

MÉTODOS NÃO-PARAMÉTRICOS PARA A ANÁLISE DE CURVAS DE RESPOSTA

Este exemplar corresponde a redação final da tese devidamente corrigida e defendida pela Sra.

Miriam Rodrigues Silvestre
e aprovada pela Comissão Julgadora.

Campinas, 11 de dezembro de 1992.



Prof. Dr. Belmer Garcia Negrillo
orientador

Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação, UNICAMP, como requisito parcial para obtenção do Título de MESTRE em Estatística.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação

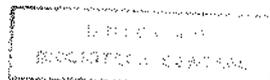
IMECC

MÉTODOS NÃO-PARAMÉTRICOS PARA A ANÁLISE DE CURVAS DE RESPOSTA

Miriam Rodrigues Silvestre

Prof. Dr. Belmer Garcia Negrillo
Orientador

Campinas - São Paulo
1992



"O que sabemos é uma gota, o que ignoramos é um oceano"

Isaac Newton

*Aos meus pais,
Walter e Zoraide, a minha irmã
Luciane e ao meu esposo Manoel.*

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela luz nos momentos mais difíceis.

Aos meus pais, pelo incentivo e otimismo que sempre me transmitiram.

Ao professor Belmer pela amizade, paciência e orientação durante todo este trabalho.

Aos professores do Departamento de Estatística do IMECC (UNICAMP), e dos Departamentos de Matemática e Fisioterapia da FCT (UNESP), campus de Presidente Prudente, que de alguma forma colaboraram com este trabalho.

Aos amigos que conheci em Campinas, dos quais sempre sentirei saudades.

A CAPES e CNPq pelo apoio financeiro.

Ao Manoel que sempre esteve ao meu lado e que agora, compartilha comigo a felicidade de chegar ao final deste trabalho.

ÍNDICE

INTRODUÇÃO

..... viii

CAPÍTULO I. TEORIA DE POSTOS

1.1 - Introdução	1
1.2 - Espaço das Permutações (Definições)	1
1.3 - Distribuição sobre o Espaço das Permutações	2
1.4 - Estatística Linear de Postos	4
1.4.1 - Distribuição da Estatística Linear de Postos	5
1.4.2 - Suposições	7
1.4.3 - Normalidade Assintótica da Est. Linear de Postos ...	8
1.5 - Testes Localmente mais Poderosos de Tamanho α	14
1.5.1 - Testes de Posição para 2 Amostras	14
1.6 - Obtenção de Escores em Testes de Posição	18
1.6.1 - Quando a Função Dens. Adjacente é <u>conhecida</u>	18
1.6.2 - Quando a Função Dens. Adjacente é <u>desconhecida</u>	24
1.7 - Eficiência	29
1.7.1 - Eficiência Relativa de Pitman	29
1.7.2 - Eficiência Relativa Assintótica (ARE)	30

CAPÍTULO II. TESTES DE ORDEM PREDITA PARA A COMPARAÇÃO DE 2 GRUPOS DE CURVAS DE RESPOSTA

2.1 - Introdução	34
2.2 - Teste de IMMICH-SONNEMANN	37
2.3 - Teste de SARRIS-WILKENING	42
2.4 - Teste de KRAUTH-MUNZERT	44
2.5 - Teste de MUNZERT-BARTOSZYK	48

CAPÍTULO III. TESTES PARA A ANÁLISE DE CURVAS DE RESPOSTA UTILIZANDO A FUNÇÃO ESCORE ÓTIMA

3.1 - Introdução	52
3.2 - Teste Univariado	53
3.2.1 - Comparações Múltiplas	58
3.3 - Teste Multivariado	61

CAPÍTULO IV. SUAVIZAMENTO NÃO-PARAMÉTRICO

4.1 - Introdução	76
4.2 - O Modelo	77

CAPÍTULO V. TESTES DE ALEATORIZAÇÃO APLICÁVEIS À CURVAS DE RESPOSTA

5.1 - Introdução	84
5.2 - Teste de Aleatorização utilizando <u>Curvas Interpoladas</u>	85
5.2.1 - Teste p/ Efeito de Tratamento num Ponto no Tempo ...	87
5.2.2 - Teste p/ Efeito de Tratamento sobre um Intervalo de tempo	93
5.2.3 - Procedimento Computacional	98
5.2.4 - Comparações Múltiplas	114
5.3 - Testes de Aleatorização utilizando <u>Suavizamento Não-Paramétrico</u>	123
5.3.1 - Teste p/ Efeito de Tratamento	130
5.3.2 - Teste p/ Ef. de Interação entre Tratamento e Tempo	135
5.3.3 - Teste p/ Efeito de Tempo	138

CONCLUSÃO

.....	160
-------	-----

BIBLIOGRAFIA

.....	162
-------	-----

ANEXOS

A)	Programas Computacionais:	
	UNIMUL.PRG, ALEAT1.PRG, ALISAR.PRG e ALEAT2.PRG	167
B)	Listagens de comandos de programas utilizados nos exemplos	193

INTRODUÇÃO

O tipo de problema considerado neste trabalho sob a denominação de "*Métodos Não-Paramétricos para a Análise de Curvas de Resposta*", envolve conjuntos de unidades experimentais (indivíduos, animais, etc.) classificados em diferentes grupos experimentais ou tratamentos (tipo de medicamento, raça, tipo de dieta, etc.). Cada unidade experimental será medida várias vezes quanto à variável em estudo ao longo do tempo, e ao conjunto destas medições denominaremos curva de resposta.

O principal objetivo deste trabalho é fornecer métodos alternativos de análise quando alguma(s) da(s) exigência(as)

feita(s) pelas técnicas paramétricas não for(em) satisfeita(s).

Segundo CONOVER & IMAN (1981) "Um problema que os estatísticos aplicados têm se confrontado com virtualidade desde os primórdios da estatística paramétrica é quanto ao ajustamento de problemas do mundo real à estrutura da estatística normal quando muitos dos dados são, muitas vezes, claramente não-normais. De tais problemas têm emergido dois caminhos ou escolas de pensamento: a) transformar os dados na forma que mais pareça com a estrutura da distribuição normal, b) usar o procedimento de distribuição livre. O primeiro método pode incluir transformações log, raiz quadrada, arcoseno e assim por diante, e podem ser sempre tolerantes o bastante para incluir procedimentos robustos que tendem a dar pesos pequenos aos "outliers", isto é, às observações que podem contribuir grandemente para a forma não-normal dos dados. O segundo método inclui um grande corpo de métodos baseados nos postos dos dados."

WALTER (1964), citado por SACHS (1982), afirma que "os procedimentos estatísticos clássicos são usualmente baseados na distribuição normal. Na natureza, entretanto, a distribuição normal não ocorre. Portanto, a aplicação da teoria normal, para algumas pessoas dá um sentimento de insatisfação. Por essa razão, o desenvolvimento de métodos chamados de distribuição

livre ou de distribuição independente encontraram muito interesse. Nenhuma pressuposição é feita sobre a distribuição dos dados ...".

Os métodos de distribuição livre são também chamados de métodos não-paramétricos. As principais vantagens do uso de métodos não-paramétricos devem-se ao fato de serem menos exigentes e mais eficientes que os paramétricos quando os dados da população não têm distribuição normal, e além disso, são úteis nos casos em que é difícil estabelecer uma escala de valores quantitativos para os dados, existindo ainda, testes que nos permitem trabalhar com dados de populações distintas.

Desta maneira, as técnicas não-paramétricas devem ser tomadas como alternativas aos procedimentos paramétricos, nas situações em que estes não forem os mais recomendados.

Este trabalho consiste de um levantamento bibliográfico de diversos artigos, com vários métodos para análise não-paramétrica de curvas de resposta, dispersos na literatura, com o intuito de facilitar o estudo de estatísticos ou pesquisadores que se interessem pela área.

De acordo com a bibliografia pesquisada foi possível dividir nosso trabalho em cinco capítulos.

O capítulo I trata de conceitos fundamentais relativos à teoria de postos, os quais serão de grande importância para o entendimento do capítulo III.

O capítulo II, apresenta quatro testes de ordem predita para a comparação de grupos de curvas de resposta. A principal característica destes testes, é a de que tomam as curvas de resposta originais ou suas 1^ª ou 2^ª diferenças e as transformam em curvas de postos ou modelos de sinais.

No capítulo III, encontramos procedimentos que levam em conta a distribuição dos dados, através de indicadores de simetria e longitude da cauda, para selecionar a função escore ótima. Esta função, deverá ser aplicada aos postos das curvas de resposta originais para que, em seguida, possamos realizar os testes de comparação de grupos ou tratamentos.

No capítulo IV apresentamos uma técnica para suavizamento não-paramétrico de curvas de resposta, que será utilizada no capítulo V.

E no quinto e último capítulo, apresentamos testes de aleatorização, cujas estatísticas fornecem valores aproximados dos "P-Values" exatos.

No ANEXO, encontramos programas criados a partir do módulo CM do pacote científico SOC, desenvolvidos para realizar os testes dos capítulos III e V, além de listagens de comandos de programas utilizados nos exemplos.

I. TEORIA DE POSTOS

1.1 Introdução

Trataremos neste capítulo de alguns conceitos fundamentais necessários para que se possa conhecer as propriedades e aplicações da Estatística Linear de Postos, a qual será de grande utilidade para a construção dos testes não-paramétricos desenvolvidos no capítulo III.

1.2 Espaço de Permutações (Definições)

Definição 1.2.1 Permutações Dado um número inteiro $N \geq 2$, podemos considerar todos os pontos $r = (r_1, r_2, \dots, r_N)$ obtidos de $\varepsilon = (1, 2, \dots, N)$ através da redistribuição das coordenadas, chamamos r uma permutação. O conjunto de permutações $r = (r_1, r_2, \dots, r_N)$ forma um espaço que denotaremos por \mathbb{R} , e o número de elementos de \mathbb{R} é $N!$.

Definição 1.2.2 Composição de Permutações Sejam v, r e $s \in \mathbb{R}$. A permutação v , é uma composição de duas outras permutações r e s , que denotamos ros , se $v_i = r(s_i)$, para $1 \leq i \leq N$. A composição de permutações não é comutativa, ou seja, $ros \neq sor$.

Definição 1.2.3 Permutação Inversa Dizemos que d é uma permutação inversa de r se $dor = rod = \varepsilon$, isto é, $d(r_i) = i$ para $1 \leq i \leq N$, e podemos também denotá-la por r^{-1} .

1.3 Distribuição sobre o Espaço de Permutações

Seja $R = [R_1, R_2, \dots, R_N]$ um vetor aleatório com valores em \mathbb{R} , dizemos que R tem distribuição uniforme sobre \mathbb{R} se:

$$P(R = r) = \frac{1}{N!}, \quad \forall r \in \mathbb{R} \quad (1.1)$$

Teorema 1.3.1 Se $R = [R_1, R_2, \dots, R_N]'$ é uniformemente distribuído sobre \mathbb{R} , então:

$$1) P(R_i = k) = \frac{1}{N} \quad 1 \leq i, k \leq N \quad (1.2)$$

$$2) P(R_i = k, R_j = h) = \frac{1}{N(N-1)} \quad 1 \leq i \neq j, k \neq h \leq N \quad (1.3)$$

$$3) P(R_i = k, R_j = k) = 0 \quad 1 \leq i \neq j, k \leq N \quad (1.4)$$

Prova:

$$1) \text{Card} \{R = [R_1, R_2, \dots, R_N]' \mid R_i = k\} = (N-1)!$$

$$P(R_i = k) = \frac{(N-1)!}{N!} = \frac{1}{N} \quad 1 \leq i, k \leq N$$

$$2) \text{Card} \{R = [R_1, R_2, \dots, R_N]' \mid R_i = k, R_j = h, i \neq j\} = (N-2)!, \text{ então:}$$

$$P(R_i = k, R_j = h) = \frac{(N-2)!}{N!} = \frac{1}{N(N-1)} \quad 1 \leq i \neq j, k \neq h \leq N$$

$$3) P(R_i = k, R_j = k) = P(\text{evento impossível})$$

$$= P(\emptyset) = 0 \quad 1 \leq i \neq j, k \leq N$$

Teorema 1.3.2 Se R é uniformemente distribuído em $[R]$, então:

$$1) E(R_i) = \frac{N+1}{2} \quad (1.5)$$

$$2) \text{Var}(R_i) = \frac{N^2+1}{12} \quad (1.6)$$

$$3) \text{Cov}(R_i, R_j) = -\frac{N+1}{12}, \quad 1 \leq i \neq j \leq N \quad (1.7)$$

Prova: OPAZO (1991).

1.4 Estatística Linear de Postos

Sejam X_1, X_2, \dots, X_N uma amostra aleatória com função de distribuição F absolutamente contínua e R_1, R_2, \dots, R_N seus respectivos postos. Então, a estatística

$$S = \sum_{i=1}^N c_i a(R_i) \quad (1.8)$$

é chamada estatística linear de postos, onde:

c_i 's são constantes, chamadas constantes de regressão, cuja finalidade é identificar o grupo (ou tratamento) ao qual os

dados pertencem, e

$f_a(R_i)$ é a função escore, avaliada nos postos R_i para todo $i=1, \dots, N$, que será estudada na seção (1.6).

A estatística linear de postos S é utilizada para fazer inferência concernente à uma seqüência de observações X_1, X_2, \dots, X_N , onde cada observação é obtida, geralmente sob diferentes condições experimentais e desejamos decidir se estas variações causam modificações nas distribuições das observações individuais.

A seleção de escores depende da forma da distribuição adjacente e dos parâmetros, os quais são sensíveis às variações nas condições experimentais; enquanto que, as constantes de regressão dependem da relação entre os parâmetros mencionados e algumas características numéricas das condições experimentais.

Para determinar a distribuição adjacente dos dados é recomendável fazer, inicialmente, uma análise exploratória dos dados. Esta análise poderá ser encontrada na seção (1.6.2).

1.4.1 Distribuição Assintótica da Estatística Linear de Postos

Nesta seção determinamos a função de distribuição assintótica da estatística linear de postos S . Para tanto, daremos as condições necessárias sobre as funções escore e constantes de regressão para que a distribuição de S seja simétrica e assintótica normal.

Teorema 1.4.1.1 Se R é uniformemente distribuído sobre o espaço de permutações \mathbb{R} e $S = \sum_{i=1}^N c_i a(R_i)$, então:

$$1) E(S) = N \bar{c} \bar{a}$$

$$2) \text{Var}(S) = \frac{1}{(N-1)} \sum_{i=1}^N (a(R_i) - \bar{a})^2 \sum_{i=1}^N (c_i - \bar{c})^2$$

$$\text{onde: } \bar{a} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a(R_i) \quad \text{e} \quad \bar{c} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N c_i$$

Prova: OPAZO (1991).

Teorema 1.4.1.2 Simetria da Estatística Linear de Postos Seja R uniformemente distribuído sobre \mathbb{R} com:

$$a(R_i) + a(N-R_i+1) = k \quad , \quad 1 \leq i \leq N$$

ou

$$c(i) + c(N-i+1) = k' \quad , \quad 1 \leq i \leq N$$

onde, k e k' são constantes, então a distribuição da estatística S é simétrica em $E(S)$, ou seja:

$$P\left\{S=E(S)+s\right\} = P\left\{S=E(S)-s\right\} \quad \forall s \text{ real.}$$

Prova: NEGRILLO (1988).

Para estudar a distribuição da Estatística Linear de Postos, são necessárias algumas suposições, que serão apresentadas a seguir.

1.4.2 Suposições

S1) As constantes de regressão satisfazem a condição de "Noether":

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\max_{1 \leq i \leq N} (c_i - \bar{c})^2}{\sum_{i=1}^N (c_i - \bar{c})^2} \right\} = 0$$

onde: $\bar{c} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N c_i$.

S2) Os escores $a(R_i)$ são escritos na seguinte forma:

$$a(R_i) = u + v\varphi \left(R_i / (N+1) \right), \quad 1 \leq i \leq N$$

onde $v \neq 0$ e $u \geq 0$ são constantes arbitrárias, e φ uma função, então, dizemos que os escores $a(R_i)$ são gerados pela função φ .

S3) Os escores $a(R_i)$ satisfazem:

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[a(R_i) - E(\varphi(U_{(i)})) \right]^2 \rightarrow 0$$

onde $U_{(i)}$ denota a i -ésima estatística de ordem de uma amostra de tamanho N proveniente de uma distribuição Uniforme em $(0,1)$.

1.4.3 Normalidade Assintótica da Estatística Linear de Postos

Nesta seção estudaremos a distribuição assintótica da estatística linear de postos, definida em (1.8).

Seja X_1, X_2, \dots, X_N uma amostra aleatória de uma distribuição arbitrária possivelmente discreta. Então, o conjunto de estatísticas de ordem $X_{(i)}$ decompõe-se em g grupos de valores empatados

$$X_{(1)} = \dots = X_{(T_1)} < X_{(T_1+1)} = \dots = X_{(T_1+T_2)} < \dots <$$

$$X_{(\tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_{g-1} + 1)} = \dots = X_{(N)}$$

A ocorrência de empates é caracterizada pelo vetor de empates $\tau = (\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_g)$ onde tanto g como τ_i 's são aleatórios.

$$\text{Seja } a(i, \tau) = \frac{1}{\tau_k} \sum_{j=\tau_{k-1}+1}^{\tau_k} a(j) \quad 1 \leq k \leq g \quad (1.9)$$

$$\text{com } T_{k-1} = \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_{k-1} < i \leq \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_k = T_k,$$

então, a estatística linear de postos S , é definida como:

$$S = \sum_{i=1}^N c_i a(R_i, \tau) \quad (1.10)$$

Se a distribuição de X_i 's é não contínua, então não é verdade que $R = (R_1, R_2, \dots, R_N)$ é uma permutação de $(1, 2, \dots, N)$ com probabilidade 1. Entretanto, a distribuição condicional de S dado τ é a mesma como se R fosse uniformemente distribuída sobre o espaço de permutações em virtude da forma especial de $a(R_i, \tau)$ (CHAJEK, 1970).

A distribuição assintótica da estatística linear de postos S pode assumir três formas diferentes:

Forma 1 A estatística S é assintoticamente normal com parâmetros

$(E(S), \text{Var}(S))$, onde $\text{Var}(S)$ é independente de τ , mas depende da função de distribuição F dos X_i 's, se F não é absolutamente contínua, (VORLIČKOVÁ, 1970).

Forma 2 A distribuição condicional de S dado τ difere da distribuição normal com parâmetros $(E(S), \text{Var}(S|\tau))$ na distância de Kolmogorov, para $\varepsilon > 0$ pequeno, com probabilidade maior que $1-\varepsilon$ se $N \geq N(\varepsilon)$, (VORLIČKOVÁ, 1970).

Forma 3 Estabelece-se a região W tal que a distância de Kolmogorov entre o limite $L(S|\tau)$ e $N(E(S), \text{Var}(S|\tau))$ é menor que ε se $\tau \in W$ e $N \geq N(\varepsilon, W)$.

Teorema 1.4.3.1 (Caso sem Empates) Se R é uniformemente distribuído sobre \mathbb{R} e S pode ser escrito como:

$$S = \sum_{i=1}^N c_i \left[u + v\varphi \left(\frac{R_i}{(N+1)} \right) \right] \quad (1.11)$$

onde $u \geq 0$, $v \neq 0$ são constantes, se φ é uma função não-decrescente no intervalo $(0,1)$ ou não-crescente em $(0,a)$ e não-decrescente em $(a,1)$ para algum $a \in (0,1)$ e que satisfaz:

$$0 < \int_0^1 (\varphi(t) - \bar{\varphi})^2 dt < \infty ,$$

onde:

$$\bar{\varphi} = \int_0^1 \varphi(t) dt \quad (1.12)$$

então, $\forall \varepsilon > 0$, existe $\delta = \delta(\varepsilon, \varphi)$, tal que:

$$\max_{1 \leq i \leq N} \{(c_i - \bar{c})^2\} < \delta \sum_{i=1}^N (c_i - \bar{c})^2 \quad (1.13)$$

e temos que:

$$\sup_{-\infty < x < \infty} \left| P(S < x) - \Phi \left[\frac{x - E(S)}{\sqrt{\text{var}(S)}} \right] \right| < \varepsilon. \quad (1.14)$$

onde Φ é a distr. acumulada da normal padronizada.

Assim, se as condições deste teorema são satisfeitas, podemos concluir que S tem distribuição aproximadamente normal.

Prova: HÁJEK AND ŠIDÁK (1967).

Teorema 1.4.3.2 (Caso de Empates) Seja $a \in (R_i)$, satisfazendo (S3) onde φ é uma função integrável e não constante. Seja X_1, X_2, \dots, X_N uma amostra aleatória iid. Então $\forall \varepsilon > 0$ e $\eta > 0$ existe um $\delta = \delta(\varepsilon, \eta)$, tal que:

$$\max_{1 \leq i \leq N} (c_i - \bar{c})^2 < \delta \sum_{i=1}^N (c_i - \bar{c})^2$$

com $\sum_{i=1}^N [a(R_i) - \bar{a}]^2 > \eta \sum_{i=1}^N [a(R_i, \tau) - \bar{a}]^2$ implica que:

$$\sup_{-\infty < x < \infty} \left| P \left[S \leq E(S) + x(\text{Var}(S|\tau))^{1/2} \mid \tau \right] - \Phi(x) \right| < \epsilon.$$

Prova: HÁJEK (1970).

Os experimentos que vamos analisar neste trabalho irão envolver, geralmente, várias grupos ou tratamentos. Por isso, será necessário definir a estatística Q , pelo teorema 1.4.3.3, para que possamos utilizá-la no capítulo III.

Teorema 1.4.3.3 Distribuição da Estatística Q

Sejam X_1, X_2, \dots, X_N distribuídos em c grupos ou tratamentos, denotamos S_i a soma dos escores para o i -ésimo tratamento. Seja,

$$S_i = \sum_{j=1}^N c_{ij} a(R_j, \tau),$$

a estatística linear de postos das unidades alocadas no i -ésimo grupo ou tratamento, onde:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } X_j \text{ pertence ao } i\text{-ésimo tratamento} \\ 0, & \text{cc.} \end{cases}$$

Sobre as condições do teorema (1.4.3.2), para a estatística Q dada por:

$$Q = (N-1) \left[\sum_{j=1}^N \left[a(R_j, \tau) - \bar{a} \right]^2 \right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^c \frac{S_i^2}{n_i} - N\bar{a}^2 \right] \quad (1.15)$$

então, $\forall \varepsilon > 0$ e $\eta > 0$ existe $M = M(\varepsilon, \eta)$, tal que:

$$\sum_{j=1}^N \left[a(R_j) - \bar{a} \right]^2 > \eta \sum_{j=1}^N \left[a(R_j, \tau) - \bar{a} \right]^2$$

e $\text{Min}(n_1, n_2, \dots, n_c) > M$, implica que:

$$\sup_{-\infty < x < \infty} \left| P(Q \leq x | \tau) - P(\chi_{c-1}^2 \leq x) \right| < \varepsilon$$

onde χ_{c-1}^2 possui distribuição Qui-Quadrado com $c-1$ graus de liberdade.

Prova: HAJEK (1970).

Como podemos observar nos teoremas anteriores, as restrições são feitas principalmente sobre as funções escore. Então, a idéia é selecionar estas funções de tal maneira que elas

satisfaçam as suposições dos teoremas e também nos forneçam testes localmente mais poderosos.

1.5 Testes Localmente Mais Poderosos de Tamanho α

Apresentaremos o teste mais poderoso de tamanho α somente para o caso de duas amostras, pois para os casos com um número maior de amostras, os testes têm o mesmo comportamento.

1.5.1 Testes de Posição para 2 Amostras

Sejam X_1, X_2, \dots, X_m e Y_1, Y_2, \dots, Y_n duas amostras aleatórias com distribuições absolutamente contínuas, que denotaremos por $G(x)$ e $H(y)$ com funções densidades $g(x)$ e $h(y)$, respectivamente. Seja $R_{(1)} < R_{(2)} < \dots < R_{(n)}$ o posto de $Y_{(1)} < Y_{(2)} < \dots < Y_{(n)}$ nas observações combinadas.

Teorema 1.5.1.1 Suponha que $h(x) > 0 \Rightarrow g(x) > 0$.

Então:

$$P \left[R_{(1)} = r_1, R_{(2)} = r_2, \dots, R_{(n)} = r_n \right] =$$

$$= \frac{1}{\binom{m+n}{m}} E \left[\prod_{i=1}^n \frac{h(V_{(i)}^{(r_i)})}{g(V_{(i)}^{(r_i)})} \right] \quad (1.16)$$

onde $V_{(1)} < V_{(2)} < \dots < V_{(m+n)}$, são estatísticas de ordem de uma amostra de tamanho $m+n = N$ de G .

Prova: HETTMANSPERGER (1984).

No caso do modelo de posição com $G(x) = F(x)$ e $H(y) = F(y-\Delta)$, $F \in \Omega_0 = \{F: F \text{ é absolutamente contínua e } F(0) = 1/2, \text{ única}\}$. Sob $H_0: \Delta=0$ a distribuição de $R_{(1)} < R_{(2)} < \dots < R_{(n)}$ é uniforme sobre $\binom{m+n}{m}$ sequências equiprováveis. Isto pode ser mostrado através do teorema (1.5.1.1), com $g = h$. Vejamos:

$$\begin{aligned} P \left[R_{(1)} = r_1, R_{(2)} = r_2, \dots, R_{(n)} = r_n \right] &= \frac{1}{\binom{m+n}{m}} E \left[\prod_{i=1}^n \frac{h(y_{(i)})}{g(y_{(i)})} \right] \\ &= \frac{1}{\binom{m+n}{m}} \end{aligned} \quad (1.17)$$

se, k é um número inteiro tal que,

$$\frac{k}{\binom{m+n}{m}} = \alpha \quad (1.18)$$

então, qualquer conjunto C de k vetores de postos (r_1, r_2, \dots, r_n)

é uma região crítica de tamanho α para $H_0: \Delta=0$.

A potência da região crítica C de tamanho α , é dada por

$$\beta(\Delta) = \sum_{(r_1, r_2, \dots, r_n) \in C} \frac{1}{\binom{m+n}{m}} E \left[\prod_{i=1}^n \frac{f(V_{(r_i)}^{-\Delta})}{f(V_{(r_i)})} \right] \quad (1.19)$$

onde $V_{(1)} < V_{(2)} < \dots < V_{(m+n)}$ são estatísticas de ordem de uma amostra de tamanho $m+n$ de $F(x)$.

Definição 1.5.1.1 O teste localmente mais poderoso de tamanho α (LMPRT) é dado pela região crítica C^* de tamanho α , tal que $\beta'(0)$ é máximo, onde $\beta'(0)$ é a derivada de $\beta(\Delta)$ avaliada em $\Delta = 0$.

Teorema 1.5.1.2 Dado $F \in \Omega_0$, suponhamos que a derivada em $\beta(\Delta)$, então o teste localmente mais poderoso de tamanho α que rejeita $H_0: \Delta = 0$ em favor de $H_A: \Delta > 0$ é dado por:

$$V = - \sum_{i=1}^n E \left[\frac{f'(V_{(r_i)})}{f(V_{(r_i)})} \right] \geq c \quad (1.20)$$

onde c é determinado por $P(V \geq c) = \alpha$, sob H_0 .

Prova: HETTMANSPERGER (1984).

Vejamos um exemplo. Seja a estatística linear de postos:

$$S = \sum_{i=1}^N c_i a(R_i), \quad \text{com} \quad \begin{array}{l} c_1 = c_2 = \dots = c_n = 1 \\ \text{e} \quad c_{n+1} = c_{n+2} = \dots = c_{n+m} = 0 \end{array}$$

temos,

$$S = \sum_{i=1}^n a(R_i)$$

onde R_i é o posto de y_i na amostra combinada.

Os escores $a(R_i)$ são gerados por:

$$a(R_i) = - E \left[\frac{f'(V_{(r_i)})}{f(V_{(r_i)})} \right] \quad (1.21)$$

sendo $V_{(1)} < V_{(2)} < \dots < V_{(N)}$ estatísticas de ordem de $F(x)$, para $N=m+n$.

Então o teste localmente mais poderoso é obtido pela estatística:

$$S = V = - \sum_{i=1}^n E \left[\frac{f'(V_{(r_i)})}{f(V_{(r_i)})} \right] = \sum_{i=1}^n a(R_i). \quad (1.22)$$

1.6 Obtenção de Escores em Testes de Posição

Como a função escore deve satisfazer certas condições, para que a distribuição da estatística linear de postos tenha distribuição assintótica normal, e forneça testes localmente mais poderosos, apresentaremos à seguir, algumas regras de seleção para que possamos obter tais escores.

1.6.1 Quando a Função Densidade Adjacente é conhecida

Se a função de densidade adjacente f é conhecida, e se consideramos a potência dos testes, convém escolher os escores segundo o teorema (1.5.1.2), ou seja, os escores são dados por (1.21).

A seguir apresentaremos os escores ótimos para algumas distribuições adjacentes:

a) Distribuição Normal

Se $f(x)$ tem distribuição normal padrão, então:

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \exp -\left\{\frac{x^2}{2}\right\} \quad , \quad -\infty < x < \infty$$

e

$$f'(x) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \exp -\left\{\frac{x^2}{2}\right\} (-x) \quad , \quad -\infty < x < \infty$$

logo,

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = -x .$$

Desenvolvendo (1.21) temos:

$$a(R_i) = - E \left[\frac{f'(V_{(r_i)})}{f(V_{(r_i)})} \right] = - E[-V_{(r_i)}] = E[V_{(r_i)}]$$

onde $V_{(r_i)}$ são as N estatísticas de ordem da distribuição Normal padrão. Logo, os escores da distribuição são dados por:

$$a(R_i) = \Phi^{-1} \left(R_i / (N+1) \right) \quad (1.23)$$

conhecido como o escore de VAN DER WAERDEN.

Portanto, se a distribuição adjacente das observações é Normal, então, a estatística que nos fornece o teste localmente mais poderoso de tamanho α , para o caso de duas amostras independentes é:

$$S = \sum_{i=1}^n \Phi^{-1} \left(R_i / (N+1) \right).$$

b) Distribuição Logística

Se $f(x)$ tem distribuição logística então,

$$f(x) = \frac{\exp(-x)}{(1 + \exp(-x))^2}, \quad -\infty < x < \infty$$

$$F(x) = \frac{1}{(1 + \exp(-x))} \quad \text{e} \quad f(x) = F(x) [1 - F(x)],$$

logo:

$$\begin{aligned} f'(x) &= F'(x) [1 - F(x)] + F(x) [1 - F(x)]' \\ &= f(x) [1 - F(x)] - F(x) f(x) \\ &= f(x) [1 - 2F(x)] \end{aligned}$$

e substituindo $f(x)$ por $F(x) [1 - F(x)]$, temos que:

$$f'(x) = F(x) [1 - F(x)] [1 - 2F(x)]$$

Assim,

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = 1 - 2F(x).$$

Desenvolvendo (1.21) temos:

$$a(R_i) = - E \left[\frac{f'(V_{(r_i)})}{f(V_{(r_i)})} \right] = - E \left[1 - 2F(V_{(r_i)}) \right] = E \left[2F(V_{(r_i)}) + 1 \right]$$

e sabendo que $E \left[F(V_{(r_i)}) \right] = \frac{R_i}{N+1}$, chegamos à:

$$a(R_i) = \frac{2R_i}{N+1} - 1$$

conhecido como o escore de MANN WHITNEY.

Já que a função escore é invariante sob transformações lineares, então:

$$a(R_i) = \frac{R_i}{N+1} \quad \text{ou} \quad a(R_i) = R_i \quad (1.24)$$

conhecido como o escore de WILCOXON.

Portanto, se a distribuição adjacente das observações é Logística, então, a estatística que nos fornece o teste localmente mais poderoso de tamanho α , para o caso de duas amostras independentes é:

$$S = \sum_{i=1}^n \frac{R_i}{N+1} \quad \text{ou} \quad S = \sum_{i=1}^n R_i$$

c) Distribuição Exponencial Dupla

Se $f(x)$ tem distribuição exponencial dupla então:

$$f(x) = \frac{1}{2} \exp(-|x|), \quad -\infty < x < \infty$$

$$\begin{aligned} e \quad f'(x) &= \frac{1}{2} \exp(-|x|) |x|' \\ &= \frac{1}{2} \exp(-|x|) \operatorname{sinal}(x) \end{aligned}$$

Assim,

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \operatorname{sinal}(x), \quad \forall x \neq 0.$$

Desenvolvendo (1.21) temos:

$$a(R_i) = - E \left[\frac{f'(V_{(r_i)})}{f(V_{(r_i)})} \right] = - E \left[\operatorname{sinal}(V_{(r_i)}) \right]$$

Observemos que $x > 0$, se $(2F(x) - 1) > 0$, assim:

$$\begin{aligned} a(R_i) &= E \left[\operatorname{sinal}(V_{(r_i)}) \right] \\ &= E \left[\operatorname{sinal} \left(2F(V_{(r_i)}) - 1 \right) \right] \end{aligned}$$

$$= \text{sinal} \left[2E \left(F(V_{(r_i)}) - 1 \right) \right]$$

$$= \text{sinal} \left[2 \frac{R_i}{N+1} - 1 \right]$$

$$a(R_i) = \text{sinal} \left[R_i - \frac{N+1}{2} \right]$$

então:

$$a(R_i) = \begin{cases} 1, & \text{se } R_i > (N+1)/2 \\ 0, & \text{se } R_i \leq (N+1)/2 \end{cases} \quad (1.25)$$

conhecido como o escore da MEDIANA.

d) Distribuição Uniforme

Se $f(x)$ tem distribuição uniforme, então:

$$f(x) = \frac{1}{b-a}, \quad a < x < b.$$

O escore aconselhado é:

$$a(R_i) = \begin{cases} (R_i - g - 1/2) / (N+1) & , \text{ se } R_i \leq g \\ (R_i - N + g - 1/2) / (N+1) & , \text{ se } R_i \geq N-g+1 \\ 0 & , \text{ c. c.} \end{cases} \quad (1.26)$$

onde: $g = [t]$, $t = (N+3)/4$, e $[t]$ é o valor inteiro de t .

Este escore é conhecido como o escore de GASTWIRTH.

1.6.2 Quando a Função Densidade Adjacente é Desconhecida

Para o caso em que a função de densidade f é desconhecida apresentamos agora, algumas funções escore e regras para selecioná-las.

Devemos escolher os escores adequados com a finalidade de obtermos estimadores mais eficientes e testes localmente mais poderosos, porque a seleção errada dos escores pode acarretar em erros maiores do que aqueles que se cometeriam, se fossem utilizados testes paramétricos quando os erros não tem distribuição normal.

Para selecionar os escores de cada teste, precisamos estudar a simetria e a longitude das caudas do conjunto de dados amostrais. Para analisar a simetria do conjunto de dados amostrais, definimos a função $\bar{\varphi}_2$:

$$\bar{\varphi}_2 = \frac{\bar{U}(0.05) - \bar{M}(0.25)}{\bar{M}(0.25) - \bar{L}(0.05)} \quad (1.27)$$

onde $\bar{U}(\gamma)$, $\bar{M}(\gamma)$ e $\bar{L}(\gamma)$ são as médias aritméticas das $[N\gamma+1]$ maiores, centrais e inferiores estatísticas de ordem do conjunto de dados amostrais, respectivamente, e $[t]$ representa a parte inteira. Vamos exemplificar com os seguintes valores:

se
$$\begin{cases} \gamma = 0.05 \\ N = 50 \end{cases} \Rightarrow [N\gamma+1] = 3,$$

então:

$$\bar{U}(0.05) = (X_{(50)} + X_{(49)} + X_{(48)}) / 3$$

$$\bar{L}(0.05) = (X_{(1)} + X_{(2)} + X_{(3)}) / 3$$

e, para
$$\begin{cases} \gamma = 0.25 \\ N = 50 \end{cases} \Rightarrow [N\gamma+1] = 13,$$

a média
$$\bar{M}(\gamma) = \frac{1}{h} \sum_{i=(N\gamma)+1}^{N-[N\gamma]} X_{(i)}, \quad \text{para } h = N - 2[N\gamma]$$

logo,

$$\bar{M}(0.25) = (X_{(13)} + X_{(14)} + \dots + X_{(38)}) / 26$$

A partir do valor calculado de $\bar{\varphi}_2$ podemos classificar a distribuição das observações em:

Assimétrica à Esquerda , se $\bar{\varphi}_2 < 1/2$

Simétrica , se $1/2 \leq \bar{\varphi}_2 \leq 2$

Assimétrica à Direita , se $\bar{\varphi}_2 > 2$.

No caso da distribuição das observações ser assimétrica, escolhemos os escores através das regras abaixo (NEGRILLO, 1989):

1) Se $\bar{\varphi}_2 > 2$ (assimetria à direita):

$$a(R_i) = \begin{cases} R_i / (N+1) & \text{se } R_i \leq (N+1)/2 \\ 1/2 + 1/(N+1) & \text{se } R_i > (N+1)/2 \end{cases}$$

2) Se $\bar{\varphi}_2 < 1/2$ (assimetria à esquerda)

$$a(R_i) = \begin{cases} R_i / (N+1) & \text{se } R_i \geq (N+1)/2 \\ 1/2 & \text{se } R_i < (N+1)/2 \end{cases}$$

Quando a distribuição das observações for simétrica, deveremos estudar a longitude das caudas da distribuição dos dados amostrais. Com esta finalidade, definimos a função seletora $\bar{\varphi}_1$:

$$\bar{\varphi}_1 = \frac{\bar{U}(0.05) - \bar{L}(0.05)}{\bar{U}(0.5) - \bar{L}(0.5)} \quad (1.28)$$

por exemplo, para: $\begin{cases} \gamma = 0.5 \\ N = 50 \end{cases} \Rightarrow [N\gamma+1] = 26,$

$$\bar{U}(0.5) = (X_{(1)} + X_{(2)} + \dots + X_{(26)}) / 26$$

$$\bar{L}(0.5) = (X_{(25)} + X_{(26)} + \dots + X_{(50)}) / 26$$

De acordo com o valor de $\bar{\varphi}_1$ utilizamos as regras abaixo para escolher os escores (NEGRILLO, 1989):

3) Se $\bar{\varphi}_1 < 2$ (simetria e cauda curta), devemos escolher escores derivados da distribuição uniforme, do tipo de GASTWIRTH:

$$a(R_i) = \begin{cases} (R_i - g - 1/2) / (N+1) & , \text{ se } R_i \leq g \\ (R_i - N + g - 1/2) / (N+1) & , \text{ se } R_i \geq N-g+1 \\ 0 & , \text{ c.c.} \end{cases}$$

onde $g = [(N+3)/4]$ e [.] significa a parte inteira de g .

4) Se $2 \leq \bar{\varphi}_1 \leq 2.92$ (simetria e cauda média ->), devemos escolher escores derivados da distribuição normal, do tipo de VAN DER WAERDEN:

$$a(R_i) = \Phi^{-1}[R_i/(N+1)] \quad \text{onde } \Phi \text{ é a distr. } N(0,1)$$

5) Se $2.92 < \bar{\varphi}_1 \leq 3.8$ (simetria e cauda média +), escolhemos os escores derivados da distribuição logística, do tipo de WILCOXON:

$$a(R_i) = \frac{R_i}{N+1}$$

6) Se $\bar{\varphi}_1 > 3.8$ (simetria e cauda comprida) devemos escolher os escores derivados da distribuição exponencial dupla, do tipo da MEDIANA:

$$a(R_i) = \begin{cases} 1 & \text{se } R_i > (N+1)/2 \\ 0 & \text{se } R_i \leq (N+1)/2 \end{cases}$$

Para o caso de $c \geq 2$ amostras, determinamos $\varphi_{1,i}$ e $\varphi_{2,i}$ ($i=1, \dots, c$) para a i -ésima amostra e redefinimos as duas funções seletoras, da seguinte maneira:

$$\bar{\varphi}_1 = \sum_{i=1}^c \frac{n_i \varphi_{1,i}}{N} \quad (1.29)$$

para,

$$\varphi_{1,i} = \frac{\bar{U}_i(0.05) - \bar{L}_i(0.05)}{\bar{U}_i(0.5) - \bar{L}_i(0.5)} \quad i=1, \dots, c$$

$$\bar{\varphi}_2 = \sum_{i=1}^c \frac{n_i \varphi_{2,i}}{N} \quad (1.30)$$

para,
$$\rho_{2,i} = \frac{\bar{U}_i(0.05) - \bar{M}_i(0.25)}{\bar{M}_i(0.25) - \bar{L}_i(0.05)} \quad i=1, \dots, c$$

onde $N = \sum_{i=1}^c n_i$, sendo n_i o tamanho da i -ésima amostra, $i=1, \dots, c$.

Feito isto, já podemos aplicar as regras descritas acima.

1.7 Eficiência

Nesta seção estudaremos a eficiência relativa dos testes não-paramétricos que utilizam a estatística linear de postos definida na seção (1.4).

1.7.1 Eficiência Relativa de Pitman

Eficiência é um critério que pode ser utilizado para escolher entre dois ou mais testes, que podem ser comparados entre si. Na teoria de estimação pontual, a eficiência de dois estimadores pode ser definida como sendo:

Definição 1.7.1.1 Sejam T_1 e T_2 dois estimadores não viciados para um parâmetro θ . Suponha que $E_{\theta}(T_1^2) < \infty$ e $E_{\theta}(T_2^2) < \infty$. Definimos eficiência de T_1 relativa a T_2 por:

$$e_{\theta}(T_1 | T_2) = \frac{\text{var}_{\theta}(T_2)}{\text{var}_{\theta}(T_1)} \quad (1.31)$$

e dizemos que T_1 é mais eficiente que T_2 se:

$$e_{\theta}(T_1 | T_2) < 1$$

1.7.2 Eficiência Relativa Assintótica (ARE)

Agora vamos nos direcionar à teoria não-paramétrica. A família dos testes que utilizam a estatística linear de postos e os testes de razão verossimilhança possuem algumas propriedades em comum sob a hipótese nula, entre elas a distribuição assintótica normal.

Vamos supor duas estatísticas consistentes denotadas por Q_N e T_N para testar a mesma hipótese nula H_0 versus alguma alternativa H_A . Além disso, supomos também, que a estatística do teste Q_N é baseada na estatística linear de postos definida no teorema 1.4.3.3, e obtida de uma amostra de tamanho N . A

estatística $T_{N'}$ é obtida através de função de razão de verossimilhança, para uma amostra de tamanho N' .

Os dois testes terão o mesmo poder assintótico se:

$$\lim_{N, N' \rightarrow \infty} \frac{N^{1/2} \sigma^{-1}(\varphi) \gamma(u, f)}{(N')^{1/2} \sigma^{-1}} = 1 \quad (1.32)$$

onde:

σ^2 é a variância da estatística $T_{N'}$

$$\sigma^2(\varphi) = \int_0^1 (\varphi(u) - \bar{\varphi})^2 du$$

$$\bar{\varphi} = \int_0^1 \varphi(u) du$$

$$\gamma(u, f) = \int_0^1 \varphi(u) \varphi(u, f) du$$

$$\varphi(u, f) = - \frac{f'(F^{-1}(u))}{f(F^{-1}(u))}, \quad u \in (0, 1)$$

Desenvolvendo (1.32), obtemos

$$\lim_{N, N' \rightarrow \infty} \left[\frac{N'}{N} \right] = \frac{\sigma^2 \gamma^2(u, f)}{\sigma^2(\varphi)} \quad (1.33)$$

pela definição (1.33) acima, a Eficiência Relativa Assintótica (ARE) de Q_N com relação a $T_{N'}$ é:

$$\text{ARE}(Q_{N'}, T_{N'}) = \frac{\sigma^2 \gamma^2(u, f)}{\sigma^2(\varphi)} \quad (1.34)$$

Porém, se a distribuição dos erros $F(\cdot)$ é conhecida, então, a eficiência máxima é encontrada quando tomamos:

$$\varphi(u) = \varphi(u, f) = - \frac{f'(F^{-1}(u))}{f(F^{-1}(u))}, \quad u \in (0, 1)$$

(MANSOURI, 1990).

PIRIE e RAUCH (1984), apresentam a Eficiência Relativa Assintótica de Pitman (ARE) na comparação dos métodos Não-Paramétricos e os Paramétricos, para o modelo fatorial 3x4 com interação. Usando ARE para várias distribuições adjacentes eles encontraram os resultados apresentados na tabela 1.1.

TABELA 1.1 - ARE (NP,P), para várias distribuições adjacentes

Distribuições	ARE(NP,P)
Normal	0.9549
Normal Contaminada	1.840
Exponencial Dupla	1.50
Exponencial	3.00
Cauchy	∞

onde:

NP representa métodos não-paramétricos, utilizando o escore de WILCOXON,

P representa métodos paramétricos.

Obs: Na distribuição normal contaminada foi usado 5% de contaminação com desvio padrão igual a 5.

Através desta tabela, podemos verificar como os testes não-paramétricos são mais eficientes que os paramétricos, quando a distribuição adjacente não é normal.

II. TESTES DE ORDEM PREDITA PARA A COMPARAÇÃO DE 2 GRUPOS DE CURVAS DE RESPOSTA

2.1 Introdução

Neste trabalho, estamos interessados particularmente em experimentos em que observações sucessivas são feitas numa mesma unidade experimental, num certo período de tempo. Este tipo de experimento envolve N sujeitos escolhidos aleatoriamente, distribuídos entre c grupos ou tratamentos, com n_i elementos em cada grupo.

De cada uma das unidades experimentais é obtido um vetor de observações, onde cada componente representa a resposta da unidade experimental em um determinado tempo. Seja:

$x_{ij}(t_k)$: resposta da j -ésima unidade experimental atribuída ao i -ésimo tratamento no k -ésimo tempo,

para : $i = 1, 2, \dots, c$ (grupo ou tratamento)

$j = 1, 2, \dots, n_i$ (unidade experimental)

$k = 1, 2, \dots, p$ (tempo) e $N = \sum_{i=1}^c n_i$. (2.1)

A estrutura deste tipo de experimento pode ser vista na tabela 2.1, a seguir:

TABELA 2.1 - ESTRUTURA GERAL DE DADOS PARA ESTUDO DE EXPERIMENTOS EM CURVAS DE RESPOSTA.

grupo ou tratamento	Unidades Experimentais	Tempo			
		t_1	t_2	...	t_p
1	1	$x_{11}(t_1)$	$x_{11}(t_2)$...	$x_{11}(t_p)$
	2	$x_{12}(t_1)$	$x_{12}(t_2)$...	$x_{12}(t_p)$
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	n_1	$x_{1n_1}(t_1)$	$x_{1n_1}(t_2)$...	$x_{1n_1}(t_p)$
2	1	$x_{21}(t_1)$	$x_{21}(t_2)$...	$x_{21}(t_p)$
	2	$x_{22}(t_1)$	$x_{22}(t_2)$...	$x_{22}(t_p)$
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

	n_2	$x_{2n_2-1}(t)$	$x_{2n_2-2}(t)$...	$x_{2n_2-p}(t)$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
C	1	$x_{c1-1}(t)$	$x_{c1-2}(t)$...	$x_{c1-p}(t)$
	2	$x_{c2-1}(t)$	$x_{c2-2}(t)$...	$x_{c2-p}(t)$
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	n_c	$x_{cn_c-1}(t)$	$x_{cn_c-2}(t)$...	$x_{cn_c-p}(t)$

Assim sendo, para o j -ésimo indivíduo atribuído ao i -ésimo tratamento, corresponderá um vetor p -variado, ao qual chamaremos curva de resposta:

$$X_{ij} = [x_{ij-1}(t), x_{ij-2}(t), \dots, x_{ij-p}(t)]'$$

Neste capítulo consideraremos experimentos em curvas de resposta, para $c=2$ grupos ou tratamentos.

LIENERT & MUNZERT (1982) e LIENERT & VON EYE (1987), fizeram um levantamento de vários métodos não-paramétricos para a comparação de um grupo experimental (tratamento) contendo n_1 curvas de resposta, com um grupo controle, este contendo n_2 curvas de resposta, ambos os grupos retirados da mesma população.

Os testes, que apresentaremos a seguir, são indicados se o pesquisador é capaz de prever qual é a sequência de medidas

na curva de resposta individual é a mais provável de ser observada no grupo tratamento que no grupo controle. Os testes resultantes desta peculiaridade são chamados *Testes de Ordem Predita*.

Apresentaremos nas próximas seções, 4 *Testes de Ordem Predita*, cuja característica principal é tomar as curvas de resposta originais ou suas 1^{as} ou 2^{as} diferenças e transformá-las em curvas de postos ou modelos de sinais, para a seguir analisar os resultados através de tabelas de contingência.

2.2 Teste de IMMICH-SONNEMANN

Neste teste, as medidas de cada indivíduo devem ser substituídas pelos seus postos. Cada ordem de postos reflete uma certa tendência. Assumindo p medidas por indivíduo, teremos $p!$ ordens possíveis de postos em que as medidas podem ser arranjadas para os N indivíduos, e podemos representá-las por uma tabela de contingência $p! \times 2$ (para duas amostras).

Se o pesquisador prediz sob a hipótese alternativa:

$\left\{ \begin{array}{l} H_A: \text{ uma determinada ordem de postos é mais provável de} \\ \text{ ocorrer no grupo tratamento que no grupo controle,} \\ H_0: \text{ a ordem tem a mesma probabilidade de ocorrer nos} \\ \text{ grupos controle e tratamento.} \end{array} \right.$

estamos interessados em verificar se existe uma diferença predita na forma das curvas de resposta, e podemos testar esta hipótese através do seguinte procedimento. Primeiramente, construímos uma tabela 2x2 como esta:

TABELA 2.2

MODELO	AMOSTRA		Σ
ordem predita	a	b	$a+b$
outras ordens	c	d	$c+d$
Σ	n_1	n_2	N

onde:

a = frequência da ordem de postos predita dentro do grupo tratamento,

b = frequência da ordem de postos predita dentro do grupo controle,

$$c = n_1 - a, \quad d = n_2 - b.$$

n_1 e n_2 são os tamanhos de amostra dos grupos tratamento e controle, respectivamente.

Esta tabela de contingência pode ser avaliada pelo *Teste Qui-Quadrado de Pearson* (a), ou pelo *Teste Exato de Fisher-Irwin* (b).

a) Teste Qui-Quadrado de Pearson

A estatística do teste é a seguinte:

$$Q = \frac{N(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)n_1n_2} \quad (2.2)$$

Sob H_0 , a estatística Q tem distribuição χ^2 com $gl=(c-1)$ graus de liberdade, portanto, $gl=1$.

Regra de Decisão:

Se $Q > \chi_{(1)}^2(1-\alpha)$ então, não aceitamos a hipótese nula H_0 ao nível α de significância.

b) Teste Exato de Fisher-Irwin

A estatística do teste é a seguinte:

$$P(X \geq a) = \sum_{x=a}^{a+b} \frac{\binom{a+b}{x} \binom{c+d}{n_1-x}}{\binom{N}{n_1}} \quad (2.3)$$

Regra de Decisão:

Para testar a hipótese nula, a estatística do teste fornece um "P-value", ou seja, calculamos a probabilidade de obter um resultado tão extremo quanto o valor observado de α .

EXEMPLO 2.1 - Num exemplo de aprendizado verbal (LIENERT & MUNZERT, 1982), temos $n_1 = 16$ curvas de resposta de alunos rápidos (definidos por um pré-teste) comparados com $n_2 = 18$ curvas de resposta de alunos lentos, no aprendizado de 24 sílabas sem sentido (associações pareadas), apresentadas e lembradas $p=5$ vezes em intervalos de tempo fixos. (tabela 2.3)

TABELA 2.3

APRENDIZES RÁPIDOS						APRENDIZES LENTOS					
1	2	3	4	5		1	2	3	4	5	
14	21	23	24	24		5	11	18	19	20	* +
5	19	22	23	24	* +	4	16	14	14	22	
6	19	19	20	24		2	4	17	20	17	
6	20	24	24	24		7	7	16	17	20	
12	19	22	23	23		4	16	22	24	24	
11	13	20	23	24	* +	6	8	12	19	20	* +
4	8	13	22	21	+	6	10	14	16	15	+
11	22	23	22	23		4	11	14	15	18	* +
10	18	18	20	20		3	16	22	23	24	* +
5	14	19	21	21		8	15	19	22	23	* +
11	17	18	19	22	* +	7	16	22	21	24	
5	11	17	18	17		2	5	11	12	16	* +
9	14	17	19	23	* +	4	13	20	23	24	* +
6	17	21	22	21		9	20	19	20	20	
5	15	23	23	24		6	10	15	20	21	* +
11	22	23	23	24		6	8	14	17	23	* +
						5	10	20	23	24	* +
						4	9	18	23	23	

$$\begin{aligned} \alpha(12345*) &= 4 \\ c(\text{outros}) &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b(12345*) &= 10 \\ d(\text{outros}) &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha(12345+) &= 5 \\ c(\text{outros}) &= 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b(12345+) &= 11 \\ d(\text{outros}) &= 7 \end{aligned}$$

Predição 1:

H₁: Alunos rápidos produzirão menos curvas estritamente crescentes que alunos lentos.

Baseamos esta predição na suposição de que os alunos rápidos atingem mais rapidamente o teto de escores (24) antes da última lembrança que os alunos lentos.

Consideraremos na tabela 2.3 as curvas assinaladas com um asterisco, assim, para alunos rápidos $\alpha=4$ curvas com a sequência de postos (12345) e $c=16-4=12$ curvas com ordens não-preditas. Para alunos lentos há $b=10$ curvas com asterisco e $d=18-10=8$ curvas com ordens não-preditas. Montamos uma tabela de contingência 2x2 (tabela 2.4 abaixo), de acordo com a tabela 2.2 descrita anteriormente, com o modelo predito:

TABELA 2.4

ORDEM PREDITA	AMOSTRA		Σ
	1	2	
(12345*)	4	10	14
outras	12	8	20
Σ	16	18	34

Analisaremos a tabela acima através do *Teste Qui-Quadrado de Pearson*:

$$Q = \frac{34(4 \times 8 - 10 \times 12)^2}{14 \times 20 \times 16 \times 18} = 3.27$$

Para um nível $\alpha = 10\%$, $\chi_1^2(1-\alpha) = 2.71$. Logo,

$$Q = 3.27 > \chi_1^2(1-\alpha) = 2.71,$$

então, não aceitamos H_0 , e portanto não podemos rejeitar a predição 1.

2.3 Teste de SARRIS-WILKENING

SARRIS & WILKENING (1977) e HSU (1979), introduziram o conceito de ordens de postos equivalentes. Por exemplo, se temos as seguintes ordens de postos (1 3 2) e (2 3 1), podemos dizer que são equivalentes para curvas de 3 pontos, pois ambas as curvas tem a forma de u inverso. Se as curvas de resposta sob a forma de u inverso são esperadas ocorrer sob H_A mais frequentemente no grupo tratamento que no grupo controle, uma tabela de contingência 2x2 deve ser construída com:

a = número de curvas sob a forma de u no grupo tratamento,

b = ídem para grupo controle,

$c = n_1 - a$ e, $d = n_2 - b$.

Esta tabela deverá ser analisada pelos testes: *Exato de Fisher-Irwin* ou *Qui-Quadrado de Pearson*.

Considerando o exemplo 2.1, e a hipótese H_{A1} , assumimos que, as ordem de postos 12345 e 12354 são equivalentes e as curvas que satisfazem a predição 1 estão assinaladas com (+) na tabela 2.3. Temos, agora $a=5$ e $c=16-5=11$, $b=11$ e $d=18-11=7$. Montando-se uma tabela de contigência baseada na tabela 2.2 encontramos:

TABELA 2.5

ORDEM PREDITA	AMOSTRA		Σ
	1	2	
(12345+)	5	11	16
outras	11	7	18
Σ	16	18	34

Analisaremos a tabela acima através do teste *Qui-Quadrado de Pearson*:

$$Q = \frac{34(5 \times 7 - 11 \times 11)^2}{16 \times 18 \times 16 \times 18} = 3.03$$

Para um nível $\alpha = 10\%$, $\chi_1^2(\alpha-\alpha) = 2.71$. Logo,

$$Q = 3.03 > \chi_1^2(\alpha-\alpha) = 2.71,$$

então, não aceitamos H_0 , e portanto não podemos rejeitar a predição 1.

2.4 Teste de KRAUTH-MUNZERT

Este teste propõe trocar cada curva de resposta pelo modelo de sinais das diferenças de valores adjacentes. Assim, cada curva de resposta

$$X_{ij} = [x_{ij}(t_1), x_{ij}(t_2), \dots, x_{ij}(t_p)]'$$

será trocada pelo modelo de sinal

$$S_{ij} = [s_1, s_2, \dots, s_{p-1}]',$$

onde:

$$s_l = \begin{cases} + \text{ se } x_{ij}(t_k) - x_{ij}(t_{k-1}) > 0 & k=1, \dots, p \\ - \text{ se } x_{ij}(t_k) - x_{ij}(t_{k-1}) < 0 & l=1, \dots, p-1 \\ = \text{ se } x_{ij}(t_k) - x_{ij}(t_{k-1}) = 0 & i=1, 2 \text{ e } j=1, \dots, n_i \end{cases} \quad (2.3)$$

Por exemplo, para a curva de resposta:

$$X_{11} = [14, 21, 23, 24, 24]'$$

as primeiras diferenças são:

$$S_{11} = [(21-14), (23-21), (24-23), (24-24)]'$$

$$\Rightarrow S_{11} = [7, 2, 1, 0]'$$

considerando somente os sinais temos:

$$S_{11} = [+ , + , + , =]'$$

Podemos ter 3^{p-1} possíveis modelos de sinais, para o exemplo acima, o que significa um total de 81 possíveis modelos.

Se não existem primeiras diferenças iguais a zero, podemos ter o seguinte modelo:

$$s_l = \begin{cases} + \text{ se } x_{ij}(t_k) - x_{ij}(t_{k-1}) > 0 & k=1, \dots, p \text{ e } i=1, 2 \\ - \text{ se } x_{ij}(t_k) - x_{ij}(t_{k-1}) < 0 & l=1, \dots, p-1 \text{ e } j=1, \dots, n_i \end{cases} \quad (2.4)$$

ou seja, há exatamente 2^{p-1} possíveis modelos de sinais.

Se as p medidas forem monótonas em sua inclinação,

sugerimos considerar as $(p-1)$ primeiras diferenças. Vejamos um exemplo:

Se o pesquisador prediz que alunos rápidos produzirão mais curvas com inclinação decrescente que os alunos lentos, a ordem de postos das primeiras diferenças $((p-1), \dots, 1)$ ocorrerá mais frequentemente em alunos rápidos que em alunos lentos. Esta hipótese poderá ser testada pelos testes 2.2 ou 2.3.

Para exemplificar, vamos considerar a seguinte predição:

Predição 2:

H_{A2}: Os Aprendizes rápidos terão teoricamente mais curvas aceleradas negativamente que os aprendizes lentos.

Calcularemos as $p-1$ primeiras diferenças:

$$S_{ij} = \left[\left[x_{ij}(t_2) - x_{ij}(t_1) \right], \dots, \left[x_{ij}(t_p) - x_{ij}(t_{p-1}) \right] \right],$$

As $p-1=4$ primeiras diferenças estão calculadas na tabela 2.6.

TABELA 2.6 (PRIMEIRAS DIFERENÇAS)

APRENDIZES RÁPIDOS				APRENDIZES LENTOS			
2-1	3-2	4-3	5-4	2-1	3-2	4-3	5-4
7	2	1	0	6	7	1	1
14	3	1	1	12	-1	0	8

13	0	1	4		2	13	3	-3	
14	4	0	0		0	9	1	3	
7	3	1	0	x	12	6	2	0	x
2	7	3	1		2	4	7	1	
4	5	9	-1		4	4	2	-1	
11	1	-1	1		7	3	1	3	
8	0	2	0		13	6	1	1	
9	5	2	0	x	7	4	3	1	x
6	1	1	3		9	6	-1	3	
6	6	1	-1		3	6	1	4	
5	3	2	4		9	7	3	1	x
11	4	1	-1	x	11	-1	1	0	
10	8	0	1		4	5	5	1	
11	1	0	1		2	6	3	6	
					5	10	3	1	
					5	9	5	0	

$$a(4321 \times) = 4$$

$$b(4321 \times) = 3$$

$$c(\text{outros}) = 12$$

$$d(\text{outros}) = 15$$

Montando-se uma tabela de contingência baseada na tabela

2.2 encontramos:

TABELA 2.7

ORDEM PREDITA	AMOSTRA		Σ
	1	2	
(4321 \times)	4	3	7
outras	12	15	27
Σ	16	18	34

Analisaremos a tabela acima através do *Teste*

Qui-Quadrado de Pearson:

$$Q = \frac{34(4 \times 15 - 3 \times 12)^2}{7 \times 27 \times 16 \times 18} = 0.36$$

Para um nível $\alpha = 10\%$, $\chi_4^2(1-\alpha) = 2.71$. Logo,

$$Q = 0.36 < \chi_4^2(1-\alpha) = 2.71,$$

então, não rejeitamos H_0 , e portanto não aceitamos a predição 2.

2.4 Teste de MUNZERT-BARTOSZYK

Se as curvas de resposta não seguem uma tendência monótona mas bitônica ou tritônica, as primeiras diferenças não podem ser ordenadas de acordo com uma predição. Neste caso, sugerimos que as curvas de resposta individuais sejam trocadas por um vetor de sinais com p componentes, onde o componente (+) denota escores situados acima da mediana e o componente (-) denota escores abaixo da mediana. Temos, então, $r=2^p$ modelos acima-abaixo os quais poderão ser avaliados pelos testes 2.2 ou 2.3.

Curvas longas são geralmente crescentes no início devido ao aprendizado e transferência e decrescentes no final devido ao cansaço, resultando numa curva mediana sob a forma de u invertido. Vejamos como exemplo a seguinte predição:

Predição 3:

H3: Os escores dos aprendizes rápidos começam depois da primeira lembrança a se distanciar dos escores da curva mediana e vão gradualmente juntando-se a ela depois (ordem predita 4321).

Os escores das medianas (excluindo a primeira lembrança) são: $\tilde{X}_2 = 14$, $\tilde{X}_3 = 19$, $\tilde{X}_4 = 21$, $\tilde{X}_5 = 23$. Os desvios de cada curva X_{ij} da curva mediana \tilde{X} , são descritos na tabela abaixo:

TABELA 2.8

(DESvio DE CADA CURVA DE RESPOSTA INDIVIDUAL DA CURVA MEDIANA)

APRENDIZES RÁPIDOS					APRENDIZES LENTOS			
$\tilde{X}_2 = 14$	$\tilde{X}_3 = 19$	$\tilde{X}_4 = 21$	$\tilde{X}_5 = 23$		$\tilde{X}_2 = 14$	$\tilde{X}_3 = 19$	$\tilde{X}_4 = 21$	$\tilde{X}_5 = 23$
7	4	3	1	x	-3	-1	-2	-3
5	3	2	1	x	2	-5	-7	-1
5	0	-1	1		-10	-2	-1	-6
6	5	3	1	x	-7	-3	-4	-3
5	3	2	0	x	2	3	3	1
-1	1	2	1		-6	-7	-2	-3
-6	-6	1	-2		-4	-5	-5	-8
8	4	1	0	x	-3	-5	-6	-5
4	-1	-1	-3		2	3	2	1
0	0	0	-2		1	0	1	0
3	-1	-2	-1		2	3	0	1
-3	-2	-3	-6		-9	-8	-9	-7
0	-2	-2	0		-1	1	2	1
3	2	1	-2	x	6	0	-1	-3
1	4	2	1		-4	-4	-1	-2
8	4	2	1	x	-6	-5	-4	0
					-4	1	2	1
					-5	-1	2	0

a(4321 x) = 7
c(outros) = 9

b(4321 x) = 1
d(outros) = 17

Montando-se uma tabela de contingência baseada na tabela 2.2 encontramos:

TABELA 2.9

ORDEM PREDITA	AMOSTRA		Σ
	1	2	
(4321 x)	7	1	8
outras	9	17	26
Σ	16	18	34

Aplicaremos o *Teste Exato de Fisher-Irwin*:

$$P(X \geq a) = \sum_{x=a}^{a+b} \frac{\binom{a+b}{x} \binom{c+d}{n_1-x}}{\binom{N}{n_1}}$$

$$\begin{aligned}
 P(X \geq 7) &= \sum_{x=7}^8 \frac{\binom{8}{x} \binom{26}{16-x}}{\binom{34}{16}} = \frac{\binom{8}{7} \binom{26}{9}}{\binom{34}{16}} + \frac{\binom{8}{8} \binom{26}{8}}{\binom{34}{16}} \\
 &= \frac{8!26!16!18!}{34!7!1!9!17!} + \frac{8!26!16!18!}{34!8!0!8!18!} = 0.01205.
 \end{aligned}$$

Considerando $P=0.01205$ como o "P-value" da estatística, rejeitamos à 5% a hipótese nula, e confirmamos a predição 3.

Faremos agora, uma restrição ao uso de testes de ordem predita, pois na verdade estes testes não apresentam nenhum embasamento teórico profundo, porém, os apresentamos neste trabalho, por constarem na bibliografia existente sobre análise de curvas de resposta.

III. TESTES PARA A ANÁLISE DE CURVAS DE RESPOSTA UTILIZANDO A FUNÇÃO ESCORE ÓTIMA

3.1 Introdução

Descrevemos neste capítulo, dois procedimentos baseados em LEHMACHER & WALL (1978) e LEHMACHER (1979) para testar efeito de tratamento em curvas de resposta. A um deles denominamos Teste Univariado, e que será descrito na seção 3.2, e ao outro Teste Multivariado, o qual será estudado na seção 3.3.

Os testes em que nos baseamos utilizam os escores de Wilcoxon, ou seja, levam em conta os postos ocupados pelas

observações, porém sem nenhum estudo prévio sobre a distribuição dos dados. Neste trabalho propomos incorporar aos testes, a informação acerca da distribuição dos dados, e deste modo evitar erros que poderiam ocorrer se tratássemos os dados com escores inadequados. Para tanto, adaptamos aos testes o uso de funções escore, as quais serão escolhidas de acordo com funções seletoras $\bar{\varphi}_1$ e $\bar{\varphi}_2$ obtidas dos dados, e que tornarão os testes mais eficientes e localmente mais poderosos.

3.2 Teste Univariado

Considere o experimento definido em (2.1), porém, redefinindo a notação de tempo, teremos o seguinte experimento: N unidades experimentais, divididas em c grupos ou tratamentos, com n_i para cada grupo, e são tomadas ρ medidas em cada unidade. Seja:

x_{ijk} : resposta da j -ésima unidade experimental atribuída ao i -ésimo tratamento no k -ésimo tempo,

para: $i = 1, 2, \dots, c$ (tratamento)

$j = 1, 2, \dots, n_i$ (unidade experimental)

$k = 1, 2, \dots, \rho$ (tempo) e $N = \sum_{i=1}^c n_i$ (3.1)

Definimos a matriz $X = ((x_{ijk}))$, composta de N vetores estocasticamente independentes da seguinte forma:

$$X_{ij} = [x_{ija}, x_{ijb}, \dots, x_{ijp}]'. \quad (3.2)$$

que representa o vetor de resposta do j -ésimo indivíduo atribuído ao i -ésimo tratamento.

Nosso objetivo é testar a homogeneidade dos c tratamentos, através da hipótese de que todas as N curvas de resposta X_{ij} têm perfis paralelos, ou seja, somente as diferentes reações sobre o tempo entre os c tratamentos são de interesse.

Para cada i os vetores X_{ij} são i.i.d com função de distribuição F_i p -variada. Então, nossa hipótese de interesse é:

$$F_1(\beta_1 - \tau_1, \dots, \beta_p - \tau_1) = \dots = F_c(\beta_1 - \tau_c, \dots, \beta_p - \tau_c) = F(\beta_1, \dots, \beta_p)$$

onde:

τ_i é o efeito do i -ésimo tratamento e,

β_k é o efeito do k -ésimo tempo.

Portanto, estamos interessados em testar:

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_c = 0.$$

Dada a matriz X , construímos a matriz de postos R ($N \times p$), onde R_{ijk} é o posto de x_{ijk} na j -ésima unidade experimental do i -ésimo tratamento para $k=1,2,\dots,p$, ou seja, o posto é dado por linha:

$$(x_{ij1}, x_{ij2}, \dots, x_{ijp}). \quad (3.3)$$

A matriz de postos R ($N \times p$) terá a seguinte forma:

$$R = \begin{bmatrix} R_{111} & R_{112} & \dots & R_{11p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{in_1 1} & R_{in_1 2} & \dots & R_{in_1 p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{c11} & R_{c12} & \dots & R_{c1p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{cn_c 1} & R_{cn_c 2} & \dots & R_{cn_c p} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

De acordo com as funções seletoras $\bar{\varphi}_1$ e $\bar{\varphi}_2$, definidas na seção (1.6.2), as quais nos informam a longitude das caudas e simetria dos dados originais, respectivamente, determinamos a função escore $a(\cdot)$, e construímos a matriz de escores A ($N \times p$):

$$A = \begin{bmatrix} a(R_{111}) & a(R_{112}) & \dots & a(R_{11p}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a(R_{i n_i 1}) & a(R_{i n_i 2}) & \dots & a(R_{i n_i p}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a(R_{c11}) & a(R_{c12}) & \dots & a(R_{c1p}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a(R_{c n_c 1}) & a(R_{c n_c 2}) & \dots & a(R_{c n_c p}) \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Podemos agora definir a estatística linear de postos:

$$\bar{S}_{i,k} = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} a(R_{ijk}) \quad (3.6)$$

para $i=1,2,\dots,c$ e $k=1,2,\dots,p$

e o vetor $\bar{S} = [\bar{S}_{1,1}, \bar{S}_{1,2}, \dots, \bar{S}_{1,p}]'$, para $i=1,2,\dots,c$.

Se $a(\cdot)$ satisfaz as condições dos teoremas de simetria (1.4.1.2) e normalidade (1.4.3.1), então a estatística linear de postos $\bar{S}_{i,k}$ tem distribuição assintótica normal com parâmetros:

$$\bar{S}_{i,k} \sim N \left(E\bar{S}_{i,k}, \text{Var}(\bar{S}_{i,k}) \right).$$

onde:

$$E\bar{S}_{i,k} = E \left[\frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} a(R_{ijk}) \right] = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} E \left[a(R_{ijk}) \right]$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} a(R_{ijk}) = \bar{a}_{..k}$$

e

$$\text{Var}(\bar{S}_{i..k}) = \frac{N - n_i}{n_i N} v_{kk},$$

onde:

$$v_{kk} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \left[a(R_{ijk}) - \bar{a}_{..k} \right]^2$$

para $k = 1, 2, \dots, p$ e $i = 1, 2, \dots, c$.

Considere a estatística:

$$Q_k = \frac{(N-1) \sum_{i=1}^c n_i \left[\bar{S}_{i..k} - \bar{a}_{..k} \right]^2}{\sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} a^2(R_{ijk}) - N \bar{a}_{..k}^2} \quad (3.7)$$

para $k=1, 2, \dots, p$.

Sob H_0 , $E(Q_k) = c-1$ e $\bar{S}_{i..k}$ tem distribuição assintoticamente normal, então a estatística Q_k é assintoticamente distribuída segundo uma distribuição Qui-Quadrado com $(c-1)$ graus de liberdade.

Prova: A prova segue-se do teorema 1.4.3.3.

A estatística adequada para testar H_0 seria $Q = \sum_{k=1}^p Q_k$.

Se as estatísticas Q_k fossem independentes, Q também teria distribuição χ^2 . Porém, como as p medidas são feitas na mesma unidade experimental, as estatísticas Q_k são dependentes. Então, a solução encontrada foi decompor o teste Q em p testes simultâneos baseados na distribuição χ_{c-1}^2 de Q_k .

Regra de Decisão:

Para manter um nível α desejado, utilizamos $\alpha^* = \alpha/p$. Se pelo menos uma estatística $Q_k > c_k(\alpha^*)$ rejeitamos H_0 para $c_k(\alpha^*)$ igual à $(1-\alpha^*)$ quantil da distribuição χ_{c-1}^2 .

3.2.1 Comparações Múltiplas Univariadas

Se H_0 é rejeitada ao nível α de significância, estamos admitindo que existe diferença entre os tratamentos, para um ou mais tempos ($k=1,2,\dots,p$). Como estamos trabalhando com estatísticas Q_k , verificamos para qual tempo rejeitamos H_0 e aí então, realizamos as comparações múltiplas, com a finalidade de determinar a origem da significância.

Existem $c(c-1)/2$ pares de comparações para cada k ,

assim nossa nova hipótese nula com relação à comparação será (GIBBONS, 1985):

$$\begin{cases} H_0: \tau_i = \tau_{i'} & \forall i, i' = 1, 2, \dots, c \text{ para um } k \text{ fixo} \\ H_A: \tau_i \neq \tau_{i'} & \text{para algum } i, i' = 1, 2, \dots, c \end{cases}$$

Seja o contraste,

$$D_{ii'k} = (\bar{S}_{i,k} - \bar{S}_{i',k}) \quad (3.8)$$

onde:

$$S_{i,k} = \sum_{j=1}^{n_i} a(R_{ijk}) \quad \text{e} \quad \bar{S}_{i,k} = \frac{1}{n_i} S_{i,k}$$

e,

$$S_{i',k} = \sum_{j=1}^{n_{i'}} a(R_{i'jk}) \quad \text{e} \quad \bar{S}_{i',k} = \frac{1}{n_{i'}} S_{i',k}$$

A variância de $D_{ii'k}$ é dada por:

$$\begin{aligned} \text{Var}(D_{ii'k}) &= \left[\text{Var}(\bar{S}_{i,k}) + \text{Var}(\bar{S}_{i',k}) - 2\text{Cov}(\bar{S}_{i,k}, \bar{S}_{i',k}) \right] \\ &= \left[\frac{1}{n_i^2} \text{Var}(S_{i,k}) + \frac{1}{n_{i'}^2} \text{Var}(S_{i',k}) + \frac{2}{n_i n_{i'}} \text{Cov}(S_{i,k}, S_{i',k}) \right] \quad (*) \end{aligned}$$

onde:

$$\text{Var}(S_{i,k}) = \text{Var}\left(\sum_{j=1}^{n_i} a(R_{ijk})\right) = \frac{n_i(N-n_i)}{N} v_{kk}$$

e,

$$\text{Var}(S_{i',k}) = \text{Var}\left(\sum_{j=1}^{n_{i'}} a(R_{ijk})\right) = \frac{n_{i'}(N-n_{i'})}{N} v_{kk}$$

para:
$$v_{kk} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \left[a(R_{ijk}) - \bar{a}_{..k} \right]^2,$$

$$\text{Cov}(S_{i,k}, S_{i',k}) = \frac{1}{2} \left[\text{Var}(S_{i,k} + S_{i',k}) + \text{VCS}_{i,k} + \text{VCS}_{i',k} \right]$$

$$\text{VCS}_{i,k} + S_{i',k} = \frac{(n_i + n_{i'})(N - n_i - n_{i'})}{N} v_{kk}$$

Assim obtemos:

$$\text{Cov}(S_{i,k}, S_{i',k}) = \frac{1}{2N} \left[(n_i + n_{i'})(N - n_i - n_{i'}) - n_i(N - n_i) - n_{i'}(N - n_{i'}) \right]$$

E, substituindo os termos necessários em (*), temos que:

$$\text{Var}(D_{ii,k}) = \left[\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_{i'}} \right] v_{kk} \quad (3.9)$$

Regra de Decisão:

A hipótese nula será rejeitada se:

$$|D_{i'k}| \geq Z_{\alpha'/2} \sqrt{\text{Var}(D_{i'k})} \quad (3.10)$$

onde: $\alpha' = \frac{2\alpha}{c(c-1)}$, para um determinado k em que $Q_k > c_k^*(\alpha)$ e $1 - \Phi(Z_{\alpha'/2}) = \alpha'/2$.

3.3 Teste Multivariado

Para este teste, definiremos contrastes do tipo:

$$D_{i.k} = \left[\bar{S}_{i.k} - \bar{S}_{..k} \right] \quad (3.11)$$

para $i=1,2,\dots,c$ e $k=1,2,\dots,p$

e o vetor de contrastes $D_i = [D_{i.1}, D_{i.2}, \dots, D_{i.p}]'$ para $i=1,\dots,c$.

Se $a(\cdot)$ satisfaz as condições dos teoremas de simetria (1.4.1.2) e normalidade (1.4.3.1), então $D_{i.k}$ tem distribuição assintótica normal com parâmetros:

$$D_{i.k} \sim N \left(E(D_{i.k}), \text{Var}(D_{i.k}) \right).$$

onde:

$$E(D_{i.k}) = 0$$

$$\text{Cov}(D_{i.k}, D_{i.k'}) = \frac{(N-n_i)}{n_i N} v_{kk'}$$

sendo:

$$v_{kk'} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \left(a_{ijk} - \bar{a}_{..k} \right) \left(a_{ijk'} - \bar{a}_{..k'} \right).$$

para $i=1,2,\dots,c$ e $k,k'=1,2,\dots,p$.

Vamos denotar a matriz de covariância do vetor de contrastes D_i por Σ ($cp \times cp$). Podemos obter Σ através do seguinte produto cruzado:

$$\Sigma = P \otimes C,$$

onde: C é uma matriz ($p \times p$) com elementos $v_{kk'}$

$$P = \left[\frac{N}{n_i} \delta_{ii'} - 1 \right] \text{ para } i, i' = 1, \dots, c$$

Então o teste será da forma:

$$L = \sum_{i=1}^c n_i D_i' C^{-1} D_i \quad (3.12)$$

onde C^- representa a inversa de Moore-Penrose da matriz C .

Prova: LEHMACHER (1979).

Regra de Decisão:

Podemos proceder como segue:

$$\text{Se } L \begin{cases} \geq \chi^2_{(p-1)(c-1)}^{(1-\alpha)}, \text{ não aceitamos } H_0 \\ < \chi^2_{(p-1)(c-1)}^{(1-\alpha)}, \text{ não rejeitamos } H_0 \end{cases} \quad (3.13)$$

onde $\chi^2_{(p-1)(c-1)}^{(1-\alpha)}$ é o $(1-\alpha)$ -ésimo quantil da distribuição χ^2 com $(p-1)(c-1)$ graus de liberdade e $0 < \alpha < 1$ é o nível de significância desejado do teste.

EXEMPLO 3.1 - Este experimento pode ser encontrado em GRIZZLE & ALLEN (1969). A variável em estudo, Coronary Sinus Potassium (mil equivalentes/litro), é medida 7 vezes durante os treze minutos iniciais após a oclusão coronária, nos tempos 1,3,5,7,9,11 e 13. Os grupos ou tratamentos são definidos como:

Grupo I - Cachorros do grupo Controle

Grupo II - Denervação Cardíaca Extrínseca três semanas antes da oclusão coronária.

Grupo III - Degeneração Cardíaca Extrínseca imediatamente a priori à oclusão coronária.

Grupo IV - Simpatectomia Torácica Bilateral e estelectomia três semanas antes da oclusão coronária.

TABELA 3.1 - Coronary Sinus Potassium (mil equivalentes/litro)

grupo ou trat.	unid. exp. CACHORRO	Tempo em minutos após a oclusão						
		1	3	5	7	9	11	13
GRUPO I	1	4.0	4.0	4.1	3.6	3.6	3.8	3.1
	2	4.2	4.3	3.7	3.7	4.8	5.0	5.2
	3	4.3	4.2	4.3	4.3	4.5	5.8	5.4
	4	4.2	4.4	4.6	4.9	5.3	5.6	4.9
	5	4.6	4.4	5.3	5.6	5.9	5.9	5.3
	6	3.1	3.6	4.9	5.2	5.3	4.2	4.1
	7	3.7	3.9	3.9	4.8	5.2	5.4	4.2
	8	4.3	4.2	4.4	5.2	5.6	5.4	4.7
	9	4.6	4.6	4.4	4.6	5.4	5.9	5.6
GRUPO II	1	3.4	3.4	3.5	3.1	3.1	3.7	3.3
	2	3.0	3.2	3.0	3.0	3.1	3.2	3.1
	3	3.0	3.1	3.2	3.0	3.3	3.0	3.0
	4	3.1	3.2	3.2	3.2	3.3	3.1	3.1
	5	3.8	3.9	4.0	2.9	3.5	3.5	3.4
	6	3.0	3.6	3.2	3.1	3.0	3.0	3.0
	7	3.3	3.3	3.3	3.4	3.6	3.1	3.1
	8	4.2	4.0	4.2	4.1	4.2	4.0	4.0
	9	4.1	4.2	4.3	4.3	4.2	4.0	4.2
	10	4.5	4.4	4.3	4.5	5.3	4.4	4.4
GRUPO III	1	3.2	3.3	3.8	3.8	4.4	4.2	3.7
	2	3.3	3.4	3.4	3.7	3.7	3.6	3.7
	3	3.1	3.3	3.2	3.1	3.2	3.1	3.1
	4	3.6	3.4	3.5	4.6	4.9	5.2	4.4
	5	4.5	4.5	5.4	5.7	4.9	4.0	4.0
	6	3.7	4.0	4.4	4.2	4.6	4.8	5.4
	7	3.5	3.9	5.8	5.4	4.9	5.3	5.6
	8	3.9	4.0	4.1	5.0	5.4	4.4	3.9
GRUPO IV	1	3.1	3.5	3.5	3.2	3.0	3.0	3.2
	2	3.3	3.2	3.6	3.7	3.7	4.2	4.4
	3	3.5	3.9	4.7	4.3	3.9	3.4	3.5
	4	3.4	3.4	3.5	3.3	3.4	3.2	3.4
	5	3.7	3.8	4.2	4.3	3.6	3.8	3.7
	6	4.0	4.6	4.8	4.9	5.4	5.6	4.8
	7	4.2	3.9	4.5	4.7	3.9	3.8	3.7
	8	4.1	4.1	3.7	4.0	4.1	4.6	4.7
	9	3.5	3.6	3.6	4.2	4.8	4.9	5.0

Consideramos que o experimento tem 36 unidades experimentais, atribuídas ao acaso à 4 grupos experimentais e que são tomadas 7 medidas em tempos diferentes. Seja:

X_{ijk} : resposta do j -ésimo cachorro, atribuído ao i -ésimo grupo no k -ésimo tempo,

para: $i=1,2,3,4$ (grupo ou tratamento)
 $j=1,2,\dots,n_i$ (unidade experimental)
 $k=1,2,\dots,7$ (tempo)

a) Análise dos Perfis Médios

Observaremos o perfil médio de cada grupo, através da tabela 3.2 das médias amostrais de cada grupo, e da figura 3.1 dos perfis médios da resposta dos 4 grupos nos 7 tempos.

TABELA 3.2 - Curvas Médias de Resposta

GRUPO	1	3	5	7	9	11	13
1	4.11	4.18	4.51	4.77	5.07	5.22	4.72
2	3.54	3.63	3.62	3.56	3.56	3.50	3.46
3	3.60	3.73	4.20	4.44	4.50	4.53	4.26
4	3.64	3.78	4.01	4.07	3.98	4.07	4.04

CURVAS MEDIAS DE RESPOSTA

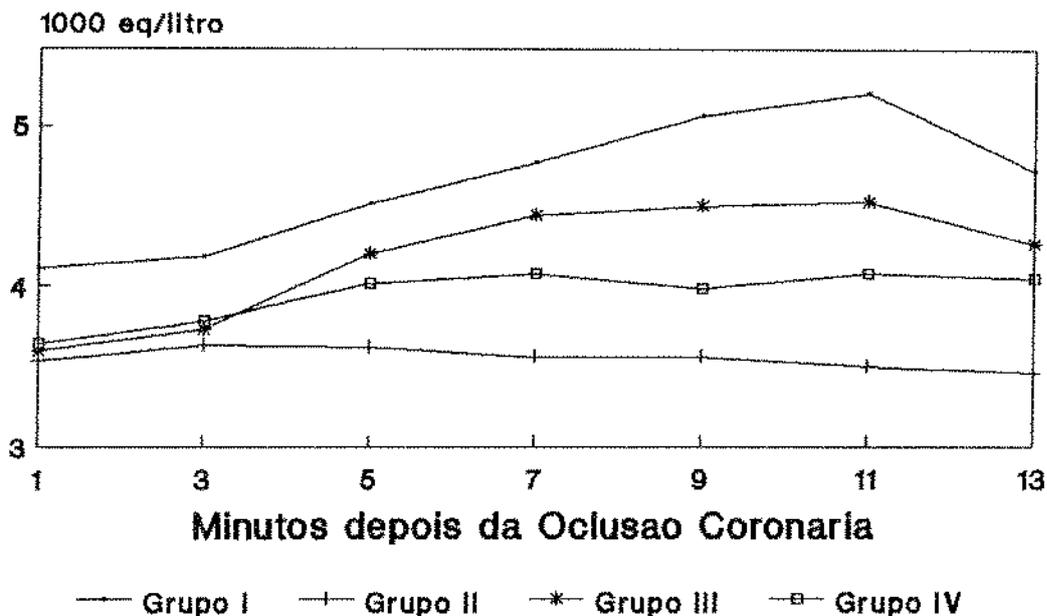


FIGURA 3.1 - Representação gráfica dos perfis médios dos 4 grupos experimentais, observados em 7 tempos após a oclusão coronária.

b) Análise Exploratória dos Dados

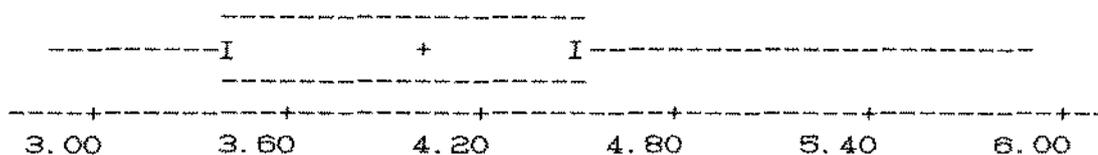
Faremos uma análise exploratória dos dados, através do diagrama de ramos-e-folhas, box-plot, 2^o coeficiente de Pearson e o coeficiente Percentílico de Curtose.

i) Ramos-e-Folhas

Verificaremos a forma da distribuição dos dados, através do seguinte diagrama de ramos-e-folhas na figura abaixo:

<u>ramos</u>	<u>folhas</u>
2	9
3	00000000000001111111111111111111
3	22222222222222222222222222222222
3	44444444444444444444444444444444
3	66666666666666666666666666666666
3	88888888999999999999999999999999
4	0000000000000001111111111
4	22222222222222222222222222222222
4	44444444444444444444444444444444
4	66666666666666666666666666666666
4	88888888999999999999999999999999
5	000
5	22222222222222222222222222222222
5	44444444444444444444444444444444
5	66666666666666666666666666666666
5	88888888888888888888888888888888

ii) Box-Plot



De acordo com o diagrama de ramos-e-folhas e o box-plot, podemos concluir que a distribuição dos dados apresenta uma assimetria à direita.



iii) 2º Coeficiente de Pearson

Uma medida usada muito frequentemente para avaliar o grau de assimetria ou de deformação de uma distribuição é o 2º Coeficiente de Pearson, o qual se calcula através da expressão:

$$C_p = \frac{3 (\bar{X} - Md)}{S} \quad (3.14)$$

onde:

\bar{X} é a média amostral, S o desvio-padrão e Md a mediana.

Obtemos para os nossos dados o seguinte coeficiente:

$$C_p = \frac{3 (4.048413 - 4)}{0.766035} = 0.1896$$

Este valor nos indica assimetria à direita.

iv) Coeficiente Percentílico de Curtose

O Coeficiente Percentílico de Curtose é usado para indicar qual é a forma da distribuição dos dados.

Para avaliar o grau de curtose da distribuição de frequências, usaremos a seguinte medida:

$$K = \frac{Q_3 - Q_1}{2 (P_{90} - P_{10})} \quad (3.15)$$

onde: Q_i é o i -ésimo quartil e P_j o j -ésimo percentil.

Através de K , podemos identificar a forma da curva, se:

- $K > 0.263 \Rightarrow$ platicúrtica (excessivamente achatada)
- $K = 0.263 \Rightarrow$ mesocúrtica (normalmente achatada)
- $K < 0.263 \Rightarrow$ leptocúrtica (muito afilada).

Obtemos para os nossos dados o seguinte coeficiente:

$$K = \frac{4.5 - 3.4}{2 (5.3 - 3.1)} = 0.25$$

Como $K < 0.263$, a curva ou distribuição dos dados é leptocúrtica.

A seguir, calculamos os indicadores de simetria e de longitude da cauda da distribuição dos dados, $\bar{\varphi}_1$ e $\bar{\varphi}_2$, para cada tempo, considerando os tratamentos. Os resultados apresentados na tabela abaixo, foram obtidos através do pacote estatístico SENP (Sistema Estatístico Não-Paramétrico).

TABELA 3.3 - Escolha da função escore ótima para cada tempo, levando-se em conta os tratamentos.

TEMPO	$\bar{\varphi}_1$	$\bar{\varphi}_2$	DISTRIBUIÇÃO	ESCORE
1	2.3567	1.5277	NORMAL	VAN DER WAERDEN
3	2.3689	1.5363	NORMAL	VAN DER WAERDEN
5	2.0724	1.7875	UNIFORME	GASTWIRTH
7	2.2086	1.4144	UNIFORME	GASTWIRTH
9	2.7933	1.6774	NORMAL	VAN DER WAERDEN
11	2.2274	1.2858	UNIFORME	GASTWIRTH
13	2.2008	1.7018	UNIFORME	GASTWIRTH

De acordo com a análise exploratória dos dados, e a análise univariada apresentada na tabela 3.3, onde encontramos alguns tempos com distribuição normal e outros com distribuição uniforme, escolhemos a função escore de Van Der Waerden como sendo adequada aos dados:

$$a(R_{ijk}) = \Phi^{-1} [R_{ijk}/(N+1)] \quad (3.16)$$

onde Φ é a distribuição $N(0,1)$.

Para a realização dos testes, tomaremos os postos como descrito em (3.3) e (3.4). Portanto, devemos substituir N por p em (3.16).

A matriz de postos R ($N \times p$) dada na expressão (3.4), pode ser obtida através do programa UNIMUL.PRG, que se encontra em anexo, utilizando as duas matrizes PL e C (saídas do programa).

A matriz de postos R ($N \times p$) é a seguinte:

$$R = \begin{bmatrix} 5-6 & 5-6 & 7 & 2-3 & 2-3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1-2 & 1-2 & 5 & 6 & 7 \\ 2-4 & 1 & 2-4 & 2-4 & 5 & 7 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4-5 & 6 & 7 & 4-5 \\ 2 & 1 & 3-4 & 5 & 6-7 & 6-7 & 3-4 \\ 1 & 2 & 5 & 6 & 7 & 4 & 3 \\ 1 & 2-3 & 2-3 & 5 & 6 & 7 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 5 & 7 & 6 & 4 \\ 2-4 & 2-4 & 1 & 2-4 & 5 & 7 & 6 \\ 4-5 & 4-5 & 6 & 1-2 & 1-2 & 7 & 3 \\ 1-3 & 6-7 & 1-3 & 1-3 & 4-5 & 6-7 & 4-5 \\ 1-4 & 5 & 6 & 1-4 & 7 & 1-4 & 1-4 \\ 1-3 & 4-6 & 4-6 & 4-6 & 7 & 1-3 & 1-3 \\ 5 & 6 & 7 & 1 & 3-4 & 3-4 & 2 \\ 1-4 & 7 & 6 & 5 & 1-4 & 1-4 & 1-4 \\ 3-5 & 3-5 & 3-5 & 6 & 7 & 1-2 & 1-2 \\ 5-7 & 1-3 & 5-7 & 4 & 5-7 & 1-3 & 1-3 \\ 2 & 3-5 & 6-7 & 6-7 & 3-5 & 1 & 3-5 \\ 5-6 & 1-4 & 1-4 & 5-6 & 7 & 1-4 & 1-4 \\ 1 & 2 & 4-5 & 4-5 & 7 & 6 & 3 \\ 1 & 2-3 & 2-3 & 5-7 & 5-7 & 4 & 5-7 \\ 1-4 & 7 & 5-6 & 1-4 & 5-6 & 1-4 & 1-4 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 6 & 7 & 4 \\ 3-4 & 3-4 & 6 & 7 & 5 & 1-2 & 1-2 \\ 1 & 2 & 4 & 3 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 2 & 7 & 5 & 3 & 4 & 6 \\ 1-2 & 3 & 4 & 6 & 7 & 5 & 1-2 \\ 3 & 6-7 & 6-7 & 4-5 & 1-2 & 1-2 & 4-5 \\ 2 & 1 & 3 & 4-5 & 4-5 & 6 & 7 \\ 2-3 & 4-5 & 7 & 6 & 4-5 & 1 & 2-3 \\ 3-6 & 3-6 & 7 & 2 & 3-6 & 1 & 3-6 \\ 2-3 & 4-5 & 6 & 7 & 1 & 4-5 & 2-3 \\ 1 & 2 & 3-4 & 5 & 6 & 7 & 3-4 \\ 5 & 3-4 & 6 & 7 & 3-4 & 2 & 1 \\ 3-5 & 3-5 & 1 & 2 & 3-5 & 6 & 7 \\ 1 & 2-3 & 2-3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

A seguir, calculamos a matriz de escores A ($N \times p$) dada na expressão (3.5), utilizando os escores de VAN DER WAERDEN. Esta matriz corresponde a matriz ESC encontrada nas saídas do programa UNIMUL.PRG:

0.49656	0.49656	1.15035	-0.49656	-0.49656	0	-1.15035
-0.31864	0	-0.91242	-0.91242	0.31864	0.67449	1.15035
-0.33104	-1.15035	-0.33104	-0.33104	0.31864	1.15035	0.67449
-1.15035	-0.67449	-0.31864	0.15932	0.67449	1.15035	0.15932
-0.67449	-1.15035	-0.15932	0.31864	0.91242	0.91242	-0.15932
-1.15035	-0.67449	0.31864	0.67449	1.15035	0	-0.31864
-1.15035	-0.49656	-0.49656	0.31864	0.67449	1.15035	0
-0.67449	-1.15035	-0.31864	0.31864	1.15035	0.67449	0
-0.33104	-0.33104	-1.15035	-0.33104	0.31864	1.15035	0.67449
0.15932	0.15932	0.67449	-0.91242	-0.91242	1.15035	-0.31864
-0.71449	0.91242	-0.71449	-0.71449	0.15932	0.91242	0.15932
-0.53587	0.31864	0.67449	-0.53587	1.15035	-0.53587	-0.53587
-0.71449	0.33104	0.33104	0.33104	1.15035	-0.71449	-0.71449
0.31864	0.67449	1.15035	-1.15035	-0.15932	-0.15932	-0.67449
-0.53587	1.15035	0.67449	0.31864	-0.53587	-0.53587	-0.53587
0	0	0	0.67449	1.15035	-0.91242	-0.91242
0.71449	-0.71449	0.71449	0	0.71449	-0.71449	-0.71449
-0.67449	0	0.91242	0.91242	0	-1.15035	0
0.49656	-0.33104	-1.15035	0.49656	1.15035	-0.33104	-0.33104
-1.15035	-0.67449	0.15932	0.15932	1.15035	0.67449	-0.31864
-1.15035	-0.49656	-0.49656	0.71449	0.71449	0	0.71449
-0.53587	1.15035	0.49656	-0.53587	0.49656	-0.53587	-0.53587
-0.31864	-1.15035	-0.67449	0.31864	0.67449	1.15035	0
-0.15932	-0.15932	0.67449	1.15035	0.31864	-0.91242	-0.91242
-1.15035	-0.67449	0	-0.31864	0.31864	0.67449	1.15035
-1.15035	-0.67449	1.15035	0.31864	-0.31864	0	0.67449
-0.91242	-0.31864	0	0.67449	1.15035	0.31864	-0.91242
-0.31864	0.91242	0.91242	0.15932	-0.91242	-0.91242	0.15932
-0.67449	-1.15035	-0.31864	0.15932	0.15932	0.67449	1.15035
-0.49656	0.15932	1.15035	0.67449	0.15932	-1.15035	-0.49656
0.16862	0.16862	1.15035	-0.67449	0.16862	-1.15035	0.16862
-0.49656	0.15932	0.67449	1.15035	-1.15035	0.15932	-0.49656
-1.15035	-0.67449	-0.15932	0.31864	0.67449	1.15035	-0.15932
0.31864	-0.15932	0.67449	1.15035	-0.15932	-0.67449	-1.15035
0	0	-1.15035	-0.67449	0	0.67449	1.15035
-1.15035	-0.49656	-0.49656	0	0.31864	0.67449	1.15035

Quanto ao teste multivariado, a matriz de covariância C é a seguinte:

$$\begin{bmatrix} 0.30363 & 0.10663 & 0.08457 & -0.08384 & -0.09748 & -0.16451 & -0.14899 \\ 0.10663 & 0.42989 & 0.19310 & -0.11488 & -0.19008 & -0.26480 & -0.15986 \\ 0.08457 & 0.19310 & 0.52395 & 0.04536 & -0.19518 & -0.38073 & -0.27108 \\ -0.08384 & -0.11488 & 0.04536 & 0.38378 & 0.06121 & -0.15149 & -0.14014 \\ -0.09748 & -0.19008 & -0.19518 & 0.06121 & 0.41279 & 0.04412 & -0.03538 \\ -0.16451 & -0.26480 & -0.38073 & -0.15149 & 0.04412 & 0.64483 & 0.27258 \\ -0.14899 & -0.15986 & -0.27108 & -0.14014 & -0.03538 & 0.27258 & 0.48286 \end{bmatrix}$$

e a inversa generalizada de Moore-Penrose da matriz C é:

$$\begin{bmatrix} 3.06222 & -1.23246 & -0.80707 & -0.06214 & -0.52715 & -0.37808 & -0.05532 \\ -1.23246 & 2.80674 & -1.33784 & 0.22388 & -0.06194 & 0.08997 & -0.48834 \\ -0.80707 & -1.33784 & 2.70574 & -1.17673 & 0.27072 & 0.31152 & 0.03367 \\ -0.06214 & 0.22388 & -1.17673 & 2.50654 & -1.19615 & -0.07735 & -0.21805 \\ -0.52715 & -0.06194 & 0.27072 & -1.19615 & 2.27583 & -0.58295 & -0.17836 \\ -0.37808 & 0.08997 & 0.31152 & -0.07735 & -0.58295 & 2.08933 & -1.45244 \\ -0.05532 & -0.48834 & 0.03367 & -0.21805 & -0.17836 & -1.45244 & 2.35884 \end{bmatrix}$$

O vetor de contrastes, onde cada elemento é definido em (3.11), resultou em:

$$\begin{bmatrix} -0.11219 & -0.38375 & -0.37966 & -0.13914 & 0.20649 & 0.63234 & 0.17591 \\ 0.32632 & 0.43644 & 0.19347 & -0.16587 & 0.03531 & -0.42930 & -0.39637 \\ -0.34102 & -0.18838 & 0.03049 & 0.2023 & 0.21166 & 0.04102 & 0.04393 \\ 0.05275 & 0.06626 & 0.13758 & 0.14362 & -0.43386 & -0.1918 & 0.22545 \end{bmatrix}$$

A estatística do teste, o grau de liberdade e o "Pvalue", podem ser verificados na tabela 3.4.

TABELA 3.4

ESTATISTICA	GL	PVALUE
27.52666	18	0.083568

Se considerarmos que a significância de 8,36% do teste multivariado é suficiente (significativa) para o experimentador, então podemos dar prosseguimento ao estudo, investigando em quais tempos a diferença entre os tratamentos é significativa.

Apresentamos na tabela 3.5 abaixo, as estatísticas Q_k do teste univariado para $k=1,2,\dots,7$ e seus respectivos "P-value", para 3 graus de liberdade:

TABELA 3.5

TEMPO	ESTATISTICA	Q_k	PVALUE
1	7.026742		0.071050
3	8.266225		0.040818
5	3.529724		0.316927
7	2.507730		0.473896
9	5.932101		0.114961
11	8.973194		0.029649 *
13	4.809828		0.186264

Conclusão: Tomando $\alpha=0.05$, teremos $\alpha^*=\alpha/p=0.007$ e com este nível não rejeitaremos H_0 para nenhum dos tempos. Porém, para demonstração dos métodos vamos supor que aceitemos H_0 para o tempo 11 minutos após a oclusão coronária, onde o "P-Value" é aproximadamente 0.03, e equivale a um $\alpha^*=0.21$. O próximo passo,

é verificar quais são os tratamentos que diferem nos tempos significativos.

Vejamos na tabela abaixo, quais são os grupos ou tratamentos que diferem para o tempo considerado significativo, ou seja, vamos testar a seguinte hipótese:

$$\begin{cases} H_0: \tau_i = \tau_{i'} & \forall i, i' = 2, 3, 4 \text{ e } k=6 \\ H_A: \tau_i \neq \tau_{i'} & \text{para algum } i, i' = 2, 3, 4 \end{cases}$$

TABELA 3.6 - Comparações Múltiplas entre os grupos 11 minutos após a oclusão coronária.

PROVAS	$ D_{i,i',k} $	PVALUE
$\tau_1 = \tau_2$	2.877386	0.002005 *
$\tau_1 = \tau_3$	1.515452	0.064829
$\tau_1 = \tau_4$	2.177125	0.014736
$\tau_2 = \tau_3$	1.234743	0.108463
$\tau_2 = \tau_4$	0.643703	0.259884
$\tau_3 = \tau_4$	0.596669	0.275364

Para um $\alpha=0.05$, teremos $\alpha' = \frac{2\alpha}{c(c-1)} = 0.0083$ e de acordo com este valor e os resultados apresentados na tabela 3.6, concluímos que existe diferença significativa para o tempo 11 minutos após a oclusão coronária entre os grupos 1 e 2.

IV. SUAVIZAMENTO NÃO-PARAMÉTRICO

4.1 Introdução

Vamos tratar neste capítulo de suavizamento não-paramétrico de funções de regressão, mais especificamente queremos suavizar a curva média de resposta de um certo grupo ou tratamento. Assim, este capítulo será necessário para que possamos desenvolver a seção 5.3 do capítulo V.

Dentre os vários trabalhos sobre alisamento não-paramétrico encontrados na literatura estatística podemos

citar alguns, como por exemplo: PRIESTLEY & CHAO (1972), CLARK (1977), GASSER & MULLER (1979), HART & WEHRLY (1986).

A maioria dos trabalhos que acabamos de citar considera estimadores de kernel de regressão envolvendo erros não-correlacionados; porém, para o tratamento de curvas de resposta é imprescindível utilizarmos as correlações, visto que as observações feitas na mesma unidade experimental serão, geralmente, correlacionadas. HART & WEHRLY (1986) fornece um método baseado nos dados para selecionar o "bandwidth" b , levando em conta a correlação entre os erros e de forma a minimizar o erro quadrático médio. A seguir descreveremos o método de suavizamento em questão.

4.2 O Modelo

Assumiremos o mesmo tipo de experimento descrito no capítulo II, onde $i=1, \dots, c$ (grupo ou tratamento), $j=1, \dots, n_i$ (indivíduo j pertencente ao i -ésimo grupo) e $k=1, \dots, p$ (tempo).

Considere o seguinte modelo:

$$x_{ij}(t_k) = \mu_i(t_k) + e_{ij}(t_k) \quad (4.1)$$

para $j=1, \dots, n_i$, $k=1, \dots, p$, onde os t_k 's são fixos com $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_p \leq 1$. Quanto aos erros:

$$E(e_{ij}(t_k)) = 0, \quad \forall k=1, \dots, p.$$

$$\text{cov}(e_{ij}(t_k), e_{i'j'}(t_{k'})) = \begin{cases} \sigma^2 \rho(|t_k - t_{k'}|), & \text{para } j=j' \\ 0 & , \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (4.2)$$

A função de correlação ρ tem as seguintes propriedades:

- a) $\rho(0) = 1$
- b) $|\rho(y)| \leq 1, \forall y \in [-1, 1]$.

Este modelo implica que as observações $x_{ij}(t_1), \dots, x_{ij}(t_p)$, feitas no j -ésimo indivíduo são correlacionadas e as observações feitas em diferentes indivíduos são não correlacionadas. Considerando este tipo de modelo, evitamos o supersuavizamento, fato que ocorre quando os dados são tratados como não-correlacionados quando na verdade eles são correlacionados.

Definindo $\bar{x}_{i.}(t_k) = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}(t_k)$ e, retomando as

expressões (4.1) e (4.2), temos:

$$\bar{x}_{i.}(t_k) = \mu_i(t_k) + \bar{e}_{i.}(t_k) \quad (4.3)$$

onde:

$$\bar{e}_{i.}(t_k) = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} e_{ij}(t_k)$$

$$\text{cov}(\bar{e}_{i.}(t_k), \bar{e}_{i.}(t_{k'})) = \frac{\sigma^2}{n_i} \rho(|t_k - t_{k'}|) \quad (4.4)$$

Para um modelo definido desta maneira, podemos ajustar uma curva suavizada às médias amostrais $\bar{x}_{i.}(t_k)$. O estimador utilizado para o ajuste é o seguinte:

$$\hat{\mu}_{ib}(t) = \frac{\frac{1}{b} \sum_{k=1}^p \bar{x}_{i.}(t_k) \int_{s_{k-1}}^{s_k} W\left(\frac{t-u}{b}\right) du}{\frac{1}{b} \sum_{k=1}^p \int_{s_{k-1}}^{s_k} W\left(\frac{t-u}{b}\right) du} \quad (4.5)$$

onde:

$$s_0 = 0;$$

$$s_k = \frac{(t_k + t_{k+1})}{2} \quad k=1, \dots, p-1 \text{ e } 0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_p \leq 1$$

$$s_p = 1$$

O denominador de $\hat{\mu}_{ib}(t)$ será denotado por $a_b(t)$,

b é uma constante positiva, denominada amplitude de suavizamento e que especifica o grau de suavizamento, é também conhecida como "bandwidth", e pode assumir valores tal que:

$$0 < b \leq [(t_p + t_1)/2],$$

onde:

$[(t_p + t_1)/2]$ representa a parte inteira de $(t_p + t_1)/2$.

W é uma função densidade com suporte $[-1,1]$, além disso, a função peso W deve satisfazer:

a) $W(x) \geq 0, \forall x$

b) $\int_{-\infty}^{\infty} W(x) dx = 1$

c) $\int_{-\infty}^{\infty} W^2(x) dx < \infty$

d) $W(x) = W(-x)$

Escolhemos a função Kernel de Epanechnikov:

$$W(x) = \begin{cases} 0.75(1-x^2), & \text{se } |x| \leq 1 \\ 0 & \text{se } |x| > 1 \end{cases}$$

esta função também é conhecida como função quadrática e, em se tratando de suavizamento, é a mais recomendável entre as funções existentes.

O método consiste na escolha do "bandwidth" b , que minimiza a curva do Erro Quadrático Médio com relação à Média (EQMM), o qual é definido por:

$$EQMM(b) = \frac{1}{P} \sum_{k=1}^P E \left[\hat{\mu}_{ib}(t_k) - \mu_i(t_k) \right]^2, \quad (4.6)$$

e quando levamos em conta o modelo definido em (4.1) e (4.2), o $EQMM(b)$ é dado por:

$$EQMM(b) = \frac{1}{P} E(SQR(b)) - \frac{\sigma^2}{n_i} \left[1 - \left(\frac{2}{P} \right) \text{tr}(HR) \right] \quad (4.7)$$

onde:

$$SQR(b) = \sum_{k=1}^P E \left[\bar{x}_{i.}(t_k) - \hat{\mu}_{ib}(t_k) \right]^2$$

é a soma de quadrados residual.

H é a matriz de pesos ($p \times p$), também chamada matriz chapéu, cujo (k, k') -ésimo elemento é:

$$h_{kk'} = \frac{\frac{1}{b} \int_{a_{k'-1}}^{s_{k'}} W \left(\frac{t_k - u}{b} \right) du}{\frac{1}{b} \sum_{k'=1}^P \int_{a_{k'-1}}^{s_{k'}} W \left(\frac{t_k - u}{b} \right) du} \quad (4.8)$$

R é a matriz de correlações ($p \times p$), cujo (k, k') -ésimo elemento é dado por $\rho(|t_k - t_{k'}|)$.

Para dados igualmente espaçados, definimos $\Delta = t_2 - t_1$, e

$$\begin{aligned} \text{tr}(\text{CHR}) &= 2 b_{p,b}(0) \int_0^{\Delta/(2b)} W(x) dx \\ &+ 2 \sum_{k=1}^{p-1} d_{p,b}(k) \rho(k\Delta) \int_{(k-1/2)\Delta/b}^{(k+1/2)\Delta/b} W(x) dx \end{aligned} \quad (4.9)$$

onde:

$$d_{p,b}(k) = \sum_{k'=1}^{p-k} \frac{1}{a_b(t_{k'})}$$

Se $\Delta=1$; então $\rho(k)$ é estimado por:

$$\hat{\rho}(k) = \frac{\hat{c}(k)}{\hat{c}(0)} \quad \text{para } k=1, \dots, p-1 \quad (4.10)$$

onde:

$$\hat{c}(k) = \frac{1}{n_i p} \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{l=1}^{p-k} \left[x_{ij}(t_l) - \bar{x}_{i.}(t_l) \right] \left[x_{ij}(t_{l+k}) - \bar{x}_{i.}(t_{l+k}) \right]$$

e $\hat{c}(0)$ é a estimativa de σ^2 .

Para erros correlacionados o EQMM(b) dado em (4.7) pode ser expresso como:

$$\text{EQMM}(b) = \frac{\text{SOR}(b)}{p} - \frac{\hat{c}(0)}{n_i} \left[1 - \left(\frac{2}{p} \right) \hat{\text{tr}}(\text{CHR}) \right] \quad (4.11)$$

sendo que, $\hat{\text{tr}}(\text{CHR})$ é obtido substituindo-se em (4.9), $\rho(k)$ por

$\hat{\rho}(k)$, dado em (4.10).

Assim, iniciamos o processo atribuindo um determinado valor pequeno para b , e verificamos de acordo com (4.11) qual é o EQMM(b). E prosseguimos, até que seja possível construir a curva de EQMM e através dela verificar qual é o valor de b que a minimiza.

V. TESTES DE ALEATORIZAÇÃO APLICÁVEIS A CURVAS DE RESPOSTAS

5.1 Introdução

Neste capítulo desenvolvemos testes de aleatorização baseados em ZERBE & WALKER (1977) e ZERBE (1979), para análise de curvas de resposta. Os testes aqui propostos utilizam estatísticas que fornecem valores aproximados dos "P-values" exatos em testes aleatorizados. Estas aproximações são muito viáveis, porque em casos onde o número de elementos envolvidos na amostra é grande, torna-se praticamente impossível calcular todas as permutações possíveis que seriam necessárias para se obter o "P-value" exato de um teste aleatorizado.

Na seção 5.2, aplicamos os testes em curvas interpoladas. Utilizamos um procedimento computacional baseado na matriz C, através da qual podemos representar o tempo ou intervalo de tempo desejado. Os testes apresentados possibilitam a verificação de efeito de tratamento em um determinado ponto ou então, em um intervalo de tempo específico.

Na seção 5.3, aplicaremos suavizamento não-paramétrico às curvas de resposta (veja como fazer o suavizamento no capítulo IV), combinado ao uso de testes de aleatorização. Este tipo de tratamento estatístico em experimentos com medidas repetidas no tempo é muito interessante e foi proposto por RAZ (1989). O suavizamento pode aumentar o poder dos testes para efeito de tempo e interação tempo x tratamento enquanto introduz um pequeno vício, porém tem pouca influência no poder do teste para efeito de tratamento.

5.2 Testes de Aleatorização, Utilizando Curvas Interpoladas

A finalidade desta seção (5.2) é introduzir a idéia de aleatorização e mostrar que com os testes aproximados de aleatorização podemos obter ótimos resultados, sem a necessidade de se calcular todas as permutações possíveis que seriam

necessárias para se obter o "P-value" exato de um teste aleatorizado. Além disso, os testes apresentados na seção 5.3, serão baseados nos testes para efeito de tratamento sobre um ponto no tempo ou um determinado intervalo de tempo, que apresentaremos a seguir.

Considere o experimento definido em (2.1), assim sendo, para a j -ésima unidade experimental atribuída ao i -ésimo tratamento, as p medidas constituem um vetor de observações:

$$Y_{ij} = [y_{ij}(t_1), y_{ij}(t_2), \dots, y_{ij}(t_p)]'.$$

Vamos agora definir a curva de resposta $Y_{ij}(t)$ como a curva observada sobre o intervalo de tempo (a,b) para o j -ésimo indivíduo atribuído ao i -ésimo tratamento. A curva de resposta $Y_{ij}(t)$ pode ser obtida por interpolação polinomial.

Assumimos o seguinte modelo:

$$Y_{ij}(t) = \mu(t) + \tau_i(t) + E_{ij}(t) \quad (5.1)$$

onde:

$\mu(t)$ é a média geral,

$\tau_i(t)$ é o efeito do tratamento i ,

$E_{ij}(t)$ é o erro aleatório, com $E[E_{ij}(t)] = 0$ e $\text{Var}[E_{ij}(t)] = \sigma^2$.

5.2.1 Teste para Efeito de Tratamento num Ponto no Tempo

Para testar a existência ou não do efeito de tratamento, considere a seguinte hipótese nula:

$$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_c = 0 \quad (5.2)$$

Observe a tabela abaixo:

TABELA 5.1 - TABELA DE ANÁLISE DE VARIÂNCIA P/ UM PONTO NO TEMPO

F. V.	G. L.	Soma de Quadrados	Quadrado Médio
ENTRE	$c-1$	$\sum_{i=1}^c n_i \left[\bar{Y}_{i.}(t) - \bar{Y}_{..}(t) \right]^2 = B(t)$	$B(t)/(c-1)$
DENTRO	$N-c$	$\sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \left[Y_{ij}(t) - \bar{Y}_{i.}(t) \right]^2 = W(t)$	$W(t)/(N-c)$
TOTAL	$N-1$	$\sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \left[Y_{ij}(t) - \bar{Y}_{..}(t) \right]^2 = T(t)$	

onde:

$$\bar{Y}_{i.}(t) = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}(t)$$

$$\bar{Y}_{..}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}(t)$$

e as esperanças das somas de quadrados são:

$$E[B(t)] = (c-1)\sigma^2(t) + \sum_{i=1}^c n_i \left(\tau_i(t) - \bar{\tau}_{..}(t) \right)^2$$

$$E[W(t)] = (N-c)\sigma^2(t). \quad (5.3)$$

A estatística apropriada para testar Hoc é a seguinte:

$$F(t) = \frac{B(t)(N-c)}{W(t)(c-1)} \quad (5.4)$$

a) Distribuição Exata de F(t)

Sabemos que existem:

$$R = N! / \left(\prod_{i=1}^c n_i! \right)$$

permutações possíveis de N sujeitos atribuídos a c tratamentos, e S é a permutação obtida no experimento em estudo.

Para encontrar o "P-value" exato do teste, teríamos que calcular $F(t)$ para todas as R permutações possíveis destes N sujeitos.

Se M destas R permutações resultarem em $F(t) \geq f_0$ (o valor calculado da estatística $F(t)$ em (5.4)), então:

$$P(S) = \frac{M}{R}$$

é o "P-value" exato de $F(t)$.

Porém, quando R é muito grande, calcular todas as permutações se torna inviável, por isso, é aconselhável estimar o valor exato de "P-value", através de uma amostra aleatória A , das R permutações.

Se esta amostra A , consiste de r permutações e destas r , m das quais resultarem em $F(t) \geq f_0$, então, uma estimativa do "P-value" exato é:

$$P(S, A) = \frac{m}{r}$$

Se a amostragem é com reposição, m é uma variável aleatória binomialmente distribuída com parâmetros r e $P(S)$,

ou seja;

$$m \sim B(r, P(S))$$

Podemos também, construir intervalos de confiança para $P(S)$, e se por exemplo, 99% é o nível de significância pré-estabelecido, então, 0.99 é a "confiança" de que examinar todas as R permutações teria resultado na mesma decisão.

b) Aproximação da Estatística $F(t)$ por $R(t)$

Sob Hoc, $F(t)$ tem distribuição \mathcal{F} de Snedecor com v_1 e v_2 graus de liberdade, ou seja;

$$F(t) \sim \mathcal{F}(v_1, v_2)$$

Conseqüentemente, podemos utilizar uma estatística equivalente a $F(t)$:

$$R(t) = \frac{W(t)}{B(t) + W(t)} \quad (5.5)$$

que tem distribuição Beta com parâmetros $v_1/2$ e $v_2/2$, ou seja;

$$R(t) \sim \mathcal{B}\left(\frac{v_1}{2}, \frac{v_2}{2}\right)$$

onde:

$$v_1 = \frac{2E^2[R(t)] (1 - E[R(t)])}{\text{Var}[R(t)]} - 2E[R(t)]$$

e

$$v_2 = \frac{(1 - E[R(t)]) v_1}{E[R(t)]} \quad (5.6)$$

Sob Hoc,

$$E[R(t)] = \frac{c-1}{N-1}$$

e

$$\text{Var}[R(t)] = \frac{qk^2(t)}{[(B(t)+W(t))/(N-1)]^2} + r \quad (5.7)$$

onde:

$$r = \left[2(c-1)N^3 - 3N(N-1)^2 e + (c^2 - 4c + 6)N^2 - 6N - 3c(c-2) \right] / Nm$$

$$q = \left[N(N+1)e - (c^2 + 2c - 2)N + c(c-2) \right] / m$$

$$e = \sum_{i=1}^c \frac{1}{n_i}$$

$$m = (N-1)^2(N-2)(N-3)$$

$$\sigma^2(t) = \frac{B(t)+W(t)}{N-1} = \frac{T(t)}{N-1}$$

$$k^2(t) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \left(Y_{ij}(t) - \bar{Y}_{.j}(t) \right)^2 \quad (5.8)$$

Regra de Decisão:

Agora que já sabemos os valores dos graus de liberdade v_1 e v_2 em (5.6), através da aproximação de $F(t)$ por $R(t)$, podemos utilizá-los para calcular o "P-value" aproximado de $F(t)$, para a distribuição \mathcal{F} . E rejeitaremos a hipótese nula H_0 caso o valor calculado do "P-value" seja pequeno o bastante.

c) Aproximação de $F(t)$ utilizando a Variância Assintótica de $R(t)$

Se cada n_i for grande, a variância assintótica de $R(t)$ será dada por:

$$VA[R(t)] \approx \frac{2(c-1)}{N^2} \quad (5.9)$$

Agora, substituímos a variância assintótica (5.9) em (5.6) e os graus de liberdade v_1 e v_2 serão dados por:

$$v_1 = \frac{2E^2[R(t)] (1-E[R(t)])}{VA[R(t)]} - 2E[R(t)]$$

$$e \quad v_2 = \frac{(1 - E[R(t)]) v_1}{E[R(t)]} \quad (5.10)$$

Regra de Decisão:

Calculamos o "P-value" aproximado de $F(t)$, para a distribuição \mathcal{F} utilizando os graus de liberdade assintóticos v_1 e v_2 dados em (5.10), e a estatística $F(t)$ dada em (5.4). E rejeitaremos a hipótese nula H_0 caso o valor calculado do "P-value" seja pequeno o bastante.

d) Aproximação de $F(t)$ utilizando os graus de liberdade padrões

Podemos utilizar os graus de liberdade padrões, $(c-1)$ e $(N-c)$, para calcular o "P-value" do teste $F(t)$ aproximado. Porém, verificaremos mais tarde no exemplo 5.1, que sua utilização não é recomendável.

5.2.2. Teste para Efeito de Tratamento sobre um Intervalo de Tempo

Considere um intervalo de tempo (a,b), especificado pelo investigador do experimento em questão.

A hipótese nula para testar efeito de tratamento sobre um intervalo de tempo $t \in (a,b)$ é dado por:

$$H_0 : \tau_1(t) = \tau_2(t) = \dots = \tau_c(t) = 0$$

$$\forall t \in (a,b) \quad (5.11)$$

TABELA 5.2 - ANÁLISE DE VARIÂNCIA ALEATORIZADA DE CURVAS DE RESPOSTA SOBRE O INTERVALO DE TEMPO (a,b)

F. V.	G. L.	Soma de Quadrados	Quadrado Médio
ENTRE	c-1	$\sum_{i=1}^c n_i \int_a^b \left[\bar{Y}_{i.}(t) - \bar{Y}_{..}(t) \right]^2 dt = B$	B/(c-1)
DENTRO	N-c	$\sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \int_a^b \left[Y_{ij}(t) - \bar{Y}_{i.}(t) \right]^2 dt = W$	W/(N-c)
TOTAL	N-1	$\sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \int_a^b \left[Y_{ij}(t) - \bar{Y}_{..}(t) \right]^2 dt = T$	

Os quadrados médios esperados são obtidos por $B = \int_a^b B(t) dt$ e $W = \int_a^b W(t) dt$ e resultam em:

$$E[B] = \int_a^b \sigma^2(t) dt + \frac{1}{c-1} \sum_{i=1}^c n_i \int_a^b \left[\tau_i(t) - \bar{\tau}_{.}(t) \right]^2 dt$$

$$e \quad E[W] = \int_a^b \sigma^2(t) dt. \quad (5.12)$$

A estatística para testar a hipótese nula H_0 em (5.11), é dada por:

$$F = \frac{BC(N-c)}{W(c-1)}. \quad (5.13)$$

b) Aproximação da Estatística F por R

Sob H_0 , F tem distribuição \mathcal{F} de Snedecor com v_1 e v_2 graus de liberdade, ou seja;

$$F \sim \mathcal{F}(v_1, v_2)$$

Conseqüentemente, podemos utilizar uma estatística equivalente a F :

$$R = \frac{B}{B+W} \quad (5.14)$$

que tem distribuição Beta com parâmetros $v_1/2$ e $v_2/2$, ou seja;

$$R \sim \mathcal{B}\left(\frac{v_1}{2}, \frac{v_2}{2}\right)$$

onde:

$$v_1 = \frac{2E^2(CR) [1-ECR]}{\text{Var}(CR)} - 2ECR$$

$$e \quad v_2 = \frac{[1 - ECR] v_1}{ECR} \quad (5.15)$$

Sob Hoc,

$$E[R] = \frac{c-1}{N-1}$$

$$V[R] = \frac{(r-s)\rho^4 + qk^2}{[(B+W)/(N-1)]^2} + s \quad (5.16)$$

onde:

$$s = [-N(N-1)^2 e + c^2 N^2 - 2(c^2 - c + 1)N - c(c-2)] / Nm$$

$$\sigma^2 = \int_a^b \sigma^2(t) dt = (B+W)/(N-1)$$

$$\sigma^4 = [\sigma^2]^2$$

$$\rho^4 = \int_a^b \int_a^b \sigma^2(t, u) dt du$$

$$= \frac{1}{(N-1)^2} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^n \sum_{i'=1}^c \sum_{j'=1}^n \left[\int_a^b (Y_{ij}(t) - \bar{Y}_{..}(t)) (Y_{i'j'}(t) - \bar{Y}_{..}(t)) dt \right]^2$$

$$k^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^n \left[\int_a^b (Y_{ij}(t) - \bar{Y}_{..}(t))^2 dt \right]^2 \quad (5.17)$$

Regra de Decisão:

Agora que já sabemos os valores dos graus de liberdade v_1 e v_2 através da aproximação de F por R, podemos calcular o P-value da estatística F, de uma distribuição \mathcal{F} , utilizando estes valores calculados em (5.15). E rejeitaremos a hipótese nula H_0 caso o valor do P-value seja pequeno o bastante.

c) Aproximação de F utilizando a Variância Assintótica de R

Se cada n_i for grande, a variância assintótica de R será dada por:

$$VACR) \approx \frac{2(c-1)\rho^4}{N^2\sigma^4} \quad (5.18)$$

Agora, substituimos a variância assintótica (5.18) em (5.15) e os graus de liberdade v_1 e v_2 serão dados por:

$$v_1 = \frac{2E^2(R) [1-ECR)]}{VACR) - 2ECR)}$$

e

$$v_2 = \frac{[1 - ECR)] v_1}{ECR)} \quad (5.19)$$

Regra de Decisão:

Calculamos o "P-value" aproximado de F , para a distribuição \mathcal{F} , utilizando os graus de liberdade assintóticos v_1 e v_2 dados em (5.19), e a estatística F dada em (5.13). E rejeitaremos a hipótese nula H_0 caso o valor calculado do "P-value" seja pequeno o bastante.

d) Aproximação de F utilizando os graus de liberdade padrões

Podemos utilizar os graus de liberdade padrões, $(c-1)$ e $(N-c)$, para calcular o "P-value" do teste F aproximado. Porém, verificaremos mais tarde no exemplo 5.1, que sua utilização não é recomendável.

5.2.3 Procedimento Computacional

Veremos agora um procedimento computacional para o caso em que curvas de resposta $Y_{ij}(t)$, são determinadas como a mesma combinação linear das p medidas:

$$X_{ij} = [x_{ij1}(t), \dots, x_{ijp}(t)]'.$$

Cada curva de resposta é da forma:

$$Y_{ij}(t) = c'(t)X_{ij} \quad (5.20)$$

para coeficientes $c'(t)$ conhecidos:

$$c'(t) = [c_1(t), \dots, c_p(t)].$$

Então, a média dos grupos é dada por:

$$\bar{Y}_i(t) = c'(t)\bar{X}_i.$$

a média geral por:

$$\bar{Y}_{..}(t) = c'(t)\bar{X}_{..}$$

e:

$$B = \sum_{i=1}^c n_i \bar{X}_i' C \bar{X}_i - N \bar{X}_{..}' C \bar{X}_{..}$$

$$T = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}' C X_{ij} - N \bar{X}_{..}' C \bar{X}_{..} \quad \text{e} \quad W = T - B$$

$$p^4 = \frac{\sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{l'=1}^c \sum_{j'=1}^{n_{l'}} \left[(X_{ij} - \bar{X}_{..})' C (X_{i'j'} - \bar{X}_{..}) \right]^2}{(N-1)^2}$$

$$k^2 = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} [(X_{ij} - \bar{X}_{..}) + C(X_{ij} - \bar{X}_{..})]^2 / (N-1)$$

$$e \quad C = \left\{ \int_a^b c_l(t) c_m(t) dt \right\} \quad (5.21)$$

Prova:

Vamos agora desenvolver B, a soma de quadrados entre os tratamentos (tabela 5.2), utilizando (5.20):

$$\begin{aligned} B &= \sum_{i=1}^c n_i \int_a^b (\bar{Y}_{i.}(t) - \bar{Y}_{..}(t))^2 dt \\ &= \int_a^b \sum_{i=1}^c n_i (\bar{Y}_{i.}(t) - \bar{Y}_{..}(t))^2 dt \\ &= \int_a^b \sum_{i=1}^c n_i (\bar{Y}_{i.}^2(t) - 2\bar{Y}_{i.}(t)\bar{Y}_{..}(t) + \bar{Y}_{..}^2(t)) dt \\ &= \int_a^b \left(\sum_{i=1}^c n_i \bar{Y}_{i.}^2(t) - 2 \sum_{i=1}^c n_i \bar{Y}_{i.}(t) \bar{Y}_{..}(t) + \sum_{i=1}^c n_i \bar{Y}_{..}^2(t) \right) dt \end{aligned}$$

$$\text{fazendo: } \bar{Y}_{i.}(t) = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}(t) \quad \text{e} \quad \bar{Y}_{..}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}(t)$$

$$B = \int_a^b \left(\sum_{i=1}^c n_i \bar{Y}_{i.}^2(t) - 2 \sum_{i=1}^c n_i \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}(t) \frac{1}{N} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}(t) \right)$$

$$\begin{aligned}
& + N\bar{Y}_{..}^2(t) \Big) dt \\
= & \int_a^b \left[\sum_{i=1}^c n_i \bar{Y}_{i.}^2(t) - 2 \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}(t) \frac{1}{N} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}(t) + N\bar{Y}_{..}^2(t) \right] dt \\
= & \int_a^b \left[\sum_{i=1}^c n_i \bar{Y}_{i.}^2(t) - 2N \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}(t) \right)^2 + N\bar{Y}_{..}^2(t) \right] dt \\
= & \int_a^b \left[\sum_{i=1}^c n_i \bar{Y}_{i.}^2(t) - 2N\bar{Y}_{..}^2(t) + N\bar{Y}_{..}^2(t) \right] dt \\
= & \int_a^b \left[\sum_{i=1}^c n_i \bar{Y}_{i.}^2(t) - N\bar{Y}_{..}^2(t) \right] dt
\end{aligned}$$

Para $\bar{Y}_{i.}(t) = c'(t)\bar{X}_{i.}$ e $\bar{Y}_{..}(t) = c'(t)\bar{X}_{..}$

$$\begin{aligned}
B &= \int_a^b \left[\sum_{i=1}^c n_i \left(c'(t)\bar{X}_{i.} \right)^2 - N \left(c'(t)\bar{X}_{..} \right)^2 \right] dt \\
&= \int_a^b \left[\sum_{i=1}^c n_i \left[\bar{X}_{i.}' c(t) c'(t) \bar{X}_{i.} \right] - N \left[\bar{X}_{..}' c(t) c'(t) \bar{X}_{..} \right] \right] dt \\
&= \sum_{i=1}^c n_i \int_a^b \left[\bar{X}_{i.}' c(t) c'(t) \bar{X}_{i.} \right] dt - N \int_a^b \left[\bar{X}_{..}' c(t) c'(t) \bar{X}_{..} \right] dt \\
&= \sum_{i=1}^c n_i \bar{X}_{i.}' \left(\int_a^b c(t) c'(t) dt \right) \bar{X}_{i.} - N \bar{X}_{..}' \left(\int_a^b c(t) c'(t) dt \right) \bar{X}_{..}
\end{aligned}$$

e, finalmente, obtemos B dado em (5.21):

$$B = \sum_{i=1}^c n_i X'_{i..} \bar{C}X_{i..} - N \bar{X}' \bar{C} \bar{X}$$

Para encontrar a expressão de T, retornaremos ao T inicial na tabela 5.2:

$$\begin{aligned} T &= \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \int_a^b \left(Y_{ij}(t) - \bar{Y}_{i..}(t) \right)^2 dt \\ &= \int_a^b \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \left(Y_{ij}(t) - \bar{Y}_{i..}(t) \right)^2 dt \\ &= \int_a^b \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \left(Y_{ij}^2(t) - 2Y_{ij}(t)\bar{Y}_{i..}(t) + \bar{Y}_{i..}^2(t) \right) dt \\ &= \int_a^b \left(\sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}^2(t) - 2 \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}(t)\bar{Y}_{i..}(t) + \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \bar{Y}_{i..}^2(t) \right) dt \\ &= \int_a^b \left(\sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}^2(t) \right) dt - 2 \int_a^b \left(\sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}(t)\bar{Y}_{i..}(t) \right) dt \\ &\quad + \int_a^b \left(\sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \bar{Y}_{i..}^2(t) \right) dt \\ &= \int_a^b \left(\sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}^2(t) \right) dt - 2 \int_a^b \left(\sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}(t) \right) \frac{1}{N} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}(t) dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_a^b \left[\sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}(t) \right)^2 \right] dt \\
= & \int_a^b \left(\sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}^2(t) \right) dt - 2N \int_a^b \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}(t) \right) \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}(t) \right) dt \\
& + \int_a^b \left[N \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}(t) \right)^2 \right] dt \\
= & \int_a^b \left(\sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}^2(t) \right) dt - 2N \int_a^b \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}(t) \right)^2 dt \\
& + N \int_a^b \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}(t) \right)^2 dt \\
= & \int_a^b \left(\sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}^2(t) \right) dt - N \int_a^b \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}(t) \right)^2 dt \\
= & \int_a^b \left(\sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}^2(t) \right) dt - N \int_a^b Y_{..}^2(t) dt \\
= & \int_a^b \left(\sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} X'_{ij} c(t) c'(t) X_{ij} \right) dt - N \int_a^b \left(\sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} X'_{..} c(t) c'(t) X_{..} \right) dt \\
= & \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} X'_{ij} \left(\int_a^b c(t) c'(t) dt \right) X_{ij} - N \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} X'_{..} \left(\int_a^b c(t) c'(t) dt \right) X_{..}
\end{aligned}$$

e, finalmente, obtemos T dado em (5.21):

$$T = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} X'_{ij} C X_{ij} - N \bar{X}' C \bar{X}$$

e

$$W = T - B.$$

As demais expressões de (5.21), ρ^4 e k^2 podem ser encontradas da mesma maneira, através de substituições.

Se $C(t) = c(t)c'(t)$ é substituído por C na expressão (5.21), então:

$$B, T, W, \rho^4, k^2, \sigma^2, VCR) \text{ e } VACR)$$

são reduzidos à:

$$B(t), T(t), W(t), \rho^4, k^2(t) \text{ e } \sigma^2(t), V(R(t)) \text{ e } VA(R(t))].$$

EXEMPLO 5.1 - Este exemplo foi retirado de ZERBE (1979). Num estudo de associação de hiperglicemia e hiperinsulinemia relativa, são administrados testes de tolerância de glicose padrão a 13 pacientes controle (grupo I) e 20 pacientes obesos (grupo II) na Sala de Investigação Clínica Pediátrica da Universidade do Centro Médico do Colorado. As medidas de fosfato inorgânico no plasma são determinadas em amostras de sangue retiradas nos períodos de 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 3, 4 e 5 horas após

a dose padrão oral de glicose. Os dados constam na tabela 5.3, abaixo:

TABELA 5.3 - FOSFATO INORGANICO NO PLASMA (mg/dl)

grupo (trat.)	paciente	horas depois da dose-teste de glicose							
		0	0.5	1	1.5	2	3	4	5
I	1	4.3	3.3	3.0	2.6	2.2	2.5	3.4	4.4
	2	3.7	2.6	2.6	1.9	2.9	3.2	3.1	3.9
	3	4.0	4.1	3.1	2.3	2.9	3.1	3.9	4.0
	4	3.6	3.0	2.2	2.8	2.9	3.9	3.8	4.0
	5	4.1	3.8	2.1	3.0	3.6	3.4	3.6	3.7
	6	3.8	2.2	2.0	2.6	3.8	3.6	3.0	3.5
	7	3.8	3.0	2.4	2.5	3.1	3.4	3.5	3.7
	8	4.4	3.9	2.8	2.1	3.6	3.8	4.0	3.9
	9	5.0	4.0	3.4	3.4	3.3	3.6	4.0	4.3
	10	3.7	3.1	2.9	2.2	1.5	2.3	2.7	2.8
	11	3.7	2.6	2.6	2.3	2.9	2.2	3.1	3.9
	12	4.4	3.7	3.1	3.2	3.7	4.3	3.9	4.8
	13	4.7	3.1	3.2	3.3	3.2	4.2	3.7	4.3
II	1	4.3	3.3	3.0	2.6	2.2	2.5	2.4	3.4
	2	5.0	4.9	4.1	3.7	3.7	4.1	4.7	4.9
	3	4.6	4.4	3.9	3.9	3.7	4.2	4.8	5.0
	4	4.3	3.9	3.1	3.1	3.1	3.1	3.6	4.0
	5	3.1	3.1	3.3	2.6	2.6	1.9	2.3	2.7
	6	4.8	5.0	2.9	2.8	2.2	3.1	3.5	3.6
	7	3.7	3.1	3.3	2.8	2.9	3.6	4.3	4.4
	8	5.4	4.7	3.9	4.1	2.8	3.7	3.5	3.7
	9	3.0	2.5	2.3	2.2	2.1	2.6	3.2	3.5
	10	4.9	5.0	4.1	3.7	3.7	4.1	4.7	4.9
	11	4.8	4.3	4.7	4.6	4.7	3.7	3.6	3.9
	12	4.4	4.3	4.3	3.4	3.5	3.4	3.9	4.0
	13	4.9	4.3	4.0	4.0	3.3	4.1	4.2	4.3
	14	5.1	4.1	4.6	4.1	3.4	4.2	4.4	4.9
	15	4.8	4.6	4.6	4.4	4.1	4.0	3.8	3.8
	16	4.2	3.5	3.8	3.6	3.3	3.1	3.5	3.9
	17	6.6	6.1	5.2	4.1	4.3	3.8	4.2	4.8
	18	3.6	3.4	3.1	2.8	2.1	2.4	2.5	3.5
	19	4.5	4.0	3.7	3.3	2.4	2.3	3.1	3.3
	20	4.6	4.4	3.8	3.8	3.8	3.6	3.8	3.8

A curva do fluxo de fosfato para o sujeito j no grupo i foi gerada por interpolação linear entre as 8 medidas $x_{ij}(t_1)$, $x_{ij}(t_2)$, ..., $x_{ij}(t_8)$ descritas acima. Então, $Y_{ij}(t)$ é da forma discutida em (5.20), com:

$$\begin{aligned}
 c'(t) &= [1-2t, \quad 2t, \quad 0, \quad 0, \quad 0, \quad 0, \quad 0, \quad 0] \quad \text{se } 0 \leq t \leq 0.5 \\
 &= [\quad 0, \quad 2-2t, \quad 2t-1, \quad 0, \quad 0, \quad 0, \quad 0, \quad 0] \quad \text{se } 0.5 \leq t \leq 1 \\
 &= [\quad 0, \quad 0, \quad 3-2t, \quad 2t-2, \quad 0, \quad 0, \quad 0, \quad 0] \quad \text{se } 1 \leq t \leq 1.5 \\
 &= [\quad 0, \quad 0, \quad 0, \quad 4-2t, \quad 2t-3, \quad 0, \quad 0, \quad 0] \quad \text{se } 1.5 \leq t \leq 2 \\
 &= [\quad 0, \quad 0, \quad 0, \quad 0, \quad 3-t, \quad t-2, \quad 0, \quad 0] \quad \text{se } 2 \leq t \leq 3 \\
 &= [\quad 0, \quad 0, \quad 0, \quad 0, \quad 0, \quad 4-t, \quad t-3, \quad 0] \quad \text{se } 3 \leq t \leq 4 \\
 &= [\quad 0, \quad 0, \quad 0, \quad 0, \quad 0, \quad 0, \quad 5-t, \quad 4-t] \quad \text{se } 4 \leq t \leq 5
 \end{aligned}$$

As curvas médias do fluxo de fosfato dos grupos, obtidas através da interpolação entre as médias das medidas de fosfato observadas estão dispostas na figura 5.1.

Devido à mudança metabólica no papel desempenhado pelo fígado durante as três primeiras e duas últimas horas da aplicação do teste de tolerância à glicose, os investigadores, desejam comparar as curvas médias, separadamente sobre estes dois intervalos, e também, verificar a significância da diferença inicial entre os dois grupos.

CURVAS MEDIAS DE RESPOSTA

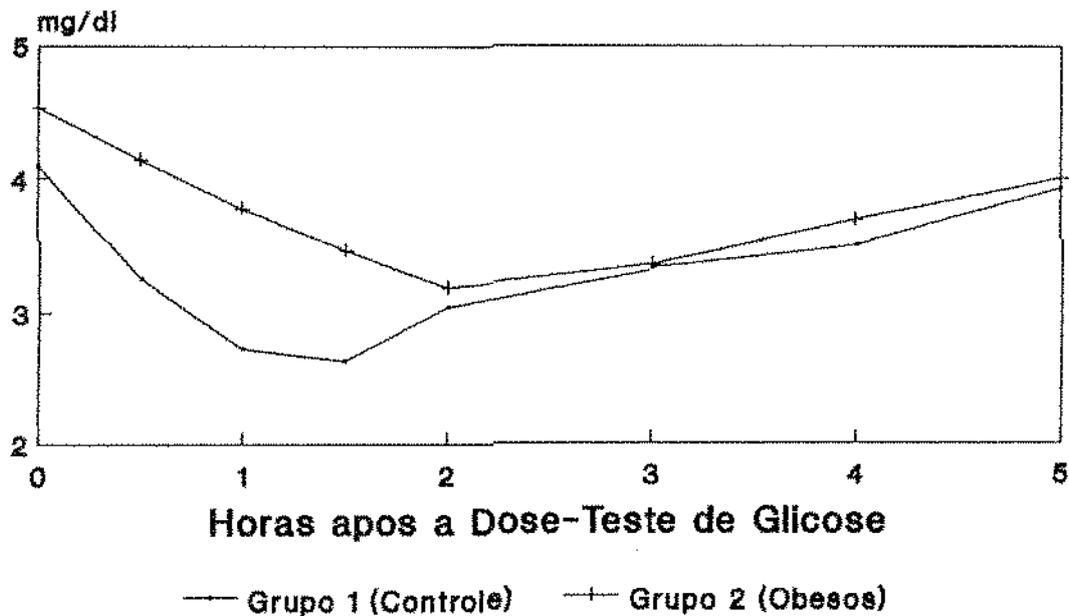


FIGURA 5.1 - Representação gráfica dos perfis médios dos 2 grupos de pacientes observados em 8 tempos após a dose-teste de glicose.

Primeiramente, vamos construir a matriz C para cada um dos intervalos especificados pelo investigador. Vejamos, por exemplo o intervalo 3 à 5. A matriz C terá a seguinte forma:

$$C = \int_3^5 c_l(t) c_m'(t) dt = \int_3^4 c_l(t) c_m'(t) dt + \int_4^5 c_l(t) c_m'(t) dt$$

e $c_l(t) c_m'(t)$ será o $c(l, m)$ -ésimo elemento de C . Assim, o intervalo 3 à 5 será a união dos intervalos 3 à 4 e 4 à 5.

Como primeiro passo, construiremos C para o intervalo

3 à 4 :

$$C = c(t)c'(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4-t \\ t-3 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (4-t) & (t-3) & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (4-t)^2 & (4-t)(t-3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (4-t)(t-3) & (t-3)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

obs: os únicos elementos de C diferentes de zero são:

$$c_{66}, c_{67}, c_{76} \text{ e } c_{77}.$$

E agora construiremos C para o intervalo 4 à 5 :

$$C = c(t)c'(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5-t \\ t-4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (5-t) & (t-4) \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (5-t)^2 & (5-t)(t-4)^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (5-t)(t-4) & (t-4)^2 \end{bmatrix}$$

obs: os únicos elementos de C diferentes de zero são:

$$c_{77}, c_{78}, c_{87} \text{ e } c_{88}.$$

Agora, calcularemos C utilizando as duas matrizes acima. Logo,

$$c_{88} = \int_3^4 (4-t)^2 dt + \int_4^5 (0) dt = 1/3 + 0 = 1/3$$

$$c_{87} = \int_3^4 (4-t)(t-3) dt + \int_4^5 (0) dt = 1/6 + 0 = 1/6$$

idem para c_{76} ,

$$c_{77} = \int_3^4 (t-3)^2 dt + \int_4^5 (5-t)^2 dt = 1/3 + 1/3 = 2/3$$

$$c_{78} = \int_3^4 (0) dt + \int_4^5 (5-t)(t-4) dt = 0 + 1/6 = 1/6$$

idem para c_{87} ,

$$c_{88} = \int_3^4 c(t) dt + \int_4^5 (t-4)^2 dt = 0 + 1/3 = 1/3$$

e todos os demais elementos da matriz C são nulos.

Portanto, para o intervalo 3 à 5, a matriz C será:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/3 & 1/6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/6 & 2/3 & 1/6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/6 & 1/3 \end{bmatrix}$$

Para o intervalo 0 à 3, a matriz C será:

$$C = \begin{bmatrix} 1/6 & 1/12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/12 & 2/6 & 1/12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/12 & 2/6 & 1/12 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/12 & 2/6 & 1/12 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/12 & 6/12 & 1/6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/6 & 2/6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para o intervalo 0 à 5, a matriz C será:

$$C = \begin{bmatrix} 1/6 & 1/12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/12 & 2/6 & 1/12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/12 & 2/6 & 1/12 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/12 & 2/6 & 1/12 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/12 & 6/12 & 1/6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/6 & 2/3 & 1/6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/6 & 2/3 & 1/6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/6 & 1/3 \end{bmatrix}$$

Para o tempo zero, encontramos C através de:

$$C(0) = c'(0)c(0)$$

o que resultará na matriz:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

TABELA 5.4 - COMPARAÇÃO DAS CURVAS MÉDIAS DO FLUXO DE FOSFATO INORGÂNICO NO PLASMA DE PACIENTES CONTROLE E OBESOS, NO TEMPO INICIAL E SOBRE INTERVALOS DE TEMPO SELECIONADOS A PARTIR DA DOSE-TESTE ORAL DE GLICOSE

Estatística	Horas depois da dose-teste oral de glicose			
	0	0 à 3	3 à 5	0 à 5
a) <u>soma de quadrados</u>				
Entre	1.51	10.28	0.25	10.52
Dentro	14.57	40.02	24.17	64.19
Total	16.08	50.30	24.42	74.41
b) <u>estatística do teste</u>				
F	3.21	7.96	0.32	5.08
c) <u>testes baseados na variância de R</u>				
v_1	1.06	1.74	1.14	1.91
v_2	32.81	54.03	35.20	59.27
"P-value" aproximado	0.0804	0.0015	0.6036	0.0101
d) <u>testes baseados na variância assintótica de R</u>				
v_1	0.97	1.68	1.11	1.84
v_2	30.00	51.97	34.23	57.10
"P-value" aproximado	0.0844	0.0018	0.5974	0.0110
e) <u>testes baseados nos gl padrões $v_1 = 1$ e $v_2 = 31$</u>				
"P-value" aproximado	0.0829	0.0083	0.5757	0.314
f) <u>simulação de Monte Carlo do teste exato</u>				
"P-value" estimado	0.0780	0.0040	0.6200	0.0130
LC SUP 99%	0.0575	0.0007	0.5795	0.0054
LC INF 99%	0.1022	0.0125	0.6594	0.0251

Observação: O item f) da tabela acima foi consultado em ZERBE (1979). Os demais resultados podem ser obtidos através do programa ALEAT1.PRG (em anexo).

Podemos observar na tabela 5.4 que os testes baseados em VCR) e VACR) aproximam-se bem dos testes exatos, já que para todos os três intervalos de tempo de interesse, seus "P-values" estão todos inseridos nos limites do intervalo de confiança de 99%, obtidos através de simulação de Monte Carlo do teste exato. Os "P-values" exatos foram obtidos de uma amostra de 1000 permutações, e como a amostragem foi com reposição, o "P-value" exato pode ser considerado como uma proporção binomial.

As aproximações baseadas nos graus de liberdade usuais $(c-1)$ e $(N-c)$, não podem ser recomendadas, pois seus "P-values" caem fora dos intervalos de confiança para 2 dos 3 intervalos testados. Para o intervalo 3 à 5 horas o "P-value" resultante foi abaixo do limite inferior do teste exato e para o intervalo 0 à 5 horas encontrou-se um "P-value" acima do limite superior.

Para um nível de significância pré-definido de 0.05, o investigador pode concluir que as curvas médias do fluxo de fosfato inorgânico interpolados dos pacientes controle e obeso diferem durante as 5 primeiras horas (0 à 5), o que se deve à uma grande diferença entre as curvas durante as 3 primeiras horas (0 à 3), diferença esta que desaparece nas duas últimas horas (3 à 5).

5.2.4 Comparações Múltiplas

O procedimento "stepwise" que vamos propor é baseado em PETRONDAS & GABRIEL (1983), e utiliza as aproximações da distribuição exata da estatística F desenvolvidas no início deste capítulo (ZERBE & MURPHY, 1986).

Primeiramente, definimos a família de hipóteses e subhipóteses na qual estamos interessados.

Iniciamos os testes "stepwise", por uma hipótese nula global, e a seguir pelas subhipóteses sugeridas na família. O procedimento é interrompido, se uma hipótese é aceita. Todas as hipóteses implicadas por uma hipótese aceita são também aceitas e não precisam ser testadas.

Se a cada passo todos os testes são conduzidos à um nível α de significância, então, quando o procedimento estiver completo, a probabilidade de um erro de Tipo I dada alguma subhipótese na família será, quando muito α .

O procedimento se tornará mais claro, após o estudo deste exemplo:

EXEMPLO 5.2 - Vamos agora retomar os dados do exemplo 5.1 do fluxo de fosfato inorgânico no plasma. Porém, faremos uma divisão no grupo dos 20 pacientes obesos, dos quais os 8 primeiros não são hiperinsulinêmicos e os 12 últimos pacientes são. As curvas médias de fosfato inorgânico no plasma para os 3 grupos de pacientes podem ser observadas na figura 5.2, e os dados na tabela abaixo:

TABELA 5.5 - FOSFATO INORGANICO NO PLASMA (mg/dl)

grupo (trat.)	paciente	horas depois da dose-teste de glicose								
		0	0.5	1	1.5	2	3	4	5	
I	1	4.3	3.3	3.0	2.6	2.2	2.5	3.4	4.4	
	2	3.7	2.6	2.6	1.9	2.9	3.2	3.1	3.9	
	3	4.0	4.1	3.1	2.3	2.9	3.1	3.9	4.0	
	4	3.6	3.0	2.2	2.8	2.9	3.9	3.8	4.0	
	5	4.1	3.8	2.1	3.0	3.6	3.4	3.6	3.7	
	6	3.8	2.2	2.0	2.6	3.8	3.6	3.0	3.5	
	7	3.8	3.0	2.4	2.5	3.1	3.4	3.5	3.7	
	8	4.4	3.9	2.8	2.1	3.6	3.8	4.0	3.9	
	9	5.0	4.0	3.4	3.4	3.3	3.6	4.0	4.3	
	10	3.7	3.1	2.9	2.2	1.5	2.3	2.7	2.8	
	11	3.7	2.6	2.6	2.3	2.9	2.2	3.1	3.9	
	12	4.4	3.7	3.1	3.2	3.7	4.3	3.9	4.8	
	13	4.7	3.1	3.2	3.3	3.2	4.2	3.7	4.3	
II	1	4.3	3.3	3.0	2.6	2.2	2.5	2.4	3.4	
	2	5.0	4.9	4.1	3.7	3.7	4.1	4.7	4.9	
	3	4.6	4.4	3.9	3.9	3.7	4.2	4.8	5.0	
	4	4.3	3.9	3.1	3.1	3.1	3.1	3.6	4.0	
	5	3.1	3.1	3.3	2.6	2.6	1.9	2.3	2.7	
	6	4.8	5.0	2.9	2.8	2.2	3.1	3.5	3.6	
	7	3.7	3.1	3.3	2.8	2.9	3.6	4.3	4.4	
	8	5.4	4.7	3.9	4.1	2.8	3.7	3.5	3.7	
	1	3.0	2.5	2.3	2.2	2.1	2.6	3.2	3.5	
	2	4.9	5.0	4.1	3.7	3.7	4.1	4.7	4.9	
	3	4.8	4.3	4.7	4.6	4.7	3.7	3.6	3.9	
	4	4.4	4.3	4.3	3.4	3.5	3.4	3.9	4.0	

III	5	4.9	4.3	4.0	4.0	3.3	4.1	4.2	4.3
	6	5.1	4.1	4.6	4.1	3.4	4.2	4.4	4.9
	7	4.8	4.6	4.6	4.4	4.1	4.0	3.8	3.8
	8	4.2	3.5	3.8	3.6	3.3	3.1	3.5	3.9
	9	6.6	6.1	5.2	4.1	4.3	3.8	4.2	4.8
	10	3.6	3.4	3.1	2.8	2.1	2.4	2.5	3.5
	11	4.5	4.0	3.7	3.3	2.4	2.3	3.1	3.3
	12	4.6	4.4	3.8	3.8	3.8	3.6	3.8	3.8

CURVAS MEDIAS DE RESPOSTA

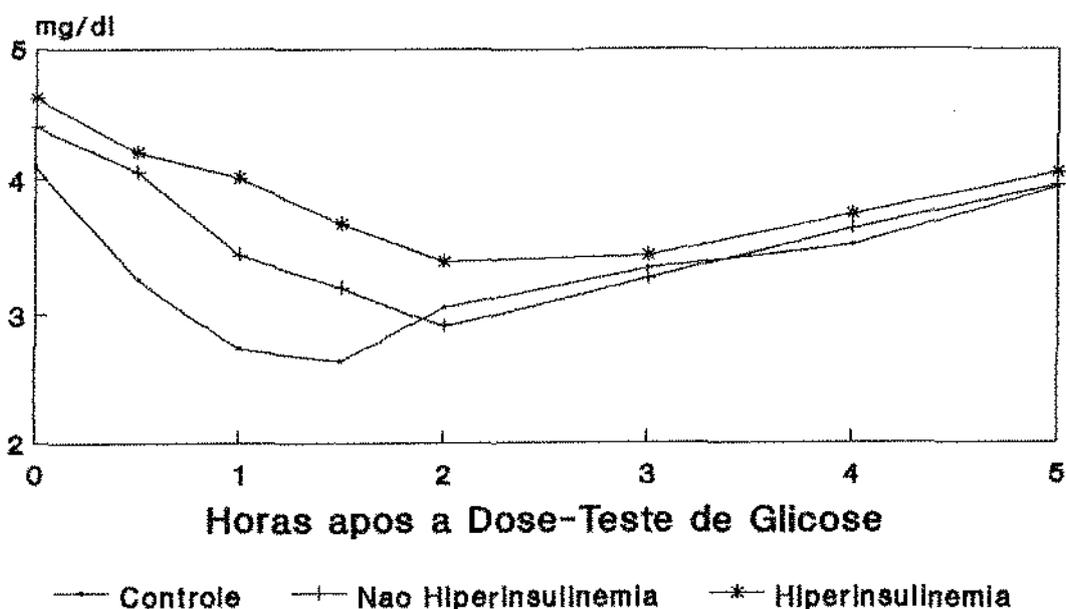


FIGURA 5.2 - Representação gráfica dos perfis médios dos 3 grupos de pacientes em 8 tempos após a dose oral de glicose.

Para demonstrar o procedimento de comparações múltiplas stepwise, considere a família das 12 hipóteses indicadas na figura 5.3 abaixo:

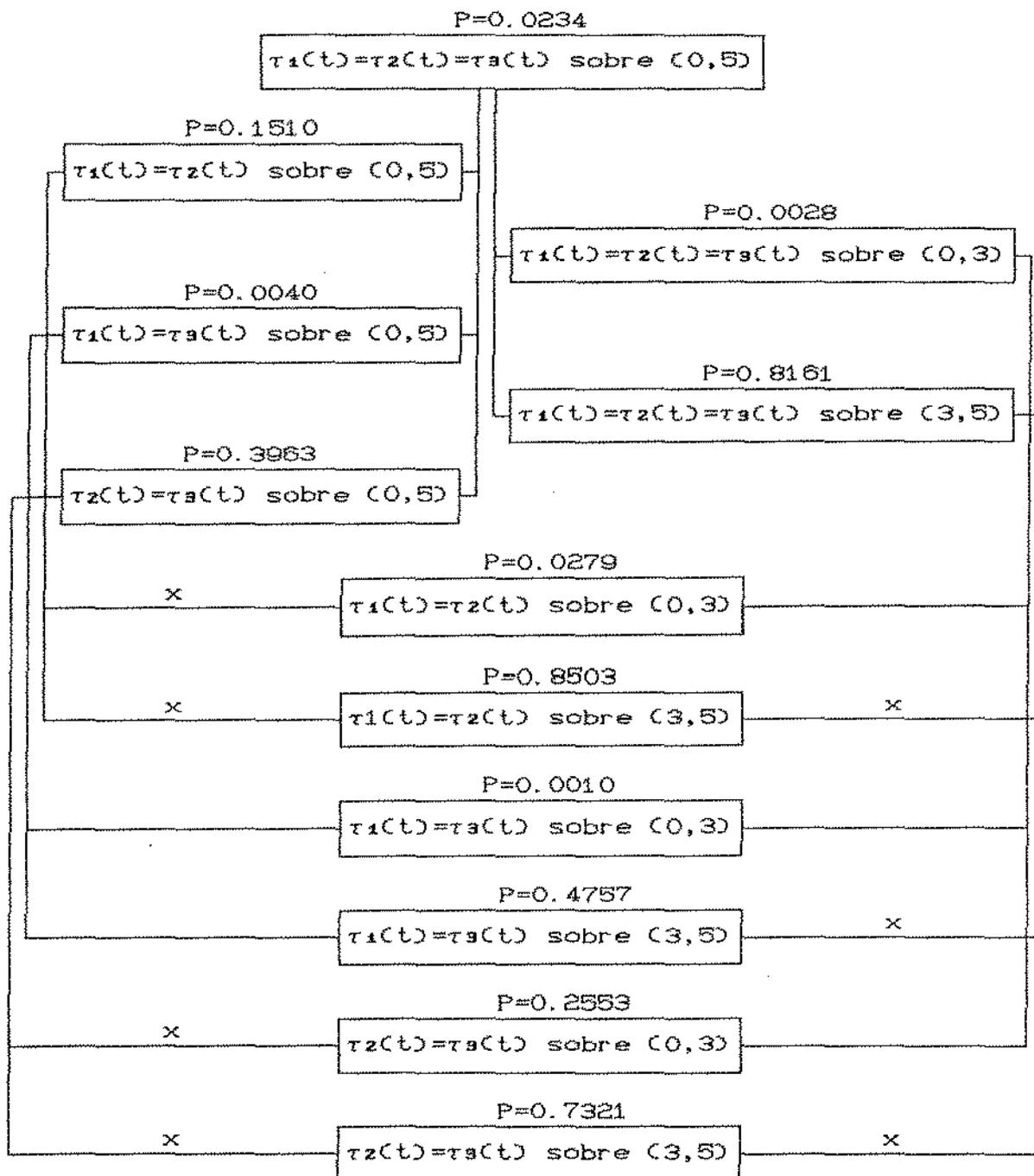


FIGURA 5.3 - Procedimento de comparações múltiplas "stepwise" (os números acima dos blocos representam os P-values dos testes, e os x's indicam as subhipóteses implicadas pelas hipóteses não significativas).

Antes de iniciarmos o procedimento de comparações múltiplas, vamos apresentar algumas tabelas de análise de variância para os intervalos de tempo 0 à 3, 3 à 5 e 0 à 5 para os pacientes do grupo I (controle), grupo II (não hiperinsulinêmicos) e do grupo III (hiperinsulinêmicos).

TABELA 5.6 - COMPARAÇÕES DAS CURVAS MÉDIAS DO FLUXO DE FOSFATO INORGÂNICO NO PLASMA DE PACIENTES DOS GRUPOS I, II E III.

Estatística	Horas depois da dose-teste oral de glicose		
	0 à 3	3 à 5	0 à 5
a) <u>soma de quadrados</u>			
Entre	12.46	0.38	12.85
Dentro	37.83	24.03	61.86
Total	50.30	24.41	74.71
b) <u>estatística do teste</u>			
F	4.94	0.24	3.11
c) <u>testes baseados na variância de R</u>			
v_1	3.49	2.27	3.82
v_2	52.30	34.07	57.37
d) <u>"P-value" aproximado do teste</u>			
"P-value"	0.0028	0.8161	0.0234

TABELA 5.7 - COMPARAÇÕES DAS CURVAS MÉDIAS DO FLUXO DE FOSFATO INORGÂNICO NO PLASMA DE PACIENTES DOS GRUPOS I E II.

Estatística	Horas depois da dose-teste oral de glicose		
	0 à 3	3 à 5	0 à 5
a) <u>soma de quadrados</u>			
Entre	3.49	0.05	3.54
Dentro	18.39	15.92	34.31
Total	21.88	15.97	37.85
b) <u>estatística do teste</u>			
F	3.61	0.06	1.96
c) <u>testes baseados na variância de R</u>			
v_1	2.40	1.18	2.14
v_2	45.65	22.46	40.71
d) <u>"P-value" aproximado do teste</u>			
"P-value"	0.0279	0.8502	0.1510

TABELA 5.8 - COMPARAÇÕES DAS CURVAS MÉDIAS DO FLUXO DE FOSFATO INORGÂNICO NO PLASMA DE PACIENTES DOS GRUPOS I E III.

Estatística	Horas depois da dose-teste oral de glicose		
	0 à 3	3 à 5	0 à 5
a) <u>soma de quadrados</u>			
Entre	11.77	0.35	12.12
Dentro	29.49	13.67	43.16
Total	41.26	14.02	55.28
b) <u>estatística do teste</u>			
F	9.18	0.60	6.46
c) <u>testes baseados na variância de R</u>			
v_1	1.68	1.20	1.89
v_2	38.73	27.73	43.53
d) <u>"P-value" aproximado do teste</u>			

"P-value"	0.0010	0.4757	0.0040
-----------	--------	--------	--------

TABELA 5.9 - COMPARAÇÕES DAS CURVAS MÉDIAS DO FLUXO DE FOSFATO INORGÂNICO NO PLASMA DE PACIENTES DOS GRUPOS II E III.

Estatística	Horas depois da dose-teste oral de glicose		
	0 à 3	3 à 5	0 à 5
a) <u>soma de quadrados</u>			
Entre	2.19	0.13	2.32
Dentro	27.78	18.47	46.25
Total	29.97	18.61	48.58
b) <u>estatística do teste</u>			
F	1.42	0.13	0.90
c) <u>testes baseados na variância de R</u>			
v_1	1.45	1.04	1.61
v_2	26.12	18.72	29.08
d) <u>"P-value" aproximado do teste</u>			
"P-value"	0.2553	0.7321	0.3963

PASSO 1:

Iniciamos no primeiro passo com a hipótese nula global

$$\tau_1(t) = \tau_2(t) = \tau_3(t) \text{ sobre } (0,5)$$

podemos verificar através da tabela (5.6) que esta hipótese é rejeitada ao nível 0.05 de significância ($P = 0.0234$ com 3.82 e 57.37 graus de liberdade); então, procedemos às cinco

subhipóteses no segundo passo. Se a hipótese nula global tivesse sido aceita, teríamos terminado o procedimento.

PASSO 2:

O teste comparando os três grupos sobre o intervalo de tempo (3,5) é obtido simplesmente quando mudamos a matriz C, de tal forma que ela represente este intervalo. Através da tabela 5.6 podemos ver que o teste foi não significativo (P = 0.8161 com 2.27 e 34.07 graus de liberdade), as subhipóteses implicadas pela hipótese:

$$\tau_1(t) = \tau_2(t) = \tau_3(t) \text{ sobre } (3,5)$$

não precisam ser testadas.

O teste comparando os três grupos sobre o intervalo de tempo (0,3) foi significativo, podemos verificar na tabela 5.6 (P = 0.0028 com 3.49 e 52.30 graus de liberdade). Isto requer comparações pareadas entre os grupos neste subintervalo.

Para comparar o grupo I (controle) com o grupo II (obesos não hiperinsulinêmicos) sobre o intervalo (0,5), executamos o teste F padrão, através da aproximação proposta por ZERBE-WALKER, depois de eliminar os dados do grupo III da

análise, os resultados estão apresentados na tabela 5.7. Como o teste resultou não significativo ($P = 0.1510$ com 2.14 e 40.71 graus de liberdade) sobre o intervalo (0,5), a diferença entre os grupos I e II sobre o intervalo (0,3) não precisam ser testadas. O mesmo acontece, com a comparação do grupo II com o grupo III, sobre o intervalo (0,5), veja tabela 5.9, cujo teste resultou não significativo ($P = 0.3963$ com 1.61 e 29.08 graus de liberdade). Porém, para os grupos I e III sobre o intervalo de tempo (0,5), cujos resultados podem ser verificados na tabela 5.8, o teste resultou significativo ($P = 0.0040$ com 1.8 e 43.53 graus de liberdade), devemos então iniciar o passo 3.

PASSO 3:

Para este passo, somente a comparação entre os grupos I e III sobre o intervalo de tempo (0,3) deve ser examinada, porque no primeiro passo já eliminamos as comparações entre os grupos para o intervalo (3,5). A comparação entre os grupos I e III sobre o intervalo (0,3) é executada pelo teste F padrão, com a aproximação de ZERBE-WALKER, eliminando os dados do grupo II, veja tabela 5.8. O teste resultou significativo ($P = 0.0010$ com 1.68 e 38.73 graus de liberdade).

Faremos agora uma breve conclusão geral. Após realizarmos os testes de comparações múltiplas, verificamos que:

a) A diferença entre os grupos é significativa no intervalo (0,5),

b) isto se deve principalmente, à diferença entre os grupos I e III no intervalo (0,3).

5.3 Testes de Aleatorização, Utilizando Suavizamento Não-Paramétrico

Considerando ainda, o experimento definido em (2.1), vamos assumir o seguinte modelo:

$$x_{ij}(t_k) = \mu_i(t_k) + e_{ij}(t_k) \quad (5.22)$$

para: $i = 1, \dots, c, \quad j = 1, \dots, n_i$
 $k = 1, \dots, p \quad \text{e} \quad t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_p.$

onde:

$x_{ij}(t_k)$ é a resposta no tempo t_k do indivíduo j no tratamento i ,

$\mu_i(t_k)$ é a resposta esperada no tempo t_k de um indivíduo

escolhido aleatoriamente no tratamento i ,

$e_{ij}(t_k)$ é o erro aleatório, com $E(e_{ij}(t_k)) = 0$.

Sejam os N vetores de erros:

$$E_{ij} = [e_{ij}(t_1), \dots, e_{ij}(t_p)]'$$

independentes com distribuição comum e matriz de covariância Σ ,

$$X_{ij} = [x_{ij}(t_1), \dots, x_{ij}(t_p)]'$$

o vetor de respostas para o indivíduo j no tratamento i e,

$$\mu_i = [\mu_i(t_1), \dots, \mu_i(t_p)]'$$

a resposta média do tratamento i . Então o modelo pode ser escrito como:

$$X_{ij} = \mu_i + E_{ij}.$$

A média $\mu_i(t_k)$ do tratamento i pode ser parametrizada:

$$\mu_i(t_k) = \mu + \tau_i + \beta(t_k) + \gamma_i(t_k) \quad (5.23)$$

onde:

μ é a grande média,

τ_i é o efeito principal do tratamento i ,

$\beta(t_k)$ é o efeito principal de tempo k ,

$\gamma_i(t_k)$ é o efeito da interação entre tratamento i e tempo k .

Temos que:

$$\sum_{i=1}^c n_i \tau_i = \sum_{i=1}^c n_i \gamma_i(t_k) = \sum_{k=1}^p \beta(t_k) = \sum_{k=1}^p \gamma_i(t_k) = 0. \quad (5.24)$$

Nosso objetivo é verificar a existência ou não dos seguintes efeitos:

- a) efeito de tratamento,
- b) efeito de interação entre tratamento e tempo,
- c) efeito de tempo.

Para tanto, devemos testar as seguintes hipóteses nulas:

a) Não existência do efeito de tratamento:

$$H_0: \tau_i = 0 \quad (i=1, \dots, c)$$

b) Não existência de interação entre tratamento e tempo:

$$H_0: \gamma_i(t_k) = 0 \quad (i=1, \dots, c; k=1, \dots, p).$$

c) Não existência do efeito de tempo:

$$\text{Hoi: } \beta(t_k) = 0 \quad (k=1, \dots, p)$$

Através do modelo (5.22), podemos escrever

$$\bar{X}_{i.}(t) = \mu_i(t) + \bar{E}_{i.}(t) \quad (5.25)$$

onde:

$\bar{X}_{i.}(t) = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}(t)$ é a curva de resposta média do tratamento i em função do tempo, e

$\bar{E}_{i.}(t) = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} E_{ij}(t)$ é o processo aleatório com média zero,

$\mu_i(t)$ é a função de suavizamento no tempo, que pode ser estimada ajustando-se uma curva suavizada no gráfico de dispersão das médias de tratamentos $\bar{X}_{i.}(t)$ versus o tempo (veja capítulo IV).

O estimador da curva $\mu_i(t)$ nos pontos observados pode ser escrito como:

$$\hat{\mu}_i(t_k) = \sum_{k'=1}^p h_{kk'} \bar{X}_{i.}(t_{k'}) \quad (5.26)$$

H é a matriz de pesos, também chamada matriz chapéu, e seus elementos $h_{kk'}$ podem ser obtidos através de (4.8). Assim, podemos escrever (5.26) como:

$$\hat{\mu}_i = H\bar{X}_{i.}$$

para, $\hat{\mu}_i = [\hat{\mu}_i(t_1), \dots, \hat{\mu}_i(t_p)]'$,

e $\bar{X}_{i.} = [\bar{x}_{i.}(t_1), \dots, \bar{x}_{i.}(t_p)]'$.

A matriz chapéu definida em (4.8) tem a característica de que suas linhas somam 1, isto é:

$$\sum_{k'=1}^p h_{kk'} = 1.$$

Seja o vetor suavizado:

$$Y_{ij} = [y_{ij}(t_1), \dots, y_{ij}(t_p)]' = HX_{ij}$$

$$\bar{Y}_{i.} = [\bar{y}_{i.}(t_1), \dots, \bar{y}_{i.}(t_p)]' = H\bar{X}_{i.}$$

e
$$H\bar{X}_{i.} = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}.$$

Considere também, que um único parâmetro de suavizamento é

escolhido para todos os indivíduos no tratamento i , ou seja, estimaremos uma curva de resposta média diferente para cada tratamento, e o processo de suavizamento é linear.

Os estimadores da grande média μ , efeitos de tratamento τ_i , efeitos de tempo $\beta(t_k)$ e efeitos de interação tratamento x tempo $\gamma_i(t_k)$ são obtidos de acordo com as restrições (5.24), e são respectivamente:

$$\begin{aligned}\hat{\mu} &= \bar{y}_{...} \\ \hat{\tau}_i &= \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...} \\ \hat{\beta}(t_k) &= \bar{y}_{..(t_k)} - \bar{y}_{...} \\ \hat{\gamma}_i(t_k) &= \bar{y}_{i.(t_k)} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{..(t_k)} + \bar{y}_{...}\end{aligned}\quad (5.27)$$

para,

$$\begin{aligned}\bar{y}_{i.(t_k)} &= \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}(t_k) = \hat{\mu}_i(t_k) \\ \bar{y}_{i..} &= \frac{1}{n_i p} \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{k=1}^p y_{ij}(t_k) \\ \bar{y}_{..(t_k)} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}(t_k) \\ \bar{y}_{...} &= \frac{1}{Np} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{k=1}^p y_{ij}(t_k)\end{aligned}\quad (5.28)$$

Após utilizarmos suavizamento não-paramétrico, os estimadores dados em (5.28) tornam-se viciados e suas esperanças são as seguintes:

$$\mu^* = E(\hat{\mu}) = \mu = \sum_{k=1}^P \beta_k \bar{h}_{.k}$$

$$\tau_i^* = E(\hat{\tau}_i) = \tau_i + \sum_{k=1}^P \gamma_i(t_k) \bar{h}_{.k}$$

$$\beta^*(t_k) = E[\hat{\beta}(t_k)] = \sum_{k'=1}^P \beta(t_{k'}) (h_{kk'} - \bar{h}_{.k'})$$

$$\gamma_i^*(t_k) = E[\hat{\gamma}_i(t_k)] = \sum_{k'=1}^P \gamma_i(t_{k'}) (h_{kk'} - \bar{h}_{.k'}) \quad (5.29)$$

para,

$$\bar{h}_{.k'} = \frac{1}{P} \sum_{k=1}^P h_{kk'}$$

As variâncias dos estimadores são:

$$\text{Var}(\hat{\mu}) = \frac{1}{Np} A$$

$$\text{Var}(\hat{\tau}_i) = \frac{1}{p} \left[\frac{1}{n_i} - \frac{1}{N} \right] A$$

$$\text{Var}[\hat{\beta}(t_k)] = \frac{1}{N} (B_k - A)$$

$$\text{Var}[\hat{\gamma}_i(t_k)] = \left[\frac{1}{n_i} - \frac{1}{N} \right] (B_k - A) \quad (5.30)$$

para:

$$A = \frac{1}{p} \mathbf{1}' \mathbf{H} \mathbf{E} \mathbf{H}' \mathbf{1},$$

$\mathbf{1}$ é um p -vetor de uns,

h'_k é a transposta da linha k da matriz chapéu e,

$$B_k = h'_k \Sigma h_k.$$

5.3.1 Teste para Efeito de Tratamento

Os testes estatísticos apresentados nesta e nas próximas seções, são derivados a partir da decomposição da soma de quadrados para as medidas suavizadas $y_{ij}(t_k)$ (veja a tabela 5.10 abaixo).

TABELA 5.10 - DECOMPOSIÇÃO DAS SOMAS DE QUADRADOS

F. V.	G. L.	SOMA DE QUADRADOS
GRUPO	$(c-1)$	$Q_1 = p \sum_{i=1}^c n_i \left[\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...} \right]^2$
TEMPO	$(p-1)$	$Q_2 = N \sum_{k=1}^p \left[\bar{y}_{...}(t_k) - \bar{y}_{...} \right]^2$
ERRO 1	$(N-c)$	$Q_3 = p \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \left[y_{ij.} - \bar{y}_{i..} \right]^2$

INTERAÇÃO	$(p-1)(c-1)$	$Q_4 = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^p n_i \left[\bar{y}_{i..}(t_k) - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{..}(t_k) + \bar{y}_{...} \right]^2$
ERRO 2	$(N-c)(p-1)$	$Q_5 = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{k=1}^p \left[y_{ij}(t_k) - \bar{y}_{ij..} - \bar{y}_{i..}(t_k) + \bar{y}_{i..} \right]^2$
TOTAL	$(Np-1)$	$Q_6 = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{k=1}^p \left[y_{ij}(t_k) - \bar{y}_{...} \right]^2$

SOMA DE QUADRADOS ESPERADA

$$E(Q_1) = p \sum_{i=1}^c n_i \left[\tau_i^* \right]^2 + (c-1)A$$

$$E(Q_2) = N \sum_{k=1}^p \left[\beta^*(t_k) \right]^2 + B$$

$$E(Q_3) = (N-c)A$$

$$E(Q_4) = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} n_i \left[\gamma_i^*(t_k) \right]^2 + (c-1)B$$

$$E(Q_5) = (N-c)B$$

Note que:

$$A = (1/p)1'HEH'1 = \text{tr}(CHEH'C),$$

$$B = \text{tr}(CHEH')(I-C) = \sum_{k=1}^p B_k - A,$$

$$C = (1/p)11' \quad e,$$

I é uma matriz identidade $(p \times p)$.

Para testar a existência ou não do efeito de tratamento, considere a seguinte hipótese nula:

$$\text{Hoc: } \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_c = 0$$

A estatística para testar a hipótese acima é a seguinte:

$$F_1 = \frac{(N-c)Q_1}{(c-1)Q_3} \quad (5.31)$$

Para computar F_1 , considere o modelo M_1 definido pelas expressões (5.22), (5.23) e (5.24), condicional à alguma realização particular dos vetores de erro E_{11}, \dots, E_{cn_c} , assim, todas as $N!$ permutações dos vetores de erros são equiprováveis. Portanto sob Hoc, todas as $N!/(n_1!n_2!\dots n_c!)$ permutações dos vetores de resposta Y_{ij} são equiprováveis.

Sob Hoc e M_1 , F_1 tem distribuição \mathcal{F} de Snedecor com v_1 e v_2 graus de liberdade, ou seja:

$$F_1 \sim \mathcal{F}(v_1, v_2).$$

Observamos que a estatística F_1 tem a mesma forma da estatística $F(t)$, expressão (5.4), proposta na seção 5.2. Podemos obter um paralelo entre as expressões de F_1 e $F(t)$ fazendo as seguintes modificações, entre elas: $\bar{Y}_i(t)$, $\bar{Y}_{\dots}(t)$, e $Y_{ij}(t)$ em $F(t)$ devem ser substituídos por $\bar{y}_{i..}$, \bar{y}_{\dots} e \bar{y}_{ij} em F_1 . Assim sendo, Q_1 , soma de quadrados entre os

tratamentos, pode ser considerada como $B(t)$ e Q_3 , soma de quadrados dentro dos tratamentos, como $W(t)$.

De (5.5), obtemos que:

$$R_1 = \frac{Q_1}{Q_1 + Q_3}$$

tem distribuição Beta com parâmetros $v_1/2$ e $v_2/2$, ou seja:

$$R_1 \sim \mathcal{B} \left(\frac{v_1}{2}, \frac{v_2}{2} \right)$$

onde:

$$v_1 = \frac{2E^2[R_1] (1 - E[R_1])}{\text{Var}[R_1]} - 2E[R_1]$$

e

$$v_2 = \frac{(1 - E[R_1]) v_1}{E[R_1]} \quad (5.32)$$

Sob Hoc,

$$E[R_1] = \frac{c-1}{N-1}$$

e

$$\text{Var}[R_1] = \frac{qk^2}{[(Q_1 + Q_3)/(CN-1)]^2} + r$$

onde:

$$r = \left[2(c-1)N^3 - 3N(c-1)^2e + (c^2 - 4c + 6)N^2 - 6N - 3c(c-2) \right] / Nm$$

$$q = \left[N(c+1)e - (c^2 + 2c - 2)N + c(c-2) \right] / m$$

$$e = \sum_{i=1}^c \frac{1}{n_i}$$

$$m = (N-1)^2(N-2)(N-3)$$

$$k^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \left(\bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{...} \right)^2$$

Regra de Decisão:

Agora que já sabemos os valores dos graus de liberdade v_1 e v_2 em (5.32), através da aproximação de F_1 por R_1 , podemos utilizá-los para calcular o "P-value" aproximado de F_1 , para a distribuição \mathcal{F} . E rejeitaremos a hipótese nula H_0 caso o valor calculado do "P-value" seja pequeno o bastante.

5.3.2 Teste para Efeito de Interação entre Tratamento e Tempo

Para testar a existência ou não do efeito de interação entre tratamento e tempo, considere a seguinte hipótese nula:

$$H_{04}: \gamma_i(t_k) = 0 \quad (i=1, \dots, c; k=1, \dots, p).$$

$$\text{Se fizermos } Q_4 = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^p n_i \left[\bar{z}_{i.}(t_k) - \bar{z}_{..}(t_k) \right]^2$$

$$\text{e } Q_5 = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{k=1}^p \left[z_{ij}(t_k) - \bar{z}_{i.}(t_k) \right]^2$$

para,

$$z_{ij}(t_k) = \left[y_{ij}(t_k) - \bar{y}_{ij.} \right],$$

$$\bar{z}_{i.}(t_k) = \left[\bar{y}_{i.}(t_k) - \bar{y}_{i..} \right],$$

$$\text{e } \bar{z}_{..}(t_k) = \left[\bar{y}_{..}(t_k) - \bar{y}_{...} \right],$$

chegaremos aos mesmos resultados do teste F aproximado de aleatorização para efeito de tratamento sob um intervalo de tempo, exceto pelas integrais que devem ser trocadas por somas.

A estatística para testar a hipótese nula é a seguinte:

$$F_2 = \frac{(N-c)Q_4}{(c-1)Q_5} \quad (5.33)$$

Para computar F_2 , considere o modelo M_1 já definido na seção 5.3.1. Portanto, sob H_{0c} , todas as $N! / (n_1! n_2! \dots n_c!)$ permutações dos vetores de resposta Y_{ij} são equiprováveis.

Sob H_{0c} e o modelo M_1 , F_2 tem distribuição \mathcal{F} de Snedecor com v_1 e v_2 graus de liberdade, ou seja:

$$F_2 \sim \mathcal{F}(v_1, v_2).$$

De (5.5), obtemos que:

$$R_2 = \frac{Q_4}{Q_4 + Q_5}$$

que tem distribuição Beta com parâmetros $v_1/2$ e $v_2/2$, ou seja;

$$R_2 \sim \mathcal{B} \left(\frac{v_1}{2}, \frac{v_2}{2} \right)$$

onde:

$$v_1 = \frac{2E^2[R_2] (1-E[R_2])}{\text{Var}[R_2]} - 2E[R_2]$$

$$e \quad v_2 = \frac{(1 - E[R_2]) v_1}{E[R_2]} \quad (5.34)$$

Sob H_0 ,

$$E[R_2] = \frac{c-1}{N-1}$$

$$e \quad V[R_2] = \frac{(r-s)\rho^4 + q\omega^2}{[(Q_4 + Q_5)/(N-1)]^2} + s$$

onde:

$$s = [-N(N-1)^2 e + c^2 N^2 - 2(c^2 - c + 1)N - c(c-2)] / Nm$$

$$\rho^4 = \frac{1}{(N-1)^2} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{i'=1}^c \sum_{j'=1}^{n_{i'}} \left[\sum_{k=1}^p \left(z_{ij}(t_k) - \bar{z}_{..}(t_k) \right) \left(z_{i'j'}(t_k) - \bar{z}_{..}(t_k) \right) \right]^2$$

$$\omega^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \left[\sum_{k=1}^p \left(z_{ij}(t_k) - \bar{z}_{..}(t_k) \right)^2 \right]^2$$

Regra de Decisão:

Calculamos o "P-value" aproximado de F_2 , utilizando os graus de liberdade assintóticos v_1 e v_2 dados em (5.34), e a estatística F_2 dada em (5.33) para uma distribuição \mathcal{F} . E rejeitaremos a hipótese nula H_0 caso o valor calculado do

"P-value" seja pequeno o bastante.

5.3.3 Teste para Efeito de Tempo

Para testarmos a existência ou não do efeito de tempo, vamos considerar a seguinte hipótese nula:

$$H_0: \beta(t_1) = \beta(t_2) = \dots = \beta(t_p) = 0$$

O teste de efeito de tempo requer a seguinte suposição no modelo:

1) d_{ij} e $-d_{ij}$ tem a mesma distribuição.

Para,

$$d_{ij} = [e_{ij}(t_1) - \bar{e}_{ij}, \dots, e_{ij}(t_p) - \bar{e}_{ij}]', \quad e$$

$$\bar{e}_{ij} = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p e_{ij}(t_k).$$

Sob a suposição 1, dada alguma realização do vetor de erros E_{ij} , os vetores d_{ij} e $-d_{ij}$ são equiprováveis para cada um dos N indivíduos, gerando 2^N conjuntos equiprováveis da forma

$(\underline{d}_{11}, \dots, \underline{d}_{cn_c})$. Portanto, $\underline{M2}$ denotará o modelo definido por esta distribuição de erro condicional e as equações (5.22), (5.23) e (5.24).

Definindo a variável:

$$z_{ij}(t_k) = (y_{ij}(t_k) - \bar{y}_{ij.}) e$$

$$z_{ij} = [z_{ij}(t_1), \dots, z_{ij}(t_p)]'$$

Então, a soma de quadrados para o tempo pode ser dada por:

$$Qz = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^p \left[\sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} z_{ij}(t_k) \right]^2$$

A estatística do teste exato de permutação é dado por,

$$Fz = \frac{(N-1)Qz}{Q4 + Q5} \quad (5.35)$$

Sob H_0 e o modelo $\underline{M2}$, Fz tem distribuição \mathcal{F} de Snedecor com v_1 e v_2 graus de liberdade, ou seja:

$$Fz \sim \mathcal{F}(v_1, v_2).$$

De (5.5), obtemos que:

$$R_3 = \frac{Q_2}{Q_2 + Q_4 + Q_5}$$

que tem distribuição Beta com parâmetros $\frac{v_1}{2}$ e $\frac{v_2}{2}$, ou seja;

$$R_3 \sim \mathcal{B} \left(\frac{v_1}{2}, \frac{v_2}{2} \right)$$

O teste aproximado requer a suposição de que H_{0ct} seja verdadeira, ou seja, não exista efeito de interação entre tratamento e tempo. A expressão do denominador de R_3 sob H_{0t} e H_{0ct} é:

$$(Q_2 + Q_4 + Q_5) = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{k=1}^p \left[z_{ij}(t_k) \right]^2$$

e as expressões da esperança e variância são:

$$E(R_3) = 1/N$$

$$\text{Var}(R_3) = \frac{2 \left[\sum_{k=1}^p \sum_{k'=1}^p \left(\sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} z_{ij}(t_k) z_{ij}(t_{k'}) \right)^2 - \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \left(\sum_{k=1}^p z_{ij}^2(t_k) \right)^2 \right]}{N^2 (Q_2 + Q_4 + Q_5)^2}$$

e os graus de liberdade aproximados da estatística F_3 são os seguintes:

$$v_1 = \frac{2E^2(R_3)[1-E(R_3)]}{\text{Var}(R_3)} - 2E(R_3)$$

$$v_2 = \frac{1-E(R_3)}{E(R_3)} v_1. \quad (5.36)$$

Regra de Decisão:

Calculamos o "P-value" aproximado de F_3 , utilizando os graus de liberdade v_1 e v_2 dados em (5.36), e a estatística F_3 dada em (5.35), para uma distribuição \mathcal{F} . E rejeitaremos a hipótese nula H_0 caso o valor calculado do "P-value" seja pequeno o bastante.

EXEMPLO 5.3 - Os dados deste exemplo foram obtidos de um trabalho de Monografia (em andamento) do Dep. de Fisioterapia da UNESP, campus de Presidente Prudente. O experimento consiste de 2 grupos de pacientes com Doença Pulmonar Obstrutiva Crônica, sendo que a 10 pacientes é aplicado um tratamento padrão (grupo I controle) e a outros 10 pacientes é aplicado um tratamento experimental (grupo II experimental). Os pacientes são tratados durante 18 sessões, uma por dia. A variável em estudo é a P_Imáx, pressão inspiratória máxima, medida em cm H₂O. Os dados são apresentados na tabela 5.11, a seguir:

TABELA 5.11 - PRESSÃO INSPIRATÓRIA MÁXIMA (cm H₂O)

grupo	tempo	pacientes									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	1	100	50	60	75	70	150	70	70	85	80
	2	130	50	50	70	70	90	80	80	100	80
	3	100	50	70	75	80	70	80	80	150	80
	4	150	60	80	75	80	180	80	90	80	50
	5	100	50	70	90	90	120	90	70	100	100
	6	150	50	60	85	100	180	90	80	85	90
	7	100	50	60	90	70	120	90	70	100	110
	8	90	50	70	70	70	160	90	95	100	100
	9	80	50	70	75	80	160	90	90	120	90
	10	90	50	60	85	90	160	100	85	120	90
	11	110	55	70	80	90	120	80	80	130	90
	12	100	50	60	85	90	120	90	60	110	110
	13	110	45	75	85	80	160	70	55	110	60
	14	80	40	85	90	90	180	70	70	90	60
	15	80	50	90	90	80	180	80	75	110	70
	16	70	40	80	85	80	180	80	60	80	70
	17	70	50	90	70	80	180	90	70	80	100
	18	90	50	90	80	80	180	90	70	90	80

II	1	80	80	150	50	110	80	70	100	55	70
	2	80	80	80	50	150	70	70	110	50	70
	3	80	80	70	80	150	90	80	170	55	75
	4	50	80	180	60	70	70	80	100	50	80
	5	90	110	160	60	100	70	80	110	50	90
	6	90	100	160	50	90	90	90	100	50	90
	7	150	90	150	60	100	85	70	110	50	80
	8	120	100	170	70	100	75	70	100	50	70
	9	90	90	180	75	90	80	70	120	45	80
	10	90	90	160	75	95	70	100	120	50	80
	11	90	90	120	75	100	80	90	120	50	80
	12	110	90	120	65	80	50	90	120	50	85
	13	60	70	160	70	95	55	80	110	40	90
	14	70	70	180	85	80	75	90	100	50	85
	15	80	80	200	60	80	75	80	85	40	90
	16	80	80	180	90	70	55	80	100	50	85
	17	100	80	180	90	100	75	80	90	50	85
	18	80	110	190	90	100	80	80	110	40	85

a) Análise dos Perfis Médios

Observaremos o perfil médio de cada grupo, através da tabela 5.12, e da figura 5.4.

TABELA 5.12 - Curvas Médias de Resposta

Tempo	Grupo I	Grupo II
1	81	84.5
2	80	81
3	83.5	93
4	92.5	82
5	88	92
6	97	91
7	86	94.5
8	89.5	92.5
9	90.5	92
10	93	93
11	90.5	89.5
12	87.5	86
13	85	83
14	85.5	88.5
15	90.5	87

16	82.5	87
17	88	93
18	90	96.5

CURVAS MEDIAS DE RESPOSTA PRESSAO INSPIRATORIA MAXIMA

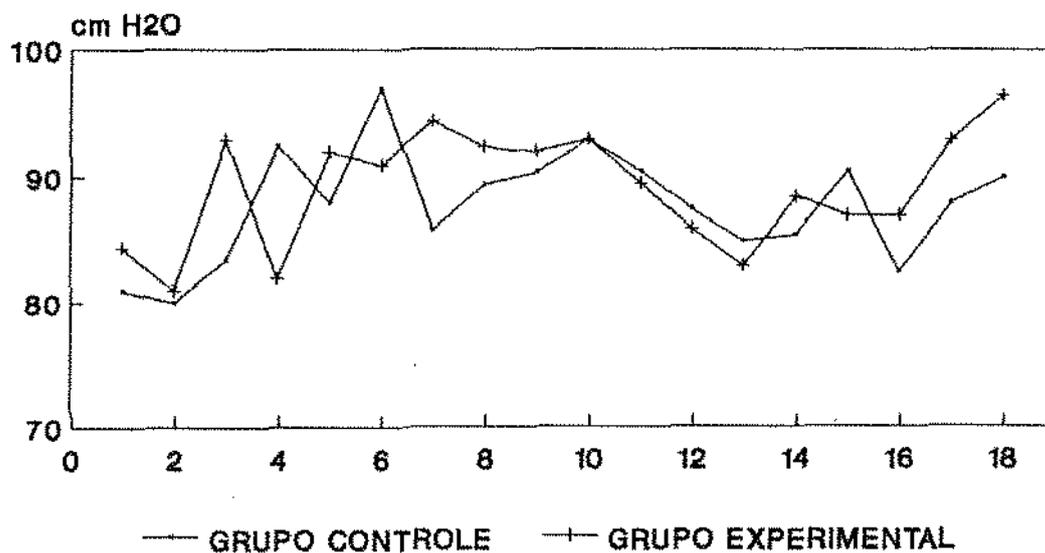
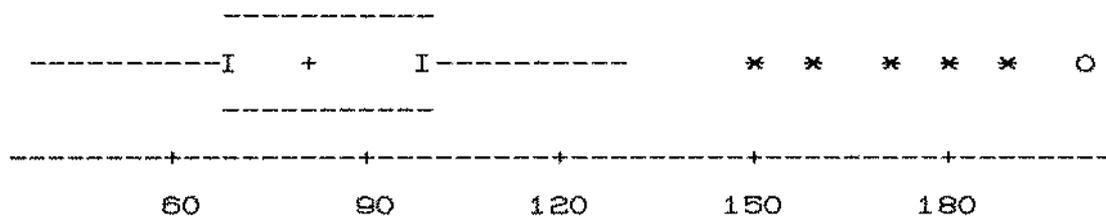


FIGURA 5.4 - Representação gráfica dos perfis médios dos grupos controle e experimental, observados em 18 dias de tratamento.



De acordo com o diagrama de ramos-e-folhas e o box-plot, podemos concluir que a distribuição dos dados apresenta uma assimetria à direita.

iii) 2º Coeficiente de Pearson

Uma medida muito usada para avaliar o grau de assimetria ou deformação de uma distribuição é o 2º Coeficiente de Pearson, que pode ser calculado pela expressão (3.14).

Obtemos para estes dados o coeficiente:

$$C_P = \frac{3(88.51 - 80)}{31.01} = 0.82.$$

O valor obtido acima indica que os dados apresentam assimetria à direita.

iv) Coefficiente Percentílico de Curtose

Para avaliar o grau de curtose da distribuição de frequências, usaremos a expressão (3.15).

Para o exemplo 5.3 obtemos:

$$K = \frac{(100-70)}{2(120-50)} = 0.2143$$

O valor encontrado é menor que 0.263, logo a curva ou distribuição dos dados é leptocúrtica.

Passaremos agora, ao suavizamento das duas curvas de resposta médias (controle e experimental). Primeiramente, faremos uma análise da curva de EQMM (Erro Quadrático Médio com relação à Média), com o objetivo de escolher o "bandwith" (b) que minimiza a curva. Os pontos da curva serão calculados através da equação (4.11), utilizando-se o programa ALISAR.PRG, que se encontra em anexo.

CURVA ESTIMADA DO EQMM GRUPO CONTROLE

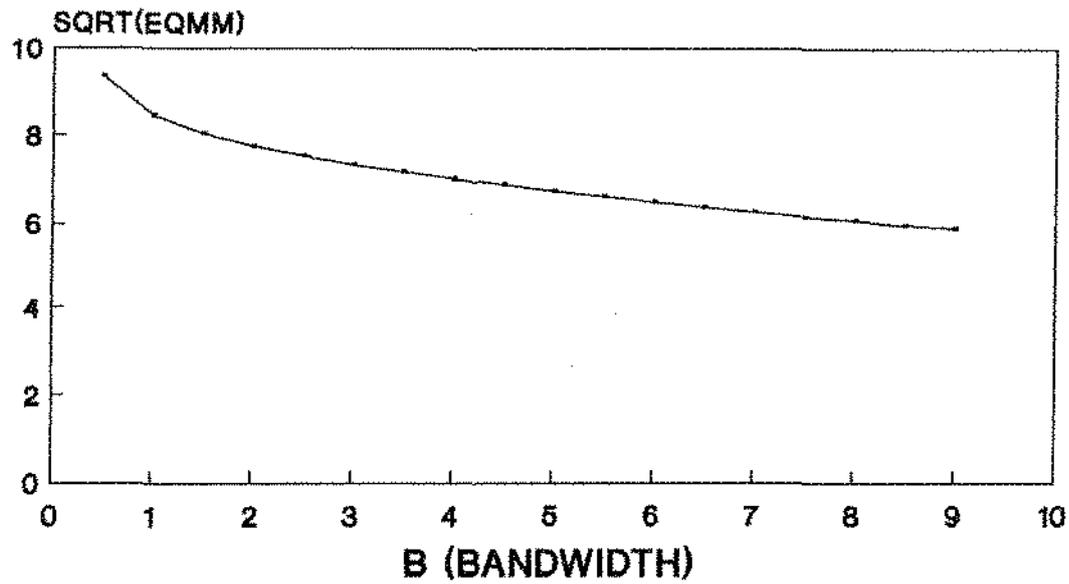


FIGURA 5.5 - Curva Estimada do EQMM para o grupo controle.

CURVA ESTIMADA DO EQMM GRUPO EXPERIMENTAL

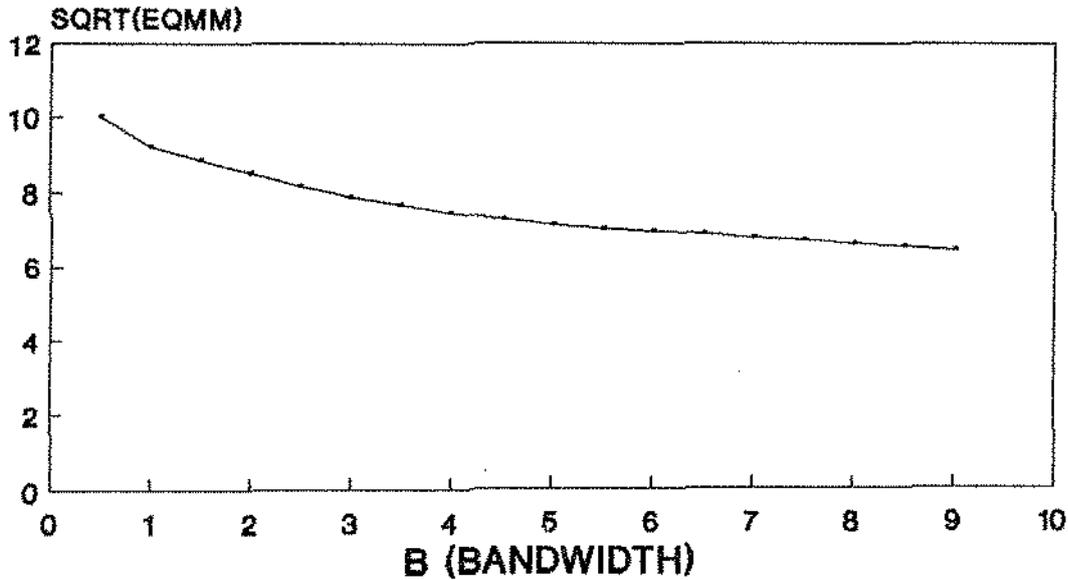


FIGURA 5.6 - Curva Estimada do EQMM para o grupo experimental.

Observamos que nenhuma das duas curvas apresentou ponto de mínimo. Decidiu-se tomar $b=9$, para suavizar as curvas. As novas curvas médias suavizadas podem ser observadas na tabela 5.13 abaixo e graficamente, na figura 5.7.

TABELA 5.13 - Curvas Médias de Resposta Suavizadas

Tempo	Grupo I	Grupo II
1	86.24	87.84
2	86.78	88.40
3	87.65	88.73

4	87.92	88.97
5	88.13	89.08
6	88.34	89.16
7	88.49	89.21
8	88.65	89.26
9	88.80	89.40
10	88.84	89.62
11	88.84	89.82
12	88.74	89.89
13	88.53	89.95
14	88.33	89.90
15	88.12	89.83
16	88.01	89.78
17	87.85	89.80
18	87.67	89.91

CURVAS MEDIAS DE RESPOSTA PRESSAO INSPIRATORIA MAXIMA

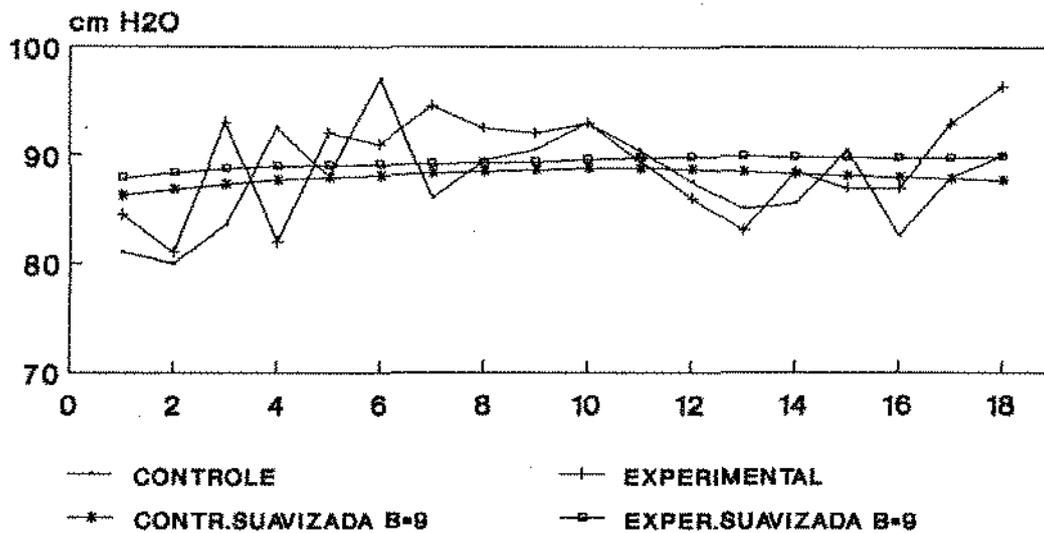


FIGURA 5.7 - Curvas Médias Suavizadas para ambos os grupos.

A seguir, tomamos a nova matriz de dados suavizada Y, que pode ser obtida através do programa ALISAR.PRG, e calculamos os testes de aleatorização aproximados para efeitos de tratamento, tempo e interação entre eles. Para tanto, desenvolvemos outro programa denominado ALEAT2.PRG, vide anexo A.

Os resultados dos testes são dados a seguir na tabela 5.14.

TABELA 5.14

TESTE	ESTATISTICA	GL	PVALUE
GRUPO	0.011911	v1 = 0.834514 v2 = 15.021248	0.878825
GRUPO X TEMPO	0.028101	v1 = 1.120903 v2 = 20.17625	0.896544
TEMPO	0.226841	v1 = 1.139643 v2 = 21.653221	0.670277

De acordo com os resultados dos testes, não encontramos nenhum efeito significativo. Portanto, não há diferença significativa entre os grupos controle e tratamento.

Para nos certificarmos de que o método de suavizamento está adequado, estudaremos outro exemplo:

EXEMPLO 5.4 - Vamos supor dois tratamentos, um controle e outro experimental, onde 14 unidades experimentais em cada grupo são medidas com relação a uma determinada variável 10 vezes consecutivas no tempo. Veja os dados na tabela a seguir:

TABELA 5.15 - Medidas Repetidas em 10 vezes no tempo para dois grupos, um controle e outro tratamento.

grupo	unid. exper.	tempos									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	1	516	633	1697	441	596	1610	493	820	1258	1270
	2	367	398	458	463	516	436	505	823	692	497
	3	471	457	526	594	775	446	472	1394	568	635
	4	450	452	465	456	651	454	717	704	580	727
	5	709	798	883	984	872	894	750	875	913	867
	6	273	261	348	537	624	354	351	471	379	654
	7	346	375	408	359	614	536	586	1422	2346	2608
	8	261	248	354	450	483	302	357	473	401	441
	9	433	550	771	566	550	466	604	616	549	826
	10	388	432	287	316	283	639	463	289	1111	375
	11	477	369	450	437	464	548	1365	2068	1366	857
	12	513	419	1030	525	416	479	799	1315	600	790
	13	360	350	377	429	659	296	2459	674	1463	685
	14	373	414	609	578	1634	562	538	455	651	1094
II	1	406	470	382	388	411	226	289	263	306	355
	2	395	330	309	294	311	345	323	353	478	490
	3	370	354	374	396	433	414	295	446	696	351
	4	470	488	572	620	575	622	627	614	541	694
	5	441	564	640	411	430	360	736	404	512	563
	6	479	576	624	466	471	379	619	620	445	658
	7	353	483	578	561	375	439	473	601	579	658
	8	292	334	363	482	482	465	1030	627	410	828
	9	244	282	323	397	320	289	342	533	255	279
	10	253	347	449	321	317	298	1226	573	648	413
	11	461	270	206	289	302	252	254	445	446	364
	12	384	363	438	309	270	347	384	285	259	674
	13	519	573	547	479	587	604	618	650	578	517
	14	500	579	531	609	493	423	420	468	526	499

a) Análise dos Perfis Médios

Observaremos o perfil médio de cada grupo, através da tabela 5.16.

TABELA 5.16 - Curvas Médias de Resposta

Tempo	Grupo I	Grupo II
1	424.07	379.71
2	439.71	429.50
3	618.78	452.57
4	509.64	430.14
5	652.64	412.64
6	573.00	390.21
7	747.07	545.43
8	885.64	491.57
9	919.78	477.07
10	880.43	524.5

b) Análise Exploratória dos Dados

Faremos a análise exploratória dos dados utilizando o diagrama de ramos-e-folhas, box-plot, 2^o coeficiente de Pearson e o Coeficiente Percentílico de Curtose.

i) Ramos-e-Folhas

Cada folha deve ser multiplicada por 100.

iii) 2º Coeficiente de Pearson

Uma medida muito usada para avaliar o grau de assimetria ou deformação de uma distribuição é o 2º Coeficiente de Pearson, que pode ser calculado pela expressão (3.14).

Obtemos para estes dados o coeficiente:

$$C_P = \frac{3(560.1 - 471.5)}{333.5} = 0.80.$$

O valor obtido acima indica que os dados apresentam assimetria à direita.

iv) Coeficiente Percentílico de Curtose

Para avaliar o grau de curtose da distribuição de frequências, usaremos a expressão (3.15).

Para o exemplo 5.4 obtemos:

$$K = \frac{(617 - 374.5)}{2(842.5 - 297)} = 0.22$$

O valor encontrado é menor que 0.263, logo a curva ou distribuição dos dados é leptocúrtica.

Vamos iniciar agora, o estudo da curva de EQMM. Podemos verificar nas figuras 5.8 e 5.9 que cada uma das curvas possui um ponto de mínimo, 'os quais são, $b=3.7$ e $b=1.2$, para os grupos controle e experimental, respectivamente.

CURVA ESTIMADA DO EQMM GRUPO CONTROLE

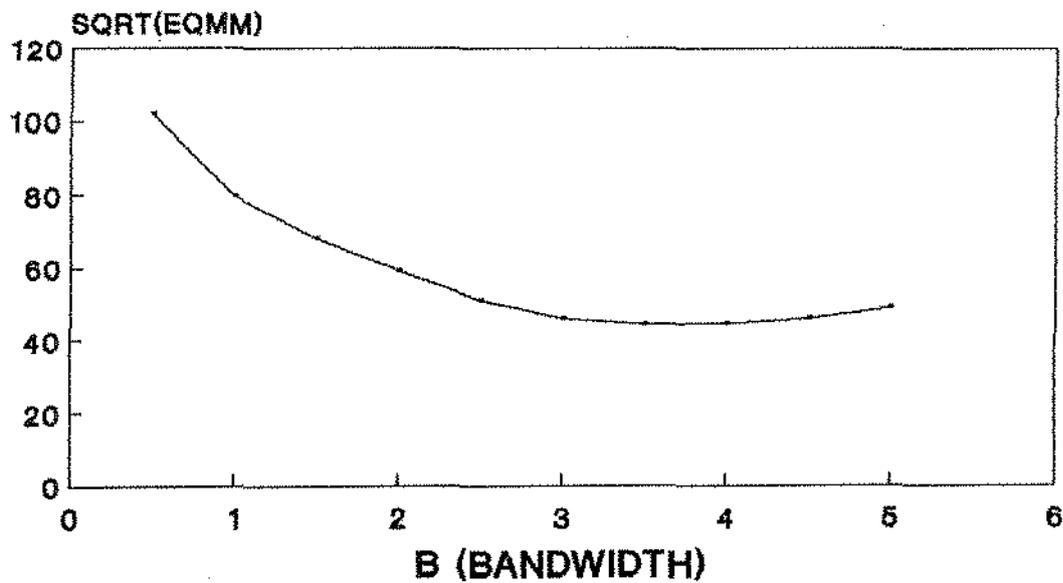


FIGURA 5.8 - Curva Estimada do EQMM para o grupo controle.

CURVA ESTIMADA DO EQMM GRUPO EXPERIMENTAL

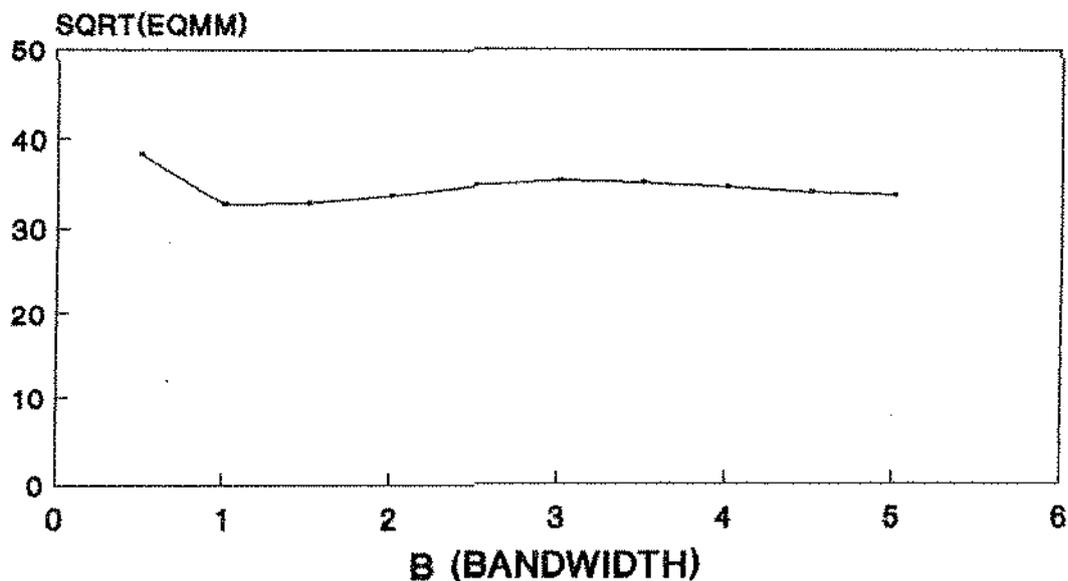


FIGURA 5.9 - Curva Estimada do EQMM para o grupo experimental.

Utilizando estes valores para o "bandwidth", calculamos as novas curvas médias de resposta suavizadas para cada grupo, através do programa ALISAR.PRG, verifique os resultados na tabela 5.17.

TABELA 5.17 - Curvas Médias de Resposta Suavizadas

Tempo	Grupo I	Grupo II
1	477.02	404.38
2	502.11	427.71
3	528.18	443.22
4	566.75	431.16
5	621.15	411.63
6	682.97	426.74
7	744.49	502.45
8	801.89	499.66
9	844.02	489.80
10	878.03	514.55

CURVAS MEDIAS DE RESPOSTA

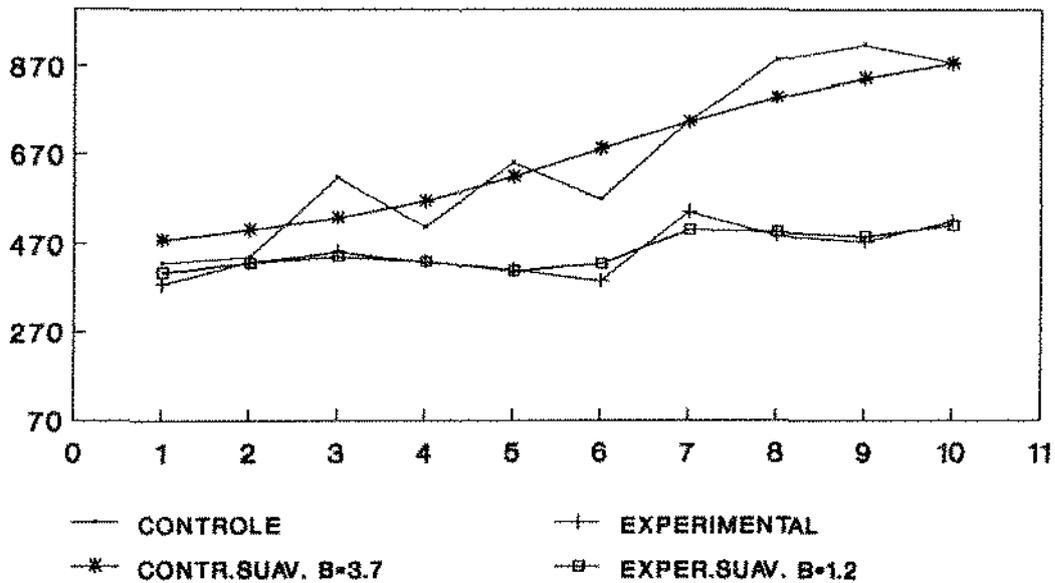


FIGURA 5.10 - Curvas Médias e Curvas Médias Suavizadas com $b=3.7$ e $b=1.2$ para os grupos controle e experimental, respectivamente.

A seguir, tomamos a nova matriz de dados suavizada Y, que pode ser obtida através do programa ALISAR.PRG. Após calculamos os testes de aleatorização aproximados para efeitos de tratamento, tempo e interação entre eles, utilizando o programa ALEAT2.PRG, em anexo.

Os resultados dos testes são dados a seguir na tabela 5.18.

TABELA 5.18

TESTE	ESTATISTICA	GL	PVALUE
GRUPO	14.184502	v ₁ = 0.885736 v ₂ = 23.029146	0.001403
GRUPO X TEMPO	4.539233	v ₁ = 2.386655 v ₂ = 62.053033	0.010259
TEMPO	10.761381	v ₁ = 1.920426 v ₂ = 51.851498	0.000150

Observamos que todos os três testes são significativos, ou seja, não podemos rejeitar a existência de efeito de tratamento ("P-value" \cong 0.001), nem o efeito de interação entre tempo e grupo ("P-value" \cong 0.01), tampouco o efeito de tempo ("P-value" \cong 0).

CONCLUSÃO

Muitas vezes nos encontramos em situações experimentais onde a aplicação da Teoria Paramétrica não é a mais recomendada, devido ao fato de não serem satisfeitas algumas das suposições necessárias a esta teoria.

Por outro lado, existem muitos experimentos, principalmente na área biomédica, que são realizados em função do tempo, mais especificamente denominados experimentos com medidas repetidas no tempo, ou curvas de resposta, onde as suposições citadas acima não são satisfeitas, ou a distribuição dos dados é assimétrica.

Por isto, desenvolvemos este trabalho, onde a Estatística Não-Paramétrica surge como uma complementação para o estudo de experimentos em curvas de resposta. Isto pode ser comprovado através dos tópicos propostos, onde foram obtidos testes localmente mais poderosos e estimadores mais eficientes, quando a distribuição adjacente das observações não é normal.

A técnica de suavizamento não-paramétrico aliada à testes de aleatorização, nos fornecem um método alternativo de análise de curvas de resposta não-estacionárias.

Apresentamos, em anexo, programas computacionais com o objetivo de facilitar a utilização dos métodos propostos neste trabalho, para que pessoas interessadas possam fazer aplicações práticas sem muita dificuldade.

BIBLIOGRAFIA

- CLARK, R.M. (1977). Non-parametric estimation of a smooth regression function. *J. R. Statist. Soc.* 1:107-113.
- CONNOVER, W.J. & IMAN, R.L. (1981). Rank transformations as a bridge between parametric and nonparametric statistics. *The Amer. Statist.* 35(3):124-133.
- GASSER, T. & MULLER, H.G. (1979). Kernel estimation of regression functions. in *Smoothing Techniques for Curve Estimation*, T.Gasser & M.roseblatt, eds., 23-68. New York, Spring Verlag.

- GIBBONS, J.D. (1985). *Nonparametric Statistical Inference*. Mc. Graw-Hill.
- GRIZZLE, J.E. & ALLEN, D.M. (1969). Analysis of growth and dose response curves. *Biometrics*, 25:357-381.
- HAJEK, J. (1970). Miscellaneous problems of rank test theory, in *Techniques in Statistical Inferencial*, ed. M.L.Puri, 3-17.
- HAJEK, J. & SIDAK, Z. (1967). *Theory of Rank Tests*. New York, Academic Press, 297 p.
- HART, J.D. & WEHRLY, T.E. (1986). Kernel regression estimation using repeated measurements data. *J. Amer. Statist. Assoc.*, 81:1080-1088.
- HETTMANSPERGER, T.P. (1984). *Statistical Inference Based on Ranks*. New York, John Wiley & Sons, 323 p.
- HSU, L.M. (1979). A note concerning "Some nonparametric tests of predicted order". *Biom. J.*, 21(8):749-753.
- LEHMACHER, W. (1979). A new nonparametric approach to the comparison of K independent samples of response curves II: a K sample generalization of the Friedman test. *Biom. J.*,

21(2):123-130.

LEHMACHER, W. & WALL, K.D. (1978). A new nonparametric approach to the comparison of K independent samples of response curves. *Biom. J.*, 20(3):261-273.

LIENERT, G.A. & MUNZERT, R. (1982). Comparing two samples of response curves by nonparametric tests of predicted order. *Biom. J.*, 24(5):437-444.

LIENERT, G.A. & VON EYE, A. (1987). Nonparametric comparison of longitudinal response patterns from unpaired samples using configural frequency analysis. *Biom. J.*, 29(6):675-688.

MANSOURI, H. (1990). Rank tests for ordered alternatives in analysis of variance. *J. Statist. Planning and Inference*, 24:107-117.

NEGRILLO, B.G. (1988). Métodos não-paramétricos uni e multivariados. *Relatório Interno, IMECC/UNICAMP.*

NEGRILLO, B.G. (1989). Um modelo linear geral não paramétrico. *Relatório Técnico n^o 34/89, IMECC/UNICAMP.*

- OPAZO, M.A.U. (1991). Testes não-paramétricos para análise de alguns experimentos com medidas repetidas. *Tese de Mestrado, IMECC/UNICAMP.*
- PETRONDAS, D.A. & GABRIEL, R.K. (1983). Multiple comparisons by rerandomization tests. *J. Amer. Statist. Assoc.*, 78:949-947.
- PIRIE, W.R. & RAUCH, H.L. (1984). Simulated efficiencies of tests and estimators from general linear models analysis based on ranks: two-way layout with interaction. *J. Statist. Comput. Simul.*, 20:197-204.
- PRIESTLEY, M.B. & CHAO, M.T. (1972). Non-parametric function fitting. *J. R. Statist. Soc.*, 3:385-392.
- RAZ, J. (1989). Analysis of repeated measurements using nonparametric smoothers and randomization tests. *Biometrics*, 45:861-871.
- SACHS, L. (1982). *Applied Statistics : A handbook of techniques.* New York, Springer-Verlag.
- SARRIS, V. & WILKENING, F. (1977). On some nonparametric tests of predicted order. *Biom. J.*, 19(5):339-345.

SENP (*Sistema Estatístico Não-Paramétrico*), elaborado pelo Centro de Informática na Agricultura (CIAGRI/ESALQ-USP/UNICAMP).

SOC (*Software Científico*), elaborado pelo Núcleo Tecnológico de Informática para Agropecuária da EMBRAPA (NTIA/EMBRAPA), Caixa Postal 5010, Cep 13081 - Campinas, SP.

VORLIČKOVÁ, D. (1972). Asymptotic properties of rank tests of symmetry under discrete distributions. *The Annals of Math. Statist.*, 43(6):2013-2018.

ZERBE, G.O. (1979). Randomization analysis of the completely randomized design extended to growth and response curves. *J. Amer. Statist. Assoc.*, 74:215-221.

ZERBE, G.O. & MURPHY, J.R. (1986). On multiple comparisons in the randomization analysis of growth and response curves. *Biometrics*, 42:795-804.

ZERBE, G.O. & WALKER, S.H. (1977). A randomization test for comparison of groups of growth curves with different polynomial design matrices. *Biometrics*, 33:653-657.

ANEXO

A) Programas Computacionais:

UNIMUL.PRG, ALEAT1.PRG, ALISAR.PRG e ALEAT2.PRG

```

/*-----*/
/*      ***** PROGRAMA UNIMUL.PRG *****      */
/*-----*/
/* Esta programa executa os testes Uni e Multivariado, para a */
/* comparacao de C amostras de curvas de resposta, de acordo */
/* com a funcao escore otima.                                */
/*-----*/

SE (SAICOMPL==1) (MSF=1; MESPER=1; MS=1; MABK=1; MCN=1; MIGCN=1;
                 MD=1; )
CC (MSF=0; MESPER=0; MS=0; MABK=0; MCN=0; MIGCN=0; MD=0; )

ANOTE "ACN×P) = MATRIZ ORIGINAL (A) ";
IMPRIME A $ 8:6;
ANOTE " ";
N = NLIN(A);
P = NCOL(A);
PLL = CRIAMATCP,N,0);
CL = CRIAMATCP,N,0);
AL = A';
I=1;
ENQUANTO (I<=N) (PLL[I,I]=ORDEMCAI[I,I]);
                 I=I+1;
                )

PL=PLL';
ANOTE "PLCN×P) = POSTOS DA MATRIZ DE DADOS (A), POR LINHA";
IMPRIME PL $ 6:0;
ANOTE " ";

I=1;
ENQUANTO (I<=N) (F=1;
                 ENQUANTO (F<=P) (K=1;
                                 ENQUANTO (K<=P) (SE (PLL[K,I]==F)
                                                       (CL[F,I]=AL[K,I];
                                                       K=K+1; )
                                 CC K=K+1;
                                 )
                                 F=F+1;
                                 )
                 I=I+1;
                )

AL=; F=;
C=CL';
ANOTE "CCN×P) = MATRIZ DE DADOS (A) ORDENADA POR LINHA";
IMPRIME C $ 8:6;
ANOTE " ";
C=;

I=1;
ENQUANTO (I<=N) (PLL[I,I] = ORDEMCLI[I,I]);
                 I=I+1;
                )

```

```

I=1;
ENQUANTO (I<=N) (K=1;
    ENQUANTO (K<=(P-1)) (H=K+1;
        SE ( CL[H,I]==CL[K,I] ) (PLL[H,I]=0;
            K=K+1;
        )
        CC (K=K+1;
            )
    )
    H=0;
    I=I+1;
)

```

```

CL=; H=;
PL=PLL';

```

```

ANOTE"PL(NxP) = POSTOS DA MATRIZ DE DADOS (A) POR LINHA,";
ANOTE"          SUBSTITUINDO POR ZERO OS POSTOS COM EMPATE";
IMPRIME PL 6:0;
ANOTE " ";

```

```

SE (ESCOR==1) (

```

```

/*-----*/
/*          ***** SUBROUTINA E S C O R 1. P R G *****          */
/*-----*/
/* Esta subrotina calcula os escores para:                          */
/* Assimetria 'a Direita, armazenando-os na matriz ESC.           */
/*-----*/

```

```

ANOTE "ASSIMETRIA A DIREITA ";

```

```

ESCL = CRIAMATCP,N,0);

```

```

VERIF = (P+1)/2;

```

```

J=1;

```

```

ENQUANTO (J<=N) (I=1;

```

```

    ENQUANTO (I<=P) (SE (PLL[I,J]==0) (INI=I-1; CONT=2;

```

```

        I=I+1; FIFI=I-1;

```

```

        ENQUANTO (I<=P) (ENQUANTO (PLL[I,J]==0) (FIFI=I;

```

```

            CONT=CONT+1; I=I+1;

```

```

            SE (I==CP+1) (I=I-1;

```

```

                PLL[I,J]=P+1; )

```

```

        )

```

```

        I=P+1;

```

```

    )

```

```

    DIV=0; L=INI;

```

```

    ENQUANTO (L<=FIFI) (SE (L<=VERIF) (DIV=DIV+(L/CP+1)); L=L+1; )

```

```

        CC (DIV=(DIV+0.5)+(1/CP+1)); L=L+1; )

```

```

    RESULT=DIV/CONT; L=INI;

```

```

    ENQUANTO (L<=FIFI) (ESCL[L,J]=RESULT; L=L+1; )

```

```

        I=FIFI+1; )

```

```

    CC (SE (I<=VERIF) (ESCL[I,J]=I/CP+1; I=I+1; )

```

```

        CC (ESCL[I,J]=(0.5+(1/CP+1)); I=I+1; ) )

```

```

)

```

```

J=J+1;

```

```

)

```

```

SE (ESCOR==2) (
/*-----*/
/*          **** SUBROUTINA E S C O R 2. P R G ****          */
/*-----*/
/* Esta subrotina calcula os escores para:                    */
/* Assimetria 'a Esquerda, armazenando-os na matriz ESC.    */
/*-----*/

```

```

      ANOTE "ASSIMETRIA A ESQUERDA";
      ESCL = CRIAMATCP,N,0);
      VERIF = (P+1)/2;
      J=1;
      ENQUANTO (J<=N) (I=1;
      ENQUANTO (I<=P) (SE (PLL[I,J]==0) (INI=I-1; CONT=2;
                                I=I+1; FIFI=I-1;
      ENQUANTO (I<=P) (ENQUANTO (PLL[I,J]==0) (FIFI=I;
                                CONT=CONT+1; I=I+1;
                                SE (I==(P+1)) (I=I-1;
                                PLL[I,J]=P+1; )
                                )
                                I=P+1;
                                )

```

```

      DIV=0; L=INI;
      ENQUANTO (L<=FIFI) (SE (L)=VERIF) (DIV=DIV+(L/(P+1)); L=L+1; )
                                CC (DIV=(DIV+0.5); L=L+1; )
      RESULT=DIV/CONT; L=INI;
      ENQUANTO (L<=FIFI) (ESCL[L,J]=RESULT; L=L+1; )
                                I=FIFI+1; )
      CC (SE (I)=VERIF) (ESCL[I,J]=I/(P+1); I=I+1; )
                                CC (ESCL[I,J]=0.5; I=I+1; )
      )
      J=J+1;
      )

```

```

SE (ESCOR==3) (
/*-----*/
/*          **** SUBROUTINA E S C O R 3. P R G ****          */
/*-----*/
/* Esta subrotina calcula os escores derivados da distribui- */
/* cao Uniforme, do tipo de GASTWIRTH, armazenando-os na    */
/* matriz ESC.                                               */
/*-----*/

```

```

      ANOTE "SIMETRIA E CAUDA CURTA";
      ESCL = CRIAMATCP,N,0);
      ARGU = (P+3)/4;
      G = INTCARGU;
      J=1;
      ENQUANTO (J<=N) (I=1;
      ENQUANTO (I<=P) (SE (PLL[I,J]==0) (INI=I-1; CONT=2;
                                I=I+1; FIFI=I-1;
      ENQUANTO (I<=P) (ENQUANTO (PLL[I,J]==0) (FIFI=I;

```

```

CONT=CONT+1; I=I+1;
SE (I==(P+1)) (I=I-1;
                PLL[I,J]=P+1; )
                )
I=P+1;
)
DIV=0; L=INI;
ENQUANTO (L<=FIFI) (SE (L<=G) (DIV=DIV+((L-G-0.5)/(P+1)); L=L+1; )
                CC (SE (L)>(P-G+1))
(DIV=DIV+((L-P+G-0.5)/(P+1));
                L=L+1; )
                CC (DIV=CDIV+0); L=L+1; ) )
)
RESULT=DIV/CONT; L=INI;
ENQUANTO (L<=FIFI) (ESCL[L,J]=RESULT; L=L+1; )
I=FIFI+1; )
CC (SE (I<=G) (ESCL[I,J]=(I-G-0.5)/(P+1); I=I+1; )
    CC (SE (I)>(P-G+1)) (ESCL[I,J]=(I-P+G-0.5)/(P+1); L=L+1; )
    CC (ESCL[I,J]=0; I=I+1; ) ) )
)
J=J+1;
)

```

```
SE (ESCOR==4) (
```

```

/*-----*/
/*          **** SUBROUTINA E S C O R 4. P R G ****          */
/*-----*/
/* Esta subrotina calcula os escores derivados da distribui- */
/* cao Normal, do tipo de VAN DER WAERDEN, armazenando-os na */
/* matriz ESC.                                               */
/*-----*/

```

```

ANOTE "SIMETRIA E CAUDA MEDIA 'A ESQUERDA";
ESCL = CRIAMAT(P,N,0);
J=1;
ENQUANTO (J<=N) (I=1;
ENQUANTO (I<=P) (SE (PLL[I,J]==0) (INI=I-1; CONT=2;
                                I=I+1; FIFI=I-1;
                                ENQUANTO (I<=P) (ENQUANTO (PLL[I,J]==0) (FIFI=I;
                                CONT=CONT+1; I=I+1;
                                SE (I==(P+1)) (I=I-1;
                                PLL[I,J]=P+1; )
                                )
                                I=P+1;
                                )
                                )
DIV=0; L=INI;
ENQUANTO (L<=FIFI) (ARGUM=(L/CP+1);
                DIV=DIV+NINVC1-ARGUM ; L=L+1; )

RESULT=DIV/CONT; L=INI;
ENQUANTO (L<=FIFI) (ESCL[L,J]=RESULT; L=L+1; )
I=FIFI+1; )

```

```

        CC (ARGUM=(I/CP+1));
        ESCL[I,J]=NINVC(1-ARGUM) ; I=I+1;
    }
}

J=J+1;
}

SE (ESCOR==5) (
/*-----*/
/*          ***** SUBROUTINA E S C O R 5. P R G *****          */
/*          */
/* Esta subrotina calcula os escores derivados da distribui- */
/* cao Logistica, do tipo de WILCOXON, armazenando-os na */
/* matriz ESC. */
/*-----*/

ANOTE "SIMETRIA E CAUDA MEDIA 'A DIREITA";
ESCL = CRIAMATCP,N,0);
J=1;
ENQUANTO (J<=ND) (I=1;
    ENQUANTO (I<=P) (SE (PLL[I,J]==0) (INI=I-1; CONT=2;
        I=I+1; FIFI=I-1;
        ENQUANTO (I<=P) (ENQUANTO (PLL[I,J]==0) (FIFI=I;
            CONT=CONT+1; I=I+1;
            SE (I==(CP+1)) (I=I-1;
                PLL[I,J]=P+1;
            )
            I=P+1;
        )
        DIV=0; L=INI;
        ENQUANTO (L<=FIFI) (DIV=DIV+(L/CP+1)); L=L+1; )
        RESULT=DIV/CONT; L=INI;
        ENQUANTO (L<=FIFI) (ESCL[L,J]=RESULT; L=L+1; )
        I=FIFI+1; )
        CC (ESCL[I,J]=I/CP+1) ; I=I+1;
    )
}

J=J+1;
}

SE (ESCOR==6) (
/*-----*/
/*          ***** SUBROUTINA E S C O R 6. P R G *****          */
/*          */
/* Esta subrotina calcula os escores derivados da distribui- */
/* cao Exponencial Dupla, do tipo da Mediana, armazenando-os */
/* na matriz ESC. */
/*-----*/

```

```

ANOTE "SIMETRIA E CAUDA COMPRIDA";
ESCL = CRIAMATCP,N,0);
VERIF = (P+1)/2;
J=1;
ENQUANTO (J<=N) (I=1;
ENQUANTO (I<=P) (SE (PLL[I,J]==0) (INI=I-1; CONT=2;
                                I=I+1; FIFI=I-1;
                                ENQUANTO (I<=P) (ENQUANTO (PLL[I,J]==0) (FIFI=I;
                                                CONT=CONT+1; I=I+1;
                                                SE (I==CP+1)) (I=I-1;
                                                PLL[I,J]=P+1; )
                                )
                                I=P+1;
                                )
                                DIV=0; L=INI;
                                ENQUANTO (L<=FIFI) (SE (L>VERIF) (DIV=DIV+1; L=L+1; )
                                                CC (DIV=0; L=L+1; ) )
                                RESULT=DIV/CONT; L=INI;
                                ENQUANTO (L<=FIFI) (ESCL[L,J]=RESULT; L=L+1; )
                                                I=FIFI+1; )
                                CC (SE (I>VERIF) (ESCL[I,J]=1; I=I+1; )
                                    CC (ESCL[I,J]=0; I=I+1; ) )
                                )
                                J=J+1;
                                )

```

/*-----*/

/* Esta subrotina calcula as estatisticas para os testes uni */
/* e multivariados */

/* A partir do vetor coluna KOL, calcularemos agora as somas dos */
/* escores (SF), para cada amostra por tempo. */

/* Esta subrotina calcula a matriz PL(NxT) com ordem real da */
/* da matriz (A) */

```

C=NLINCKOL);
PLL=CRIAMATCP,N,0);
I=1;
AL=A';
ENQUANTO (I<=N) (PLL[I,I]=ORDEMCAL[I,I]);
                    I=I+1; )
A=; AL=;

```

/*-----*/

/* Esta subrotina substitue os dados da matriz PL acima pela */
/* matriz ESC(NxP) que devera conter a funcao escore adequada apli- */
/* cada aos postos da matriz de observacoes (A). */

```

I=1;
ENQUANTO (I<=N) (K=1;

```

```

        ENQUANTO (K<=P) (PLL[K,I]=ESCL(CPLL[K,I]),I);
                K=K+1;
        }
    I=I+1;
}
ESC=PLL';
ESCL=; PLL=;

ANOTE "ESCCNXP) = ESCORES C/ ORDEM REAL DA MATRIZ DE DADOS (A)";
IMPRIME ESC $ 12:6;
ANOTE " ";
/*-----*/
/* Calculo da soma dos escores por tempo para cada amostra ou
tratamento */

SF=CRIAMAT(C,P,0);
K=1;
ENQUANTO (K<=P) (J=1;
                CONT = KOL[1,1];
                I=0;
                ENQUANTO (I<C) (I=I+1;
                                CONT=(J+KOL[I,1]-1);
                                ENQUANTO (J<=CONT) (
                                    SF[I,K] =(SF[I,K] + ESC[J,K]);
                                    J=J+1;
                                )
                            )
                )
                K=K+1;
        }

SE (MSF==1) (
    ANOTE "SOMA DOS ESCORES, POR TEMPO, PARA CADA AMOSTRA ";
    IMPRIME SF $ 12:6;
    ANOTE " "; )
ESPER = CRIAMAT(C,P,0);
I=1;
ENQUANTO (I<=C) ( ESPER[I, 1] = (SF[I, 1]/KOL[I, 1]);
                I=I+1; )

SE (MESPER==1) (
    ANOTE "SOMA DOS ESCORES DIVIDIDO PELO TAMANHO DAS AMOSTRAS ";
    IMPRIME ESPER $ 12:6;
    ANOTE " "; )
/*-----*/
/*          SUBROUTINA PARA CALCULAR AS ESTATISTICAS V(D)          */
/*-----*/
Q = CRIAMAT(P,1,0);
NF = CRIAMAT(P,1,0);
S = CSOMA(SF);
SE (MS==1) (
    ANOTE "SOMA DAS COLUNAS DE SF ";
    IMPRIME S $ 12:6;
    ANOTE " "; )

```

```

ABK = S/N;
SE (MABK==1) <
ANOTE "MEDIA GERAL DOS ESCORES POR TEMPO A..K";
IMPRIME ABK $ 12:6;
ANOTE " "; >

```

```

ANOTE "          ***** TESTE UNIVARIADO *****";
ANOTE " ";

```

```

/*

```

```

K=1;
ENQUANTO (K<=P) <I=1;
      AJU=0;
      ENQUANTO (I<=C) <
        AJU=(1/(KOL[I,1]))*(CSF[I,K]-((KOL[I,1])/N)*S[1,K])#2)+AJU;
        I=I+1;
      >
      NUM=(AJU*(N-1));
      SQ=CSQUAD(ESC);
      S1R2 = (S[1,K]#2)/N;
      DEN=(SQ[1,K]-S1R2);          */

```

```

K=1;
ENQUANTO (K<=P) <I=1;
      AJU=0;
      ENQUANTO (I<=C) <AJU=(C*(ESPER[I,K]-ABK[1,K])#2)*KOL[I,1])+AJU;
      I=I+1;
      >
      NUM=(N-1)*AJU;
      I=1; DEN=0;
      ENQUANTO (I<=N) <DEN=(ESC[I,K]#2)+DEN;
      I=I+1;
      >
      DEN=(DEN-N*(ABK[1,K]#2));

SE (DEN!=0) <Q[K,1]=(NUM/DEN);>
CC <Q[K,1]=(-9.99); NF[K,1]=(-9.99);>
SE (DEN!=0) <GL=(C-1); NF[K,1]=XPROB(Q[K,1],GL);>
CC <GL=(-9.99);>
K=K+1;
>

```

```

RESULTADOS = (Q NF);
ANOTE "          ESTATISTICA          PVALUE";
IMPRIME RESULTADOS $;
ANOTE " ";
ANOTE "GRAU DE LIBERDADE";
IMPRIME GL $;
ANOTE " ";

```

```

-----*/
/* SUBROUTINA PARA CALCULAR AS COMPARACOES MULTIPLAS */
-----*/

```

```

ANOTE "COMPARACOES MULTIPLAS";
DIF=CRIAMATCC,C,0);
VAR=DIF; PVALUE=DIF;
VKK=CRIAMATC1,P,0);
K=1;
ENQUANTO (K<=P) (I=1;
                ENQUANTO (I<=N) (
VKKI1,K)=(C(ESCI(I,K)-ABKI1,K))*C(ESCI(I,K)-ABKI1,K))+VKKI1,K);
                I=I+1;
                )
                VKKI1,K)=VKKI1,K)/(N-1);

L=1;
ENQUANTO (L<=C) (M=1;
                ENQUANTO (M<=C) (SE (L<M) (
                    DIFI(L,M)=C(ESPER(L,K)-ESPER(M,K));
                    VAR(L,M)=VKKI1,K)*C(1/KOLI(L,1))+C(1/KOLI(M,1));
                    DIFI(L,M)=DIFI(L,M)/SQRT(VAR(L,M));
                    SE (DIFI(L,M)<0) (DIFI(L,M)=(DIFI(L,M)*-1);
                    )
                    PVALUE(L,M)=NPROB(DIFI(L,M));
                    )
                )
                M=M+1;
                )
                L=L+1;
                )

TEMPO = (K);
IMPRIME TEMPO $ ;
ANOTE " ";
ANOTE "          TRATAMENTOS          ESTATISTICA          PVALUE";

L=1;
ENQUANTO (L<=C) (M=1;
                ENQUANTO (M<=C) (SE (L<M) (
                    PAR = (L M DIFI(L,M) PVALUE(L,M));
                    IMPRIME PAR $;
                    )
                )
                M=M+1;
                )
                L=L+1;
                )

K=K+1;
)
IMPRIME VKK $;
ANOTE " ";

/*-----*/
/* SUBROUTINA PARA CALCULAR A ESTATISTICA LN (TESTE MULT.) */
/*-----*/
ANOTE "          ***** TESTE MULTIVARIADO *****";
ANOTE " ";

```

```

      CN = CRIAMATCP,P,0);
      D = CRIAMATCC,P,0);
      L = CRIAMATCC,1,0);
M=1;
ENQUANTO (M<=P) (K=1;
      ENQUANTO (K<=P) (
        I=1;
        ENQUANTO (I<=N) (
          CN[M,K]=((ESC[I,M]-ABK[1,M])*ESC[I,K]-ABK[1,K])+CN[M,K];
          I=I+1; )
        CN[M,K]=CN[M,K]/(N-1);
        K=K+1; )
      M=M+1; )
      SE (MCN==1) (
        ANOTE "MATRIZ DE COVARIANCIA";
        IMPRIME CN $ 12:6; ANOTE " "; )
      CN=INVP(CN);
      SE (MIGCN==1) (
        ANOTE "INVERSA GENERALIZADA DE MOORE-PENROSE DE CN";
        IMPRIME CN $ 12:6; ANOTE " ";)
      I=1;
      ENQUANTO (I<=C) (K=1;
        ENQUANTO (K<=P) (D[I,K]=((SF[I,K]/KOL[I,1])-(S[1,K]/N));
          K=K+1; )
          L[I,1]=KOL[I,1]*D[I, ]*CN*D[I, 1'];
          I=I+1; )
          SE (MD==1) (
            IMPRIME D $ 12:6; ANOTE " "; )
          LN=SOMACL);
          GL = (C-1)*(P-1);
          NFM = XPROB (LN,GL);
          RESULTADO = (LN GL NFM);
ANOTE "          ESTATISTICA          GL          PVALUE ";
          IMPRIME RESULTADO $;

```

```

/*-----*/
/* ***** PROGRAMA: A L E A T 1. P R G ***** */
/*
/* Este programa faz a Analise de Variancia para os testes de
/* aleatorizacao baseados nos graus de liberdade padroes, na
/* variancia assintotica de R (aproximacao da estatistica F),
/* e na variancia assintotica de R.
/*-----*/

```

```

SE (SAICOMPL==1) (MA=1; MED=1; MATAUX=1; EXATA=1; )
CC (MA=0; MED=0; MATAUX=0; EXATA=0; )

```

```

SE (MA==1) (ANOTE "A (N x P) = MATRIZ ORIGINAL (A) ";
            IMPRIME A $ 8:6;
            ANOTE " "; )

```

```

ABB = CSOMACA) / NLINCA);

```

```

ABL = CRIAMAT(NCOL(KOL), NCOLCA), 0);

```

```

I=1; INI=0; FIFI=0;

```

```

ENQUANTO (I<=NCOL(KOL)) (NI=KOL[I,1], I);
                        T=1; FIFI=FIFI+NI;
                        ENQUANTO (T<=NCOLCA) ( J=INI+1;
                        ENQUANTO (J<=FIFI) (ABL[I,T]=A[J,T]+ABL[I,T];
                                                J=J+1;
                                                )
                        ABL[I,T]=ABL[I,T]/NI;
                        T=T+1;
                        )
                        I=I+1; INI = FIFI;
                    )

```

```

SE (MED==1) (ABBL = ABB';
            AB = ABL';
            ANOTE "ABBL (P x 1) => VETOR DE MEDIAS POR TEMPO";
            IMPRIME ABBL $ ;
            ANOTE " ";
            ANOTE "AB (P x C) => VETOR DE MEDIAS POR GRUPO";
            IMPRIME AB $;
            ANOTE " ";
        )

```

```

I=1; T1=0;

```

```

ENQUANTO (I<=NCOL(KOL)) (T1 = KOL[I,1]*CABL[I,]*C*ABL[I,]') + T1;
                        I=I+1;
                    )

```

```

T2 = NLINCA)*ABB*C*ABB';

```

```

B = T1-T2;

```

```

AUX1=0; I=1;

```

```

ENQUANTO (I<=NLINCA) (AUX1=AUX1+A[I,]*C*A[I,]';
                    I=I+1;
                )

```

```

    )
AUX2 = NLINCA)*ABB*C*ABB';
T = AUX1-AUX2;
W = T-B;
ANOTE "SOMA DE QUADRADOS ";
IMPRIME B $;
IMPRIME W $;
IMPRIME T $;
ANOTE " ";
N = NLINCA);
G = NCOL(KOL); /* OBS: USAREMOS NO. DE GRUPOS = G */
V1 = (G-1);
V2 = (N-G);
F = (B*V2)/(W*V1);
ANOTE "TESTE F PADRAO BASEADO NOS GL (G-1) E (N-G)";
IMPRIME F;
ANOTE " ";
PVALUE = FPROB(F, V1, V2);
IMPRIME PVALUE;
ANOTE " ";

AUX1=0; I=1;
ENQUANTO (I<=N) (AUX1=AUX1+(C*CA(I,1)-ABB)*C*(CA(I,1)-ABB)^2);
    I=I+1;
)

K2 = AUX1/(N-1);
SIG2 = (T/(N-1));
I=1; E=0;
ENQUANTO (I<=G) (E = E + (1/KOL(I,1));
    I=I+1;
)

M = (N-1)*(N-1)*(N-2)*(N-3);
Q = (N*(N+1)*E - N*(G*G+2*G-2) + G*(G-2))/M;
R = (2*(G-1)*(N^3) - 3*N*((N-1)^2)*E + (G*G-4*G+6)*(N^2));
R = (R-6*N-3*G*(G-2))/(N*M);

SE (MATAUX==1) (IMPRIME K2 $;
    IMPRIME SIG2 $;
    IMPRIME E $;
    IMPRIME M $;
    IMPRIME Q $;
    IMPRIME R $; )

SE (INTER == 0) (ANOTE "**** PARA UM PONTO NO TEMPO ****";
ANOTE " ";
ANOTE "TESTE BASEADO NA VARIANCIA EXATA DE R";
ANOTE " ";
SIG4 = (T/(N-1))^2;
VAR = ((Q*K2)/SIG4)+R;
ESP = (G-1)/(N-1);
V1 = ((2*(ESP^2)*(1-ESP))/VAR)-2*ESP;
V2 = ((1-ESP)*V1)/ESP;

```

```

IMPRIME F $;
IMPRIME VAR $;
IMPRIME ESP $;
IMPRIME V1 $;
IMPRIME V2 $;
PVALUE = FPROB(F, V1, V2);
IMPRIME PVALUE ;
ANOTE " ";
ANOTE " ";

```

```

ANOTE "TESTE BASEADO NA VARIANCIA ASSINTOTICA DE R";
VAR = 2*(G-1)/(N^2);
V1 = ((2*(ESP^2)*(1-ESP))/VAR)-2*ESP;
V2 = ((1-ESP)*V1)/ESP;
IMPRIME F $;
IMPRIME VAR $;
IMPRIME ESP $;
IMPRIME V1 $;
IMPRIME V2 $;
PVALUE = FPROB(F, V1, V2);
IMPRIME PVALUE ;
ANOTE " ";
ANOTE " ";
>

```

```

SE (INTER == 1) (ANOTE "**** PARA UM INTERVALO DE TEMPO ****";
ANOTE " ";
ANOTE "TESTE BASEADO NA VARIANCIA EXATA DE R";
CON1=CRAMAT(1, NCOL(A), 0);
CON2=CON1;
I=1; P=NCOL(A); RO4=0;
ENQUANTO (I<=N) (T=1;
ENQUANTO (T<=P) (CON1[I, T]=A[I, T]-ABB[I, T];
T=T+1;
);
J=1;
ENQUANTO (J<=N) (T=1;
ENQUANTO (T<=P) (CON2[J, T]=A[J, T]-ABB[J, T];
T=T+1;
);
RO4=((CON1*C*CON2')^2)+RO4;
J=J+1;
);
I=I+1;
);
RO4=RO4/((N-1)^2);
S = (-N*(N-1)^2)*E + (G^2)*N^2 - 2*((G^2)-G+1)*N - G*(G-2);
S = S/CN*M;
SIG4 = (SIG2^2);

SE (EXATA==1) (IMPRIME RO4 $;
IMPRIME S $;

```

```

        IMPRIME SIG4 $;
    )

ESP = (G-1)/(N-1);
VAR = ((R-S)*R04+Q*K2)/SIG4+S;
V1 = ((2*(ESP^2)*(1-ESP))/VAR)-2*ESP;
V2 = ((1-ESP)*V1)/ESP;
IMPRIME F $;
IMPRIME VAR $;
IMPRIME ESP $;
IMPRIME V1 $;
IMPRIME V2 $;
PVALUE = FPROBCF,V1,V2);
IMPRIME PVALUE ;
ANOTE " ";
ANOTE " ";

ANOTE "TESTE BASEADO NA VARIANCIA ASSINTOTICA DE R";
VAR = (2*(G-1)*R04)/(N^2)*SIG4);
V1 = ((2*(ESP^2)*(1-ESP))/VAR)-2*ESP;
V2 = ((1-ESP)*V1)/ESP;
IMPRIME F $;
IMPRIME VAR $;
IMPRIME ESP $;
IMPRIME V1 $;
IMPRIME V2 $;
PVALUE = FPROBCF,V1,V2);
IMPRIME PVALUE ;
ANOTE " ";
ANOTE " ";
)

```

```

/*-----*/
/*      SUBROUTINA  A L I S A R . P R G      */
/* ESTA SUBROUTINA PARA ALISAMENTO DE CURVAS DE RESPOSTA FOI      */
/* BASEADA NO ARTIGO: "KERNEL REGRESSION ESTIMATION USING      */
/* REPEATED MEASUREMENTS DATA".      */
/* DE:  HART,J. & WEHRLY,T. (1986),      JASA (396): VOL 81      */
/*-----*/

```

```

/* SUBROUTINA P/ CALCULAR CURVA MEDIA DE RESPOSTA DA MATRIZ CXTD */
XB = CSOMACXTD/NLINCXTD;
/*-----*/

```

```

/* SUBROUTINA P/ CALCULAR A ESTIMATIVA DA VARIANCIA */
CO=0;
I=1;
ENQUANTO (I<=NLINCXTD) <J=1;
    ENQUANTO (J<=NCOLCXTD) <
        CO=(CXTI[I,J]-XB[1,J])^2 + CO;
        J=J+1;
    >
    I=I+1;
>
CO=CO/(NLINCXTD*NCOLCXTD);
/* ANOTE "ESTIMATIVA DA VARIANCIA";
IMPRIME CO $; */
/*-----*/

```

```

/* SUBROUTINA P/ CALCULAR AS CORRELACOES */
C=CRIAMATC1,NCOLCXTD,0); RO=C;
K=1;
ENQUANTO (K<=NCOLCXTD) <I=1;
    ENQUANTO (I<=NLINCXTD) <J=1;
        ENQUANTO (J<=(NCOLCXTD-K)) <
            C[1,K]=(CXTI[I,J]-XB[1,J])*(CXTI[I,J+K]-XB[1,J+K]) + C[1,K];
            J=J+1;
        >
        I=I+1;
    >
    C[1,K]=C[1,K]/(NLINCXTD*NCOLCXTD);
    RO[1,K]=C[1,K]/CO;
    K=K+1;
>
/* ANOTE "CORRELACOES ";
IMPRIME RO $; */
/*-----*/

```

```

S=T;
S0=0;
J=1;
ENQUANTO (J<=(NCOLCXTD-1)) <S[1,J]=(C[1,J]+T[1,J+1])/2);
    J=J+1;
>

```

```

S[1,NCOLCXTD] = NCOLCXTD+1;
/* IMPRIME S $; */
/*-----*/
/* SUBROUTINA P/ CALCULAR O NUMERADOR DA FUNCAO DE ALISAMENTO"; */
FX=CRIAMATC1,NCOLCXTD,0);
H=CRIAMATC(NCOLCXTD,NCOLCXTD,0);
AH=CRIAMATC1,NCOLCXTD,0);
I=1;
ENQUANTO (I<=NCOLCXTD) (X=I;
      NUM=0; DEN=0;
      J=1;
      ENQUANTO (J<=NCOLCXTD) (SE (J==1) (NUM1=S0;
          NUM2=S[1,J];
          )
          CC (NUM1=S[1,J-1];
              NUM2=S[1,J];
              )
          /* IMPRIME J $; */

SE (NUM1<(X-B)) (SE (NUM2<(X-B)) (/* ANOTE " CASO 5 "; */
      D1=0; /* IMPRIME D1 $; */
      H[I,J]=0;
      DEN=DEN;
      D2=0; /* IMPRIME D2 $; */
      NUM=NUM;
      )

      CC (SE (NUM2>(X+B)) (/* ANOTE " CASO 2 "; */
          SUPER=X+B; INFER=X-B;
          D1=(B^2)*(SUPER-INFER)-(X^2)*(SUPER-INFER);
          D1=D1+(X*((SUPER^2)-(INFER^2)))-(((SUPER^3)-(INFER^3))/3);
          D1=(D1*0.75)/(B^2); /* IMPRIME D1 $; */
          H[I,J]=D1;
          DEN=D1+DEN;
          D2=(D1*XB[1,J]);
          /* IMPRIME D2 $; */
          NUM=D2+NUM;
          )

          CC (/* ANOTE "CASO 4 "; */
              SUPER=NUM2; INFER=X-B;
              D1=(B^2)*(SUPER-INFER)-(X^2)*(SUPER-INFER);
              D1=D1+(X*((SUPER^2)-(INFER^2)))-(((SUPER^3)-(INFER^3))/3);
              D1=(D1*0.75)/(B^2); /* IMPRIME D1 $; */
              H[I,J]=D1;
              DEN=D1+DEN;
              D2=(D1*XB[1,J]); /* IMPRIME D2 $; */
              NUM=D2+NUM;
              )
          )
      )
  )
)

```

```

CC (SE (NUM1<=(X+B)) (SE (NUM2)>(X+B)) (/* ANOTE " CASO 3 "; */
      SUPER=X+B; INFER=NUM1;
      D1=(B^2)*(SUPER-INFER)-(X^2)*(SUPER-INFER);
      D1=D1+(X*((SUPER^2)-(INFER^2)))-(((SUPER^3)-(INFER^3))/3);
      D1=(D1*0.75)/(B^2);
      /* IMPRIME D1 $; */
      H[I,J]=D1;
      DEN=D1+DEN;
      D2=(D1*XBI[1,J]);
      /* IMPRIME D2 $; */
      NUM=D2+NUM;
    )
    )
    )
    CC (SE (NUM2)=(X-B)) (/* ANOTE "CASO 1"; */
      SUPER=NUM2; INFER=NUM1;
      D1=(B^2)*(SUPER-INFER)-(X^2)*(SUPER-INFER);
      D1=D1+(X*((SUPER^2)-(INFER^2)))-(((SUPER^3)-(INFER^3))/3);
      D1=(D1*0.75)/(B^2);
      /* IMPRIME D1 $; */
      H[I,J]=D1;
      DEN=D1+DEN;
      D2=(D1*XBI[1,J]);
      /* IMPRIME D2 $; */
      NUM=D2+NUM;
    )
    )
    )
    CC (SE (NUM2)>(X+B)) (/* ANOTE " CASO 6 "; */
      D1=0; /* IMPRIME D1 $; */
      H[I,J]=0;
      DEN=DEN;
      D2=0; /* IMPRIME D2 $; */
      NUM=NUM;
    )
    )
    )
    J=J+1;
    )
    NUM=NUM/B;
    DEN=DEN/B;
    /* IMPRIME NUM $;
    IMPRIME DEN $; */

    FXI[1,I]=(NUM/DEN);
    HI[1,I]=(CHI[1,I]/B)/DEN;
    AH[1,I]=DEN;
    I=I+1;
    )
    )
    /*-----*/

```

```

/* IMPRIME AH $; */
J=1;
BPHO=0;
ENQUANTO (J<=NCOL(XT)) (BPHO=BPHO+(1/AH[1,J]);
                        J=J+1;
                        )
/* IMPRIME BPHO $; */

DELTA=T[1,2]-T[1,1];
NUM2=DELTA/(2*B);
NUM1=0;

SE (NUM2<=1) (/* ANOTE "CASO 1"; */
              SUPER=NUM2; INFER=NUM1;
              D1=(SUPER-INFER)-(((SUPER^3)-(INFER^3))/3);
              RESULT=(D1*0.75);
              /* IMPRIME RESULT $; */
              )

CC (/* ANOTE " CASO 3 "; */
    SUPER=1; INFER=NUM1;
    D1=(SUPER-INFER)-(((SUPER^3)-(INFER^3))/3);
    RESULT=(D1*0.75);
    /* IMPRIME RESULT $; */
    )

TERM1 = 2*BPHO*RESULT;
/* IMPRIME TERM1 $; */

TERM2=0;
I=1;
ENQUANTO (I<=(NCOL(XT)-1)) (NUM1=((I-0.5)*DELTA)/B;
                             NUM2=((I+0.5)*DELTA)/B;
SE (NUM1<(-1)) (SE (NUM2<(-1)) (/* ANOTE " CASO 5 "; */
                                RESULT=0;
                                /* IMPRIME RESULT $; */
                                )
                )

CC (SE (NUM2>1) (/* ANOTE " CASO 2 "; */
              SUPER=1; INFER=-1;
              D1=(SUPER-INFER)-(((SUPER^3)-(INFER^3))/3);
              RESULT=(D1*0.75);
              /* IMPRIME RESULT $; */
              )
    )

CC (/* ANOTE "CASO 4 "; */
    SUPER=NUM2; INFER=-1;
    D1=(SUPER-INFER)-(((SUPER^3)-(INFER^3))/3);
    RESULT=(D1*0.75);
    /* IMPRIME RESULT $; */
    )

```

```

    }
  }
  CC (SE (NUM1<=1) (SE (NUM2>1) (/ * ANOTE " CASO 3 "; */
    SUPER=1; INFER=NUM1;
    D1=(SUPER-INFER)-(((SUPER^3)-(INFER^3))/3);
    RESULT=(D1*0.75);
    /* IMPRIME RESULT $; */
  )
)

    CC (SE (NUM2>=1) (/ * ANOTE "CASO 1"; */
    SUPER=NUM2; INFER=NUM1;
    D1=(SUPER-INFER)-(((SUPER^3)-(INFER^3))/3);
    RESULT=(D1*0.75);
    /* IMPRIME RESULT $; */
  )
)

    CC (SE (NUM2>1) (/ * ANOTE " CASO 6 "; */
    RESULT=0;
    /* IMPRIME RESULT $; */
  )
)

IDEL=I*DELTA;
J=1;
BPHI=0;
ENQUANTO (J<=NCOLCXTD-I) (BPHI=(C1/AH[1,J])+BPHI;
    J=J+1;
)
/* IMPRIME BPHI $; */

AJUDA=BPHI*RO[1, IDEL]*RESULT;
/* IMPRIME AJUDA $; */
TERM2=AJUDA+TERM2;
I=I+1;
)

/* IMPRIME TERM2 $; */
TRKHR=TERM1+2*TERM2;
/* ANOTE "TRACO DE W*RO";
IMPRIME TRKHR $; */

I=1; RSSH=0;
ENQUANTO (I<=NCOLCXTD) (RSSH=RSSH+((XB[1,I]-FX[1,I])^2);
    I=I+1;
)
/* IMPRIME RSSH $; */

EQMM=(RSSH/NCOLCXTD)-(CO/NLINCXTD)*(1-((2/NCOLCXTD)*TRKHR));
EQMM=SQRTCEQMM;

```

```

/*-----*/
/* ANOTE "VETOR CONTENDO A CURVA MEDIA DE RESPOSTA ";
XBL=XB';
IMPRIME XBL $; */
ANOTE "PARAMETRO DE ALISAMENTO ";
IMPRIME B $;
/* ANOTE "MATRIZ DE PESOS H ";
IMPRIME H $; */
YL=H*XT';
Y=YL';
ANOTE "TRANSPOSTA DA MATRIZ Y ALISADA";
IMPRIME YL $;
ANOTE "MATRIZ Y ALISADA";
IMPRIME Y $;
ANOTE "FUNCAO ALISADA";
FXL=FX';
IMPRIME FXL $;
ANOTE "RAIZ QUADRADA DE EQMM P/ Y'S CORRELACIONADOS";
IMPRIME EQMM $;
ANOTE"-----";

```

```

/*-----*/
/* ***** PROGRAMA:  A L E A T 2 . P R G ***** */
/*-----*/
/* Este programa faz a Analise de Variancia para os testes de */
/* aleatorizacao baseados na variancia assintotica de R (apro */
/* ximacao da estatistica F), utilizando dados suavizados.   */
/*-----*/

SE (SAICOMPL==1) (MA=1; MED=1; MATAUX=1; )
CC (MA=0; MED=0; MATAUX=0; )

SE (MA==1) (ANOTE "A (NXP) = MATRIZ ORIGINAL (A) ";
           IMPRIME A $ 8:6;
           ANOTE " "; )

N = NLINCA;
P = NCOLCA;
G = NCOLKOL; /* OBS: USAREMOS NO. DE GRUPOS = G */

YPPP = SOMACA/(N*P); /* YPPP (1x1) */
YIJP = LSOMACA/P; /* YIJP (Nx1) */

AUX = LSOMACA;
YIPP = CRIAMATCG,1,0); /* YIPP (Cx1) */
I=1; INI=0; FIFI=0;
ENQUANTO (I<=NCOLKOL) (NI=KOL[1,I];
                      FIFI=FIFI+NI; J=INI+1;
                      ENQUANTO (J<=FIFI) (
                          YIPP[I,1]=AUX[J,1]+YIPP[I,1];
                          J=J+1;
                      )
                      YIPP[I,1]=YIPP[I,1]/(NI*P);
                      I=I+1; INI=FIFI;
                      )

YPPK = CSOMACA/N; /* YPPK (1xP) */
YIPK = CRIAMATCG,P,0); /* YIPK (CxP) */
K=1;
ENQUANTO (K<=P) (I=1; INI=0; FIFI=0;
              ENQUANTO (I<=G) (NI = KOL[1,I];
                              J = INI+1;
                              FIFI = FIFI+NI;
                              ENQUANTO (J<=FIFI) (YIPK[I,K]=A[I,J,K]+YIPK[I,K];
                                                  J=J+1;
                              )
                              YIPK[I,K]=YIPK[I,K]/NI;
                              I=I+1; INI=FIFI;
                              )
              K=K+1;
              )
YLIPK = YIPK';

```

```

SE (MED==1) (ANOTE "YPPP (1x1) "; IMPRIME YPPP $;
             ANOTE "YIPP (Cx1) "; IMPRIME YIPP $;
             ANOTE "YIJP (Nx1) "; IMPRIME YIJP $;
             ANOTE "YPPK (1xP) "; IMPRIME YPPK $;
             ANOTE "YLIPK (CxP) "; IMPRIME YLIPK $;);

```

```

I=1; Q1=0;
ENQUANTO (I<=G) (Q1=KOLI[1,I]*((YIPP[I,1]-YPPP)^2)+Q1;
                I=I+1;
                )

```

```
Q1=Q1*P;
```

```

K=1; Q2=0;
ENQUANTO (K<=P) (Q2=((YPPK[1,K]-YPPP)^2)+Q2;
                K=K+1;
                )

```

```
Q2=N*Q2;
```

```

I=1; Q3=0; INI=0; FIFI=0;
ENQUANTO (I<=G) (NI=KOLI[1,I]; J=INI+1; FIFI=FIFI+NI;
                 ENQUANTO (J<=FIFI) (Q3=((YIJP[J,1]-YIPP[I,1])^2)+Q3;
                                     J=J+1;
                                     )

```

```

                 INI=FIFI;
                 I=I+1;
                 )

```

```
Q3=P*Q3;
```

```

I=1; Q4=0;
ENQUANTO (I<=G) (K=1; CONS=0;
                 ENQUANTO (K<=P) (
                 CONS=((YIPK[I,K]-YIPP[I,1]-YPPK[1,K]+YPPP)^2)+CONS;
                                     K=K+1;
                                     )
                 Q4=(KOLI[1,I]*CONS)+Q4;
                 I=I+1;
                 )

```

```

I=1; Q5=0; INI=0; FIFI=0;
ENQUANTO (I<=G) (J=INI+1; NI=KOLI[1,I]; FIFI=FIFI+NI;
                 ENQUANTO (J<=FIFI) (K=1;
                                     ENQUANTO (K<=P) (
                                     Q5=CC(A[J,K]-YIJP[J,1]-YIPK[I,K]+YIPP[I,1])^2)+Q5;
                                             K=K+1;
                                             )

```

```

                                     J=J+1;
                                     )

```

```

                 INI=FIFI;
                 I=I+1;
                 )

```

```

J=1; Q6=0;
ENQUANTO (J<=N) (K=1;
                ENQUANTO (K<=P) (Q6=(C(AI,J,K)-YPPP)^2)+Q6;
                                K=K+1;
                                )
                J=J+1;
        )

```

```

ANOTE "-----";
ANOTE "   SOMA DE QUADRADOS   ";
ANOTE "-----";
IMPRIME Q1 $;
IMPRIME Q2 $;
IMPRIME Q3 $;
IMPRIME Q4 $;
IMPRIME Q5 $;
IMPRIME Q6 $;
ANOTE " ";

```

```

ANOTE "-----";
ANOTE "           TESTE PARA EFEITO DE GRUPO           ";
ANOTE "-----";

```

```

I=1; K2=0;
ENQUANTO (I<=N) (K2=(C(YIJP[I,1]-YPPP)^4)+K2;
                 I=I+1;
                 )

```

```

K2=K2/(N-1);

```

```

I=1; E=0;
ENQUANTO (I<=G) (E = E + (1/KOL[I,I]);
                 I=I+1;
                 )

```

```

M = (N-1)*(N-1)*(N-2)*(N-3);
Q = (N*(N+1)*E - N*(G*G+2*G-2) + G*(G-2))/M;
R = (2*(G-1)*(N^3)-3*N*((N-1)^2)*E);
R = (R+(G*G-4*G+6)*(N^2)-6*N-3*G*(G-2))/(N*M);

```

```

SE (MATAUX==1) (IMPRIME K2 $;
                IMPRIME E $;
                IMPRIME M $;
                IMPRIME Q $;
                IMPRIME R $; )

```

```

DEN = ((Q1+Q3)/(N-1))^2;
VAR = ((Q*K2)/DEN)+R;
ESP = (G-1)/(N-1);
V1 = ((2*(ESP^2)*(1-ESP))/VAR)-2*ESP;
V2 = ((1-ESP)*V1)/ESP;
F1=(C(N-G)*Q1)/(C(G-1)*Q3);
IMPRIME F1 $;
IMPRIME VAR $;
IMPRIME ESP $;

```

```

IMPRIME V1 $;
IMPRIME V2 $;
PVALUE = FPROB(F1,V1,V2);
IMPRIME PVALUE ;
ANOTE " ";
ANOTE " ";

```

```

ANOTE "-----";
ANOTE "      TESTE P/ EFEITO DE INTERACAO ENTRE GRUPO E TEMPO      ";
ANOTE "-----";

```

```

I=1; W2=0;
ENQUANTO (I<=N) (K=1; CONS=0;
ENQUANTO (K<=P) (CONS=(C A[I,K]-YIJP[I,1]-YPPK[1,K]+YPPP)^2)+CONS;
                K=K+1;
                )
                W2=(CONS^2)+W2;
                I=I+1;
                )
W2=W2/(N-1);

```

```

I=1; RO4=0;
ENQUANTO (I<=N) (J=1;
                ENQUANTO (J<=N) (K=1; CONS=0;
                                ENQUANTO (K<=P) (
                                    TER1=A[I,K]-YIJP[I,1];
                                    TER2=YPPK[1,K]-YPPP;
                                    TER3=A[J,K]-YIJP[J,1];
                                    CONS=(TER1-TER2)*(TER3-TER2)+CONS;
                                    K=K+1;
                                    )
                                RO4=RO4+(CONS^2);
                                J=J+1;
                                )
                                I=I+1;
                                )
RO4=RO4/((N-1)^2);

```

```

S = (-N*(N-1)^2)*E + (G^2)*(N^2) - 2*((G^2)-G+1)*N - G*(G-2);
S = S/(N*M);
SE (MATAUX==1) (IMPRIME W2 $;
                IMPRIME RO4 $;
                IMPRIME S $;

```

```

ESP = (G-1)/(N-1);
DEN = ((Q4+Q5)/(N-1))^2;
VAR = ((R-S)*RO4+(Q*W2))/DEN;
VAR = VAR+S;
V1 = ((2*(ESP^2)*(1-ESP))/VAR)-2*ESP;
V2 = ((1-ESP)*V1)/ESP;
F2=((N-G)*Q4)/((G-1)*Q5);
IMPRIME F2 $;

```

```

IMPRIME VAR $;
IMPRIME ESP $;
IMPRIME V1 $;
IMPRIME V2 $;
PVALUE = FPROBCF2,V1,V2);
IMPRIME PVALUE ;
ANOTE " ";
ANOTE " ";

ANOTE "-----";
ANOTE "          TESTE PARA EFEITO DE TEMPO          ";
ANOTE "-----";

K=1; CONS1=0; CONS2=0;
ENQUANTO (K<=P) (KL=1;
      ENQUANTO (KL<=P) (I=1; CONS1=0;
            ENQUANTO (I<=N) (
      CONS1=(C[A[I,K]-YIJP[I,1])*(C[A[I,KL]-YIJP[I,1])+CONS1;
            I=I+1;
            )
            CONS2=(CONS1^2)+CONS2;
            KL=KL+1;
            )
      K=K+1;
      )

I=1; CONS3=0; CONS4=0;
ENQUANTO (I<=N) (K=1; CONS3=0;
      ENQUANTO (K<=P) (CONS3=(C[A[I,K]-YIJP[I,1])^2)+CONS3;
            K=K+1;
            )
      CONS4=(CONS3^2)+CONS4;
      I=I+1;
      )

DEN = ((N^2)*((Q2+Q4+Q5)^2));
VAR=(C2*(CONS2-CONS4))/DEN;
ESP=(C1/N);
V1=((C2*(ESP^2)*(1-ESP))/VAR)-(C2*ESP);
V2=((1-ESP)*V1)/ESP;
F3=((N-1)*Q2)/(Q4+Q5);
IMPRIME F3 $;
IMPRIME VAR $;
IMPRIME ESP $;
IMPRIME V1 $;
IMPRIME V2 $;
PVALUE = FPROBCF3,V1,V2);
IMPRIME PVALUE ;

```

B) Listagens de Comandos de Programas utilizados nos exemplos

CM

```
/*-----*/  
/* Este e' um programa de entrada de dados que utiliza a sub- */  
/* rotina UNIMUL.PRG para executar os testes univariados, */  
/* comparacoes multiplas e o teste multivariado, os dados */  
/* apresentados no programa sao do exemplo 3.1. */  
/*-----*/
```

```
/* MATRIZ DE ENTRADA DE DADOS => A (NxP) */
```

```
A=(4.0 4.0 4.1 3.6 3.6 3.8 3.1,  
4.2 4.3 3.7 3.7 4.8 5.0 5.2,  
4.3 4.2 4.3 4.3 4.5 5.8 5.4,  
4.2 4.4 4.6 4.9 5.3 5.6 4.9,  
4.6 4.4 5.3 5.6 5.9 5.9 5.3,  
3.1 3.6 4.9 5.2 5.3 4.2 4.1,  
3.7 3.9 3.9 4.8 5.2 5.4 4.2,  
4.3 4.2 4.4 5.2 5.6 5.4 4.7,  
4.6 4.6 4.4 4.6 5.4 5.9 5.6,  
3.4 3.4 3.5 3.1 3.1 3.7 3.3,  
3.0 3.2 3.0 3.0 3.1 3.2 3.1,  
3.0 3.1 3.2 3.0 3.3 3.0 3.0,  
3.1 3.2 3.2 3.2 3.3 3.1 3.1,  
3.8 3.9 4.0 2.9 3.5 3.5 3.4,  
3.0 3.6 3.2 3.1 3.0 3.0 3.0,  
3.3 3.3 3.3 3.4 3.6 3.1 3.1,  
4.2 4.0 4.2 4.1 4.2 4.0 4.0,  
4.1 4.2 4.3 4.3 4.2 4.0 4.2,  
4.5 4.4 4.3 4.5 5.3 4.4 4.4,  
3.2 3.3 3.6 3.8 4.4 4.2 3.7,  
3.3 3.4 3.4 3.7 3.7 3.6 3.7,  
3.1 3.3 3.2 3.1 3.2 3.1 3.1,  
3.6 3.4 3.5 4.6 4.9 5.2 4.4,  
4.5 4.5 5.4 5.7 4.9 4.0 4.0,  
3.7 4.0 4.4 4.2 4.6 4.8 5.4,  
3.5 3.9 5.8 5.4 4.9 5.3 5.6,  
3.9 4.0 4.1 5.0 5.4 4.4 3.9,  
3.1 3.5 3.5 3.2 3.0 3.0 3.2,  
3.3 3.2 3.6 3.7 3.7 4.2 4.4,  
3.5 3.9 4.7 4.3 3.9 3.4 3.5,  
3.4 3.4 3.5 3.3 3.4 3.2 3.4,  
3.7 3.8 4.2 4.3 3.6 3.8 3.7,  
4.0 4.6 4.8 4.9 5.4 5.6 4.8,  
4.2 3.9 4.5 4.7 3.9 3.8 3.7,  
4.1 4.1 3.7 4.0 4.1 4.6 4.7,  
3.5 3.6 3.6 4.2 4.8 4.9 5.0);
```

```
/* KOL CONTEM O NUMERO DE ELEMENTOS POR TRATAMENTO, OBSERVE */  
/* QUE ESTE EXEMPLO TEM C=4 TRATAMENTOS, SENDO O PRIMEIRO COM */  
/* 9, O SEGUNDO COM 10, O TERCEIRO COM 8, E O QUARTO COM 9 */  
/* UNIDADES EXPERIMENTAIS */
```

```
KOL=< 9,  
      10,  
      8,  
      9>;
```

```
/* O VALOR DE ESCOR DEVE SER ESCOLHIDO DE ACORDO COM OS */  
/* INDICADORES FI1 E FI2, CALCULADOS NO PROGRAMA FI1FI2.PRG */  
ESCOR=4;  
/* SE SAICOMPL=1, O PROGRAMA IMPRIMIRA' SAIDAS COMPLEMENTARES */  
/* CC SAICOMPL=0, O PROGRAMA IMPRIMIRA' SOMENTE OS RESULTADOS */  
/* PRINCIPAIS */  
SAICOMPL = 1;  
EXEC "UNIMUL.PRG";  
FIM;
```

CM

```
/*-----*/  
/* Este programa faz a comparacao dos 2 grupos ou tratamentos */  
/* do exemplo 5.1, para o tempo zero e os intervalos de tempo */  
/* (0,3), (3,5) e (0,5). Os resultados (ou saidas) deste */  
/* programa foram utilizados na montagem da TABELA (5.4). */  
/*-----*/
```

```
/* MATRIZ DE ENTRADA DE DADOS => A (NxP) */
```

```
A = (4.3 3.3 3.0 2.6 2.2 2.5 3.4 4.4,  
      3.7 2.6 2.6 1.9 2.9 3.2 3.1 3.9,  
      4.0 4.1 3.1 2.3 2.9 3.1 3.9 4.0,  
      3.6 3.0 2.2 2.8 2.9 3.9 3.8 4.0,  
      4.1 3.8 2.1 3.0 3.6 3.4 3.6 3.7,  
      3.8 2.2 2.0 2.6 3.8 3.6 3.0 3.5,  
      3.8 3.0 2.4 2.5 3.1 3.4 3.5 3.7,  
      4.4 3.9 2.8 2.1 3.6 3.8 4.0 3.9,  
      5.0 4.0 3.4 3.4 3.3 3.6 4.0 4.3,  
      3.7 3.1 2.9 2.2 1.5 2.3 2.7 2.8,  
      3.7 2.6 2.6 2.3 2.9 2.2 3.1 3.9,  
      4.4 3.7 3.1 3.2 3.7 4.3 3.9 4.8,  
      4.7 3.1 3.2 3.3 3.2 4.2 3.7 4.3,  
      4.3 3.3 3.0 2.6 2.2 2.5 2.4 3.4,  
      5.0 4.9 4.1 3.7 3.7 4.1 4.7 4.9,  
      4.6 4.4 3.9 3.9 3.7 4.2 4.8 5.0,  
      4.3 3.9 3.1 3.1 3.1 3.1 3.6 4.0,  
      3.1 3.1 3.3 2.6 2.6 1.9 2.3 2.7,  
      4.8 5.0 2.9 2.8 2.2 3.1 3.5 3.6,  
      3.7 3.1 3.3 2.8 2.9 3.6 4.3 4.4,  
      5.4 4.7 3.9 4.1 2.8 3.7 3.5 3.7,  
      3.0 2.5 2.3 2.2 2.1 2.6 3.2 3.5,  
      4.9 5.0 4.1 3.7 3.7 4.1 4.7 4.9,  
      4.8 4.3 4.7 4.6 4.7 3.7 3.6 3.9,  
      4.4 4.2 4.2 3.4 3.5 3.4 3.9 4.0,  
      4.9 4.3 4.0 4.0 3.3 4.1 4.2 4.3,  
      5.1 4.1 4.6 4.1 3.4 4.2 4.4 4.9,  
      4.8 4.6 4.6 4.4 4.1 4.0 3.8 3.8,  
      4.2 3.5 3.8 3.6 3.3 3.1 3.5 3.9,  
      6.6 6.1 5.2 4.1 4.3 3.8 4.2 4.8,  
      3.6 3.4 3.1 2.8 2.1 2.4 2.5 3.5,  
      4.5 4.0 3.7 3.3 2.4 2.3 3.1 3.3,  
      4.6 4.4 3.8 3.8 3.8 3.6 3.8 3.8);
```

```
/* KOL CONTEM O NUMERO DE ELEMENTOS POR TRATAMENTO, OBSERVE */  
/* QUE ESTE EXEMPLO TEM C=2 TRATAMENTOS, SENDO O PRIMEIRO COM */  
/* 13 E O SEGUNDO COM 20 UNIDADES EXPERIMENTAIS */
```

```
KOL = (13 20);
```

```
ANOTE "ANALISE DE VARIANCIA PARA O TEMPO ZERO";
```

```

C = {1 0 0 0 0 0 0 0,
      0 0 0 0 0 0 0 0,
      0 0 0 0 0 0 0 0,
      0 0 0 0 0 0 0 0,
      0 0 0 0 0 0 0 0,
      0 0 0 0 0 0 0 0,
      0 0 0 0 0 0 0 0,
      0 0 0 0 0 0 0 0};

```

```

/* SE SAICOMPL=1, O PROGRAMA IMPRIMIRA' SAIDAS COMPLEMENTARES */
/* CC SAICOMPL=0; O PROGRAMA IMPRIMIRA' AS SAIDAS PRINCIPAIS */
SAICOMPL=0;
/* SE INTER=0; FAREMOS OS TESTES PARA UM PONTO NO TEMPO */
/* CC INTER=1; FAREMOS OS TESTES PARA UM INTERVALO DE TEMPO */
INTER = 0;
EXEC "ALEAT.PRG";
ANOTE " ";

```

ANOTE "ANALISE DE VARIANCIA PARA O INTERVALO 0 A 3 ";

```

C = {1/6  1/12  0    0    0    0    0    0,
      1/12  2/6  1/12  0    0    0    0    0,
      0    1/12  2/6  1/12  0    0    0    0,
      0    0    1/12  2/6  1/12  0    0    0,
      0    0    0    1/12  6/12  1/6  0    0,
      0    0    0    0    1/6  2/6  0    0,
      0    0    0    0    0    0    0    0,
      0    0    0    0    0    0    0    0};

```

```

/* SE SAICOMPL=1, O PROGRAMA IMPRIMIRA' SAIDAS COMPLEMENTARES */
/* CC SAICOMPL=0; O PROGRAMA IMPRIMIRA' AS SAIDAS PRINCIPAIS */
SAICOMPL=0;
/* SE INTER=0; FAREMOS OS TESTES PARA UM PONTO NO TEMPO */
/* CC INTER=1; FAREMOS OS TESTES PARA UM INTERVALO DE TEMPO */
INTER = 1;
EXEC "ALEAT.PRG";
ANOTE " ";

```

ANOTE "ANALISE DE VARIANCIA PARA O INTERVALO 3 A 5";

```

C = {0  0  0  0  0  0  0  0,
      0  0  0  0  0  0  0  0,
      0  0  0  0  0  0  0  0,
      0  0  0  0  0  0  0  0,
      0  0  0  0  0  0  0  0,
      0  0  0  0  0  1/3  1/6  0,
      0  0  0  0  0  1/6  2/3  1/6,
      0  0  0  0  0  0  1/6  1/3};

```

```

/* SE SAICOMPL=1, O PROGRAMA IMPRIMIRA' SAIDAS COMPLEMENTARES */
/* CC SAICOMPL=0; O PROGRAMA IMPRIMIRA' AS SAIDAS PRINCIPAIS */
SAICOMPL=0;

```

```

/* SE INTER=0; FAREMOS OS TESTES PARA UM PONTO NO TEMPO */
/* CC INTER=1; FAREMOS OS TESTES PARA UM INTERVALO DE TEMPO */
INTER = 1;
EXEC "ALEAT.PRG";
ANOTE " ";

```

ANOTE "ANALISE DE VARIANCIA PARA O INTERVALO 0 A 5";

```

C = (1/6  1/12  0    0    0    0    0  0,
     1/12  2/6  1/12  0    0    0    0  0,
     0    1/12  2/6  1/12  0    0    0  0,
     0    0    1/12  2/6  1/12  0    0  0,
     0    0    0    1/12  6/12  1/6  0  0,
     0    0    0    0    1/6  2/3  1/6  0,
     0    0    0    0    0    1/6  2/3  1/6,
     0    0    0    0    0    0    1/6  1/3);

```

```

/* SE SAICOMPL=1, O PROGRAMA IMPRIMIRA' SAIDAS COMPLEMENTARES */
/* CC SAICOMPL=0; O PROGRAMA IMPRIMIRA' AS SAIDAS PRINCIPAIS */
SAICOMPL=0;
/* SE INTER=0; FAREMOS OS TESTES PARA UM PONTO NO TEMPO */
/* CC INTER=1; FAREMOS OS TESTES PARA UM INTERVALO DE TEMPO */
INTER = 1;
EXEC "ALEAT.PRG";
FIM;

```

CM

```
/*-----*/
/* Este programa faz a comparacao dos grupos 3 do Exemplo 5.2 */
/* para os intervalos de tempo (0,3), (3,5) e (0,5). E suas */
/* saidas (P-values) foram utilizadas na montagem de parte da */
/* Figura (5.3). */
/*-----*/
```

```
/* MATRIZ DE ENTRADA DE DADOS => A (N x P) */
```

```
A = (4.3 3.3 3.0 2.6 2.2 2.5 3.4 4.4,
      3.7 2.6 2.6 1.9 2.9 3.2 3.1 3.9,
      4.0 4.1 3.1 2.3 2.9 3.1 3.9 4.0,
      3.6 3.0 2.2 2.8 2.9 3.9 3.8 4.0,
      4.1 3.8 2.1 3.0 3.6 3.4 3.6 3.7,
      3.8 2.2 2.0 2.6 3.8 3.6 3.0 3.5,
      3.8 3.0 2.4 2.5 3.1 3.4 3.5 3.7,
      4.4 3.9 2.8 2.1 3.6 3.8 4.0 3.9,
      5.0 4.0 3.4 3.4 3.3 3.6 4.0 4.3,
      3.7 3.1 2.9 2.2 1.5 2.3 2.7 2.8,
      3.7 2.6 2.6 2.3 2.9 2.2 3.1 3.9,
      4.4 3.7 3.1 3.2 3.7 4.3 3.9 4.8,
      4.7 3.1 3.2 3.3 3.2 4.2 3.7 4.3,
      4.3 3.3 3.0 2.6 2.2 2.5 2.4 3.4,
      5.0 4.9 4.1 3.7 3.7 4.1 4.7 4.9,
      4.6 4.4 3.9 3.9 3.7 4.2 4.8 5.0,
      4.3 3.9 3.1 3.1 3.1 3.1 3.6 4.0,
      3.1 3.1 3.3 2.6 2.6 1.9 2.3 2.7,
      4.8 5.0 2.9 2.8 2.2 3.1 3.5 3.6,
      3.7 3.1 3.3 2.8 2.9 3.6 4.3 4.4,
      5.4 4.7 3.9 4.1 2.8 3.7 3.5 3.7,
      3.0 2.5 2.3 2.2 2.1 2.6 3.2 3.5,
      4.9 5.0 4.1 3.7 3.7 4.1 4.7 4.9,
      4.8 4.3 4.7 4.6 4.7 3.7 3.6 3.9,
      4.4 4.2 4.2 3.4 3.5 3.4 3.9 4.0,
      4.9 4.3 4.0 4.0 3.3 4.1 4.2 4.3,
      5.1 4.1 4.6 4.1 3.4 4.2 4.4 4.9,
      4.8 4.6 4.6 4.4 4.1 4.0 3.8 3.8,
      4.2 3.5 3.8 3.6 3.3 3.1 3.5 3.9,
      6.6 6.1 5.2 4.1 4.3 3.8 4.2 4.8,
      3.6 3.4 3.1 2.8 2.1 2.4 2.5 3.5,
      4.5 4.0 3.7 3.3 2.4 2.3 3.1 3.3,
      4.6 4.4 3.8 3.8 3.8 3.6 3.8 3.8);
```

```
/* KOL CONTEM O NUMERO DE ELEMENTOS POR TRATAMENTO, OBSERVE */
/* QUE ESTE EXEMPLO TEM C=3 TRATAMENTOS, SENDO O PRIMEIRO COM */
/* 13, O SEGUNDO COM 8 E O TERCEIRO COM 12 UNIDADES EXPERIMEN- */
/* TAIS */
```

```
KOL = (13 8 12);
ANOTE "ANALISE DE VARIANCIA PARA O TEMPO ZERO";
```

```
C = (1 0 0 0 0 0 0 0,
      0 0 0 0 0 0 0 0,
```

```

0 0 0 0 0 0 0 0,
0 0 0 0 0 0 0 0,
0 0 0 0 0 0 0 0,
0 0 0 0 0 0 0 0,
0 0 0 0 0 0 0 0,
0 0 0 0 0 0 0 0);

```

```

/* SE SAICOMPL=1, O PROGRAMA IMPRIMIRA' SAIDAS COMPLEMENTARES */
/* CC SAICOMPL=0; O PROGRAMA IMPRIMIRA' AS SAIDAS PRINCIPAIS */
SAICOMPL=0;
/* SE INTER=0; FAREMOS OS TESTES PARA UM PONTO NO TEMPO */
/* CC INTER=1; FAREMOS OS TESTES PARA UM INTERVALO DE TEMPO */
INTER = 0;
EXEC "ALEAT.PRG";
ANOTE " ";

```

ANOTE "ANALISE DE VARIANCIA PARA O INTERVALO 0 A 3 ";

```

C = (1/6  1/12  0    0    0    0    0    0,
     1/12  2/6   1/12  0    0    0    0    0,
     0    1/12  2/6   1/12  0    0    0    0,
     0    0    1/12  2/6   1/12  0    0    0,
     0    0    0    1/12  5/12  1/6   0    0,
     0    0    0    0    1/6   2/6   0    0,
     0    0    0    0    0    0    0    0,
     0    0    0    0    0    0    0    0);

```

```

/* SE SAICOMPL=1, O PROGRAMA IMPRIMIRA' SAIDAS COMPLEMENTARES */
/* CC SAICOMPL=0; O PROGRAMA IMPRIMIRA' AS SAIDAS PRINCIPAIS */
SAICOMPL=0;
/* SE INTER=0; FAREMOS OS TESTES PARA UM PONTO NO TEMPO */
/* CC INTER=1; FAREMOS OS TESTES PARA UM INTERVALO DE TEMPO */
INTER = 1;
EXEC "ALEAT.PRG";
ANOTE " ";

```

ANOTE "ANALISE DE VARIANCIA PARA O INTERVALO 3 A 5";

```

C = (0  0  0  0  0  0  0  0,
     0  0  0  0  0  0  0  0,
     0  0  0  0  0  0  0  0,
     0  0  0  0  0  0  0  0,
     0  0  0  0  0  0  0  0,
     0  0  0  0  0  1/3  1/6  0,
     0  0  0  0  0  1/6  2/3  1/6,
     0  0  0  0  0  0  1/6  1/3);

```

```

/* SE SAICOMPL=1, O PROGRAMA IMPRIMIRA' SAIDAS COMPLEMENTARES */
/* CC SAICOMPL=0; O PROGRAMA IMPRIMIRA' AS SAIDAS PRINCIPAIS */
SAICOMPL=0;
/* SE INTER=0; FAREMOS OS TESTES PARA UM PONTO NO TEMPO */
/* CC INTER=1; FAREMOS OS TESTES PARA UM INTERVALO DE TEMPO */

```

```
INTER = 1;  
EXEC "ALEAT.PRG";  
ANOTE " ";
```

```
ANOTE "ANALISE DE VARIANCIA PARA O INTERVALO 0 A 5";
```

```
C = (1/6  1/12  0    0    0    0    0  0,  
     1/12  2/6  1/12  0    0    0    0  0,  
     0    1/12  2/6  1/12  0    0    0  0,  
     0    0    1/12  2/6  1/12  0    0  0,  
     0    0    0    1/12  6/12  1/6  0  0,  
     0    0    0    0    1/6  2/3  1/6  0,  
     0    0    0    0    0    1/6  2/3  1/6,  
     0    0    0    0    0    0    1/6  1/3);
```

```
/* SE SAICOMPL=1, O PROGRAMA IMPRIMIRA' SAIDAS COMPLEMENTARES */  
/* CC SAICOMPL=0; O PROGRAMA IMPRIMIRA' AS SAIDAS PRINCIPAIS */  
SAICOMPL=0;  
/* SE INTER=0; FAREMOS OS TESTES PARA UM PONTO NO TEMPO */  
/* CC INTER=1; FAREMOS OS TESTES PARA UM INTERVALO DE TEMPO */  
INTER = 1;  
EXEC "ALEAT.PRG";  
FIM;
```

CM

```
/*-----*/
/* Este programa faz a comparacao dos grupos 1 e 2 do Exemplo */
/* 5.2, para os intervalos de tempo (0,3), (3,5) e (0,5). */
/* Suas saidas (P-values) foram utilizadas na montagem de */
/* parte da Figura (5.3). */
/*-----*/
```

```
/* MATRIZ DE ENTRADA DE DADOS => A (NxP) */
```

```
A = (4.3 3.3 3.0 2.6 2.2 2.5 3.4 4.4,
      3.7 2.6 2.6 1.9 2.9 3.2 3.1 3.9,
      4.0 4.1 3.1 2.3 2.9 3.1 3.9 4.0,
      3.6 3.0 2.2 2.8 2.9 3.9 3.8 4.0,
      4.1 3.8 2.1 3.0 3.6 3.4 3.6 3.7,
      3.8 2.2 2.0 2.6 3.8 3.6 3.0 3.5,
      3.8 3.0 2.4 2.5 3.1 3.4 3.5 3.7,
      4.4 3.9 2.8 2.1 3.6 3.8 4.0 3.9,
      5.0 4.0 3.4 3.4 3.3 3.6 4.0 4.3,
      3.7 3.1 2.9 2.2 1.5 2.3 2.7 2.8,
      3.7 2.6 2.6 2.3 2.9 2.2 3.1 3.9,
      4.4 3.7 3.1 3.2 3.7 4.3 3.9 4.8,
      4.7 3.1 3.2 3.3 3.2 4.2 3.7 4.3,
      4.3 3.3 3.0 2.6 2.2 2.5 2.4 3.4,
      5.0 4.9 4.1 3.7 3.7 4.1 4.7 4.9,
      4.6 4.4 3.9 3.9 3.7 4.2 4.8 5.0,
      4.3 3.9 3.1 3.1 3.1 3.1 3.6 4.0,
      3.1 3.1 3.3 2.6 2.6 1.9 2.3 2.7,
      4.8 5.0 2.9 2.8 2.2 3.1 3.5 3.6,
      3.7 3.1 3.3 2.8 2.9 3.6 4.3 4.4,
      5.4 4.7 3.9 4.1 2.8 3.7 3.5 3.7);
```

```
/* KOL CONTEM O NUMERO DE ELEMENTOS POR TRATAMENTO, OBSERVE */
/* QUE ESTE EXEMPLO TEM C=2 TRATAMENTOS, SENDO O PRIMEIRO COM */
/* 13 E O SEGUNDO COM 8 UNIDADES EXPERIMENTAIS */
```

```
KOL = (13 8);
```

```
ANOTE "ANALISE DE VARIANCIA PARA O INTERVALO O A 3 ";
```

```
C = (1/6 1/12 0 0 0 0 0 0,
      1/12 2/6 1/12 0 0 0 0 0,
      0 1/12 2/6 1/12 0 0 0 0,
      0 0 1/12 2/6 1/12 0 0 0,
      0 0 0 1/12 6/12 1/6 0 0,
      0 0 0 0 1/6 2/6 0 0,
      0 0 0 0 0 0 0 0,
      0 0 0 0 0 0 0 0);
```

```
/* SE SAICOMPL=1, O PROGRAMA IMPRIMIRA' SAIDAS COMPLEMENTARES */
/* CC SAICOMPL=0; O PROGRAMA IMPRIMIRA' AS SAIDAS PRINCIPAIS */
SAICOMPL=0;
/* SE INTER=0; FAREMOS OS TESTES PARA UM PONTO NO TEMPO */
```

```

/* CC INTER=1; FAREMOS OS TESTES PARA UM INTERVALO DE TEMPO */
INTER = 1;
EXEC "ALEAT.PRG";
ANOTE " ";

```

ANOTE "ANALISE DE VARIANCIA PARA O INTERVALO 3 A 5";

```

C = {0 0 0 0 0 0 0 0,
      0 0 0 0 0 0 0 0,
      0 0 0 0 0 0 0 0,
      0 0 0 0 0 0 0 0,
      0 0 0 0 0 0 0 0,
      0 0 0 0 0 1/3 1/6 0,
      0 0 0 0 0 1/6 2/3 1/6,
      0 0 0 0 0 0 1/6 1/3};

```

```

/* SE SAICOMPL=1, O PROGRAMA IMPRIMIRA' SAIDAS COMPLEMENTARES */
/* CC SAICOMPL=0; O PROGRAMA IMPRIMIRA' AS SAIDAS PRINCIPAIS */
SAICOMPL=0;

```

```

/* SE INTER=0; FAREMOS OS TESTES PARA UM PONTO NO TEMPO */
/* CC INTER=1; FAREMOS OS TESTES PARA UM INTERVALO DE TEMPO */
INTER = 1;
EXEC "ALEAT.PRG";
ANOTE " ";

```

ANOTE "ANALISE DE VARIANCIA PARA O INTERVALO 0 A 5";

```

C = {1/6 1/12 0 0 0 0 0 0,
      1/12 2/6 1/12 0 0 0 0 0,
      0 1/12 2/6 1/12 0 0 0 0,
      0 0 1/12 2/6 1/12 0 0 0,
      0 0 0 1/12 5/12 1/6 0 0,
      0 0 0 0 1/6 2/3 1/6 0,
      0 0 0 0 0 1/6 2/3 1/6,
      0 0 0 0 0 0 1/6 1/3};

```

```

/* SE SAICOMPL=1, O PROGRAMA IMPRIMIRA' SAIDAS COMPLEMENTARES */
/* CC SAICOMPL=0; O PROGRAMA IMPRIMIRA' AS SAIDAS PRINCIPAIS */
SAICOMPL=0;

```

```

/* SE INTER=0; FAREMOS OS TESTES PARA UM PONTO NO TEMPO */
/* CC INTER=1; FAREMOS OS TESTES PARA UM INTERVALO DE TEMPO */
INTER = 1;
EXEC "ALEAT.PRG";
FIM;

```

CM

```
/*-----*/
/* Este programa faz a comparacao dos grupos 1 e 3 do Exemplo */
/* 5.2, para os intervalos de tempo (0,3), (3,5) e (0,5). */
/* Suas saidas (P-values) foram utilizadas na montagem de */
/* parte da Figura (5.3). */
/*-----*/
```

```
/* MATRIZ DE ENTRADA DE DADOS => A (Nxp) */
```

```
A = (4.3 3.3 3.0 2.6 2.2 2.5 3.4 4.4,
      3.7 2.6 2.6 1.9 2.9 3.2 3.1 3.9,
      4.0 4.1 3.1 2.3 2.9 3.1 3.9 4.0,
      3.6 3.0 2.2 2.8 2.9 3.9 3.8 4.0,
      4.1 3.8 2.1 3.0 3.6 3.4 3.6 3.7,
      3.8 2.2 2.0 2.6 3.8 3.6 3.0 3.5,
      3.8 3.0 2.4 2.5 3.1 3.4 3.5 3.7,
      4.4 3.9 2.8 2.1 3.6 3.8 4.0 3.9,
      5.0 4.0 3.4 3.4 3.3 3.6 4.0 4.3,
      3.7 3.1 2.9 2.2 1.5 2.3 2.7 2.8,
      3.7 2.6 2.6 2.3 2.9 2.2 3.1 3.9,
      4.4 3.7 3.1 3.2 3.7 4.3 3.9 4.8,
      4.7 3.1 3.2 3.3 3.2 4.2 3.7 4.3,
      3.0 2.5 2.3 2.2 2.1 2.6 3.2 3.5,
      4.9 5.0 4.1 3.7 3.7 4.1 4.7 4.9,
      4.8 4.3 4.7 4.6 4.7 3.7 3.6 3.9,
      4.4 4.2 4.2 3.4 3.5 3.4 3.9 4.0,
      4.9 4.3 4.0 4.0 3.3 4.1 4.2 4.3,
      5.1 4.1 4.6 4.1 3.4 4.2 4.4 4.9,
      4.8 4.6 4.6 4.4 4.1 4.0 3.8 3.8,
      4.2 3.5 3.6 3.6 3.3 3.1 3.5 3.9,
      6.6 6.1 5.2 4.1 4.3 3.8 4.2 4.8,
      3.6 3.4 3.1 2.8 2.1 2.4 2.5 3.5,
      4.5 4.0 3.7 3.3 2.4 2.3 3.1 3.3,
      4.6 4.4 3.8 3.8 3.8 3.6 3.8 3.8);
```

```
/* KOL CONTEM O NUMERO DE ELEMENTOS POR TRATAMENTO, OBSERVE */
/* QUE ESTE EXEMPLO TEM C=2 TRATAMENTOS, SENDO O PRIMEIRO COM */
/* 13 E O SEGUNDO COM 12 UNIDADES EXPERIMENTAIS */
```

```
KOL = (13 12);
```

```
ANOTE "ANALISE DE VARIANCIA PARA O INTERVALO 0 A 3";
```

```
C = (1/6 1/12 0 0 0 0 0 0,
      1/12 2/6 1/12 0 0 0 0 0,
      0 1/12 2/6 1/12 0 0 0 0,
      0 0 1/12 2/6 1/12 0 0 0,
      0 0 0 1/12 6/12 1/6 0 0,
      0 0 0 0 1/6 2/6 0 0,
      0 0 0 0 0 0 0 0,
      0 0 0 0 0 0 0 0);
```

```

/* SE SAICOMPL=1, O PROGRAMA IMPRIMIRA' SAIDAS COMPLEMENTARES */
/* CC SAICOMPL=0; O PROGRAMA IMPRIMIRA' AS SAIDAS PRINCIPAIS */
SAICOMPL=0;
/* SE INTER=0; FAREMOS OS TESTES PARA UM PONTO NO TEMPO */
/* CC INTER=1; FAREMOS OS TESTES PARA UM INTERVALO DE TEMPO */
INTER = 1;
EXEC "ALEAT.PRG";
ANOTE " ";

```

ANOTE "ANALISE DE VARIANCIA PARA O INTERVALO 3 A 5";

```

C = {0 0 0 0 0 0 0 0,
     0 0 0 0 0 0 0 0,
     0 0 0 0 0 0 0 0,
     0 0 0 0 0 0 0 0,
     0 0 0 0 0 0 0 0,
     0 0 0 0 0 1/3 1/6 0,
     0 0 0 0 0 1/6 2/3 1/6,
     0 0 0 0 0 0 1/6 1/3};

```

```

/* SE SAICOMPL=1, O PROGRAMA IMPRIMIRA' SAIDAS COMPLEMENTARES */
/* CC SAICOMPL=0; O PROGRAMA IMPRIMIRA' AS SAIDAS PRINCIPAIS */
SAICOMPL=0;
/* SE INTER=0; FAREMOS OS TESTES PARA UM PONTO NO TEMPO */
/* CC INTER=1; FAREMOS OS TESTES PARA UM INTERVALO DE TEMPO */
INTER = 1;
EXEC "ALEAT.PRG";
ANOTE " ";

```

ANOTE "ANALISE DE VARIANCIA PARA O INTERVALO 0 A 5";

```

C = {1/6 1/12 0 0 0 0 0 0,
     1/12 2/6 1/12 0 0 0 0 0,
     0 1/12 2/6 1/12 0 0 0 0,
     0 0 1/12 2/6 1/12 0 0 0,
     0 0 0 1/12 6/12 1/6 0 0,
     0 0 0 0 1/6 2/3 1/6 0,
     0 0 0 0 0 1/6 2/3 1/6,
     0 0 0 0 0 0 1/6 1/3};

```

```

/* SE SAICOMPL=1, O PROGRAMA IMPRIMIRA' SAIDAS COMPLEMENTARES */
/* CC SAICOMPL=0; O PROGRAMA IMPRIMIRA' AS SAIDAS PRINCIPAIS */
SAICOMPL=0;
/* SE INTER=0; FAREMOS OS TESTES PARA UM PONTO NO TEMPO */
/* CC INTER=1; FAREMOS OS TESTES PARA UM INTERVALO DE TEMPO */
INTER = 1;
EXEC "ALEAT.PRG";
FIM;

```

CM

```
/*-----*/
/* Este programa faz a comparacao dos grupos 2 e 3 do Exemplo */
/* 5.2, para os intervalos de tempo (0,3), (3,5) e (0,5). */
/* Suas saidas (P-values) foram utilizadas na montagem de */
/* parte da Figura (5.3). */
/*-----*/
```

/* MATRIZ DE ENTRADA DE DADOS => A (N x P) */

```
A= (4.3 3.3 3.0 2.6 2.2 2.5 2.4 3.4,
     5.0 4.9 4.1 3.7 3.7 4.1 4.7 4.9,
     4.6 4.4 3.9 3.9 3.7 4.2 4.8 5.0,
     4.3 3.9 3.1 3.1 3.1 3.1 3.6 4.0,
     3.1 3.1 3.3 2.6 2.6 1.9 2.3 2.7,
     4.8 5.0 2.9 2.8 2.2 3.1 3.5 3.6,
     3.7 3.1 3.3 2.8 2.9 3.6 4.3 4.4,
     5.4 4.7 3.9 4.1 2.8 3.7 3.5 3.7,
     3.0 2.5 2.3 2.2 2.1 2.6 3.2 3.5,
     4.9 5.0 4.1 3.7 3.7 4.1 4.7 4.9,
     4.8 4.3 4.7 4.6 4.7 3.7 3.6 3.9,
     4.4 4.2 4.2 3.4 3.5 3.4 3.9 4.0,
     4.9 4.3 4.0 4.0 3.3 4.1 4.2 4.3,
     5.1 4.1 4.6 4.1 3.4 4.2 4.4 4.9,
     4.8 4.6 4.6 4.4 4.1 4.0 3.8 3.8,
     4.2 3.5 3.8 3.6 3.3 3.1 3.5 3.9,
     6.6 6.1 5.2 4.1 4.3 3.8 4.2 4.8,
     3.6 3.4 3.1 2.8 2.1 2.4 2.5 3.5,
     4.5 4.0 3.7 3.3 2.4 2.3 3.1 3.3,
     4.6 4.4 3.8 3.8 3.8 3.6 3.8 3.8);
```

```
/* KOL CONTEM O NUMERO DE ELEMENTOS POR TRATAMENTO, OBSERVE */
/* QUE ESTE EXEMPLO TEM C=2 TRATAMENTOS, SENDO O PRIMEIRO COM */
/* 8 E O SEGUNDO COM 12 UNIDADES EXPERIMENTAIS */
```

KOL = (8 12);

ANOTE "ANALISE DE VARIANCIA PARA O INTERVALO 0 A 3";

```
C = (1/6 1/12 0 0 0 0 0 0,
     1/12 2/6 1/12 0 0 0 0 0,
     0 1/12 2/6 1/12 0 0 0 0,
     0 0 1/12 2/6 1/12 0 0 0,
     0 0 0 1/12 6/12 1/6 0 0,
     0 0 0 0 1/6 2/6 0 0,
     0 0 0 0 0 0 0 0,
     0 0 0 0 0 0 0 0);
```

```
/* SE SAICOMPL=1, O PROGRAMA IMPRIMIRA' SAIDAS COMPLEMENTARES */
/* CC SAICOMPL=0; O PROGRAMA IMPRIMIRA' AS SAIDAS PRINCIPAIS */
SAICOMPL=0;
/* SE INTER=0; FAREMOS OS TESTES PARA UM PONTO NO TEMPO */
```

```

/* CC INTER=1; FAREMOS OS TESTES PARA UM INTERVALO DE TEMPO */
INTER = 1;
EXEC "ALEAT.PRG";
ANOTE " ";

```

ANOTE "ANALISE DE VARIANCIA PARA O INTERVALO 3 A 5";

```

C = {0 0 0 0 0 0 0 0,
      0 0 0 0 0 0 0 0,
      0 0 0 0 0 0 0 0,
      0 0 0 0 0 0 0 0,
      0 0 0 0 0 0 0 0,
      0 0 0 0 0 1/3 1/6 0,
      0 0 0 0 0 1/6 2/3 1/6,
      0 0 0 0 0 0 1/6 1/3};

```

```

/* SE SAICOMPL=1, O PROGRAMA IMPRIMIRA' SAIDAS COMPLEMENTARES */
/* CC SAICOMPL=0; O PROGRAMA IMPRIMIRA' AS SAIDAS PRINCIPAIS */
SAICOMPL=0;

```

```

/* SE INTER=0; FAREMOS OS TESTES PARA UM PONTO NO TEMPO */
/* CC INTER=1; FAREMOS OS TESTES PARA UM INTERVALO DE TEMPO */
INTER = 1;
EXEC "ALEAT.PRG";
ANOTE " ";

```

ANOTE "ANALISE DE VARIANCIA PARA O INTERVALO 0 A 5";

```

C = {1/6 1/12 0 0 0 0 0 0,
      1/12 2/6 1/12 0 0 0 0 0,
      0 1/12 2/6 1/12 0 0 0 0,
      0 0 1/12 2/6 1/12 0 0 0,
      0 0 0 1/12 6/12 1/6 0 0,
      0 0 0 0 1/6 2/3 1/6 0,
      0 0 0 0 0 1/6 2/3 1/6,
      0 0 0 0 0 0 1/6 1/3};

```

```

/* SE SAICOMPL=1, O PROGRAMA IMPRIMIRA' SAIDAS COMPLEMENTARES */
/* CC SAICOMPL=0; O PROGRAMA IMPRIMIRA' AS SAIDAS PRINCIPAIS */
SAICOMPL=0;

```

```

/* SE INTER=0; FAREMOS OS TESTES PARA UM PONTO NO TEMPO */
/* CC INTER=1; FAREMOS OS TESTES PARA UM INTERVALO DE TEMPO */
INTER = 1;
EXEC "ALEAT.PRG";
FIM;

```

CM

```
/*-----*/  
/* ESTE PROGRAMA E' UTILIZADO PARA ENCONTRAR A CURVA EQMM */  
/* PARA O GRUPO COTROLE (PIMAX) DO EXEMPLO 5.4 */  
/*-----*/
```

```
/* MATRIZ DE ENTRADA DE DADOS => XT (N x P) */
```

```
XT=(100 130 100 150 100 150 100 90 80 90 110 100 110 80 80 70 70 90,  
50 50 50 60 50 50 50 50 50 50 55 50 45 40 50 40 50 50,  
60 50 70 80 70 60 60 70 70 60 70 60 75 85 90 80 90 90,  
75 70 75 75 90 85 90 70 75 85 80 85 85 90 90 85 70 80,  
70 70 80 80 90 100 70 70 80 90 90 90 80 90 80 80 80 80,  
150 90 70 180 120 180 120 160 160 160 120 120 160 180 180 180 180 180,  
70 80 80 80 90 90 90 90 90 100 80 90 70 70 80 80 90 90,  
70 80 80 90 70 80 70 95 90 85 80 60 55 70 75 60 70 70,  
85 100 150 80 100 85 100 100 120 120 130 110 110 90 110 80 80 90,  
80 80 80 50 100 90 110 100 90 90 90 110 60 60 70 70 100 80);
```

```
/* ENTRAR COM OS VALORES DOS TEMPOS NA MATRIZ T */  
T = (1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18);  
/* ENTRAR COM O VALOR DE B */
```

```
B=0.5;  
ENQUANTO (B<=9) (EXEC "ALISAR.PRG";  
B=B+0.5;  
)
```

```
FIM;
```

CM

```
/*-----*/  
/* ESTE PROGRAMA E' UTILIZADO PARA ENCONTRAR A CURVA EQMM */  
/* PARA O GRUPO EXPERIMENTAL (PIMAX) DO EXEMPLO 5.3 */  
/*-----*/
```

```
/* MATRIZ DE ENTRADA DE DADOS => XT (N x P) */
```

```
XT=(80 80 80 50 90 90 150 120 90 90 90 110 60 70 80 80 100 80,  
80 80 80 80 110 100 90 100 90 90 90 90 70 70 80 80 80 110,  
150 80 70 180 160 160 150 170 180 160 120 120 160 180 200 180 180 190,  
50 50 80 60 60 50 60 70 75 75 75 65 70 85 60 90 90 90,  
110 150 150 70 100 90 100 100 90 95 100 80 95 80 80 70 100 100,  
80 70 90 70 70 90 85 75 80 70 80 50 55 75 75 55 75 80,  
70 70 80 80 80 90 70 70 70 100 90 90 80 90 80 80 80 80,  
100 110 170 100 110 100 110 100 120 120 120 120 110 100 85 100 90 110,  
55 50 55 50 50 50 50 45 50 50 50 40 50 40 50 50 40,  
70 70 75 80 90 90 80 70 80 80 80 85 90 85 90 85 85 85);
```

```
/* ENTRAR COM OS VALORES DOS TEMPOS NA MATRIZ T */  
T = (1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18);  
/* ENTRAR COM O VALOR DE B */
```

```
B=0.5;  
ENQUANTO (B<=9) (EXEC "ALISAR.PRG";  
                  B=B+0.5;  
                  )
```

```
FIM;
```

CM

```
/*-----*/
/* ESTE PROGRAMA DE ENTRADA DE DADOS EXECUTA OS TESTES DE */
/* ALEATORIZACAO APROXIMADOS, APOS O SUAVIZAMENTO DAS CURVAS */
/* DE RESPOSTA. (EXEMPLO 5.3 - PIMAX). */
/*-----*/
```

/* MATRIZ DE ENTRADA DE DADOS => A (NxP) */

A1=(

114.311029	51.269118	64.492647	77.946324	78.254412,
112.837681	51.209001	64.707515	78.281573	78.764205,
111.641204	51.227431	64.9375	78.601852	79.408585,
110.554205	51.214339	65.082153	78.978233	80.106192,
109.591837	51.079768	65.397125	79.418416	80.716248,
108.309259	50.8	66.025463	79.979398	81.364352,
106.677468	50.509144	66.965554	80.640092	81.939364,
104.599048	50.115052	68.074827	81.296064	82.452855,
102.106053	49.733368	69.471451	81.787766	82.937671,
99.411437	49.373285	71.094393	82.193716	83.296896,
96.672145	49.025087	72.631488	82.481401	83.429498,
94.25293	48.669212	73.829013	82.600542	83.362038,
91.852778	48.315278	74.991204	82.584028	83.206481,
90.021095	48.094584	76.352041	82.448489	82.989109,
88.305156	47.897295	77.832312	82.407809	82.894125,
87.394097	47.696759	79.265625	82.466435	83.104745,
86.717459	47.492252	80.627583	82.689824	83.137268,
85.903676	47.285294	82.111765	82.702574	82.8);

A2=(

132.533088	81.727206	78.35625	100.237132	83.3125,
134.570635	82.859633	79.038611	101.152182	84.441503,
135.813079	83.708333	79.510995	102.403646	85.457755,
136.54216	84.42202	79.494136	103.561126	86.5765,
137.578002	84.769427	79.0625	104.553326	87.062402,
139.218981	84.840278	78.547917	105.201157	87.013426,
141.386275	84.845969	78.032227	105.761053	86.704102,
144.022924	84.851211	77.341696	105.915009	86.280277,
147.139489	84.994856	76.586934	105.705376	86.10511,
150.809757	85.147462	75.712449	105.118527	85.88906,
154.657872	85.115484	74.718426	104.142734	85.57872,
157.589222	84.964933	73.756658	103.18315	85.203303,
159.340741	84.69213	72.844444	102.849074	84.650463,
161.290228	84.283752	72.079082	102.308673	83.482143,
162.986052	83.8694	71.1903	101.570953	82.252219,
165.144676	83.479167	70.217593	100.360532	80.962384,
167.03125	83.127583	69.029894	98.724819	79.957386,
169.216176	82.844118	68.093382	96.594853	79.208088);

AL=(A1 A2);

AA1=AL'; /* AA1 CONTEM DADOS DO GRUPO CONTROLE */

AL=; A1=; A2=;

```

B1=(86.463971 87.666912 137.269853 59.249632 110.863603,
88.185046 88.404571 140.047133 60.257296 109.096074,
89.54919 88.990162 141.707755 61.305845 107.511574,
90.856932 89.418322 142.646344 62.223161 105.789043,
91.451629 89.441228 143.752453 63.141434 104.109596,
91.599074 89.157407 145.41713 64.231481 102.266204,
91.579368 88.780185 147.80229 65.233043 100.209517,
91.50519 88.347751 150.596453 66.536765 97.864619,
91.612654 87.929955 153.810871 68.201732 95.566272,
91.561214 87.834791 157.603738 70.065586 93.416924,
91.301903 87.798875 161.491782 71.735727 91.564446,
90.906428 87.585671 164.20277 73.109908 90.5269,
90.243056 87.153241 165.541204 74.615741 90.343056,
88.816228 86.515895 166.958889 76.091052 89.97449,
86.97221 86.113166 168.505389 77.467773 89.618026,
84.85706 85.913194 170.15625 78.556713 89.21412,
83.570506 85.793518 171.815599 79.441503 88.926911,
82.980147 85.973529 173.969853 80.313603 88.831618);

```

```

B2=(78.594853 75.8625 113.525 51.598162 77.342647,
78.507231 76.411415 113.485279 51.292936 77.709194,
78.36169 77.16088 113.612269 51.039063 78.055845,
77.735366 77.978128 113.817096 50.792213 78.482671,
76.838942 78.716641 113.898155 50.425579 79.039197,
76.039583 79.499537 113.690046 50.064583 79.646759,
75.298517 80.215288 113.072177 49.610929 80.349121,
74.366566 80.87673 112.262976 49.183607 81.089749,
73.476938 81.519633 111.217421 48.760502 81.879501,
72.761917 82.064043 110.069444 48.252529 82.629244,
72.190311 82.413927 108.748702 47.776384 83.193123,
71.580256 82.596768 107.472036 47.343972 83.550692,
71.140741 82.741667 106.996296 46.998148 83.766898,
70.628925 82.869898 106.542877 46.68073 83.937647,
70.00951 83.0056 106.038673 46.377853 84.249525,
69.618345 83.285301 105.323495 46.091435 84.764757,
69.497998 83.369706 104.444731 45.829029 85.321216,
69.550735 83.059559 103.197059 45.587132 85.677574);

```

```

BL=(B1 B2);
BB1=BL'; /* BB1 CONTEM DADOS DO GRUPO EXPERIMENTAL */
BL=; B1=; B2=;
A=(AA1,
BB1);
AA1=; BB1=;
/* KOL CONTEM O NUMERO DE ELEMENTOS POR TRATAMENTO, OBSERVE */
/* QUE ESTE EXEMPLO TEM C=2 GRUPOS, CADA UM COM 10 UNIDADES */
/* EXPERIMENTAIS */
KOL = {10 10};
/* SE SAICOMPL=1, O PROGRAMA IMPRIMIRA' SAIDAS COMPLEMENTARES */
/* CC SAICOMPL=0; O PROGRAMA IMPRIMIRA' AS SAIDAS PRINCIPAIS */
SAICOMPL=1;
EXEC "ALEAT2.PRG";
FIM;

```

CM

```
/*-----*/  
/* ESTE PROGRAMA E' UTILIZADO PARA ENCONTRAR A CURVA EQMM */  
/* PARA O GRUPO COTROLE DO EXEMPLO 5.4 */  
/*-----*/
```

```
XT=(516 633 1697 441 596 1610 493 820 1258 1270,  
367 398 458 463 516 436 505 823 692 497,  
471 457 526 594 775 446 472 1394 568 635,  
450 452 465 456 651 454 717 704 580 727,  
709 798 883 984 872 894 750 875 913 867,  
273 261 348 537 624 354 351 471 379 654,  
346 375 408 359 614 536 586 1422 2346 2608,  
261 248 354 450 483 302 357 473 401 441,  
433 550 771 566 550 466 604 616 549 826,  
388 432 287 316 283 639 463 289 1111 375,  
477 369 450 437 464 548 1365 2068 1366 857,  
513 419 1030 525 416 479 799 1315 600 790,  
360 350 377 429 659 296 2459 674 1463 685,  
373 414 609 578 1634 562 538 455 651 1094);
```

```
/* ENTRAR COM OS VALORES DOS TEMPOS NA MATRIZ T */
```

```
T = (1 2 3 4 5 6 7 8 9 10);
```

```
/* ENTRAR COM O VALOR DE B */
```

```
B=0.5;
```

```
ENQUANTO (B<=9) (EXEC "ALISAR.PRG";
```

```
    B=B+0.5;
```

```
);
```

```
/* DEPOIS DE EXECUTAR ESTA PRIMEIRA PARTE, VAMOS NOS CONCEN- */
```

```
/* TRANDO PROXIMO AO PONTO DE MINIMO, ATE QUE ENCONTREMOS O */
```

```
/* "BANDWIDTH" OTIMO, PARA ESTE CASO B=3.70 */
```

```
B=3.70;
```

```
EXEC "ALISAR.PRG";
```

```
FIM;
```

CM

```
/*-----*/
/* ESTE PROGRAMA E' UTILIZADO PARA ENCONTRAR A CURVA EQMM */
/* PARA O GRUPO COTROLE DO EXEMPLO 5.4 */
/*-----*/
```

```
XT=(406 470 382 388 411 226 289 263 306 355,
    396 330 309 294 311 345 323 353 478 490,
    370 354 374 396 433 414 295 446 696 351,
    470 488 572 620 575 622 627 614 541 694,
    441 564 640 411 430 360 736 404 512 563,
    479 576 624 466 471 379 619 620 445 658,
    353 483 578 561 375 439 473 601 579 658,
    292 334 363 482 482 465 1030 627 410 828,
    244 282 323 397 320 289 342 533 255 279,
    253 347 449 321 317 298 1226 573 648 413,
    461 270 206 289 302 252 254 445 446 364,
    384 363 438 309 270 347 384 285 259 674,
    519 573 547 479 587 604 618 650 578 517,
    500 579 531 609 493 423 420 468 526 499);
```

```
/* ENTRAR COM OS VALORES DOS TEMPOS NA MATRIZ T */
```

```
T = (1 2 3 4 5 6 7 8 9 10);
```

```
/* ENTRAR COM O VALOR DE B */
```

```
B=0.5;
```

```
ENQUANTO (B<=9) (EXEC "ALISAR.PRG";
```

```
    B=B+0.5;
```

```
);
```

```
/* DEPOIS DE EXECUTAR ESTA PRIMEIRA PARTE, VAMOS NOS CONCEN- */
```

```
/* TRANDO PROXIMO AO PONTO DE MINIMO, ATE QUE ENCONTREMOS O */
```

```
/* "BANDWIDTH" OTIMO, PARA ESTE CASO B=1.20 */
```

```
B=1.20;
```

```
EXEC "ALISAR.PRG";
```

```
FIM;
```

CM

```
/*-----*/
/* ESTE PROGRAMA DE ENTRADA DE DADOS EXECUTA OS TESTES DE      */
/* ALEATORIZACAO APROXIMADOS, APOS O SUAVIZAMENTO DAS CURVAS    */
/* DE RESPOSTA. (EXEMPLO 5.4).                                  */
/*-----*/
```

/* MATRIZ DE ENTRADA DE DADOS => A (N x P) */

A1=(

780.965341	403.687443	491.427965	454.79923	795.66413,
794.504178	421.506937	523.687779	470.527251	825.688212,
856.283886	436.997813	545.848093	484.829442	851.476539,
907.611672	455.758297	559.29935	511.139735	869.437269,
917.355655	494.308846	620.715871	550.215486	876.11845,
912.660691	541.712633	682.371291	585.637494	873.394271,
939.721102	576.114051	715.910588	618.96478	865.230589,
1026.544766	595.597157	729.947873	646.434699	859.606128,
1067.675387	609.200016	741.709985	664.50444	862.347058,
1100.149813	616.215312	755.284744	681.167412	869.5825);

A2=(

311.968255	368.494115	295.640759	546.563632	371.819319,
357.591703	389.830466	326.658356	564.228344	356.990778,
393.807368	419.783795	349.393325	570.481095	364.172259,
421.266973	460.05433	368.863266	578.120565	381.905968,
442.792095	560.518192	389.417073	580.67149	394.36432,
448.252917	779.58269	401.910074	570.420192	451.138195,
450.774248	1113.449332	404.814917	578.36373	513.345468,
459.374592	1478.744223	406.546811	614.638591	546.9581,
477.090296	1791.065878	413.948326	650.772773	562.724588,
512.584060	2092.093538	428.182803	686.277982	563.77506);

A3=(

438.654255	594.119907	368.457475	456.005857,
438.633756	596.822578	396.065775	566.886803,
448.112355	588.244416	418.593653	666.460682,
520.205220	596.842379	566.207451	737.881113,
705.705328	652.050856	745.266361	766.624208,
934.633171	698.806606	926.272876	754.780704,
1114.691884	733.975283	1056.58269	740.959805,
1228.494967	791.710444	1112.234776	729.672168,
1294.606055	835.016677	1124.344892	721.287256,
1288.736900	846.116201	1063.098234	789.237438);

AL=(A1 A2 A3);

AA1=AL';

AL=; A1=; A2=; A3=;

B1=(

419.421488	382.159091	366.644628	473.774793	466.794421,
438.751157	339.251302	361.401042	501.568576	554.337529,
401.324942	310.233507	374.411169	564.598958	577.29673,

391.494936	300.578704	399.083767	600.880642	461.984954,
368.238426	314.494936	421.487269	593.913773	411.7029,
276.984954	333.487269	393.441551	613.365451	451.690683,
270.70298	333.690394	350.507813	623.299479	590.446181,
277.18533	372.530527	466.352865	601.664931	494.457176,
307.233507	454.768953	573.677228	587.462095	500.281684,
344.724174	487.483471	423.350207	661.914256	552.30475);

B2=(

499.341942	380.262397	300.807851	251.969008	272.71281,
565.92636	475.804543	331.327402	282.616753	348.644676,
581.649595	554.974537	381.502604	329.784288	401.715567,
499.510272	526.256221	457.535446	365.956742	346.492477,
451.058304	426.396123	478.505064	329.456887	313.91623,
447.254051	432.832465	584.650174	306.269097	492.688513,
569.865307	492.324942	830.994213	370.37066	900.97092,
583.81713	570.162326	665.238715	436.580874	722.665509,
524.766782	599.764034	540.546152	317.086516	584.268808,
613.331612	641.432851	740.340909	273.966942	462.28202);

B3=(

420.945248	379.596074	530.32438	516.567149,
296.10923	382.736111	556.553241	552.89077,
236.22092	396.060764	538.365451	556.903646,
274.609086	327.502604	515.18287	569.116609,
289.048177	293.847801	568.291811	502.456887,
262.690394	338.77662	603.383247	436.774161,
292.855469	356.040509	621.700521	430.484809,
405.938947	300.007668	628.619213	470.055845,
428.936487	349.66276	580.261429	508.525318,
381.196281	586.970041	529.792355	504.66219);

BL=(B1 B2 B3);

BB1=BL'; /* BB1 CONTEM DADOS DO GRUPO EXPERIMENTAL */

BL=; B1=; B2=; B3=;

A=(AA1,

BB1);

AA1=; BB1=;

/* KOL CONTEM O NUMERO DE ELEMENTOS POR TRATAMENTO, OBSERVE */

/* QUE ESTE EXEMPLO TEM C=2 GRUPOS, CADA UM COM 14 UNIDADES */

/* EXPERIMENTAIS */

KOL = (14 14);

/* SE SAICOMPL=1, O PROGRAMA IMPRIMIRA' SAIDAS COMPLEMENTARES */

/* CC SAICOMPL=0; O PROGRAMA IMPRIMIRA' AS SAIDAS PRINCIPAIS */

SAICOMPL=1;

EXEC "ALEAT2.PRG";

FIM;