UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOCIÊNCIAS
ÁREA DE ADMINISTRAÇÃO E POLÍTICA DE RECURSOS MINERAIS

MIGUEL ANTONIO CEDRAZ NERY

O PROCESSO DECISÓRIO NA PESQUISA MINERAL:
Análise de Decisão Geoeconômica

Tese apresentada ao Instituto de Geociências como parte dos requisitos para obtenção do grau de Doutor em Geociências - Área de Administração e Política de Recursos Minerais.

ORIENTADOR: Professor Doutor Saul B. Suslick

CAMPINAS - SÃO PAULO

NOVEMBRO - 1999

UNICAMP
IG 2000 06

Este exemplar corresponde à redação final da tese defendida por Miguel Antonio C. Nery e aprovada pela comissão julgadora em 26/11/1999
ORIENTADOR

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOCIÊNCIAS
ÁREA DE ADMINISTRAÇÃO E POLÍTICA DE RECURSOS MINERAIS

AUTOR: ***MIGUEL ANTONIO CEDRAZ NERY***

TÍTULO DA TESE: O PROCESSO DECISÓRIO NA PESQUISA MINERAL:
Análise de Decisão Geoeconômica

ORIENTADOR: Prof. Dr. SAUL B. SUSLICK

Aprovada em: ____/____/____

PRESIDENTE: Prof. Dr. SAUL B. SUSLICK _____

EXAMINADORES:

Prof. Dr. SAUL B. SUSLICK _____ **- Presidente**

Prof. Dr. DORIVAL CARVALHO PINTO _____

Prof. Dr. JORGE KAZUO YAMAMOTO _____

Prof. Dr. ARMANDO ZAUPA REMACRE _____

Prof. Dr. JOB JESUS BATISTA _____

Campinas, de Novembro de 1999

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA IG - UNICAMP

Nery, Miguel Antonio Cedraz
N359p O processo decisório na pesquisa: análise de decisão geoeconômica / Miguel Antonio Cedraz Nery. - Campinas, SP: [s.n.], 1999.

Orientador: Saul B. Suslick
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Geociências.

1. Avaliação de Riscos. 2. Pesquisa Mineral. 3. Processos Decisórios. I. Suslick, Saul B. II. Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Geociências. III. Título.

UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOCIÊNCIAS

ÁREA DE ADMINISTRAÇÃO E POLÍTICA DE RECURSOS MINERAIS

TESE DE DOUTORADO

O PROCESSO DECISÓRIO NA PESQUISA MINERAL: Análise de Decisão Geoeconômica

MIGUEL ANTONIO CEDRAZ NERY

RESUMO

A tese apresenta uma metodologia de análise de depósitos minerais para ser aplicada nos estudos de pré-viabilidade de lavra, em que modelos econômicos, matemáticos estatísticos são relacionados às estratégias empresariais de investimento, com base na definição de um projeto conceitual ou de um anteprojeto de engenharia para o empreendimento.

A metodologia subdivide o processo decisório na pesquisa mineral em cinco níveis diferenciados, compreendendo: a parametrização e as condições mínimas de aceitação para um depósito; a definição do melhor teor de corte e da reserva base (critério unidimensional ou multicritérios); a análise de sensibilidade dos parâmetros, obtendo-se estados determinísticos ou relações de resultados econômicos X risco; do estabelecimento de funções de preferencia, avaliando a suficiência e a confiabilidade das informações obtidas no processo de detalhamento do depósito; o ordenamento e a seleção de projetos mutuamente exclusivos. A melhor decisão (ou suficientemente satisfatória) deve considerar o retorno econômico propiciado pela lavra, incorporando, quando for o caso, o nível de risco envolvido, ou então apenas a maximização de uma das medidas de satisfação ou de resultado econômico. A metodologia é ilustrada por três estudos de casos selecionados e a sua aplicação foi sistematizada em um algoritmo contido no programa denominado Geodec.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOCIÊNCIAS

ÁREA DE ADMINISTRAÇÃO E POLÍTICA DE RECURSOS MINERAIS

DOCTORAL THESIS

DECISION PROCESS IN THE MINERAL EXPLORATION:

Geoeconomic Decision Analysis

by MIGUEL ANTONIO CEDRAZ NERY

ABSTRACT

This thesis presents a evaluation methodology, developed to be applied on the pre-feasibility studies of mineral deposits in that economics, mathematics and statistics models are relating with investment strategies, based on the definition of the conceptual or anteproject of enterprising engineering.

The methodology subdivide in different levels the decisory process of mineral exploration, consisting: of the parameterization and acceptance minimum conditions to deposits; the best cut-off grade and reserve base definition using one-dimensional criterion or multi-criterion and with sensitive analysis of the parameters obtaining deterministic states or relations economics outputs versus risk; establishment of preference functions, evaluating the sufficiency and confidence of information, obtained on detail process of deposit; ranking and selection of exclusive mutually projects. The best decision (or satisfactory sufficiently) may consider the economic return, incorporating the risk level involved or then only the maximization of the satisfaction measure of economic output. The methodology will be illustrated for three case studies selected and its applications were systemized in an algorithm called Geodec.

A Nalva, Vitor e Mariana

AGRADECIMENTOS

Ao Departamento Nacional da Produção Mineral pelo apoio institucional necessário para a realizar este curso de Doutorado.

À CAPES pela concessão da bolsa de estudos.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Saul B. Suslick, pelas contribuições e sugestões fundamentais para a elaboração desta Tese.

Ao professor Dr. Armando Zaupa Remacre por ter-me cedido as sub-rotinas fontes do SAGE.

Aos professores deste Instituto, em particular, do Departamento de Administração e Política de Recursos Minerais, a nossa consideração e estima.

Aos colegas deste Instituto, que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização desta Tese, em especial aos amigos Petain Ávila de Souza, Francisco Nepomucenco Filho e José Mário pela convivência fraterna ao longo do curso.

Aos funcionários deste Instituto que sempre atenderam de forma prestativa e cordial as minhas solicitações.

Ao Advogado Dr. Sebastião Barsa e ao Professor Fábio Christiano que, gentilmente fizeram a revisão gramatical do texto.

"Toda tomada de decisão envolve uma simplificação da realidade."

WilliamT. Morris

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....01

Capítulo I: A AVALIAÇÃO ECONÔMICA DE DEPÓSITOS NA FASE DE PESQUISA MINERAL.....06

I.1 FASES DA AVALIAÇÃO DE DEPÓSITOS MINERAIS.....06

I.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE OS RECURSOS MINERAIS DE UM DEPÓSITO.....10

I.2.1 A incerteza geológica e a estimativa dos recursos minerais.....10

I.2.2 O conceito de suporte numa inferência dos recursos minerais.....13

I.2.3 A definição econômica de minério.....14

I.2.4 A parametrização do depósito.....15

I.3 O ESTUDO DE PRÉ-VIABILIDADE NA PESQUISA MINERAL.....16

I.3.1 Hipóteses sobre a Concepção do Projeto de Lavra.....17

I.3.2 A Influência da Política Governamental.....18

I.3.3 O Fluxo de Caixa Descontado.....18

I.3.4 As Principais Medidas de Rentabilidade e de Retorno de um Empreendimento....20

I.3.5 Estratégias Empresariais de Investimento para Seleção de Depósitos.....21

I.4. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE.....22

I.4.1 Técnica da Melhor Estimativa e Análise de Sensibilidade Determinística.....23

I.4.2 Risco: Análise de Sensibilidade Probabilística 24

I.4.3 A Gestão do Risco.....26

Capítulo II: TEORIA DA DECISÃO APLICADA AVALIAÇÃO DE DEPÓSITOS MINERAIS.29

II.1. CONCEITOS BÁSICOS.....29

II.2. OS PROCESSOS DECISÓRIOS.....30

II.3. ETAPAS DO PROCESSO DECISÓRIO.....31

II.4. MODELOS E NORMAS PARA A TOMADA DE DECISÃO.....32

II.4.1 Decisão Sob Certeza 34

II.4.2 Decisão Sob Risco.....34

II.4.3 . Decisão Sob Incerteza 36

II.4.4 Decisão Seqüencial 39

II.5. TEORIA DA UTILIDADE 44

II.5.1 Equivalente Certo 46

II.5.2. Função Utilidade e Curvas de Preferência. 46
II.5.3. Coeficiente de Aversão ao Risco....48
II.5.4. Axiomas da Preferência....50
II.5.5. Curvas de Indiferença do Gerente....50
II.6. A TOMADA DE DECISÃO POR MULTICRITÉRIOS....53
II.6.1. Conceitos Relacionados à Análise de Decisão por Multicritérios....53
II.6.2. Definição de Estratégias....59
II.6.3. Implicações na Definição dos Parâmetros....60
II.6.4. Decisão Determinística Multicritérios....62
Capítulo III: METODOLOGIA DE DECISÃO GEOECONÔMICA....66
III.1. ESTRUTURA DO MODELO DECISÓRIO NA PESQUISA MINERAL....66
III.2. DESENVOLVIMENTO DA METODOLOGIA PARA ESTUDO DE PRÉ-VIABILIDADE DE DEPÓSITOS MINERAIS....71
III.2.1. Características Técnicas e Econômicas do Modelo de Fluxo de Caixa....72
III.3. Nós de Decisão....76
III.3.1. Decisão na Fase de Prospecção Mineral....79
III.3.2. Decisão na Fase de Exploração Mineral....79
III.4. PROCESSO DECISÓRIO E ESTRATÉGIA DE INVESTIMENTO DA EMPRESA....80
III.4. 1. Condições para Aceitação de um Depósito....80
III.4.2. Critérios para Seleção do Teor de Corte de um Depósito....84
III.4.3. A Definição do teor de Corte 86
III. 5. A SENSIBILIDADE DOS PARÂMETROS TÉCNICOS E ECONÔMICOS....88
III.6. SELEÇÃO DE ALTERNATIVAS EM CONDIÇÕES DE INCERTEZA....90
III.6.1. Critério de Ganho Maximaxi 91
III.6.2. Critério de Ganho Maximini 92
III.6.3. Critério de Savage (*Regret Minimax*)....93
III.7. A ANÁLISE DE RISCO DE INVESTIMENTO NA PESQUISA MINERAL....95
III.7.1. A Influência da Estimativa Recursos Minerais sobre o Risco do Projeto....95
III.7.2. A Influência dos Parâmetros Técnicos e Econômicos no Risco do Projeto....98
III.7.3. As Funções de Probabilidade....100
III.7.4. A Seleção das Distribuições de Probabilidade dos Parâmetros....102

III.8. A INFLUÊNCIA DOS RECURSOS MINERAIS NA UTILIDADE DE UM PROJETO..103
III.9. CRITÉRIOS DE DECISÃO NA SELEÇÃO DE PROJETOS COM RISCO.....106
III.9.1. Decisão em Ambientes de Risco.....106

Capítulo IV: ESTUDOS DE CASO.....113

IV.1. ESTUDO DE CASO Nº 1: AVALIAÇÃO DE PRÉ-VIABILIDADE PARA UM DEPÓSITO DE OURO.....113
IV.2. ESTUDO DE CASO Nº 2: INFLUÊNCIA DO SUPORTE DA MALHA DE PESQUISA NA UTILIDADE DE UM PROJETO.....122
IV.3. ESTUDO DE CASO Nº 3: SELEÇÃO DE PROJETOS DE RISCO MUTUAMENTE EXCLUSIVOS.....127

V. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....131

VI. BIBLIOGRAFIA.....136
VI.1. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....136
VI.2. BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR.....139

VII. ANEXO : SISTEMA DE ANÁLISE DE DECISÃO GEOECONÔMICA – GEODEC.....141

VIII. APÊNDICE: GLOSSÁRIO.....152

LISTA DE QUADROS

1.1. Etapas de um projeto de mineração - Aspectos Técnico - Econômicos

1.2. Ambientes Técnico-Econômicos

2.1. Alternativas e Riscos

2.2. Valor Mais Provável

2.3. Valor Mais Provável

2.4. Critério Maxmini

2.5. Critério Ganho MaxiMaxi

2.6. Critério de Savage

3.1. Critério Maximaxi

3.2. Critério Maximini

3.3. Critério Savage

3.4. Critério do Valor Mais Provável

3.5. Critério do Desvio Padrão

3.6. Perfis de Risco

3.7. Projetos Mutuamente Exclusivos

4.1. Parâmetros Técnicos e Econômicos do Estudo de Caso 1

4.2. Pesos

4.3. Reserva Base e Resultados do estudo de caso Nº 1

4.4. Critério Maximaxi

4.5. Critério Minimaxi

4.6. Critério *Regret* Minimax

4.7. Características Específicas de cada Suporte

4.8. Parâmetros Técnicos e Econômicos Específicos para cada Projeto

4.9. Funções de Probabilidade Urilisada no Estude de Caso Nº 2

4.10. Seleção da Malha Ótima

4.11. Parâmetros Técnicos do Projeto do Estudo de Ccaso Nº 3

4.12. Resultados do Fluxo de Caixa

4.13. Distribuições Escolhidas para Preço e Taxa de Desconto

4.14. Variações da Funções de Distribuição dos Parâmetros

4.15. Ordenamento dos Projetos por Isoutilidades

4.16. Ordenamento dos projetos pelo VME

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Blocos constantes e Superfícies variáveis

Figura 2: Blocos variáveis e superfícies constantes

Figura 3: Modelos e Critérios Decisórios

Figura 4: Diagrama de Venn para probabilidade condicional

Figura 5: Árvore de decisão

Figura 6: Probabilidade condicional de fluxo de caixa negativo

Figura 7: Função de utilidade exponencial

Figura 8: Coeficiente de aversão ao risco

Figura 9: Projetos com isoutilidades

Figura 10: Curvas de indiferença

Figura 11: Limite econômico da informação

Figura 12: Fluxograma para tomada de decisão na pré-viabilidade de lavra

Figura 13: Diagrama de Influência para as medidas de desempenho

Figura 14: Diagrama de influência da Análise de Sensibilidade

Figura 15: Fluxo de caixa esquemático

Figura 16: Processo de decisão seqüencial no detalhamento de um depósito mineral

Figura 17: Condições mínimas de aceitação

Figura 18: Curva de parametrização e Curvas de Múltiplos Critérios

Figura 19: Gráfico da análise de sensibilidade determinística

Figura 20: Confiabilidade crescente com o nível de informação

Figura 21: Discretização do depósito em blocos

Figura 22: Procedimento para análise de risco por simulação de Monte Carlo

Figura 23: Resultados de avaliações consecutivas para níveis crescentes de detalhamento do depósito

Figura 24: Definição do detalhamento ótimo para decisão de investimento

Figura 25: Curvas de utilidades para estratégias de investimento distintas

Figura 26: Curvas de utilidades para projetos mutuamente exclusivos

Figura 27: Mapas Base e de Blocos para um depósito de ouro numa fase preliminar da pesquisa mineral

Figura 28: Curvas de aceitação para um depósito com uma relação pontual conhecida

Figura 29: Fluxo de caixa para estudo de pré-viabilidade de um depósito mineral hipotético de ouro

Figura 30: Curvas de parametrização do Estudo de Caso N° 1

Figura 31: VA, TIR, PRC e NA relacionados a faixas de teores de corte

Figura 32: Curvas de utilidade determinística

Figura 33: Função de utilidade exponencial

Figura 34: Definição do detalhamento ótimo para decisão de investimento

Figura 35: Curvas de utilidade do Estudo de Caso N° 3

A. Função utilidade exponencial

B. Curvas de isoutilidades

Figura 36: Tela de abertura do GEODEC

Figura 37: Fluxograma básico das sub-rotinas do GEODEC

Figura 38: Curvas de Parametrização

Figura 39: Análise do depósito

Figura 40: Distribuição de Probabilidade gerada para a Análise de Risco

Figura 41: Resultado da Análise de Risco

Figura 42: Matriz de Incerteza – Critério Maximaxi

Figura 43: Matriz de Risco – Critério do Valor Mais Provável

Figura 44: Função de Utilidade Exponencial

Figura 45: Curvas de isoutilidades

Figura 46: Tela de Abertura do "AJUDA" do GEODEC

INTRODUÇÃO

Este trabalho propõe uma metodologia para auxiliar a avaliação econômica de depósitos durante a pesquisa mineral, especificamente na fase de exploração, incorporando conceitos de engenharia econômica e métodos matemáticos e estatísticos. O processo decisório na pesquisa mineral é auxiliado pelo estudo de pré-viabilidade, analisado sob os pontos de vista geológico, técnico e econômico, podendo considerar-se as incertezas dos parâmetros do projeto relativas ao estágio de detalhamento da futura jazida. A metodologia adota como premissa básica que, nas fases de prospecção ou de exploração mineral, um projeto de engenharia deve estar minimamente definido nos planos conceitual ou de anteprojeto e sendo possível responder às seguintes questões:

a) Sob que condições um depósito mineral deve ser aceito por uma empresa considerando a sua estratégia de investimento?

b) Como deve ser estabelecido o teor de corte da Reserva Base de um depósito mineral numa avaliação de pré-viabilidade com vistas à decisão de continuidade da pesquisa ou do desenvolvimento do projeto básico de engenharia?

c) Como deve ser avaliado o risco de investimento em um projeto de lavra na fase de pré-viabilidade?

d) Como decidir pela continuidade ou não da pesquisa mineral no desenvolvimento de projetos de risco?

e) Como ordenar as prioridades e selecionar os melhores depósitos em se tratando de projetos mutuamente exclusivos?

Tradicionalmente, a avaliação de um depósito mineral sempre esteve relacionada à ênfase estabelecida pelos interesses do investidor ou por restrições impostas pela estrutura tecnológica e econômica do projeto. Em tais circunstâncias, quando não ocorria restrições devido a estrutura tecnológica, havia sempre o predomínio da ótica do investidor baseado na rentabilidade máxima, tendo em vista a definição do teor de corte. No entanto, tal critério não é único. Algumas empresas utilizam múltiplos critérios nas suas avaliações, visando definir o valor para um determinado investimento proposto. Apesar dessa multiplicidade de critérios, a ênfase, geralmente, tem sido dada a apenas um deles. Naturalmente, a aplicação

de um único critério não pode deixar de lado os demais, exigindo que sejam obtidas informações adicionais sobre os vários atributos da alternativa, especialmente nos casos em que a decisão convive com diversos interesses dependentes e conflitantes. O objetivo da maximização de um atributo pode resultar em um baixo grau de obtenção dos demais, por menos expressivos que os sejam. Por exemplo, a maximização da rentabilidade total resultante da lavra de um depósito mineral pode ser obtida enquanto se atinge um indesejável período de retorno do capital. Assim, os resultados econômicos decorrentes da combinação dos parâmetros de um projeto de uma mina determinam soluções que podem não satisfazer a todos os interesses ou objetivos da empresa ou do gerente, mas proporcionam uma solução apenas satisfatória para o problema. A definição do teor de corte é uma decisão de grande relevância pelo seu caráter muitas vezes irreversível e, a depender do estágio de andamento da pesquisa mineral, pode influenciar diretamente a decisão de se iniciar a elaboração ou mesmo a implantação de todo o projeto básico da mina. Se tal decisão implicar em investimentos na implantação do empreendimento, a relevância é ainda maior pelas poucas possibilidades de ajustes posteriores. Em outras palavras, a determinação do teor de corte implicará na quantidade de minério a ser lavrado, tendo influência na ordem de grandeza dos parâmetros técnicos e econômicos do projeto, refletindo na seleção das melhores alternativas.

Neste trabalho, propõe-se um método para a definição do teor de corte aplicável aos estudos de pré-viabilidade, em que admite-se o envolvimento de alguns critérios, os quais podem ser considerados total ou parcialmente pelo gerente, a saber:

a) a rentabilidade proporcionada pela extração do bem mineral;

b) o nível de aproveitamento dos recursos minerais presentes no depósito;

c) o prazo de recuperação do capital investido.

Para efeito de definição, adotou-se o Valor Atual e a Taxa Interna de Retorno como medidas de rentabilidade e o Prazo de Recuperação do Capital como medida de retorno.

Os teores de corte resultantes de cada um desses critérios isoladamente podem até ser coincidentes, mas em geral são distintos. Na análise dos aspectos conceituais relacionados à estratégia para definição do teor de corte de depósitos minerais no âmbito da pré-viabilidade, deve-se levar em consideração a influência dos parâmetros técnicos e econômicos na

rentabilidade, no retorno do empreendimento e no nível de aproveitamento dos recursos minerais presentes no depósito.

Os parâmetros de um projeto estão subordinados às variações reveladas por seus valores, particularmente se eles são definidos por algum critério de estimativa. Embora seja esperado que numa estimativa obtenha-se resultados muito próximos da realidade, é sabido que, por qualquer método utilizado, independentemente do seu objetivo, sempre haverá alguma margem de incerteza associada. Como nem sempre é possível estimar com precisão esse erro, discute-se a situação em que o gerente prefere ignorar a existência de incerteza. Nesse sentido, o gerente opta por incorporá-la como critério de seleção, ou busca definir alguma indicação da ordem de magnitude dessa incerteza, quantificando o nível de risco de investimento. Em termos conceituais, neste trabalho "risco" é definido como a incerteza quantificada. Assim, no caso do gerente optar por definir o risco e adotá-lo como critério de seleção, deve-se associá-lo às alternativas de investimento e interrelacioná-lo no processo decisório da pesquisa mineral para ordenamento e seleção de alternativas de investimento.

Para avaliar esse nível de risco, particularmente, relacionado aos resultados do fluxo de caixa, devem ser considerados as variações dos valores de cada parâmetro do projeto, e que essas variações possam ser definidas apropriadamente, quer pelo critério do limite de confiança, quer pela distribuição de probabilidades dos valores (supostamente) conhecidos, ou ainda pelo desvio padrão da distribuição.

As incertezas relacionadas aos projetos de investimento em mineração são inerentes ao processo de estimativa, tanto dos recursos do depósito, quanto dos parâmetros técnicos e econômicos relacionados ao método de lavra. Tendo-se realizado tais estimativas, é possível quantificar as receitas e despesas do projeto, elaborando-se o fluxo de caixa simplificado para toda a vida útil do empreendimento. A análise de projetos inicia-se com a definição de critérios a serem aplicados no julgamento individual dos projetos.

Definindo-se os projetos que atendem aos critérios estabelecidos, utiliza-se a análise de sensibilidade para gerar diversos cenários pessimistas e otimistas, considerando as possibilidades de ambientes determinísticos ou probabilísticos. Os resultados obtidos na análise de sensibilidade determinística podem servir para o ordenamento e a seleção de projetos em situações que não envolvam medidas de risco.

No caso de situações que envolvem condições probabilísticas, em que é possível avaliar-se o risco relativo a cada projeto, a escolha do(s) melhor(es) projeto(s) ou o seu ordenamento dar-se-á em função da preferência da empresa, expressa pela sua função utilidade.

A influência da incerteza dos parâmetros sobre as medidas de rentabilidade ou de retorno do capital investido podem ser quantificadas e avaliadas como medidas de risco, considerando a estratégia de investimento da empresa com relação à aceitação, a rejeição ou ao adiamento da decisão. Um depósito ao ser aceito, por satisfazer aos critérios adotados, apresenta como resultado da avaliação do seu projeto de lavra medidas de rentabilidade e de retorno sobre o capital investido, devendo, então, esse projeto ser comparado a outras alternativas de investimento mutuamente exclusivas, as quais serão ordenadas quanto às prioridades, vindo a ser selecionadas aquelas que apresentarem os melhores desempenhos.

Para a consolidação da metodologia proposta, no decorrer da pesquisa foi desenvolvido o software denominado GEODEC - Sistema de Análise de Decisão Geoeconômica, programado em linguagem Visual Basic para ser executado em ambientes Windows. Algumas sub-rotinas do programa foram inicialmente desenvolvidas entre 1996 e 1997, no Laboratório de Informática Geológica (LIG – IG/Unicamp) para o Sistema de Análise Geoeconômica – SAGE (REMACRE *et al*, 1996), em decorrência de um projeto executado para a DOCEGEO/CVRD, e posteriormente foram revisadas e adaptadas para o GEODEC .

O programa GEODEC, atualmente permite:

a) avaliar se uma determinada ocorrência ou um depósito mineral possui uma relação tonelagem/teor aceitável e apresenta potencialidade econômica para a lavra;

b) determinar o melhor teor de corte na fase conceitual do projeto de lavra de um depósito, com parâmetros técnicos e econômicos especificados, tanto por um único critério, quanto por múltiplos critérios;

c) avaliar se o projeto apresenta sensibilidade expressiva frente às variações dos seus parâmetros técnicos e econômicos, gerando-se cenários otimistas e pessimistas;

d) realizar análise de risco por simulação de Monte Carlo, em que os valores gerados nas distribuições de probabilidades dos parâmetros são combinados aleatoriamente, obtendo-se distribuições para as medidas de rentabilidade e de retorno econômico do projeto resultantes dos fluxos de caixa;

e) construir as funções de utilidade relacionadas ao nível de aversão ao risco do gerente ou da empresa;

f) selecionar as melhores alternativas de investimento em ambientes de certeza, incerteza ou de risco;

g) ordenar as alternativas, possibilitando selecionar o melhor projeto frente à diversas alternativas mutuamente exclusivas com base na função utilidade estabelecida.

A tese está estruturada, portanto, da seguinte forma:

No primeiro capítulo, busca-se fazer uma abordagem dos aspectos teóricos que envolvem a avaliação econômica de depósitos minerais, caracterizando quais são as fases e ambientes em que a mesma ocorre, explicitando-se o conceito de pré-viabilidade.

No Capítulo 2, introduz-se os conceitos relacionados à Teoria da Decisão, considerando as normas e os processos decisórios nas condições de incerteza, e de risco, abordando os conceitos de preferência, de decisão com múltiplos critérios e de funções utilidade.

No terceiro Capítulo, é apresentada a estrutura da metodologia de análise de decisão geoeconônica, discutindo a sua validade e as suas aplicações, os aspectos teóricos envolvidos bem como os modelos matemáticos adotados.

No último capítulo, são apresentados três estudos de caso, para ilustrar a aplicação da metodologia mencionada - a qual foi sintetizada no programa computacional GEODEC. Num primeiro estudo, fez-se a avaliação econômica de um depósito de ouro em condições de incerteza, num segundo caso avalia-se a influência da malha de pesquisa (dimensões dos blocos) na utilidade de um depósito e, por último, um estudo sobre a seleção de depósitos com projetos mutuamente exclusivos em condições de risco.

Nas considerações finais, analisa-se criticamente as vantagens, desvantagens e recomendações para o uso da metodologia proposta, sugerindo-se desdobramentos futuros.

CAPÍTULO I

A AVALIAÇÃO DE DEPÓSITOS MINERAIS

Este capítulo é dedicado a uma atualização dos conceitos sobre os métodos de engenharia econômica aplicáveis a avaliação de depósitos minerais e relacionados a estudos de pré-viabilidade em condições de incerteza ou de risco.

I.1. FASES DA AVALIAÇÃO DE DEPÓSITOS MINERAIS

Um empreendimento de mineração para sair da condição de projeto e tornar-se uma realidade costuma envolver um grande volume de capital associado a um alto nível de risco em virtude da natureza da própria atividade. A atividade de mineração possui a peculiaridade de depender das condições do depósito reveladas pela natureza, cujo conhecimento prévio, completo e exato, na prática, é inviável de se obter. Como os custos dos trabalhos de pesquisa mineral são, por seu lado, também relativamente expressivos, a evolução de um projeto de uma mina resulta da tomada de uma série de decisões, essas calcadas no conjunto de dados obtidos ou estimados no decorrer das diversas etapas de desenvolvimento dos trabalhos de pesquisa.

No processo de geração de uma jazida mineral, normalmente desenvolve-se um conjunto de atividades, as quais vão desde a seleção de províncias com possíveis ocorrências minerais até a quantificação dos recursos minerais de um depósito e a necessária avaliação de sua viabilidade técnico e econômica. Tais atividades podem ser subdivididas por fases, determinadas pela necessidade de obtenção de informações adicionais que permitirão a tomada de decisão quanto ao prosseguimento da pesquisa, à elaboração do projeto e implantação da mina ou quanto a rejeição e ao descarte do depósito ou de uma província. A depender do nível de detalhamento, as fases podem estar relacionadas a duas etapas da avaliação: a prospecção e a exploração. A prospecção visa realizar um reconhecimento geológico regional objetivando a seleção de províncias minerais e, a depender do nível de conhecimento da área, efetua-se a seleção de alvos, que permitam a identificação de oportunidades de investimento com a necessária avaliação da potencialidade econômica do prospecto. A fase de exploração possibilita formular conclusões sobre a existência ou não de uma ocorrência mineral, assim como o detalhamento geológico que comprova a existência do depósito mineral. O Quadro1.1. apresenta as etapas de evolução de um projeto de

Acontece que a determinação da exeqüibilidade só poderia ocorrer com a definição do Projeto Básico da Mina, que vem a ser elaborado na ocasião da elaboração do Plano de Aproveitamento Econômico da lavra, revelando assim, um contra-senso da lei. O próprio DNPM reconheceu tal contradição legal (BRASIL, 1992). No máximo, na pesquisa mineral, poder-se-ia fazer uma "indicação" de exeqüibilidade baseada em um projeto conceitual ou em um anteprojeto, jamais uma determinação, pois nessa fase mesmo que existam os elementos fundamentais para a definição do projeto básico, pela própria lei, isto só ocorre na ocasião do requerimento de lavra, quando já se teve aprovado o relatório final de pesquisa.

Mesmo nas etapas iniciais da pesquisa, desde que se tenha um controle mínimo do comportamento da mineralização e alguma caracterização mineralógica, torna-se possível estabelecer um Projeto Conceitual de Lavra (PCL) e realizar um estudo inicial de pré-viabilidade. Um estudo mais consistente pode ser executado na etapa de detalhamento, ainda também no âmbito da pré-viabilidade com vistas a elaboração do Anteprojeto de lavra.

O início de um processo decisório orientado para a avaliação de projetos de investimento reside no reconhecimento da existência de uma oportunidade de investimento, além de envolver muita criatividade e inovação na estimativa dos parâmetros. Na pesquisa mineral, tal fato decorre do desenvolvimento do plano de prospecção a partir da identificação de uma província metalogenética promissora e com possibilidade de revelar a existência de um depósito mineral com potencial econômico. A definição de uma oportunidade conduz à fase de reconhecimento geológico, devendo a seleção de alvos ocorrer em conformidade com os resultados obtidos. Identificadas as limitações e possíveis condições especiais, se inicia o projeto de investimento, com base na avaliação da potencialidade econômica e no plano de pré-viabilidade.

Na pesquisa mineral, para se definir o projeto de engenharia sobre o qual será feita a avaliação de pré-viabilidade requerida, não é exigido, ainda, maiores precisões ou refinamentos com relação ao que deve ser estabelecido para a obtenção dos resultados esperados. A evolução do estudo de pré-viabilidade numa etapa de exploração mineral em busca do desenvolvimento de alternativas de investimento poderá revelar a existência de uma ocorrência mineral, ou se já estiver numa fase de detalhamento, na confirmação de um depósito mineral.

LAPPONI (1996) afirma que para que uma empresa selecione um projeto frente a um conjunto de alternativas, o faz considerando sempre as premissas estabelecidas pela estratégia de

mineração, em que a região sombreada correspondente ao universo abordado na pesquisa mineral, objeto deste trabalho.

QUADRO 1.1 - ETAPAS DE UM PROJETO DE MINERAÇÃO

ASPECTOS TÉCNICO-ECONÔMICOS

ETAPAS	TRABALHOS	FASES	RESULTADOS	ASPECTOS TÉCNICOS-ECONÔMICOS
PROSPECÇÃO	Geoquímica e geofísica de superfície	Plano de Prospecção	Seleção de Província	Identificação da Oportunidade de Investimento
	Sondagem estratigáfica, Geofísica de subsuperfície	Reconhecimento Geológico	Seleção de Alvo	Avaliação de potencialidade econômica / Pré-viabilidade
EXPLORAÇÃO	Sondagem irregular, trincheiras	Exploração Preliminar	Ocorrência Mineral	Projeto Conceitual / Pré - Viabilidade
	Sondagem regular, galeria de pesquisa	Detalhamento	Depósito Mineral	Ante - projeto/ Pré - Viabilidade
DESENVOLVIMENTO	Destocamento, desmatamento e canteiro de obras	Pré-Desenvolvimento (*)	Jazida Mineral	Projeto Básico/ /Viabilidade
	Abertura de acesso, decapeamento e desenvolvimento de frentes de lavra	Desenvolvimento	Mina	Projeto Executivo / /Pré - Investimento
EXPLOTAÇÃO	Lavra Experimental, Ensaios de Fluxo Contínuos	Pré Produção	Mina	Investimento / Posta em Marcha
	Furação, desmonte, carregamento e transporte e beneficiamento	Produção	Mina	Gerenciamento da Mina
DESATIVAÇÃO	Elabora plano de reabilitação	Paralisação	Área Lavrada	Plano de Desativação
	Reabilitação	Recomposição	Área Recomposta	Desativação

(*) - Ponto de decisão de implantar o projeto de lavra

O atual Código de Mineração (BRASIL, 1967) estabelece no *caput* do artigo 14 que: "*Entende-se por pesquisa mineral a execução dos trabalhos necessários à definição da jazida, sua avaliação e a determinação da exeqüibilidade do seu aproveitamento econômico*".

investimento da empresa. Na ocasião de procura e desenvolvimento de novos projetos, deve-se levar em consideração, por exemplo, a disponibilidade do fluxo de caixa geral da empresa. Assim, a avaliação de novos projetos deve observar as mudanças no fluxo de caixa da empresa, particularmente quanto a capacidade de se investir na busca de mais informações, evoluindo-se de acordo com os ambientes técnicos e econômicos.

Os ambientes técnicos e econômicos podem ser subdivididos em relação às diversas atividades de avaliação de um depósito mineral. Esses ambientes relacionados ao processo de geração de uma jazida mineral podem ser classificados conforme o QUADRO 1.2.. Tal classificação considera que o estudo de pré-viabilidade pode ocorrer em qualquer momento da pesquisa mineral e, a depender do nível de detalhamento dos aspectos técnicos de engenharia, vir a ser desenvolvido a partir da elaboração do Projeto Conceitual ou mesmo do Anteprojeto de lavra, como já citado anteriormente.

QUADRO 1.2- AMBIENTES TÉCNICO - ECONÔMICOS

AMBIENTE LEGAL	AMBIENTE GEOLÓGICO	AMBIENTE ECONÔMICO	AMBIENTE DE ENGENHARIA
Relatório Final de Pesquisa	RECURSOS MINERAIS	Estudos Preliminares/ Pré - Viabilidade	Projeto Conceitual
	RESERVA BASE	Pré - Viabilidade	Anteprojeto
Plano de Aproveitamento Econômico	RESERVA LAVRÁVEL	Viabilidade/ Exeqüibilidade	Projeto Básico
	RESERVA RECUPERÁVEL	Pré investimento/ Investimento	Projeto Executivo

Fonte: Bases Técnicas de Um Sistema de Quantificação do Patrimônio Mineral Brasileiro - Estudos de Política e Economia Mineral - DNPM / MINFRA, 1992 (modificado).

Obs.: A região sombreada corresponde ao universo abordado na pesquisa mineral, objeto deste trabalho.

Segundo GOODE (1991), o estudo de exeqüibilidade de lavra verifica a viabilidade econômica de um projeto no seu nível de exatidão ou margem de segurança requerida para a

tomada da decisão de se investir. O que diferencia, assim, a pré-viabilidade da viabilidade propriamente dita, é que no primeiro caso, como o nível de incerteza é maior, está-se realizando apenas uma "indicação" da exeqüibilidade de lavra, ou seja, conclui-se, no máximo, que o depósito apresenta potencialidade econômica para a lavra, enquanto que no segundo caso, a exeqüibilidade seria demonstrada, ou seja, comprovada no Plano de Aproveitamento Econômico (Projeto Básico) da futura mina (BRASIL, 1992), conforme já explicitado. Em um ambiente legal correspondente à etapa de desenvolvimento e conclusão de Relatório Final de Pesquisa, a partir da análise da pré-viabilidade de lavra com um projeto conceitual definido, é possível fazer-se a conversão dos Recursos Minerais em Reserva[1], a qual serviria de base para a elaboração do Projeto Básico da mina. As reservas lavráveis e recuperáveis seriam definidas, portanto, em decorrência da elaboração do Plano de Aproveitamento Econômico (PAE), a primeira determinada pela definição técnico-econômica dos contornos da cava ou das dimensões dos realces subterrâneos e a segunda pela utilização do fator de recuperação de lavra, ambas estabelecidas no estudo de viabilidade econômica propriamente dito.

I.2. CONSIDERAÇÕES SOBRE OS RECURSOS MINERAIS DE UM DEPÓSITO

I.2.1. A incerteza geológica e a estimativa de recursos minerais

Os teores de um depósito são obtidos por amostragem, sendo conhecidos apenas os valores de cada amostra. Os teores das demais porções do depósito são desconhecidos, particularmente os teores dos blocos usados como suportes de estimativa ou de unidade de seletividade da lavra. Os teores estimados para blocos podem ser assumidos como possíveis valores, produzindo-se distribuições do depósito "consistentes" com os dados amostrados. Quando realiza-se de uma análise estrutural geoestatística, além da consistência com os dados amostrados, deve-se também considerar o modelo de variograma da mineralização. O variograma $\gamma(h)$, ferramenta básica da geoestatística, é uma função que avalia a correlação existente entre amostras, considerando a distância em que cada uma se encontra em relação às demais (JOURNEL & HUIJBREGHTS, 1989).

[1] Os conceitos de recursos e de reservas mineriais não correspondem exatamente aos praticados pela legislação vigente no Brasil na ocasião da eleboração desta tese.

O efeito da variabilidade dos teores dos recursos minerais *in situ*[2] sobre o estudo de viabilidade econômica pode ser avaliado pela variância de estimativa como método de quantificação do risco associado ao uso de relações entre teores e tonelagens. A variância de estimativa é função da quantidade de informações disponíveis e da posição daquela informação no interior da mineralização. Tais informações devem estar acessíveis na avaliação, as quais devem ser melhoradas para os estágios subseqüentes de avaliação. O parâmetro, no entanto, que mede a dispersão dos teores em torno de um valor médio é a Variância de Dispersão D2(v/V).

$$D^2(\mathbf{v/V}) = \bar{\gamma}(\mathbf{V,V}) - \bar{\gamma}(\mathbf{v,v})$$

A variância de dispersão corresponde ao valor médio da variância de estimativa $\sigma_E^2(v,V)$, quando o volume v ocupa todas as posições possíveis dentro de V. Isto significa que a dispersão dos teores de volumes v fixos coletada no interior de um volume V cresce à medida que aumenta a dimensão de V. Assim, a variância de dispersão não depende da localização das informações de pesquisa (furos, poços etc). O valor $D^2(v/V)$ pode ser calculado teoricamente apenas com o conhecimento de $\gamma(h)$ e da geometria dos volumes v e V (JOURNEL& HUIJBREGTS,1989).

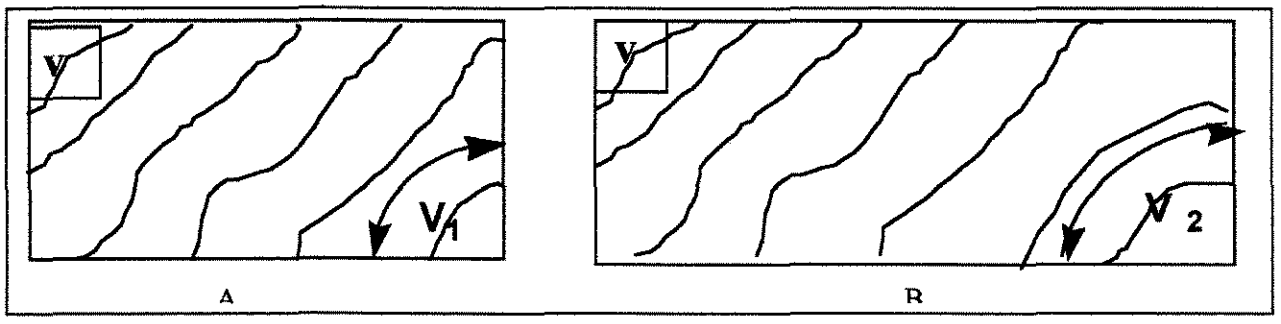


Figura 1: Blocos Constantes e Superfície Variável
Fonte: GUERRA, 1988

$$D^2(v_1/V) > D^2(v_2/V)$$

Para um v fixo, à medida que aumenta V, aumenta D^2 (v/V). Quanto mais próximos estejam, os dados, os seus valores são, em média, igualmente mais próximos.

[2] Recursos minerais quantificados fisicamente mas não avaliados economicamente

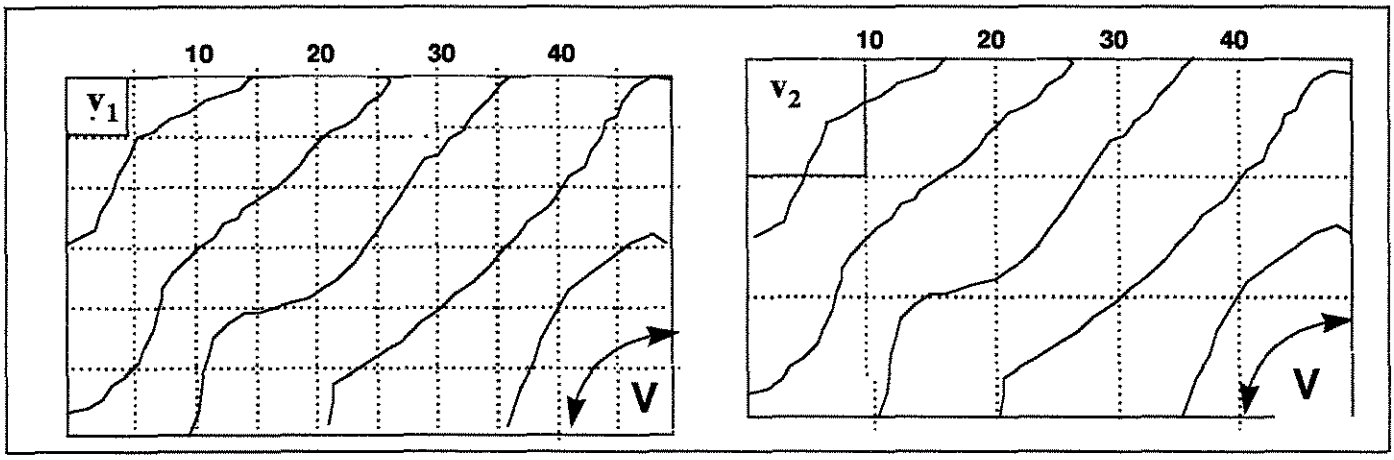


Figura 2: Blocos Variáveis e Superfície constante
Fonte:GUERRA,1988

$$D^2(v_1/V) > D^2(v_2/V)$$

Para V fixo, à medida que aumenta v, diminui D^2 (v/V).

Esta afirmação decorre da regularização; os teores médios dos blocos estão muito menos dispersos dentro do depósito que os teores de testemunhos de sondagem. Assim, a variabilidade dos valores dos blocos é menor do que a variabilidade dos valores amostrados.

A variância de dispersão é uma função crescente em relação ao aumento do tamanho do bloco. A variância de dispersão correspondente a uma dada dimensão de bloco é função do tamanho das áreas dentro da qual é calculada. Se apenas uma pequena parte do depósito for considerada, apenas altos teores ou baixos teores poderão estar representados no cálculo da variância, o que proporcionará valores pequenos de variabilidade, não correspondendo exatamente à realidade. Se for considerada uma grande parte do depósito, representativa de altos e baixos teores, a variância tenderá a crescer. Quanto menor for a variância de dispersão dos teores da lavra, maior a segurança de que o teor estimado do minério estará próximo do seu valor real, tendo-se a certeza de que a alimentação na usina será mais regular.

Já uma seleção, se for feita a partir de um histograma de teores amostrados de sondagem, por exemplo, utilizando-se um determinado teor de corte, necessariamente incorre-se num erro, em que a relação tonelagem X teor prevista não corresponderá àquela verdadeira, verificada no depósito. No entanto, considerando blocos de um determinado tamanho que podem ser lavrados seletivamente, o valor do teor médio de todos os blocos presentes em um determinado depósito

pode ser admitido como sendo igual ao valor do teor médio amostrado e, assim, a variância dos teores de todos os blocos expressaria a dispersão em torno do teor médio do depósito

Os depósitos minerais podem apresentar diversos tipos de distribuição estatística. Desses, a distribuição mais observada é a que se aproxima de um comportamento lognormal, não simétrica, caracterizada por uma cauda longa e relacionada às freqüências das classes de altos valores. Este tipo de distribuição é extremamente comum, principalmente em depósitos metálicos com predominância de teores da baixa magnitude[3], com alta variabilidade nos valores amostrados. Tal distribuição é comum em depósitos de ouro e metais preciosos, bem como de urânio, titânio, cobre molibdênio, zinco etc. A principal característica matemática apresentada numa distribuição lognormal, é que o logaritmo de seus valores tem uma distribuição normal.

Por intermédio das distribuições estatísticas, pode-se calcular a probabilidade de se ter **n** blocos **v** com teor > tc (teor de corte) e traçar a curva de parametrização do depósito[4]. A partir do conhecimento do modelo de distribuição, definida pela sua média e por sua variância, pode-se condicionar para todo o depósito que, a variância de dispersão do interior do bloco corresponde à variância de dispersão D^2 (v/V) para todo o depósito. Sem dúvida, essa hipótese envolve erros decorrentes tanto pelo efeito de mudança de suporte, quanto pelo fato da informação ser obtida de modo indireto. Recomenda-se, pois, que essa extrapolação seja realizada apenas nas fases iniciais da pesquisa mineral, quando ainda não foi definido um modelo de variograma, e não há dados suficientes para uma estimativa propriamente dita dos recursos do depósito.

I.2.2. O conceito de suporte numa inferência dos recursos minerais

Os teores obtidos na fase de pesquisa são medidos sobre amostras (barriletes de testemunhos) em volumes reduzidos (suportes pequenos) e com valores dispersos. Em verdade, uma mina não é lavrada com testemunhos, mas com unidades bem maiores, onde os teores apresentam uma dispersão menor e com valores menos extremados. O suporte de lavra corresponde ao volume físico em que o minério é individualizado com um determinado teor. Assim, quanto menor o tamanho do bloco que pode ser lavrado individualmente, maior será a seletividade de lavra. O método de lavra a ser escolhido deve utilizar um suporte capaz de selecionar o material desmontado e determinar se o seu envio será para a usina, para a pilha de

[3] Não necessariamente de baixo teor. Depósitos de ouro, por exemplo, podem ser de alto ou de baixo teor, mas todos são de teores de baixa magnitude (g/ton).
[4] O conceito de curvas de parametrização será abordado no item I.2.4

estéril ou se para uma pilha de minério marginal. A unidade de seletividade mineira (USM) corresponde, desta forma, ao volume mínimo em que é possível separar o minério do estéril. Se o tamanho da USM aumenta, o seu teor médio tende a decrescer e a sua variância a aumentar. No entanto, para um mesmo teor médio, se esse suporte (USM) cresce, a sua variância decresce. Em se tratando do depósito como um todo, o qual corresponderia a um suporte significativamente maior a tendência da variância seria de decréscimo. Assim, para suportes diferentes as curvas de parametrização tendem a se degenerarem. MATHERON(1981) e mais recentemente CRUZ JÚNIOR (1998) discutiram o significado da degradação das curvas de parametrização (também denominadas por funções de recuperação) devido às mudanças de suporte numa estimativa geoestatística dos recursos minerais. Em virtude da degeneração das curvas de parametrização, recomenda-se que a extrapolação da variância em distribuições de teores para suportes de lavra diferentes, relacionada à inferência dos recursos minerais sugerida no item anterior só deva ser utilizada nos estágios iniciais da pesquisa mineral, pois como já foi citado, as curvas de parametrização se degradam em função do tamanho do suporte utilizado. Para uma estimativa das reservas lavráveis[5] de uma mina e menos ainda no controle dos teores de lavra tal aproximação seria completamente desaconselhável.

I.2.3. A Definição Econômica de Minério

LANE (1989) define minério como sendo, exclusivamente, o material que é extraído para o beneficiamento. Assim, estabelecendo-se uma base econômica para determinação do teor de corte, estar-se-á promovendo, na prática, a definição econômica de minério. O material de um determinado corpo mineralizado só pode ser incorporado na quantificação de uma reserva ou no planejamento da futura operação, se a seleção de cada bloco a ser lavrado proporcionar um benefício econômico positivo (receita-custo). O valor do benefício econômico pode ser estimado pelo fluxo de caixa projetado. Esse benefício, após o devido desconto ao longo da vida útil da mina entre receitas e despesas, resultará no valor atual do empreendimento. A definição econômica de minério descrita está relacionada ao valor atual maximizado por um modelo teórico e realizado na prática pela operação mineira e, assim, segundo LANE (op cit), a estratégia de análise para definir o teor de corte deve levar em conta o estudo de maximização do valor atual

[5] reservas definidas a partir do plano de lavra, contidas dentro do contorno da cada para uma mina a céu aberto ou dentro dos realces para mina subterrânea (NERY, 1995).

baseado numa determinada quantidade de recursos *in situ* ou de reservas minerais presentes no depósito.

Quanto ao teor de corte, o seu propósito é limitar a inclusão de material considerado minério na estimativa dos recursos minerais de um jazimento. O teor de corte deve ser específico para cada depósito mineral, sob determinadas condições e restrições, e a sua definição deve estar associada a objetivos específicos relacionados à estratégia de investimento da empresa (NERY, 1995). É a partir do teor de corte que se determinará o retorno econômico de um projeto de mineração. Do ponto de vista do planejamento de lavra, o teor de corte pode ser um conceito de longo prazo, aplicado para maximizar o retorno econômico sobre o fluxo de caixa relativo a toda vida útil do empreendimento, ou pode ainda ser um critério operacional aplicado a determinados blocos da mina e definido pela relação estéril/minério da lavra.

A determinação do teor de corte de uma jazida nem sempre é uma tarefa fácil. O conjunto de variáveis que interferem nessa decisão pode alterar substancialmente o projeto da mina e, mesmo que já se tenha estabelecido um teor de corte, esse pode vir a sofrer sucessivos ajustes no plano operacional de lavra.

Alguns critérios para a determinação do teor de corte têm sido adotados nos trabalhos de avaliação de jazidas ou de planejamento de mina, cada um levando em consideração estratégias diferentes. Como, na prática, a maioria dos depósitos são heterogêneos, para se obter as possibilidades de determinação do teor de corte, torna-se necessário o conhecimento da curva de parametrização do depósito em estudo.

Um alto teor de corte implica em uma alta seletividade na mina (unidades de seletividade menores), requerendo-se um grande desenvolvimento de mina, conseqüentemente, um alto custo de lavra. Um baixo teor de corte implica em uma baixa seletividade (grandes suportes de lavra), uma produção em larga escala, um baixo custo operacional e vultosos investimentos com equipamentos.

I.2.4. A parametrização do depósito

As reservas minerais variam com as condições tecnológicas e econômicas, de tal forma que, para um mesmo método de lavra, pode haver distintos teores de corte e, portanto, as quantidades de minério serão diferentes.

O uso de conceitos relacionados a teores econômicos como um critério fundamental na tomada de decisão de um investimento em mineração ou no planejamento operacional de lavra conduz à necessidade de se estabelecer as relações Quantidade x Qualidade, as quais podem apresentar-se para jazimentos metálicos sob três formas básicas: Tonelagem x Teor de Corte, Metal Contido x Teor de Corte e Teor Médio x Teor de Corte. A representação gráfica dessas relações por curvas ou tabelas denomina-se parametrização de reservas. Segundo MATHERON (1981), as relações de parametrização de um depósito podem ser expressas por:

Minério em Tonelagem: $T(z) = P(Z \geq z) = \mathrm{F(dz)} = \int_{z=0}^{\infty} F(du)$

Metal Contido: $Q(z) = \mathrm{Z\,F(dz)} = \int_{z}^{\infty} uF(du)$

Teor Médio: $\mathrm{m(z) = Q(z) / T(z) = E(Z/z \geq z)}$

em que: Z é o teor da classe, z é o teor de corte, T(z) é a Tonelagem de minério, Q(z) é o metal contido e m(z) é o teor médio relativo à cada teor de corte.

Com a parametrização é possível realizar uma seleção dos recursos geológicos nos estudos de pré-viabilidade, ou das reservas minerais nas avaliações de viabilidade econômica, bem como um melhor aproveitamento do depósito mineral a partir da observação do minério remanescente. Tal controle é feito a partir do conhecimento da quantidade (tonelada de minério ou metal contido) relacionada de forma decrescente ao teor de corte. Em termos operacionais, se for desejável fornecer à usina um determinado teor médio, busca-se, nas curvas de parametrização, o teor de corte correspondente.

I.3. O ESTUDO DE PRÉ-VIABILIDADE NA PESQUISA MINERAL

Os estudos de pré-viabilidade e de viabilidade são definidos como etapas da análise econômica para determinar se um depósito em consideração constitui realmente um corpo de minério com exeqüibilidade para a lavra, sob determinadas condições operacionais. Enquanto que o estudo de viabilidade comprova a exeqüibilidade de lavra, o estudo de pré-viabilidade, no entanto, possibilita apenas que se promova uma indicação dessa exeqüibilidade.

BARNES (1980) afirma que a avaliação econômica deve levar em conta a estimativa dos recursos minerais presentes no depósito. Além disso, o investidor deve determinar o nível de alocação dos recursos orçamentários a serem aplicados num determinado projeto, bem como as suas entradas (receitas) e saídas (despesas) de caixa, admitindo-se a decisão de se investir no empreendimento, independentemente do estudo ser de pré-viabilidade ou de viabilidade propriamente dita .

GENTRY & O'NEIL (1984) afirmam que a decisão de investimento de capital em um determinado empreendimento mineiro deve basear-se no fluxo de caixa descontado, na variação temporal, na expectativa de retorno financeiro e no risco. A elaboração do fluxo de caixa do empreendimento deve decorrer da definição mínima das premissas a serem consideradas no projeto.

I.3.1. Hipóteses sobre a Concepção do Projeto de Lavra

A concepção do projeto de uma mina deve envolver, num primeiro momento, a definição do método de lavra, estabelecido pela relação estéril/minério limite, a qual permite pré-determinar se a lavra será a céu aberto ou subterrânea. Tendo-se claro tal definição, o passo seguinte relaciona-se ao nível de informações sobre a quantificação dos recursos minerais do depósito. A possibilidade de se fazer alguma estimativa, ou ainda uma inferência estatística, deve ser considerada, para que se gere as curvas de parametrização das relações tonelagem X teor. A partir de informações que permitam inferir ou estimar possíveis relações tonelagem X teor do depósito, torna-se possível definir em termos conceptuais as características básicas do projeto de lavra.

Tendo-se definido o método de lavra e os recursos minerais *in situ*, pode-se estabelecer a escala de produção da mina, tornando-se possível determinar uma ordem de magnitude do capital necessário ao investimento para implantação da mina. Em se tratando de um estudo de pré-viabilidade, o montante de capital necessário ao investimento pode ser definido tomando como base experiências passadas da empresa, ou mesmo outras experiências descritas na literatura técnica. Para essa estimativa, o capital de giro necessário à movimentação de caixa da empresa pode ser incorporado ao montante do investimento.

No trabalho de pesquisa mineral, ainda que inicial, a mesma amostragem que vier a permitir uma quantificação do inventário, deve igualmente possibilitar que se faça alguma

caracterização tecnológica, visando a definição preliminar do processo de tratamento de minério e a sua respectiva taxa de recuperação da usina. Com esses parâmetros definidos, é obtida uma base de cálculo para se estimar o custo operacional unitário de lavra e de beneficiamento do minério.

O preço da substância útil agregada a ser considerado no estudo de economicidade (pré-viabilidade) deve ser aquele praticado no mercado de *commodities* na ocasião da avaliação.

Um último aspecto relativo à concepção do projeto diz respeito a taxa de desconto a ser utilizada no fluxo de caixa do empreendimento, a qual, normalmente, corresponde a própria taxa mínima de atratividade da empresa praticada no mercado financeiro.

I.3.2. A Influência da Política Governamental

A determinação do teor de corte e das reservas minerais para uma operação de lavra podem ser fortemente influenciados por considerações ditadas pela política governamental. Para efeito do estudo de economicidade de um depósito mineral, os aspectos da política governamental que mais importam são os fiscais. A tributação é um fator que exerce uma influência significativa na economicidade de um empreendimento mineiro. É variável com a política fiscal praticada pelo país expressa pelas alíquotas definidas pelo governo, vigentes na ocasião da avaliação. No fluxo de caixa devem ser considerados o Imposto de Renda, incidente sobre o lucro, bem como os tributos sobre o faturamento, que são todos aqueles vigentes e inerentes a atividade do próprio empreendimento e que incidem sobre a receita auferida da comercialização da substância, tais como, Compensação Financeira (CFEM), Imposto sobre circulação de Mercadorias e Serviços (ICMS), Imposto sobre Serviços (ISS) devem ser considerados nesse item.

I.3.3. O Fluxo de Caixa Descontado

A análise do desconto do fluxo de caixa como uma tarefa de avaliação consiste em desenvolver uma planília de receitas e despesas para o projeto, tal que suas medidas de rentabilidade e de retorno sejam os critérios de avaliação.

O fluxo de caixa de um empreendimento mineiro relativo a um período de tempo, normalmente anual, corresponde à diferença entre todas as receitas e despesas, ou seja, a todas as entradas e saídas de caixa verificadas ao longo da vida útil do empreendimento. Assim, o fluxo

de caixa anual poderá ser elaborado segundo a origem dos recursos a serem investidos (próprios ou de terceiros) e deve ser calculado sempre antes e após a incidência do imposto de renda.

Enquanto na avaliação de viabilidade, a reserva lavrável contida nos contornos da mina deve ser considerada para o cálculo do fluxo de caixa, na pré-viabilidade, para uma determinada escala de produção, deve-se considerar os recursos minerais quantificados, possíveis de serem lavrados a um determinado teor de corte. As entradas do fluxo de caixa decorrem da comercialização e são conhecidas pelo conteúdo da sustância útil presente no concentrado oriundo da usina de tratamento do minério multiplicado pelo preço da *commodity*. A receita proveniente da venda do produto, assim, é determinada pela cotação do preço substância útil contida no concentrado praticado no mercado consumidor, e pela escala de produção em conteúdo metálico. A depender do grau de refinamento da avaliação, utilizando-se métodos econométricos, é possível fazer-se previsões de comportamentos futuros para o preço, incorporando tais resultados na estimativa do fluxo de caixa.

As saídas de caixa são verificadas em cada etapa do processo produtivo, decorrentes dos desembolsos relativos a atividade do empreendimento. Para se conhecer tais saídas de caixa, é importante saber quanto representam os valores do custo de capital, expressos pela taxa mínima de atratividade sob a forma de taxa de descontos além do custo operacional em cada etapa do ciclo produtivo. Assim, os custos de capital correspondem às despesas referentes ao investimento. Neste caso, as despesas de capital incluem gastos relativos à implantação e ao desenvolvimento do projeto, a aquisição de equipamentos e ao capital de giro necessário para manter a produção. Toda a despesa, a priori, está relacionada à ocasião em que for feita a avaliação. Os custos operacionais, por sua vez, são os relativos às despesas diretas e indiretas com a lavra, o beneficiamento, o refino, a comercialização e o transporte, quando for o caso.

Sendo desenvolvido o modelo de fluxo de caixa, a avaliação da viabilidade ou, no caso, de pré-viabilidade do empreendimento, depende do estágio de desenvolvimento do projeto o qual deve ser analisado como uma oportunidade de investimento em relação a outros projetos ou alternativas conflitantes ou mutuamente exclusivas. Os métodos usados para essa comparação variam muito, mas aqueles que consideram o valor do dinheiro no tempo são os mais comuns. Os procedimentos de análise do desconto do fluxo de caixa possuem indicadores como a taxa interna de retorno (TIR), o valor atual (V.A.) ou ainda o Período de Retorno do Capital (PRC) do

projeto. Tais indicadores proporcionam uma avaliação que é facilmente comparada às alternativas de investimento, as quais são tradicionalmente consagradas na análise de investimento. Recentemente, têm surgido na literatura, outras técnicas que não foram abordadas nesta tese que usam a precificação das opções (Option Pricing ou Real Options). Aos interessados, recomenda-se TRIGEORGIS(1996).

I.3.4. As Principais Medidas de Rentabilidade e de Retorno de um Empreendimento

Dentre os diversos métodos de avaliação econômica de empreendimentos, os métodos do Valor Atual (V.A.), o da Taxa Interna de Retorno e o do PRC são os que melhor expressam o nível de desempenho financeiro proporcionado, e que, por conseguinte, foram adotados no modelo desenvolvido neste trabalho.

a. Valor Atual (VA)

O Valor Atual é uma medida de rentabilidade, calculado a uma determinada taxa K na data zero da distribuição do fluxo de caixa de um projeto, correspondente a atualização de todos os fluxos de caixa anuais e representa o valor presente da jazida atualizado àquela taxa, ou seja:

$$VA = \sum_{t=1}^{n} \frac{FC_i}{(1+i)^t} - I$$

onde:

VA.: Valor Atual da jazida

t = tempo

I: Investimento

n: Vida Útil do Projeto

FCi: Fluxo de Caixa Anual gerado pelo projeto

i: Taxa de Desconto

O Valor Atual nesses casos de fluxos de caixa descontado também é conhecido por Valor Presente Líquido (VPL).

b. Taxa Interna de Retorno (TIR)

A taxa interna de retorno (TIR), outra medida de rentabilidade, é definida como a taxa de desconto que iguala o valor atual das entradas ao das saídas de caixa, ou seja, a taxa que anula o

valor atual. No critério do valor atual, são conhecidos os fluxos de caixa e a taxa mínima de atratividade, e busca-se calcular o próprio valor atual. No critério da TIR, ao se conhecer os fluxos de caixa, busca-se calcular o valor particular da taxa de descontos que anula o VA. Para o cálculo da TIR, como é impossível fazê-lo com o uso de uma formula, realiza-se aproximações para diferentes valores de taxa de desconto, até obter-se a condição de um valor atual nulo.

c. Período de Retorno do Capital

O Período de Retorno do Capital (PRC) corresponde ao cálculo do números de períodos, normalmente em anos, necessários para recuperar todo o valor do investimento feito inicialmente. Muitos investidores consideram o PRC como um parâmetro de equilíbrio do projeto, de tal forma que PRC superior ao previsto pela empresa seria desinteressante. Anteriormente, o PRC era calculado sem se levar em conta o valor do dinheiro no tempo descontado a uma determinada taxa. Como tal forma de cálculo não correspondia à realidade do mercado financeiro, atualmente, o PRC de um projeto é estabelecido fazendo-se as atualizações monetárias na forma descontada do fluxo de caixa ao longo do tempo. Muitas empresas consideram o Período de Retorno do Capital como uma medida de risco (em não se recuperar o capital investido dentro de um determinado prazo), outras consideram que o PRC expressa o nível de liqüidez do investimento (quanto maior a liquidez, menor o PRC), ou ainda de risco de perda de oportunidade de investimento, em que projetos com PRCs inferiores permitem um retorno mais rápido, recompondo a capacidade da empresa em realizar novos investimentos.

I.3.5. Estratégias Empresariais de Investimento para Seleção de Depósitos

No desenvolvimento da pesquisa mineral, as empresas geralmente avaliam se um determinado depósito em estudo satisfaz aos seus objetivos financeiros e, em cada momento, decidem pela continuidade do projeto ou pela rejeição do depósito. Tal decisão pode ser pautada pelo critério do tamanho mínimo, pelo critério da rentabilidade mínima, ou por ambos; além do critério relacionado à disposição e à disponibilidade que a empresa apresenta em correr riscos nos seus investimentos. No primeiro caso, a empresa estabelece uma quantia expressa por unidade monetária minimamente admissível, a ser gerada com a lavra do depósito, abaixo da qual o depósito não apresenta para ela um tamanho interessante, ainda que possa até apresentar um VA positivo. No segundo caso, a TIR a ser proporcionada pela lavra do depósito não deve ser inferior à taxa mínima de atratividade remunerada pelo mercado financeiro. Já no terceiro caso, a

disposição e a disponibilidade que a empresa possui em correr riscos são expressas pelo seu coeficiente de aversão ao risco e serve para calcular um valor "supostamente" equivalente de certeza absoluta ao qual o investidor tornar-se-ia indiferente em termos de preferência (para projetos de riscos). Tais critérios de avaliação (para aceitação ou rejeição do depósito) baseados na estratégia do investidor devem ser incorporados na análise, com vistas à definição dos recursos de um depósito ou no julgamento e seleção de projetos minerários de investimentos mutuamente exclusivos.

I.4. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

A análise de sensibilidade mede os efeitos de uma mudança de um ou mais parâmetros de entrada sobre o fluxo de caixa descontado. A análise de sensibilidade pode ser determinística usando a técnica da melhor estimativa (ver item I.4.1), ou probabilística - análise de risco - que usa a técnica de simulação de Monte Carlo (ver item I.4.2).

A análise de sensibilidade determinística é desenvolvida a partir das condições de variação do valor esperado de um determinado resultado. A análise de sensibilidade determinística não avalia os riscos associados às alternativas de investimento. Para que esse risco seja avaliado, é necessário que se tenha as probabilidades de ocorrência para as possíveis variações relativas à cada parâmetro de entrada no fluxo de caixa descontado e que irá gerar os seus valores esperados.

A análise de sensibilidade realizada em condições de incerteza (determinística) consiste na combinação de parâmetros segundo uma faixa de variação, estimando a rentabilidade proporcionada pelo desconto do fluxo de caixa, medido pelo VA, pela TIR, ou ainda o retorno expresso pelo PRC.

Na análise de sensibilidade determinística, esse cálculo é realizado repetidas vezes para diversas combinações de valores, podendo-se identificar quais são as variáveis mais sensíveis (críticas) para o projeto, ou seja, que parâmetros técnicos e econômicos causam impactos expressivos em decorrência da variação em seu valores.

Caso as informações disponíveis permitam a inferência de variações probabilísticas no comportamento dos parâmetros críticos, pode-se fazer uso da análise de risco por simulação de Monte Carlo, gerando-se as funções de probabilidades para os parâmetros como teor médio de alimentação na usina, o preço da substância, o custo unitário total (lavra e beneficiamento), a

recuperação da usina, o investimento total e a taxa de desconto (taxa mínima de atratividade). Por amostragem aleatória sobre as funções de probabilidade de cada um dos parâmetros, faz-se a combinação das diversas possibilidades de ocorrência dos valores de cada parâmetro, obtendo-se as probabilidades das medidas de rentabilidade (V.A., TIR) e de retorno (PRC) para o projeto. Conhecidas tais distribuições, pode-se calcular o valor esperado do resultado e a sua distribuição de freqüência, sendo possível estabelecer um valor mínimo de rentabilidade ou de retorno admissível a ser alcançado, através do limite inferior do intervalo de confiança a 95%, pela probabilidade de um prejuízo econômico ou pelo desvio padrão obtido da distribuição dos valores dos resultados.

Tendo-se a estrutura básica do problema em termos das probabilidades dos eventos e das utilidades das conseqüências possíveis, pode-se obter a maximização das preferências básicas da empresa, possibilitando ao gerente a seleção da melhor alternativa em função de um maior ganho e de um menor risco (ver Capítulo II).

Assim, a análise de risco é bastante útil na avaliação de alternativas em que as probabilidades de ocorrência das especificações dos projetos de mineração sejam quantificáveis e a possibilidade de prejuízo seja significativamente alta. Por exemplo, a análise de risco permite, com base na definição de qual é o teor de corte que deverá ser praticado na lavra, estimar quais as probabilidades da rentabilidade ou do retorno previstos e se é prudente gastar mais na pesquisa mineral para minimizar as incertezas e, consequentemente, minimizar o próprio risco do projeto. A combinação da análise de risco, entendida como a análise de sensibilidade probabilística, com a teoria da decisão permite determinar o desenvolvimento do prospecto, o seu abandono ou a decisão de adiamento para investir na obtenção de informação adicional.

I.4.1. Técnica da Melhor Estimativa e Análise de Sensibilidade Determinística

A técnica da melhor estimativa permite calcular os valores das medidas de rentabilidade e de retorno com base no fluxo de caixa de forma pontual. Os diversos parâmetros do projeto são submetidos a variações, construindo-se cenários diversos, examinando-se os efeitos dessas variações em torno dos valores dos parâmetros determinados sobre as saídas do fluxo de caixa. Assim, pela análise de sensibilidade determinística também é possível obter a informação sobre o impacto sofrido pelo desempenho financeiro do projeto em decorrência da combinação de possíveis valores dos parâmetros.

A análise de sensibilidade determinística é recomendada para os casos em que não se tem a menor possibilidade de se fazer previsões sobre o comportamento dos parâmetros de entrada no fluxo de caixa ao longo do tempo, nem mesmo de se estabelecer alguma probabilidade de ocorrência para a variação desses parâmetros. No entanto, em termos metodológicos, poderia sugerir para a análise de risco quais parâmetros necessitam ser melhor investigados por intermédio de distribuições de probabilidades e conseqüentes medidas de risco.

Nessas condições, a partir da definição de um percentual de variação específico para cada parâmetro, obtém-se os seus respectivos valores, sendo então possível combiná-los, gerando-se cenários otimistas ou pessimistas (estados) em decorrência da combinação de todos os valores possíveis de ocorrer dentro das faixas estabelecidas. Para tanto, cada parâmetro a ser analisado deve variar segundo um determinado intervalo.

Os parâmetros técnicos e econômicos do fluxo de caixa que influenciam o retorno do projeto são considerados como "variáveis críticas". Ou seja, a avaliação de todas as combinações possíveis dos valores assumidos e determinados pela variação dos valores dos parâmetros ajuda a identificar as "variáveis críticas" e as condições mínimas aceitáveis para a viabilidade do projeto. Diz-se que um projeto é sensível à variação de determinados parâmetros se a combinação de tais parâmetros provoca impactos expressivos no fluxo de caixa e nas medidas de rentabilidade e de retorno.

I.4.2. Risco: Análise de Sensibilidade Probabilística

Como já foi definido, "risco" é a incerteza quantificada, ou seja, risco é o grau ou a medida de incerteza a respeito de um evento. Existe risco quando a distribuição de probabilidade é conhecida e quantificável; caso contrário, tem-se apenas incerteza. Um evento certo é aquele que possui 100% de probabilidade de ocorrer. Em todas as situações que apresentam algum grau de incerteza e em que é possível associar uma correspondente probabilidade de ocorrência do evento, o risco, assim, é definido. Quando tratar-se de um conceito financeiro, risco pode ser definido como a possibilidade de perda ou de prejuízo econômico.

A análise de risco deve ser realizada a partir de um modelo desenvolvido com o objetivo de responder às restrições econômicas, financeiras e de acesso à informação. Desta forma, as técnicas de avaliação econômica nada mais são do que a busca de tornar mais realista a comparação econômica de alternativas de investimento. A análise de risco pode ser definida,

portanto, como o processo de desenvolvimento de distribuição de probabilidades para algumas medidas de mérito em relação a uma determinada proposta de investimento. Assim, a análise de risco é útil na avaliação de alternativas em que o grau de incerteza tem um efeito significativo na definição das melhores especificações dos projetos. Portanto, a técnica da análise de risco tem-se revelado como uma poderosa ferramenta para ajudar a tomada de decisão em cenários com probabilidades quantificáveis.

As grandezas de um projeto estão sujeitas às variações devido aos riscos e incertezas nas estimativas. A análise de risco por simulação de Monte Carlo consiste em estimar as distribuições das probabilidades das variáveis principais de entradas usando probabilidades objetivas ou subjetivas - deixando as demais variáveis com o seu valor pontual estimado. Com a combinação de valores das variáveis críticas do projeto é possível calcular, pelo desconto do fluxo de caixa, a rentabilidade e o retorno proporcionados, medidos pelos resultados de VA e TIR ou PRC. As variáveis aleatórias são variáveis numéricas às quais pode-se associar modelos de distribuição de probabilidades. Refazendo esse cálculo repetidas vezes para diversas combinações aleatórias de valores das variáveis estratégicas, obtém-se um conjunto de valores que originam as probabilidades da rentabilidade e do retorno. Conhecidas tais distribuições, pode-se calcular o valor esperado do resultado e a sua medida de risco, com o que é possível determinar um valor mínimo a ser alcançado pelos resultados econômicos - com uma probabilidade conhecida. Os valores desses resultados (VA, TIR e PRC) com as respectivas probabilidades de ocorrências são o resultado da análise de risco.

Nos processos de tomada de decisão em ambiente de risco, deve-se escolher a melhor estratégia pessoal em função do nível de informação disponível. Assim, a definição das probabilidades de ocorrência dos vários valores dos parâmetros permite que se estabeleça as probabilidades concernentes aos valores de medida de mérito para várias alternativas, e servirão para selecionar alternativas com medidas de rentabilidade e de risco diferentes. A desvantagem da análise de risco está relacionada ao grau de subjetividade muitas vezes envolvido no desenvolvimento (determinação) dos modelos das distribuições de probabilidades.

Se forem feitas dez interações, por exemplo, significa que, tendo-se cinco parâmetros de entrada, obtem-se 10^5 combinações de valores, ou seja 100.000 fluxos de caixa. Como a soma das probabilidades de todas as combinações deve ser igual a 1, se os parâmetros forem

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

considerados independentes e a amostragem for aleatória (não tendenciosa), as probabilidades obtidas nos resultados dos fluxos de caixa serão representativas da combinação de valores de todo universo amostrado.

A distribuição dos resultados produz duas medidas importantes: o valor esperado e a variação dessa estimativa. A variação é usada para definir o intervalo de confiança da estimativa. Para o critério da rentabilidade, por exemplo, o interesse deve estar voltado para o limite inferior. A análise técnica deve envolver a estimativa do limite inferior da distribuição, para encontrar o valor que permita estabelecer ou cortar a probabilidade requerida, deixando de fora a cauda inferior dos resultados da distribuição. O valor esperado é estimado pela média ponderada da distribuição, caso não se possua o valor exato.

I.4.3. A Gestão do Risco

Segundo FUNEZ (1984), a maior parte das variáveis que interferem na estimativa da rentabilidade de um projeto mineral apresenta algum nível de incerteza, em maior ou menor grau de importância. Nessas condições, os resultados da avaliação fazem do projeto em questão, algo com um certo potencial de risco para se investir. Para o investidor, a quantificação desse risco passa a ser fundamental para a tomada de decisão de se investir ou não. Ainda, segundo o citado autor, na simulação dos riscos de um projeto, três etapas devem ser seguidas:

i. identificação: distinguir os fatores internos e externos determinantes do risco;

ii. quantificação: quantificar os níveis de risco econômico, financeiro e de explotação;

iii. gestão: com a quantificação do nível de risco, desenvolver estratégias buscando torná-los aceitáveis para o projeto.

A forma de tornar o risco aceitável para uma empresa faz-se pelo uso da técnica de diversificação e por participação fracionada nos projetos, assunto não tratado neste trabalho, pois tais técnicas se aplicam a projetos considerados independentes entre si, enquanto que este trabalho aborda projetos mutuamente exclusivos. Para o leitor interessado, recomenda-se KEENEY & RAIFFA (1976) e NEPOMUCENO (1997).

No entanto, buscando-se a compensação do risco em relação aos parâmetros do projeto, é possível fazer-se ajustes levando-se em consideração os seguintes procedimentos:

i) Ajuste do PRC : consiste na redução do número de períodos de PRC, como um critério de aceitação, para alternativas que apresentem maiores riscos. Se um projeto apresentar alto risco, deverá ser adotada uma alternativa que apresente um PRC minimamente aceitável. Tal procedimento permite indagar sobre quantos períodos a vida útil irá possuir para tornar a alternativa aceitável dentro dos níveis de risco revelados.

ii) Ajuste da TIR: adotar nas alternativas de maior risco uma TIR superior àquela aceita em condições normais. Sendo assim, eleva-se a taxa de desconto dos fluxos de caixa relativos a um "prêmio risco", que cresce em concomitância com o nível de risco da alternativa. O "prêmio-risco" é usado para atenuar a influência dos fluxos de caixa futuros com maior grau de incerteza na decisão. Tal procedimento, entretanto, impõe que o nível de risco cresça ao longo da vida útil do projeto, na mesma proporção em que as taxas de descontos dos fluxos de caixa diminuam.

iii) Técnica das Três Estimativas Pontuais: Busca-se estabelecer para cada variável estratégica um intervalo de variação, definido pelo "valor menos provável" (hipótese pessimista), um "valor mais provável" (hipótese otimista) e outro "valor mais favorável". Deve-se ter o cuidado pois a probabilidade de que todas as variáveis assumam simultaneamente os valores adotados em cada uma das hipóteses é extremamente remota, em decorrência inclusive, do nível de correlação que pode haver entre si.

iv) Ajustes dos Parâmetros: Busca-se compensar o risco adotando valores conservadores para alguns parâmetros (reduzindo o preço ou o teor médio, elevando o valor do investimento ou do custo operacional). Caso o conservadorismo seja intenso, a excessiva redução da rentabilidade pode acarretar na rejeição dos projetos em análise.

Numa análise de risco aplicada a projetos de mineração, o depósito deve estar estimado e os recursos *in situ* calculados em função do tamanho de bloco projetado como suporte de estimativa ou de lavra. A distribuição de probabilidades verificada no conjunto de todos os blocos é, em particular, de extrema relevância para a análise de risco de investimento em um projeto de lavra e a combinação deve ser sempre feita de forma aleatória. As hipóteses e os modelos que não levam em consideração as variáveis com comportamentos aleatórios distanciam-se da realidade por apresentarem algum viés. Os modelos que incorporam variáveis aleatórias são aqueles ditos "desenvolvidos por métodos estocásticos". Segundo BAIRD (1989), os resultados dos modelos estocásticos decorrem de no mínimo três fontes principais de erro:

a) os erros e variações relacionados à estimativa de parâmetros, que associados com distribuições de probabilidade, explicitam as variáveis aleatórias de interesse;

b) as variações nos valores dos dados sobre diferentes pontos ao longo do tempo e a implementação de regras de decisão estabelecidas;

c) dúvidas quanto ao tipo de distribuições associadas aos dados disponíveis.

Essas fontes de erro devem ser consideradas na formulação dos problemas de múltiplos atributos e, a consideração do risco na tomada de decisão e a modelagem da atitude do decisor em tal situação devem ser examinados, principalmente, no contexto da teoria de utilidade. O método de desenvolvimento de uma função utilidade multiatributo envolve uma formulação em sua estimativa que deve refletir as preferências do gerente, sendo que a natureza do problema é que determinará a forma dessa função utilidade. Recomenda-se, FURTADO & SUSLICK (1999) e mais uma vez, KEENEY & RAIFFA (1976) e NEPOMUCENO (1997).

Capítulo II

TEORIA DA DECISÃO APLICADA À AVALIAÇÃO DE DEPÓSITOS MINERAIS

Neste Capítulo, são descritos a aplicação e a utilização da teoria da decisão nos estudos de economicidade de depósitos minerais, considerando-se os diversos aspectos inerentes aos processos decisórios, as suas etapas e critérios passíveis de serem adotados, caracterizando-se os ambientes em que tais decisões ocorrem. São discutidos, ainda, os conceitos de utilidade relacionados a ambientes determinísticos ou probabilísticos, bem como, os modelos de funções mais representativos.

II.1. CONCEITOS BÁSICOS

Em termos conceituais, análise de decisão corresponde ao processo de definição de uma conduta, baseada numa avaliação lógica e sistemática, possibilitando a escolha da melhor alternativa dentre as disponíveis. Assim, o objetivo da análise de decisão não é o de superar incertezas ou de reduzir os riscos relacionados à tomada de decisão, mas, o de ser um instrumento que permita melhor avaliar, quantificar (se possível) e qualificar o problema, auxiliando a definição das estratégias de decisão, minimizando a exposição ao próprio risco, quando for o caso. As considerações qualitativa da incerteza e as quantitativas representadas pelo risco, e o processo de análise e de tomada de decisão permitem a formulação de estratégias de investimento das empresas, particularmente em avaliações de projetos de lavra de depósitos minerais, por conviverem com estimativas nem sempre tão precisas, muito menos exatas.

Nos casos de condições de risco, a teoria da decisão se confunde com a teoria da utilidade, podendo ser subdividida em duas classes: teoria da utilidade determinística conhecida por teoria do valor e a teoria de utilidade probabilística (CHANKONG & HAIMES, 1983). Em ambas as classes é possível levar-se em consideração as seguintes questões:

a) se for possível obter uma função utilidade, quais os meios práticos para construí-la;

b) se o modelo proposto considera um único critério ou múltiplos critérios ao se assumir a utilidade como variável de decisão.

A teoria da utilidade envolve o conceito de "preferência", e em ambiente de risco permite a definição de uma função de utilidade para cada empresa (ou gerente). Este conceito possibilita que se conheça os parâmetros relativos à decisão a ser tomada em cada questão proposta.

II.2. OS PROCESSOS DECISÓRIOS

Segundo RESNIK (1990), Teoria da Decisão é o produto dos esforços conjuntos de profissionais das diversas áreas do conhecimento com vistas a proporcionar um instrumento racional para que os indivíduos ou grupos construam ou tomem decisões.

Em 1953, von NEUMANN & MORGENSTERN estabeleceram as bases para o desenvolvimento da Teoria da Decisão, introduzindo a idéia da quantificação das preferências individuais. Na tomada de decisão, os equivalentes monetários das várias conseqüências do problema de decisão devem ser expressos em unidades de utilidade, conceito este relacionado com as preferências do indivíduo em relação ao risco, quando houver a consideração do risco.

A teoria da decisão é uma teoria que busca atender às preferências básicas do indivíduo responsável pela decisão (p.ex.: gerente ou um executivo da empresa) frente às alternativas existentes. Admitindo-se como pressuposto que cada gerente seja capaz de formular as suas preferências em situações simplórias, a metodologia proposta pela Análise de Decisão possibilita a simplificação e solução de problemas em que a manipulação intuitiva seria incapaz de responder, preservando as preferências do gerente.

Tendo-se a estrutura básica do problema, as probabilidades dos eventos incertos e as utilidades das conseqüências possíveis, torna-se possível obter a maximização das preferências básicas do gerente ou estabelecer um valor denominado de "equivalente certo", o qual permite que o gerente selecione a melhor alternativa em função de um maior ganho e de um menor risco. À medida em que se obtém informações adicionais a respeito dos eventos, diminui-se significativamente os níveis de incerteza relacionados ao problema de decisão. Surge, assim, o conceito de "valor de clarividência", que corresponderia ao incremento sobre o equivalente certo original, expressando o resultado da solução completa da incerteza. Na prática, é impossível eliminar completamente a incerteza em relação a um determinado evento. No entanto, como o "valor de clarividência" representa o limite superior do valor de qualquer informação, tal condição contribuiria para a eliminação da incerteza, sendo, desta forma, de grande utilidade na

avaliação de um depósito mineral quanto à conveniência de se efetuar novas despesas para obtenção de informações adicionais.

II.3. ETAPAS DO PROCESSO DECISÓRIO

Segundo MAKAROV et al (1978), a tomada de decisão obedece a cinco etapas distintas:

a) definição do problema: quanto melhor formulado for o questionamento, melhores condições ter-se-á para a obtenção de respostas precisas;

b) análise do problema: avaliar as causas e os efeitos relativos a cada questão levantada, as suas relações endógenas e exógenas;

c) desenvolvimento de soluções alternativas: consiste em construir às saídas e encontrar os meios para atingir a superação do problema;

d) decisão sobre a melhor solução: deve ser tomada a partir do ordenamento das alternativas segundo as prioridades, com base em valores que expressem algum parâmetro de comparação;

e) converter a decisão em ação efetiva: corresponde a dar continuidade à execução do projeto, seja aprofundando o seu nível de detalhe, seja investindo na implantação do empreendimento.

Diversos autores como WINSTON (1993), SECURATO (1996) etc. consideram que, nas etapas do processo decisório, as seguintes partes constituintes podem ser identificadas:

a) Objetivo: o objetivo da decisão a ser tomada deve estar claramente definido. Em muitos casos, o objetivo não é único e sim múltiplo;

b) Variável Objetivo: a cada objetivo estabelecido, deve-se relacionar uma variável quantitativa (critério) possível de assumir valores conforme o evento a ser avaliado. Mesmo nos casos de objetivos subjetivos, é recomendável que se associe alguma variável quantitativa que expresse da melhor forma os eventos em estudo. Nesses casos, pode-se considerar valores atribuídos às qualidades por meio de notas, gerando a variável quantitativa desejada. Tais notas devem corresponder a uma escala de razão, permitindo que se analise as reais preferências do gerentes, envolvendo prêmios quantitativos ou qualitativos. Para o gerente, trata-se, assim, de determinar a utilidade do prêmio em questão, representada pela nota;

c) Alternativas: o ato de decidir consiste na seleção de uma das alternativas disponíveis. Alternativa, assim, é qualquer processo que permita atingir o objetivo em

questão. Cada alternativa deve estar sintetizada por um valor da variável objetivo, a qual caracterizará a alternativa no processo decisório. Fixados os objetivos da situação de decisão, deve-se listar todas as alternativas possíveis de atingi-los, as quais devem ser bem delineadas e elaboradas de forma a serem mutuamente exclusivas;

d) Cenário: é o conjunto de informações objetivas ou subjetivas sobre o futuro em estudo, possível de influenciar o valor assumido da variável objetivo;

e) Matriz de Decisão: é a forma final de apresentação de todos os elementos que fazem parte do processo de avaliação, permitindo-se a visualização das alternativas.

II.4. MODELOS E PRINCÍPIOS PARA A TOMADA DE DECISÃO

No processo decisório, o delineamento do problema organizacional é de extrema importância. Segundo WINSTON (1993), a definição do problema organizacional inclui a especificação dos objetivos e a estruturação das partes do sistema que se pretende estudar, antes do problema vir a ser resolvido.

CHERNOFF& MOSES (1974) afirmam que as decisões racionais podem ser tomadas de acordo com os seguintes modelos:

a) Modelo de Matriz: possibilita a tomada de decisão sob incerteza ou risco sugerindo critérios para escolha entre os diversos estados de cada alternativa. O Modelo de Matriz, em geral, descreve um conjunto de alternativas disponíveis, em que uma alternativa particular deve ser selecionada no tempo presente. O resultado possível para uma dada alternativa não resulta na necessidade de decisões futuras subseqüentes. Se uma seqüência de decisões estiver envolvida, o modelo de árvore de decisão é o mais apropriado. No modelo matriz, pressupõe-se que as alternativas são mutuamente exclusivas, viáveis e representam o conjunto total de alternativas a ser considerado pelo gerente. Assim, os objetivos para avaliar se cada alternativa é viável podem até ser considerados como restrições, estabelecidas no sistema ou no modelo de decisão. Para cada alternativa, há um resultado e um valor associado a esse resultado. Os valores da matriz podem ser assumidos por critérios subjetivos ou objetivos. Os valores objetivos representam quantidades físicas e os valores subjetivos representam, de alguma forma, a preferência relativa do gerente;

b) Modelo Seqüencial: o processo decisório contempla situações envolvendo uma seqüência de decisões sobre um horizonte temporal em que os resultados das alternativas

decorrem de probabilidades condicionais (arvore de decisão). Maiores detalhes sobre o Modelo Seqüencial são apresentados no item II.4.4. .

c) Multicritérios: considera-se mais de uma variável na decisão, estabelecendo pesos segundo uma ordem de importância definida pelo gerente. Esse modelo será discutido em detalhe no item II.6. .

KOUTSOYIANNIS (1982); WHITE et al. (1989) e RESNIK (1990) sugerem que uma decisão racional pode ser tomada em condições de certeza, incerteza (ignorância ou ausência de informações) ou de risco (incerteza quantificada por probabilidades). Para sintetizar, a Figura 3 apresenta os critérios de decisão relacionados a cada uma das condições.

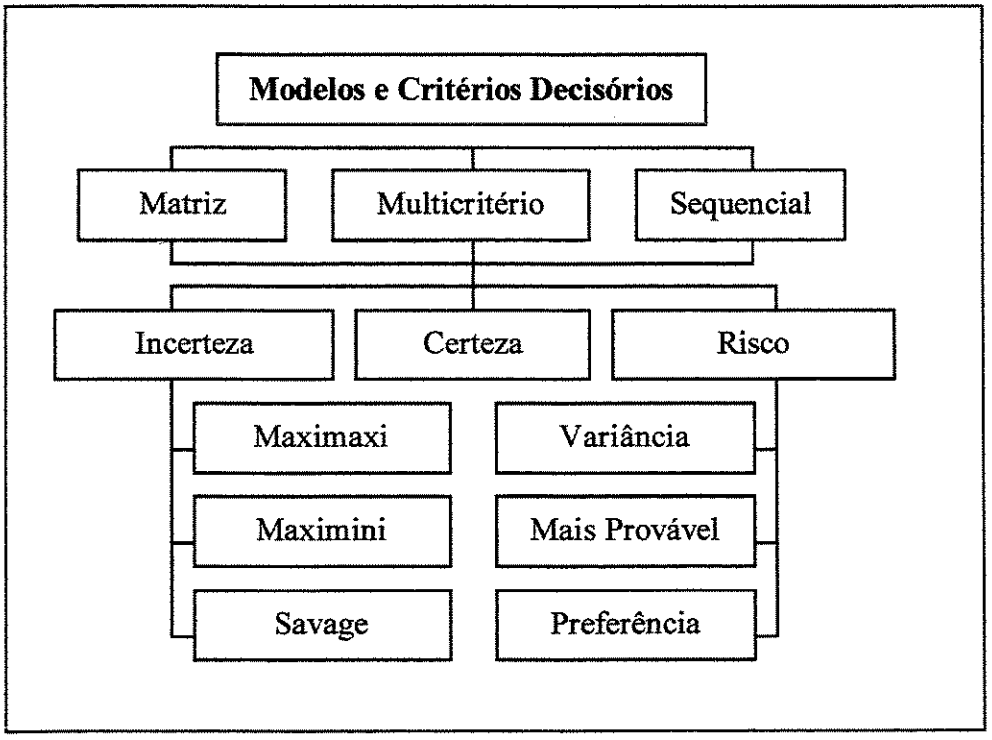


Figura 3: Modelos e Critérios Decisórios

Um processo decisório em condições de certeza resume-se à obtenção das alternativas, visto que a decisão indicada seria aquela que maximizasse o valor da variável objetivo. Em condições de risco ou de incerteza, a escolha das alternativas é apenas uma das partes do processo decisório. A escolha de qual princípio deva ser aplicada a cada caso obedece, não apenas às condições a que as alternativas estão submetidas, mas sobretudo, aos objetivos que se pretende atingir com a própria tomada de decisão.

II.4.1. Decisão Sob Certeza

Nesta situação particular, o gerente se vê obrigado a assumir que um determinado resultado ocorrerá com certeza total, isto é, com 100% de probabilidade, não havendo, assim, incerteza ou riscos a considerar. Em algumas situações que envolvem tomada de decisão, ocorre que apenas um, dentre diversos estados, é relevante. Pode-se considerar, assim, que essa alternativa apresentaria 100% de probabilidade de vir a ocorrer, não sendo considerado outras possibilidades de ocorrência, muito menos com probabilidade associadas.

Seguindo essa norma decisória de certeza, se numa determinada situação, os valores medidos para cada alternativa for de rentabilidade, por exemplo, o princípio para a escolha pode ser a alternativa que maximiza o Valor Atual ou a TIR, inexistindo possibilidade de ocorrerem variações, muito menos com diferentes probabilidades de ocorrência.

II.4.2. Decisão Sob Risco

Uma situação de decisão é considerada "decisão sob risco" quando o gerente opta por considerar vários estados e as suas probabilidades de ocorrência são estabelecidas explicitamente. Em problemas que envolvem tomada de decisão sob risco, as probabilidades podem ser conhecidas a partir de valores praticados historicamente ou serem determinadas objetivamente por algum cálculo analítico. Por exemplo, num conjunto de "n" possíveis resultados (estados), a probabilidade de ocorrência de cada um é igual a 1/n e a soma total das probabilidades é igual a 1. Nestas condições, uma vez decidido o conjunto de estados possíveis, deve-se admitir que eles se constituem como um conjunto de eventos mutuamente exclusivos e coletivamente exaustivos[6].

Assim, na tomada de decisão em ambiente de risco, segundo WHITE; AGEE & CASE (1989), os principais critérios possíveis de ser adotados são:

a) Critério da Variância Mínima (ou Desvio Padrão Mínimo)

Se x é uma variável aleatória discreta que é definida por um número finito de valores e p(x) denota a probabilidade de ocorrência de um valor particular, então a esperança ou valor médio da variável aleatória é definido por :

$E(x)= \Sigma x_i\, p(x_i)$, para todo x.

A variância da variável aleatória é definida como $Var(x)= ([X -E(x)^2].p(x)$, para todo x.

[6] A propriedade $\Sigma p_k=1$ é uma restrição necessária se a teoria das probabilidades for usada como um critério de decisão.

Numa matriz qualquer, sendo $V(\theta_{jK})$ a variável aleatória, o valor esperado da alternativa Aj é dado por $E(Aj) = \Sigma V(\theta_{jK})p_k$, em que p_k denota a probabilidade do estado K ocorrer.

Frente a duas ou mais alternativas, o evento que apresentar a menor variância deverá ser o escolhido. Variâncias maiores correspondem a maiores riscos. Se o gerente for avesso ao risco, deve optar pela alternativa que apresenta, portanto, a menor variância, ou pelo menor desvio padrão que é a raiz quadrada da variância, dado que, em tal situação, essa medida expressa a possibilidade da variável assumir valores mais distantes daquele esperado.

No Quadro 2.1., tem-se um exemplo do problema de decisão em que cada situação ou estado (S_1, S_2 e S_3) corresponde aos fluxos de caixa obtidos por diferentes taxas mínimas de atratividade aplicadas à cada projeto Aj .

QUADRO 2.1- Alternativas e Riscos

	p_1=0,10	p_2=0,30	p_3=0,60	Média	Variância
A_j	S_1 (8%)	S_2 (10%)	S_3 (12%)	Ponderada	$(DP)^2$
A_1	\$ 18.240.000	\$ 20.435.000	\$ 24.980.000	22.942.500	$(3.082.500)^2$
A_2	\$ 15.160.000	\$ 11.960.000	\$ 9.742.000	10.949.200	$(2.142.933)^2$
A_3	\$ 12.000.000	\$ 7.635.000	\$ 5.360.000	6.706.500	$(2.522.833)^2$

Obs. Projetos mutuamente exclusivos

No caso do Quadro 2.1., a alternativa A_2 deveria ser a escolhida pelo critério da variância mínima.

b) Critério do Valor Mais Provável

Em processos de tomada de decisão sob risco, alguns estados apresentam uma probabilidade de ocorrência significativamente superior em relação aos demais, para um mesmo limite de confiança. O critério do valor mais provável considera que o estado que apresenta a maior probabilidade de ocorrência possuiria certeza absoluta e todos os outros estados teriam probabilidades de ocorrência iguais a zero. No Quadro 2.1., o estado S_3 apresenta uma probabilidade de 0.60, que expressa a condição de estado mais provável.

Assumindo, para S_3, a condição de certeza absoluta, ou seja p=1,0, a matriz é reduzida (Quadro 2.2). Sendo a seleção feita pelo valor atual máximo, a alternativa A_1 deveria ser a preferida.

Quadro 2.2. Valor Mais provável

	S_3
A_1	$ 24.980.000
A_2	$ 9.742.000
A_3	$ 5.360.000

Esse critério reduz consideravelmente a tomada de decisão a uma condição de certeza absoluta, em que a alternativa escolhida será aquela que otimiza a medida de eficácia (maximiza o ganho ou minimiza a perda).

Um outro exemplo que pode ilustrar esse critério é o caso de três projetos mutuamente exclusivos em que após uma simulação de Monte Carlo foram obtidas distribuições de probabilidades para cada um, representados pelo Valor Esperado e pela probabilidade de sucesso.

Quadro 2.3. Valor Mais provável

	Probabilidade de Sucesso Valor Atual >0
A_1	65%
A_2	87%
A_3	73%

Nessas condições, a alternativa A_2 é a que apresenta a maior probabilidade de sucesso e portanto de menor risco.

c) Critério da Preferência

Esse critério é bastante discutido na literatura da teoria da utilidade. Leva em consideração os conceitos de aversão ao risco e de equivalente certo e, dado a sua importância nos processos decisórios, nesse trabalho o assunto será abordado especialmente no item II.5 .

II.4.3. Decisão Sob Incerteza

WHITE; AGEE & CASE (1989) consideram que quando ocorre uma razoável certeza de que possíveis valores dos parâmetros possam ser assumidos, mas há alguma incerteza em torno das probabilidades de ocorrência, deve-se buscar realizar uma sensibilidade da medida de mérito para vários valores dos parâmetros (análise de sensibilidade em condições de incerteza).

É uma situação de decisão em que vários estados são possíveis e não há informações suficientes para se determinar os valores de probabilidade para as suas ocorrências. Em alguns casos, o gerente deve ser experiente o suficiente para definir os estados. Pode-se estimar, também, ainda que subjetivamente, as probabilidades dos estados em casos de incerteza, transformando a situação para uma condição de risco, embora a margem de erro seja significativamente alta.

A tomada de decisão em ambiente de incerteza deve envolver, primeiramente, a escolha de uma ação, dentro de um conjunto de ações disponíveis. Tais ações, após elencadas numa árvore de decisão, podem ser estudadas à luz da inferência Bayesiana aplicável para variáveis aleatórias contínuas. O teorema de Bayes é discutido no ítem II.4.4.1.

a) Critério de Ganho *Maximini* ou Perda *Minimaxi*

WINSTON (1993) afirma que se os valores de uma matriz são de ganhos, os ganhos mínimos associados a cada alternativa devem ser determinados e o valor máximo, dentre o conjunto dos valores mínimos, deve ser o escolhido. Ou seja, determina-se o pior valor para cada alternativa e escolhe-se o melhor valor dentre os piores. Esse critério tem um considerável apelo conservador ou pessimista para o gerente. Em termos formais, estabelecer o critério *maximini* é selecionar a alternativa associada ao j_{max} k_{min} de $V(\theta_{jk})$.

No caso de perda ou custo, a filosofia *minimaxi* é também de extremo pessimismo. O custo máximo associado a cada alternativa (quando considerados todos os estados) é determinado e, deste conjunto, o valor mínimo é escolhido. Assim, obtém-se o melhor custo a partir do custo mais baixo de um conjunto dos custos contidos na matriz.

Em suma, ganho *maximini* (ou perda *minimaxi*) considera a pior conclusão para cada estratégia e escolhe aquela cuja conclusão mais pobre é a melhor. Maximiza o ganho mínimo ou minimiza-se a perda máxima.

Aplicando o princípio *MaxiMini* na matriz do Quadro 2.1. cria-se a coluna dos valores mínimos de cada alternativa sendo selecionada o valor máximo (Quadro 2.4) que é $S_1(A_1)$ correspondente a $ 18.240.000 de valor atual. Essas aplicações podem ser feitas nas análises de sensibilidade determinísticas para comparar a influência da variação dos parâmetros sobre os resultados dos projetos, conforme será visto no primeiro estudo de caso do Capítulo IV desta tese.

QUADRO 2.4. Critério MaxiMini

A_j	S_1	S_2	S_3	Valores Atuais (VA) Mínimos	V.A Máximo dos Mínimos
A_1	$ 18.240.000	$ 20.435.000	$ 24.980.000	**$ 18.240.000**	**$ 18.240.000**
A_2	$ 15.160.000	$ 11.960.000	$ 9.742.000	$ 9.742.000	*****
A_3	$ 12.000.000	$ 7.635.000	$ 5.360.000	$ 5.360.000	*****

b) Critério Ganho Maximaxi ou Perda Minimini

O gerente deve selecionar para ganho a alternativa que fornece a oportunidade de se obter o maior valor da matriz e no caso de perda, escolhe-se o menor dos menores.

QUADRO 2.5. Critério Ganho MaxiMaxi

A_j	Valor Atual (VA) Máximo	V.A Máximo dos Máximos
A_1	$ 24.980.000	**$ 24.980.000**
A_2	$ 15.160.000	*****
A_3	$ 12.000.000	*****

Desta forma, para ganho seleciona-se a alternativa j associada ao j max e K max de $V(\theta_{jk})$. Para perda, seleciona-se a alternativa j associada ao j min e k min de $V(\theta_{jk})$.

Em resumo, no ganho *maxmaxi* (ou perda *minimini*), escolhe-se a estratégia cujo ganho máximo seja mais alto ou que a perda mínima seja a mais baixa.

Pelo exemplo do Quadro 2.1., a alternativa A_1 no estado S_3 seria a escolhida.

c. Critério de Savage ou *Regret Minimax*

A aplicação desse critério consiste, primeiramente, na construção de uma matriz de valores "*Regret*" (lamentação). O valor *Regret* máximo para cada alternativa A_j é determinado e a alternativa associada com o valor *Regret* mínimo é, então, escolhida dentre um conjunto de valores Regret máximos. Segundo PETERS & SUMMERS (1973), se os valores da matriz de decisão original são de ganhos, o procedimento para determinação da matriz de *Regret* pode ser definido como:

i. para um dado estado S_i pesquisa-se nos valores da primeira coluna da matriz, em todas as alternativas e determina-se o ganho maior. Para este ganho, o valor *Regret* será igual a zero.

ii. para todos os outros ganhos sob um dado estado S_l, subtrai-se do maior valor obtido no passo "i". A diferença é interpretada como uma unidade de *Regret* para uma alternativa particular A_j, dado que o estado S_l poderia ocorrer.

iii. Repete-se os passos i e ii para cada estado S_k para $k \neq l$, até que a matriz *Regret* seja completada.

Desenvolvida a matriz *Regret*, examina-se cada alternativa para todos os estados e seleciona-se o valor *Regret* máximo correspondente a cada uma. Assim, compara-se tais valores máximos e decide-se pelo menor dentre esses.

No caso de decisões envolvendo custos ou perdas, a lógica para criar uma matriz *Regret* é a mesma, apenas seleciona-se o menor valor como aquele que corresponderá ao valor *Regret* igual a zero. Construindo-se uma Matriz dos Valores *Regret* para o caso anterior, tem-se:

QUADRO 2.6. Critério de Savage

A_j	S_1	S_2	S_3	Valores Máximos
A_1	6.640.000	4.200.000	0	**6.640.000**
A_2	0	.675.000	9.820.000	9.820.000
A_3	2.258.000	0	6.740.000	6.740.000

Assim, o critério *Regret* minimaxi considera cada combinação estratégica de situações e indaga sobre o quanto a conclusão é sacrificada, ao se escolher uma dada estratégia, em comparação com o que seria melhor se a situação em questão viesse a ocorrer.

II.4.4. Decisão Seqüencial

Considera situações que podem requerer múltiplas decisões de maneira seqüencial, podendo as mesmas apresentarem-se sob condições de risco. Desta forma, a probabilidade de um estado ocorrer dependeria da ocorrência de outros estados ou de decisões anteriores. Para tanto, a técnica de representação da árvore de decisão e a lógica do teorema de Bayes devem ser aplicadas na solução dos problemas desse tipo. Na terminologia da teoria da decisão, as probabilidades P(Ai) são comumente ditas "*a priori*" e as $P(A_i/B)$ "*a posteriori*" da ocorrência de B (BECKMAN & COSTA NETO, 1980).

II.4.4.1. Teorema da Probabilidade Condicional

De uma forma geral, a probabilidade de um evento é a medida de certeza a respeito da ocorrência desse evento. A partir de hipóteses adequadas e sem necessariamente observar o fenômeno diretamente, é possível criar um modelo teórico que reproduza a real distribuição das freqüências relacionadas ao fenômeno em estudo. Tais modelos são denominados por modelos probabilísticos.

Uma aplicação importante das probabilidades condicionais é conhecida como Teorema de Bayes, que assinalou a sua importância como base para inferência estatística (PETERS & SUMMERS, 1973) Este teorema proporciona um modo de combinar ou ponderar prova estatística objetiva contra probabilidades prévias de situações, objetivando uma inferência sobre o verdadeiro estado dos fatos. O Teorema de Bayes afirma que:

> *Sejam $A_1, A_2, \ldots, A_n$ eventos mutuamente exclusivos e exaustivos e B um evento qualquer do espaço amostral S. O conjunto dos eventos $A_1, A_2, \ldots, A_n$ define uma distribuição de probabilidade, tal que um e somente um desses eventos irá ocorrer com probabilidades $P(A_1), P(A_2), \ldots, P(A_n)$, sendo a sua soma total unitária.*

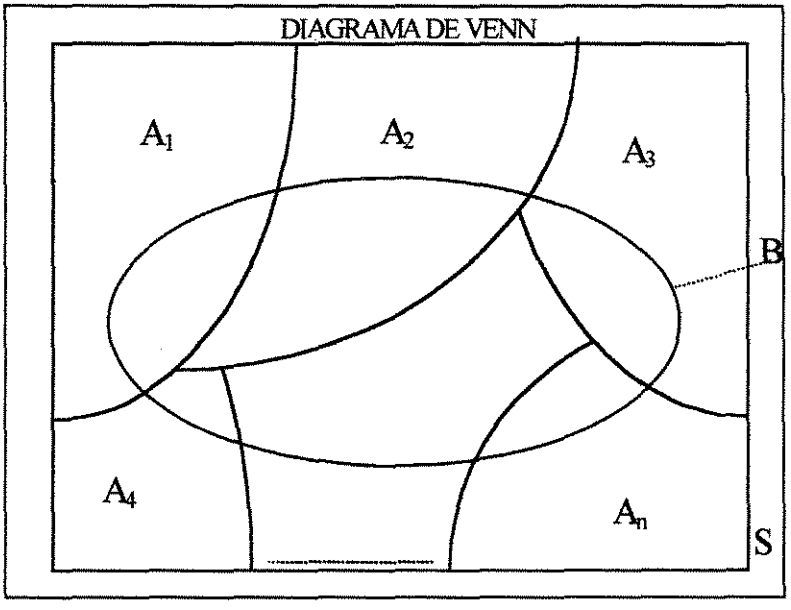


Figura 4: Diagrama de Venn para Probabilidade Condicional

Esses eventos podem ser simbolicamente representados num diagrama de Venn, em que supõe-se que a área correspondente a cada evento é numericamente igual à sua probabilidade.

Pela Figura 4, deduz-se que:

$$B = \bigcup_{i-1}^{n} (A_i \cap B) .$$

Sendo as interseções $A_i \cap B$ mutuamente exclusivas, tem-se que:

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i \cap B) \text{ que corresponde a:}$$

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i).P(B / A_i)$$

A probabilidade do evento B ocorrer está condicionada à probabilidade de ocorrência dos eventos anteriores (A_1, A_2, ...A_n), tal que, um e somente um entre os resultados A_1, A_2, ...A_n ocorrerá e, posteriormente, um resultado de B poderá ocorrer ou não. No estudo da Teoria da Decisão, os resultados A_1, A_2, ...A_n serão referidos como os possíveis estados da natureza e B será um dentre os possíveis resultados de um experimento.

II.4.4.2. Árvore de decisão e decisão em multiestágios

Para dois eventos quaisquer A e B, desde que P(B)>0, pode-se definir a probabilidade condicional de A em função de B também ocorrer como:

$P(A \cap B) = P(A/B) \cdot P(B)$ ou seja,

$P(A/B) = P(A \cap B) / P(B)$.

Assim, em processos de tomada de decisão que envolvam estágios seqüenciados, a tomada de decisão pode ser feita pelo método de aproximação Bayesiana com o uso da árvore de decisão.

$P(A \cap B) = P(A).P(B)$ (para eventos independentes)

Essa equação é a forma da expressão matemática do teorema de Bayes que representa um guia lógico para tomada de decisão seqüencial em ambiente de risco. O princípio da maximização do ganho (ou o da minimização da perda) é adotado como princípio de escolha em cada ponto de decisão. O procedimento recomenda a busca da melhor solução no ponto ou nos pontos de decisão mais distantes da base, ou seja a primeira decisão da árvore.

A representação da árvore de decisão de uma situação de decisão seqüencial, corresponde a um esquema de visualização das alternativas possíveis de serem selecionadas. A árvore de decisão apresentada na Figura 5 ilustra a situação. A solução do problema é obtida percorrendo-se a árvore de montante para jusante, associando, a cada nó de probabilidade, o correspondente valor esperado e a cada nó de decisão, a alternativa que maximiza o valor esperado.

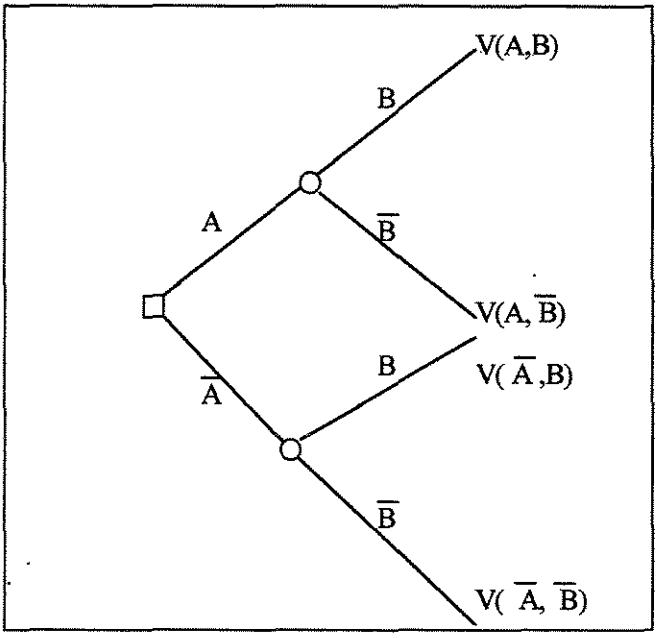


Figura 5: Árvore de Decisão

Desta forma, a questão resume-se na determinação do valor esperado A obtenção dos valores que compõem o valor esperado pode ser conduzida por estimativa ou por inferência estatística. O objetivo da inferência estatística, assim, é o de possibilitar a decisão sobre qual deva ser o valor adotado como estimativa de um determinado parâmetro desconhecido ou qual atitude a ser tomada (se aceitar ou rejeitar) sobre as hipóteses estatísticas existentes.

Para iniciar um processo de inferência estatística, atribui-se a um determinado parâmetro a ser estimado, uma distribuição de probabilidades, a qual pode dar-se de forma subjetiva, devendo ser representativa do comportamento do fenômeno em estudo, e espelhar o nível de conhecimento prévio do parâmetro em questão. Realizada uma amostragem, obtém-se uma distribuição posterior. O resultado de um procedimento bayesiano de inferência é, assim, uma distribuição de probabilidades. Ao ser definida uma "função de perda" relacionada aos desvios de uma estimativa hipotética em relação ao valor verdadeiro (desconhecido), obtém-se a estimativa ótima do referido parâmetro em função da perda adotada e do resultado da amostragem. Essa "função de perda" corresponde à própria função de risco, ou seja através dela será construída uma

distribuição de probabilidade em que a freqüência dos valores menores do que um outro estabelecido, revelará a probabilidade obtida em não vir a realizá-lo.

O cálculo da probabilidade de ocorrência de um evento, condicionada à realização de outro torna-se, assim, uma análise de suma importância na quantificação dos riscos inerentes a um projeto. Conforme o que já fora afirmado anteriormente, que o risco é a quantificação da incerteza, o seu cálculo traduz a possibilidade de se estabelecer um valor numérico que expressa o nível de dúvida que se tem para atingir os objetivos da empresa ou do investidor. Num análise de risco desenvolvida pela técnica de simulação de Monte Carlo, as probabilidades verificadas nas distribuições de valores, obtidas para as medidas de rentabilidade ou de retorno do capital investido, decorrerão condicionalmente das probabilidades de ocorrência dos parâmetros técnicos e econômicos.

Nessas condições, quanto mais os parâmetros que expressam ganho (receita) estiverem concentrados nos baixos valores de suas distribuições de freqüência e os parâmetros de perda (custos) concentrados nos valores mais altos das distribuições, a probabilidade condicional de se ter resultados negativos dos fluxos de caixa tenderá a crescer (Figura 6). Em condições inversas, a probabilidade condicional de se ter resultados positivos também crescerá.

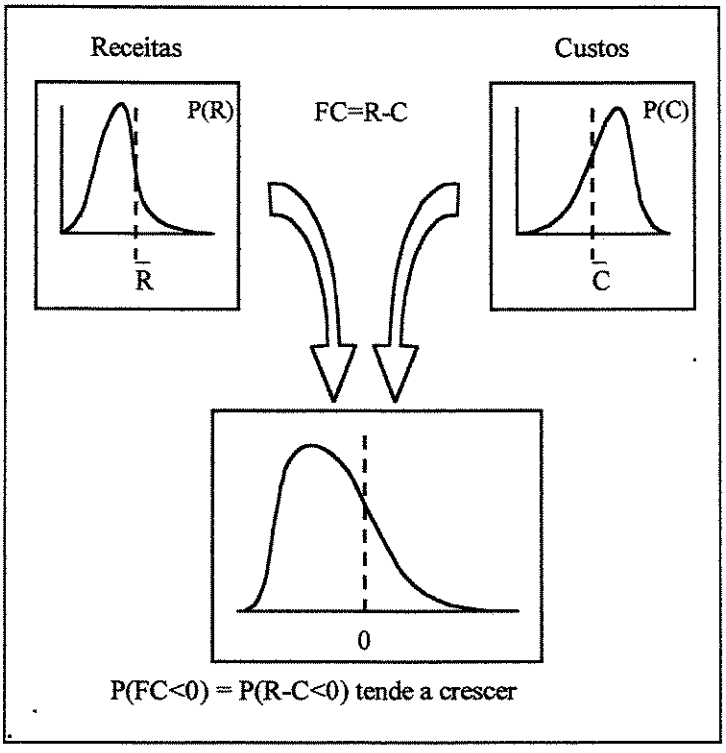


Figura 6: Probabilidade Condicional de Fluxo de Caixa Negativo

II.5. TEORIA DA UTILIDADE

Antes de se fazer quaisquer considerações sobre a teoria da utilidade propriamente dita, é importante explicitar o significado do Valor Esperado de uma variável, o qual, por definição, corresponde à média ponderada dos resultados obtidos pelas suas probabilidades de ocorrência. Esse valor esperado, se for calculado sobre uma base monetária (Valor Monetário Esperado - VME), expressará assim, a valor médio de uma distribuição de Valores Atuais, resultantes de diversas possibilidades de realizações de fluxos de caixa de um determinado projeto. Caso o atributo não possua uma unidade de base monetária, o valor esperado poderá expressar qualquer outra medida de rentabilidade ou de retorno em termos de valor médio. Segundo RIGGS (1968), o Valor Esperado é um índice realista e útil nos processos de tomada de decisão que incorpora os efeitos do risco sobre os resultados potencialmente possíveis de serem obtidos. As decisões pautadas exclusivamente considerando o Valor Esperado, por exemplo, significa que o gerente apresenta um comportamento de indiferença em relação ao risco.

De acordo com SCHLAIFER (1959), quando o valor (monetário) esperado não for válido como um guia no processo decisório para a ação de um indivíduo, situações tais como a ação frente a um número maior de alternativas, nas quais o gerente poderá enriquecer razoavelmente a solução de problemas complexos, é recomendável que se faça a seleção da melhor alternativa à luz da Utilidade Esperada.

Segundo BAIRD (1989), em termos microeconômicos, "utilidade" é um número abstrato associado a uma medida de benefício subjetivo, ou de satisfação individual obtida por alguém ao consumir uma certa quantidade de um determinado produto ou de vários. Em muitos casos, as decisões não são pautadas exclusivamente por um critério relacionado à maximização da rentabilidade esperada (ganhos) ou da minimização de perdas esperadas. O nível de risco para realizar ou para atingir os objetivos da empresa desempenha um papel preponderante. A teoria da utilidade baseia-se no estudo das preferências reais dos gerentes em relação aos resultados obtidos, oriundos das suas decisões. Para cada gerente, deve-se considerar uma função utilidade específica. À tal função, associa-se valores de uma determinada quantidade abstrata denominada "utilidade", que representa convenientemente o real comportamento do gerente perante situações de risco. A teoria da utilidade revela a sua validade, por permitir que em determinadas situações

em que ocorram ganhos (prêmios) qualitativos, esses possam ser substituídos por valores de utilidade para efeito de tomada de decisão. Após a substituição de todos os prêmios (quantitativos e qualitativos) por valores de utilidade, realiza-se a análise, obtendo-se a melhor solução pela maximização da utilidade esperada. Um gerente que não basear o seu comportamento no Valor Monetário Esperado, pode, alternativamente, adotar a utilidade como medida de seleção de alternativas.

CHERNOFF & MOSES (1974) consideram que para cada prospecto P pode-se definir um valor correspondente $u(p)$ chamado utilidade do prospecto P. A função que define tais valores é chamada de Função de Utilidade .

O modelo da utilidade leva em consideração os possíveis resultados de cada estratégia com o que estima-se as respectivas utilidades esperadas. KOUTSOYIANNIS (1982) ilustra o modelo da utilidade esperada nas decisões sobre seleção de projetos com o seguinte exemplo, comparando com o modelo de decisão com base no valor monetário esperado.

Sejam os seguintes resultados de uma sensibilidade de dois projetos:

A_1=150, P(A_1)=60% ; A_2=500, P(A_2)=30%; A_3=350, P(A_3)=10%

B_1=0, P(B_1)=60%; B_2=1000, P(B_2)=30%; B_3=40, P(B_3)=10%

O Valor Monetário Esperado será:

$$E(A)=\sum(A_i).Pr(A_j) = (150)(0.6)+(500)(0.3)+(350)(0.1)=\$275$$

$$E(B)=\sum(B_i).Pr(B_j) = (0)(0.6)+(1.000)(0.3)+(220)(0.1)=\$322$$

Se o gerente estiver pautado no critério da maximização da rentabilidade esperada, neste caso, selecionar-se-ia a alternativa que proporciona o maior valor esperado. Ressalta-se que se um indivíduo opta pelo critério do valor esperado, o faz sem levar em consideração o peso da probabilidade de ocorrência na decisão de realizar o investimento, pois o risco fica diluído entre os altos e baixos valores de rentabilidade. Assim, a adoção da alternativa B que possui 60% do valor atual ser zero, revela um peso significativo, quando tratar-se de gerentes avessos ao risco.

$$E(U_A)=\sum(U_{Ai}).Pr(A_i) = (30)(0.6)+(70)(0.3)+(50)(0.1)=44$$

$$E(B)=\sum(U_{Bi}).Pr(B_i) = (0)(0.6)+(100)(0.3)+(40)(0.1)=34$$

No entanto, analisando o mesmo caso de acordo com o princípio da maximização da utilidade esperada, o gerente daria prioridade a alternativa A que proporciona um valor de utilidade maior. É importante salientar que a aproximação apresentada acima requer o conhecimento prévio da função de utilidade monetária do gerente e da distribuição total de probabilidades dos possíveis resultados de cada estratégia.

II.5.1. Equivalente certo

"Equivalente Certo" é um valor econômico sem existência de riscos, o qual tornaria um gerente indiferente em relação a um determinado retorno proporcionado pelo projeto em análise. Ou seja, até que "valor", um gerente estaria satisfeito, ao trocar um determinado prêmio com um risco associado, por uma quantia garantida, sem nenhuma probabilidade de perda?

Evidentemente que, para cada gerente, existirá, um equivalente certo para uma mesma situação, dado que cada gerente reage de forma própria em relação ao risco.

Geralmente, o equivalente certo corresponde a uma quantia inferior ao valor monetário esperado (VME). Tal fato é conseqüência de que a maioria dos gerentes apresentam, de alguma forma, "aversão ao risco". Aqueles que decidem estritamente em função dos valores monetários esperados são considerados "indiferentes ao risco".

II.5.2. Função Utilidade e Curvas de Preferência

É uma função que associa variáveis (monetárias ou não) à valores de uma quantidade abstrata chamada utilidade, a qual representa o comportamento do gerente perante as situações de risco. A Função Utilidade possui as seguintes propriedades:

i. Se A > B, então u(A) > u(B); sendo que "**>**" significa "A é *preferível em relação a B*".

ii. Se A é indiferente em relação a B, então u(A) = u(B);

iii. u ([A, p; B, 1-p]) = p u(A) + (1-p) u(B).

O procedimento para se estabelecer uma função utilidade consiste em determinar sucessivamente os equivalentes certos para os prêmios variáveis correspondentes para cada alternativa. A função utilidade representa o lugar geométrico dos pontos de indiferença entre um certo valor determinístico e as respectivas alternativas.

Como a análise de decisão permite que as próprias decisões sejam mais coerentes e mais próximas dos objetivos do gerente, isso é obtido com o emprego de modelos de funções matemáticas representativas das preferências do gerente. O modelo mais usado na literatura é o exponencial, em virtude do coeficiente de aversão ao risco ser constante para toda a função, o que ajuda a aplicação para decisões racionais.

Modelo Exponencial:

Utilidade: $$u(x) = 1 - e^{-\gamma . x}$$

Equivalente Certo: $$\tilde{x} = -\frac{\ln \sum_i p_i e^{-\gamma . x_i}}{\gamma}$$

onde x_i corresponde ao atributo analisado, p_i é a probabilidade de ocorrência do valor do atributo x_i e γ é o coeficiente de aversão ao risco, sendo um valor não-nulo e que pode ser obtido experimentalmente (Figura 7).

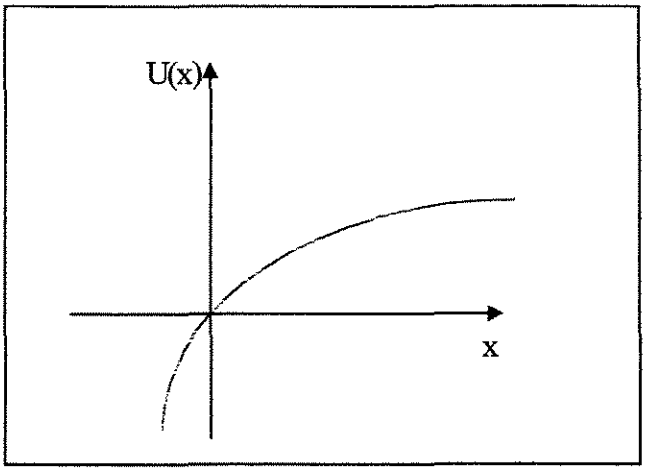


Figura 7: Função de Utilidade Exponencial

II.5.3. Coeficiente de Aversão ao Risco

PRATT (1964) definiu os conceitos de equivalente certo e de função de aversão ao risco associados com a função utilidade.

O Coeficiente de Aversão ao Risco indica como varia o comportamento do gerente quanto ao risco em relação a magnitude dos valores. Assim, sendo u(x) uma função de utilidade, a aversão ao risco r(x) corresponderá à razão entre a primeira derivada ***u'(x)*** e a segunda derivada ***u"(x)***.

$$r(x) = -\frac{u''(x)}{u'(x)}$$

Numa função de utilidade exponencial, por exemplo, da forma $U(x)=1-e^{-cx}$, tal que $c > 0$, o coeficiente de aversão ao risco é constante.

$u'(x)= ce^{-cx}$

$u''(x)= -c^2e^{-cx}$

$r(x) = \frac{ce^{-cx}}{-c^2e^{-cx}}$ reduzindo-se a $r(x) = c$.

Segundo PARK & SHARP-BETTE (1990), essa condição do coeficiente de aversão ao risco r(x) ser um valor constante é que torna a função de utilidade exponencial bastante utilizável para os analistas e gerentes, dada a simplicidade de sua aplicação.

Um coeficiente positivo indica aversão ao risco. Se for nulo corresponde à indiferença ao risco e caso o valor seja negativo, representa a propensão ao risco, conforme pode ser visto na Figura 8. A aversão ao risco é, normalmente, tanto menor, quanto maior for o capital disponível do gerente ou da empresa. Assim, esse coeficiente de aversão representa o comportamento do gerente frente ao risco em relação à magnitude dos valores monetários.

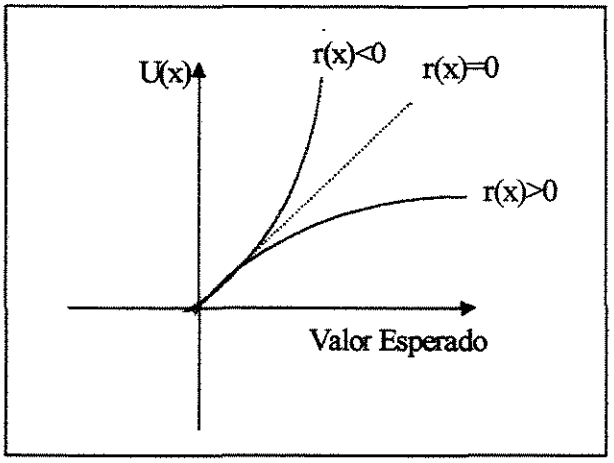


Figura 8: Coeficiente de Aversão ao risco

Seja uma situação em que uma decisão deva ser tomada entre a ação A e a ação B e a função de preferência deve varrer um intervalo completo de valores. A ação A conduz a um pagamento certo V_0, enquanto a ação B envolve duas alternativas: um pagamento V_1 com probabilidade p_1 e outro pagamento p_2 com probabilidade $(1-p_1)$. No problema de decisão, V_1 é definido como o melhor resultado e V_2 como o pior resultado.

A preferência é determinada, portanto, em termos de V_1 (o maior valor). Mantendo-se todos os valores constantes, faz-se variar, exclusivamente, o valor de V_0 (equivalente certo). O gerente deverá determinar os pares de pontos dos valores de V_0 e de p que proporcionam que as duas ações tornem-se igualmente atrativas. A função de utilidade (ou de preferência) é a relação entre o V_0 e p, ou seja, entre o equivalente certo e a probabilidade do pagamento mais interessante (ganho mais alto). Vale ressaltar que, se o gerente apresenta um coeficiente de aversão ao risco igual a zero, significa que estará optando por uma decisão baseada no valor esperado (média ponderada), não levando em consideração eventuais equivalentes certos no seu critério. Dito de outra forma, se o Equivalente Certo (EC) do gerente for igual ao VME ele *é indiferente ao risco* (r(x)=0); se EC for maior que o VME, o gerente é *propenso ao risco* (r(x)<0); e caso o EC seja menor que o VME ele é avesso ao risco (r(x)>0).

II.5.4. Axiomas da Preferência

Para se estabelecer as condições sob as quais será possível definir uma função utilidade, que realmente represente coerentemente as preferências do gerente, é necessário que os seis axiomas abaixo sejam válidos, ou seja, que o gerente tenha um comportamento compatível com esses axiomas (RAIFFA, 1987). Sendo A e B dois eventos com respectivas probabilidades p e $1-p$:

Axioma da Ordenalidade: Dados dois prêmios A e B; ou A é preferível em relação a B, ou A é indiferente em relação a B, ou B é preferível em relação a A.

Axioma da Transitividade: Se A é preferível em relação a B e B é preferível em relação a C, A é preferível em relação a C.

Axioma da Continuidade: Se A é preferível em relação a B que é preferível em relação a C, então existe p, tal que $0<p<1$ e B é indiferente a $[A, p ; C,(1-p)]$.

Axioma da Substituibilidade: Se A é indiferente a B então $[A, p$ e $C,(1-p)]$ é indiferente a $[B, p$ e $C,(1-p)]$.

Axioma da Redutibilidade: Se existe $[[A, p ; B, (1-p)], q; B, (1-q)]$ é indiferente a

$[A, pq ; B, (1-pq)]$.

Axioma da Monoticidade: Se A é preferível em relação a B, então $[A, p$: B, $(1-p)]$ é preferível em relação a $[A, q; B,(1-q)]$, se e somente se $p > q$.

II.5.5. Curvas de Indiferença do gerente

Uma curva de indiferença (iso-utilidades) corresponde ao lugar geométrico em que os pontos componentes da curva apresentam o mesmo nível de utilidade, de tal forma que o gerente torna-se indiferente às distintas combinações de risco e de retorno esperado (Valor atual ou TIR) ao longo de cada curva(FERGUSON, 1972).

MARAKOV et al (1982) definem as curvas de indiferença como níveis de hiper-superfície ou superfícies de iso-valores do conjunto de pontos $x=(x_i, ..., x_n)$ pertencentes a S^+_n, tal que U(x) seja constante.

Tendo-se definido uma função de preferência, é possível estabelecer teoricamente uma família de curvas que relaciona um retorno e um risco a um determinado gerente segundo o seu coeficiente de aversão ao risco.

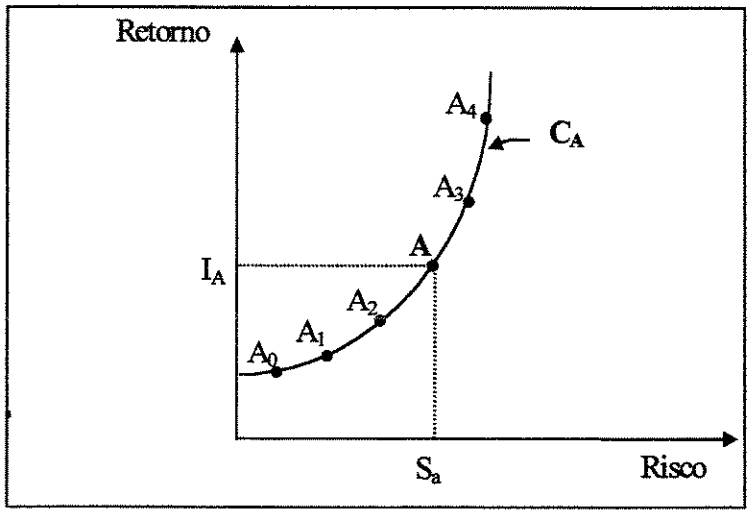


Figura 9: Projetos com Iso-utilidades

Assim, para a construção das curvas de indiferença considera-se uma alternativa de investimento I_A e o risco σ_A. O gerente deve estabelecer valores equivalentes ao investimento A para cada uma das oportunidades com risco associados. O conjunto de oportunidades com risco e retorno, todos distintos e equivalentes a I_A, pode ser considerado como pontos de uma curva de investimentos equivalentes indicados por C_A (Figura 9).

Independentemente da forma em que for expressa a medida de risco, se pelo desvio padrão, pela probabilidade de perda ou pelo limite de confiança da rentabilidade, a curva de iso-utilidade que vier a apresentar pontos com uma relação risco menor e rentabilidade ou retorno maior sempre expressará situações mais favoráveis, ou seja, graficamente serão as curvas situadas nos níveis mais altos (Figura 10).

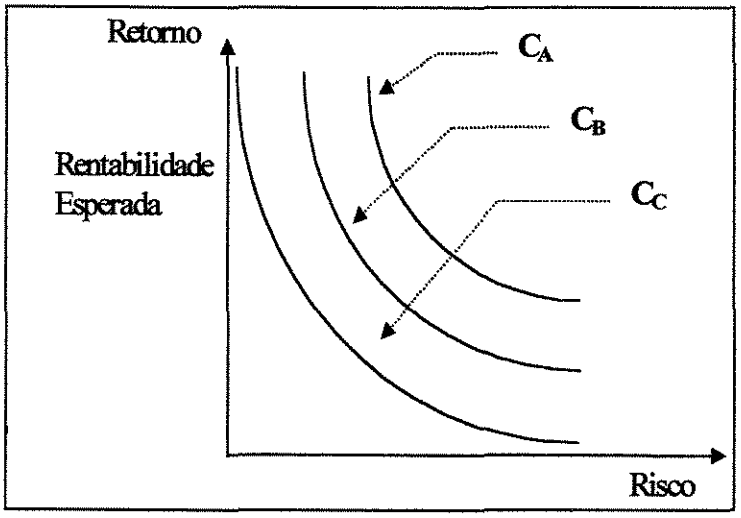


Figura 10: Curvas de Indiferença

De posse das curvas de iso-utilidade, num processo decisório de pesquisa mineral baseado na incerteza dos recursos *in situ*, com a evolução da detalhamento do depósito em cada fase, torna-se possível traçar a trajetória da evolução da utilidade (Figura 11), estabelecendo-se o limite econômico da informação, o qual permite que se avalie, pela análise da maximização da utilidade, se as informações já são suficientes para se ter um nível desejável de confiabilidade nas estimativas ou se será necessário continuar investindo na obtenção de informações adicionais.

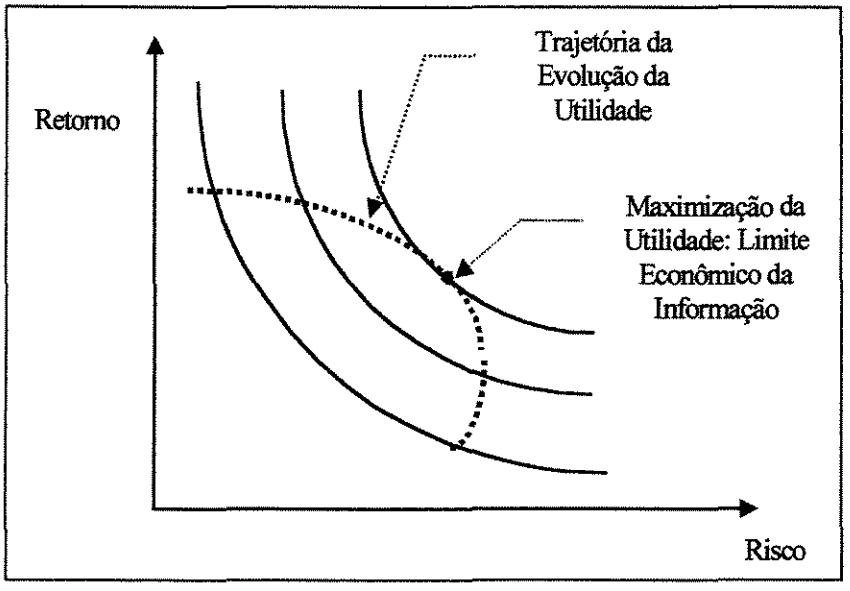


Figura 11: Limite Econômico da Informação

Fonte: MacKenzie, 1983 - Modificado

II.6. A TOMADA DE DECISÃO POR MULTICRITÉRIOS

Sendo impossível descrever diversas metas satisfatórias em termos de um único objetivo, busca-se manter múltiplos objetivos, freqüentemente conflitantes entre si. Desta forma, a decisão em tais circunstâncias deve envolver múltiplos atributos que servirão de base para o estabelecimento dos critérios de decisão.

II.6.1. Conceitos Relacionados à Análise de Decisão por Múltiplos Critérios

A tomada de decisão por multicritérios é concernente aos métodos e procedimentos pelos quais diversos critérios podem ser incorporados formalmente no processo analítico. A tomada de decisão por múltiplos critérios possui duas partes distintas: uma parte está relacionada a análise por múltiplos atributos e a outra é a otimização por múltiplos multiobjetivos envolvendo programação matemática. A análise de decisão multiatributos é mais utilizada em problemas com um número pequeno de alternativas em condições determinísticas ou de risco, tendo sido bastante discutida por KEENEY & RAIFFA (1976). Já a otimização por múltiplos objetivos se aplica à solução de problemas exclusivamente determinísticos em que o número de variáveis envolvidas seja elevado.

Pode-se definir objetivos como as metas que se pretende atingir; atributos como as variáveis presentes numa função, e critérios como os mecanismos de análise dos atributos através das quais pretende-se atingir os objetivos. Quando o gerente encontra-se frente a uma situação que envolve diversos fenômenos e cada um apresenta valores distintos para as diversas variáveis em estudo, o processo decisório pode compreender mais de um critério, mais de um objetivo e mais de um atributo.

Em análise de decisão, o primeiro passo é identificar quais são as alternativas que estão disponíveis. Para a seleção da melhor alternativa, é necessário, no entanto, que sejam definidos os critérios que devem ser adotados e qual é a ordem de importância a ser assumida. Estabelecida a hierarquia dos critérios, deve-se avaliar cada alternativa em relação a cada um dos critérios adotados. Um outro aspecto que deve ser considerado diz respeito às possíveis hipóteses que determinariam eventuais restrições no momento da tomada de decisão, ou se tais hipóteses fariam incluir no processo algum critério específico. Ordenados todos os critérios e todas as alternativas

disponíveis, define-se com que peso e em que ordem de importância cada critério deverá ser estabelecido. Apesar de se ter seguido todos esses passos, antes de se decidir efetivamente por uma das alternativas, deve-se observar se há algum outro interesse a ser incluído na análise.

Como é impossível obter uma solução satisfatória para o universo inteiro, pode-se reduzir a otimização de todos os fatores a uma simples medida de eficácia. As medidas de eficácia devem ser usadas cuidadosamente como critério de tomada de decisão. Nem sempre, os objetivos que se pretende atingir possuem o mesmo grau de importância no processo decisório.

Assim, múltiplos critérios são usados quando a preferência do gerente envolve uma variedade de objetivos e de políticas de caráter qualitativo ou quantitativo como diretrizes no processo de tomada de decisão. O método envolve uma matriz de ponderação, em que são atribuídos pesos aos diversos critérios e notas a cada alternativa, relacionada à cada um dos critérios. A alternativa que apresentar o maior resultado deve ser considerada como a melhor opção (BAIRD, 1989).

De acordo com múltiplos critérios, reconhecer e ponderar soluções *satisfactum,* é o que caracteriza a arte da tomada de decisão (STEUER, 1986). Os gerentes necessitam, assim, ajustar os limites de seus próprios sistemas, determinar objetivos, ponderá-los em ordem de importância, decidir como medi-los ou quantificá-los e escolher a ação ótima para torná-los possíveis.

Num processo decisório com uma estrutura operacional dirigida para a análise de múltiplos critérios, GOECOCHEA (1982) recomenda que sejam obedecidos alguns passos importantes a saber:

i. identificar as necessidades percebidas para o estudo do problema;

ii. formular metas e objetivos específicos que possam refletir as necessidades estabelecidas;

iii. identificar as variáveis estratégicas na tomada de decisão;

iv. selecionar uma estrutura matemática para análise considerando que a natureza do problema deve sugerir a estrutura escolhida (programação matemática, *input - output*, análise de regressão, avaliação da utilidade etc.);

v. formular o conjunto de funções objetivo. Cada função deve relacionar uma ou mais metas, devendo ser expressas como variáveis de decisão;

vi. formular um conjunto de restrições. Essas restrições devem ser funções de variáveis de decisão e representar as limitações sobre a disponibilidade de recursos.

vii. gerar uma solução alternativa (plano). A constituição dessa solução alternativa pode ser um valor obtido para cada uma das funções objetivo e representa limitações sobre a disponibilidade dos recursos.

viii. avaliar as conseqüências reais, diretas e concomitantes. Uma vez que uma solução foi gerada, suas conseqüências podem ser contornadas (delineadas) em termos de recursos reais utilizados e como as metas estabelecidas foram atingidas.

ix. determinar se a solução alternativa é aceitável para a tomada de decisão. O gerente responsável pelo projeto deve questionar um "valor" ou uma utilidade da solução corrente. Os valores obtidos por alguma das funções - objetivo podem ser menores do que aqueles esperados.

x. Determinar se a tomada de decisão está pronta para atender a alguma das suas expectativas. Aqui, essencialmente, a tomada de decisão deve avaliar se é possível aceitar menos em algumas das funções objetivo, na esperança de receber mais em outras, e ainda considerar um valor agregado aceitável. Se afirmativo, deve-se obter respostas da tomada de decisão para atender ao estabelecimento de um valor relativo da unidades da função objetivo. Se negativo, deve-se determinar se os recursos disponíveis podem ser comprometidos. Se afirmativo, restabelecer as restrições. Caso contrário, a viabilidade do plano está comprometida.

xi. Implementar soluções alternativas.

A tomada de decisão pode ser expressa como um problema de vetor maximização da seguinte forma:

Maximiza [F(x), $x \in X$]

Sujeito às restrições:

$$h_j(x) \leq 0 \qquad j = 1, 2, \ldots, m$$

em que x é um vetor dimensional da relação tonelagem X teor do depósito, f(x) e $h_j(x)$ são respectivamente as funções objetivo e restrições. Nessas expressões, por simplificação na notação, todas as medidas de maximização dos objetivos e as inequações das restrições estariam consideradas.

Normalmente, em alguns problemas de decisão, a pesquisa deve ser dirigida para um vetor de política *ótima,* que possua propriedades matemáticas bem definidas. Um conjunto de funções objetivo e um conjunto de funções de preferência indefinido, de alguma maneira, devem ser articulados para se atingir a uma "solução". Se o conceito de uma solução ótima não se aplicar, o conceito de "solução satisfatória" como já mencionado deve ser examinado e adotado, se for o caso. Uma "solução satisfatória" é, então, algum valor dentro de um intervalo de aceitabilidade, para uma série de funções objetivos. Uma meta múltipla satisfatória implica em valores aceitáveis de todas as funções objetivos. Assim,

Satisfatória $Z(x)= [Z_1(x), Z_2(x),\ldots \ldots Z_p(x)]$

Objetivo $x \in X$.

Se existirem vários objetivos independentes, conflitantes e incomensuráveis, a aplicação dos métodos clássicos torna-se inadequada, pois a obtenção da melhor opção para um dos objetivos pode não ser, necessariamente, a melhor para os demais. Desta forma, o gerente estará obrigado a definir uma "solução compromisso" que melhor atenderá aos seus interesses. Essa "solução compromisso", portanto, depende das preferências do gerente. Um método matematicamente conveniente é combinar todos os objetivos dentro de uma simples medida de desempenho, freqüentemente apresentada em termos monetários ou como medida de utilidade. Essa combinação forçada de critérios pode ser expressa matematicamente como:

Maximiza $\sum_{i=1}^{n} w_i \cdot c_i \cdot f_i(x)$

sujeito às restrições

$h_j(x) \geq 0 \qquad j = 1, 2, \ldots, m$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

$w_i, c_i, > 0 \qquad i = 1, 2, \ldots, n$

em que os w_i são os pesos relativos que indicam a importância de cada critério e c_i são os fatores de conversão que induzem os critérios incomensuráveis (incompatíveis) para uma mesma base comum. A otimização desse modelo conduz a um índice escalar que é de extrema conveniência para o gerente, desde que sejam explicitados os valores das alternativas de investimento. O estabelecimento dos pesos é a limitação desses método, pois esses valores são estabelecidos subjetivamente e determinados anteriormente ao processo de análise.

Assim, torna-se possível ao analista conduzir o processo de tomada de decisão da empresa, considerando alguns limites máximos e mínimos aceitáveis para cada critério, a taxa mínima de atratividade (r_{min}), receita global mínima esperada (Y) como restrições, conforme será visto no item III.4. Em tal caso, o modelo pode ser modificado para:

Maximiza $f_1(x)$

Sujeito às restrições:

$h_j(x) \geq r_{min} \qquad j = 1, 2, \ldots, m$

$g_j(x) \geq Y_{mini} \quad i = 2, 3, \ldots, n$

em que $f_i(x)$ é o critério e k_i são os limites aceitáveis para os outros critérios. A depender dos valores dos limites pré-determinados, o problema pode ou não ter uma solução viável. Se uma empresa emprega padrões restritivos e o problema não apresenta uma solução dentro de tais padrões com relações tonelagem X teor insatisfatórias, então tal aproximação serve como um plano para eliminação prévia das alternativas indesejáveis.

Para se comparar duas alternativas de modo quantitativo, deve-se estabelecer os valores para cada um dos resultados. Os valores devem ser ponderados e, de alguma forma, refletir a

importância relativa dos dois objetivos e algum tipo de número agregado deve ser determinado para cada alternativa e assim poder efetuar a comparação e consequentemente, a seleção final.

Os pesos revelam a importância relativa dos objetivos e são aplicados aos resultados de cada j-ésima alternativa. A determinação dos pesos (fator de ponderação) significa a própria quantificação dos múltiplos objetivos. Os valores dos resultados podem se apresentar em diferentes dimensões. Outra questão relacionada a múltiplos objetivos diz respeito à determinação de uma função que possibilite a transformação, devendo-se, para tanto, levar-se as seguintes questões em consideração:

i. é possível que o gerente considere não somente a importância ou os pesos para cada alternativa, mas também um valor ponderado para a soma dos objetivos;

ii. o peso atribuído para dois objetivos deve ser igual à soma dos pesos individuais de cada objetivo.

Por outro lado, a tomada de decisão por múltiplos critérios para ser consistente deve respeitar algumas etapas importantes na análise e caracterização do problema tais como:

a) definir possíveis resultados para cada uma das alternativas;

b) avaliar o nível de ganho proporcionado por cada decisão;

c) determinar as probabilidades de ocorrência para cada um dos resultados possíveis;

d) ponderar o valor dos atributos com as probabilidades de ocorrência de cada um dos seus resultados, gerando-se um valor de decisão, que poderá representar o critério para aceitar ou rejeitar as alternativas.

Independentemente de ser adotado um modelo determinístico ou probabilístico, a decisão pode envolver esses múltiplos critérios ou não. No entanto, a Análise de Decisão por Multicritérios deve ser usada quando a preferência do gerente envolver uma variedade de objetivos ou de políticas de caráter qualitativo ou quantitativo como diretrizes no processo de tomada de decisão. A aplicação do método necessita de uma matriz de ponderação em que são atribuídos pesos aos diversos critérios e notas a cada alternativa relacionada a cada um dos

critérios. Será considerada a melhor alternativa, aquela que apresentar o maior valor obtido na forma aditiva, para os casos de atributos considerados *substitutos*, ou o maior valor obtido pela forma multiplicativa para os atributos ditos *complementares*.

II.6.2. Definição de Estratégias

As empresas de um modo geral necessitam definir suas estratégias ou objetivos no processo de avaliação das oportunidades de investimento e essa é, sem dúvida, uma das tarefas mais importantes exercidas por gerentes de projetos. Isso implica em ter que definir quais são os objetivos relevantes no processo decisório e ter que solucionar os eventuais conflitos entre esses objetivos, para que se obter uma medida de satisfação em valor para o conjunto desses objetivos.

Classificar os objetivos de acordo com o nível de importância na tomada de decisão por múltiplos critérios permite estabelecer categorias sobre uma base do que se "deseja" e do que é possível atingir, visando a distribuição de pesos diferentes para diferentes graus de importância.

KEPNER & TREGOE (1965) estabelecem que o ato de tomar a melhor decisão envolve uma seqüência de procedimentos, os quais devem ser baseados nos seguintes conceitos:

i. os objetivos de uma decisão devem ser estabelecidos em primeira instância;

ii. os objetivos devem ser classificados conforme o seu nível de importância;

iii. as ações alternativas devem ser desenvolvidas ou estarem previstas;

iv. as alternativas devem ser reavaliadas após a definição dos objetivos;

v. a tentativa de decisão deve ser explorada para se ter uma previsão de eventuais (possíveis) conseqüências adversas futuras;

vi. os efeitos de uma decisão final devem ser controlados, definindo-se em cada momento outras ações preventivas que evitem possíveis conseqüências adversas e permitam dar continuidade às ações sempre de forma minimamente seguras."

A literatura relacionada à engenharia econômica considera que os critérios mais usuais para se estabelecer objetivos em processos de avaliação de projetos referem-se à rentabilidade, ao retorno do capital e à quantificação do risco associado ao investimento.

O risco do investimento, normalmente, é considerado como um segundo critério e é usado para penalizar a medida de rentabilidade. Portanto, ele pode conduzir a uma decisão de aceitação ou de rejeição, mas não tem o mesmo peso em relação às medidas de resultado financeiro.

Assim, o gerente pode optar por usar uma função objetivo simples ou uma função de múltiplos objetivos. Embora a multiplicidade de objetivos tenha sido bastante reconhecida e aceita em muitas áreas relacionadas à teoria da decisão, a solução para alguns problemas, muitas vezes, ainda é obtida por algum critério tecnicamente administrável em um único objetivo. Essas soluções obtidas por simples objetivo têm as vantagens principais de atender ao interesse principal do gerente do ou da empresa e de que sua teoria matemática é bem mais simples do que a otimização de multiobjetivos.

O desenvolvimento de uma ação ótima requer uma compatibilização das variáveis de decisão envolvidas, o que pode ser obtida por processos de otimização, fazendo-se uso ou não de programação matemática, assunto esse não abordado nesta tese. Recomenda-se Goecochea (1982) para um aprofundamento sobre tema.

Apesar dos aspectos citados, que até poderiam estimular a que o gerente optasse por tais técnicas de otimização, as soluções obtidas nem sempre proporcionam respostas satisfatórias para o problema se a tomada de decisão envolver diversos objetivos conflitantes e, muitas vezes relacionados às medidas de satisfação não comensuráveis.

II.6.3. Implicações na Definição dos Parâmetros

Um gerente, mesmo sob um critério de simples objetivo confronta-se com problemas complexos. Ao fazer variar a ordem de grandeza dos valores a se investir em um projeto, por exemplo, deve observar como é que se comportará a variável custo operacional e, em última instância, quais os seus reflexos sobre o teor de corte e, consequentemente, sobre as reservas minerais do depósito.

Além disso, a ausência de relações inerentes entre as variáveis e sobretudo a incerteza envolvida nas estimativas do teor e das reservas, do investimento, do custo operacional etc., aumenta o grau de dificuldade do problema. Quando se trata, então, de problemas sob múltiplos objetivos, o nível de complexidade torna-se ainda maior. Se os objetivos são independentes, conflitantes e não facilmente comensuráveis, certamente não haverá uma solução global. Cada objetivo pode atingir seu ponto ótimo em diferentes valores dos parâmetros técnicos e econômicos do projeto e o gerente terá que escolher frente a esse conjunto de parâmetros, qual a alternativa que mais se aproxima de seus objetivos e que melhor satisfaz a seus interesses, se não for adotada uma solução satisfatória.

Segundo TOPUZ (1977), os objetivos de uma empresa podem variar significativamente a depender do ambiente econômico, social e político em que ocorra a sua atividade. Em processos de decisão, os efeitos dos objetivos sobre os parâmetros do projeto podem ser facilmente quantificáveis. As estratégias podem ser atingidas ao empregar-se taxas de desconto maiores que a taxa mínima de atratividade, dentro do universo relativo aos parâmetros do projeto e limitada pelos valores desses parâmetros. A taxa de desconto torna-se, assim, um dos fatores que afetam os valores dos parâmetros do projeto. Essa taxa pode vir a influenciar o tamanho da planta, o custo unitário de produção, a recuperação minimamente requerida ou aceitável para a usina e até a vida útil da mina. O tamanho da planta e um determinado teor de corte podem resultar em um alto custo operacional, condizentes com o nível de investimento correspondente à expectativa de vida útil da futura mina. É evidente que as inter-relações entre os próprios parâmetros do projeto impõem uma complexidade na definição do teor de corte, sendo solucionada com a evolução do nível de detalhamento do próprio projeto, com vistas ao estudo de viabilidade de lavra propriamente dito. Assim, as soluções utilizando otimizações multiobjetivos são mais recomendadas para o desenvolvimento do projeto básico de engenharia ou executivo, quando busca-se estabelecer as especificações ótimas dos parâmetros.

No âmbito da elaboração do projeto conceitual ou do anteprojeto, é recomendável para um dado nível de decisão, sobretudo nos estágios de definição desses parâmetros, que tenha-se definido, ao menos, a escala de produção do projeto. Partindo-se do valor desse parâmetro, é possível definir valores correspondentes à vida útil da futura mina, proporcionalmente a cada faixa

de teor de corte dos recursos do depósito, a partir do que, definir-se-iam os demais parâmetros técnicos e econômicos do projeto.

II.6.4. Decisão Determinística Multicritério

No caso de decisão por multicritério, é necessário gerar os valores correspondentes para cada critério e combiná-los dentro de uma *Função Utilidade Determinística.* Segundo BAIRD (1989), a experiência tem demonstrado que as avaliações de utilidade para uma grande quantidade de atributos envolvidos simultaneamente tornam-se extremamente difíceis para os gerentes. As aproximações usadas são complexas, necessitando-se testar e esclarecer todas as hipóteses críticas sobre independência entre as variáveis.

As funções de utilidade determinísticas são estabelecidas definindo-se uma escala de zero a 1. As utilidades individuais são, então, combinadas dentro de uma Função de Utilidade Determinística Total, obtida pela incorporação de todos os critérios e atributos envolvidos, expressando a preferência particular de cada uma das utilidades individuais. Normalmente, a natureza dessa função não é estabelecida de forma padronizada. Pode ser *aditiva,* pela soma de todas as utilidades individuais, obtendo-se uma utilidade total, ou multiplicativa, obtida pelo produto dessas mesmas utilidades individuais. Assim, torna-se importante estabelecer quais as constantes e que fatores de escala são apropriados, isto é, que ponderação deve ser utilizada. É evidente que todos os critérios envolvidos não possuem a mesma importância no processo decisório, ou seja, na composição da Utilidade Determinística Total. Isto dependerá da preferência ou do *trade-off* do gerente, os quais devem expressar a estratégia de investimento da empresa. A Utilidade Determinística Total, assim, é usada para avaliar, comparar e selecionar alternativas. As alternativas que apresentarem utilidades maiores expressam um nível maior de satisfação devendo sempre ser as selecionadas. A Utilidade Determinística Global pode ser expressa matematicamente em termos gerais como:

$$U(X,Y) = f\{U(x), U(y)\},$$

em que U(x) e U(y) são as funções de utilidade individuais dos atributos e critérios envolvidos.

Para que essa expressão seja possível, é necessário que se avalie como as preferências determinadas interagem com os atributos. O requisito básico fundamental é que haja uma

separabilidade expressa pela condição de "mútua independência preferencial". Dois atributos são considerados independentes preferencialmente entre si, se as preferências para valores menores de um atributo, por exemplo, ocorre de forma sempre independente em relação aos valores assumidos por um outro atributo.

Se as preferências de um gerente apresentam utilidades com mútua independência, então a utilidade global pode ser definida como uma composição das utilidades individuais relativas à cada atributo em si.

Uma seqüência de condições de independência deve ser considerada, iniciando com o conceito de independência de valor entre atributos, associado com funções de utilidades aditivas ou de utilidades multiplicativas. Desta forma, introduz-se aqui um outro conceito: o da Independência de Utilidades. Diz-se que um determinado atributo possui Independência de Utilidade em relação a um outro atributo se as preferências para decisões incertas, envolvendo diferentes valores do primeiro atributo, apresentarem um comportamento independentemente dos valores assumidos por um segundo atributo. Assim, o primeiro atributo possuirá um valor de utilidade independentemente dos valores assumidos pelos demais atributos. Se a situação inversa for idêntica para os demais atributos da função, diz-se que todos os atributos possuem utilidades mutuamente independentes (BAIRD, 1989).

Desta forma, a Utilidade Determinística Substituta definida pela forma aditiva pode ser expressa como:

$$U(x) = \sum_{i=1}^{n} k_i u_i(x_i)$$

sendo:

n= número de atributos;

i = atributo de interesse;

x = unidade de avaliação para estudo;

u(x) = Função de utilidade de simples atributo que incorpora a preferência do gerente;

U(x)= Preferencia Total ou Utilidade Total gera pelos valores de um conjunto de atributos;

k= Fator de escala representando importância relativa do atributo i, em que $\sum k_i = 1$.

Uma Função de Utilidade complementar, definida pela forma multiplicativa será do tipo:

$$U(x) = \prod_{i=1}^{n} k_i u_i(x_i)$$, para a forma funcional multiplicativa.

O gerente deve avaliar a importância relativa para cada critério, segundo a hierarquia dos objetivos, após ter definido as utilidades individuais para cada atributo. Os valores de *trade-off* entre os atributos são medidos por k_i.

A escolha de uma ou outra dessas formas para uma aplicação prática dá-se, primeiro, em função do gerente considerar as utilidades de todos os atributos envolvidos como complementares, e portanto indispensáveis na decisão ou se essas utilidades são substitutas, ou seja, uma pode ser substituída por outra, pois aquela que vier a ser substituída não apresenta a menor importância para o gerente. Se as utilidades individuais forem consideradas complementares, deve-se utilizar a forma multiplicativa, situação em que a ausência de apenas um dos critérios comprometeria totalmente o resultado. Assim, caso sejam consideradas as utilidades individuais de cada atributo como substitutas, a forma aditiva é a mais recomendável na definição da utilidade total. Um outra condição que define se a função utilidade total será aditiva ou multiplicativa está relacionada ao somatório dos pesos. Para a função de utilidade aditiva recomenda-se que $\sum_{i=1}^{n} k_i = 1$, enquanto que para uma multiplicativa, $\sum_{i=1}^{n} k_i \neq 1$.

A Utilidade Total pode ser expressa na escala de zero a 100, embora, normalmente, a faixa seja de zero a 1, o que é igualmente apropriada. Teoricamente, um valor zero representa a combinação dos piores valores possíveis entre todos os critérios, enquanto que 100 corresponde aos melhores valores dos resultados possíveis. Tendo-se definida a Função de Utilidade Total, a decisão deve ser pautada pela seleção da alternativa que maximiza a utilidade. As preferências sobre um determinado atributo devem ocorrer independentemente do valor revelado pelos demais

atributos presentes na função. Embora isso nem sempre seja possível, tal fato ocorre para a maioria dos casos.

Seja uma função de utilidade total definida pela soma ou pela multiplicação de duas funções individuais com suas constantes e escalares, ao ponderar-se as preferências, estar-se-á explicitando o *trade-off,* quando tratar-se de funções conflitantes.

As utilidades determinísticas definidas por multicritérios, foram utilizadas neste trabalho como método para definição do teor de corte a ser estabelecido na reserva base do projeto conceitual de lavra ou no anteprojeto, conforme poderá ser visto no terceiro capítulo.

O uso da função utilidade multiatributo, aplicável a condições de risco, não foi discutida nesta tese por representar um nível de complexidade desnecessária para aplicações em estudo de pré-viabilidade, objeto central da metodologia aqui proposta.

Capítulo III

METODOLOGIA DE DECISÃO GEOECONÔMICA

Neste Capítulo, é proposta uma metodologia para análise de decisão geoeconômica, sendo apresentados a sua estrutura, o uso de critérios de aceitação de depósitos minerais, a utilização de multicritérios na definição do teor de corte em estudos de pré-viabilidade de lavra de um depósito, a análise de sensibilidade determinística e de risco, além da comparação, do ordenamento e da seleção de depósitos minerais com base na preferência da empresa expressa pelas curvas de isoutilidades.

III.1. ESTRUTURA DO MODELO DECISÓRIO NA PESQUISA MINERAL

Como resultado da pesquisa, desenvolveu-se um modelo de análise de decisão para ser aplicado em avaliações de depósitos minerais, admitindo-se que, durante a pesquisa mineral, toda avaliação econômica deva ser feita em termos de pré-viabilidade. A hipótese se justifica pelo fato de nessa fase, os estudos relativos à economicidade de lavra serem desenvolvidos ainda sem um nível mais consistente de elaboração e de detalhamento do projeto de engenharia.

A metodologia de decisão para avaliação e seleção de depósitos minerais concebida neste trabalho estabelece cinco níveis de decisão.

O primeiro nível envolve a definição de estratégias de investimento da empresa, construindo-se as curvas representativas desses elementos estratégicos, sobre as quais é realizada uma pesquisa sistemática de uma região de aceitação definida pelos parâmetros do projeto. Uma região de aceitação é definida pela relação estabelecida entre os valores máximo e mínimo dos teores dos recursos *in situ* do depósito e as respectivas tonelagens, os quais devem satisfazer aos objetivos definidos pela empresa ou pelo gerente. Essa região de aceitação dos teores médios de cada faixa de teor de corte é delimitada de tal forma que os valores de relação Tonelagem X Teor que ultrapassarem os seus limites, conduzirão a resultados inferiores em satisfação a pelo menos um dos critérios.

Assumindo que determinado intervalo da curva de parametrização dos recursos *in situ* satisfaz às condições determinadas pelos critérios de aceitação, deve-se em seguida, num segundo nível de decisão, avaliar qual é o teor de corte que maximiza o conjunto das medidas de satisfação (rentabilidade, retorno, aproveitamento ou utilidade) da empresa ou do gerente. As variações dos valores dos teores dentro da região definirão o teor de corte satisfatório, buscando atender ao conjunto dos critérios. Todos esses critérios podem ser considerados segundo a preferência do gerente, levando-se em consideração uma medida de ponderação. O objetivo de maximizar a utilidade determinística é atingido, assim, dentro do intervalo da curva de parametrização do depósito delimitada pela região de aceitação e pesquisados no conjunto de pontos em que os mesmos ocorrem dentro da faixa de teores satisfatórios.

Num terceiro nível de decisão, com as medidas obtidas de rentabilidade (VA, TIR) e de retorno (PRC), sobre os parâmetros do projeto (variáveis críticas) são realizadas análises de sensibilidade permitido a análise sob condições de incerteza (determinísticas), ou sob cenários probabilísticos simulados, gerando-se medidas de risco para cada projeto em estudo.

Caso tenha-se a relação retorno e risco definida, num quarto nível decisório, pode-se determinar pelas curvas de isoutilidade ou isopreferência, se as informações sobre o detalhamento do depósito já são suficientes para garantir a maximização da utilidade ou se seria necessário investir-se na obtenção de informações adicionais.

O último nível de decisão permite ordenar os projetos prioritários e selecionar as melhores alternativas para efeito de dar ou não continuidade ao desenvolvimento do projeto .

As condições estabelecidas na definição de um projeto não necessariamente virão a prevalecer na prática. Entre uma solução de projeto e a solução real há incertezas, determinadas, respectivamente por erros de amostragens e de estimativa ou por flutuações conjunturais, reveladas pelos parâmetros técnicos e econômicos. Os parâmetros técnicos e econômicos considerados críticos são aqueles que normalmente apresentam alguma possibilidade de variação, revelando incertezas sob determinadas condições, ou que fazem com que o projeto apresente um certo risco em relação à futura solução real (NERY& SUSLICK, 1999).

A metodologia proposta, além de possibilitar que sejam observados os aspectos da maximização do nível de satisfação na definição do melhor teor de corte para a reserva base, permitindo que sejam atribuídos pesos diferenciados para o aproveitamento, para a rentabilidade e para o retorno do capital, possibilita a quantificação do risco de investimento como variável de decisão na seleção de depósitos com projetos mutuamente exclusivos.

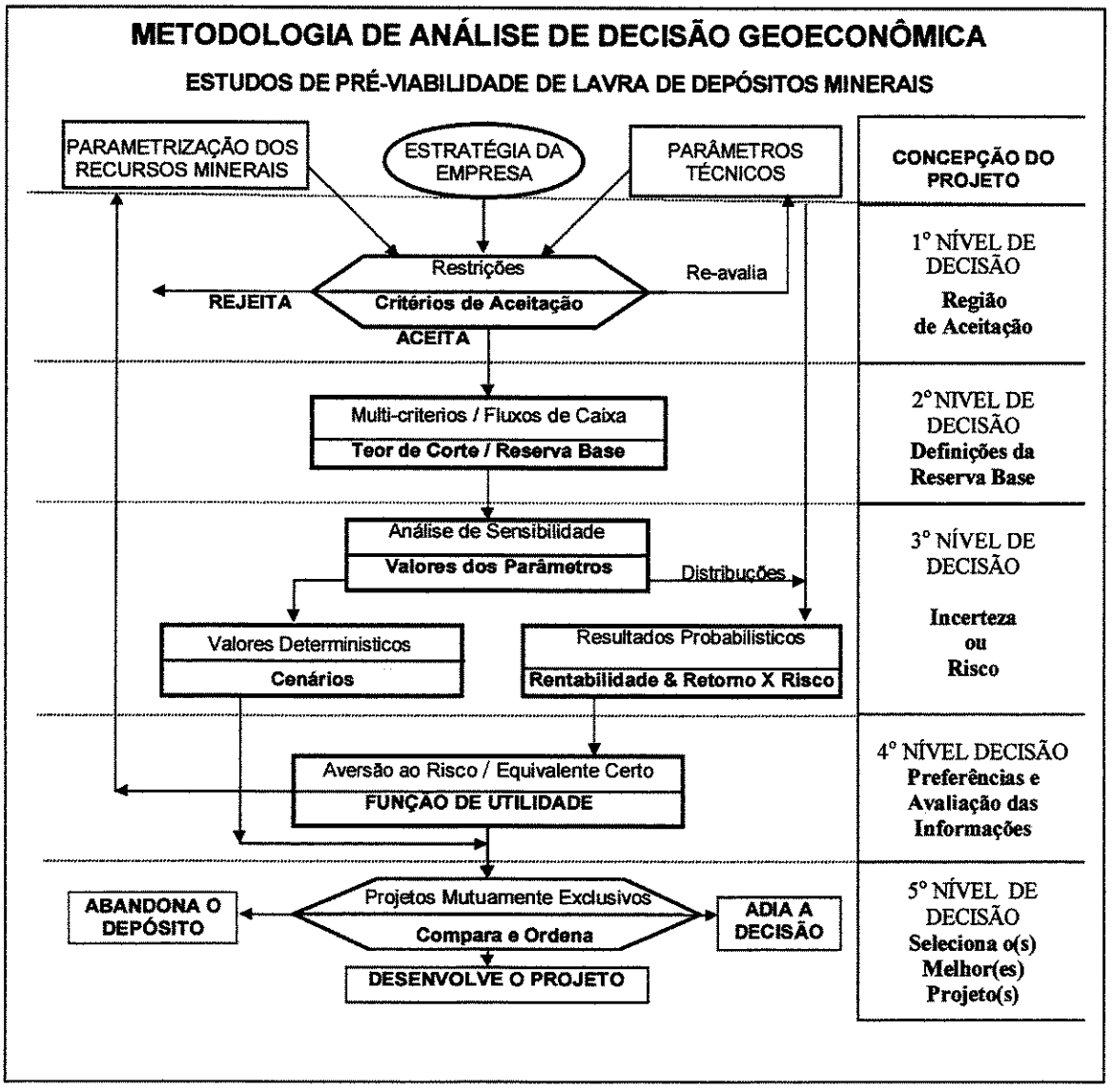


Figura 12: Fluxograma para Tomada de Decisão na Pré-viabilidade de Lavra

A figura 12 apresenta o fluxograma da metodologia proposta, neste trabalho denominada Análise de Decisão Geoeconômica. O emprego dessa metodologia deve ser conduzido em concomitância à avaliação econômica do depósito, particularmente durante as fases da pesquisa

mineral. Além disso, deve-se avaliar à luz do modelo matemático teórico proposto, se existem relações tonelagem X teor que atendam às restrições impostas pela estratégia de investimento da empresa. Nesse estudo, devem ser observadas a forma com que se estabelecem as restrições, as variáveis de importância e as condições em que tais variações interferem no processo de decisão. Para ser utilizada a estrutura proposta, recomenda-se que seja obedecida a seguinte seqüência de etapas:

i. Definição de um projeto conceitual ou de um anteprojeto, estimando os valores dos parâmetros técnicos e econômicos ;

ii. Estabelecimento dos critérios a serem usados numa avaliação do investimento proposto para a lavra de depósitos minerais;

iii. Definição da região de aceitação dos critérios determinados pelos parâmetros do projeto e pela estratégia de investimento da empresa, definida pelas seguintes restrições:

$h_i(x) \geq p$ $\quad i = 1, 2, \ldots, m$, (Critério do Tamanho Mínimo)

$g_i(x) \geq q$ $\quad i = 1, 2, \ldots, n$ (Critério da Rentabilidade Mínima),

em que $h_i(x)$ é a receita global (medida de tamanho mínimo), $g_i(x)$ é a rentabilidade mínima esperada, p e q correspondem respectivamente à receita mínima esperada e à taxa mínima de atratividade e x as respectivas tonelagens para cada teor de corte.

iv. Pesquisa sistemática na região de aceitação definida anteriormente, de todos os valores aceitáveis de teores de corte e definição dos valores correspondentes para cada um dos atributos resultantes dos fluxos de caixa relativos a um determinado conjunto desses parâmetros.

v. Considerando as restrições citadas, determinar pelas formas aditivas ou multiplicativas dos atributos, os valores de satisfação associados ao teor de corte e estabelecer a tonelagem que maximiza esses valores, resolvendo o seguinte problema:

Maximiza $\quad \sum_{i=1}^{n} w_i . c_i . f_i(x) \quad , \quad \sum_{i=1}^{n} w_i = 1.0$

para critérios substitutos, em que se um deles for considerado dispensável, a soma dos pesos garante o não-enviesamento da média das medidas de satisfação .

A função da avaliação do gerente, pode ser apresentada também da seguinte forma:

Maximiza $\prod_{i=1}^{n} w_i . c_i . f_i(x)$

$\sum_{i=1}^{n} w_i = 10$ ou $\sum_{i=1}^{n} w_i \neq 10$ para critérios complementares, pois se um deles for dispensável, com peso nulo, a função inteira se anula.

Em ambos os casos, w_i, c_i, > 0 para $i = 1, 2, \ldots, n$; em que os w_i são os pesos relativos que indicam a importância de cada critério e c_i são os fatores de conversão, (os valores escalares) que induzem os critérios incomensuráveis (incompatíveis) para uma mesma base comum e $f_i(x)$ a função representativa do atributo ponderado. As constantes *p* e *q* são, aqui, as condições mínimas aceitáveis segundo a estratégia de investimento da empresa[7]. Desta forma, torna-se possível desenvolver uma função multicritério, baseada na maximização da satisfação da empresa, relaciondo-a à minimização do teor de corte.

vi. Análise de sensibilidade determinística dos parâmetros do projeto, fazendo variar aqueles julgados críticos em função do nível de impacto que as suas combinações provocam nos resultados, particularmente se não houver possibilidade de se definir alguma distribuição de probabilidades devido a insuficiência de informações;

vii. Análise de Sensibilidade, por funções de probabilidade, os parâmetros estratégicos selecionados, obtendo-se as medidas de risco para o projeto, relativas à cada atributo. Aqui encerra-se a análise para cada projeto isoladamente;

viii. O resultado da análise de sensibilidade determinística permite comparar projetos com base nos cenários, considerando-se os critérios de decisão em ambiente de incerteza (*maximaxi, miximaxi, e regret minimax*)

---

[7] Este passo constitui uma base para uma interação entre o gerente e o modelo. O gerente estuda os resultados possíveis de cada alternativa sobre o atributo e expressa sua preferência verdadeira. Se for possível decidir sobre um determinado teor de corte, então o valor correspondente dos parâmetros do projeto são automaticamente selecionados como os parâmetros do sistema. Se nenhum dos resultados da relação tonelagem X teor for suficientemente atrativo para o gerente, a alternativa de investimento deverá ser descartada.

ix. para efeito de comparação de alternativas, com base no nível de risco associado a cada resultado, o gerente pode expressar a sua preferência por um valor de aversão ao risco, o que permite gerar as curvas de iso- utilidade e, pelo critério da preferência, decidir a ordem de prioridade das alternativas de investimento ou mesmo efetuar uma seleção frente a projetos mutuamente exclusivos. De outra forma, pelo modelo matriz pode-se selecionar os projetos prioritários pelo critério do desvio padrão ou do valor mais provável.

III.2. DESENVOLVIMENTO DA METODOLOGIA PARA ESTUDO DE PRÉ-VIABILIDADE DE DEPÓSITOS MINERAIS

A metodologia de análise de decisão geoeconômica relaciona como parâmetros de entrada os recursos *in situ* obtidos numa quantificação do depósito por inferência estatística do histograma de teores do depósito, por estimativa convencional ou por geoestatística, com o que é possível gerar as curvas de parametrização do depósito.

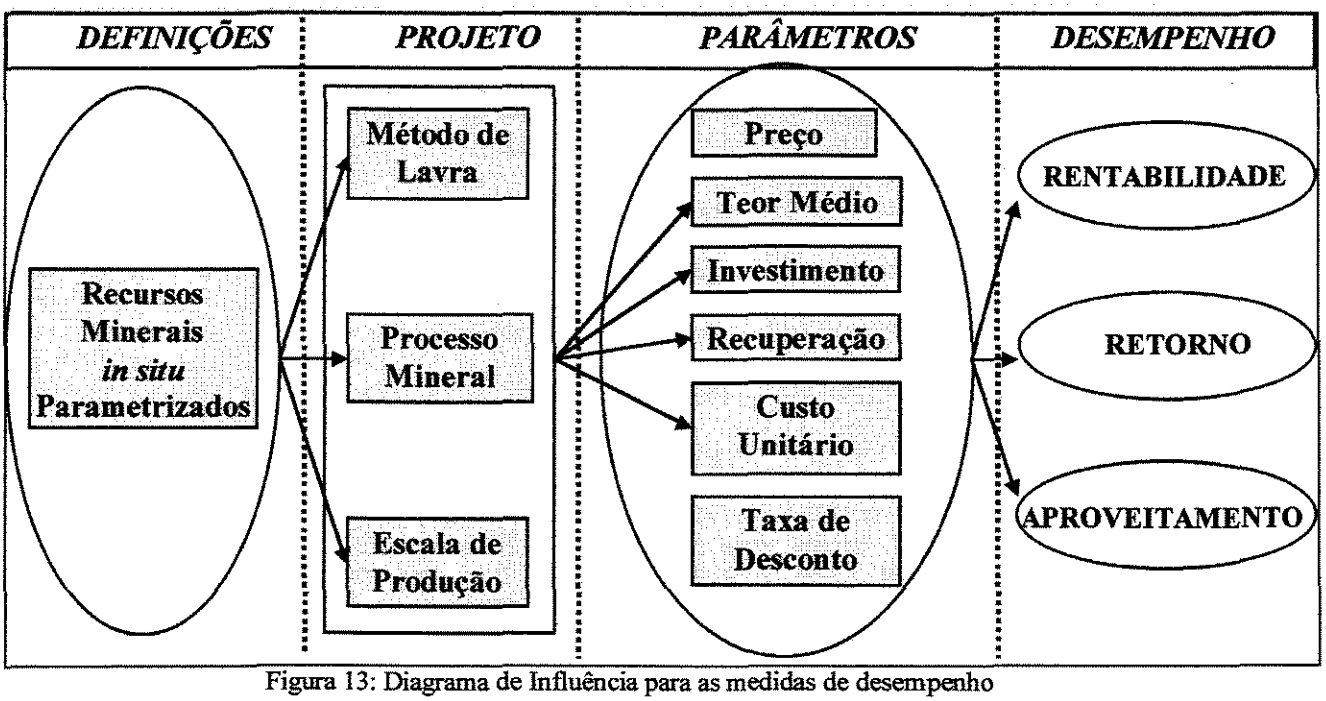


Figura 13: Diagrama de Influência para as medidas de desempenho

Pelas características do minério, define-se o método de lavra, o processamento mineral e a escala de produção da mina. Com isso, é possível estabelecer os parâmetros técnico-econômicos do projeto de lavra e da estratégia da empresa, que combinados no fluxo de caixa proporciona a geração das curvas das medidas de desempenho de Valor Atual X Tonelagem, TIR X Tonelagem e de *PRC* X Tonelagem , conforme o diagrama da Figura 13.

Definindo-se a relação Tonelagem X Teor do depósito que maximiza a utilidade deterrminística do projeto, pode-se sensibilizar no fluxo de caixa esses parâmetros de forma determinística ou probabilística determinando-se os cenários (estados de incerteza) ou o nível de risco inerente ao projeto, na hipótese de assumir-se uma determinada faixa de teor dos recursos minerais *in situ* no estabelecimento da reserva base (Figura 14).

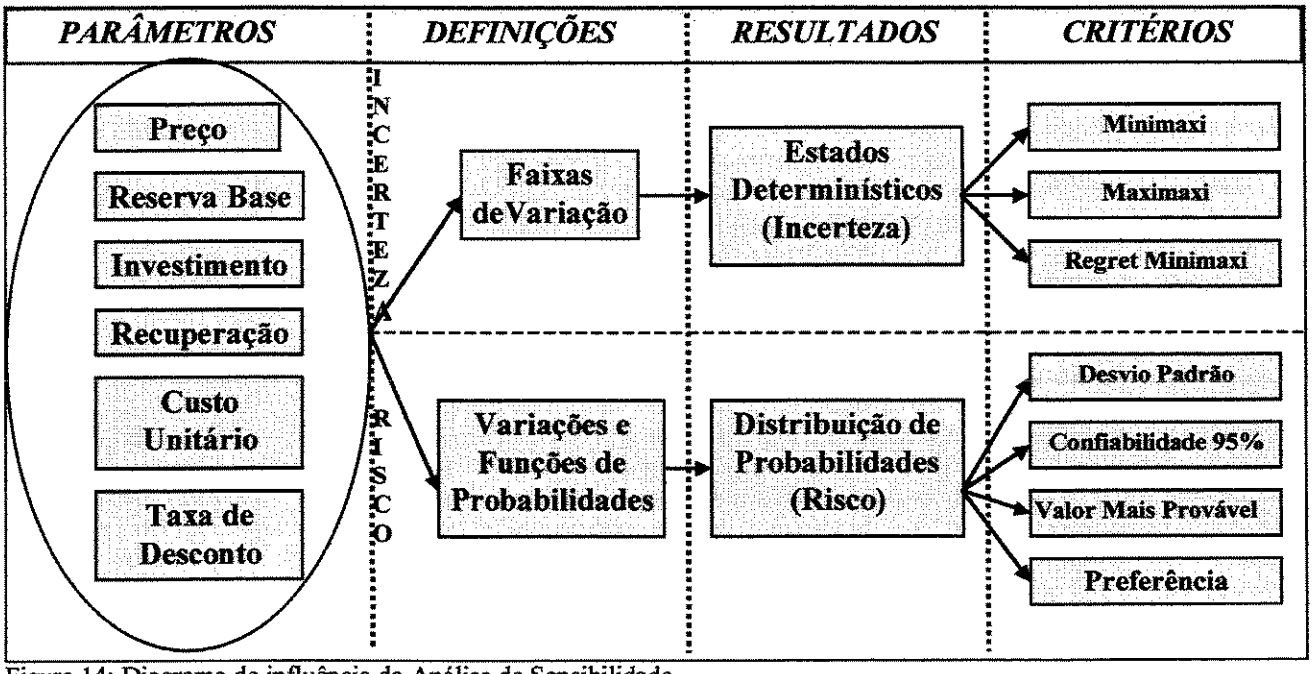


Figura 14: Diagrama de influência da Análise de Sensibilidade

Nos estudos de pré-viabilidade, como não seria exigido o uso de algoritmos de otimizações no estabelecimento das especificações, até por conta de não existir um nível suficiente de detalhamento do projeto, os parâmetros podem vir a ser estabelecidos com base em informações relacionadas à experiências anteriores. A decisão não sendo tomada com base em tal sofisticação matemática, recomenda-se, que seja feita a análise de decisão multicritério, pelo fato dessa técnica permitir que se trabalhe com um número reduzido de variáveis, simplificando a solução sem, necessariamente, perder a consistência matemática.

Para testar o modelo, realizou-se os ensaios de validade e de aplicabilidade, fazendo-se os ajustes necessários no conjunto do algoritmo.

III.2.1. Características Técnicas e Econômicas do Modelo de Fluxo de Caixa Adotado

Todas as decisões sobre investimentos em projetos de mineração estão relacionadas às proposições de se gerar fluxos de caixa futuros. Para tomar esse tipo de decisão em mineração, as especificações do projeto já devem estar minimamente definidas. Assim, as justificativas econômicas para se realizar o investimento podem ser avaliadas com base em tais especificações, necessitando que os parâmetros requisitados pelo modelo estejam quantificados.

A escala de produção expressa a quantidade de minério lavrado a cada ano de atividade da futura mina, devendo corresponder à capacidade instalada da usina de tratamento de minério. Tal escala é estabelecida em função de uma possível demanda prevista para absorção pelo mercado. Para o estudo de pré-viabilidade, deve-se definir uma escala de produção compatível com a ordem de grandeza do investimento e que determinará, em última instância, as receitas relativas às entradas no fluxo de caixa do projeto. A produção anual da mina considerada no modelo deve ser constante ao longo de toda a vida útil do empreendimento, como uma série periódica uniforme, sendo diferenciada apenas no último período, em função da reserva remanescente relativa ao ano de exaustão da mina. Esse valor de produção pode ser considerado como um valor médio ao longo de toda a vida útil do empreendimento, determinando, inclusive, a sua duração, a depender do teor de corte que se estabeleça na Reserva Base.

Como simplificação do modelo aqui proposto, para a realização do estudo de pré-viabilidade, adotou-se na estrutura do fluxo de caixa, uma condição em que a empresa desembolsaria todo o investimento com capital próprio, sem necessidade de se fazer empréstimos financiados, o que, obviamente, dispensa considerações sobre eventuais amortizações de financiamento. As despesas com a pesquisa não são incorporadas na estrutura do investimento no fluxo de caixa. Tais despesas são consideradas como "a fundo perdido" por apresentarem um custo de oportunidade igual a zero. Para efeito de análise de projeto, o que importa no momento da avaliação não é se alguma despesa com a pesquisa ainda virá a ser feita, mas sim o montante real de investimento com a implantação da mina.

Por hipótese, todo o capital necessário ao investimento numa mina considerado no modelo de fluxo de caixa proposto é realizado integralmente no ano zero da vida útil do empreendimento. Sendo assim, como toda a despesa de pesquisa deve ser considerada "a fundo perdido", o fluxo de caixa proposto como modelo para se fazer a pré-viabilidade de lavra leva em conta apenas os desembolsos realizados a jusante da avaliação.

O fluxo de caixa deve ser estruturado a partir de uma relação tonelagem X teor da reserva base estabelecida, a qual determina a quantidade lavrável de metal contido presente no depósito. A estrutura de fluxo de caixa baseia-se numa série uniforme, determinada pela relação de receitas e despesas, devidamente descontados os tributos e atualizados a uma determinada taxa de desconto. Como a escala de produção é constante ao longo da vida da mina até o penúltimo ano, o teor médio de alimentação na usina considerado torna-se constante e corresponde ao teor médio do depósito para a faixa parametrizada equivalente, proporcionando a que as receitas, o custo operacional e, consequentemente, os fluxos de caixas anuais até o ano *n-1* sejam igualmente constantes.

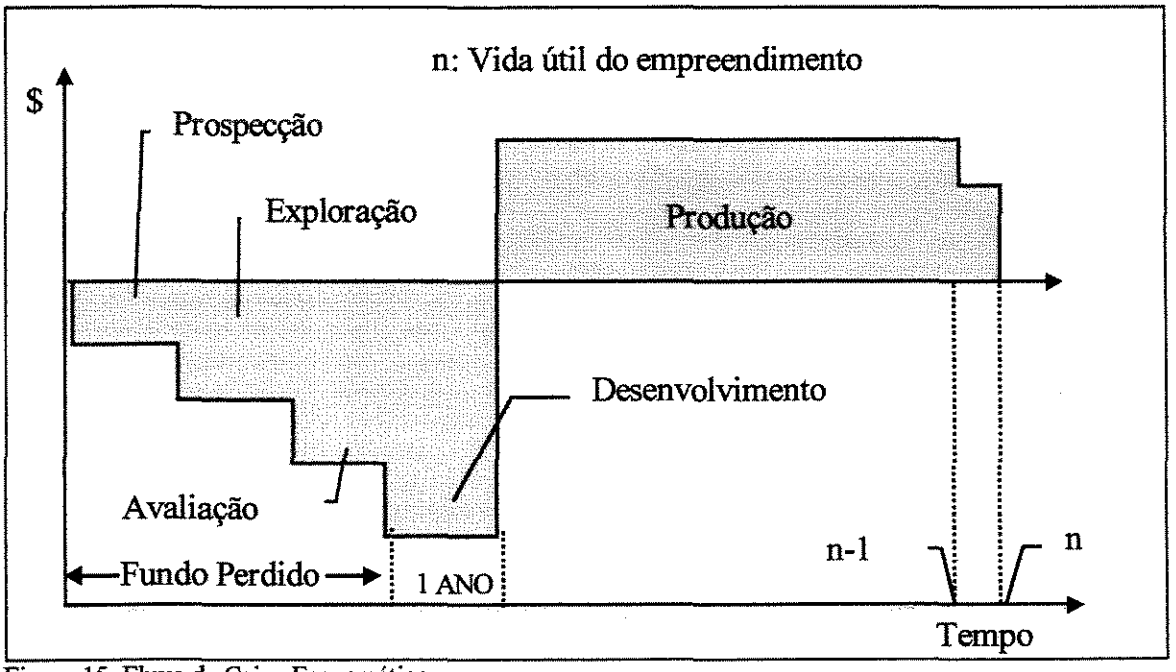


Figura 15: Fluxo de Caixa Esquemático

A Figura 15 apresenta um fluxo de caixa esquemático correspondente ao modelo de avaliação de pré viabilidade proposto para ser utilizado nas fases da pesquisa mineral.

O estudo de pré viabilidade de lavra deve ser desenvolvido a partir da definição de um projeto conceitual de engenharia ou de um anteprojeto, sendo necessário que tenham sido estabelecidos os parâmetros técnicos e econômicos básicos. Tendo-se a estrutura do fluxo de caixa definida de acordo com o que foi exposto, são considerados como básicos, os recursos minerais parametrizados, o valor do capital investido (investimento), a taxa de recuperação da

usina de beneficiamento, o custo operacional unitário, o preço da substância útil agregada ao minério e a taxa mínima de atratividade.

Os recursos minerais *in situ* disponíveis do depósito, quantificados a partir de um modelo geológico, mesmo que pré-concebido sem maiores informações sobre os controles da mineralização, a depender do estágio de desenvolvimento da exploração, podem ser calculados com o objetivo de se obter uma ordem de magnitude da relação Tonelagem X Teor. Para tanto, é importante que o modelo geológico permita definir as dimensões regulares dos tamanhos dos blocos (ou suportes de lavra).

O parâmetro "investimento", também referido por alguns autores como sendo "custo de capital", corresponde à quantia necessária a aquisição, montagem e instalações de equipamentos e de sistemas de transporte, bem como, todo o desenvolvimento de lavra, as construções civis, vias de acesso, a construção da usina de beneficiamento, podendo também ser considerado, neste item, o capital de giro necessário ao empreendimento.

A recuperação da usina de beneficiamento é o parâmetro que expressa em termos percentuais, o quanto da substância útil agregada ao minério lavrado e alimentado na usina de tratamento, é efetivamente aproveitado no concentrado após todo o processamento de beneficiamento, incluindo-se o refino.

O custo operacional unitário é determinado pela relação de todas as despesas operacionais e administrativas, fixas e variáveis, decorrentes ou necessárias para a produção da mina e da usina de beneficiamento, sendo ainda incorporadas eventuais despesas de refino metalúrgico. Nesse item, pode-se incluir despesas relativas ao controle e recuperação ambiental .

O preço corresponde ao valor de venda da substância útil agregada refinada, praticado no mercado de *commodities*. Esse valor será, assim, o responsável pelas receitas auferidas pelo empreendimento, advindas da comercialização da substância mineral recuperada após a lavra e o beneficiamento mineral, sendo necessário que se observe o desconto da taxa de refino metalúrgico, quando for o caso.

A taxa mínima de atratividade é o índice mínimo, praticado pela empresa no mercado financeiro para realizar as suas aplicações de capitais, ou seja, expressa a política geral da

empresa, mediante a comparação com outros investimentos. Uma empresa pode até adotar taxas mínimas de atratividade diferentes, usando-as como taxas de desconto no cálculo do fluxo de caixa correspondentes à avaliação de diferentes projetos com riscos distintos, a depender das condições a que os projetos estejam submetidos.

Os parâmetros acima referidos conformam os aspectos mínimos suficientes para a definição do projeto conceitual de lavra do depósito (ou anteprojeto). Nas avaliações realizadas durante a pesquisa mineral, pode-se adotar um modelo simplificado e uniforme em relação às suas entradas e saídas de caixa, determinado por uma escala de produção constante por hipótese. Supondo que o capital a ser investido não será financiado, está-se assumindo uma outra hipótese, baseada em que, para a empresa, todo capital próprio é mais caro do que o de terceiros. Os juros para o financiamento da produção são, normalmente, subsidiados por bancos governamentais e menores do que as taxas de remuneração para aplicações no mercado financeiro. Sendo assim, a hipótese adotada no modelo proposto conduz a uma avaliação conservadora e não otimista, evitando-se surpresas constrangedoras, caso as condições impostas pela realidade apresentem uma variação expressiva nos valores dos parâmetros. Um outro motivo para a escolha de um fluxo de caixa sem financiamento decorre da própria simplificação de sua estrutura, pois na fase de estudo de pré-viabilidade um maior rigor ou um maior detalhamento na estrutura do fluxo de caixa não seria tão exigido, pelo próprio nível de indefinições do projetos.

III.3. OS NÓS DE DECISÃO

As decisões relacionadas à fase de pesquisa mineral envolvem desde a determinação de se detalhar a geologia local visando o controle da mineralização do depósito, com vistas à confirmação da continuidade de um projeto de exploração, indo até a definição de se desenvolver o projeto básico da mina em função de uma escala de produção condizente com o tamanho do depósito. Deve-se, ainda, considerar em que termos tais modificações nos parâmetros técnicos e econômicos têm implicações ou decorrências relacionadas à capacidade operacional dos equipamentos e suas especificações gerais. Além disso, as decisões tomadas nesta fase possuem relação direta com as determinações técnicas e econômicas para o planejamento e o desenvolvimento da pesquisa mineral.

Tendo-se descoberto uma ocorrência mineral, a empresa tem a opção de abandonar imediatamente o prospecto por razões particulares ou implementar uma campanha de detalhamento preliminar visando obter informações adicionais sobre aquela ocorrência mineral. Um programa inicial de detalhamento deve ser conduzido seguindo-se uma metodologia baseada em critérios claros, relacionados à estratégia de investimento da empresa e tendo-se em conta a experiência, o senso crítico e a intuição dos geólogos exploracionistas.

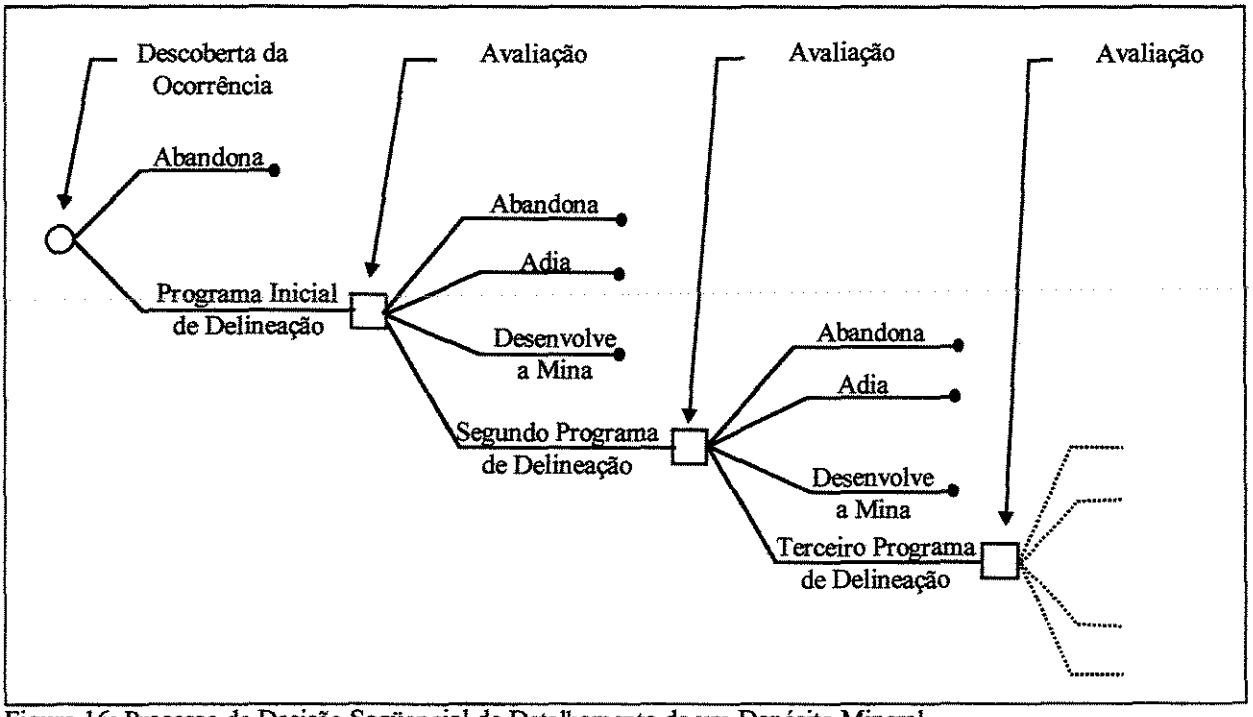


Figura 16: Processo de Decisão Seqüencial de Detalhamento de um Depósito Mineral
Fonte: MACKENZIE, 1983

A figura 16 ilustra as alternativas possíveis para a tomada de decisão na pesquisa mineral. Num primeiro nível de decisão, o projeto pode ser abandonado imediatamente por força das informações reunidas até aquela fase, em virtude da rentabilidade esperada e do risco econômico associado expressarem níveis inaceitáveis, implicando que, muito provavelmente, o depósito possui características de teor e tonelagem com expressividade econômica abaixo das condições tecnológicas e de mercado, condizentes a um possível aproveitamento, ou por que, sob o ponto de vista de condições de limitação de capital pela empresa, existiria uma alternativa que apresentaria uma melhor oportunidade de investimento. Secundariamente, poder-se-ia considerar a opção de adiar a decisão em função de se ter uma previsão do futuro, projetando-se condições tecnológicas ou de mercado mais favoráveis.

De outra forma, caso a rentabilidade esperada do projeto encontre-se em níveis aceitáveis para a empresa, duas possibilidades podem ocorrer:

i) existe alguma possibilidade de ocorrerem variações no fluxo de caixa, havendo um nível de incerteza econômica associada ao investimento na implantação da mina, isto é, inexistem informações suficientes que permitam quantificar a probabilidade de perda econômica; ou

ii) há um risco econômico expressivo associado ao projeto da mina. O nível de risco pode ser aceitável ou inaceitável para o gerente, mas só pode ser reduzido se forem obtidas informações adicionais no trabalho de detalhamento, minimizando as incertezas quanto a relação tonelagem X teor do depósito.

Havendo condições de incerteza, pode-se gerar cenários por sensibilidade dos parâmetros, avaliando-se os possíveis impactos sobre o fluxo de caixa.

Já no caso de existência de risco, se a perda econômica prevista não for significativa (o que só é possível de se atingir após algum trabalho de detalhamento), pode-se tomar uma decisão favorável à continuidade do projeto básico. Enquanto o risco de perda econômica for expressivo, o gerente deve avaliar se compensa efetuar despesas com um novo programa de detalhamento. O custo de um novo programa de detalhamento deve ser contraposto à possibilidade de se reduzir as eventuais variações, em decorrência da obtenção de informações adicionais.

Se o projeto revelar um risco econômico aceitável para a empresa, com uma relação retorno risco satisfatória, pode-se compará-lo a outras propostas de investimento. Caso esse nível de risco seja inaceitável, o depósito deve ser descartado ou ter a decisão adiada, como já descrito anteriormente.

Caso o projeto não tenha sido avaliado com rentabilidade marginal (quase nula) ou que uma melhor oportunidade de investimento tenha surgido no decorrer do desenvolvimento desse programa de detalhamento e se as informações adicionais obtidas no programa anterior tiverem reduzido significativamente a margem de erro da estimativa geológica do depósito, as chances de se abandonar o projeto tendem a decrescer com a evolução da pesquisa.

III.3.1. Decisão na Fase de Prospecção Mineral

Devido ao pequeno volume de informações disponíveis, é recomendável, nessa fase, um procedimento cuidadoso nas decisões. Nesses casos, só é recomendável descartar um "possível" depósito, não considerando a conveniência de estudos posteriores, se existirem evidências explícitas de total impossibilidade do seu aproveitamento econômico, sendo, assim, desnecessário a realização de estudos adicionais. Após essa fase preliminar, tendo-se solucionado tais dúvidas, é tomada a decisão de se investir na pesquisa do depósito, constituindo-se, essa decisão, no elemento fundamental para o estabelecimento das premissas do projeto conceitual.

III.3.2. Decisão na Fase de Exploração Mineral

Essa etapa deve ser desenvolvida dentro de um planejamento sistemático, com o intuito de se conseguir um aproveitamento máximo na realização dos trabalhos, obtendo-se um conjunto maior de informações. Nessa fase, são realizados os trabalhos de mapeamento geológico, de caracterização mineralógica, as análises químicas, são feitos estudos preliminares de concentração em escala de bancada com estimativa da taxa de recuperação metalúrgica, dados sobre infra-estrutura e condições do mercado. Com a conclusão desse estudo, é tomada a decisão sobre a continuidade da pesquisa, nesse caso, com o necessário detalhamento.

A pesquisa detalhada da jazida inicia-se com a redução da malha de amostragem, com a execução de galerias, bem como com o detalhamento de informações de caráter geotécnico. Em paralelo, devem ser realizados, estudos detalhados de caracterização tecnológica do minério, com a definição tipológica do depósito. São, assim, executados os ensaios de beneficiamento mineral, tanto em escala de bancada, quanto em fluxo contínuo (planta piloto), de forma a se definir os balanços metalúrgicos e o fluxograma indicado à planta de concentração do minério, assim como para determinar os parâmetros que permitirão pré-dimensionar as suas operações unitárias. Os trabalhos de pesquisa devem ser suficientes para permitir uma primeira definição do método de lavra a ser empregado e a respectiva escala de produção. Devem ser detalhados. os estudos de localização das instalações e obtidas as informações detalhadas sobre a infra-estrutura local e dados do mercado e preços. Esse conjunto permite a elaboração de um

anteprojeto de lavra que possibilita a conclusão do estudo de pré-viabilidade do depósito, com a definição da reserva base do depósito.

A decisão que advém desse estudo é a de iniciar a elaboração do Projeto Básico o qual dará suporte ao futuro Plano de Aproveitamento Econômico da Jazida, ocasião em que se conclui com a necessária comprovação da viabilidade técnico e econômica.

III.4. PROCESSO DECISÓRIO E ESTRATÉGIA DE INVESTIMENTO DA EMPRESA

Independentemente do estágio de desenvolvimento da pesquisa mineral, seja na fase de prospecção ou na de exploração, o processo decisório caracteriza-se pelos cinco níveis de decisão já descritos, que se inicia no momento de se julgar a aceitação / rejeição do depósito frente às condições ou critérios eleitos pela empresa, transcorrendo até a seleção dos melhores projetos frente a outras alternativas de investimento mutuamente exclusivas, após as respectivas avaliações individuais.

A hipótese deve partir de uma inferência ou da estimativa de recursos, em que uma relação Tonelagem X Teor é expressa por um valor pontual ou na forma de curvas de parametrização. Tanto numa inferência quanto numa estimativa, para se estabelecer a curva de parametrização torna-se necessário a discretização do depósito em blocos com dimensões regulares e constantes. Outro parâmetro econômico importante é a previsão da capacidade nominal da mina ou seja, a escala efetiva de produção anual prevista que determinará a vida útil do empreendimento, além dos demais parâmetros técnicos e econômicos já comentados.

III.4. 1. Condições para Aceitação de um Depósito

Como já foi dito, um depósito pode ser considerado potencialmente econômico pelos critérios de aceitação do tamanho mínimo e da rentabilidade mínima. Segundo MAcKENZIE (1983), o tamanho mínimo assegura que a oportunidade de desenvolvimento seja grande o suficiente para propiciar uma contribuição significativa para o desempenho da empresa como um todo. O tamanho pode ser medido pela receita global obtida com a venda do produto da lavra, que representa a medida do tamanho mínimo. A condição de rentabilidade mínima é determinada pelo

custo de capital da empresa medido pela taxa mínima de atratividade comparada com a taxa interna de retorno.

Em função da ordem de magnitude dos custos e do preço a serem estimados sobre uma base de informações disponíveis e de experiências anteriores, a tarefa consiste em avaliar as combinações possíveis do tamanho do depósito e do teor do minério que satisfazem às condições mínimas para se definir que o depósito apresenta economicidade para a lavra. Essas condições mínimas aceitáveis podem ser consideradas em função da localização do depósito e em relação às condições infra-estruturais, ou como uma função do preço, ou, até mesmo, como função de outro parâmetro que revele incerteza específica importante.

Para se estabelecer um critério que leve em conta um depósito com tamanho e rentabilidade aceitáveis, o ponto inicial é definir o que a empresa de mineração considera como um depósito econômico. Em geral, um depósito econômico é definido como aquele que possui uma quantidade de minério mínima que satisfaz a um determinado critério de rentabilidade. O tamanho é medido pela receita global obtida com a lavra do depósito. As condições de rentabilidade mínima são determinadas pelo custo de capital da empresa, ou seja na condição particular da TIR = r_{min} .

a)Tamanho mínimo

O procedimento a ser seguido para determinação das condições mínimas aceitáveis para o tamanho toma por base que a receita global (RG) deve ser maior ou igual a receita mínima esperada pelo investidor (Y), ou seja RG $\geq$ Y a partir da seguinte expressão matemática:

$$RG \geq T . G_t . R . P$$

onde,

RG : Receita Global (restrição econômica determinada pela estratégia de investimento da empresa)

T: Tonelagem do depósito

G_t :Teor Médio para um Depósito de Tamanho Mínimo Aceitável

R: Recuperação Metalúrgica

P: Preço

Com isso, tem-se que:

$$G_t = \frac{RG}{R.P.T} \qquad \text{ou seja,}$$

$$G_t = f(T).$$

b) Rentabilidade mínima

Para a avaliação da condição de rentabilidade mínima, a taxa interna de retorno (TIR) deve ser maior ou igual à taxa mínima de atratividade (r_{min}). Assim, calcula-se o Valor Atual (VA) utilizando-se o fator FRP[7] que atualiza os fluxos de caixa anuais, considerando-os como função do teor médio mínimo rentável (G_r). A função $f(G_r)$ será obtida a partir da igualdade dos VAs descontados com o valor estimado para o investimento do projeto, em que a condição de rentabilidade mínima será:

$TIR \geq r_{min}$.

Sendo $VA = \sum_{t=1}^{n} \frac{FC_t}{(1+i)^t} - I$ e I o investimento, faz-se VA =0 pois corresponde à condição em que a $TIR = r_{min}$: $VA = f(G_r)$, tal que o investimento seja $I = \sum_{t=1}^{n} \frac{FC_t}{(1+i)^t}$.

[7] FRP: Função financeira que atualiza valores monetários futuros, à taxa r min (GRANT et al).

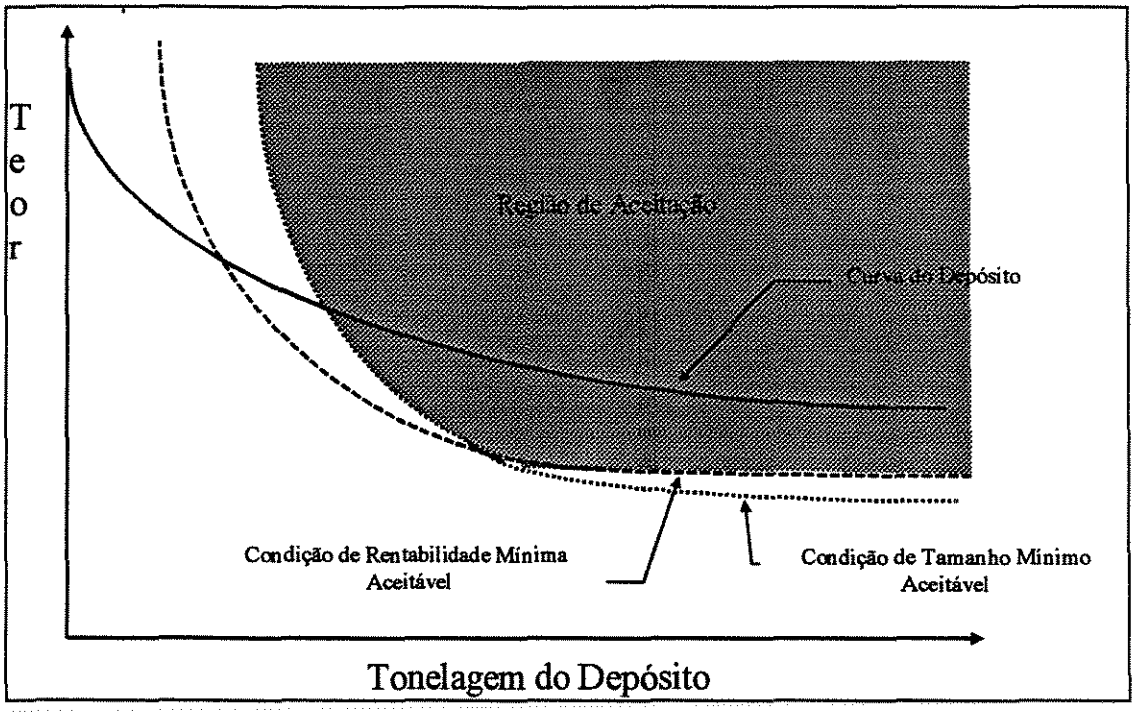


Figura 17: Condições Mínimas de Aceitação
Fonte: adaptado de Mackenzie, (1983)

Os fluxos de caixa anuais podem ser substituídos na equação e postos em função do teor médio (de rentabilidade mínima) $I = f(Gr)\,(FRP)^{n}_{r_{min}}$. Se o teor de rentabilidade mínima for posto em evidência e em função da Tonelagem obtém-se $G_r = f(T)$:

$$G_r = \frac{n \cdot I}{R \cdot P \cdot (FRP)^{n}_{r_{min}}} \cdot \frac{1}{T} + \frac{C}{R \cdot P}$$

C: Custo

n: Vida Útil

I: Investimento

As demais variáveis são as mesmas já descritas no item anterior.

As curvas relativas a esses dois critérios devem ser comparadas com a curva do teor médio em função da tonelagem do depósito em estudo considerando os respectivos teores de corte G_m=(T).

Deste modo, são traçadas as três curvas no mesmo gráfico (Figura 17): uma primeira referente à condição de tamanho mínimo, uma segunda relativo à condição da rentabilidade mínima e a terceira correspondente à relação Tonelagem X Teor do depósito em estudo. No gráfico, a região superior delimitada pelo cruzamento das duas curvas dos critérios define a região de aceitação para possíveis relações Tonelagem X Teor do depósito. O segmento da curva de parametrização do depósito (se houver) que superpuser a região de aceitação delimitada pelas outras duas, apresentará relações Tonelagem X Teor que satisfazem às condições mínimas de aceitação ditados pela estratégia de investimento da empresa.

Com esse resultado, pode-se calcular um fluxo de caixa para cada tonelagem correspondente aos respectivos teores de corte. O cálculo do fluxo de caixa é feito a partir dos valores do teor médio e da massa mineralizada relativa a cada teor de corte, assumindo, por hipótese, valores dos parâmetros técnicos e econômicos do projeto, determinando-se, assim, o Valor Atual, a TIR e o PRC, para cada porção correspondente do depósito. Esse procedimento é realizado para cada quantidade parametrizada de recursos associada a vários teores de corte.

A seleção do teor de corte pode ser realizada pela maximização de alguma das medidas de satisfação (rentabilidade, retorno ou aproveitamento do depósito) ou pela combinação ponderada de todos os atributos numa mesma função, com base na relação Tonelagem X Teor ou seja no valor correspondente observado nas curvas de parametrização.

III.4.2. Critérios para Seleção do Teor de Corte de um Depósito

LANE (1989), afirma que o Valor Atual deve ser o único critério a ser adotado na definição do teor de corte. O autor enfatiza, ainda, que quando o preço do metal encontrar-se com uma alta cotação, o teor de corte deve ser elevado para que a empresa possa se capitalizar e vir a ter condições de numa situação de preços baixos, o alto teor financiar a lavra do minério de baixo teor.

LANE (1989), ao considerar que a estratégia para definição do teor de corte deve levar em conta a maximização do Valor Atual, estabelece a adoção de apenas um objetivo. No entanto, a depender da estratégia de investimento da empresa, ou ainda, em ambientes de incerteza ou de risco, as decisões podem não necessariamente ser pautadas por um único critério de maximização de alguma medida de rentabilidade. Num estudo de pré-viabilidade, por exemplo, diversos critérios podem ser levados em conta na definição do teor de corte, cada um respaldado em um ou mais atributos.

a. Maximização do aproveitamento

Esse é o critério que mais leva em conta o aspecto social dos recursos naturais pois busca pôr em prática o princípio da conservação do bem mineral, o qual está relacionado ao conceito do bom aproveitamento econômico. A decorrência prática da aplicação desse princípio é a garantia do máximo nível de aproveitamento ($NA_{máx}$) do depósito, já se tendo garantido uma rentabilidade mínima que viabiliza o investimento. A mineração do ponto de vista filosófico é uma atividade conflituosa *per si*. Apesar de ser uma atividade econômica privada como as demais, extrai da natureza o bem mineral que é de propriedade social. O critério do nível de aproveitamento máximo, assim, busca preservar o depósito, evitando-se a lavra ambiciosa que prejudica o posterior aproveitamento dos baixos teores. O NA é aqui definido como um valor percentual entre a reserva base estabelecida com a definição do teor de corte e a quantidade de recursos minerais *in situ*.

b. Maximização da Rentabilidade

Indiscutivelmente, do pronto de vista econômico e financeiro, as medidas de rentabilidade constituem os atributos mais importantes e mais utilizados pelas empresas e investidores no estabelecimento de critérios para definição do teor de corte da reserva base. Essa definição pode ser feita tanto à luz da medida do Valor Atual, quanto da Taxa Interna de Retorno. Vale ressaltar que o teor de corte que maximiza o VA, não necessariamente corresponderá àquele que maximiza a TIR, o que justifica que ambos os atributos devam ser considerados na ponderação para estabelecimento do teor de corte da reserva base.

c. Maximização do Período de Retorno do Capital

Embora a comunidade financeira muitas vezes considere o PRC como uma medida de risco, essa grandeza expressa, em verdade, uma medida do tempo necessário ao retorno do capital investido, ou seja, mede a capacidade do projeto de proporcionar ao investidor, o retorno ou a recuperação do capital investido. Minimizar o PRC significa maximizar a reposição da capacidade de reinvestir. A importância dessa medida reside em medir o quanto o investidor voltará a ser capaz de investir. É muito recomendada quando tratar-se de projetos de investimento realizados com recursos próprios, não financiados.

III.4.3 . A Definição do Teor de Corte

No modelo proposto, a definição do teor de corte do depósito que, no estudo de pré-viabilidade, estabelecerá a reserva base, pode ser conduzida por múltiplos critérios e envolver múltiplos atributos. Aqui é introduzido o conceito de "utilidade determinística", que corresponde a um número índice ou uma grandeza adimensional, em que cada atributo é convertido para uma mesma base linear e que expressa a medida de satisfação global para a ponderação de todos os atributos envolvidos na função.

A decisão do teor de corte por múltiplos atributos deve ser tomada, considerando a preferência do gerente ou da empresa, determinada apenas pelo grau de importância de cada atributo (resultantes do fluxo de caixa) associados às faixas de teores de corte, sem envolver medidas de risco. A utilidade determinística, possibilita a tomada de decisão, preferencialmente pela forma multiplicativa (produtório) dos valores das utilidades individuais obtidas para cada atributo (escore) e seus pesos respectivos, situação em que todos os resultados avaliados pelo modelo proposto (de VA, TIR, PRC e Aproveitamento) devem ser considerados como complementares entre si (Utilidade Complementar) e portanto, indispensáveis. Se um ou mais desses atributos forem considerados dispensáveis pelo gerente, ter-se-á um resultado nulo para a forma multiplicativa, devendo, portanto, a decisão ser tomada à luz do valor que maximiza a Utilidade Substituta selecionada dentre todas as utilidades obtidas pela forma aditiva (somatório) do produto dos pesos pelo valor de cada resultado relacionado ao seu teor de corte específico .

Na Figura 18, pode ser visto a curva tonelagem X teor do depósito, em que para cada tonelagem associada a um determinado teor de corte, tendo-se as utilidades multiplicativa (complementares) estabelecida pelo produtório e a aditiva (substituta) determinada pelo somatório dos pesos. Ressalta-se que, apesar dos gráficos serem aparentemente semelhantes, e esses da figura são meramente ilustrativos, na prática as curvas tem comportamentos diferentes, tal que nem sempre o valor de tonelagem que maximiza por um critério corresponde ao valor verificado pelo outro. No exemplo, enquanto o NA para a utilidade aditiva correspondeu a 45% , para a utilidade multiplicativa foi de 55%.

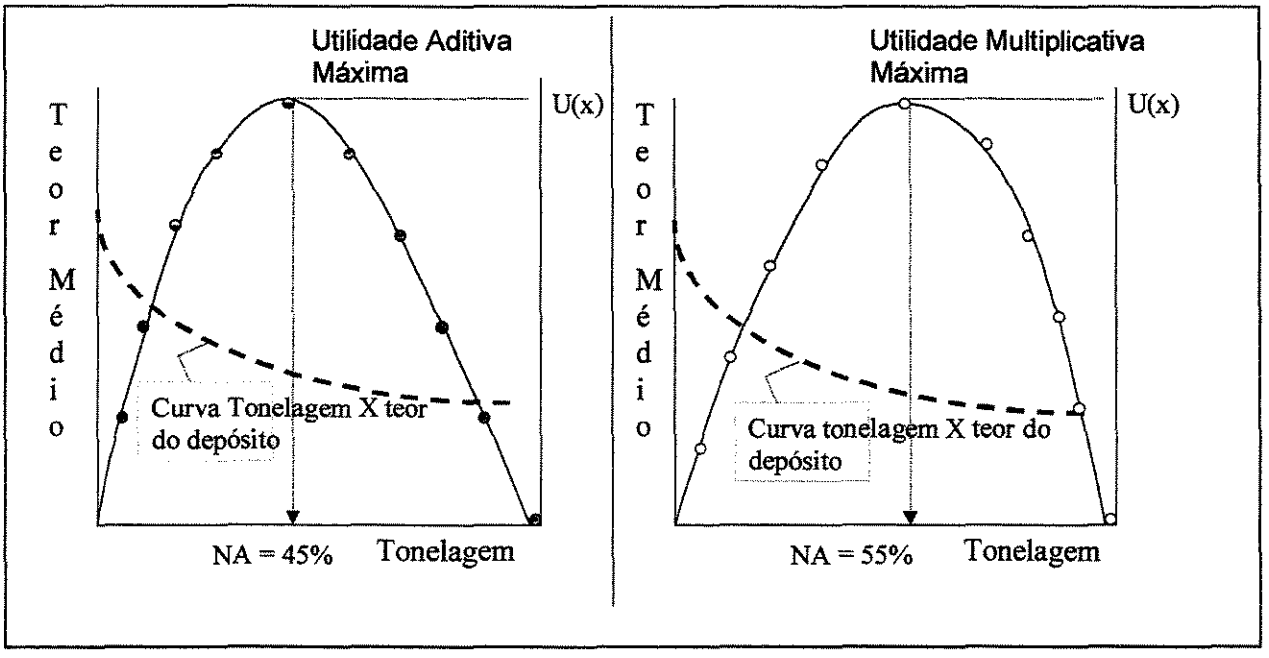


Figura 18: Curva de Parametrização e Curvas de Múltiplos Critérios

Ressalta-se que, na condição em que o gerente dispensa um dos resultados do fluxo de caixa, o PRC por exemplo, deve-se- atribuir, a tal variável, um peso nulo, que por sua vez anula todos os valores da curva construída pela forma multiplicativa. Portanto, o algoritmo desenvolvido para o modelo proposto só aceita que a decisão seja tomada pela maximização do Utilidade Complementar, se o gerente assumir que todos os quatro resultados (Valor Atual, TIR, PRC e Aproveitamento) sejam considerados. Desta forma o modelo para definição do teor de corte do depósito para o estudo de pré-viabilidade poderia ser descrito como:

Maximiza VA (T), ou

Maximiza TIR (T), ou

Minimiza PRC (T), ou

Maximiza NA(T)

Sujeito às restrições:

RG (T) > Y

TIR (T) $\geq r_{min}$, para uma decisão unidimensional determinística.

No entanto, quando tratar-se de uma decisão pela utilidade determinística multiatributo, o modelo de definição do teor de corte na pré-viabilidade, tanto para a forma multiplicativa quanto para a aditiva, passaria a ser:

Maximiza a *Utilidade*: U(U(VA (T)), U(TIR (T)), U(PRC (T)), U(NA(T)))

Sujeito às restrições: RG (T) > Y

TIR (T) $\geq r_{min}$

III.5. SENSIBILIDADE DOS PARÂMETROS TÉCNICOS E ECONÔMICOS

Os fluxos de caixa para empreendimentos mineiros são calculados, normalmente, sobre uma base limitada de informações relativa aos parâmetros do projeto, particularmente nos estudos de pré-viabilidade. Assim, algum grau de incerteza estará sempre associado aos resultados do fluxo de caixa, influenciado pelo nível de confiabilidade das informações disponíveis na ocasião da avaliação. Os possíveis efeitos dessas incertezas em relação aos critérios de decisão podem ser analisados com o propósito de se comparar e selecionar alternativas de investimento em projetos de mineração. A análise consiste em examinar os efeitos das possíveis variações nos valores dos parâmetros de entrada envolvendo diversos cenários sobre os atributos resultantes do fluxo de caixa. Desta forma, é possível conhecer o que pode ocorrer se outros valores forem assumidos por cada parâmetro, ao invés daquele estimado para o projeto.

Sensibilidade, de um modo geral, significa a magnitude relativa às mudanças nos valores obtidos pelas medidas de mérito dos resultados do fluxo de caixa, decorrentes da composição de cenários otimistas ou pessimistas e determinados por variações nos valores dos parâmetros de entrada verificadas por flutuações conjunturais, modificações no padrão tecnológico ou nas especificações previstas inicialmente para o próprio projeto.

No algoritmo desenvolvido para este trabalho, a análise de sensibilidade determinística pode ser obtida estabelecendo um percentual de variação para cada parâmetro em torno do seu valor de melhor estimativa, com o que se calcula os dois extremos da faixa definida e se interpola outros dois, gerando-se um total de cinco valores para cada parâmetro sensibilizado. Se forem tomados cinco parâmetros, por exemplo, cada um assumindo cinco valores, ter-se-ia a possibilidade de realizar 5^5 combinações, ou seja 3125 cenários ou fluxos de caixas. Os parâmetros que proporcionarem resultados com impactos no fluxo de caixa são considerados como críticos ou estratégicos. Como já foi dito no Capítulo I, na análise de sensibilidade determinística não são consideradas quaisquer distribuições de probabilidades.

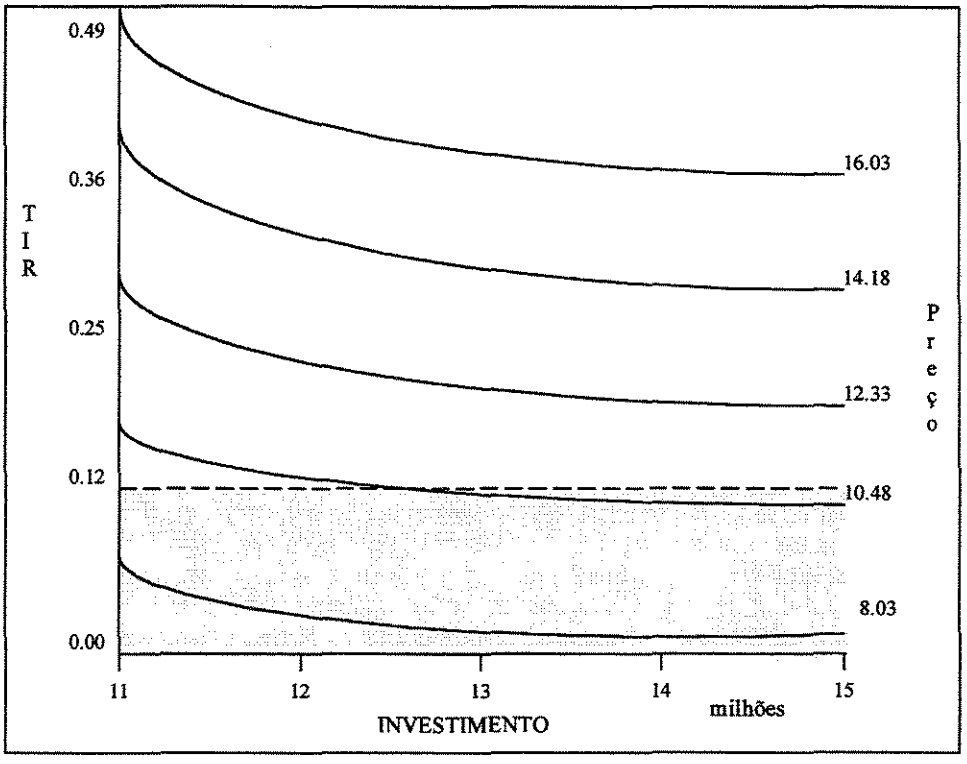


Figura 19: Gráfico da Análise de Sensibilidade Determinística

A Figura 19 apresenta o resultado gráfico de uma análise de sensibilidade determinística, de um projeto específico, em que se variou o preço em 30% e o valor do investimento em 15%, traçando-se o gráfico dos parâmetros sensibilizados *versus* a TIR obtida.

A linha horizontal tracejada indica a condição em que a TIR se iguala à taxa mínima de atratividade (r_{min}), ou seja, o ponto em que o valor atual é igual a zero. A área sombreada abaixo da linha horizontal tracejada indica que o projeto combinando um preço inferior a $10,48 com um investimento acima de $14 milhões revela uma TIR inferior à r_{min}, utilizada como taxa de desconto no fluxo de caixa. Com tal sensibilidade, preço e investimento revelam algum aspecto estratégico, pois o projeto poderia se inviabilizar, caso houvesse uma variação negativa ou mesmo pouco expressiva nos valores do preço, para qualquer que fosse o valor do investimento.

III.6 SELEÇÃO DE ALTERNATIVAS EM CONDIÇÕES DE INCERTEZA

Como já fora discutido anteriormente no capítulo II, um ambiente de incerteza caracteriza-se pela insuficiência de informações acerca dos eventos envolvidos, não permitindo que se quantifique o risco de cada projeto. Assim sendo, a seleção e o ordenamento das prioridades deve ocorrer segundo os critérios da maximização de alguma medida de ganho (rentabilidade, p.ex.) ou da minimização de uma medida de perda (PRC, p.ex.). Em todos os casos, independentemente do critério a ser adotado, para se comparar alternativas de investimentos mutuamente exclusivas, deve-se fazer uso do modelo matricial já descrito.

A construção da matriz de seleção pressupõe a existência de mais de uma alternativa, e caso tenha-se a construção de cenários determinísticos que permitam sensibilizar os resultados do fluxo de caixa, esses podem ser envolvidos na matriz de decisão na forma de estados diversos (de probabilidades ignorada) relacionados a cada uma das alternativas ou oportunidades de investimento. Em tais circunstâncias, um critério simples, muitas vezes utilizado e incorporado no modelo é o de pesquisar os valores atuais máximos para cada alternativa, selecionando a alternativa que o maximiza ou estabelecendo a ordem de prioridades a partir das alternativas que apresentarem os maiores resultados (critério Maximaxi). O modelo proposto para este casoi ainda admite a possibilidade de escolha ou de ordenamento das alternativas pelos Critérios Maximini e de Savage (*Regret* Minimax).

A aplicação desses critérios é feita, portanto, em casos determinísticos revelados pelas condições de incerteza, partindo da hipótese de que fatores tecnológicos e conjunturais relacionados à cada cenário terão influência diferenciada em todas as alternativas. Assim, torna-se possível compará-las entre si, considerando os diversos estados respectivos a cada cenário. Há projetos em que, a depender do método de lavra ou do processo de concentração mineral, as possibilidades de variação nos valores de cada parâmetro ocorrem de forma particularizada, e o ordenamento das prioridades, a depender do critério de seleção a ser adotado, sofrerá alterações significativas.

Para exemplificar a aplicação desses diversos critérios, são apresentados os resultados de uma avaliação comparativa entre seis alternativas de investimento, relacionadas a depósitos minerais diferentes, com características tecnológicas e métodos de lavra específicos.

III.6.1. Critério Ganho Maximaxi

Pelo Quadro 3.1., a análise de sensibilidade foi realizada construindo-se cenários em que, a partir dos parâmetros técnicos e econômicos adotados no projeto conceitual original, foram consideradas variações extremas de $\pm$ 20% nos valores, com uma interpolação de mais dois outros valores a 10%, obtendo-se, assim, cinco resultados de fluxos de caixa correspondentes a cinco cenários distintos.

QUADRO 3.1. - Critério Maximaxi

Projetos	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3	Cenário 4	Cenário 5	VA Máx	Ordem
A	23860410	28694460	35528520	39362570	45196620	45196620	2
B	38688210	34062180	24586510	21080680	16712660	38688210	4
C	36280960	35475150	34669340	33863520	33057710	36280960	5
D	24440940	29291170	34141390	38991620	43841840	43841840	3
E	33899100	32867620	11874830	30882040	29889250	33899100	6
F	19775100	24968890	33873720	33466470	47059230	47059230	1

Fonte: Resultados obtidos com o uso do GEODEC

Nessas circunstâncias, pelo critério Maximaxi, a ordem de prioridade das alternativas ficaria estabelecida como, F, A, D, B, C, e E. Para esse critério, o algoritmo pesquisa em cada linha, o valor que maximiza o VA de cada alternativa e , em seguida, compara-os entre si, ordenando os projetos de acordo com o maior VA.

III.6.2. Critério Ganho Maximini

De acordo com o critério Maximaxi, da matriz das alternativas, duas colunas são criadas (VA mínimo de cada alternativa e número de ordem), em que a seqüência de prioridades será determinada pela maximização dos valores mínimos relativos a cada uma das alternativas.

O algoritmo pesquisa nas linhas de cada alternativa aquela que apresenta a condição mais pessimista, preenchendo a coluna correspondente com esses valores encontrados, com os quais é definida a ordem de prioridades. A escolha de cada um dos critérios é determinada pela forma com que a empresa encara as possibilidades de conviver com a incerteza nos parâmetros dos projetos, revelando, no caso Maximaxi, uma postura extremamente otimista, enquanto que o critério Maximini associa-se a um comportamento bem mais cauteloso.

QUADRO 3.2. - MAXIMINI

Projetos	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3	Cenário 4	Cenário 5	VA Máx	Ordem
A	23860410	28694460	35528520	39362570	45196620	23860410	3
B	38688210	34062180	24586510	21080680	16712660	16712660	5
C	36280960	35475150	34669340	33863520	33057710	33057710	1
D	24440940	29291170	34141390	38991620	43841840	24440940	2
E	33899100	32867620	11874830	30882040	29889250	11874830	6
F	19775100	24968890	33873720	33466470	47059230	19775100	4

Fonte: Resultados obtidos com o GEODEC

O Quadro 3.2 apresenta o ordenamento de prioridades para as mesmas alternativas apresentadas no Quadro anterior, onde pode ser observada uma significativa diferença entre o critério anterior (Maximaxi) e este. Pelo critério Maximini, o ordenamento de prioridades fica significativamente alterado, passando a revelar a seguinte seqüência: C, D, A, F, B e E.

III.6.3. Critério de Savage (*Regret* Minimax)

Este último critério aplicável às condições de incerteza foi também adotado no modelo, significando mais uma técnica de seleção e de ordenamento de alternativas de investimento. Diferentemente dos dois critérios anteriormente apresentados, que analisam cada alternativa isoladamente e em seguida as compara entre si, o critério de Savage já num primeiro passo, analisa, em cada cenário, todas as alternativas disponíveis, construindo-se uma nova matriz, calculando a diferença entre a o valor da alternativa para aquele estado e o valor máximo correspondente a cada cenário. Assim, obtém-se o quanto os estados de cada alternativa se distanciam do valor máximo para o respectivo cenário. Esse critério é recomendável para situações em que todos os cenários são construídos para cada alternativa considerando variações semelhantes para os mesmos parâmetros, pois os estados ordenados na mesma coluna da matriz estariam associados aos mesmos cenários determinados por possibilidades de flutuações iguais dos valores.

O algoritmo, portanto, pesquisa em cada coluna o valor máximo obtido correspondente a cada cenário e calcula a diferença entre esse valor máximo e o valor original do estado correspondente ao cenário para cada alternativa. Desta forma, numa nova matriz *Regret* ("lamentação"), a célula que vier a corresponder ao valor máximo de cada cenário apresentará uma diferença nula , revelando assim um valor *Regret* igual a zero.

QUADRO 3.3. - SAVAGE

Projetos	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3	Cenário 4	Cenário 5	Valores $Regret_{max}$	Ordem
A	14827800	6780692	0	0	1862612	14827800	3
B	0	1412972	10942010	18281890	30346570	30346570	6
C	2407248	0	859180	5499048	14001520	14001520	1
D	14247270	6183982	1387128	370948	3217392	14247270	2
E	4789108	2607532	23653690	8480528	17169980	23653690	5
F	18913110	10506260	1654800	5896098	0	18913110	4

Fonte: Resultados obtidos com o GEODEC

O Quadro 3.3 apresenta a matriz *Regret* Minimax, resultante da análise das mesmas alternativas citadas nos critérios anteriores, em que foram pesquisados no conjunto de valores *Regret* de cada alternativa, o seu valor máximo comparando todos entre si, estabelecendo, em seguida, o ordenamento das prioridades. Como pode ser visto no Quadro 3.3, a ordem de prioridades estabelecida, do melhor para a pior, pelo critério *Regret* Minimax ficou assim definida: C, D, A, F, E e B. O princípio da seleção do critério *Regret* Minimax é conservador e, na prática, muito parecido com o critério Maximini. Os próprios resultados revelam essa similaridade, apresentando quase que a mesma seqüência, só se diferenciando na ordem dos dois últimos projetos.

Nessas circunstâncias, ganha importância aquela alternativa que vier a minimizar o Valor *Regret*, dentre vários valores *Regret* máximos. Em outras palavras, constrói-se uma matriz de desvios sobre o valor máximo de cada cenário, encontra-se os valores máximos dos desvios de cada alternativa e os compara entre si, ordenando as alternativas prioritárias do desvio menor para o maior.

III.7. A ANÁLISE DE RISCO DE INVESTIMENTO NA PESQUISA MINERAL

Atualmente, diversas técnicas tem sido desenvolvidas para avaliar a probabilidade associada a processos aleatórios. A simulação de Monte Carlo foi a técnica adotada neste modelo por sua consistência, versatilidade e simplicidade de programação. Através dessa técnica, é possível simular a probabilidade de ocorrência das medidas de rentabilidade e de retorno do projeto, calculando-se os respectivos valores esperados, bem como o risco econômico, todos resultantes das probabilidades de ocorrência do teor e dos demais parâmetros técnicos e econômicos já citados. Os projetos em que já se tem um maior volume de informações disponíveis possuem um menor risco de ocorrerem perdas associadas às estimativas dos recursos minerais *in situ* ou associadas à variação dos parâmetros técnicos e econômicos do projeto. Para cada caso, é gerada uma distribuição de probabilidade dos valores dos parâmetros estimados, assumindo-se uma determinada faixa de variação das possibilidades de ocorrência.

A natureza inexata dos valores estimados que é expressa por tais distribuições consiste na própria medida de risco. Para que o risco de um projeto de lavra de um depósito mineral possa vir a ser definido, é importante saber como é que a variabilidade dos teores pode interferir na variação do teor médio de alimentação na usina, e como é que a estimativa dos parâmetros do projeto pode ter reflexos na probabilidade dos resultados econômicos do estudo de pré-viabilidade.

III.7.1. A Influência da Estimativa dos Recursos Minerais sobre o Risco do Projeto

Para avaliar esse aspecto, é importante que na previsão da vida útil da futura mina seja considerada a possibilidade de ocorrerem variações significativas no valor do teor médio alimentado na usina de beneficiamento.

Uma das formas de responder a primeira questão reside em relacionar o teor médio de cada classe da parametrização do depósito com as respectivas probabilidades de ocorrência. Portanto, as observações sobre eventuais dúvidas quanto as características geológicas do depósito devem estar suficientemente resolvidas ou superadas para a fase de avaliação e, mais ainda, quando tratar-se de desenvolvimento ou de implantação da mina. Muitos ajustes podem ainda ser feitos com a mina já em plena operação, mas, para efeito de análise de risco em estudos de pré-viabilidade do projeto, as probabilidades de ocorrência dos teores devem ser definidas com a maior confiabilidade possível.

O objetivo do detalhamento por sondagem reside na obtenção de informações sobre as características físicas do depósito com vistas à estimativa dos recursos geológicos *in situ*. Para tanto, o detalhamento deve proporcionar o suficiente entendimento da natureza do depósito, permitindo que as características observadas por amostragem possam ser extrapoladas para o depósito como um todo. A medida em que evolui o detalhamento, tende a aumentar a confiabilidade da estimativa, diminuindo o desvio padrão da distribuição dos teores (Figura 20). A dimensão da incerteza concernente à natureza do depósito mineral é um dos mais significativos aspectos do processo de avaliação global. Alguns erros ou omissões nesses julgamentos podem ter efeitos significativos sobre a magnitude e a duração dos benefícios econômicos futuros.

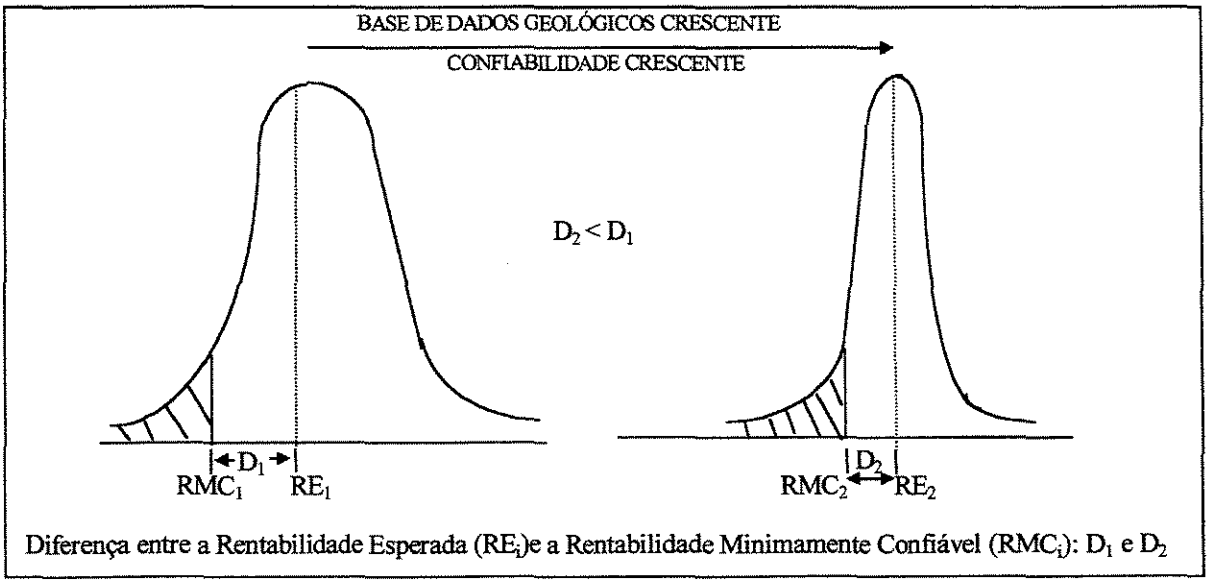


Figura 20: Confiabilidade crescente com o nível de informação
Fonte: BILODEU (1978)

É importante explicitar a diferença entre o entendimento da natureza do depósito e o processo de extrapolação, em que devam ser considerados os valores amostrados para eventuais inferências estatísticas das distribuições do teor médio ou para estimativas geoestatísticas. Uma vez estimadas tais distribuições, os valores amostrados podem ser extrapolados aos valores dos blocos. Essa extrapolação apresenta uma margem de erro, a qual tem uma grande importância na análise de risco. A confiabilidade da estimativa de um valor médio (valor esperado) é função do grau de variabilidade das características do depósito e do tamanho da amostra. Não tendo sido definido um modelo variográfico, o qual consideraria a regionalização do atributo em estudo

(teor), a variabilidade do depósito pode vir a ser medida pelo desvio padrão da distribuição de freqüência experimental segundo os conceitos da estatística clássica.

As despesas com o detalhamento, com vistas ao controle da mineralização do depósito, estão relacionadas aos processos de tomada de decisão seqüencial. Antes de qualquer avaliação ser feita, uma certa quantidade de informações geológicas deve ser acumulada, o que servirá de base para a avaliação da pré-viabilidade do empreendimento. As despesas realizadas em um programa de detalhamento proporciona uma sensível redução na incerteza associada à estimativa dos recursos minerais *in situ*. Assim, a dispersão dos possíveis valores de rentabilidade em torno do valor esperado, ou seja, o desvio padrão da distribuição da rentabilidade tende a ter um comportamento decrescente com a evolução do nível de detalhamento dos trabalhos de pesquisa. Com base nos resultados de rentabilidade esperada, obtidos em cada fase do detalhamento do depósito, pode-se determinar a malha limite de pesquisa, que permite a discretização do depósito em blocos (Figura 21) para efeito de estimativa, a qual proporcionará uma rentabilidade com uma confiabilidade minimamente admissível, conforme poderá ser visto no item III.7..

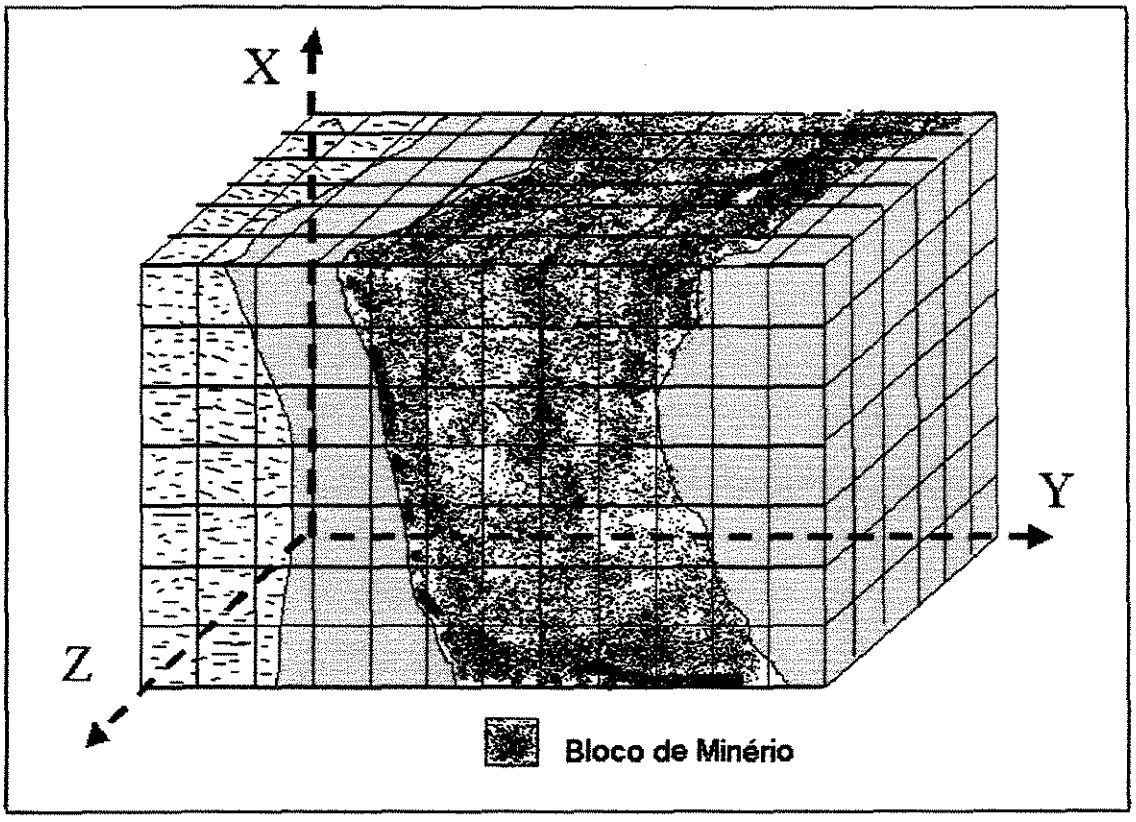


Figura 21: Discretização do depósito em blocos

A confiabilidade minimamente admissível relacionada a uma malha de pesquisa, definidora das dimensões dos blocos discretizados pode ser obtida, a depender do estágio de desenvolvimento da pesquisa, considerando a rentabilidade esperada (valor médio ponderado calculado pelas probabilidades de ocorrência) ou considerando a utilidade esperada associada a cada resultado decorrente das sucessivas avaliações à luz das curvas de iso-preferência, conforme será visto no item III.8.

III.7.2. A influência dos parâmetros técnicos e econômicos no risco do projeto

Enquanto a análise de sensibilidade determinística objetiva selecionar as variáveis que causam impacto no projeto construindo cenários que permitem a comparação de alternativas de investimento em condições de incerteza, com a análise de risco, avalia-se as probabilidades de ocorrência dos possíveis resultados econômicos de cada projeto.

Assim, a análise de risco consiste em medir as probabilidades de ocorrência dos possíveis resultados do fluxo de caixa, com base na geração de funções de probabilidades associadas ao comportamento de cada um dos parâmetros, que devem, em seguida, ser combinadas aleatoriamente no fluxo de caixa. Igualmente à incerteza relacionada com a estimativa dos recursos minerais *in situ*, quanto maiores forem as variabilidades nos valores dos parâmetros, maior será o risco do projeto.

Apesar do modelo aqui proposto incorporar parâmetros supostamente correlacionados estatisticamente (ex.: para um maior investimento, ter-se-ia custos operacionais menores) foi assumido, por hipótese, que todos os parâmetros possíveis de terem as probabilidades estimadas são independentemente correlacionados (Figura 22).

A justificativa para tal afirmação baseia-se na consideração de que, tendo-se definido o projeto conceitual de lavra e de tratamento do minério e tendo-se estabelecido a escala de produção da mina, as variações dos valores dos parâmetros ocorreriam de forma independentemente uma das outras. Apesar de existirem parâmetros que são supostamente correlacionados na definição do projeto conceitual, para efeito da simulação aqui proposta (Monte Carlo), essa correlação não mais existiria.

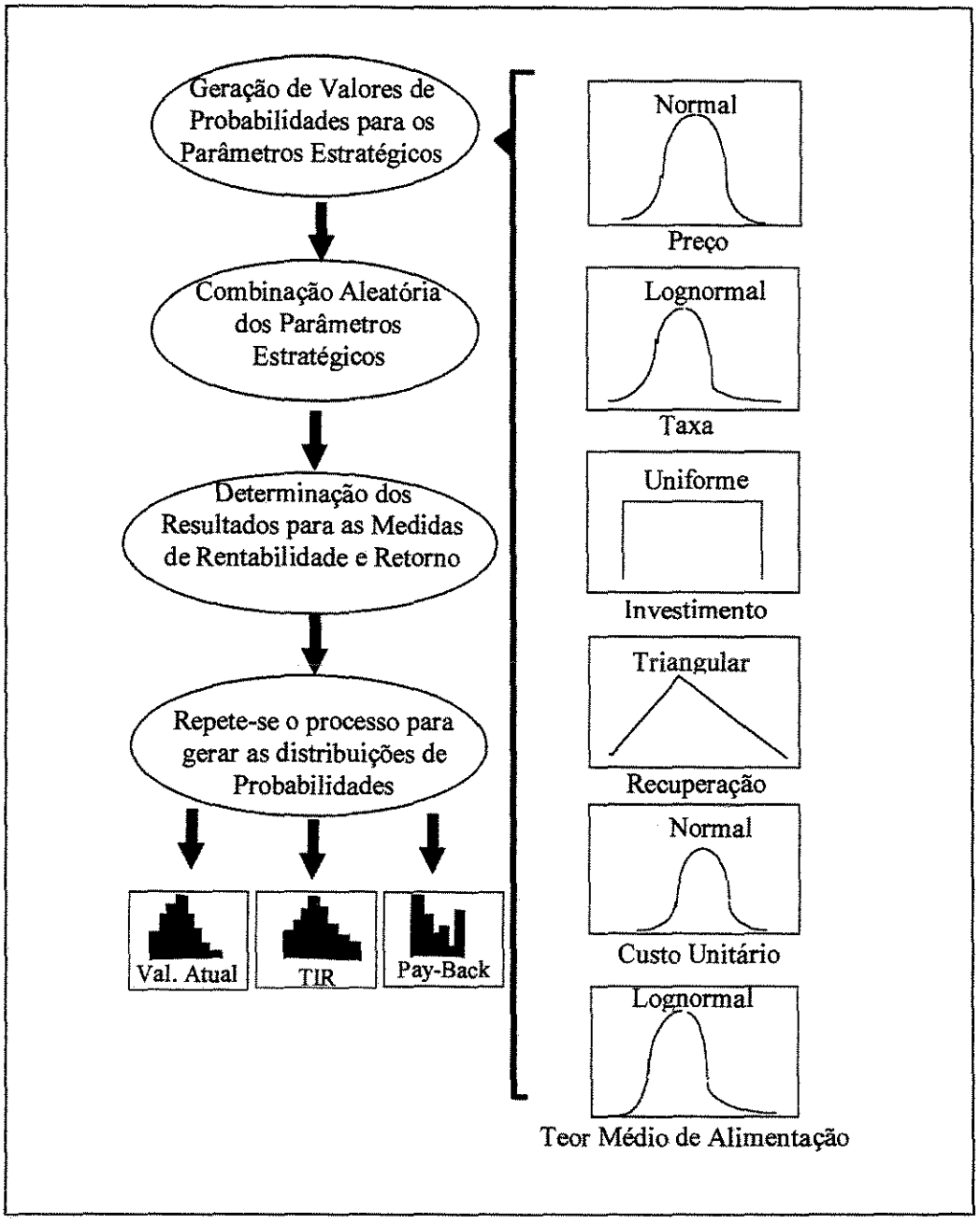


Figura 22: Procedimento para Análise de Risco por Simulação de Monte Carlo

Os fatores que determinam as variações nos parâmetros seriam decorrentes de flutuações conjunturais e não na possibilidade do projeto conceitual ser modificado totalmente. De fato, se assim o fosse, haveria uma probabilidade condicional implícita pois, o montante a ser investido, por exemplo, variaria com as possibilidades de definições das especificações do projeto, tendo influência nas variações do custo operacional. No entanto, o que se está simulando aqui são cenários e não projetos conceituais e, assim sendo, nessa fase da avaliação, as possíveis variações

no custo operacional, por exemplo, decorreriam da variação dos preço de suprimentos, da mão de obra e de serviços necessários à atividade da própria mina, e não em decorrência de possíveis variações no método de lavra, inexistindo, assim, correlações que decorressem em um maior ou menor valor do investimento.

Como já foi dito, o conhecimento do tamanho e do modelo do depósito são necessários para definir a escala de produção (capacidade operacional dos equipamentos) e o método de lavra a ser empregado. A função tonelagem X teor do depósito estabelece as relações entre o teor de corte e a reserva base disponível. As características do depósito também afetam a extração do produto vendável de todo o material efetivamente lavrado e recuperado. As Incertezas relevantes quanto ao comportamento do depósito devem ser eliminadas ao máximo, antes mesmo da estimativa do capital a ser investido, embora dentro do possível, tais incertezas, se quantificadas, possam vir a ser incorporada à análise de risco. O modelo será tanto mais robusto, quanto melhor forem conhecidas e confiáveis as distribuições de probabilidades dos parâmetros.

III.7.3. As funções de probabilidade

Na análise de risco, cada variável crítica deve estar relacionada a uma função de distribuição de probabilidade teórica, a qual depende do nível e da confiabilidade das informações disponíveis que aumenta gradativamente de uma situação de insuficiência de informações (fatores intangíveis) até a situação de informações completas em condições de certeza (GENTRY & O'NEIL,1984). Nessa gradação, as informações disponíveis podem permitir a escolha de uma distribuição uniforme, em que todas as realizações ocorrem com a mesma probabilidade, ou até mesmo uma distribuição lognormal, que concentra muitas realizações nos baixos valores e poucas realizações nos altos valores, ou de outras distribuições, tais como, a triangular, a normal. As equações que definem as funções de distribuição adotadas pelo modelo aqui proposto são as seguintes:

a) Uniforme: Usado para grandezas que variam uniformemente entre dois pontos ou quando apenas uma faixa de valores for conhecida.

$$f(x) = \frac{1}{b-a}$$

para a ≠b e sendo que a = valor máximo e b = valor mínimo.

b) Triangular: Modelo usado em casos de ausências de dados reais.

$$f(x) = \frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)} \quad \text{se } a < x < b.$$

$$f(x) = \frac{2(c-x)}{(c-a)(c-b)} \quad \text{se } b < x < c.$$

em que a = valor mínimo, b = mais provável e c = valor máximo.

c) Normal: Distribuição característica de populações que concentram a maioria dos valores próximos à média e a minoria dos valores nos extremos.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma)}} e^{\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

onde μ = média e σ = desvio padrão.

d) Lognormal: Representam quantidades que são produtos de um grande número de outras quantidades, e.g. medidas de erros; distribuição de quantidades físicas *in natura*, como tamanho de campo de óleo ou de depósitos minerais; outras grandezas relacionadas à fenômenos naturais.

$$f(x) = \frac{1}{x\sqrt{(2\pi\sigma)}} e^{\frac{(\ln x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}} \quad \text{em que}$$

$$\mu_1 = \ln\left[\frac{\mu^2}{(\sigma^2+\mu^2)^{\frac{1}{2}}}\right]$$

$$\sigma_1 = \ln\left[\frac{(\sigma^2+\mu^2)}{\mu^2}\right]^{\frac{1}{2}}$$

sendo μ = média e σ = desvio padrão. μ_1 e σ_1 são usados apenas para simplificar a função lognormal.

III.7.4. A Seleção das distribuições de probabilidades dos parâmetros

A escolha das distribuições de probabilidades dos parâmetros visando a análise de risco por simulação de Monte Carlo não tem por objeto expressar a distribuição verdadeira e exata dos possíveis resultados dos fluxos de caixa gerados e sim, proporcionar à equipe de avaliação, condições de estimativa minimamente robustas, que permitam a comparação, o ordenamento e a seleção de alternativas de investimento. As distribuições desses parâmetros técnicos e econômicos de entrada no fluxo de caixa devem melhor expressar o seu comportamento ao longo do tempo, refletindo o nível e a confiabilidade das informações disponíveis.

Se as informações disponíveis forem insuficientes para se gerar as probabilidades, pode-se considerar que o parâmetro apresenta um comportamento intangível no processo decisório, não sendo, nesses casos, recomendável que se faça análise de risco. A análise de sensibilidade determinística seria mais apropriada, nesses casos.

A distribuição uniforme, por exemplo, é usada para os casos em que o nível de informação é pouco preciso mas pode ser quantificável e a estimativa não habilita diferenciar as probabilidades que ocorrem entre os diversos valores do parâmetro e aqueles dentro do intervalo definido, sendo portanto, considerados como equiprováveis. É assim, usada, nos casos de aplicação grosseira em projetos de risco nas fases de prospecção, para seleção de alvos.

A distribuição triangular, por sua vez, é usada, muitas vezes como probabilidade subjetiva, em que a partir de três pontos estabelecidos (um valor inferior, outro superior e um mais provável), gera-se os seus valores possíveis de ocorrer em qualquer ponto do intervalo definido entre o inferior e o superior. Seu uso é recomendado nas situações em que a estimativa tende para um comportamento assimétrico.

Se a estimativa do parâmetro é simetricamente distribuída, ou seja, se os limites superior e inferior são eqüidistantes do valor médio, a distribuição normal deve ser a usada[8]. Tendo-se a real freqüência de distribuição dos valores de um parâmetro, que correspondem às próprias probabilidades objetivas, o fenômeno pode ser expresso na forma de uma função contínua.

[8] As variáveis de receita e de custo, por exemplo, embora costumem exibir distribuições de probabilidades com uma tendência central sobre os seus valores esperados (média) maior do que para os demais parâmetros ou seja, a probabilidade dos seus resultados apresentam uma tendência explícita de simetria. Potanto, não seria a distribuição normal que melhor as representariam, segundo MACKENZIE (1983).

freqüência de distribuição dos valores de um parâmetro, que correspondem às próprias probabilidades objetivas, o fenômeno pode ser expresso na forma de uma função contínua.

A distribuição lognormal, em diversos casos, proporciona uma boa representatividade do comportamento do parâmetro, particularmente quando há uma concentração maior de baixos valores em contraposição a uma baixa freqüência de altos valores.

Uma forma de buscar aproximar os parâmetros às respectivas distribuições é ajustar esses modelos teóricos à séries históricas. Tal medida tende a aumentar significativamente a confiabilidade da avaliação.

A escolha de modelos teóricos baseados em probabilidades subjetivas pode ter grande eficácia, a depender do nível de experiência do analista ou do gerente. Essa experiência dependerá do conjunto de situações vividas pelo gerente e será tanto maior, quanto maior for o número de exposições a processos decisórios, determinados pela qualidade e pela particularidade de cada situação.

III.8. A INFLUÊNCIA DOS RECURSOS MINERAIS NA UTILIDADE DE UM PROJETO

Uma função utilidade pode ser desenvolvida considerando simultaneamente um critério do valor esperado e um critério do risco associado descrito pela distribuição do fluxo de caixa. Os valores de utilidade relativa são então assumidos para várias combinações desse critério. Tais utilidades devem refletir a ponderação relativa para um determinado valor do atributo e seus diferentes níveis de risco. Assim, um decréscimo no risco poderá ser mais importante num processo decisório que um acréscimo no nível de rentabilidade para um gerente avesso a risco.

Como já foi definido anteriormente no Capítulo II, utilidade é um número abstrato, agregado a um possível resultado da decisão. Cada resultado tem uma utilidade, sendo que as mais desejáveis tem valores maiores do que as menos desejáveis. Semelhante ao VME, a Utilidade Esperada é o somatório das utilidades de cada possível evento, multiplicado pela sua probabilidade de ocorrência. O objetivo do gerente deve ser a maximização da Utilidade Esperada. A vantagem da teoria da utilidade reside em poder-se analisar situações em que até para prêmios (ganhos qualitativos) ou rentabilidade, torna-se possível se fazer a substituição desses prêmios por valores de utilidade. A partir de tais valores, um conjunto de curvas de indiferença podem ser traçadas (lugares geométricos de utilidades constantes), as quais podem ser

usadas para definir o mérito relativo do investimento ou mesmo para otimizar os investimentos definidos em termos de valor esperado e de risco.

A quantidade de informações que permite um melhor controle da mineralização ou seja do comportamento regionalizado da variabilidade dos teores do depósito é determinada pelo nível de detalhamento da pesquisa. Quanto maior for o trabalho de detalhamento, maior será a confiabilidade da amostragem, menor o risco geológico e, em conseqüência, ter-se-á um menor risco econômico. Nas primeiras avaliações, o detalhamento geológico contribui com um ganho em confiabilidade significativo mas com perda pouco expressiva em rentabilidade, até um ponto em que a utilidade é maximizada, configurando o limite da amostragem economicamente viável. Esse limite corresponde ao ponto em que a tangente da trajetória da evolução da utilidade se iguala à tangente da curva de iso-utilidade. A partir desse ponto, não mais compensaria continuar com a pesquisa de detalhamento do depósito, pois as despesas para obtenção de informações adicionais, não justificariam o pouco ganho em confiabilidade com grande perda em rentabilidade.

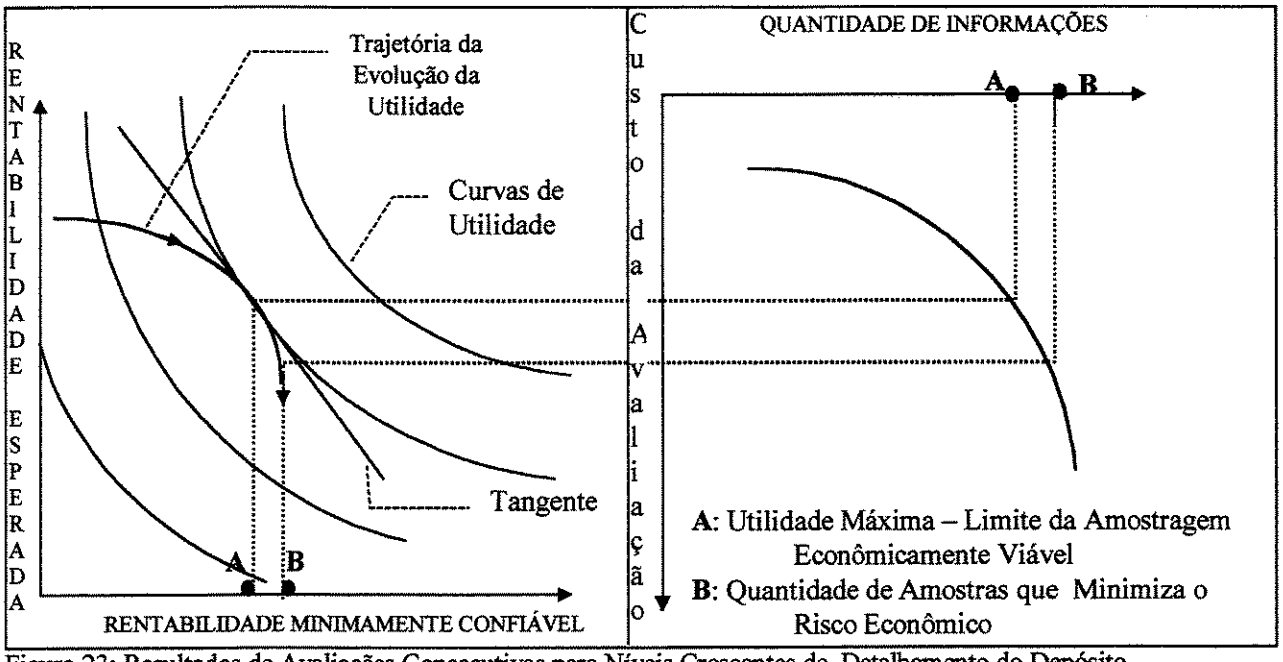


Figura 23: Resultados de Avaliações Consecutivas para Níveis Crescentes de Detalhamento do Depósito

Fonte: MACKENZIE, 1983

A Figura 23 mostra duas avaliações consecutivas A e B de um determinado trabalho de detalhamento do depósito, com a diminuição da malha de amostragem e com novos custos para obtenção da informações adicionais. No exemplo, . a partir da observação da curva que descreve

a segunda possua uma confiabilidade maior, a perda em rentabilidade foi significativa, não compensando a sua realização.

Desta forma, torna-se possível avaliar qual é o nível de informações num processo de detalhamento, necessário para maximizar a utilidade do depósito, obtendo-se, portanto, uma relação ótima entre rentabilidade/risco. O ganho em utilidade com uma nova campanha de detalhamento a partir da utilidade máxima, minimizaria o risco mas perderia utilidade em excesso, já considerando a aversão ao risco do gerente. A concavidade das curvas de utilidade será aqui determinada pela preferência do gerente, expressa pelo coeficiente de aversão ao risco embutido na equação da própria função utilidade.

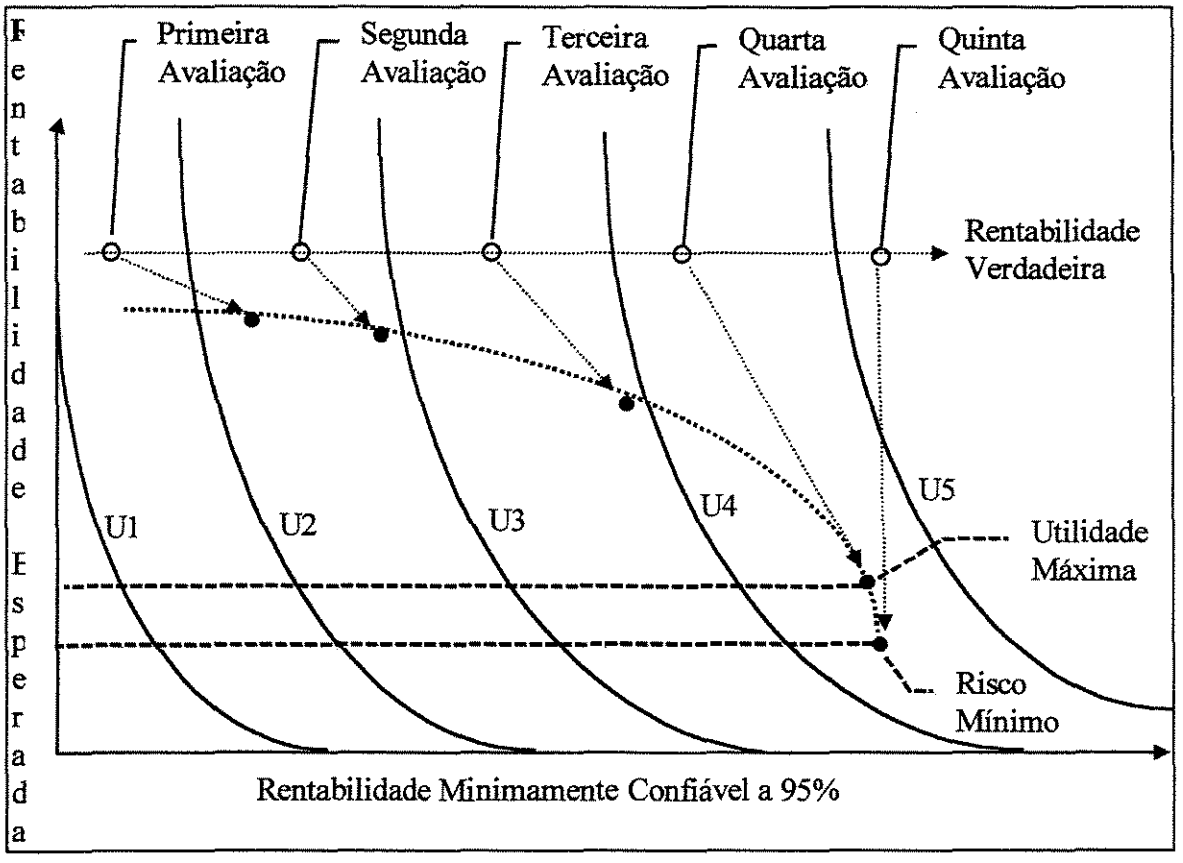


Figura 24: Definição do Detalhamento Ótimo para Decisão de Investimento

Fonte: MACKENZIE, 1983

No caso da Figura 24, vê-se que num processo de detalhamento de um depósito, a rentabilidade verdadeira proporcionada com uma futura lavra do depósito poderia manter-se constante, mas a utilidade esperada evolui com um maior detalhamento, a ponto de se atingir um

nível inviável, a partir do que o valor da utilidade do depósito tenderá a ser decrescente, após atingir-se a utilidade máxima.

Em outras palavras, quando o ganho obtido com a obtenção da informação for menor que o custo de obtenção da própria informação, deve-se encerrar os trabalhos de detalhamento geológico. É o momento de se concluir a atividade de detalhamento geológico com vistas ao controle da mineralização. No exemplo da Figura 26, a pesquisa deveria ser concluída na quarta avaliação, sem a necessidade de se desenvolver uma quinta etapa.

III.9. CRITÉRIOS DE DECISÃO NA SELEÇÃO DE PROJETOS COM RISCO

Segundo ASRILHANT (1995), a análise de risco tradicional é uma técnica que não requer a avaliação formal das medidas de preferência em relação aos resultados, possibilitando que o gerente julgue e escolha entre as opções, cujos resultados estão representados em termos de distribuição de probabilidades. Contudo, a análise de risco, apesar de explicitar as informações relevantes, essas são, muitas vezes, insuficientes à tomada de decisão. Nesse caso, é requerido que uma determinada alternativa seja dominante em relação às demais, para toda e qualquer probabilidade de ocorrência, para que torne-se preferível. Não sendo assim, a decisão pode tornar-se subjetiva.

A teoria clássica da preferência já discutida no item II.5.3. descreve o comportamento dos gerentes racionais, com base no conceito de aversão ao risco, relacionando-o a uma forma côncava uniforme e monotônica crescente da função utilidade. As formulações da teoria da decisão clássica baseada na racionalidade dos gerentes assumem assim que esses, ao defrontarem-se numa situação de escolha, preferem retornos esperados elevados à retornos esperados reduzidos e preferem riscos menores aos elevados riscos. Embora se esteja abordando aqui as relações retorno X risco, não se está adentrando na teoria do portifólio, pois o universo deste trabalho restringe-se a projetos mutuamente exclusivos. Esse comportamento racional se ajusta de forma aproximada à função de utilidade exponencial, pois a racionalidade é traduzida num coeficiente de aversão ao risco constante, conforme demonstrado no Capítulo II desta tese. Desta forma, a referida função foi incorporada ao modelo proposto, em que caberá ao gerente, apenas expressar um valor de coeficiente de aversão ao risco que julgue apropriado, no cálculo da Utilidade Esperada e do Equivalente Certo para cada projeto com retorno e risco definidos.

III.9.1. Decisões em Ambientes de Risco

Um investimento que apresenta um alto valor esperado e um baixo risco, sempre, será preferido em relação a outro que apresenta um alto nível de risco e um baixo valor esperado. Analogamente, desde que os investidores sejam avessos ao risco, para um mesmo valor esperado, entre duas alternativas, a que apresentar o menor risco deve ser a selecionada. Desta forma os projetos que revelarem os maiores valores esperados dos resultados e menores riscos serão sempre escolhidos prioritariamente em relação àqueles que apresentam baixos valores esperados e altos riscos. Partindo-se desses pressupostos, é possível estabelecer uma ordem de prioridade ou mesmo selecionar um dentre vários projetos, segundo o critério da variância mínima (ou menor desvio padrão) ou pelo critério do valor mais provável, para um mesmo limite de confiança ou para uma determinada rentabilidade .

Há casos, no entanto, em que aos maiores valores esperados estão associados os maiores riscos e, aos menores valores esperados relacionam-se os menores riscos. Assim, em tais circunstâncias, como julgar qual seria a melhor alternativa? Isso irá depender de um conjunto de aspectos. Por exemplo, qual é o porte da empresa de mineração ou qual é o nível de aversão ao risco que a empresa ou o gerente apresenta em comparação ao montante de capital envolvido no investimento. A preferência do investidor para um possível valor esperado de um resultado com risco associado é assim expressa como uma função utilidade. Embora a função de utilidade da empresa possa parecer não significar uma ferramenta prática objetiva na tomada de decisão, a sua fundamentação teórica é consistente e sendo muito importante para o entendimento e aplicação dos resultados da análise de risco.

a) Critério do Valor Mais Provável

Como já foi mencionado no Capítulo II, o ordenamento das prioridades de investimento frente a um conjunto de alternativas pelo Critério do Valor Mais Provável é feito com base na maior freqüência acumulada revelada por cada alternativa para um mesmo valor de rentabilidade (VA ou TIR).

No exemplo do Quadro 3.4., tem-se o resultado de uma análise de risco para a lavra de seis depósitos minerais, sendo apresentados o Valor Atual de Melhor Estimativa, o Valor Esperado calculado como a média da distribuição dos fluxos de caixa obtidos por simulação de Monte Carlo, a probabilidade de sucesso do projeto, correspondendo à freqüência acumulada da

distribuição, na condição particular em que o Valor Atual é maior do que zero. A comparação entre as alternativas e o ordenamento das prioridades para o critério do Valor Mais Provável são realizados, exclusivamente, tomando por base a probabilidade de sucesso de cada alternativa (P(VA>0). Nesse caso, pelo critério do valor mais provável o ordenamento das prioridades dos perfis de riscos seria A, C, B, D, E, F.

QUADRO 3.4 – Critério do Valor Mais Provável

PROJETOS	VA Melhor Estimativa	VA Esperado	Probabilidade de Sucesso	Ordenamento
A	6784562	4245366	0.81	1
B	10684020	2536235	0.75	3
C	3258314	3827153	0.76	2
D	5816353	5081962	0.71	4
E	3769193	3971852	0.70	5
F	2967372	4119593	0.61	6

b) Critério do Desvio Padrão

O Critério do Desvio Padrão, por sua vez, considera que o risco é medido pela possibilidade de variação dos valores em torno do valor esperado (média). Assim, é um critério que responde à preocupação com a possibilidade de não se realizar o Valor Esperado.

Esse critério é mais apropriado para a análise de risco de projetos em que não haja dúvida quanto a sua viabilidade econômica, ou seja com 100% de probabilidade de sucesso, pois toda a distribuição ocorre com valores maior do que zero. O desvio padrão mede a possibilidade de realização de valores em torno da média, não expressando, assim, o risco da rentabilidade vir a ser negativa, por exemplo.

O exemplo apresentado no Quadro 3.5 é muito elucidativo pois revela o quanto discrepante pode ser o resultado de uma seleção de perfis de risco ou de projetos, a depender do critério que se adote. Pelo o critério do Desvio Padrão, para os mesmos perfis, a ordem ficou completamente alterada: F, C, D, A, E e B.

QUADRO 3.5 – Critério do Desvio Padrão

PROJETOS	VA Melhor Estimativa	VA Esperado	Desvio Padrão	Ordenamento
A	6784562	4245366	3937070	4
B	10684020	2536235	5474193	6
C	3258314	3827153	2021504	2
D	5816353	5081962	3797990	3
E	3769193	3971852	4139296	5
F	2967372	4119593	1902764	1

c) Critério da Preferência

Para ser estabelecida uma função utilidade deve-se analisar qual o modelo matemático que mais se aproxima ou melhor se ajusta ao comportamento frente ao risco da empresa ou de seu gerente. No entanto, como a função exponencial revela uma simplicidade por possuir um valor constante para o coeficiente de aversão, conforme já demonstrado no Capítulo II, tal função foi adotada como padrão no modelo aqui proposto. Assim, por definição, o maior valor atribuído à utilidade deve ser igual a 1. Em termos analíticos, a definição da utilidade máxima é dada pelo maior valor de satisfação obtido, relacionado ao atributo em análise. Como a expressão que define a função utilidade é:

$$U(x) = \alpha(1 - e^{-\gamma x})$$

para a construção da função, deve-se determinar o valor da constante α, o que é feito atribuindo-se a U(x)=1, tal que:

$$\alpha = \frac{1}{(1 - e^{-\gamma x})}$$

A representação usual para a medida de desempenho da rentabilidade de um projeto recomenda que se proceda uma análise completa das distribuições de probabilidades relacionadas às medidas de rentabilidade selecionadas. Essas distribuições são conhecidas como perfis de risco de investimento (HAX AND WIIG, 1977).

Algumas vezes, em projetos com um único objetivo, as implicações dos riscos para cada estratégia deve ser resolvida pela análise cuidadosa de cada perfil em si. Se existir um domínio claro, o gerente pode ter confiança bastante para tomar a melhor decisão no estágio em que a análise de investimento se encontrar. Num evento, os perfis de risco podem eliminar das considerações futuras, um número de estratégias inicialmente selecionadas que são evidenciadas para serem claramente dominadas por um subconjunto de estratégias superiores. Se uma estratégia claramente dominante não puder ser identificada neste estágio, é necessário que se avalie a atitude do gerente em relação ao risco, definindo a sua Função de Utilidade. Uma Função de Utilidade proporciona uma descrição completa das atitudes do gerente frente ao universo de todas as conseqüências possíveis do projeto em análise.

Para exemplificar, foi adaptado aqui um caso apresentado por HAX AND WIIG (1977). Supondo-se, uma situação em que cinco perfis de risco são analisados, tendo o gerente apresentado uma preferência expressa pela seguinte função utilidade exponencial:

$$U(V.A.) = 1.3(1\text{-}e^{-0.005\,(V.A.\,+\,100)})$$

Através dessa função utilidade foi possível caracterizar todas as estratégias, calculando-se, assim a utilidade esperada relacionada a cada uma, podendo compará-las ao equivalente certo respectivo, conforme pode ser visto no Quadro 3.6. e na Figura 25.

QUADRO 3.6. Perfis de Risco

ESTRATÉGIA	A	B	C	D	E (não realizar)
V.M.E. ($\$x10^6$) Valor Monetário Esperado	71	81	87	101	0
Utilidade Esperada (Risco)	0.704	0.747	0.750	**0.797**	0.512
Equivalente Certo	56	71	72	90	0

O procedimento consistiu na substituição dos valores de equivalente certo na função de utilidade exponencial descrita acima, obtendo-se os respectivos valores de utilidade esperada para cada perfil de risco, com o que foi possível compará-los entre si selecionando a alternativa que maximiza utilidade.

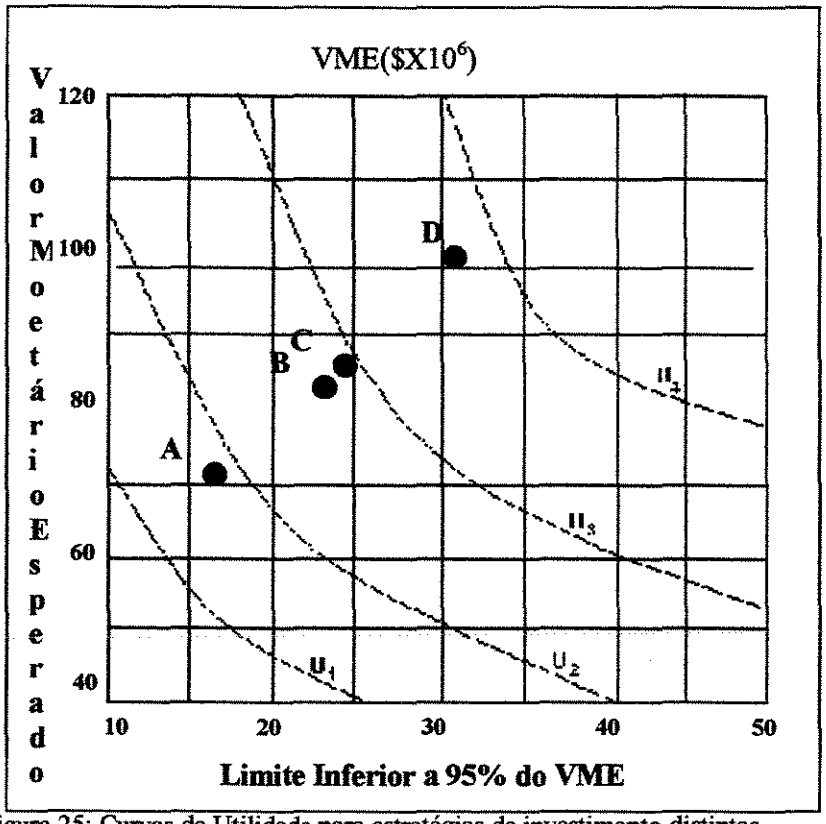


Figura 25: Curvas de Utilidade para estratégias de investimento distintas

Fonte: Hax and Wiig, 1977. Modificado

Se o melhor projeto, portanto, for selecionado pela simples escolha da alternativa que apresenta a maior Utilidade esperada, vê-se que a opção que atende a tal critério correspondeu a de letra D, a qual é nitidamente dominante sobre as demais, enquanto as estratégias B e C são quase idênticas e a estratégia A é, sem dúvidas, a pior alternativa.

A figura 26 e o Quadro 3.7. apresentam um outro exemplo (MAcKENZIE, 1983) com aplicação de curvas de isoutilidades, como critério de seleção da melhor alternativa entre os projetos "A" ou "B", usando uma taxa interna de retorno esperada, associada a um risco medido pelo limite inferior a 95% de intervalo de confiança.

Nesse caso, a alternativa "B" apresenta uma utilidade maior do que a alternativa "A", devendo, assim, ser a selecionada. O Quadro 3.7. mostra os níveis de risco correspondentes a cada uma das alternativas (A e B).

Quadro 3.7. Projetos mutuamente exclusivos

PROJETO	A	B
VALOR ESPERADO DA TIR	31 %	27 %
Limite Inferior de 95% da TIR	9 %	15 %

As curvas de utilidade traçadas revelam sempre um *trade-off*, o qual proporciona a base para a seleção da melhor alternativa de investimento.

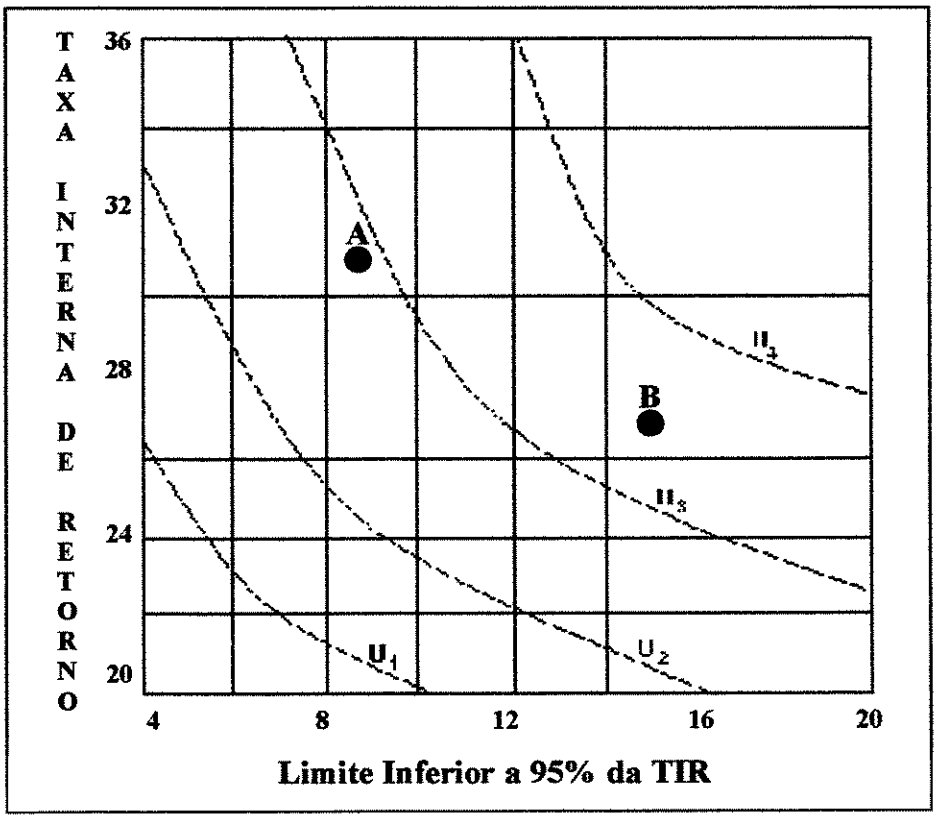


Figura 26: Curvas de utilidade para projetos mutuamente exclusivos
Fonte: MAcKENZIE, 1983 – adaptado

Neste caso, MAcKENZIE(1983) não entrou no mérito da definição da função utilidade, mas, ainda sim, o exemplo tem validade pela aplicação de uma outra forma de representar a relação rentabilidade X risco, servindo também para ordenar e selecionar projetos mutuamente exclusivos.

CAPÍTULO IV

ESTUDOS DE CASOS

Neste Capítulo são apresentados três Estudos de Casos com o objetivo de ilustrar a metodologia sugerida nesta tese, denominada de análise de Decisão Geoeconômica. Os três casos abordam os cinco níveis decisórios apresentados na metodologia e discutidos no Capítulo III desta tese.

O primeiro caso refere-se a um depósito de ouro, em que, com um mínimo de informações geológicas, são geradas as curvas de parametrização, tornando possível analisar as condições de aceitação, realizar o estudo de pré-viabilidade, definir o melhor teor de corte, bem como avaliar a influência da incerteza dos parâmetros técnicos e econômicos em condições determinísticas.

Em um segundo estudo, é apresentada uma situação na qual, após sucessivas avaliações de detalhamento de um depósito, numa pesquisa mineral, havendo uma evolução do nível de informação com a diminuição da malha de amostragem, mostra-se que é possível definir a malha ótima de pesquisa, á luz da maximização da utilidade.

O último estudo de caso é caracterizado pela análise e seleção de cinco projetos de risco, cada um revelando características próprias, de lavra e beneficiamento. A aplicação da teoria da utilidade à luz das curvas de iso-preferência, permite a comparação e o ordenamento dos projetos prioritários.

IV.1. ESTUDO DE CASO Nº 1 - AVALIAÇÃO DE PRÉ-VIABILIDADE PARA UM DEPÓSITO DE OURO

Este estudo trata de um depósito hipotético de Au em ambiente sedimentar conglomerático (Figura 27) com um teor médio de 4 g/t das nove amostras de superfície e mais três furos de sondagem, desvio padrão de 2 g/t e densidade 2,6. O objetivo deste estudo de caso é o de realizar um estudo de pré-viabilidade para aproveitamento do citado depósito Tendo em vista que a exploração encontra-se numa fase inicial, o gerente busca obter uma indicação sobre a exeqüibilidade de lavra por intermédio da Técnica de Melhor Estimativa do Fluxo de Caixa.

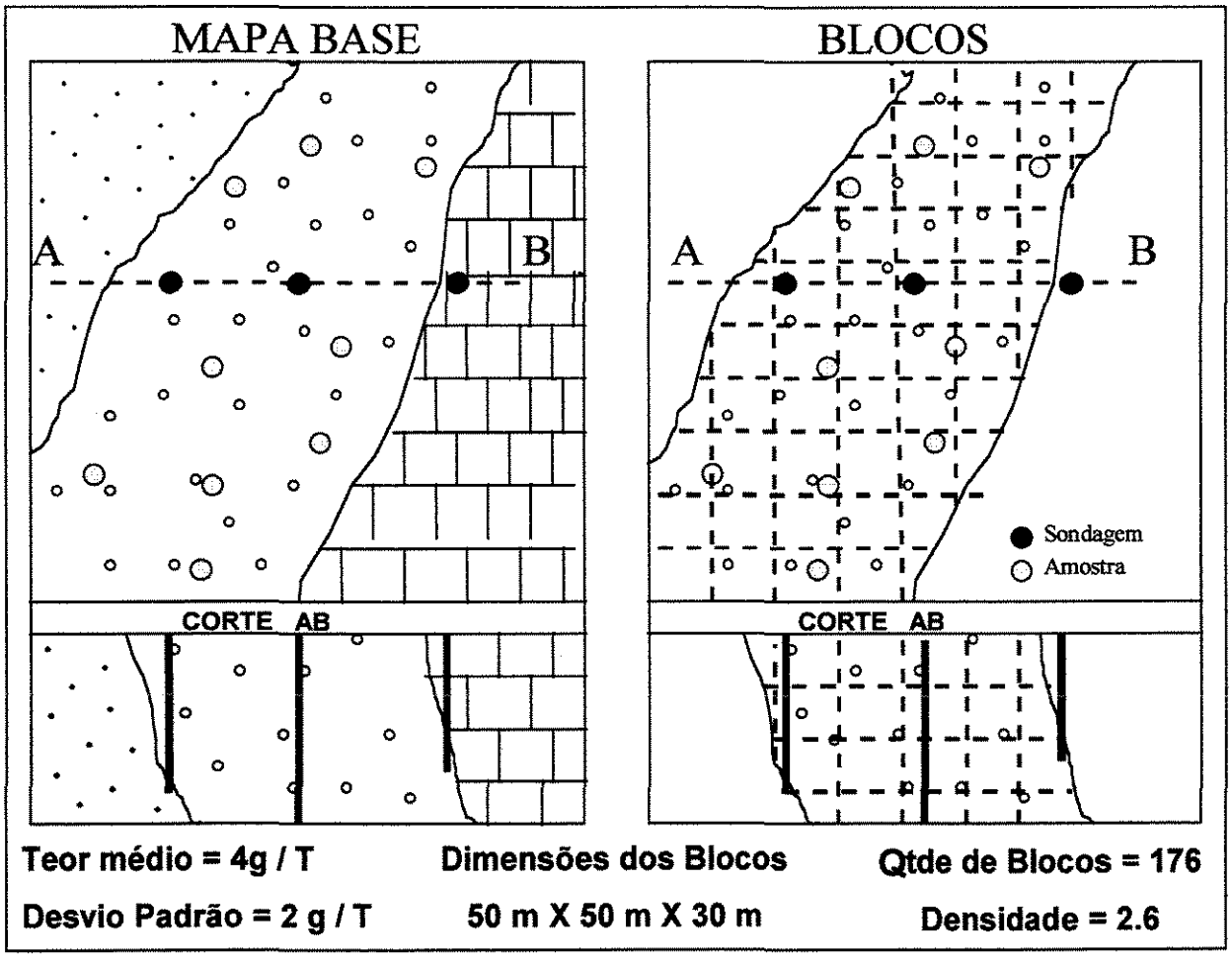


Figura 27: Mapas Base e de Blocos para um depósito de ouro numa fase preliminar da pesquisa mineral

As informações sobre o controle da mineralização compreendem além da amostragem superficial e dos três furos de sondagem, apenas o contato geológico da rocha hospedeira conglomerática com as rochas encaixantes, bem como a atitude e a potência da camada (Figura 27). Sob tais condições, é possível subdividir o depósito em 176 blocos de dimensões correspondentes a 50 X 50 X 30m. O produto do número de blocos, por suas dimensões e pela densidade gera uma quantidade de recursos minerais *in situ,* igual a 34.320.000 toneladas (T) de minério de ouro.

Pela metodologia apresentada no Capitulo III, em que são sugeridos cinco níveis de decisão, neste estudo a avaliação do depósito compreenderá apenas os três primeiros, os quais foram analisados com o uso do programa computacional GEODEC, descrito no anexo desta tese.

1° Nível de Decisão: Tendo-se o conhecimento das características geológicas do depósito, é possível estabelecer os parâmetros técnicos e econômicos para o projeto conceptual de lavra. A isso alia-se a estratégia de investimento da empresa, expressa pelos critérios do tamanho e da

rentabilidade minimamente admissíveis, sendo analisada a relação Tonelagem X Teor, concluindo-se que o depósito pode ser considerado aceito, conforme mostrado na figura 28.

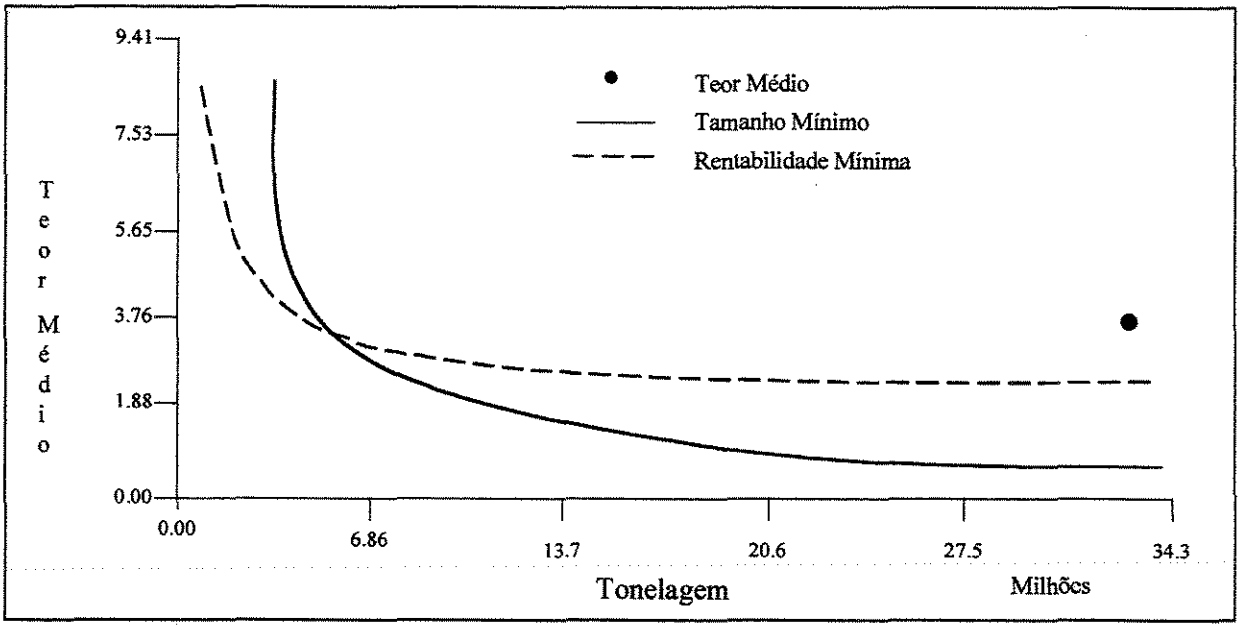


Figura 28: Curvas de Aceitação para um depósito com uma relação Tonelagem X Teor pontual conhecida

Na figura 28, o círculo escuro representa a relação Tonelagem X Teor pontual conhecida de 4g/T para uma porção mineralizada do depósito inferida em 33 milhões de T. As curvas de aceitação representativas da estratégia de investimento da empresa, definidoras do tamanho e da rentabilidade minimamente aceitáveis são construídas de acordo com as relações matemáticas descritas no item III.4. Os valores dos parâmetros técnicos e econômicos relacionados ao projeto conceptual de lavra constam do Quadro 4.1, a seguir:

QUADRO 4.1- Parâmetros Técnicos e Econômicos – Estudo de Caso 1

PARÂMETRO	VALOR	UNIDADE
Preço da Grama de Ouro	11.33	US$/g
Taxa Mínima de Atratividade	9.39	%
Investimento	$5.30X10^7$	US$
Custo Operacional Unitário	15.24	US$/T
Recuperação Metalúrgica	75	%
Escala de Produção Anual	2000000	T/Ano
Tributos S/ Faturamento	5%	%
Imposto de Renda	25	%
Receita Global Mínima	$4X10^7$	US$

A partir da relação Tonelagem X Teor pontual do depósito e dos parâmetros técnicos e econômicos, calcula-se o fluxo de caixa para o projeto, mostrado na Figura 29. Sob tais circunstâncias, o fluxo de caixa gerado projeta uma vida útil de 17 anos, revelando um Valor Atual de US$163,85 Milhões, uma Taxa Interna de Retorno de 50% e um Período de Retorno de Capital (*Pay-Back*) equivalente a 3,67 anos.

FLUXO DE CAIXA DE PRÉ-VIABILIDADE				
Preço da Substância	11.330		N. de anos	
Produção Anual de Minério	2,000,000		17	
Produção Anual de Metal	6,000,000			
Especificações / Ano	0	1	2 a . . .	17
Investimento Total	-53,000,000			
Receita Operacional		67,980,000	67,980,000	67,980,000
Tributos Sobre Faturamento		3399000	3399000	3399000
Receita Operacional Liquida		64,581,000	64,581,000	64,581,000
Custo Operacional Total		30,480,000	30,480,000	30,480,000
Lucro Antes IR		34,101,000	34,101,000	34,101,000
Depreciação		3,117,647	3,117,647	3,117,647
Lucro tributável		30,983,350	30,983,350	30,983,350
Imposto de Renda		7,745,838	7,745,838	7,745,838
Lucro Após IR		26,355,160	26,355,160	26,355,160
Fluxo de Caixa Após IR	-53,000,000	26,355,160	26,355,160	26,355,160
Cálculo do Valor Atual	163,856,570			
Cálculo da TIR	0.50			
Cálculo do Pay-Back	3.67			

Figura 29: Fluxo de Caixa para Estudo de Pré-viabilidade de um Depósito Mineral Hipotético de Ouro. Fonte: GEODEC

Com as informações obtidas das amostras superficiais e de sondagem, correspondentes a um teor médio de 4g/T e desvio padrão de 2g/T, por inferência estatística, extrapola-se essas informações, gerando-se uma distribuição representativa para os teores do depósito.

Assumindo-se que a distribuição se aproxima de um comportamento lognormal, gerou-se a distribuição de freqüência a partir da equação da função densidade correspondente, construindo-se a curva de parametrização para o depósito (Figura 30), considerando que o teor mínimo amostrado (0.73 g/T) seria igual ao teor de corte *in situ*.

No gráfico, o programa GEODEC plota o teor de corte de cada classe no eixo correspondente à abcissa, podendo-se ver nos extremos o menor (0,73 g/T) e o maior valor (8,60 g/T) lidos no conjunto de dados gerados dos blocos do depósito. A ordenada à esquerda é dado em percentagem atendendo a ambas as curvas da tonelagem do minério e a do metal contido. A ordenada da esquerda refere-se à curva do teor médio acumulado de cada classe, que cresce de forma inversamente proporcional às outras duas.

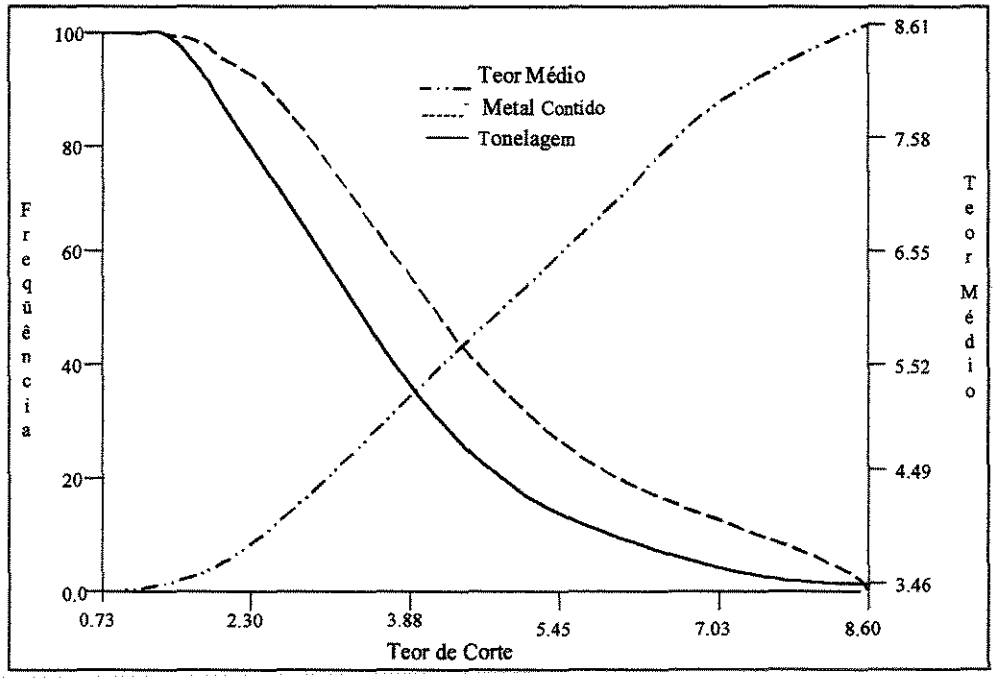


Figura 30: Curvas de Parametrização do Estudo de Caso No 1.

2° Nível de Decisão: Nessas condições, em que a relação Tonelagem X Teor não mais seria constante (4 g/t) e sim variável com a freqüência da distribuição dos teores dos blocos, a análise do depósito neste nível decisório consiste em calcular o VA, a TIR , o PRC e o NA (nível de aproveitamento) para cada teor de corte, sendo consideradas aceitas, todas as faixas de tonelagem relacionadas a teores de corte que satisfizerem as restrições estabelecidas pela estratégia de investimento da empresa relativas ao tamanho mínimo e a rentabilidade mínima.

A figura 31 apresenta dois gráficos nos quais são construídos quatro eixos verticais, sendo todos contrapostos ao eixo da tonelagem. O eixo do teor médio (superior esquerdo) refere-se as curvas das condições de aceitação (tamanho mínimo, rentabilidade mínima) e do próprio teor médio no depósito. O segmento da curva do teor do depósito justaposto acima da região delimitada pelas restrições (tamanho mínimo e rentabilidade mínima admissíveis) indica as relações tonelagem X teor aceitáveis pela estratégia de investimento da empresa. Pelas curvas do PRC (relacionada ao eixo superior direito), do VA e da TIR no gráfico inferior, percebe-se o quanto são incompatíveis os objetivos de se maximizar o VA, maximizar a TIR, minimizar o PRC, e ainda maximizar o NA.

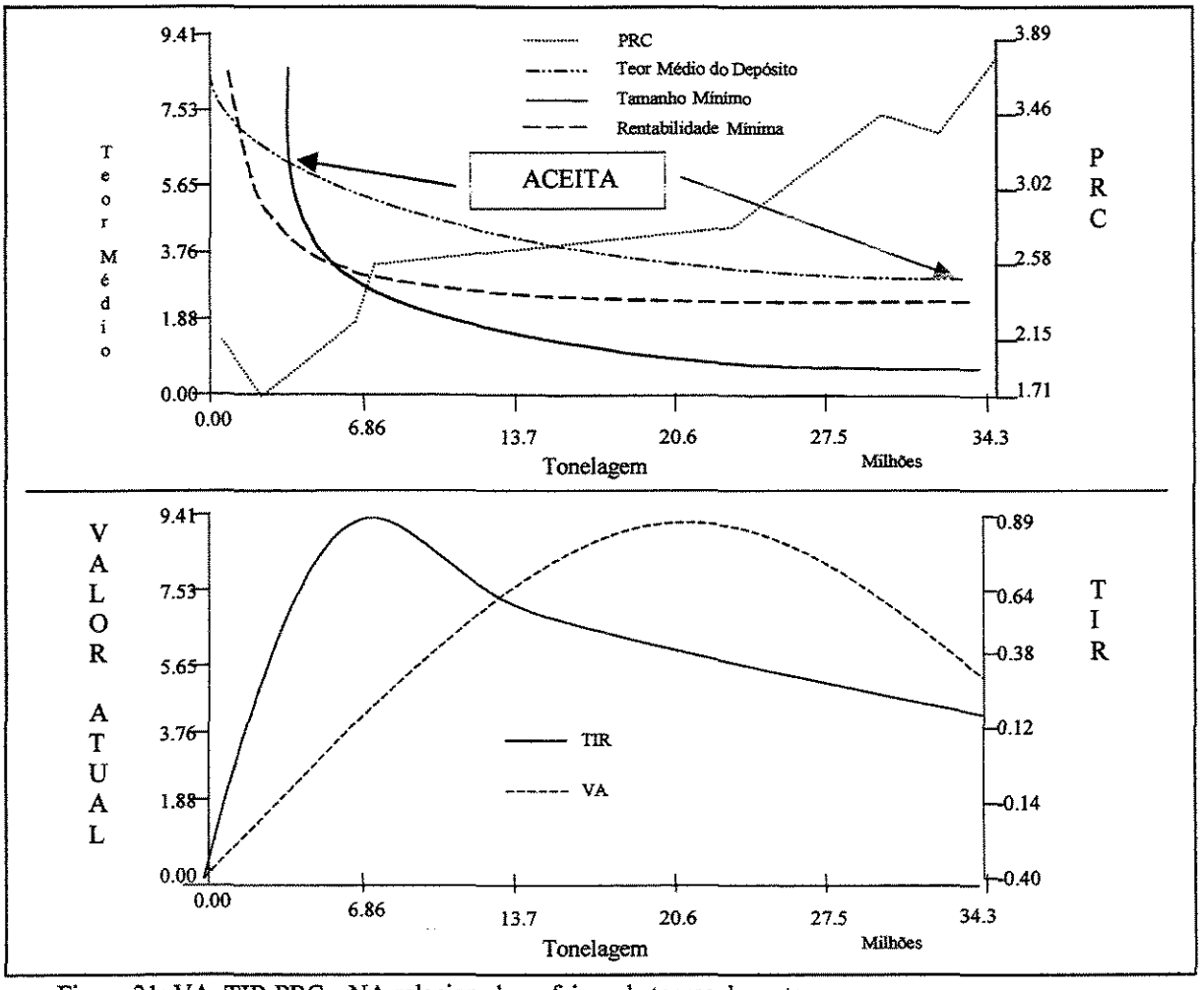


Figura 31: VA, TIR PRC e NA relacionados a faixas de teores de corte

Percebe-se que o teor de corte que maximiza o VA não necessariamente é o mesmo que maximiza a TIR, ainda que ambos os atributos sejam medidas de Rentabilidade do projeto. Por sua vez, o PRC também é minimizado por um outro teor de corte. O NA é máximo para o teor de corte geológico *in situ*, que é diferente de todos os demais.

Assim sendo, pergunta-se: qual deveria ser o teor de corte da Reserva Bâse? A empresa poderia definir o teor de corte optando pela maximização de uma dessas medidas ou pela solução *satisfactum*, pela aplicação do método de multicritérios, discutido no Capítulo III. Considerando-se a solução *satisfactum*, a resposta a essa questão seria dada convertendo-se todos os valores obtidos para cada atributo, em escores numa mesma base em termos adimensionais (utilidade determinística) ponderando-os, em seguida, de acordo com o grau de importância atribuído pela

empresa. Os pesos relacionados a cada um dos atributos para o cálculo de ambas as utilidades aditiva (UA) e multiplicativa (UM) são apresentados no Quadro 4.2.

QUADRO 4.2 - Pesos

VA	TIR	PRC	NA
5	2	1	2

Com os resultados obtidos para as utilidades aditiva e multiplicativa, são construídas os gráficos mostrados na figura 32.

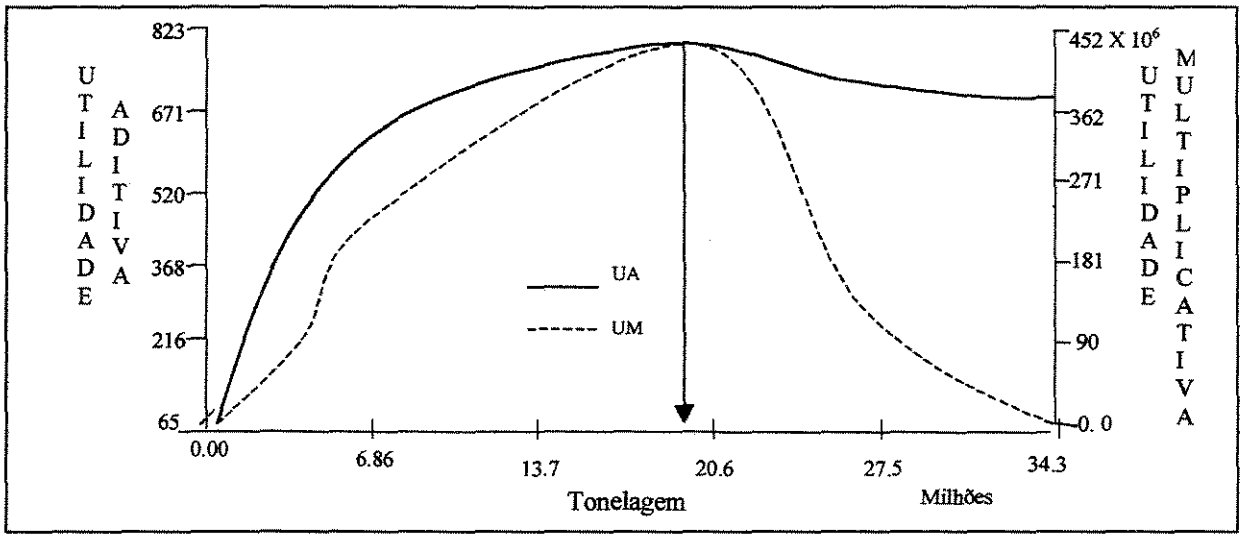


Figura 32: Curvas de Utilidade Determinística

Após o cálculo, o algoritmo do GEODEC pesquisou nos valores de tonelagem e de teor de corte aqueles que maximizam as utilidades aditiva e multiplicativa, que neste caso particular, por mera coincidência, ambas as utilidades foram maximizadas pela mesma relação Tonelagem X Teor, a qual estabelecerá a Reserva Base do Projeto.

QUADRO 4.3 -Reserva Base e Resultados do Estudo de Caso N° 1

Reserva Base		Resultados do Projeto	
Tonelagem (T)	19.187.940	Valor Atual (um$)	145.838.926
Teor de Corte (g/T)	2.60	Taxa Interna de Retorno (%)	59
Teor Médio (g/T)	4.44	Período de Recuperação Capital (anos)	2,84
Metal Contido (kg)	91.752	Nível de Aproveitamento (%)	61%

3° Nível de Decisão: Nesse nível de decisão, com a análise de sensibilidade determinística avalia-se os possíveis impactos dos parâmetros sobre a rentabilidade do projeto (medida pelo VA). Para tanto, a taxa de desconto, o valor do investimento, a recuperação do beneficiamento e o custo operacional do projeto sofrem variações de $\pm$ 25% e $\pm$ 12.5%. Essas variações permitem detectar ordem de prioridade dos parâmetros críticos, com possibilidades de sofrerem ajustes com vistas à melhoria no desempenho do projeto. A análise de sensibilidade determinística, assim, gera cinco cenários para cada parâmetro sensibilizado e considera que as variações ocorrem em ambientes de incerteza, realizando o ordenamento de prioridades à luz dos critérios Maximaxi, Minimaxi e *Regret* Minimax.

QUADRO 4.4. Critério Maximaxi

Parâmetro	S1 (-25%)	S2 (-12.5%)	S3 (0%)	S4 (12.5%)	S5 (25%)	Máximo	Ordem
Taxa	**167840000**	156393600	145838900	136090600	127072700	167840000	3
Investim.	**156999100**	151419000	145838900	140258800	134678800	156999100	4
Recuper.	62289840	104064400	145838900	187613500	**229388000**	229388000	1
Custo	**181768100**	163803500	145838900	127874300	109909700	181768100	2

O critério Maximaxi (Quadro 4.4) pesquisa os resultados máximos em todos os cenários relacionados a cada parâmetro e ordena-os do maior para o menor valor. Por ser um critério otimista, valoriza os parâmetros de ganho e penaliza aqueles que, por terem os seus valores aumentados, oneram o projeto.

QUADRO 4.5. Critério Minimaxi

Parâmetro	S1 (-25%)	S2 (-12.5%)	S3 (0%)	S4 (12.5%)	S5 (25%)	Mínimo	Ordem
Taxa	167840000	156393600	145838900	136090600	**127072700**	127072700	2
Investim.	156999100	151419000	145838900	140258800	**134678800**	134678800	1
Recuper.	**62289840**	104064400	145838900	187613500	229388000	62289840	4
Custo	181768100	163803500	145838900	127874300	**109909700**	109909700	3

O critério Minimaxi (Quadro 4.5), por ter um forte apelo conservador, seleciona o menor estado e ordena as prioridades maximizando os valores mínimos, ou seja, prioriza os parâmetros

de perda, que representa um ponto de vista diametralmente contrário do critério anterior. O critério *Regret* Minimax (Quadro 4.6) tenta diluir a importância dos parâmetros no ordenamento das prioridades, compensando-a com a maximização dos valores de "desvio de cenário" . Mas, ainda assim, continua tendo um apelo conservador, muito próximo ao critério Minimaxi.

QUADRO 4.6. Critério *Regret* Minimax

Parâmetro	S1 (-25%)	S2 (-12.5%)	S3 (0%)	S4 (12.5%)	S5 (25%)	Máximos	Ordem
Taxa	13928100	7409904	0	51522910	**102315300**	102315300	2
Investim.	24768990	12384500	0	47354700	**94709200**	94709200	1
Recuper.	**119478300**	59739100	0	0	0	119478300	3
Custo	0	0	0	59739200	**119478300**	119478300	4

Pelos resultados revelados nos Quadros 4.4, 4.5 e 4.6, percebe-se, claramente, que a importância de cada parâmetro sobre o projeto é determinada pelo critério de comparação adotado, em que, mais uma vez os critérios *Maximaxi* e *Minimaxi* divergem frontalmente entre si, sendo que, a ordem estabelecida por cada um é exatamente contrária à ordem estabelecida pelo outro critério. Já o *Regret Minimax* tende a apresentar um resultado aproximado ao *Minimaxi*.

O resultado obtido pelo análise de sensibilidade determinística para o estudo de caso evidencia a importância do valor do investimento na obtenção de níveis estáveis de rentabilidade, ou seja, a margem de até $\pm 25\%$ tende a não causar maiores impactos sobre o projeto, por isso, foi o parâmetro ordenado em primeiro lugar pelos dois critérios conservadores (*Minimaxi* e *Regret Minimax*). Em virtude dessa estabilidade, também não foi o parâmetro "investimento" que revelou os maiores ou os priores resultados do fluxo de caixa. O "investimento" mostrou, assim, ser um parâmetro pouco sensível às variações. Já os parâmetros "recuperação" e "custo" comportaram-se de forma muito mais sensíveis, quando submetidos a variações. Esses parâmetros comprovaram que podem proporcionar ganhos significativos, se bem ajustados em termos operacionais. Dado às suas altas sensibilidades, os dois parâmetros revelaram os priores e os melhores VAs, ou seja, demonstraram que com pequenas variações em torno do seu valor médio, proporcionam uma grande dispersão nos resultados da sensibilidade. Os altos valores obtidos nas variações desses dois parâmetros são os responsáveis para que eles fossem considerados os mais críticos pelo critério mais otimista (*Maximaxi*).

IV.2. ESTUDO DE CASO Nº 2 - A INFLUÊNCIA DO SUPORTE DA MALHA DE PESQUISA NA UTILIDADE DE UM PROJETO

O presente estudo de caso analisa como as dimensões da malha de pesquisa influenciam na Rentabilidade Esperada de um projeto com risco definido, e demonstra como é possível selecionar, em estudos de pré-viabilidade, o tamanho de bloco ideal para a lavra de um depósito. Para tanto, foram geradas quatro distribuições lognormais dos teores de um mesmo depósito hipotético, cada uma correspondendo a dimensões distintas de blocos (suportes). Utilizando-se o programa GEODEC - Sistema de Análise de Decisão Geoeconômica, obteve-se os resultados de melhor estimativa para o Valor Atual (VA), para a Taxa Interna e Retorno (TIR) e para o Período de Retorno de Capital (PRC) como saídas resultantes do fluxo de caixa relativos a cada intervalo da curva de parametrização do depósito. Adotando a técnica de múltiplos critérios, por ponderação, selecionou-se os teores de corte para cada uma das parametrizações. Neste estudo de caso, as dimensões dos blocos de lavra consideradas, corresponderam às mesmas dimensões de uma suposta malha regular de pesquisa.

IV.2.1. Características Estruturais do Depósito Hipotético

Ao serem geradas as quatro distribuições lognormais distintas e respectivas para cada suporte, foi considerada como características do depósito, um modelo variográfico exponencial comum patamar de 1.2 $(g/t)^2$, sem efeito pepita e com uma amplitude de 50m. Para todas as cinco distribuições, assumiu-se um teor médio de 2 g/t de Au, obtendo-se assim, as respectivas das parametrizações, totalizando 10 milhões de toneladas de minério de ouro em todos os quatro casos. As características específicas assumidas para cada um dos 4 suportes do depósito hipotético constam do Quadro 4.7.

QUADRO 4.7 – Características Especificas de cada Suporte

PROJETO	Dimensão dos Blocos (m)	Variância	Quantidade de Blocos
Suporte1	100 X 50 X 10	0.483	80
Suporte 2	50 X 50 X 10	0.594	160
Suporte 3	50 X 25 X 10	0.690	320
Suporte 4	25 X 25 X 10	0.812	640

IV.2.2. Parâmetros Técnicos e Econômicos do estudo de Caso Nº 2

Os parâmetros técnicos e econômicos foram estabelecidos condizentes com a escala de produção relativa à cada um dos tamanhos de blocos, considerando, em todos os casos, que o

método de lavra da futura mina seria a céu aberto por bancadas em virtude do depósito se encontrar a uma relativa profundidade e o beneficiamento realizado por processo CIP (*Carbon in Polpe*), apropriado para concentração do minérios que apresentam-se em rocha sã e que possuam uma partícula de ouro muito fina.

Os parâmetros de projeto específicos adotados para cada caso são apresentados no Quadro 4.8.

QUADRO 4.8 – Parâmetros Técnicos e Econômicos Específicos de cada Projeto

PROJETO	**Teor de Corte (g/T)**	**Blocos (Qtd)**	**Custo Unitário (US$)**	**Investimento (US$)**	**Escala de Produção (T/Ano)**
Suporte 1	0,98	80	6,25	13.500.000	1.500.000
Suporte 2	0,89	158	8,19	11.700.000	1.000.000
Suporte 3	0,65	637	9,30	7.800.000	750.000
Suporte 4	0.45	997	10,93	4.000.000	500.000

Os parâmetros gerais e iguais para todas as malhas foram:

Preço: US$ 11,00

Taxa Mínima de Atratividade: 9,39%

Densidade do Minério: 2,5

Recuperação da Usina CIP: 85%

IV.2.3. Avaliação Econômica

O valor econômico de um depósito é estabelecido em função dos custos para a remoção da tonelagem total de material útil agregado presente no depósito em relação ao benefício gerado, expresso como medidas de rentabilidade ou de retorno. Assim, os fluxos de caixa são calculados, considerando todos os seus elementos em função de um teor econômico (teor médio de cada intervalo de classe) e definindo-se os respectivos Valores Atuais (VA's), as Taxas Internas de retornos (TIR's) e os Períodos de Retorno de Capital (PRC's). Como já citado, esse procedimento é repetido para diversos teores de corte correspondentes à distintos intervalos da curva de parametrização do depósito, no caso deste exercício, relativamente aos quatro suportes de lavra.

A avaliação econômica é, então, realizada pelo modelo de fluxo de caixa uniforme descrito no Capítulo III. A partir dos diversos resultados do fluxo de caixa, é definido o teor de

corte das curvas de parametrização para cada suporte, considerando o teor de corte que maximiza a Utilidade Determinística Multiplicativa, de forma semelhante ao estudo de caso N° 1.

Variando-se os parâmetros técnicos e econômicos (preço, investimento, taxa mínima de atratividade, recuperação metalúrgica e custos operacionais unitários), a partir de funções de probabilidade, realiza-se a análise de risco e as probabilidades de ocorrência dos respectivos resultados do fluxo de caixa (VA, TIR E PRC) para cada projeto.

Os parâmetros podem ser sensibilizados, gerando-se valores com base nas funções que melhor expressem os seus reais comportamentos, a partir de valores "médios" ou "mais prováveis" e variando de acordo com intervalos entre pontos máximos e mínimos ou expressos como desvio padrão, a depender de qual seja a função associada. Desta forma, realiza-se a simulação de cenários alternativos, otimistas ou pessimistas. Os valores originais dos parâmetros de cada projeto foram assumidos como a média ou mais provável para cada uma distribuição gerada e as respectivas funções de densidade de probabilidade foram as apresentadas no Quadro 4.9.

QUADRO 4.9 – Funções de Probabilidade Utilizadas no estudo de Caso N° 2

Parâmetro	Função	Variação
Preço	Normal	± 10%
Taxa de Desconto	Uniforme	± 20 %
Investimento	Triangular	± 25 %
Recuperação	Triangular	± 25 %
Custo Unitário	Normal	± 10 %
Teor de Alimentação	Lognormal	± 10 %

Como resultado da simulação de Monte Carlo, obteve-se quatro histogramas de possíveis rentabilidades, retornos e respectivas medidas de risco relativos a cada suporte. Sendo assim, foi possível comparar as medidas das malhas como se fossem as resultantes da evolução de um detalhamento da pesquisa.

O coeficiente de aversão ao risco γ correspondente a 0,0000001 foi definido pela empresa, com base em ajustes anteriores, obtido a partir do valor do equivalente certo que a deixaria indiferente ao risco. Pela diferença entre os valores máximo e mínimo da rentabilidade,

foi possível calcular o coeficiente da constante α na condição particular de U(VA)=1, que aliado a γ, permitiram a definição da função utilidade exponencial como:

$$U(VA) = 1.041461(1 - e^{-0.0000001VA})$$

O gráfico da função de utilidade exponencial é apresentado na Figura 33.

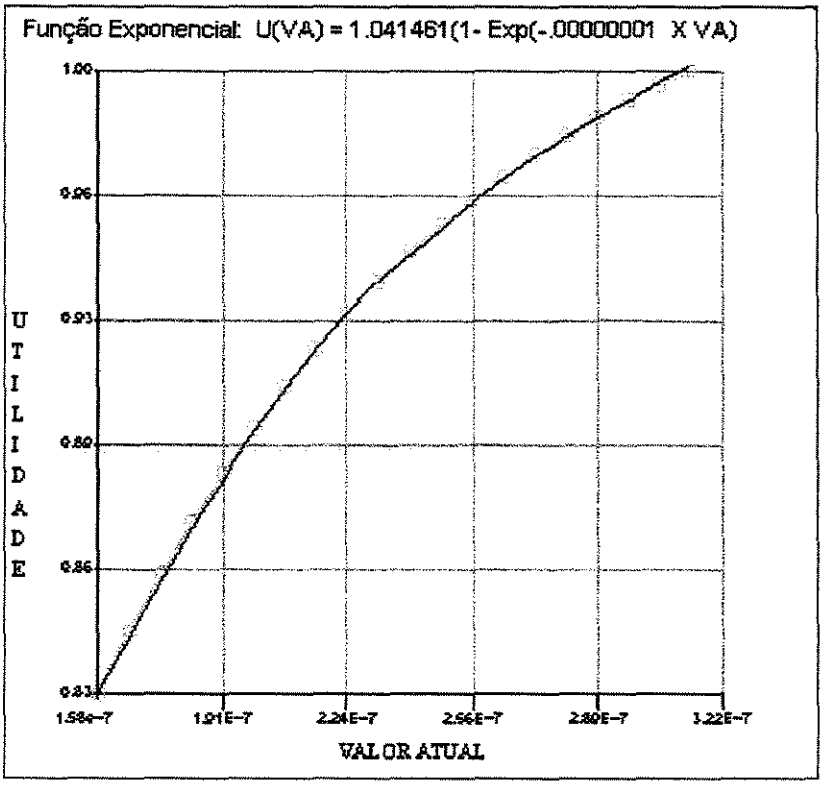


Figura 33 : Função Utilidade Exponencial

Com a definição dessa função Utilidade Exponencial, é possível estabelecer níveis de iso-preferência, os quais expressam o lugar geométrico em que, a empresa tornar-se-ia indiferente para todas as relações rentabilidade X risco neles localizadas. O ponto em que cada nível cruza com a ordenada do gráfico da Figura 36, corresponde ao valor de Equivalente Certo com 100% de probabilidade de sucesso. Todo ponto sobre a ordenada (Eixo Y) corresponde a origem da abcissa (Eixo X), ponto em que o risco correspondente seria igual a zero.

Nessas condições, vê-se que a Rentabilidade é maximizada na terceira avaliação com blocos correspondentes a uma malha de 50 m X 25m X 10 m (Suporte 3), sendo, portanto, desnecessário realizar uma nova campanha de sondagem que implicasse na diminuição da malha

para blocos com dimensões 25 m X 25m X10m (Suporte 4). Caso isso viesse a ocorrer, o ganho com a diminuição do risco (desvio padrão) não compensaria a perda em utilidade.

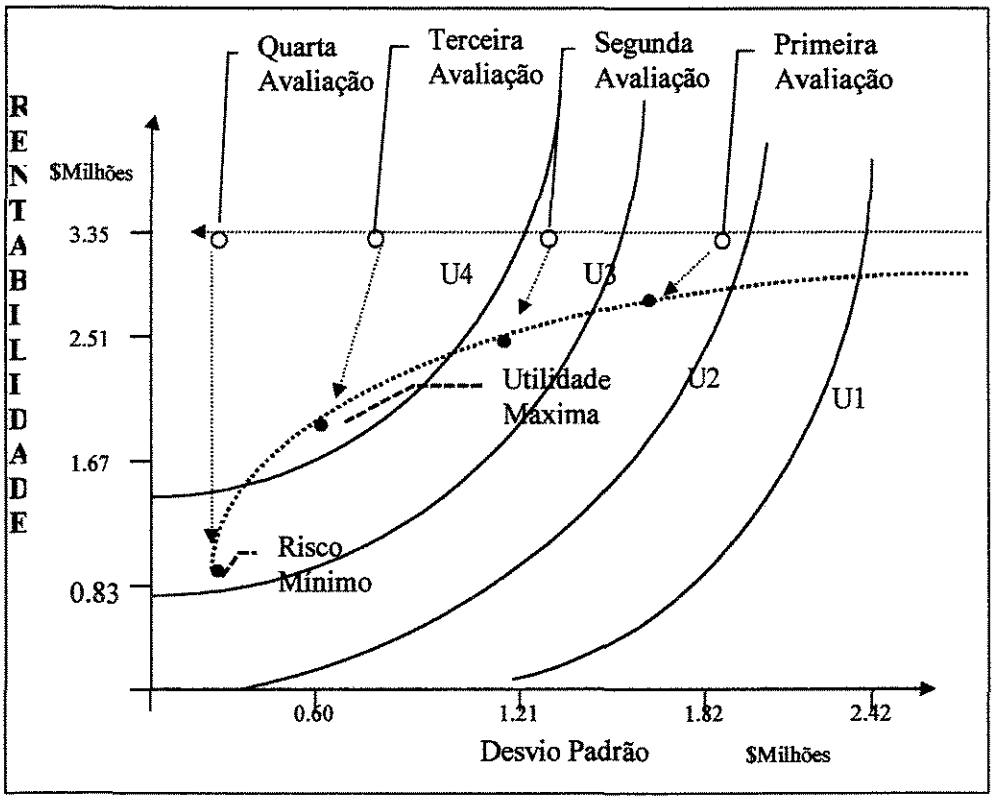


Figura 34: Definição do Detalhamento Ótimo para Decisão de Investimento

A figura 34 ilustra o quarto nível de decisão, de acordo com o fluxograma proposto no Capítulo III (Figura 12) relativo à metodologia de análise de decisão geoeconômica.

O Quadro 4.10 apresenta os resultados da análise de risco e o ordenamento dos projetos (expressos pelas dimensões dos blocos), segundo as curvas de isoutilidades (quinto nível de decisão.

QUADRO 4.10 – Seleção da Malha Ótima

Dimensões	Valor Melhor Estimativa	Valor Esperado	Desvio Padrão	Ordem segundo os Níveis de IsoUtilidade
100X50X10	2013750	28236210	16626730	4
50X50x10	21271940	25195500	9219006	3
50X25X10	19376010	18136310	6570459	1
25X25X10	15145890	8765300	3305656	2

IV.3. ESTUDO DE CASO N° 3: SELEÇÃO DE PROJETOS DE RISCO MUTUAMENTE EXCLUSIVOS

Este estudo de caso procura demonstrar como uma empresa pode ordenar as suas prioridades de investimento e selecionar as melhores alternativas. Admite-se, hipoteticamente, que uma empresa necessita ordenar as suas prioridades de investimento em projetos de lavra de cinco depósitos de Au com características geológicas distintas, os quais, não necessariamente, ocorrem em uma mesma província metalogenética. Em virtude dessas diferenças, relacionadas à gênese do corpo mineralizado, às dimensões, à profundidade, às rochas hospedeiras e encaixantes, e às características tecnológicas do minério, os respectivos projetos conceituais para cada mina, no tocante aos métodos de lavra a serem adotados e aos processos de concentração, são diferenciados, conforme mostrado no Quadro 4.11. .

QUADRO 4.11 – Parâmetros Técnicos dos Projetos do Estudo de Caso N° 3

Projeto	**Teor de Corte (g/T)**	**Teor Médio (g/T)**	**Dimensão Blocos (Metros)**	**Rcursos *in situ* (T)**	**Met. Lavra**	**Beneficiam.**	**Escala de Produção (T/Ano)**	**Investimento (US$)**
					Custo LB (US$)	**Recuperação (%)**		
A	1.90	2.80	50X50X20	$2.0X10^7$	Cava	Lixiv. Pilha	1.000.000	$1.75X10^7$
					12.95	75 %		
B	3.47	6.00	50X50X40	$2.5X10^7$	Recalque	Precipit. Zn	1.200.000	$2.20X10^7$
					40.78	85 %		
C	1.20	2.50	50X 50X25	$3.0X10^7$	Tiras	CIP	2.000.000	$3.50X10^7$
					12.40	95%		
D	4.10	6.30	40X40X40	$1.8X10^7$	Sub-nível	Flotação	1.500.000	$3.00X10^7$
					35.07	90 %		
E	3.20	5.18	40X30X20	$2.2X10^7$	Corte/Enchim.	CIL	1.800.000	$2.80X10^7$
					30.45	80 %		

O projeto A possui um grande corpo aflorante em material alterado prevendo uma mina a céu aberto com concentração por lixiviação em pilha. O Projeto B foi elaborado em função do minério conglomerático apresentar-se pouco espesso e com mergulho sub-vertical e em profundidade, sendo prevista uma mina subterrânea com lavra ascendente pelo método de recalque, e o beneficiamento do minério sendo feito por precipitação em zinco. O Projeto C é um grande corpo tabular horizontalizado e semi-aflorante, de fácil ataque, que permite uma alta escala de produção com baixo custo, mas produzindo a um baixo teor médio. A lavra é

desenvolvida em tiras e o minério é concentrado com adsorção por carvão ativado em polpa (CIP). O Projeto D corresponde a uma lavra subterrânea em sub-níveis com furos longos, apropriado para minério disseminado na rocha hospedeira. O tratamento de minério recomendado foi por Flotação, como principal, sendo auxiliado por outros métodos gravimétricos. Já o Projeto E teve a sua lavra definida pelo Método de Corte e Enchimento por tratar-se de um depósito filoniano associado a veio de quartzo, sendo que a planta de beneficiamento foi projetada para o processo de carvão em lixívia (CIL), que é uma variação do CIP, no qual a adsorção do carvão ativado é realizada em paralelo à cianetação.

A reserva base, o teor de corte, a rentabilidade, o período de retorno do capital e a vida útil de cada projeto foram definidos em função do fluxo de caixa e da escala de produção prevista para cada projeto, tendo-se os valores correspondentes apresentados no Quadro 4.12.

QUADRO 4.12 - Resultados dos Fluxos de Caixa

Projeto	Teor de Corte	Teor Médio	Reserva Base	Valor Atual	TIR	PRC	NA	Vida Útil
A	2.10	2.90	13.072.010	27.419.229	34 %	3.96	65 %	14 anos
B	5.35	6.64	13.306.360	67.230.103	53 %	2.94	65 %	14 anos
C	1.45	2.22	25.641.910	53.149.311	34%	3.96	85 %	13 anos
D	4.45	6.43	13.562.430	97.360.693	71 %	2.70	75 %	10 anos
E	4.20	5.45	17770.100	69.077.608	55 %	2.90	80 %	10 anos

Estabelecendo-se uma faixa de variação para cada parâmetro crítico do projeto e uma função de probabilidade, geram-se os possíveis valores respectivamente para cada projeto. Aleatoriamente, sucessivas combinações são realizadas entre os diversos valores dos parâmetros, obter-se-á uma distribuição para cada saída do fluxo de caixa, que permitem o conhecimento do risco em não se realizar os valores esperados. Os valores médios considerados para cada parâmetro foram aqueles estabelecidos originalmente para cada projeto. Nos casos do preço e da taxa de desconto, considerou-se as mesmas distribuições, as mesmas médias e as mesmas variações para todos os projetos. O Quadro 4.13 apresenta as funções de probabilidade relacionada aos dois parâmetros e as correspondentes faixas de valores adotadas.

QUADRO 4.13 – Distribuições Escolhidas para Preço e Taxa de Desconto

Parâmetro	Função	Média	Variação
Preço	Normal	US $ 10.00 /g	± 10%
Taxa de Desconto	Uniforme	9.34 %	± 20 %

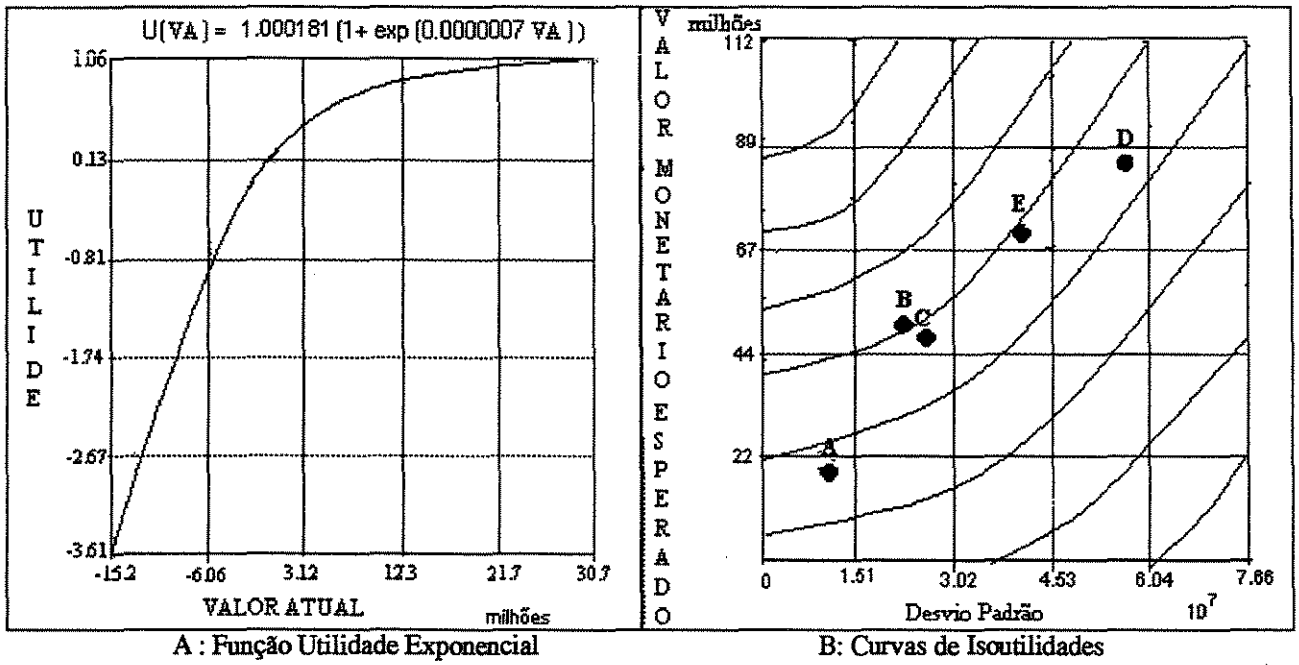
Para os demais parâmetros, cada projeto revelou uma distribuição específica com variações igualmente diferenciadas (Quadro 4.14).

QUADRO 4.14 – Variações das Funções de Distribuição dos Parâmetros

Projeto	Investim. $	Variação $	Recuper %.	Variação %	Custo $	Variação $	Teor Médio g/t	Variação g/t
A	Triangular	$\pm 3.5X10^6$	Lognormal	± 10	Normal	± 1.30	Lognormal	± 0.80
B	Uniforme	$\pm 3.3X10^6$	Triangular	± 5	Uniforme	+3.00	Normal	± 1.3
C	Normal	$\pm 3.5X10^6$	Triangular	± 3	Triangular	± 2.40	Lognormal	± 0.50
D	Lognormal	$\pm 3.0X10^6$	Normal	± 8	Uniforme	± 5.00	Triangular	± 1.00
E	Triangular	$\pm 5.0X10^6$	Uniforme	± 10	Lognormal	± 4.00	Uniforme	± 1.00

A simulação de Monte Carlo combinou os parâmetros aleatoriamente no fluxo de caixa, gerando os resultados da análise de risco para cada um dos projetos.

Na avaliação relativa ao quarto nível de decisão, uma função de utilidade exponencial (Figura 35A) foi construída com base em um coeficiente de aversão ao risco revelado (ajustado) pela empresa igual a $7X10^{-7}$ para se realizar a comparação, o ordenamento e a seleção das prioridades de investimento, como pode ser visto na Figura 35B.



A : Função Utilidade Exponencial B: Curvas de Isoutilidades

Figura 35: Curvas de Utilidade do estudo de Caso Nº 3

QUADRO 4.15 – Ordenamento dos Projetos por Isoutilidades

PROJETO	Valor Atual de Melhor Estimativa	Valor Monetário Esperado	Desvio Padrão (Risco)	Ordem segundo os Níveis de Iso-Utilidade
A	31.003.860	20157270	11369550	5
B	74.823.479	56154000	25382780	1
C	53.149.311	47942650	26547770	3
D	97.360.693	86179970	58086840	4
E	69.077.608	69109270	35680220	2

No último nível decisório, de posse dos resultados obtidos da análise de sensibilidade probabilística (Quadro 4.15), foram traçadas as curvas de isoutilidades (Figura 35B). Os projetos localizados nos níveis superiores das curvas de isoutilidades, apresentaram menores riscos em comparação aos respectivos níveis de rentabilidade, devendo, assim, serem considerados prioritários. Neste caso, o depósito (B), por exemplo, estaria ordenado com prioridade de ser desenvolvido em detrimento dos demais (Quadro 4.15).

Comparando-se o mesmo caso, sob o ponto de vista do Valor Monetário Esperado (VME) e admitindo-se que o comportamento da empresa frente ao risco é de indiferença (nem avesso e nem tolerante), o coeficiente de aversão seria igual a zero. A função utilidade ficaria reduzida a uma reta paralela à abcissa e a decisão assumiria que o Equivalente Certo para cada alternativa corresponderia ao próprio VME obtido pelo média ponderada de cada distribuição de probabilidade. A ordem de prioridade ficaria estabelecida exclusivamente pela ordem decrescente dos valores monetários esperados de cada alternativa, conforme visto no Quadro 4.16.

QUADRO 4.16 – Ordenamento dos Projetos pelo VME

PROJETO	Valor Atual de Melhor Estimativa	Valor Monetário Esperado	Desvio Padrão (Risco)	Ordem segundo os Níveis de Iso-Utilidade
A	31.003.860	20157270	11369550	5
B	74.823.479	56154000	25382780	3
C	53.149.311	47942650	26547770	4
D	97.360.693	86179970	58086840	1
E	69.077.608	69109270	35680220	2

Este terceiro estudo de caso demonstra o quanto as decisões de investimento podem sofrer a influência de comportamentos de aversão ou de tolerância ao risco.

V. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os sistemas de avaliação econômica de jazidas minerais ou de projetos de mineração existentes são apropriados para o processo decisório de implantar o projeto mineiro (etapa do desenvolvimento da mina), ou seja, constituem "instrumentos" a serem aplicados aos projetos que apresentem expectativa de explotação. A metodologia Análise de Decisão Geoeconômica, no entanto, não representa um "instrumento" decisório para as etapas mais avançadas (explotação mineral), mas constitui uma "diretriz" a ser utilizada durante o planejamento e a execução da etapa da exploração mineral. Como tal, introduz a dimensão econômica nessa fase de tão elevado risco. Com isso, procura-se despertar nos profissionais envolvidos com a pesquisa mineral (seleção de alvos, detalhamento do depósito e quantificação dos recursos) uma cultura voltada para o aproveitamento mineral. Para tanto, possibilita avaliar as condições geológicas (tonelagem x teor) de aceitação (tamanho mínimo e rentabilidade mínima) dos resultados da pesquisa considerando a estratégia de investimento da empresa e o ambiente político - institucional.

A metodologia sistematizada nesta tese, denominada Análise de Decisão Geoeconômica, consiste em uma contribuição sobre o real significado do estudo de pré-viabilidade de lavra. Assim, a tese buscou apontar caminhos para que os profissionais do setor mineral, que trabalham com avaliação e planejamento, possam, preliminarmente, estabelecer uma ordem de magnitude da potencialidade econômica de seus alvos, prospectos, ocorrências e depósitos minerais, podendo, assim, compará-los a outras alternativas de investimento. O desenvolvimento da metodologia possibilitou-se simplificar a avaliação econômica de depósitos, envolvendo um número mínimo de parâmetros sem, no entanto, perder a consistência da análise.

Ressalta-se que, pela dificuldade de se determinar qual o momento em que, efetivamente, recursos minerais devem ser convertidos em reservas minerais, na tese, trabalhou-se com conceitos, os quais, não necessariamente são os mesmos definidos pela legislação mineral vigente no país. Tal fato não trouxe maiores prejuízos ao uso da metodologia proposta. Ao contrário, atualmente há uma certa confusão na legislação entre o que vem a ser estudo de pré-viabilidade e estudo de viabilidade propriamente dito, aspecto esse esclarecido na tese.

A abordagem do problema de decisão na pesquisa mineral sugerida na metodologia

deve ser conduzida a partir da aplicação das técnicas quantitativas citadas, permitindo que a análise seja realizada de acordo com o nível de informação disponível, em condições de incerteza ou de risco. Para tanto, a metodologia foi subdividida em cinco níveis analíticos de decisão, os quais correspondem aos passos a serem seguidos em estudos de pré-viabilidade de depósitos, realizados durante o desenvolvimento da pesquisa mineral, independentemente do estágio de evolução dos trabalhos de detalhamento geológico.

As avaliações econômicas, quando realizadas durante a pesquisa mineral, o que nem sempre ocorre, em geral, têm sido conduzidas de forma incipiente acarretando em desembolso, muitas vezes, desnecessários para a empresa, ou têm sido feitas, enfrentando problemas na consolidação do projeto básico de engenharia. A metodologia, por seu turno, proporcionou contribuições ao desenvolvimento do tema e consolidou respostas aos conceitos, ainda hoje, imprecisos na literatura relacionada à avaliação. Assim, os principais aspectos considerados pela metodologia da análise de decisão geoeconômica são:

a) considera que o mínimo de parâmetros devem ser estabelecidos, necessários para definição do projeto conceitual ou do anteprojeto de lavra;
b) os elementos constantes da estratégia de investimento definidores das condições mínimas de aceitação permitem o julgamento e a comparação de cada depósito em si;
c) permite definir o teor de corte da reserva base para o projeto pela técnica de multicritérios envolvendo as medidas de rentabilidade, de retorno e do nível de aproveitamento;
d) possibilita realizar a análise de sensibilidade determinística para a geração de cenários otimistas e pessimista visando ajustes no projeto
e) aplica a técnica tradicional de simulação de Monte Carlo na definição do risco do projeto, com a combinação dos parâmetros críticos no modelo de fluxo de caixa simplificado;
f) usa as técnicas de decisão sob incerteza ou sob risco pelo modelo matriz, bem como, permite que se estabeleça uma função utilidade da empresa para comparar e selecionar as melhores alternativas de investimento.

A aplicação da metodologia gera resultados, os quais permitem aos gerentes de exploração mineral, de acordo com o nível disponível de informação sobre o depósito,

aceitar uma diminuição do VA ou da TIR em favor de uma redução no nível de risco envolvido. Essa redução do retorno e do nível de risco envolvido decorrem, basicamente, da aversão ao risco revelada pelo gerente.

Para gerentes racionais, a função de utilidade mais recomendada é, sem duvida, a exponencial, por envolver um coeficiente de aversão ao risco constante, o que permite o uso da função utilidade de forma menos subjetiva. Assim, torna-se possível avaliar as prioridades de investimento quanto a continuidade dos trabalhos de detalhamento do depósito em estudo ou a suspensão da pesquisa por concluir-se pela suficiência dos trabalhos. Além disso, a metodologia permite que se decida pela priorização da continuidade dos trabalhos de obtenção de novas informações ou por aceitar ou rejeitar projetos, necessitando, para tanto, do conhecimento formal da função utilidade dos gerentes.

Os três estudos de caso apresentados permitiram a comprovação da importância de cada um dos níveis decisórios discutidos no Capítulo III, demonstrando a seqüência lógica embutida em todos os processos decisórios analisados. O Estudo de caso N° 1 comprovou a possibilidade de aplicação das técnicas deterministicas em estudos de pré-viabilidade de depósitos minerais, envolvendo a escolha do teor de corte por multicritérios e a construção de cenários para identificar variáveis críticas para realizar ajustes no projeto. O segundo Estudo de Caso elucidou como deve-se avaliar, durante a pesquisa mineral, a suficiência das informações obtidas visando a maximização da utilidade do projeto. No último Estudo de Caso, comprovou-se que a técnica de análise de sensibilidade probabilística por simulação de Monte pode ser conduzida nos estudos de pré-viabilidade, tal que as medidas de rentabilidade e risco sejam utilizadas na seleção de projetos mutuamente exclusivos.

Como recomendações, salienta-se que, na definição do teor de corte por multicritérios, a forma multiplicativa deve ser priorizada, caso todos os quatro atributos complementares sejam considerados indispensáveis. Se o gerente desconsiderar um ou mais atributos do modelo, a forma aditiva deve ser a escolhida, pois, como já discutido no Capítulo III, um peso nulo dado a um atributo anula toda a utilidade multiplicativa.

A análise de sensibilidade determinística deve ser utilizada em ambientes de incerteza e o modelo de matriz pode significar uma importante ferramenta para selecionar alternativas relacionadas a cenários variados, na hipótese de inexistir condições de associar

aos parâmetros alguma probabilidade de ocorrência. Caso seja possível definir funções de probabilidades associadas aos parâmetros, a análise de risco deve ser priorizada como ferramenta de apoio à decisão.

A análise de risco torna-se bastante útil na avaliação de alternativas em que o grau de incerteza tem grande impacto nas especificações dos projetos de mineração. Por exemplo, permite determinar o teor de corte que deverá ser praticado na lavra e qual o nível de risco em não se realizar o resultado previsto. A combinação da análise de risco com a teoria da decisão permite determinar se deve-se continuar o desenvolvimento do prospecto, se abandona o prospecto ou se adia-se a decisão e investe-se na obtenção de informação adicional.

A metodologia revela as seguintes vantagens:

i. requer um número mínimo de hipóteses a serem formuladas sobre as característica do projeto;

ii. permite estimar com antecedência, na fase de pré-viabilidade, os valores de rentabilidade e retorno, fazendo a "indicação" de exeqüibilidade de lavra de depósitos minerais;

iii. permite definir o teor de corte da reserva base por multicritérios atribuindo-se pesos aos atributos, sem necessitar que se estabeleça os contornos detalhados da mina;

iv. os resultados obtidos inicialmente no modelo determinístico permitem comparar projetos em condições de incerteza e podem ser usados como ponto de partida na análise do problema probabilístico relacionado à depósitos minerais.

v. A metodologia está inserida em um algoritmo na forma de um *software* de fácil manuseio denominado GEODEC.

Assim, o uso dos métodos citados inicialmente, como instrumentos das decisões futuras, fica facilitado se, já na etapa exploratória, for introduzido um sistema como o GEODEC, como diretriz dessa atividade. Dessa forma, o GEODEC é apropriado para avaliação econômica de ocorrências / depósitos minerais na fase de projeto conceitual

de um possível empreendimento mineiro ou de ante-projeto, ou seja, limita-se a dar a indicação de exeqüibilidade (pré-viabilidade) de uma ocorrência ou mesmo um depósito a ter a sua economicidade comprovada posteriormente, permitindo que o investidor reuna as variáveis necessárias para a tomada de decisão.

As desvantagens da metodologia podem ser caracterizadas como:

i. exige alguma experiência da empresa na avaliação de seus prospectos;

ii. modelo de fluxo de caixa rígido, não contemplando variação de receitas ou de despesas ao longo da vida útil do empreendimento;

iii. as decisões em condições de incerteza pelos modelos da matriz, apesar de serem objetivas, envolvem uma margem de erro alta não mensurada;

iv. a análise de risco, apesar de definir as probabilidades de ocorrência para os resultados do fluxo de caixa, as distribuições dos parâmetros podem ser ajustadas a apenas poucos modelos teóricos que não necessariamente representam todo o universo de possibilidades reais;

v. necessita que se conheça o coeficiente de aversão ao risco da empresa (ou gerente) para a definição da função de utilidade.

Como desdobramento futuros desse trabalho, considerando os aspectos que não foram objeto dessa tese e dando continuidade à linha da análise de decisão geoeconômica, recomenda-se um estudo, com aplicação dos conceitos da moderna teoria das finanças corporativas, baseada na diversificação de carteiras, na parcela de risco sistemático de projetos e no prêmio pelo risco de mercado, bem como, o envolvimento de novas técnicas de análise de risco, permitido um maior leque de opções, em particular, em se tratando de outras funções de distribuições de probabilidades mais representativas do comportamento dos parâmetros técnicos e econômicos envolvidos. Tais aplicações têm sido muito comuns na indústria do petróleo. Pode-se, também, desenvolver aplicações de funções de utilidade multiatributo para análise e comparação de projetos em estudos de viabilidade de lavra. Além disso, deve-se numa próxima versão do GEODEC, revisar as suas subrotinas visando um aumento da sua interatividade computacional com outros programas.

VI. BIBLIOGRAFIA

VI.1. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASRILHANT, B.: *Avaliação dos projetos de produção de petróleo através de taxas de desconto variáveis com o grau de risco*. Rio de Janeiro. BOLETIM TÉCNICO PETROBRÁS JAN/FEV. 1995. pp 15-29.

BAIRD, B. F. *Managerial decisions under uncertainty*: an introduction to analysis of decision making. New York: Wiley Interscience, 1989. 530p.

BARNES, M. *Computer - Assist mineral appraisal and feasibility*. NewYork: AIME: 1980. 167p.

BEKMAN, O. & COSTA Neto, P. . *Análise estatística da decisão*. São Paulo: Edgar Blucher, 1980. 124p.

BELL, D.; RALPH, K. & RAIFFA, H.. *Conflicting Objectives in decisions*. Chichester John : Wiley & Sons, 1977. 442p.

BILODEU, M.. *Optimization of delineation investment in mineral* exploration. Ph.D. thesis. McGill University. 1978. 148p.

BRASIL. *Código de Mineração*. Decreto-Lei N° 227 de 28 de fevereiro de 1967. Brasilia: DOU, 1967.

BRASIL. Ministério da Infraestrutura. Departamento Nacional da Produção Mineral. *Bases Técnicas para um Sistema Permanente de Quantificação do Patrimônio Mineral Brasileiro*. Brasilia: DNPM, 1992. 28p.

CHANKONG, V. & HAIMES, Y.. *Multiobijective decision making: thery and methodology*. New York: North-Holland, 1983. 406p.

CHERNOFF, H. and MOSES, L. E.. *Elementary decision theory*. New York: John Wiley & Sons, 1974. 364p

CRUZ JÚNIOR, A. C.. *Análise da funções de recuperação para a parametrização de reservas minerais* (dissertação de mestrado).Campinas: Unicamp, 1998. 62p.

FERGUSON, C.E. *Microeconomic Theory*. R.D. Irwin, Homewood, III, 1972.

FUNEZ, J. C.. *Une approche pour la geston du risque dans l'analyse des projets miniers* (tese de doutorado). Paris: L'Ecole Nationale Superieure des Mines de Paris, 1984. 130p.

FURTADO, R. & SUSLICK, S.. *Análise de sensibilidade em modelos de decisão multiatributos em sistemas de produção de petróleo*. IN: Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica. Águas de Lindóia, 1999.10p.

GENTRY, D. & O'NEIL, T.. *Mine investiment analysis*. New York: AIME, 1984. 505p.

GOECOECHEA, ª; HASEN DON, R. & DUKSTEIN, L.. *Multiobjective decision analysis with engineering and business applications*. New York: John Wiley & Sons. 1982. 519p.

GOODE. J.R. *Back to basic: the feasibility study*. CIM BULLETIM: Canadá, Vol.84, Nº 953. SEP.1991. pp 53-61.

GRANT, Eugene L. : IRESON, W. Grant & LEAVENWORTH, Richard S. *Principles of engeneering economy*. 8a.ed. New York: John Wiley e Sons, 1990. 591p.

GUERRA, P. ª. *Geoestatística Operacional*. Brasilia: DNPM, 1988. 145p.

HAX, A. & WIIG, K.. *The use of decision analysis in capital investment problems*. IN: Conflicting Objectives in decisions. Bell; Keeney & Raiffa (Ed). 1977.

JOURNEL, A.G. & HUIJBREGTS, J. CH. *Mining geostatistic*. London: Academic Press,1989. 600 p.

KEENEY, R. & RAIFFA, H.. *Decision with multiples objectives*: preferences and value tradeoffs. New York: John Wiley & Sons, 1976. 569p.

KEPNER, C.H. & TREGOE, B. B.. *The rational manager*. New York: McGraw-Hill, 1965. pp183 - 186

KOUTSOYIANNIS, A.. *Non-Price decisions: the firm in a modern context*. London: Macmillan Education: , 1982. 671p.

LANE, K. F. *The economic definition of ore: cut-off grades in theory and practice*. London: Mine Journal Books. 1989. 149 p.

LAPPONI, J. C.. *Avaliação de Projetos de Investimentos: modelos em Excel*. São Paulo: Lapponi Treinamento e Editora Ltda., 1996. 224p.

MAcKENZIE, B. W. *Economic guidelines for exploration planning*. Rio de Janeiro: DNPM/PLAFAP/MME, 1983. 608p.

MAKAROV, I. M. ; VINOGRADSKAYA, T.M.; RUBCHINSKY, A. A. and SOKOLOV, V. B.. *The theory of choice and decision making*. MIR Publishers: Moscow, 1987. 328p.

MATHERON, G.. *La seletivité des distribuitions*. Fontainebleau: L'Ecole Nationale Superieure des Mines de Paris:, 1981. (N°. 686). 45 p.

MORRIS, W.T. . *Decision Analysis*. Columbus, Ohio: Grid Inc.,1977. p 4.

NEPOMUCENO Filho, F.. *Tomada de Decisão em Projetos de Risco na Exploração de Petróleo*. (Tese de Doutorado). Campinas: UNICAMP, 1997. 243p

NERY, M.. *O problema da estimativa de recursos minerais no estudo da exeqüibilidade de lavra*. (Dissertação de Mestrado). Campinas: UNICAMP, 1995. 97p.

NERY, M.. N. & SUSLICK, S.. *A Geo-economic Methodology for Decision Analiyis for Mineral Deposits*. Anais APCOM''99 – Computer Application in the Mineral Industry – 28th International Symposium. 1999. 8p.

PRATT, J.W. Risk aversion in small and in the large. Econometrica, Vol. 32, No 1, pp.122 – 136. JAN, 1964.

PARK, C. S. and SHARP-BETTE, G..P. Advanced engineering economics. New York: John Wiley and Sons, 1990. 740p.

PETERS & SUMMERS. *Análise estatística e processo decisório*. Rio de Janeiro: FGV, 1973. 683p.

RAIFFA, H.. *Teoria da decisão: Aulas introdutórias sobre escolhas em condições de incerteza*. Petrópolis: Vozes, 1987. 346p.

RESNIK, M. D. *Choices and introduction to decision theory*. Minneapolis: Minnesota Press, 1990. 221p.

RIGGS, J. L. .*Economic decision models for engineers and managers*. New York: McGrow- Hill, 1968. 401p.

SCHLAIFER, Robert. Probability and statistics for business decisions: na introduction to managerial economics under uncertainty. New York: McGraw-Hill. 1959. 732p.

SECURATO, José Roberto. *Decisões Financeiras em Condições de Risco*. São Paulo: Atlas, 1996. 244p.

SOUZA, Petain Ávila de. Avaliação econômica de projetos de mineração: análise de sensibilidade e análise de risco. Belo Horizonte: IETEC, 1995. 247p.

STEUER, Ralph. *Multiple criteria optimization: theory, computation and application*. Wiley: New York, 1986. 546p.

TOPUZ, Ertugrul. *Assessing the value of mining investiment proposal under multiple objetive*. New York: Columbia Universuty (Doctoral Thesis), 1977. 131p.

TRIGEORGIS, L. *Real options: Mangerial Flexibility and strategy in resource allocation.* Cambrige: Mit Press, 1996. 410p.

WHITE, J.A.; AGEE, M. H. & CASE, K.E. *Principles of engineering analysis.* New York: John Wiley & Sons:, 1989. 588p.

WINSTON, W. L. . *Operations research: aplications and algorithms.* Belmont: Duxbury Press, 1993. 1318 p.

von NEUMANN, J.. & MORGENSTERN, O. . *Theory of games and economic behavior.* 3ª ed. Princeton: Princeton University, 1953.

VI.2. BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

BILODEAU, M.; MACKENZIE, B. & DOGGETT, M.. *PCDEP: Mineral deposit evaluation software* (User manual).Quens University: Kingston, 1996. 160 p.

BERCKMANS, A. & ARMSTRONG, M. *Combining geostatistic and financial analysis for a South African gold deposit.* slp. sdp. pp 249 – 256.

BETTINI, C.. *Avaliação do Potencial da Bacia de Sergipe/Alagoas pelo Método "Play Analysis".* slp: Petrobrás, 1994. 129p.

BOUCHD'HOMME, J. F. ; JACQUIN P. & SAYED, P. *Choix des methodes de cálcul en elaboration de projet minier et en condut d'exploitation. SCIENCES DE LA TERRE.* JUN, 1983. pp 7 - 24.

BRONSON, R. *Pesquisa operacional.* São Paulo: McGRAWHILL, 1985. 318p.

CASAROTO FILHO, N. & KOPITTKE, B. H.. *Análise de investimento.* Atlas: São Paulo, 1994. 448p

CHABURE, L.. *Apport des techniques dóptimisation et de conception assistée par a la planification des expltations a ciel ouvert* (Thésis de Docteur Ingénieur) . Paris: L'École Nationale Superieure des Mines de Paris, 1987. 161p.

COLÉOU, T.. *Parametrage technique des reserves et optimization dún projet minier* (Thésis de Docteur ingénieur). Paris: L'École Nationale Superieure des Mines de Paris, 1987, 135p.

COLÉOU, T. *Cut-off grades optimization: a panacea or fool's paradise?* IN: *GEOSTATISTICS* (Armstrong, M. (ed.)). Vol 2. Fontainebleau: Kluwer A.P., 1989. pp 889 - 900.

DOWD, P.A. *Risk assesment in reserve estimation and open-pit planning.* sdp. slp

pp A148 - A 154.

GUIBAL, D.. *Grade/ Tonage cuves and optimization of mining projets*. IN: *Resources and Reserves Symposium*. Sydney: AIMM, 1987. pp 89 -92.

KOOROS, A. *Elements of mathematical economics*. Houghton Mifflin Company: Boston, 1965. 413p.

MIRSHAWKA, Victor. *Probabilidades e estatística para engenharia*. São Paulo: Nobel Editora:, 1978. 482p.

NAGLE, A. J., *Avaliação da Rentabilidade em projetos de mineração*. Revista Brasil mineral. São Paulo: Signus, No 58. Set, 1988. pp 100-106.

NAPIER, J.A. *The effect of cost and price fluctuations on the optimum choice of cutoff grades*. *JORNAL SAIMM*: Johansburg, JUN, 1983. pp 117 - 125.

O'HARA, A. T. *Analysis of risk in mining projects*. *CIM BULLETIM*: Canadá, 1982. Vol. 75, No. 843. pp. 84 - 90.

PALISADE CORPORATION. *@ Risk:: risk analysis for spreadesheets* - user's guide. New York: Computrainers Corp., 1994. 301p.

PASIEKA, A. & SATIROW, G.. *Planning and cutoff grades based on computerised net present value and net cash flow*. *CIM BULLETIM*: Canadá, Vol 78, N°. 878, JUN, 1985 . pp. 47-54.

SHAMBLIN, J. & STEVES Jr. G.T.. *Pesquisa Operacional: uma abordagem básica* (Trad.: Carlos Roberto Oliveira Araujo). São Paulo: Atlas S.A., 1979. 427p.

STERMOLE, F. J. & STERMOLE John M. . Economic evaluation and investiment decision methods. Golden: Investiment Evaluation Corp. 1987. 479p.

TAPIERO, C.. Applied stochastic models and control management. Amsterdan: North-Holland Pub Co:, 1987. 325p.

WHITNEY, J.W. & WHITNEY, R.E. *Investiment and risk analysis in mineral industry*. Nevada: John Whitney Inc., 1978. 224p

WHITTE, J. & WHARTON, C.. Optimizacion de la lei de corte. *MINERIA PANAMERICANA*: slp. SET, 1995. pp 48 - 119.

VANLANDINGLAN, S. L. *Economic evaluation of mineral property*. Stroudsburg: Hutchinson Company, 1983. 385p.

VII. ANEXO

SISTEMA DE ANÁLISE DE DECISÃO GEOECONÔMICA - GEODEC

O GEODEC é um programa de integração de informações, contendo rotinas que permite aos usuários (geólogos, economistas e engenheiros de minas) avaliarem depósitos minerais, ordenando-os e selecionado-os segundo algum critério de prioridade estabelecida. Em princípio, mesmo àqueles pouco familiarizados com os conceitos de engenharia econômica e de avaliação de jazidas, não é exigido um conhecimento aprofundado de tais disciplinas. O programa leva em consideração a estratégia de investimento da empresa, permitindo fazer a indicação de exeqüibilidade de lavra, em termos de pré-viabilidade, fazendo a análise de sensibilidade para diversos cenários técnicos e econômicos, permitindo a tomada de decisão em ambientes determinísticos ou probabilístico.

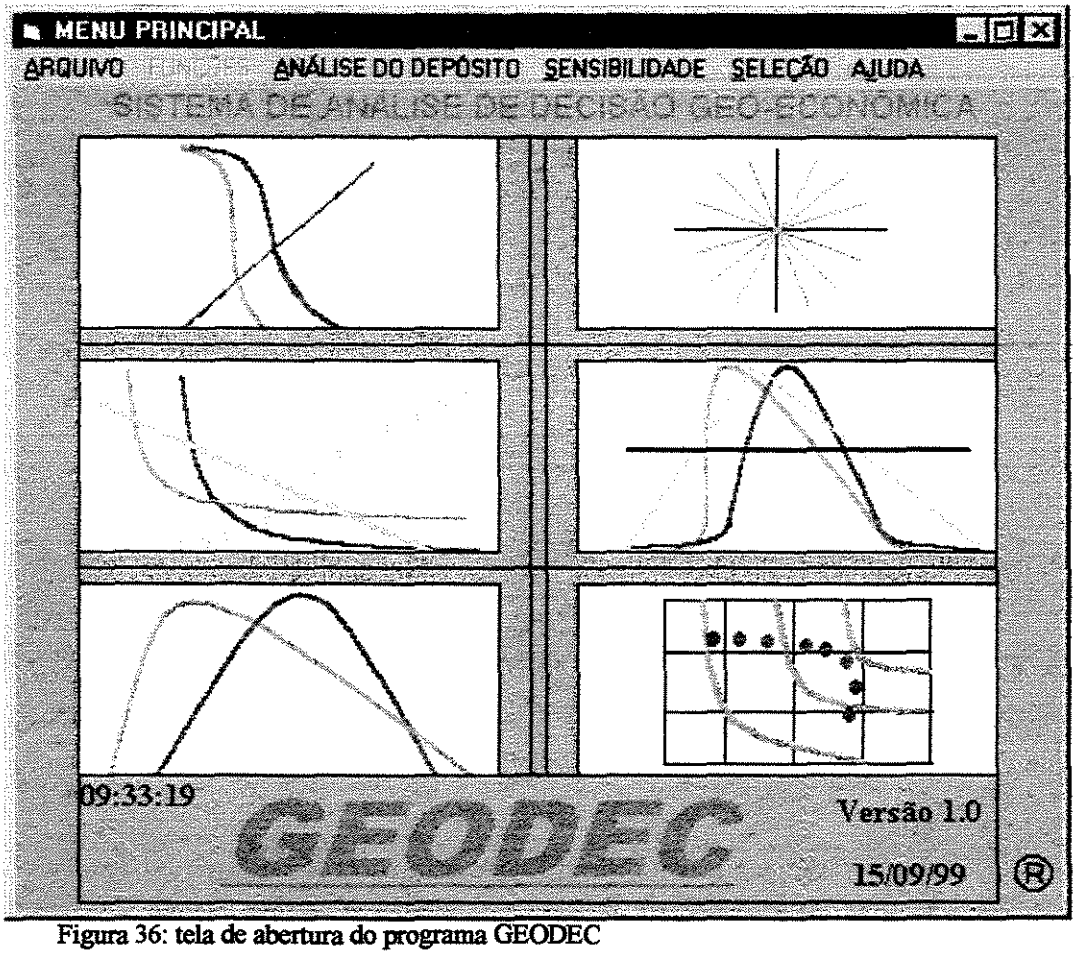


Figura 36: tela de abertura do programa GEODEC

HISTÓRICO

Em fevereiro de 1995, um Grupo de Pesquisadores do Instituto de Geociências sob a coordenação do Prof. Dr. Armando Zaupa Remacre, iniciou o desenvolvimento do Sistema de Análise Geoeconômica (SAGE) com a participação da DOCEGEO / CVRD. O programa SAGE foi concluído e entregue em maio de 1996, contendo as sub-rotinas de Estatística Básica, Histograma, Parametrização, Critérios de Aceitação, Fluxo de Caixa e Análise de Sensibilidade (determinística).

Posteriormente, em janeiro de 1997, o autor desta tese, que havia participado do grupo de desenvolvimento do SAGE, aproveitando as sub-rotinas já desenvolvidas, resolveu dar continuidade a um novo Sistema denominado GEODEC - Sistema de Análise de Decisão Geoeconômica, o qual veio dar suporte para a sua pesquisa de doutorado. O sistema atual teve as sub-rotinas originais revisadas e adaptadas para os novos propósitos, além de terem sido programados outros módulos principalmente de geração de curva lognormal de dados de depósitos, definição de teor de corte por multicritérios, análise de risco, análise de decisão por curvas de utilidade e seleções determinísticas e probabilísticas de projetos por modelos de matrizes.

CONCEPÇÃO DO SISTEMA

Os sistemas computacionais de avaliação econômica de jazidas minerais ou de projetos de mineração, por hipótese, partem de dados geologicamente conhecidos (com reservas cubadas em função dos teores), a ser aproveitada com emprego de uma tecnologia previamente desenvolvida, para atender a um mercado identificado e projetado. Esses sistemas utilizam os métodos da avaliação econômica no processo decisório de aceitar/rejeitar o projeto, que tem como objetivo a explotação da jazida em análise.

Para que tais sistemas sejam aplicados é necessário que as etapas de prospecção (compreendendo as fases de "plano de prospecção", com o objetivo de selecionar o ambiente geológico, e de "reconhecimento", objetivando a seleção de alvos) e da exploração (compreendendo as fases da "exploração preliminar", visando o descobrimento de ocorrências, e de "detalhamento", objetivando a delimitação do depósito) já tenham sido concluídas.

O fluxograma básico da programação do GEODEC é apresentado na figura 36.

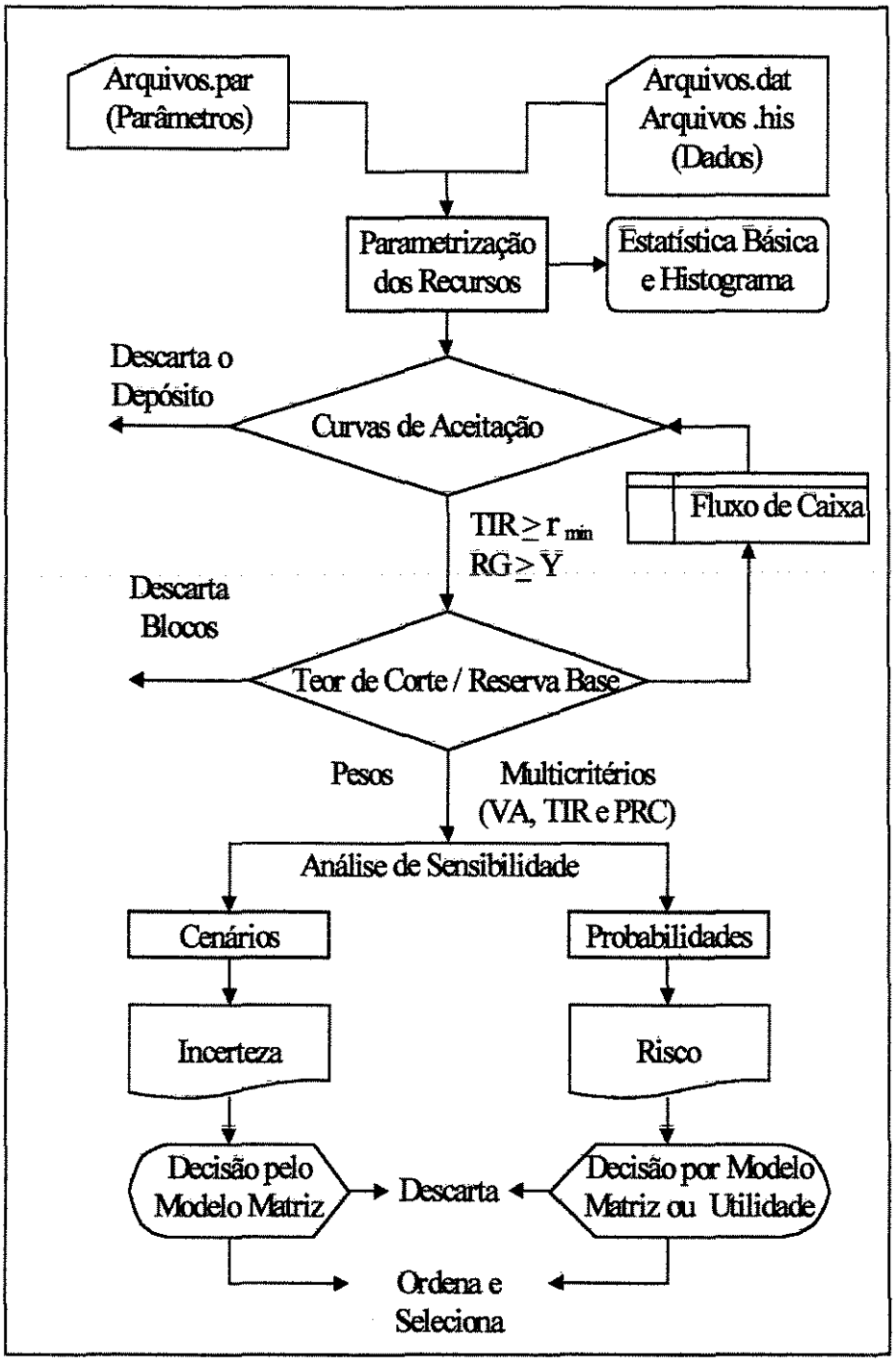


Figura 37: Fluxogram Básico das Sub-rotinas do GEODEC

O sistema foi definido para trabalhar com arquivos de entrada, resultantes de uma quantificação dos recursos geológicos *in situ*. Deve-se, ainda, estabelecer os parâmetros técnicos e econômicos que resultam da definição conceitual do projeto de lavra. Assim, com o GEODEC é possível analisar se um depósito reúne características que satisfazem às condições mínimas de aceitação, permitindo a tomada de decisão sobre a continuidade do detalhamento da pesquisa ou do estudo de viabilidade econômica, a depender do estágio de desenvolvimento da exploração mineral. A região de aceitação é delimitada pelas curvas do tamanho mínimo e da rentabilidade mínima e está localizada acima dessas duas curvas. Assim, a parte da curva teor x tonelagem de um determinado depósito que superpuser essa região satisfará aos critérios de aceitação.

Para realizar a avaliação econômica de um depósito no estágio de desenvolvimento do projeto conceitual da explotação mineral, é adotado um fluxo de caixa simplificado e uniforme, em que o desembolso do investimento previsto a ser considerado é feito apenas no primeiro ano (ano zero) da vida do projeto (implantação) e a escala de produção permanece constante ao longo da vida útil do empreendimento. O GEODEC gera um fluxo de caixa para cada teor de corte do depósito, considerando a escala de produção de metal contido como a base para o cálculo da receita operacional. O GEODEC calcula o V.A.(r_{min}), a TIR e o Pay-Back , de modo a se determinar o teor de corte que proporciona os respectivos resultados. A vida útil do empreendimento é determinada pela relação entre os recursos in situ e a escala de produção prevista para a mina. Os Fluxos de Caixas (FCs) anuais operados pelo GEODEC são calculados após o imposto de renda, e com recursos exclusivos da empresa. Também entram no cálculo os tributos (indiretos) sobre o faturamento.A partir dos diversos teores de corte da curva de parametrização dos recursos *in situ* é definido o teor de corte que maximiza a rentabilidade e o aproveitamento e minimiza o PRC.

A decisão pode ser tomada envolvendo múltiplos critérios. A Análise de Decisão por Multicritérios é usada quando a preferência do decisor envolve uma variedade de objetivos e políticas de caráter qualitativo ou quantitativo como diretrizes no processo de tomada de decisão. O método envolve uma matriz de ponderação em que são atribuídos pesos aos diversos critérios e notas a cada alternativa relacionada a cada um dos critérios. Revelará o melhor teor de corte, aquela alternativa que apresentar a maior alternativa determinística, estabelecida pelo maior somatório de utilidades individuais (casos de critérios considerados substitutos) ou o maior produto (critérios complementares).

A opção Análise de Sensibilidade permite ao usuário avaliar a rentabilidade propiciada com a lavra do depósito (Valor Atual , TIR) e o período de retorno (PRC) frente às variações nos valores dos parâmetros técnicos e econômicos, construindo-se cenários alternativos. No GEODEC, é possível efetuar a as análises de sensibilidade Determinística e Probabilística.

A análise de sensibilidade realizada em ambiente determinístico consiste na combinação de parâmetros segundo uma faixa de variação, estimando a rentabilidade proporcionada pelo desconto do fluxo de caixa, medida pelo Valor Atual ou pela TIR, ou ainda, o retorno, medido pelo Período de Retorno do Capital. Na análise de sensibilidade determinística, esse cálculo é realizado repetidas vezes para diversas combinações de valores, podendo-se definir que variáveis são estratégicas para o projeto, e selecionar os melhores projetos em condições de incerteza.

Caso o usuário não reuna informações suficientes para gerar as probabilidades dos resultados do fluxo de caixa, com a saída da análise de sensibilidade determinística, é possível compor até cinco estados para cada alternativa e compará-los segundos as normas que regem os processos decisórios.

Se as informações disponíveis permitem a inferência de variações probabilísticas no comportamento dos parâmetros, pode-se fazer uso da análise de risco por simulação de Monte Carlo. Partindo-se dos parâmetros do projeto conceitual da lavra, como massa dos recursos do depósito e escala de produção prevista, são geradas as funções de probabilidades para os parâmetros como o teor médio de alimentação na usina, o preço da substância, o custo unitário total (lavra e beneficiamento), a recuperação da usina, o investimento total e a taxa mínima de atratividade. Por intermédio da amostragem aleatória sobre as funções de probabilidade de cada um dos parâmetros, faz-se a combinação das diversas possibilidades de ocorrência, obtendo-se as probabilidades das medidas de rentabilidade (V.A., TIR) e de retorno (PRC) para o projeto. Conhecidas tais distribuições, pode-se calcular o valor esperado e as medidas de risco, sendo possível determinar a melhor relação rentabilidade X risco e retorno X risco, através do limite inferior do intervalo de confiança, ou pela probabilidade de um prejuízo econômico. Tendo-se a estrutura básica do problema, tais como as probabilidades dos eventos incertos e as utilidades das conseqüências possíveis, é possível obter a maximização das preferências básicas do gerente, permitindo que o seja selecionada a melhor alternativa em função de um maior ganho e de um menor risco.

De posse das medidas de rentabilidade X risco ou de retorno X risco é possível construir uma função de utilidade, com base do coeficiente de aversão ao risco do usuário ou da empresa. Com essa função utilidade pode-se estabelecer as curvas de isopreferência, com o que é possível ordenar e selecionar projetos mutuamente exclusivos.

O ALGORITMO

Aqui é descrito os passos programados em cada módulo ou comando do programa.

a) ARQUIVO: - Permite ao usuário manipular os arquivo de parâmetros ou de dados a partir das seguintes opções;

- Cria novo arquivo de parâmetro ou de dados
- abrir / fechar arquivos;
- salvar, editar, sair do sistema.

b) FUNÇÕES: - Calcula a estatística básica dos dados (médias aritimética, geométrica, harmônica, moda, mediana, máximo e mínimo); Traça as Curvas de Parametrização do Depósito (Tonelagem de minério, Metal Contido, Teor Médio todos versus Teor de Corte;

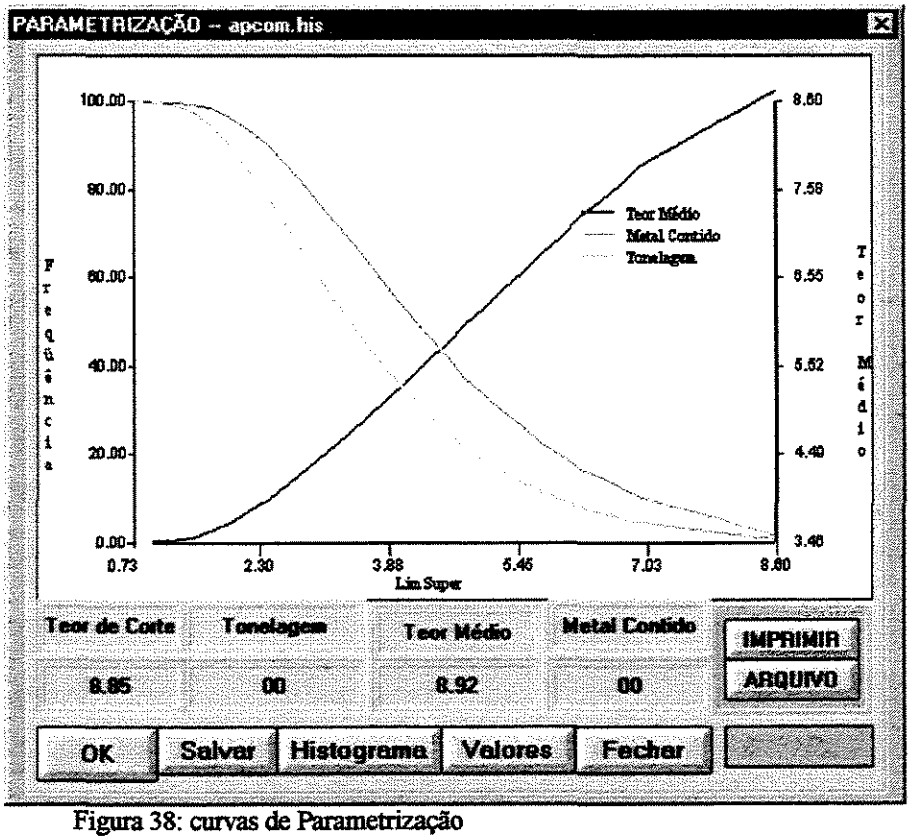


Figura 38: curvas de Parametrização

c) ANÁLISE DO DEPÓSITO: - Com base nos critérios de Tamanho Mínimo e Rentabilidade Mínima define-se a Região de Aceitação na qual as relações tonelagem X teor que ali superpuserem-se, serão satisfatórias;

- Gera as grandezas e constrói as curvas do Valor Atual, TIR, PRC para cada teor de corte, estabelecendo o Nível de Aproveitamento dos recursos do depósito (Figura 39)

- Estabelece a utilidade determinística total envolvendo o Valor Atual, a TIR, o PRC e o NA para definir teor de corte que maximiza a Utilidade Complementar ou Substituta ao se estabelecer pesos para cada um dos atributos, traçando as curvas relacionadas à forma aditiva e multiplicativa.

- Tendo-se definido o teor de corte o sistema mostra o fluxo de caixa correspondente para o projeto (Figura 29 – Capítulo IV).

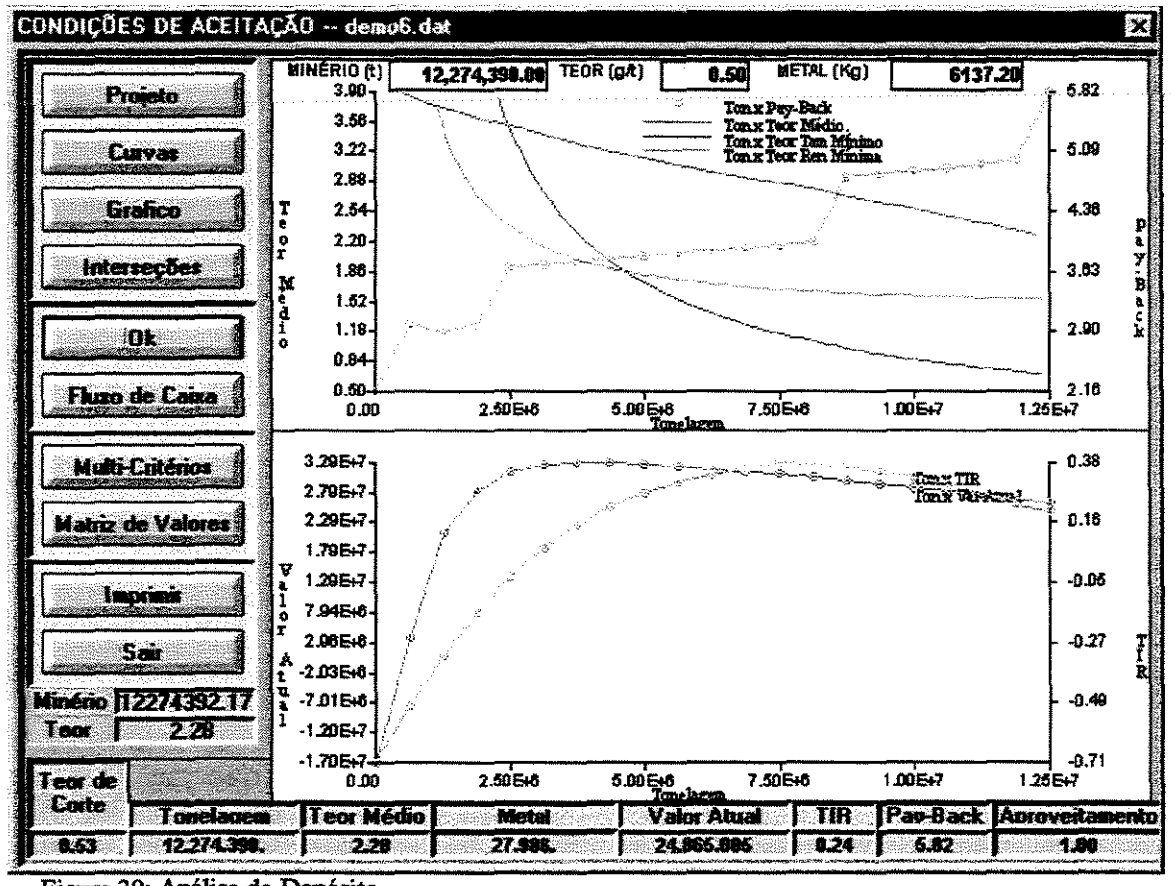


Figura 39: Análise do Depósito

d) ANÁLISE DE SENSIBILIDADE: Faz-se variando os valores dos parâmetros técnicos e econômicos do projeto (Preço, taxa de desconto, investimento, recuperação metalúrgica, custo operacional unitário; e teor médio de alimentação).

- Determinística: Definidos os valores pontuais para os parâmetros do projeto, escolhe-se dentre esses, aqueles que se quer sensibilizar e os respectivos percentuais de variação. Automaticamente, o sistema calcula os valores máximo e mínimo e mais outros dois valores intermediários [% / 2]. O cálculo da sensibilidade é iniciado para todas as variáveis escolhidas. A saída gráfica é editada após os cálculos, e as curvas dependem da seleção de três variáveis.

- Probabilística: Por essa opção é possível realizar a análise de risco relativa às medidas de rentabilidade e de liqüidez. Gera-se a distribuição de probabilidades (Figura 40) e combina-se aleatoriamente valores de cada parâmetro, segundo uma faixa de variação e um tipo de função densidade..

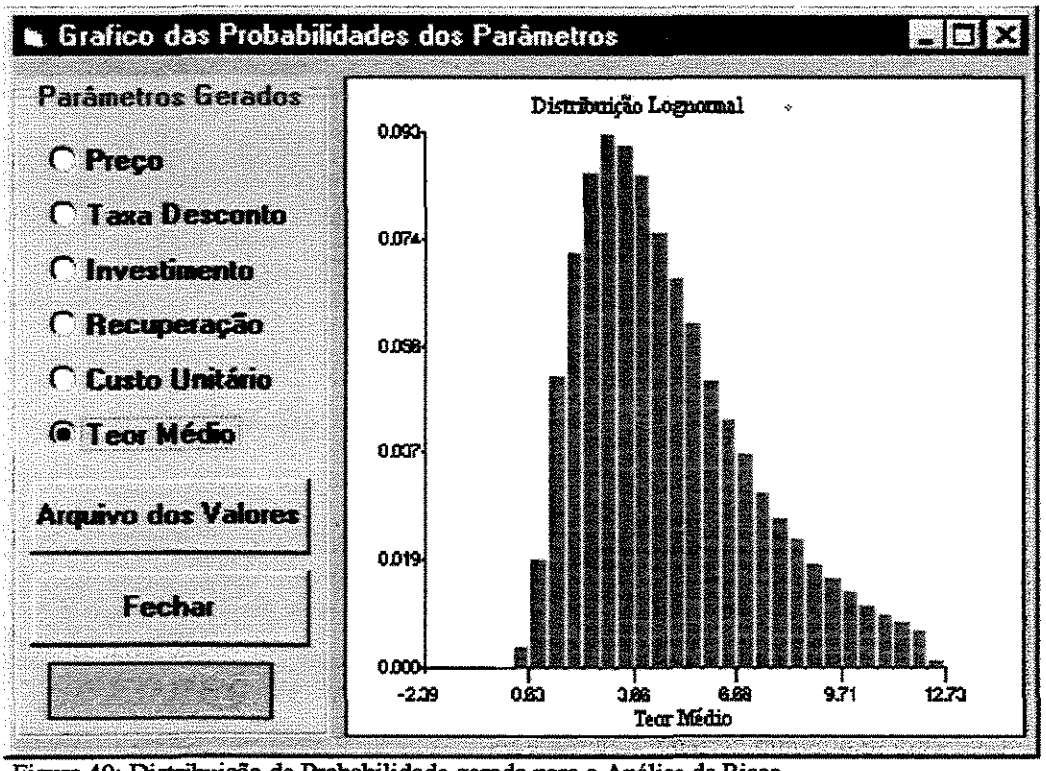


Figura 40: Distribuição de Probabilidade gerada para a Análise de Risco

O resultado da análise de risco é obtido após várias interações e em função de quantas forem as simulações de cenários requeridas pelo usuário (Figura 41),

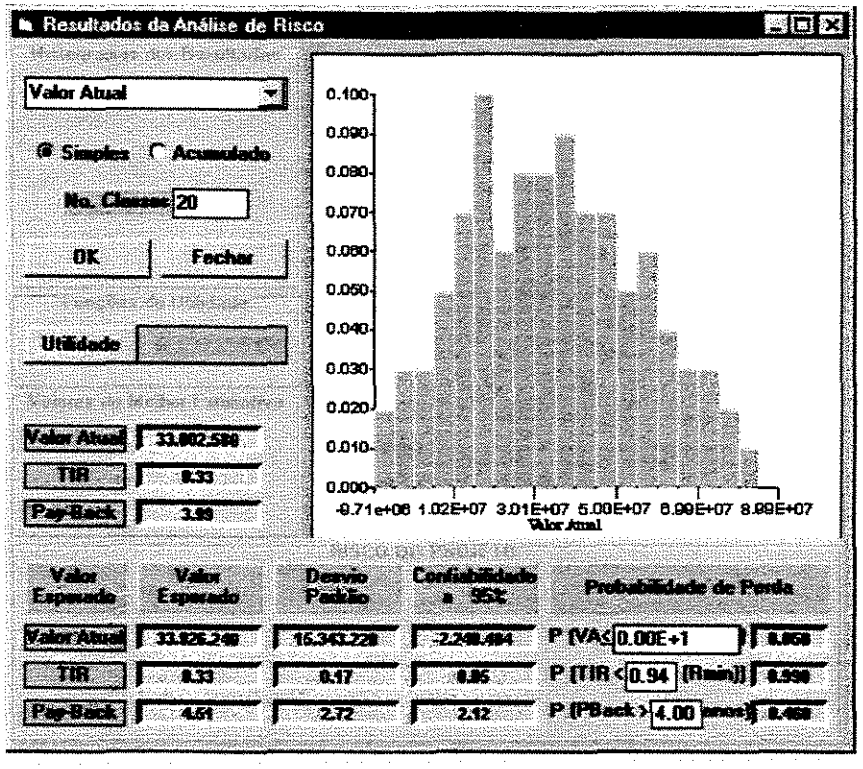


Figura 41: Resultado da Análise de Risco

e) SELECÃO: Em condições de incerteza por modelo de Matriz ou em condições de risco, por Matriz ou por Função Utilidade ou seqüencial.

- Matriz: Possibilita a tomada de decisão sob incerteza dispondo critérios para escolha entre os diversos estados de cada alternativas (Figura 42).

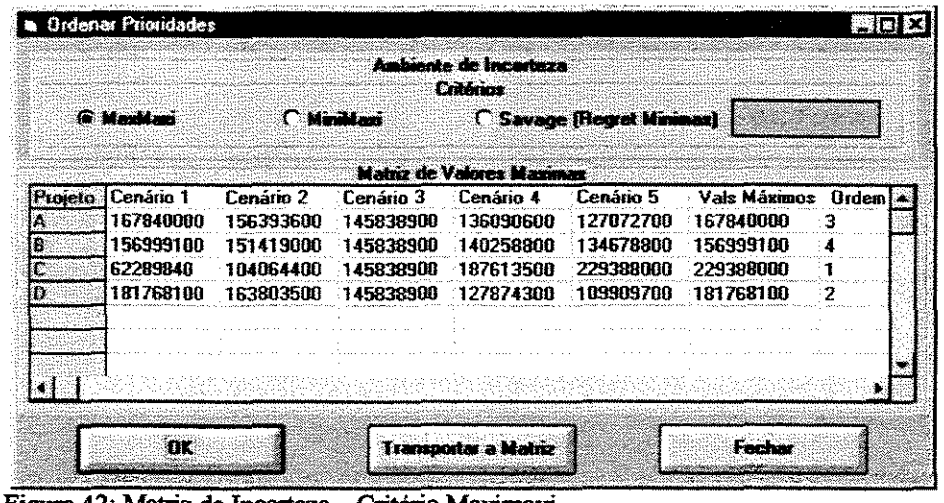


Figura 42: Matriz de Incerteza – Critério Maximaxi

O Modelo de Matriz, em geral, descreve um conjunto de alternativas disponíveis, em que uma alternativa particular deve ser selecionada no tempo presente. Isto implica que o resultado possível para uma dada alternativa não resulta na necessidade de decisões futuras subseqüentes. Permite ordenar, comparar e selecionar as alternativas de projetos mutuamente exclusivas, também em ambiente de risco (Figura 43).

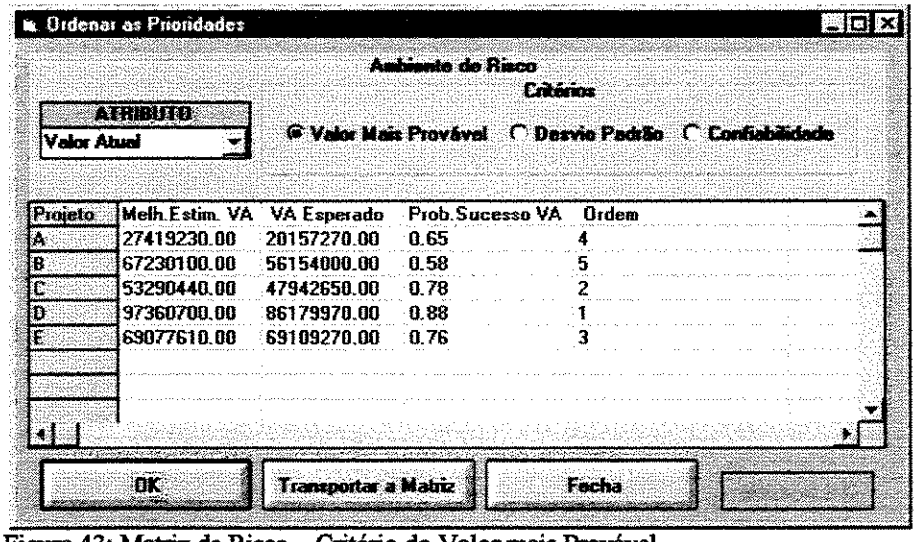


Figura 43: Matriz de Risco – Critério do Valor mais Provável

- Seqüencial: O processo decisório contempla situações envolvendo uma seqüência de decisões sobre um horizonte temporal, em que os resultados das probabilidades condicionais podem ser obtidos a partir da definição da função de utilidade da empresa (Figura 44)

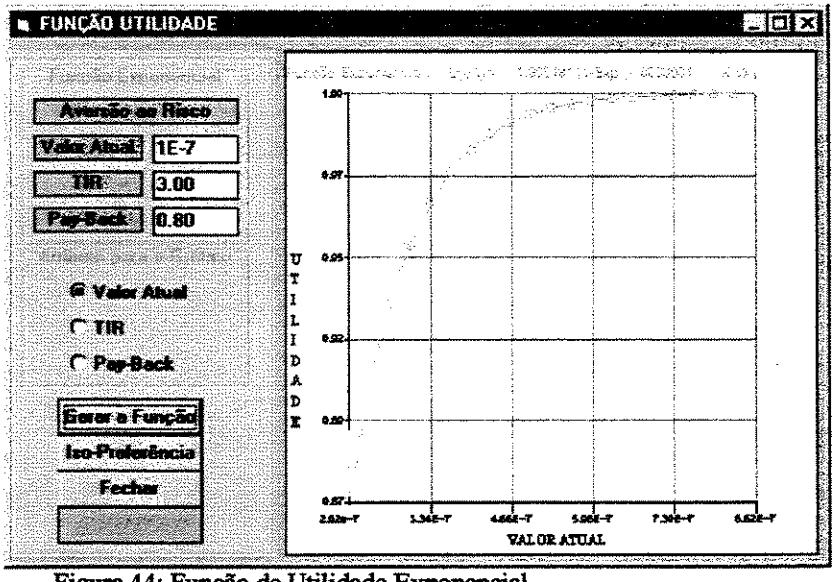


Figura 44: Função de Utilidade Exponencial

O sistema gera as funções de utilidade individuais para cada atributo, a partir do coeficiente de aversão ao risco informado pelo usuário. Essas funções permitem a construção das curvas de isoutilidades para comparar os projetos em condições de risco (Figura 45).

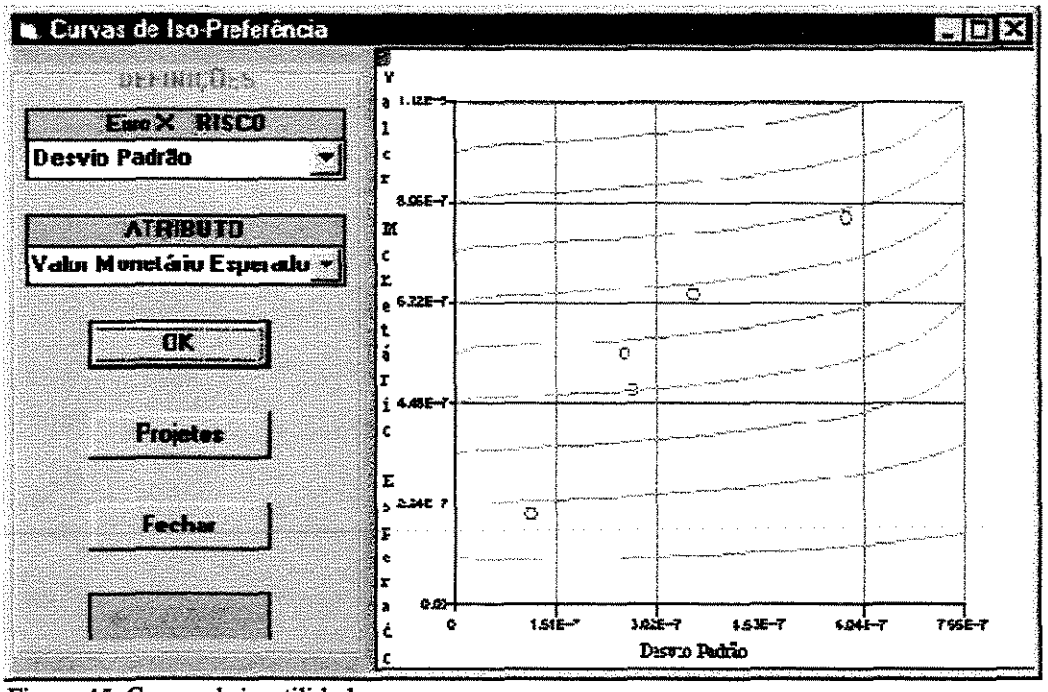


Figura 45: Curvas de isoutilidades

O GEODEC conta ainda com uma opção de Ajuda ao usuário, em que são descritos de forma sumaria os conceitos básicos da Análise de Decisão Geoeconômica, além de fornecer as orientações mínimas necessárias para o manuseio do programa (Figura 46).

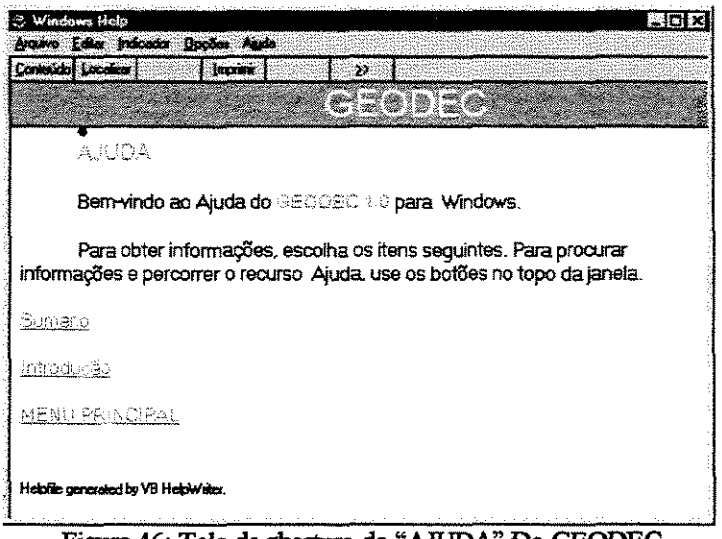


Figura 46: Tela de abertura do "AJUDA" Do GEODEC

IX. GLOSSÁRIO

Aqui são definidos alguns termos técnicos usados na tese.

Anteprojeto: Estudo piloto para elaboração do projeto básico de engenharia estruturado após a definição da concepção do projeto (método de lavra e processamento mineral).

Beneficiamento: Conjunto de Operações e de Processos Unitários necessários à concentração do minério.

Coeficiente de Aversão ao Risco: O Coeficiente de Aversão ao Risco indica como varia o comportamento do gerente quanto ao risco em relação a magnitude dos valores.

Custo Operacional: Despesas com a lavra e o beneficiamento para produzir uma tonelada de minério.

Empreendimento: Realização de um projeto com objetivos econômicos.

Equivalente Certo: é um valor econômico sem existência de riscos, o qual tornaria um gerente indiferente em relação a um determinado retorno proporcionado pelo projeto em análise.

Escala de Produção: Corresponde à capacidade produtiva anual instalada em quantidade de minério.

Fluxo de Caixa: Planilha usada para calcular a rentabilidade e o retorno de um projeto.

Investimento: Capital necessário para implantar uma mina e sua respectiva planta de tratamento de minério.

Nível de Aproveitamento (NA): Relação percentual que expressa o quanto dos recursos minerais *in situ* foi efetivamente aproveitado na análise de pré-viabilidade em função do teor de corte estabelecido.

Parametrização: Relações de quantidade e qualidade expressas em tonelagem e teor, as quais podem ser representadas graficamente em curvas acumuladas decrescente de freqüência

Parâmetros Técnicos e Econômicos: Variáveis definidoras de um projeto (preço, taxa de desconto, investimento, recuperação, teor médio, escala de produção, teor de corte, vida útil, recursos minerais *in situ*).

Período de Retorno do Capital (PRC): prazo necessário para que o empreendimento recupere o capital investido em um projeto.

Preferência: Teoria que estuda e incorpora na análise o comportamento dos indivíduos envolvidos em decisão e que se vêem obrigados a manifestar sua afinidade por um determinado critério, ou que em situações de risco, são compelidos a expressar a sua aversão, tolerância ou indiferença.

Projeto Conceitual: Projeto preliminar de uma mina em que os parâmetros técnicos e econômicos mínimos necessários à concepção dos método de lavra e das operações de beneficiamento encontrem-se definidos.

Recuperação: Taxa que expressa a relação percentual de aproveitamento do minério no concentrado final de uma usina de beneficiamento

Retorno: Tempo necessário à recuperação do capital investido em um empreendimento, aqui expresso como PRC.

Rentabilidade: Medidas de desempenho econômico-financeiro de um projeto (VA e TIR).

Reserva Base: Reserva mineral estabelecida preliminarmente, decorrente de uma avaliação de pré-viabilidade de lavra realizada durante ou ao final da pesquisa mineral, sem que se tenha definido o projeto básico da mina elaborado, envolvendo os recursos minerais *in situ* com um teor de corte econômico e não geológico.

Recursos Minerais *in situ*: Valores decorrentes de uma quantificação da massa mineralizada presente em um depósito mineral, com potencialidade econômica para a lavra, mas que ainda não tenha sido avaliado nem em termos de préviabilidade.

Taxa de Desconto: Taxa utilizada para atualizar os fluxos de caixas anuais, normalmente de valor igual à taxa mínima de atratividade do investidor.

Taxa Interna de Retorno (TIR): Taxa que anula o valor atual no fluxo de caixa de um projeto.

Taxa Mínima de Atratividade: Taxa minimamente aceita pelo investidor para realizar aplicações no mercado financeiro e que serve como parâmetro de comparação nas avaliações econômicas de projetos.

Teor de Corte: Teor mínimo de um bloco de lavra com valor pode tornar economicamente vantajoso o seu aproveitamento

Trade-off : balanceamento; p.ex. se a TIR cresce, o risco também cresce e vice-versa

Utilidade: é um número adimensional que expressa uma medida de satisfação e que é relacionado a um possível resultado de uma decisão.

Valor Atual (VA): medida de rentabilidade que expressa o valor de uma jazida, sobre a qual existe um projeto de lavra minimamente definido.

Valor Monetário Esperado (VME): é a média ponderada dos valores atuais pelas respectivas probabilidades obtida numa distribuição decorrente de uma simulação de cenários.

ERRATA

Página 10: Onde se lê "(JOURNEL & HUIJBREGTS, 1989)", leia-se "(JOURNEL & HUIJBREGTS, 1978)".

Página 11: Onde se lê "D2(v/V)", leia-se "D^2(v/V)".

Página 20: Onde se lê " ...Valor Atual (V.A.), Taxa Interna de Retorno e o PRC..." , leia-se "...Valor Atual (V.A.), o da Taxa Interna de Retorno (TIR) e o do Período de Retorno de Capital (PRC) ..."

Página 34: Onde se lê "... é definida como Var(x)=([X-E(x)^2].p(x),", leia-se "...é definida como Var(x)= ([E(X)-E(x)]^2.p(x))."

Página 35: Onde se lê "b) Critério do Valor Mais Provável", acrescente-se "(Valor de Maior Probabilidade)"

Página 36: Onde se lê "Quadro 2.3. Valor Mais Provável" leia-se " Quadro 2.3. Maior Probabilidade de Sucesso"

Página 39: Onde se lê "Construindo-se uma Matriz de Valores *Regret* para o caso anterior tem-se" , leia-se "Após construir-se uma Matriz de Valores *Regret*, tem-se:".

Onde se lê no Quadro2.6. Critério de Savage ".675.000" , leia-se "8.475.000".

Página 45: Onde se lê "$B_3 = 40$", leia-se "$B_3 = 220$".

Página 46: Onde se lê "$E(B)=\sum(U_{Bi}).Pr(B_i)$", leia-se "$E(U_B)=\sum(U_{Bi}).Pr(B_i)$".

Página 48: Onde se lê "... r(x) corresponderá à razão da primeira derivada ***u'(x)*** e a segunda derivada ***u''(x)*** .", leia-se "... ***r(x)*** corresponderá à divisão negativa da segunda derivada ***u''(x)*** pela primeira derivada ***u'(x)***.

Onde se lê " $\mathbf{r(x)} = \dfrac{ce^{-cx}}{-c^2e^{-cx}}$ reduzindo-se a **r(x)** = c.", leia-se

" $\mathbf{r(x)} = -\dfrac{-c^2e^{-cx}}{ce^{-cx}}$ reduzindo-se a **r(x)** = c."

Página 54: Onde se lê "GOECOCHEA (1982)", leia-se "GOECOCHEA; HASEN DON & DAKSTEIN (1982)",

Página 92: Onde se lê no Quadro 3.2. – Critério MAXIMINI " **VA Máx**", leia-se " **VA Min**".

Página 101: Onde se lê " $f(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma)}} e^{\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ ", leia-se " $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{(2\pi)}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

Onde se lê " $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{(2\pi\sigma)}} e^{\frac{(\ln x-\mu_l)^2}{2\sigma_l^2}}$ ", leia-se " $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{(2\pi)}} e^{\frac{-(\ln x-\mu_l)^2}{2\sigma_l^2}}$ ".

Página 104: Onde se lê na primeira linha " ... a segunda possua uma confiabilidade maior,..." acrescente-se "a trajetória da evolução da utilidade de uma seqüência de avaliações, para uma determinada preferência do gerente, revela uma utilidade maior do que a avaliação B. Ainda que a Segunda possua uma confiabilidade maior,..."

Página 106: Onde se lê "No exemplo da Figura 26,...", leia-se "No exemplo da Figura 24,...".

Página 120: Onde se lê "...realizando o ordenamento de prioridades...", leia-se "...permitindo que se ordene, no quinto nível de decisão, as prioridades..."