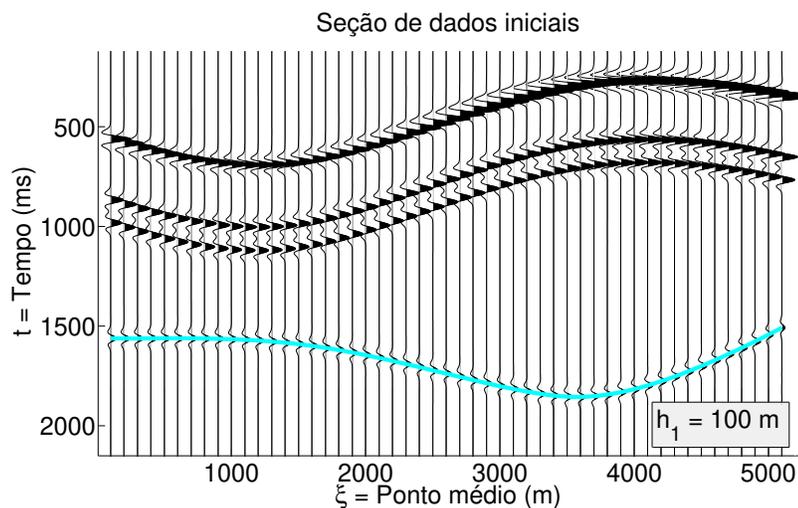


Fig. 5.16: *Sismograma sintético de uma seção de afastamento comum com meio-afastamento de 100 m, e a curva azul referente a quarta curva de tempo de reflexão do refletor do modelo da Figura 5.15 como dado inicial.*

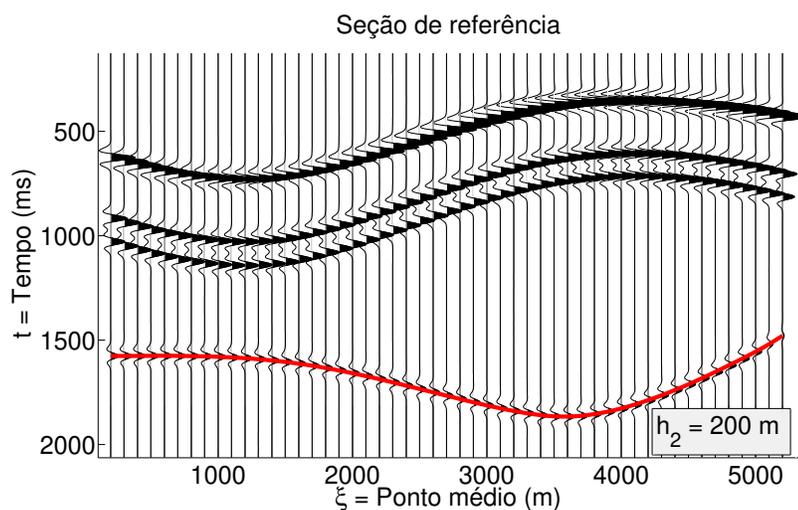


Fig. 5.17: *Sismograma sintético de uma seção de afastamento comum com meio-afastamento de 200 m, e a curva vermelha referente a quarta curva de tempo de reflexão do modelo da Figura 5.15 como dado de referência.*

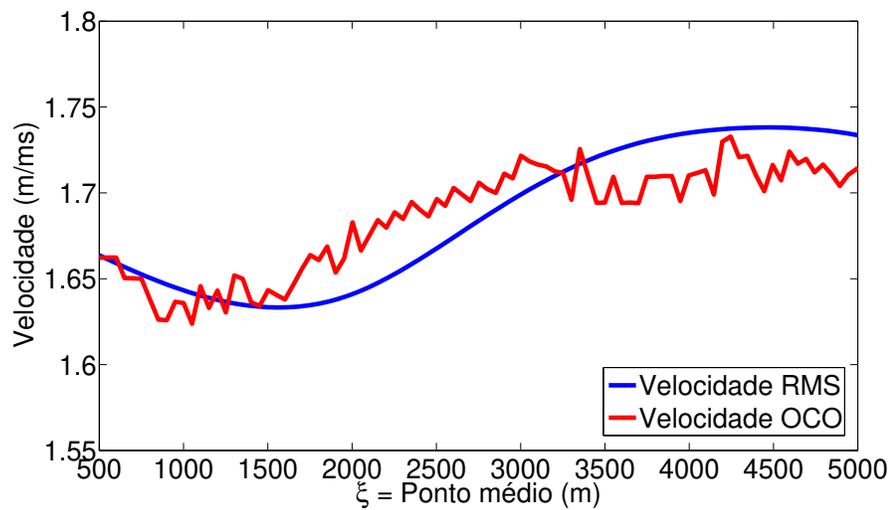


Fig. 5.18: Velocidade OCO extraída da utilização do raio de velocidade OCO, obtida das curvas de reflexão do dado inicial e de referência.

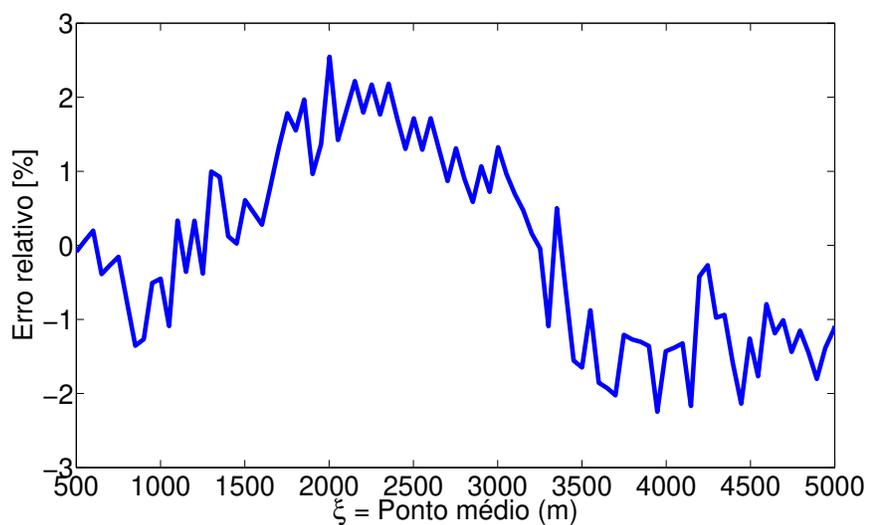


Fig. 5.19: Erro relativo obtido com a comparação entre as duas velocidades.

# Capítulo 6

## Conclusões

Neste trabalho, foram apresentados conceitos e algoritmos de uma ferramenta nova para análise de velocidade que determina velocidades médias como aproximações da velocidade RMS.

Apresentou-se o conceito de onda imagem, onda imagem para OCO e foi formulado uma onda imagem para o problema do raio de velocidade OCO. Para os problemas do raio de velocidade OCO e para OCO também foram apresentadas as suas respectivas equações de onda imagem, iconal da onda imagem e onda imagem de Huygens. Para melhor entender estes conceitos foram introduzidos os conceitos da onda acústica, onde foi dado ênfase na parte que descreve o comportamento cinemático do mesmo.

Aplicou-se o método das características na equação iconal da onda imagem para OCO, e obteve-se com isto um sistema de traçamento de curvas no domínio  $t \times \xi \times h$ , referentes a pontos de tempo de reflexão do mesmo ponto de reflexão, que foram chamadas de Trajetórias OCO.

Resolveu-se analiticamente o problema geometricamente proposto por Filpo (2005), assim obtendo o que foi chamada de raio de velocidade OCO, e de acordo com a teoria da onda imagem (Hubral et al., 1996b) foi formulado uma onda imagem para continuação da velocidade MCO.

Da teoria desenvolvida aqui para análise de velocidade, obteve-se um tipo de velocidade que foi chamada de velocidade OCO.

No Capítulo 5, vê-se através de experimentos numéricos que o raio de velocidade OCO, pode ser usado em meios com variação vertical e lateral de velocidade, foram executados experimentos com variação lateral de velocidade, assim pode-se pensar como estudo posterior em obter uma fórmula para tal comportamento através de dados realizados em vários afastamentos, para poder obter uma MZO bem aproximada da real e até mesmo uma boa migração em tempo.

Lembrando que a fraqueza do método proposto aqui é que necessita-se de uma imagem onde as curvas de reflexão sejam bem visíveis ao ponto de que seja possível rastreá-las no dado. Observa-se que muitas vezes esta situação é um pouco inviável ou impraticável.

Uma ideia não tentada, mas que pode ser útil com as equações de onda imagem para OCO e de velocidade MCO é: aplicá-las diretamente através de alguma técnica de diferenças

finitas. Após aplicar a onda imagem para OCO em uma seção de afastamento comum com algum modelo de velocidade, pode-se aplicar em cada traço separadamente a equação da onda imagem para continuação da velocidade MCO e como critério de parada utiliza-se uma correlação entre os traços simulados com os traços reais, assim, quando obter o maior valor é a velocidade OCO daquele ponto. Com isso, evita-se que se busque pontos sobre curvas de reflexão nestas seções.

Outra coisa que tem ser comentada é que todas as equações foram desenvolvidas supondo inicialmente que o meio era isotrópico e homogêneo. Mas, pelos experimentos mostrou-se que essa hipótese pode ser enfraquecida um pouco. Fica como outro ponto de pesquisa até que ponto as hipóteses podem ser enfraquecidas para que o método permaneça válido.

E por fim, a velocidade OCO não é na maioria dos casos a velocidade do meio, e sim um tipo de velocidade média que se usa na OCO (ou MZO) e em qualquer outro método de migração em tempo que parta dos mesmo princípios a base dos quais foram desenvolvidos as equações deste trabalho. Entretanto, a velocidade OCO pode ser usada como critério para estimar as velocidades do meio.

# Referências Bibliográficas

- BAGAINI, C.; SPAGNOLINI, U., *in* Common-shot velocity analysis by shot continuation operators: p., 673–676, 1993.
- , 2D continuation operators and their applications. **Geophysics**, v. 61, p.1846–1858, 1996.
- BAGAINI, C.; SPAGNOLINI, U.; PAZIENZA, V., *in* Velocity analysis and missing offset restoration by prestack continuation operators: p., 673–676, 1994.
- BIONDI, B.; FOMEL, S.; CHEMINGUI, N. Azimuth moveout for 3-D prestack imaging. **Geophysics**, v. 63, p.574–588, 1998.
- BLEISTEIN, N., *Mathematical methods for wave phenomena*: Academic Press, INC, 1984.
- BLEISTEIN, N.; COHEN, J. The effect of curvature on true-amplitude DMO: Proof of concept. **Research Note, Center of Wave Phenomena**, v. CWP-193, 1995.
- BOLONDI, G.; LOINGER, E.; ROCCA, F. Offset continuation of seismic sections. **Geophysical Prospecting**, v. 30, p.813–828, 1982.
- , Offset continuation in theory and practice. **Geophysical Prospecting**, v. 32, p.1045–1073, 1984.
- CANNING, A.; GARDNER, G. H. F. Regularizing 3D data sets with DMO. **Geophysics**, v. 61, p.1101–1114, 1996.
- ČERVENÝ, V., *Seismic ray method*: Cambridge University Press, 2001.
- COHEN, J.; STOCKWELL, JR., J. CWP/SU: Seismic Unix release no. 39: A free package for seismic research and processing. **Center of Wave Phenomena, Colorado School of Mines**, , 2006.
- COLLINS, C. L. Imaging in 3D DMO; Part I: Geometrical optics model; Part II: Amplitude effects. **Geophysics**, v. 62, p.211–244, 1997.
- DEREGOWSKI, S.; ROCCA, F. Geometrical optics and wave theory of constant offset sections in layered media. **Geophysical Prospecting**, v. 29, p.374–406, 1981.
- DIX, C. H. Seismic velocities from surface measurements. **Geophysics**, v. 20, p.68–86, 1955.
- EVANS, L. C., *Partial differential equations*: AMS, 1998.
- FILPO, E., *in* Horizon velocity analysis using OCO rays: p., 372:1–4, 2005.
- FOMEL, S. Kinematically equivalent differential operator for offset continuation of reflected wave seismograms. **Russian Geology and Geophysics**, v. 35, n. 9, p.122–134, 1994a.
- , Method of velocity continuation in the problem of temporal seismic migration. **Russian Geology and Geophysics**, v. 35, n. 9, p.100–111, 1994b.
- , Applications of plane-wave destruction filters. **Geophysics**, v. 67, p.1946–1960,

- 2002.
- , Theory of differential offset continuation. **Geophysics**, v. 68, p.718–732, 2003.
- FOMEL, S.; BLEISTEIN, N. Amplitude-preservation for offset continuation: Confirmation for Kirchhoff data. **Center of Wave Phenomena**, v. CWP-197, 1996.
- GOLDIN, S. A geometrical approach to seismic processing: The method of discontinuities. **Stanford Exploration Project**, v. 67, p.171–209, 1990.
- HUBRAL, P.; SCHLEICHER, J.; TYGEL, M. A unified approach to 3-D seismic reflection imaging - Part I: Basic concepts. **Geophysics**, v. 61, p.742–758, 1996a.
- HUBRAL, P.; TYGEL, M.; SCHLEICHER, J. Seismic image waves. **Geophysical Journal International**, v. 125, n. 2, p.431–442, 1996b.
- SALVADOR, L.; SAVELLI, S. Offset continuation for seismic stacking. **Geophysical Prospecting**, v. 30, p.829–849, 1982.
- SANTOS, L.; SCHEICHER, J.; TYGEL, M. 2.5-D true-amplitude offset continuation. **J. Seism. Expl.**, v. 6, p.103–116, 1997.
- SCHLEICHER, J.; BAGAINI, C. Controlling amplitudes in 2.5D common-shot migration to zero offset. **Geophysics**, v. 69, p.1299–1310, 2004.
- SCHLEICHER, J.; NOVAES, A.; COSTA, J. Vertical image waves in elliptically anisotropic media. **Stud. Geophys. Geod.**, v. 52, p.101–122, 2008.
- TYGEL, M.; SCHLEICHER, J.; HUBRAL, P. Dualities involving reflectors and reflection-time surfaces. **Journal of Seismic Exploration**, v. 4, p.123–150, 1995.
- , A unified approach to 3-D seismic reflection imaging - Part II: Theory. **Geophysics**, v. 61, p.759–775, 1996.
- TYGEL, M.; SCHLEICHER, J.; HUBRAL, P. et al. 2.5-D true-amplitude Kirchhoff migration to zero offset in laterally inhomogeneous media. **Geophysics**, v. 63, p.557–573, 1998.
- YILMAZ, Ö., Seismic data analysis: Investigations in Geophysics No. 10:SEG, 2000.

# Apêndice A

## Método das Características

Considere a equação diferencial parcial

$$\begin{aligned} F(\mathbf{x}, u(\mathbf{x}), \mathbf{p}(\mathbf{x})) &= 0, \quad \mathbf{x} \in \Omega \subset \mathbb{R}^n, \\ u(\mathbf{x}_0) &= g(\mathbf{x}_0), \quad \mathbf{x}_0 \in \partial\Omega, \end{aligned} \tag{A.1}$$

onde  $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_n)$  com  $p_i = u_{x_i}$ , e  $g : \partial\Omega \rightarrow \mathbb{R}$  e  $F : \Omega \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  sendo funções suaves. O próximo desenvolvimento será sobre o *método das características*, o qual resolve (A.1), convertendo a equação diferencial parcial em um sistema apropriado de equações diferenciais ordinárias. A ideia é calcular um caminho de  $\Omega$  saindo de  $\mathbf{x}_0 \in \partial\Omega$  e indo até  $\mathbf{x} \in \Omega$ . Ou seja, calcular o valor de  $u(\mathbf{x})$  sobre este caminho.

O primeiro passo para revelar a estrutura do sistema de EDO's será ver o que acontece quando move-se uma pequena distância ao longo da hipersuperfície descrita por  $F = 0$ . Ou seja, mover-se de  $\mathbf{x}$  para outro ponto,  $\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x} \in \Omega$ . Claro que, quando isso é feito, ambos  $u$  e  $\mathbf{p}$ , também alteram-se, mas ainda é verdade que  $F(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}, u + \Delta u, \mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}) = 0$ , porque não deixaram a superfície solução, apesar da perturbação das coordenadas. Uma vez que no ponto imperturbável  $F(\mathbf{x}, u, \mathbf{p}) = 0$ , tem-se, que pequenas variações em  $\mathbf{x}$  não produzem mudanças no valor de  $F$ . Então,

$$\begin{aligned} 0 &= \Delta F = F(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}, u + \Delta u, \mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}) - F(\mathbf{x}, u, \mathbf{p}) \\ &\approx \sum_{i=1}^n F_{x_i} \Delta x_i + F_u \Delta u + \sum_{j=1}^n F_{p_j} \Delta p_j. \end{aligned} \tag{A.2}$$

Em (A.2), as derivadas parciais de  $F$  são avaliadas no ponto  $(\mathbf{x}, u, \mathbf{p})$ .

Assuma que a solução de (A.1) é suficientemente suave para permitir a permutação da ordem das derivadas, ou seja,

$$p_{i x_j} = u_{x_i x_j} = u_{x_j x_i} = p_{j x_i}. \tag{A.3}$$

Como  $u$  e  $\mathbf{p}$  dependem de  $\mathbf{x}$ , pode-se escrever as perturbações dessas quantidades em

termos de perturbações de  $\mathbf{x}$ , assim:

$$\begin{aligned}\Delta u &= \sum_{i=1}^n u_{x_i} \Delta x_i = \sum_{i=1}^n p_i \Delta x_i, \\ \Delta p_j &= \sum_{i=1}^n p_{j x_i} \Delta x_i = \sum_{i=1}^n p_{i x_j} \Delta x_i, \quad j = 1, \dots, n.\end{aligned}\tag{A.4}$$

Agora, substituindo (A.4) em (A.2), obtém-se o seguinte resultado

$$\sum_{i=1}^n \left[ F_{x_i} + F_u p_i + \sum_{j=1}^n F_{p_j} p_{i x_j} \right] \Delta x_i = 0.\tag{A.5}$$

Uma vez que as variações dos termos de  $\Delta \mathbf{x}$  são independentes, os coeficientes de cada  $\Delta x_i$  se anulam separadamente.

Assim,

$$\sum_{j=1}^n F_{p_j} p_{i x_j} = -[F_{x_i} + F_u p_i], \quad i = 1, \dots, n.\tag{A.6}$$

Parametrizando  $\mathbf{x}$  em  $\mathbf{x}(\sigma) = (x_1(\sigma), \dots, x_n(\sigma))$ , onde  $\sigma$  é um parâmetro monótono qualquer em  $\mathbb{R}$  define-se,

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\sigma} = \lambda(F_{p_1}, \dots, F_{p_n}),\tag{A.7}$$

onde o fator escalar não nulo  $\lambda = \lambda(\mathbf{x})$  providência um mecanismo de escolha para  $\sigma$  para algum múltiplo apropriado entre  $d\sigma$  e a diferencial do comprimento de arco  $ds = \sqrt{dx_1^2 + \dots + dx_n^2}$ .

Então, substituindo (A.7) em (A.6), temos

$$F_{p_j} p_{i x_j} = \frac{dp_i}{dx_j} \frac{dx_j}{d\sigma} = \frac{dp_i}{d\sigma} = -\lambda[F_{x_i} + F_u p_i], \quad i = 1, \dots, n.\tag{A.8}$$

Com isso resolve-se  $\mathbf{p}$ . Isto é, uma solução desse sistema de equações ganha em cada ponto sobre a *curva característica* uma direção normal  $\mathbf{p}$  a superfície solução de  $u$ .

A determinação de  $u$  para cada  $\mathbf{x}$  sobre um caminho em  $\Omega$  define uma curva característica em  $\mathbb{R}^n$ . Contudo, a equação  $F$  pode depender de  $u$ , e assim terão que ser calculados os valores de  $u(\sigma)$  em cima dessa curva característica. Assim, para completar esse processo obtém-se pela regra da cadeia a seguinte derivação,

$$\frac{du}{d\sigma} = \sum_{j=1}^n u_{x_j} \frac{dx_j}{d\sigma} = \lambda \sum_{j=1}^n F_{p_j} p_j.\tag{A.9}$$

Reescrevendo as equações (A.7), (A.9) e (A.8) nessa ordem, temos:

$$\begin{aligned}\frac{dx_i}{d\sigma} &= \lambda F_{p_i}, \\ \frac{du}{d\sigma} &= \lambda \left[ \sum_{j=1}^n F_{p_j} p_j \right], \\ \frac{dp_i}{d\sigma} &= -\lambda [F_{x_i} + F_u p_i].\end{aligned}\tag{A.10}$$

Este importante sistema de  $2n + 1$  equações diferenciais ordinárias de primeira ordem é chamado de *Equações Características* para a equação diferencial parcial de primeira ordem (A.1). As funções  $\mathbf{p}(\sigma) = (p_1(\sigma), \dots, p_n(\sigma))$  e  $\mathbf{x}(\sigma) = (x_1(\sigma), \dots, x_n(\sigma))$  são chamadas de *Características*.

Suponha que procura-se uma solução passando pela curva

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}_0(\gamma) = (x_{0_1}(\gamma), \dots, x_{0_n}(\gamma)), \quad u_0 = u_0(\gamma), \quad \gamma = (\gamma_1, \dots, \gamma_{n-1}).\tag{A.11}$$

Esta família de parâmetros  $\{\gamma\}$  de valores de  $\mathbf{x}_0$  e  $u_0$  providência dados iniciais (em  $\sigma = 0$ ) para os primeiros  $n + 1$  termos desconhecidos em (A.10). Agora os dados para  $\mathbf{p}_0$  são requeridos, ou seja,  $\mathbf{p}_0(\gamma) = (p_{0_1}(\gamma), \dots, p_{0_n}(\gamma))$ . Para obter uma equação para estas funções impõe-se (A.1) e uma segunda equação. Isto é,

$$\begin{aligned}F(\mathbf{x}_0(\gamma), u_0(\gamma), \mathbf{p}_0(\gamma)) &= 0, \\ \sum_{j=1}^n p_{0_j}(\gamma) \frac{\partial x_{0_j}}{\partial \gamma_k} &= \frac{\partial u_0}{\partial \gamma_k}, \quad k = 1, \dots, n - 1.\end{aligned}\tag{A.12}$$

Usando estas equações, obtém-se os valores iniciais para

$$\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}_0(\gamma) = (p_{0_1}(\gamma), \dots, p_{0_n}(\gamma)).\tag{A.13}$$

Que justamente com (A.11) e (A.13), providência dados iniciais para o sistema de equações (A.10).

Caso tenha uma solução para (A.12) em um ponto  $\gamma_0$ , uma condição suficiente que habilita resolver estas funções na vizinhança deste ponto é

$$\det \begin{bmatrix} F_{p_1} & \cdots & F_{p_n} \\ \frac{\partial x_{0_1}}{\partial \gamma_1} & \cdots & \frac{\partial x_{0_n}}{\partial \gamma_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial x_{0_1}}{\partial \gamma_{n-1}} & \cdots & \frac{\partial x_{0_n}}{\partial \gamma_{n-1}} \end{bmatrix} \neq 0.\tag{A.14}$$

Se esta condição for fixada em todo ponto sobre a curva inicial (A.11), então pode-se resolver as funções  $\mathbf{p}_0$  ao longo desta curva.

Para mais detalhes sobre o método das características consulte Bleistein (1984) e Evans (1998).