

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

Este exemplar corresponde a redação final  
da tese defendida por Farid Majana  
F. Majana e aprovada  
pela comissão julgadora em 09/10/03

M. Tygel  
Orientador

**O método de empilhamento CRS: refinamento dos parâmetros  
e aplicações.**

200401864

Autor: ENG. FARID MAJANA

Orientador: PROF. DR. MARTIN TYGEL

36/2003

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL  
SEÇÃO CIRCULANTE

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

**O método de empilhamento CRS: refinamento dos parâmetros  
e aplicações.**

*Autor:* ENG. FARID MAJANA

*Orientador:* PROF. DR. MARTIN TYGEL

Curso: Ciências e Engenharia de Petróleo

Dissertação de mestrado apresentada à Subcomissão de Pós-Graduação Interdisciplinar de Ciências e Engenharia de Petróleo (FEM e IG), como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ciências e Engenharia de Petróleo.

Campinas, 2003

SP - Brasil

UNIVERSIDADE / UNICAMP  
CHAMADA / TUNICAMP  
M288m  
EX \_\_\_\_\_  
MBO BC / 57369  
OC 16-117-04  
D α  
EQO 11,00  
TA \_\_\_\_\_  
CPD \_\_\_\_\_

CM00196138-1

BIBID.313808

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP**

Majana, Farid

M288m O método de empilhamento CRS: refinamento dos parâmetros e aplicações. /  
Farid Majana.– Campinas, SP: [s.n.], 2003.

Orientador: Martin Tygel

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de  
Engenharia Mecânica e Instituto de Geociências.

1. Geofísica. 2. Método sísmico de reflexão. 3. Ondas sísmicas. 4. Sistemas  
imageadores-Qualidade de imagem. I. Tygel, Martin. II. Universidade Estadual de  
Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Instituto de Geociências. IV.  
Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**O Método de Empilhamento CRS: Refinamento dos  
Parâmetros e Aplicações.**

*Autor:* ENG. FARID MAJANA

*Orientador:* PROF. DR. MARTIN TYGEL

Banca Examinadora:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Martin Tygel, Presidente  
UNICAMP / IMECC

  
\_\_\_\_\_  
Dr. Eduardo Filpo Ferreira da Silva  
PETROBRAS

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Lucio Tunes dos Santos  
UNICAMP / IMECC

Campinas, 09 de Agosto de 2003

**Para Celmira.**

# Agradecimientos

A mi orientador, Prof. Dr. Martin Tygel por la oportunidad de trabajar juntos, por compartir sus conocimientos y por la orientación.

A mis padres Alba y Lucho, y a mis hermanos Nassry y Lootfy, por el amor, la confianza, apoyo y comprensión.

---

A mi esposa Masha, compañera de mis sueños.

A mi segunda madre, Elenita, por el cariño y la confianza.

A Jario, Elkin, Caliche, Felix, Alejo, Pipe y demás amigos de Numérica por el compañerismo, los Carolís, los Chirriascar y las energías.

A Carlos y Diana por ser nuestros "padres" y amigos en brasil.

A Nestor, por mostrarme la geofísica, por creer y arriergarse con Numérica.

A mis amigos del LGC Andrés y Gamboa por toda la ayuda recibida durante el desarrollo de la maestría.

A mi amigo Lucas por la amistad, las charlas, por su paciéncia, todas las correcciones de la tesis y por las ayudas de programación.

Al personal del IMECC y CEPETRO. Alcides, las Fátimas y Carina, por hacer mi día a día más fácil.

A mis maravillosos amigos Caroline, José e hijos, Thais y Sergio por habernos acogido en sus hogares como verdadera familia.

A CEPETRO por el soporte financiero.

A todas aquellas personas que me han ayudado en cada etapa de la vida y a quienes mi pésima memoria olvido mencionar.

---

# Resumo

MAJANA, Farid. *O método de empilhamento CRS: refinamento dos parâmetros e aplicações..*  
Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidad Estadual de Campinas, 2003.  
98p. Dissertação (Mestrado)

---

O método da superfície comum de reflexão (CRS, do Inglês *Common Reflection Surface*) é uma extensão do tradicional método NMO (do Inglês *Normal MoveOut*). Este permite somar ou empilhar traços dispostos em configurações mais gerais que as de ponto médio comum (CMP, do Inglês *Common MidPoint*). Para tal propósito, o método CRS utiliza uma equação de tempo de trânsito generalizada, que depende da tradicional velocidade NMO e de outros parâmetros. Da mesma maneira que no método NMO, os parâmetros CRS são determinados a partir de uma análise de coerência nos dados de cobertura múltipla. A construção das seções simuladas de afastamento nulo requer três parâmetros no caso 2D. Este trabalho trata a estimação destes parâmetros e compara três algoritmos de otimização local aplicados ao refinamento dos parâmetros CRS. As comparações são feitas usando dados sintéticos e reais.

## *Palavras Chave*

Geofísica, Método sísmico de reflexão, Ondas sísmicas, Sistemas imageadores-Qualidade de imagem

# Abstract

MAJANA, Farid. *O método de empilhamento CRS: refinamento dos parâmetros e aplicações..*  
Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidad Estadual de Campinas, 2003.  
98p. Dissertação (Mestrado)

The common Reflection Surface (CRS) method extends the well established Normal Move-Out (NMO) method, allowing the stacking process to be applied to data arranged in settings more general than the common midpoint (CMP) gathers. For that aim, the CRS method uses the general hyperbolic moveout, which depends on the classical NMO velocity and some other parameters. As in the single-parameter NMO method, the CRS parameters are estimated applying a suitable coherence analysis to the multicoverage data. The construction of simulated (stacked) zero offset (ZO) sections in the 2D situation requires three CRS parameters. This work focuses on the estimation of these three parameters. It explains how the coherence analysis is performed by most implementations of the CRS method and compares three algorithms used to refine the CRS parameters among themselves and with the traditional NMO method. These comparisons were performed using synthetic and real data.

## *Key Words*

Geophysics, Seismic reflection method, Seismic waves, Imaging systems

# Conteúdo

|   |              |
|---|--------------|
| <b>Agradecimentos</b>                                     | <b>viii</b>  |
| <b>Resumo</b>   | <b>x</b>     |
| <b>Abstract</b>   | <b>xi</b>    |
| <hr/>   |              |
| <b>Lista de Figuras</b>                                   | <b>xviii</b> |
| <b>Lista de Tabelas</b>                                   | <b>xix</b>   |
| <b>Nomenclatura</b>                                       | <b>xx</b>    |
| <b>1 Introdução</b>                                       | <b>1</b>     |
| <b>2 Empilhamento NMO</b>                                 | <b>5</b>     |
| 2.1 Tempo de trânsito NMO . . . . .                       | 5            |
| 2.2 O empilhamento NMO . . . . .                          | 14           |
| <b>3 Empilhamento CRS</b>                                 | <b>24</b>    |
| 3.1 Tempo de trânsito multiparamétrico . . . . .          | 24           |
| 3.2 Abertura . . . . .                                    | 29           |
| 3.3 O empilhamento CRS no processamento sísmico . . . . . | 31           |
| 3.4 Algoritmos para busca dos parâmetros CRS . . . . .    | 33           |
| 3.5 Exemplo de empilhamento CRS . . . . .                 | 40           |
| 3.6 Velocidade superficial . . . . .                      | 48           |

|   |           |
|---|-----------|
| <b>4 Refinamento dos parâmetros CRS</b>               | <b>55</b> |
| 4.1 Otimização: Aspectos gerais . . . . .             | 55        |
| 4.2 Função objetivo do empilhamento CRS . . . . .     | 56        |
| 4.3 Métodos de otimização local . . . . .             | 57        |
| 4.4 Experimentos com dados sintéticos . . . . .       | 59        |
| 4.5 Comentário . . . . .                              | 62        |
| <b>5 Exemplo de aplicação com dado real</b>           | <b>71</b> |
| 5.1 Descrição dos dados e pré-processamento . . . . . | 71        |
| 5.2 Empilhamento CRS . . . . .                        | 72        |
| <b>6 Conclusões</b>                                   | <b>84</b> |
| <b>A Programas usados</b>                             | <b>89</b> |
| <b>B Nelder-Mead (Down-Hill Simplex)</b>              | <b>91</b> |
| <b>C Método de Newton</b>                             | <b>94</b> |
| <b>D Métodos quasi-Newton</b>                         | <b>96</b> |

# Lista de Figuras

|      |  |    |
|------|--|----|
| 2.1  | O raio normal, $\overline{MNM}$ , sai da superfície no ponto $M$ , atinge perpendicularmente um refletor particular e volta à superfície no ponto $M$ . . . . .                                  | 7  |
| 2.2  | Modelo de uma camada de velocidade constante com refletor plano e horizontal. . . . .  | 7  |
| 2.3  | Onda <i>NIP</i> . . . . .  | 8  |
| 2.4  | Modelo de uma camada de velocidade constante com mergulho. . . . .   | 10 |
| 2.5  | Modelo com múltiplas camadas de velocidade constante separadas de refletores horizontais. . . . .  | 12 |
| 2.6  | Modelo de múltiplas camadas separadas por refletores com mergulho. . . . .   | 13 |
| 2.7  | Modelo de multiplas camadas separadas por refletores curvos. . . . .   | 13 |
| 2.8  | SINT01. Modelo acústico constituído por quatro camadas homogêneas separadas por interfaces curvas. A velocidade de cada camada é dada em [m/s]. . . . .  | 15 |
| 2.9  | Desenho da aquisição do dado sintético SINT01. A aquisição tem 200 tiros (bandeiras). Cada tiro tem 60 geofones (triângulos). . . . .  | 15 |
| 2.10 | Construção de uma seção de ponto médio comum (CMP). . . . .  | 16 |
| 2.11 | CMP 155 do SINT01. . . . .   | 17 |
| 2.12 | Quando o refletor não é horizontal ou a velocidade do meio não é constante, a projeção da coordenada do CMP sobre o refletor não é mais um ponto. . . . .  | 18 |
| 2.13 | Ferramentas usadas na análise de velocidades do CMP 155: diagrama de semblance (a), empilhamento a velocidade constante (b) e função de velocidades usada para fazer o empilhamento (c). . . . . | 19 |

|      |   |    |
|------|---|----|
| 2.14 | Seção CMP 155. Em vermelho, a curva de tempos de reflexão dada pela equação (2.1). Em azul, a curva de tempo de trânsito constante igual ao tempo de reflexão de afastamento nulo. . . . .                                    | 21 |
| 2.15 | Seção CMP 155 com correção do NMO (a), <i>Muting</i> (b) e traço empilhado resultante (c). . . . .  | 22 |
| 2.16 | Seção ZO do SINT01. . . . .   | 23 |
| 3.1  | Modelo com refletor arbitrário. . . . .   | 25 |
| 3.2  | Onda N. . . . .   | 27 |
| 3.3  | Seleção da abertura em uma seção ZO. As regiões <i>A</i> , <i>B</i> e <i>C</i> representam três opções de abertura. . . . .   | 30 |
| 3.4  | A abertura elíptica utilizada nos algoritmos de busca de parâmetros CRS. Na região da borda, estão os traços cujas amplitudes são suavizadas pela função <i>Taper</i> . . . . .   | 31 |
| 3.5  | Função <i>Taper</i> aplicada na abertura. O eixo horizontal representa qualquer direção radial na elipse da Figura 3.4. As amostras que pertencem à região "B", são correspondentes à região amarela na mesma figura. . . . . | 31 |
| 3.6  | Seqüências de processamento: (a) empilhamento convencional NMO; (b) empilhamento utilizando o método CRS. . . . .   | 32 |
| 3.7  | Representação num plano 2D da aquisição sísmica ( <i>stacking chart</i> ). . . . .  | 35 |
| 3.8  | Abertura para o CMP 155 do SINT01. . . . .  | 41 |
| 3.9  | Seção ZO inicial do SINT01. . . . .   | 42 |
| 3.10 | Seção de coerência do empilhamento automático CMP. Observe os altos valores nos eventos de reflexão. . . . .  | 43 |
| 3.11 | Seção de cobertura do empilhamento automático CMP. . . . .  | 43 |
| 3.12 | Seção de velocidade NMO. Valores em $[m/s]$ . . . . .   | 43 |
| 3.13 | Seleção da abertura na aproximação de onda plana. A linha vermelha pode-se ajustar localmente ao evento de reflexão na zona azul. . . . .   | 44 |
| 3.14 | Seção de ângulo de emergência em graus. . . . .   | 45 |
| 3.15 | Seção ZO feita com os valores obtidos do ângulo usando a Equação (3.16). . . . .  | 45 |

|      |  |    |
|------|--|----|
| 3.16 | Seção de coerência do empilhamento considerando onda plana. Note que, ainda que a cobertura (Figura 3.17) seja pequena, a coerência é boa devido ao empilhamento ser realizado na seção ZO inicial, onde a relação sinal/ruído é boa. . . . .                                      | 46 |
| 3.17 | Seção de cobertura para o empilhamento com o ângulo de emergência. Devido à restrição que se impõe à aproximação de onda plana, a cobertura considerada é geralmente pequena. . . . .  | 46 |
| 3.18 | Busca do $K_N$ na seção ZO inicial. Em azul, as curvas de tempo de trânsito correspondentes aos valores extremos do domínio de busca. Em verde, a curva de tempo de trânsito para o valor de $K_N$ que maximiza a função <i>semblance</i> . . . . .                                | 47 |
| 3.19 | Seção de $K_N$ . Valores em $[1/m]$ . . . . .  | 50 |
| 3.20 | Seleção da abertura para a busca do $K_N$ na seção inicial ZO. . . . .   | 50 |
| 3.21 | Seção ZO feita com os valores de $\beta$ e $K_N$ usando a Equação (3.9). . . . .   | 51 |
| 3.22 | Seção de coerência do empilhamento considerando a Equação (3.9). . . . .   | 51 |
| 3.23 | Seção de cobertura para o empilhamento feito considerando a Equação (3.9). . . . .   | 51 |
| 3.24 | Seção de $K_{NIP}$ . Valores em $[1/m]$ . . . . .  | 52 |
| 3.25 | Seção ZO feita com os valores iniciais de $\beta$ , $K_N$ e $K_{NIP}$ . . . . .  | 52 |
| 3.26 | Seção de coerência do empilhamento considerando os três parâmetros CRS. Os valores de coerência são um pouco menores que nas outras seções de coerência devido a que no cálculo é considerado um número maior de traços. Este fato se evidencia ainda mais em dados reais. . . . . | 52 |
| 3.27 | Seção de cobertura do empilhamento considerando a Equação (3.6). Note que a cobertura é bem maior que nas outras etapas do empilhamento. Isto justifica a diminuição do valor da coerência. . . . .  | 53 |
| 3.28 | Ângulo de emergência no primeiro refletor do SINT01. (a) calculado com o valor correto da $v_0 = 1500m/s$ . (b) calculado com $v_0 = 2250m/s$ , isto é, $k = 1.5$ na equação (3.20). . . . .   | 54 |
| 4.1  | Representação em duas dimensões da função <i>semblance</i> . . . . .   | 57 |
| 4.2  | Algoritmo padrão para otimização usando derivadas da função objetivo. . . . .  | 58 |

|      |  |    |
|------|--|----|
| 4.3  | Seções ZO do SINT01 após da otimização dos parâmetros CRS com os métodos Nelder-Mead (superior), Newton (médio) e BFGS (inferior). . . . .                                     | 61 |
| 4.4  | Valores do ângulo de emergência para os três refletores do SINT01. Primeiro refletor (superior), segundo refletor (médio) e terceiro refletor (inferior). . . . .              | 64 |
| 4.5  | Ampliação de uma região da curva de ângulo de emergência para o terceiro refletor do SINT01. . . . .   | 65 |
| 4.6  | Valores da curvatura da onda NIP para os três refletores do SINT01. Primeiro refletor (superior), segundo refletor (médio) e terceiro refletor (inferior). . . . .             | 66 |
| 4.7  | Ampliação de uma região na curva da curvatura da onda NIP para o terceiro refletor do SINT01. . . . .  | 67 |
| 4.8  | Valores da curvatura da onda N para os três refletores do SINT01. Primeiro refletor (superior), segundo refletor (médio) e terceiro refletor (inferior). . . . .               | 68 |
| 4.9  | SINT02. Modelo acústico constituído por quatro camadas homogêneas separadas por interfaces curvas. A velocidade em cada camada é dada em m/s. . . . .                          | 69 |
| 4.10 | Seção CMP típica do SINT02. . . . .  | 69 |
| 4.11 | Ângulo de emergência para o primeiro refletor do SINT01. A linha contínua representa os valores otimizados. Os pontos representam os valores iniciais. . . . .                 | 70 |
| 5.1  | Seção CMP típica da linha 111-0420. . . . .  | 76 |
| 5.2  | Seção empilhada ZO da linha 111-0420, versão NMO/DMO. . . . .  | 77 |
| 5.3  | Seleção da abertura na direção do afastamento. . . . .   | 78 |
| 5.4  | Seção empilhada ZO da linha 111-0420. Produzida pelo chamado empilhamento automático CMP. . . . .  | 79 |
| 5.5  | Análise de velocidades para o CMP 1320 . . . . .   | 80 |
| 5.6  | Seção empilhada ZO da linha 111-0420. Versão corrigida da Figura 5.4. Observe que os eventos horizontais entre os CMP 1300-1400 a $t_0 \approx 1.5$ s já não aparecem. . . . . | 81 |
| 5.7  | Seção empilhada ZO da linha 111-0420. Versão CRS final. . . . .  | 82 |
| 5.8  | Campo de velocidades NMO produzido pelo empilhamento automático CMP do CRS. . . . .  | 83 |

B.1 Operações do método em  $\mathbb{R}^3$ : (a) Simplex inicial. Os vértices com máximo e mínimo valor da função objetivo estão indicados com círculos verde e vermelho, respectivamente; (b) Reflexão; (c) Reflexão e expansão; (d) Contração; (e) Múltipla contração. . . . . 93

# Lista de Tabelas

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 2.1 | Função de velocidades para o CMP 155. . . . .   | 20 |
| 4.1 | Valores do $\mathcal{E}$ para as curvas do ângulo de emergência do SINT01. . . . .  | 63 |
| 4.2 | Valores do $\mathcal{E}$ para as curvas da curvatura da onda NIP do SINT01. . . . .   | 63 |
| 4.3 | Valores do $\mathcal{E}$ para as curvas da curvatura da onda N do SINT01. . . . .   | 63 |
| 4.4 | Valores do $\mathcal{E}$ para as curvas do ângulo de emergência do SINT02. . . . .  | 63 |
| 4.5 | Valores do $\mathcal{E}$ para as curvas da curvatura da onda NIP do SINT02. . . . .   | 63 |
| 4.6 | Valores do $\mathcal{E}$ para as curvas da curvatura da onda N do SINT02. . . . .   | 67 |
| 5.1 | Parâmetros de aquisição da linha sísmica 111-0420. . . . .  | 72 |
| 5.2 | Parâmetros do subconjunto de dados usados para o empilhamento CRS. . . . .  | 72 |
| 5.3 | Parâmetros de processamento usados como entrada ao MultiSis para obter a estimativa inicial dos parâmetros CRS e a seção empilhada inicial. . . . . | 74 |

# Nomenclatura

## Letras Latinas

|           |   |
|-----------|---|
| $f$       | Função objetivo.                              |
| $G$       | Posição do receptor.                          |
| $h$       | Afastamento médio entre a fonte e o receptor. |
| $H$       | Matriz hessiana.                              |
| $K_{NIP}$ | Curvatura da onda NIP.                        |
| $K_N$     | Curvatura da onda N.                          |
| $R_{NIP}$ | Raio de curvatura da onda NIP.                |
| $R_N$     | Raio de curvatura da onda N.                  |
| $S$       | Posição da fonte.                             |
| $t_0$     | Tempo de trânsito ao longo do raio normal.    |
| $t$       | Tempo de trânsito.                            |
| $v_{NMO}$ | Velocidade NMO.                               |
| $v_{RMS}$ | Velocidade RMS.                               |
| $v_0$     | Velocidade da camada superficial.             |
| $x$       | Ponto de coordenadas $\beta, K_N, K_{NIP}$ .  |

## Superescritos

- $^0$  Ponto inicial.
- $*$  Ponto ótimo.
- $T$  Matriz transposta.

## Letras Gregas

- $\beta$  Ângulo de emergência do raio normal.

---

## Siglas

- 
- ANP Agência Nacional de Petróleo.
  - CMP Ponto médio comum (*commom midpoint*).
  - CO Afastamento comum (*commom offset*).
  - CR Receptor comum (*commom receiver*).
  - CS Tiro comum (*commom shot*).
  - NIP *Normal Incident Point*.
  - NMO *Normal MoveOut*.
  - RMS *Root Mean Square*.
  - ZO Afastamento nulo (*Zero Offset*).

# Capítulo 1

## Introdução

A exploração de reservatórios de hidrocarbonetos tem grande importância na economia e no desenvolvimento de países com subsolos ricos. Hoje, que a maior parte do petróleo que aflorava na superfície ou que estava a pouca profundidade já foi extraído ou está em processo de extração, o método sísmico de reflexão para a geração de imagens do subsolo é uma ferramenta determinante para a descoberta de novos reservatórios, determinação de pontos de perfuração e estimação de reservas de hidrocarbonetos.

Durante a segunda metade do século XX, foram desenvolvidas teorias e algoritmos para enfrentar o problema de obter uma imagem do subsolo a partir da informação que portam ondas sísmicas, geralmente geradas pelo homem, na sua viagem pelo subsolo. Os algoritmos foram desenvolvidos baseados em modelos simples e aproximam razoavelmente a maioria das estruturas geológicas. Porém, quando o subsolo é formado por estruturas geológicas complexas, as suposições contidas nos métodos tradicionais podem não levar a uma boa imagem.

Devido à redução de custos na aquisição de dados sísmicos e aos avanços na computação (software e hardware), a comunidade geofísica tem desenvolvido novos métodos de imageamento que visam melhorar ou solucionar algumas das limitações implícitas dos métodos tradicionais. Estes métodos propõem equações alternativas para os tempos de trânsito, entre elas, as equações multiparamétricas. Na literatura, pode-se achar várias expressões de aproximação multiparamétrica

do tempo de trânsito. Por exemplo, a referência Hubral (1999) fornece as contribuições mais importantes. O método da superfície comum de reflexão (CRS, do Inglês *Common Reflection Surface*) utiliza uma fórmula hiperbólica de tempos de trânsito para o empilhamento. Uma importante característica das fórmulas de tempo de trânsito do método CRS é que a mesma pressupõe apenas o conhecimento da velocidade superficial do meio.

Neste trabalho, discutimos a estimação dos parâmetros CRS na situação 2D, isto é, quando as fontes e receptores estão dispostos em uma única linha sísmica, aqui suposta horizontal. Além disso, a situação 2D supõe também que todos os efeitos de propagação estão totalmente contidos no plano vertical abaixo da linha sísmica. No método tradicional NMO, a informação sísmica é somada ou empilhada levando em conta os dados organizados em famílias fonte-receptor com ponto médio comum, conhecidas como famílias CMP. Para as famílias CMP, que representam muitas vezes um subconjunto bem mais restrito do que o conjunto de dados sísmicos disponíveis, o tempo de trânsito de um evento de reflexão segue a equação

$$t^2(h) = t_0^2 + \frac{4h^2}{v_{NMO}^2},$$

onde  $h$  é o afastamento médio entre as posições da fonte que gera as ondas e o receptor das mesmas e  $v_{NMO}$ , é a chamada velocidade NMO. O método de empilhamento NMO tem como vantagens (a) melhoramento da relação sinal/ruído, (b) atenuação de eventos indesejáveis e (c) fácil implementação. Entre as desvantagens estão (a) a análise de coerência é restrita a pequenos subconjuntos dos dados disponíveis e (b) tem muitos procedimentos manuais envolvidos. O método CRS, além de ter as mesmas vantagens do NMO, não tem as suas desvantagens. Neste, se aplica uma equação multiparamétrica hiperbólica de tempo de trânsito dada por

$$t^2(x, h) = [t_0 + A(x - x_0)]^2 + B(x - x_0)^2 + Ch^2,$$

para todas as fontes e receptores de ondas ao redor de um determinado ponto de coordenadas  $x$  e  $h$ . O resultado desta expressão mais geral é uma utilização maior dos dados disponíveis. Ademais, o processo de empilhamento é automático.

Os parâmetros CRS (isto é os coeficientes da equação multiparamétrica hiperbólica), devem ser extraídos dos dados sísmicos através de análises de coerência. Nesta extração reside a principal dificuldade do método CRS, uma vez que, obtidos esses parâmetros, basta o empilhamento dos dados para a obtenção da imagem. Observe que, do ponto de vista do imageamento, ambos os métodos NMO e CRS visam obter uma seção empilhada, de boa qualidade e alta razão sinal-ruído, que pode ser considerada uma aproximação da chamada seção de afastamento nulo (isto é, uma seção que seria obtida através de pares fonte-receptor coincidentes).

Os objetivos principais deste trabalho são (a) revisar o método CRS, sua teoria e comparação com o tradicional método de empilhamento NMO, (b) descrever e discutir algumas estratégias de extração dos parâmetros CRS a partir dos dados sísmicos, em particular estudar o chamado refinamento dos parâmetros CRS a partir de estimativas iniciais dos mesmos e (c) aplicar o método em dados sintéticos e reais, bem como comparar os resultados com os correspondentes resultados obtidos do processamento convencional.

## **Plano geral da tese**

No Capítulo 2, fazemos uma discussão do tradicional método de empilhamento NMO, estudamos as equações de tempo de trânsito para modelos de velocidades com diferentes níveis de complexidade e relacionamos a velocidade NMO com dois parâmetros do raio normal de referência (o ângulo de emergência e a curvatura de frente de onda). Finalmente, aplicamos o processo de empilhamento NMO através de um exemplo sintético.

No Capítulo 3, introduzimos a chamada equação de tempo de trânsito multiparamétrica

hiperbólica. Esta generalização da equação de tempo de trânsito estudada no Capítulo 2 depende de duas coordenadas espaciais e três parâmetros. Na parte final do capítulo, através de um exemplo sintético, ilustramos o processo de busca dos parâmetros e empilhamento com o método CRS.

No Capítulo 4, aplicamos métodos de otimização local no refinamento dos parâmetros CRS. Baseados em dados sintéticos, comparamos três métodos de otimização local, Nelder Mead, Newton e Quasi-Newton na sua versão BFGS.

Finalmente, no Capítulo 5, aplicamos o método de empilhamento CRS a um dado marinho. O resultado obtido é comparado com uma seção empilhada com o tradicional método NMO/DMO.

# Capítulo 2

## Empilhamento NMO

Neste capítulo, fazemos uma discussão do tradicional método de empilhamento NMO (do inglês, *Normal MoveOut*). Na primeira parte, estudamos as equações de tempo de trânsito para modelos de velocidades com diferentes níveis de complexidade. Em seguida, introduzimos a onda hipotética NIP, de importância para representar o tempo de trânsito de forma alternativa à tradicional. Finalmente, explicamos o processo de empilhamento NMO mediante um exemplo com dados sintéticos.

### 2.1 Tempo de trânsito NMO

Nesta seção, estudamos as equações de tempo de trânsito na chamada configuração de ponto médio comum ou CMP (do Inglês *common midpoint*). Isto significa que pares de fontes e receptores situam-se simetricamente a um ponto médio comum, fixo, também denominado CMP. Será relevante no que se segue a consideração do raio normal determinado pelo CMP. O raio de reflexão normal (também conhecido como raio de reflexão de afastamento nulo ou ZO (do inglês, *Zero Offset*)) é aquele que parte da superfície num ponto  $M$ , atinge o refletor com um ângulo de  $90^\circ$ , e volta à superfície no mesmo ponto  $M$ , como mostrado na Figura 2.1. O tempo de trânsito ao longo do raio normal é denotado por  $t_0$ . Na configuração CMP e para uma dada reflexão, consideramos o tempo normal,  $t_0$ , como referência, sendo a posição de cada receptor na linha sísmica especificado

pela metade de seu afastamento,  $h$ , isto é, a distância entre o receptor e a origem. Além do tempo de referência,  $t_0$  e da posição variável,  $h$ , do receptor, o tempo de trânsito de reflexão depende de um outro parâmetro, a chamada velocidade  $v_{NMO}$ , a qual é uma espécie de média da velocidade ao longo do raio normal. Como é bem conhecido na literatura sísmica, independentemente do modelo de velocidades, o tempo de trânsito de reflexão devido a uma interface em profundidade e observado na configuração CMP é dado por

$$t^2 = t_0^2 + \frac{4h^2}{v_{NMO}^2}. \quad (2.1)$$

A expressão de tempo de trânsito acima é denominada sobretempo normal ou simplesmente tempo NMO. No que se segue, faremos uma pequena revisão do tempo NMO, procurando melhor entender o parâmetro  $v_{NMO}$ . Inicialmente, estudamos modelos de uma camada homogênea (isto é, a velocidade de propagação na camada é constante). Primeiro consideramos o caso de um refletor plano horizontal e em seguida o caso de um refletor plano mergulhante. Em seguida, estudamos modelos de múltiplas camadas homogêneas, separadas por refletores planos. Para isto, primeiramente consideramos os refletores horizontais e depois refletores planos inclinados. Finalmente consideramos o caso geral de camadas não homogêneas separadas por interfaces curvas.

### 2.1.1 Modelos de uma camada homogênea e refletor plano

Nesta seção consideraremos separadamente os casos de refletor plano horizontal e refletor plano mergulhante.

**Refletor plano horizontal.** Consideremos o modelo de uma camada de velocidade constante e refletor horizontal de profundidade  $H$ , mostrado na Figura 2.2. Nesta figura,  $S$  e  $G$  representam as posições da fonte e do receptor respectivamente,  $h = (G - S)/2$  é a metade do afastamento entre a fonte e o receptor. Denotamos por  $v_0$  a velocidade constante na camada e  $t_0$  o tempo de trânsito

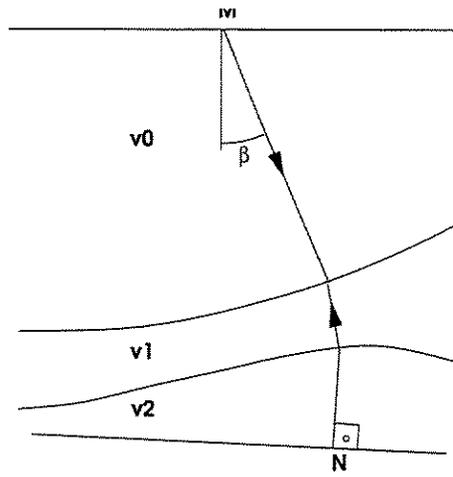


Figura 2.1: O raio normal,  $\overline{MNM}$ , sai da superfície no ponto  $M$ , atinge perpendicularmente um refletor particular e volta à superfície no ponto  $M$ .

considerando a fonte e o receptor coincidentes no ponto médio  $M$ , conforme a Figura 2.2, ou seja

$$t_0 = 2t_{MN} = \frac{2H}{v_0}. \quad (2.2)$$

Observe, na mesma figura, que o raio  $\overline{MNM}$  é o raio de reflexão normal ou raio  $ZO$ . Este raio incide perpendicularmente o refletor no ponto  $N$ . O ponto de incidência  $N$  é chamado *NIP* (do inglês, *Normal Incident Point*).

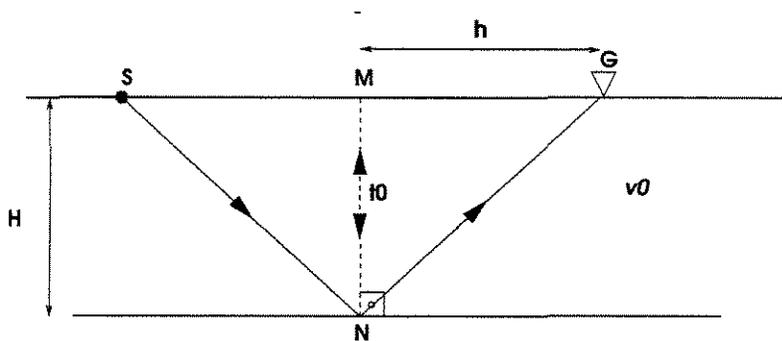


Figura 2.2: Modelo de uma camada de velocidade constante com refletor plano e horizontal.

Devido à simetria do problema, o tempo que um raio leva para fazer o percurso  $SNG$  é igual

ao dobro do tempo de percurso ao longo dos segmentos iguais  $NG$  ou  $NS$ , ou seja

$$t_{SNG} = 2t_{NG} = 2t_{NS}. \quad (2.3)$$

Usando simples argumentações geométricas, vemos que

$$t_{NG}^2 = \left(\frac{t_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{h}{v_0}\right)^2, \quad (2.4)$$

o que, em vista da equação (2.3), fornece a expressão

$$t_{SG}^2 = t_0^2 + \frac{4h^2}{v_0^2}. \quad (2.5)$$

Observe que a equação (2.5) tem a forma geral da equação (2.1), na qual podemos fazer a identificação  $v_{NMO} = v_0$ .

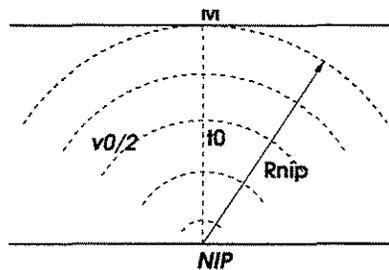


Figura 2.3: Onda  $NIP$ .

**Onda NIP.** O conceito de onda NIP é de importância para representar as equações de tempo de trânsito de forma alternativa à equação (2.1), que será de bastante utilidade mais adiante. A onda NIP é uma onda hipotética, gerada por uma fonte pontual no ponto  $NIP$ , que se propaga com a

metade da velocidade do meio e é registrada na superfície no ponto  $M$  (Figura 2.3). Para o caso em questão, o raio de curvatura da onda NIP é dado por

$$R_{NIP} = \frac{v_0 t_0}{2}, \quad (2.6)$$

o que introduzido na equação (2.5) produz

$$t_{SG}^2 = t_0^2 + \frac{2t_0}{v_0} \frac{h^2}{R_{NIP}}. \quad (2.7)$$

**Refletor plano inclinado.** Vamos agora considerar o tempo de trânsito para um par fonte e receptor ( $S, G$ ), na configuração CMP e com meio afastamento  $h$ , no modelo de refletor com mergulho mostrado da Figura 2.4. Este é o tempo de percurso ao longo do raio  $SRG$ . A figura mostra ainda o ângulo de mergulho,  $\beta$ , do refletor, bem como o ponto de incidência normal,  $NIP$ . Observe que o tempo ZO relativo ao CMP é dado por  $t_0 = 2\overline{MNIP}/v_0$ . Por simples considerações geométricas (ver, por exemplo, Yilmaz (1997)), podemos mostrar que o tempo,  $t$ , ao longo do raio  $SRG$  é dado por

$$t^2 = t_0^2 + \frac{4 \cos^2 \beta}{v_0^2} h^2 = t_0^2 + \frac{4h^2}{v_{NMO}^2}. \quad (2.8)$$

Da equação acima, podemos imediatamente verificar que a mesma tem a forma da equação do tempo NMO (equação (2.1)), na qual identificamos a velocidade  $v_{NMO}$  como sendo dada por  $v_{NMO} = v_0 / \cos \beta$ .

Ainda de acordo com a Figura 2.4, podemos verificar que, como anteriormente,  $R_{NIP} = v_0 t_0 / 2$  (ver equação (2.6)). Segue-se que a forma alternativa do tempo NMO em função de  $R_{NIP}$

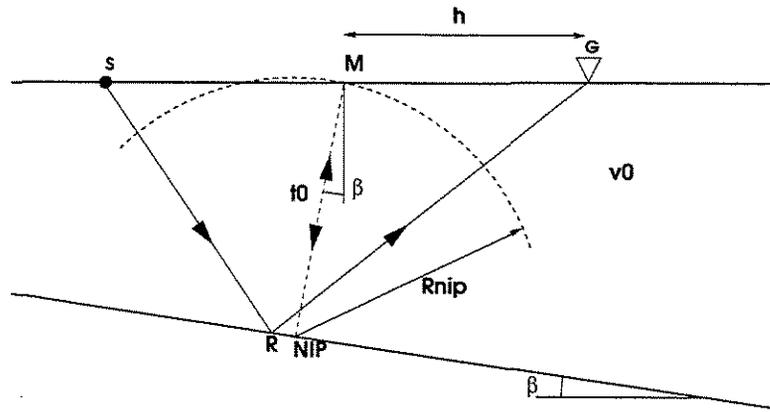


Figura 2.4: Modelo de uma camada de velocidade constante com mergulho.

é

$$t^2 = t_0^2 + \frac{2t_0 \cos^2 \beta}{v_0} \frac{h^2}{R_{NIP}}. \quad (2.9)$$

Observe que a equação (2.9) contém dois parâmetros (a saber,  $\beta$  e  $R_{NIP}$ ) ao invés do único parâmetro (a saber,  $v_{NMO}$ ) da fórmula convencional de tempo NMO. Este fato, que em princípio, permite a obtenção de mais informações sobre a subsuperfície, tem sido explorado na literatura para a inversão de modelos de velocidades a partir de informações de tempos de trânsito (ver, por exemplo Hubral and Krey (1980)).

### 2.1.2 Modelos de múltiplas camadas homogêneas separadas por refletores planos

Da mesma forma que anteriormente, vamos considerar separadamente os casos de refletores planos horizontais e refletores planos com mergulho.

**Modelos com refletores planos e horizontais.** A Figura 2.5, mostra um modelo composto por camadas homogêneas separadas por refletores planos e horizontais. Neste modelo, a espessura de

cada camada pode ser definida em termos do duplo tempo de trânsito na situação ZO ( $\Delta t_i$ ) e da velocidade ( $v_i$ ). Conforme Shah (1973), a equação do tempo NMO referente a este caso é dada por

$$t_{SNG}^2 \approx t_0^2 + \frac{4h^2}{v_{RMS}^2}, \quad (2.10)$$

onde  $v_{RMS}$  é a chamada velocidade RMS (do inglês, *Root Mean Square*) relativa ao raio normal no CMP, dada por

$$v_{RMS}^2 = \frac{1}{t_0} \sum_{i=0}^{N-1} v_i^2 \Delta t_i. \quad (2.11)$$

É fácil verificar que a equação (2.10) tem a forma geral do tempo NMO, dada pela equação (2.1), com a simples identificação  $v_{NMO} = v_{RMS}$ . Ainda conforme Shah (1973), vale também a relação

$$R_{NIP} = \frac{t_0}{2v_0} v_{RMS}^2 = \frac{t_0}{2v_0} v_{NMO}^2, \quad (2.12)$$

o que novamente fornece a equação de tempo alternativa (2.9).

**Modelos com refletores planos inclinados.** O modelo de camadas múltiplas homogêneas com refletores planos mergulhantes é também bastante conhecido na literatura (ver, por exemplo, Shah (1973)). Para estes modelos, identificamos o tempo NMO da equação original (2.1) como:

$$v_{NMO}^2 = \frac{1}{t_0 \cos^2 \beta_0} \sum_{j=0}^{N-1} v_j^2 \Delta t_j \prod_{k=1}^j \left( \frac{\cos^2 \alpha_k}{\cos^2 \beta_k} \right). \quad (2.13)$$

Neste caso, a Equação do  $R_{NIP}$  é mais complicada

$$R_{NIP} = \frac{1}{v_0} \sum_{j=0}^{N-1} v_j^2 \Delta t_j \prod_{k=1}^j \left( \frac{\cos^2 \alpha_k}{\cos^2 \beta_k} \right). \quad (2.14)$$

Ainda conforme Shah (1973), é também válida a fórmula alternativa

$$t^2 = t_0^2 + \frac{2t_0 \cos^2 \beta_0}{v_0} \frac{h^2}{R_{NIP}}. \quad (2.15)$$

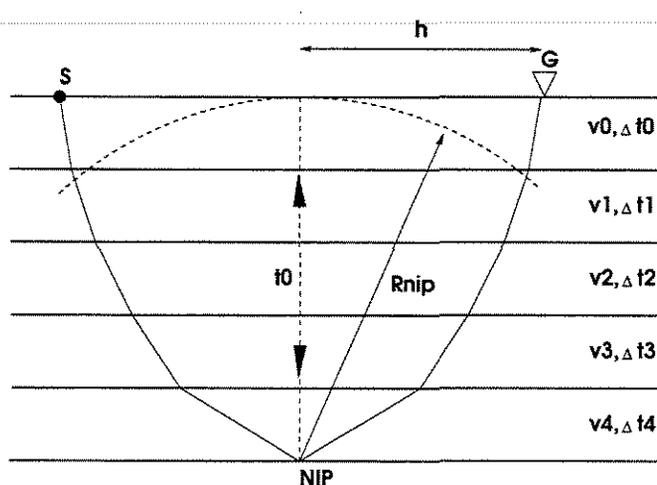


Figura 2.5: Modelo com múltiplas camadas de velocidade constante separadas de refletores horizontais.

### 2.1.3 Modelos com múltiplas camadas não homogêneas e refletores curvos

Finalmente, consideramos o caso mais geral, representado na Figura 2.7. Neste caso, o raio normal segue no ponto médio entre a fonte e o receptor, mas as camadas podem ter qualquer curvatura.

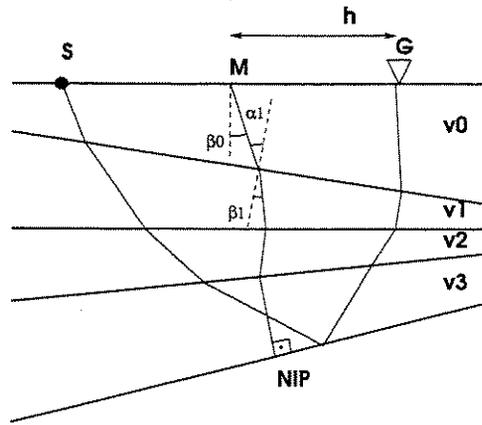


Figura 2.6: Modelo de múltiplas camadas separadas por refletores com mergulho.

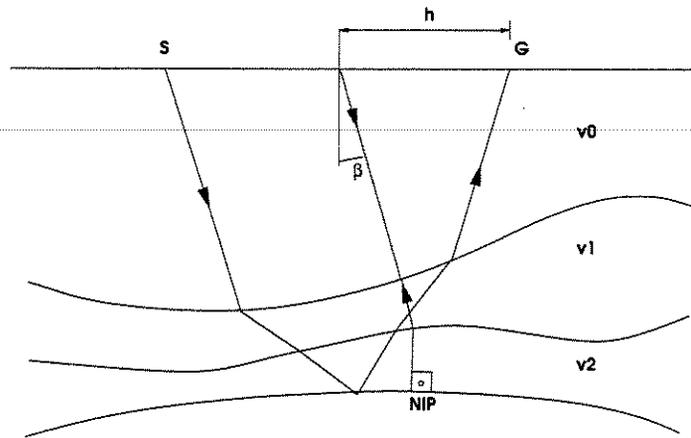


Figura 2.7: Modelo de múltiplas camadas separadas por refletores curvos.

Nesta situação, as equações do tempo de trânsito são iguais às correspondentes equações relativas a modelos de multicamadas homogêneas separadas por interfaces planas. Em outras palavras, temos

$$t^2 = t_0^2 + \frac{4h^2}{v_{NMO}^2} = t_0^2 + \frac{2t_0 \cos^2 \beta}{v_0} K_{NIP} h^2. \quad (2.16)$$

onde utilizamos a relação entre a velocidade  $v_{NMO}$  e a curvatura da onda NIP,  $K_{NIP} = 1/R_{NIP}$ , dada por

$$v_{NMO}^2 = \frac{2v_0}{t_0 K_{NIP} \cos^2 \beta}. \quad (2.17)$$

Portanto, podemos dizer que, o parâmetro  $v_{NMO}$ , na sua forma mais geral, está definido para um meio multicamadas de velocidades não homogêneas arbitrárias e separado por interfaces de curvaturas também arbitrárias.

As equações de tempo de trânsito estudadas neste capítulo resultam do fato de que o raio normal de referência está no ponto médio comum entre os pares fonte-receptor (configuração CMP). No capítulo seguinte estudamos uma equação de tempo de trânsito mais geral, onde o raio normal de referência não parte mais do ponto médio entre fonte e receptor. Em outras palavras, os pares fonte-receptor poderão ter localização arbitrária na vizinhança do ponto central fixo de onde se considera o raio normal de referência.

## 2.2 O empilhamento NMO

O chamado empilhamento NMO é um procedimento padrão nas rotinas de processamento de dados sísmicos. Conforme será explicado nesta seção, o procedimento consiste em somar (empilhar) dados sísmicos pertencentes a eventos de reflexão de interesse ao longo de curvas de tempo NMO. Para a aplicação do empilhamento NMO é necessário que os dados sísmicos tenham sido previamente dispostos em seções CMP. A curva de tempo NMO destinada a empilhar um dado evento de reflexão deve ser aquela que melhor aproxime o referido evento. Isto é possível através da adequada escolha da velocidade  $v_{NMO}$  que caracteriza a curva de tempo NMO.

Para descrever as diversas etapas do empilhamento NMO, utilizaremos um exemplo sintético típico. A Figura 2.8 representa um modelo acústico, que chamaremos SINT01, composto por quatro camadas homogêneas separadas por interfaces curvas. Baseado neste modelo foram gerados

dados de cobertura múltipla com reflexões primárias, com um programa de traçamento de raios. O conjunto de dados consiste em 200 seções de fonte comum (CS, do Inglês *Common Shot*), cada uma com 60 receptores separados 50m um de outro, como mostrado na Figura 2.9.

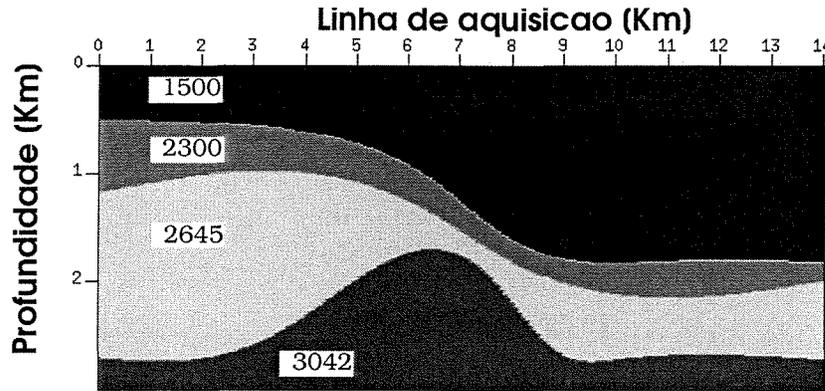


Figura 2.8: SINT01. Modelo acústico constituído por quatro camadas homogêneas separadas por interfaces curvas. A velocidade de cada camada é dada em [m/s].

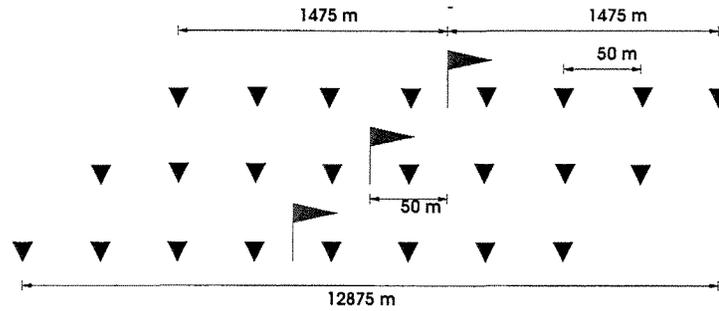


Figura 2.9: Desenho da aquisição do dado sintético SINT01. A aquisição tem 200 tiros (bandeiras). Cada tiro tem 60 geofones (triângulos).

## 2.2.1 Ordenamento CMP

Em que pese a aquisição sísmica de dados de cobertura múltipla ser feita em coordenadas fonte-receptor  $(S, G)$ , o processamento sísmico é realizado em coordenadas ponto médio-meio afastamento,  $(x, h)$ . A transformação de um sistema de coordenadas para o outro é feita ordenando os dados em conjuntos de seções CMP. Nesta ordenação, cada traço é atribuído ao ponto

médio entre a fonte e o receptor associado a ele, traços com o mesmo ponto médio formam uma seção CMP (Figura 2.10). A Figura 2.11 mostra uma seção CMP típica do dado sintético SINT01.

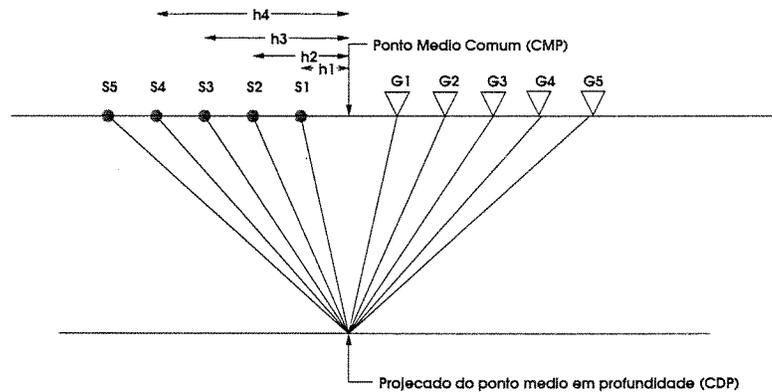


Figura 2.10: Construção de uma seção de ponto médio comum (CMP).

Observe que quando o refletor não é horizontal, os raios entre os pares fonte-receptor, que pertencem a uma mesma seção CMP, não focalizam no mesmo ponto em profundidade (Figura 2.12). Este fato pode gerar erros no empilhamento. Sendo assim, normalmente é feita uma correção chamada DMO (do inglês, *Dip MoveOut*), que leva em conta a dispersão dos raios no refletor devido à inclinação do mesmo. Uma descrição e discussão da correção DMO está fora do escopo do presente trabalho. O leitor interessado pode consultar, por exemplo, a referência Yilmaz (1997).

## 2.2.2 Análise de velocidades

O objetivo deste processo é determinar as velocidades NMO para o empilhamento. A análise é feita numa seção CMP, onde para cada evento de reflexão é determinada a velocidade  $v_{NMO}$  que melhor ajuste a equação (2.1) ao evento sob consideração. Devido à grande quantidade de dados, a análise de velocidades é aplicada apenas para algumas seções CMP, sendo as funções de velocidade convenientemente interpoladas para atingir todos os traços e amostras. O resultado do procedimento é uma função de velocidade NMO, como mostrado na Figura 2.13(c) para nosso

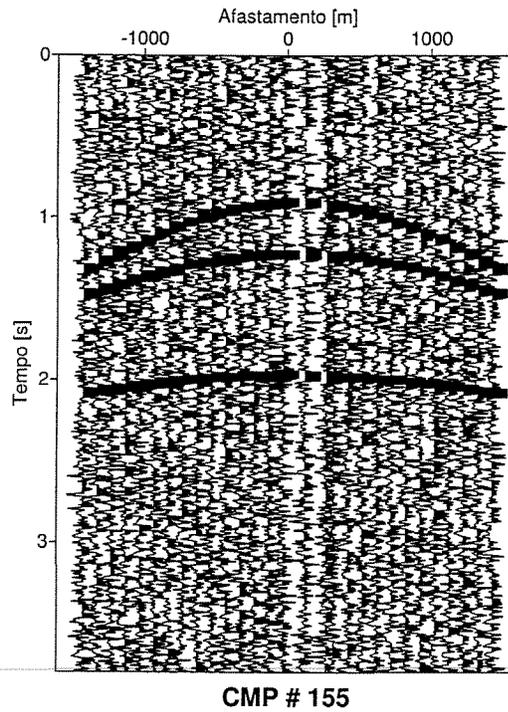


Figura 2.11: CMP 155 do SINT01.

exemplo ilustrativo.

Para determinar as velocidades do empilhamento se usam várias ferramentas, o diagrama de semblance e os empilhados a velocidade constante são duas das mais comuns. Segue uma breve explicação destas duas ferramentas.

### Diagrama de semblance

A *semblance* é a medida de coerência mais usada para dados de cobertura múltipla. A Figura 2.13(a) mostra o diagrama de semblance para o CMP 155 do SINT01. No eixo vertical representamos o tempo de trânsito e no horizontal a velocidade de empilhamento considerada e para a qual calculamos a semblance. Valores grandes da função semblance indicam bom ajuste entre a curva definida pela equação (2.1) e o evento de reflexão para a velocidade  $v_{NMO}$  considerada.

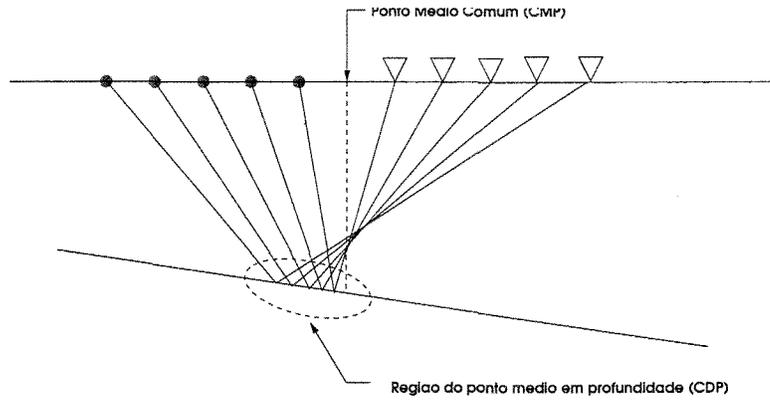


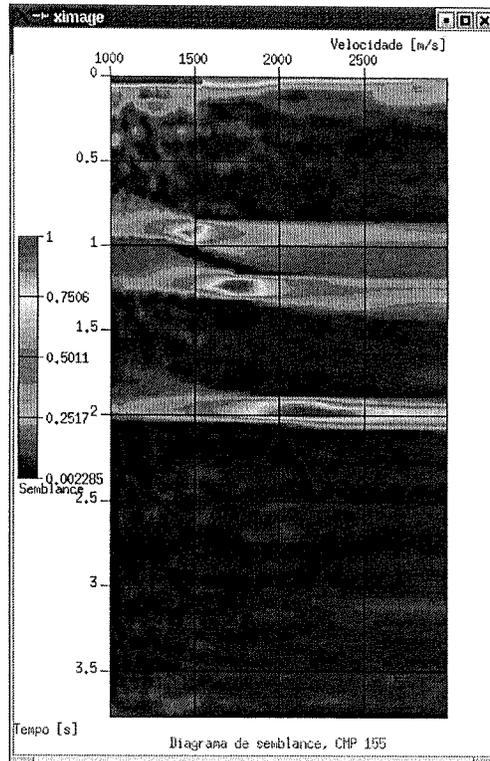
Figura 2.12: Quando o refletor não é horizontal ou a velocidade do meio não é constante, a projeção da coordenada do CMP sobre o refletor não é mais um ponto.

A função semblance é dada pela relação

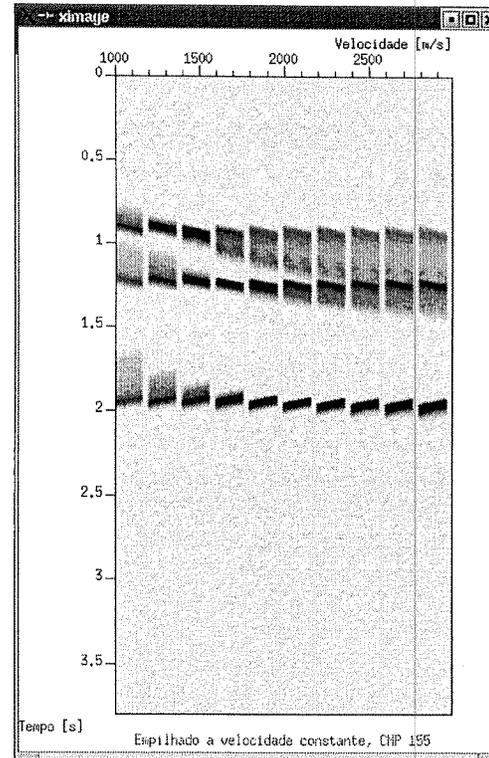
$$S = \frac{\sum_{k=k_0-w/2}^{k_0+w/2} \left( \sum_{i=1}^N u_{i,j(i)} \right)^2}{\sum_{k=k_0-w/2}^{k_0+w/2} N \sum_{i=1}^N u_{i,j(i)}^2}. \quad (2.18)$$

Na equação acima,  $u_{i,j(i)}$  representa a amostra do traço  $i$  no tempo de trânsito  $j$ , a qual é função do afastamento do traço ( $j(i)$ ). Além disso,  $N$  é o número de traços e  $2w + 1$  é o número de amostras de cada traço consideradas no cálculo do semblance. Finalmente,  $k_0$  é a amostra correspondente ao tempo  $t_0$ .

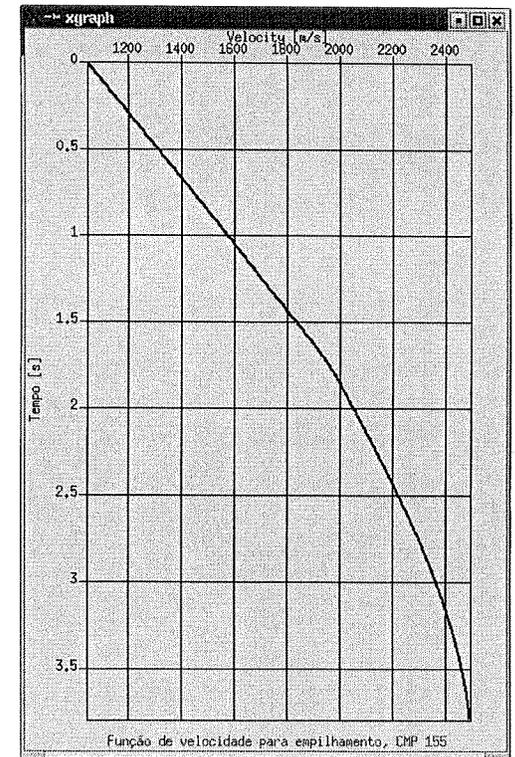
Na Figura 2.13(a), pode-se observar que a função semblance apresenta altos valores nos três eventos de reflexão para as velocidades e tempos de trânsito descritos na Tabela 2.1.



(a)



(b)



(c)

Figura 2.13: Ferramentas usadas na análise de velocidades do CMP 155: diagrama de semblance (a), empilhamento a velocidade constante (b) e função de velocidades usada para fazer o empilhamento (c).

Tabela 2.1: Função de velocidades para o CMP 155.

| Tempo [s] | $v_{NMO}$ [m/s] |
|-----------|-----------------|
| 0.9       | 1500            |
| 1.25      | 1650            |
| 1.95      | 2150            |

### Diagrama de empilhados à velocidade constante

Uma outra maneira de avaliar o desempenho da velocidade  $v_{NMO}$  consiste da comparação entre seus correspondentes empilhamentos. A Figura 2.13(b) mostra uma série de painéis de empilhamentos do mesmo CMP<sup>1</sup>. Cada painel é gerado empilhando a seção CMP dada com uma única velocidade. As melhores velocidades para empilhar são as que produzem eventos mais contínuos e maiores amplitudes.

A comparação da Figura 2.13(b) com a Tabela 2.1 mostra que os valores de velocidade que produzem os melhores empilhados estão de acordo.

### 2.2.3 Correção NMO e Mute

Uma forma conveniente de avaliar e refinar o procedimento de análise de velocidades com vistas ao empilhamento consiste na aplicação da chamada correção NMO. Para um determinado evento de reflexão, a correção NMO é expressa pela relação

$$t_{corr}(h) = t^2(h) - \frac{4h^2}{v_{NMO}^2}. \quad (2.19)$$

Nesta equação,  $t(h)$  representa o tempo de trânsito observado para o meio afastamento,  $h$ , e  $v_{NMO}$  é a velocidade NMO obtida da análise de velocidades relativa ao evento em consideração. Tendo em vista a expressão do tempo NMO, dada pela equação (2.1), verificamos que quanto mais pre-

<sup>1</sup>Realmente é um pequeno grupo de seções CMPs escolhidas ao redor do CMP sob consideração.

cisa é a aproximação, mais o gráfico da correção NMO (equação (2.19)) se aproxima do valor constante  $t_0$  (tempo ZO referido ao CMP). Em outras palavras, se bem sucedida, a correção NMO "horizontaliza" as amostras pertencentes ao evento de reflexão.

A Figura 2.14 mostra o CMP 155 do SINT01. Na mesma figura, consideramos a linha horizontal (azul) determinada pelo tempo de trânsito teórico do raio de reflexão normal no CMP, referente ao primeiro refletor. Em vermelho, a curva de tempo de trânsito NMO para o primeiro refletor, definida pela equação (2.1) utilizando a velocidade  $v_{NMO}$  obtida pela análise de velocidades. Como mostrado na Figura 2.15(a), a correção NMO foi capaz de fazer com que as amostras do evento reflexão ficassem alinhadas (linha horizontal azul,  $t = t_0$ ). Na prática, este conveniente processo visual, denominado geralmente de análise de velocidades residual, permite refinar o valor da velocidade,  $v_{NMO}$ , com vistas a um melhor empilhamento.

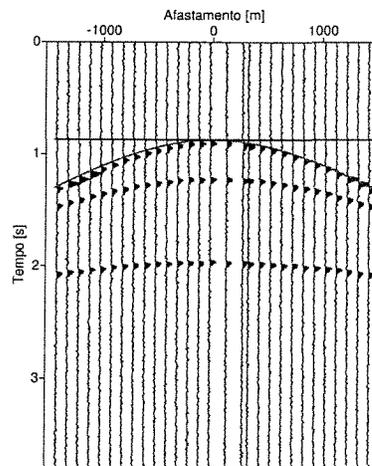
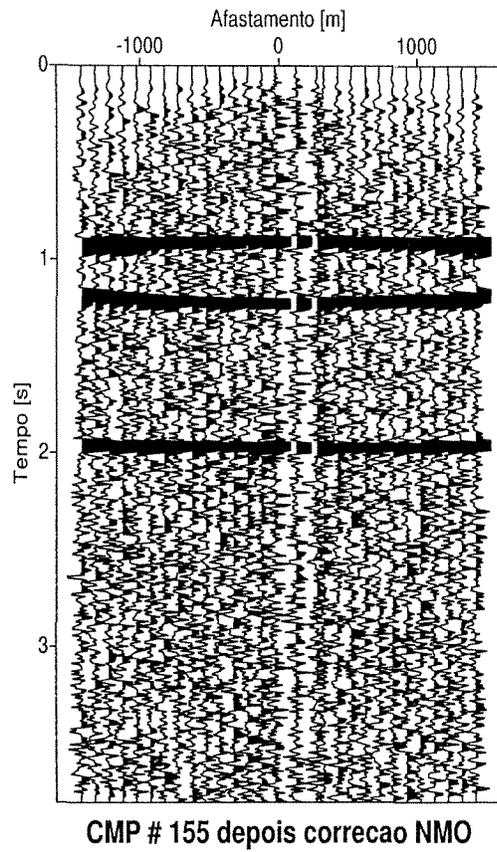
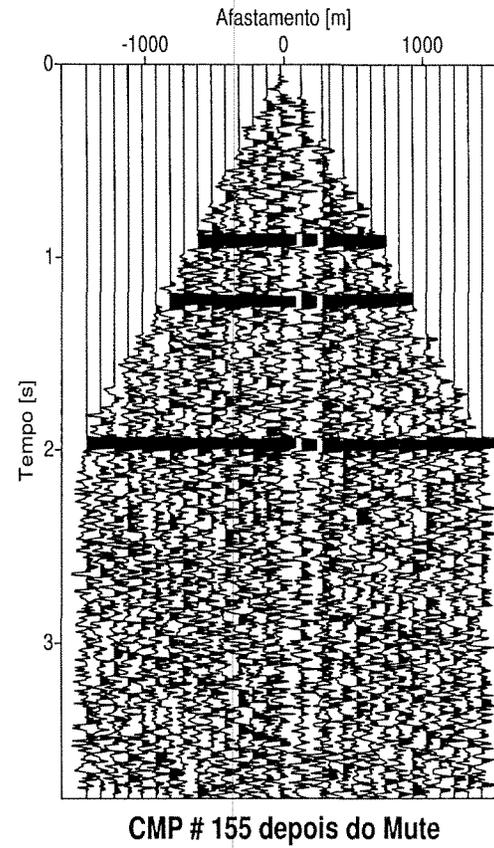


Figura 2.14: Seção CMP 155. Em vermelho, a curva de tempos de reflexão dada pela equação (2.1). Em azul, a curva de tempo de trânsito constante igual ao tempo de reflexão de afastamento nulo.

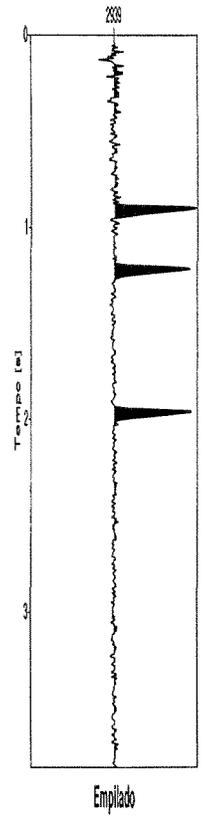
**Silenciamento de traços.** A correção NMO introduz um efeito indesejável na seção CMP, chamado de *estiramento* ou *NMO stretch*. Tal efeito é maior para tempos de trânsito pequenos e afastamentos grandes. Uma descrição e discussão do efeito de estiramento NMO está fora do es-



(a)



(b)



(c)

Figura 2.15: Seção CMP 155 com correção do NMO (a), *Muting* (b) e traço empilhado resultante (c).

copo deste trabalho. A referência Yilmaz (1997) pode ser consultada para os aspectos teóricos e práticos do problema. O problema é geralmente solucionado através do descarte (denominado silenciamento ou *muting*) das regiões dos traços mais afetadas. A Figura 2.15(b) mostra o efeito do *Muting* no CMP 155.

## 2.2.4 Empilhamento

A Figura 2.15(c) mostra o traço resultante do empilhamento (soma) dos traços da Figura 2.15(b). Este é o traço empilhado do CMP 155. O conjunto de traços obtidos do empilhamento de todas as seções CMP é chamado de seção empilhada. Esta seção pode ser considerada uma boa aproximação (desconsiderando as amplitudes) da seção ZO (que é impossível de ser diretamente obtida). A seção empilhada denomina-se também seção ZO simulada.

A Figura 2.16 mostra a seção empilhada ZO do SINT01. Neste caso, a análise de velocidade foi feita a cada 45 seções CMP.

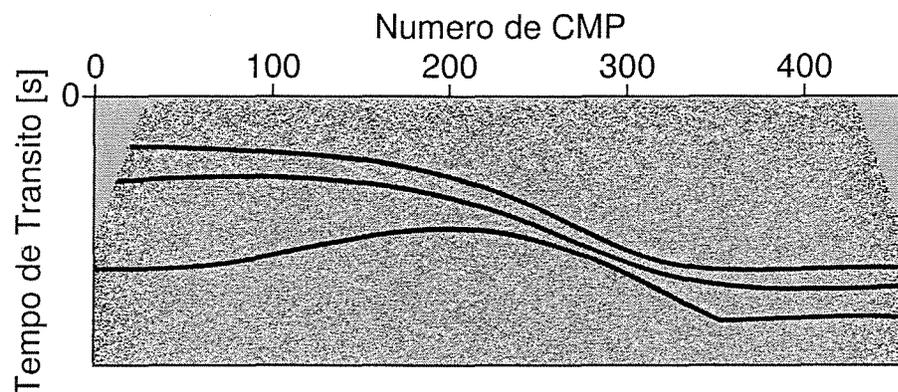


Figura 2.16: Seção ZO do SINT01.

# Capítulo 3

## Empilhamento CRS

Neste capítulo, introduzimos a chamada equação de tempo de trânsito multiparamétrica hiperbólica. Esta depende de três parâmetros no caso bidimensional, e de oito no caso tridimensional. Neste trabalho nos concentraremos na caso bidimensional.

---

Na literatura, podemos achar diferentes métodos de empilhamento baseados em equações de tempo de trânsito multiparamétricas. As principais contribuições são os métodos *Multifocusing* (Gelchinsky et al. (1999)), *Polystack* (de Bazelaire (1988)) e o *Common Reflection Surface (CRS)*. Jäger (1999) apresenta uma comparação entre os operadores de empilhamento destes.

### 3.1 Tempo de trânsito multiparamétrico

No capítulo anterior, mostramos como a equação de tempo de trânsito NMO resulta do fato de que o raio normal de referência está no ponto médio entre aos pares fonte-receptor. Gostaríamos agora de retirar esta restrição, ou seja, que os pares fonte e receptor possam estar situados arbitrariamente em relação ao raio normal de referência.

A Figura 3.1 mostra um raio normal que sai da coordenada do ponto  $X_0$ , atinge o refletor no ponto NIP, e volta para o ponto inicial  $X_0$ . No que se segue, o ponto  $x_0$  será considerado

fixo e denominado *ponto central*. Observe que o ponto  $x_0$  sendo fixo, tem como consequência que o raio normal de referência, que será denominado *raio central*, também seja fixo. Na mesma figura, o tempo de trânsito do raio que sai da fonte  $S$ , atinge o ponto  $R$ , chega ao recetor  $G$  e tem coordenadas de ponto médio e meio afastamento  $(x, h)$ , pode ser aproximado por uma expansão em série de Taylor de segunda ordem em torno do ponto central, o qual tem coordenadas  $(x = x_0, h = 0)$ . Temos,

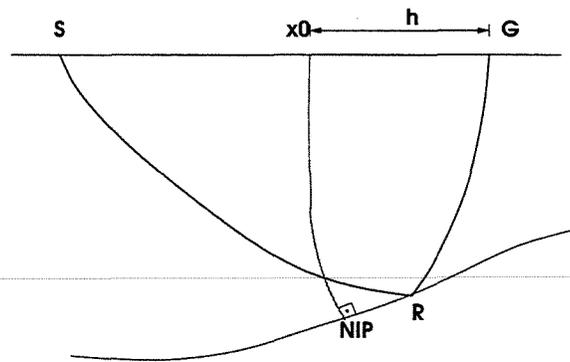


Figura 3.1: Modelo com refletor arbitrário.

$$t(x, h) \approx t(x_0, 0) + A(x - x_0) + Dh + \frac{1}{2} [B(x - x_0)^2 + 2E(x - x_0)h + Ch^2], \quad (3.1)$$

onde

$$A = \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{(x_0, 0)}, \quad B = \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \Big|_{(x_0, 0)}, \quad C = \frac{\partial^2 t}{\partial h^2} \Big|_{(x_0, 0)} \quad (3.2)$$

$$D = \frac{\partial t}{\partial h} \Big|_{(x_0, 0)}, \quad E = \frac{\partial^2 t}{\partial h \partial x} \Big|_{(x_0, 0)}.$$

O tempo de trânsito (3.1) deve ser uma função par em  $h$ , uma vez que, pelo princípio da reciprocidade, fonte e receptor podem trocar de posição sem alterar o resultado. Tal fato tem como consequência,  $D = E = 0$ . Segue-se que a equação (3.1) fica reduzida a

$$t(x, h) \approx t(x_0, 0) + A(x - x_0) + \frac{1}{2} [B(x - x_0)^2 + Ch^2]. \quad (3.3)$$

A aproximação anterior é denominada *equação parabólica de tempo de trânsito*. A correspondente *aproximação hiperbólica*, pode ser simplesmente obtida elevando-se ao quadrado ambos os membros da equação (3.3) e descartando-se os termos de ordem superior a dois. Obtemos

$$t^2(x, h) \approx [t_0 + A(x - x_0)]^2 + t_0 [B(x - x_0)^2 + Ch^2]. \quad (3.4)$$

**Onda N.** No capítulo anterior, o conceito de onda NIP nos permitiu representar as equações de tempo de trânsito em uma forma alternativa à tradicional equação (2.1). Com a mesma finalidade, introduzimos uma outra onda hipotética chamada *Onda N*. A onda N parte do ponto NIP sob a forma de uma frente de onda coincidente com o refletor na vizinhança deste ponto, viajando à metade da velocidade do meio e sendo registrada em superfície no ponto central,  $X_0$ , como mostrado na Figura 3.2. A curvatura da frente de onda N observado em  $X_0$  é denotada por  $K_N$ .

As curvaturas das ondas N e NIP se relacionam, respectivamente, com os coeficientes  $B$  e  $C$  da equação (3.4). Esta relação, para o caso particular em que a superfície de aquisição é plana e a velocidade do meio na vizinhança do ponto central é constante, é dada por (ver, por exemplo, Tygel et al. (1997)),

$$A = \frac{2 \sin \beta}{v_0}, \quad B = \frac{2 \cos^2 \beta K_N}{v_0}, \quad C = \frac{2 \cos^2 \beta K_{NIP}}{v_0}. \quad (3.5)$$

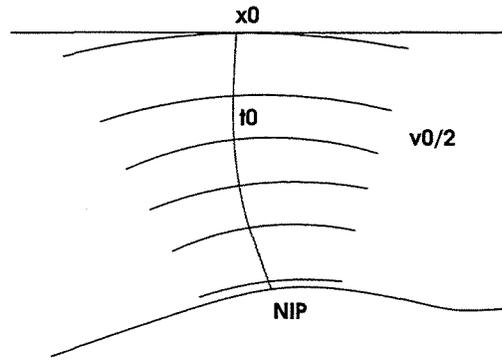


Figura 3.2: Onda N.

Introduzindo as expressões (3.5) na equação (3.4), obtemos a equação de tempo de trânsito do raio *SRG* (Figura 3.1) em função dos parâmetros do raio normal de referência:

$$t^2(x, h) = \left[ t_0 + \frac{2 \sin \beta}{v_0} (x - x_0) \right]^2 + \frac{2t_0 \cos^2 \beta}{v_0} \left[ K_N (x - x_0)^2 + K_{NIP} h^2 \right]. \quad (3.6)$$

**Redução ao tempo CMP.** Podemos ver que a equação do tempo de trânsito NMO (2.1), estudada no capítulo anterior é um caso particular da equação geral hiperbólica (3.6) para o caso em que o raio normal de referência esteja no ponto médio entre as posições da fonte e o receptor, isto é, consideramos na equação hiperbólica ( $x = x_0, h$ ). Explicitamente,

$$t^2(x = x_0, h) = t_0^2 + \frac{2t_0 \cos^2 \beta}{v_0} K_{NIP} h^2, \quad (3.7)$$

onde lembramos a relação entre a velocidade NMO,  $v_{NMO}$ , e o parâmetro  $K_{NIP}$ , a saber (ver equação (2.17))

$$\text{sgn}(K_{NIP})v_{NMO}^2 = \frac{2v_0}{t_0|K_{NIP}|\cos^2\beta}, \quad (3.8)$$

onde  $\text{sgn}(K_{NIP}) = \pm 1$  conforme ao sinal de  $K_{NIP}$ . Normalmente o  $K_{NIP}$  é positivo mas, na teoria, pode variar entre  $[-\infty, +\infty]$ .

**Redução ao caso ZO.** A equação (3.6), para o caso de afastamento nulo ( $h = 0$ ), fica reduzida a

$$t^2(x, h = 0) = \left[ t_0 + \frac{2 \sin \beta}{v_0}(x - x_0) \right]^2 + \frac{2t_0 \cos^2 \beta}{v_0} K_N (x - x_0)^2. \quad (3.9)$$

Da mesma forma que os parâmetros  $\beta$  e  $K_{NIP}$  foram relacionados à velocidade  $v_{NMO}$ , podemos relacionar  $\beta$  e  $K_N$  a uma velocidade que chamaremos de *velocidade de pós-empilhamento* (Perroud and Tygel (2003)), dada por (comparar com a equação (3.8))

$$\text{sgn}(K_N)v_{PST}^2 = \frac{2v_0}{t_0|K_N|\cos^2\beta}, \quad (3.10)$$

onde,  $\text{sgn}(K_N) = \pm 1$  conforme ao sinal de  $K_N$ . Diferentemente que o  $K_{NIP}$  e devido ao fato de que o  $K_N$  depende da curvatura do refletor, é comum encontrar valores de  $K_N$  negativos.

Para entender melhor o significado de  $v_{PST}$ , reescrevamos equação (3.9) usando a expressão (3.10)

$$t^2(x, h = 0) = \left[ t_0 + \frac{2 \sin \beta}{v_0}(x - x_0) \right]^2 + \text{sgn}(K_N) \frac{4(x - x_0)^2}{v_{PST}^2}. \quad (3.11)$$

Podemos observar que, exceto pelo deslocamento no tempo  $t = 2(\sin \beta/v_0)(x - x_0)$ , esta equação tem a mesma forma que a equação do tempo NMO (2.1). Portanto, a velocidade  $v_{PST}$ , referida à seção ZO, desempenha o mesmo papel que a velocidade  $v_{NMO}$  em uma seção CMP.

Tendo em vista as equações (3.8) e (3.10), podemos reescrever o tempo de trânsito hiperbólico (3.6) em uma forma que pode ser bastante atrativa para o processamento sísmico, a saber,

$$t^2(x, h) = \left[ t_0 + \frac{2 \sin \beta}{v_0} (x - x_0) \right]^2 + \operatorname{sgn}(K_{NIP}) \frac{4h^2}{v_{NMO}^2} + \operatorname{sgn}(K_N) \frac{4(x - x_0)^2}{v_{PST}^2}. \quad (3.12)$$

---

## 3.2 Abertura

A equação (3.6) é uma aproximação de segunda ordem do tempo de trânsito. Isso quer dizer que a superfície definida por esta equação pode ser, até segunda ordem, tangente à superfície do correspondente evento de reflexão no volume de dados. Note que a equação (3.6) assume implicitamente que o evento de reflexão pode ser localmente aproximado por um arco de círculo.

Chamamos de *abertura* do empilhamento à região (isto é, à coleção de traços sísmicos) escolhida para o empilhamento. A abertura ótima deve ser aquela em que a curva de empilhamento pode ser considerada tangente à curva curva de tempo de trânsito do evento de reflexão correspondente. Observe que a noção de tangência está relacionada à frequência do sinal sísmico, uma vez que esta determina a largura do pulso de entrada. A abertura deve ser suficientemente grande para conter os traços em que o evento de reflexão seja tangente. Uma abertura muito pequena (região *A* na Figura 3.3), pode resultar na perda de traços adequados ao empilhamento. Por outro lado, em uma abertura muito grande (região *C* na mesma figura), podem se empilhar traços que não contribuem ao sinal.

A escolha da abertura de empilhamento é de bastante importância no processamento sísmico. Para o caso do empilhamento CRS, a referência Mann (2002), fornece boa discussão do problema. Na prática, a seleção de aberturas é um processo iterativo. Neste, o processador escolhe uma abertura e, baseado no resultado do empilhamento, muda os valores escolhidos até conseguir uma imagem que seja satisfatória.

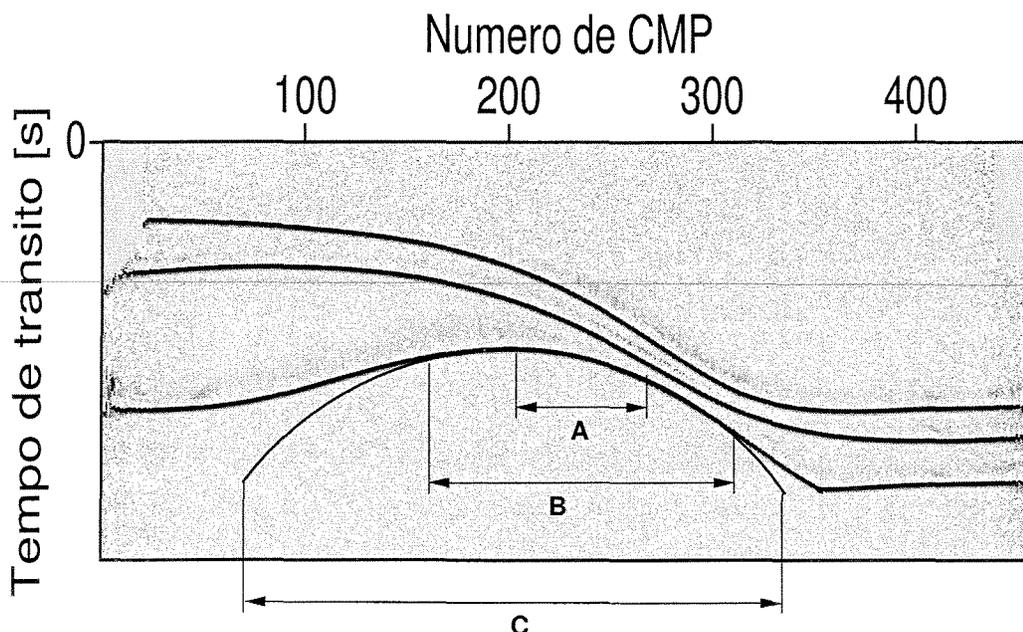


Figura 3.3: Seleção da abertura em uma seção ZO. As regiões *A*, *B* e *C* representam três opções de abertura.

Nos algoritmos de busca de parâmetros CRS, a abertura é normalmente representada como uma elipse cuja área varia conforme o tempo. Os semi-eixos principais da elipse estão nas direções do CMP e do afastamento (Figura 3.4). Para evitar efeitos de borda na hora de empilhar, as amostras situadas na borda da abertura são multiplicadas por uma função de atenuação. Este tipo de função é denominado na literatura de *Taper*. Um função *Taper* típica está mostrada na Figura 3.5.

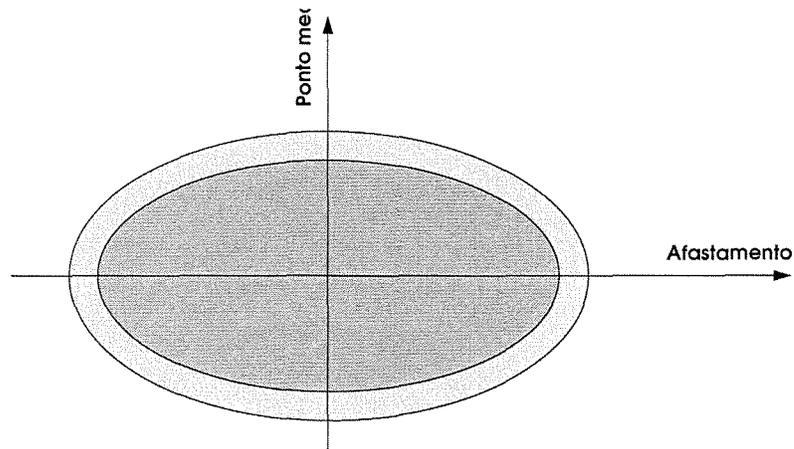


Figura 3.4: A abertura elíptica utilizada nos algoritmos de busca de parâmetros CRS. Na região da borda, estão os traços cujas amplitudes são suavizadas pela função *Taper*.

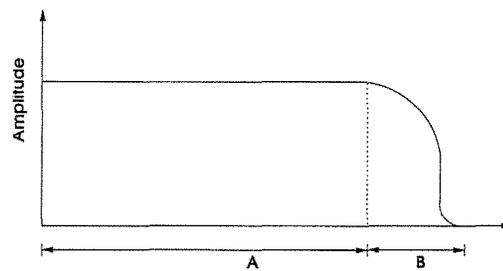


Figura 3.5: Função *Taper* aplicada na abertura. O eixo horizontal representa qualquer direção radial na elipse da Figura 3.4. As amostras que pertencem à região "B", são correspondentes à região amarela na mesma figura.

### 3.3 O empilhamento CRS no processamento sísmico

Como dito anteriormente, o método CRS é essencialmente um processo de empilhamento. Com o objetivo de estudar como encaixar o empilhamento CRS no processamento sísmico, vamos nos basear nas seqüências de processamento indicadas pelos fluxogramas na Figura 3.6.

As regiões sombreadas nos fluxogramas da Figura 3.6 correspondem aos processos de empilhamento nas duas seqüências. Os passos 3 ao 6 do empilhamento NMO (Figura 3.6(a)) requerem

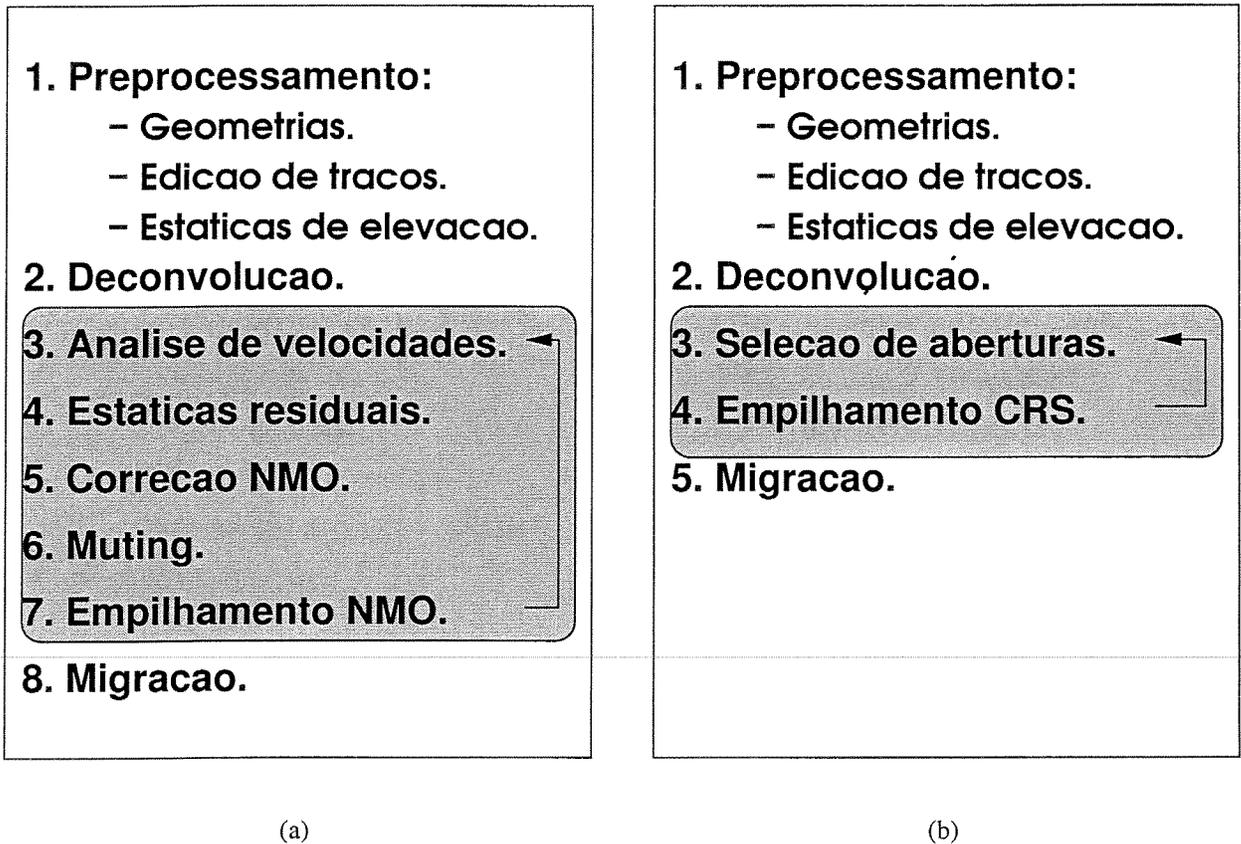


Figura 3.6: Sequências de processamento: (a) empilhamento convencional NMO; (b) empilhamento utilizando o método CRS.

alta intervenção de um intérprete e devem ser feitos iterativamente até se obter um bom resultado. No empilhamento CRS, apenas o passo 3 requer intervenção do intérprete (Figura 3.6(b)).

O processo de empilhamento CRS está baseado em análise de coerência (por exemplo, a *semblance*). Desta forma, qualquer sinal coerente contido nos dados será empilhado. Portanto, parte da rotina do pré-processamento dos dados para o empilhamento CRS é a eliminação de todo tipo de ruído coerente como múltiplas, *ground roll*, etc.

Vale lembrar, finalmente, que a equação (3.6) considera implicitamente que a superfície de aquisição dos dados é horizontal. Desta forma, é necessário que antes de fazer o empilhamento

CRS, seja feito um pré-processamento adequado ao método (o que inclui, por exemplo, correções estáticas e residuais nos dados). O empilhamento CRS pode considerar situações mais gerais do que a presente hipótese de linha sísmica horizontal e velocidade constante em torno do ponto central. No entanto, neste trabalho não nos ocuparemos destas extensões do método.

### 3.4 Algoritmos para busca dos parâmetros CRS

Dado o ponto central,  $X_0 = (x_0, h = 0)$ , e o tempo normal  $t_0$ , bem como os parâmetros CRS  $(\beta, K_{NIP}, K_N)$ , o gráfico do tempo de trânsito (3.6) representa uma superfície dentro do volume de dados de multicobertura,  $U(x, h, t)$ . Se o ponto  $(x_0, h = 0)$  pertence a um evento de reflexão e os parâmetros  $(\beta, K_{NIP}, K_N)$  estão corretos para este evento, então o gráfico de (3.6) é, até segunda ordem, tangente ao referido evento. Conseqüentemente, as amostras ao longo da superfície definida pela equação (3.6) no volume de dados apresentarão coerência e, no empilhamento, irão interferir construtivamente para formar uma imagem. Portanto, os parâmetros  $(\beta, K_{NIP}, K_N)$  ótimos são aqueles que maximizam a função coerência. Podemos formular o problema de estimação dos parâmetros CRS da seguinte forma:

*Para cada traço e tempo de trânsito  $(x_0, t_0)$  na seção simulada ZO a ser construída, achar os três parâmetros CRS  $(\beta, K_{NIP}, K_N)$  para os quais a coerência, calculada a partir dos traços dentro da abertura definida ao redor do ponto  $(x_0, h = 0)$ , seja máxima.*

Em situações reais, o problema de achar o ótimo dos três parâmetros CRS não é fácil de solucionar devido à grande quantidade de pontos  $(x, h, t)$  no volume de dados para os quais deve ser realizada o processo de busca. Uma alternativa é dividir o problema em vários subproblemas mais simples. Nesta perspectiva, a estratégia para estimar os parâmetros CRS é fazer buscas em subconjuntos de pontos  $(x, h, t_0)$  onde a equação de tempo de trânsito dependa de menos parâmetros.

Os subconjuntos de dados de multicobertura, ou configurações particulares de pares fonte receptor, mais comumente utilizados são :

**Fonte comum (CS):** Todos os traços estão associados à mesma fonte. Supondo esta fonte situada no ponto central, isto é equivalente à condição  $x - h = x_0$ , ver Figura 3.7. Nesta situação, denominada configuração de fonte comum (ou *common source (CS)*), a equação de tempo de trânsito (3.6) se reduz a

$$t_{CS}^2(h) = t^2(x = x_0 + h, h) \approx \left[ t_0 + \frac{2 \sin \beta}{v_0} h \right]^2 + \frac{2t_0 \cos^2 \beta}{v_0} [K_N + K_{NIP}] h^2. \quad (3.13)$$

---

**Receptor comum (CR):** Todos os traços estão associados ao mesmo receptor. Supondo este receptor situado no ponto central, isto é equivalente à condição  $x + h = x_0$ . Nesta situação, denominada configuração de receptor comum ou *common receiver (CR)*, a equação de tempo de trânsito (3.6) se reduz a

$$t_{CR}^2(h) = t^2(x = x_0 - h, h) \approx \left[ t_0 - \frac{2 \sin \beta}{v_0} h \right]^2 + \frac{2t_0 \cos^2 \beta}{v_0} [K_N + K_{NIP}] h^2. \quad (3.14)$$

**Afastamento comum (CO):** Todos os traços estão associados a pares de fonte e receptor com mesmo afastamento,  $h = \text{const.}$ . A configuração de afastamento comum é conhecida como *common offset (CO)*. A situação ZO é um caso particular da configuração ZO quando  $h = 0$ .

**Ponto médio comum (CMP):** Como visto anteriormente, neste caso os pares fonte receptor estão simetricamente dispostos em torno de um ponto médio fixo. Supondo este ponto fixo



O algoritmo geral para estimação dos parâmetros CRS pode ser resumido em dois passos gerais:

**Passo 1: Estimativa inicial ou otimização global.** Os dados de multicobertura se dividem em subconjuntos tais que as equações para tempo de trânsito fiquem simples. Nestes subconjuntos, as equações de tempo de trânsito dependem de um ou dois parâmetros. O objetivo deste passo é obter uma estimativa inicial dos parâmetros.

**Passo 2: Otimização local.** Os parâmetros obtidos no passo anterior são usados como estimativas iniciais para a otimização local realizada utilizando, desta vez, o volume completo de dados de multicobertura.

---

Faremos a seguir uma breve descrição das estratégias usualmente disponíveis na literatura para estimar os parâmetros CRS. Vale salientar que, neste trabalho (ver próximo capítulo), focaremos nossa atenção no Passo 2 do algoritmo geral, onde compararemos diferentes métodos de otimização local. Isto significa que iremos considerar que a primeira busca, a qual fornece a estimativa inicial dos parâmetros já tenha sido realizada.

### 3.4.1 Estratégia 1: Müller (1999) e Mann (2002)

Müller (1999) propõe uma estratégia de três buscas unidimensionais para estimar os parâmetros no primeiro passo do algoritmo geral. O primeiro passo do algoritmo geral, segundo Müller (1999), pode ser assim formulado:

**Busca 1:** é feita em seções CMP considerando como parâmetro de busca  $q = \cos^2 \beta K_{NIP}$ . Substituindo-se esta expressão na equação (3.7), nossa equação de tempo de trânsito se escreve

$$t^2(x, h) = t_0^2 + \frac{2t_0q}{v_0}h^2. \quad (3.15)$$

Da mesma forma que a equação (3.7), a equação acima é equivalente a (2.1). Portanto, este processo é similar à análise de velocidades feita no empilhamento NMO. Observe, no entanto, que o procedimento é automático, não havendo a escolha manual de eventos a serem considerados. Uma vez obtido o parâmetro  $q$ , realiza-se o empilhamento dos dados na configuração CMP, obtendo-se a primeira seção simulada ZO, chamada ZO inicial. As duas buscas seguintes estão baseadas nessa seção ZO.

**Busca 2:** os eventos de reflexão na seção ZO inicial são considerados localmente planos ( $K_N = 0$ ). Esta suposição é válida em uma abertura suficientemente pequena. Levando-se em conta esta consideração, a equação de tempo de trânsito para o caso ZO pode ser aproximada como

$$t(x, h = 0) \approx t_0 + \frac{2 \sin \beta}{v_0}(x - x_0). \quad (3.16)$$

Vemos que a equação acima depende de um único parâmetro,  $\beta$ . Com este parâmetro, podemos determinar  $K_{NIP} = q/(\cos^2 \beta)$ .

**Busca 3:** Conhecido  $\beta$ , usamos a equação de tempo de trânsito na configuração ZO (3.9) para determinar o parâmetro restante  $K_N$  na seção ZO inicial.

Recentemente, Mann (2002) estendeu o algoritmo de Müller (1999) de tal modo a incluir o caso de mergulhos conflitantes. Mann (2002) adiciona uma nova busca em seções de tiro comum.

Nesta seção, procura-se pelos valores do  $K_{NIP}$  correspondentes a cada valor ótimo de  $\beta$  e de  $K_N$ .

### 3.4.2 Estratégia 2: Birgin et al. (1999)

Na estratégia proposta por Birgin et al. (1999), o primeiro passo do algoritmo geral é igual ao seu correspondente na estratégia de Müller (1999). No segundo passo do algoritmo geral, Birgin et al. (1999) fazem uma otimização de dois parâmetros em seções CS (Equação (3.14)). Observe que a equação de tempo de trânsito hiperbólico na configuração CS depende do parâmetro  $\beta$  e do novo parâmetro  $\mu = K_{NIP} + K_N$ . O segundo passo do algoritmo geral, segundo Birgin et al. (1999) tem por objetivo a estimativa simultânea desses dois parâmetros. Temos:

---

**Otimização biparamétrica:** É feita em seções CS. Nestas, são achados os parâmetros ótimos  $\beta$  e o parâmetro combinado  $\mu = K_N + K_{NIP}$ .

**Estimativa de  $K_N$  e  $K_{NIP}$ :** Utilizando o parâmetro  $\beta$  obtido no passo anterior, podemos calcular  $K_{NIP} = q / \cos^2 \beta$  e  $K_N = \mu - K_{NIP}$ .

### 3.4.3 Estratégia 3: Garabito (2001)

Garabito (2001) propõe fazer duas buscas globais no primeiro passo do algoritmo geral. A primeira destas buscas globais é biparamétrica. Para esta busca, é considerado o tempo de trânsito hiperbólico com a condição  $K_N = K_{NIP}$ . Esta condição significa um tempo de trânsito de um difrator situado no ponto NIP. Vale observar que este é o tempo considerado na chamada migração de Kirchhoff (ver, por exemplo, Schleicher et al. (2003)). Com os parâmetros  $\beta$  e  $K_{NIP}$  obtidos nesta busca, realiza-se o empilhamento no volume completo dos dados para se obter uma seção ZO inicial, sobre a qual é realizada a próxima busca. Destinada à obtenção de  $K_N$ , é utilizada nesta busca o tempo de trânsito ZO, adotando-se para o ângulo  $\beta$  a estimativa previamente obtida.

Comparada às estratégias de Mann (2002) e Birgin et al. (1999), e pelo fato de fazer uma busca biparamétrica inicial sobre todo o volume de dados, a estratégia de Garabito (2001) tem duas vantagens:

1. Uma vez que tem mais traços disponíveis para o empilhamento, a seção ZO inicial terá melhor relação sinal/ruído.
2. O ajuste aos dados de cobertura múltipla se faz com uma superfície e não com uma curva. Conseqüentemente, os parâmetros obtidos devem estar mais perto do máximo global.

A desvantagem está no tempo de computação, que é maior quando comparado com qualquer das estratégias anteriores.

O primeiro passo do algoritmo geral segundo Garabito (2001) pode ser descrito:

**Busca 1:** Busca de  $\beta$  e  $K_{NIP}$  nos dados de multi-cobertura, ao longo das superfícies definidas pela equação (3.6), sob a condição  $K_N = K_{NIP}$ .

**Busca 2:** O parâmetro  $K_N$  é estimado na seção ZO, produto do empilhamento obtido com os parâmetros da primeira busca, utilizando-se tempos de trânsito ZO definidas pela equação (3.9).

No trabalho original de Garabito (2001), as duas buscas iniciais acima são realizadas usando o método de otimização global *Simulated Annealing*. Mais recentemente, Carmo and Garabito (2003) comparam os métodos de otimização global *Simulated Annealing*, *Differential Evolution* e *Adaptive Cluster Covering* para estimativa inicial dos parâmetros CRS.

## 3.5 Exemplo de empilhamento CRS

Com o propósito de ilustrar o processo de busca de parâmetros CRS, incluindo os vários aspectos de seleção de aberturas e demais parâmetros de entrada, iremos, nesta seção, aplicar o empilhamento CRS ao dado sintético SINT01. Para tanto, utilizaremos a estratégia de Müller (1999).

### 3.5.1 Empilhamento automático CMP

Consiste em achar, em cada seção CMP e para cada  $t_0$ , o valor do parâmetro combinado  $q$  (ver equação (3.15)) que maximize a função semblance. A busca é feita entre dois limites definidos pelas velocidades NMO mínima e máxima, fornecidas pelo processador como parâmetros de entrada. Conforme as equações (3.8) e (3.15), a relação entre a velocidade NMO e o parâmetro combinado  $q$  é dada por

$$v_{NMO}^2 = \frac{2v_0}{t_0q}. \quad (3.17)$$

#### Seleção da abertura

No empilhamento NMO, a abertura é dada pela borda do *Mute*, conforme explicado na seção 2.2.3. Devido ao fato de que no empilhamento CRS não existe o problema do estiramento (*stretch*) (ver Perroud and Tygel (2003)), a abertura pode, em geral, ser tomada maior que a correspondente no empilhamento NMO.

Em aquisições sísmicas com grandes afastamentos, as equações de tempo hiperbólico (2.1) e (3.15) podem não ser válidas nos afastamentos extremos. Nestos casos, é conveniente limitar a abertura a valores mais seguros. A Figura 3.8 mostra a abertura selecionada para o CMP 155 do SINT01.

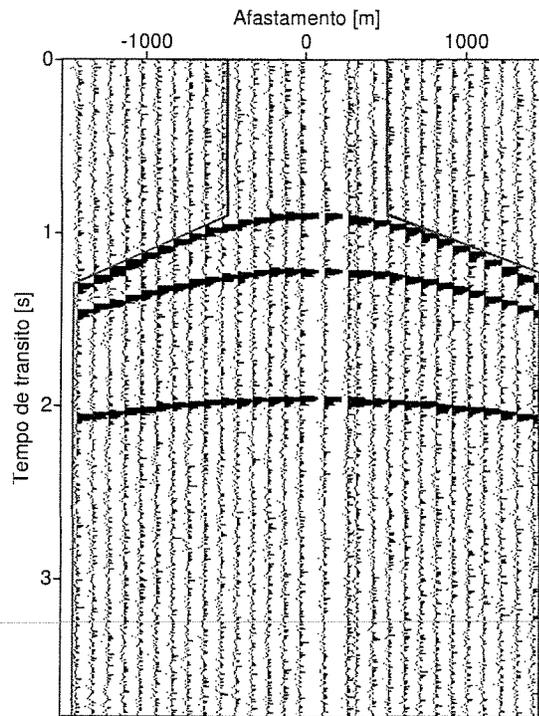


Figura 3.8: Abertura para o CMP 155 do SINT01.

### Empilhamento

Considerando os dados em configuração CMP e utilizando o parâmetro combinado,  $q$ , podemos realizar o empilhamento através da equação (3.15). A seção empilhada obtida é denominada seção ZO inicial. A Figura 3.9 mostra a seção ZO inicial obtida empilhando ao longo das curvas definidas por (3.15).

Como subprodutos do empilhamento automático CMP, obtemos a seção de coerência (Figura 3.10), a seção de cobertura (Figura 3.11) e a seção de velocidades NMO (Figura 3.12). Muito embora essas seções não apresentem informação útil para o algoritmo nos passos seguintes, elas servem como controle de qualidade.

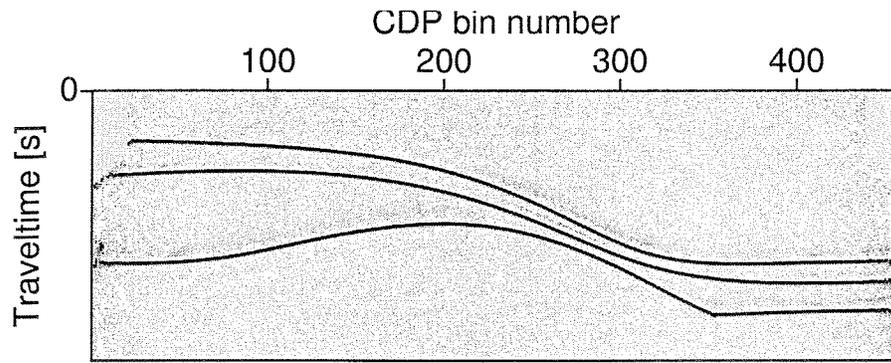


Figura 3.9: Seção ZO inicial do SINT01.

### 3.5.2 Busca do ângulo

A busca do ângulo de emergência,  $\beta$ , é realizada na seção ZO inicial, previamente obtida. O algoritmo, similar ao anterior, consiste em achar os valores de  $\beta$  que maximizem a função *semblance*, segundo a equação de tempo de trânsito (3.16). O domínio da busca é definido pelo processador como dados de entrada. Uma boa escolha é  $[-60 : 60]$  graus.

#### Seleção da abertura

A busca do ângulo é realizada sob a suposição de que o evento de reflexão pode-se aproximar, localmente, a uma onda plana. Portanto, a abertura deve ser escolhida de tal maneira que, dentro dela, qualquer evento de reflexão possa ser considerado plano, como mostrado na Figura 3.13.

#### Empilhamento

A Figura 3.14 mostra a seção inicial de ângulos de emergência obtida. Considerando os ângulos de emergência estimados, podemos realizar agora um novo empilhamento utilizando a equação (3.16). Este empilhamento é apresentado na Figura 3.15. Lembramos que este empilhamento não é de utilidade para os processos seguintes. Serve, porém, como controle de qualidade, em complemento às seções de coerência (Figura 3.16) e cobertura (Figura 3.17).

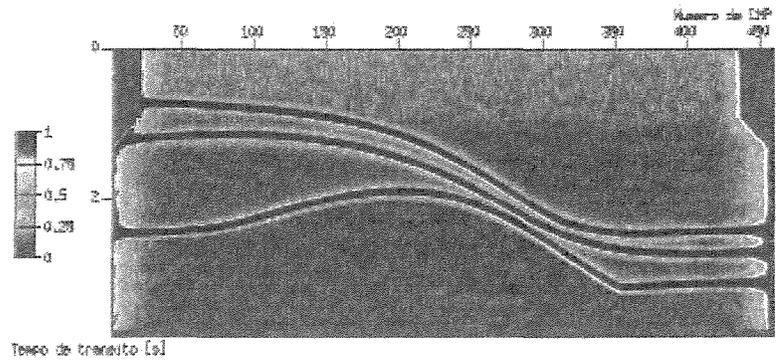


Figura 3.10: Seção de coerência do empilhamento automático CMP. Observe os altos valores nos eventos de reflexão.

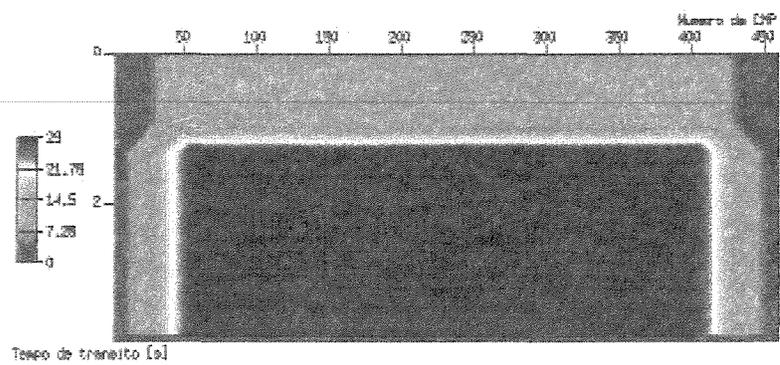


Figura 3.11: Seção de cobertura do empilhamento automático CMP.

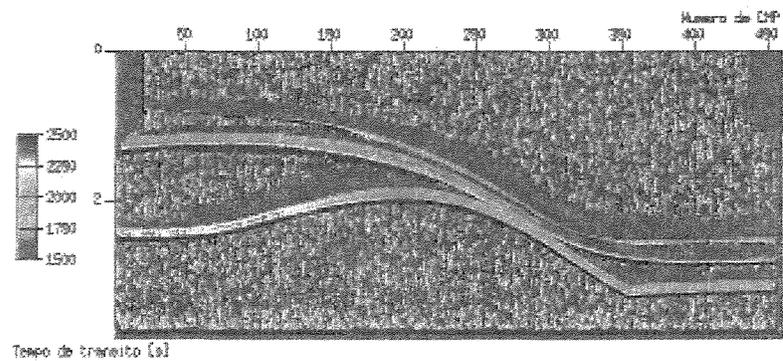


Figura 3.12: Seção de velocidade NMO. Valores em  $[m/s]$

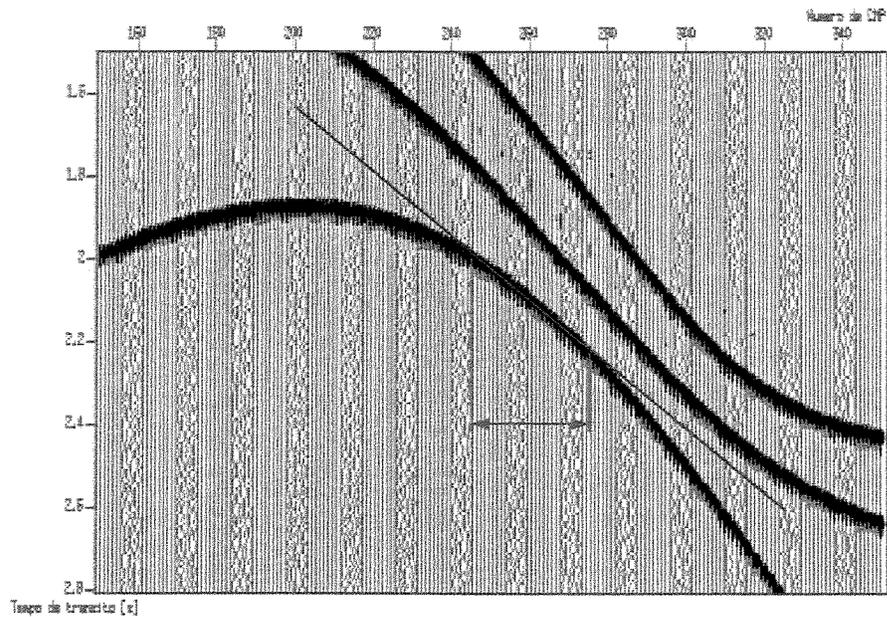


Figura 3.13: Seleção da abertura na aproximação de onda plana. A linha vermelha pode-se ajustar localmente ao evento de reflexão na zona azul.

### 3.5.3 Busca do parâmetro $K_N$

A estimativa do parâmetro  $K_N$  é realizada através da maximização da função *semblance* utilizando-se, na seção ZO inicial, a equação (3.9). O resultado, para cada  $t_0$  da seção ZO inicial, é o  $K_N$  que produz a curva de tempo de trânsito que melhor se ajusta ao evento de reflexão dentro da abertura, como mostrado na Figura 3.18.

#### Seleção de abertura

Como dito anteriormente, a equação (3.6) assume implicitamente que um evento de reflexão pode ser localmente aproximado por um arco de círculo. Isso implica que a abertura para a busca do  $K_N$  deve ser suficientemente grande para conter o maior arco de círculo que sirva para aproximar os eventos de reflexão. Para melhor explicar a afirmação acima, consideramos a Figura 3.20.

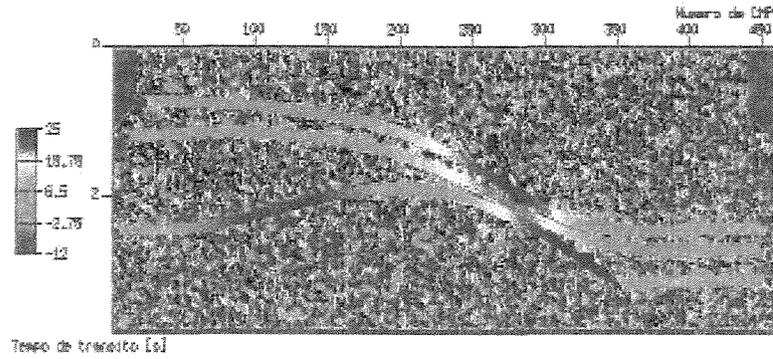


Figura 3.14: Seção de ângulo de emergência em graus.

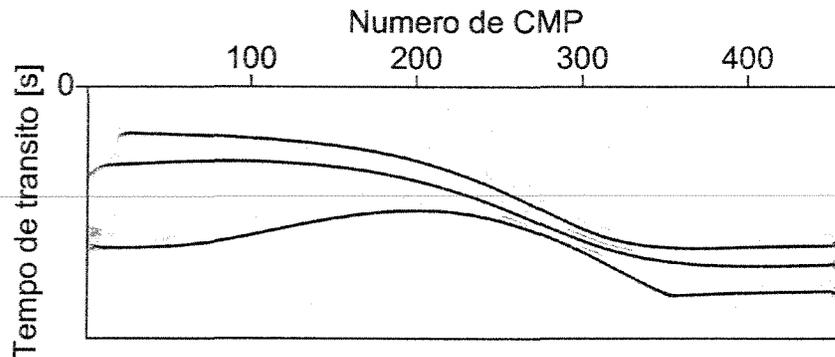


Figura 3.15: Seção ZO feita com os valores obtidos do ângulo usando a Equação (3.16).

Exceto pela pequena região dentro do círculo no terceiro evento, aproximadamente todas as regiões dos eventos de reflexão podem ser descritas localmente pelo arco de círculo desenhado perto do CMP 300. A abertura  $A$  define a porção do evento de reflexão onde o arco de círculo apresenta bom ajuste.

### Empilhamento

Utilizando os valores de  $\beta$  e  $K_N$  pode-se obter uma seção empilhada ao longo das curvas (3.9), como mostrado na Figura 3.21.

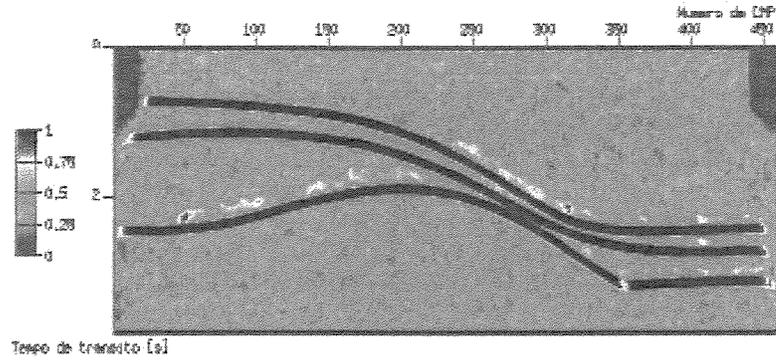


Figura 3.16: Seção de coerência do empilhamento considerando onda plana. Note que, ainda que a cobertura (Figura 3.17) seja pequena, a coerência é boa devido ao empilhamento ser realizado na seção ZO inicial, onde a relação sinal/ruído é boa.

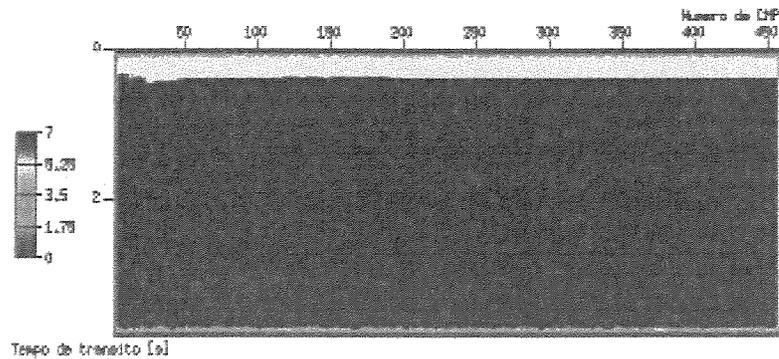


Figura 3.17: Seção de cobertura para o empilhamento com o ângulo de emergência. Devido à restrição que se impõe à aproximação de onda plana, a cobertura considerada é geralmente pequena.

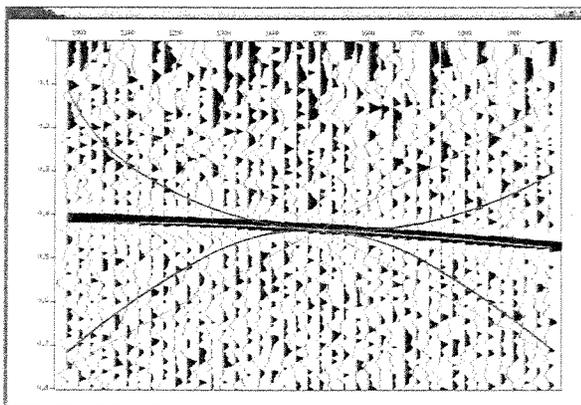


Figura 3.18: Busca do  $K_N$  na seção ZO inicial. Em azul, as curvas de tempo de trânsito correspondentes aos valores extremos do domínio de busca. Em verde, a curva de tempo de trânsito para o valor de  $K_N$  que maximiza a função *semblance*.

### 3.5.4 Determinação do parâmetro $K_{NIP}$

O parâmetro  $K_{NIP}$  pode ser estimado diretamente dos valores estimados do parâmetro combinado  $q$  e do ângulo  $\beta$ , através da relação

$$K_{NIP} = \frac{q}{\cos^2 \beta}. \quad (3.18)$$

A Figura 3.24 mostra a seção de valores de  $K_{NIP}$  para o SINT01.

### 3.5.5 Empilhamento com os três parâmetros iniciais

A partir das estimativas iniciais dos três parâmetros CRS, pode-se obter uma seção empilhada ao longo das superfícies definidas pela Equação (3.6), conforme mostrado na Figura 3.25.

### 3.6 Velocidade superficial

A velocidade superficial (isto é a velocidade  $v_0$  em cada ponto central,  $X_0$ ) é considerada como parâmetro de entrada do método CRS. No caso da inexistência desse dado de entrada, uma estimativa pode ser feita a partir dos dados de multi-cobertura. Considerando o tempo de trânsito da onda direta ( $t$ ) e a distância entre o ponto de tiro e o primeiro receptor ( $s$ ), uma primeira estimativa da velocidade superficial pode ser dada pela relação  $v_0 = s/t$ . Em algumas aquisições sísmicas, existe um receptor instalado bem acima do ponto de tiro. O tempo de *primeira quebra* (isto é o tempo da primeira chegada) deste receptor é registrado, bem como a profundidade do tiro. Com estas informações, pode-se também estimar a velocidade superficial.

Vale observar que, quaisquer que sejam os valores considerados para a velocidade superficial, o método CRS irá estimar os correspondentes parâmetros que maximizam a coerência. Portanto, se o objetivo for apenas a obtenção de uma seção empilhada, não é muito importante conhecer o valor correto da velocidade superficial. Por outro lado, se o desejado são os valores corretos dos parâmetros CRS, então é importante conhecer a velocidade superficial.

Para melhor ilustrar as observações acima, considere a equação (3.16), reescrita como

$$\frac{(t - t_0)v_0}{x - x_0} = 2 \sin \beta. \quad (3.19)$$

Para simplificar a análise, suponha que  $t_0 = 0$  e que a velocidade seja representada pelo valor correto multiplicado por um fator de escala ( $v_0 = kv$ ). Desta maneira, um incremento de 10% na velocidade é representado como  $v_0 = 1.1v$ . Além disso, para valores pequenos de  $\beta$ , temos que  $\sin \beta \approx \beta$  e, assim, a equação (3.19) toma a forma

$$kv \frac{t}{(x - x_0)} \approx \beta. \quad (3.20)$$

Podemos ver facilmente como  $\beta$  tem grande sensibilidade relativamente ao valor de  $k$ . Com efeito, uma variação de  $v_0$  de 50% ( $k = 1.5$ ), produzirá valores de  $\beta$  incrementados também de 50%, como acontece na Figura 3.28.

---

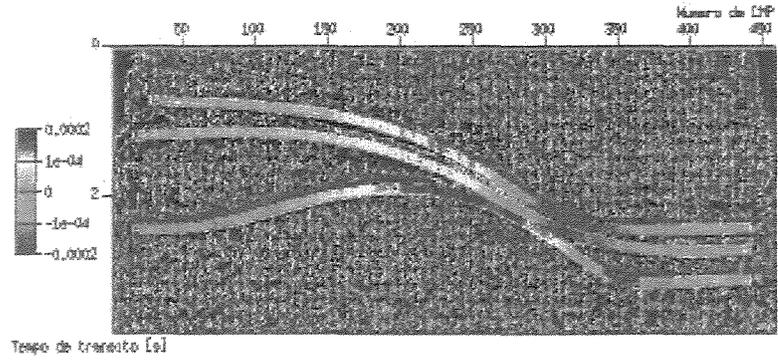


Figura 3.19: Seção de  $K_N$ . Valores em  $[1/m]$ .

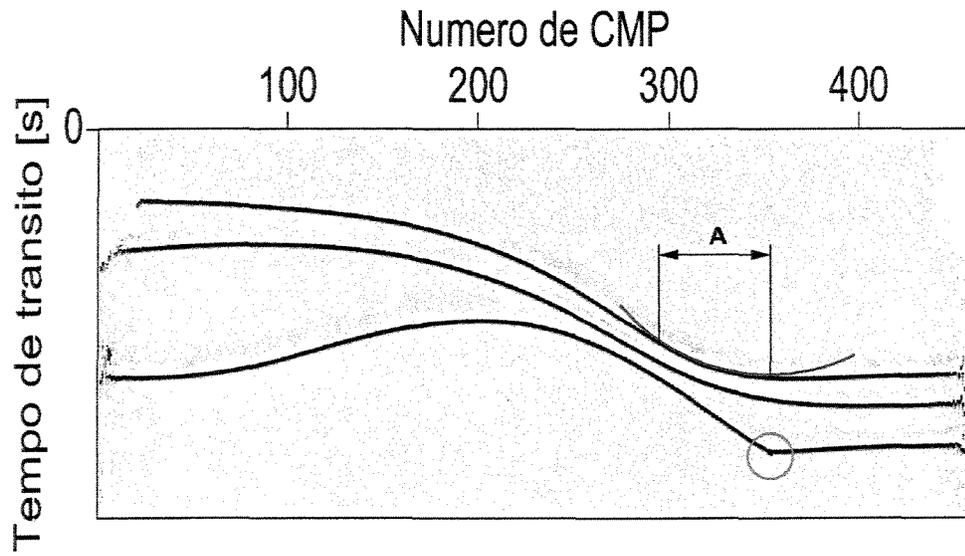


Figura 3.20: Seleção da abertura para a busca do  $K_N$  na seção inicial ZO.

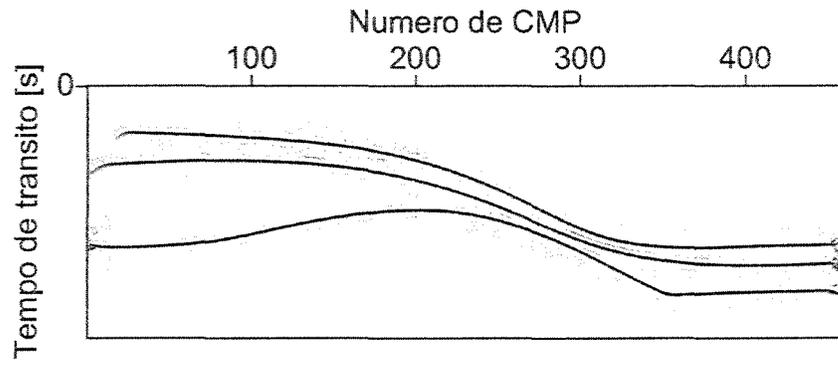


Figura 3.21: Seção ZO feita com os valores de  $\beta$  e  $K_N$  usando a Equação (3.9).

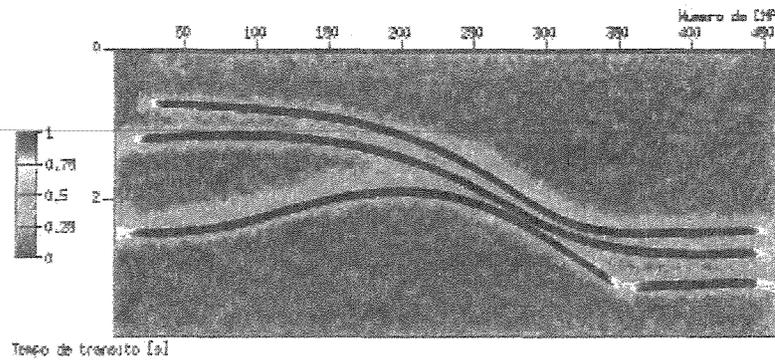


Figura 3.22: Seção de coerência do empilhamento considerando a Equação (3.9).

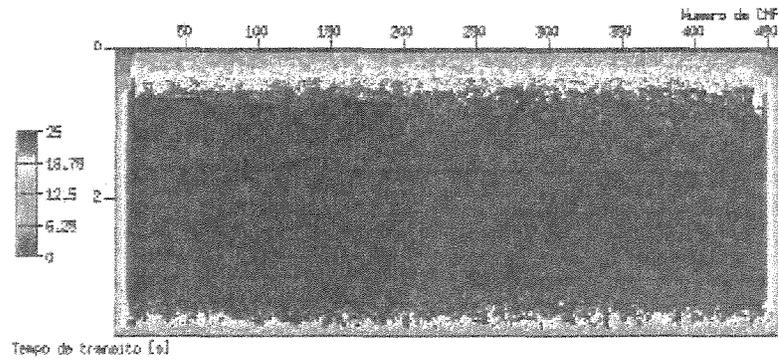


Figura 3.23: Seção de cobertura para o empilhamento feito considerando a Equação (3.9).

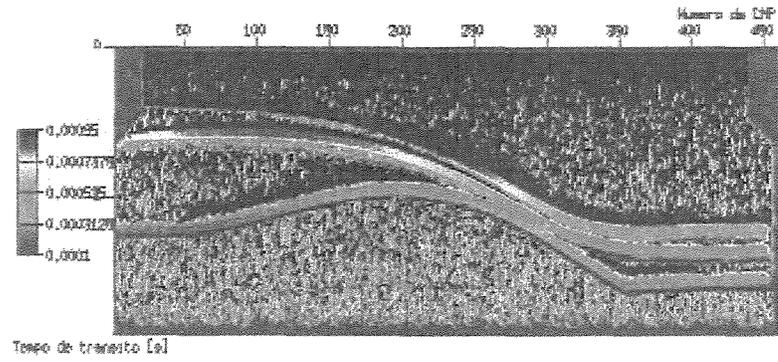


Figura 3.24: Seção de  $K_{NIP}$ . Valores em  $[1/m]$ .

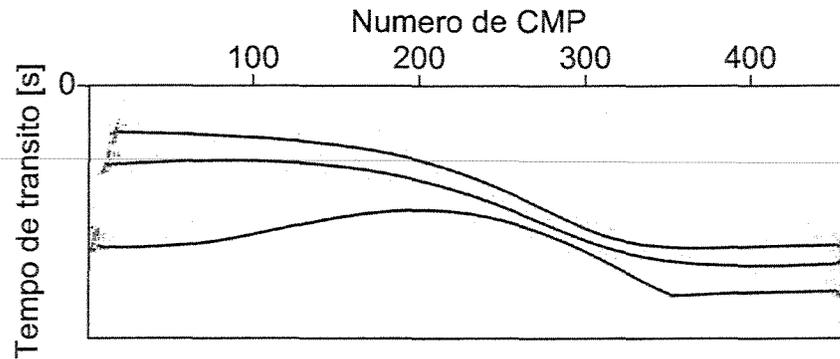


Figura 3.25: Seção ZO feita com os valores iniciais de  $\beta$ ,  $K_N$  e  $K_{NIP}$ .

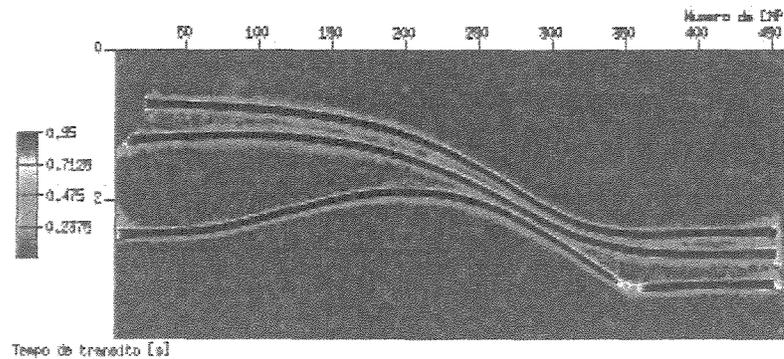


Figura 3.26: Seção de coerência do empilhamento considerando os três parâmetros CRS. Os valores de coerência são um pouco menores que nas outras seções de coerência devido a que no cálculo é considerado um número maior de traços. Este fato se evidencia ainda mais em dados reais.

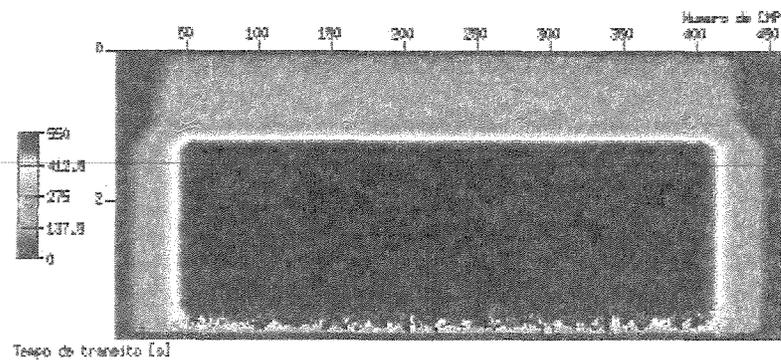
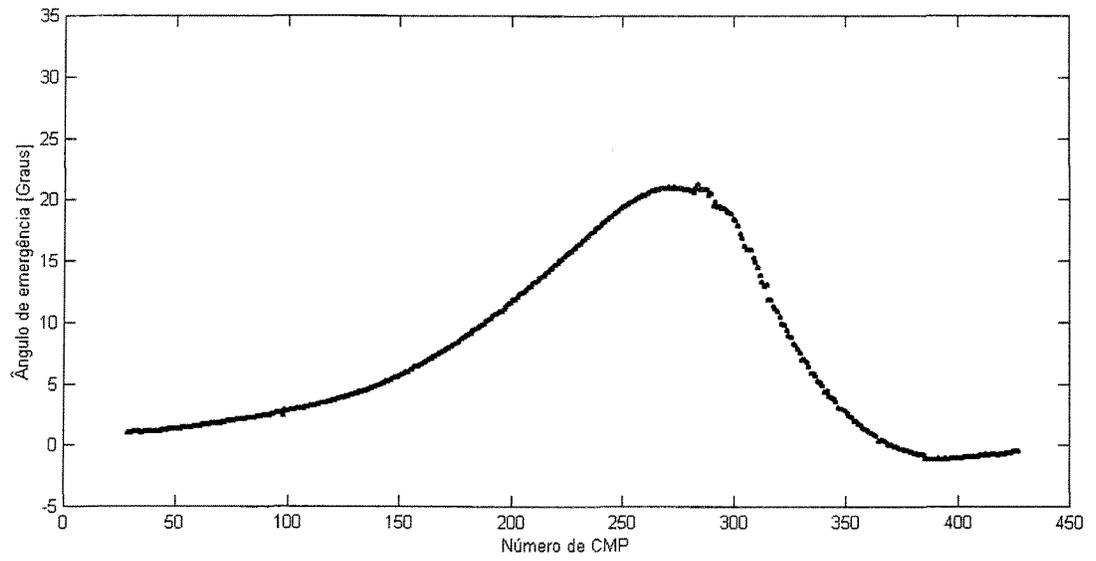
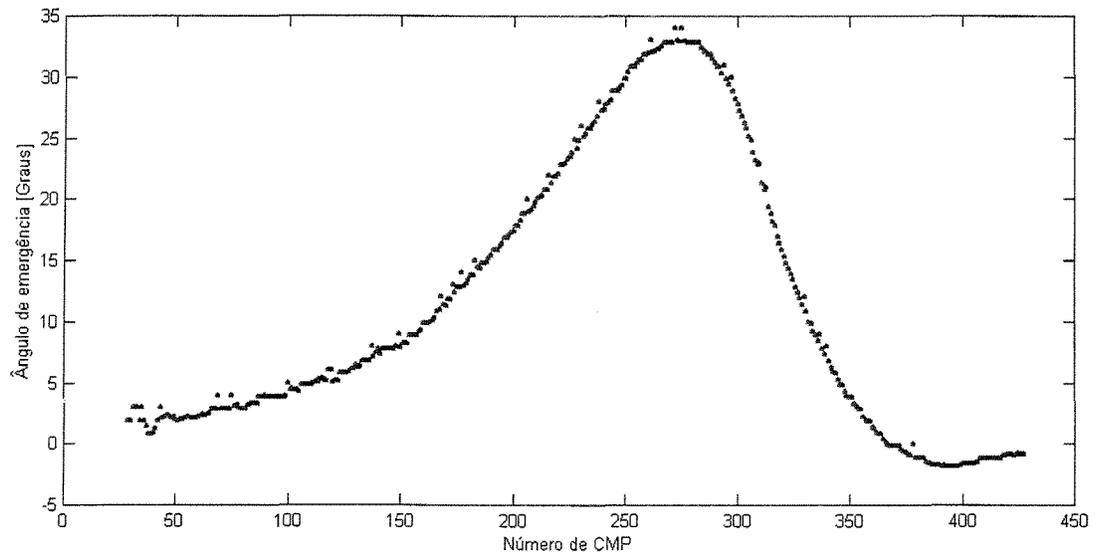


Figura 3.27: Seção de cobertura do empilhamento considerando a Equação (3.6). Note que a cobertura é bem maior que nas outras etapas do empilhamento. Isto justifica a diminuição do valor da coerência.



(a)



(b)

Figura 3.28: Ângulo de emergência no primeiro refletor do SINT01. (a) calculado com o valor correto da  $v_0 = 1500m/s$ . (b) calculado com  $v_0 = 2250m/s$ , isto é,  $k = 1.5$  na equação (3.20).

# Capítulo 4

## Refinamento dos parâmetros CRS

Neste capítulo, testamos três métodos de otimização local (a saber, Nelder-Mead, Newton e Quasi-Newton). Estes usam como ponto de partida, os parâmetros CRS iniciais obtidos em quaisquer das estratégias de busca descritas no capítulo anterior.

O problema de otimização a resolver é:

*Dado um ponto inicial de coordenadas  $[\beta^0, K_N^0, K_{NIP}^0]$ , achar o ponto  $[\beta^*, K_N^*, K_{NIP}^*]$  que maximize a coerência ao longo das superfícies definidas pela equação de tempo de trânsito (3.6).*

### 4.1 Otimização: Aspectos gerais

O objetivo da otimização é achar o máximo ou o mínimo de uma função  $f$  chamada de *função objetivo*. Em geral,  $f$  depende de  $n$  variáveis independentes  $(x_1, \dots, x_n)$  que definem um espaço  $n$ -dimensional onde a busca do máximo ou do mínimo é feita. Um ponto neste espaço  $n$ -dimensional é representado pelo vetor  $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]^T$ .

Uma vez que achar o máximo de  $f$  é igual a achar o mínimo de  $-f$ , daqui por diante falaremos apenas em minimização. Então, podemos dizer que o objetivo da otimização é achar o vetor

$\mathbf{x}^*$  que minimize a função objetivo. O vetor  $\mathbf{x}^*$  é chamado de *ponto ótimo* e o valor de  $f(\mathbf{x}^*)$ , *valor ótimo*. O par  $\mathbf{x}^*$  e  $f(\mathbf{x}^*)$  constitui uma *solução ótima*.

A função objetivo pode ser bastante complicada, apresentando vários máximos e mínimos. Assim sendo, podemos caracterizá-la segundo o seu comportamento. Se tem só um valor extremo, máximo ou mínimo, dizemos que é *unimodal* e que tem uma *solução ótima local*. Caso contrário, dizemos que é *multimodal*.

## 4.2 Função objetivo do empilhamento CRS

Para a otimização dos parâmetros CRS ( $\beta, K_{NIP}, K_N$ ) a partir dos dados de cobertura múltipla, pode-se utilizar como função objetivo uma medida da coerência entre as amostras ao longo das superfícies de tempo de trânsito. A medida de coerência mais utilizada no processamento sísmico é a *semblance* (Neidel and Taner (1971)). A função *semblance*, equação (2.18), varia entre 0 e 1. O valor 1 significa que as amostras dos dados estão perfeitamente alinhadas com a superfície de tempo de trânsito. O valor 0, ao contrário, indica que não há qualquer alinhamento. Tendo em vista a minimização, vamos redefinir a Equação (2.18), agora no domínio  $[-1, 0]$

$$S = - \frac{\sum_{k=k_0-w/2}^{k_0+w/2} \left( \sum_{i=1}^n u_i(\tau_i + k) \right)^2}{n \sum_{k=k_0-w/2}^{k_0+w/2} \sum_{i=1}^n u_i(\tau_i + k)^2}. \quad (4.1)$$

Nesta equação,  $u_i(\tau)$  é o valor interpolado da amostra do traço  $i$  no tempo  $\tau$  e  $\tau_i = \tau_i(\beta, K_{NIP}, K_N) = \tau(x_i, h_i; \beta, K_{NIP}, K_N)$  é o tempo de trânsito hiperbólico correspondente ao ponto médio (traço)  $x_i$  e meio afastamento  $h_i$ . Além disso,  $N$  é o número de traços,  $k$  é um contador de amostras dentro da janela de coerência e  $k_0$  designa a amostra com  $\tau = t_0$ .

A *semblance*, como podemos observar na Figura 4.1, é uma função multi-modal. Esta figura

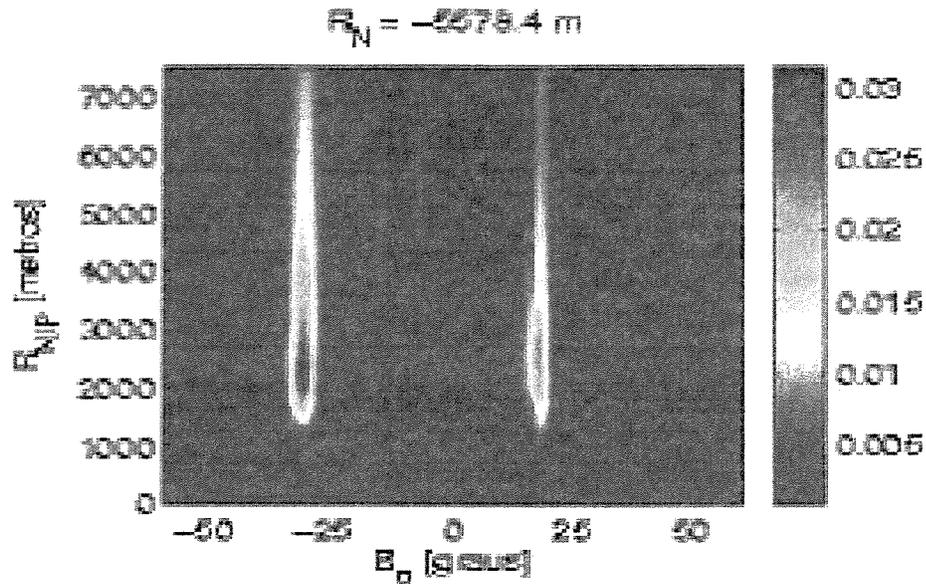


Figura 4.1: Representação em duas dimensões da função semblance.

mostra o resultado da avaliação da função *semblance* num ponto  $(x_0, t_0)$  de uma seção ZO. Neste caso, a função *semblance* foi calculada fixando o parâmetro  $R_N = 1/K_N$  e variando os parâmetros  $\beta$  e  $R_{NIP} = 1/K_{NIP}$ .

### 4.3 Métodos de otimização local

A otimização local de uma função  $f(\mathbf{x})$  consiste em tentar achar um vetor solução  $\mathbf{x}^*$  tal que,  $f(\mathbf{x}^*) \leq f(\mathbf{x})$  para todo  $\mathbf{x}$  próximo a  $\mathbf{x}^*$ . Na otimização local, o mínimo de uma função objetivo  $f(\mathbf{x})$  é geralmente aproximado por uma seqüência de pontos tal que, o ponto da iteração  $\mathbf{x}^{k+1}$ , é definido com base na informação da função objetivo em  $\mathbf{x}^k$ .

Alguns métodos de otimização local, entre eles o de *Nelder-Mead*<sup>1</sup> (ver Apêndice B), só requerem a avaliação da função objetivo para produzir a seqüência de pontos  $\mathbf{x}^k$  que levam ao

<sup>1</sup>Também chamado de *Down-Hill Simplex* ou *Flexible Polyhedron Search*.

mínimo. Outros métodos como *Newton* (ver Apêndice C) e *Quasi-Newton* (ver Apêndice D), usam derivadas da função objetivo para se aproximarem mais rapidamente ao mínimo. De forma geral, os métodos que usam as derivadas da função objetivo para achar o mínimo têm a forma algorítmica padrão indicada na Figura 4.2.

Seja  $\mathbf{x}^*$  é uma solução de

Minimizar  $f(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ ,

e  $\mathbf{x}^k$  uma estimativa de  $\mathbf{x}^*$  tal que  $\nabla f(\mathbf{x}^k) \neq 0$ . Os passos para definir uma nova estimativa  $\mathbf{x}^{k+1}$  são :

1. Escolher uma direção de descida  $\mathbf{d}^k \in \mathbb{R}^n$ , tal que  $\nabla^T f(\mathbf{x}^k) \mathbf{d}^k < 0$ .
2. Busca linear ao longo de  $\{\mathbf{x}^k + \lambda \mathbf{d}^k : \lambda > 0\}$ . Onde  $\lambda$  deve satisfazer algum critério de descida suficiente, ver por exemplo Martinez and Santos (1995).
3. Fazer  $\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \lambda^k \mathbf{d}^k$ .

Figura 4.2: Algoritmo padrão para otimização usando derivadas da função objetivo.

Os métodos de otimização local que queremos comparar são:

**Nelder-Mead.** Usado por Müller (1999) e Mann (2002), é um método heurístico, de simples implementação (Neidel and Taner (1971)), que pode ser aplicado a qualquer função. Este método é bom para funções que apresentam muitas oscilações, como no caso da *semblance*.

**Newton.** A idéia do método consiste em substituir, em uma vizinhança do ponto  $\mathbf{x}^k$ , a função  $f$  por sua aproximação quadrática, obtida de uma série truncada de Taylor.

O método requer que a função objetivo seja duas vezes diferenciável. Em geral, as derivadas da função *semblance* demandam muito esforço para serem computadas analiticamente. Portanto, faz-se necessária uma estimação numérica. Em problemas com muitos parâmetros, o custo de

computação das derivadas pode ser alto. No caso do CRS 2-D, com apenas três parâmetros, realiza-se de forma eficiente a estimação de derivadas para o cálculo de gradientes e Hessianas.

**Quasi-Newton.** Usado por Garabito (2001), esta família de métodos é uma extensão dos métodos *Newton-Raphson* e da *Secante*, usados comumente em minimização uni-dimensional. O termo "Quasi" deve-se ao fato de que, nestes métodos, ao invés de usar a matriz Hessiana da função, usa-se uma aproximação da mesma.

A ideia do método Quasi-Newton é começar a primeira iteração com uma aproximação definida positiva e simétrica da matriz hessiana. Tal aproximação é atualizada a cada nova iteração de maneira que permaneça definida positiva e simétrica. Longe do mínimo, isto garante que as direções obtidas sempre fornecerão pontos onde a função decresce. Perto do mínimo, a atualização da hessiana aproxima-se do valor correto, aproveitando a aproximação quadrática do método de Newton. Neste trabalho, usamos o método BFGS, desenvolvido por *Broyden*, *Fletcher*, *Goldfarb* e *Shanno*.

## 4.4 Experimentos com dados sintéticos

Com o propósito de determinar qual método de otimização proporciona resultados mais exatos, aplicado à otimização local dos parâmetros CRS, vamos fazer uma comparação entre eles. Chamaremos de *parâmetros modelados* a aqueles obtidos pelo modelamento direto. Estes são usados como valores ótimos de referência para a comparação num ponto de coordenadas  $(x_0, t_0)$ . Os parâmetros CRS obtidos a partir do procedimento de estimação descrito no capítulo anterior ou pela otimização local, serão chamados de *parâmetros simulados*.

Para nosso interesse neste trabalho, a comparação dos parâmetros modelados e simulados em pontos isolados de coordenadas  $(x_0, t_0)$ , não é tão boa quanto a comparação dos mesmos sobre

toda uma curva de reflexão.<sup>2</sup> Sendo assim, necessitamos de uma medida da distância entre duas curvas. Para isto, usamos a *Erro Quadrático Médio* ( $\mathcal{E}$ ) que, para duas funções  $\phi$  e  $\psi$ , discretizadas com  $N$  pontos cada, é dado por

$$\mathcal{E} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\phi_i - \psi_i)^2}. \quad (4.2)$$

O programa de traçamento de raios fornece os pontos  $(x_0, t_0)$  correspondentes a cada curva de reflexão, bem como os parâmetros CRS modelados ao longo da mesma. Para as comparações, utiliza-se a curva de reflexão modelada, porém com os valores dos parâmetros extraídos das seções obtidas pelas diversas aplicações do método CRS. Uma vez que nos extremos da linha sísmica a cobertura não é boa, os valores dos parâmetros nestas regiões também não são bons. Por isto, é preciso eliminar tais parâmetros antes de fazer qualquer comparação. Para levar em conta as mudanças dos parâmetros a partir do ponto inicial e determinar quando a otimização realmente melhora o valor do parâmetro, incluímos as curvas de parâmetros extraídas das seções de parâmetros obtidas no capítulo anterior (ver Figuras 3.14, 3.19 e 3.24).

#### 4.4.1 SINT01

Os valores iniciais dos parâmetros CRS obtidos no capítulo anterior foram usados como ponto de partida para cada um dos métodos de otimização testados neste trabalho. Como resultado da otimização obtemos as seções de parâmetros e, a partir destas, a seção empilhada ZO.

A primeira vista, conforme a Figura 4.3, é difícil estabelecer diferenças significativas entre as seções ZO obtidas a partir dos parâmetros otimizados. Como veremos no próximo capítulo, estas diferenças são mais visíveis em dados reais.

---

<sup>2</sup>Em outros trabalhos (ver Jäger (1999) e Garabito (2001)), são considerados pontos isolados para estudar o resultado da otimização.

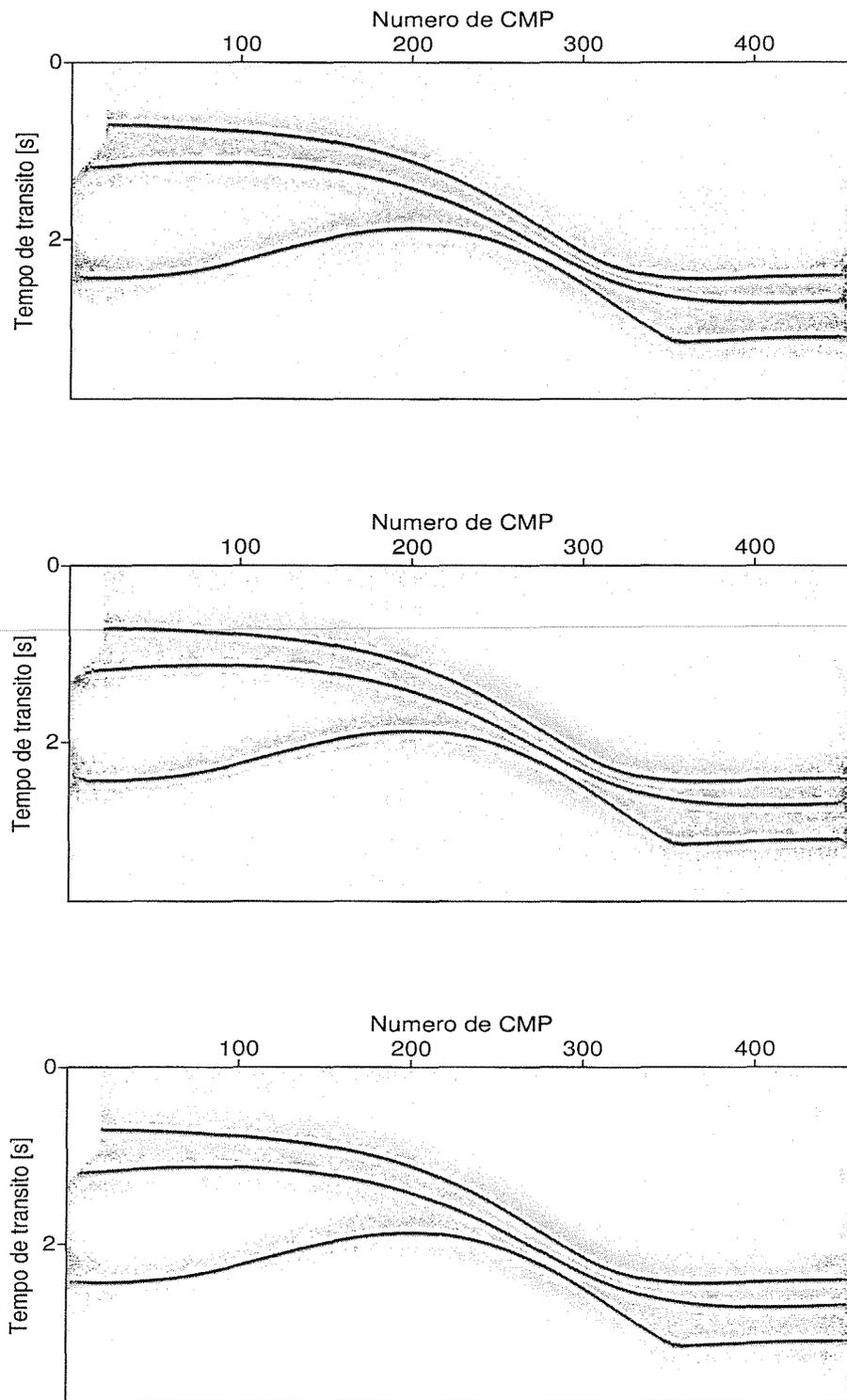


Figura 4.3: Seções ZO do SINT01 após da otimização dos parâmetros CRS com os métodos Nelder-Mead (superior), Newton (médio) e BFGS (inferior).

A Tabela 4.1 mostra o valor do  $\mathcal{E}$  para o ângulo de emergência. Nesta, podemos ver como o método de Newton fornece o melhor resultado para os dois primeiros refletores. Já no terceiro refletor, o método Nelder-Mead foi mais exato.

As Figuras 4.4, 4.6 e 4.8, mostram os valores modelados, iniciais e otimizados para cada refletor do SINT01. Apesar das variações nos  $\mathcal{E}$ , é difícil perceber visualmente diferenças significativas entre os valores fornecidos por cada método de otimização. Ainda considerando as ampliações feitas nas Figuras 4.4 (inferior) e 4.6 (inferior), não é possível identificar nenhuma diferença significativa nos resultados (ver Figuras 4.5 e 4.7).

Os valores dos  $\mathcal{E}$  para as curvas de parâmetros  $K_{NIP}$  e  $K_N$ , encontram-se nas Tabelas 4.2 e 4.3, respectivamente.

---

#### 4.4.2 SINT02

Apresentamos agora outro exemplo com dados sintéticos. A Figura 4.9 mostra um modelo acústico que chamaremos SINT02, composto por quatro camadas homogêneas separadas por interfaces curvas. Ao igual que como o SINT01, baseado no SINT02 foram gerados dados de cobertura múltipla como reflexões primárias. O conjunto de dados consiste em 200 seções de fonte comum, cada uma com 60 receptores separados 50m um de outro, como mostrado na Figura 2.9. A Figura 4.10 mostra uma seção CMP típica do SINT02.

A estimativa inicial dos parâmetros CRS, para os dados de cobertura múltipla do SINT02, foi obtida segundo descrito no capítulo anterior. As Tabelas 4.4, 4.5 e 4.6 mostram os  $\mathcal{E}$  para cada parâmetro CRS e cada refletor do SINT02.

### 4.5 Comentário

Observe que ainda que a maioria das vezes os métodos que usam derivadas (Newton e BFGS) fornecem melhores resultados que o Nelder-Mead, nem sempre os parâmetros otimizados melho-

Tabela 4.1: Valores do  $\mathcal{E}$  para as curvas do ângulo de emergência do SINT01.

| <b>Refletor</b> | <b>Inicial</b> | <b>Nelder-Mead</b> | <b>Newton</b> | <b>BFGS</b> |
|-----------------|----------------|--------------------|---------------|-------------|
| 1               | 0.30698        | 0.19617            | 0.19563       | 0.19580     |
| 2               | 0.26200        | 0.14740            | 0.14717       | 0.14732     |
| 3               | 0.30005        | 0.26201            | 0.26328       | 0.26337     |

Tabela 4.2: Valores do  $\mathcal{E}$  para as curvas da curvatura da onda NIP do SINT01.

| <b>Refletor</b> | <b>Inicial</b> | <b>Nelder-Mead</b> | <b>Newton</b> | <b>BFGS</b> |
|-----------------|----------------|--------------------|---------------|-------------|
| 1               | 0.11607        | 0.11371            | 0.10637       | 0.10638     |
| 2               | 0.09699        | 0.09702            | 0.09761       | 0.09760     |
| 3               | 0.05753        | 0.05749            | 0.05747       | 0.05741     |

Tabela 4.3: Valores do  $\mathcal{E}$  para as curvas da curvatura da onda N do SINT01.

| <b>Refletor</b> | <b>Inicial</b> | <b>Nelder-Mead</b> | <b>Newton</b> | <b>BFGS</b> |
|-----------------|----------------|--------------------|---------------|-------------|
| 1               | 0.02903        | 0.02588            | 0.02517       | 0.02523     |
| 2               | 0.04755        | 0.04637            | 0.04581       | 0.04600     |
| 3               | 0.52302        | 0.50175            | 0.50176       | 0.50177     |

Tabela 4.4: Valores do  $\mathcal{E}$  para as curvas do ângulo de emergência do SINT02.

| <b>Refletor</b> | <b>Inicial</b> | <b>Nelder-Mead</b> | <b>Newton</b> | <b>BFGS</b> |
|-----------------|----------------|--------------------|---------------|-------------|
| 1               | 0.17138        | 0.20216            | 0.17186       | 0.17197     |
| 2               | 0.18223        | 0.19767            | 0.19108       | 0.18498     |
| 3               | 0.25457        | 0.23350            | 0.24263       | 0.22913     |

Tabela 4.5: Valores do  $\mathcal{E}$  para as curvas da curvatura da onda NIP do SINT02.

| <b>Refletor</b> | <b>Inicial</b> | <b>Nelder-Mead</b> | <b>Newton</b> | <b>BFGS</b> |
|-----------------|----------------|--------------------|---------------|-------------|
| 1               | 0.23005        | 0.23920            | 0.22253       | 0.22485     |
| 2               | 0.42805        | 0.43400            | 0.63960       | 0.57535     |
| 3               | 0.27851        | 0.26265            | 0.24708       | 0.24586     |

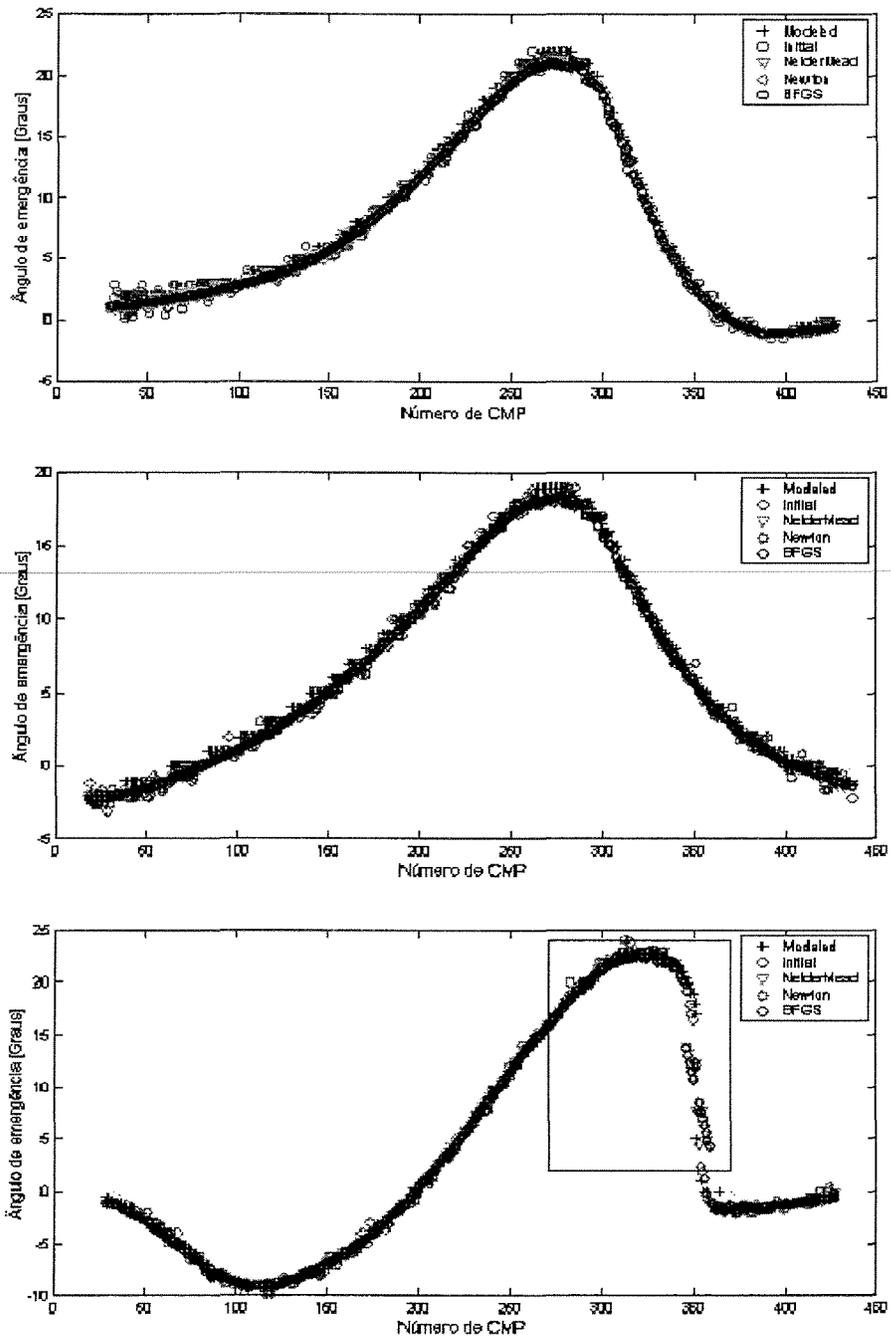


Figura 4.4: Valores do ângulo de emergência para os três refletores do SINT01. Primeiro refletor (superior), segundo refletor (médio) e terceiro refletor (inferior).

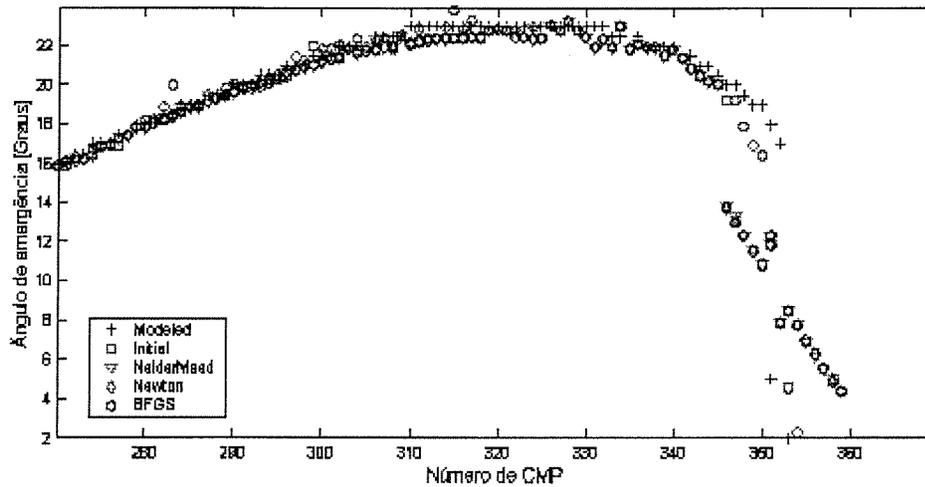


Figura 4.5: Ampliação de uma região da curva de ângulo de emergência para o terceiro refletor do SINT01.

ram com respeito ao parâmetro inicial ver Tabela 4.2 para o segundo refletor Tabela 4.4 para o primeiro e segundo refletor e Tabela 4.5 para o segundo refletor.

Finalmente, na Figura 4.11, apresentamos o gráfico dos valores iniciais e otimizado (versão Newton) para o ângulo de emergência. Nesta figura, podemos observar que um efeito interessante da otimização é suavizar os parâmetros. Isto pode ser de grande importância na hora de usar os parâmetros CRS para algum outro processo que não o do empilhamento, por exemplo na inversão do modelo de velocidades.

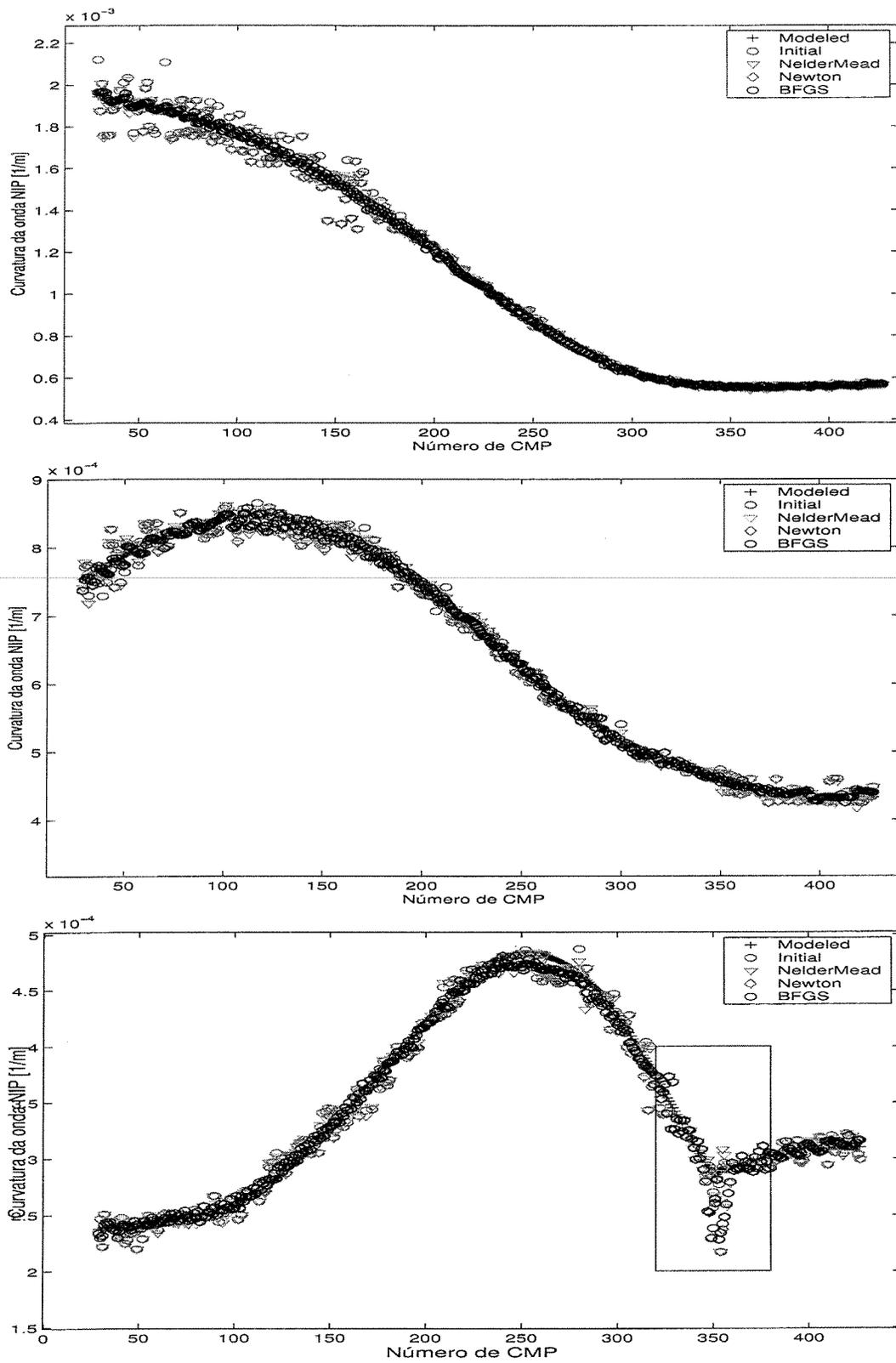


Figura 4.6: Valores da curvatura da onda NIP para os três refletores do SINT01. Primeiro refletor (superior), segundo refletor (médio) e terceiro refletor (inferior).

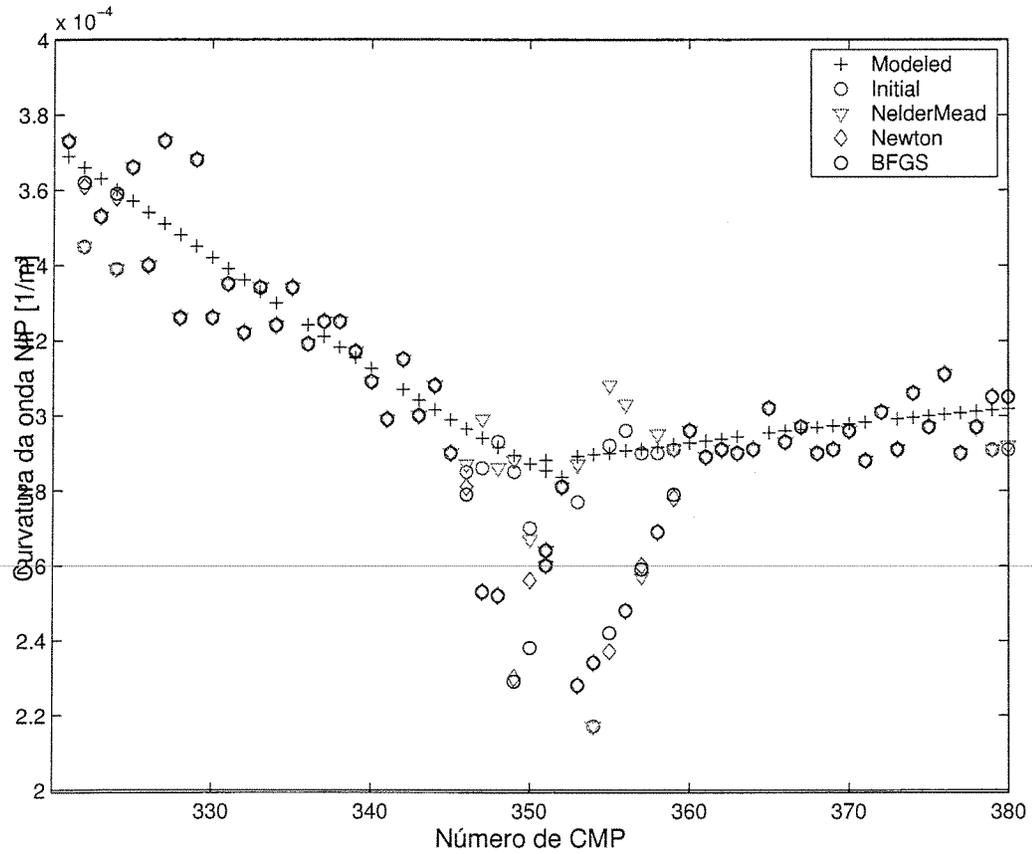


Figura 4.7: Ampliação de uma região na curva da curvatura da onda NIP para o terceiro refletor do SINT01.

Tabela 4.6: Valores do  $\mathcal{E}$  para as curvas da curvatura da onda N do SINT02.

| Refletor | Inicial | Nelder-Mead | Newton  | BFGS    |
|----------|---------|-------------|---------|---------|
| 1        | 0.37848 | 0.34333     | 0.31974 | 0.30768 |
| 2        | 0.68887 | 0.66835     | 0.66310 | 0.66568 |
| 3        | 0.71351 | 0.66676     | 0.63413 | 0.62286 |

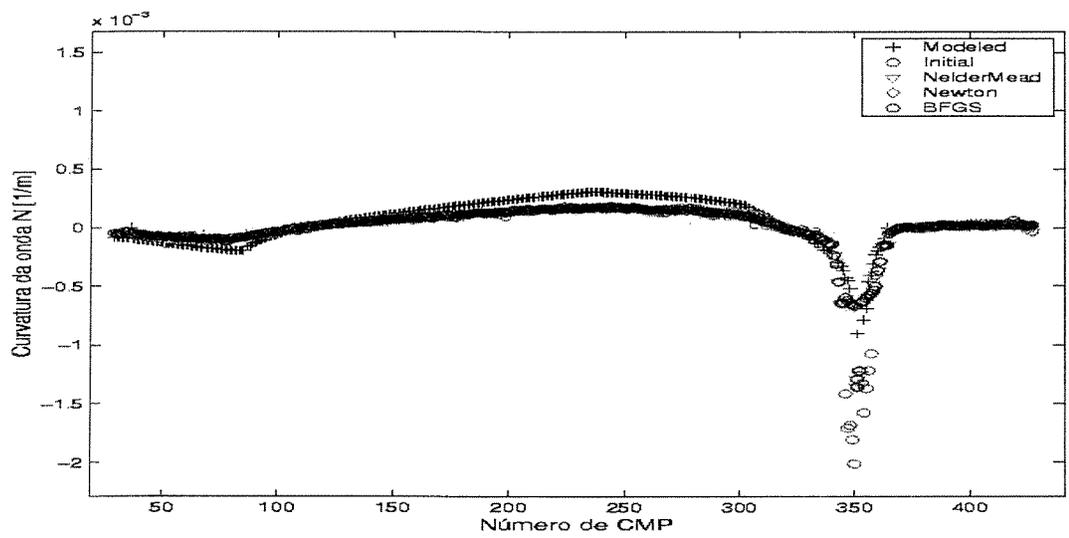
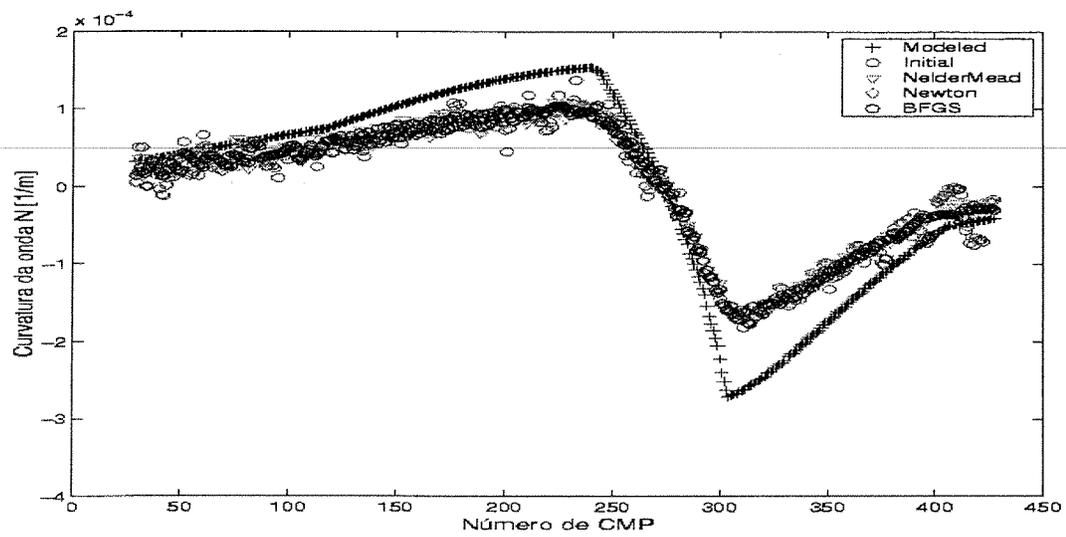
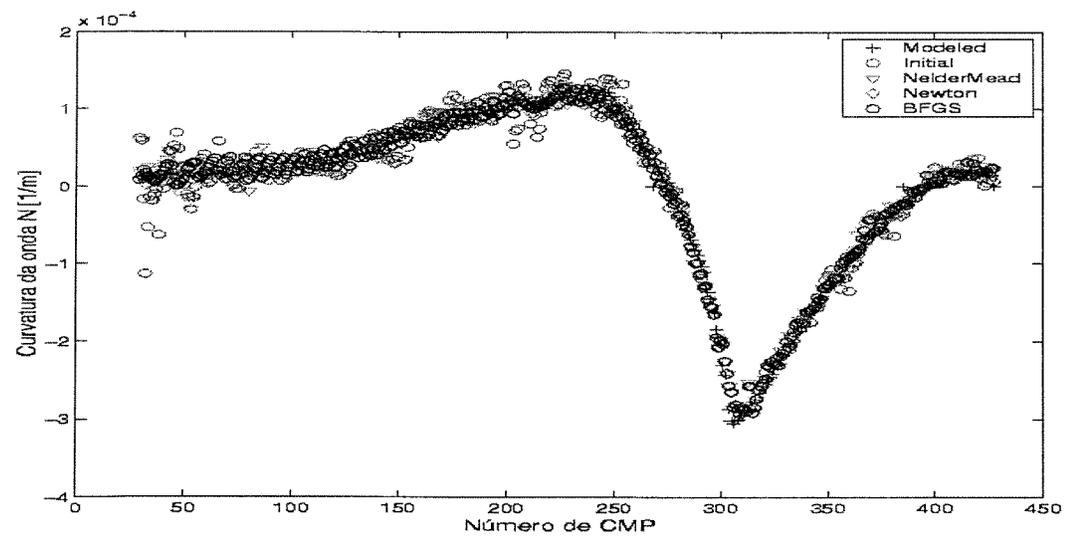


Figura 4.8: Valores da curvatura da onda N para os três refletores do SINT01. Primeiro refletor (superior), segundo refletor (médio) e terceiro refletor (inferior).

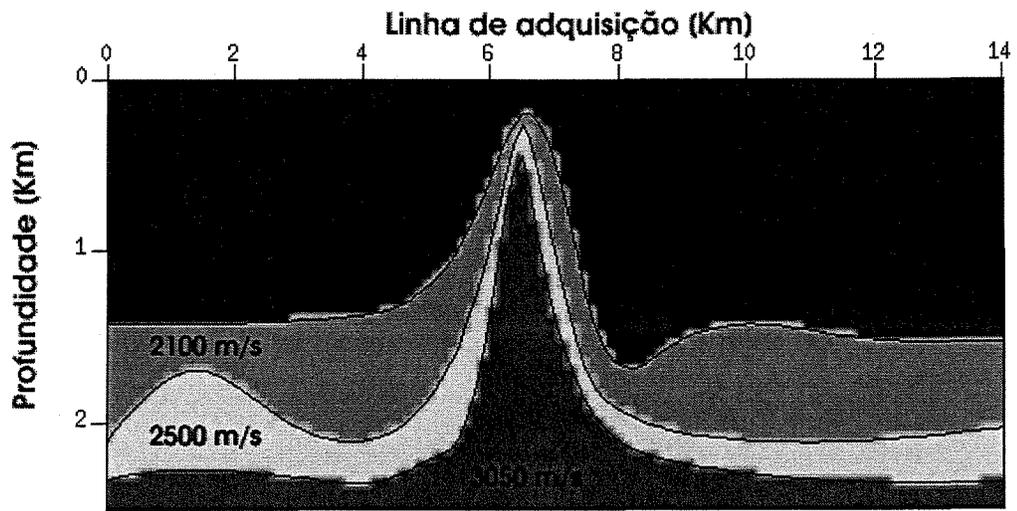


Figura 4.9: SINT02. Modelo acústico constituído por quatro camadas homogêneas separadas por interfaces curvas. A velocidade em cada camada é dada em m/s.

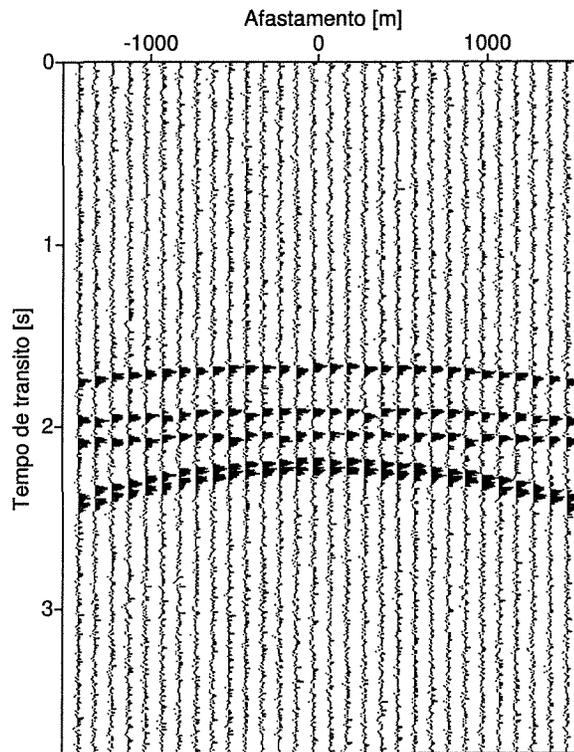


Figura 4.10: Seção CMP típica do SINT02.

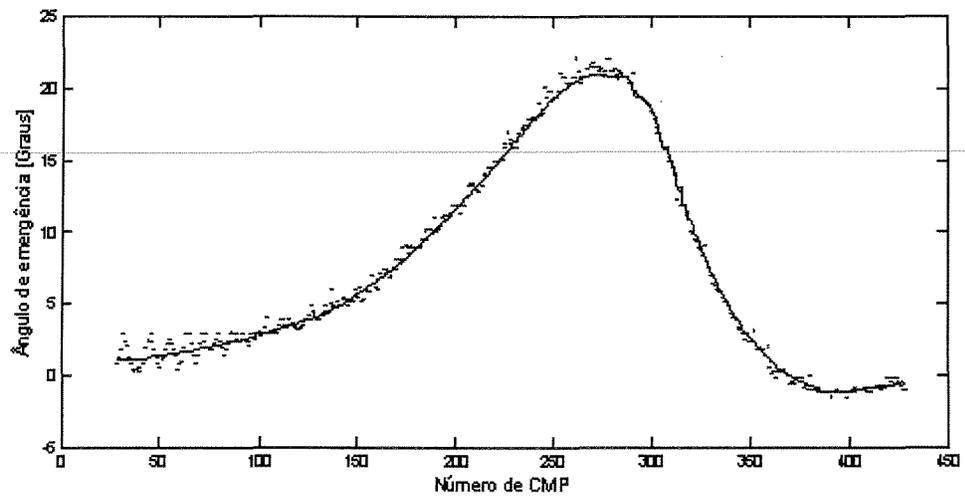


Figura 4.11: Ângulo de emergência para o primeiro refletor do SINT01. A linha contínua representa os valores otimizados. Os pontos representam os valores iniciais.

# Capítulo 5

## Exemplo de aplicação com dado real

Com o propósito de ilustrar a aplicação do empilhamento CRS, incluindo a seleção de aberturas e demais parâmetros do algoritmo, vamos aplicar o empilhamento CRS em uma linha sísmica marinha gentilmente cedida pela Agência Nacional do Petróleo (ANP).

### 5.1 Descrição dos dados e pré-processamento

A linha sísmica *111-0420* foi adquirida na bacia de Santos no ano de 1981. A Tabela 5.1 mostra os principais parâmetros da aquisição. A linha foi pré-processada usando o software comercial ProMAX<sup>1</sup>. O pré-processamento consistiu basicamente de uma reamostragem espacial para simular uma aquisição com comprimento de arranjo de receptores de 50m, reamostragem temporal de 4 ms, edição de traços ruidosos, remoção de *spikes*, aplicação de filtros passa bandas, deconvolução e correção de espalhamento geométrico. A Figura 5.1 mostra uma seção CMP típica do dado, na qual podemos observar uma série de curvas hiperbólicas coerentes acompanhadas de reflexões laterais perto do tempo 1.5 s. Os dados resultantes deste processo servem como entrada tanto para o empilhamento convencional NMO/DMO, quanto para o empilhamento CRS.

---

<sup>1</sup>Concedido ao LGC pela Landmark Graphics Corporation (*Strategic University Alliance Grant no. 2002-COM-014331*).

Tabela 5.1: Parâmetros de aquisição da linha sísmica 111-0420.

|                               |                  |
|-------------------------------|------------------|
| Tempo de gravação             | 6 s              |
| Intervalo de amostragem       | 2 ms             |
| Distância entre tiros         | 25 m             |
| Número de receptores por tiro | 96               |
| Distância entre receptores    | 25 m             |
| Intervalo de afastamento      | -2610 ... -260 m |
| Distância entre CMPs          | 12.5 m           |

Tabela 5.2: Parâmetros do subconjunto de dados usados para o empilhamento CRS. Apenas mudanças em relação à Tabela 5.1.

|                               |      |
|-------------------------------|------|
| Tempo de gravação             | 3 s  |
| Intervalo de amostragem       | 4 ms |
| Número de tiros               | 1597 |
| Número de receptores por tiro | 48   |
| Distância entre receptores    | 50 m |
| Número de seções CMP          | 1550 |

Na Figura 5.2, podemos observar a seção empilhada ZO resultante do empilhamento NMO/DMO. Nesta, podemos identificar falhas perto dos traços correspondentes aos CMPs 260,340,480,600 e 720. Perto dos 1.5 s, atravessando toda a seção, aparece um forte evento de reflexão. Finalmente, no canto inferior direita da seção encontra-se o embasamento.

## 5.2 Empilhamento CRS

Nesta seção, utilizamos a implementação do método de empilhamento CRS desenvolvida no Laboratório de Geofísica Computacional (LGC) da Universidade Estadual de Campinas, chamada de MultiSis. A base do MultiSis é a *Campinas Geophysics Library (CGL)*, uma biblioteca feita com a linguagem de programação C++ e desenvolvida visando facilitar a pesquisa de temas relacionados com o imageamento sísmico, entre eles, o empilhamento multiparamétrico. Na versão

atual, o MultiSis implementa o algoritmo de Müller-Mann (ver seção 3.4.1) para fazer a primeira estimativa dos parâmetros CRS e está equipado com diferentes opções de métodos de otimização e equações de tempo de trânsito.

Como resultado do processo de empilhamento CRS, obtemos uma série de seções e dados intermediários. Neste trabalho, nos concentraremos só nos resultados finais e em algumas seções intermediárias de interesse.

### 5.2.1 Seção empilhada inicial

A Tabela 5.3 mostra os parâmetros básicos usados no empilhamento inicial com o MultiSis. Para a busca do parâmetro combinado  $q$ , no empilhamento automático CMP, escolhemos uma faixa de velocidades NMO de 1500 m/s a 7000 m/s. O limite inferior é dado pela velocidade de propagação no mar, o superior, pela velocidade NMO máxima que esperamos achar na zona da aquisição. Na abertura na direção do afastamento, usamos toda a faixa disponível, como acontece no empilhamento NMO (ver Figura 5.3).

O resultado do primeiro empilhamento CRS é mostrado na Figura 5.4. Nesta, podemos observar eventos horizontais que não aparecem na seção empilhada ZO NMO/DMO, entre os CMPs 1300 e 1400 a  $t_0 \approx 1.5$  s. Fazendo uma análise de velocidades para uma seção CMP pertencente a esta faixa de CMPs, podemos concluir que, devido à máxima coerência ser registrada para uma velocidade maior do que a correta, perto do  $t_0 = 1.512$  s, o MultiSis está empilhando com a velocidade errada (ver Figura 5.5). Para corrigir este problema, basta restringir a velocidade NMO máxima permitida a uns 3100 m/s. Desta forma, para o mesmo  $t_0$ , a máxima coerência será registrada com a velocidade correta (que está perto dos 2520 m/s). O resultado do primeiro empilhamento, com esta restrição pode ser observado na Figura 5.6.

Para as buscas na seção ZO, temos que selecionar a abertura na direção do ponto médio

Tabela 5.3: Parâmetros de processamento usados como entrada ao MultiSis para obter a estimativa inicial dos parâmetros CRS e a seção empilhada inicial.

| Parâmetro                      | valor    |
|--------------------------------|----------|
| Vnmo min                       | 1500 m/s |
| Vnmo max                       | 7000 m/s |
| Mínima abertura no afastamento | 300 m    |
| Máxima abertura no afastamento | 2600 m   |
| Tempo da mínima abertura       | 0.5 s    |
| Tempo da máxima abertura       | 1.65 s   |
| Mínima abertura no CMP         | 1000 m   |
| Máxima abertura no CMP         | 1000 m   |
| Mínimo ângulo                  | -60 °    |
| Máximo ângulo                  | 60 °     |

(CMP). Nesta abertura, devemos considerar dois limites, o inferior corresponde à busca do ângulo de emergência e o superior à busca do  $K_N$ . Como já estudamos no Capítulo 3, a abertura para a estimação do ângulo de emergência deve ser suficientemente pequena para que a consideração de onda plana seja válida. Para o caso da linha 111-0420, escolhemos como limite superior uma abertura aproximada de 80 intervalos de seções CMP, que equivale a uns 1000 m. Na implementação atual, o limite inferior é derivado do superior multiplicando este por um fator de redução, que escolhemos ser de 0.3 neste caso.

### 5.2.2 Resultado final e comparação

Como resultado do empilhamento inicial CRS obtemos os parâmetros CRS que servem como ponto de partida para a otimização. Apesar dos parâmetros CRS mudarem após a otimização, estas mudanças quase não se refletem no empilhamento. Devido a este fato, nesta seção mostramos só o empilhamento produzido com os parâmetros otimizados com o método BFGS.

A Figura 5.7 mostra a seção empilhada final do CRS. Tanto uma interpretação em nível

geológico dos resultados quanto uma comparação geofísica profunda dos mesmos estão fora do escopo deste trabalho. Porém, distinguimos algumas diferenças com respeito a sua análoga NMO/DMO. A grande zona ao longo de toda a linha, entre 1.0 s e 1.5 s, na versão CRS apresenta menor quantidade de ruído aleatório, melhor continuidade dos eventos e menos reverberações. Tanto as estruturas mergulhantes à direita da seção ZO e após 1.5 s quanto o embasamento identificam-se mais facilmente na versão CRS. As falhas à esquerda da seção ZO, após 1.5 s, ficam melhor definidas na versão NMO. É possível que isto se deva à restrição imposta no CRS de que a  $v_{NMO}$  máxima seja 3100 m/s. Uma possível solução é empilhar entre os CMPs 1 ao 1000 com uma faixa maior de  $v_{NMO}$ . A versão CRS apresenta reverberações após 1.5 s. Isto se evidencia na Figura 5.8, obtida como subproduto da busca automática CMP. Nesta, podemos observar a alta velocidade que caracteriza o evento forte em 1.5 s, e após este, o padrão se repete, causando as reverberações.

---

Ainda na mesma Figura 5.8, podemos observar que o campo de velocidades NMO está em concordância com as falhas presentes na seção ZO. Na mesma figura, observamos que o campo de velocidades é rico em detalhes comparado com o que comumente é obtido da análise de velocidades NMO porém, há muito mais ruído. Isto é devido a que, no processo de empilhamento CRS, a busca da velocidade NMO é feita amostra por amostra. Portanto, a velocidade NMO nos pontos da seção ZO correspondentes à amostras sem sinal, terá valores aleatórios dentro dos limites permitidos para variação da velocidade NMO. Uma forma interessante de eliminar o efeito do ruído na seção de velocidades NMO obtida no empilhamento CRS consiste em desenhar um filtro baseado no valor da coerência onde valores no campo de velocidades NMO abaixo de um limite pre-definido sejam eliminados. Um exemplo do procedimento de desenho e aplicação do filtro em dados reais é descrito em Perroud and Tygel (2003).

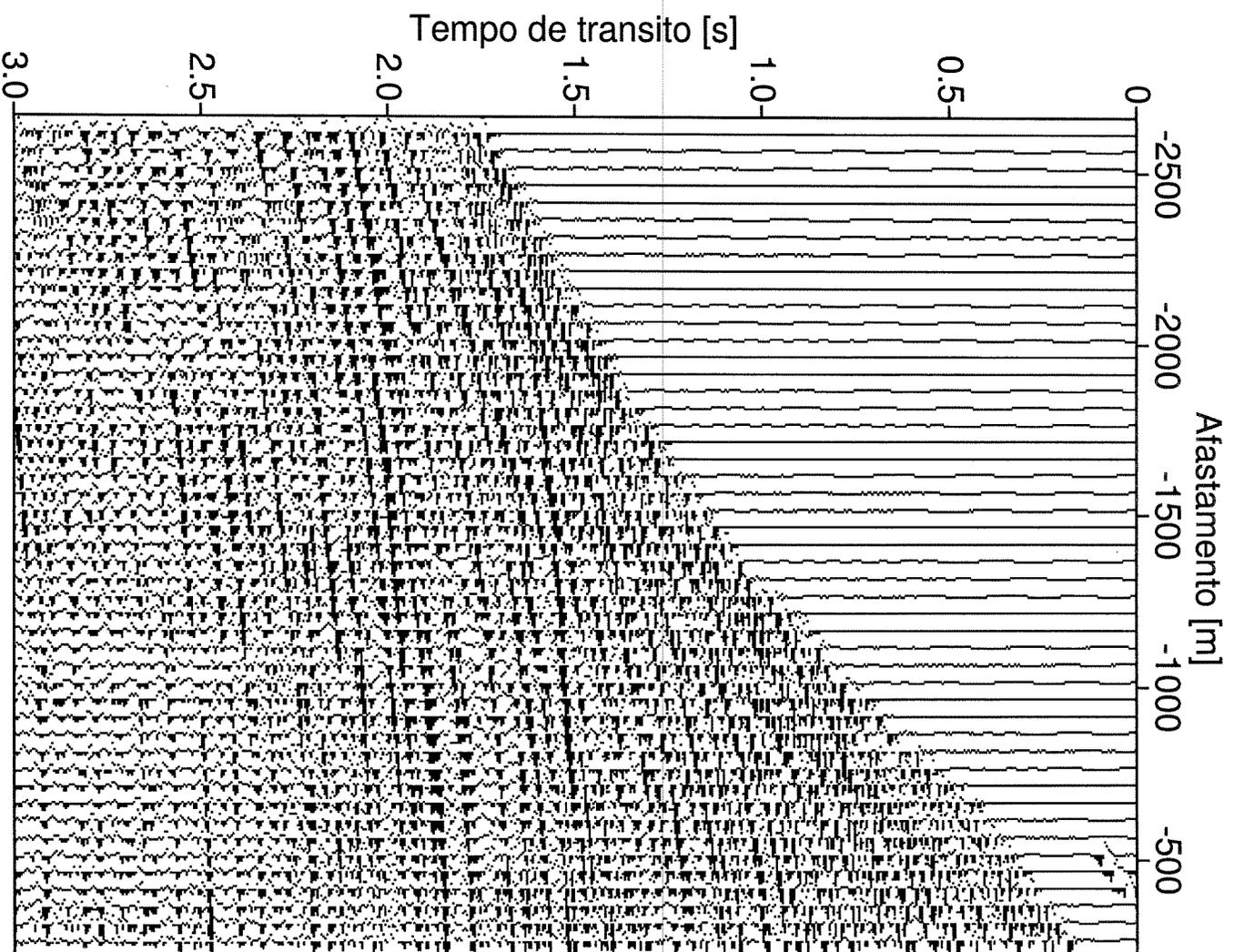


Figura 5.1: Seção CMP típica da linha 111-0420.

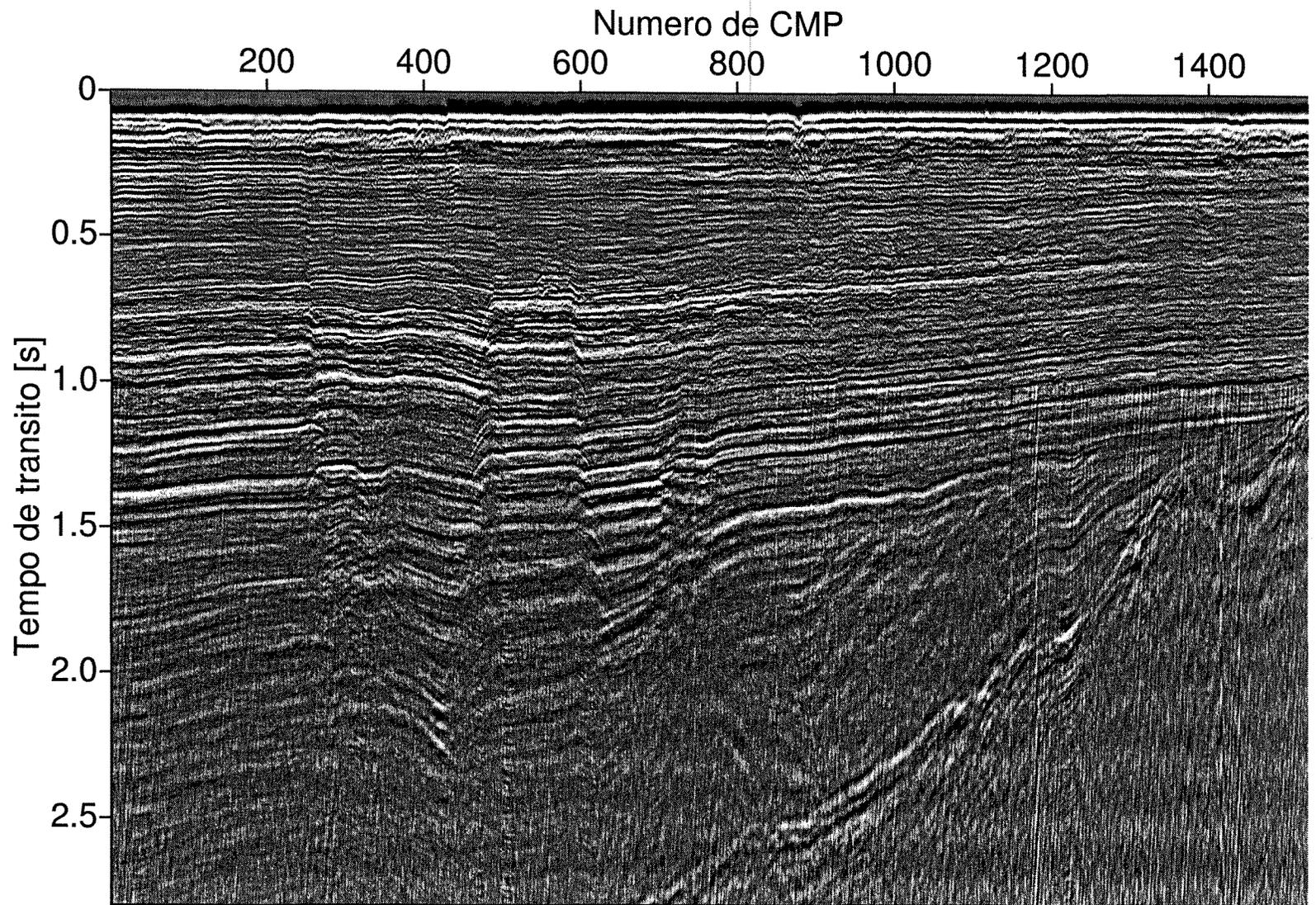


Figura 5.2: Seção empilhada ZO da linha 111-0420, versão NMO/DMO.

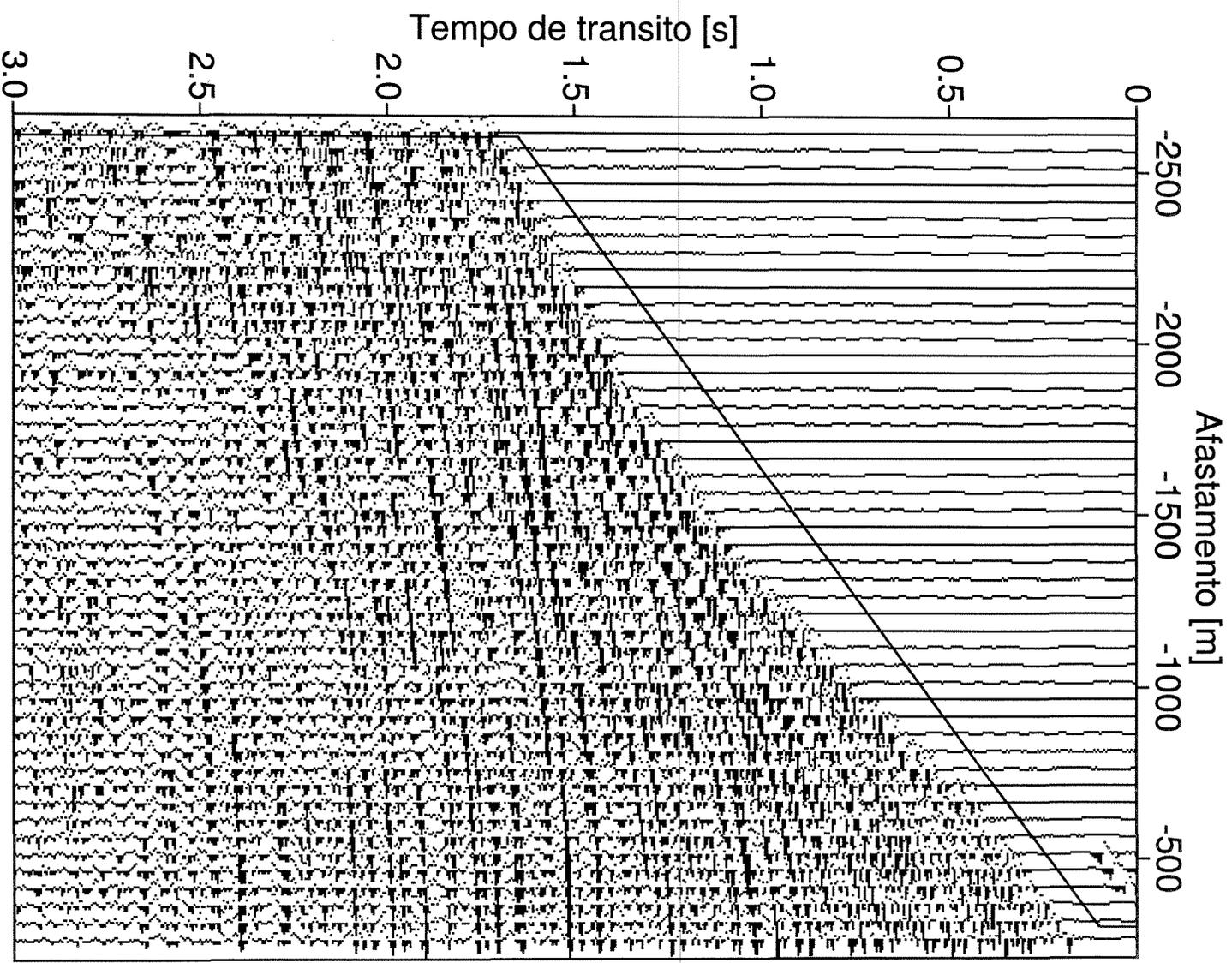


Figura 5.3: Seleção da abertura na direção do afastamento.

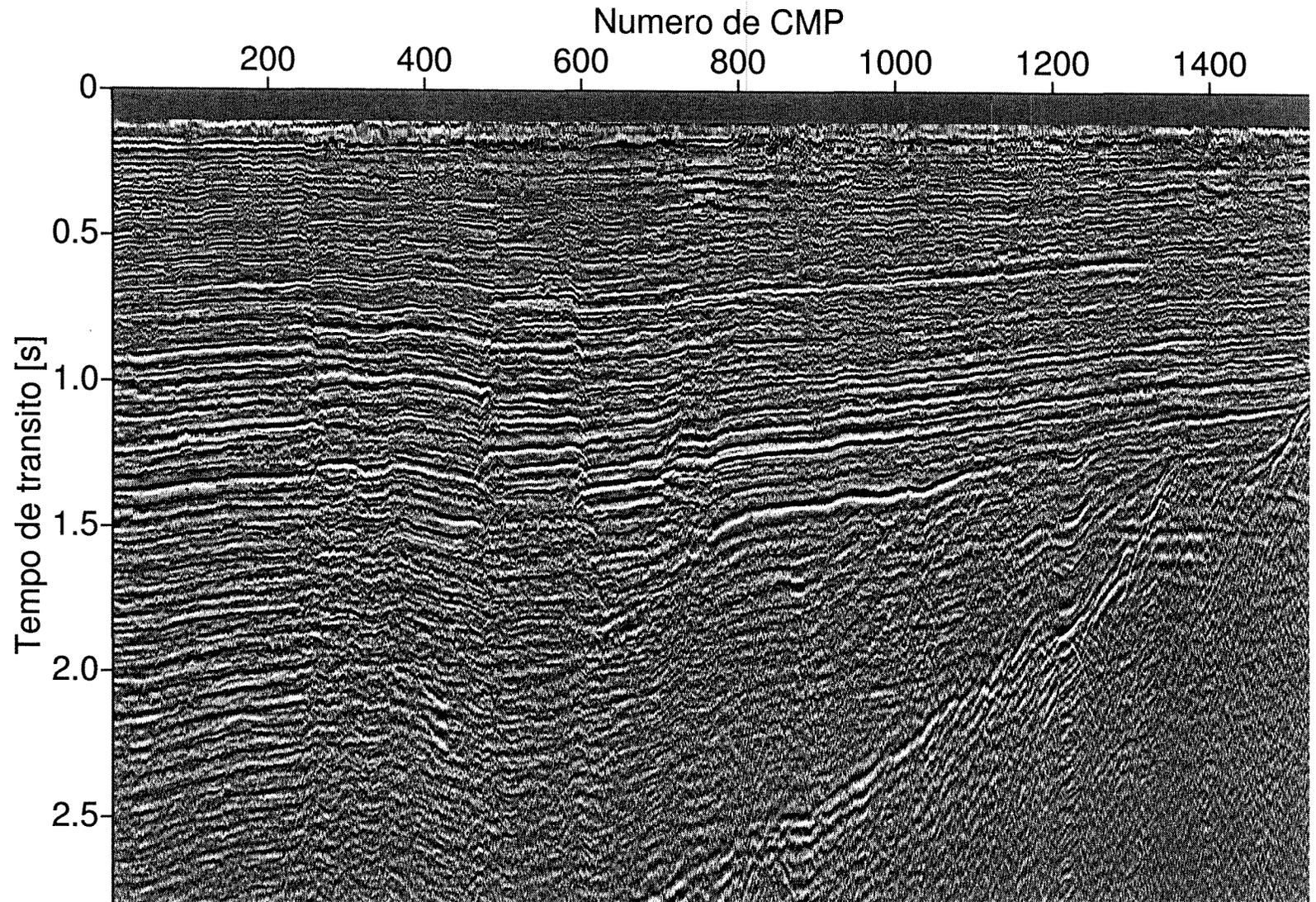
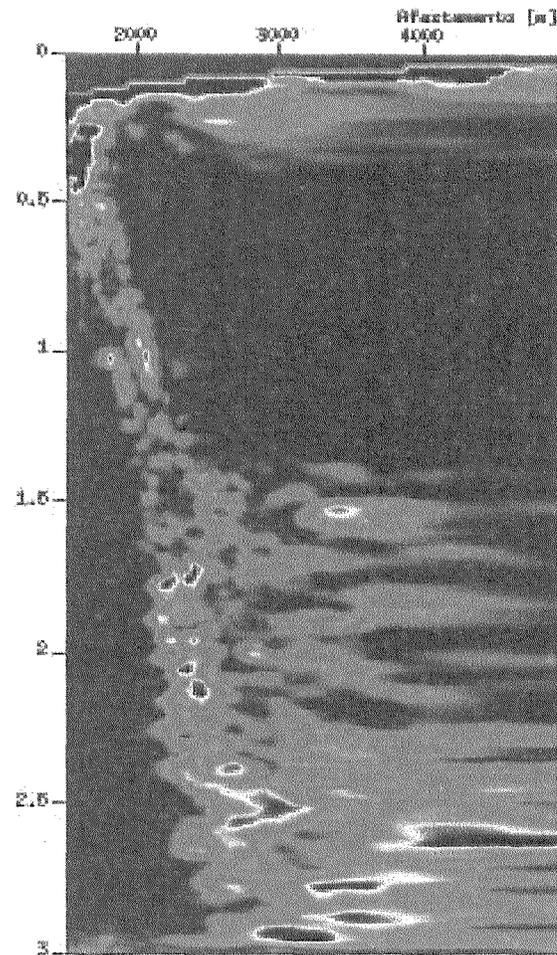
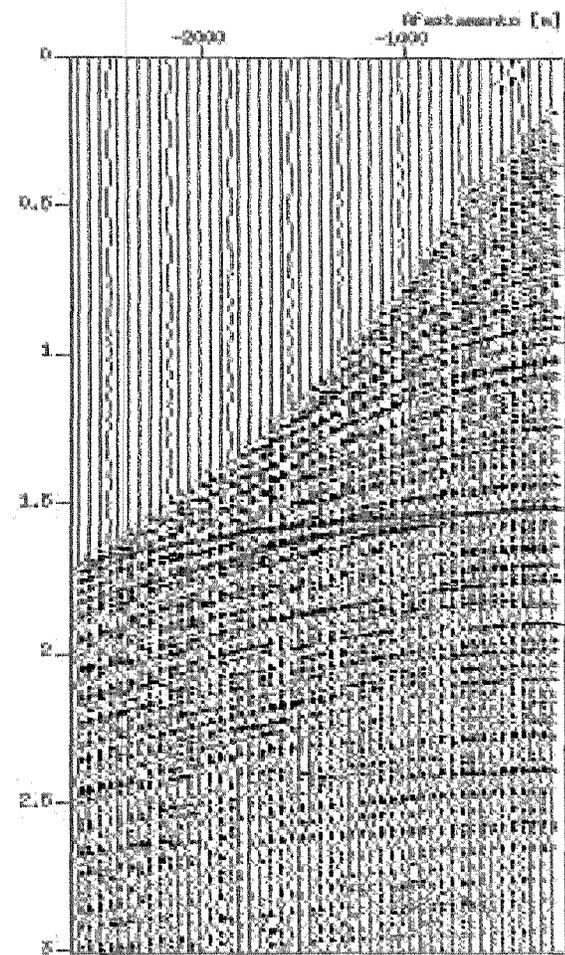


Figura 5.4: Seção empilhada ZO da linha 111-0420. Produzida pelo chamado empilhamento automático CMP.



(a)



(b)

Figura 5.5: Análise de velocidades para o CMP 1320. À esquerda, o diagrama de semblance para o CMP sob consideração. Observe que a região de alta coerência perto de  $t_0=1.5$  s corresponde a  $v_{NMO} \approx 3400$  m/s e possivelmente seja uma reflexão lateral. A direita o CMP sob consideração. Em vermelho, a curva de tempo de trânsito correspondente a  $v_{NMO}=3400$  m/s. Em azul, a curva correspondente a  $v_{NMO}=2520$  m/s.

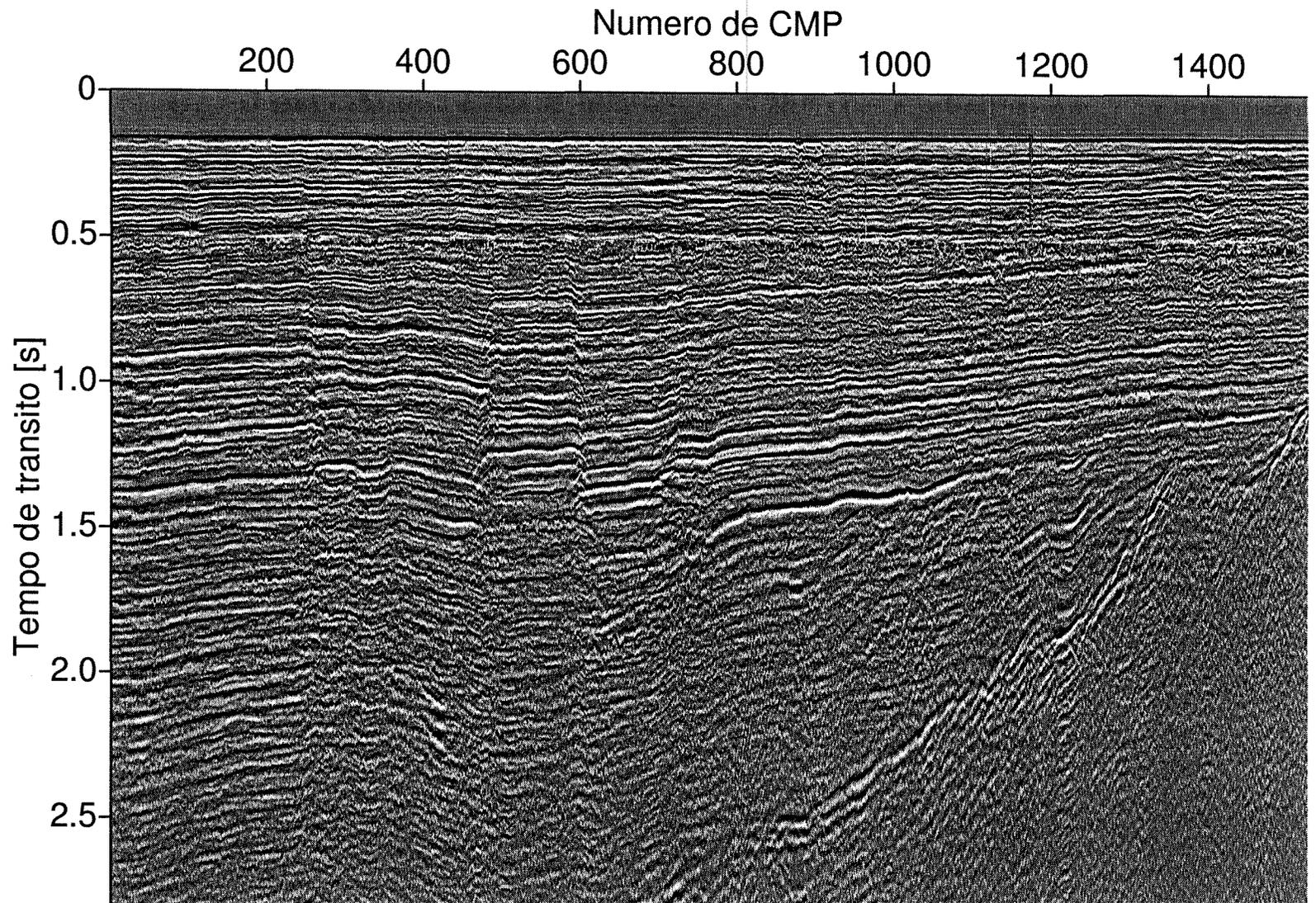


Figura 5.6: Seção empilhada ZO da linha 111-0420. Versão corrigida da Figura 5.4. Observe que os eventos horizontais entre os CMP 1300-



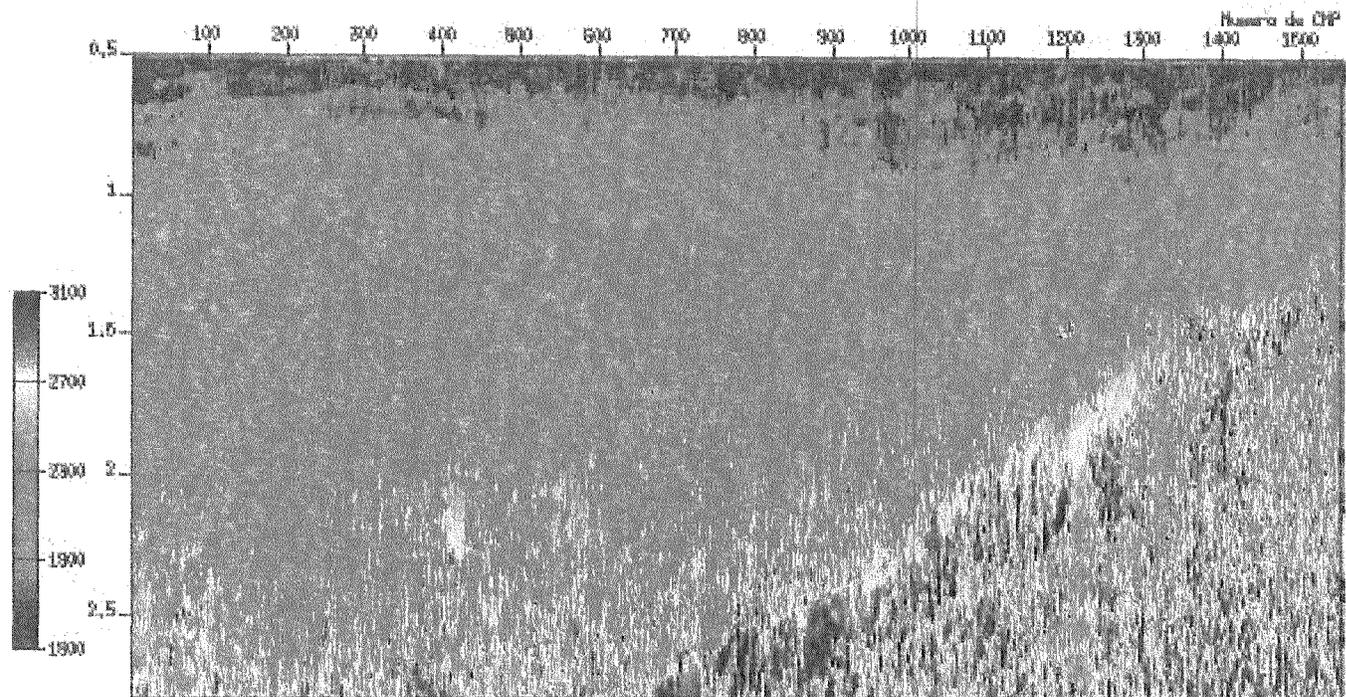


Figura 5.8: Campo de velocidades NMO produzido pelo empilhamento automático CMP do CRS.

# Capítulo 6

## Conclusões

Neste trabalho, foram considerados os métodos de empilhamento tradicional NMO e o método CRS, ambos na situação 2D. Isto significa que fontes e receptores pertencem a uma única linha sísmica e que a propagação das ondas sísmicas pode ser considerada totalmente contida num plano vertical abaixo da referida linha.

O empilhamento NMO utiliza uma equação de tempo de trânsito cujo único parâmetro é a chamada velocidade NMO, denotada por  $v_{NMO}$ . Esta velocidade é uma espécie de média da velocidade ao longo de um raio normal de referência. A velocidade  $v_{NMO}$  é definida para uma meio multicamadas de velocidades não homogêneas arbitrárias, separadas por interfaces com curvaturas também arbitrárias. A velocidade  $v_{NMO}$  se relaciona com o ângulo de emergência do raio normal e com a curvatura de uma frente de onda hipotética, NIP. Esta relação, embora não seja muito útil no processamento, é muito interessante na inversão do modelo de velocidades, já que contém mais informações do meio.

O empilhamento CRS está baseado em uma equação multiparamétrica de tempo de trânsito, que, no presente caso 2D, depende de três parâmetros (a saber, os raios de curvatura das frentes de onda NIP e N, e o ângulo de emergência do raio normal de referência). Diferentemente da equação de tempo de trânsito NMO, onde o raio normal de referência está no ponto médio entre os pares fonte-receptor, na equação de tempo de trânsito CRS não se faz restrição alguma sobre a posição do raio normal de referência. Este, embora fixo, pode estar em qualquer ponto  $X_0$  com

coordenadas de ponto médio e afastamento  $(x_0, h)$ .

Neste trabalho, consideramos a forma mais simples de tempo de trânsito, a qual considera que a linha sísmica é horizontal (isto é, não apresenta efeitos topográficos ou estes foram corrigidos por adequado pré-processamento). Além disso, desconsideramos também os efeitos de gradiente de velocidade na vizinhança de cada ponto central.

Sob estas considerações, vimos que em uma seqüência de empilhamento CRS, o único parâmetro do meio necessário é a velocidade superficial em cada ponto central (isto é, em cada ponto onde se fará o empilhamento). Independentemente do valor selecionado para a velocidade superficial, o algoritmo de extração de parâmetros CRS irá estimar os correspondentes parâmetros que maximizam a coerência. Entretanto, o valor dos parâmetros é sensível ao valor da velocidade superficial, como foi evidenciado para o ângulo de emergência através de um exemplo. Embora o valor dos parâmetros CRS dependa da escolha correta da velocidade superficial, se o objetivo for apenas a obtenção de uma seção empilhada, o processador não deve se preocupar muito pelo valor da velocidade superficial.

Estudamos três algoritmos para extração de parâmetros CRS disponíveis na literatura. Estes encaixam-se em um algoritmo padrão de dois passos. O primeiro é uma busca global dos parâmetros CRS, o segundo, um refinamento ou otimização local dos parâmetros. O ponto de partida da otimização local são os parâmetros obtidos no primeiro passo do algoritmo padrão. Comparamos três métodos de otimização local aplicados ao refinamento dos parâmetros CRS. Consideramos interessante a comparação dos métodos de otimização local em termos de eventos de reflexão e não em um ponto isolado. Ou seja, a aproximação dos parâmetros otimizados ao ponto ótimo é medida a partir dos parâmetros modelados e simulados ao longo da curva teórica de tempo de trânsito, tomando como medida o erro quadrático médio. Embora os resultados indiquem que o método que melhor aproxima os parâmetros é o de Newton, seguido por BFGS, nem sempre a otimização aproxima mais os pontos iniciais ao ponto ótimo. Ademais, toda vez que isto aconteceu, o método de Nelder-Mead forneceu os melhores resultados. Em geral, a otimização suaviza os parâmetros CRS. Assim sendo, esta se constitui um procedimento necessário quando os parâmetros são re-

queridos, por exemplo na inversão do modelo de velocidades. Em situações de dados reais, em particular no caso geral 3D, onde o número de parâmetros salta para 8, o empilhamento CRS irá demandar grande esforço computacional. Uma importante área de estudo consiste no desenvolvimento de métodos e estratégias, como por exemplo computação paralela, que torne viável e operacional a realização do empilhamento CRS nas situações mais gerais.

Finalmente, aplicamos empilhamento CRS a um dado marinho. Os resultados obtidos são encorajadores, confirmando que o empilhamento CRS aplicado em dados reais pode fornecer melhores resultados que o tradicional empilhamento NMO. Embora o único parâmetro do meio exigido pelo método CRS é a velocidade superficial, o conhecimento e manipulação de outros parâmetros do algoritmo pode certamente contribuir para melhorar o resultado final. Um subproduto interessante do processo de empilhamento CRS é a seção de velocidades NMO. Esta constitui uma ferramenta muito útil na interpretação dos resultados obtidos. Embora o empilhamento CRS seja um método automático, às vezes se faz necessária a avaliação de etapas intermediárias do processo para atualização dos parâmetros de entrada e melhorar o resultado final. A implementação atual do empilhamento CRS trabalha com uma equação de tempo de trânsito que supõe implicitamente que a superfície de aquisição é plana, além disso, o único critério para empilhar é a maximização da coerência dos dados ao longo das superfícies dos tempos de trânsito. Portanto, o pré-processamento dos dados deve incluir correções estáticas e remoção de ruídos coerentes do sinal.

# Referências

- Birgin, E., Biloti, R., Tygel, M., and Santos, L., 1999, Restricted optimization as a clue to fast and accurate implementation of the common reflection surface stack method: *J. Appl. Geoph.*, **42**, 143–155.
- Carmo, L., and Garabito, G., 2003, Métodos de otimização global aplicados na busca dos parâmetros src-2d: 8th Internat. Congress of the Brazilian Geophysical Society.
- de Bazelaire, E., 1988, Normal moveout revisited - inhomogeneous media and curved interfaces: *Geophysics*, **53**, no. 2, 143–157.
- Garabito, G., 2001, Empilhamento de superfícies de reflexão comum: Uma nova seqüência de processamento usando otimização global e local: Ph.D. thesis, Universidade Federal do Pará, Brazil.
- Gelchinsky, B., Berkovitch, A., and Keydar, S., 1999, Multifocusing homeomorphic imaging: Part i: basic concepts and formulas: *Journal of applied geophysics*, **42**, no. 3-4, 229–242.
- Hubral, P., and Krey, T., 1980, Interval velocities from seismic reflection time measurements: Society of exploration geophysicists.
- Hubral, P., 1999, Macro-model independent seismic reflection imaging: *J. Appl. Geoph.*, **42**, 137–148.
- Jäger, R., 1999, The common reflection surface stack, theory and application: Master's thesis, Universität Karlsruhe, Germany.

- Mann, J., 2002, Extensions and application of the common reflection surface stack method: Ph.D. thesis, Universität Karlsruhe, Germany.
- Martinez, J., and Santos, S., 1995, Métodos computacionais de otimização: Departamento de matemática aplicada, IMECC-UNICAMP.
- Martínez, J., and Santos, S., 1995, Métodos computacionais de otimização: Departamento de matemática aplicada, UNICAMP.
- Müller, J., 1999, The common reflection surface stack method - seismic imaging without explicit knowledge of the velocity model: Ph.D. thesis, Universität Karlsruhe, Germany.
- Neidel, N., and Taner, M., 1971, Semblance and other coherency measures for multichannel data: *Geophysics*, **36**, 482–497.
- Perroud, H., and Tygel, M., 2003, Velocity estimation by the crs method: A gpr real data example:, Submetido para publicação em *Geophysics*.
- Press, W., Teukolsky, S., Vetterling, W., and Flannery, B., 1997, *Numerical recipes in c*, second edition: Cambridge University Press.
- Schleicher, J., Tygel, M., and Hubral, P., 2003, Seismic true-amplitude imaging:, em preparação.
- Shah, P., 1973, Use of wavefront curvature to relate seismic data with subsurface parameters: *Geophysics*, **38**, no. 5, 812–825.
- Tygel, M., Müller, T., Hubral, P., and Schleicher, J., 1997, Eigenwave base multiparameter travel-time expansion: 67th Annual Internat. Mtg. Soc. Expl. Geophys., 1770–1773.
- Yilmaz, O., 1997, *Seismic data processing*: Society of Exploration Geophysicists.

# Apêndice A

## Programas usados

Neste trabalho, utilizamos vários softwares disponíveis na internet tanto comerciais quanto livres. Outros foram desenvolvidos e implementados em C/C++. Ressaltamos que, todo o trabalho foi desenvolvido sob o sistema operacional GNU/Linux. Abaixo relacionamos os programas dignos de menção (em ordem alfabética):

**CGL:** Biblioteca para geração de programas centrados no método CRS. A CGL facilita o cálculo de gradientes e hessianas da função semblance ou quaisquer função usada como medida da coerência. Foi desenvolvida durante este trabalho por Walter Mascarenhas (walter@geocad.com.br), usando Microsoft Visual C++.

**GIMP:** Programa para manuseio de imagens. Normalmente incluído nas distribuições de Linux. Pode ser obtido em <http://www.gimp.org>

**GNU Octave:** Sistema de computação numérica de alto nível, similar ao MATLAB. Distribuído livremente sob licença da GPL. Normalmente está incluído nas distribuições de Linux, mas pode ser obtido em <http://www.che.wisc.edu/octave>

**InterSis:** Interface gráfica para modelamento sísmico. Desenvolvida no Laboratório de Geofísica Computacional da UNICAMP como dissertação de mestrado de Andrés E. Calle Ochoa.

**MATLAB:** Sistema de computação numérica de alto nível. Desenvolvido pela MathWorks. Consulte <http://www.mathworks.com>

**MultiSis:** Programa para o cálculo dos parâmetros CRS. O MultiSis usa a mesma estratégia de Müller (1999) e Mann (2002) para a estimativa inicial dos parâmetros CRS, mas está equipado com três métodos de otimização local.

**Seis88:** Traçador de raios em meios elásticos 2D e 2.5D, desenvolvido no Departamento de Geofísica da Charles University, na República Checa. Pode ser baixado em <http://seis.karlov.mff.cuni.cz/software/seis>

**Seismic Unix (SU):** Pacote de processamento sísmico, de livre distribuição, desenvolvido no Center for the Wave Phenomena da Colorado School of Mines, Estados Unidos. Pode ser obtido em <ftp://ftp.cwp.mines.edu>

**XFig:** Programa para gerar gráficos e figuras sob o X11. Normalmente está incluído nas distribuições de Linux.

---

# Apêndice B

## Nelder-Mead (Down-Hill Simplex)

Um *Simplex* em  $\mathbb{R}^N$  é um políedro convexo com  $N + 1$  vértices. Em duas dimensões, o *Simplex* é um triângulo. Em três dimensões, o *Simplex* é um tetraedro, não necessariamente regular.

O método de Nelder-Mead é inicializado com  $N + 1$  pontos que definem o simplex inicial. Partindo de um ponto inicial  $\mathbf{x}^0$  correspondente a um dos vértices do simplex, os outros  $n$  vértices são gerados fazendo uma perturbação do ponto inicial do tipo

$$\mathbf{x}_j^0 = \mathbf{x}^0 + \delta_j \quad , j = 1, 2, \dots, N \quad (\text{B.1})$$

onde  $\mathbf{x}_j^0$  é o vértice  $j$  do simplex inicial e  $\delta_j$  é a perturbação do vértice  $j$ .

No algoritmo, os vértices são ordenados conforme ao valor da função objetivo

$$f(\mathbf{x}_1) \leq f(\mathbf{x}_2) \leq \dots \leq f(\mathbf{x}_{N+1}). \quad (\text{B.2})$$

O vértice  $\mathbf{x}_1$ , que tem o menor valor da função objetivo, é chamado o melhor vértice e  $\mathbf{x}_{N+1}$ , com o maior valor da função objetivo, o pior vértice do Simplex. O algoritmo tenta substituir o

pior vértice  $\mathbf{x}_{N+1}$  com um novo vértice do tipo

$$\mathbf{x}(\mu) = (1 + \mu)\bar{\mathbf{x}} - \mu\mathbf{x}_{N+1}, \quad (\text{B.3})$$

onde  $\bar{\mathbf{x}}$  é o centróide do simplex, eliminando  $\mathbf{x}_{N+1}$ , isto é

$$\bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{x}_i. \quad (\text{B.4})$$

O valor de  $\mu$  é escolhido de entre os valores <sup>1</sup>

$$-1 < \mu_{ic} < 0 < \mu_{oc} < \mu_r < \mu_e, \quad (\text{B.5})$$

seguindo as regras descritas no seguinte algorithmo:

Seja  $fcount$  o número de avaliações da função objetivo,  $kmax$  o número máximo permitido de avaliações da função objetivo e  $\tau$  a diferença máxima aceita entre o maior e o menor valor da função objetivo para parar o algoritmo.

1. Avaliar  $f$  em cada vértice do Simplex e ordená-los segundo (B.2).
2.  $fcount = N + 1$ .
3. Se  $f(\mathbf{x}_{N+1}) - f(\mathbf{x}_1) > \tau$ ,
  - (a) Avaliar o centróide  $\bar{\mathbf{x}}$  (B.4),  $\mathbf{x}(\mu_r)$  (B.3) e  $f_r = f(\mathbf{x}(\mu_r))$ .  $fcount = fcount + 1$ .
  - (b) **Reflexão:** se  $fcount = kmax$ , então terminar. Caso contrário, se  $f(\mathbf{x}_1) \leq f_r < f(\mathbf{x}_N)$ , substituir  $\mathbf{x}_{N+1}$  por  $\mathbf{x}(\mu_r)$  e ir para o Passo 3(g).

---

<sup>1</sup>Um conjunto típico de valores de  $\mu$  é  $\mu_r = 1, \mu_e = 2, \mu_{oc} = 1/2$  e  $\mu_{ic} = -1/2$ .

- (c) **Expansão:** se  $f_{count} = kmax$ , então terminar. Caso contrário, se  $f_r < f(\mathbf{x}_1)$ , avaliar  $f_e = f(\mathbf{x}(\mu_e))$ .  $f_{count} = f_{count} + 1$ . Se  $f_e < f_r$ , substituir  $\mathbf{x}_{N+1}$  por  $\mathbf{x}(\mu_e)$ ; caso contrário substituir  $\mathbf{x}_{N+1}$  por  $\mathbf{x}(\mu_r)$ . Ir para o Passo 3(g).
- (d) **Reflexão e Contração:** se  $f_{count} = kmax$ , então terminar. Caso contrário, se  $f(\mathbf{x}_N) \leq f_r < f(\mathbf{x}_{N+1})$ , avaliar  $f_c = f(\mathbf{x}(\mu_{oc}))$ .  $f_{count} = f_{count} + 1$ . Se  $f_c \leq f_r$  substituir  $\mathbf{x}_{N+1}$  por  $\mathbf{x}(\mu_{oc})$ . Ir para o Passo 3(g).
- (e) **Contração:** se  $f_{count} = kmax$ , então terminar. Caso contrário, se  $f_r \geq f(\mathbf{x}_{N+1})$ , avaliar  $f_c = f(\mathbf{x}(\mu_{ic}))$ .  $f_{count} = f_{count} + 1$ . Se  $f_c < f(\mathbf{x}_{N+1})$ , substituir  $\mathbf{x}_{N+1}$  por  $\mathbf{x}(\mu_{ic})$ . Ir para o Passo 3(g).
- (f) **Múltipla contração:** se  $f_{count} \geq kmax - N$ , então terminar. Caso contrário, para  $i = 2, \dots, N + 1$ , faça  $\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_1 - 0.5(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_1)$ .
- 
- (g) **Ordenamento:** Ordenar os vértices do Simplex segundo (B.2) e ir para o Passo 3(a).

A Figura B.1 mostra graficamente as possíveis operações do método para um caso em  $\mathfrak{R}^3$ .

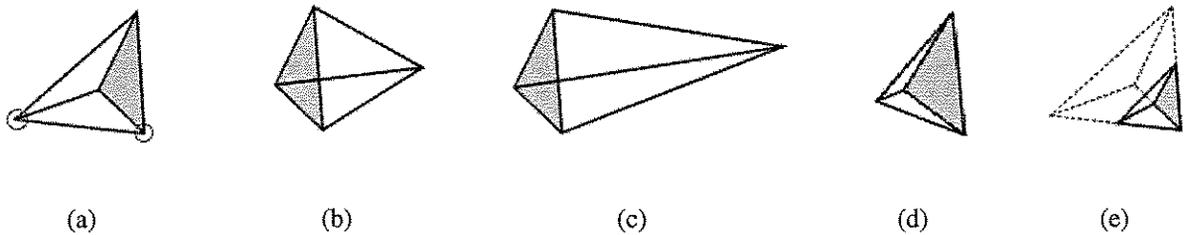


Figura B.1: Operações do método em  $\mathfrak{R}^3$ : (a) Simplex inicial. Os vértices com máximo e mínimo valor da função objetivo estão indicados com círculos verde e vermelho, respectivamente; (b) Reflexão; (c) Reflexão e expansão; (d) Contração; (e) Múltipla contração.

# Apêndice C

## Método de Newton

Se uma função  $f$  for duas vezes diferenciável, na vizinhança de um ponto  $\mathbf{x}^k$ , podemos aproximar  $f$  por sua aproximação quadrática

$$q(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}^k) + \nabla f(\mathbf{x}^k)^T(\mathbf{x} - \mathbf{x}^k) + \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^k)^T \mathbf{H}(\mathbf{x}^k)(\mathbf{x} - \mathbf{x}^k), \quad (\text{C.1})$$

onde  $\nabla f(\mathbf{x}^k)$  e  $\mathbf{H}(\mathbf{x}^k)$  representam, respectivamente, o gradiente e a matrix Hessiana de  $f$  em  $\mathbf{x}^k$ . Uma condição necessária na determinação do mínimo da aproximação quadrática (C.1) é que  $\nabla q(\mathbf{x}) = 0$ , o que produz a seguinte iteração para aproximar o mínimo de  $f$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(\mathbf{x}^k)\delta^k &= -\nabla f(\mathbf{x}^k), \\ \mathbf{x}^{k+1} &= \mathbf{x}^k + \delta^k. \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

A fórmula anterior é o método de Newton aplicado á solução do sistema não-linear de equações

$$\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_i} = 0. \quad (\text{C.3})$$

Comparando (C.3) com o algoritmo padrão (ver seção 4.3) podemos tomar no método de Newton a direção de descida dada pela solução do sistema linear

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}^k)\mathbf{d}^k = -\nabla f(\mathbf{x}^k), \quad (\text{C.4})$$

e em seguida aplicamos uma busca linear para encontrar o tamanho do passo,

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \lambda\mathbf{d}^k, \quad (\text{C.5})$$

---

onde  $\lambda$  é escolhido de maneira a ser satisfeito algum critério de descida suficiente (veja Martinez and Santos (1995)).

Um problema para o método de Newton é quando a matriz Hessiana  $\mathbf{H}(\mathbf{x}^k)$  não é definida positiva. Neste caso, a direção do passo  $\mathbf{d}^k$  pode não ser uma direção de descida. Quando isto acontece, uma alternativa é perturbar a matriz Hessiana de maneira que se torne definida positiva. Outra possibilidade é perturbar o ponto  $\mathbf{x}^k$  de maneira que a nova Hessiana seja definida positiva.

# Apêndice D

## Métodos quasi-Newton

A idéia básica desses métodos consiste essencialmente na generalização da fórmula recorrente da direção de descida de Newton (C.4). No apêndice anterior vimos que uma importante limitação do método de Newton é que a matriz Hessiana deva ser positiva definida. Uma extensão natural do método de Newton consiste em substituir  $\mathbf{H}(\mathbf{x}^k)$ , ver Equação (C.4), por uma matriz positiva definida  $\mathbf{B}(\mathbf{x}^k)$  que será usada para computar a direção de descida a partir do gradiente. Então a fórmula de recorrência fica

$$\begin{aligned}\mathbf{B}^k \mathbf{d}^k &= -\nabla f(\mathbf{x}^k) \\ \mathbf{x}^{k+1} &= \mathbf{x}^k + \lambda \mathbf{d}^k,\end{aligned}\tag{D.1}$$

com  $\lambda$  escolhida da mesma maneira que no método de Newton.

A matriz  $\mathbf{B}^k$  deverá ser modificada a cada passo do algoritmo, de forma que para a função quadrática (C.1) (com  $\mathbf{H}(\mathbf{x}^k)$  definida positiva),  $\mathbf{B}(\mathbf{x}^k)$  convirja a  $\mathbf{H}(\mathbf{x}^k)$ . Quando o método é aplicado a uma função arbitrária  $f(\mathbf{x})$ , então  $\mathbf{B}(\mathbf{x})$  pode ser considerada, a cada passo do algoritmo, como uma aproximação definida positiva de  $\mathbf{H}(\mathbf{x})$ .

A idéia básica de um método quasi-Newton é começar a aproximação de  $\mathbf{B}(\mathbf{x})$  com uma

matriz definida positiva e simétrica (usualmente a matriz identidade) e construir as sucessivas aproximações de  $\mathbf{B}^k$ , de tal forma que  $\mathbf{B}^k$  permaneça definida positiva e simétrica. Os métodos chamados de *secantes* conseguem, geralmente, aproximações satisfatórias exigindo que as matrizes  $\mathbf{B}^k$  satisfaçam a equação secante

$$\mathbf{B}^{k+1} s^k = y^k, \quad (\text{D.2})$$

em que

$$s^k = \mathbf{x}^{k+1} - \mathbf{x}^k, \quad y^k = \nabla f(\mathbf{x}^{k+1}) - \nabla f(\mathbf{x}^k). \quad (\text{D.3})$$

No caso unidimensional, (D.2) reduz-se ao clássico método da secante para a equação não-linear  $f'(x) = 0$ ,

$$x^{k+1} = x^k - \frac{f'(x^k)(x^k - x^{k-1})}{f'(x^k) - f'(x^{k-1})}. \quad (\text{D.4})$$

O método Quasi-Newton proposto por *Davidon*, *Fletcher* e *Powell* e consiste em atualizar a matriz Hessiana do algoritmo padrão da seguinte maneira

$$\mathbf{B}^{k+1} = \mathbf{B}^k + \frac{y^k (y^k)^T}{(y^k)^T s^k} - \frac{\mathbf{B}^k s^k (\mathbf{B}^k s^k)^T}{(s^k)^T \mathbf{B}^k s^k} + [(s^k)^T \mathbf{B}^k s^k] v^k (v^k)^T, \quad (\text{D.5})$$

$$v^k = \left[ \frac{y^k}{(y^k)^T s^k} - \frac{\mathbf{B}^k s^k}{(s^k)^T \mathbf{B}^k s^k} \right].$$

Outro método Quasi-Newton, muito popular devido a seu bom desempenho numérico, é devido a *Broyden*, *Fletcher*, *Goldfarb* e *Shanno* (BFGS):

$$\mathbf{B}^{k+1} = \mathbf{B}^k + \frac{y^k (y^k)^T}{(y^k)^T s^k} - \frac{\mathbf{B}^k s^k (\mathbf{B}^k s^k)^T}{(s^k)^T \mathbf{B}^k s^k}. \quad (\text{D.6})$$