

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
Departamento de Matemática Aplicada

Sistemas Dinâmicos e Controladores Fuzzy: um Estudo
da Dispersão da Morte Súbita dos Citros em São Paulo

Tese de Doutorado
Magda da Silva Peixoto

Orientador: Prof. Dr. Laécio Carvalho de Barros
Co-orientador: Prof. Dr. Rodney Carlos Bassanezi

Este trabalho contou com apoio financeiro do CNPq

Sistemas Dinâmicos e Controladores Fuzzy: um Estudo da Dispersão da Morte Súbita dos Citros em São Paulo

Este exemplar corresponde à redação final da Tese devidamente corrigida, defendida por **Magda da Silva Peixoto** e aprovada pela comissão julgadora.

Campinas, 24 de Fevereiro de 2005.

.....
Prof. Dr. Laécio Carvalho de Barros
Orientador

.....
Prof. Dr. Rodney Carlos Bassanezi
Co-orientador

Banca Examinadora:

1. Prof. Dr. Laécio Carvalho de Barros
2. Prof. Dr. João Frederico da Costa Azevedo Meyer
3. Prof. Dr. Laércio Luís Vendite
4. Prof. Dr. Luiz Alberto Díaz Rodrigues
5. Prof^a. Dr^a. Renata Zotin Gomes Oliveira

Tese apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, UNICAMP, como requisito parcial para obtenção do Título de Doutora em Matemática Aplicada

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DO IMECC DA UNICAMP**

Bibliotecário: Maria Julia Milani Rodrigues – CRB8a / 2116

Peixoto, Magda da Silva

P359s Sistemas dinâmicos e controladores fuzzy: um estudo da dispersão da Morte Súbita dos Citros em São Paulo / Magda da Silva Peixoto -- Campinas, [S.P. :s.n.], 2005.

Orientadores : Laécio Carvalho de Barros; Rodney Carlos Bassanezi

Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica.

1. Autômato celular. 2. Conjuntos difusos. 3. Sistemas difusos. 4. Sistemas de controle biológico. I. Barros, Laécio Carvalho de. II. Bassanezi, Rodney Carlos. III. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica. IV. Título.

Título em inglês: Dynamic systems and fuzzy controllers: a study of the dispersion of the Citrus Sudden Death in São Paulo.

Palavras-chave em inglês (keywords): 1. Cellular automata. 2. Fuzzy sets. 3. Fuzzy systems. 4. Biological control systems.

Área de concentração: Matemática Aplicada

Titulação: Doutorado em Matemática Aplicada

Banca examinadora: Prof. Dr. Laécio Carvalho de Barros (UNICAMP)
Prof. Dr. João Frederico da Costa Azevedo Meyer (UNICAMP)
Prof. Dr. Laércio Luís Vendite (UNICAMP)
Prof. Dr. Luiz Alberto Díaz Rodrigues (UFSM)
Profa. Dra. Renata Zotin Gomes de Oliveira (UNESP)

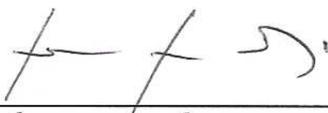
Data da defesa: 24/02/2005

Tese de Doutorado defendida em 24 de fevereiro de 2005 e aprovada

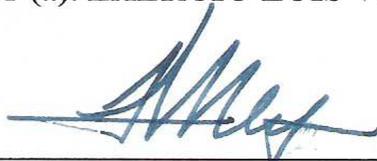
Pela Banca Examinadora composta pelos Profs. Drs.



Prof. (a). Dr (a). LAÉCIO CARVALHO DE BARROS



Prof. (a). Dr (a). LAÉCIO LUÍS VENDITE



Prof. (a). Dr (a). JOÃO FREDERICO DA COSTA AZEVEDO MEYER



Prof. (a). Dr (a). LUIZ ALBERTO DIAZ RODRIGUES



Prof. (a) Dr. (a) RENATA ZOTIN GOMES DE OLIVEIRA

Resumo

A Morte Súbita dos Citros é uma doença que afeta e mata laranjeiras doces e as tangerineiras *Cravo* e *Ponkan* enxertadas sobre limoeiros *Cravo* e *Volkameriano*, que representam cerca de 85% dos pomares cítricos de São Paulo e sul do Triângulo Mineiro. Acredita-se que tal doença seja causada por vírus transmitidos por pulgões (vetor) de citros.

Para estudar a disseminação da doença propomos um modelo de simulação a partir de autômatos celulares, o qual leva em conta o efeito do vento nas distâncias alcançadas pelo pulgão. Para estabelecer a relação entre espaço percorrido pelo vetor e a intensidade do vento utilizamos um sistema baseado em regras fuzzy.

Para estudar a densidade populacional dos pulgões, levamos em conta que eles têm a joaninha como principal predador natural. Estabelecemos uma base de regras fuzzy para modelar a interação pulgões e joaninhas. As trajetórias obtidas no plano de fase são comparadas com as de um modelo determinístico presa-predador do tipo Holling-Tanner e também a um modelo determinístico presa-predador de Lotka-Volterra.

A partir dos resultados obtidos, iniciamos um estudo para investigar alguma política de controle da Morte Súbita dos Citros.

Abstract

Citrus Sudden Death is a relatively new disease that has affected and killed sweet oranges grafted on the Rangpur lime. This is a worrying characteristic because the Rangpur lime amounts to 85% of the citrus orchards in São Paulo and the south of “Triângulo Mineiro”. It is believed that the disease is caused by a virus transmitted by citrus aphids (vectors).

We have adopted the Cellular Automata model to study the advance of the disease, which considers the effect of the wind in the distances reached by the aphids. We have adopted the rule-based fuzzy system to establish the relationship between the space covered by the vector and the intensity of the wind.

To study the population density of aphids, we have considered that the ladybug is its main enemy. The trajectories of the phase-plane are compared to those of deterministic predator-prey models of the Holling-Tanner and Lotka-Volterra types.

From the obtained results, we have begun a study to investigate some control policies for the Citrus Sudden Death.

*"O correr da vida embrulha tudo,
A vida é assim
Esquenta e esfria
Aperta e afrouxa
Sossega e depois desinquieta
O que ela quer da gente é coragem."
Guimarães Rosa*

*"The only thing necessary for the triumph of evil is
for good men to do nothing."*

Edmund Burke

À minha mãe Haydée, um exemplo de vida.

“Enquanto o mundo te adorna a presença com legendas sublimes, abrilhantando-te o nome, quis trazer-te a homenagem de meu reconhecimento e de meu carinho, segundo as dimensões de tua bondade, e te rememorei os sacrifícios...

Revi, Mãezinha, as tuas noites longas, junto de mim, quando a febre me atormentava no berço. Anjo transformado em mulher, erguias as mãos para o Céu e o que falavas com Deus me caía no rosto em forma de lágrimas!... Tornei a encontrar-te os braços acolhedores, festejando-me o retorno à saúde, com a doçura de teus beijos.

E, vida em fora, o pensamento recuou para lembrar-te...

Com a retina da memória, contemplei-te os lábios pacientes, ensinando-me a pronunciar as preces da infância, e, nesses lábios inesquecíveis, fitei os sorrisos de júbilo quando me deste os primeiros livros da escola.

Depois, acompanhei-te, passo a passo, o calvário de renúncia em que me levantaste para a vida.

Quantas vezes me abraçaste, trocando bênçãos por aflições, não conseguiria contar. Quantas vezes te ocultaste no sofrimento para que a alegria não me fugisse realmente, não sei...

Passou o tempo e, hoje, de alma enternecida, anseio debalde surpreender as palavras com que algo te venha a dizer de meu agradecimento; entretanto, eu que desejaria medir o meu preito de afeto pelo tamanho de teu devotamento, posso apenas calcular a extensão de meu débito para contigo, a repetir que te amo e que em ti possuo o meu tesouro do Céu.

Perdoa, Mãezinha, se nada tenho para dedicar-te, senão as pérolas do meu pranto de gratidão, iluminadas pelas orações que endereço a Deus por tua felicidade. E, se te posso entregar algo mais, deixa que te oferte o meu próprio coração, neste livro de ternura, por dádiva singela de minha confiança e carinho, num ramalhete de amor”

Meimei

Agradecimentos

A Deus em primeiro lugar, pois nada seria possível sem Sua ajuda, permissão e amor.

Ao meu pai Albano e à minha irmã Marilena, pelo carinho, estímulo, incansável compreensão e apoio incondicional em todos os momentos da minha caminhada, principalmente durante o desenvolvimento deste trabalho.

À minha sempre presente mãe Haydée e ao meu saudoso irmão Marcelo, pelo amor, proteção e amparo, que posso sentir principalmente nos momentos mais difíceis.

Ao meu orientador Prof. Dr. Laécio Carvalho de Barros e ao meu co-orientador Prof. Dr. Rodney Carlos Bassanezi, pela credibilidade, paciência, amizade e orientação segura dispensada na confecção deste trabalho.

Aos membros da Banca Examinadora Prof. Dr. João Frederico da Costa Azevedo Meyer, Prof. Dr. Laércio Luís Vendite, Prof. Dr. Luiz Alberto Díaz Rodrigues e Prof^a. Dr^a. Renata Zotin Gomes Oliveira, pela avaliação, dedicação dispensada e sugestões dadas no intuito de melhorar a qualidade deste trabalho.

Ao Dr. Renato Beozzo Bassanezi, pesquisador do Fundecitrus, que dispensou horas de seu trabalho, fornecendo informações e inúmeros dados reais da Morte Súbita dos Citros.

Aos professores Dr. Arício Xavier Linhares (IB/UNICAMP) e Dr. Carlos Roberto Sousa e Silva (DEBE/UFSCar), responsáveis pelas informações biológicas imprescindíveis para a realização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Fernando Gomide da FEEC/UNICAMP, por sua generosidade, apoio e incentivo no momento que mais precisei.

À Rita, que tem se superado a cada dia na tentativa de aliviar minha dor e preencher o vazio, desde que minha mãe desencarnou.

À Bel, minha adorável professora de inglês, pelo carinho fraterno e pelas correções da gramática deste trabalho.

Aos sempre amigos Marina, Rosana, João, Zeza, Karine, Roberto, Geraldo, Raul pelo apoio e amizade, e saibam que vocês sempre foram presentes quando precisei.

Aos professores, colegas e funcionários do IMECC da UNICAMP, pela atenção e amizade. Em especial aos professores Wilson Castro Ferreira, Márcia A. Gomes Ruggiero e Vera Lúcia da Rocha Lopes.

À Fátima, Tânia e Cidinha, pela amizade e eficiência.

À Universidade Estadual de Campinas, instituição que possibilitou a realização deste doutorado.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq, pela concessão de bolsa de estudo.

A todos que, sem dúvida e sem exceção, direta ou indiretamente colaboraram comigo e peço desculpas as pessoas que involuntariamente não foram citadas aqui.

Meus sinceros agradecimentos.

Conteúdo

Resumo	iv
Abstract	v
Agradecimentos	viii
Lista de Figuras	xiii
Lista de Tabelas	xix
Introdução	1
1 A Morte Súbita dos Citros	4
1.1 A importância da citricultura no Brasil e no mundo	5
1.2 Histórico	9
1.3 O que é a Morte Súbita dos Citros?	15
1.4 Agente causal	22
1.5 Medidas de contenção da Morte Súbita dos Citros nos dias atuais	27
1.6 Resumo	30
2 Modelo de Simulação por Autômatos Celulares e Conceitos Básicos da Teoria dos Conjuntos Fuzzy	31
2.1 Simulação numérica	32
2.2 Autômatos Celulares	34
2.3 Teoria dos Conjuntos Fuzzy	37
2.3.1 Conjuntos fuzzy	38
2.3.2 Operações entre conjuntos fuzzy	40
2.3.3 Número fuzzy	43

2.3.4	Operações Aritméticas com Números Fuzzy	45
2.3.5	Relações Fuzzy	46
2.3.6	Sistemas Baseados em Regras Fuzzy	48
2.4	Resumo	53
3	Um Modelo de Autômatos Celulares com Parâmetro Fuzzy para o Espalhamento Geográfico da Morte Súbita dos Citros	54
3.1	O vento	55
3.2	Os pulgões de citros	59
3.3	Formulação do Modelo Fuzzy	65
3.4	Simulações numéricas	68
3.5	Resumo	78
4	Modelo Presa-Predador P-Fuzzy	80
4.1	Modelos Presa-Predador	80
4.2	Modelo Presa-Predador Clássico de Lotka-Volterra	82
4.3	Formulação do Modelo Presa-Predador P-Fuzzy	84
4.3.1	Resultados	88
4.3.2	Modelo presa-predador p-fuzzy com inibição	94
4.4	O Modelo Presa-Predador de Holling-Tanner	97
4.5	Um modelo presa-predador p-fuzzy com resposta funcional para invertebrados	99
4.5.1	Resultados	103
4.6	Resumo	105
5	Um Modelo Presa-Predador P-Fuzzy em Citros: pulgões e joaninhas	106
5.1	As joaninhas	106
5.2	O Potencial de Predação	111
5.3	Formulação do Modelo Presa-predador P-Fuzzy	113
5.3.1	Resultados	118
5.4	Modelo de Autômatos Celulares para estudar a dispersão de Pulgões x Joaninhas	125
5.5	Resumo	132

6	Técnicas de Controle	133
6.1	Controle da MSC	134
6.2	Controle químico	135
6.2.1	Controle químico para o modelo presa-predador p-fuzzy	136
6.2.2	Controle químico contínuo no modelo de Holling-Tanner	141
6.2.3	Formulação do Modelo Fuzzy	149
6.3	Resumo	155
7	Considerações finais	156
7.1	Trabalhos Futuros	158
7.1.1	Trabalho Futuro I: Controle Biológico de Pragas	158
7.1.2	Trabalho Futuro II - Proposta de um modelo clássico de presa-predador com difusão-advecção	166
7.1.3	Trabalho Futuro III - Controle Ótimo	169
A	Análise da Estabilidade do Modelo de Lotka-Volterra	172
B	Análise da estabilidade do Modelo de Holling-Tanner	176
	Referências Bibliográficas	181

Lista de Figuras

1.1	Áreas de ocorrência de MSC nos Estados de São Paulo e de Minas Gerais: primeira varredura realizada pelo Fundecitrus, de junho a setembro de 2002. (Fonte: Fundecitrus)	13
1.2	Áreas de ocorrência de MSC nos Estados de São Paulo e de Minas Gerais: segunda varredura realizada pelo Fundecitrus, de setembro a dezembro de 2003. (Fonte: Fundecitrus)	14
1.3	Coloração de verde pálida a amarela das folhas é o primeiro sinal visível ao produtor. Fonte: Bassanezi et al. [2003d].	16
1.4	Árvores afetadas pela doença.	16
1.5	Planta com sinais da MSC ao lado de uma planta saudável. Fonte: Bassanezi et al. [2003d].	17
1.6	Colapso da planta e retenção dos frutos. Fonte: Bassanezi et al. [2004].	17
1.7	Morte de radículas e raízes. Fonte: Bassanezi et al. [2003d].	18
1.8	Detalhe da coloração amarela da parte interna da casca da árvore na parte do porta-enxerto. Fonte: Bassanezi et al. [2003d].	19
1.9	Talhão de laranjeira Valência sobre limoeiro Cravo com MSC (esquerda) ao lado de talhão de Valência sobre tangerineira Cleópatra sadio (direita). Fonte: Bassanezi et al. [2003d].	20
1.10	Talhão de laranjeira Valência sobre limoeiro Cravo destruído pela MSC, no qual duas linhas de Valência sobre tangerineira Cleópatra se mostram totalmente sadias. Fonte: Bassanezi et al. [2003d].	21
1.11	Subenxertia. Fonte: Bassanezi et al. [2004].	29

2.1	Exemplo de tipos de vizinhança. A letra C está representando a célula escolhida e X a sua vizinhança. Em (a) temos a vizinhança de von Neumann e em (b) a de Moore. As duas são ditas ser de raio 1.	36
2.2	Representação do conjunto fuzzy “próximo de zero”.	38
2.3	Representação do conjunto fuzzy “próximo de zero”.	40
2.4	Intersecção de dois conjuntos fuzzy.	41
2.5	União de dois conjuntos fuzzy.	42
2.6	Complemento fuzzy.	42
2.7	Número fuzzy triangular.	44
2.8	Número fuzzy trapezoidal.	45
2.9	Arquitetura de sistemas baseados em regras fuzzy.	49
2.10	Método de Inferência de Mamdani.	51
3.1	Velocidade do vento a diferentes alturas e a diferentes horas do dia. Fonte: Gallo et al. [1970].	55
3.2	Rosa dos Ventos.	57
3.3	Diagrama mostrando como se dá o vôo do pulgão.	58
3.4	Pulgão preto. Fonte: Parra et al. [2003].	62
3.5	Pulgão verde. Fonte: Parra et al. [2003].	62
3.6	Pulgão cinza. Fonte: Parra et al. [2003].	63
3.7	Planta infestada por pulgões. Fonte: Parra et al. [2003].	64
3.8	Sistema baseado em regras fuzzy.	65
3.9	Função de pertinência da variável de entrada v : vento.	66
3.10	Função de pertinência da variável de saída r : distância.	66
3.11	Solução dada pelo controlador fuzzy: $r = r(v)$	67
3.12	A árvore central apresenta sinais da Morte Súbita dos Citros no mês i . Uma porcentagem (valor que depende do mês) das demais, numa vizinhança de raio 2, será sintomática no mês $i + 1$	68
3.13	(a) Talhão em laranja Pêra: 33 árvores sintomáticas iniciais; (b) Talhão em laranja Valência: 24 árvores sintomáticas iniciais. Fonte: Bassanezi et al. [2003c].	69

3.14	Dados reais (a) 251 árvores sintomáticas em janeiro de 2002; (b) 585 árvores sintomáticas em fevereiro de 2002. Fonte: Bassanezi et al. [2003c].	70
3.15	(a) Dados iniciais da Figura 3.13(a); (b) Simulação na ausência de vento após 9 iterações.	70
3.16	Simulações do Autômato celular com parâmetro fuzzy para as árvores iniciais sintomáticas do talhão em laranja Pêra (Figura 3.13(a)), após 9 iterações.	71
3.17	Simulações do Autômato celular com parâmetro fuzzy para as árvores iniciais sintomáticas do talhão em laranja Valência (Figura 3.13(b)), após 6 iterações.	72
3.18	Dados reais observados em campo para talhão em laranja Pêra. Fonte: Bassanezi et al. [2003d]	75
3.19	Ajuste logístico dos dados obtidos por simulação do autômato celular com parâmetro fuzzy para talhão em laranja Pêra.	76
3.20	Dispersão da MSC no talhão de laranja Pêra, mês a mês.	78
4.1	Sistema baseado em Regras Fuzzy.	85
4.2	Funções de pertinência das variáveis de entrada x e y	87
4.3	Funções de pertinência das variáveis de saída x' e y'	87
4.4	Superfícies dadas pelo controlador: (a) $x' = x'(x, y)$, (b) $y' = y'(x, y)$	88
4.5	Ponto de equilíbrio do sistema fuzzy dado pela intersecção das duas retas em vermelho.	90
4.6	(a) Evolução dos contingentes populacionais ao longo do tempo e (b) Plano de fase do modelo fuzzy, para $x_0 = 80$ e $y_0 = 3, 2$	91
4.7	(a) Evolução dos contingentes populacionais ao longo do tempo e (b) Plano de fase do modelo fuzzy, para $x_0 = 100$ e $y_0 = 3, 2$	91
4.8	Evolução dos contingentes populacionais ao longo do tempo do modelo fuzzy, para $x_0 = 80$ e $y_0 = 3, 2$	92
4.9	Exemplo 1: (a) Evolução dos contingentes populacionais ao longo do tempo e (b) Plano de fase do modelo fuzzy, para $x_0 = 100$ e $y_0 = 3, 2$	93
4.10	Exemplo 2: (a) Evolução dos contingentes populacionais ao longo do tempo e (b) Plano de fase do modelo fuzzy, para $x_0 = 80$ e $y_0 = 3, 2$	94
4.11	Superfícies dadas pelo controlador: (a) $x' = x'(x, y)$, (b) $y' = y'(x, y)$	95

4.12 (a) Evolução dos contingentes populacionais ao longo do tempo e (b) Plano de fase do modelo fuzzy para $x_0 = 110$ e $y_0 = 2$	96
4.13 (a) Evolução dos contingentes populacionais ao longo do tempo e (b) Plano de fase do modelo fuzzy, para $x_0 = 100$ e $y_0 = 3, 2$	96
4.14 Os três diferentes tipos de resposta funcional.	97
4.15 Função de pertinência da variável de entrada x	100
4.16 Função de pertinência da variável de entrada y	101
4.17 Função de pertinência da variável de saída x'	101
4.18 Função de pertinência da variável de saída y'	102
4.19 Superfícies dadas pelo controlador: (a) $x' = x'(x, y)$, (b) $y' = y'(x, y)$	102
4.20 Exemplo 1: (a) Evolução dos contingentes populacionais ao longo do tempo e (b) Plano de fase do modelo fuzzy, para $x_0 = 60$ e $y_0 = 40$	103
4.21 Exemplo 2: (a) Evolução dos contingentes populacionais ao longo do tempo e (b) Plano de fase do modelo fuzzy para $x_0 = 40$ e $y_0 = 60$	104
5.1 Ovos de <i>Cycloneda sanguinea</i> . Fonte: Macedo et al. [2004].	107
5.2 Larva de <i>Cycloneda sanguinea</i> predando pulgões. Fonte: Macedo et al. [2004].	108
5.3 Pupa de <i>Cycloneda sanguinea</i> . Fonte: Macedo et al. [2004].	109
5.4 (a) Adulto de <i>Cycloneda sanguinea</i> predando pulgões (Fonte: Macedo et al. [2004]); (b) Adulto de <i>Cycloneda sanguinea</i> (Foto de D.N. Gassen).	109
5.5 Função de pertinência da variável de entrada x	115
5.6 Função de pertinência da variável de entrada P_y	115
5.7 Função de pertinência da variável de saída x'	116
5.8 Função de pertinência da variável de saída P'_y	116
5.9 Superfície dada pelo controlador: $x' = x'(x, P_y)$	117
5.10 Superfície dada pelo controlador: $P'_y = P'_y(x, P_y)$	117
5.11 (a) Evolução dos contingentes populacionais ao longo do tempo e (b) Plano de fase do modelo fuzzy, para $x_0 = 110$ e $P_{y0} = 3, 2$	118
5.12 (a) Evolução dos contingentes populacionais ao longo do tempo e (b) Plano de fase do modelo fuzzy, para $x_0 = 100$ e $P_{y0} = 2, 3$	119

5.13	Função que representa um tipo peculiar de resposta funcional em invertebrados (Svirezhev e Logofet [1983], Messenger et al. [1982]).	120
5.14	Plano de fase para $x_0 = 110$ e $P_{y0} = 3,2$	122
5.15	Plano de fase para $x_0 = 100$ e $P_{y0} = 2,3$	123
5.16	Isóclinas.	124
5.17	Presença do predador no talhão. Inicialmente: 3 árvores com pulgões e 7 árvores com pulgões e joaninhas.	127
5.18	Ausência do predador no talhão. Inicialmente: 1 árvore com pulgões.	128
5.19	Presença do predador no talhão. Inicialmente: 1 árvore com pulgões e joaninhas. . .	128
5.20	Ausência do predador no talhão. Inicialmente: 5 árvores com pulgões.	129
5.21	Presença do predador no talhão. Inicialmente: 5 árvores com pulgões e joaninhas. .	129
5.22	Ausência do predador no talhão. Inicialmente: 10 árvores com pulgões.	130
5.23	Presença do predador no talhão. Inicialmente: 10 árvores com pulgões e joaninhas. .	130
5.24	Porcentagem de árvores com pulgões na ausência do predador e na presença do predador no talhão.	131
6.1	Uma aplicação de veneno com eficácia de 80% no instante em que a população de pulgões está alta.	137
6.2	Uma aplicação de veneno com eficácia de 80% no instante em que a população de pulgões está baixa.	138
6.3	Uma aplicação de veneno com eficácia de 80%, no instante em que a população de pulgões está em ascensão.	139
6.4	Uma aplicação de veneno com eficácia de 80% no instante em que a população de pulgões está em declínio.	140
6.5	Trajetórias do modelo pulgão-joaninha de Holling-Tanner com e sem aplicação de veneno, para $x_0 = 100$ e $P_{y0} = 5$ e $E = 0,1$	148
6.6	Trajetórias do modelo pulgão-joaninha de Holling-Tanner com e sem aplicação de veneno, para $x_0 = 60$, $P_{y0} = 4$ e $E = 0,1$	148
6.7	Trajetórias do modelo pulgão-joaninha de Holling-Tanner com e sem aplicação de veneno, para $x_0 = 70$, $P_{y0} = 2,6$ e $E = 0,1$	149

6.8	Sistema baseado em regras fuzzy.	150
6.9	Funções de pertinência para: (a) a variável de entrada - x - e (b) a variável de saída - <i>veneno</i>	151
6.10	Solução dada pelo controlador fuzzy: $veneno = veneno(x)$	151
6.11	Sistema fuzzy composto pelos dois controladores fuzzy: <i>veneno</i> e sistema dinâmico.	153
6.12	Plano de fase do modelo fuzzy para $x_0 = 60$ e $P_{y0} = 4$	153
6.13	Plano de fase do modelo fuzzy para $x_0 = 120$ e $P_{y0} = 5,1$	154
6.14	Plano de fase do modelo fuzzy para $x_0 = 120$ e $P_{y0} = 2,1$	154
7.1	Foto reproduzida de Parra et al. [2003].	162
7.2	Adulto de <i>Lysiphebus Testaceipes</i> . Fonte: http://www.alnolux.com (05/07/2004).	163
7.3	Pulgão parasitado por <i>Lysiphebus Testaceipes</i> . Fonte: http://www.alnolux.com - (05/07/2004).	163
7.4	Múmias de pulgões. Fonte: http://www.alnolux.com (05/07/2004).	164
A.1	Ciclo ecológico. Fonte: Bassanezi e Ferreira Jr. [1988].	174
A.2	Ciclo ecológico “discreto”. Fonte: Bassanezi e Ferreira Jr. [1988].	175

Lista de Tabelas

1.1	Dados fornecidos pelo Fundecitrus.	12
3.1	Escala Beaufort de Força dos Ventos.	56
7.1	Sucesso no controle biológico clássico em 20 países de acordo com o tipo de clima geral. ⁽¹⁾ P=parcial, S=substancial, C=completo, To=total.	161

Introdução

A Morte Súbita dos Citros é uma doença de combinação copa/porta-enxerto, que pode levar à morte plantas sobre porta-enxertos intolerantes. Pesquisas mostram que os vasos do floema do porta-enxerto, que levam os produtos gerados na fotossíntese para as raízes, ficam bloqueados e degenerados. Sem alimento, as raízes apodrecem, a árvore definha e morre.

O primeiro relato oficial dessa doença foi feito em fevereiro de 2001, baseado em plantas sintomáticas identificadas em Minas Gerais (nos municípios de Comendador Gomes, Frutal e Uberlândia) e São Paulo (nos municípios de Altair, Barretos, Colômbia e Guaraci), e representa uma ameaça para a citricultura paulista e nacional, uma vez que afeta todas as variedades comerciais de laranjeiras doces e as tangerinas *Cravo* e *Ponkan* enxertadas sobre os limoeiros *Cravo* e *Volkameriano*, que representam cerca de 85% dos pomares paulistas e mineiros.

Pesquisadores da Allelyx Genomics, empresa de biotecnologia ligada ao grupo Votorantim, descobriram dois insetos conhecidos como pulgões que transmitem o *Citrus Sudden Death Virus (CSDV)* ou o Vírus da Morte Súbita dos Citros, um vírus até então desconhecido, da família *Tymoviridae*, que eles acreditam ser o responsável pela Morte Súbita dos Citros (FAPESP [2004])- os pulgões *Aphis spiraecola* (pulgão verde) e *Aphis gossypii* (pulgão cinza). Os pesquisadores verificaram que o *Toxoptera citricidus* (pulgão preto), assim como os outros dois, pode carregar esse vírus, mas os testes feitos até agora não indicaram que esse pulgão seja igualmente capaz de transmitir o microorganismo.

No últimos meses a equipe da Allelyx tem mostrado uma relação direta entre a doença e esse vírus, encontrado apenas em árvores de regiões atingidas pela Morte Súbita.

Os objetivos deste trabalho são estudar o espalhamento geográfico da Morte Súbita dos Citros, e propor modelos do tipo presa-predador baseado em regras fuzzy, visando o controle

biológico da doença. Comentamos também o que tem sido feito para controlar o avanço da doença e fazemos um estudo sobre o uso de inseticidas nas plantações. Para isto, procuramos modelar a dispersão da doença no tempo e no espaço, e propor modelos presa-predador p-fuzzy (puramente fuzzy) para a interação entre pulgões e seu principal inimigo natural na citricultura, a joaninha, ou seja sem o uso de equações explícitas. Neste caso, a base de regras fuzzy propicia as condições para a obtenção das soluções.

Contamos com as informações e banco de dados de pesquisadores do Fundecitrus e de entomologistas. É neste momento que a teoria dos conjuntos fuzzy se faz necessária, já que os especialistas citados utilizaram termos linguísticos muitas vezes subjetivos quando nos forneceram informações sobre o problema.

No capítulo 1, destacamos a importância da citricultura para a economia brasileira e em particular para o Estado de São Paulo. Apresentamos um histórico da doença desde os primeiros relatos até os dias atuais e o possível agente causal. Acreditamos que esse histórico se faz necessário, visto que a doença é recente e, portanto, com muitas hipóteses ainda não confirmadas e que estão colocadas no texto. Apresentamos ainda, formas de disseminação e medidas de contenção da Morte Súbita dos Citros.

No capítulo 2, apresentamos considerações pertinentes aos processos de elaboração de modelo matemático, simulação numérica, autômatos celulares e definições básicas da teoria dos conjuntos fuzzy e de sistemas baseados em regras fuzzy, que serão utilizados no nosso trabalho.

No capítulo 3, para estudar a disseminação da doença, propomos um modelo de simulação a partir de autômatos celulares, o qual leva em conta o efeito do vento nas distâncias alcançadas pelo pulgão. Para estabelecer a relação entre espaço percorrido pelo vetor e a intensidade do vento utilizamos um sistema baseado em regras fuzzy. Trata-se, portanto, de um estudo da evolução espacial e da evolução temporal da doença.

No capítulo 4, estudamos a dinâmica do tipo presa-predador dados por modelos clássicos do tipo Lotka-Volterra e Holling-Tanner. Propomos três modelos baseados em regras fuzzy e as trajetórias obtidas no plano de fase são comparadas com esses modelos determinísticos.

No capítulo 5, estabelecemos um sistema baseado em regras fuzzy para modelar a interação

pulgões-joaninhas, a partir do estudo feito no capítulo anterior. As trajetórias obtidas no plano de fase são comparadas com as de um modelo determinístico presa-predador do tipo Holling-Tanner. Ainda, utilizamos este modelo para descrever a dispersão desses insetos em um talhão de citros, utilizando um modelo de autômatos celulares.

No capítulo 6, iniciamos um estudo para investigar alguma política de controle da doença. Simulamos a aplicação de biocidas nas plantações e o que ela acarreta em relação ao agente transmissor da Morte Súbita. Fizemos um estudo sobre as conseqüências para os insetos, do uso contínuo e moderado desses biocidas.

No capítulo 7, apresentamos as considerações finais e trabalhos futuros, ou seja, trabalhos que foram iniciados e que pretendemos concluir em breve. Sugerimos um trabalho futuro onde um modelo baseado em regras fuzzy seria elaborado para simular a dinâmica do tipo presa-predador acoplado ao parasitismo, objetivando controle biológico de pulgões. Iniciamos um estudo de controle ótimo da aplicação de veneno na plantação. Finalmente, propomos um modelo um modelo clássico de presa-predador com difusão-advecção.

Finalmente, o Apêndice A traz uma breve análise de estabilidade do Modelo de Lotka-Volterra e, no Apêndice B, comentamos a estabilidade estrutural do Modelo de Holling-Tanner.

Capítulo 1

A Morte Súbita dos Citros

A laranja, originária da Ásia, foi introduzida no Brasil pelas primeiras expedições colonizadoras. Já em 1540 havia laranjeiras espalhadas desde o norte até o sul do litoral brasileiro (Bassanezi et al. [2003d]). Entretanto, foi somente a partir de 1930 que a laranja começou a destacar-se no cenário nacional. A derrocada cafeeira, ocasionada pela crise de 1929, foi de vital importância para o fortalecimento da citricultura nacional. Contudo, dois fatos contribuíram para uma crise na citricultura nacional no fim dos anos 30: a 2ª Guerra Mundial, quando os países participantes se viram obrigados a reduzir o volume de suas importações, e a “Tristeza dos Citros”, doença que, ao causar o amarelecimento das folhas e o definhamento dos frutos, comprometeu seriamente os pomares. A doença, causada pelo vírus da tristeza dos citros é transmitida por afídeos, em especial pelo *Toxoptera citricidus* (Kirkaldy 1907) (*Aphidoidea: Aphidinae*), e provocou grandes perdas no final da década de 30. Nove dos onze milhões de pés de laranja plantados no estado de São Paulo tiveram de ser arrancados. A contenção da doença só ocorreu por volta de 1950 (Braga e Sousa-Silva [1999]). A partir da década de 80, o Brasil tornou-se o maior produtor mundial de laranja, destinada a um produto tipicamente para exportação. Agora, em 2005, as exportações brasileiras de laranja assumem valores recordes, segundo a Abecitrus (Associação Brasileira dos Exportadores de Citros), mas novas doenças surgem, ameaçando a hegemonia brasileira - dentre elas, a Morte Súbita dos Citros, muito semelhante à Tristeza dos Citros, porém mais devastadora.

Neste capítulo apresentamos um histórico da Morte Súbita dos Citros, a situação atual e o que tem sido feito para conter esta doença. Na próxima seção vamos posicionar o Brasil no

cenário econômico mundial em relação à citricultura.

1.1 A importância da citricultura no Brasil e no mundo

Atualmente, o Brasil é o maior exportador mundial de suco de laranja concentrado congelado, com 74,6% das vendas no comércio internacional. Essa liderança deve-se diretamente à qualidade e produtividade superiores as dos demais concorrentes. O Brasil é também o maior produtor mundial de suco de laranja, com 49,3% do total, seguido dos Estados Unidos da América, com 37,6%. Entretanto, os EUA consomem praticamente toda sua produção, pois têm uma participação de apenas 3,1% nas transações internacionais.

São Paulo é responsável por 97% das exportações brasileiras, sendo portanto, de forma inequívoca, o grande núcleo do complexo citrícola brasileiro (do qual fazem parte 313 municípios paulistas e 17 mineiros). O Estado de São Paulo detém o maior pomar citrícola do mundo, com cerca de 34,2 milhões de plantas em formação e 163,5 milhões de plantas cítricas em produção, respondendo por mais de 80% da produção nacional de frutos cítricos, com média das últimas cinco safras de 340 milhões de caixas de 40,8 kg (FNP Consultoria & Comércio, 2003). Além disso, São Paulo tem 22,7 mil hectares de limão (9,1 milhões de pés), produzindo 22,9 milhões de caixas de 40,8kg e 20,1 mil hectares de tangerinas, colhendo 19,3 milhões de caixas de 40,8kg. A região de Ribeirão Preto é uma das maiores produtoras de cítricos do Estado - as áreas de Araraquara, Jaboticabal, e Barretos concentram, juntas, 40% da produção de todo o País.

Dentre as laranjas doces cultivadas no Estado, a variedade Pêra é a principal, representando 43% do total das laranjeiras existentes. A variedade ocupa lugar de destaque no total da produção destinada aos mercados interno e externo de frutas frescas como, por exemplo, para a produção de suco, segmento em franca expansão no mercado interno. Ainda, as indústrias processadoras de suco cítrico concentrado e congelado são as maiores consumidoras dos frutos desta variedade em São Paulo (FNP Consultoria & Comércio, 2003).

Cerca de 9% de todo agronegócio brasileiro vem da laranja, oitavo produto da pauta de exportações do país (FNP Consultoria & Comércio, 2003).

Não existem limitações climáticas para os citros, exceto em algumas áreas do Nordeste,

onde as chuvas são inferiores a 700 mm por ano, e outras na região Sul, onde podem ocorrer geadas fortes. As restrições climáticas constituem sério fator limitante da produção de laranjas para fins industriais, influenciando em várias características da laranja, tais como coloração, acidez, teor de sólidos solúveis, aroma, sabor, espessura da casca e período de maturação. Esses fatores limitam a adequação da fruta ao processamento para extração de suco. As boas condições climáticas do Estado de São Paulo, associadas ao uso de diferentes variedades cultivares, permitiram à indústria local estender as suas operações por um período superior a 9 meses no ano, enquanto nos Estados Unidos e no México, concorrentes diretos do Brasil, o período de produção é próximo a 6 meses, devido ao menor número de variedades plantadas e às condições climáticas (clima frio, sujeito a geadas) (Bassanezi et al. [2003d]).

Além de sua eficiência e capacidade de produção, a citricultura paulista apresenta algumas características peculiares:

- Os pomares de citros de São Paulo ocupam uma área quase contínua de aproximadamente 615.300 ha (FNP Consultoria & Comércio, 2003), sem grandes variações de relevo ou barreiras físicas e com extensas malhas rodoviárias; o trânsito de pessoas e veículos transportando mudas, sementes, borbulhas e frutos cítricos é intenso, o que confere continuidade espacial entre plantas e pomares cítricos.
- As plantas cítricas são perenes e, portanto, estão expostas durante todo ano e por vários anos ao ataque de pragas e doenças, sem um período de ausência de hospedeiro, a exemplo do que ocorre com culturas anuais. Embora os fluxos vegetativos, que produzem os tecidos jovens e suscetíveis da planta, ocorram com maior frequência nos períodos chuvosos, no Estado de São Paulo, a emissão de brotações novas pode ser observada durante grande parte do ano, o que confere uma continuidade de tecidos suscetíveis e de inóculo entre as estações de cultivo.
- Os pomares paulistas apresentam uma variabilidade genética muito baixa. Apenas quatro variedades de laranjeiras doces (*Citrus sinensis* L. Osbeck) Pêra-Rio, Natal, Valência e Hamlin, propagadas vegetativamente por enxertia, representam 92% da citricultura em São Paulo. O porta-enxerto utilizado em aproximadamente 85% das árvores é o limoeiro

Cravo (*C. Limonia* Osbeck), devido a sua rusticidade, vigor conferido à copa e resistência hídrica do norte e noroeste do Estado.

Estas características explicam a alta vulnerabilidade da cultura à ocorrência de epidemias de doenças conhecidas e de novas doenças, como é o caso da Morte Súbita dos Citros (MSC), com importantes conseqüências para a sustentabilidade deste agronegócio (Bassanezi et al. [2003d]).

Não é de hoje que o País enfrenta dificuldades com pragas nos laranjais. Vários desafios têm ocorrido ao longo do desenvolvimento das lavouras. Destacamos:

- Desde a sua introdução no Brasil, feita pelos colonizadores portugueses por volta de 1540, até o final do século 19, as plantas cítricas eram propagadas por sementes. Quando a indústria cítrica tornou-se importante no âmbito comercial, no início do século passado, o uso de árvores enxertadas foi iniciado e a laranja Caipira (*C. Sinensis* L. Osbeck) era o porta-enxerto mais utilizado.
- Na década de 10 a presença da gomose, que limitava as primeiras exportações paulistas, e a baixa resistência à seca foram solucionadas com a troca do porta-enxerto laranja Caipira pela laranja Azeda. A grande preferência brasileira pelo porta-enxerto de laranja Azeda era devida às condições favoráveis ao seu desenvolvimento, boa afinidade com a maioria das variedades comerciais, além da qualidade das frutas produzidas sobre esse porta-enxerto.
- Um episódio marcante ocorreu na década de 40, quando se expandiu nos pomares paulistas, a Tristeza dos Citros. A introdução do Vírus da Tristeza dos Citros (CTV) em São Paulo, em 1937, sua rápida disseminação pelo pulgão preto (*Toxoptera Citricida* Kirk.), dizimou mais de 9 milhões de plantas enxertadas sobre laranja Azeda, o que representava cerca de 80% das plantas do parque citrícola da época. O problema foi solucionado trocando-se o porta-enxerto da laranja Azeda, não tolerante a esse vírus, pelo limoeiro Cravo. Hoje, esse mal tornou-se endêmico.

- Essa substituição levou ao crescimento de importância dos vírus da exocorte, xiloporose e sorose, que não afetavam a laranja Azeda, mas eram severos nas combinações com limoeiro Cravo. A solução veio com a produção de mudas a partir de clones nucelares nos anos 50. A viabilização da laranja Pêra, principal variedade paulista (mais de 50 milhões de plantas), foi decorrente dos clones vacinados, pré-imunizados contra vírus.
- Na década de 60 aparece o cancro cítrico na Alta Sorocabana e Médio e Baixo Parana-panema (de Assis até o Pontal), levando à intensa ação de erradicação de pomares.
- A partir da década de 70, o “declínio dos citros” tornou-se um problema tanto na Flórida quanto no Brasil, sendo os porta-enxertos mais suscetíveis *P. trifoliata*, limão Rugoso e limão Cravo. A intolerância do limoeiro Cravo ao declínio causou uma pequena diversificação de porta-enxertos usados no Brasil. Tangerina Cleópatra, limão Volkameriano (*C. volkameriana* Tan. e Pasq.), tangerina Sunki (*C. sunki* Hort.) e, no início dos anos 90, citrumelo Swingle (*C. paradisi* Mac. x *Poncirus trifoliata* L. Raf.) mostraram ser boas alternativas para a diversificação no uso de porta-enxertos.
- Doenças como a Clorose Variegada dos Citros (amarelinho - década de 90), têm sido objeto de ação direta do Governo de São Paulo, visando preservar o inestimável patrimônio representado pelos pomares cítricos, que são fontes estratégicas de emprego e renda na economia estadual.
- Atualmente, mais de 80% das árvores cítricas em produção no Estado de São Paulo estão sobre limoeiro Cravo, e o restante está distribuído entre tangerinas, limões, citrumelos, trifoliatas, citranges (Abecitrus, 2003).
- Nos últimos anos, num trabalho integrado da Secretaria de Agricultura e Abastecimento envolvendo a ADAESP e a APTA, apoiados pelo Fundecitrus (Fundo de Defesa da Citricultura), foram erradicados os focos de cancro cítrico em toda zona produtora paulista. Foi também realizada varredura na Alta Paulista e Alta Sorocabana, eliminando as plantas infectadas e suspeitas de cancro cítrico, dentro da estratégia de erradicação da doença em São Paulo.

Atualmente, a doença que tem preocupado os citricultores é a Morte Súbita dos Citros. Por ter sido detectada recentemente, muitas hipóteses ainda não confirmadas norteiam sua causa e disseminação. Por esse motivo, a seguir, traçaremos um histórico da doença, desde o seu primeiro relato até os nossos dias.

1.2 Histórico

A Morte Súbita dos Citros (MSC) apresenta-se como uma nova doença a desafiar a citricultura.

Relatos datados de 1997 indicam a ocorrência da morte de muitas laranjeiras doces enxertadas sobre limoeiro Cravo, por motivos desconhecidos, no município do Prata, Minas Gerais. Na época, todas as plantas foram erradicadas e a propriedade atingida foi totalmente replantada com mudas em outros porta-enxertos. Fotografias das plantas daquela época lembram bastante os sinais observados atualmente para a MSC. Entretanto, o primeiro relato oficial dessa doença foi feito em fevereiro de 2001, quando os seus sinais característicos foram descritos (Gimenes-Fernandes e Bassanezi [2001]).

De acordo com este, as primeiras observações de laranjeiras doces enxertadas em limoeiro Cravo, definhando e morrendo rapidamente por uma causa desconhecida dos citricultores, foram feitas em dezembro de 1999, em uma propriedade no município de Comendador Gomes, Minas Gerais. Nesta propriedade, em um talhão com 4.703 plantas de laranjeira Valência enxertada sobre limoeiro Cravo, com 11 anos de idade, foram eliminadas 518 plantas mortas (11,01%) sem causa conhecida. Em agosto de 2000, mais 767 plantas definhando e 210 plantas mortas foram identificadas nesse talhão, totalizando 977 plantas (20,76%). Essas plantas não foram eliminadas, e um novo levantamento efetuado em janeiro de 2001 revelou a existência de 86% de plantas definhando ou mortas. Na mesma propriedade, em um talhão vizinho de laranjeira Valência sobre limoeiro Cravo, com 13 anos de idade, a incidência de plantas com sinais de definhamento e morte atingiu 35% em fevereiro de 2001 (Gimenes-Fernandes e Bassanezi [2001]).

Na mesma época, nos municípios de Comendador Gomes, Frutal e Uberlândia, no sul do Triângulo Mineiro, e em Colômbia, no Estado de São Paulo, este mesmo problema também foi

constatado em outros talhões de laranjeiras Valência, Natal, Pêra, Hamlin e Westin enxertadas sobre limoeiro Cravo, com idades entre 4 e 23 anos (Gimenes-Fernandes e Bassanezi [2001], Müller et al. [2002]). A partir de então, novos relatos de ocorrência foram surgindo e, em setembro de 2001, devido à rapidez com que as plantas afetadas entravam em declínio, colapso e morte, a doença recebeu o nome de Morte Súbita dos Citros (Citricultura [2001]).

Com relação às plantas mais novas com sinais de MSC, novas observações foram feitas pelos pesquisadores do Fundecitrus (Fundo de Defesa da Citricultura - Araraquara/SP). Em fevereiro de 2002, foram encontradas plantas de Pêra sobre Cravo, com 26 meses de idade, com sinais aéreos, nas raízes e na casca, em diferentes talhões de diferentes propriedades, em Comendador Gomes e Colômbia. Em setembro de 2002, plantas de Pêra e de Valência sobre Cravo, com 22 meses de idade, em Comendador Gomes, já manifestavam os sinais da doença e, até o momento, foram as plantas mais novas com sinais da MSC encontradas em pomares naturalmente afetados (Gimenes-Fernandes e Bassanezi [2001]).

Em julho de 2002, foram encontradas plantas de tangerineiras Ponkan e Cravo (*C. reticulata* Blanco), enxertadas sobre limoeiro Cravo, mostrando os sinais típicos de Morte Súbita. Durante os levantamentos de junho a setembro de 2002 e de dezembro de 2002 a janeiro de 2003, também foi constatada a MSC em plantas de laranjeiras doces Pineapple, Baía, Baianinha e Rubi e de tangelo Orlando (*C. reticulata* Blanco x *C. Paradisi* Macf.) enxertadas sobre limoeiro Cravo (Bassanezi et al. [2002b]). Em junho de 2003, sinais semelhantes aos da MSC foram observados em pomares de laranjeiras Valência e Natal enxertadas sobre limoeiro Volkameriano (*C. volkameriana* Tenore & Pasquale) com 3 a 6 anos de idade, no município de Colômbia/SP (Fundecitrus [2003]).

Em maio de 2003, foi obtida experimentalmente a transmissão da MSC pela enxertia de borbulhas contaminadas (Yamamoto et al. [2003]).

Apesar de sua expansão, até agosto de 2003, a MSC só foi constatada na região sul do Triângulo Mineiro, norte e parte do noroeste do Estado de São Paulo, entre as longitudes 48°15'46"W e 49°47'54"W e latitudes 18°53'05"S e 21°04'20"S. Esta região é considerada apta com restrições para a citricultura devido à deficiência hídrica anual maior que 100 mm, com alto déficit hídrico no inverno e chuvas muito concentradas no verão. O clima quente, com

temperatura média anual maior que 17°C (São Paulo, 1974). A maior parte das propriedades têm terras com limitações moderadas a fortes para a citricultura, de fertilidade média a baixa, relevo plano a ondulado, erodibilidade moderada e problemas de moderados a complexos de conservação do solo. Os solos são arenosos, com baixa retenção d'água, profundos e pobres em fósforo. Contudo, algumas propriedades encontram-se em terras sem limitações ou com limitações simples para a citricultura, apresentando fertilidade de média a alta, relevo plano a ondulado, mecanizáveis, erodibilidade moderada a forte e problemas simples a moderados de conservação do solo (Bassanezi et al. [2003d]).

De fevereiro a dezembro de 2001, a doença já havia sido constatada em 45 propriedades, nos municípios de Comendador Gomes, Frutal e Uberlândia, no sul do Triângulo Mineiro, e em Altair, Barretos, Colômbia e Guaraci, no norte do Estado de São Paulo (Libanore et al. [2002]). Em setembro de 2002, de acordo com o levantamento do Fundecitrus e da Secretaria de Defesa Agropecuária do Estado de São Paulo, realizado em todos os pomares enxertados sobre limoeiro Cravo da região contaminada, a doença encontrava-se em 171 propriedades e em mais cinco municípios: Monte Alegre de Minas, Campo Florido, Prata e Planura em Minas Gerais, e Olímpia em São Paulo (Fundecitrus [2002a]). Neste levantamento foram inspecionadas 13.227.535 árvores em 4.571 talhões e 618 propriedades de 15 municípios do sul do Triângulo Mineiro e norte do Estado de São Paulo. Em Minas Gerais, foram inspecionadas 4.522.009 plantas em 1.233 talhões e, em São Paulo, 8.705.526 plantas em 3.338 talhões (Fundecitrus [2002b]).

De acordo com os resultados deste levantamento, foram estimadas 327.575 plantas com sinais de MSC, e a doença foi encontrada em 1.285 talhões na região norte do Estado de São Paulo e sul do Triângulo Mineiro. Os municípios mineiros responderam por 68,3% dos talhões contaminados e 93,3% das plantas com sinais de MSC. Nesses municípios, 71% dos talhões estavam com pelo menos, uma planta sintomática. Frutal, Comendador Gomes e Uberlândia responderam por 82,2% dos talhões contaminados e 98,2% das plantas com os mesmos sinais dos municípios mineiros. As incidências de plantas sintomáticas nos talhões contaminados destes municípios também foram as mais elevadas, destacando-se Comendador Gomes, cuja média de incidência por talhão foi de 14,4% seguido de Frutal (6,0%) e Uberlândia (4,3%).

Nos demais municípios mineiros com a MSC, a incidência de talhões foi maior que 20% e a incidência média de plantas com sinais nestes talhões, acima de 0,6% (3,8% em Planura, 1,1% em Campo Florido, 0,7% em Prata e 0,6% em Monte Alegre de Minas). Os municípios do norte de São Paulo responderam por 31,7% dos talhões contaminados e apenas 6,7% das plantas sintomáticas. O município de Colômbia apresentou alta incidência de talhões com a doença (70,9%), mas baixa incidência de plantas por talhão contaminado (1,4%), o que representou 77,9% dos talhões contaminados e 96,4% das plantas com sinais em São Paulo. Excetuando-se Colômbia, os demais municípios paulistas onde foram localizados talhões contaminados, apresentaram menos de 5% de talhões com a doença e menos de 0,3% de plantas com sinais da MSC por talhão contaminado (Bassanezi et al. [2002a]).

O avanço está sob fiscalização do Fundecitrus (Fundo de Defesa da Citricultura), que faz levantamentos periódicos.

Em 2002, a doença afetava 12 municípios no Triângulo Mineiro e norte do Estado São Paulo. Em 2003 estes municípios eram 30 (última varredura feita pelo Fundecitrus). Podemos observar esses dados na Tabela 1.1 e visualizá-los nas Figuras 1.1 e 1.2. Até maio de 2004, a MSC motivou a eliminação de 400 mil pés de laranjas doces no Estado de São Paulo.

Evolução da MSC em São Paulo e Minas Gerais				
Levantamento	2002		2003	
Estado	SP	MG	SP	MG
Municípios afetados	5	7	18	12
Plantas afetadas	22.100	305.375	436.621	1,5 milhão

Tabela 1.1: Dados fornecidos pelo Fundecitrus.

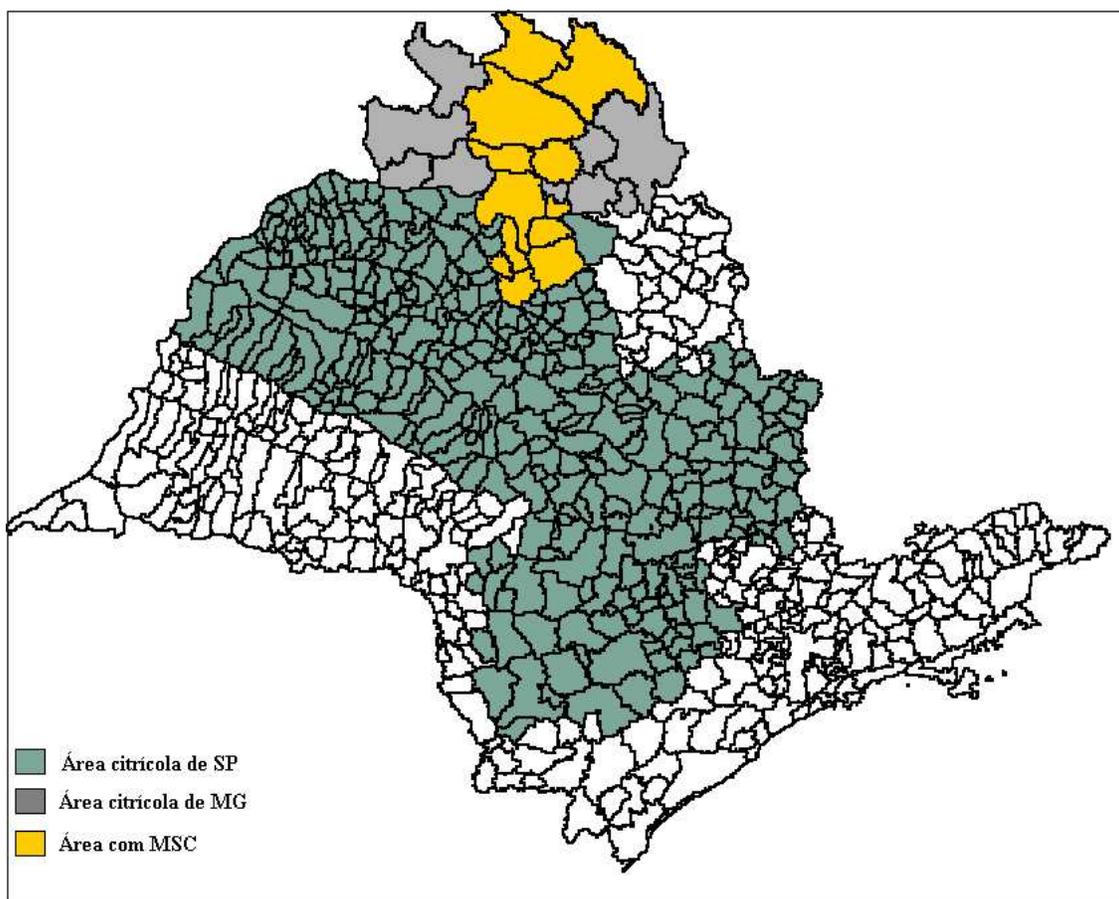


Figura 1.1: Áreas de ocorrência de MSC nos Estados de São Paulo e de Minas Gerais: primeira varredura realizada pelo Fundecitrus, de junho a setembro de 2002. (Fonte: Fundecitrus)

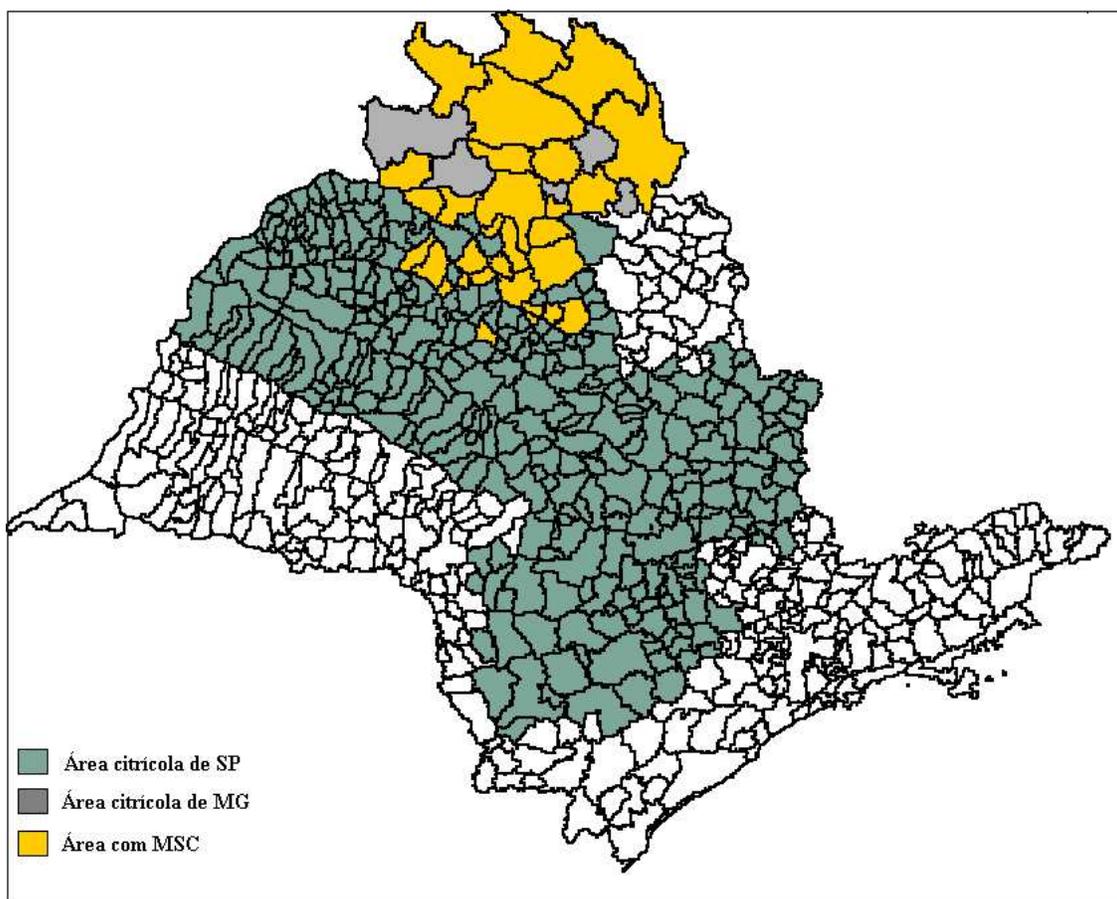


Figura 1.2: Áreas de ocorrência de MSC nos Estados de São Paulo e de Minas Gerais: segunda varredura realizada pelo Fundecitrus, de setembro a dezembro de 2003. (Fonte: Fundecitrus)

É prematuro tentar avaliar a velocidade de avanço da doença e para isso são necessários novos levantamentos ainda não concluídos. Entretanto, por sua capacidade de provocar definhamento e morte de plantas sobre limoeiros Cravo e Volkameriano, que representam aproximadamente 85% das 200 milhões de árvores do Estado de São Paulo, e de sua velocidade de progresso e disseminação, a MSC representa um grande risco e, portanto, tem causado muita preocupação ao setor citrícola.

O Fundecitrus e mais doze instituições de pesquisa brasileiras e estrangeiras estão desenvolvendo diversas frentes de pesquisa para descobrir as causas da doença, as formas de disseminação e medidas de controle. São mais de trinta pesquisadores, com investigações no campo e em laboratório.

1.3 O que é a Morte Súbita dos Citros?

A Morte Súbita dos Citros é uma doença de combinação copa/porta-enxerto, que pode levar à morte plantas sobre porta-enxertos intolerantes. Pesquisas mostram que os vasos do floema do porta-enxerto, que levam os produtos gerados na fotossíntese para as raízes, ficam bloqueados e degenerados. Sem alimento, as raízes apodrecem, a árvore definha e morre (Bassanezi et al. [2004]).

Até o momento, o diagnóstico de MSC é realizado com base nos sinais apresentados pelas plantas doentes, uma vez que ainda não existe um teste de diagnóstico que permita saber se a planta está com MSC antes que ela manifeste os sinais típicos dessa doença.

O período de incubação, isto é, o tempo entre a infecção e o aparecimento dos primeiros sinais da doença, é próximo a dois anos. Esta conclusão se deve ao fato dos sinais só terem sido observados em plantas com pelo menos vinte e dois meses de idade, em pomares localizados em propriedades bastante doentes.

O primeiro sinal da MSC é a perda generalizada do brilho das folhas, que ficam sem viço, de aspecto pálido. Pode ocorrer perda de turgidez das folhas, de intensidade variável. Conforme os sinais vão evoluindo, ocorre desfolha parcial da planta e, em estágio mais avançado, a desfolha quase total e morte da planta. Podem ocorrer falta de brotações novas e vigorosas, seca de ponteiros, colapso das plantas e retenção de frutos, principalmente em variedades

tardias (Bassanezi et al. [2003d]).(Figuras 1.3 a 1.5)



Figura 1.3: Coloração de verde pálida a amarela das folhas é o primeiro sinal visível ao produtor.
Fonte: Bassanezi et al. [2003d].



Figura 1.4: Árvores afetadas pela doença.



Figura 1.5: Planta com sinais da MSC ao lado de uma planta saudável. Fonte: Bassanezi et al. [2003d].

A Morte Súbita dos Citros provoca diminuição no tamanho, peso e quantidade de frutos. Esses frutos podem ser consumidos sem nenhum problema, pois não oferecem risco à saúde. Quando a planta morre, os frutos produzidos ficam presos à planta e não caem. Neste caso, já houve tempo para o florescimento, pegamento e maturação dos frutos antes do colapso súbito da planta (Figura 1.6). Este colapso parece estar associado ao não suprimento, pelo sistema radicular, da demanda de água exigida pela planta durante o fluxo de brotação e enchimento dos frutos (Gimenes-Fernandes e Bassanezi [2001]).

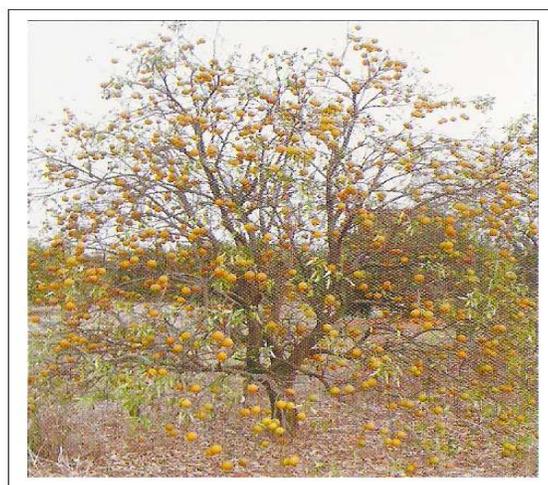


Figura 1.6: Colapso da planta e retenção dos frutos. Fonte: Bassanezi et al. [2004].

O sistema radicular apresenta grande quantidade de raízes mortas e podres, quase não apresenta radículas, que, quando presentes, estão localizadas próximas à base do tronco (Figura 1.7). A podridão das raízes sempre se inicia da extremidade para a base, próxima ao tronco. Plantas com a copa sem sinais da doença podem já apresentar alguma podridão inicial nas extremidades das raízes, indicando que os sinais da copa são decorrência da baixa eficiência do sistema radicular em absorver água e nutrientes (Gimenes-Fernandes e Bassanezi [2001]).



Figura 1.7: Morte de radículas e raízes. Fonte: Bassanezi et al. [2003d].

A cor amarela, tendendo para o alaranjado, que aparece na parte interna da casca do porta-enxerto, abaixo da zona de enxertia da região interna da casca do porta-enxerto é o sinal que permite o diagnóstico da MSC. Pode ser visível na superfície interna da casca ou após raspagem da mesma (Figura 1.8).

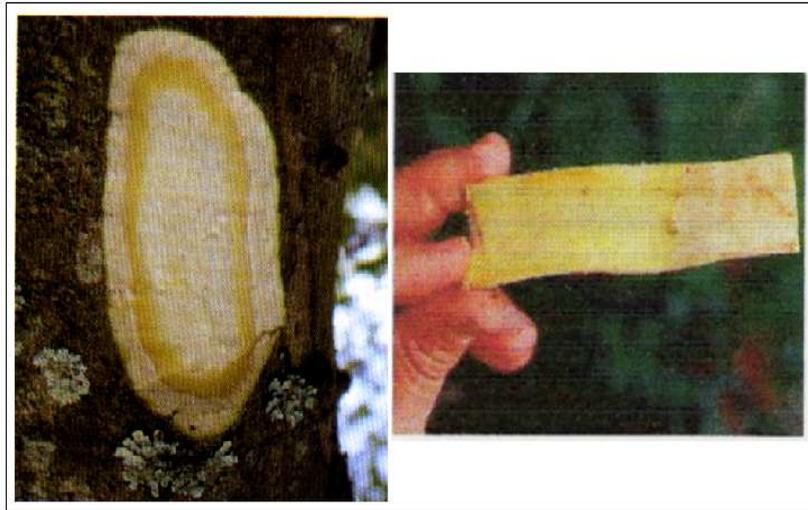


Figura 1.8: Detalhe da coloração amarela da parte interna da casca da árvore na parte do porta-enxerto. Fonte: Bassanezi et al. [2003d].

Do aparecimento dos primeiros sinais da doença até a morte da planta, o tempo é bastante variável e depende da idade da planta, da época do ano e da condição de carga de frutos. Esse tempo pode ser de poucas semanas, em plantas com bastante copa e grande carga de frutos, no início do período chuvoso, até vários meses, em plantas pouco enfolhadas e pouco carregadas. Normalmente, a velocidade de aparecimento de novas plantas com sinais da MSC é maior a partir do início da estação chuvosa e é reduzida no outono. Por exemplo, as variedades tardias (Valência e Natal) são afetadas mais severamente e podem morrer em dois meses. Nas variedades precoce e meia-estação (Pêra e Hamlin) a morte da planta pode demorar mais de seis meses. Essa rapidez com que as plantas morrem aponta para o caráter emergencial de se concentrar esforços contra essa doença.

Plantas de limoeiro Cravo originadas de sementes ou brotação do porta-enxerto, presentes em talhões totalmente tomados pela doença, mostram-se inicialmente vigorosas e saudáveis, sem nenhum sinal aparente de MSC. Isto indicaria que a nova doença afetaria apenas a combinação copa de laranjeira doce ou tangerineira sobre limoeiro Cravo e não afetaria o limoeiro Cravo ou a laranjeira doce em pé-franco ou em outra combinação copa/porta-enxerto (Gimenes-Fernandes et al. [2002]). Contudo, em março de 2003, plantas originadas da brotação do

porta-enxerto, após dois anos da remoção da copa, começaram a apresentar folhas com sinais de deficiência nutricional, coloração de verde pálida a amarela e raízes podres e mortas. A região interna da casca, próxima à região de inserção do ramo brotado com o tronco original, apresentou a coloração amarela típica de MSC na parte interna da casca, sugerindo que o porta-enxerto ainda continua sendo afetado pela doença mesmo na ausência de uma copa. Da mesma forma, em abril de 2003, em pé-francos resultantes de brotações do porta-enxerto após a morte da copa por causa desconhecida, diferente da MSC, localizados em propriedades citrícolas ou quintais nos municípios com incidência de MSC, foram observados sinais de amarelecimento da parte interna da casca do tronco, ramos e raízes, semelhantes aos de MSC. Isto pode significar que o agente causal da MSC tem capacidade de multiplicar-se e provocar sinais também na copa do limoeiro Cravo.



Figura 1.9: Talhão de laranjeira Valência sobre limoeiro Cravo com MSC (esquerda) ao lado de talhão de Valência sobre tangerineira Cleópatra sadio (direita). Fonte: Bassanezi et al. [2003d].

Apesar da Morte Súbita dos Citros atingir as plantas enxertadas sobre o limoeiro Cravo, é necessário que se testem todos os clones deste porta-enxerto em relação à doença antes de se condenar o seu uso, cujas características de rusticidade, resistência à seca e produtividade têm

sido a base da citricultura brasileira. A seleção de variantes do limoeiro Cravo com resistência ou tolerância à MSC não deve ser desconsiderada.



Figura 1.10: Talhão de laranjeira Valência sobre limoeiro Cravo destruído pela MSC, no qual duas linhas de Valência sobre tangerineira Cleópatra se mostram totalmente sadias. Fonte: Bassanezi et al. [2003d].

Sinais semelhantes aos de MSC observados em plantas enxertadas sobre limoeiro Cravo também foram observados, em junho de 2003, em talhões de laranjeiras Valência e Natal enxertadas sobre limoeiro Volkameriano de 3 e de 5 anos. Estas plantas apresentaram definhamento, perda de brilho das folhas e clorose das nervuras. A casca na região do porta-enxerto mostrou-se mais espessa e os tecidos internos da casca apresentaram amarelecimento. No sistema radicular foi observada a presença de poucas radículas e certa podridão das raízes. O estudo anatômico das cascas destas plantas e a distribuição espacial das mesmas indicam semelhanças ao observado para as plantas enxertadas em limoeiro Cravo com sinais de MSC. Nestes talhões ainda não foi observada a morte de plantas. Adicionalmente, os cavalinhos de limoeiro Volkameriano utilizados para subenxertia de plantas com sinais de Morte Súbita dos Citros mostram baixo desenvolvimento e a casca próxima à região da subenxertia apresenta a coloração amarela. Estas observações sugerem que plantas enxertadas em limoeiro

Volkameriano também podem ser suscetíveis à MSC.

Entretanto, talhões mais velhos em Volkameriano, com 12 a 13 anos, em propriedades localizadas em Frutal, Comendador Gomes e Colômbia, apesar de próximos a talhões enxertados sobre limoeiro Cravo contaminados, não apresentam sinais típicos da doença. Nestes, ocorre raramente o definhamento de plantas e a cor amarelada nos tecidos internos da casca, quando observada, é muito menos intensa quando comparada às plantas sobre limoeiro Cravo doentes.

Estudos para verificar a diversidade genética do porta-enxerto de limoeiro Volkameriano nestes talhões com e sem sinais semelhantes aos da MSC estão sendo realizados, pois talvez a presença de diferentes clones de Volkameriano possa explicar estas diferenças de comportamento. Além disso, investigações no sentido de descartar outras causas para este definhamento das plantas em limoeiro Volkameriano estão sendo conduzidas, juntamente com os testes de transmissão do agente causal da MSC para mudas enxertadas neste porta-enxertos.

Portanto, a Morte Súbita dos Citros já foi constatada nas variedades de laranjas Valência, Valência Americana, Pêra, Hamlin, Natal, Westin, Baia, Baianinha e Pineapple, de tangerinas Cravo e Ponkan e de tangelo Orlando enxertadas em limoeiro Cravo e laranja Natal e Valência, enxertadas em limoeiro Volkameriano. Em laranjeiras enxertadas sobre as tangerinas Cleópatra e Sunki ou citrumelo Swingle, a doença não se manifestou. Também não foi constatada em pés francos de limão Cravo.

Os estudos sobre a evolução da MSC no tempo e no espaço têm contribuído para o melhor conhecimento desta doença. Por meio destes estudos, foi possível verificar quando novas plantas com sinais vão surgindo nos talhões afetados e como elas se relacionam, umas em relação às outras, no espaço. Com base nos resultados destes estudos, foi possível inferir sobre a possível etiologia da doença e a participação de vetores na sua disseminação.

1.4 Agente causal

As evidências apontam para uma etiologia biótica (produzida por um patógeno), na medida em que ele afeta quase todas as combinações de copa com porta-enxerto limoeiros Cravo e Volkameriano. Outros porta-enxertos apresentam-se ainda como tolerantes ou resistentes ao

problema.

Até o momento o agente causal da MSC ainda não foi confirmado. As evidências mais prováveis indicam que pode ser um vírus. Essa hipótese baseia-se na evolução dos sinais (muito semelhante à Tristeza dos Citros) e no padrão de distribuição. Existe semelhança entre os sinais de MSC e aqueles de declínio rápido causados pelo vírus da tristeza, nas combinações de laranja doce enxertada sobre laranja Azeda.

Pesquisadores do Brasil e do exterior, das mais diversas especialidades e competências na cultura dos citros (Fitotecnia, Fertilidade de Solo, Nutrição e Adubação de Plantas, Entomologia, Fitopatologia, Micologia, Bacteriologia, Nematologia, Virologia, Epidemiologia de doenças de plantas, Biologia Molecular e Microscopia Eletrônica de Transmissão e Varredura), estiveram visitando os pomares afetados ou recebendo amostras de plantas com sinais da MSC. Com base na experiência, observação e análise de cada um dos pesquisadores, avanços foram e estão sendo feitos no sentido de excluir ou confirmar a participação de possíveis agentes como causadores desta doença. Recentemente, comprovou-se que a causa primária da MSC é de natureza biótica, pois a característica infecciosa do agente causal da MSC foi comprovada experimentalmente com a transmissão deste, de uma planta doente para outra sadia (Yamamoto et al. [2003]).

A transmissão da doença por borbulhas infectadas permite excluir como causa os fatores abióticos, pragas, nematóides e fungos de solo, restando a possibilidade de tratar-se de bactérias habitantes do xilema ou do floema, viróides ou vírus.

O fator ambiente não deve ser desconsiderado enquanto a doença não ocorrer em solos mais férteis e em regiões sem déficit hídrico. É possível que o clima e as condições de solo e manejo tenham importância na intensidade e velocidade de manifestação dos sinais de MSC, mas não é possível, de acordo com estas observações, considerá-los como causa primária da doença.

Em 2003, pesquisadores do Fundecitrus comprovaram, experimentalmente, que a Morte Súbita é uma doença transmissível e, portanto, causada por um agente infeccioso. Um experimento iniciado em março de 2002 no município mineiro de Comendador Gomes comprovou o surgimento dos sinais da doença em plantas sadias, depois delas terem recebido enxertia

de borbulhas retiradas de plantas infectadas. Essa comprovação significa que a MSC pode ser transmitida por mudas contaminadas e produzidas sem os cuidados que a Secretaria de Agricultura e Abastecimento do Estado de São Paulo exige. Essa é mais uma evidência em favor da hipótese de a Morte Súbita ser causada por um vírus. O experimento consistiu em enxertar, em mudas das variedades Natal e Pêra sobre porta-enxerto de limoeiro Cravo, borbulhas obtidas de três fontes:

- de plantas sadias da Estação Experimental de Citricultura de Bebedouro (SP), nesta época afastadas quilômetros da área afetada;
- de plantas de copa Natal sobre porta-enxerto Cleópatra da região onde surgiu a MSC, que não mostravam sinais porque a combinação Natal/Cleópatra é tolerante à doença;
- de plantas de copa Natal em porta-enxerto de Cravo da região afetada e com sinais da doença.

No início de maio de 2003, foram escolhidas quatro plantas que haviam recebido as borbulhas e mostravam sinais externos da MSC. Três das plantas de Pêra sobre Cravo, que haviam recebido borbulhas de Natal sobre Cleópatra, já tinham também os sinais internos, ou seja, amarelecimento dos tecidos internos da casca do porta-enxerto. Todas tinham recebido borbulhas de plantas da região afetada. Com isso, comprovou-se a natureza infecciosa da Morte Súbita dos Citros e que mudas sobre porta-enxertos tolerantes, apesar de não apresentarem sinais, podem estar infectadas e, portanto, espalhar essa doença.

Pelo quadro sintomatológico da MSC, resultante de alterações no sistema vascular das plantas, as buscas por bactérias e fotoplasmas que habitam e colonizam os vasos da planta, foram realizadas intensamente, em diferentes laboratórios do Brasil e do exterior, mas não constatarem a presença destes organismos em tecidos da casca do tronco e raízes de plantas doentes (Bassanezi et al. [2003d]). Outras características também excluem estes organismos como agentes causais da Morte Súbita dos Citros:

1. As partículas destes organismos geralmente não se distribuem uniformemente pela planta

- e ficam mais localizadas em determinados ramos, pois apresentam movimentação bastante lenta dentro da planta, o que causa o aparecimento setorizado de sinais no ramo infectado, o que não ocorre para a MSC, em que o sintoma na copa é generalizado;
2. Geralmente, eles são transmitidos por cigarrilhas e psílídeos, com eficiência de transmissão bem baixa: menos de 1% dos insetos infectivos. Estes vetores, que vivem na planta de citros, alimentam-se do floema e xilema e disseminam a doença bem mais lentamente do que se apresenta para a MSC;
 3. A sintomatologia nos frutos e folhas também é diferente dos sinais observados nestes órgãos em plantas com MSC.

Outra hipótese levantada é que a MSC fosse causada por viróides. Os viróides são moléculas sem capsídeo e colonizam o floema das plantas infectadas. Apesar da sintomatologia da MSC ser distinta da observada para doenças causadas por viróides (por exemplo exocorte, xiloporose), foram realizados testes para detecção destes organismos em amostras de plantas com sinais de MSC. Em todas as amostras, a presença de viróides foi negativa. Além disso, a distribuição das plantas sintomáticas no pomar sugere a presença de um vetor eficiente envolvido na disseminação da Morte Súbita dos Citros (Bassanezi et al. [2003b], Bassanezi et al. [2003c]), o que não se conhece para viróides, que são transmitidos somente por borbulhas e ferramentas infectadas (Müller et al. [2002]).

Excluídos fatores abióticos, pragas, nematóides, fungos, bactérias habitantes do xilema e do floema como possíveis agentes causais da MSC, as pesquisas voltam-se para os vírus. Desta forma, a Morte Súbita poderia ser causada por:

1. um vírus;
2. um novo vírus com comportamento similar ao CTV (*Citrus tristeza virus - Closteroviridae*);
3. um novo RNA satélite ou RNA defectivo de CTV que modificasse a expressão de sinais, afetando a combinação de laranjeira doce sobre limoeiro Cravo, antes tolerante;

4. um nova variante de seqüência de CTV com vantagens replicativas sobre as já existentes, que seria patogênica a esta combinação.

Pesquisadores da Allelyx Genomics, empresa de biotecnologia ligada ao grupo Votorantim, descobriram dois insetos conhecidos como pulgões que transmitem vírus que eles acreditam ser o responsável pela MSC (FAPESP [2004]). Uma equipe da Allelyx realizou experimentos em estufas do Fundecitrus e, neles os pulgões *Aphis spiraecola* (pulgão verde) e *Aphis gossypii* (pulgão cinza) infectaram micromudas e laranjeiras com o *Citrus Sudden Death Virus* (CSDV) ou Vírus da Morte Súbita dos Citros, um vírus até então desconhecido, da família *Tymoviridae*. Essa empresa apresentou em outubro de 2003 esse vírus como o possível agente causador da MSC e pediu a patente sobre o uso de suas seqüências genéticas nos Estados Unidos.

Os pesquisadores verificaram que o *Toxoptera citricidus* (pulgão preto), assim como os outros dois, pode carregar o CSDV, mas os testes feitos até agora não indicaram que esse pulgão seja igualmente capaz de transmitir o microrganismo.

Nos últimos meses a equipe da Allelyx tem mostrado uma relação direta entre a doença e esse vírus, encontrado apenas em árvores de regiões atingidas pela MSC. Por enquanto, considera-se a possibilidade do CSDV atuar em conjunto com o vírus responsável pela Tristeza dos Citros.

Uma das evidências que indicam a forte possibilidade do novo vírus ser o agente desencadeador da doença é um experimento feito com 110 pés de laranja, 53 com Morte Súbita e 57 sadios. No final do estudo, os pesquisadores da Allelyx constataram que cerca de 90% das árvores que apresentavam sinais da doença tinham o CSDV e 90% das plantas saudáveis não apresentavam o CSDV. Outro indicador da possível patogenicidade do recém-descoberto microrganismo deve-se ao fato de que os demais vírus da Família *Tymoviridae* atacam vegetais (milho, grama, aveia e uva). Por exemplo, no caso da uva, um desses vírus causa um problema nas raízes da planta, com certa semelhança à Morte Súbita dos Citros. Nada disso, no entanto, serve de prova definitiva de que o CSDV é a causa da doença. É preciso injetar o novo vírus em plantas sadias e ver se elas desenvolvem a doença. Esta tarefa já foi realizada e é necessário aguardar os resultados; e só aí teremos certeza absoluta de que ele é o causador da MSC.

Além de terem descoberto o CSDV, os pesquisadores da Allelyx também encontraram oito

mutações de um outro tipo de vírus, o da Tristeza ds Citros, que podem estar relacionadas com a ocorrência da Morte Súbita. Alguns pesquisadores acreditam que alterações no material genético do vírus da tristeza possam ser a causa da MSC. Essa era a principal hipótese que circulava entre os técnicos, antes de entrar nessa história o CSDV. A Allelyx ainda não descarta totalmente a possibilidade de alguma forma do Vírus da Tristeza estar associada à Morte Súbita dos Citros. Entretanto suas evidências nesse sentido são mais frágeis do que as que sustentam a tese de que o novo vírus, o CSDV, é o agente da MSC. De qualquer forma, na dúvida, a empresa também pediu uma patente sobre o uso das oito mutações descobertas no Vírus da Tristeza para o desenvolvimento de formas de diagnóstico, prevenção e tratamento da Morte Súbita dos Citros.

Por todas as razões descritas acima e por acreditarmos que a confirmação dos pulgões como responsáveis pela transmissão da Morte Súbita dos Citros é só uma questão de tempo, trabalhamos com essa hipótese para o desenvolvimento deste trabalho.

Os pulgões são insetos de corpo mole e sem asas, encontrados às dezenas sugando a seiva das árvores e podem adquirir o vírus em poucos minutos de sugamento numa planta infectada e transmiti-lo a plantas sadias também em poucos minutos de alimentação. Por outro lado, em 24-48 horas eles perdem essa habilidade de transmitir, após deixar a planta infectada. Partículas de vírus se acumulam nas células do floema causando efeitos que impedem o movimento de carboidratos da copa para as raízes. Com isso, o declínio é rápido e letal.

Portanto, atualmente, acredita-se que a Morte Súbita seria causada por um vírus extremamente agressivo aos limoeiros Cravo e Volkameriano, independente da variedade da copa e das condições edafo-climática; esse vírus teria um vetor altamente eficiente.

1.5 Medidas de contenção da Morte Súbita dos Citros nos dias atuais

Em função do recente surgimento da doença e do longo ciclo vegetativo dos citros, ainda não existe um pacote tecnológico efetivo para controle da MSC. Entretanto, estratégias de controle já estão em andamento.

Ações de defesa agropecuária visam evitar a propagação da doença para outros municípios

onde ela ainda não foi constatada. Com a publicação de normas de abrangência nacional, outros Estados deverão também se adequar ao controle de viveiros e trânsito de material, reduzindo assim a pressão e a dispersão de inóculo, importante fator no controle de qualquer praga ou doença:

- Publicação de Instrução Normativa Federal que trata da MSC.
- Proibição de saída de mudas, borbulhas, porta-enxertos e quaisquer outros tipos de material de propagação dos municípios onde foi constatada presença da MSC, exceção feita ao material produzido em ambiente protegido com tela anti-afídica.
- Os Estados que não produzam mudas em ambiente protegido por telas anti-afídicas ficam proibidos de exportarem mudas aos demais Estados.
- Atualização sistemática da lista dos municípios onde a doença se encontra.

A subenxertia tem sido a solução ambiental imediata. A subenxertia é uma operação de substituição do porta-enxerto de espécie intolerante por outro tolerante, que se pode praticar com relativa facilidade nas plantas cítricas, porém a alto custo, visando salvar plantas valiosas e mesmo pomares inteiros quando o porta-enxerto é danificado mecanicamente ou atacado por certas doenças, como é o caso da Morte Súbita dos Citros. Com ela, substitui-se a variedade do porta-enxerto doente por outro tolerante (Stuchi e Silva [2004]). Esta técnica cria um novo sistema radicular para alimentar a planta doente.

A escolha da variedade de porta-enxerto deve ser baseada na localização da propriedade, na capacidade de irrigação, na variedade em que será feita a subenxertia, na ocorrência de outras doenças e na disponibilidade do porta-enxerto.

Em Bassanezi et al. [2004], encontramos passo a passo como se dá a técnica da subenxertia.



Figura 1.11: Subnóxia. Fonte: Bassanezi et al. [2004]

Em 1958, foram relatados alguns casos do uso de subnóxia para o controle da exocorte e aproximadamente 75000 plantas foram subnóxiadas. Só na fazenda Cambuí, em Matão/SP, foram subnóxiadas, com porta-enxerto Caipira, 50000 plantas entre 1954 e 1955.

Pesquisadores do Fundecitrus têm observado que a prática da subnóxia leva à remissão dos sinais na copa e recuperação da planta novas (até 5-6 anos) com sinais da MSC. Entretanto, em plantas mais idosas este método de controle não apresenta vantagem, porque a diferença de diâmetro das hastes das plantas torna muito demorado o processo de recuperação. A subnóxia vale a pena em pomares com menos de 10 anos. Quanto mais nova a planta, maior é o seu efeito.

Estudou-se a subnóxia em dois trabalhos realizados em duas localidades da Espanha, entre 1982 e 1994. Os resultados obtidos mostraram que não houve recuperação, pela subnóxia, de pomares adultos, entre 18 e 25 anos, afetados pelo vírus da Tristeza dos Citros (Stuchi e Silva [2004]).

Atualmente, em São Paulo, pesquisadores do Fundecitrus sugerem que, em plantas com até 2 a 3 anos de idade, pode ser utilizado um cavalinho e, em plantas com idades superiores, devem ser empregados pelo menos dois porta-enxertos. Mas, em idades superiores a 8 ou 10 anos, o ideal é o uso de três a quatro porta-enxertos por árvore.

Segundo informações de subenxertia, o rendimento médio é de 100 plantas subenxertadas por homem, por dia. Estima-se o custo total da operação em 1 dólar americano (US\$ 1,00) por planta original subenxertada.

O melhor período é nas chuvas, entre os meses de setembro e março.

No caso de pragas, normalmente se faz uso de defensivos agrícolas para eliminá-las. O seu emprego, contudo, deveria levar em conta que, ao lado da praga, há sempre os agentes de controle biológico natural, e que, por falta de conhecimento da sua existência e de suas características, é muitas vezes ignorado.

Neste trabalho estudamos a relação de pulgões com seus inimigos naturais e analisamos o uso de defensivos agrícolas com o objetivo de controle químico da praga.

1.6 Resumo

Nesse capítulo apresentamos um histórico da Morte Súbita dos Citros desde o surgimento dos primeiros relatos da doença até os dias atuais, formas de disseminação, possível agente causal, medidas de contenção da doença e sua importância para o cenário econômico nacional.

No próximo capítulo, introduziremos ferramentas necessárias ao desenvolvimento do trabalho.

Capítulo 2

Modelo de Simulação por Autômatos Celulares e Conceitos Básicos da Teoria dos Conjuntos Fuzzy

A Modelagem Matemática é uma nova direção científica que usa amplamente a Matemática e a Computação Científica e está orientada ao aproveitamento de métodos matemáticos avançados, na busca de soluções para problemas atuais nas áreas de Matemática, Física, Engenharias, Ciências Agrárias, Ecologia, Saúde, entre outras. A Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos, resolvê-los e interpretar suas soluções na linguagem do mundo real (Bassanezi [2002]).

Modelos matemáticos têm sido bastante usados para o estudo de problemas agrícolas pois, com o uso de ferramentas de simulação, o sistema meio ambiente-praga-predador pode ser melhor compreendido. Isto permite que o pesquisador possa ter uma visão geral do sistema e possa posicionar-se como um “experimentador” do sistema real, operando somente com o modelo, permite uma economia de prejuízos materiais e tempo, quando comparado a experimentos reais. Além disso, pesquisadores da área podem fazer uso de modelos para auxiliar o delineamento de experimentos no campo, através da indicação dos parâmetros a serem observados.

A utilização de modelos matemáticos em problemas de controle biológico de pragas permite uma avaliação qualitativa e quantitativa da interação entre as populações de uma praga

e de seus inimigos naturais. No caso específico de um sistema presa-predador, um inimigo natural da praga pode levar o sistema a estabilidade num patamar que não cause tanto prejuízo econômico à produção agrícola. A matemática é útil, neste caso, pela possibilidade da determinação da região dos parâmetros na qual o sistema é estável.

A modelagem matemática, sempre que utiliza sistemas de equações determinísticas, está sujeita à perda de algumas informações, inerentes aos fenômenos, que pode ser causada pela natureza das variáveis de estado envolvidas ou através dos parâmetros das equações - coeficientes ou condição inicial. Nesses modelos, a identificação dos parâmetros é usualmente baseada em métodos estatísticos, partindo de dados experimentalmente obtidos da escolha de algum método adequado para sua identificação (Mizukoshi et al. [2004]). Nas últimas décadas outras teorias têm surgido, dentre elas a Teoria dos Conjuntos Fuzzy, para modelar matematicamente fenômenos reais, e que levam em conta detalhes relevantes e respeitam as especificidades de cada situação.

Neste capítulo apresentaremos alguns conceitos básicos da Teoria dos Conjuntos Fuzzy.

Devido ao seu grande potencial de aplicabilidade e caráter de interdisciplinaridade, a teoria dos conjuntos fuzzy pode facilitar o trabalho do modelador e de um especialista da área e possivelmente acrescentar ‘novas’ informações, facilitando a análise e compreensão de algumas situações reais (Jafelice et al. [2003]). Esse é o caso do estudo de doenças como a Morte Súbita dos Citros, em que se têm apenas informações parciais, dadas lingüisticamente.

Uma vantagem de se usar Teoria dos Conjuntos Fuzzy está na capacidade de representar e manipular informação e conhecimento expressos numa linguagem natural. Essa capacidade proporciona mais flexibilidade e realismo aos sistemas dinâmicos.

2.1 Simulação numérica

A evolução da informática nos últimos anos tornou o computador um importante aliado da simulação de modelos. A simulação por computador é usada nas mais diversas áreas. Isso é possível pois o computador é alimentado com as propriedades e características do fenômeno modelado por meio de parâmetros, criando um ambiente “virtual”, que é usado para testar os modelos propostos.

A simulação de processos permite que se faça uma análise do sistema em questão e, podemos dizer que trata-se de um estudo de baixo custo, visto que todo o trabalho de implementação é testado no computador, permitindo ainda o teste de inúmeros cenários e alternativas de solução para o sistema em estudo.

A utilização de simuladores numéricos requer a execução de uma seqüência de etapas (Cunha [2000]), descritas a seguir:

- equacionar o fenômeno que se pretende estudar, ou seja, decidir quais as variáveis relevantes e como elas se relacionam. Nesta etapa, algumas simplificações já são incluídas;
- obter soluções das equações analiticamente, caso seja possível, ou numericamente;
- no caso de solução numérica, é necessário escolher o método adequado e daí sua implementação, para que tenhamos resultados palpáveis.
- validação do modelo.

Neste trabalho utilizamos o pacote Matlab como ferramenta auxiliar nas simulações numéricas, nos cálculos, na comparação de resultados e em gráficos. Esta escolha deve-se a sua comprovada utilização na Matemática Aplicada.

Matlab é um sistema interativo cujo elemento de dados básicos é uma matriz que não requer dimensionamento. Isto permite solucionar muitos problemas computacionais, principalmente os que envolvem formulações matriciais e/ou vetoriais.

Matlab é tanto um ambiente quanto uma linguagem de programação, e um de seus aspectos mais poderosos é o fato de que a linguagem Matlab permite construir suas próprias ferramentas reutilizáveis. Pode-se facilmente criar funções próprias e programas especiais (conhecidos como arquivos M) em linguagem Matlab. À medida que se escrevem mais e mais funções Matlab para lidar com certos problemas, naturalmente se é levado a agrupar, por conveniência, funções relacionadas entre si em diretórios especiais. Isso nos introduz o conceito da *Toolbox*: uma coleção de arquivos M para tratar classes especiais de problema (Hanselman e Littlefield [1999]). Dentre os *toolboxes* destacamos o uso do *Fuzzy Logic Toolbox*, que usaremos na composição dos nossos sistemas baseados em regras fuzzy.

No ambiente *Fuzzy Logic Toolbox* podemos construir as funções de pertinência para um número aleatório de variáveis, escolher o método de inferência, os conectivos lógicos, o método de defuzzificação e inserir as regras fuzzy que representem a função matemática representativa do modelo a ser estudado, gerando a solução do sistema. Com isso não é necessário dispendir tempo com contas, o que se reverte a nosso favor.

Acreditamos que simulações numéricas nos permitem antever situações em que cenários definidos a priori e resultados são simulados, criando assim um manual de possibilidades. Neste trabalho, buscamos um estudo de caso efetivo, em que se prevê o movimento, a posição futura e a dispersão da Morte Súbita dos Citros no espaço e no tempo, e também na interação presa-predador, para simular trajetórias e depois estimar parâmetros dos modelos analíticos dados por equações.

Dentre os modelos de simulação destacamos os Autômatos Celulares, que serão amplamente utilizados no desenvolvimento deste trabalho de pesquisa.

2.2 Autômatos Celulares

Os Autômatos Celulares (AC) foram introduzidos nos anos 50 pelo matemático John von Neumann, levando em conta sugestões de Stanislaw Ulam, numa tentativa de modelar processos naturais de auto-reprodução. Von Neumann estava interessado nas conexões entre Biologia e a então nova ciência dos dispositivos computacionais chamada de *Teoria dos Autômatos*. De acordo com Aguiar et al. [1999], predominavam a idéia do fenômeno biológico da auto-reprodução, ou seja, “que tipo de organização lógica é suficiente para um autômato ser capaz de reproduzir a si mesmo?”.

Von Neumann acreditava que uma teoria geral de computação em *redes complexas de autômatos*, como autômatos celulares, seria essencial para o entendimento de sistemas complexos da natureza e também, para o desenvolvimento de sistemas artificiais complexos. O detalhamento da solução que Von Neumann deu à questão foi apresentada no seu livro *Theory of Self-Reproducing Automata* (Neumann [1966]). O manuscrito estava incompleto na época de sua morte (1957) e foi editado e completado por Arthur Walter Burks.

Os autômatos celulares são modelos matemáticos de sistemas naturais compostos por um

grande número de elementos que interagem entre si através de regras bem determinadas. Eles são constituídos de uma malha, ou reticulado, de células (do inglês, *site*) idênticas e discretas, onde a cada célula é atribuído um valor sobre um conjunto finito, por exemplo de valores inteiros.

Os autômatos celulares consistem de simulações discretas no tempo, espaço e no estado do sistema. A idéia básica destes modelos é considerar cada posição (ou região) do domínio espacial como sendo uma célula, à qual é atribuído um estado. O estado de cada célula é modificado de acordo com o seu estado e o de suas vizinhas na etapa de tempo anterior, através de uma série de regras simples que tentam imitar as leis físicas ou biológicas, no nosso caso, que regem o sistema (Ermentrout e Edelstein-Keshet [1993]). O conjunto de regras de transição, que determinam a evolução do estado de um autômato num dado instante de tempo, depende do número de autômatos de uma vizinhança pré-estabelecida (e dos estados dos mesmos) no instante precedente.

Segundo Wolfram [1994], os autômatos celulares podem ser considerados como idealizações discretas das equações diferenciais parciais freqüentemente utilizadas para descrever sistemas naturais.

A principal característica dos AC é a facilidade com que podem ser implementados em virtude da simplicidade de sua formulação e o surpreendente retorno visual capaz de sugerir equilíbrios, órbitas, padrões complexos e estruturas organizadas como formações de ondas, entre outras. Apesar da simplicidade das regras de transição de estado, os autômatos celulares podem fornecer muitas informações sobre a dinâmica temporal e espacial de sistemas biológicos, o que faz deste tipo de modelo uma alternativa importante na descrição de processos espaciais acoplados a interações locais (Mistro [1998]).

O objetivo final dos modelos AC é uma descrição do comportamento macroscópico do fenômeno e não uma descrição exata e fiel do processo microscópico. Não são, em geral, instrumentos de previsão, devendo ser abordados como um meio de experimentação. Os AC são vistos não como substitutos dos modelos matemáticos tradicionais, mas como um primeiro passo na formulação destes modelos. Os resultados obtidos através da simulação via autômatos celulares podem confirmar hipóteses para a posterior formulação de um modelo matemático

(Peixoto e Barros [2004]).

Há uma grande variedade de modelos disponíveis e de representação de fenômenos, podendo ser unidimensionais ou bidimensionais. Os ingredientes básicos para a formulação de um modelo de autômatos celulares:

1. um conjunto de estados;
2. regras de transição de estado e
3. uma vizinhança.

O estado do sistema é composto de um conjunto finito de valores dos possíveis estados individuais de cada célula. A cada valor dos estados também pode ser associada uma cor e, desse modo, a visualização do sistema varia, produzindo resultados notáveis do ponto de vista qualitativo.

As regras de transição podem ser determinísticas ou probabilísticas, regras lógicas ou de soma.

Como o estado de cada célula é influenciado pelo estado de suas vizinhas, devemos estabelecer a vizinhança de cada célula. A Figura 2.1 mostra dois exemplos de vizinhança bastante utilizados para redes bidimensionais.

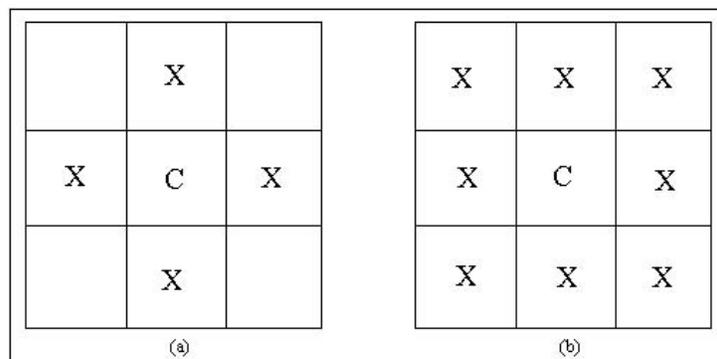


Figura 2.1: Exemplo de tipos de vizinhança. A letra C está representando a célula escolhida e X a sua vizinhança. Em (a) temos a vizinhança de von Neumann e em (b) a de Moore. As duas são ditas ser de raio 1.

Por ser um sistema dinâmico discreto, que evolui a partir de interações pré-determinadas, os autômatos celulares são uma ferramenta poderosa no estudo de sistemas que apresentam fenômenos coletivos bem caracterizados, como ordenamento de fases, caos, quebra de simetria e turbulência. Os autômatos celulares apresentam formações de padrões espaciais e temporais, e têm sido utilizados com sucesso na simulação de sistemas biológicos (processos de reprodução), fenômenos físicos (difusão), sistemas sociais (formação de comunidades) e problemas de adaptação e otimização em geral (Ferreira [2001]).

Um dos modelos de autômatos celulares mais populares é o *jogo da vida*, proposto pelo matemático John Conway em 1970. Neste modelo, autômatos celulares descritos por variáveis binárias representam organismos que podem estar vivos ou mortos. As regras de transição dos estados são inspiradas nas interações entre bactérias numa colônia e, dependendo da vizinhança local dos elementos, descrevem ora a morte rápida dos mecanismos, devido à competição por alimentos, ora o crescimento dos mesmos devido à reprodução. A oposição destes dois mecanismos ao longo do tempo leva à emergência de estruturas complexas auto-organizadas.

Neste trabalho utilizamos um modelo de autômatos celulares para estudar o avanço da Morte Súbita dos Citros e para simular a dispersão de pulgões e joaninhas em um talhão de citros.

Nas simulações, o parâmetro que determina o espalhamento da doença e o modelo presa-predador que elaboramos, são modelados a partir de um sistema baseado em regras fuzzy. Por isso, na próxima seção deste capítulo apresentamos alguns conceitos básicos e necessários para a compreensão e desenvolvimento deste trabalho de pesquisa.

2.3 Teoria dos Conjuntos Fuzzy

O marco inicial da teoria fuzzy foi o artigo publicado em 1965, pelo matemático Lotfi Asker Zadeh, professor no Departamento de Engenharia Elétrica e Ciências da Computação da Universidade da Califórnia, em Berkeley. Sua principal intenção era dar um tratamento matemático a certos termos lingüísticos subjetivos. Esse seria o primeiro passo no sentido de se programar e armazenar conceitos vagos em computadores, tornando possível a produção

de cálculos com informações imprecisas. A idéia de Zadeh foi flexibilizar a pertinência de elementos aos conjuntos, criando a noção de grau de pertinência. Um elemento poderia pertencer parcialmente a um dado conjunto. Para modelar matematicamente o tal “conjunto”, Zadeh propôs o conceito de conjunto fuzzy a partir de uma função de pertinência que indica o quanto um elemento faz parte do conjunto fuzzy.

2.3.1 Conjuntos fuzzy

Nos conjuntos clássicos, sabemos dizer se um dado elemento pertence ou não a um conjunto, ou seja, dado um conjunto A e um elemento x , dizemos que $x \in A$ ou que $x \notin A$. Por exemplo, seja A o conjunto dos números pares. Então sabemos que $2 \in A$ e que $1 \notin A$. Porém, em alguns casos, esta relação de pertinência não é muito clara. Por exemplo, seja B o conjunto dos números próximos de 0. Podemos dizer que 0,1 e 1 pertencem a B ? Esta resposta é incerta, pois não sabemos até que ponto podemos dizer objetivamente que um número está ou não próximo de zero. Porém podemos associar aos números 0,1 e 1, graus de pertinência compatíveis com o conceito que caracteriza o conjunto (Barros [1992]). Como por exemplo, a Figura 2.2 representa um conjunto fuzzy “próximo de zero”.

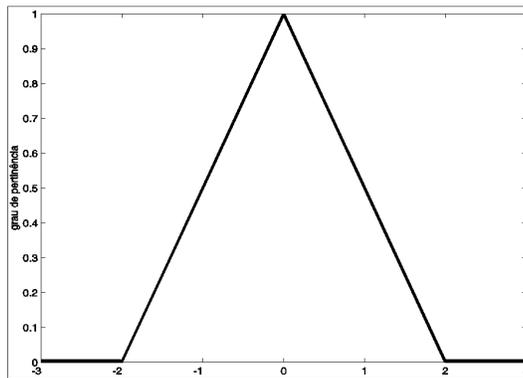


Figura 2.2: Representação do conjunto fuzzy “próximo de zero”.

Para obter a formulação matemática de um conjunto fuzzy, Zadeh baseou-se no fato de que qualquer conjunto clássico pode ser caracterizado por sua função característica. Seja U um conjunto e A um subconjunto de U . A função característica de A é dada por

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in A \\ 0, & \text{se } x \notin A. \end{cases}$$

Podemos notar que o objetivo da função característica de um subconjunto $A \subseteq U$ é indicar se um elemento $x \in U$ pertence ou não a A , dependendo de sua imagem em $\{0, 1\}$. Assim, a função característica descreve completamente o conjunto A , uma vez que indica quais elementos do conjunto U são elementos de A (Bando [2002]).

Permitindo uma espécie de “relaxamento” no conjunto imagem da função característica de um conjunto foi que Zadeh formulou matematicamente um subconjunto fuzzy (Zadeh [1965]).

Seja U um conjunto (clássico) universo.

Definição 2.3.1. *Um subconjunto fuzzy F de U é caracterizado por uma função $\mu : U \rightarrow [0, 1]$, chamada função de pertinência do conjunto fuzzy F .*

O valor $\mu(x) \in [0, 1]$ indica o grau com que o elemento x de U está no conjunto fuzzy F , com $\mu(x) = 0$ e $\mu(x) = 1$ indicando, respectivamente, a não pertinência e a pertinência completa de x ao conjunto fuzzy F . Formalmente, a definição de subconjunto fuzzy foi obtida simplesmente ampliando-se o contra-domínio da função característica, que é o conjunto $\{0, 1\}$, para o intervalo $[0, 1]$. Neste sentido, podemos dizer que um conjunto clássico é um caso particular de um conjunto fuzzy (Barros e Bassanezi [2001]).

A escolha de qual função deve ser adotada para representar um conjunto fuzzy depende de fatores que estão relacionados com o contexto do problema a ser estudado.

Voltando ao nosso exemplo, podemos representar o mesmo conjunto em torno de zero por outra função dada pela Figura 2.3.

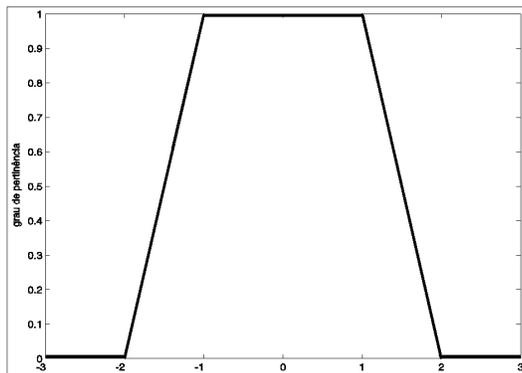


Figura 2.3: Representação do conjunto fuzzy “próximo de zero”.

Do ponto de vista apenas da teoria fuzzy, qualquer uma das funções de pertinência acima podem representar o nosso conjunto fuzzy A . Porém, o que deve ser notado é que cada uma destas funções produzem conjuntos fuzzy distintos.

Funções de pertinência fuzzy representam os aspectos fundamentais de todas as ações teóricas e práticas de sistemas fuzzy. Uma função de pertinência é uma função numérica gráfica ou tabulada que atribui valores de pertinência fuzzy para valores de uma variável em seu conjunto universo. É preciso lembrar que o universo de uma variável representa o intervalo numérico de todos os possíveis valores reais que uma variável específica pode assumir.

2.3.2 Operações entre conjuntos fuzzy

Sejam A e B dois subconjuntos fuzzy de U , com funções de pertinência indicadas por μ_A e μ_B , respectivamente.

Dizemos que A é subconjunto fuzzy de B , e escrevemos $A \subset B$, se $A(x) \leq B(x)$ para todo $x \in U$.

Note que o conjunto vazio (\emptyset) tem função de pertinência $\emptyset(x) = 0$ enquanto o conjunto universo (U) tem função de pertinência $U(x) = 1$ para todo $x \in U$. Assim, podemos dizer que $\emptyset \subset A$ e que $A \subset U$ para todo A .

Definição 2.3.2. *Sejam A e B conjuntos fuzzy. As funções de pertinência que representam*

os conjuntos fuzzy união, intersecção e complementar de conjuntos fuzzy são dadas por

$$(\mu_{A \cup B})(x) = \max_{x \in U} \{\mu_A(x), \mu_B(x)\} = \mu_A(x) \vee \mu_B(x).$$

$$(\mu_{A \cap B})(x) = \min_{x \in U} \{\mu_A(x), \mu_B(x)\} = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x).$$

$$\mu_{A'}(x) = 1 - \mu_A(x), \quad x \in U$$

respectivamente.

Particularmente, se A e B forem conjuntos clássicos, então as funções características das respectivas operações acima definidas satisfazem estas igualdades, mostrando a coerência destas definições. Por exemplo, se A é um subconjunto (clássico) de U , então a função característica de seu complementar é tal que $A'(x) = 0$ se $A(x) = 1$ (isto é, $x \in A$) e $A'(x) = 1$ se $A(x) = 0$ (isto é, $x \notin A$). Neste caso, ou $x \in A$ ou $x \notin A$. Na teoria fuzzy não temos necessariamente essa dicotomia, nem sempre é verdade que $A \cap A' = \emptyset$, assim como não é verdade que $A \cup A' = U$.

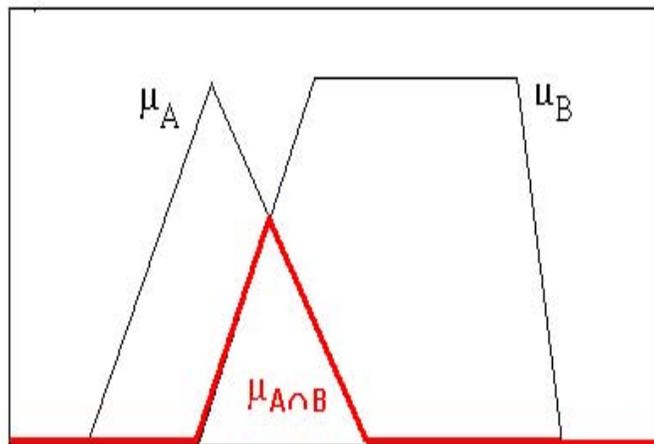


Figura 2.4: Intersecção de dois conjuntos fuzzy.

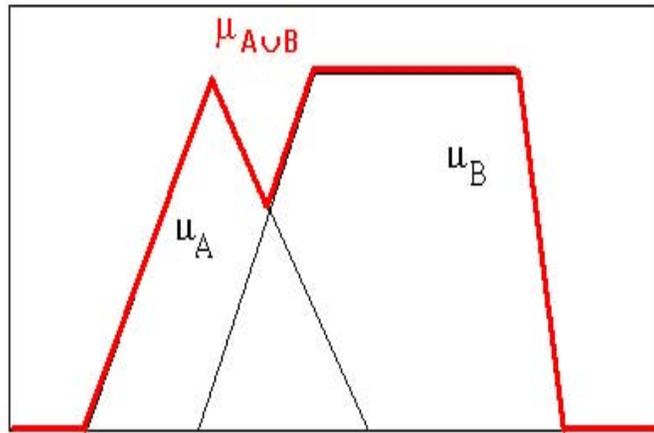


Figura 2.5: União de dois conjuntos fuzzy.

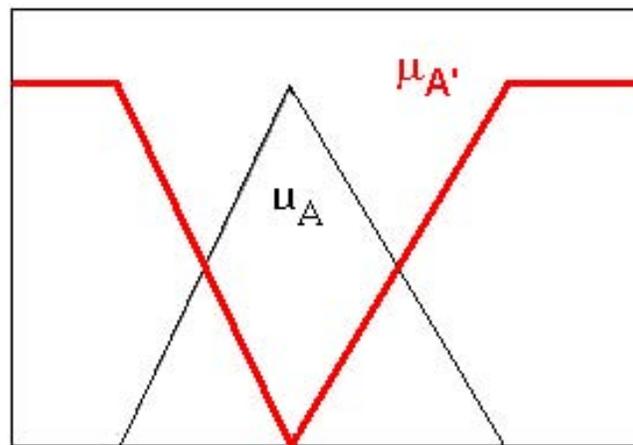


Figura 2.6: Complemento fuzzy.

2.3.3 Número fuzzy

Assim como no caso clássico, aqui também temos o objetivo de fazer “contas”. A diferença é que aqui pretendemos calcular quantidades imprecisas. Por exemplo, todos nós somos unânimes em dizer que o dobro de uma quantidade “em torno de 5” resulta em outra “em torno de 10”. Para isto, “criaremos” objetos que generalizam os números reais. Tais objetos são chamados de *números fuzzy* (Klir e Yuan [1995]).

Para definir um número fuzzy, precisamos introduzir o conceito de α -nível de um conjunto fuzzy A .

Definição 2.3.3. *Sejam A um conjunto fuzzy e $\alpha \in [0, 1]$. Definimos como α -nível de A o conjunto*

$$[A]^\alpha = \{x \in U : \mu_A(x) \geq \alpha\}.$$

Definição 2.3.4. *Seja A um conjunto fuzzy. Suporte de A , $\text{supp}A$, são todos os elementos de U que têm grau de pertinência diferente de zero em A , ou seja,*

$$\text{supp}A = [A]^0 = \{x \in U : \mu_A(x) > 0\}.$$

Definição 2.3.5. *Um conjunto fuzzy A é chamado de número fuzzy quando o conjunto universo, onde A está definido, é o conjunto dos números reais ($\mu_A(x) : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$) e satisfaz às condições*

1. $[A]^\alpha \neq \emptyset, \quad \forall \alpha \in [0, 1]$;
2. $[A]^\alpha$ é um intervalo fechado, $\quad \forall \alpha \in [0, 1]$;
3. O suporte de A é limitado.

Observe que, com a definição acima, todo número real r é um caso particular de número fuzzy, cuja função de pertinência é sua função característica:

$$\chi_{\{r\}}(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x = r \\ 0, & \text{se } x \neq r \end{cases}$$

Os números fuzzy mais comuns são os triangulares e os trapezoidais.

Definição 2.3.6. Um número fuzzy A é dito triangular se sua função de pertinência é da forma

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{se } a \leq x \leq b \\ \frac{x-c}{b-c} & \text{se } b \leq x \leq c \\ 0, & \text{se } x \geq c \end{cases}$$

para $a < b < c$.

O gráfico de um número fuzzy triangular tem a forma de um triângulo, tendo como base o intervalo $[a, c]$ e, como único vértice fora da base, ponto $(b, 1)$. Deste modo, os números reais, a , b e c definem o número fuzzy triangular A . Note que o conjunto acima não é necessariamente simétrico, já que $c - b$ pode ser diferente de $b - a$.

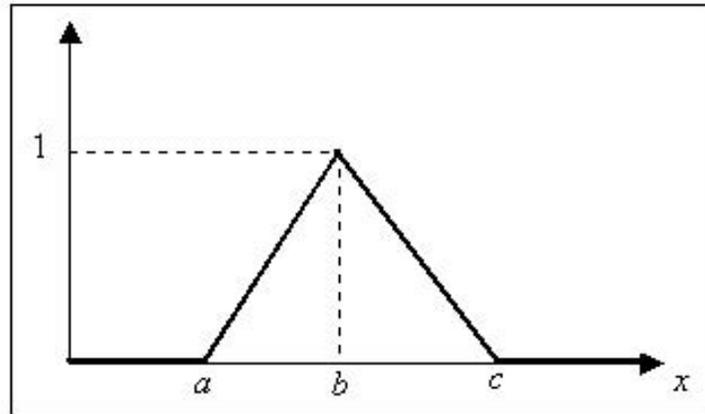


Figura 2.7: Número fuzzy triangular.

Definição 2.3.7. Um número fuzzy A é dito trapezoidal se sua função de pertinência é da forma

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{se } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{se } b \leq x \leq c \\ \frac{x-d}{c-d} & \text{se } c \leq x \leq d \\ 0, & \text{se } x \geq d \end{cases}$$

para $a < b < c < d$.

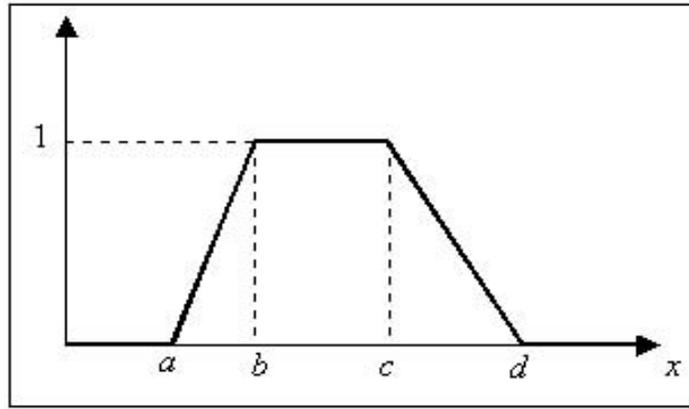


Figura 2.8: Número fuzzy trapezoidal.

2.3.4 Operações Aritméticas com Números Fuzzy

Definição 2.3.8. *Sejam A e B dois números fuzzy e λ um número real.*

1. *A soma dos números fuzzy A e B é o número fuzzy, $A + B$, cuja função de pertinência é*

$$(\mu_{A+B})(x) = \sup_{y+z=x} \{\mu_A(y) \wedge \mu_B(z)\}$$

2. *A multiplicação de λ pelo número fuzzy A é o número fuzzy, λA , cuja função de pertinência é*

$$\mu_{\lambda A}(x) = \begin{cases} \mu_A(x\lambda^{-1}), & \text{se } \lambda \neq 0 \\ 0, & \text{se } \lambda = 0 \end{cases}$$

Uma maneira alternativa, e mais prática, de se fazer estas operações é por meio dos α -níveis dos conjuntos fuzzy envolvidos, de acordo com o teorema abaixo, cuja demonstração pode ser encontrada em Pedrycz e Gomide [1998].

Teorema 2.3.1. *Se A e B são dois números fuzzy e λ um número real, então para todo $\alpha \in [0, 1]$ tem-se*

$$[A + B]^\alpha = [A]^\alpha + [B]^\alpha = \{a + b : a \in [A]^\alpha \text{ e } b \in [B]^\alpha\}$$

e

$$[\lambda A]^\alpha = \lambda[A]^\alpha = \{\lambda a : a \in [A]^\alpha\}$$

Por exemplo, da definição, $2(4) = 8$ e, do Teorema 2.3.1, $[2(4)]^\alpha = \{8\}$, para todo $\alpha \in [0, 1]$.

2.3.5 Relações Fuzzy

Estudos de associações, relações ou interações entre elementos de diversas classes, é de grande interesse na análise e compreensão de muitos fenômenos do mundo real. Matematicamente, o conceito de relação é formalizado a partir da teoria de conjuntos. Uma relação clássica descreve a inter-relação entre dois ou mais objetos e, sendo um conjunto, é representada por sua função característica. Uma relação de amizade entre duas pessoas, por exemplo, designada como *amigos* considera que, nas relações humanas, ou alguém é seu amigo ou não é, o que é uma simplificação da realidade. Por outro lado uma relação de amizade fuzzy entre duas pessoas pode considerar o grau de amizade entre elas. Sendo assim, dois ou mais indivíduos podem se relacionar com diferentes graus de amizade (Bando [2002]).

Podemos dizer então que a relação será fuzzy quando optarmos pela teoria dos conjuntos fuzzy, e será clássica quando optarmos pela teoria de conjuntos clássicos para conceituar a relação em estudo. Qual dos modelos adotar, dentre estes dois? Depende muito do fenômeno estudado. Lembremos que a teoria dos conjunto fuzzy tem maior robustez no sentido de que ela inclui o teoria clássica de conjuntos (Bando [2002]).

No desenvolvimento desse trabalho vamos nos deparar com informações da forma: “Se x é A e y é B , então z é C ou z é D ”. Para traduzirmos essas sentenças para uma linguagem matemática, precisamos modelar os conectivos “e” e “ou”, como também a condição “Se ... então ...”.

Primeiramente consideremos o conectivo “e”. Denotaremos por *norma triangular* ou simplesmente *t-norma* como sendo a família das possíveis operações que modelam esse conectivo. Adotaremos como notação genérica o símbolo t e, escrevemos xy .

Definição 2.3.9. A operação binária $t : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ é uma *t-norma* se satisfaz as seguintes condições

1. Condições de fronteira: $1tx = x$;
2. Comutatividade: $xy = yx$;
3. Associatividade: $xt(ytz) = (xty)tz$;
4. Monotonicidade: se $x \leq y$ e $z \leq w$ então $xz \leq yw$.

Exemplo de t-norma:

$$\wedge : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$$

$$x \wedge y = \min\{x, y\}.$$

Análoga à construção das t-normas, numa modelagem para o termo “ou”, denotaremos por *conorma triangular* ou simplesmente *t-conorma*, a família dessas operações. Adotaremos como notação genérica o símbolo s e, escrevemos xsy .

Definição 2.3.10. *A operação binária $s : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ é uma t-conorma se satisfaz as seguintes condições*

1. *Condições de fronteira:* $0sx = x$;
2. *Comutatividade:* $xsy = ysx$;
3. *Associatividade:* $xs(ysz) = (xsy)sz$;
4. *Monotonicidade:* se $x \leq y$ e $z \leq w$ então $xsz \leq ysw$.

Exemplo de t-conorma:

$$\vee : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$$

$$x \vee y = \max\{x, y\}.$$

t-normas e t-conormas servem para dar base teórica para os sistemas baseados em regras fuzzy, que serão as principais ferramentas da lógica fuzzy utilizadas neste trabalho.

Definição 2.3.11. *Uma relação clássica R , sobre $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$, é qualquer subconjunto (clássico) do produto cartesiano $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$. Se o produto cartesiano for formado por apenas dois conjuntos, $U_1 \times U_2$, a relação é chamada de binária sobre $U_1 \times U_2$ e, se o produto cartesiano for composto por dois conjuntos iguais, $U \times U$, R é chamada de relação binária sobre U .*

Como a relação R é um subconjunto do produto cartesiano, então ela pode ser representada por sua função característica χ_R , da seguinte forma

$$\chi_R(x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{se } (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R \\ 0, & \text{se } (x_1, x_2, \dots, x_n) \notin R \end{cases}$$

Definição 2.3.12. *Uma relação fuzzy R , sobre $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$, é qualquer subconjunto fuzzy de $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$. Se o produto cartesiano for formado por apenas dois conjuntos, $U_1 \times U_2$, a relação é chamada de fuzzy binária sobre $U_1 \times U_2$. Se os conjuntos U_i forem todos iguais a U , R é uma relação fuzzy sobre U e, sobre $U \times U$, R é chamada apenas de relação fuzzy binária.*

A principal vantagem na opção pela relação fuzzy, é que uma relação clássica indica apenas se há ou não relação entre dois objetos, enquanto uma relação fuzzy além de indicar se existe ou não relação, indica também o grau desta relação (Bando [2002]).

Uma relação fuzzy sobre $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$ que é de grande utilidade, principalmente na teoria de controladores fuzzy, é o produto cartesiano entre conjuntos fuzzy.

Definição 2.3.13. *O produto cartesiano fuzzy dos subconjuntos fuzzy A_1, A_2, \dots, A_n de U_1, U_2, \dots, U_n , respectivamente, é a relação fuzzy $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ representada pela função de pertinência*

$$\mu_{A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n}(a_1, a_2, \dots, a_n) = \mu_{A_1}(a_1) \wedge \mu_{A_2}(a_2) \wedge \dots \wedge \mu_{A_n}(a_n),$$

para todo $(a_1, a_2, \dots, a_n) \in U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$, onde \wedge representa o mínimo.

A seguir, a noção de produto cartesiano fuzzy ficará mais clara, pois utilizaremos o conceito de sistemas fuzzy, que são sistemas compostos de regras da forma “*Se ... Então ...*”. Veremos que estas regras são produtos cartesianos de conjuntos fuzzy.

2.3.6 Sistemas Baseados em Regras Fuzzy

Basicamente, um sistema baseado em regras fuzzy possui quatro componentes: um processador de entrada (ou fuzzificador), um conjunto de regras linguísticas, um método de inferência fuzzy e um processador de saída (ou defuzzificador), gerando um número real como saída (Ribacionka [1999]). A Figura 2.9 ilustra um sistema fuzzy.

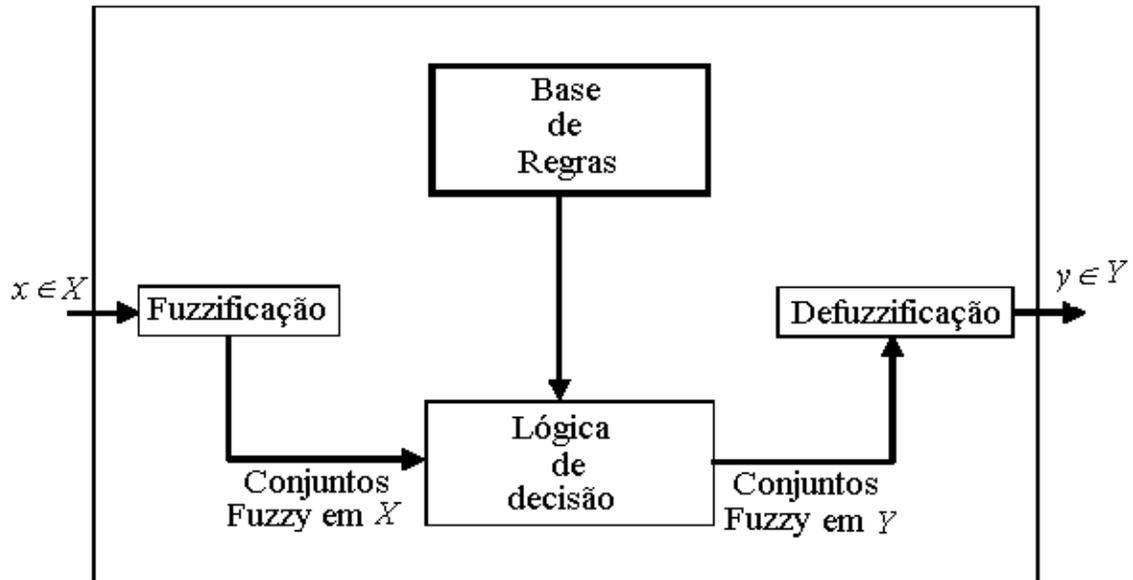


Figura 2.9: Arquitetura de sistemas baseados em regras fuzzy.

Essa estrutura de controlador representa a transformação que ocorre do domínio do mundo real, que usa números reais, para o domínio fuzzy, que usa números fuzzy. Nessa transformação, um conjunto de inferências fuzzy é usado para as tomadas de decisões, e, por fim, há uma transformação inversa do domínio fuzzy para o domínio do mundo real, para que ocorra o acoplamento entre a saída do algoritmo fuzzy e as variáveis de atuação (Shaw e Simões [1999]).

A fuzzificação é o processo pelo qual os valores de entrada do sistema são convertidos para conjuntos fuzzy, com as respectivas faixas de valores onde estão definidos. É um mapeamento do domínio de números reais para o domínio fuzzy. Fuzzificação também representa que há atribuições de valores lingüísticos, descrições vagas ou qualitativas, definidas por funções de pertinência às variáveis de entrada. A fuzzificação é uma espécie de pré-processamento de categorias ou classes dos sinais de entrada, reduzindo grandemente o número de valores a serem processados. Uma menor quantidade de valores processados significa que há uma computação mais veloz (Shaw e Simões [1999]).

Uma variável lingüística u no universo U é definida em um conjunto de termos (ou terminologia), nomes ou rótulos, $T(u)$, em cada valor sendo um número fuzzy definido em U . Por exemplo, se u for velocidade, então seu conjunto de termos $T(u)$ poderia ser

$$T(\text{velocidade}) = \{\text{baixa}, \text{media}, \text{alta}\}$$

sobre o universo $U = [0, 100]$, onde *baixa*, *média* e *alta* são termos ou variáveis lingüísticas da grandeza velocidade.

A base de regras caracteriza os objetivos e a estratégia utilizados por especialistas na área, por meio de um conjunto de regras lingüísticas.

Um especialista humano, entrevistado para ajudar a formular o conjunto de regras fuzzy, pode articular *associações de entradas/saídas lingüísticas*. Assim, sistemas fuzzy podem produzir estimativas de um sistema não linear complexo sem recorrer a modelos matemáticos. Nesse escopo, a metodologia fuzzy é um método de estimativa de entrada e saída livre de modelos matemáticos (Shaw e Simões [1999]). E é justamente esse nosso objetivo, modelar a dispersão da Morte Súbita dos Citros e interação presa-predador sem uso de equações, apenas com regras construídas com o auxílio de especialistas.

Exemplo:

Considere um controlador fuzzy simples de 2 entradas e 1 saída, consistindo de apenas duas regras:

$$R_1: \text{SE } x \text{ é } A_1 \text{ E } y \text{ é } B_1 \text{ ENTÃO } z \text{ é } C_1$$

$$R_2: \text{SE } x \text{ é } A_2 \text{ E } y \text{ é } B_2 \text{ ENTÃO } z \text{ é } C_2$$

onde A_i, B_i, C_i são conjuntos fuzzy.

A lógica de tomada de decisões, incorporada na estrutura de inferência da base de regras, usa implicações fuzzy para simular tomadas de decisão humanas. Ela gera ações - conseqüentes - inferidas a partir de um conjunto de condições de entrada - antecedentes.

O método de inferência que utilizaremos em nosso trabalho é o de Mamdani (Pedrycz e Gomide [1998]), que agrega as regras por meio do operador lógico OU, modelado pelo operador matemático \vee e, em cada regra, os operadores lógicos E e ENTÃO são modelados pelo operador mínimo \wedge . Para ilustrar o método vamos usar apenas duas regras genéricas,

do tipo daquelas que aparecem em nossa base de regras, cada uma com duas entradas e uma saída (Figura 2.10).

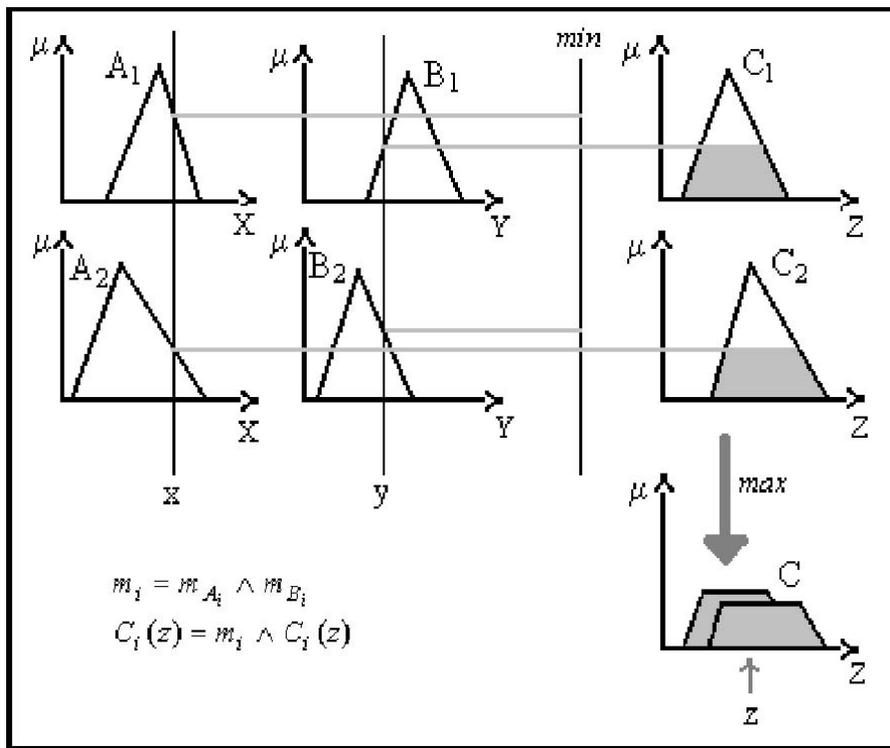


Figura 2.10: Método de Inferência de Mamdani.

Exemplo:

Passo 1: “E”

Continuando o exemplo anterior, os números de entrada fuzzy (isto é, conjuntos de pertinência) A_i e B_i são combinados usando o operador *mínimo* que corresponde ao conectivo E de acordo com as regras de intersecção fuzzy. Esta operação é chamada *agregação*.

As duas entradas do sistema são x e y plotadas no eixo horizontal. Considere a regra R_1 . Uma linha vertical construída sobre x até cruzar o conjunto fuzzy antecedente A_1 o cruza com $\mu_{A_1}(x)$, enquanto uma linha vertical construída sobre y até o conjunto fuzzy antecedente B_1 o cruza em $\mu_{B_1}(x)$. Usando o E precisamos obter o menor valor, e projetar uma linha horizontal

sobre o conjunto fuzzy conseqüente C_1 , que é truncado em $w_{C_1}(x) = \min\{\mu_{A_1}(x), \mu_{B_1}(x)\}$. Esse truncamento é expressado da seguinte forma:

$$\mu_{C'_1}(z) = \min\{w_{C_1}, \mu_{C_1}(z)\}$$

O conjunto fuzzy C'_1 é a versão truncada do conjunto fuzzy C_1 e representa a conclusão da regra R_1 .

Analogamente, para a regra R_2 .

As operações acima estão representadas na Figura 2.10 e o conjunto fuzzy conseqüente da regra R_2 é C_2 .

Passo 2: “OU”

Nesta operação, chamada composição, os conjuntos fuzzy correspondentes a C'_1 e C'_2 são combinados usando o operador *máximo*, que corresponde ao conectivo *OU* de acordo com as regras da união fuzzy. O operador *máximo* cria o contorno comum aos dois conjuntos fuzzy, C , da Figura 2.10.

É interessante notar que os operadores *mínimo* e *máximo* não produzem interação entre os conjuntos, já que tão logo um valor de pertinência seja menor (ou maior) do que o outro, ele deixa de ter influência sobre a função de pertinência de saída resultante, “bloqueando” o outro. Essa robustez é definitivamente uma vantagem dos sistemas fuzzy (Shaw e Simões [1999]).

Para um sistema com n regras, o procedimento é o mesmo que o descrito, com contribuição de cada regra individualmente, de forma a se obter a saída.

Por fim, na defuzzificação, o valor da variável lingüística de saída inferida pelas regras fuzzy é traduzida num valor real. O objetivo é obter-se um único número real que melhor represente os valores fuzzy inferidos da variável lingüística de saída. Para selecionar o método apropriado pode-se utilizar um enfoque baseado no centróide ou nos valores máximos que ocorrem na função de pertinência resultante.

O método do Centro de Gravidade ou Centróide é a técnica de defuzzificação mais comumente usada. Pode ser compreendido como uma média ponderada, onde $\mu_A(x)$ funciona como o peso do valor x .

Se x é discreto, então a defuzzificação do conjunto fuzzy A é dada por:

$$\bar{z} = \frac{\sum_x \mu_A(x)x}{\sum_x \mu_A(x)}.$$

Da mesma forma, se x é contínuo, então,

$$\bar{z} = \frac{\int \mu_A(x)xdx}{\int \mu_A(x)dx}.$$

O leitor poderá notar que vamos utilizar essa teoria com frequência. A partir do próximo capítulo ficará mais clara a necessidade da teoria dos conjuntos fuzzy em nosso modelo.

2.4 Resumo

Nesse capítulo, fizemos um breve comentário sobre simulação numérica, chamando a atenção para o fato de que usaremos a ferramenta MATLAB e em especial o *Fuzzy Logic Toolbox* para esse objetivo. Apresentamos um modelo de simulação por autômatos celulares e a metodologia de controladores fuzzy que utilizaremos nos próximos capítulos deste trabalho.

No próximo capítulo, modelamos o espalhamento da Morte Súbita dos Citros em um talhão de árvores cítricas.

Capítulo 3

Um Modelo de Autômatos Celulares com Parâmetro Fuzzy para o Espalhamento Geográfico da Morte Súbita dos Citros

Neste capítulo nosso principal objetivo é estabelecer o padrão espacial e temporal do espalhamento da Morte Súbita dos Citros num talhão de laranjeiras.

Padrão espacial em patologia de plantas pode ser definido como a organização de plantas doentes em relação às demais. Padrão temporal caracteriza o progresso da intensidade da doença em relação ao tempo, usando normalmente modelos matemáticos de crescimento (Bassanezi et al. [2003a]).

Em agrossistemas, estes padrões originam-se da direta ou indireta interação entre patógeno, hospedeiro, meio ambiente, vetor (hospedeiro do vírus, transmitindo-o para a planta) e o homem.

A análise desses padrões nos permite inferir sobre como se dá a evolução do processo espacial, a ação dos vetores e a influência do vento ou da chuva na disseminação do patógeno.

Através do estudo dos padrões espacial e temporal de plantas doentes podemos inferir sobre a natureza do agente causal.

Até o momento, nenhum teste para o diagnóstico de plantas infectadas está disponível. Os levantamentos realizados só contabilizam as plantas que exibem sinais da doença e não conseguem diagnosticar as plantas infectadas que ainda não manifestam sinais. Portanto,

confiando nos sinais visíveis, plantas doentes são detectadas e sendo a Morte Súbita dos Citros causada por um vírus transmitido por um pulgão, como já comentamos no Capítulo 1, o vento é fator decisivo na dispersão dos insetos e conseqüentemente da doença.

3.1 O vento

O vento é caracterizado por sua velocidade e direção. A velocidade do vento é determinada através de anemômetros ou anemógrafos, sendo as unidades usuais de m/s, km/s ou km/h. Ela é bastante variável e aumenta com a altura, Figura 3.1 (Gallo et al. [1970]), de tal forma que os insetos que voam a maiores altitudes podem ser arrastados para mais longe.

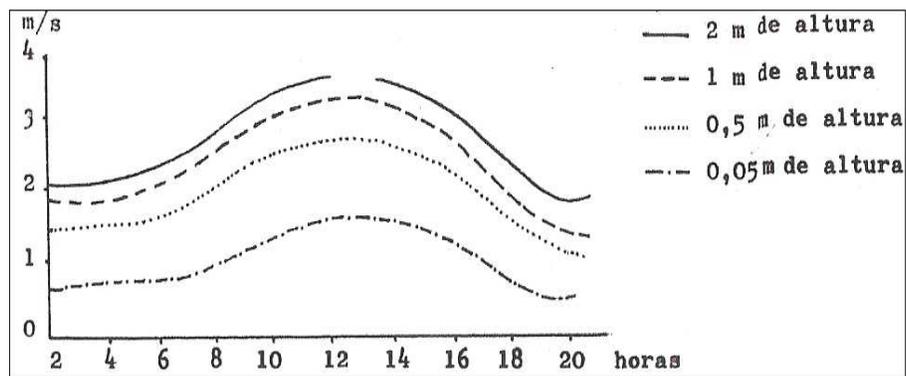


Figura 3.1: Velocidade do vento a diferentes alturas e a diferentes horas do dia. Fonte: Gallo et al. [1970].

Para se avaliar sua velocidade de maneira prática, sem o recurso de aparelhos, pode-se consultar a **Escala Beaufort de Força dos Ventos** (Tabela 3.1).

n ^o da escala	Designação em terra	Velocidade em km/h	Dados para avaliar a velocidade (em terra)
0	calmaria	0 a 1	Não se nota o menor deslocamento nos mais leves objetos. A fumaça eleva-se verticalmente.
1	bafagem	2 a 6	A direção do vento é indicada pelo desvio da fumaça, mas não pelos cata-ventos
2	aragem	7 a 12	Sente-se o vento nas faces; as folhas das árvores são levemente agitadas; os cata-ventos comuns são acionados.
3	vento fraco	13 a 18	As folhas e os pequenos arbustos ficam em agitação contínua; as bandeiras leves começam a se estender.
4	vento moderado	19 a 26	Movem-se os pequenos galhos das árvores, poeira e pedaços de papel são levantados.
5	vento fresco	27 a 35	As árvores pequenas com folhagens começam a oscilar, aparecem ondas com cristas nas superfícies dos rios e lagos.
6	vento muito fresco	36 a 44	Galhos maiores das árvores agitados; ouve-se o assobio produzido pelo vento ao passar pelos fios telegráficos; torna-se difícil usar o guarda-chuva.
7	vento forte	45 a 54	Os troncos das árvores oscilam, torna-se difícil andar contra o vento.
8	vento muito forte	55 a 65	Geralmente torna-se impossível andar contra o vento. Quebram-se os galhos das árvores.
9	vento duro	66 a 77	Ocorrem pequenos danos nas edificações (telhas arrancadas, etc.)
10	vento muito duro	78 a 90	As árvores são derrubadas e as edificações sofrem danos materiais consideráveis.
11	tempestade	91 a 104	Resultam grandes destruições; as árvores são arrancadas. Observado muito raramente.
12	furação	≥ 105	Produzem efeitos devastadores.

Tabela 3.1: Escala Beaufort de Força dos Ventos.

A direção do vento é determinada, por sua vez, pelos cata-ventos, que dão indicação de onde ele vem. Nesta caracterização, utiliza-se a Rosa dos Ventos (Figura 3.2).

Assim, um vento que sopra de SW para NE é simplesmente chamado de vento SW ou vento 20 (convenção).

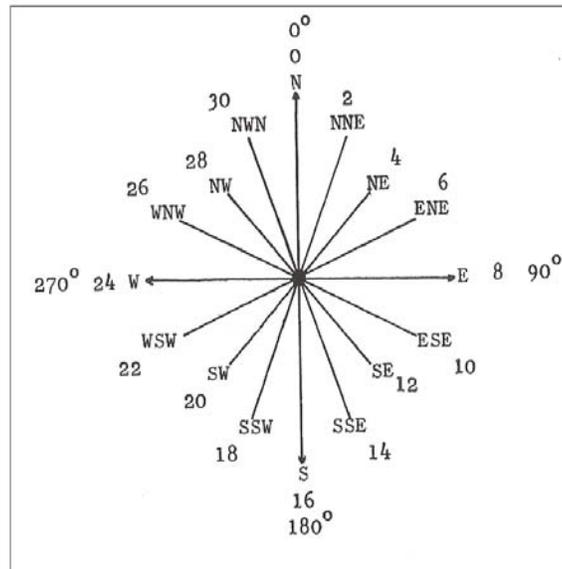


Figura 3.2: Rosa dos Ventos.

O vento exerce marcada influência na disseminação de insetos, arrastando a grandes distâncias não só ovos, como também larvas e adultos de muitas espécies, podendo transportar insetos adultos alados ou não.

Os insetos alados, em geral, deslocam-se nas suas dispersões sob a ação do vento, e este deslocamento é bastante variável de espécie para espécie, e de acordo com a velocidade do vento.

Os insetos, antes de iniciarem o vôo, Figura 3.3, realizam um vôo vertical chamado vôo de êxodo ou de partida, para atingir uma altura considerada favorável (Gallo et al. [1970]). Esse vôo de partida é bastante afetado pelo vento. Em geral, os ventos fortes inibem a partida e os fracos a favorecem. Por exemplo, o pulgão *Aphis fabae* é favorecido por ventos de 4,7 km/h; suas formas aladas não migrantes são inibidas para um vôo de êxodo com ventos superiores a 7,9 km/h.

A influência do vento no vôo inicial dos insetos está também na dependência do tamanho do corpo dos mesmos. Nos insetos grandes, devido a maior área de exposição do tórax, o vento resfria-os fazendo cair a temperatura do corpo a um nível que impede a movimentação

dos músculos alares. Desta forma, o vento inibe muito mais facilmente o vôo de insetos de grande porte do que os de corpo pequeno, que podem proteger-se mais facilmente da corrente aérea.

Também o vôo, propriamente dito, é afetado pelo vento, principalmente em sua orientação, pois este vôo é retilíneo (Gallo et al. [1970]).

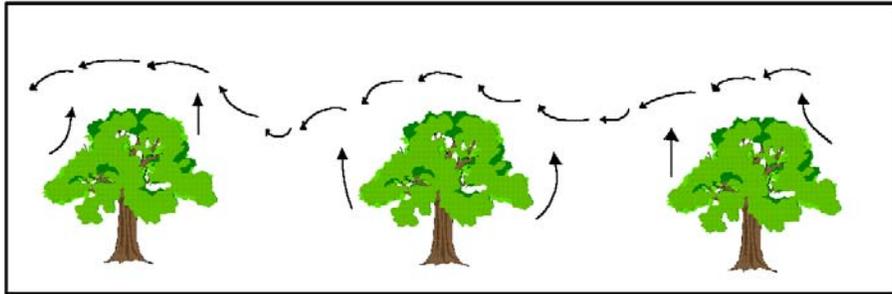


Figura 3.3: Diagrama mostrando como se dá o vôo do pulgão.

De acordo com Braga e Sousa-Silva [1999], a colonização das laranjeiras é feita por afídeos que habitam o pomar. Os pulgões tendem a sair do talhão em que se encontram somente quando este já está saturado. O vôo do pulgão em clima tropical é executado pelos alados após várias gerações de insetos ápteros e presos ao mesmo habitat. Seu vôo é contínuo, com duração média entre 6 a 12 horas, ou até completa exaustão no máximo de 1 dia. Inicialmente, o pulgão voa para cima atraído pela radiação ultravioleta, depois segue horizontalmente no sentido do vento e pousa em uma nova árvore repellido pela radiação ultravioleta. As cores que refletem o ultravioleta repelem o pulgão e vice-versa. A cor que mais atrai o pulgão é o amarelo pelo fato de refletir muito pouco ultravioleta e isto explica o fato de pulgões alados pousarem em brotações novas. Após o pouso, o inseto efetua a picada de prova. Se for favorável fica, caso contrário executa pequenos vôos próximos, à procura de uma planta, ou acaba morrendo. Esse vôo depende da ação do vento local (Silveira Neto et al. [1976]). Basta uma única picada de prova para o pulgão transmitir o vírus para a planta. Deste modo, a intensidade e direção dos ventos influenciam na força de transmissão da doença.

3.2 Os pulgões de citros

Os insetos homópteros, vulgarmente conhecidos por pulgões ou afídeos, constituem a super-família *Aphidoidea*, da qual a família *Aphididae* é a maior e mais comum. A esta família pertencem os pulgões dos citros.

Trata-se de um grupo de insetos dos mais estudados por pesquisadores do mundo inteiro, graças a sua importância agrícola incontestável. Os prejuízos causados às plantas cultivadas devem-se às graves alterações provocadas nos tecidos vegetais, quer pela constante sucção, pela introdução de toxinas salivares durante a alimentação, quer, principalmente, por serem eles os mais importantes vetores de doenças de plantas conhecidas.

Os pulgões dos citros são uma das piores pragas da cultura, pois são responsáveis pela transmissão de vírus para plantas, causando algumas doenças, dentre elas a Morte Súbita dos Citros.

Os afídeos constituem um grande grupo de pequenos insetos de corpo mole, comprimento que varia de 1 a 7 mm, mais freqüentemente 1 a 4 mm, normalmente encontrados em grandes quantidades a sugar seiva de ramos ou folhas de plantas. Nesse grupo de pulgões, é comum encontrar indivíduos em todos os estágios do desenvolvimento. Os representantes da família podem usualmente ser reconhecidos pelo corpo piriforme característico, pelo par de cornículos na parte posterior do abdome e pelas antenas bastante longas; as formas aladas podem, em geral, ser reconhecidas pela nervação e pelo tamanho relativo das asas anteriores e posteriores. Em repouso, as asas são geralmente mantidas verticalmente sobre o corpo (Borror e DeLong [1970]).

Os cornículos dos afídeos são estruturas tubulares que se originam do lado dorsal do quinto ou sexto segmento abdominal e funcionam como tubos secretores de cera. Os afídeos também eliminam, pelo ânus, líquido açucarado, composto principalmente do excesso de seiva sugado pelo inseto, ao qual são adicionados o excesso de açúcares e produtos de excreção. O líquido açucarado, “honeydew”, é o alimento favorito de muitas formigas (Borror e DeLong [1970]). Os pulgões também estão associados, devido a melada que produzem, ao surgimento do fungo negro, a fumagina, sobre as folhas e frutos, que é grandemente prejudicial à respiração e

fotossíntese da planta (Gallo et al. [1970]).

O grande sucesso dos afídeos como praga deve-se à sua alta fecundidade e ao polimorfismo dos indivíduos. O ciclo vital de muitos afídeos é pouco comum e complexo. O desenvolvimento destes insetos varia de uma área para outra, sendo que em regiões tropicais e subtropicais ocorrem várias gerações anuais, de reprodução partenogenética, dando origem a fêmeas vivíparas (o desenvolvimento embrionário se processa dentro do corpo da fêmea, e portanto, produz ninfas em lugar de ovos) aladas e ápteras. Nas regiões temperadas, no final do outono e começo do inverno, as fêmeas deixam de se reproduzir por partenogênese e ocorre a reprodução bissexuada, dando origem a machos e fêmeas ovíparas. A geração final antes do inverno é sexual e o inverno é gasto geralmente no estágio de ovo, embora não necessariamente (Borror e DeLong [1970]).

A ovulação é extremamente precoce e o desenvolvimento embrionário dos “filhotes” começa antes do nascimento da mãe, no interior do corpo da avó. O alimento ingerido por um indivíduo adulto sustenta, então, três gerações. A larviposição é iniciada logo após a última ecdise e é a única função reprodutiva atribuída ao adulto.

Os pulgões, em sua quase totalidade, passam por quatro estágios ninfais, tornando-se adultos após o 4º instar. As ninfas apresentam os mesmos hábitos alimentares dos adultos, são de menores dimensões, ápteras e não se reproduzem (Ronquim [1999]). Ninfas que se tornarão adultos alados, diferenciam-se das ápteras a partir do 3º instar, pela presença de tecas alares. O ciclo de vida (ninfá-adulto) é de 7 a 10 dias em climas tropicais.

O polimorfismo contribui para o desenvolvimento dos afídeos, devido à presença de formas ápteras, concentradas na reprodução em condições ambientais favoráveis e aladas, para a dispersão em condições adversas.

As condições climáticas no Brasil são favoráveis ao desenvolvimento de formas partenogênicas o ano todo. Os afídeos se reproduzem, em nosso meio, exclusivamente por partenogênese telítoca, isto é, sem o concurso do macho, originando-se sempre fêmeas (Gallo et al. [1970]).

A capacidade de vôo permite transferência de afídeos de uma planta para outra, ou seja, possibilita a conquista de novas plantas em melhores condições nutricionais, onde o potencial parasitário possa se desenvolver. Esse é o papel desempenhado pelas fêmeas partenogênicas

aladas, que, juntamente com as vivíparas (ápteras), podem ser consideradas as únicas formas adultas de afídeos ocorrentes em regiões de climas tropical e subtropical (Minks e Harrewijn [1987]).

Cumprir esclarecer aqui que muitas exceções existem e não estão sendo consideradas, por não apresentarem interesse direto nas nossas condições.

As condições climáticas do Estado de São Paulo parecem permitir o aparecimento de machos alados de muitas espécies, porém, aparentemente não são suficientemente adequadas para provocar a produção de fêmeas ovíparas que, de acordo com Sousa e Silva [2001], até o momento, foram observadas apenas para a espécie *Aphis spiraeicola*, em plantas do gênero *Spiraea*. Nestas, no mês de junho, na região de Campinas, foram observados machos alados e fêmeas ovíparas ápteras, de cujo acasalamento resultou a postura de ovos nas gemas das plantas. Infelizmente, não foi possível observar a eclosão das fundatrizes, não se podendo afirmar se ocorre ou não. O fato é que nas mesmas plantas observadas e em várias espécies vegetais, *A. spiraeicola* continuava, concomitantemente, a reproduzir-se partenogeneticamente, como o faz normalmente durante todo o ano.

O pulgão-preto mede cerca de 2 mm de comprimento. Sua reprodução é assexuada (partenogênese telítica), não ocorrendo machos em clima tropical. A taxa de reprodução é muito alta, e cada fêmea dá origem a 20 ou 30 ninfas. Formam colônias e são bem adaptados para se alimentarem em citros, tendo poucos hospedeiros (oligófagos) (Parra et al. [2003]). Sua coloração é marrom nas formas jovens e preta nos adultos (Figura 3.4).

O pulgão-verde, *Aphis spiraeicola*, era antigamente identificado como *Aphis citricola* (van der Goot, 1912). Aparece com menos frequência do que o pulgão-preto em pomares. Os adultos medem cerca de 1,2 a 2,2 mm de comprimento, são esverdeados e apresentam o sifúnculo de cor marrom. Quando alados, o tórax e a cabeça são também marrons (Figura 3.5). É uma espécie polífaga, ou seja, alimenta-se em várias espécies de plantas (Parra et al. [2003]).

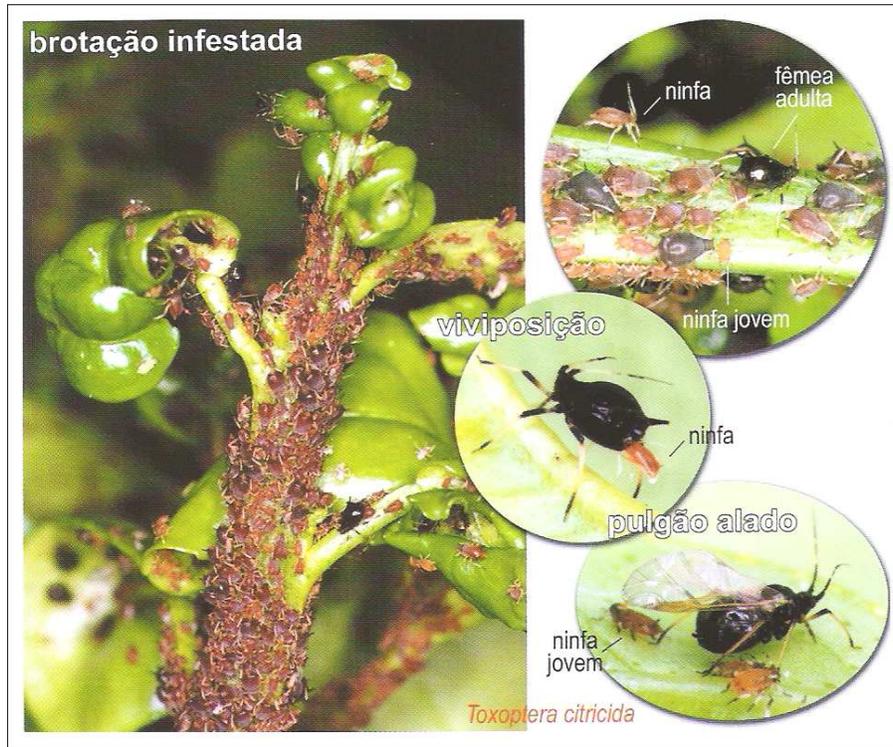


Figura 3.4: Pulgão preto. Fonte: Parra et al. [2003].

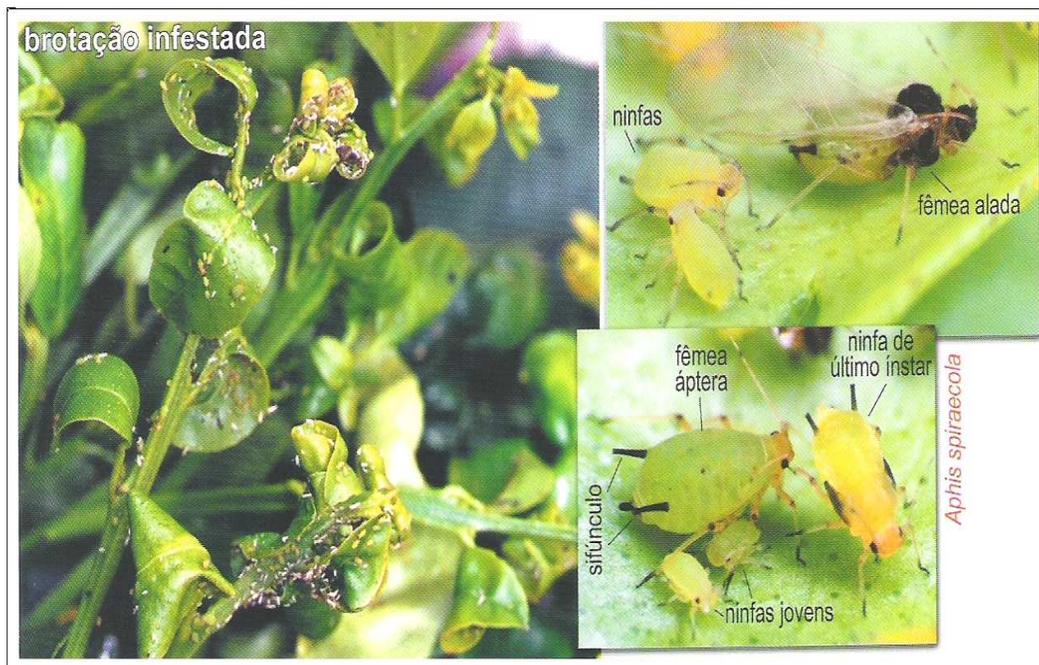


Figura 3.5: Pulgão verde. Fonte: Parra et al. [2003].

Similar nos hábitos é o pulgão cinza, *Aphis gossypii* (Glover, 1877), que adere aos lados de baixo da folha (Figura 3.6).



Figura 3.6: Pulgão cinza. Fonte: Parra et al. [2003].

Além disso, devido ao seu hábito alimentar, podem causar o encarquilhamento ou a distorção das folhas e definhamento das plantas em razão da sucção intensa da seiva. O encarquilhamento provocado pelo pulgão-preto é menos acentuado do que o causado pelo pulgão-verde (Figura 3.7). Essas espécies são mais frequentes em períodos em que não ocorrem chuvas prolongadas (Parra et al. [2003]).

De acordo com Braga e Sousa-Silva [1999], a influência dos fatores climáticos - pluviosidade, umidade relativa do ar, e temperatura média - na dinâmica de vôo do pulgão, não foi significativa. É conhecido que em dias de chuva forte, ocorre a “lavagem” das folhas das plantas e isto sim prejudica os afídeos, eliminando as infestações por pulgões; também, como já comentamos na seção anterior, que o vôo do pulgão ocorre em dias claros.

Inicialmente, aparecem as fêmeas ápteras e, havendo excesso de população, surgem as formas aladas que irão constituir novas colônias em outras plantas (Gallo et al. [1970]).

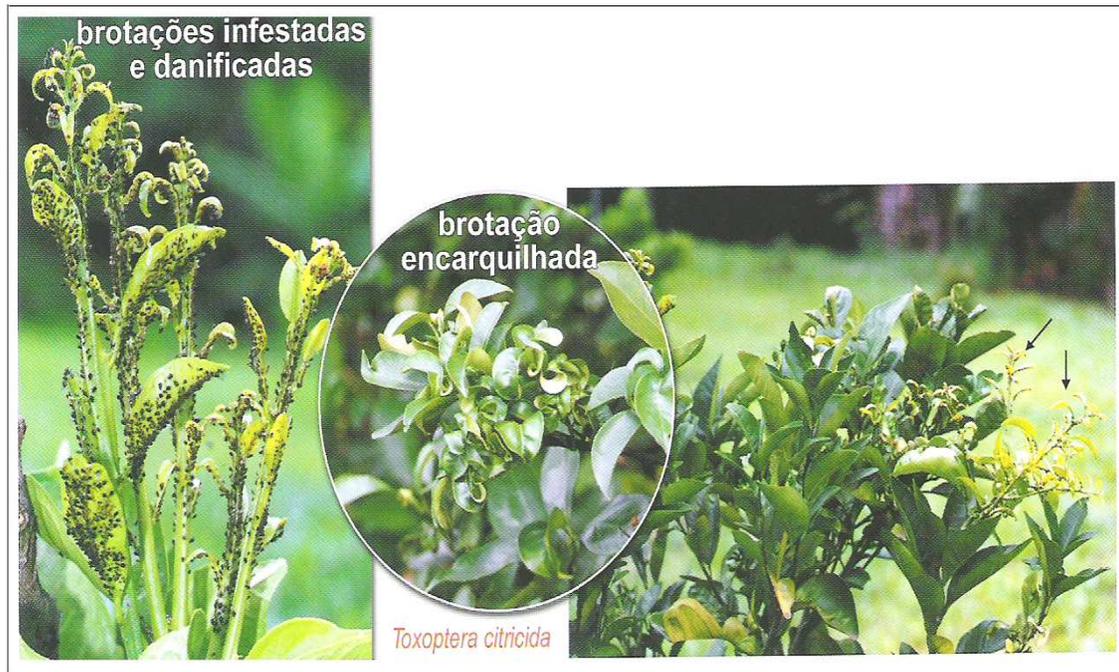


Figura 3.7: Planta infestada por pulgões. Fonte: Parra et al. [2003].

Estas afirmações nos fizeram supor que o espaço percorrido pelo vetor que dissemina a doença é proporcional à intensidade dos ventos. Como as informações obtidas para a velocidade dos ventos, v , e a distância percorrida pelo pulgão alado, r , são do tipo lingüística, como, por exemplo, fraco, forte, dentre outras, optamos pela teoria dos conjuntos fuzzy para estabelecer a relação entre estas duas variáveis, v e r , por meio de uma base de regras fuzzy. Além disso, a intensidade dos ventos varia nos diferentes meses do ano. Este fato deve ser incorporado ao modelo.

O modelo pretende descrever basicamente o avanço da Morte Súbita dos Citros em um talhão de frutas cítricas. Nessa abordagem, as variáveis de estado do sistema, assim como o tempo, são discretos. O sistema é representado espacialmente através de um reticulado de células que interagem obedecendo a algumas regras de mudança de estado. A dinâmica do sistema como um todo depende desta interação entre as células. Cada célula representa uma árvore do talhão (Peixoto et al. [2003]).

Neste trabalho, usaremos os conhecimentos sobre ventos e comportamento de pulgões com

o objetivo de incorporá-los parcimoniosamente a um modelo de simulação com autômatos celulares.

3.3 Formulação do Modelo Fuzzy

Para que o vetor (pulgão) contamine uma árvore a uma distância r , a força dos ventos, v , é importante. Deste modo, assumimos que $r = r(v)$. Para o vento, dispomos de informações incertas do tipo: “quanto maior é o valor de v , maior será o r ”. Assim sendo, optamos por modelar r por meio de um sistema baseado em regras fuzzy, com o intuito de traduzir o conhecimento que se tem sobre a dependência de r com respeito a v (Peixoto et al. [2004a]).

Como já vimos, basicamente, um sistema baseado em regras fuzzy possui quatro componentes: um processador de entrada (ou fuzzificador), um conjunto de regras lingüísticas, um método de inferência fuzzy e um processador de saída (ou defuzzificador), gerando um número real como saída.

No esquema da Figura 3.8, a base de conhecimentos é traduzida por um conjunto de regras fuzzy, que desempenham o papel de uma função matemática e um método de inferência fuzzy.



Figura 3.8: Sistema baseado em regras fuzzy.

Com o auxílio de entomologistas, obtemos a seguinte base de regras fuzzy:

1. *SE (v é calmaria) ENTÃO (r é muito pequeno);*
2. *SE (v é bafagem) ENTÃO (r é muito pequeno);*
3. *SE (v é aragem) ENTÃO (r é pequeno);*
4. *SE (v é fraco) ENTÃO (r é médio);*
5. *SE (v é moderado) ENTÃO (r é médio);*
6. *SE (v é fresco) ENTÃO (r é grande);*
7. *SE (v é muito fresco) ENTÃO (r é grande);*
8. *SE (v é forte) ENTÃO (r é muito grande);*
9. *SE (v é muito forte) ENTÃO (r é muito grande).*

Agora cada um dos adjetivos como fraco, forte, são modelados matematicamente por um conjunto fuzzy através de sua função de pertinência. O conjunto fuzzy da variável de entrada foi modelado de acordo com a Escala Beaufort de Força dos Ventos. E a variável de saída é um valor entre $[0,1]$, conforme a sua intensidade. Para o nosso caso, as funções de pertinências são do tipo triangular e trapezoidal (Figura 3.9 e Figura 3.10).

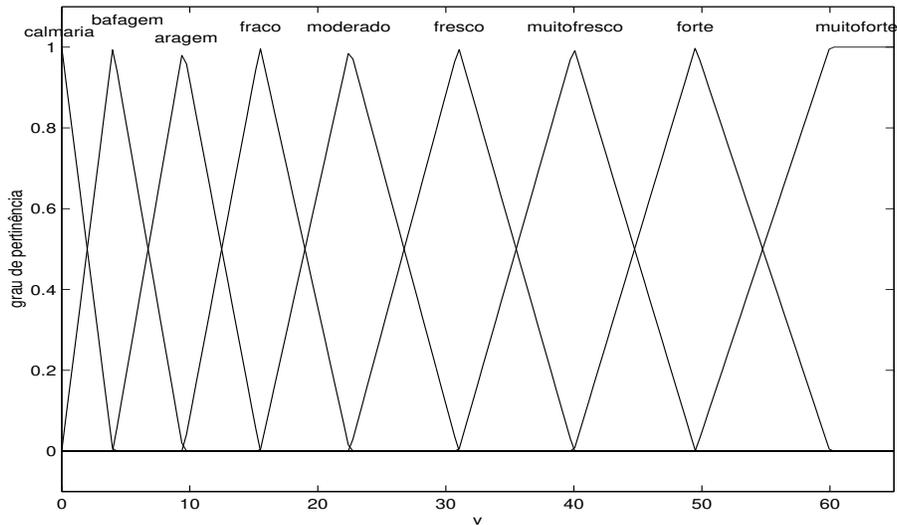


Figura 3.9: Função de pertinência da variável de entrada v : vento.

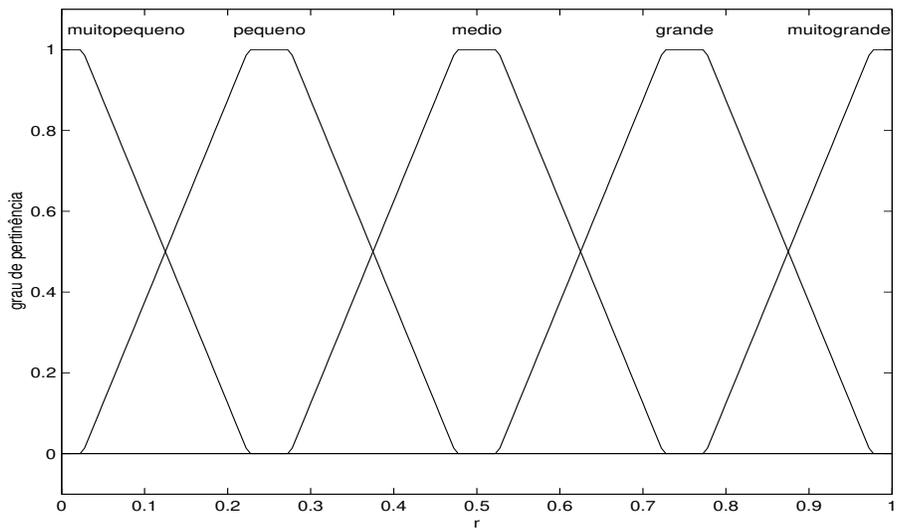


Figura 3.10: Função de pertinência da variável de saída r : distância.

Utilizando o Método de Inferência de Mamdani e o método de defuzzificação do Centro de Gravidade, obtemos a curva $r = r(v)$ dada pela Figura 3.11, solução do sistema fuzzy.

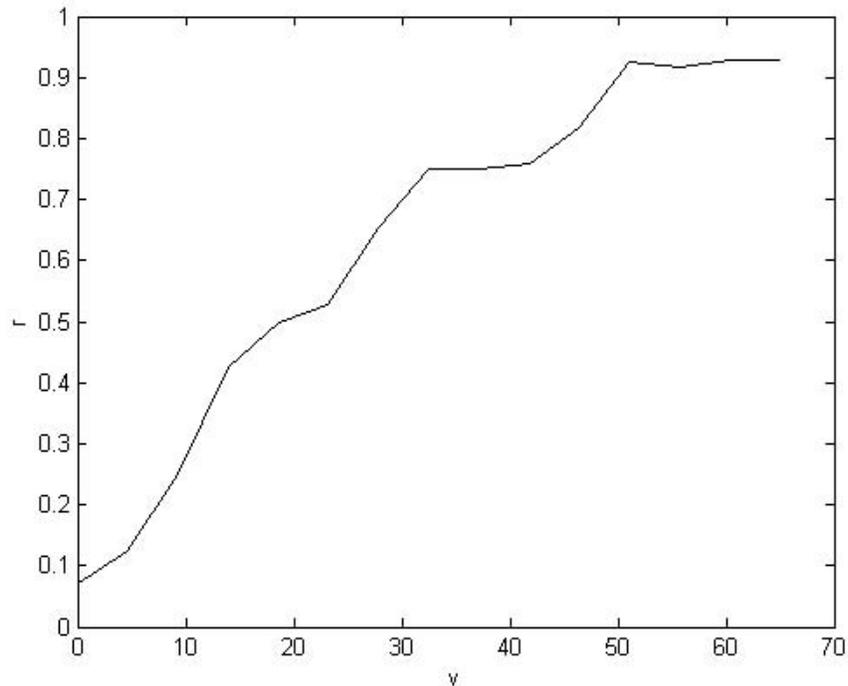


Figura 3.11: Solução dada pelo controlador fuzzy: $r = r(v)$.

O gráfico da Figura 3.11, estabelece a distância percorrida pelo pulgão como função da velocidade do vento, ou seja, basta que se tenha a velocidade média mensal do vento, para saber quais novas plantas serão infectadas no próximo mês.

É importante observar que talhões de árvores cítricas apresentam dimensões diferentes. Pensando nisso, para se encontrar a que distância de uma árvore doente surgirão novas plantas sintomáticas, basta multiplicar o valor de r , obtido através do modelo fuzzy, pela maior distância que o pulgão pode atingir dentro do talhão. Por exemplo, se o valor dessa maior distância é 20 e o valor obtido para $r = 0,1$, então as possíveis árvores sintomáticas que surgiram estão dentre as assinaladas na Figura 3.12.

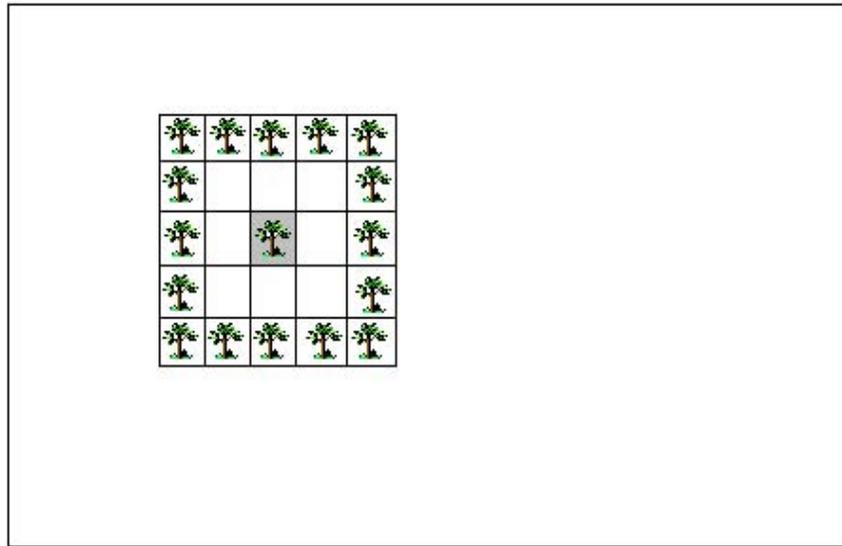


Figura 3.12: A árvore central apresenta sinais da Morte Súbita dos Citros no mês i . Uma porcentagem (valor que depende do mês) das demais, numa vizinhança de raio 2, será sintomática no mês $i + 1$.

Neste modelo procuramos detectar árvores sintomáticas que surgirão mês a mês. Existe um período de latência e os primeiros sinais só vão se manifestar aproximadamente dois anos depois como vimos no Capítulo 1. No modelo utilizamos a dinâmica de vôo do pulgão.

3.4 Simulações numéricas

Para realizarmos as simulações numéricas, partimos de condições iniciais que são dados reais fornecidos por pesquisadores do Fundecitrus.

Através de simulações numéricas, temos como objetivo, partir do modelo para ilustrar o avanço da doença em um talhão com apenas algumas árvores iniciais sintomáticas (em preto) como na Figura 3.13.

Na Figura 3.13(a) temos um talhão em laranja Pêra com 23x48 árvores e 33 árvores sintomáticas no mês de abril e na Figura 3.13(b) um talhão em laranja Valência com 20x48 árvores e 24 plantas sintomáticas no mês de agosto, onde os pontos em preto representam árvores sintomáticas e em branco, árvores não-sintomáticas. Esses talhões localizam-se em

propriedades do norte do estado de São Paulo.

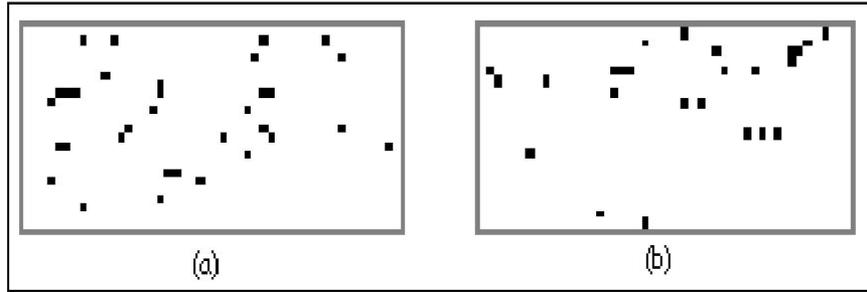


Figura 3.13: (a) Talhão em laranja Pêra: 33 árvores sintomáticas iniciais; (b) Talhão em laranja Valência: 24 árvores sintomáticas iniciais. Fonte: Bassanezi et al. [2003c].

Para realizar as simulações numéricas, adotamos exatamente as mesmas plantas iniciais sintomáticas dos dados reais (Bassanezi et al. [2003a]) (Figura 3.13) fornecidos pelo Fundecitrus. Isto foi feito para que fosse possível uma comparação dos dados reais (Figura 3.14) com os resultados obtidos a partir do nosso modelo de autômatos celulares com parâmetro fuzzy (Figuras 3.16 e 3.17).

A partir de uma árvore sintomática, podem surgir novas árvores sintomáticas a uma distância r desta, onde r é dado pelo modelo fuzzy descrito acima. Dentre as árvores pertencentes a essa distância, sorteamos as novas árvores sintomáticas, isto é, a direção do vento é aleatória, lembrando que a chance de aparecerem novas árvores com sinais da doença varia conforme o mês do ano e a variedade da planta, fatos estes incorporados ao modelo e fornecidos pelos pesquisadores da área.

A velocidade dos ventos varia de acordo com o período do ano e o horário do dia.

A média anual da velocidade dos ventos na região norte de São Paulo, está compreendida entre 5,04 km/h e 9,72 km/h. A primavera é a estação do ano onde se verifica a maior média de velocidade, tendo os meses de setembro e outubro, os maiores ventos na região, quando atingem em média 9,72 km/h. As menores médias mensais mostram-se presentes no verão, chegando a velocidades de 6,12 km/h.

Dados reais fornecidos são de talhões localizados na região norte do Estado de São Paulo no ano de 2001. Por isso, para realizar nossas simulações, usamos dados fornecidos pelo INMET (Instituto Nacional de Meteorologia) da velocidade média dos ventos para cada mês do ano de 2001 na mesma região - dados de entrada do controlador fuzzy.

A Figura 3.14(a) corresponde às árvores sintomáticas no mês de janeiro de 2002 referente ao talhão da Figura 3.13(a) e a Figura 3.14(b) corresponde as árvores sintomáticas no mês de fevereiro de 2002 referente ao talhão da Figura 3.13(b).



Figura 3.14: Dados reais (a) 251 árvores sintomáticas em janeiro de 2002; (b) 585 árvores sintomáticas em fevereiro de 2002. Fonte: Bassanezi et al. [2003c].



Figura 3.15: (a) Dados iniciais da Figura 3.13(a); (b) Simulação na ausência de vento após 9 iterações.

Nas simulações numéricas, se nós consideramos transmissão local, isto é, ausência de vento (ou seja, o vento não influencia na dispersão da doença), notamos um padrão de formação

de manchas de plantas doentes (Figura 3.15). Por outro lado, se a transmissão não local (presença de vento) é considerada, notamos outro padrão de formação de manchas de plantas doentes.

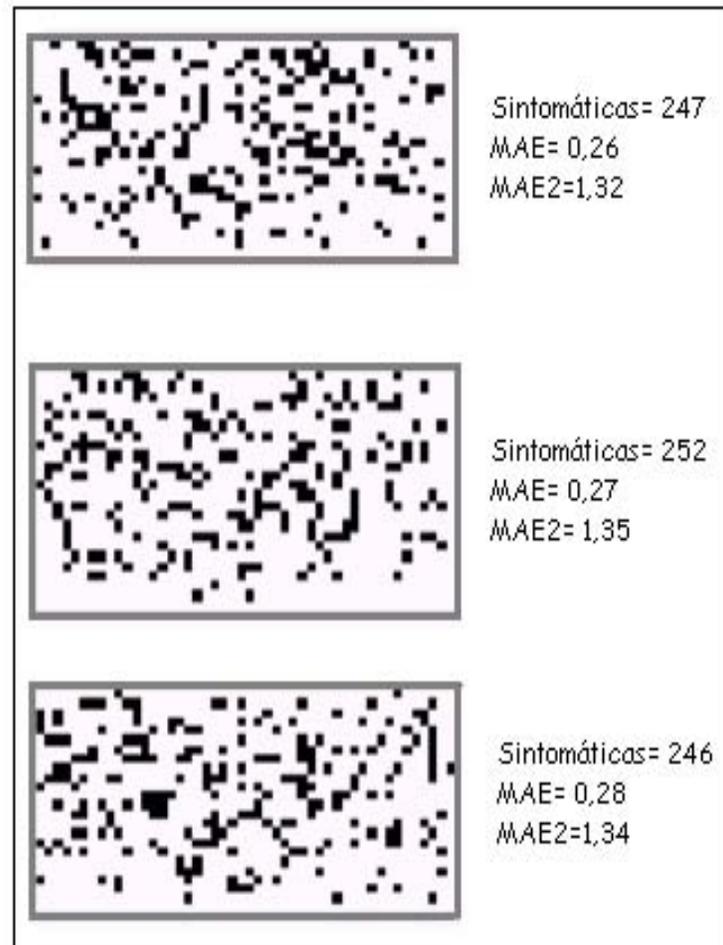


Figura 3.16: Simulações do Autômato celular com parâmetro fuzzy para as árvores iniciais sintomáticas do talhão em laranja Pêra (Figura 3.13(a)), após 9 iterações.



Figura 3.17: Simulações do Autômato celular com parâmetro fuzzy para as árvores iniciais sintomáticas do talhão em laranja Valência (Figura 3.13(b)), após 6 iterações.

Temos agora um conjunto de dados observados (Figura 3.14) e outro de dados simulados (Figuras 3.16 e 3.17).

Medidas de desvio são aplicadas quando dados observados e dados simulados podem ser colocados em pares de acordo com o tempo, localização, tratamento, etc. Medidas de desvio são baseadas nas diferenças entre dados simulados e dados observados.

Para dados numéricos, duas medidas comumente usadas são o Erro Absoluto Médio (MAE) e o Erro Percentual Absoluto Médio (MA%E) (Mayer e Butler [1993]) definidos por:

$$MAE = \sum \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{n}, \quad (3.1)$$

$$MA\%E = \frac{100 \left[\frac{\sum |y_i - \hat{y}_i|}{|y_i|} \right]}{n} \quad (3.2)$$

onde y_i representa os valores observados e \hat{y}_i , os valores simulados pelo modelo e n o número de pares usados usados no cálculo.

MA%E é amplamente usado, embora com diferentes nomes, em estudos demográficos e em outros campos. Como MAE tem a mesma unidade dos dados e MA%E é relativo, ambas podem ser medidas informativas.

Um sério problema existe na equação (3.2) com a divisão por y_i . Obviamente, MA%E é indefinido se algum valor observado (y_i) for igual a zero, fato que ocorre sempre que uma árvore for assintomática. Por este motivo, optamos pelo uso de MAE para validação do nosso modelo, já que se uma árvore i no talhão é não-sintomática, então $y_i = 0$. Assim, para comparar os resultados por nós obtidos com aqueles verificados no campo, utilizamos a equação (3.1).

Para dados binários, uma medida de desvio simples é a porcentagem das unidades observadas com o valor correto.

Os valores MAE para o conjunto de dados do talhão de laranja Pêra testados foram em média 0,27, o que indica uma concordância média de 73% entre os resultados obtidos a partir do nosso modelo e o mapeado em campo, se compararmos árvore por árvore.

Por outro lado, se dividirmos nosso talhão em grupos de 4x4 árvores, obtemos para o MAE (que chamamos nas simulações de MAE2) um valor em torno 1,34. Isto significa que,

comparando com dados reais, temos um desvio de 1,34 árvores dentro de cada grupo no talhão (Figura 3.16).

Análise análoga fazemos para o talhão em laranja Valência (Figura 3.17).

Comparando nossos resultados com dados reais, é possível perceber a similaridade entre os padrões reais e aqueles obtidos em nossas simulações, quando consideramos transmissão não local em nosso modelo (Figuras 3.14, 3.16, 3.17). Neste sentido, nós podemos confirmar que o vento exerce um papel importante no espalhamento da doença, fato este que os pesquisadores do fenômeno já haviam observado. A vantagem do modelo matemático é permitir uma avaliação do espalhamento da doença.

Podemos também fazer uma análise temporal do espalhamento da doença no talhão. De acordo com Bassanezi et al. [2003d], quanto ao progresso da doença, isto é, ao aumento do número de plantas com sinais de MSC, foi observado que ocorre um crescimento bastante rápido durante o ano. Após a constatação da primeira planta com sinais da doença, o número de plantas sintomáticas pode atingir de 60% a 100% das plantas do talhão em menos de dois anos. Normalmente, a velocidade do aparecimento de novas plantas com sinais é maior a partir do início da estação chuvosa na primavera (de setembro a novembro), permanece alta até o início do verão (dezembro e janeiro) e é reduzida no período de outono e inverno (de março a agosto).

Na Figura 3.18, plotamos dados reais observados em campo (Bassanezi et al. [2003d]). O tempo inicial é dado pelo mês de abril/2001. Observando a figura, ficam claras as observações colocadas acima. Logo, se considerarmos o período de abril a março do ano seguinte, o aparecimento de novas plantas com sinais da Morte Súbita dos Citros apresenta um crescimento logístico com condição inicial residual.

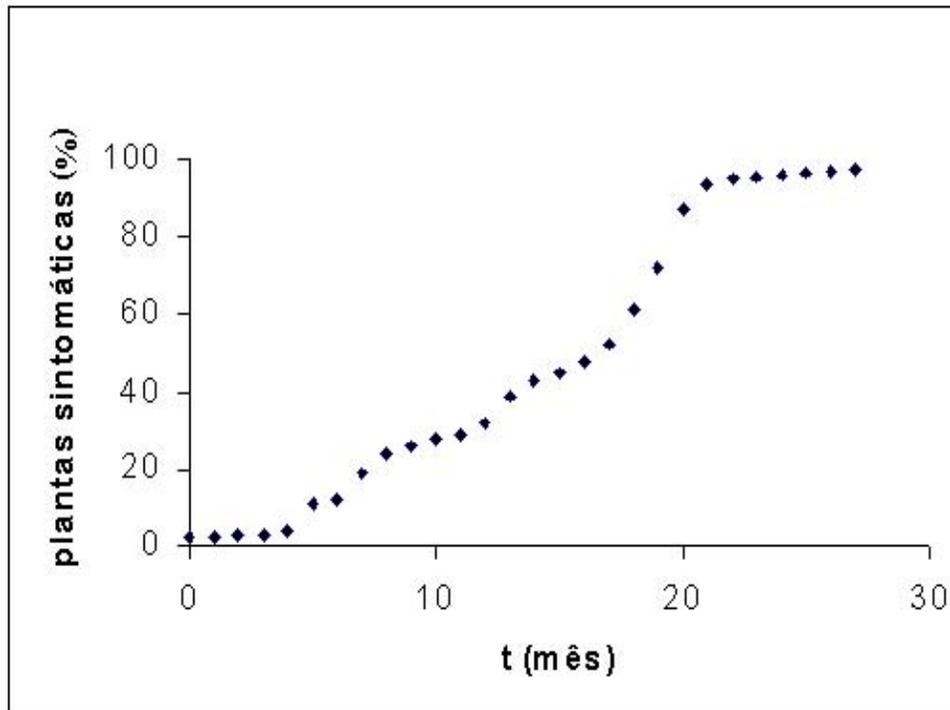


Figura 3.18: Dados reais observados em campo para talhão em laranja Pêra. Fonte: Bassanezi et al. [2003d]

Vamos agora ajustar os dados obtidos a partir do nosso modelo. Para isto, vamos considerar como exemplo o talhão em laranja Pêra. Após sete simulações consecutivas e plotando a média de todas, temos a Figura 3.19. Fazendo um ajuste logístico, obtemos a respectiva equação:

$$y = \frac{30}{10,74e^{-0,38t} + 1}, \quad (3.3)$$

que pode ser observada na Figura 3.19.

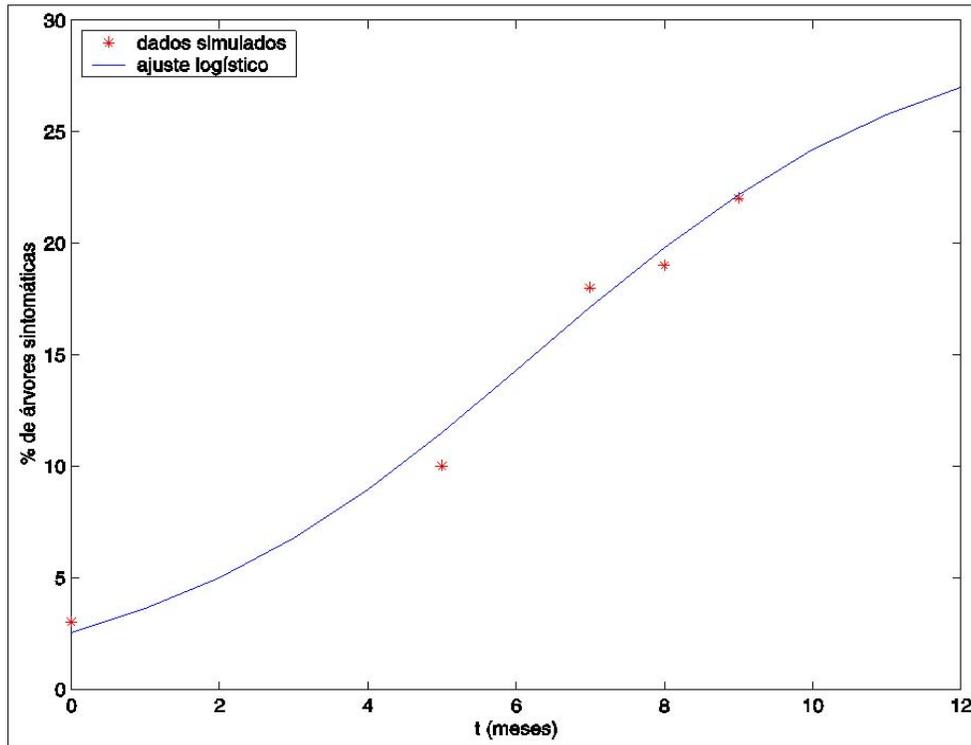


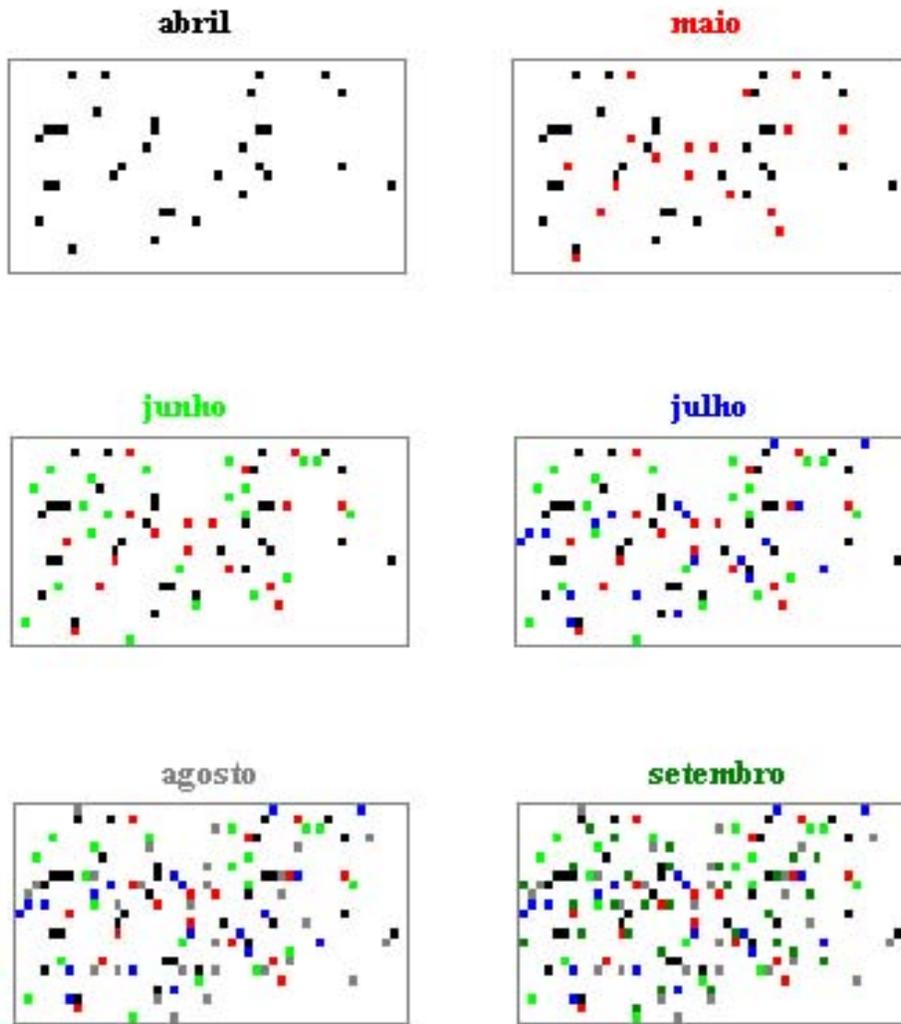
Figura 3.19: Ajuste logístico dos dados obtidos por simulação do autômato celular com parâmetro fuzzy para talhão em laranja Pêra.

A necessidade de se estudar o comportamento dinâmico da MSC é de fundamental importância no que diz respeito à sua evolução, estabilidade e controle. O fato é que a realização de simulações nos permite fazer previsões em relação à propagação da doença, principalmente se observada em sua fase inicial, e daí propor uma medida de controle.

Atualmente, como já vimos no Capítulo 1, usa-se a técnica de subenxertia como medida paliativa para o controle da Morte Súbita dos Citros e estima-se o custo total da operação em 1 dólar americano (US\$ 1,00) por planta original subenxertada, sem falar no tempo necessário para que a árvore se recupere dos sinais que apresenta da doença.

O nosso modelo permite prever quantas árvores apresentarão os primeiros sinais da MSC, mês a mês, no talhão, para isto basta observar pontos (focos) novos da doença que aparecem cada mês - assim, é possível prever em quanto tempo a doença tomará conta do pomar, se nenhuma medida for adotada.

Observe a Figura 3.20:



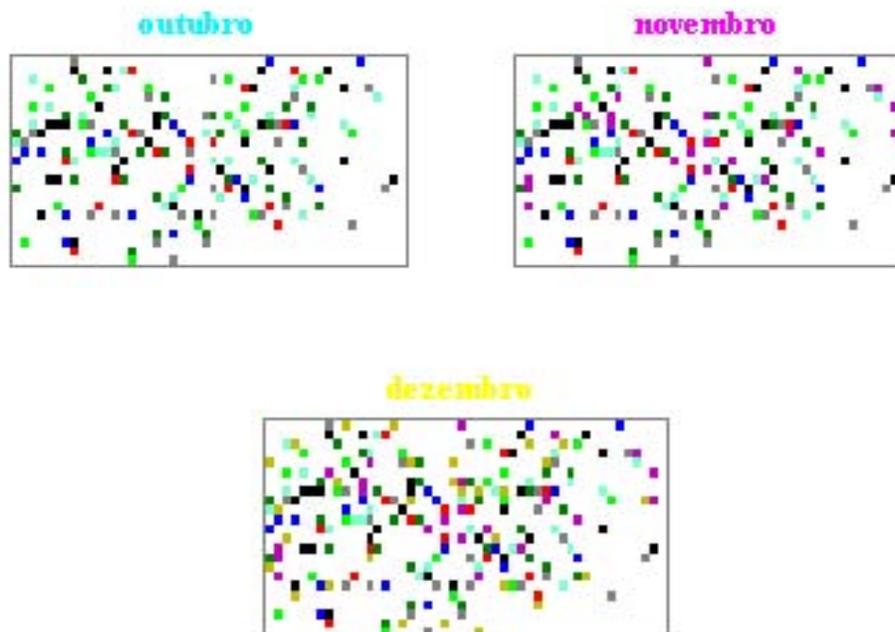


Figura 3.20: Dispersão da MSC no talhão de laranja Pêra, mês a mês.

Plotamos mês a mês o surgimento de plantas sintomáticas. Para cada mês uma cor diferente representando as árvores sintomáticas e em branco árvores não sintomáticas.

Podemos concluir que:

- Evolução no espaço: o padrão de espalhamento da doença é não local e depende da força do vento;
- Evolução temporal: o progresso da doença, sendo mais acentuado na primavera, obedece a um crescimento logístico ao longo de cada ano.

3.5 Resumo

Neste capítulo, modelamos o parâmetro que determina a distância percorrida pelo pulgão através do uso de lógica fuzzy, em função do vento. Utilizando um modelo de autômato celular foi possível visualizar a evolução da doença no espaço e, a partir desse modelo, prever a sua evolução temporal.

Sendo o pulgão o transmissor do Vírus da Morte Súbita dos Citros, no próximo capítulo propomos alguns modelos tipo presa-predador, para possível controle biológico e/ou químico, baseados em regras fuzzy.

Capítulo 4

Modelo Presa-Predador P-Fuzzy

Temos como objetivo neste capítulo elaborar modelos que representem a dinâmica do tipo presa-predador, utilizando para isso um sistema baseado em regras fuzzy, ou seja modelos presa-predador p-fuzzy¹. As soluções obtidas a partir de tais modelos serão comparadas com soluções de modelos determinísticos clássicos. Em particular, através do modelo fuzzy é possível encontrar parâmetros para sistemas de equações clássicas, parâmetros estes, muitas vezes indisponíveis. A importância desses parâmetros está na sua interpretação biológica, além do fato de que a partir de sistemas de equações diferenciais podemos fazer o estudo da estabilidade de tais sistemas.

4.1 Modelos Presa-Predador

Os modelos matemáticos para a relação presa-predador são utilizados para o estudo de interações e evolução de duas populações nas quais uma delas depende da outra para se alimentar e sobreviver. Tais relações dinâmicas entre presa-predador são temas de destaque em Ecologia (Edelstein-Keshet [1988]).

Segundo Gallo et al. [1970], predação é uma interação negativa, onde uma espécie ataca a outra para se alimentar, sendo que o tempo gasto para se alimentar de cada presa é menor do que o período de alimentação da fase em que o predador se encontra. Por esse motivo, um predador necessita de diversos indivíduos da espécie (presa) para o seu desenvolvimento completo ou sua manutenção, causando a morte violenta de suas vítimas.

¹puramente-fuzzy: sem equações.

Nesse tipo de relação é muito raro encontrar uma situação em que o inimigo natural elimine totalmente sua presa. Se a presa for extinta não haverá alimento para o predador numa ocasião posterior. Dessa forma é de se esperar que a interação presa-predador convirja para uma situação em que ambos coexistam. Normalmente, quando um predador é inserido num sistema qualquer, seu ataque provoca diminuição do número de indivíduos da população de presas. Após um determinado tempo, esta diminuição na quantidade de alimento (=presas) provoca uma queda no número de inimigos naturais presentes (=predadores). As possíveis causas da queda na população de predadores são:

- diminuição no número de filhotes produzidos em função da baixa disponibilidade de recursos para os progenitores; e/ou
- por aumento da mortalidade de predadores em função do aumento da competição intra-específica.

A consequência imediata da queda na população de predadores é um aumento na população da presa, que agora seria menos pressionada por parte dos inimigos naturais. Esta dinâmica, portanto, é caracterizada por oscilações concatenadas em ambas populações: predador e presa. Mais interessante ainda, tais oscilações têm a seguinte propriedade: os picos populacionais da presa ocorrerão sempre um certo tempo antes dos picos populacionais do inimigo natural. A tendência geral, então seria que o sistema presa-predador atingisse um nível de equilíbrio dinâmico, isto é, o número de indivíduos em cada população permanece relativamente constante no tempo, embora a todo momento haja alguns indivíduos nascendo e outros morrendo em ambas as populações. Desta forma, não é surpreendente encontrar presas e predadores coexistindo numa mesma área.

Diversos modelos com diferentes características foram baseados nessas observações, para várias populações, e as interações existentes entre elas.

Dentre os modelos matemáticos para a interação presa-predador entre espécies, vamos destacar o Modelo de Lotka-Volterra e o Modelo de Holling-Tanner.

Além de fazer um estudo resumido dos modelos clássicos, neste capítulo temos como objetivo desenvolver alguns modelos, utilizando a teoria dos conjuntos fuzzy, para estabelecer

a dinâmica da relação presa-predador. Os conceitos como taxa de predação e as próprias variáveis de estado (presa, predador) são incertos e formulados por meio de subconjuntos fuzzy. A dinâmica entre as espécies é obtida por meio de uma base de regras fuzzy.

4.2 Modelo Presa-Predador Clássico de Lotka-Volterra

Por volta de 1925, Lotka e Volterra desenvolveram um dos modelos matemáticos de mais largo uso e de destacada importância para este tipo de relação. Tal modelo é conhecido como Modelo Presa-Predador de Lotka-Volterra.

O modelo criado por Volterra foi para explicar as alterações observadas nas populações de pescadas e tubarões no Mar Adriático, por ocasião da paralisação devida à 1ª Guerra Mundial e posterior retomada das atividades pesqueiras, quando do término da guerra.

Umberto D'Ancona, um biólogo italiano, em 1926, fez um estudo estatístico das populações de peixes no Mar Adriático. Observando dados anuais relativos ao período 1914-23, D'Ancona descobriu, estudando o volume de diferentes espécies de peixes capturados no Mar Mediterrâneo durante a 1ª Guerra Mundial, que a porcentagem de peixes predadores (peixes que se alimentam de outros peixes) - por exemplo, tubarões e outros tipos de peixes, em geral, não indicados para consumo humano - tinha crescido significativamente, enquanto que a população de peixes-presa havia diminuído. Após a guerra essa situação se alterou, sugerindo que essas espécies causaram flutuações quase periódicas em cada população. Mais ainda, D'Ancona observou que uma ascensão na população de presas está seguida (com retardo) por uma ascensão na população de predadores. Quando a população de predadores é suficientemente elevada, então a população de presas começa a cair. Depois que a população de presas cai, então a população de predadores cai, o que permite que a população de presas se recupere, terminando um ciclo dessa interação.

Portanto, D'Ancona observou, para essas espécies, a existência de periodicidades inesperadas e, mais ainda, tais periodicidades estavam deslocadas no tempo umas com relação às outras.

D'Ancona consultou Vito Volterra (1860 - 1940), matemático italiano, sobre a possibilidade de se elaborar um modelo matemático que pudesse explicar o aumento de peixes predadores (e

a correspondente diminuição dos peixes-presa) que ele observou durante a 1ª Guerra Mundial. Em dois meses, Volterra produziu uma série de modelos para interação entre duas ou mais espécies.

Alfred James Lotka (1880-1949), biofísico nascido na Áustria, desenvolveu, independentemente dos trabalhos de Volterra, muitos desses modelos estudando drosófilas.

Na equação de Lotka-Volterra, um processo de competição entre diferentes espécies é incluído explicitamente. Essa competição é usualmente um fator importante na dinâmica de populações (Gomes e Varriale [2001]).

O modelo presa-predador clássico de Lotka-Volterra, que se tornou um paradigma da Biomatemática, pressupõe que:

- tanto as presas como os predadores estão distribuídos uniformemente num mesmo habitat, ou seja, todos os predadores têm a mesma chance de encontrar cada presa;
- o encontro de elementos das duas espécies seja ao acaso, a uma taxa proporcional ao tamanho das duas populações, já que quanto maior o número de presas, mais fácil será encontrá-las e quanto mais predadores, mais alimento será necessário;
- a população de presas $x(t)$ cresce sem limite, exponencialmente, na ausência dos predadores;
- a taxa de mortalidade dos predadores, na ausência das presas, é proporcional a sua população $y(t)$ em cada instante (morte por falta de alimento);
- a população de predadores é favorecida pela abundância de presas;
- a população de presas é desfavorecida pelo aumento de predadores.

Estas hipóteses (Bassanezi e Ferreira Jr. [1988]) são resumidas nas equações determinísticas (4.1), denominadas Modelo de Lotka-Volterra:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax - \alpha xy \\ \frac{dy}{dt} = -by + \beta xy \end{cases} \quad (4.1)$$

As variáveis de estado x e y são, respectivamente, quantidade de presas e quantidade de predadores em cada instante t . Os parâmetros são:

- a : taxa de crescimento da população de presas na ausência de predadores;
- $\frac{\alpha}{\beta}$ é a eficiência de predação, isto é, a eficiência de conversão de uma unidade de massa de presas em uma unidade de massa de predadores;
- b : taxa de mortalidade de predadores na ausência de presas;
- o termo xy representa a chance de encontro entre presas e predadores (ambos uniformemente distribuídos no habitat).

As equações (4.1) descrevem o fenômeno observado por D'Ancona, em particular, a existência de oscilações das populações de presas e de predadores. Suponhamos que, no instante inicial, a população de presas x seja elevada; tal abundância de x permite que a espécie y prolifere. Quando o número de predadores, y , se torna muito grande, muitas presas x serão devoradas, fazendo com que a população de x diminua, e implicando falta de nutrientes para y . A taxa de mortalidade de y , sendo superior à sua reprodução, faz com que sua população seja reduzida. Em compensação, as espécies x voltam a proliferar, acarretando o recomeço do ciclo.

Ao analisarmos um sistema do tipo quase-linear (4.1) observamos nele a existência de dois pontos críticos, ou seja, os pares de valores de x e y , que tornam as derivadas nulas, que mantêm o sistema em equilíbrio, sem alteração nos valores de x e y . Os dois pontos críticos são: $(0, 0)$ um ponto de sela instável e $\left(\frac{b}{\beta}, \frac{a}{\alpha}\right)$ é um centro estável (Ver Apêndice A).

O caráter cíclico das soluções explica as flutuações observadas experimentalmente por D'Ancona em populações de presas e predadores.

4.3 Formulação do Modelo Presa-Predador P-Fuzzy

Na seção anterior apresentamos as hipóteses de Lotka-Volterra que caracterizam um modelo presa-predador, cujas trajetórias apresentam características observadas por D'Ancona:

1. A quantidade da população de presas e a quantidade da população de predadores têm caráter oscilatório;
2. O crescimento na população de presas é seguido (com retardo) por um aumento na população de predadores.
3. se a quantidade de predadores é baixa, então a quantidade de presas aumenta, ou seja, $\frac{dx}{dt} > 0$ quando $y < \frac{a}{\alpha}$;
4. se a quantidade de predadores é alta, então a quantidade de presas diminui, ou seja, $\frac{dx}{dt} < 0$ quando $y > \frac{a}{\alpha}$;
5. se a quantidade de presas é alta, então a quantidade de predadores aumenta, ou seja, $\frac{dy}{dt} > 0$ quando $x > \frac{b}{\beta}$;
6. se a quantidade de presas é baixa, então a quantidade de predadores diminui, ou seja, $\frac{dy}{dt} < 0$ quando $x < \frac{b}{\beta}$;

Considerando as observações acima, temos como objetivo elaborar uma base de regras fuzzy que “substitua” as equações (4.1), para modelar a dinâmica entre as presas e os predadores, a fim de estudar a evolução destas populações no ambiente e daí construir um modelo presa-predador (Peixoto et al. [2004b]).

Como no caso anterior, temos então, duas variáveis de entrada - quantidade de presas x e quantidade de predadores y - e duas variáveis de saída - variação da quantidade de presas x' e variação da quantidade de predadores y' .

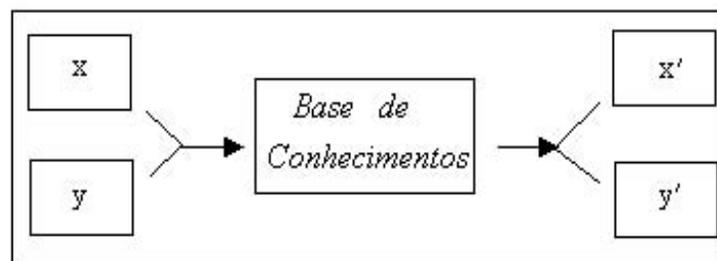


Figura 4.1: Sistema baseado em Regras Fuzzy.

Cada uma dessas variáveis será definida como um conjunto fuzzy, onde cada um dos subconjuntos assumem os adjetivos:

$$x = \{baixa, media1, media2, alta\},$$

$$y = \{baixa, media1, media2, alta\},$$

$$x' = \{diminui muito, diminui, diminui pouco, aumenta pouco, aumenta, aumenta muito\}$$

$$y' = \{diminui muito, diminui, diminui pouco, aumenta pouco, aumenta, aumenta muito\}$$

No esquema acima (Figura 4.1), a base de conhecimentos é traduzida por um conjunto de regras fuzzy que desempenham o papel de uma função matemática.

A partir das observações feitas no início dessa seção, propomos a seguinte base de regras fuzzy:

1. *SE (x é baixa) E (y é baixa) ENTÃO (x' aumenta) E (y' diminui)*
2. *SE (x é media1) E (y é baixa) ENTÃO (x' aumenta muito) E (y' diminui pouco)*
3. *SE (x é media2) E (y é baixa) ENTÃO (x' aumenta muito) E (y' aumenta pouco)*
4. *SE (x é alta) E (y é baixa) ENTÃO (x' aumenta) E (y' aumenta)*
5. *SE (x é alta) E (y é media1) ENTÃO (x' aumenta pouco) E (y' aumenta muito)*
6. *SE (x é alta) E (y é media2) ENTÃO (x' diminui pouco) E (y' aumenta muito)*
7. *SE (x é alta) E (y é alta) ENTÃO (x' diminui) E (y' aumenta)*
8. *SE (x é media2) E (y é alta) ENTÃO (x' diminui muito) E (y' aumenta pouco)*
9. *SE (x é media1) E (y é alta) ENTÃO (x' diminui muito) E (y' diminui pouco)*
10. *SE (x é baixa) E (y é alta) ENTÃO (x' diminui) E (y' diminui)*
11. *SE (x é baixa) E (y é media2) ENTÃO (x' diminui pouco) E (y' diminui muito)*
12. *SE (x é baixa) E (y é media1) ENTÃO (x' aumenta pouco) E (y' diminui muito)*
13. *SE (x é media1) E (y é media1) ENTÃO (x' aumenta pouco) E (y' diminui pouco)*
14. *SE (x é media2) E (y é media1) ENTÃO (x' aumenta pouco) E (y' aumenta pouco)*
15. *SE (x é media2) E (y é media2) ENTÃO (x' diminui pouco) E (y' aumenta pouco)*
16. *SE (x é media1) E (y é media2) ENTÃO (x' diminui pouco) E (y' diminui pouco)*

Por exemplo, na Regra 5 estamos supondo que a quantidade de presas, x , é alta e a quantidade de predadores, y , é media1 (que equivale a média baixa). Daí tanto a população x como a y tendem a aumentar, uma vez que muita presa implica em muita comida e não temos muitos predadores. A Regra 6 diz que x continua sendo alta e y é media2 (que equivale a média alta), então a população de presas tende a diminuir, pois a população de predadores é quase alta e y tende a crescer, uma vez que há muita comida. Se compararmos essas duas regras, notamos que, enquanto a população de presas pára de crescer e começa a diminuir,

a população de predadores continua aumentando, satisfazendo a observação de retardo de crescimento da quantidade de predadores em relação as presas.

Agora cada um dos adjetivos “baixa”, “alta”, é modelado matematicamente por um conjunto fuzzy através de sua função de pertinência, de acordo com as espécies em estudo.

Para entendermos e simularmos a dinâmica, suponhamos por exemplo que x , y , x' e y' assumem os conjuntos fuzzy das Figura 4.2 e Figura 4.3.

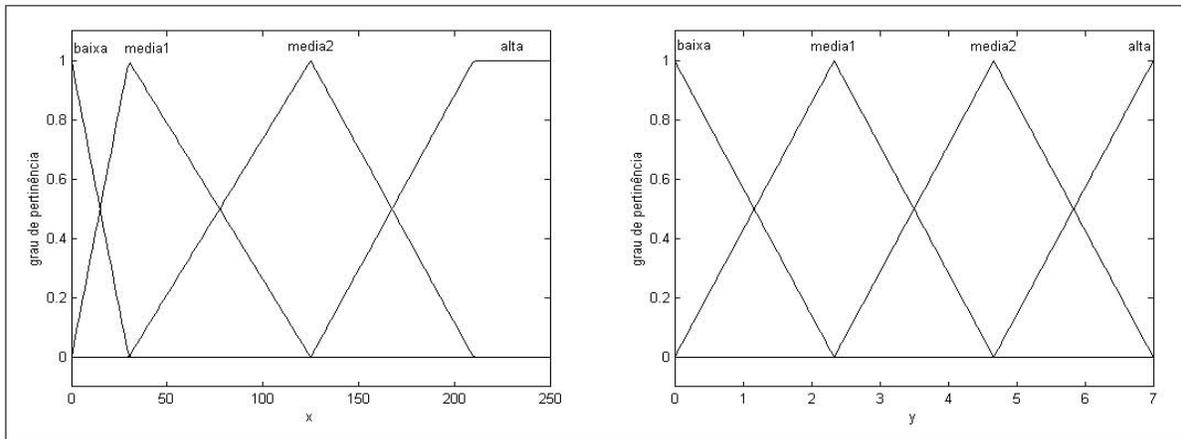


Figura 4.2: Funções de pertinência das variáveis de entrada x e y .

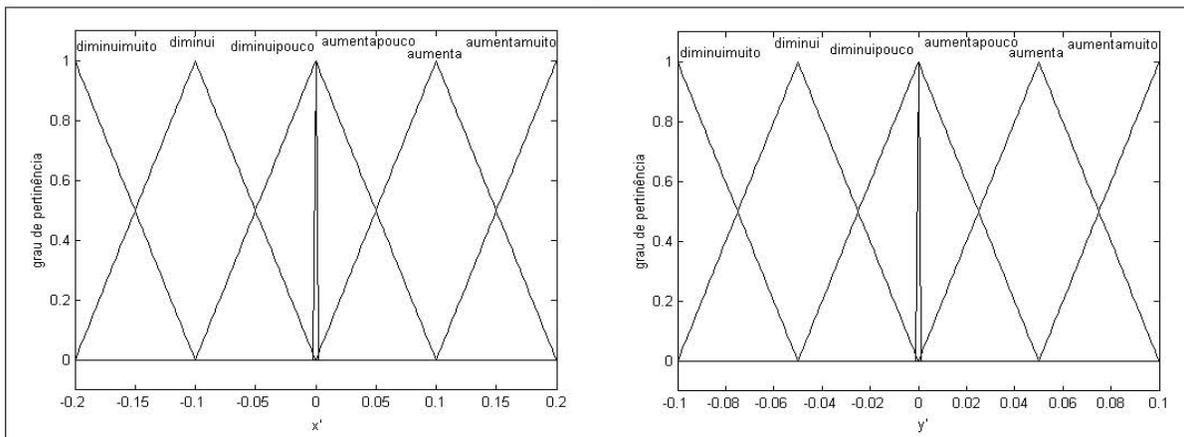


Figura 4.3: Funções de pertinência das variáveis de saída x' e y' .

Utilizando o Método de Inferência de Mamdani e a defuzzificação do Centro de Gravidade, vistos no Capítulo 2, obtemos as superfícies dadas pela Figura 4.4 como soluções do sistema fuzzy:

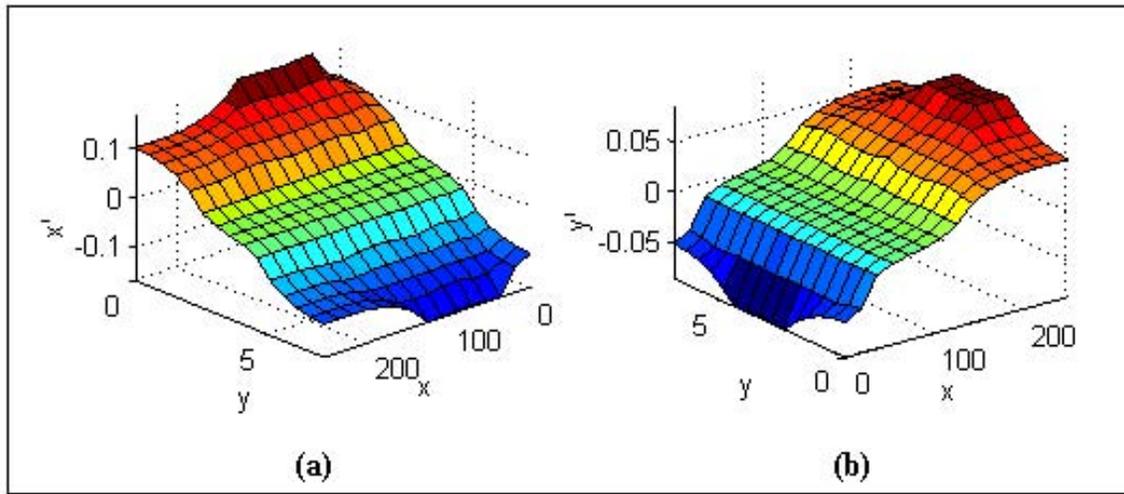


Figura 4.4: Superfícies dadas pelo controlador: (a) $x' = x'(x, y)$, (b) $y' = y'(x, y)$.

Em cada instante t , o número de presas e de predadores é dado pelas fórmulas:

$$\begin{cases} x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^t x'(s)ds \\ y(t) = y(t_0) + \int_{t_0}^t y'(s)ds \end{cases} \quad (4.2)$$

4.3.1 Resultados

Simulações das trajetórias produzidas pelo modelo fuzzy seguem os passos:

- Dados a população inicial de presas x_0 e a população inicial de predadores y_0 , como dados de entrada do controlador fuzzy;
- O controlador fuzzy fornece os valores das variáveis de saída: x'_1 e y'_1 ;
- Por (4.2), encontramos x_1 e y_1 ;
- x_1 e y_1 são as variáveis de entrada do controlador e assim sucessivamente.

Nas simulações numéricas realizadas procuramos observar a variação da quantidade de presas e da quantidade de predadores. Para isso consideramos um número inicial x_0 de presas e um número inicial y_0 de predadores. Assim, obtemos os valores das variações de x e y , ou seja, x' e y' . A partir destes dois últimos valores, para obter x e y em cada iteração por (4.2) fazemos:

$$\begin{cases} x(t_{i+1}) = x(t_i) + \int_{t_i}^{t_{i+1}} x'(s)ds \\ y(t_{i+1}) = y(t_i) + \int_{t_i}^{t_{i+1}} y'(s)ds \end{cases} \quad (4.3)$$

Para resolver a integral acima utilizamos a Regra dos Trapézios, já que o sistema fuzzy fornece x' em cada iteração t_i . Assim o sistema (4.3) passa a ser um sistema discreto:

$$\begin{cases} x(t_{i+1}) = x(t_i) + \frac{1}{2}[x'(t_{i+1}) + x'(t_i)] \\ y(t_{i+1}) = y(t_i) + \frac{1}{2}[y'(t_{i+1}) + y'(t_i)] \end{cases} \quad (4.4)$$

Agora, utilizando (4.4) e sendo $t_i = t_0 + i$ e $t_0 = 0$, obtemos os valores de x e y , e assim sucessivamente.

Podemos observar que os pontos de equilíbrio do exemplo dado pelo nosso modelo fuzzy são: o ponto trivial $(0, 0)$ e o ponto não-trivial $(77, 5; 3, 5)$, ilustrados na Figura 4.5 (um estudo sobre equilíbrios de sistemas baseados em regras fuzzy está sendo desenvolvido por J. Mendes - IMECC - em sua tese de doutorado).

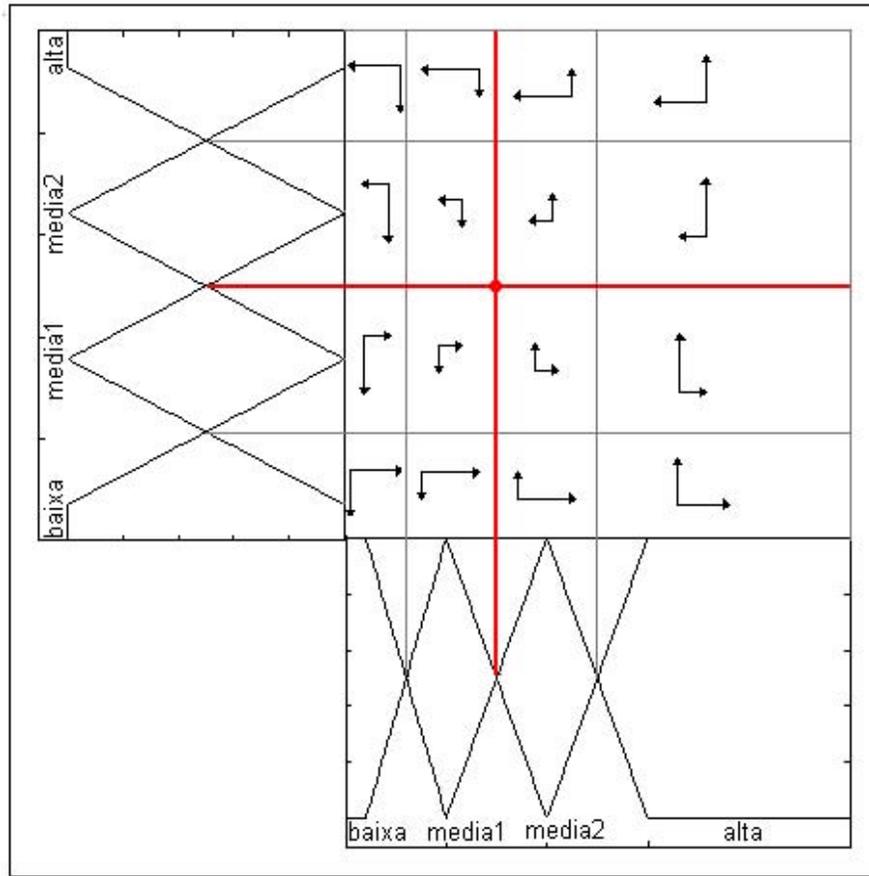


Figura 4.5: Ponto de equilíbrio do sistema fuzzy dado pela intersecção das duas retas em vermelho.

A evolução dos contingentes populacionais de presas e de predadores obtida a partir de (4.4) ao longo do tempo para o modelo fuzzy, juntamente com o respectivo plano de fase, está representada nas Figura 4.6 e Figura 4.7.

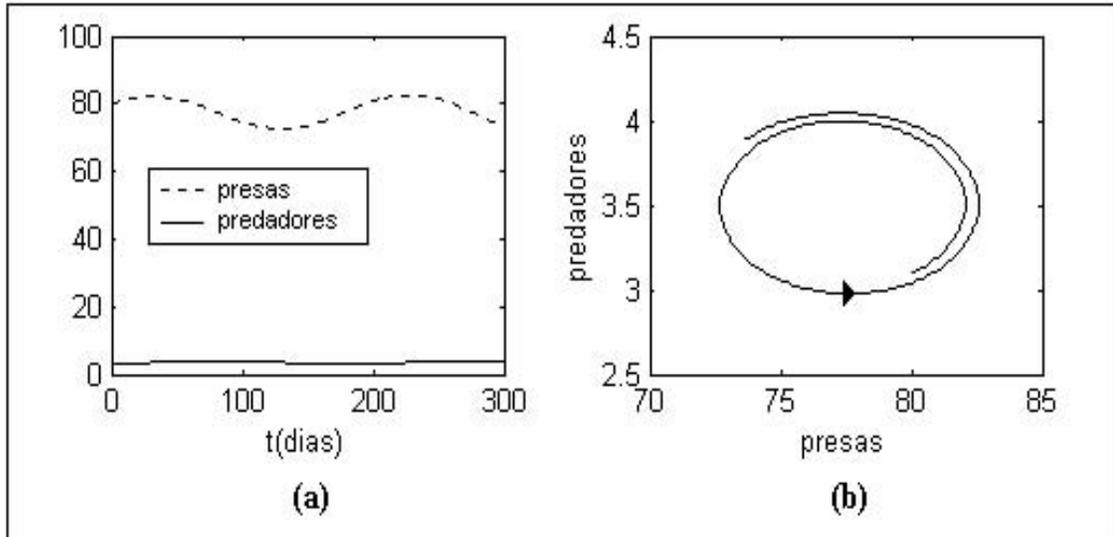


Figura 4.6: (a) Evolução dos contingentes populacionais ao longo do tempo e (b) Plano de fase do modelo fuzzy, para $x_0 = 80$ e $y_0 = 3, 2$.

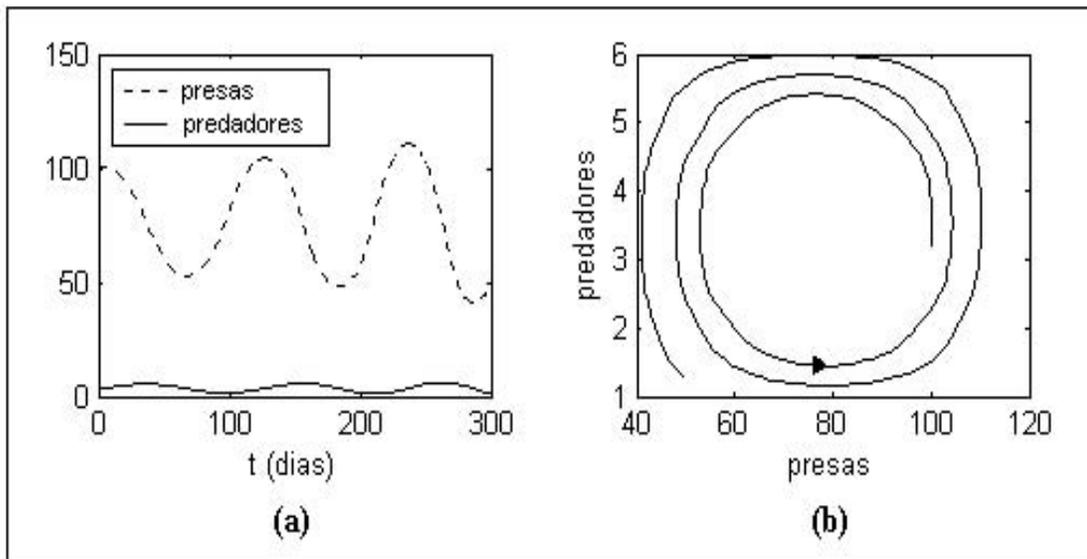


Figura 4.7: (a) Evolução dos contingentes populacionais ao longo do tempo e (b) Plano de fase do modelo fuzzy, para $x_0 = 100$ e $y_0 = 3, 2$.

Queremos ressaltar que mesmo sem equações, conseguimos um plano de fase semelhante ao do modelo discreto de Lotka-Volterra, uma vez que as curvas não são fechadas (ver Apêndice A), mantém uma periodicidade, característica central dos modelos do tipo presa-predador.

A seguir plotamos as populações de presas e de predadores separadamente para que possamos observar com mais clareza, não só a questão da periodicidade das soluções, mas também o retardo da ascensão da população de predadores em relação à população de presas (Figura 4.8).

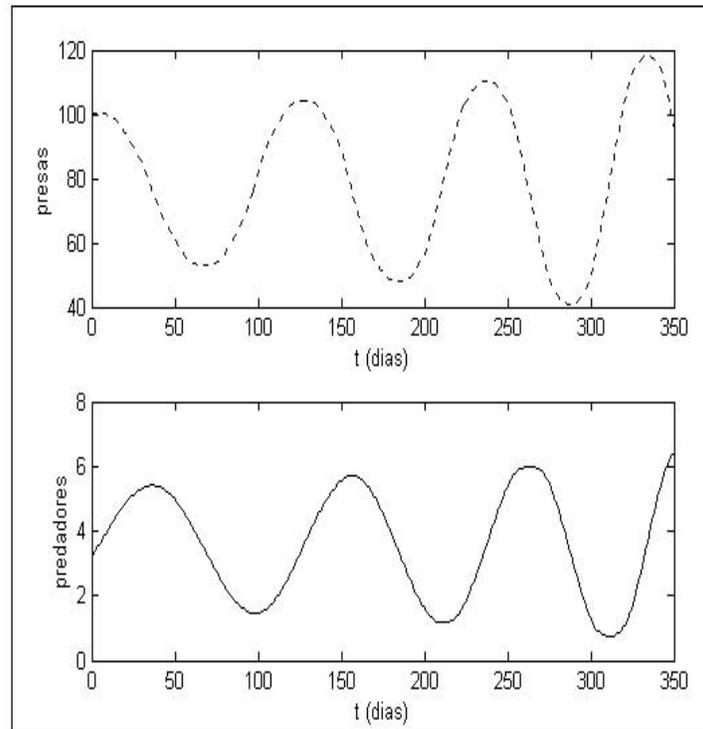


Figura 4.8: Evolução dos contingentes populacionais ao longo do tempo do modelo fuzzy, para $x_0 = 80$ e $y_0 = 3, 2$.

Neste momento julgamos interessante comparar o Modelo Presa-predador P-fuzzy com o Modelo de Lotka-Volterra. Para isso, procuramos ajustar os parâmetros do sistema de equações (4.1) para o novo modelo obtido.

Primeiramente, substituímos o ponto de equilíbrio dado por $P_e = (77, 5; 3, 5)$ no sistema de equações (4.1). Ainda nas equações (4.1), substituímos algumas soluções (x, y) dadas pelo

modelo fuzzy e assim, ajustamos os parâmetros e chegamos ao seguinte sistema de equações discretas:

$$\begin{cases} x(t_{i+1}) = x(t_i) - 77,5 * a * (y(t_i) - 3,5) \\ y(t_{i+1}) = y(t_i) + 3,5 * 0,0012 * (x(t_i) - 77,5) \end{cases} \quad (4.5)$$

onde $a = -1,999 * 10^{-9} * (x_0^4) + 6,68 * 10^{-7} * (x_0^3) - 7,6 * 10^{-5} * x_0^2 + 0,0034 * x_0 - 0,04394$, x_0 é a quantidade inicial de presas e y_0 é a quantidade inicial de predadores.

Nas Figura 4.9 e Figura 4.10 fazemos dois exemplos de ajuste dos dois modelos, cuja diferença está apenas nas condições iniciais.

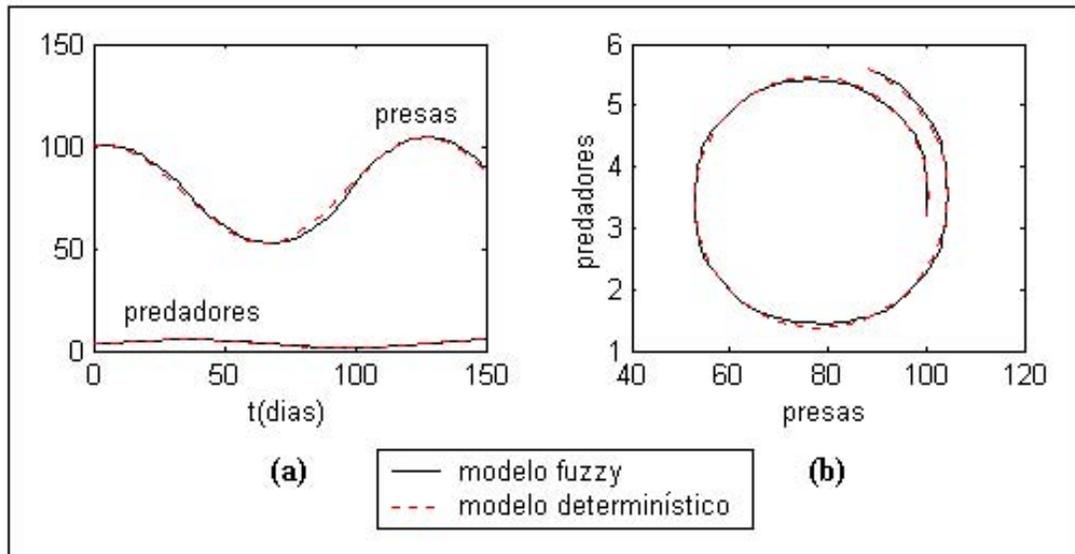


Figura 4.9: Exemplo 1: (a) Evolução dos contingentes populacionais ao longo do tempo e (b) Plano de fase do modelo fuzzy, para $x_0 = 100$ e $y_0 = 3, 2$.

Notamos que, a partir da curva no plano de fase obtida através do modelo fuzzy, conseguimos ajustar a curva de forma a encontrar os parâmetros adequados para o modelo determinístico. Lembremos que os parâmetros especificamente não são disponíveis e que só conseguimos obtê-los a partir do modelo fuzzy.

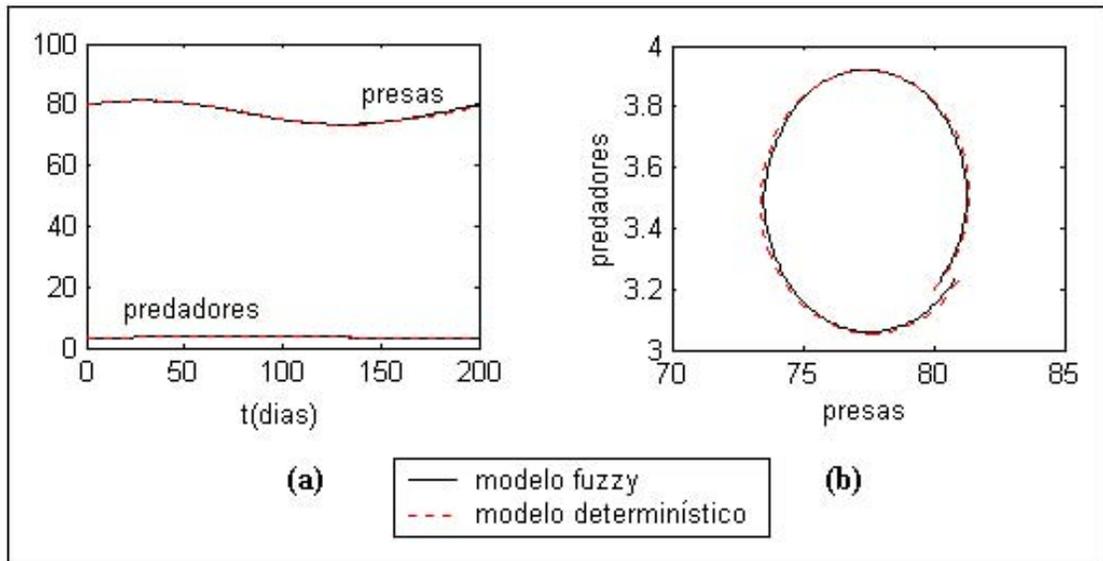


Figura 4.10: Exemplo 2: (a) Evolução dos contingentes populacionais ao longo do tempo e (b) Plano de fase do modelo fuzzy, para $x_0 = 80$ e $y_0 = 3, 2$.

Neste momento julgamos oportuno observar uma análise do realismo do modelo de Lotka-Volterra. De acordo com Murray [1989], as soluções dadas por esse modelo não são estruturalmente estáveis. Qualquer perturbação pequena sobre uma trajetória no plano de fase moverá a solução para uma outra trajetória que não permanecerá próxima dela para todo t . Assim, uma pequena perturbação pode ocasionar grandes modificações, pelo menos na amplitude das oscilações.

Edelstein-Keshet [1988] sugere que façamos uso desse modelo junto com pequenas alterações no sistema (4.1), para entendermos os efeitos que tais mudanças ocasionam na estabilidade do ponto de equilíbrio. Dessa forma, propomos algumas alterações.

4.3.2 Modelo presa-predador p-fuzzy com inibição

Vamos considerar hipóteses que não foram contempladas até aqui, como por exemplo o valor máximo sustentável, ou seja, ao invés de considerarmos um crescimento de Malthus na população de presas, vamos adotar um crescimento de Verhulst, onde a capacidade suporte é levada em conta.

Isto ocasiona uma alteração na base de regras fuzzy. Assim, temos uma nova base de regras dada por:

1. *SE (x é baixa) E (y é baixa) ENTÃO (xlinha aumenta muito) E (ylinha diminui pouco)*
2. *SE (x é media1) E (y é baixa) ENTÃO (xlinha aumenta) E (ylinha diminui pouco)*
3. *SE (x é media2) E (y é baixa) ENTÃO (xlinha aumenta) E (ylinha aumenta)*
4. *SE (x é alta) E (y é baixa) ENTÃO (xlinha aumenta pouco) E (ylinha aumenta muito)*
5. *SE (x é alta) E (y é media1) ENTÃO (xlinha aumenta pouco) E (ylinha aumenta)*
6. *SE (x é alta) E (y é media2) ENTÃO (xlinha diminui) E (ylinha aumenta pouco)*
7. *SE (x é alta) E (y é alta) ENTÃO (xlinha diminui muito) E (ylinha aumenta pouco)*
8. *SE (x é media2) E (y é alta) ENTÃO (xlinha diminui) E (ylinha aumenta pouco)*
9. *SE (x é media1) E (y é alta) ENTÃO (xlinha diminui) E (ylinha diminui pouco)*
10. *SE (x é baixa) E (y é alta) ENTÃO (xlinha diminui pouco) E (ylinha diminui muito)*
11. *SE (x é baixa) E (y é media2) ENTÃO (xlinha diminui) E (ylinha diminui)*
12. *SE (x é baixa) E (y é media1) ENTÃO (xlinha aumenta) E (ylinha diminui pouco)*
13. *SE (x é media1) E (y é media1) ENTÃO (xlinha aumenta pouco) E (ylinha diminui pouco)*
14. *SE (x é media2) E (y é media1) ENTÃO (xlinha aumenta pouco) E (ylinha aumenta pouco)*
15. *SE (x é media2) E (y é media2) ENTÃO (xlinha diminui pouco) E (ylinha aumenta pouco)*
16. *SE (x é media1) E (y é media2) ENTÃO (xlinha diminui pouco) E (ylinha diminui pouco)*

Repetimos todos os passos feitos anteriormente para o modelo fuzzy (lembrando, porém, que com a nova base de regras), considerando os mesmos conjuntos fuzzy para as variáveis de entrada e de saída, e obtemos a nova solução dada pelas superfícies da Figura 4.11

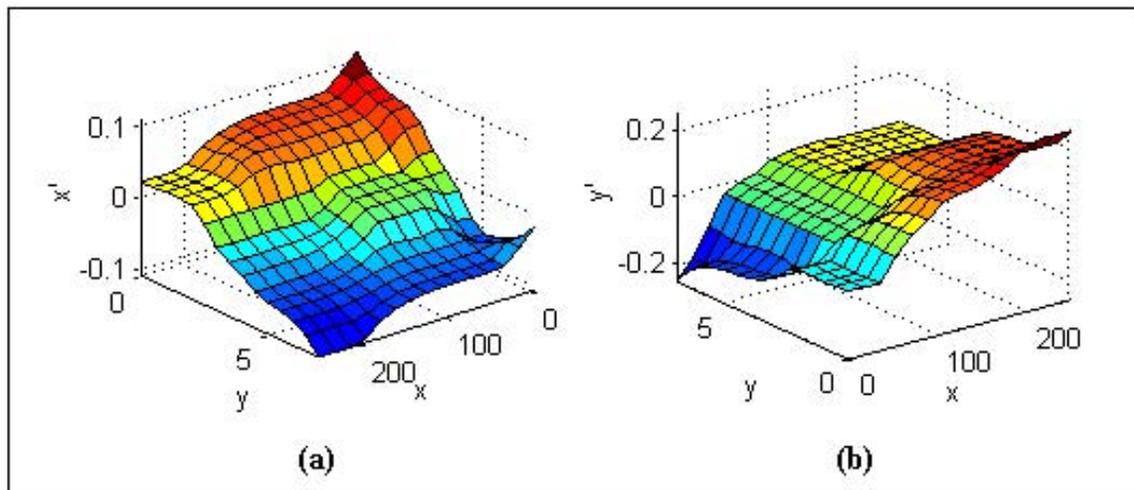


Figura 4.11: Superfícies dadas pelo controlador: (a) $x' = x'(x, y)$, (b) $y' = y'(x, y)$.

Os resultados obtidos através de simulações foram trajetórias no plano de fase convergindo

para um ciclo limite. Continuamos com os mesmos dois pontos de equilíbrio: $(0, 0)$ e $(77, 5; 3, 5)$. Entretanto, $(77, 5; 3, 5)$ agora é um nó instável (ilustrado nas Figuras 4.12 e 4.13) e não mais um centro, como no modelo clássico de Lotka-Volterra.

É possível constatar que uma pequena alteração na base de regras ocasionou uma mudança na estabilidade do sistema tanto em relação ao modelo clássico como em relação ao modelo fuzzy (uma vez que o modelo fuzzy mantém a mesma estrutura cíclica do clássico).

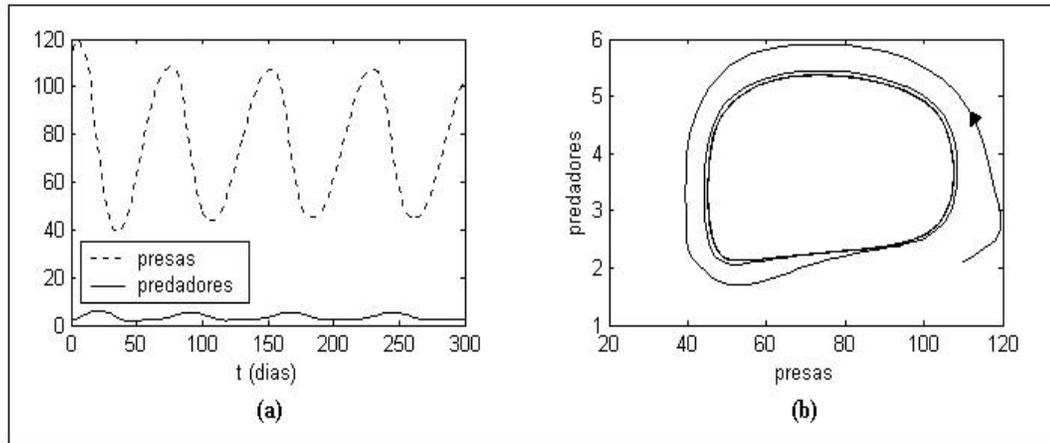


Figura 4.12: (a) Evolução dos contingentes populacionais ao longo do tempo e (b) Plano de fase do modelo fuzzy para $x_0 = 110$ e $y_0 = 2$.

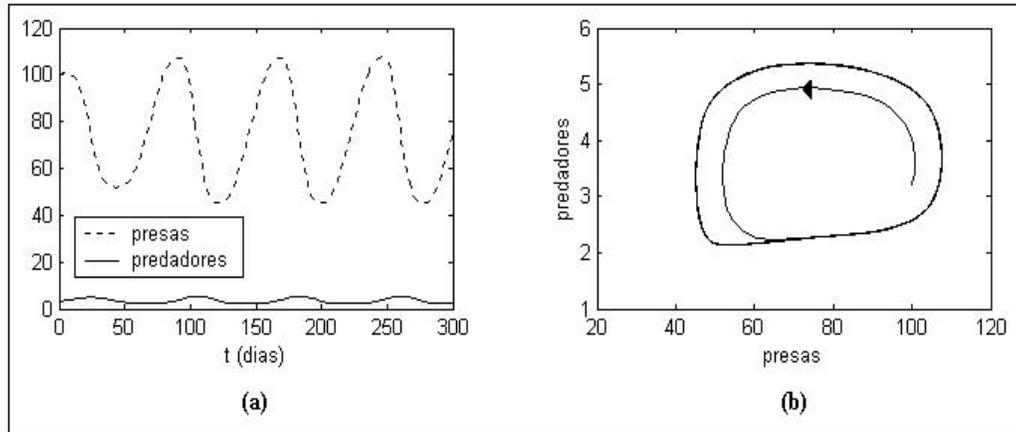


Figura 4.13: (a) Evolução dos contingentes populacionais ao longo do tempo e (b) Plano de fase do modelo fuzzy, para $x_0 = 100$ e $y_0 = 3, 2$.

Existem modelos mais amplos que levam em conta a variação da resposta funcional conforme a espécie.

O número de presas atacadas pelo predador em função de sua densidade é conhecido como resposta funcional. Holling [1959] classificou-a em três categoriais (ver Figura 4.14): Tipo I - caracterizada por um aumento linear até um máximo no número de presas ingeridas pelo predador, à medida que a densidade da presa aumenta (tipo peculiar em invertebrados e algumas espécies de peixes); Tipo II - em que o número de presas atacadas pelo predador aumenta rapidamente em virtude de uma maior disponibilidade de presas, aproximando-se de um limiar (tipo peculiar em espécies com saturação bem pronunciada, como por exemplo, moluscos); Tipo III - em que a resposta é sigmóide, aproximando-se de uma assíntota superior (tipo peculiar em vertebrados).

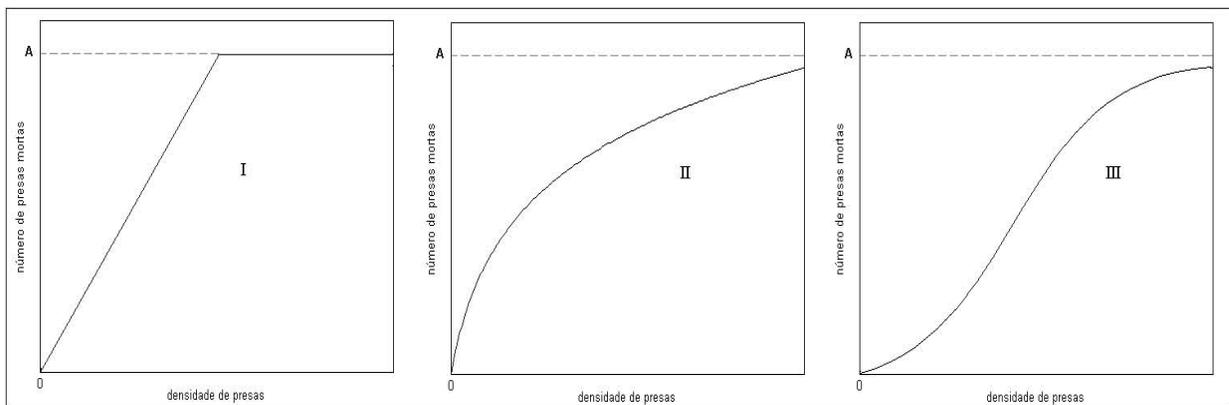


Figura 4.14: Os três diferentes tipos de resposta funcional.

Na próxima seção vamos estudar o Modelo presa-predador de Holling-Tanner com resposta funcional do tipo II (para invertebrados).

4.4 O Modelo Presa-Predador de Holling-Tanner

Considere o sistema presa-predador de Holling-Tanner:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{mxy}{D+x} \\ \frac{dy}{dt} = sy\left(1 - h\frac{y}{x}\right) \\ x(0) > 0, y(0) > 0 \end{cases} \quad (4.6)$$

onde $r, m, s, h, D, K > 0$.

De acordo com Bassanezi [2002], neste modelo temos:

- a taxa de crescimento interespecífica (função densidade-dependência) é a mesma taxa do modelo logístico para uma espécie isolada. Dessa forma, o crescimento das presas é inibido, tendo uma capacidade suporte igual a K na ausência de predadores;
- a taxa de ataque (efeito dos predadores) é crescente em relação à quantidade de presas, aproximando-se de um limiar estacionário;
- a capacidade suporte da população de predadores é $\frac{x}{h}$, isto é, y deve ser menor que $\frac{x}{h}$ para que a população de predadores cresça;
- m é o número máximo de presas que podem ser capturadas por um predador em cada unidade de tempo (taxa máxima de predação per capita);
- D é o número necessário de presas para se atingir metade da taxa máxima m ;
- h é uma medida da qualidade alimentícia proporcionada pela presa para conversão em nascimento de predadores.

O sistema (4.6) assume que a população de presas cresce logisticamente com taxa de crescimento intrínseca r e capacidade suporte K na ausência de predação. A população de predadores cresce com razão intrínseca s e capacidade suporte proporcional ao tamanho da população de presas. Este modelo faz considerações sobre o efeito da predação não estabelecidas no modelo clássico de Lotka-Volterra. O modelo de Holling-Tanner é um importante e interessante modelo de sistema presa-predador no sentido biológico e matemático (Bassanezi [2002]).

A estabilidade estrutural do modelo dado pelas equações (4.6) é dada por:

1. se o ponto crítico está à direita do máximo da isóclina de presas, ele é um foco estável, para todos os valores de $\frac{s}{r}$.
2. Se o ponto crítico está à esquerda do máximo da isóclina de presas, temos duas possibilidades:
 - é um foco estável se $\frac{s}{r}$ é maior que o valor limitado dado por $\frac{rh}{m}$;
 - é foco de um ciclo limite se $\frac{s}{r}$ é menor que o valor limitado dado por $\frac{rh}{m}$.

O estudo da estabilidade estrutural do modelo de Holling-Tanner pode ser visto no Apêndice B.

Uma análise detalhada da estabilidade do Modelo de Holling-Tanner pode ser encontrada em Hsu e Huang [1995].

É de nosso interesse contemplar características como capacidade suporte e resposta funcional.

No próximo modelo, uma nova base de regras é construída que contempla essas características.

4.5 Um modelo presa-predador p-fuzzy com resposta funcional para invertebrados

Para o nosso novo modelo, temos também, duas variáveis de entrada - quantidade de presas e quantidade de predadores e duas variáveis de saída - variação da quantidade de presas e variação da quantidade de predadores.

Considerando agora as observações feitas no início da seção (4.3), valor máximo sustentável e resposta funcional, obtemos uma nova base de regras fuzzy:

1. *SE (x é muito baixa) E (y é muito baixa) ENTÃO (x' aumenta muito) E (y' diminui muito)*
2. *SE (x é baixa) E (y é muito baixa) ENTÃO (x' aumenta muito) E (y' aumenta pouco)*
3. *SE (x é media baixa) E (y é muito baixa) ENTÃO (x' aumenta) E (y' aumenta)*
4. *SE (x é alta) E (y é muito baixa) ENTÃO (x' aumenta pouco) E (y' aumenta muito)*
5. *SE (x é muito alta) E (y é muito baixa) ENTÃO (x' diminui pouco) E (y' aumenta muito)*
6. *SE (x é muito alta) E (y é media baixa) ENTÃO (x' diminui) E (y' aumenta)*
7. *SE (x é muito alta) E (y é alta) ENTÃO (x' diminui muito) E (y' aumenta pouco)*
8. *SE (x é alta) E (y é alta) ENTÃO (x' diminui muito) E (y' aumenta)*

9. $SE(x \text{ é media}) E(y \text{ é alta}) \tilde{ENTÃO}(x' \text{ diminui}) E(y' \text{ diminui pouco})$
10. $SE(x \text{ é media baixa}) E(y \text{ é alta}) \tilde{ENTÃO}(x' \text{ diminui pouco}) E(y' \text{ diminui})$
11. $SE(x \text{ é baixa}) E(y \text{ é alta}) \tilde{ENTÃO}(x' \text{ diminui pouco}) E(y' \text{ diminui muito})$
12. $SE(x \text{ é muito baixa}) E(y \text{ é alta}) \tilde{ENTÃO}(x' \text{ diminui pouco}) E(y' \text{ diminui muito})$
13. $SE(x \text{ é muito baixa}) E(y \text{ é media}) \tilde{ENTÃO}(x' \text{ diminui pouco}) E(y' \text{ diminui})$
14. $SE(x \text{ é muito baixa}) E(y \text{ é media baixa}) \tilde{ENTÃO}(x' \text{ diminui pouco}) E(y' \text{ diminui})$
15. $SE(x \text{ é muito baixa}) E(y \text{ é baixa}) \tilde{ENTÃO}(x' \text{ diminui pouco}) E(y' \text{ diminui pouco})$
16. $SE(x \text{ é baixa}) E(y \text{ é baixa}) \tilde{ENTÃO}(x' \text{ aumenta pouco}) E(y' \text{ diminui pouco})$
17. $SE(x \text{ é media baixa}) E(y \text{ é baixa}) \tilde{ENTÃO}(x' \text{ aumenta}) E(y' \text{ aumenta pouco})$
18. $SE(x \text{ é media}) E(y \text{ é baixa}) \tilde{ENTÃO}(x' \text{ aumenta pouco}) E(y' \text{ aumenta})$
19. $SE(x \text{ é alta}) E(y \text{ é baixa}) \tilde{ENTÃO}(x' \text{ diminui pouco}) E(y' \text{ aumenta})$
20. $SE(x \text{ é baixa}) E(y \text{ é media baixa}) \tilde{ENTÃO}(x \text{ linha diminui pouco}) E(y' \text{ diminui})$
21. $SE(x \text{ é media baixa}) E(y \text{ é media baixa}) \tilde{ENTÃO}(x' \text{ diminui pouco}) E(y' \text{ diminui pouco})$
22. $SE(x \text{ é media}) E(y \text{ é media baixa}) \tilde{ENTÃO}(x' \text{ aumenta pouco}) E(y' \text{ aumenta pouco})$
23. $SE(x \text{ é alta}) E(y \text{ é media baixa}) \tilde{ENTÃO}(x' \text{ aumenta pouco}) E(y' \text{ aumenta})$
24. $SE(x \text{ é baixa}) E(y \text{ é media}) \tilde{ENTÃO}(x' \text{ diminui pouco}) E(y' \text{ diminui})$
25. $SE(x \text{ é media baixa}) E(y \text{ é media}) \tilde{ENTÃO}(x' \text{ diminui}) E(y' \text{ diminui pouco})$
26. $SE(x \text{ é media}) E(y \text{ é media}) \tilde{ENTÃO}(x' \text{ diminui pouco}) E(y' \text{ aumenta pouco})$
27. $SE(x \text{ é alta}) E(y \text{ é media}) \tilde{ENTÃO}(x' \text{ diminui pouco}) E(y' \text{ aumenta pouco})$
28. $SE(x \text{ é muito alta}) E(y \text{ é baixa}) \tilde{ENTÃO}(x' \text{ diminui pouco}) E(y' \text{ aumenta})$
29. $SE(x \text{ é muito alta}) E(y \text{ é media}) \tilde{ENTÃO}(x' \text{ diminui}) E(y' \text{ aumenta})$
30. $SE(x \text{ é media}) E(y \text{ é muito baixa}) \tilde{ENTÃO}(x' \text{ aumenta}) E(y' \text{ aumenta muito})$

Para que possamos simular o modelo fuzzy, vamos adotar as funções de pertinência dadas pelas Figuras 4.15 a 4.18 para as variáveis x , y , x' e y' , respectivamente. As funções de pertinência são dos tipos triangulares ou trapezoidais.

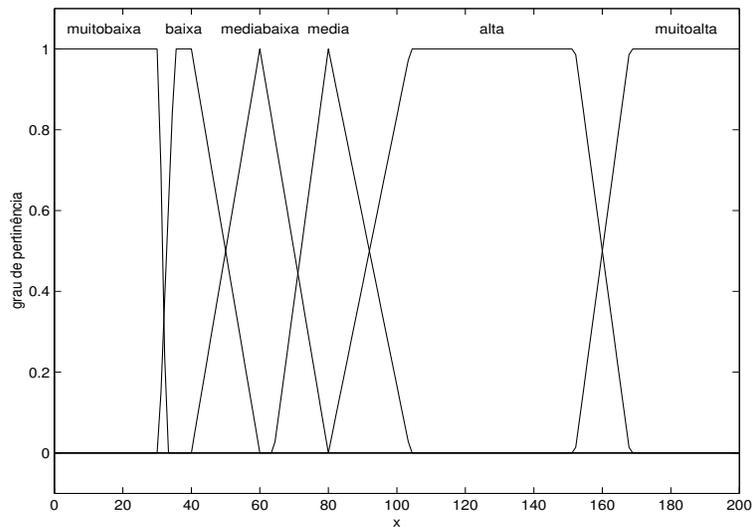


Figura 4.15: Função de pertinência da variável de entrada x .

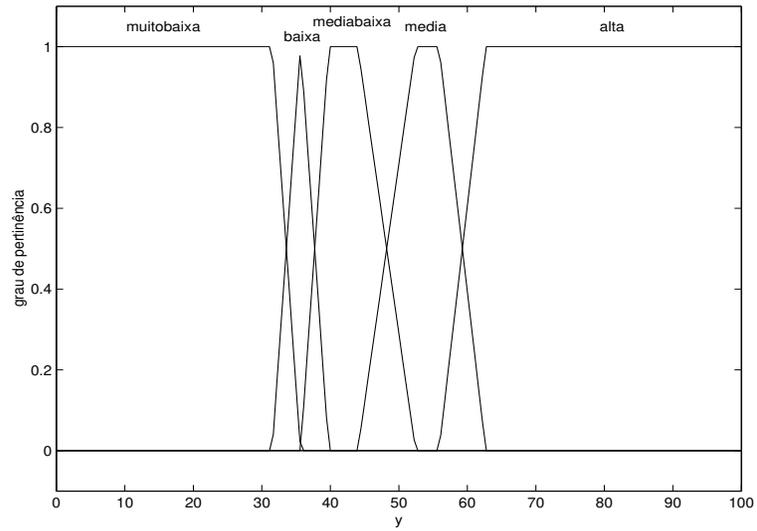


Figura 4.16: Função de pertinência da variável de entrada y .

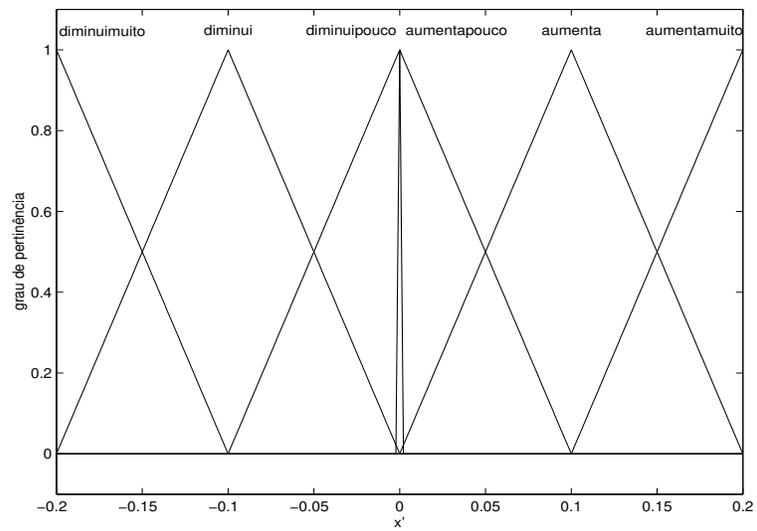


Figura 4.17: Função de pertinência da variável de saída x' .

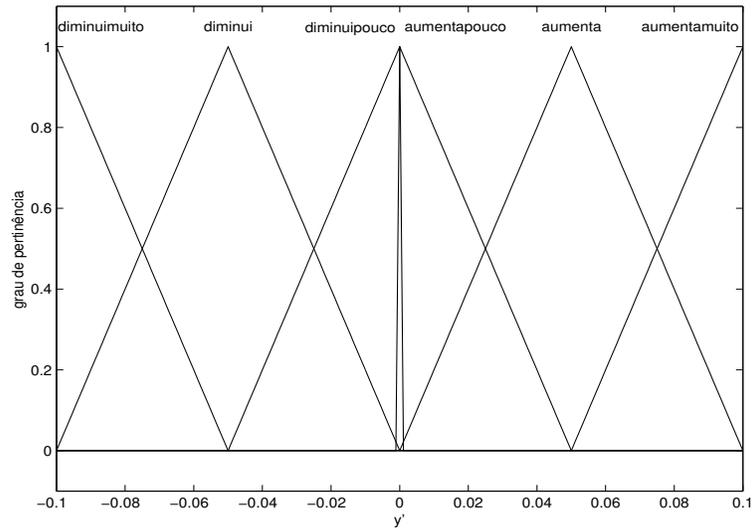


Figura 4.18: Função de pertinência da variável de saída y' .

Utilizando o Método de Inferência de Mamdani e a defuzzificação do Centro de Gravidade, obtemos as superfícies dadas pela Figura 4.19 como soluções do sistema:

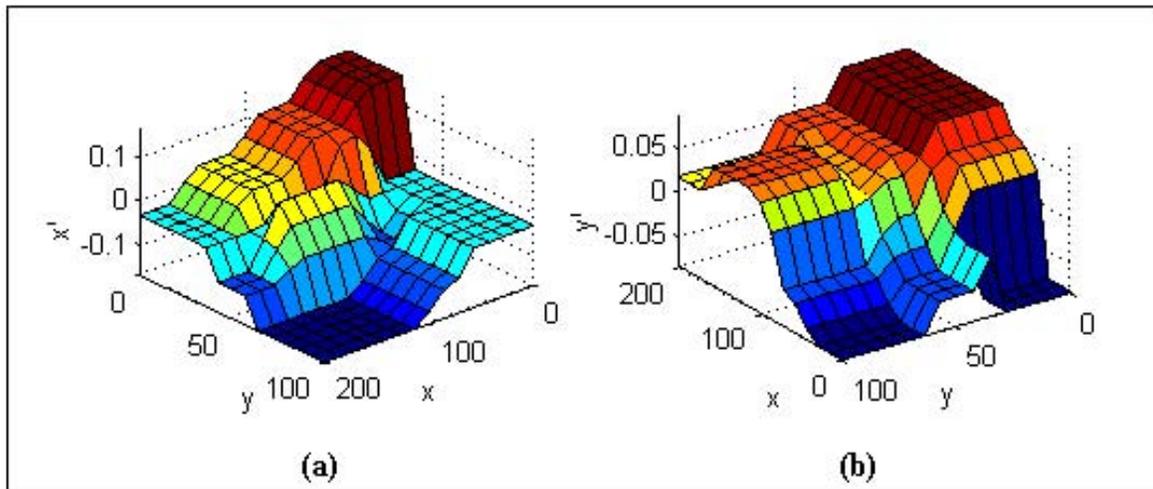


Figura 4.19: Superfícies dadas pelo controlador: (a) $x' = x'(x, y)$, (b) $y' = y'(x, y)$.

4.5.1 Resultados

Analogamente ao que foi feito para o modelo fuzzy anterior, nas simulações numéricas realizadas, procuramos observar a variação da quantidade de presas e da quantidade de predadores. Iniciamos as simulações com um número inicial x_0 de presas e um número inicial y_0 de predadores, escolhidos aleatoriamente. Através do controlador fuzzy, obtemos os valores das variações de x e y , ou seja, x' e y' . Com esses dois últimos valores, para obter x e y em cada iteração utilizamos as equações (4.4) e sendo $t_i = t_0 + i$ e $t_0 = 0$, obtemos os valores de x e y , e assim sucessivamente.

A evolução dos contingentes populacionais de presas e de predadores obtida a partir de (4.4) ao longo do tempo para o modelo fuzzy, juntamente com o respectivo plano de fase, está representada nas Figura 4.20 e Figura 4.21, que diferem apenas nas condições iniciais.

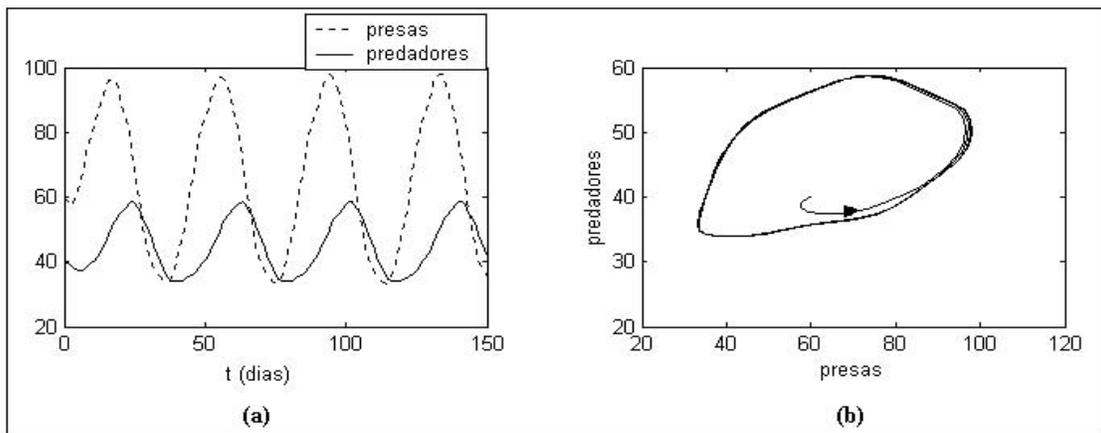


Figura 4.20: Exemplo 1: (a) Evolução dos contingentes populacionais ao longo do tempo e (b) Plano de fase do modelo fuzzy, para $x_0 = 60$ e $y_0 = 40$.

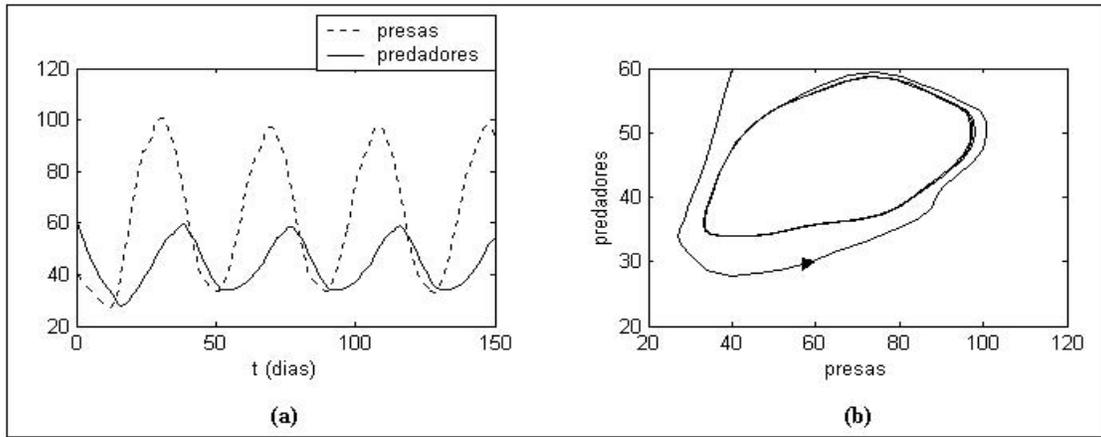


Figura 4.21: Exemplo 2: (a) Evolução dos contingentes populacionais ao longo do tempo e (b) Plano de fase do modelo fuzzy para $x_0 = 40$ e $y_0 = 60$.

Queremos ressaltar que, mesmo sem equação, conseguimos um plano de fase onde as trajetórias convergem para um ciclo limite. Portanto, é possível, através de uma base de regras, modelar a dinâmica presa-predador sem o uso de equações diferenciais explícitas, utilizando hipóteses naturais da interação entre as espécies envolvidas e o auxílio de especialistas que se faz necessário para compor as funções de pertinência adequadas a cada espécie.

Consideramos a utilização da teoria dos conjuntos fuzzy uma grande contribuição na construção de modelos matemáticos, principalmente nesses casos onde muitos dos parâmetros das equações diferenciais não são disponíveis.

Queremos ainda destacar que modelos baseados em regras fuzzy mantêm as mesmas características dos modelos determinísticos clássicos, como pudemos comprovar neste capítulo, ou seja, tanto modelos determinísticos como modelos baseados em regras fuzzy representam de forma análoga, a interação presa-predador entre espécies, pois, qualitativamente, eles são similares.

Entendemos como conveniente neste ponto do trabalho mostrar algumas vantagens do uso de modelos baseados em regras fuzzy em relação aos determinísticos, o que consideramos contribuições dadas por este trabalho:

- muitos dos parâmetros das equações diferenciais de sistemas do tipo presa-predador não

são disponíveis e muitas vezes há dificuldade de se analisar tais sistemas;

- no modelo fuzzy utilizamos uma base de regras fuzzy em vez dos sistemas dados por equações, eliminando o problema da dificuldade de se obter parâmetros; esses parâmetros podem ser obtidos, caso se deseje, através de um ajuste de curvas a partir de soluções encontradas pelo modelo baseado em regras fuzzy;
- os conjuntos de entrada e saída do controlador podem ser facilmente construídos com o auxílio de especialistas da área, ou seja, um especialista saberá dizer quando a população de uma determinada espécie é baixa, alta, e assim por diante.
- acreditamos que este é o caminho para investigar um modelo evolutivo em que a complexidade na interação entre presas e predadores não pode ser representada explicitamente por funções matemáticas.

Com o objetivo de criar um modelo mais realista possível que representa a dinâmica entre pulgões e joaninhas na citricultura, no próximo capítulo vamos utilizar o modelo fuzzy elaborado a partir das hipóteses do tipo Holling-Tanner.

4.6 Resumo

Nesse capítulo tratamos de alguns modelos clássicos, dados por equações diferenciais, que descrevem a dinâmica do tipo presa-predador e propomos três modelos fuzzy para esse tipo de interação onde incorporamos o valor máximo sustentável e a resposta funcional para invertebrados.

No próximo capítulo, utilizaremos o modelo fuzzy do tipo Holling-Tanner para descrever a interação entre pulgões e joaninhas em uma árvore cítrica.

Capítulo 5

Um Modelo Presa-Predador P-Fuzzy em Citros: pulgões e joaninhas

Temos como objetivo neste capítulo elaborar um modelo presa-predador que represente a interação entre pulgões (presa) e joaninhas (predador) na citricultura, utilizando para isso um sistema baseado em regras fuzzy, com dinâmica do tipo Holling-Tanner, estudado no capítulo anterior e compará-lo com o modelo determinístico clássico de Holling-Tanner.

Os afídeos possuem numerosos inimigos naturais nos reinos vegetal e animal, e por vezes, papel decisivo no crescimento populacional das espécies. Os inimigos dos afídeos com maior interesse econômico pertencem à classe Insecta, classificando-se, de acordo com o modo como atuam, em parasitóides e predadores. Dentre os predadores dos afídeos dos citros no Brasil, destaca-se a joaninha *Cycloneda sanguinea* (Borrer e DeLong [1970]).

No Capítulo 3, estudamos os pulgões - como vivem, se reproduzem e os danos que podem causar às culturas. Na próxima seção vamos conhecer um pouco mais sobre as joaninhas.

5.1 As joaninhas

Os insetos predadores são eficientes agentes no controle de artrópode-praga, atuando diretamente sobre ele e alimentando-se de parte ou de todo o corpo da presa. Nesse contexto, inúmeras espécies da família *Coccinellidae* são predadoras, auxiliando na regulação da população de insetos-praga em muitas culturas (Santa-Cecília et al. [2001]).

As joaninhas, como são vulgarmente conhecidas, são importantes predadores de pragas

agrícolas, tais como: afídeos, cochonilhas e ácaros. Encontram-se nos mais variados ambientes, totalizando cerca de 5000 espécies conhecidas no mundo (Macedo et al. [2004]).

Em função do seu hábito alimentar predatório, e também da grande gama de insetos e ácaros por elas predados, são consideradas eficientes agentes de controle biológico. A ação de tais predadores é bastante freqüente, atuando no que é denominado Controle Natural. A maioria dos levantamentos de joaninhas em frutíferas no Estado de São Paulo é realizada em citros, onde sua ação é comprovadamente efetiva (Macedo et al. [2004]). Esta descoberta tem estimulado o interesse na *Cycloneda sanguinea* como possível agente de controle biológico de pulgões em citros.

Entre esse grupo de predadores, a joaninha *Cycloneda sanguinea* (Linnaeus, 1763), pertencente à Ordem *Coleoptera* e Família *Coccinellidae* é comumente observada em várias culturas, como é o caso da citricultura. No Brasil, a *Cycloneda sanguinea* é comumente observada alimentando-se, principalmente, de afídeos.

De acordo com Hodek [1973], os coccinélídeos apresentam grande atividade de busca, ocupando todos os ambientes de suas presas, além de serem muito vorazes, o que os caracteriza como eficientes predadores, principalmente de afídeos. A ocorrência natural de larvas e adultos de coccinélídeos durante o período de infestação de pulgões em plantas cultivadas é importante no controle desses insetos, diminuindo as suas populações e reduzindo os danos causados.

Em Macedo et al. [2004] encontramos as fases do desenvolvimento da joaninha com suas respectivas fotos:



Figura 5.1: Ovos de *Cycloneda sanguinea*. Fonte: Macedo et al. [2004].

- Ovos: geralmente ovalados e amarelos. O número é variável, em massas de 5 a 15 ovos, normalmente, que são fixados no substrato por uma substância viscosa, oriunda do ovipositor. Gêneros de grande atividade, como *Cycloneda*, que predam pulgões, colocam seus ovos em grupos sobre a face inferior das folhas vizinhas às colônias de presa (Figura 5.1).



Figura 5.2: Larva de *Cycloneda sanguinea* predando pulgões. Fonte: Macedo et al. [2004].

- Larvas: quando recém eclodidas, permanecem próximas aos ovos por cerca de um dia, alimentando-se de ovos inviáveis, ou mesmo consumindo larvas que eclodirem tardiamente. Apresentam 4 instares, sendo o último de maior duração, corpo comprido mais ou menos achatado, coberto por pequenos tubérculos ou espinhos e pernas longas. Caminham ativamente sobre as plantas procurando suas presas. São geralmente encontradas em colônias de afídeos (Figura 5.2).
- Pupas: quando irritadas na região da cabeça, tendem a se movimentar. A coloração é influenciada por condições climáticas, tendendo a escurecer em temperaturas mais baixas e em umidades mais elevadas (Figura 5.3).



Figura 5.3: Pupa de *Cycloneda sanguinea*. Fonte: Macedo et al. [2004].

- Adultos: distinguem-se principalmente pela convexidade das asas anteriores. A maioria das joaninhas é ágil, de coloração variável (laranja, vermelha, cinza, marrom-escura até ocre), podendo apresentar ou manchas ou pontuações nas asas, também com coloração variável. A *Cycloneda*, de coloração preta com élitros vermelhos brilhantes, com 5 mm de comprimento, aproximadamente, corpo esférico e dorso convexo é assim como as larvas, predador voraz (Figura 5.4). As joaninhas copulam da maneira normal das famílias da Ordem Coleoptera, com o macho usando as pernas anteriores para escalar os élitros da fêmea, sendo carregado por ela durante o ato.

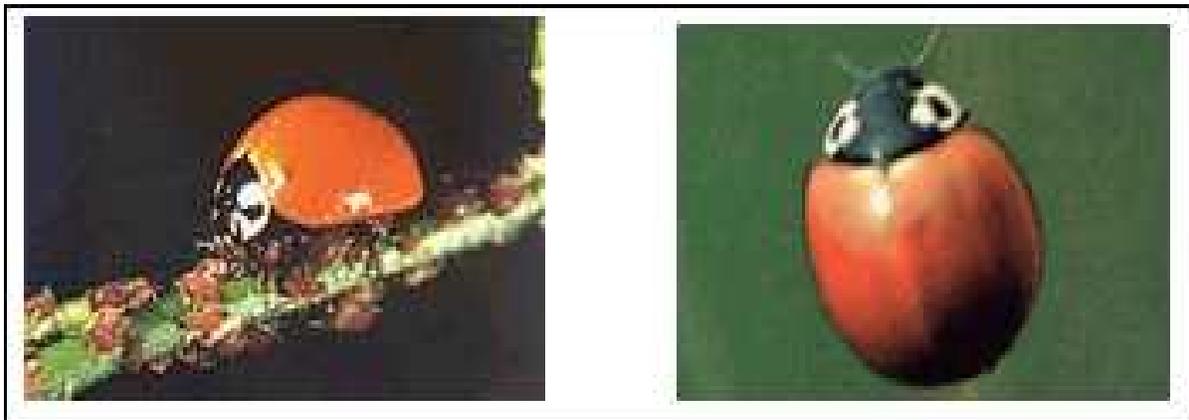


Figura 5.4: (a) Adulto de *Cycloneda sanguinea* predando pulgões (Fonte: Macedo et al. [2004]); (b) Adulto de *Cycloneda sanguinea* (Foto de D.N. Gassen).

As joaninhas podem apresentar uma taxa líquida de reprodução equivalente a 9,18 fêmeas, produzidas por uma fêmea a cada semana. A taxa líquida de reprodução é o número médio de descendentes fêmeas que poderão se originar de um grupo de fêmeas durante a vida, se elas obedecerem a um modelo fixo de taxas de idade e morte específicas, expressando assim a taxa de crescimento da população por geração. A duração média de uma geração da joaninha é de 3,31 semanas, enquanto que o tempo necessário para as fêmeas do predador dobrarem as populações foi de 1,03 semana. A duração de uma geração é o período compreendido entre o nascimento dos pais e o nascimento dos descendentes (Wanderley et al. [2002]).

Os aspectos relacionados à biologia desse predador foram estudados em Santos e Pinto [1981], verificando-se um período médio para a fase larval de 9,3 dias; a pré-pupa, que origina machos ou fêmeas, permanece em média 1,7 dia nesse estágio; 3,4 dias para pupa e com longevidade média de aproximadamente 63 dias. Cada larva desse predador pode consumir até 200 pulgões/dia e os adultos predam uma média de 20 pulgões/dia (Gravena [2003b]).

Apesar de *Cycloneda sanguinea* ser bastante comum, alguns aspectos da sua biologia são ainda desconhecidos, como por exemplo, a capacidade predatória das larvas em função de diferentes densidades de presas.

De acordo com Morales e Buranr Jr. [1985], o número de pulgões predados por dia por esta joaninha varia em proporção a densidade de afídeos.

Em Andrade et al. [2002] avaliou-se a capacidade predatória da *Cycloneda sanguinea*, alimentada com uma espécie de pulgão. O consumo total médio no 1º, 2º, 3º e 4º instar foi 2,33; 6,62; 13,24 e 53,62 pulgões/joaninha, respectivamente. Diariamente a joaninha consumiu 1,88; 3,21; 6,93 e 14,54, pulgões, respectivamente, no 1º, 2º, 3º e 4º instar. A presa adotada propiciou bom desenvolvimento larval da joaninha, e como observado para a maioria das espécies de coccinelídeos, o consumo no quarto instar foi superior aos demais, representando, 70,73% do total predado.

Em Santa-Cecília et al. [2001], o consumo médio de pulgões variou em função do estágio de desenvolvimento do predador. No 1º instar, foram predados, em média, $27,8 \pm 4,9$ pulgões, passando para $75,1 \pm 0,6$ no 2º, $98,0 \pm 12,7$ no 3º e $408,5 \pm 21,2$ no 4º instar, perfazendo um total de $609,4 \pm 4,1$ pulgões consumidos durante a fase larval. No 4º instar, como a larva

necessita de maior quantidade de nutrientes para transformação em pupa e conseqüentemente para a formação do adulto, a duração foi de $3,8 \pm 0,4$ dias e o número de pulgões consumidos foi maior. Não houve diferenças entre o número de pulgões consumidos por machos e fêmeas e o peso das pupas também não foi afetado pelo sexo do predador. À exceção do 2º instar, verificou-se uma tendência de aumento na capacidade de predação das larvas com aumento da densidade da presa, evidenciando uma resposta funcional em forma de ascensão linear.

Para se ter uma idéia da eficiência do sucesso de joaninhas no Controle Biológico, vale salientar que o caso de maior repercussão, caracterizando o marco quanto ao uso desses predadores, ocorreu não com sua ação natural, mas através da importação de *Rodolia cardinalis*, da Austrália, em 1889, para controlar a cochonilha *Icerya purchasi*, que estava destruindo os pomares cítricos da Califórnia, EUA. Essa ação foi denominada de Controle Biológico Clássico, que vem a ser, como relatado, a importação de um inimigo natural exótico, sua criação e posterior liberação, com a finalidade de atuar sobre pragas que geralmente não dispõem de agentes eficientes para seu controle.

5.2 O Potencial de Predação

No sistema presa-predador, a estrutura de uma população de predadores muda com o passar do tempo e há fases onde não ocorre a predação. Como vimos, as joaninhas somente predam pulgões enquanto larvas e adultos. Já os pulgões são predados por seus inimigos independentemente da fase da vida (Braga e Sousa-Silva [1999]) e a incorporação desta característica no modelo é digna de estudo; conseqüentemente, é também útil na aplicação da teoria da predação no controle biológico.

Neste seção é de nosso interesse levar em conta as particularidades dos dados disponíveis bem como informações de especialistas de que, por exemplo, a “qualidade” dos predadores é de fundamental importância para desenvolver alguns modelos, utilizando teoria dos conjuntos fuzzy, visando estabelecer a dinâmica da relação presa-predador, em especial à relação pulgões-joaninhas.

A inclusão da capacidade predatória do predador e da capacidade de fuga da presa são fatores importantes para se compreender relacionamentos do tipo presa-predador.

Fatos como este não são considerados em modelos de predação simples, como por exemplo, Lotka-Volterra e seus derivados.

Segundo Hsin e Yang [2003], modelos simples são inapropriados para estudar a relação presa-predador, em que as populações envolvidas apresentam diferentes dinâmicas conforme suas idades.

Como pulgões são predados por seus inimigos independentemente da fase da vida (Braga e Sousa-Silva [1999]), a população das presas (pulgões) não será subdividida, pois a qualidade de ser presa, no sentido da facilidade para fugir de seus predadores, independe de sua idade.

As joaninhas somente predam pulgões enquanto larvas e adultos, sendo que cada larva desses predadores pode consumir até 200 pulgões/dia e os adultos predam uma média de 20 pulgões/dia (Gravena [2003b]). A população de predadores então será composta de larvas e adultos e devemos distinguir, no modelo presa-predador, estas subpopulações com suas particularidades (Peixoto et al. [2005]).

De acordo com a informação acima, podemos considerar que os predadores são diferenciados de acordo com sua força de predação, segundo uma função de pertinência à classe dos predadores que aqui adotaremos,

$$P_{y_i} = \begin{cases} 1, & \text{se larva;} \\ 0, 1, & \text{se adulto} \end{cases}$$

e o **potencial de predação** de uma população de predadores como sendo $P_y = p_1 + 0.1 * p_2$, onde p_1 é a quantidade de larvas da população e p_2 é a população de adultos (Barros e Bassanezi [2005]).

Desta forma, populações de mesmo tamanho podem ter diferentes potencialidades.

As variáveis de estado são, portanto, quantidade de presas e potencial de predação.

Queremos ressaltar que o modelo de Lotka-Volterra (4.1) poderia ser adaptado para um caso semelhante ao nosso, subdividindo-se a classe dos predadores em dois compartimentos. Isto tornaria o modelo mais complexo, pois deveria aparecer uma equação diferencial para a população de larvas e outra para a de adultos.

Pensando num modelo mais geral, no sentido de que as subdivisões da classe dos predadores aumentasse indefinidamente, optamos por um modelo baseado em regras fuzzy, ao invés de

uma adaptação do modelo do tipo (4.1) que passaria a ter muitas equações, aumentando consideravelmente a complexidade para um tratamento matemático.

Por exemplo, vamos supor que subdividíssemos a população de presas x em três subpopulações: filhotes F_x , adultos A_x e velhos/doentes V_x . Analogamente para a população de predadores y . Um modelo que envolva todas estas subpopulações com suas particularidades, em relação ao processo presa-predador, isto é, com 6 equações e 17 parâmetros, tem um tratamento matemático muito complexo e com pouca chance de ser resolvido analiticamente. Mesmo uma simulação numérica para tal modelo é complicada, pois muitos desses parâmetros são difíceis de serem avaliados empiricamente.

Nosso objetivo, na próxima seção, é estudar o processo presa-predador complexo, isto é, com populações diferenciadas, usando um sistema de base de regras que relacionem as variáveis de estado com suas variações.

5.3 Formulação do Modelo Presa-predador P-Fuzzy

Para o novo modelo, temos duas variáveis de entrada - quantidade de presas x e potencial de predação P_y - e duas variáveis de saída - variação da quantidade de presas x' e variação da potencial de predação P_y .

Da mesma forma como fizemos no capítulo anterior poderíamos considerar quantidade de joaninhas. Porém, optamos pela variável potencial de predação.

Utilizaremos a última base de regras do Capítulo 4, porém com a variável P_y ao invés de y , ou seja:

1. *SE (x é muito baixa) E (P_y é muito baixa) ENTÃO (x' aumenta muito) E (P'_y diminui muito)*
2. *SE (x é baixa) E (P_y é muito baixa) ENTÃO (x' aumenta muito) E (P'_y aumenta pouco)*
3. *SE (x é media baixa) E (P_y é muito baixa) ENTÃO (x' aumenta) E (P'_y aumenta)*
4. *SE (x é alta) E (P_y é muito baixa) ENTÃO (x' aumenta pouco) E (P'_y aumenta muito)*
5. *SE (x é muito alta) E (P_y é muito baixa) ENTÃO (x' diminui pouco) E (P'_y aumenta muito)*
6. *SE (x é muito alta) E (P_y é media baixa) ENTÃO (x' diminui)(P'_y aumenta)*
7. *SE (x é muito alta) E (P_y é alta) ENTÃO (x' diminui muito) E (P'_y aumenta pouco)*
8. *SE (x é alta) E (P_y é alta) ENTÃO (x' diminui muito) E (P'_y aumenta)*
9. *SE (x é media) E (P_y é alta) ENTÃO (x' diminui) E (P'_y diminui pouco)*
10. *SE (x é media baixa) E (P_y é alta) ENTÃO (x' diminui pouco) E (P'_y diminui)*
11. *SE (x é baixa) E (P_y é alta) ENTÃO (x' diminui pouco) E (P'_y diminui muito)*

12. *SE (x é muito baixa) E (P_y é alta) ENTÃO (x' diminui pouco) E (P'_y diminui muito)*
13. *SE (x é muito baixa) E (P_y é media) ENTÃO (x' diminui pouco) E (P'_y diminui)*
14. *SE (x é muito baixa) E (P_y é media baixa) ENTÃO (x' diminui pouco) E (P'_y diminui)*
15. *SE (x é muito baixa) E (P_y é baixa) ENTÃO (x' diminui pouco) E (P'_y diminui pouco)*
16. *SE (x é baixa) E (P_y é baixa) ENTÃO (x' aumenta pouco) E (P'_y diminui pouco)*
17. *SE (x é media baixa) E (P_y é baixa) ENTÃO (x' aumenta) E (P'_y aumenta pouco)*
18. *SE (x é media) E (P_y é baixa) ENTÃO (x' aumenta pouco) E (P'_y aumenta)*
19. *SE (x é alta) E (P_y é baixa) ENTÃO (x' diminui pouco) E (P'_y aumenta)*
20. *SE (x é baixa) E (P_y é media baixa) ENTÃO (x' diminui pouco) E (P'_y diminui)*
21. *SE (x é media baixa) E (P_y é media baixa) ENTÃO (x' diminui pouco) E (P'_y diminui pouco)*
22. *SE (x é media) E (P_y é media baixa) ENTÃO (x' aumenta pouco) E (P'_y aumenta pouco)*
23. *SE (x é alta) E (P_y é media baixa) ENTÃO (x' aumenta pouco) E (P'_y aumenta)*
24. *SE (x é baixa) E (P_y é media) ENTÃO (x' diminui pouco) E (P'_y diminui)*
25. *SE (x é media baixa) E (P_y é media) ENTÃO (x' diminui) E (P'_y diminui pouco)*
26. *SE (x é media) E (P_y é media) ENTÃO (x' diminui pouco) E (P'_y aumenta pouco)*
27. *SE (x é alta) E (P_y é media) ENTÃO (x' diminui pouco) E (P'_y aumenta pouco)*
28. *SE (x é muito alta) E (P_y é baixa) ENTÃO (x' diminui pouco) E (P'_y aumenta)*
29. *SE (x é muito alta) E (P_y é media) ENTÃO (x' diminui) E (P'_y aumenta)*
30. *SE (x é media) E (P_y é muito baixa) ENTÃO (x' aumenta) E (P'_y aumenta muito)*

Para construir as funções de pertinência para as variáveis, utilizamos dados obtidos por Braga e Sousa-Silva [1999] em seu trabalho.

Em Braga e Sousa-Silva [1999], com o objetivo de analisar a densidade de infestação por afídeos de laranjeira e a densidade e diversidade de seus predadores, foram realizadas 19 coletas. Para as coletas um sorteio era realizado com quatro árvores amostradas. De cada árvore, foram retirados ramos, da porção mediana da planta, infestados por afídeos. Foi feita a contagem de pulgões e de seus predadores. Os ramos coletados foram classificados em níveis segundo a densidade de infestação por afídeos que apresentavam.

Assim, utilizamos esses níveis de infestação por ramo de árvore para classificar cada um dos adjetivos “baixa”, “alta” da variável de entrada x (Figura 5.5) e a quantidade de predadores encontrados nestes ramos avaliados para classificar analogamente a variável de entrada P_y (Figura 5.6).

Já as variáveis de saída x' e P_y' foram modeladas a partir de dados descritos nas seções onde falamos sobre pulgões (Capítulo 3) e joaninhas (seção 5.1) - Figuras 5.7 e 5.8.

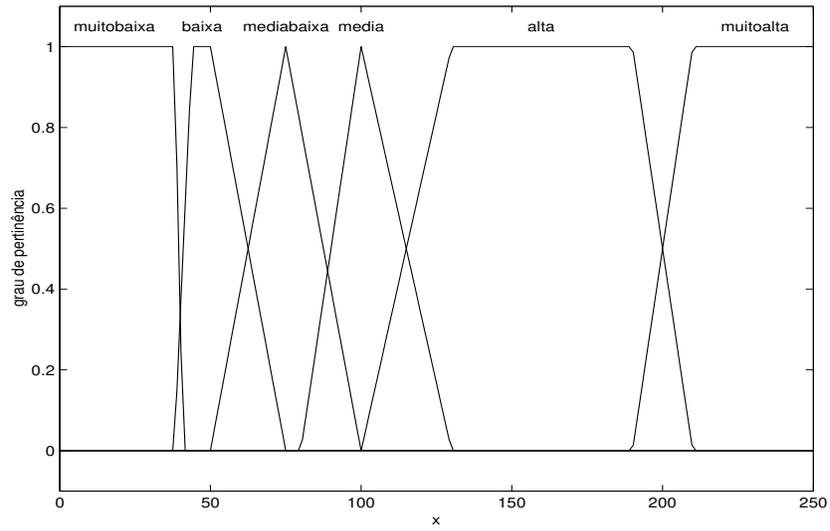


Figura 5.5: Função de pertinência da variável de entrada x .

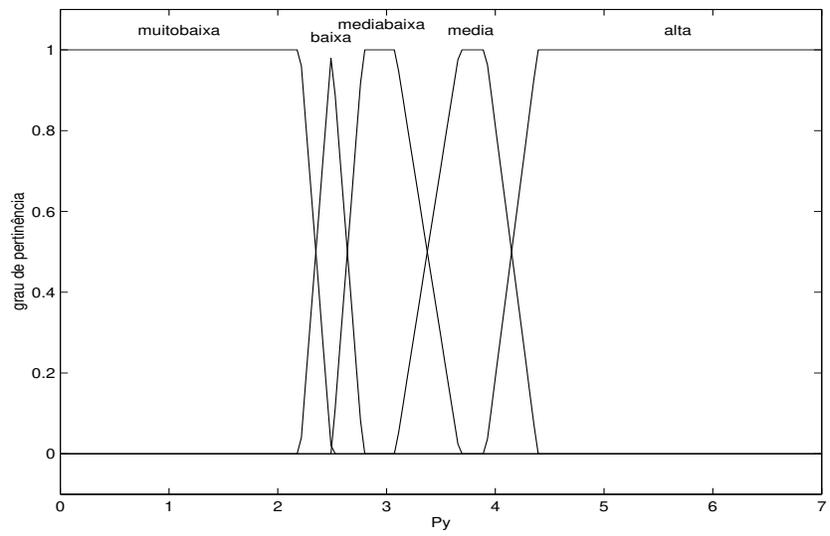


Figura 5.6: Função de pertinência da variável de entrada P_y .

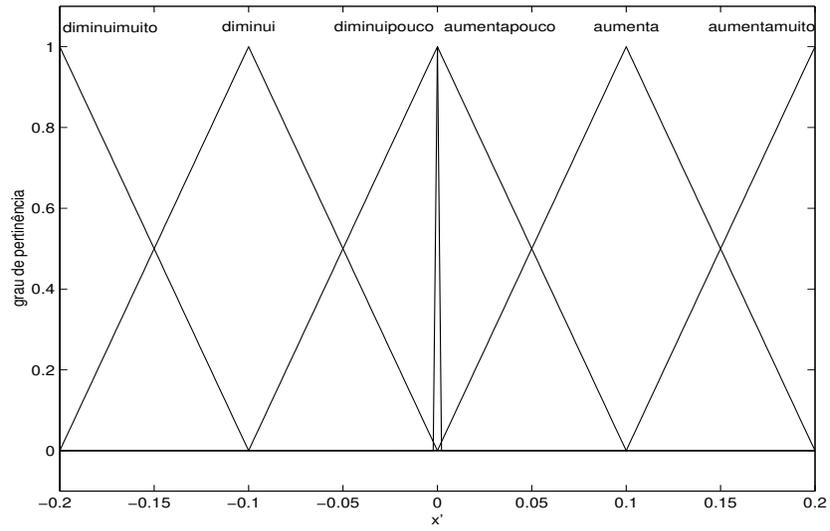


Figura 5.7: Função de pertinência da variável de saída x' .

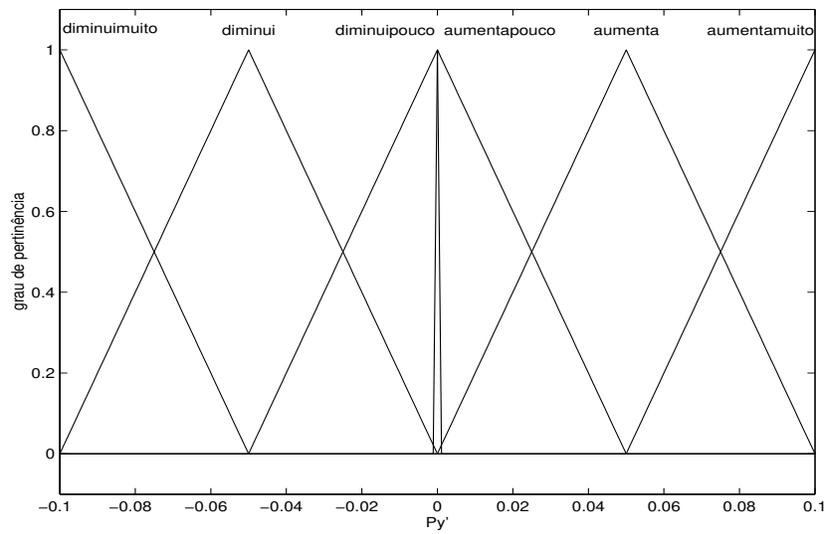


Figura 5.8: Função de pertinência da variável de saída $P_{y'}$.

Utilizando o Método de Inferência de Mamdani e a defuzzificação do Centro de Gravidade, vistos no Capítulo 2, obtemos as superfícies dadas pelas Figuras 5.9 e 5.10 como soluções do sistema.

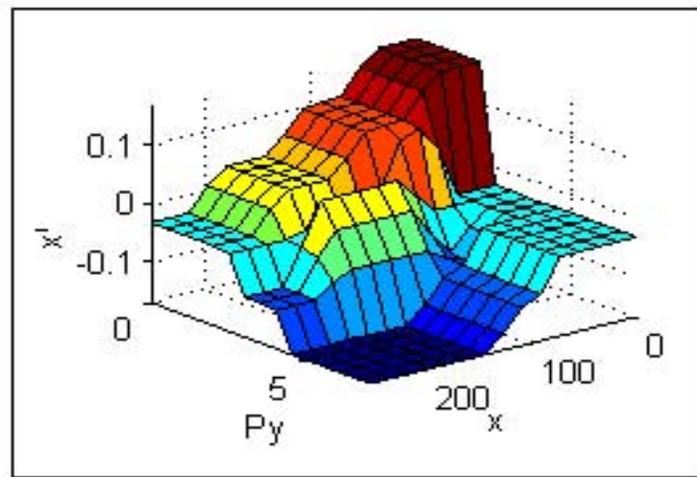


Figura 5.9: Superfície dada pelo controlador: $x' = x'(x, P_y)$.

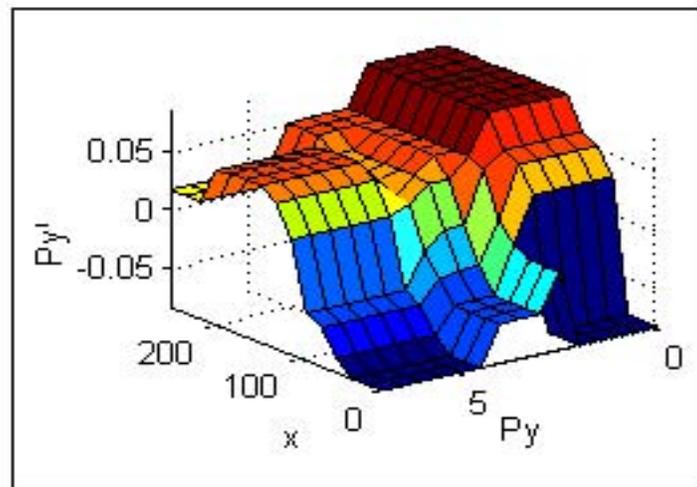


Figura 5.10: Superfície dada pelo controlador: $P_y' = P_y'(x, P_y)$.

5.3.1 Resultados

Repetindo o mesmo procedimento feito até aqui para as simulações numéricas do modelo fuzzy, procuramos observar a variação da quantidade de presas e do potencial de predação. Para isso consideramos a quantidade média de pulgões e joaninhas num ramo de laranjeira. Iniciamos as simulações com um número inicial x_0 de pulgões e um número inicial P_{y0} de potencial de predação num ramo da árvore, escolhido aleatoriamente.

A evolução dos contingentes populacionais de presas e potencial de predação obtidos a partir de

$$\begin{cases} x(t_{i+1}) = x(t_i) + \frac{1}{2}[x'(t_{i+1}) + x'(t_i)] \\ P_y(t_{i+1}) = P_y(t_i) + \frac{1}{2}[P'_y(t_{i+1}) + P'_y(t_i)] \end{cases} \quad (5.1)$$

ao longo do tempo para o modelo fuzzy, juntamente com o respectivo plano de fase, estão representados nas Figuras 5.11 e 5.12, para diferentes condições iniciais.

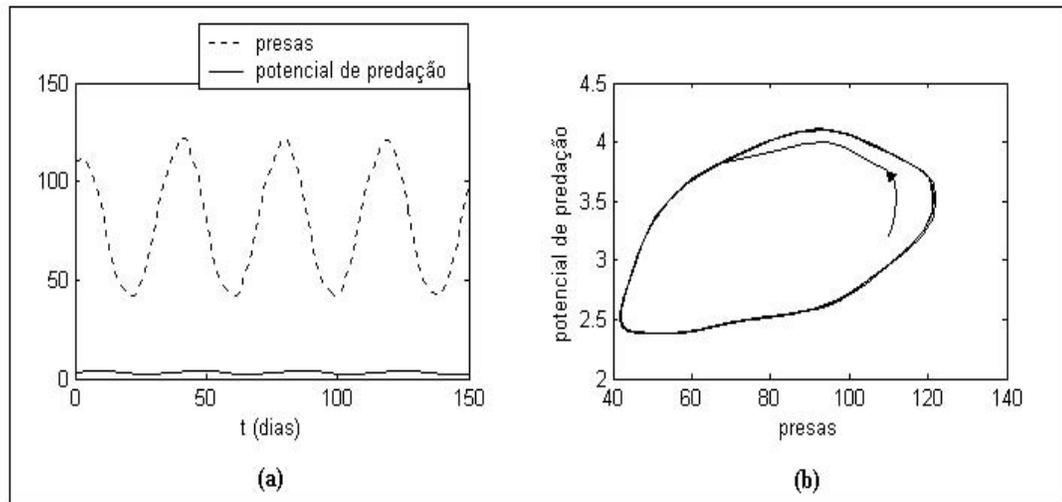


Figura 5.11: (a) Evolução dos contingentes populacionais ao longo do tempo e (b) Plano de fase do modelo fuzzy, para $x_0 = 110$ e $P_{y0} = 3, 2$.

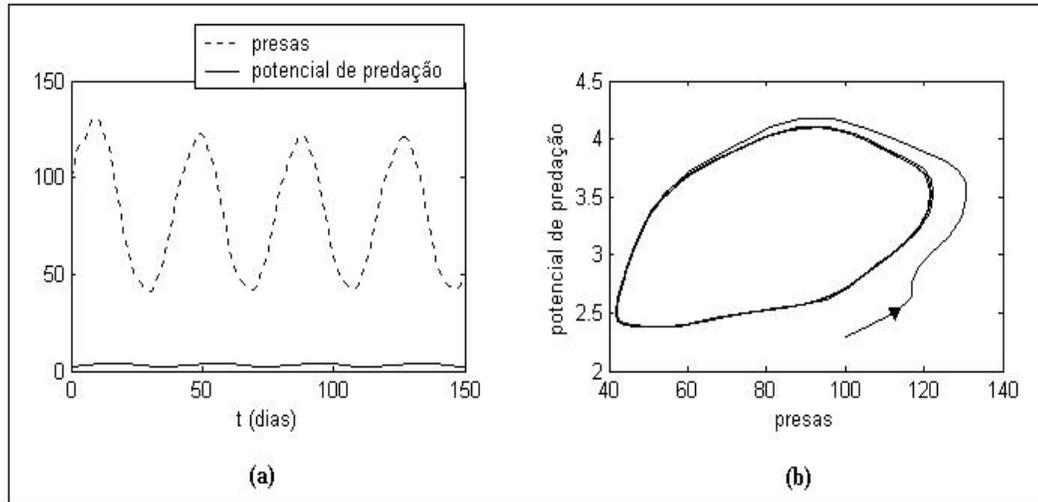


Figura 5.12: (a) Evolução dos contingentes populacionais ao longo do tempo e (b) Plano de fase do modelo fuzzy, para $x_0 = 100$ e $P_{y0} = 2, 3$.

Novamente, queremos ressaltar que, mesmo sem equação, conseguimos um plano de fase onde as trajetórias convergem para um ciclo limite.

Formulamos e simulamos um modelo presa-predador fuzzy que descreve a interação entre pulgões e joaninhas. Acreditamos que este seja mais “realista”, porque incorporamos, de forma simplificada, é claro, a subjetividade com relação à idade do predador e sua consequente força de predação. Também consideramos as hipóteses feitas no capítulo anterior quando utilizamos o Modelo de Holling-Tanner.

Finalmente, gostaríamos de comparar o Modelo Presa-predador P-fuzzy com o Modelo de Holling-Tanner. Para isso, procuramos ajustar os parâmetros do sistema dado por equações diferenciais a partir do modelo obtido. Esta escolha se justifica, pois:

- A população de pulgões cresce logisticamente e um ramo de árvore possui capacidade suporte na ausência de predação.
- Para a população de joaninhas o ramo possui capacidade suporte proporcional ao tamanho da população de presas.

- De acordo com Morales e Buranr Jr. [1985], o número de pulgões predados por dia para a *Cycloneda sanguinea* (adultos, machos e fêmeas), corresponde à resposta funcional do Tipo II de Holling.

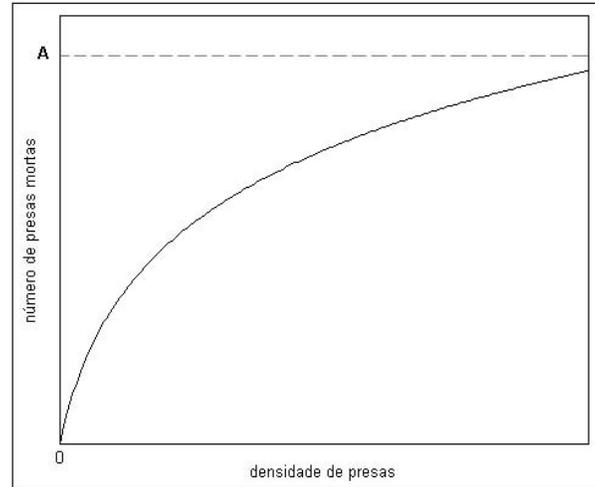


Figura 5.13: Função que representa um tipo peculiar de resposta funcional em invertebrados (Svirezhev e Logofet [1983], Messenger et al. [1982]).

Consideremos novamente o sistema presa-predador de Holling-Tanner:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{mxP_y}{D+x} \\ \frac{dP_y}{dt} = sP_y\left(1 - h\frac{P_y}{x}\right) \\ x(0) > 0, P_y(0) > 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

onde $r, m, s, h, D, K > 0$, sendo

- a taxa de crescimento interespecífica (função densidade-dependência) é a mesma taxa do modelo logístico para uma espécie isolada. Desta forma, o crescimento das presas é inibido, tendo uma capacidade suporte igual a K na ausência de predadores;
- a taxa de ataque (efeito dos predadores) é crescente em relação à quantidade de presas, aproximando-se de um valor limiar estacionário;

- a capacidade suporte da população de predadores é $\frac{x}{h}$, isto é, P_y deve ser menor que $\frac{x}{h}$ para que a população de predadores cresça;
- m é o número máximo de presas que podem ser capturadas por um predador em cada unidade de tempo (taxa máxima de predação per capita);
- D é o número de presas necessárias para se atingir metade da taxa máxima m ;
- h é uma medida da qualidade alimentícia proporcionada pela presa para conversão em nascimento de predadores.

Neste momento fomos repetitivos, ao colocar novamente as hipóteses em relação aos parâmetros do modelo. Esta repetição se faz necessária para que o leitor não tenha que se remeter ao capítulo anterior para entender a estimativa de alguns parâmetros que faremos a seguir.

É necessário notar que fizemos uma pequena modificação no sistema: no lugar da variável y , quantidade de predadores, colocamos a variável P_y , potencial de predação. Acreditamos que esta troca seja natural, visto que P_y é um valor numérico que representa a quantidade de predadores, porém de forma qualitativa.

Alguns parâmetros conseguimos estimar:

- Como a joaninha adulta consome em média 20 pulgões por dia, então $D = 10$;
- A população com mais de 200 pulgões por ramo já é considerada alta, por isso adotamos a capacidade suporte da população de presas como sendo $K = 200$;
- Considerando que o pulgão gera até 5 novas ninfas por dia enquanto adulto, então adotamos $r = 2$;
- Se a população de joaninhas dobra em 1,03 semana e apenas as fêmeas reproduzem, supomos $s = 0,3$.

Os demais parâmetros foram ajustados de acordo com dados (x, y) gerados pelo modelo fuzzy, substituindo estes dados nas equações (5.2).

Desta forma, chegamos ao seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x \left(1 - \frac{x}{200} \right) - \frac{30,625xP_y}{10+x} \\ \frac{dP_y}{dt} = 0,3y \left(1 - 22,142857 \frac{P_y}{x} \right) \\ x(0) > 0, P_y(0) > 0 \end{cases} \quad (5.3)$$

onde x é a quantidade de presas e P_y é o potencial de predação.

Nas Figura 5.14 e 5.15 fazemos dois exemplos de ajuste para os dois modelos.

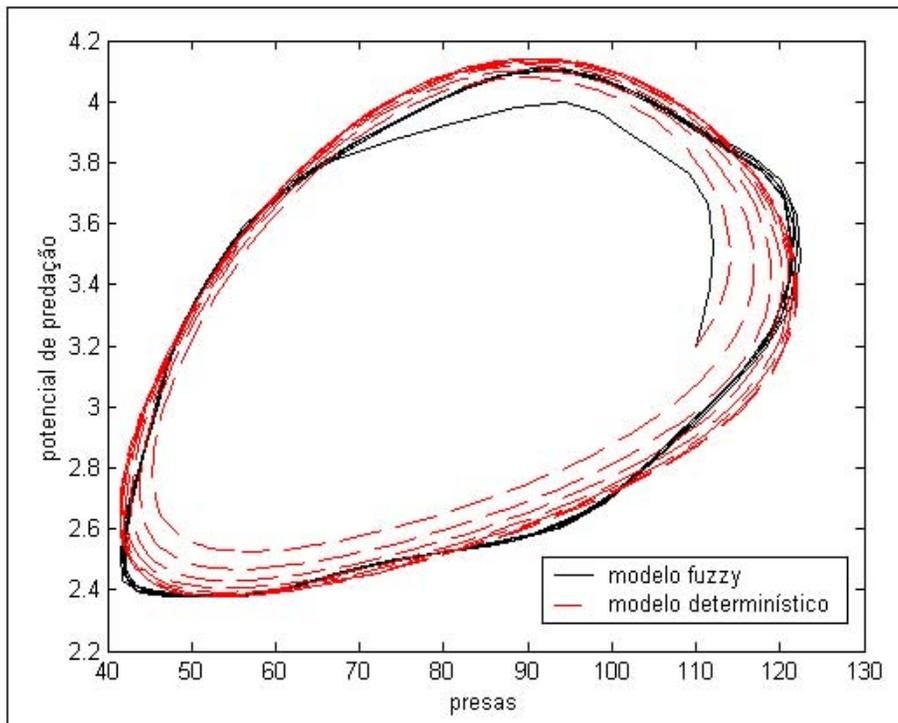


Figura 5.14: Plano de fase para $x_0 = 110$ e $P_{y0} = 3,2$

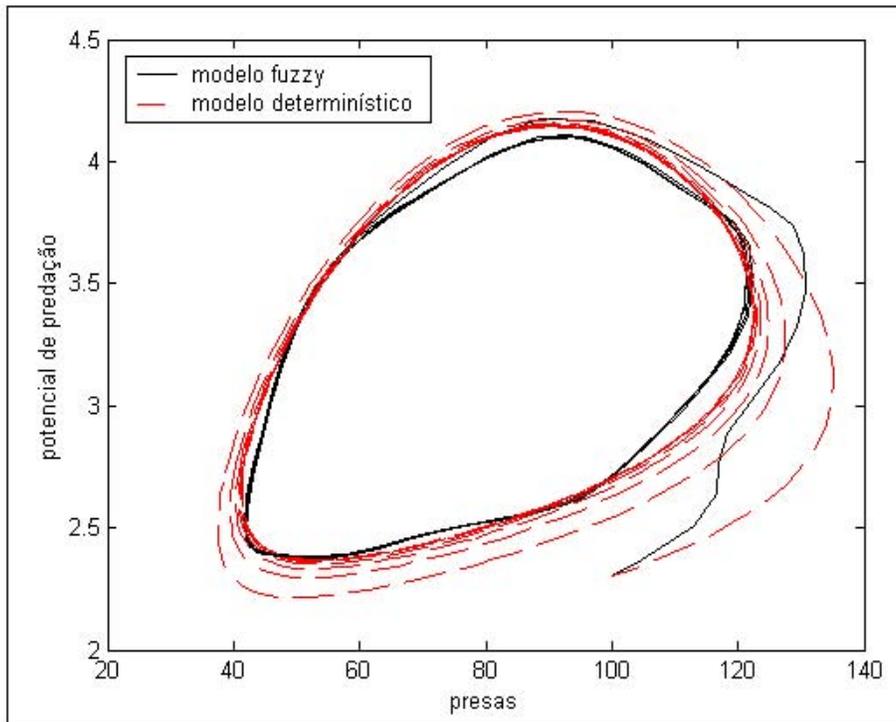


Figura 5.15: Plano de fase para $x_0 = 100$ e $P_{y0} = 2, 3$

Notemos que a partir da curva no plano de fase obtida através do modelo fuzzy foi possível ajustar a curva de forma a encontrar os parâmetros adequados para o modelo determinístico.

A grande vantagem de se obter os parâmetros de equações diferenciais dadas por (5.2) é o fato de que podemos fazer a análise da estabilidade do sistema.

Ao analisarmos o sistema (5.3) buscamos inicialmente os pontos críticos do mesmo, ou seja, os pares de valores de x e P_y que tornam as derivadas nulas e mantêm o sistema em equilíbrio constante, sem alteração nos valores de x e P_y . Verificamos que o sistema acima temos um par possível: $(77, 5; 3, 5)$, que corresponde a populações constantes e não-nulas de presas e de predadores, respectivamente, que podem coexistir em equilíbrio.

É interessante que façamos a análise do que ocorre quando as populações iniciais x_0 e P_{y0} estão muito próximas destas populações críticas, ou seja (x, P_y) é próximo de $(77, 5; 3, 5)$. Com esta análise verificamos a estabilidade do ponto crítico não nulo.

Vamos fazer a análise de estabilidade do ponto crítico $(77, 5; 3, 5)$ utilizando as observações feitas no **Apêndice B**. Para isto precisamos das equações das isóclinas que são dadas por:

$$\begin{cases} P_y = \frac{2}{30,625}(10+x)\left(1 - \frac{x}{200}\right) \\ P_y = \frac{x}{22,142857} \end{cases} \quad (5.4)$$

isóclinas da população de presas e do potencial de predação, respectivamente, referente ao sistema de equações (5.3), dadas pela Figura 5.16.

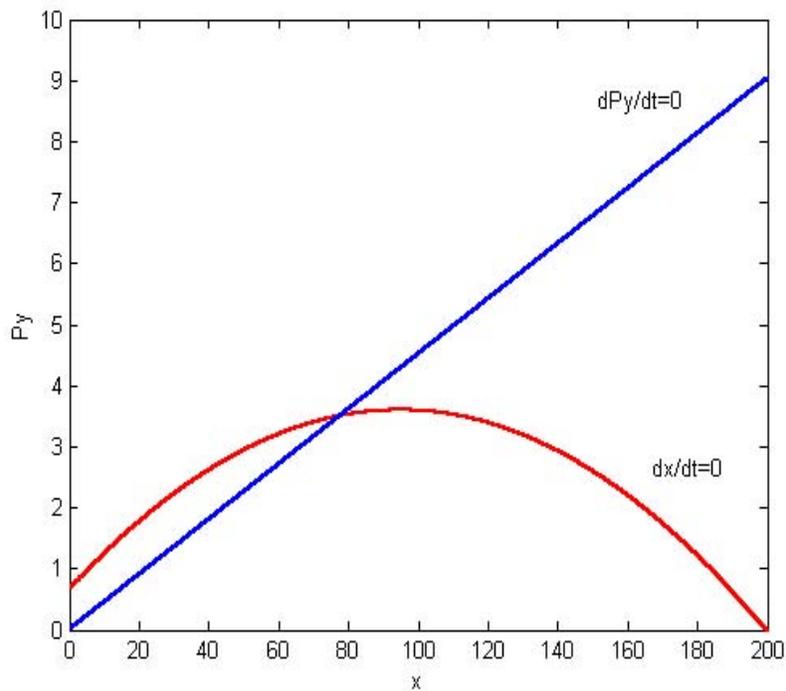


Figura 5.16: Isóclinas.

O máximo da isóclina de presas está em

$$\frac{K - D}{2} = 95 > x^* = 77,5, \quad (5.5)$$

e portanto, o ponto crítico está à direita do máximo. Ainda,

$$\frac{rh}{m} = 1,446 > \frac{s}{r} = 0,15 \quad (5.6)$$

Por (5.5) e (5.6), o ponto crítico $(77, 5; 3, 5)$ é foco de um ciclo limite.

Para finalizar esta seção, concluímos que, através de uma base de regras fuzzy, conseguimos modelar a dinâmica *pulgões-joaninhas* sem o uso de equações diferenciais explícitas, apenas utilizando hipóteses naturais da interação presa-predador e o auxílio de especialistas.

Consideramos a utilização da teoria dos conjunto fuzzy uma grande contribuição na construção de modelos matemáticos, principalmente nesses casos onde alguns dos parâmetros das equações diferenciais não são disponíveis.

Estudamos a dinâmica populacional de pulgões e joaninhas restrita a uma árvore. É de nosso interesse estudar como se dá a dispersão desses insetos em um talhão de árvores cítricas. Para isso usaremos o conhecimento disponível sobre o comportamento de pulgões, joaninhas e sobre a interação entre eles, com o objetivo de incorporá-los parcimoniosamente a um modelo de simulação com autômatos celulares.

O modelo descreve basicamente o processo de dispersão de pulgões em um talhão de laranjeiras, na presença do seu inimigo natural (joaninhas) e também a dispersão de pulgões na ausência de joaninhas, através da capacidade gráfica e visual dessa classe de modelos.

5.4 Modelo de Autômatos Celulares para estudar a dispersão de Pulgões x Joaninhas

O modelo proposto é discreto no sentido que o estado do sistema é representado por uma matriz, ou equivalentemente, atribuindo valores para cada célula de um reticulado plano com coordenadas inteiras (Rodrigues [1998]).

O estado de cada célula será descrito por dois valores simultâneos, um representando a densidade populacional de pulgões e o outro a densidade populacional de predadores, dado pelo seu potencial de predação. Portanto, o estado do sistema dinâmico no instante t será descrito por duas matrizes que se atualizarão em paralelo no instante seguinte. Cada célula do reticulado representa a própria planta, ou seja, uma árvore.

Dentro de cada célula ocorre a interação entre pulgões e joaninhas, através da dinâmica presa-predador dada pelo modelo baseado em regras fuzzy elaborado na seção anterior.

É conveniente lembrar que num talhão de árvores cítricas, as plantas estão uniformemente distribuídas em filas e colunas.

Para estabelecer as regras de movimentação algumas hipóteses são necessárias:

- Contatos breves entre os corpos de ápteros adultas favorecem a produção de maior número de descendentes alados, ou seja, quando a população de pulgões atinge a sua capacidade suporte é de se esperar que surjam pulgões alados (Sousa e Silva [2001]).
- As formas aladas irão constituir novas colônias em outras plantas (Gallo et al. [1970]).
- Joaninhas são muito ineficientes na captura dos pulgões, só percebendo a presença dos mesmos quando muito próximas de suas presas (Rodrigues [1998]).

e assim definimos as regras de movimentação dadas por:

1. É natural considerar que as joaninhas capturem pulgões que estejam mais próximos a elas. A busca é feita inicialmente nas oito vizinhas imediatas ou vizinhança de raio 1. Caso encontre pulgões em uma dessas oito células, a escolha é aleatória. Caso contrário, a busca é feita para uma vizinhança de raio 2, e assim sucessivamente, até que ela encontre alimento.
2. Somente joaninhas adultas se movimentam entre células.
3. Em células superpovoadas surgem pulgões alados que vão ocupar outras células, de acordo com a dinâmica de vôo estabelecida pelo sistema baseado em regras fuzzy do Capítulo 3, ou seja, de acordo com a força do vento.

O intervalo de tempo representa o passo discreto de tempo adotado, no nosso caso um dia.

O sistema então, é representado espacialmente através de um reticulado de células que interagem obedecendo as regras de mudança de estado colocadas acima.

A dinâmica do sistema como um todo depende desta interação entre as células. Cada célula representa uma árvore, que pode estar em um entre três estados: presença de pulgões e

ausência de joaninhas (cor vermelha), presença de pulgões e joaninhas (cor preta) e ausência de ambos (cor branca).

Nas simulações iniciais, as árvores com pulgões, joaninhas ou ambos, são escolhidas aleatoriamente. A quantidade inicial de insetos em cada árvore também é aleatória. O talhão é constituído de 10x20 árvores dispostas homogeneamente.

A dispersão das populações foram plotadas a cada 5 dias.

Simulação 1: Inicialmente temos árvores com pulgões apenas e árvores com pulgões e joaninhas ao mesmo tempo. Foram feitas 95 iterações, sendo que o resultado está representado na Figura 5.17 a cada 5 iterações.

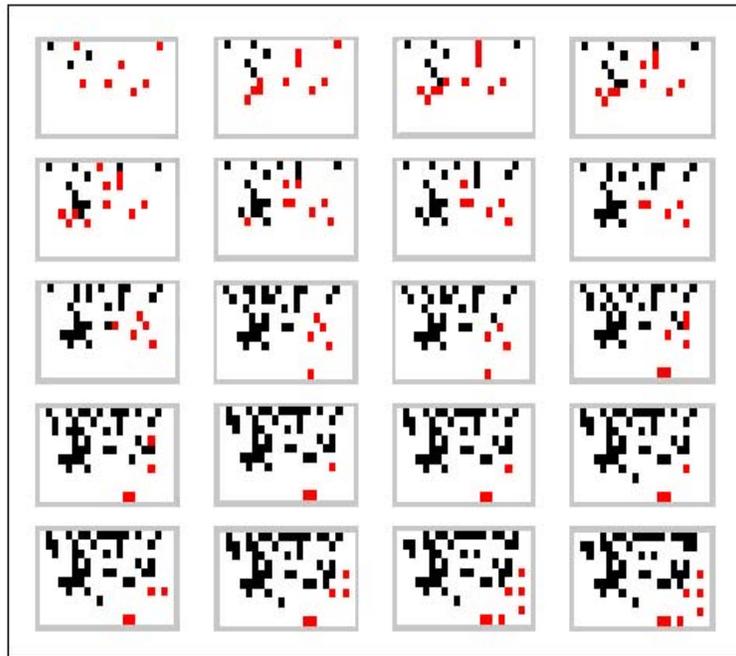


Figura 5.17: Presença do predador no talhão. Inicialmente: 3 árvores com pulgões e 7 árvores com pulgões e joaninhas.

Simulação 2: Neste exemplo realizamos duas simulações. Inicialmente, na primeira simulação, uma árvore no talhão tem apenas pulgões e na segunda simulação temos um árvore com pulgões e joaninhas no talhão. Foram feitas 95 iterações, sendo que os resultados estão representados nas Figuras 5.18 e 5.19, a cada 5 iterações.

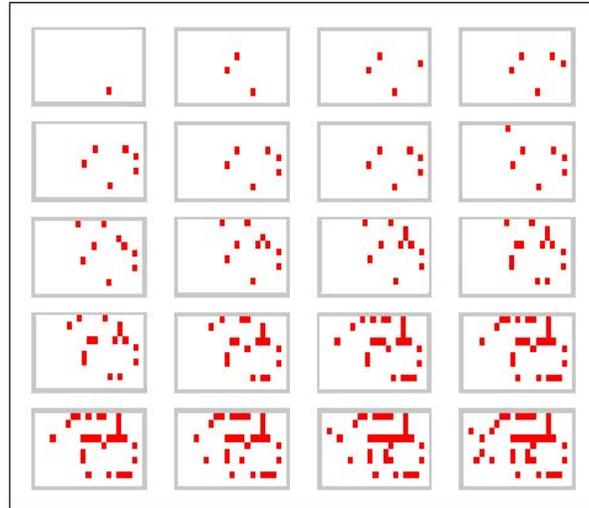


Figura 5.18: Ausência do predador no talhão. Inicialmente: 1 árvore com pulgões.

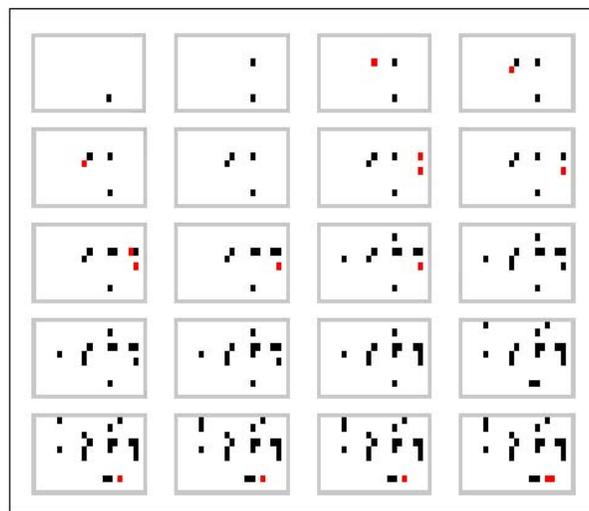


Figura 5.19: Presença do predador no talhão. Inicialmente: 1 árvore com pulgões e joaninhas.

Simulação 3: Analogamente ao exemplo 2, realizamos duas simulações. Nas primeiras cinco árvores no talhão há apenas pulgões e na segunda simulação temos as mesmas cinco árvores com pulgões e joaninhas no talhão. Foram feitas 95 iterações, sendo que os resultados estão representados nas Figuras 5.20 e 5.21, a cada 5 iterações.

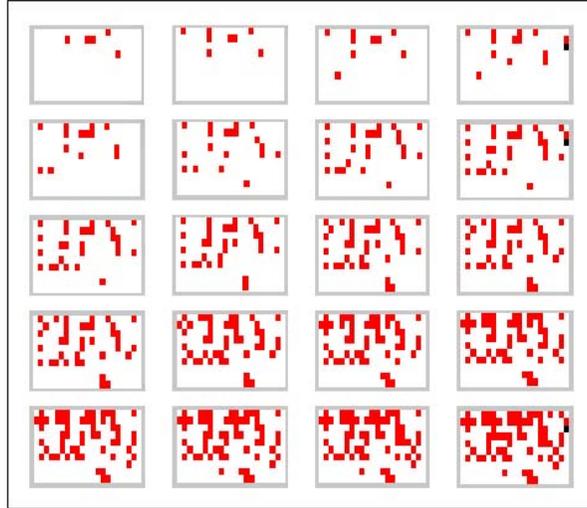


Figura 5.20: Ausência do predador no talhão. Inicialmente: 5 árvores com pulgões.

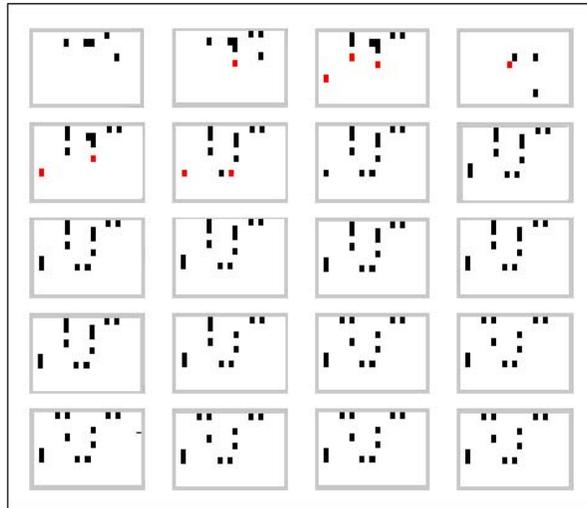


Figura 5.21: Presença do predador no talhão. Inicialmente: 5 árvores com pulgões e joaninhas.

Simulação 4: Este último exemplo é análogo ao exemplo 3, porém agora com 10 árvores nas condições do exemplo anterior. Foram feitas 95 iterações, sendo que os resultados estão representados nas Figuras 5.22 e 5.23, a cada 5 iterações.

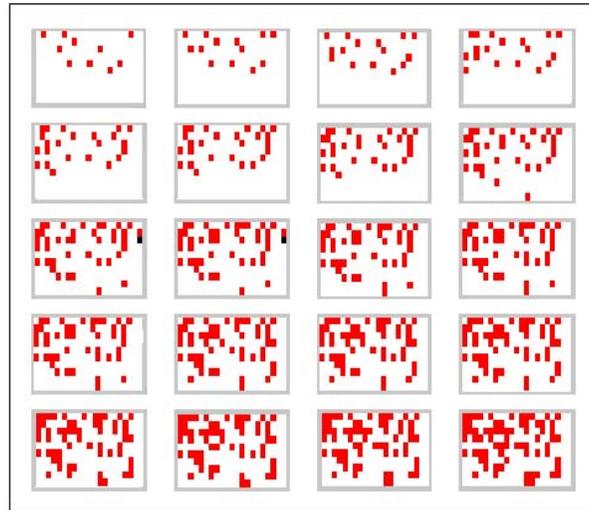


Figura 5.22: Ausência do predador no talhão. Inicialmente: 10 árvores com pulgões.

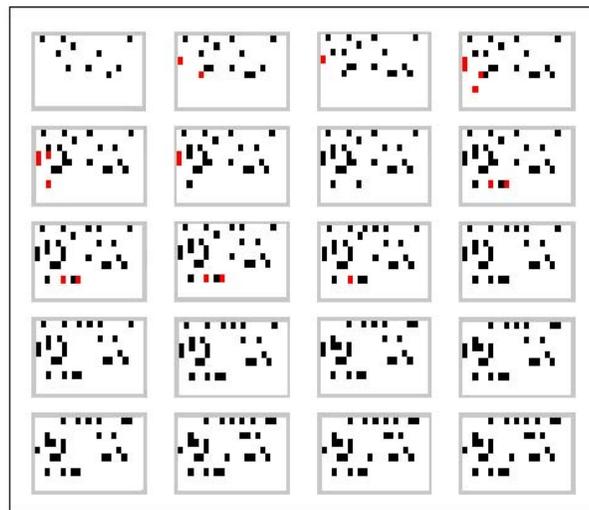


Figura 5.23: Presença do predador no talhão. Inicialmente: 10 árvores com pulgões e joaninhas.

A seguir vamos comparar graficamente, através de uma simulação, a diferença entre a quantidade de árvores com pulgões quando o predador está ausente e quando está presente no talhão (Figura 5.24).

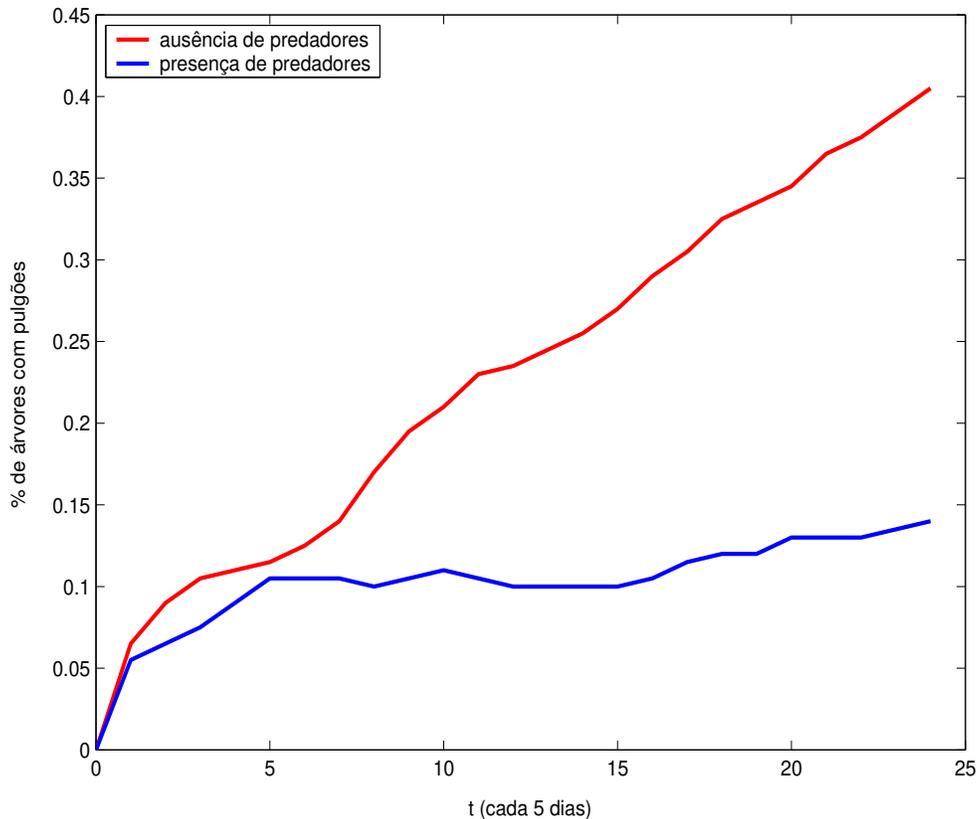


Figura 5.24: Porcentagem de árvores com pulgões na ausência do predador e na presença do predador no talhão.

Podemos perceber a diferença entre os resultados quando simulações são feitas em duas situações diferentes: (a) apenas pulgões no talhão, (b) pulgões e joaninhas no talhão.

Concluimos que a joaninha não consegue eliminar toda a população de pulgões, aliás, o que é esperado em um modelo do tipo presa-predador, até porque considera-se impossível erradicar uma população de pulgões, embora seja possível controlar a velocidade de seu espalhamento, o que fica claro quando comparamos as simulações feitas em cada exemplo e no gráfico da Figura 5.24.

5.5 Resumo

Nesse capítulo, propomos um modelo presa-predador fuzzy com o objetivo de estabelecer a dinâmica entre pulgões e joaninhas em árvores cítricas. A simulação desse modelo permite encontrarmos os parâmetros de um sistema de equações no modelo determinístico de Holling-Tanner. Utilizamos o modelo determinístico para fazer o estudo da estabilidade no ponto de equilíbrio do sistema.

Estudamos a dinâmica populacional de pulgões e joaninhas restrita a uma árvore. A partir desse modelo estudamos como se dá a dispersão desses insetos em um talhão de árvores cítricas. Para isso, utilizamos um modelo de simulação com autômatos celulares. O modelo descreve basicamente o processo de dispersão de pulgões em um talhão de laranjeiras, na presença do seu inimigo natural (joaninhas) e também a dispersão de pulgões na ausência de joaninhas, através da capacidade gráfica e visual dessa classe de modelos.

No próximo capítulo, iniciamos um estudo para investigar alguma política de controle da doença.

Capítulo 6

Técnicas de Controle

Alguns fatores, como a presença de artrópodes-praga, são limitantes à citricultura. Destacamos o ácaro-da-leprose, ácaro-da-falsa-ferrugem, ácaro-branco, ácaro-purpúreo, moscas-das-frutas, lagarta-minadora, bicho-furão, cigarrinhas-da-CVC; algumas cochonilhas como par-dinha, parlatória-preta, parlatória, escama-farinha-de-tronco, e ortézia, pulgões, curculioní-deos e coleobrocas.

No intuito de preservarem seus pomares, os produtores utilizam indiscriminadamente agrotóxicos, que possuem efeitos adversos sobre a fauna benéfica. Este fato acaba propiciando um aumento populacional de pragas. Como conseqüência da mortalidade dos inimigos naturais, há um prejuízo no controle biológico desses pomares.

A utilização de predadores no controle de insetos diminui os impactos danosos que os agrotóxicos causam ao meio ambiente, contribuindo para a produção de frutos sadios e não danosos à saúde humana e dos animais, além de preservar espécies benéficas as plantas.

A ocorrência constante de predadores em citros é importante no controle das pragas. Contudo, no Brasil, a falta de informações a respeito da presença e ação de predadores naturais em muitas culturas, tem evitado que esse potencial possa ser melhor empregado (Macedo et al. [2004]).

A pergunta é: como o controle químico e/ou o controle biológico podem colaborar de forma positiva no intuito de se conter a Morte Súbita dos Citros?

6.1 Controle da MSC

Envolve alguns riscos fazer afirmações para o controle ou a prevenção de uma doença cuja causa ainda não está cientificamente comprovada. As recomendações para evitar o crescimento da doença são baseadas no que foi observado até agora durante pesquisas realizadas desde o aparecimento da Morte Súbita dos Citros.

- a medida mais importante é não transportar mudas, borbulhas e cavalinhos das regiões contaminadas para aquelas onde a doença ainda não foi constatada. Este é um esforço para retardar a disseminação e já é lei nos Estados de São Paulo e Minas Gerais;
- evitar o plantio sobre limoeiro *Cravo* e *Volkameriano*;
- nas áreas afetadas, recomenda-se a subenxertia com porta-enxertos tolerantes - tangerineiras *Cleópatra*, *Sunki* ou citrumelo *Swingle* - em árvores sobre limoeiro *Cravo* ou *Volkameriano*. O subenxerto deve ser feito o mais cedo possível;
- produzir e plantar mudas em diferentes porta-enxertos tolerantes;
- notificar o Fundecitrus sobre sintoma suspeito dentro da propriedade e ficar atento às inspeções do pomar.

A subenxertia tem sido a solução ambiental imediata. Sua viabilidade técnica e eficiência são aceitáveis e existem resultados promissores na redução do avanço da doença na planta e nos pomares. A decisão de executar a subenxertia cabe ao produtor, que deverá ponderar sobre a viabilidade da prática nas suas condições de clima, solo e disponibilidade de água para irrigação, pois os porta-enxertos que têm se mostrado tolerantes, sendo considerados as melhores opções (citrumelo *Swingle*, tangerinas *Sunki* e *Cleópatra*, *Ponciru trifoliata*) são mais sensíveis à seca que o limoeiro *Cravo*. Também deverá levar em consideração que, em plantas com sintomas severos, a eficiência do método é questionável, o que faz com que a subenxertia seja pouco recomendável para pomares com número muito alto de plantas severamente atacadas, principalmente quando a copa for de maturação tardia, como *Natal* e

Valência, nas quais o avanço da doença é mais rápido. A subenxertia só se recomenda em pomares novos e em boas condições gerais.

Há muitas dúvidas sobre como será a sua produtividade. Muito se especula sobre isso, principalmente com relação ao desempenho dos porta-enxertos recomendados frente às condições de clima quente e chuvas irregulares da região onde a Morte Súbita dos Citros é mais cruel e onde, portanto, estão sendo usados. De acordo com Stuchi e Silva [2004], a resposta, infelizmente, só a prática em grande escala irá mostrar.

Nas próximas seções vamos comentar um pouco a respeito do controle químico para a Morte Súbita dos Citros.

6.2 Controle químico

Quando surge a praga, o homem é levado à procura de meios que solucionem o problema a curto prazo e o uso de inseticidas mais eficientes ao maior número de espécies tem sido a tônica dos últimos 30 anos no Brasil, principalmente após o advento dos defensivos organossintéticos.

Atualmente, o controle de pragas é feito com o uso de inseticidas cujos efeitos colaterais, tais como a contaminação de alimentos, de mananciais, do homem, do ar e do solo, são conhecidos. A ressurgência de pragas num curto período após a aplicação do defensivo é um problema comum, e ocorre devido ao vácuo biótico ocasionado pelo uso do inseticida. A praga retorna livre de seus inimigos naturais, podendo desenvolver grandes populações (Braga e Sousa-Silva [1999]).

Especialistas na área da citricultura informam que:

- Em plantas novas (até 3 anos) são usados inseticidas granulados sistêmicos no solo em cobertura defensivo seletivo, que afeta tanto o pulgão como seu predador. Acredita-se que a eficácia seja de 100%. Como exemplo, podemos citar os inseticidas, Actara, Winner e Tenik. São considerados pouco tóxicos e matam os insetos por ingestão;
- A cultura geralmente é submetida a pulverizações periódicas com acaricidas. Podemos citar: Dimetoato CE (altamente tóxico), Ethion 500 (muito perigoso para o meio ambiente), Decis 25CE (altamente perigoso para o meio ambiente). São inseticidas com

ação de contato, pertencentes ao grupo químico dos organofosforados. Os pulgões devem ser combatidos antes que as folhas da planta comecem a enrolar, porque senão, a pulverização talvez não afete os pulgões dentro da folha. Estes produtos não devem ser aplicados na presença de ventos fortes (+ de 10 km/h), nem quando houver possibilidade de ocorrência de chuvas após a aplicação.

Os agrônomos acreditam que podem obter excelentes resultados com pulverizações de inseticidas, porém, não garantem 100% de eficácia. Isto quer dizer que pulverizações podem não eliminar todos os pulgões do laranjal.

6.2.1 Controle químico para o modelo presa-predador p-fuzzy

A seguir vamos utilizar o modelo presa-predador p-fuzzy do Capítulo 5, seção 5.3, para simular a aplicação de um inseticida e assim, antever seu efeito no crescimento populacional da presa (pulgão) e do predador (joaninha) em um pé de laranja. A aplicação é discreta (periódica) e proporcional ao número de insetos. Estamos supondo o custo fixo.

Simulação 6.1: Suponhamos uma laranjeira com um número x_0 de pulgões e um número y_0 de joaninhas em média por ramo da planta. Suponhamos agora que seja aplicado, uma única vez, um inseticida com 80% de eficácia, quando a população de pulgões está alta, ou seja, que mate pelo menos 80% dos insetos presentes na árvore.

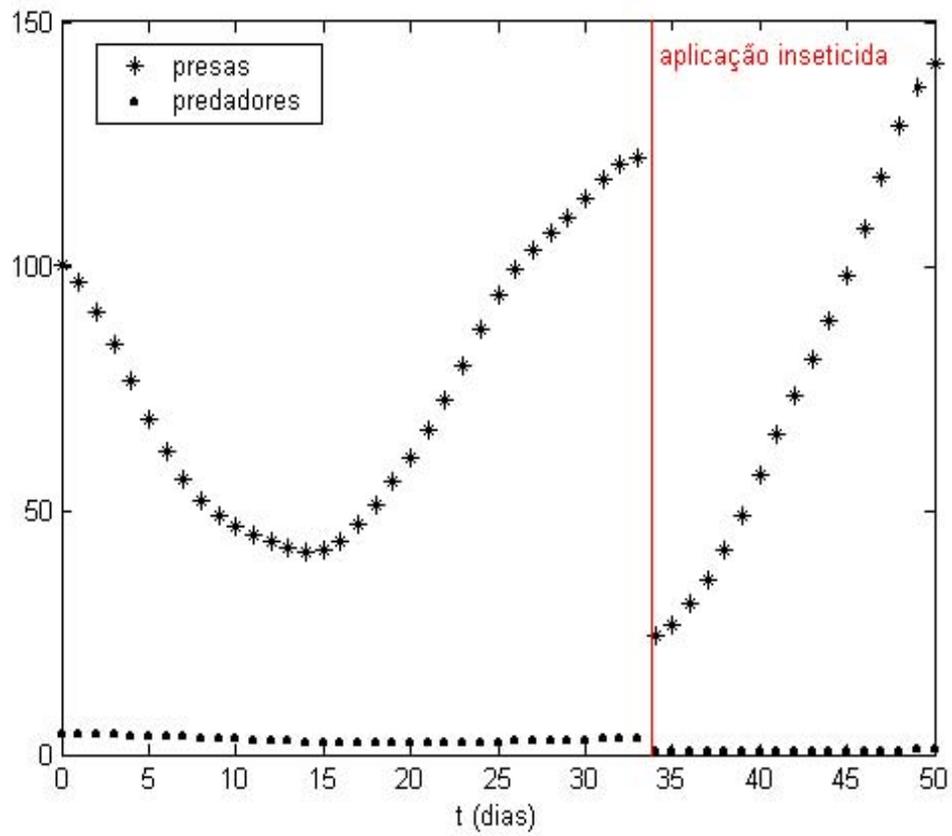


Figura 6.1: Uma aplicação de veneno com eficácia de 80% no instante em que a população de pulgões está alta.

Observando a Figura 6.1, a aplicação do veneno favorece a presa, pois apesar da queda brusca na população de pulgões, ela se recupera rapidamente e é favorecida pela baixa quantidade de joaninhas (predador).

Simulação 6.2: Nas mesmas condições da Simulação 6.1, suponhamos agora que seja aplicado um inseticida com 80% de eficácia quando a população de pulgões é baixa.

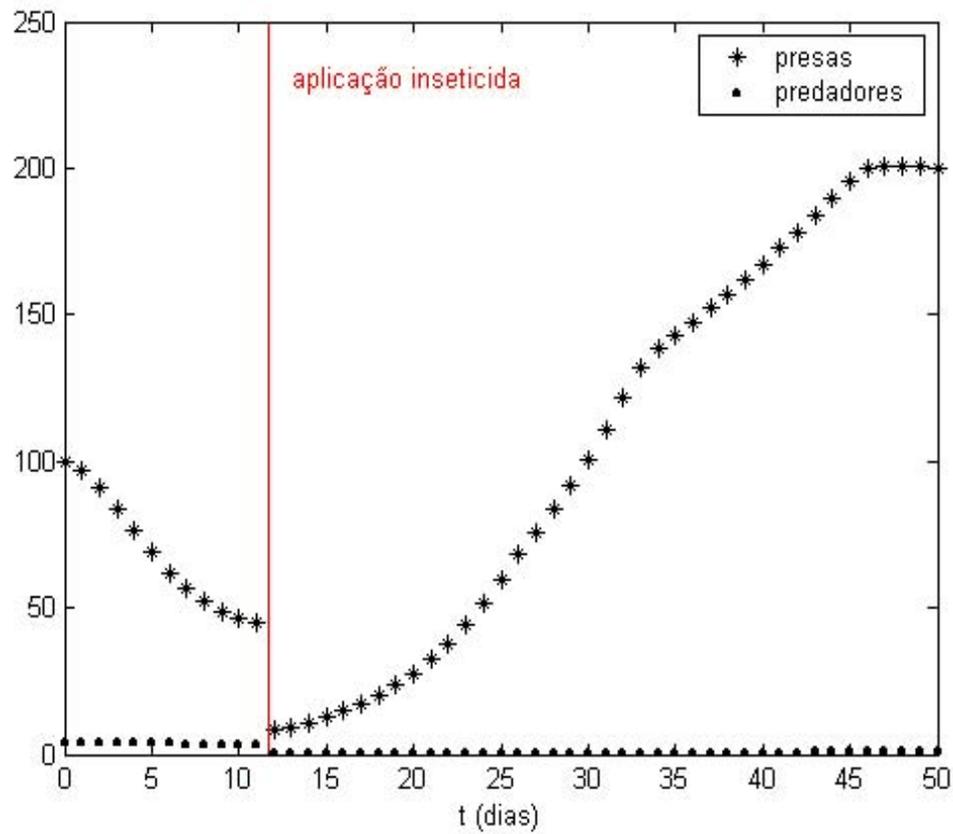


Figura 6.2: Uma aplicação de veneno com eficácia de 80% no instante em que a população de pulgões está baixa.

Simulação 6.3: Nas mesmas condições iniciais da Simulação 6.1, suponha que seja aplicado uma única vez o mesmo inseticida, porém agora quando a população de presas está em ascensão.

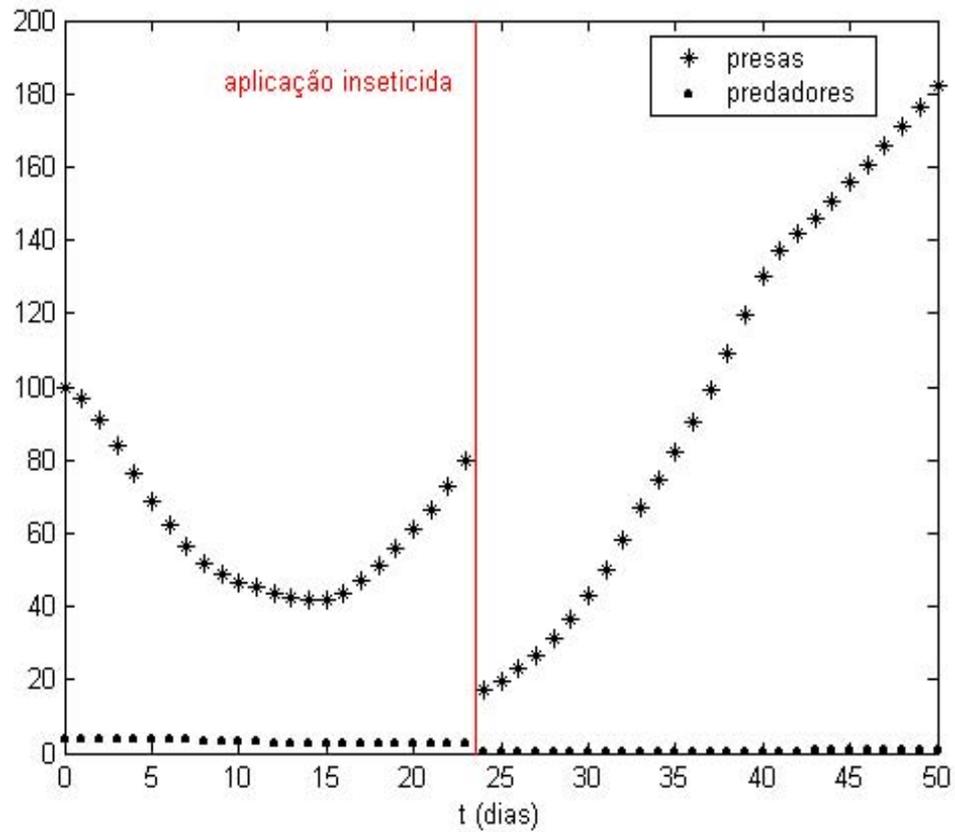


Figura 6.3: Uma aplicação de veneno com eficácia de 80%, no instante em que a população de pulgões está em ascensão.

Simulação 6.4: Para finalizar, nas mesmas condições da Simulação 6.1, suponhamos agora que seja aplicado o inseticida, quando a população de pulgões está em declínio.

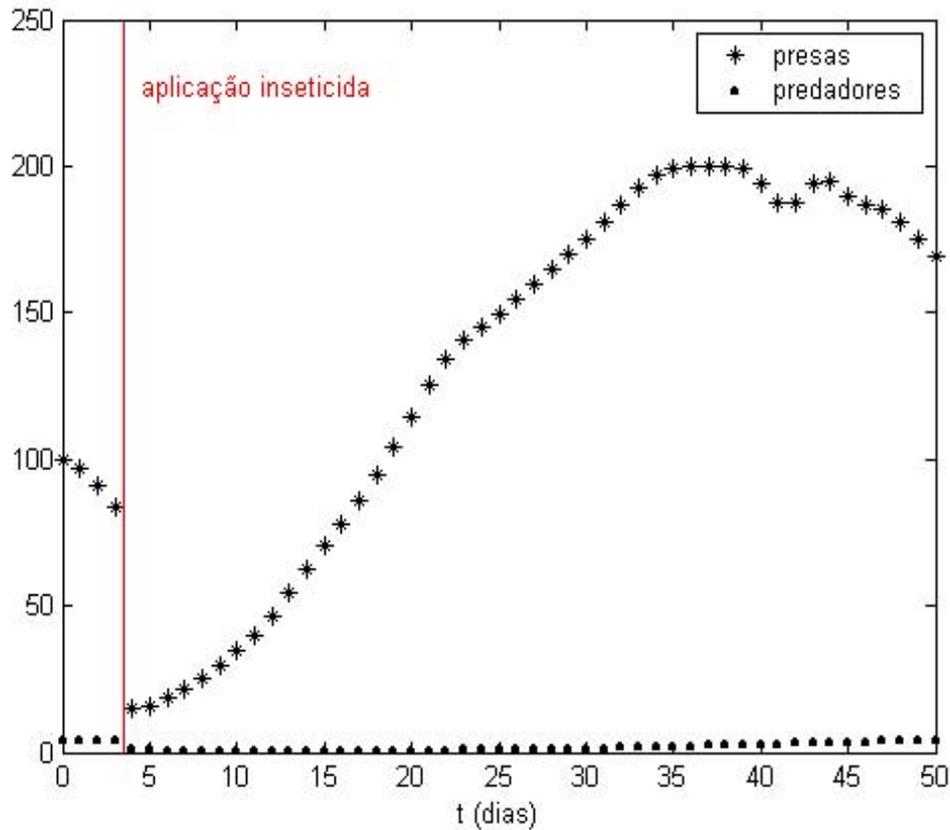


Figura 6.4: Uma aplicação de veneno com eficácia de 80% no instante em que a população de pulgões está em declínio.

Podemos perceber, nos gráficos, que a pulverização de altas doses de agrotóxico eliminou praticamente todos os predadores da árvore, e os pulgões que sobraram tendem a se reproduzir rapidamente na ausência das joaninhas. Notamos que a população de pulgões atinge seu valor máximo sustentável na árvore, algo que não acontecia sem a aplicação de biocidas, uma vez que as populações de presas e predadores estavam em equilíbrio. Não notamos diferenças significativas quanto ao momento em que se aplicou o biocida.

Concluimos que é necessário manter todo o tempo o número de pulgões sob controle, pois a transmissão é tão rápida que, mesmo que ele sugue uma planta tratada com inseticida, o vírus passa para a planta. Então, para evitar a transmissão, supõe-se que seja necessária pulverização contínua no pomar em brotação.

6.2.2 Controle químico contínuo no modelo de Holling-Tanner

Consideremos o sistema presa-predador de Holling-Tanner. Se introduzirmos no modelo a aplicação de biocida, ou seja, a aplicação constante de veneno em baixas quantidades, a população de presas decresce a uma taxa de $Ex(t)$ e a população de predadores decresce a uma taxa de $Ey(t)$, onde E é a eficiência do veneno (“killrate”), traduzida pela sua quantidade de aplicação.

Neste caso, o modelo é dado pelo sistema:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = rx \left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{mxy}{D+x} - Ex \\ \frac{dy}{dt} = sy \left(1 - h\frac{y}{x}\right) - Ey \\ x(0) > 0, y(0) > 0 \end{cases} \quad (6.1)$$

onde $r, m, s, h, D, K, E > 0$.

Vamos analisar o que esse novo fator (aplicação constante de veneno) acarreta ao sistema.

Inicialmente, vamos reescrever o sistema (6.1) na forma adimensional. Sejam,

$$\begin{aligned} \tilde{t} &= rt, & \tilde{x}(t) &= \frac{x(t)}{K}, & \tilde{y}(t) &= \frac{my(t)}{rK}, \\ \delta &= \frac{s}{r}, & \beta &= \frac{sh}{m}, & a &= \frac{D}{K}, & e &= \frac{E}{r}. \end{aligned}$$

Então, o sistema (6.1) torna-se

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{x}}{d\tilde{t}} = \tilde{x}(1 - \tilde{x} - e) - \frac{\tilde{x}\tilde{y}}{a + \tilde{x}} = \tilde{x}g(\tilde{x}) - p(\tilde{x})\tilde{y}, \\ \frac{d\tilde{y}}{d\tilde{t}} = \tilde{y}\left(\delta - \beta\frac{\tilde{y}}{\tilde{x}} - e\right), \\ \tilde{x}(0) > 0, \tilde{y}(0) > 0 \end{cases} \quad (6.2)$$

com apenas quatro parâmetros a, δ, β, e positivos.

Obviamente, $E_1 = (1-e, 0)$ é um equilíbrio de (6.2). Vamos encontrar o ponto de equilíbrio positivo $E^* = (\tilde{x}^*, \tilde{y}^*)$ do sistema.

O ponto de equilíbrio $E^* = (\tilde{x}^*, \tilde{y}^*)$ é dado pelas soluções de $\frac{d\tilde{x}}{dt} = 0$, $\frac{d\tilde{y}}{dt} = 0$, isto é,

$$\begin{cases} \tilde{x}^*(1 - \tilde{x}^* - e) - \frac{\tilde{x}^*\tilde{y}^*}{a + \tilde{x}^*} = 0 \\ \tilde{y}^* \left(\delta - \beta \frac{\tilde{y}^*}{\tilde{x}^*} - e \right) = 0 \end{cases} \quad (6.3)$$

Da segunda equação do sistema temos que:

$$\tilde{y}^* = \frac{\delta - e}{\beta} \tilde{x}^*, \quad (6.4)$$

uma vez que $\tilde{y}(t) > 0$ e como $\tilde{x}(t) > 0$,

$$1 - \tilde{x}^* - e - \frac{\tilde{y}^*}{a + \tilde{x}^*} = 0,$$

$$a + \tilde{x}^* - a\tilde{x}^* - (\tilde{x}^*)^2 - ea - e\tilde{x}^* - \frac{\delta}{\beta}\tilde{x}^* = 0,$$

$$(\tilde{x}^*)^2 + \left[1 - a - e - a - \left(\frac{\delta - e}{\beta} \right) \right] \tilde{x}^* - (1 - e)a = 0,$$

cujas soluções positivas é dada por

$$\tilde{x}^* = \frac{1 - a - e - \left(\frac{\delta - e}{\beta} \right) + \left\{ \left[1 - a - e - \left(\frac{\delta - e}{\beta} \right) \right]^2 + 4(1 - e)a \right\}^{\frac{1}{2}}}{2}. \quad (6.5)$$

Análise de estabilidade dos pontos de equilíbrio

A matriz jacobiana A de (6.2) tem a forma

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \tilde{x}} & \frac{\partial f}{\partial \tilde{y}} \\ \frac{\partial g}{\partial \tilde{x}} & \frac{\partial g}{\partial \tilde{y}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d}{d\tilde{x}}(\tilde{x}g(\tilde{x})) - p'(\tilde{x})\tilde{y} & -p(\tilde{x}) \\ \beta \left(\frac{\tilde{y}}{\tilde{x}} \right)^2 & \delta - \frac{2\beta\tilde{y}}{\tilde{x}} - e \end{bmatrix}.$$

- Para $E_1 = (1 - e, 0)$,

$$A(E_1) = \begin{bmatrix} \frac{d}{d\tilde{x}}(\tilde{x}g(\tilde{x}))|_{\tilde{x}=1-e} & -p(1 - e) \\ 0 & \delta - e \end{bmatrix}.$$

$\det A(E_1) = (-1 - 3e)(\delta - e) < 0$, já que $\delta = \frac{s}{r}$, $e = \frac{E}{r}$ e $s < E$ sempre.

Portanto, o equilíbrio E_1 é um ponto de sela com o eixo-x positivo.

- Para E^* ,

$$A(E^*) = \begin{bmatrix} \frac{d}{d\tilde{x}}(\tilde{x}g(\tilde{x}))|_{\tilde{x}=\tilde{x}^*} - p'(\tilde{x}^*)\tilde{y}^* & -p(\tilde{x}^*) \\ \beta\left(\frac{\tilde{y}^*}{\tilde{x}^*}\right)^2 & \delta - 2\beta\frac{\tilde{y}^*}{\tilde{x}^*} - e \end{bmatrix}.$$

Nós reescrevemos

$$\frac{d}{d\tilde{x}}(\tilde{x}g(\tilde{x}))|_{\tilde{x}=\tilde{x}^*} - p'(\tilde{x}^*)\tilde{y}^* = p(\tilde{x}^*)h'(\tilde{x}^*),$$

onde $h(\tilde{x}) = \frac{\tilde{x}g(\tilde{x})}{p(\tilde{x})}$. Então,

$$A(E^*) = \begin{bmatrix} p(\tilde{x}^*)h'(\tilde{x}^*) & -p(\tilde{x}^*) \\ \beta\left(\frac{\tilde{y}^*}{\tilde{x}^*}\right)^2 & \delta - 2\beta\frac{\tilde{y}^*}{\tilde{x}^*} - e \end{bmatrix}.$$

Como $\tilde{y}^* = \frac{\delta}{\beta}\tilde{x}^*$, temos

$$A(E^*) = \begin{bmatrix} p(\tilde{x}^*)h'(\tilde{x}^*) & -p(\tilde{x}^*) \\ \frac{(\delta - e)^2}{\beta} & -\delta + e \end{bmatrix}.$$

Os autovalores λ da matriz $A(E^*)$ satisfazem

$$\lambda^2 + \lambda(\delta - e - p(\tilde{x}^*)h'(\tilde{x}^*)) + (\delta - e)p(\tilde{x}^*)\left(\frac{(\delta - e)}{\beta} - h'(\tilde{x}^*)\right) = 0.$$

Então E^* é localmente assintoticamente estável se

$$\delta - e - p(\tilde{x}^*)h'(\tilde{x}^*) > 0 \tag{6.6}$$

e

$$\frac{\delta - e}{\beta} - h'(\tilde{x}^*) > 0 \tag{6.7}$$

Vamos analisar (6.6) e (6.7) com $h(\tilde{x}) = (1 - e - \tilde{x})(a + \tilde{x})$. Então, (6.7) torna-se

$$\frac{\tilde{y}^*}{\tilde{x}^*} - ((1 - e - a) - 2\tilde{x}^*) > 0$$

ou

$$\frac{1}{\tilde{x}^*} [(1 - e - \tilde{x}^*)(a + \tilde{x}^*) - ((1 - e - a) - 2\tilde{x}^*)\tilde{x}^*] > 0,$$

que é automaticamente satisfeita.

A desigualdade (6.6) pode ser reescrita como segue:

$$P(\tilde{x}^*) > 0, \tag{6.8}$$

onde

$$P(\tilde{x}) = 2\tilde{x}^2 + (a + \delta + e - 1)\tilde{x} + a\delta > 0. \tag{6.9}$$

Então, o ponto de equilíbrio $E^* = (\tilde{x}^*, \tilde{y}^*)$ de (6.2) é localmente assintoticamente estável se $P(\tilde{x}^*) > 0$, e E^* é um foco instável ou nó se $P(\tilde{x}^*) < 0$.

Vamos dividir a condição $P(\tilde{x}^*)$ em 2 casos:

Caso 1: $P(\tilde{x}) \geq 0, \forall \tilde{x}$.

Note que de (6.8), $P(\tilde{x}) \geq 0, \forall \tilde{x}$, se e somente se,

$$a + \delta + e \geq 1 \tag{6.10}$$

ou

$$a + \delta + e < 1 \quad e \quad (1 - a - \delta - e)^2 - 8a\delta \leq 0 \tag{6.11}$$

Caso 2:

$$a + \delta + e < 1 \quad e \quad (1 - a - \delta - e)^2 - 8a\delta > 0. \tag{6.12}$$

Então, $P(\tilde{x}) = 2(\tilde{x} - \alpha_1)(\tilde{x} - \alpha_2)$ onde

$$\alpha_1 = \frac{1}{4} \left[1 - a - \delta - e - \sqrt{(1 - a - \delta - e)^2 - 8a\delta} \right],$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{4} \left[1 - a - \delta - e + \sqrt{(1 - a - \delta - e)^2 - 8a\delta} \right],$$

$$0 < \alpha_1 < \alpha_2 < 1.$$

A condição (6.8) para estabilidade assintótica local pode ser reformulada por

$$\alpha_2 < \tilde{x}^* < 1 \tag{6.13}$$

ou

$$0 < \tilde{x}^* < \alpha_1. \tag{6.14}$$

A condição de instabilidade para o ponto de equilíbrio E^* é

$$\alpha_1 < \tilde{x}^* < \alpha_2. \tag{6.15}$$

Podemos agora resumir nossos resultados no seguinte teorema, cuja prova pode ser encontrada em Hsu e Huang [1995]:

Teorema 6.2.1. *(i) Considere (6.10) ou (6.11). Então o ponto de equilíbrio $E^* = (x^*, y^*)$ é globalmente assintoticamente estável no interior do primeiro quadrante.*

(ii) Considere (6.12) e (6.13). Então a conclusão de (i) é verdadeira.

(iii) Considere (6.12). Para $\beta > 0$ suficientemente pequeno, $\tilde{x}^ = \tilde{x}^*(\beta)$ é suficientemente próxima de zero e (6.14) se verifica. Além disso, a conclusão de (i) é verdadeira para $\beta > 0$ suficientemente pequeno.*

(iv) Considere (6.15). Então, existe um ciclo limite para (6.2).

Aplicação: No caso da interação entre pulgões e joaninhas, como vimos no Capítulo 5, o modelo presa-predador de Holling-Tanner com aplicação moderada e constante de biocidas é dado por

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x \left(1 - \frac{x}{200} \right) - \frac{30,625xP_y}{10+x} - Ex \\ \frac{dP_y}{dt} = 0,3y \left(1 - 22,142857 \frac{P_y}{x} \right) - EP_y \\ x(0) > 0, P_y(0) > 0 \end{cases} \tag{6.16}$$

Vamos utilizar o Teorema 6.2.1 para estudar a estabilidade do ponto de equilíbrio do sistema acima.

Tomando $E = 0, 1$, temos

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x \left(1 - \frac{x}{200} \right) - \frac{30,625xP_y}{10+x} - 0,1x \\ \frac{dP_y}{dt} = 0,3P_y \left(1 - 22,142857 \frac{P_y}{x} \right) - 0,1P_y \\ x(0) > 0, P_y(0) > 0 \end{cases} \quad (6.17)$$

Igualando as equações do sistema (6.17) a zero,

$$\begin{cases} 2x \left(1 - \frac{x}{200} \right) - \frac{30,625xP_y}{10+x} - 0,1x = 0 \\ 0,3P_y \left(1 - 22,142857 \frac{P_y}{x} \right) - 0,1P_y = 0 \end{cases} \quad (6.18)$$

verificamos que $(190, 0)$ e $(105, 76; 3, 18)$ são pontos de equilíbrio do sistema.

O ponto $(190, 0)$ é um ponto de sela.

É interessante fazermos a análise do que ocorre quando as populações iniciais x_0 e P_{y0} estão muito próximas destas populações críticas, ou seja (x, P_y) é próximo de $(105, 76; 3, 18)$. Com esta análise verificamos a estabilidade do ponto crítico não nulo.

Para utilizar o Teorema 6.2.1 precisamos primeiramente encontrar os valores de α_1 e α_2 . Mas,

$$a + \delta = 0,05 + 0,15 = 0,65 < 1$$

$$(1 - a - \delta - e)^2 - 8a\delta = 0,5025 > 0$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{4} \left[1 - a - \delta - e - \sqrt{(1 - a - \delta - e)^2 - 8a\delta} \right] = 0,0103$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{4} \left[1 - a - \delta - e + \sqrt{(1 - a - \delta - e)^2 - 8a\delta} \right] = 0,3647$$

$$\tilde{x}^* = \frac{105,76}{200} = 0,5288$$

ou seja, o sistema (6.17) satisfaz a condição (ii) do Teorema 6.2.1, e portanto o ponto de equilíbrio $(105, 76; 3, 18)$ é assintoticamente estável.

Comparando o sistema pulgão-joaninha de Holling-Tanner dado pelo sistema de equações (5.3) com o sistema pulgão-joaninha com aplicação de veneno dado pelas equações (6.17), observações importantes podem ser feitas:

- Houve um deslocamento do ponto de equilíbrio de $(77, 5; 3, 5)$ para $(105, 76; 3, 18)$. Isto implica que uma aplicação moderada e constante de veneno ($E < s$) faz crescer a população de pulgões e decrescer a de joaninhas no estado de equilíbrio (veja Figuras 6.5 a 6.7).
- A estabilidade do ponto de equilíbrio foi alterada. Enquanto o sistema de equações (5.3) possui um ciclo limite, o ponto de equilíbrio $(105, 76; 3, 18)$ de (6.17) é assintoticamente estável.
- O valor máximo sustentável K do meio é de 200 pulgões por ramo de árvore e podemos verificar a ocorrência na primeira coordenada do ponto de sela do sistema (5.3). Com a aplicação do veneno, o ponto de sela para o novo sistema (6.17) passa a ser $E_1 = (190, 0)$, e portanto acarreta uma diminuição no valor máximo sustentável. Isto sugere que irão surgir mais pulgões alados.

As conclusões acima podem ser observadas nas Figuras 6.5 a 6.7.

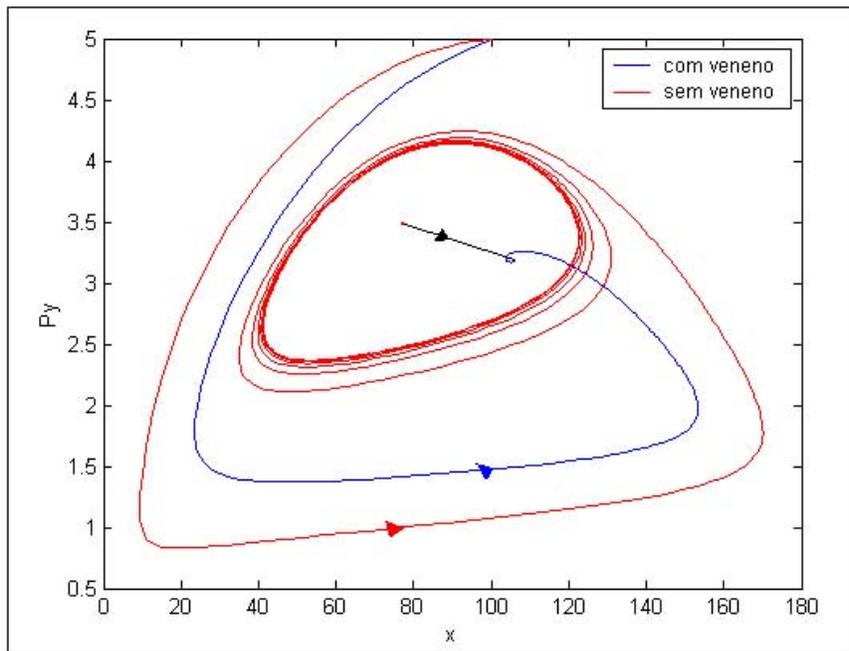


Figura 6.5: Trajetórias do modelo pulgão-joaninha de Holling-Tanner com e sem aplicação de veneno, para $x_0 = 100$ e $P_{y0} = 5$ e $E = 0, 1$.

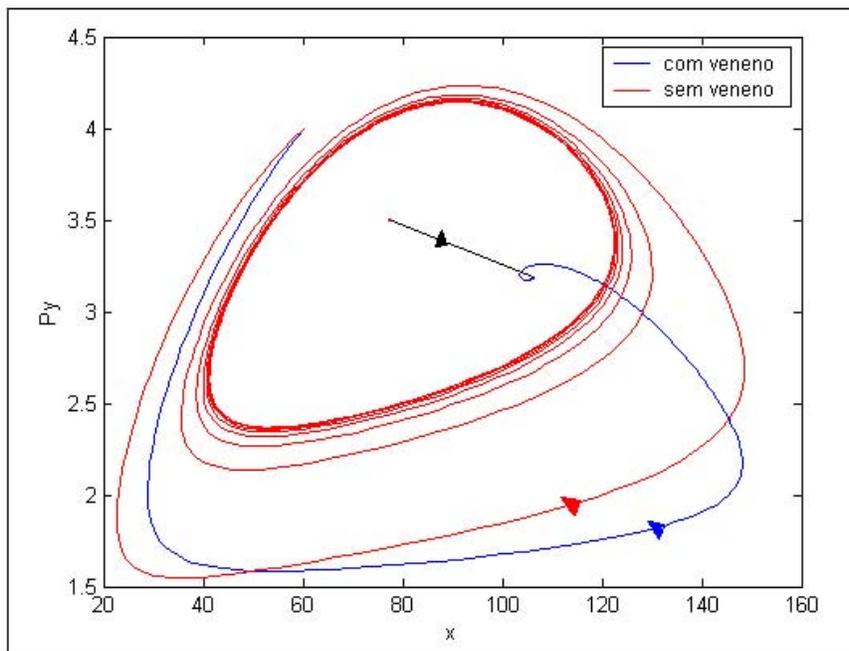


Figura 6.6: Trajetórias do modelo pulgão-joaninha de Holling-Tanner com e sem aplicação de veneno, para $x_0 = 60$, $P_{y0} = 4$ e $E = 0, 1$.

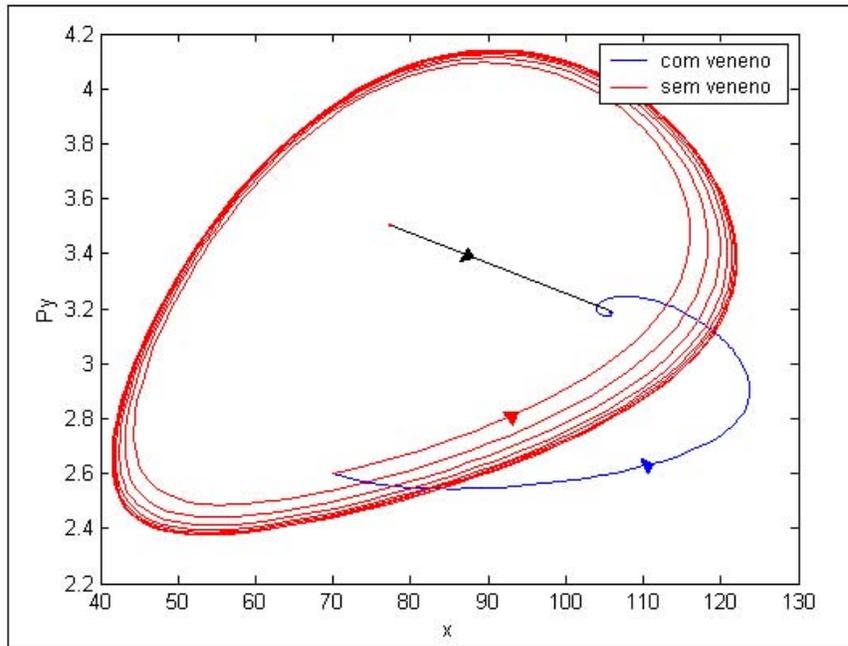


Figura 6.7: Trajetórias do modelo pulgão-joaninha de Holling-Tanner com e sem aplicação de veneno, para $x_0 = 70$, $P_{y0} = 2, 6$ e $E = 0, 1$.

Para finalizar esta seção, vamos elaborar um modelo baseado em regras fuzzy que simule a aplicação moderada e contínua de biocidas em árvores cítricas, como fizemos anteriormente para o Modelo de Holling-Tanner. Da mesma forma, nosso objetivo é estudar as conseqüências da aplicação de biocidas para as variações das populações de pulgões e de joaninhas em uma planta.

Para isso, vamos utilizar o modelo presa-predador p-fuzzy estudado no Capítulo 5, seção 5.3.

6.2.3 Formulação do Modelo Fuzzy

O objetivo quando se aplica um biocida em uma plantação é eliminar a praga. É natural que se decida a quantidade de inseticida a ser aplicada um função da quantidade de pulgões presente nas árvores, ou seja, quanto maior a densidade populacional de afídeos, maior a quantidade de biocida necessária. Assim, optamos por modelar a variável quantidade de

biocida - *veneno* - por meio de um sistema baseado em regras fuzzy, dependendo da quantidade de pulgões - x .

No caso, temos uma variável de entrada, x , e uma variável de saída, *veneno*, como no esquema da Figura 6.8.

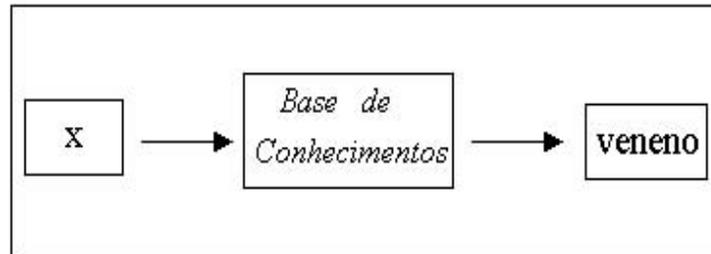


Figura 6.8: Sistema baseado em regras fuzzy.

Dessa forma, obtem-se a seguinte base de regras:

1. *SE* (x é muito baixa) *ENTÃO* (*veneno* é pouco)
2. *SE* (x é baixa) *ENTÃO* (*veneno* é pouco)
3. *SE* (x é media baixa) *ENTÃO* (*veneno* é pouco)
4. *SE* (x é media) *ENTÃO* (*veneno* é medio)
5. *SE* (x é alta) *ENTÃO* (*veneno* é medio)
6. *SE* (x é muito alta) *ENTÃO* (*veneno* é muito)

Agora cada um dos adjetivos como baixa e pouco, são modelados matematicamente por um conjunto fuzzy através de sua função de pertinência. Os conjuntos fuzzy para a variável de entrada, x , são os mesmos utilizados no capítulo 5, seção 5.3. A variável de saída assume valores em $[0, 1]$, que equivale à porcentagem de retirada da população de insetos presentes na árvore. Para o nosso caso, as funções de pertinências das variáveis de entrada e de saída são do tipo triangular e trapezoidal (Figura 6.9).

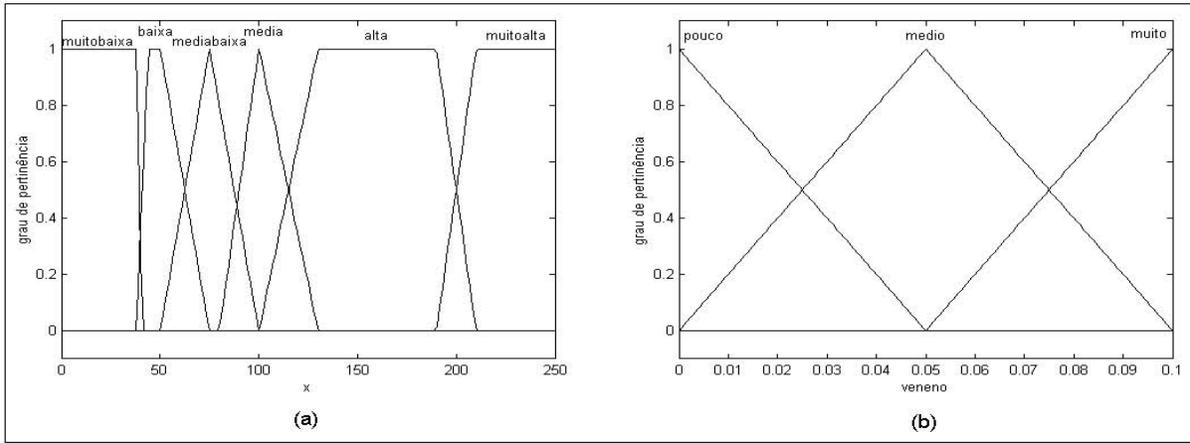


Figura 6.9: Funções de pertinência para: (a) a variável de entrada - x - e (b) a variável de saída - $veneno$.

Utilizando o Método de Inferência de Mamdani e o método de defuzzificação do Centro de Gravidade, obtemos a curva $veneno = veneno(x)$ e representada na Figura 6.10, saída do sistema fuzzy.

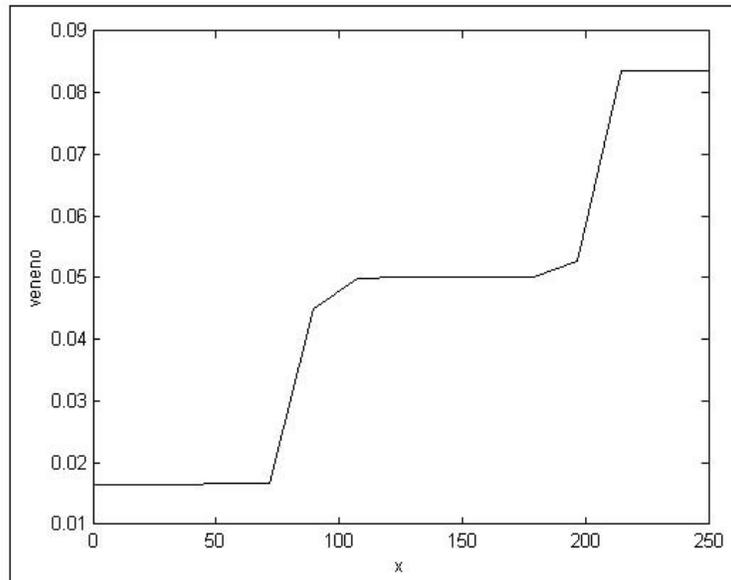


Figura 6.10: Solução dada pelo controlador fuzzy: $veneno = veneno(x)$.

O gráfico da Figura 6.10 ilustra a quantidade de biocida que deve ser aplicada em função da quantidade de pulgões presentes na árvore, ou seja, a partir da densidade populacional de afídeos obtemos, através do controlador fuzzy, a porcentagem das populações de insetos na árvore que será retirada.

Simulações

Nas simulações numéricas procuramos observar as variações da quantidade de presas e do potencial de predação com aplicações contínuas de biocidas. Para isso consideramos a quantidade média de pulgões e joaninhas num ramo de laranjeira. Iniciamos as simulações com um número inicial x_0 de pulgões e um número inicial P_{y0} de potencial de predação num ramo da árvore, escolhidos aleatoriamente.

A partir de x_0 , obtemos pelo controlador fuzzy acima o valor da variável *veneno*. Daí, é feita a retirada nas populações de presas e de predadores, ou seja, vamos admitir que

$$\begin{cases} \tilde{x}_0 = x_0 - \text{veneno} * x_0, \\ \tilde{P}_{y0} = P_{y0} - \text{veneno} * P_{y0}. \end{cases} \quad (6.19)$$

Agora \tilde{x}_0 e \tilde{P}_{y0} são as variáveis de entrada do controlador fuzzy estudado no capítulo 5, seção 5.3, para a dinâmica pulgões e joaninhas, e obtemos os valores de x'_1 e P'_{y1} . Em seguida utilizando o sistema de equações (5.1), obtemos os valores de x_1 e P_{y1} .

A partir do novo valor x_1 , temos através do controlador fuzzy dessa seção, a nova quantidade de biocida a ser aplicada e assim sucessivamente, como esquematizado na Figura 6.11.

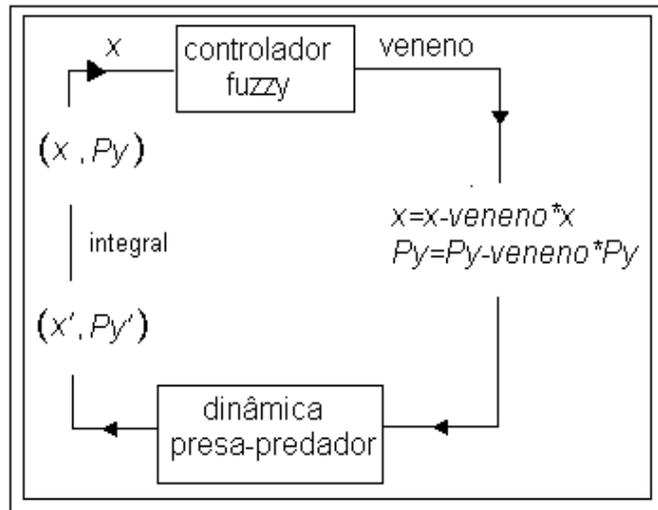


Figura 6.11: Sistema fuzzy composto pelos dois controladores fuzzy: *veneno* e sistema dinâmico.

A evolução dos contingentes populacionais de presas e de potencial de predação obtida ao longo do tempo para o modelo fuzzy, juntamente com o respectivo plano de fase, estão representados nas Figuras 6.12 a 6.14 para diferentes condições iniciais.

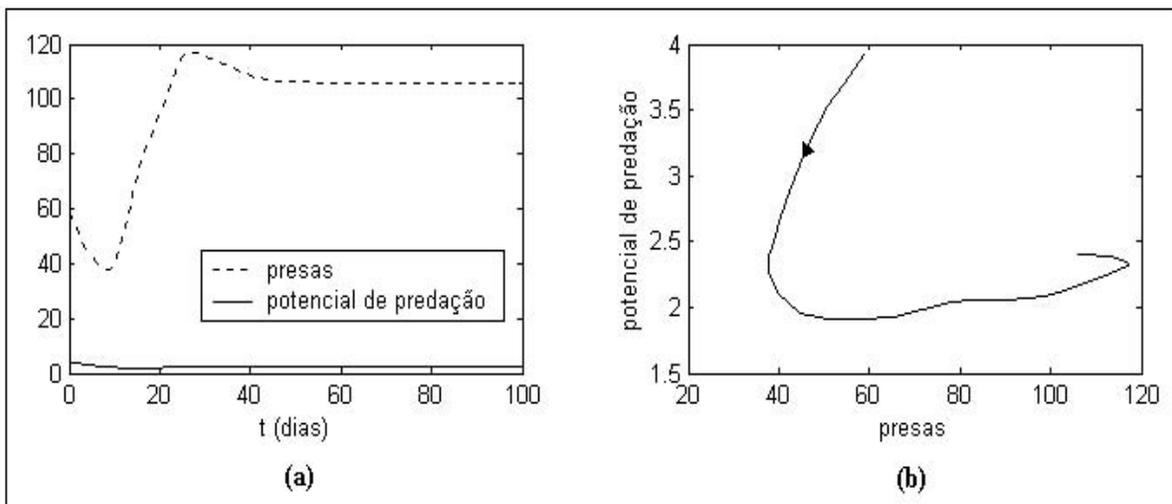


Figura 6.12: Plano de fase do modelo fuzzy para $x_0 = 60$ e $P_{y0} = 4$

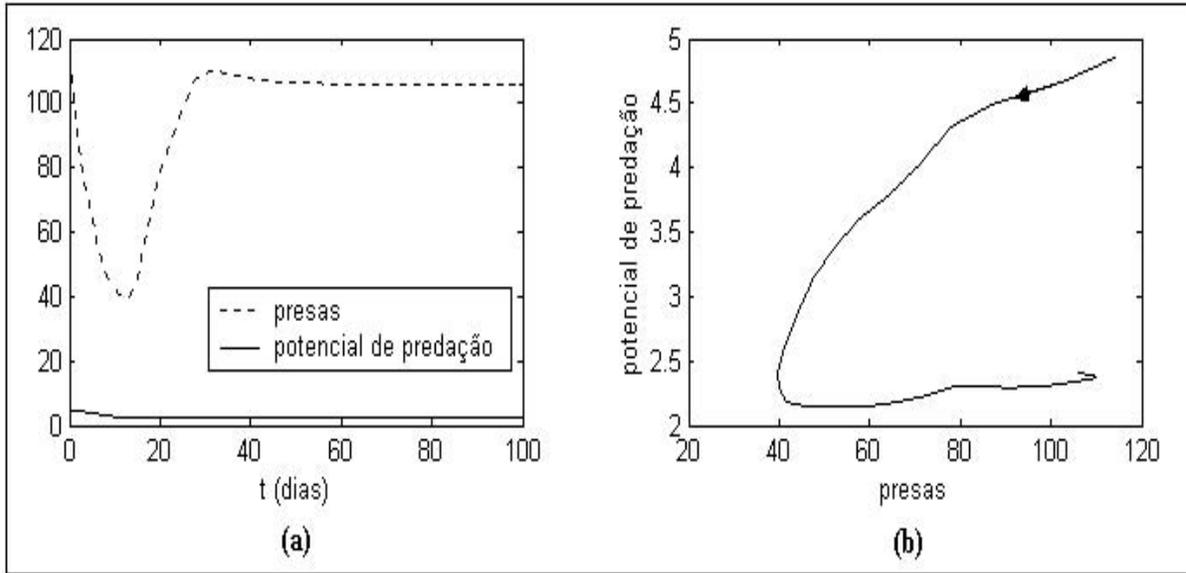


Figura 6.13: Plano de fase do modelo fuzzy para $x_0 = 120$ e $P_{y0} = 5, 1$

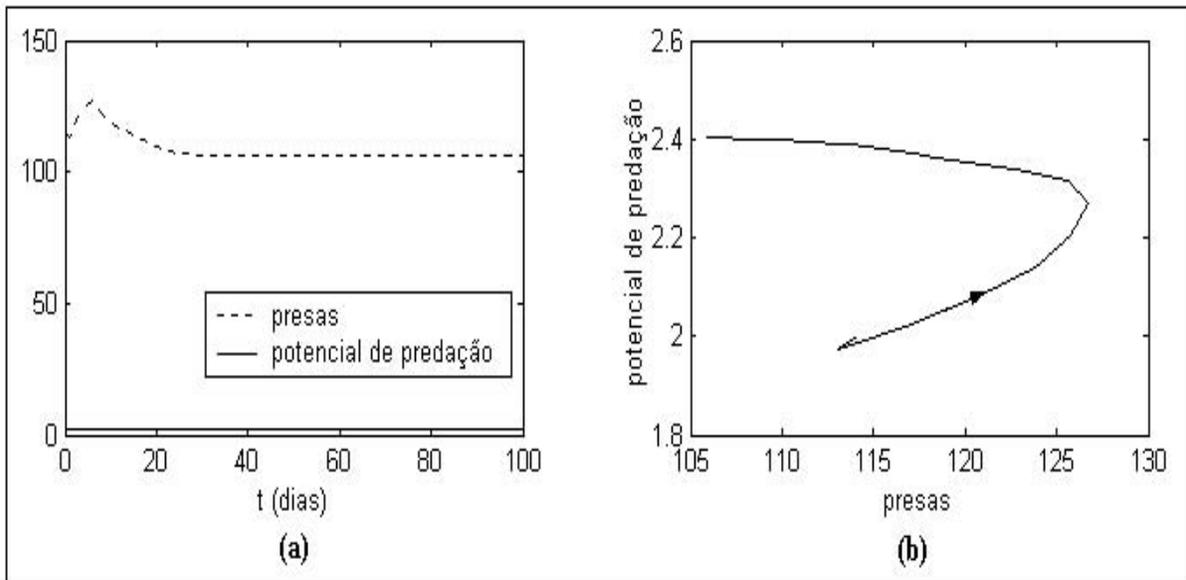


Figura 6.14: Plano de fase do modelo fuzzy para $x_0 = 120$ e $P_{y0} = 2, 1$

Portanto, obtemos soluções que convergem para o ponto de equilíbrio $(105, 95; 2, 4)$ do sistema fuzzy, como no Modelo de Holling-Tanner com controle químico contínuo da seção 6.2.2. Porém, enquanto no modelo de Holling-Tanner a quantidade de biocida aplicada é fixa, aqui procuramos levar em conta o nível de infestação das árvores por pulgões para decidir a quantidade de veneno que deve ser aplicado a cada iteração.

6.3 Resumo

Nesse capítulo iniciamos um estudo para investigar alguma política de controle da Morte Súbita dos Citros. Para isso, simulamos aplicações de biocidas em plantações de forma discreta e de forma contínua. Utilizamos o Modelo determinístico de Holling-Tanner e elaboramos um modelo baseado em regras fuzzy objetivando o uso contínuo de inseticidas de acordo com a infestação de pulgões no pomar.

No próximo capítulo apresentaremos as considerações finais e trabalhos futuros, ou seja, alguns trabalhos que foram iniciados e que pretendemos concluir em breve.

Capítulo 7

Considerações finais

Neste trabalho, apresentamos um modelo matemático de dispersão da Morte Súbita dos Citros em um talhão de árvores cítricas. Esse modelo é dado por um sistema baseado em regras fuzzy, cuja dispersão foi simulada utilizando-se um parâmetro considerado um conjunto fuzzy que depende da intensidade do vento. Fizemos uso de um modelo de autômatos celulares para simular o espalhamento da Morte Súbita dos Citros. Através desse modelo foi feito o estudo da evolução temporal e espacial da doença. Concluimos que o padrão de espalhamento da doença é não local e depende da força do vento, e o progresso temporal da doença em um talhão de citros, sendo mais acentuado na primavera, obedece a um crescimento logístico a cada ano.

Posteriormente, estudamos modelos clássicos do tipo presa-predador de Lotka-Volterra e de Holling-Tanner, uma vez que o pulgão é o agente transmissor da doença, e a joaninha, o seu principal predador. Elaboramos três diferentes bases de regras e, a partir delas, estudamos três modelos baseados em regras fuzzy, para modelar a interação presa-predador.

A partir desse estudo, estabelecemos um sistema baseado em regras fuzzy para simular a dinâmica de pulgões e joaninhas em uma árvore.

As trajetórias obtidas no plano de fase são comparadas às de um modelo determinístico presa-predador de Lotka-Volterra e também a um modelo determinístico de Holling-Tanner. Essas comparações só se realizaram porque, a partir do modelo baseado em regras fuzzy, foi possível encontrar os parâmetros das equações dos modelos determinísticos, visto que alguns desses parâmetros estão indisponíveis. Após a obtenção desses parâmetros, foi possível estudar

a estabilidade dos modelos propostos.

Queremos ressaltar que, mesmo sem um sistema de equações diferenciais, observamos a ascensão da população de presas seguida, com retardo, pela ascensão da população de predadores nos contingentes populacionais, característica central dos modelos presa-predador dados por um sistema de equações diferenciais.

Fizemos uso novamente de um modelo de autômatos celulares e do modelo presa-predador p-fuzzy para a dinâmica pulgões e joaninhas, para descrever a dispersão desses insetos em um talhão de árvores cítricas. Foi possível constatar que as joaninhas não conseguem eliminar toda a população de pulgões, aliás, o que é esperado de um modelo do tipo presa-predador, mas é possível controlar sua velocidade de dispersão e, conseqüentemente, da Morte Súbita dos Citros.

Em seguida, estudamos o efeito do uso de biocidas para as populações de pulgões e joaninhas numa plantação. Inicialmente, utilizamos o modelo presa-predador p-fuzzy para a dinâmica pulgões e joaninhas, para simular uma aplicação de um biocida e assim, antever seu efeito no crescimento populacional da presa (pulgão) e do predador (joaninha) em um pé de laranja. Concluimos que a pulverização de altas doses de agrotóxico eliminou praticamente todos os predadores da árvore, e os pulgões que sobraram tendem a se reproduzir rapidamente na ausência das joaninhas. Notamos que a população de pulgões atinge seu valor máximo sustentável na árvore, algo que não acontecia sem a aplicação de biocidas, uma vez que as populações de presas e predadores estavam em equilíbrio. Concluimos ainda que é necessário manter todo o tempo o número de pulgões sob controle, pois a transmissão é tão rápida que, mesmo que ele sugue uma planta tratada com inseticida, o vírus passa para a planta. Então, para evitar a transmissão, supõe-se que seja necessária pulverização contínua no pomar em brotação.

Fizemos um estudo da aplicação contínua e moderada de biocidas em baixas quantidades para modelo presa-predador de Holling-Tanner e também para o modelo presa-predador p-fuzzy da dinâmica pulgões e joaninhas. Observamos que ambos convergem para um ponto de equilíbrio estável e concluimos que: uma aplicação moderada e constante de biocidas faz crescer a população de pulgões e decrescer a de joaninhas no estado de equilíbrio; a estabilidade

do ponto de equilíbrio foi alterada, visto que sem a aplicação de biocidas a dinâmica possui um ciclo limite e caso contrário, o ponto de equilíbrio é assintoticamente estável; a aplicação do biocida acarreta uma diminuição no valor máximo sustentável. Isto sugere que irão surgir mais pulgões alados.

7.1 Trabalhos Futuros

Nas próximas seções mostraremos algumas idéias que iniciamos e que serão feitas no futuro, podendo trazer resultados importantes para melhorar e enriquecer nosso trabalho.

7.1.1 Trabalho Futuro I: Controle Biológico de Pragas

O controle biológico, no sentido amplo, deve ser o primeiro item a ser considerado em qualquer planejamento de controle de uma doença, e em função do qual, outras técnicas auxiliares, inclusive o emprego de defensivos seletivos, seriam aplicadas harmonicamente, no sentido de princípios econômicos, ecológicos e toxicológicos.

Controle biológico é um fenômeno natural que, quando aplicado de maneira bem-sucedida para uma praga, pode prover uma solução relativamente permanente, harmoniosa e econômica (DeBach [1974]).

Insetos entomófagos (vivem de outros insetos, vivem dos tecidos das vítimas) são importantes agentes de controle biológico. Esses insetos adquirem tal importância principalmente pelo fato de procederem o controle natural, só necessitando da interferência do homem na sua criação artificial em laboratório.

De acordo com Gallo et al. [1978] :

- O predador mata a presa rapidamente e precisa de mais de uma presa para completar seu próprio ciclo de vida.
- O parasita não mata o hospedeiro e usa um número variado de indivíduos para completar seu ciclo de vida.
- O parasitóide mata seu hospedeiro lentamente e utiliza, no máximo, um hospedeiro para completar seu próprio ciclo de vida. Como existem casos de vários indivíduos

parasitóides atacando o mesmo hospedeiro ao mesmo tempo, podemos dizer que estes indivíduos estariam usando menos um hospedeiro para completar seu ciclo. Entende-se por parasitóide um inseto que parasita somente os estágios imaturos, matando o hospedeiro durante o seu processo de desenvolvimento, vivendo livre quando adulto.

Convencionou-se chamar de inimigo natural de uma determinada espécie qualquer outra espécie que se adequar a uma das três definições acima.

De um modo geral o parasitismo é complemento da predação, pouco interferindo um no outro.

A eliminação completa da população da praga não é objetivo dos sistemas de controle biológico. O que se busca, na verdade, é a redução na população da praga até um nível que seja economicamente aceitável (Messenger et al. [1982]). A idéia central, então é “forçar” o sistema inimigo natural-praga a atingir um equilíbrio dinâmico no qual a população da praga esteja em níveis tão baixos que não represente problema.

De acordo com DeBach [1974], o controle biológico é a ação de inimigos naturais (parasitóides, predadores ou patógenos), mantendo a densidade de populações de um outro organismo (praga) abaixo do nível médio que ocorreria na ausência deles.

Há dois tipos de controle biológico de pragas:

1. conservação de inimigos naturais: acontece quando o homem é ativamente envolvido no melhoramento de condições ambientais para favorecer os inimigos naturais da praga;
2. controle biológico clássico: introdução intencional de organismos para o controle a longo prazo de uma determinada praga, objetivando reduzir a abundância média da praga e, conseqüentemente, reduzir a chance de prejuízos futuros. É possível ocorrer artificialmente o aumento de inimigos naturais através da liberação de espécies criadas em laboratórios. Os inimigos naturais a serem liberados podem ser da mesma espécie que já existe na lavoura, ou uma outra espécie que tenha eficiência maior que a natural.

As principais vantagens (Gallo et al. [1970]) do controle biológico são as seguintes:

1. não deixa resíduos químicos;

2. é mais específico e geralmente não provoca desequilíbrio ou causa problemas;
3. é mais permanente e eficiente para culturas perenes ou semi-perenes, onde a população da praga pode se manter todo o ano;
4. em geral é mais barato que o controle químico;
5. age no ecossistema.

A principal desvantagem citada por Gallo et al. [1970] é que tem ação mais lenta que os inseticidas.

Para se fazer um controle biológico, deve-se proceder da seguinte forma:

- procurar reduzir fatores desfavoráveis aos inimigos naturais no meio ambiente. Como por exemplo, evitar o uso de inseticidas muito tóxicos aos inimigos naturais.
- aumentar os fatores ambientais favoráveis aos inimigos naturais;
- aumentar o número de espécies de insetos entomófagos, trazendo-os de outras regiões;
- aumentar o número de indivíduos da população de inimigos naturais com a criação artificial e liberação dos mesmos.

Esse método teve seu marco histórico com a introdução da joaninha australiana *Rodolia cardinalis* (Mulsant) e do díptero *Chrytochaetum iceryae* (Williston) importados da Austrália em 1888, para controlar a ‘cochonilha branca australiana’, *Icerya purchasi* (Mashell), nos laranjais da Califórnia. Por volta de 1892, a praga foi reduzida a níveis subeconômicos. Para se ter uma idéia, de acordo com Gravena [2001], foram realizadas até 1992 mais de 230 introduções de inimigos naturais em todo o mundo. Em 20 países de diferentes regimes climáticos, a distribuição dos casos de sucesso pode ser visualizada na Tabela 6.1.

clima	Países	Grau de sucesso ⁽¹⁾ (nº)				sucesso da categoria ⁽¹⁾ (%)	
		P	S	C	To	S+C	C somente
Tropical	4	4	4	12	20	80	60
Subtropical	5	4	20	20	44	91	45
Temperado - Subtropical	6	14	20	17	51	73	33
Temperado	5	15	30	14	59	75	24

Tabela 7.1: Sucesso no controle biológico clássico em 20 países de acordo com o tipo de clima geral. ⁽¹⁾ P=parcial, S=substancial, C=completo, To=total.

Como se pode observar, ao contrário do pensamento comum e apesar das poucas introduções realizadas nas regiões tropicais e subtropicais nas quais se inclui o Brasil, são nestas áreas que se obtiveram a maior proporção de introduções com sucesso completo, 60 e 45%, respectivamente. Ironicamente, nos países de clima temperado-subtropical e temperado cuja ciência e tecnologia são mais avançadas, houve maior número de introduções de inimigos naturais, mas o número de casos bem sucedidos foi inferior, 33 e 24% respectivamente.

Controle biológico artificial mais conhecido no Brasil é aquele realizado contra a broca da cana *Diatraea Saccharalis* (Fabr.) por moscas taquinídeas e pela vespinha *Cotesia flavipes* (Cameron) e contra a cochonilha das pastagens *Antonina graminis* (Maskell) pela vespinha *Neodusmetia sangwani* (Gallo et al. [1970]). A produção comercial da bactéria *Bacillus thuringiensis*, já é há muito uma realidade como lagartocida que entra em competição com outros inseticidas organossintéticos. Esse tipo de controle biológico foi colocado à disposição dos agricultores para substituir qualquer cômido inseticida tóxico sem mudanças radicais na tecnologia de pulverização comum.

Os inimigos naturais dos pulgões são muitos, destacando-se: a joaninha *Cycloneda sanguinea*, o microhimenóptero *Aphidius Testaceipes* (Cresson, 1880) (Hymenoptera, Braconidae) e a mosca *Baccha clavata* (Fabr., 1794) (Diptera, Syrphidae) (Gallo et al. [1970]).

Freqüentemente podem ser encontrados pulgões mumificados em razão do parasitismo por *Lysiphebus Testaceipes*, um afídideo da família *Aphidiidae*. Eles depositam seus ovos nos pulgões e do ovo eclode uma pequena larva que devora o interior do afídeo. Um afídeo morto pelo parasita é facilmente reconhecido, porque torna-se descolorido, rígido e infla. Pulgões

parasitados por *Lysiphebus Testaceipes* tornam-se mumificados e os adultos emergem por orifícios feitos na porção posterior do corpo do hospedeiro (Hagen e McMurty [1979]) (ver Figuras 6.8 a 6.11).



Figura 7.1: Foto reproduzida de Parra et al. [2003].



Figura 7.2: Adulto de *Lysiphebus Testaceipes*. Fonte: <http://www.alnolux.com> (05/07/2004).



Figura 7.3: Pulgão parasitado por *Lysiphebus Testaceipes*. Fonte: <http://www.alnolux.com> - (05/07/2004).



Figura 7.4: Múmias de pulgões. Fonte: <http://www.alnolux.com> (05/07/2004).

Com as observações feitas acima e através do uso da modelagem matemática no controle de pragas, a formulação de uma boa estratégia de controle é possível e podemos quase afirmar que seja o ideal.

Esse objetivo seria atingido através da manipulação dinâmica de variáveis de controle do sistema presa-predador associado ao parasitismo. No capítulo 5 estudamos a interação pulgões-joaninhas através de um modelo presa-predador.

A modelagem matemática, quando aplicada ao controle biológico de pragas, permite a minimização de custos, de riscos ambientais e a realização de previsões, causando um menor impacto ao meio ambiente. Desta forma, os possíveis cenários alternativos resultantes de simulação dos modelos permitem analisar a eficiência do controle biológico no campo.

A estratégia do controle biológico de pragas tem que satisfazer as seguintes condições importantes:

- o ecossistema praga-inimigo natural através do controle biológico deve chegar a um estado de equilíbrio em que a população de pragas se estabilize num nível abaixo de danos econômicos e a população de inimigos naturais se estabilize num certo patamar para controlar o nível de pragas;

- esse estado de equilíbrio do ecossistema controlado tem que ser estável;
- o controle biológico de pragas tem que ser econômico no sentido de minimização de quantidade de aplicações no ecossistema.

Acreditamos que o ideal seria elaborarmos um modelo de controle de pragas no sistema presa-predador associado a um modelo de parasitismo com o objetivo de conter a dispersão da Morte Súbita dos Citros. Daí nosso sistema seria composto por três equações da forma:

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = aP - bPJ - cPA \\ \frac{dJ}{dt} = -dj + ePJ \\ \frac{dA}{dt} = -fA + gAP \end{cases} \quad (7.1)$$

onde $a, b, c, d, e, f, g > 0$ e $P(t)$ é a quantidade de pulgões, $J(t)$ é a quantidade de joaninhas e $A(t)$ é a quantidade de afídéios.

A proposta de um trabalho que complementa este é elaborar um modelo baseado em regras fuzzy que contemple um modelo do tipo acima, ou seja, que inclua predação e parasitismo em um único modelo. Em particular, o objetivo é obter uma estratégia de controle de pulgões através de introdução de inimigos naturais (joaninha *Cycloneda sanguinea* e afídéio *Lysiphibus Testaceipes*), que leve o sistema a um estado de equilíbrio em que a densidade de pragas não acuse danos econômicos, e que a população de inimigos naturais se estabilize em um valor suficiente para controlar a praga.

Se em pomares contaminados, o controle biológico total fosse possível, os pomares distantes não contaminados permaneceriam assim por muito tempo (Gravena [2003a]).

A estratégia proposta seria aplicar esse controle de pragas na cultura da laranja, objetivando o controle na velocidade de dispersão da Morte Súbita do Citros, ou seja, conter o seu avanço pelo Estado de São Paulo e ganhar tempo até que se confirmem cientificamente as hipóteses colocadas no Capítulo 1.

7.1.2 Trabalho Futuro II - Proposta de um modelo clássico de presa-predador com difusão-advecção

Estudamos no Capítulo 5 a dinâmica populacional de pulgões e joaninhas restrita a uma árvore e como se dá a dispersão desses insetos em um talhão de árvores cítricas. Para isso usamos o conhecimento disponível sobre o comportamento de pulgões, joaninhas e sobre a interação entre eles, com o objetivo de incorporá-los parcimoniosamente a um modelo de simulação com autômatos celulares.

O modelo descreveu basicamente o processo de dispersão de pulgões em um talhão de laranjeiras, na presença do seu inimigo natural (joaninhas) e também a dispersão de pulgões na ausência de joaninhas, através da capacidade gráfica e visual dessa classe de modelos.

A seguir, propomos teoricamente um modelo clássico de presa-predador com difusão-advecção, com base em modelos já existentes.

Em muitos trabalhos recentes, figuram estudos em que, além de relações interespecíficas, são incluídos fenômenos específicos de dispersão populacional e migração (Sossae [2003]).

Como vimos, em modelos clássicos, como por exemplo, nas equações diferenciais ordinárias de Lotka-Volterra, pressupõe-se uma distribuição homogênea da população em todo o domínio espacial. No entanto em situações como a nossa, a não-homogeneidade desempenha um importante papel.

Murray [1989] e Edelstein-Keshet [1988], entre outros, citando Skellam em seu pioneiro trabalho publicado em 1951, apresentam uma série de críticas ao uso de modelos de variação somente temporal, argumentando sobre a necessidade de se incluírem as variações espaciais nessa modelagem (Pregnoatto [2002]).

Desde 1974, diversos trabalhos paradigmáticos têm surgido na literatura, modelando variação espacial com dinâmica populacional de duas ou mais espécies, defendendo o uso de difusão-advecção ou de difusão-convecção no estudo de fenômenos de dispersão e movimento de populações.

É este o caso de Skellam, quando adotou, no seu trabalho, a equação com derivadas parciais dadas por

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \operatorname{div}(D\nabla P) - \operatorname{div}(VP) + Pf(P),$$

para modelar a dispersão de determinada espécie, sendo o parâmetro D aquele descritivo da dispersão em termos de área por tempo.

Dentro deste contexto que combina os sistemas clássicos de equações diferenciais ordinárias com características mais recentes, com equações diferenciais parciais, a idéia é estudar modelos de predação, considerando também fenômenos como a dispersão populacional e processos de tipo migratório de cada espécie, dinâmicas vitais e relações interespecíficas, algo semelhante ao feito por Sossae [2003].

Nesta situação, para a população de pulgões P_1 e população de joaninhas P_2 que interagem, um modelo matemático que descreve tais fenômenos, com $P_1 = P_1(x, y, t)$, $P_2 = P_2(x, y, t)$, $t \in (0, T]$, $(x, y) \in \Omega \subset \mathbb{R}^2$ é dado pelo sistema:

$$\begin{cases} \frac{\partial P_1}{\partial t} = \operatorname{div}(D_1\nabla P_1) - \operatorname{div}(VP_1) - P_1F_1(P_1) \\ \frac{\partial P_2}{\partial t} = \operatorname{div}(D_2\nabla P_2) - \operatorname{div}(WP_2) - P_2F_2(P_2) \end{cases} \quad (7.2)$$

sendo o domínio Ω o meio considerado e, para $i = 1, 2$,

- $P_i = P_i(x, y, t)$ as populações ou densidades populacionais;
- $D_i = D_i(x, y, t)$ os coeficientes de difusão ou dispersão populacional;
- V e W campos de força devido a fatores externos como, por exemplo, ventos predominantes na região, ou ainda características migratórias das espécies; e
- F_i dinâmica populacional da espécie, no meio Ω durante o período $[0, T]$ que apresente as características que vierem a ser consideradas como essenciais, ou desejadas.

Como vimos, adotamos o tipo de interação entre pulgões e joaninhas usando o modelo presa-predador do tipo Holling-Tanner. Sendo assim, nosso sistema de equações proposto neste caso é o sistema não linear de Equações Diferenciais Parciais dado por:

$$\begin{cases} \frac{\partial P_1}{\partial t} = \operatorname{div}(D_1 \nabla P_1) - \operatorname{div}(V P_1) + r P_1 \left(1 - \frac{P_1}{K}\right) - \frac{m P_1 P_2}{D + P_1} \\ \frac{\partial P_2}{\partial t} = \operatorname{div}(D_2 \nabla P_2) - \operatorname{div}(W P_2) + s P_2 \left(1 - h \frac{P_2}{P_1}\right) \\ P_1(0) > 0, P_2(0) > 0 \end{cases} \quad (7.3)$$

onde $r, m, s, h, D, K > 0$, sendo

- $P_1 = P_1(x, y, t)$ a quantidade de presas (pulgões) em uma árvore por ramo;
- $P_2 = P_2(x, y, t)$ a quantidade de predadores (joaninhas) em uma árvore por ramo;
- $D_i = D_i(x, y, t)$ os coeficientes de difusão ou dispersão populacional;
- V campo de força devido ao vento e a taxia;
- W campo de força devido a taxia;
- a taxa de crescimento interespecífica (função densidade-dependência) é a mesma taxa do modelo logístico para a espécie isolada. Desta forma, o crescimento das presas é inibido, tendo uma capacidade suporte igual a K na ausência de predadores;
- a taxa de ataque (efeito dos predadores) é crescente em relação à quantidade de presas, aproximando-se de um valor limiar estacionário;
- a capacidade suporte da população de predadores é $\frac{x}{h}$, isto é, P_2 deve ser menor que $\frac{x}{h}$ para que a população de predadores cresça;
- m é o número máximo de presas que podem ser capturadas por um predador em cada unidade de tempo (taxa máxima de predação per capita);
- D é o número de presas necessárias para se atingir metade da taxa máxima m ;
- h é uma medida da qualidade alimentícia proporcionada pela presa para conversão em nascimento de predadores.

Nossa primeira idéia é o uso de um tratamento numérico semelhante ao de Pregnotatto [2002] para solução do sistema (7.3).

Vimos que, através do uso de simulações do tipo autômatos celulares no Capítulo 5, foi possível visualizar duas espécies distintas interagindo em um mesmo ambiente.

O principal objetivo aqui é utilizar o modelo de dispersão do tipo autômatos celulares para recuperar os parâmetros das equações (7.3).

Sugerimos um sistema de equações diferenciais parciais de presa-predador do tipo Holling-Tanner com difusão-advecção, objetivando o uso dos resultados dados pelo modelo de autômatos celulares para encontrar os parâmetros desse sistema, e pretendemos atingir esse objetivo, propósito que iniciamos e pretendemos concluir em breve.

7.1.3 Trabalho Futuro III - Controle Ótimo

Como o custo de aplicações de biocidas é alto, devemos procurar uma estratégia de controle de praga eficiente e mais barata. Isto nos leva à procura de um controle ótimo.

A visão ecológica que considera um inseto como praga se e somente se a quantidade deste inseto na lavoura causa danos econômicos, pode servir como base para a formulação do problema de controle ótimo de pragas.

A teoria de controle ótimo, desenvolvida em meados dos anos 50 com o Princípio do Máximo de Pontryagin, teve inicialmente grande aplicabilidade em problemas de engenharia. A partir de então, foi encontrando grande aplicação em outras áreas de conhecimento, como por exemplo, nas ciências biológicas, com o estudo de controle ótimo de pragas (Zotin [2000]).

O objetivo da Teoria de Controle Ótimo é determinar controles que levem um processo a satisfazer algumas restrições físicas e biológicas, ao mesmo tempo que minimizem (ou maximizem) algum critério de performance. Um controle é dito admissível se satisfaz as restrições de controle desde o início até o fim do processo, isto é, durante todo intervalo $[t_0, t_f]$. Analogamente, uma trajetória é chamada admissível se ela satisfaz as restrições das variáveis de estado durante todo o intervalo $[t_0, t_f]$ (Zotin [2000]).

Matematicamente, isto consiste na resolução do seguinte problema: encontrar um controle

admissível $u^*(t)$ que leve o sistema

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t),$$

a seguir uma trajetória admissível x^* e que minimiza o critério de performance

$$J = h(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(x(t), u(t), t) dt$$

onde $u^*(t)$ é chamado controle ótimo e $x^*(t)$ a trajetória ótima.

Goh et al. [1974] apresentaram um exemplo da aplicação da teoria de controle ótimo em Ecologia, através do modelo presa-predador de Lotka-Volterra. Neste trabalho, a variável de controle $u(t)$ é a razão de aplicação de um biocida que mata presas e predadores. É bem conhecido que um inseticida mata insetos de maneira proporcional. Esse modelo assume que o biocida não deixa resíduo e a dinâmica do sistema é dada por:

$$\begin{cases} \frac{dN_1}{dt} = (\alpha_1 - \beta_1 N_2)N_1 - b_1 u N_1 \\ \frac{dN_2}{dt} = (\beta_2 N_1 - \alpha_2)N_2 - b_2 u N_2 \end{cases} \quad (7.4)$$

sendo $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, b_1$ e b_2 constantes positivas.

Considerando,

$$N_1(t_f) = \frac{\alpha_2}{\beta_2}, \quad N_2(t_f) = \frac{\alpha_1}{\beta_1} \quad (7.5)$$

$$N_1(t_0) = N_{10}, \quad N_2(t_0) = N_{20} \quad (7.6)$$

$$0 \leq u(t) \leq u_{max} = \text{constante} \quad (7.7)$$

O controle ótimo do problema ocorre quando a trajetória partindo de (7.6) atinge (7.5) de tal forma que a quantidade total de biocida usada

$$J = \int_{t_0}^{t_f} u(t) dt \quad (7.8)$$

é minimizada.

Observemos que neste caso, o nível (7.5) é atingido pelas populações na situação de equilíbrio, na ausência de controle.

Aplicação: Para o nosso caso específico, vamos usar o modelo presa-predador de Holling-Tanner, cuja dinâmica com controle u é dada por:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = rx \left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{mxy}{D+x} - b_1ux \\ \frac{dy}{dt} = sy \left(1 - h\frac{y}{x}\right) - b_2uy \\ x(0) > 0, y(0) > 0 \end{cases} \quad (7.9)$$

onde $r, m, s, h, D, K, b_1, b_2 > 0$ e u satisfaz (7.8).

Uma estratégia de controle ótimo é fixar os valores finais $x(t_f)$ e $y(t_f)$ desejados e obter a aplicação ótima $u(t)$.

O controle ótimo de pragas no sistema presa-predador, neste caso, tem a finalidade de manter a população de pragas num nível de equilíbrio abaixo de danos econômicos, isto é, $x(t_f)$ e $y(t_f)$ devem ser fixos quando $t = t_f$.

Observe que o modelo acima dado por (7.8) equivale ao sistema (6.17) quando $b_1 = b_2 = 0, 1$ e $u \equiv 1$.

Um estudo completo da modelagem com controle ótimo foge um pouco do objetivo deste trabalho e pretendemos realizá-lo no futuro com controles fuzzy.

Apêndice A

Análise da Estabilidade do Modelo de Lotka-Volterra

Considere o sistema de equações clássico de Lotka-Volterra:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax - \alpha xy \\ \frac{dy}{dt} = -by + \beta xy \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

As variáveis de estado x e y são, respectivamente, quantidade de presas e quantidade de predadores em cada instante t . Os parâmetros são:

- a : taxa de crescimento da população de presas na ausência de predadores;
- $\frac{\alpha}{\beta}$ é a eficiência de predação, isto é, a eficiência de conversão de uma unidade de massa de presas em uma unidade de massa de predadores;
- b : taxa de mortalidade de predadores na ausência de presas;
- o termo xy representa a chance de encontro entre presas e predadores (ambos uniformemente distribuídos no habitat).

Ao analisarmos um sistema do tipo quase-linear (A.1) devemos nos ater aos pontos críticos do mesmo, ou seja, os pares de valores de x e y que tornariam as derivadas nulas e manteriam o sistema em um equilíbrio constante, sem alteração nos valores de x e y . Verificando-se o sistema acima, temos dois pares possíveis: $(0, 0)$ (solução trivial) e $\left(\frac{b}{\beta}, \frac{a}{\alpha}\right)$, populações

constantes e não-nulas de presas e de predadores, respectivamente, que podem coexistir em equilíbrio.

A solução nula não nos interessa, de modo que é interessante que façamos a análise do que ocorre quando as populações iniciais x_0 e y_0 estão muito próximas destas populações críticas, ou seja, (x, y) é sempre próximo de $\left(\frac{b}{\beta}, \frac{a}{\alpha}\right)$. Com esta análise verificamos a estabilidade do ponto $\left(\frac{b}{\beta}, \frac{a}{\alpha}\right)$. Fazemos a mudança de variáveis $x = \frac{b}{\beta} + u$ e $y = \frac{a}{\alpha} + v$ em (A.1) e obtemos

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = -\frac{b\alpha}{\beta}v - \alpha uv \\ \frac{dv}{dt} = \frac{a\beta}{\alpha}u + \beta uv \end{cases}$$

cujo sistema linearizado é dado por

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = -\frac{b\alpha}{\beta}v \\ \frac{dv}{dt} = \frac{a\beta}{\alpha}u \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

com polinômio característico associado, $\lambda^2 + ab = 0$. As raízes são os imaginários puros $\lambda = \pm i\sqrt{ab}$. Neste caso, o ponto crítico é um centro (estável) para o sistema linear (A.2). De fato, tomando

$$\frac{dv}{du} = -\frac{\frac{a\beta}{\alpha}u}{-\frac{b\alpha}{\beta}v}$$

obtemos as curvas-soluções no plano-uv de fase, dadas por

$$\frac{a\beta}{\alpha}u^2 + \frac{b\alpha}{\beta}v^2 = k$$

(sendo k uma constante positiva arbitrária) que são elipses concêntricas para cada valor de $k > 0$ (Figura A.1).

A transformação das características dos pontos de equilíbrio dos sistemas linearizados correspondentes aos pontos de equilíbrio do sistema quase-linear (A.1) é dada através do Teorema de Linearização de Lyapunov-Poincaré (ver Bassanezi e Ferreira Jr. [1988], página 370).

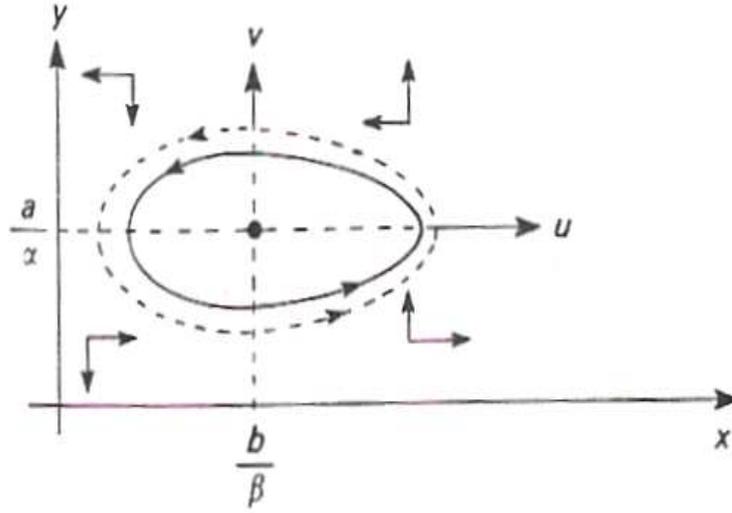


Figura A.1: Ciclo ecológico. Fonte: Bassanezi e Ferreira Jr. [1988].

Contudo, essa análise não é o suficiente para que seja transportada ao sistema quase-linear, pois o ponto crítico pode ser ou um ponto de uma espiral instável no plano de fase ou ser assintoticamente instável. Podemos realizar o procedimento de divisão de uma equações pela outra no sistema original, conforme fizemos com o sistema linear associado, obtendo:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y(-b + \beta x)}{x(a - \alpha y)} \quad \longrightarrow \quad \frac{b - \beta x}{x} dx + \frac{a - \alpha y}{y} dy = 0$$

E através da separação de variáveis e resolução da equação diferencial resultante obtemos:

$$b \ln x - \beta x + a \ln y - \alpha y = c$$

Podemos demonstrar que essas curvas são curvas fechadas simples ao redor de $\left(\frac{b}{\beta}, \frac{a}{\alpha}\right)$, que então é um centro estável. Pelo teorema da unicidade das soluções, dois gráficos de soluções numa equação diferencial independente não podem se interceptar. Por isso, soluções para as equações acima nunca podem se cruzar e assim, as curvas obtidas não se intercalam.

Note que no caso discreto as equações (A.1) são dadas por

$$\begin{cases} x(t+1) - x(t) = ax(t) - \alpha x(t)y(t) \\ y(t+1) - y(t) = -by(t) + \beta x(t)y(t) \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Dados a , b , α , β e os valores iniciais $x(0)$ e $y(0)$, podemos calcular passo a passo as populações em cada valor de t , onde t é tomado como um múltiplo do intervalo de tempo unitário. Neste caso, as trajetórias não são fechadas e o ponto de equilíbrio é um nó instável (Figura A.2).

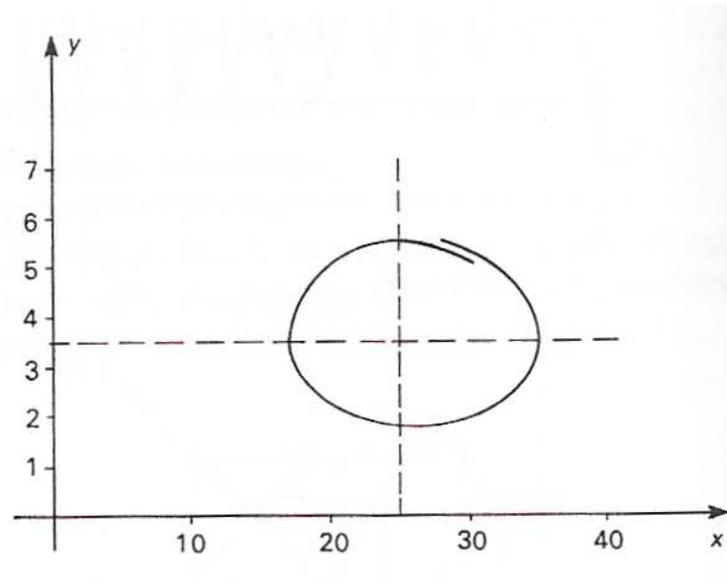


Figura A.2: Ciclo ecológico “discreto”. Fonte: Bassanezi e Ferreira Jr. [1988].

Apêndice B

Análise da estabilidade do Modelo de Holling-Tanner

Não temos a pretensão de fazer uma análise detalhada da estabilidade do Modelo de Holling-Tanner. Vamos apenas comentar resumidamente a estabilidade estrutural do modelo.

O modelo presa-predador de Holling-Tanner é dado pelo sistema de equações:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = rx \left(1 - \frac{x}{K}\right) - m \frac{xy}{D+x} \\ \frac{dy}{dt} = sy \left(1 - y \frac{h}{x}\right) \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

onde r, m, s, h, D, K são constantes positivas.

O sistema (B.1) assume que a população de presas cresce logisticamente com taxa de crescimento intrínseca r e capacidade suporte K na ausência de predação. A população de predadores cresce com razão intrínseca s e capacidade suporte proporcional ao tamanho da população de presas. Este modelo faz considerações sobre o efeito da predação não estabelecidas no modelo clássico de Lotka-Volterra.

As soluções de equilíbrio, isto é, soluções constantes, são de particular importância para a teoria qualitativa e quantitativa deste sistema. O estudo assintótico de solução perto de uma solução de equilíbrio é desejado. O conjunto de valores iniciais cujas soluções tendem para uma solução de equilíbrio é chamado de bacia de atração deste ponto de equilíbrio. Portanto, o problema de estabelecer as bacias de atração de pontos de equilíbrio é de elevada importância para aplicações na teoria de estabilidade.

Um resumo deste estudo pode ser dado através das isóclinas, que são curvas obtidas

considerando-se $\frac{dx}{dt} = 0$ e $\frac{dy}{dt} = 0$ e pelas trajetórias do plano de fase. Nestes gráficos, as quantidades de presas, x , são plotadas horizontalmente e a quantidade dos predadores, y , verticalmente. A intersecção destas duas linhas determina o equilíbrio ou ponto crítico para o sistema onde ambas as população são estacionárias.

As equações das isóclinas são dadas por

$$y = \frac{r}{m}(D + x)\left(1 - \frac{x}{K}\right)$$

para população de presas e

$$y = \frac{x}{h}$$

para população de predadores.

Para facilitar nossas contas, vamos dividir as variáveis x e y e as constantes K e D pelo valor de x no ponto crítico, ficando livres de alguns inoportunos termos quadráticos.

O ponto crítico torna-se

$$\begin{cases} x^* = 1 \\ y^* = rm^{-1}(1 - K^{-1})(1 + D) \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

Os elementos da matriz jacobiana são dados por

$$a_{11} = r[-K^{-1} + m(rh)^{-1}(1 + D)^{-2}]$$

$$a_{12} = -w(1 + D)^{-1}$$

$$a_{21} = sh^{-1}$$

$$a_{22} = -s$$

As condições necessárias para estabilidade em uma vizinhança do ponto crítico são que:

1. $trA < 0 \quad \longrightarrow \quad -a_{11} - a_{22} > 0$ e
2. $detA > 0 \quad \longrightarrow \quad a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} > 0$

A segunda condição é necessariamente positiva, porque

$$a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = rs[K^{-1} + mD(rh)^{-1}(1 + D)^{-2}] \quad (\text{B.3})$$

e todos os termos do lado direito da igualdade são positivos.

A primeira condição pode ser escrita como

$$\frac{s}{r} > \left[-\frac{1}{K} + \frac{m}{rh} \frac{1}{(1+D)^{-2}} \right]. \quad (\text{B.4})$$

Substituindo por $\frac{m}{rh}$ da equação (B.2) temos

$$\frac{s}{r} > \frac{r(K-D-2)}{K(1+D)}. \quad (\text{B.5})$$

O máximo da isóclina de presas está em $\frac{K-D}{2}$.

Se $\frac{K-D}{2} < 1 (= x^*)$, $K-D < 2$ e o lado direito da equação (B.5) será negativo. Portanto, o modelo é estável para todo $\frac{s}{r}$, se o ponto crítico estiver à direita do máximo, ou

$$x^* > \frac{K-D}{2}. \quad (\text{B.6})$$

Se x^* está à esquerda do máximo da isóclina de presas, a estabilidade ocorrerá se $\frac{s}{r}$ for maior que um valor limitado determinado pelos lados direitos das equações (B.4) ou (B.5). Este valor tem um limitante superior quando $k \rightarrow \infty$; neste caso o $\frac{1}{K}$ na equação (B.2) e na equação (B.4) aproximam-se de zero, e retirando este termo em ambas equações e substituindo para $(1+D)$ da modificada equação (B.2) em (B.4), a última reduz-se a

$$\frac{s}{r} > \frac{rh}{m}. \quad (\text{B.7})$$

Então, como K cresce, o valor limitado aproxima-se de $\frac{rh}{m}$ como um limitante superior.

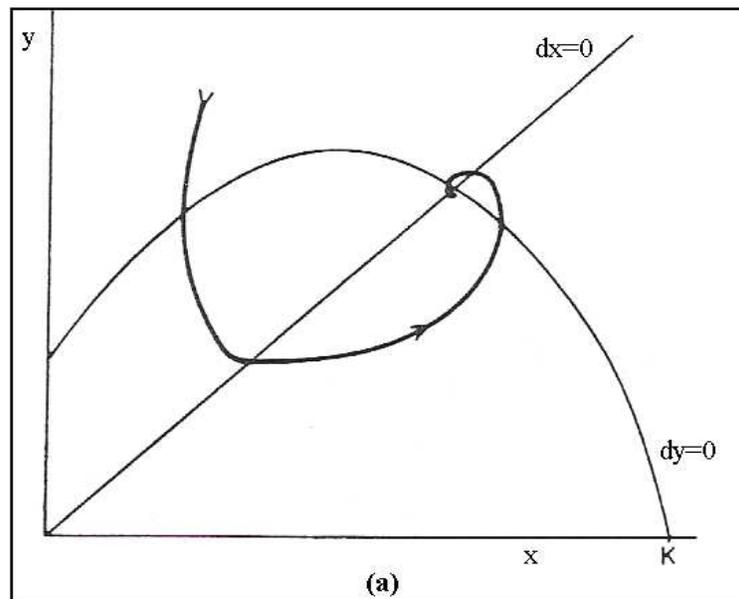
Se $\frac{s}{r}$ é menor que um valor limite, o ponto crítico é um foco instável, e a trajetória será uma espiral convergindo para um ciclo limite ou para a extinção do sistema.

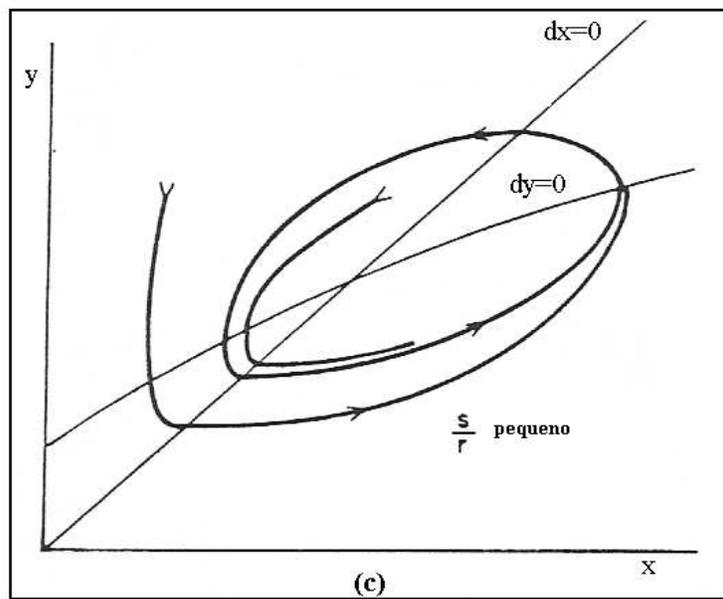
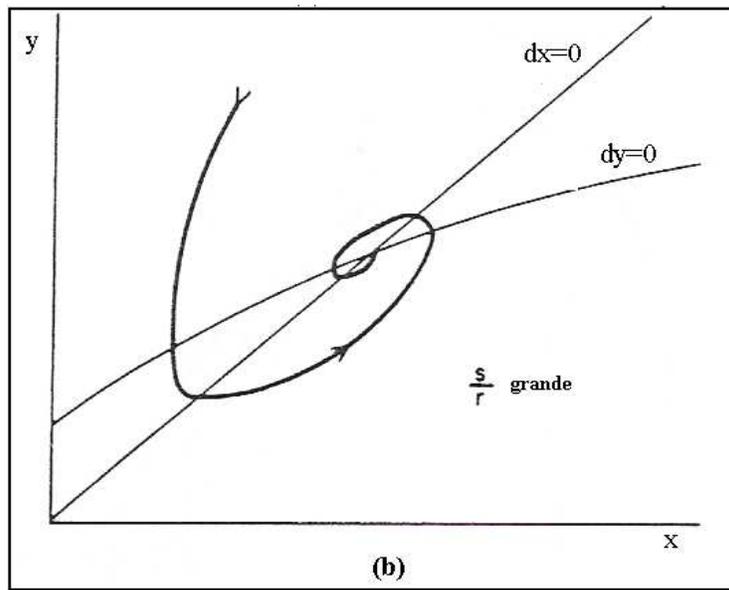
As propriedades do modelo presa-predador necessárias para este possuir um ciclo limite estável são dadas por Mayer e Butler [1993](pag.86-89).

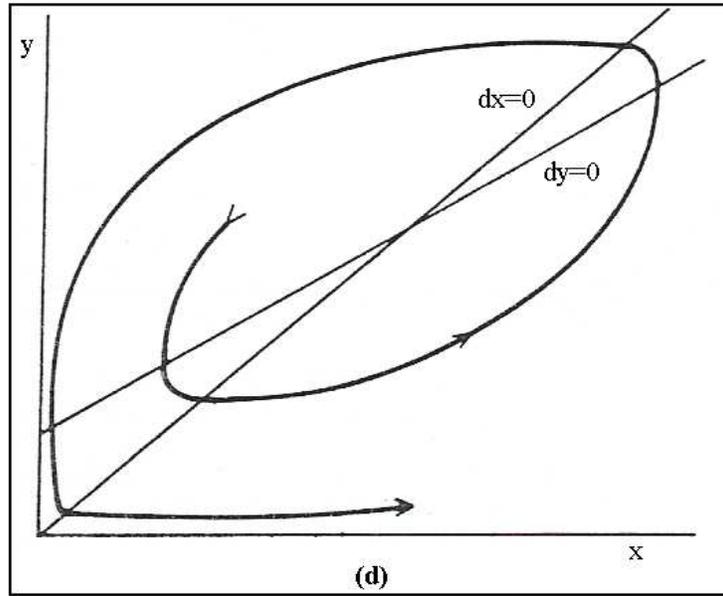
Resumindo,

- Na Figura (a) K é pequeno e o ponto crítico à direita do máximo da isóclina da presas é foco estável para todos os valores de $\frac{s}{r}$;

- Na Figura (b) K é grande e o ponto crítico à esquerda do máximo da isóclina da presas e $\frac{s}{r}$ é maior que o valor limitado dado por $\frac{rh}{m}$, neste caso o ponto crítico é foco estável;
- Na Figura (c) K é grande e o ponto crítico à esquerda do máximo da isóclina da presas e $\frac{s}{r}$ é menor que o valor limitado dado por $\frac{rh}{m}$, neste caso o ponto crítico é foco de um ciclo limite;
- Na Figura (d) $K = \infty$ e $\frac{s}{r} < \frac{rh}{w}$, o ponto crítico é foco instável.







Bibliografia

- Aguiar, M. S., Costa, F. A., Dimuro, G. P., e Costa, A. C. R. (1999). *Modelos matemáticos baseados em Autômatos Celulares para Geoprocessamento*, volume 10. Porto Alegre. Notas em Matemática Aplicada.
- Andrade, L. L., Guerreiro, J. C., Veronezzi, F. R., Barbosa, R. L., Pereira, F. F., e Berti Filho, E. (2002). Capacidade predatória de larvas de *Cycloneda sanguinea* (Linnaeus, 1763) alimentadas com *Lipaphis erysimi* (Haltenbach, 1843). In *10º Simpósio Internacional de Iniciação Científica da Universidade de São Paulo*. ESALQ, Piracicaba.
- Bando, F. M. (2002). Sistemas fuzzy e aproximação universal. Dissertação de Mestrado, IMECC – UNICAMP, Campinas/SP.
- Barros, L. C. (1992). Modelos determinísticos com parâmetros subjetivos. Dissertação de Mestrado, IMECC – UNICAMP, Campinas/SP.
- Barros, L. C. e Bassanezi, R. C. (2001). Introdução à teoria fuzzy - aplicações em Biomatemática. Campinas/SP. Congresso Latino Americano de Biomatemática.
- Barros, L. C. e Bassanezi, R. C. (2005). *A vantagem de ser fuzzy: Tópicos em Lógica Fuzzy com aplicações em Biomatemática*. - No prelo.
- Bassanezi, R. B., Bergamin, A., Amorim, L., Gimenes-Fernandes, N., Gottwald, T. R., e Bové, J. M. (2003a). Spatial and temporal analyses of Citrus Sudden Death as a tool to generate hypotheses concerning its etiology. *Phytopathology*, 93:502–512.
- Bassanezi, R. B., Filho, A. B., Amorim, L., Gimenes-Fernandes, N., e Gottwald, T. (2002a).

- Spatial and temporal analysis of Citrus Sudden Death as a tool to elucidate its etiology. *Fitopatologia Brasileira*, 27 (suplemento):S181.
- Bassanezi, R. B., Filho, A. B., Amorim, L., Gimenes-Fernandes, N., e Gottwald, T. R. (2003b). Spatial and temporal analysis of Citrus Sudden Death as a tool to elucidate its etiology. *Abstract of Offered Paper of VIII International Congress of Plant Pathology*, 2:161.
- Bassanezi, R. B., Filho, A. B., Amorim, L., Gimenes-Fernandes, N., e Gottwald, T. R. (2003c). Spatial and temporal analysis of Citrus Sudden Death as a tool to generate hypothesis its etiology. *Phytopathology*, 93:502–512.
- Bassanezi, R. B., Gimenes-Fernades, N., e Massari, C. A. (2002b). *Resultado do levantamento detalhado da Morte Súbita dos Citros na região afetada - junho a setembro de 2002*.
- Bassanezi, R. B., Gimenes-Fernades, N., Yamamoto, P. T., e Jesus Jr., W. (2003d). *Morte Súbita dos Citros*, volume 24. Boletim Citrícola - Fundecitrus.
- Bassanezi, R. B., Gimenes-Fernandes, N., Yamamoto, P. T., e Jesus Jr., W. C. (2004). *Manual da Morte Súbita dos Citros*. Fundecitrus.
- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino–aprendizagem com modelagem matemática*. Ed. Contexto, S. Paulo.
- Bassanezi, R. C. e Ferreira Jr., W. C. (1988). *Equações Diferenciais com Aplicações*. Ed. Harbra, S. Paulo.
- Borror, D. J. e DeLong, D. M. (1970). *Introdução ao Estudo dos Insetos*. Editora Edgard Blücher Ltda., São Paulo.
- Braga, A. e Sousa-Silva, C. R. (1999). *Monografia: Afídeos de citros (Citrus sinensis) e seus predadores na região de São Carlos-SP*. Departamento de Ecologia e Biologia Evolutiva da Universidade Federal de São Carlos.
- Citricultura, C. (2001). Nova doença já causa prejuízos a pomares de SP e MG. *Informativo Centro de Citricultura*, 76:1.

- Cunha, M. C. C. (2000). *Métodos numéricos*. Editora da Unicamp, Campinas.
- DeBach, P. (1974). *Biological control by natural enemies*. Univ. Press.
- Edelstein-Keshet, L. (1988). *Mathematical Models in Biology*. Random-House, N. York.
- Ermentrout, G. B. e Edelstein-Keshet, L. (1993). Cellular automata approaches to biological modeling. *Theor. Biol.*, 160:97–133.
- FAPESP (2004). As pernas do vírus. *Revista Fapesp*, 99:59.
- Ferreira, C. P. (2001). *Dinâmica de replicação na rede: aplicações em modelos de evolução pré-biótica e de formação de úlceras*. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, São Carlos/SP.
- Fundecitrus (2002a). Cresce a Morte Súbita: levantamento encontra a doença em cinco municípios. *Revista do Fundecitrus*, 112:112.
- Fundecitrus (2002b). MSC agora em nova granada. *Revista do Fundecitrus*, 113:16.
- Fundecitrus (2003). Sob suspeita. *Revista do Fundecitrus*, 116:12.
- Gallo, D., Nakano, O., Neto, S. S., Carvalho, R. P. L., Batista, G. C., Berti Filho, E., Parra, J. R. P., Zucchi, R. A., e Alves, S. B. (1978). *Manual de Entomologia Agrícola*. Editora Agronômica Ceres, São Paulo.
- Gallo, D., Nakano, O., Wiendl, F. M., Neto, S. S., e Carvalho, R. P. L. (1970). *Manual de Entomologia - pragas das plantas e seu controle*. Editora Agronômica Ceres, São Paulo.
- Gimenes-Fernandes, N. e Bassanezi, R. B. (2001). Doença de causa desconhecida afeta pomares cítricos no norte de São Paulo e sul do Triângulo Mineiro. *Summa Phytopathologica*, 27:93.
- Gimenes-Fernandes, N., Bassanezi, R. B., Yamamoto, P. T., e Ayres, A. J. (2002). Árvores de limoeiro cravo não mostram sintomas de Morte Súbita em área afetada. *Summa Phytopathologica*, 28 (1):72.

- Goh, B. S., Leitmann, G., e Vincent, T. L. (1974). Optimal control of a prey-predator system. *Mathematical Biosciences*, 19:263–286.
- Gomes, A. G. e Varriale, M. C. (2001). *Modelagem de ecossistemas: uma introdução*. Editora da UFSM, Santa Maria.
- Gravena, S. (2001). Controle biológico de insetos e ácaros no manejo de pragas. Campinas/SP. II Ciclo de Palestras sobre Controle Biológico de Pragas.
- Gravena, S. (2003a). Aspectos relevantes do pulgão preto dos citros como provável vetor. *GRAVENA-ManEcol Ltda*, páginas 41–63.
- Gravena, S. (2003b). O controle biológico na cultura algodoeira. *Informe Agropecuário*, 9:3–15.
- Hagen, K. S. e McMurty, J. A. (1979). *Biological control and insect pest management*, capítulo Natural enemies and predator-prey ratios, páginas 28–40. University of California.
- Hanselman, D. e Littlefield, B. (1999). *Matlab 5*. MAKRON Books, São Paulo.
- Hodek, I. (1973). *Biology of Coccinellidae*. Prague: Academic of Science.
- Holling, C. S. (1959). Some characteristics of simple types of predation and parasitism. *The Canadian Entomologist*, 91(7):385–398.
- Hsin, C. e Yang, T. (2003). Two-sex life table and predation rate of *Propylaea japonica* thunberg (Coleoptera: Coccinellidae) fed on *myzus persicae* (sulzer) (Homoptera: Aphididae). *Environmental Entomology*, 32 (2):327–333.
- Hsu, S. e Huang, T. (1995). Global stability for a class of predator-prey systems. *SIAM J. Appl. Math*, 55 (3):763–783.
- Jafelice, R. M., Barros, L. C., e Bassanezi, R. C. (2003). *Modelagem Fuzzy para Dinâmica de Transferência de Soropositivos para HIV em Doença Plenamente Manifesta*. Tese de Doutorado, FEEC-Unicamp, Campinas/SP.

- Klir, G. e Yuan, B. (1995). *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic - Theory and Application*. Prentice Hall.
- Libanore, A., Massari, C. A., Bassanezi, R. B., Yamamoto, P. T., Gimenes-Fernandes, N., e Ayres, A. J. (2002). Levantamento da ocorrência da morte súbita dos citros no estado de são paulo e sul do triângulo mineiro. *Summa Phytopathologica*, 28 (1):72–73.
- Macedo, L. P. M., Garcia, J. F., e Primiano, E. L. V. (2004). Ocorrência de joaninhas (*Coleoptera: Coccinellidae*) em citros no Estado de São Paulo. *Revista Coopercitrus*, 205:21–32.
- Mayer, D. G. e Butler, D. G. (1993). Statistical validation. *Ecological Modelling*, 68:21–32.
- Messenger, P. S., van den Bosh, R., e Gutierrez, A. P. (1982). *An Introduction to Biological Control*. Plenum Press, New York.
- Minks, A. K. e Harrewijn, P. (1987). *Aphids - Their biology, natural enemies and control*. Elsevier, New York.
- Mistro, D. C. (1998). *Modelos para Dispersão de Abelhas Africanizadas: Um Zoom Matemático*. Tese de Doutorado, IMECC-Unicamp, Campinas/SP.
- Mizukoshi, M. T., Barros, L. C., e Bassanezi, R. C. (2004). *Estabilidade de Sistemas Dinâmicos Fuzzy*. Tese de Doutorado, IMECC-Unicamp, Campinas/SP.
- Müller, G. W., De Negri, J. D., Aguilar-Vildoso, C. I., Mattos Jr, D., Pompeu Jr., J., e J. Teófilo Sobrinho, S. A. Carvalho, L. F. G. M. A. M. (2002). Morte Súbita dos Citros: uma nova doença na citricultura brasileira. *Laranja*, 23(2):371–386.
- Morales, J. e Buranr Jr., C. L. (1985). Interactions between *Cycloneda sanhuine* and the brown citrus aphid: Adult feeding and larval mortality. *Environmental Entomology*, 14(4):520–522.
- Murray, J. D. (1989). *Mathematical Biology*. Springer, N. York.
- Neumann, J. V. (1966). *Theory of Self-Reproducing Automata*. Urbana: University of Illinois Press.

- Parra, J. R. P., Oliveira, H. N., e Pinto, A. S. (2003). *Guia Ilustrado de Pragas e Insetos benéficos dos citros*. Esalq-USP, Piracicaba.
- Pedrycz, W. e Gomide, F. (1998). *An Introduction to Fuzzy Sets: Analysis and Design*. Massachusetts Institute of Technology.
- Peixoto, M. S. e Barros, L. C. (2004). Um modelo de autômatos celulares para o espalhamento geográfico de epidemias com parâmetro fuzzy. *TEMA - Tend. Mat. Apl. Comp.*, 5(1):125–133.
- Peixoto, M. S., Barros, L. C., e Bassanezi, R. C. (2003). Um modelo de autômatos celulares para o espalhamento geográfico da Morte Súbita dos Citros. *Biomatemática*, 13:67–73.
- Peixoto, M. S., Barros, L. C., e Bassanezi, R. C. (2004a). A model of cellular automata for the geographic scattering of the Citrus Sudden Death using the fuzzy parameter. *Proceedings of Third Brazilian Symposium on Mathematical and Computational Biology*, 1:208–233.
- Peixoto, M. S., Barros, L. C., e Bassanezi, R. C. (2004b). Um modelo fuzzy presa-predador em citros: pulgões e joaninhas. *Biomatemática*, 14:29–38.
- Peixoto, M. S., Barros, L. C., e Bassanezi, R. C. (2005). A predator-prey fuzzy model in citrus: aphids and ladybugs. *Proceedings of IV Brazilian Symposium on Mathematical and Computational Biology and I International Symposium on Mathematical and Computational Biology - (submetido e aprovado)*.
- Pregnotatto, S. A. (2002). *Mal-das-cadeiras em Capivaras: Estudo, Modelagem e Simulação de um caso*. Tese de Doutorado, FEEC-Unicamp, Campinas/SP.
- Ribacionka, F. (1999). *Sistemas computacionais baseados em lógica fuzzy*. Dissertação de Mestrado, Universidade Mackenzie - São Paulo/SP.
- Rodrigues, L. A. D. (1998). *O Acaso e a Decisão: Modelos Matemáticos para Dispersão Populacional*. Tese de Doutorado, IMECC-Unicamp, Campinas/SP.

- Ronquim, J. C. (1999). Comportamento, ocorrência e parasitismo de afídeos (*Hemiptera, Aphididae*) em cultivares de aveia forrageira (*Avena ssp*) irrigada na região de São Carlos. Dissertação de Mestrado, UFSCar, São Carlos/SP.
- Santa-Cecília, L. V. C., Gonçalves-Gervásio, R. C. R., Tôrres, R. M. S., e Nascimento, F. R. (2001). Aspectos biológicos e consumo alimentar de larvas de *Cycloneda sanguinea* (Linnaeus, 1763) (Coleoptera: Coccinelidae) alimentadas com *Schizaphis graminum* (Rondani, 1852) (Hemiptera:Aphididae). *Ciênc. agrotec.*, 5(6):1273–1278.
- Santos, G. P. e Pinto, A. C. Q. (1981). Biologia de *Cycloneda sanguinea* e sua associação com pulgões em mudas de mangueira. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, 16(4):473–476.
- Shaw, I. S. e Simões, M. G. (1999). *Controle e Modelagem Fuzzy*. Editora Edgard Blücher Ltda., São Paulo.
- Silveira Neto, S., Nakano, O., Barbin, D., e Nova, N. A. V. (1976). *Manual de Ecologia dos insetos*. Editora Agronômica Ceres Ltda., Piracicaba.
- Sossae, R. C. (2003). *A presença evolutiva de um material impactante e seu efeito no transiente populacional de espécies interativas: modelagem e aproximação*. Tese de Doutorado, IMECC – UNICAMP, Campinas/SP.
- Sousa e Silva, C. (2001). *Biologia dos insetos*. UFSCar - São Carlos/SP. Notas de aula.
- Stuchi, E. S. e Silva, S. R. (2004). Subenxertia dos citros - alternativa para controle de doenças. *Revista Coopercitrus*, 206.
- Svirezhev, Y. M. e Logofet, D. O. (1983). *Stability of Biological Communities*. Mir publishers Moscow.
- Wanderley, P. A., Palhano, M. A., Moraes Filho, J. R., Wanderley, M. J. A., e Fernandes, F. S. (2002). Reprodução de joaninhas alimentadas com pulgões e néctar de erva-doce. UFPB.
- Wolfram, S. (1994). *Cellular Automata and Complexity*. Addison-Wesley Publishing Company.

Yamamoto, P. T., Jesus Jr., W. C., Bassanezi, R. B., Sanches, A. L., Ayres, A. J., Gimenes-Fernandes, N., e Bové, J. M. (2003). Transmission of the agent inducing symptoms of Citrus Sudden Death by graft inoculation under insect proof conditions. *Fotopatologia Brasileira*, 28 (suplemento):S265.

Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Informat. Control*, 8:338–353.

Zotin, R. G. (2000). *Controle ótimo na aplicação de fungicidas na lavoura*. Tese de Doutorado, IMECC-Unicamp, Campinas/SP.