



UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOENGENHARIA DE
RESERVATÓRIOS

CARLOS ALBERTO GUEDES CORÁ

**DISTRIBUIÇÃO DE PESOS E INFLUÊNCIA DAS
VARIÁVEIS NA COKRIGAGEM**

Dissertação apresentada ao Instituto de Geociências,
como parte dos requisitos para obtenção do grau de
Mestre em Geoengenharia de Reservatórios.

Orientador: Professor Doutor Armando Zaupa Remacre

Este exemplar corresponde ao **CAMPINAS - SÃO PAULO**
redação final da tese defendida
por *Carlos Alberto Guedes Corá*
e aprovada pela Comissão Julgadora DEZEMBRO - 1996
em *17/12/96*.

Armando Zaupa Remacre
ORIENTADOR





UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

**PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOENGENHARIA DE
RESERVATÓRIOS**

CARLOS ALBERTO GUEDES CORÁ

**DISTRIBUIÇÃO DE PESOS E INFLUÊNCIA DAS
VARIÁVEIS NA COKRIGAGEM**

Dissertação apresentada ao Instituto de Geociências,
como parte dos requisitos para obtenção do grau de
Mestre em Geoengenharia de Reservatórios.

Orientador: Professor Doutor Armando Zaupa Remacre

CAMPINAS - SÃO PAULO

DEZEMBRO - 1996

0145046



UNIDAC
N.º CHAMADA:
UNICAMP
C81d
V. Ex.
TOMBO BC/30273
PROC. 281/97
C D
PREÇO R\$ 11,00
DATA 21/05/97
N.º CPD C/M.000.98716-4

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA I.G. - UNICAMP

Corá, Carlos Alberto Guedes
C81d Distribuição de pesos e influências das variáveis na cokrigagem /
Carlos Alberto Guedes Corá.- Campinas, SP.: [s.n.], 1996.

Orientador: Armando Zaupa Remacre
Dissertação (mestrado) Universidade Estadual de Campinas,
Instituto de Geociências.

I. Geoestatística.. I. Remacre, Armando Zaupa. II.
Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Geociências. III.
Título.



UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

**PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOENGENHARIA DE
RESERVATÓRIOS**

AUTOR: Carlos Alberto Guedes Corá

**TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: DISTRIBUIÇÃO DE PESOS E INFLUÊNCIA
DAS VARIÁVEIS NA COKRIGAGEM**

ORIENTADOR: Armando Zaupa Remacre

Aprovada em: ____/____/____

PRESIDENTE: Prof. Dr. Armando Zaupa Remacre

EXAMINADORES:

Prof. Dr. Armando Zaupa Remacre (Orientador)

Prof. Dr. Jorge Kazuo Yamamoto

Prof. Dr. Ricardo Sturaro

Campinas, de de

Agradecimentos

A Petróleo Brasileiro S.A. - PETROBRAS pela oportunidade de desenvolver a presente dissertação.

Ao professor e orientador Armando Zaupa Remacre pelo permanente incentivo, orientação e confiança transmitida nas diversas fases de desenvolvimento do trabalho.

Ao professor Ivan e ao engenheiro e colega da PETROBRÁS, Romeu Régis, membros da banca de qualificação, pelos comentários e sugestões que contribuíram para o aprimoramento e o enriquecimento do texto.

Ao geólogo Milton pelas observações e leitura crítica nos capítulos iniciais da dissertação.

Aos colegas de turma Carlos Eduardo, Bia, João, Fernando, Marquinhos, Dirceu, Tereza, Daise, Assunção, Raquel e, de forma muito especial, aos amigos Marcelo e Ferradans, pelo clima fraterno e pela oportunidade de ricas experiências para o meu desenvolvimento pessoal e profissional durante todo o período de curso.



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOENGENHARIA DE
RESERVATÓRIOS

Resumo

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

DISTRIBUIÇÃO DE PESOS E INFLUÊNCIA DAS VARIÁVEIS NA COKRIGAGEM

Carlos Alberto Guedes Corá

Esta dissertação tem como objetivo explicitar a participação da informação trazida pela variável secundária em cenário de amostragem escassa da variável primária, nos processos de cokrigagem estacionária. Para tal, foram realizados estudos em configurações amostrais bidimensionais (2D) e unidimensionais (1D), através das cokrigagens simples, ordinária e ordinária modificada, que se utilizam da totalidade da informação secundária dentro do raio de pesquisa a cada ponto a estimar. Foi utilizado um modelo esférico, isotrópico e sem efeito pepita nas diversas estimativas, considerando valores de correlação mínimo e máximo de 0,4 e 1, e valores de variância a priori relativamente maiores e menores para ambas variáveis.

Inicialmente, foram realizados exercícios com krigagem estacionária (krigagem simples, da média e ordinária), em configurações simples de três pontos de dados com distanciamento progressivo de um dos pontos. Através da análise dos pesos distribuídos a cada ponto nos três tipos de krigagem, distinguiu-se o papel da média e do *modus operandis* da própria krigagem. Estes elementos se constituíram nos elementos chaves para uma melhor compreensão da cokrigagem e, por extensão, para um melhor discernimento da valorização da informação secundária.

Para os estudos de cokrigagem em configurações amostrais 2D, foram assumidos alcances fixos e raios de investigação igual e maior que o alcance, e utilizada uma malha regular, com 36 dados secundários e três dados primários. Estes estudos revelaram que a valorização do dado secundário reflete, além do coeficiente de correlação, as distintas formas de estabelecimento das médias e as diferentes condições de não-viés de cada tipo de cokrigagem. Mas, independente destes elementos, o estudo demonstra que uma menor variância a priori da variável secundária leva a um maior peso para esta informação. Uma melhor explicitação das observações acima foi conseguida repetindo-se a configuração do exercício da krigagem com três pontos, mas com afastamento progressivo do dado primário e do secundário colocado.

Destacou-se ainda a importância da cokrigagem simples para evidenciar a significância do peso da média e do coeficiente de correlação no processo de coestimativa geoestatística. Em malha regular, o peso da média reflete diretamente a variabilidade conjunta ou a variabilidade individual das variáveis. Na configuração amostral 1D, observa-se que o aumento do alcance em relação à distância amostral conduz à uma redução no peso da média, a partir da incorporação de amostras e da diminuição das distâncias estatísticas. Desta forma, a maior valorização da informação secundária implica em um menor peso da média, seja pelo aumento do coeficiente de correlação e/ou pela menor covariância relativa da variável secundária.



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOENGENHARIA DE
RESERVATÓRIOS

WEIGHT DISTRIBUTIONS AND THE INFLUENCE OF THE
VARIABLES ON COKRIGING

Abstract

MASTER DISSERTATION

Carlos Alberto Guedes Corá

The object of this thesis is to explain, using weight distributions, the participation of the soft information in cases of minimum sampling of the hard information. One-dimensional (1D) and two-dimensional (2D) studies were made to show the effect of the soft information on the hard information estimators. These studies were concerned mainly to simple, ordinary and modified ordinary cokrigings, which utilize the whole secondary information. An isotropic spherical covariance model (without nugget effects) was used in the various tests. These tests consider minimum and maximum correlation coefficients of 0.4 and 1.0, respectively, and *a priori* variance values relatively greater and smaller for both variables.

The role played by the mean and the modulus operandi of the kriging, considered as key factors to a better comprehension of the cokriging algorithm, was emphasized by the simple kriging, mean kriging and ordinary kriging weighting analyses. These procedures also lead to a better comprehension of the soft information value. A simple three data point configuration was considered in the stationary kriging experiments.

The 2D configurations, with assumed fixed ranges and with search radius equal to or greater than the range, show that weighting the secondary data reflects, in addition to the correlation coefficient, a distinct form of establishing means and the non-biased conditions of each type of cokriging. Independently of these elements, the study demonstrates that a smaller *a priori* variance of the soft information leads to a greater weight for this information.

The importance of simple cokriging to show the significance of the weight of the mean and of the correlation coefficient in the process of geostatistical coestimation is also shown. In a regular grid, the weight of the mean directly reflects the individual or group variance of the variables. In a 1D configuration, the increase of range in relation to the sampling distance leads to a reduction in the weight of the mean, by including samples and lowering statistical distances. In this way greater weighting of the secondary information implies a lower weight of the mean, by increasing the correlation coefficient and/or by decreasing the relative covariance of the soft information.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	ii
ABSTRACT	iii
SUMÁRIO	iv
LISTA DE FIGURAS	vii
LISTA DE TABELAS	xi
1 INTRODUÇÃO	1
2 ESTIMATIVA GEOESTATÍSTICA E MODELO PROBABILÍSTICO	7
2.1 INTRODUÇÃO	7
2.2 FUNÇÃO ALEATÓRIA	8
2.2.1 INFERÊNCIA ESTATÍSTICA	9
2.2.1.1 ESPERANÇA MATEMÁTICA OU MOMENTO DE PRIMEIRA ORDEM	9
2.2.1.2 MOMENTOS DE SEGUNDA ORDEM	10
2.2.2 HIPÓTESE DE ESTACIONARIDADE	11
2.2.2.1 HIPÓTESE INTRÍNSECA	13
2.2.2.2 RAIO DE INVESTIGAÇÃO	14
2.3 ESCOLHA DA FUNÇÃO COVARIÂNCIA OU DA FUNÇÃO SEMIVARIOGRAMA	15
2.3.1 VARIOGRAMA EXPERIMENTAL	15
2.3.2 MODELOS TEÓRICOS PARA O AJUSTE DA FUNÇÃO SEMIVARIOGRAMA	16
2.3.3 PARÂMETROS DO MODELO DO VARIOGRAMA	18
3 MODELO GEOLÓGICO E MODELAGEM DA DEPENDÊNCIA ESPACIAL	21
3.1 INTRODUÇÃO	21
3.2 UTILIZAÇÃO DE ANÁLOGOS	22
3.2.1 TIPOS DE ANÁLOGOS	23

3.2.1.1	AMBIENTES DEPOSICIONAIS DO RECENTE.....	23
3.2.1.2	EXPERIÊNCIA DE LABORATÓRIO.....	23
3.2.1.3	REGISTROS ANÁLOGOS DE ROCHAS.....	24
3.3	MODELAGEM POR ANÁLISE FRACTAL.....	26
3.3.1	ESTRUTURA IMBRICADA E FRACTAL.....	26
3.3.2	DIMENSÃO FRACTAL EM ROCHAS SEDIMENTARES.....	28
3.3.2.1	OBTENÇÃO DO PARÂMETRO H.....	28
3.3.2.2	PARÂMETRO H PARA A DIREÇÃO HORIZONTAL.....	30
3.3.2.1.a	H HORIZONTAL IGUAL AO H VERTICAL.....	30
3.3.2.1.b	PARÂMETROS DO VARIOGRAMA VERTICAL NA VARIOGRAFIA HORIZONTAL.....	32
4	KRIGAGEM.....	33
4.1	INTRODUÇÃO.....	33
4.2	KRIGAGEM SIMPLES.....	34
4.3	KRIGAGEM DA MÉDIA.....	37
4.4	KRIGAGEM ORDINÁRIA.....	39
4.5	CONFIGURAÇÃO COM 3 PONTOS DE DADOS: DISTRIBUIÇÃO DOS PESOS NOS TRÊS TIPOS DE KRIGAGEM.....	42
5	COKRIGAGEM.....	48
5.1	INTRODUÇÃO.....	48
5.2	COVARIÂNCIA CRUZADA.....	49
5.2.1	MODELO TRADICIONAL.....	49
5.2.2	CULTURA GEOLÓGICA.....	50
5.3	SISTEMAS DE COKRIGAGEM.....	52
5.3.1	COKRIGAGEM COM UTILIZAÇÃO TOTAL DOS DADOS SECUNDÁRIOS.....	52
5.3.2	ALGORITMO COM UTILIZAÇÃO PARCIAL DA VARIÁVEL SECUNDÁRIA.....	56
5.3.2.1	KRIGAGEM COM DERIVA EXTERNA.....	56
5.3.2.2	COLLOCATED COKRIGAGEM.....	58

6	ESTUDO DE CONFIGURAÇÕES - EXEMPLOS SINTÉTICOS	61
6.1	INTRODUÇÃO.....	61
6.2	CONFIGURAÇÃO 2D.....	63
6.2.1	EXTENSÃO DA CONFIGURAÇÃO DE HOHN.....	63
6.2.3	CONFIGURAÇÃO 2D PARA 36 DADOS SECUNDÁRIOS E 3 DADOS PRIMÁRIOS..	66
6.2.3.1	PREMISSAS BÁSICAS E PARÂMETROS ADOTADOS.....	67
6.2.3.2	ALGORITMOS DE COKRIGAGEM UTILIZADOS.....	71
6.2.3.3	CONCLUSÕES.....	73
6.2.3.3.a	COKRIGAGEM ORDINÁRIA TRADICIONAL	73
6.2.3.3.b	COKRIGAGEM ORDINÁRIA MODIFICADA	78
6.2.3.3.b.1	TRANSFORMAÇÃO DA VARIÁVEL SECUNDÁRIA	79
6.2.3.3.c	COKRIGAGEM SIMPLES	85
6.2.4	CONFIGURAÇÃO 2D COM 3 DADOS SECUNDÁRIOS E 1 DADO PRIMÁRIO....	91
6.2.4.1	PREMISSAS BÁSICAS E PARÂMETROS ADOTADOS.....	91
6.2.4.2	CONCLUSÕES.....	93
6.3	CONFIGURAÇÃO 1D.....	99
6.3.1	KRIGAGEM A 1D - EXTENSÃO DA CONFIGURAÇÃO DE DUBRULE (1981) ...	100
6.3.2	COKRIGAGEM A 1D.....	106
7	CONCLUSÕES	122
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	128

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Modelos de variograma com patamar mais utilizados.	19
Figura 3.1 - Variograma experimental com estrutura imbricada.	27
Figura 3.2 - Obtenção de H pela inclinação de uma reta de regressão $\log(R/S)$ versus $\log(h)$	29
Figura 3.3 - Valores de H das direções vertical e horizontal extraído de Beer, 1994.	31
Figura 4.1 - Krigagem com três pontos de dados e alcance = 2L.	45
Figura 4.2 - Distribuição dos pesos na krigagem para a configuração A (amostras eqüidistantes ao ponto a estimar).	46
Figura 4.3 - Distribuição de pesos na krigagem para a configuração B (distâncias entre a P3 e as demais amostras acima do alcance, mas ainda no raio de investigação).	46
Figura 4.4 - Distribuição de pesos na krigagem para a configuração C (distância entre a amostra P3 e o ponto a estimar maior do que o alcance).	47
Figura 6.1 - Configuração das variáveis regionalizadas primária e secundária no exercício de Hohn (1988).	64
Figura 6.2 - Variância de estimativa : $\sigma_{\text{cok}}^2/\sigma_{\text{ko}}^2$ para coeficiente de correlação igual a 1, A) alcance igual a 2 (duas vezes a distância amostral) e B) alcance igual a 3. (Hohn, 1988).	64
Figura 6.3 - Variância de estimativa da variável primária no centro de cada cela, para coeficiente de correlação muito baixo ($\rho=0.39$).....	65
Figura 6.4 - Mapa base dos pontos amostrais do exercício cokrigagem 2D.	66
Figura 6.5 - Distribuição espacial dos valores das variáveis primária e secundária, com a idealização do mapa de contorno da variável primária.	70

Figura 6.6 - Amostras para a cokrigagem dos pontos (0,5;0,5) e (0,5;4,5).	72
Figura 6.7 - Cokrigagem Ordinária; pesos das amostras na estimativa do ponto (0,5; 0,5) com $RI=a=2L$	74
Figura 6.8 - Cokrigagem Ordinária; peso das amostras que participam da estimativa do ponto (0,5; 0,5) para um $RI=3 > a=2$	74
Figura 6.9 - Cokrigagem Ordinária; peso das amostras que participam da estimativa do ponto(0,5; 4,5) com $RI=3 > a=2$	75
Figura 6.10 - Variância dos valores dos pontos estimados na cokrigagem ordinária A) $RI=a=2L$ e B) $RI=3L > a = 2L$	77
Figura 6.11 - Cokrigagem Modificada; peso das amostras que participam da estimativa do ponto (0,5;0,5) com $RI=2=a$	82
Figura 6.12 - Cokrigagem Modificada; peso das amostras que participam da estimativa do ponto(0,5;0,5) com $RI=3 > a=2$	82
Figura 6.13 - Cokrigagem Modificada; peso das amostras que participam da estimativa do ponto (0,5;4,5) com $RI=3 >$ $a=2$	83
Figura 6.14 - Cokrigagem Modificada; peso das amostras que participam da estimativa do ponto (0,5;4,5) com $RI=a=2$	83
Figura 6.15 - Cokrigagem Modificada; variância dos valores dos pontos estimados para A) $RI=a=2$ e B) $RI=3L > a=2L$	84
Figura 6.16 - Cokrigagem Simples; peso das amostras que participam da estimativa do ponto (0,5;0,5) com $RI=a=2$	88
Figura 6.17 - Cokrigagem Simples; peso das amostras que participam da estimativa do ponto(0,5;4,5) com $RI = a =$ 2	88
Figura 6.18 - Cokrigagem Simples; peso das amostras que participam da estimativa do ponto (0,5;0,5) com $RI=3 >$ $a = 2$	89
Figura 6.19 - Cokrigagem Simples; peso das amostras que participam da estimativa do ponto (0,5;4,5) com $RI=3 >$ $a=2$	89
Figura 6.20 - Cokrigagem Simples; variância dos pontos estimados. A) $RI=a=2$ e B) $RI=3L > a=2L$	90

Figura 6.21 - Configuração do exercício de cokrigagem com 3 dados secundários e 1 dado primário.	92
Figura 6.22 - Variabilidades distintas para uma mesma distância geométrica; exemplo de duas funções de mesmo modelo e de mesmo alcance.	94
Figura 6.23 - Cokrigagem com 3 dados secundários e 1 dado primário; distribuição dos pesos para amostras eqüidistantes do ponto a estimar (Configuração A).	96
Figura 6.24 - Cokrigagem com 3 dados secundários e 1 dado primário; distribuição dos pesos para as amostras primária P1 e secundária colocada S3 acima do alcance com relação às demais amostras (configuração B).	97
Figura 6.25 - Cokrigagem com 3 dados secundários e 1 dado primário; distribuição dos pesos para as amostras primária P1 e secundária colocada S3 acima do alcance com relação às demais amostras e ao ponto a estimar (configuração C).	98
Figura 6.26 - Pontos amostrais do exercício de Dubrule(1981) para krigagem ordinária 1D.	100
Figura 6.27 - Modelo de variograma utilizado por Dubrule(1981) no exercício de krigagem 1D.	101
Figura 6.28 - Os diferentes alcances com relação à configuração dos pontos a estimar e à distância amostral; exemplo do ponto central 11.	102
Figura 6.29 - Krigagem a 1D ; reprodução do exercício de Dubrule (1981) com o modelo esférico.	105
Figura 6.30 - Krigagem a 1D ; exercício de Dubrule (1981) com o modelo linear.	105
Figura 6.31 - Pontos amostrais do exercício de cokrigagem 1D.	107
Figura 6.32 - Cokrigagem a 1D, amplitude = 0,5 L.	112
Figura 6.33 - Cokrigagem à 1D; amplitude = L.	113
Figura 6.34 - Cokrigagem à 1D com amplitude = 2,5 L.	114
Figura 6.35 - Cokrigagem 1D - amplitude = 4,5L.	115
Figura 6.36 - Cokrigagem 1D - amplitude=6,5L.	116
Figura 6.37 - Peso da média para alcance igual a 0.5L; exercício de cokrigagem 1D.	117

Figura 6.38 - Peso da média para alcance igual a 1L; exercício de cokrigagem 1D.	118
Figura 6.39 - Peso da média para alcance igual a 2.5L; exercício de cokrigagem 1D.	119
Figura 6.40 - Peso da média para alcance igual a 4.5L; exercício de cokrigagem 1D.	120
Figura 6.41 - Peso da média para alcance igual a 6.5L; exercício de cokrigagem 1D.	121

LISTA DE TABELAS

Tabela 6.1 - Parâmetros para os exercícios de cokrigagem a 2D.	69
Tabela 6.2 - Estatística dos valores dos pontos estimados para diferentes médias atribuídas às variáveis primária e secundária na cokrigagem modificada para $\rho=1$, $C1 < C2$ e $RI=2$	81
Tabela 6.3 - Peso das amostras primária e secundárias na estimativa do ponto 11 para $a=0.5L$ e $a=1L$, representando, portanto, um peso da média igual a 100%; cokrigagem 1D	110

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A estimativa do volume de hidrocarbonetos *in place* nos campos ou áreas de petróleo ainda em fase de exploração é feita em condições mínimas de amostragem. Normalmente, tem-se uns poucos poços com informações diretas do reservatório, z_1 , e uma rede relativamente densa de informações indiretas, z_2 , fornecidas por levantamento sísmico.

No processo de estimativa, nenhuma inferência pode ser feita para posições de valores desconhecidos sem um modelo para o comportamento do fenômeno. Mas as complexas interações dos processos geológicos levam a uma variabilidade intrínseca nas propriedades destes fenômenos, não permitindo assim uma descrição quantitativa para a aplicação de modelos determinísticos.

O conceito probabilístico de função aleatória permite à geoestatística a modelagem do grau de correlação ou dependência entre qualquer número de variáveis aleatórias (Deutsch e Journel, 1992), ou seja, permite relacionar um valor não-amostrado de uma variável aleatória $Z(\mathbf{x})$ aos valores das locações vizinhas \mathbf{x}' .

Normalmente, o padrão da continuidade espacial escolhido para o modelo da função aleatória vem das evidências do conjunto de amostras por meio do ajuste de uma função ao variograma experimental. Mas a garantia da existência de uma solução única para a matriz que representa o sistema de equações dos métodos de estimativa geoestatística (krigagem/cokrigagem), propriedade esta conhecida como positiva definida, na prática é dada pelo ajuste de uma função de

reconhecida condição à esta propriedade, como os modelos esférico, exponencial, gaussiano, etc.

A não ser na condição hipotética de uma amostragem pontual extensiva, é pelo ajuste desta função ao variograma que se garante também o estabelecimento dos valores para qualquer distância e direção, principalmente para distâncias menores do que o mínimo espaçamento entre as amostras (ou entre poços).

A geoestatística teve o seu desenvolvimento inicial na área de mineração, onde, normalmente, o problema de escassez de amostragem é menos grave, facilitando o estabelecimento do padrão de continuidade espacial do fenômeno geológico estudado. Já na geologia do petróleo, principalmente nas áreas *offshore*, onde se concentram os grandes campos brasileiros, o pequeno número de poços e o grande espaçamento entre eles (acima de 400 metros), numa primeira avaliação, praticamente inviabilizam o emprego da geoestatística, tal como se emprega na mineração.

Desta forma, como justificar o uso de técnicas geoestatísticas, ou, mais especificamente, da estimativa geoestatística em geologia do petróleo?

A importância do fator qualitativo, mesmo num quadro de razoável quantidade de amostras, fica sugerido fortemente na variografia, fase básica da estimativa geoestatística.

O padrão da continuidade espacial do fenômeno estudado, estabelecido a partir do ajuste de uma função ao variograma experimental, pressupõe um completo entendimento dos efeitos da escolha tanto do modelo (o que também pressupõe o reconhecimento do mais amplo quanto possível espectro de funções passíveis de representarem a continuidade do fenômeno geológico) quanto dos parâmetros deste modelo no comportamento da estimativa.

O Capítulo 2 valoriza o conceito probabilístico da função aleatória e a própria estimativa geoestatística, apresentando os modelos teóricos mais utilizados para se ajustarem ao variograma experimental, além dos principais efeitos da escolha do modelo e dos parâmetros do modelo no comportamento da estimativa.

Nos fenômenos geológicos, mesmo que um conjunto de amostras não revele nenhuma estrutura evidente ou padrão claro da continuidade espacial, raramente se justifica um modelo de não correlação espacial.

Nos campos ainda em fase exploratória ou de delimitação, o padrão de continuidade espacial é estabelecido essencialmente por correlação com áreas de características geológicas interpretadas como análogas. Informações quanto ao modelo deposicional e à evolução estrutural destas áreas (afloramentos, campos em fase mais madura de desenvolvimento, ambientes recentes, etc. - objeto do Capítulo 3), justificam que se adote, a princípio, um mesmo modelo para a variabilidade espacial das propriedades ou fenômenos geológicos (função covariância ou variograma).

Como indicador quantitativo da variabilidade espacial a curta distância, destaca-se a geometria fractal (Hewett, 1986 e Beer, 1994). Uma apresentação sucinta dos fractais é também apresentada no Capítulo 3, com ênfase no aproveitamento dos parâmetros verticais, obtidos de perfis de poços, para as interdistâncias horizontais entre poços.

A maior ou menor presença do elemento qualitativo na escolha da função que melhor caracterize a variabilidade espacial de um determinado fenômeno geológico, coloca em evidência a potencialidade dos métodos de estimativas geoestatísticas. Estes elementos qualitativos, leia-se cultura

geológica, não têm muitas chances de se manifestar nos processos tradicionais de estimativa.

Por meio dos parâmetros de entrada, que são estabelecidos na fase da modelagem variográfica, a krigagem, técnica geoestatística para a estimativa, num processo ponto a ponto, distribui pesos a cada uma das amostras vizinhas considerando tanto a configuração geométrica do conjunto amostras-ponto a estimar quanto a estrutura do reservatório (variograma). Esta distribuição ou técnica, dita ótima em razão de minimizar a variância da estimativa, fornece adicionalmente um avaliador da precisão da estimativa, que é a variância de krigagem.

O princípio teórico da krigagem baseia-se na condição de estacionaridade do fenômeno ou da propriedade que se quer estimar. Por conseguinte, é através da admissão e/ou estabelecimento do valor da média que se distinguem e se valorizam os diferentes tipos de krigagem estacionária.

No Capítulo 4 são apresentados os elementos teóricos da krigagem simples, da krigagem da média e da krigagem ordinária. Objetivando uma melhor visualização e compreensão dos elementos que distinguem cada tipo de krigagem, e para destacar o papel da média, são apresentados no final deste capítulo os resultados de um estudo com uma configuração simples de três pontos. Para este estudo, foi utilizado o programa PLAYERRO, de Remacre e Cornetti, UNICAMP, que fornece simultaneamente os ponderadores das amostras nos três tipos de krigagem.

Na geologia do petróleo, uma variável pouco amostrada correlacionável com outra variável melhor amostrada constitui-se num exemplo clássico do uso da covariância entre diferentes variáveis. Por exemplo, a espessura de um reservatório, observada diretamente pela informação de poço e indiretamente pelos dados interpretados de um levantamento sísmico.

Apesar do estabelecimento do modelo estrutural para a variável subamostrada se constituir em um problema crítico, o grande entrave para a utilização generalizada da cokrigagem encontra-se ainda na modelagem da covariância cruzada (ou do variograma cruzado), ou seja, na modelagem do comportamento espacial mútuo de variáveis regionalizadas.

O Capítulo 5 apresenta o modelo mais utilizado de covariância cruzada e insiste, mais uma vez, sobre a importância da cultura geológica como fornecedora direta de parâmetros para uma estimativa geoestatística.

É apresentado, no final do Capítulo 5, o sistema da cokrigagem estacionária para os três tipos de algoritmos que se utilizam do total das informações secundárias (*full cokriging*): cokrigagem ordinária tradicional, cokrigagem ordinária modificada e cokrigagem simples. Apesar de não serem utilizados no presente trabalho, mas por suas importâncias práticas, são também apresentados os algoritmos que fazem uso parcial da variável secundária: krigagem com deriva externa e *collocated* cokrigagem.

Apresenta-se no Capítulo 6, o resultado de exercícios com os três tipos de cokrigagem estacionária. Estes exercícios objetivaram evidenciar a valoração da informação secundária neste cenário de subamostragem radical da variável primária.

Note-se que a situação de subamostragem não ocorre somente nas fases iniciais de conhecimento de uma área, mas em várias situações onde a estimativa se processa com poucas amostras, como, por exemplo, nas bordas do domínio.

Para estes estudos de configurações na cokrigagem, foi utilizado o programa COKE3D da GSLIB, v.1.4 (Deutsch e Journel, 1992a), que, adicionalmente, fornece a distribuição dos pesos das amostras na estimativa de cada ponto.

Estes algoritmos de cokrigagem distinguem-se entre si basicamente pelas condições de não-viés impostas nas matrizes de solução, condições que se refletem diretamente na distribuição de pesos aos dados (primários e secundários) vizinhos à locação a ser estimada e dentro do raio de investigação.

Para marcar a distinção entre os algoritmos e subsidiar a escolha do algoritmo de co-estimativa em 2D, seguiram-se os passos do trabalho de Hohn (1988), que comparou a cokrigagem com a krigagem ordinária. Aqui, adotou-se um enfoque mais radical quanto à subamostragem (malha regular com 36 dados sísmicos e 3 dados de poços).

Visando destacar o papel da variabilidade relativa entre as variáveis primária e secundária na distribuição dos pesos, uma configuração semelhante ao exercício da krigagem é repetida para a cokrigagem, com a interpolação de um ponto com 3 dados secundários e 1 dado primário colocado.

Da mesma forma, repetindo-se o exercício de Dubrule (1981) quando comparou krigagem com interpolação por *spline*, um modelo 1D é apresentado, consistindo de 4 dados sísmicos e 1 dado de poço, mas que objetivou a diferenciação dos tipos de cokrigagem pelo aumento do alcance com relação à distância entre os dados.

As conclusões deste trabalho, apresentadas no Capítulo 7, representam um alinhamento de idéias e conceitos para o entendimento e a aplicação da estimativa geoestatística num cenário de amostragem mínima da variável principal.

CAPÍTULO 2

ESTIMATIVA GEOESTATÍSTICA E MODELO PROBABILÍSTICO

2.1 INTRODUÇÃO

Qualquer processo de estimativa requer um modelo do comportamento do fenômeno. Caso contrário, tem-se apenas um conjunto de dados e nenhuma inferência pode ser feita para as posições de valores desconhecidos.

Um modelo determinístico é apropriado caso seja possível, com apenas poucas amostras, o conhecimento dos processos geradores de um determinado conjunto de dados. Mas, infelizmente, as variáveis de interesse em geologia são essencialmente o resultado final de uma série de processos físicos e/ou químicos, cujas complexas interações levam a uma variabilidade intrínseca das propriedades geológicas. A aplicação de modelos determinísticos torna-se assim bastante restrita.

Os modelos probabilísticos, por outro lado, além de fornecerem as ferramentas para a estimativa dos valores desconhecidos, possibilitam uma avaliação da qualidade da estimativa pelo estabelecimento de intervalos de confiança para os valores estimados.

Em geoestatística, a maioria das informações relacionadas a um valor não-amostrado $Z(\mathbf{x})$, vem dos valores das locações vizinhas \mathbf{x}' , seja sobre um mesmo atributo Z ou sobre um atributo correlacionável Z_2 . O conceito probabilístico de função aleatória permite a modelagem do grau de correlação ou dependência entre qualquer número de variáveis aleatórias $Z(\mathbf{x})$, $Z(\mathbf{x}_\alpha)$, $\alpha=1, \dots, n$, e, mais genericamente, $Z(\mathbf{x}), Z(\mathbf{x}_\alpha)$, $\alpha=1, \dots, n$, $Z_2(\mathbf{x}'_\beta)$, $\beta=1, \dots, n'$ (Deutsch e Journel, 1992).

Uma função aleatória é definida tanto no domínio do tempo (Kanasewich, 1975), quanto no espaço físico. Apresenta-se a seguir, de forma resumida, o desenvolvimento conceitual da função aleatória sob o enfoque exclusivo da distribuição de um fenômeno no espaço físico, conforme Journel e Huijbregts, 1978.

2.2 FUNÇÃO ALEATÓRIA

Uma variável aleatória é uma variável que assume determinados valores de acordo com alguma distribuição de probabilidade. Por exemplo, o resultado de se lançar um dado não-viciado pode ser considerado como uma variável aleatória a qual assume um de seis valores equiprováveis (sendo que o resultado deste lançamento particular é denominado uma realização da variável aleatória "lançar dado").

Ao se considerar, por exemplo, a espessura $z(\mathbf{x}_1)=20\text{m}$ num ponto particular \mathbf{x}_1 de um reservatório, a espessura (de 20m) pode ser considerada uma realização particular de uma determinada variável aleatória $Z(\mathbf{x}_1)$ definida no ponto \mathbf{x}_1 .

O conjunto de espessuras $z(\mathbf{x})$ para todos os pontos \mathbf{x} do reservatório (variável regionalizada), pode ser considerada como uma realização particular de um conjunto de variáveis aleatórias $\{Z(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in \text{reservatório}\}$. A este conjunto de variáveis aleatórias $\{Z(\mathbf{x}_1), Z(\mathbf{x}_2), \dots, Z(\mathbf{x}_n)\}$ dá-se o nome de função aleatória $Z(\mathbf{x})$.

A definição de uma função aleatória expressa os aspectos aleatório e estruturado de uma variável regionalizada:

i) localmente, no ponto \mathbf{x}_1 , $Z(\mathbf{x}_1)$ é uma variável aleatória;

ii) Para cada par de pontos \mathbf{x}_1 e \mathbf{x}_1+h , as variáveis aleatórias $Z(\mathbf{x}_1)$ e $Z(\mathbf{x}_1+h)$ não são, em geral, independentes mas relacionadas por uma correlação expressa na estrutura espacial da variável regionalizada inicial $z(\mathbf{x})$.

O conceito de função aleatória permite a atualização da função que caracteriza a probabilidade sobre o valor não-amostrado $z(\mathbf{x})$, na função que caracteriza a probabilidade após a utilização do conjunto de dados n . Ou seja, permite a atualização da função de distribuição cumulativa (fdc), $[F(\mathbf{x};z)=\text{Prob}\{Z(\mathbf{x}) \leq z\}]$, em uma função de densidade cumulativa condicional (fdcc), $[F(\mathbf{x};z|(n)) = \text{Prob}\{Z(\mathbf{x}) \leq z|(n)\}]$.

2.2.1 INFERÊNCIA ESTATÍSTICA

A interpretação probabilística de uma variável regionalizada $z(\mathbf{x})$ como uma realização particular de uma certa função aleatória $Z(\mathbf{x})$ só tem sentido prático quando é possível inferir toda ou parte da lei de probabilidade que define completamente esta função aleatória.

Para se inferir a totalidade da lei espacial de uma função aleatória, tem-se normalmente uma quantidade insuficiente de dados, mas, por outro lado, a totalidade desta lei espacial nunca é requerida. Em geoestatística, mais precisamente, na geoestatística linear, os dois primeiros momentos estatísticos da função aleatória são suficientes para fornecer uma solução aproximada aceitável para a maioria dos problemas encontrados.

2.2.1.1 ESPERANÇA MATEMÁTICA OU MOMENTO DE PRIMEIRA ORDEM

Considere-se a variável aleatória $Z(\mathbf{x})$ no ponto \mathbf{x} . A esperança de uma função de distribuição de $Z(\mathbf{x})$ é geralmente uma função de \mathbf{x} , e é escrita

$$E \{ Z(x) \} = m(x). \quad (2.1)$$

onde m é a média global de $Z(x)$

2.2.1.2 MOMENTOS DE SEGUNDA ORDEM

Os três momentos de segunda ordem considerados em geoestatística são os seguintes:

(i) *Variância*, ou, mais precisamente, a variância a priori de $Z(x)$. Quando esta variância existe, ela é definida como o momento de segunda ordem em torno da esperança $m(x)$ da variável aleatória $Z(x)$, isto é,

$$\text{Var}\{Z(x)\} = E\{[Z(x)-m(x)]^2\} \quad (2.2)$$

(ii) *Covariância*. Se duas variáveis aleatórias $Z(x_1)$ e $Z(x_2)$ têm variâncias nos pontos x_1 e x_2 , então elas têm também uma covariância, que é uma função das duas locações x_1 e x_2 :

$$C(x_1, x_2) = E\{[Z(x_1)-m(x_1)][Z(x_2)-m(x_2)]\}. \quad (2.3)$$

(iii) *Variograma*. A função variograma é definida como a variância do incremento $[Z(x_1)-Z(x_2)]$:

$$2\gamma(x_1, x_2) = \text{Var}\{Z(x_1)-Z(x_2)\}. \quad (2.4)$$

A função $\gamma(x_1, x_2)$ denomina-se então de "semivariograma".

Isto significa que nenhuma distinção é feita entre duas funções aleatórias $Z_1(x)$ e $Z_2(x)$ quando elas têm os mesmos momentos de primeira e segunda ordem e quando ambas as funções são consideradas de mesmo modelo.

2.2.2 HIPÓTESE DE ESTACIONARIDADE

É impossível a inferência da lei de probabilidade de uma função aleatória $Z(x)$ a partir de uma única realização $z(x)$ que, adicionalmente, é limitada por um número finito de pontos de amostras x_i . Assim como é impossível, por exemplo, a determinação da lei da variável aleatória 'lançar o dado' de um único valor numérico, fruto de um único lançamento, ou, particularmente, se o dado é ou não tendencioso/viciado. Muitos lançamentos do dado são necessários para responder tal questão (lei da variável "lançar o dado").

Da mesma forma, muitas realizações $z_1(x)$, $z_2(x)$, ... $z_k(x)$ da função aleatória $Z(x)$ são requeridas a fim de inferir a lei de probabilidade de $Z(x)$. Visto que, na prática, o conhecimento é limitado a uma única realização $\{z(x_i)\}$ da função aleatória nas posições x_i , algumas suposições são necessárias.

Estas suposições envolvem vários graus de homogeneidade espacial e são apresentadas sob o título geral de hipóteses de estacionaridade.

Na prática, um fenômeno estudado pode freqüentemente ser considerado homogêneo, mesmo que somente sobre uma determinada área, com a variável regionalizada se repetindo no espaço.

Esta repetição ou homogeneidade, fornece o equivalente a muitas realizações da mesma função aleatória $Z(x)$, o que possibilita uma certa quantidade de inferência estatística. Desta forma, dois valores experimentais $z(x)$ e $z(x+h)$ em dois

pontos diferentes \mathbf{x} e $\mathbf{x}+\mathbf{h}$ podem ser considerados como duas diferentes realizações da mesma variável aleatória $Z(\mathbf{x})$.

As funções covariância e variograma, como definidas no item anterior, dependem simultaneamente de dois pontos de suporte \mathbf{x}_1 e \mathbf{x}_2 . Desta forma, muitas realizações do par de variáveis aleatórias $\{Z(\mathbf{x}_1), Z(\mathbf{x}_2)\}$ devem estar disponíveis para que alguma inferência estatística seja possível.

A estacionaridade de uma função aleatória para a geoestatística linear¹, com interesse apenas nos dois primeiros momentos, significa, então, admitir-se

i) a existência da esperança matemática $E\{Z(\mathbf{x})\}$ independente do ponto de suporte \mathbf{x} , ou seja,

$$E\{Z(\mathbf{x})\} = m, \quad \forall \mathbf{x}; \quad e \quad (2.5)$$

ii) a existência da covariância para cada par de variáveis aleatórias $\{Z(\mathbf{x}), Z(\mathbf{x}+\mathbf{h})\}$ dependente da distância de separação \mathbf{h} , ou seja,

$$C(\mathbf{h}) = \{Z(\mathbf{x}).Z(\mathbf{x}+\mathbf{h})\} - m^2, \quad \forall \mathbf{x} \quad (2.6)$$

¹ Uma função aleatória é dita estacionária, no sentido estrito, quando sua lei espacial é invariante sob translação. Mais precisamente, os dois vetores de k componentes das k variáveis aleatórias $\{Z(\mathbf{x}_1), Z(\mathbf{x}_2), \dots, Z(\mathbf{x}_k)\}$ e $\{Z(\mathbf{x}_1+\mathbf{h}), Z(\mathbf{x}_2+\mathbf{h}), \dots, Z(\mathbf{x}_k+\mathbf{h})\}$ são idênticos em lei (tem as mesmas k leis de distribuições das k variáveis) qualquer que seja a translação do vetor \mathbf{h} (Journel e Huijbregts, 1978).

Como a estacionaridade da covariância implica na estacionaridade da variância e do variograma, as seguintes relações tornam-se imediatamente evidentes:

$$\text{Var}\{Z(x)\} = E\{[Z(x)-m]^2\} = C(0), \quad \forall x \quad (2.7)$$

$$\gamma(h) = 1/2E\{[Z(x+h)-Z(x)]^2\} = C(0) - C(h), \quad \forall x \quad (2.8)$$

A relação (2.8) indica que, admitindo-se as condições de estacionaridade acima (hipótese de segunda ordem - Journel e Huijbregts, 1978; Matheron, 1971), a covariância e o variograma constituem-se em ferramentas equivalentes para caracterizar a autocorrelação entre duas variáveis $Z(x+h)$ e $Z(x)$ separadas por uma distância h .

Portanto, ao se considerar estas funções como dependentes somente do vetor distância entre os dois pontos de suporte, as inferências estatísticas tornam-se possíveis: cada par de dados $\{z(x_k), z(x_{k'})\}$ separados pela distância $h = (x_k - x_{k'})$, pode ser considerado como uma realização diferente do par de variáveis aleatórias $\{Z(x_1), Z(x_2)\}$.

Esta abordagem torna intuitivamente claro que, num quadro geológico homogêneo, a correlação que existe entre dois valores de dados $z(x_k)$ e $z(x_{k'})$ não depende das suas posições dentro da zona mas do vetor distância de separação entre eles.

2.2.2.1 HIPÓTESE INTRÍNSECA

Uma hipótese de estacionaridade de concepção mais fraca é admitida para os vários fenômenos físicos e funções aleatórias que têm uma capacidade infinita para a dispersão, isto é, que não têm nem uma variância a priori nem uma covariância. Esta

hipótese, conhecida como hipótese intrínseca, admite somente a existência e a estacionaridade do variograma.

Para a hipótese intrínseca, o incremento $[Z(x+h)-Z(x)]$ tem uma variância finita e não depende do ponto de suporte x :

$$\text{Var}\{Z(x+h)-Z(x)\} = E\{[Z(x+h)-Z(x)]^2\} = 2\gamma(h), \quad \forall x \quad (2.9)$$

2.2.2.2 RAI0 DE INVESTIGAÇÃO

A função estrutural, covariância ou variograma, na prática, é somente utilizada para determinados limites, por exemplo, dentro do raio de investigação ou de vizinhança de estimativa, ou seja, na zona que contém os dados a serem utilizados a cada ponto a estimar.

Em termos práticos, definem-se vizinhanças móveis dentro das quais a esperança e a covariância podem ser consideradas estacionárias, e nas quais um suficiente número de dados exista para se efetuar uma possível inferência estatística.

Estas condições em que as funções $C(x, x+h)$ ou $\gamma(x, x+h)$ são apenas localmente estacionárias, caracteriza a hipótese de quase-estacionaridade (Journel e Huijbregts, 1978) e constitui-se, de fato, num compromisso entre a escala da homogeneidade do fenômeno e a quantidade de dados disponíveis.

2.3 ESCOLHA DA FUNÇÃO COVARIÂNCIA OU DA FUNÇÃO SEMIVARIOGRAMA

A escolha do modelo de variograma ou covariância, pré-requisito básico para a estimativa geoestatística por meio do fornecimento dos parâmetros de entrada, implica, acima de tudo, acreditar-se no conhecimento geológico para o estabelecimento de um determinado tipo de continuidade espacial.

2.3.1 VARIOGRAMA EXPERIMENTAL

Normalmente, o padrão da continuidade espacial escolhido para o modelo da função aleatória vem das evidências do conjunto de amostras, pelo ajuste de uma função ao variograma experimental.

O variograma experimental (γ^*) é calculado como uma função da distância (h) e direção (α) da média da diferença ao quadrado entre pares de amostras (Journel e Huijbregts, 1978):

$$2\gamma^*(h, \alpha) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [z(x_i + h) - z(x_i)]^2 \quad (2.10)$$

A decisão de estacionaridade torna-se uma questão crítica, que permite a inferência estatística (seção 2.2.2). Precedendo esta fase de variografia, como reforçado por Journel e Huijbregts (1978), e Isaaks e Srivastava (1989), uma imperiosa e rigorosa análise dos dados deve ser feita, não somente quanto ao formato destes dados mas, principalmente, quanto à presença de sítios geológicos com características estruturais e deposicionais distintas.

2.3.2 MODELOS TEÓRICOS PARA O AJUSTE DA FUNÇÃO SEMIVARIOGRAMA

O uso de uma função qualquer para modelar um variograma experimental não garante a existência e a unicidade da solução dos sistemas de krigagem/cokrigagem. Garante-se esta condição com o ajuste de uma função positiva definida ao variograma experimental, como as funções esférica, exponencial, gaussiana, etc.

Para a existência de uma e somente uma solução no sistema de equações da krigagem/cokrigagem, necessita-se também que não seja observada a existência de dois pontos de amostras totalmente redundantes.

É também por meio do modelo de função que se garante o estabelecimento dos valores para qualquer distância e direção, principalmente para distâncias menores do que o mínimo espaçamento entre as amostras (ou entre poços).

A admissibilidade de uma função está ligada à dimensão do espaço considerado. Em geral, se uma função é admissível em R^m , ela também será em R^n se $n \leq m$ (Christakos, 1984). Para efeito de ilustração, apresentam-se a seguir apenas os modelos teóricos mais utilizados para a modelagem dos semivariogramas experimentais no espaço 2D, onde a é igual o alcance; C_0 , o efeito pepita; e $C+C_0$, o patamar :

1) efeito pepita puro:

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & \text{se } h = 0 \\ C_0 & \text{se } h > 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

2) esférico:

$$\gamma(h) = \begin{cases} C \left[\frac{3}{2} \frac{h}{a} - \frac{1}{2} \frac{h^3}{a^3} \right] & h < a \\ C & h \geq a \end{cases} \quad (2.12)$$

3) exponencial:

$$\gamma(h) = C \left[1 - \exp\left(-\frac{|h|}{a}\right) \right] \quad (2.13)$$

4) gaussiano:

$$\gamma(h) = C \left[1 - \exp\left(-\frac{h^2}{a^2}\right) \right] \quad (2.14)$$

5) de potência:

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & h = 0 \\ C h^\theta & h > 0 \end{cases} \quad (2.15)$$

para $0 \leq \theta < 2$

6) logarítmico:

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & h = 0 \\ A \ln(h) + B & h > 0 \end{cases} \quad (2.16)$$

Mas, chama-se a atenção aqui para o grande potencial que representa, para os métodos geoestatísticos, a utilização dos vários modelos de função existentes, e que poderiam ser melhor reconhecidos por pesquisa e estudo de campo, como os mais ajustados à representação de fenômenos geológicos específicos.

2.3.3 PARÂMETROS DO MODELO DO VARIOGRAMA

O geoestatístico constitui-se no principal responsável pela escolha do padrão da continuidade espacial do fenômeno estudado. Desta forma, a utilização de métodos geoestatísticos deve ser orientada pelo completo entendimento dos efeitos da escolha tanto do modelo (seção 2.3.2) quanto dos parâmetros deste modelo no comportamento da estimativa.

Um semivariograma, ou simplesmente um variograma, como proposto por David (1977), é individualizado por duas características principais:

- i) comportamento na origem (parabólico, linear ou pepítico) (Figura 2.1); e
- ii) presença ou ausência de um patamar de estabilização do valor de $\gamma(h)$ ($\gamma(h)$ constante para $|h| > \text{amplitude}$).

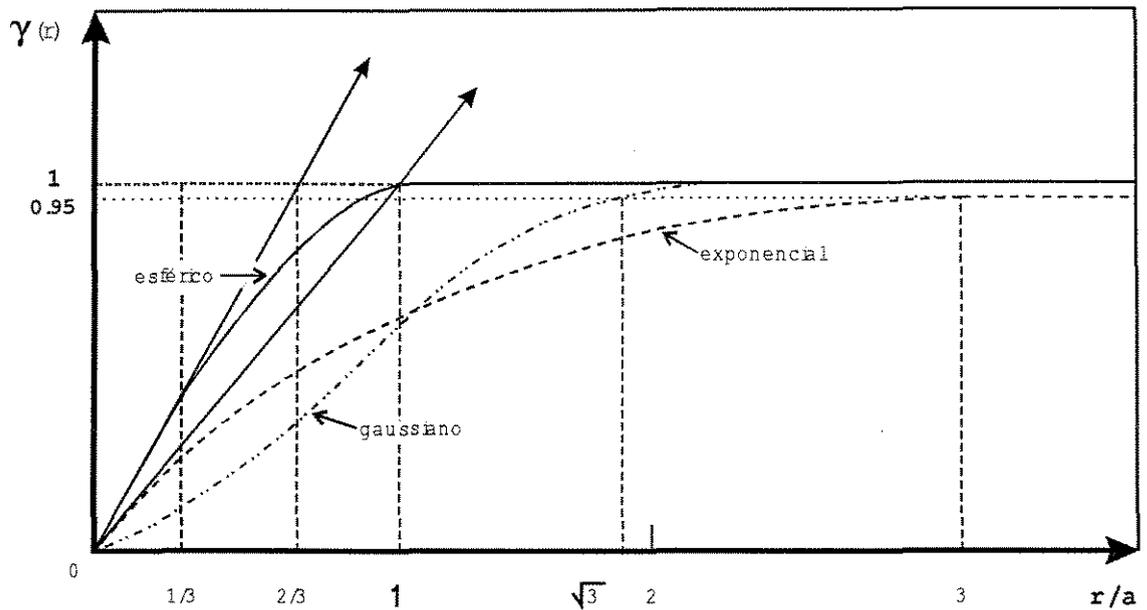


Figura 2.1 - Modelos de variograma com patamar mais utilizados (Journel e Huijbregts, 1978).

Isaaks e Srivastava (1989), resumem, a partir de um exemplo de modelo esférico sem efeito pepita, amplitude igual a 10 e covariância na origem igual a 10, $[C_0=0, a=10 \text{ e } C_1=10]$, os principais efeitos dos parâmetros do variograma nos pesos da krigagem ordinária (ver no próximo capítulo), que são extensivos a outros métodos de estimativa geoestatística:

1) Efeito de escala: o aumento do valor do patamar (variância *a priori*) não afeta os pesos nem o valor estimado, mas afeta direta e proporcionalmente a variância da estimativa. (No Capítulo 6, vão ser destacadas particularidades da cokrigagem quanto à variância a priori relativa entre variáveis ou atributos diferentes).

2) Efeito de forma: a mudança de um modelo esférico para um modelo de comportamento parabólico perto da origem (modelo gaussiano, por exemplo.), indicativo de um fenômeno mais contínuo, implica uma distribuição de maiores pesos para as

amostras próximas ao ponto a ser estimado, com as amostras restantes recebendo menos peso ou até mesmo pesos negativos. O aparecimento de pesos negativos é o resultado do que se denomina de sombreamento (*screen effect*) e é mais pronunciado nos variogramas com comportamento parabólico na origem.

3) Efeito pepita: Uma descontinuidade na origem do variograma caracteriza a ausência de correlação na escala do menor espaçamento entre amostras. Ao se aumentar o efeito pepita (*nugget effect*), os pesos tendem a ser mais similares entre si, assim como aumenta a variância de estimativa.

4) Efeito da amplitude : Ao se dobrar o valor da amplitude, a variância de estimativa torna-se menor, pois o efeito da duplicação da amplitude faz com que as amostras pareçam ser duas vezes mais próximas em termos de distância estatística. Caso a amplitude se torne muito pequena, as amostras aparecerão como igualmente afastadas do ponto a ser estimado e uma em relação à outra. Isto torna a estimativa similar a um modelo de efeito pepita puro: os pesos tornam-se todos $1/n$ (onde n é o número de amostras) e o procedimento de estimativa torna-se uma simples média das amostras disponíveis.

5) Efeito da anisotropia - Em muitos conjuntos de dados, existe maior continuidade de valores ao longo de certas direções do que de outras. Nestes modelos anisotrópicos, maior peso é dado às amostras alinhadas com a direção de máxima continuidade, compensando mesmo um maior afastamento em termos de distância geométrica.

O efeito pepita e o comportamento do variograma perto da origem são os parâmetros que mais influenciam os pesos da krigagem (ou cokrigagem) e evidentemente para os próprios valores estimados

CAPÍTULO 3

MODELO GEOLÓGICO E MODELAGEM DA DEPENDÊNCIA ESPACIAL

3.1 INTRODUÇÃO

A importância do fator qualitativo, mesmo num quadro de razoável quantidade de amostras, fica sugerido fortemente na variografia, fase básica da geoestatística. Para a escolha e a definição de um modelo de continuidade espacial, o fator subjetivo, através de modelos teóricos ou do conhecimento empírico - que provém, sob perspectivas diversas, da experiência-, ocupa normalmente papel primordial.

Na geologia do petróleo, a inferência do modelo a partir das amostras existentes raramente atinge um nível satisfatório de representação do fenômeno. É freqüente que a variabilidade horizontal não seja caracterizada para distâncias menores do que 400 metros, espaçamento comum para poços de desenvolvimento nos campos da plataforma continental brasileira.

Mas, para variáveis geológicas, mesmo que um conjunto de amostras não revele nenhuma estrutura evidente ou padrão claro da continuidade espacial, raramente se justifica um modelo de não correlação espacial (efeito pepita puro). Nos estágios iniciais de conhecimento de um campo, confia-se em relações empíricas e em estudos de correlatos para se aumentar a percepção das relações geológicas básicas de forma a se chegar a um modelo geológico.

Através de mecanismos probabilísticos, a geoestatística possibilita que a informação geológica, senso lato, obtida por dados diretos ou indiretos e/ou por uma cultura geológica

preexistente, via utilização de análogos, seja traduzida em elementos quantitativos.

3.2 UTILIZAÇÃO DE ANÁLOGOS

Para um campo ainda em fase exploratória ou de delimitação, o padrão de continuidade espacial é estabelecido essencialmente por correlação. Informações de um conjunto de dados pertencentes a uma outra área de características geológicas análogas (afloramentos, campos em fase mais madura de desenvolvimento, ambientes recentes, etc.), principalmente quanto ao modelo deposicional e à evolução estrutural, justificam que se adote, a princípio, um mesmo modelo da função covariância ou variograma para caracterizar a variabilidade espacial do atributo geológico estudado.

Em razão de ser raramente observado o desenvolvimento das rochas e das estruturas sedimentares para um completo entendimento dos processos físicos e/ou químicos geradores destas rochas, a utilização de análogos para a construção de modelos é algo intrínseco ao estudo e à evolução do conhecimento geológico. Num processo dinâmico e iterativo, a utilização de análogos deve ser sempre orientada por uma abordagem científica, com a aquisição de novos dados resultando em refinamento, modificação ou rejeição do modelo. Mas, em todo este processo, uma importante dose de intuição é sempre requerida.

A admissão da maior ou menor presença do elemento qualitativo para a escolha da função que melhor caracterize a variabilidade espacial de um determinado fenômeno geológico, coloca em evidência a potencialidade dos métodos de estimativas geoestatísticas.

3.2.1 TIPOS DE ANÁLOGOS

3.2.1.1 AMBIENTES DEPOSICIONAIS DO RECENTE

A analogia com modelos deposicionais do recente, da escala de laminações até o padrão de distribuição regional, é ilustrativa para se aumentar o entendimento da geologia do reservatório. Isto permite principalmente a construção de modelos conceituais de fácies e a formulação de modelos teóricos, muito embora este tipo de comparação não possa contemplar efeitos diagenéticos, ainda incipientes nos análogos recentes.

Atualmente, com métodos modernos de obtenção de dados que combinam mapeamento de superfícies, *vibrocoreing* e *ground penetrating radar* ou levantamento de sísmica rasa, obtêm-se conjuntos de dados em formato passível de comparação com os dados de reservatório.

3.2.1.2 EXPERIÊNCIA DE LABORATÓRIO

Análogos de laboratório e modelos matemáticos ou químicos de laboratório podem fornecer uma visão dos fenômenos geológicos, principalmente onde não são diretamente observáveis os sistemas análogos recentes e os processos responsáveis pelas mudanças pós-deposicionais.

Os estudos dos turbiditos e dos depósitos de leque submarino, por exemplo, tiveram o seu entendimento baseados fortemente nas observações de correntes de gravidade geradas em ambiente controlado de laboratório e nas simulações matemáticas (Parker, 1982; Fukushima et al., 1985; Middleton, 1966).

Mas, devido a problemas com escalas e materiais adequados, é ainda restrita a utilização de modelos de laboratório na

caracterização de reservatório, sendo mais aproveitados na elaboração de modelos qualitativos.

3.2.1.3 REGISTROS ANÁLOGOS DE ROCHAS

Registros análogos de rochas são aqueles obtidos tanto em condições de superfície ou de exposição (afloramentos) quanto aqueles de sondagem ou de subsuperfície (perfis e testemunhos de poços, por exemplo), e que, naturalmente, mostram-se similares aos registros de rocha do reservatório em estudo.

A fim de modelar a geometria, o tamanho e a distribuição das fácies, análises quantitativas de arenitos em afloramento estão sendo realizadas em grande número por várias instituições acadêmicas e por várias companhias de petróleo, inclusive a Petrobrás com o Projeto Açu e outros projetos multi-cliente (por exemplo, Projeto Genetic Units da Universidade Heriot-Watt, Escócia).

Para o entendimento das relações entre feições geológicas e, por exemplo, entre a distribuição das permeabilidades vertical e horizontal para diferentes escalas - chave para uma simulação realística de reservatório -, fica mais fácil a quantificação a partir de afloramentos análogos, em razão da possibilidade de uma avaliação em três dimensões, do que de subsuperfície¹.

Desta forma, também se justificam a modelagem da continuidade deposicional através dos afloramentos (visão

¹Para a maioria dos estudos de afloramentos assume-se que o padrão de distribuição da permeabilidade (não a magnitude da permeabilidade) é uma função das fácies e dos processos sedimentares (Weber, 1986), e conseqüentemente, que os padrões de permeabilidade são aplicáveis para a subsuperfície, apesar das diferenças diagenéticas entre arenitos que ocorrem na superfície e aqueles em subsuperfície (Alexander, 1993).

tridimensional) e o emprego de parâmetros petrofísicos através de dados de subsuperfície, em razão de uma clara e intuitiva distinção dos regimes diagenéticos entre as rochas aflorantes e de subsuperfície.

Atualmente, os perfis de imagens, baseados em microresistividade, vêm permitindo um registro muito mais contínuo e preciso do que os perfis tradicionais (médias móveis). Este fato, aliado à disseminação da tecnologia de poços horizontais, com uma maior amostragem direta nesta direção, vem trazer uma melhora significativa na representação para a direção horizontal.

Como indicador quantitativo da variabilidade espacial a curta distância, destaca-se a geometria fractal (Hewett, 1986; Beer, 1994). Mas, chama a atenção também, pelo seu potencial, a análise de testes de formação, atualmente em fase de desenvolvimento e extensão da dimensão 1D para 2D e 3D (Romeu, 1994).

Na situação ainda atual, onde predomina a informação vertical, pode-se recorrer à geometria fractal, sumariado na próxima seção, com o aproveitamento dos parâmetros verticais, obtidos de perfis de poços, para as interdistâncias horizontais entre poços (Beer, 1994; Yang, 1992).

3.3 MODELAGEM POR ANÁLISE FRACTAL

As propriedades geológicas freqüentemente exibem correlações que podem ser observadas em várias escalas, e um modelo fractal descreve um fenômeno que é similar para diferentes escalas. Como consequência natural, a geometria fractal vem sendo utilizada com freqüência cada vez maior para caracterizar e descrever os fenômenos geológicos (Assum et al., 1990; Crane e Tubman, 1990; Emanuel et al., 1987; Garrison et al., 1991), especialmente na situação do presente trabalho: geração de distribuições de propriedades geológicas em situação de escassa amostragem.

3.3.1 ESTRUTURA IMBRICADA E FRACTAL

Na análise estrutural de um fenômeno regionalizado, Journel e Huijbregts (1978) definem estrutura imbricada como resultado da variabilidade devido a causas que aparecem em intervalos de diferentes escalas entre $Z(\mathbf{x})$ e $Z(\mathbf{x}+\mathbf{h})$ separados por uma distância \mathbf{h} , $E\{[Z(\mathbf{x}+\mathbf{h}) - Z(\mathbf{x})]^2\}$.

Por exemplo, causas que ocorrem desde o nível petrográfico ($|\mathbf{h}| < 1\text{cm}$), devido à transição de um elemento mineralógico para outro, passando pelo nível de camada ($|\mathbf{h}| < 100\text{m}$), devido à alternância de camadas, até o nível de ambiente deposicional ou tectônico ($|\mathbf{h}| < 100\text{km}$). Cada escala de observação considerada integraria assim as variabilidades de todas as escalas menores.

Na prática, todas estas variabilidades quase nunca são observadas simultaneamente, já que dependem de uma grande quantidade de dados de suporte pontual cobrindo todo o campo de

variabilidade (no exemplo acima, de 1cm a 100km). Mas, em condições especiais de amostragem, caracteriza-se uma superposição de uma série de variogramas de transição com diferentes alcances e valores de patamar definidas como estrutura imbricada (Figura 3.1).

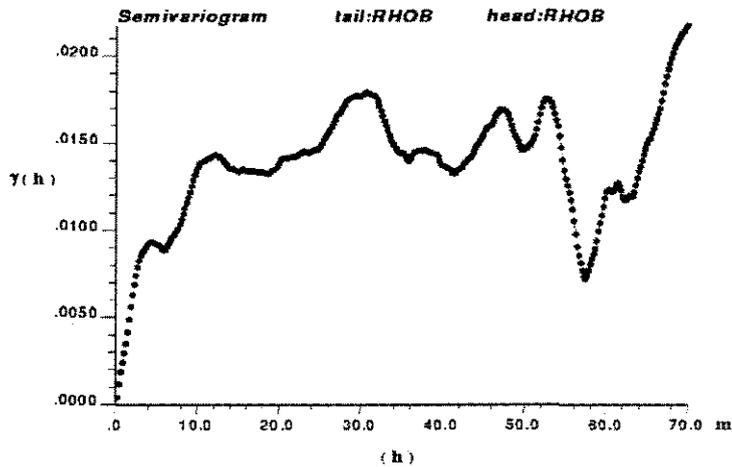


Figura 3.1 - Variograma experimental com estrutura imbricada obtido a partir de um perfil densidade de um poço horizontal, arenito turbidítico; extraído de Camolese, 1995.

Como exemplos especiais de aplicação deste tipo de distribuição, citam-se Jaquet (1989), com dados de 214 poços, e Cortez (1995), com dados de 1100 poços, que fazem uso da decomposição de uma estrutura imbricada de uma variável regionalizada em diferentes componentes para a construção de mapas referentes às variações regionais e locais. O método geoestatístico que permite tal decomposição é denominado de análise de krigagem fatorial e foi desenvolvido por Matheron (1982) in Jaquet (1989).

Cada escala particular de variabilidade na estrutura imbricada não apresenta necessariamente um mesmo modelo transicional (esférico ou exponencial, por exemplo). Quando a

forma do variograma que caracteriza cada escala de variação é geometricamente similar entre si (isto é, o patamar e o alcance para cada escala aumentam em progressão geométrica), a superposição de vários variogramas resulta no variograma de potência, que é a forma do variograma característico dos fractais (Hewett e Behrens, 1988).

3.3.2 DIMENSÃO FRACTAL EM ROCHAS SEDIMENTARES

As técnicas geoestatísticas aplicadas às propriedades da geometria fractal utilizam um variograma que segue uma lei de potência :

$$\gamma(h) \propto h^{2H} \quad (3.1)$$

onde o parâmetro H (expoente de Hurst) caracteriza a intermitência do processo (ou a proporção das correlações espaciais nas diferentes escalas) e se relaciona com a dimensão fractal (D) segundo a expressão $H = 2-D$; com a mudança de escala se expressando na seguinte fórmula (Hewett, 1986; Beer, 1994) :

$$\gamma(bh) = b^{2H} \gamma(h) \quad (3.2)$$

3.3.2.1 OBTENÇÃO DO PARÂMETRO H

Para a quantificação do parâmetro H, a análise R/S constitui-se no método mais utilizado. Este método tem sua origem a partir da divisão de uma série temporal (um perfil elétrico de uma propriedade petrofísica em um poço, por

exemplo) em sub-séries com diferentes tamanhos amostrais (h) (Hewett, 1986; Beer, 1994).

A inclinação de uma reta de regressão em um gráfico $\log(R/S)$ versus $\log(h)$ fornece diretamente o valor de H (Figura 3.2). Para o processo ser considerado fractal, os pontos devem estar alinhados numa linha reta; mudanças de inclinação no gráfico podem ser associadas com mudanças de dimensão fractal.

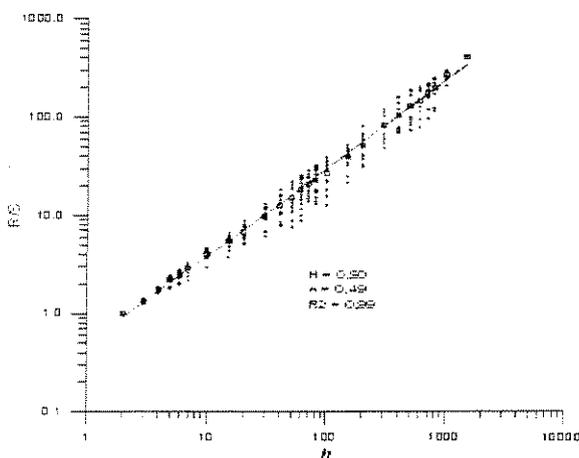


Figura 3.2 - Obtenção de H pela inclinação de uma reta de regressão $\log(R/S)$ versus $\log(h)$ (Beer, 1994).

Remacre (1989), após considerações de ordem histórica e conceitual sobre fractal e geoestatística, apresenta a estimativa da dimensão fractal $D = 2 - H$ a partir do comportamento próximo à origem do variograma de ordem 1. Tendo-se $\gamma_1(h)$ calculado com o valor absoluto do incremento $[Z(x) - Z(x+h)]$, obtém-se H a partir da inclinação de uma reta ajustada próximo à origem do gráfico $\log \gamma_1(h) \times \log h$.

Em seu trabalho de interpolação geoestatística com somente dois ou três poços, Yang (1992), assim como Remacre (1989), determina a dimensão fractal usando a modelagem variográfica. Ao se assumir um modelo fractal na modelagem do variograma, a utilização de diferentes valores de H resulta em erros de ajuste de curva como função de H, de forma que o melhor ajuste do variograma determina o valor de H.

3.3.2.2 PARÂMETRO H PARA A DIREÇÃO HORIZONTAL

Considerando que a maioria dos poços são verticais ou direcionais com pequeno ângulo, o valor de H dos registros destes poços é associado com a direção vertical. Sendo assim, uma questão básica na área de petróleo consiste na obtenção do parâmetro H para a direção horizontal, tornando possível uma melhor modelagem geoestatística para o comportamento espacial do fenômeno geológico próximo à origem.

3.3.2.1.a H HORIZONTAL IGUAL AO H VERTICAL

A hipótese mais freqüentemente utilizada, consiste na adoção do mesmo valor de H obtido na direção vertical para a direção horizontal.

Através da análise de R/S para a estimativa de H, Beer (1995), em distintas situações geológicas, confronta valores de H obtidos com poços verticais (H-vertical) e poços horizontais (H-horizontal). Para tal estudo, o autor utiliza-se de diversos perfis (de porosidade, de resistividade e de litologia, com amostragem a cada 20cm), em mais ou menos 5 poços verticais e/ou direcionais para um único poço horizontal.

Antes de se estender o valor de H da direção vertical para a horizontal, Beer (1995) chama a atenção para a necessidade de um conhecimento prévio adequado sobre os princípios físicos que regem o funcionamento de cada ferramenta, sobre as particularidades da propriedade que se deseja mapear e, principalmente, sobre a continuidade do modelo geológico.

Em resumo, Beer (op. cit.) assinala para uma forte coerência entre os valores de H da direção vertical e horizontal (Figura 3.3). Ressalva porém que, para tipos de ambientes sedimentares com variações em escalas relativamente pequenas considerando-se o tamanho da seção perfurada, a análise R/S não tem sensibilidade para detectar estas variações com os perfis utilizados.

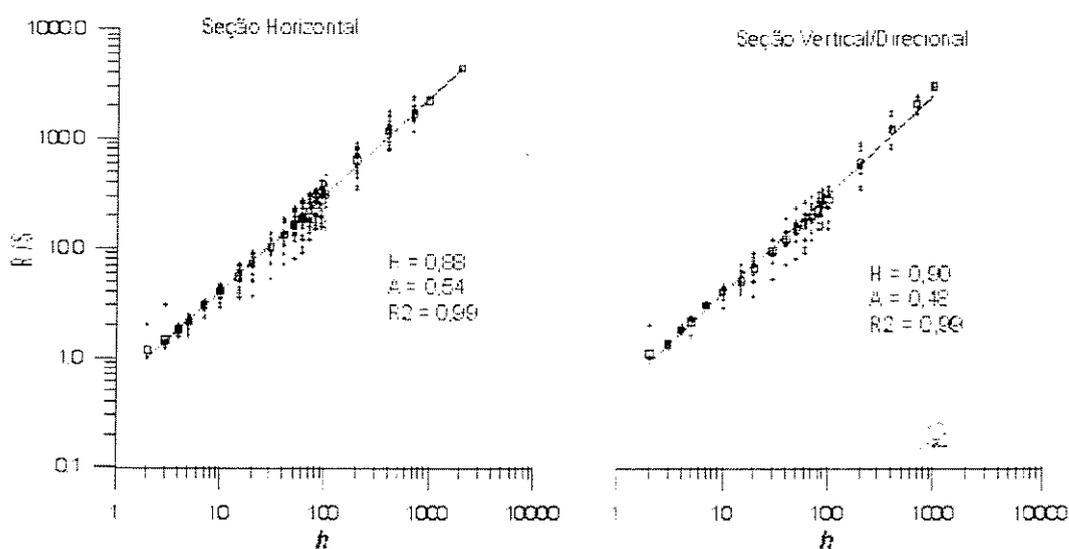


Figura 3.3 - Valores de H das direções vertical e horizontal (Beer, 1994).

3.3.2.1.b PARÂMETROS DO VARIOGRAMA VERTICAL NA VARIOGRAFIA HORIZONTAL

Após o estabelecimento do parâmetro H a partir do melhor ajuste para o variograma vertical, Yang, 1992, traça a metodologia para o estabelecimento do variograma horizontal com dois e três poços com auxílio do variograma vertical. Este autor valoriza especialmente a razão entre os alcances nas diferentes direções (anisotropia geométrica), e fornece um critério de avaliação desta anisotropia geométrica assumida.

O variograma horizontal, na situação de dois poços, constitui-se em um único ponto na distância de separação h igual ao espaçamento entre o poço 1 e o poço 2:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N [w_1(i) - w_2(i)]^2 \quad (3.3)$$

onde N é o número de pares de pontos; w_1 e w_2 , os dois poços e i as profundidades dos pontos amostrais (perfil) levadas a um *datum*.

Caso se assuma um erro de amostragem (pepita) desprezível, $\gamma(0)=0$, e estabelecida uma anisotropia geométrica apropriada de forma que o tipo de variograma e o desvio padrão (σ) possam ser obtidos do variograma vertical, o modelo de variograma horizontal pode ser ajustado para passar por este único ponto (situação de dois poços) a fim de determinar o comprimento de correlação horizontal.

CAPÍTULO 4

KRIGAGEM

4.1 INTRODUÇÃO

Krigagem é "uma coleção de técnicas generalizadas de regressão linear para minimizar uma variância de estimativa definida por um prévio modelo de covariância" (Olea, 1991).

A partir dos valores de amostras vizinhas, a krigagem atribui pesos a cada uma destas amostras de maneira a obter, sob um enfoque da variância mínima do erro ao quadrado, a melhor estimativa linear do valor de um ponto ou de um bloco, além de adicionalmente fornecer um avaliador da precisão da estimativa, que é a variância de krigagem.

Quando comparado com os métodos de ponderação mais utilizados, que só consideram as distâncias entre as amostras e o bloco/ponto a estimar e sob critérios arbitrários (inverso da distância ou o inverso da distância ao quadrado, por exemplo) (Isaaks e Srivastava, 1989), a krigagem fornece os pesos ótimos considerando tanto a configuração geométrica do conjunto amostras-ponto a estimar quanto a estrutura do reservatório (variograma).

Desta forma, as amostras mais próximas recebem, de forma geral, os pesos maiores, mas esses pesos dependerão também da estrutura. Por exemplo, a presença de anisotropia ou a existência de amostras redundantes (amostras muito próximas ou agrupadas), podem modificar a distribuição de pesos.

O princípio teórico da krigagem baseia-se na condição de estacionaridade do fenômeno ou da propriedade que se quer estimar. Por conseguinte, é através da admissão e/ou

estabelecimento do valor da média que se distinguem e se valorizam os diferentes tipos de krigagem estacionária.

4.2 KRIGAGEM SIMPLES

Assumindo-se uma média constante e conhecida m para uma variável aleatória Z , e uma função covariância $C_z(\mathbf{h})=C_z(\mathbf{x}, \mathbf{x}+\mathbf{h})$, $\forall \mathbf{x}$, a estimativa do valor de uma locação não amostrada $z(\mathbf{x})$ pelos valores vizinhos $z(\mathbf{x}_\alpha)$, $\alpha=1, \dots, n$, é feita pelo estimador da Krigagem Simples (Journel, 1988):

$$Z_{KS}^*(x) = m + \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KS}(x) [Z(x_{\alpha}) - m] \quad (4.1)$$

ou

$$Z_{KS}^*(x) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KS}(x) Z(x_{\alpha}) + [1 - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KS}(x)] m \quad (4.2)$$

onde

$\lambda_{\alpha}^{KS} = \lambda(\mathbf{x}_{\alpha})$ = ponderador da Krigagem Simples da amostra da variável Z no ponto α

n = número de amostras selecionadas

\mathbf{x}_{α} = locação de Z

A média m não representa necessariamente a média das amostras, mas a esperança, $E\{Z(\mathbf{x})\}$. Esta média tem aqui um caráter global e não é, portanto, o resultado de uma estimativa.

Chama-se atenção para a inexistência de restrições nos pesos das amostras na KS, pois tomando-se a esperança, tem-se:

$$\begin{aligned}
E\{Z_{KS}^*(x)\} &= m + \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KS}(x) E[Z(x_{\alpha}) - m] \\
&= m + \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KS}(x) E\{Z(x_{\alpha})\} - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KS}(x) m
\end{aligned}$$

(na condição estacionária, $E\{Z(x_{\alpha})\} = m$, $\forall x$) (4.3)

$$\begin{aligned}
&= m + \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KS}(x) m - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KS}(x) m \\
&= m
\end{aligned}$$

o que representa o conhecimento prévio da média para a garantia de uma estimativa geoestatística não-tendenciosa, ou seja, com média do erro modelado igual a zero [$E\{Z_{KS}^* - Z\} = 0$].

Apesar de não existir restrição na krigagem simples quanto ao peso das amostras para a condição de não-viés, chama-se a atenção para o peso que recebe a média m em (4.2) :

$$\lambda_m = 1 - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KS} \tag{4.4}$$

o que significa soma dos pesos das amostras e da média igual a um.

$$\lambda_m + \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KS} = 1 \tag{4.5}$$

Os pesos das amostras são determinados sob condição de que a variância do erro seja minimizada.

$$\begin{aligned}\sigma_e^2 &= E\{[Z^*(x)_{KS} - Z(x)]^2\} \\ &= \text{Var } Z(x) - 2\text{Cov}(Z(x), Z^*(x)) + \text{Var } Z^*(x) \quad (4.6) \\ \sigma_e^2 &= C(0) - 2\sum_{\alpha=1}^n \lambda^\alpha C(x_\alpha - x) + \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n \lambda^\alpha \lambda^\beta C(x_\alpha - x_\beta)\end{aligned}$$

$C(0)$ → Covariância na origem (var $Z(x)$)
 $C(x_\alpha - x) = C_{\alpha 0}$ → Covariância entre a amostra e o ponto a estimar (x)
 $C(x_\alpha - x_\beta) = C_{\alpha\beta}$ → Covariância entre as amostras

Derivando-se (4.6) com relação ao termo λ^α e igualando-a a zero, obtém-se o sistema de krigagem :

$$\sum_{\beta=1}^n \lambda_\beta^{KS}(x) C(x_\alpha - x_\beta) = C(x_\alpha - x) \quad , \quad \forall \alpha \quad (4.7)$$

Em notação matricial, o sistema da krigagem simples pode ser escrito como:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & C_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ C_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & C_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1^{KS} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \lambda_n^{KS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{10} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ C_{n0} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

O valor da variância de estimativa minimizada ou variância da krigagem simples é dado por:

$$\sigma_{KS}^2(x) = C(0) - \sum_{\beta=1}^n \lambda_\beta^{KS}(x) C(x_\alpha - x) \quad (4.9)$$

O caráter altamente estacionário da krigagem simples não se adapta às tendências locais dos dados, uma vez que se baseia no valor da média m , assumido conhecido e constante em toda a

área. Como esta condição pode não ser localmente representativa, recorre-se à krigagem da média para o estabelecimento de uma média local.

4.3 KRIGAGEM DA MÉDIA

Ao se estimar localmente a média das amostras pela krigagem (Remacre, 1996), tem-se m^* a partir da combinação linear:

$$m^* = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KM} Z_{\alpha} \quad (4.10)$$

Para um erro esperado zero (não-viés), tem-se a seguinte restrição para a soma dos ponderadores:

$$\sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KM} = 1 \quad (4.11)$$

A variância do erro modelado $\text{var}[m - m^*]$ é expressa exclusivamente pela covariância estacionária C entre as amostras α e β :

$$\begin{aligned} \text{var}[m - m^*] &= \text{var}[m^*] \\ &= \text{var}\left[\sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KM} Z_{\alpha}\right] \\ &= \sigma_e^2 \\ &= \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\alpha}^{KM} \lambda_{\beta}^{KM} C(x_{\alpha} - x_{\beta}) \end{aligned} \quad (4.12)$$

A restrição imposta em (4.11) adiciona uma equação a mais do que o número de incógnitas no sistema de equações da krigagem. Para que a minimização da variância do erro seja possível com esta restrição, adiciona-se uma variável denominada de parâmetro de Lagrange (μ):

$$\sigma_e^2 = \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\alpha}^{KM} \lambda_{\beta}^{KM} C(x_{\alpha} - x_{\beta}) + 2\mu_{KM} \left(\sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KM} - 1 \right) \quad (4.13)$$

Derivando (4.13) em relação a λ_{α}^{KM} e igualando-a a zero, obtém-se o sistema de krigagem da média:

$$\begin{aligned} \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta}^{KM} C(x_{\alpha} - x_{\beta}) - \mu_{KM} &= 0, \quad \forall \alpha = 1, \dots, n \\ \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KM} &= 1 \end{aligned} \quad (4.14)$$

que, em notação matricial, fica:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & C_{1n} & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ C_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & C_{nn} & 1 \\ 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1^{KM} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \lambda_n^{KM} \\ -\mu^{KM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Por meio da resolução deste sistema, ou seja, do conjunto de pesos que produzirão uma estimativa não-tendenciosa e de variância mínima do erro, chega-se ao menor valor para esta variância do erro:

$$\begin{aligned}
 \text{var} [m^*] &= \sigma_{KM}^2 \\
 &= \sum_{\alpha=1}^n \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\alpha}^{KM} \lambda_{\beta}^{KM} C(x_{\alpha} - x_{\beta}) \\
 &= \mu_{KM}
 \end{aligned}
 \tag{4.16}$$

Observa-se então que o multiplicador de Lagrange constitui-se na própria variância de estimativa da krigagem da média.

4.4 KRIGAGEM ORDINÁRIA

A substituição da média global m , da krigagem simples (KS), pelo valor m^* , estimado localmente a cada vizinhança de pesquisa pela krigagem da média (KM), caracteriza um novo estimador que Matheron (1971) mostrou ser o da krigagem ordinária (KO), também conhecida como krigagem sem média ou krigagem com média desconhecida (Rivoirard, 1987):

$$Z_{KO}^*(x) = m^* - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KO}(x) [Z(x_{\alpha}) - m^*]
 \tag{4.17}$$

Ao se substituir m^* pela combinação linear (4.10) e, por simplificação, considerar-se a estimativa de um único ponto, obtém-se a seguinte relação entre os ponderadores das krigagens ordinária, da média e simples:

$$\begin{aligned}
 Z_{KO}^*(x) &= \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KM} Z_{\alpha} + \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KS} Z_{\alpha} - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KS} Z_{\alpha} \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KM} Z_{\alpha} \\
 &= \sum_{\alpha=1}^n Z_{\alpha} (\lambda_{\alpha}^{KM} + \lambda_{\alpha}^{KS} - \lambda_{\alpha}^{KS} \lambda_{\alpha}^{KM}) \\
 &= \sum_{\alpha=1}^n Z_{\alpha} [\lambda_{\alpha}^{KS} + \lambda_{\alpha}^{KM} (1 - \lambda_{\alpha}^{KS})] \\
 &= \sum_{\alpha=1}^n [\lambda_{\alpha}^{KS} + \lambda_{\alpha}^{KM} \lambda_m] Z_{\alpha} \\
 Z_{KO}^*(x) &= \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KO} Z_{\alpha}
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

ou seja, cada amostra Z_{α} na krigagem ordinária tem o seu peso composto pelas contribuições implícitas da krigagem simples e da krigagem da média:

$$\lambda_{\alpha}^{KO} = \lambda_{\alpha}^{KS} + \lambda_m \lambda_{\alpha}^{KM} \tag{4.19}$$

O sistema de krigagem ordinária é semelhante ao da krigagem da média, exceto pela existência do ponto a estimar, ausente na krigagem da média.

O sistema de equações da krigagem ordinária é então representado por:

$$\sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta}^{KO} C(x_{\alpha} - x_{\beta}) - \mu = C(x_{\alpha} - x) \quad , \quad \forall \alpha = 1, \dots, n \quad (4.1)$$

$$\sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KO} = 1$$

Em notação matricial, o sistema da krigagem ordinária (4.20) fica:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & C_{1n} & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ C_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & C_{nn} & 1 \\ 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1^{KO} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \lambda_n^{KO} \\ -\mu^{KO} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{10} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ C_{n0} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

A variância da krigagem ordinária é igual a:

$$\sigma_{KO}^2 = C(0) - \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta}^{KO} C(x_{\alpha} - x) + \mu \quad , \quad \forall \alpha = 1, \dots, n \quad (4.3)$$

Entre as variâncias de estimativa dos três tipos de krigagem, tem-se as seguintes relações:

$$\sigma_{KO}^2 = \sigma_{KS}^2 + (\lambda_m)^2 \sigma_{KM}^2 \quad (4.4)$$

Como se observa, a variância da krigagem ordinária é fortemente dependente do conhecimento da média. Ao usar um valor conhecido m por sua estimativa m^* , a krigagem ordinária paga um preço representado pelo parâmetro de Lagrange μ ($\mu_{KO} = \lambda_m^2 \mu_{KM}$).

4.5 CONFIGURAÇÃO COM 3 PONTOS DE DADOS: DISTRIBUIÇÃO DOS PESOS NOS TRÊS TIPOS DE KRIGAGEM.

Com o objetivo de melhor visualizar e compreender os elementos que distinguem cada tipo de krigagem, utilizou-se do programa PLAYERRO de Remacre e Cornetti (UNICAMP), que fornece simultaneamente os ponderadores das amostras dos três tipos de krigagem (simples, da média e ordinária).

Foram utilizadas três configurações de 3 pontos de dados e um ponto a estimar (Figura 4.1); assumido um modelo esférico, isotrópico, de amplitude igual a 2 vezes a distância amostral L ($a=2L$) e sem efeito pepita.

Foi também fixado o valor de 1,1 para o patamar, pois, como ilustrado por Isaaks e Srivastava (1989), este parâmetro não tem nenhum efeito para o peso das amostras. Em lógica semelhante, adotou-se o modelo esférico devido ao seu caráter mais robusto; modelos distintos ofereceriam maior ou menor valorização para as amostras mais próximas, mas não se diferenciariam para ilustrar o comportamento dos três tipos de krigagem na distribuição de pesos.

Na primeira configuração (Figura 4.1A), os 3 pontos de amostras estão à mesma distância do ponto a estimar, distância esta menor do que a amplitude. A amostra P2 fica com um menor peso em função de uma relativa posição de redundância com as amostras P1 e P3 (Figura 4.2)

Observa-se que o peso da média tem um valor insignificante nesta estimativa. Isto advém de a) estarem todas as distâncias estatísticas situadas dentro do alcance, ou seja, em distâncias para as quais as amostras apresentam correlação espacial, e

b) do baixo grau de redundância e/ou uma adequada distribuição espacial destas amostras.

Na segunda configuração, a amostra P3 fica a distâncias iguais ou superiores ao alcance das amostras P1 e P2 (Figura 4.1B). Vê-se então a maior valorização da amostra P3 na estimativa da média, contrastando com o seu peso na krigagem simples. As amostras P1 e P2 têm o mesmo peso, quer na krigagem simples, por estarem a igual distância do ponto a estimar, quer na krigagem da média, por se situarem a distâncias estatísticas da amostra P3 superiores ao alcance (Figura 4.3).

A krigagem ordinária, como resultado de uma krigagem simples mais uma krigagem da média (4.19), distribui, proporcionalmente aos pesos da krigagem da média, o peso da média discriminada na krigagem simples.

Por conseguinte, para uma estimativa com peso da média nulo, a krigagem ordinária se comporta como a krigagem simples, como indicado pela figura 4.2, que mostra uma distribuição semelhante de pesos para um peso da média próximo de zero. Da mesma forma, com peso da média máximo (100%), a krigagem ordinária se comporta exclusivamente como krigagem da média.

Por exemplo, com a amostra P3 acima do alcance para as demais amostras e, principalmente, para o ponto a estimar, configuração C (Figura 4.1C), ela é ponderada exclusivamente para a estimativa da média, com peso nulo na krigagem simples (Figura 4.4). Mas, para uma configuração com as amostras P1 e P2 também acima do alcance do ponto a estimar, ter-se-ia exclusivamente uma krigagem da média.

Mas, independente da configuração geométrica, na situação das interdistâncias entre as amostras e entre estas e o ponto a estimar se situarem acima do alcance, ou seja, na situação de ausência total de correlação (modelo de efeito pepita puro),

todas as amostras vão ter o mesmo peso, com a estimativa se caracterizando como uma simples média das amostras.

A configuração C é ilustrativa também do *modus operandi* da própria krigagem. Uma amostra situada acima do alcance do ponto a estimar (e das demais amostras), mas ainda no raio de investigação, vai contribuir para o estabelecimento da média e será tão valorizada quanto maior o peso da média na estimativa. Esta situação leva ao que se denomina de *screen effect* negativo, com as amostras mais distantes obtendo os maiores pesos para a estimativa da média local.

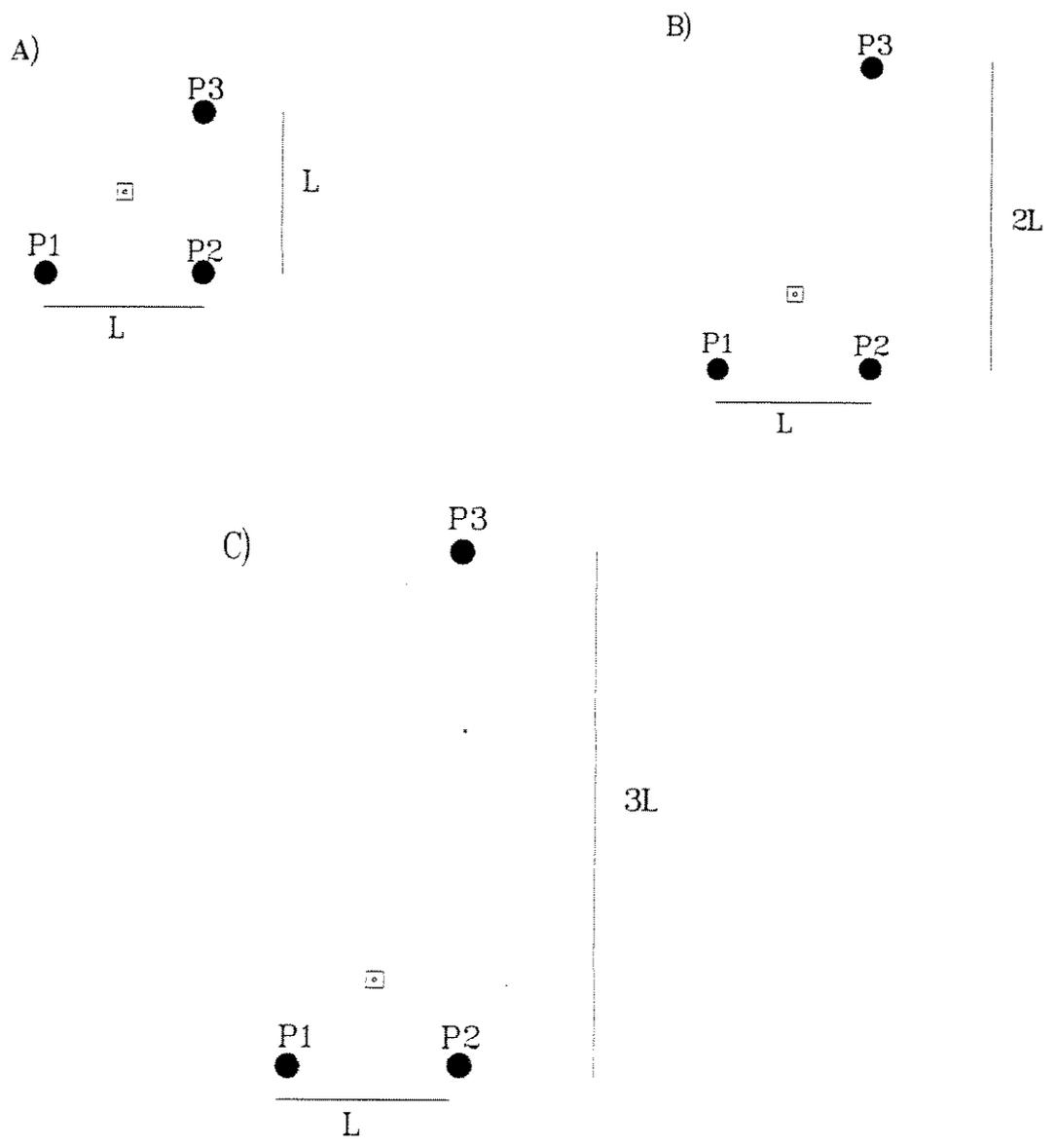


Figura 4.1 - Krigagem com três pontos de dados e alcance = $2L$:
 A) distâncias entre amostras menores do que o alcance ;
 B) também com distâncias entre as amostras maiores ou iguais ao alcance; e C) distância de uma amostra (P3) ao ponto a estimar acima do alcance, mas ainda no raio de investigação ($RI=2L$).

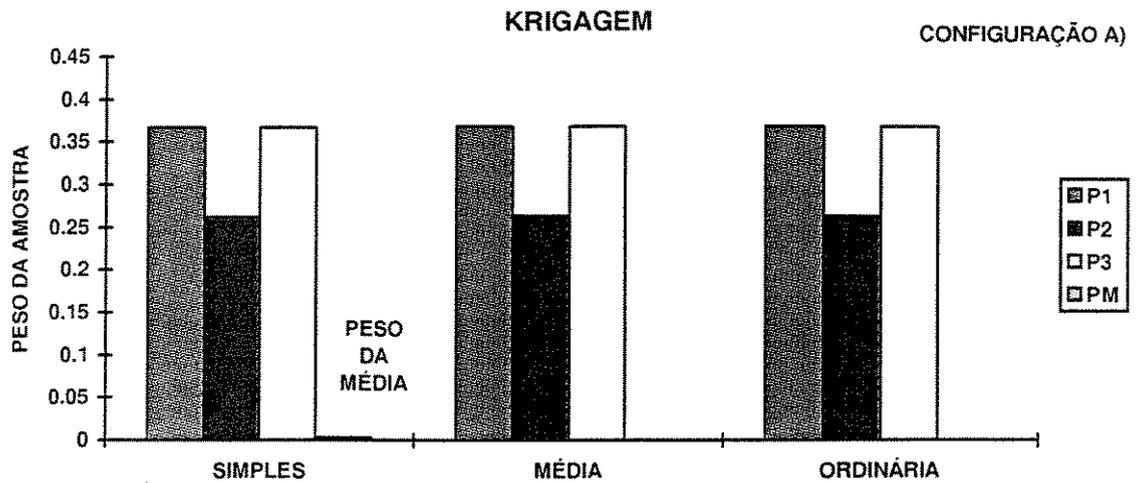


Figura 4.2 - Distribuição dos pesos na krigagem para a configuração A (amostras equidistantes do ponto a estimar).

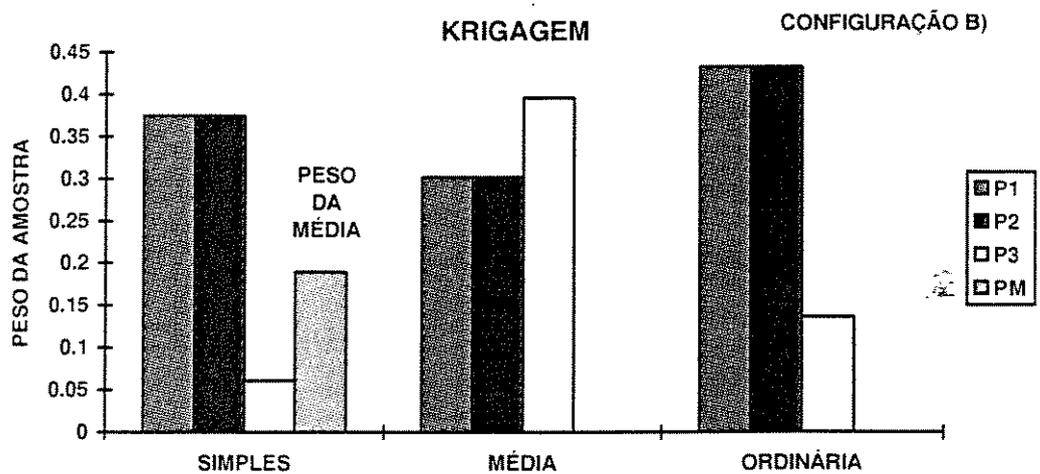


Figura 4.3 - Distribuição de pesos na krigagem para a configuração B (distâncias entre a P3 e as demais amostras acima do alcance, mas ainda no raio de investigação).

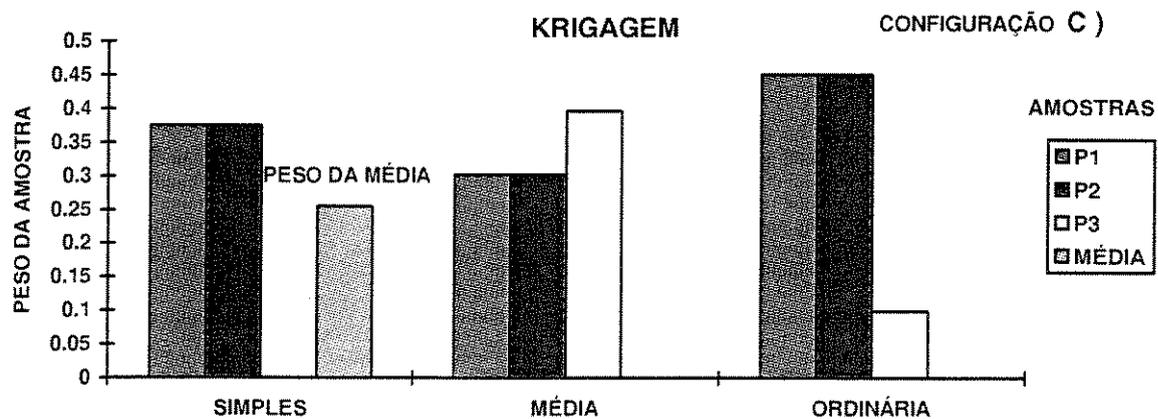


Figura 4.4 - Distribuição de pesos na krigagem para a configuração C (distância entre a amostra P3 e o ponto a estimar maior do que o alcance).

CAPÍTULO 5

COKRIGAGEM

5.1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento do conceito de semivariograma cruzado e o estabelecimento do conjunto de equações de krigagem batizado então de cokrigagem, foi realizado por Matheron (1971), tornando possível, sob um enfoque geoestatístico, a estimativa de uma variável regionalizada a partir de duas ou mais variáveis.

No seu desenvolvimento inicial, a geoestatística multivariada baseou-se na suposição de uma única campanha de amostragem, quando a maioria ou todas as variáveis de interesse têm seus valores medidos para cada ponto de dado. Sendo assim, a estimativa simultânea de várias variáveis em locações não amostradas, além de constituir-se no objetivo principal, guiou também o desenvolvimento da teoria da cokrigagem.

Mas, principalmente na geologia do petróleo, o uso da covariância entre diferentes variáveis ocorre, principalmente, na situação de uma variável ser pouco amostrada mas apresentando correlação com outra variável melhor amostrada. Por exemplo, a espessura de um reservatório, observada diretamente pela informação de poço, estimada pelos dados indiretos fornecidos pela interpretação de dados de uma campanha sísmica 2D ou 3D.

5.2 COVARIÂNCIA CRUZADA

Embora o estabelecimento do modelo estrutural para o comportamento espacial da variável subamostrada seja um problema crítico - e objeto de reflexão para a utilização da geoestatística na geologia do petróleo, o grande entrave para a utilização generalizada da cokrigagem encontra-se ainda na modelagem da covariância cruzada (ou do variograma cruzado), ou seja, na modelagem do comportamento espacial mútuo das variáveis.

Muitas soluções são sugeridas para o estabelecimento da covariância ou do semivariograma cruzado. Normalmente, estas soluções buscam uma simplificação do processo (Clark et al., 1987; Myers, 1983), tentando contornar a subamostragem da variável primária ou o fato das variáveis primária e secundária(s) situarem-se em posições distintas.

O modelo mais utilizado para a covariância cruzada é a seguir apresentado. Adicionalmente, discorre-se sobre um modelo sob critérios puramente subjetivos, o qual, calcado no conhecimento geológico, também se manifesta nos outros modelos de forma mais ou menos evidente.

5.2.1 MODELO TRADICIONAL

Em Matheron (1971), o semivariograma cruzado foi² definido como:

$$\gamma_{z_1 z_2}(h) = 0.5E[(Z_{1i} - Z_{1j})(Z_{2i} - Z_{2j})] \quad (5.1)$$

Z_{1i}, Z_{1j} : valores da variável Z_1 nas locações i e j

Z_{2i}, Z_{2j} : valores da variável Z_2 nas locações i e j

h : $|x_i - x_j|$ ou a distância entre duas amostras.

E : esperança

Além de exigir a presença simultânea das diferentes variáveis nas locações amostrais, na condição de variáveis com correlação negativa, o semivariograma cruzado pode ter valores negativos, ao contrário do semivariograma direto.

Para a garantia da condição de positiva definida do sistema de equações ou da matriz de cokrigagem, durante a modelagem dos três semivariogramas, deve-se ater para a manutenção da seguinte relação:

$$|\gamma_{ij}(h)| \leq \sqrt{[\gamma_i(h) \cdot \gamma_j(h)]} \quad (5.2)$$

onde:

γ_{ij} = variograma cruzado de duas variáveis quaisquer i e j

γ_i = variograma direto da variável i

γ_j = variograma direto da variável j

O modelo para cada um dos semivariogramas amostrais pode consistir de um ou mais modelos básicos, porém o mesmo modelo básico deve aparecer em cada semivariograma direto e no semivariograma cruzado. Isaaks e Srivastava (1989) apresentam o sistema de equações e a forma matricial para as combinações de cada modelo básico no modelo linear de correção regionalização.

5.2.2 CULTURA GEOLÓGICA

Em todos os modelos de fornecimento do grau de correlação ou dependência entre variáveis, a premissa básica é a existência de uma quantidade mínima de pontos amostrais para a variável subamostrada. Com estas condições, aparentemente, fica

muito restrita a utilização da geoestatística na geologia do petróleo, principalmente na fase inicial ou de delimitação dos campos, quando se têm, por exemplo, três ou quatro poços.

Como já referido no capítulo 3 sobre a escolha dos modelos diretos de covariância ou variograma, o que fica implícito no ajuste da função para o variograma experimental é a absoluta responsabilidade do geoestatístico na escolha do modelo da covariância, variograma ou correlograma que melhor represente o padrão da continuidade espacial do fenômeno geológico.

A responsabilidade e a compreensão do efeito desta escolha no processo de estimativa (krigagem ou cokrigagem), analogamente, habilita o geoestatístico a também responder por um modelo baseado exclusivamente em padrões subjetivos.

Por exemplo, ao imprimir parâmetros de modelo obtidos de campos de condições geológicas semelhantes, o geoestatístico está tornando possível a utilização de uma cultura geológica que não tem muitas chances de se manifestar nos processos tradicionais de estimativa.

A organização de um banco de variogramas padrão, catalogados de acordo com a especificidade do sítio geológico, como ambiente e processos deposicionais, profundidade, idade, arcabouço estrutural, diagênese; ou características de obtenção, como distribuição geográfica dos dados, número de dados, campanha de amostragem, etc., poderia dar suporte à escolha de um modelo de continuidade espacial, na geoestatística uni ou multivariada.

5.3 SISTEMAS DE COKRIGAGEM

5.3.1 COKRIGAGEM COM UTILIZAÇÃO TOTAL DOS DADOS SECUNDÁRIOS

Ao se considerar apenas duas variáveis (variável primária e variável secundária), simplificação que será assumida para o restante do trabalho, a estimativa da cokrigagem para a variável primária em qualquer locação não amostrada é dada por:

$$z^*(x) = \sum_{\alpha=1}^{n_1} \lambda_{\alpha} z_1(x_{\alpha}) + \sum_{\beta=1}^{n_2} \eta_{\beta} z_2(x_{\beta}) \quad (5.3)$$

$\lambda_{\alpha} = \lambda(x_{\alpha})$ = ponderador da variável primária Z_1 ;

$\eta_{\beta} = \eta(x_{\beta})$ = ponderador da variável secundária Z_2 ;

n_1 = número de amostras de Z_1 ;

n_2 = número de amostras de Z_2 ;

x_{α} = locação de Z_1 ;

x_{β} = locação de Z_2 .

Assumindo-se a hipótese intrínseca da variância finita para o incremento $Z(\mathbf{x}+\mathbf{h})-Z(\mathbf{x})$ e uma deriva não significativa, esta combinação linear dos valores vizinhos de ambas as variáveis, assim como a da krigagem para uma só variável, estabelece um estimador não-tendencioso e de variância mínima, com os pesos λ_{α} e η_{β} fornecidos pelo sistema de equações da cokrigagem.

Para o algoritmo da cokrigagem clássica (ordinária), o sistema de equações da cokrigagem para o caso de estimativa

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{\beta}^{n_1} \lambda_{\beta} C_{11}(x_{\alpha} - x_{\beta}) + \sum_{\beta}^{n_2} \eta_{\beta} C_{12}(x_{\alpha} - x_{\beta}) - \mu_1 = C_{11}(x_{\alpha} - x) \quad \alpha = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{\beta}^{n_1} \lambda_{\beta} C_{21}(x_{\alpha} - x_{\beta}) + \sum_{\beta}^{n_2} \eta_{\beta} C_{22}(x_{\alpha} - x_{\beta}) - \mu_2 = C_{21}(x_{\alpha} - x) \quad \alpha = 1, 2, \dots, n_2 \\ \sum_{\beta}^{n_1} \lambda_{\beta} = 1 \\ \sum_{\beta}^{n_2} \eta_{\beta} = 0 \end{array} \right. \quad (5.1)$$

C_{11} = covariância da variável Z_1 com ela mesma ;

C_{12} = covariância cruzada da variável Z_1 com a variável Z_2 ;

C_{22} = covariância da variável Z_2 com ela mesma ;

λ_{α} = pesos das amostras z_1 nas posições x_{β} ;

η_{β} = pesos das amostras z_2 ;

Em notação matricial, o sistema da cokrigança ordinária, por exemplo, para 1 dado primário e 3 dados secundários, é representado por:

$$\left[\begin{array}{cccc|cc} C_{11}^{z_1 z_1} & C_{11}^{z_1 z_2} & C_{12}^{z_1 z_2} & C_{13}^{z_1 z_2} & 1 & 0 \\ C_{11}^{z_2 z_1} & C_{11}^{z_2 z_2} & C_{12}^{z_2 z_2} & C_{13}^{z_2 z_2} & 0 & 1 \\ C_{21}^{z_2 z_1} & C_{21}^{z_2 z_2} & C_{22}^{z_2 z_2} & C_{23}^{z_2 z_2} & 0 & 1 \\ C_{31}^{z_2 z_1} & C_{31}^{z_2 z_2} & C_{32}^{z_2 z_2} & C_{33}^{z_2 z_2} & 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right] \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ -\mu_1 \\ -\mu_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{10}^{z_1 z_1} \\ C_{10}^{z_1 z_2} \\ C_{20}^{z_1 z_2} \\ C_{30}^{z_1 z_2} \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

onde:

$C_{11}^{Z_1Z_1}$ = covariância direta da variável primária Z_1 ($C^{Z_1Z_1}$), na distância da amostra 1 com ela mesma, ou seja, na origem ;

$C_{11}^{Z_1Z_2}$ = covariância cruzada das variáveis Z_1 com Z_2 ($C^{Z_1Z_2}$), na origem ;

$C_{12}^{Z_1Z_2}$ = covariância cruzada das variáveis Z_1 com Z_2 ($C^{Z_1Z_2}$), na distância da amostra 1 de Z_1 com a amostra 2 de Z_2 ;

$C_{10}^{Z_1Z_1}$ = covariância direta da variável primária Z_1 na distância da amostra 1 ao ponto a estimar ;

$C_{30}^{Z_1Z_2}$ = covariância cruzada na distância da amostra da variável secundária 3 ao ponto a estimar ;

λ_1 = peso da amostra 1 da variável primária Z_1 ;

η_3 = peso da amostra 3 da variável secundária Z_2 ;

μ = parâmetro de Lagrange

Para a garantia da condição de não-viés, impõem-se as duas condições contempladas nas duas últimas equações de (5.4): soma dos pesos da variável primária igual a um e soma dos pesos da variável secundária igual a zero.

Mas, Isaaks e Srivastava (1989) salientam para a possibilidade de outras condições de não-viés e apresentam a alternativa com uma única condição, em que a soma de todos os pesos é igual a 1.

Esta alteração na cokrigagem ordinária (ou clássica, ou tradicional) conduz à cokrigagem ordinária modificada ou simplesmente cokrigagem modificada. Uma transformação da variável secundária é realizada, levando-a à mesma média da variável primária, conservando porém a sua variância original.

Em termos matriciais, considerando apenas 1 amostra primária e 3 amostras secundárias, a cokrigagem modificada é representada por:

$$\begin{bmatrix} C_{11}^{Z_1Z_1} & C_{11}^{Z_1Z_2} & C_{12}^{Z_1Z_2} & C_{13}^{Z_1Z_2} & 1 \\ C_{11}^{Z_2Z_1} & C_{11}^{Z_2Z_2} & C_{12}^{Z_2Z_2} & C_{13}^{Z_2Z_2} & 1 \\ C_{21}^{Z_2Z_1} & C_{21}^{Z_2Z_2} & C_{22}^{Z_2Z_2} & C_{23}^{Z_2Z_2} & 1 \\ C_{31}^{Z_2Z_1} & C_{31}^{Z_2Z_2} & C_{32}^{Z_2Z_2} & C_{33}^{Z_2Z_2} & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ -\mu_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{10}^{Z_1Z_1} \\ C_{10}^{Z_1Z_2} \\ C_{20}^{Z_1Z_2} \\ C_{30}^{Z_1Z_2} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Semelhantemente a krigagem, ao se admitir uma estacionaridade de caráter mais global para o fenômeno geológico, estabelece-se um único valor para a média, caracterizando assim a cokrigagem simples. O conhecimento prévio da média, como reconhecido em (4.3), constitui-se em si na garantia de uma estimativa geoestatística não-tendenciosa, portanto, sem condições de restrição.

O estimador da cokrigagem simples em termos matriciais, para 1 dado primário e 3 dados secundários, é representado por:

$$\begin{bmatrix} C_{11}^{Z_1Z_1} & C_{11}^{Z_1Z_2} & C_{12}^{Z_1Z_2} & C_{13}^{Z_1Z_2} \\ C_{11}^{Z_2Z_1} & C_{11}^{Z_2Z_2} & C_{12}^{Z_2Z_2} & C_{13}^{Z_2Z_2} \\ C_{21}^{Z_2Z_1} & C_{21}^{Z_2Z_2} & C_{22}^{Z_2Z_2} & C_{23}^{Z_2Z_2} \\ C_{31}^{Z_2Z_1} & C_{31}^{Z_2Z_2} & C_{32}^{Z_2Z_2} & C_{33}^{Z_2Z_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{10}^{Z_1Z_1} \\ C_{10}^{Z_1Z_2} \\ C_{20}^{Z_1Z_2} \\ C_{30}^{Z_1Z_2} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

5.3.2 ALGORITMO COM UTILIZAÇÃO PARCIAL DA VARIÁVEL SECUNDÁRIA.

Apesar de não serem objetos do presente trabalho, são apresentados a seguir, de forma resumida, os algoritmos que fazem uso parcial da variável secundária. Estes algoritmos foram destacados pelas significativas importâncias práticas nos processos de estimativa de uma variável subamostrada.

5.3.2.1 KRIGAGEM COM DERIVA EXTERNA

Este modelo assume que a variável secundária Z_2 reflete o comportamento da média local da variável primária Z_1 ao redor da locação \mathbf{x} , com a estimativa sendo uma combinação linear somente dos valores z_1 (Galli e Meunier, 1987; Deutsch, 1991; Xu et al., 1992). O estimador da krigagem com deriva externa fica semelhante ao da krigagem simples (4.1), com o valor da média esperada de Z_1 , m_1 , fornecida implicitamente a cada ponto a estimar:

$$[Z_1(\mathbf{x})]_{Ext.drift}^* - m_1 = \sum_{\alpha=1}^{n_1} \lambda_{\alpha} [z_1(x_{\alpha}) - m_1] \quad (5.8)$$

O sistema de equações apresenta as duas restrições requeridas para a condição de não-viés, a primeira representando a restrição da krigagem ordinária, e a segunda, a que permite a especificação da deriva externa por Z_2 :

$$\begin{cases} \sum_{\beta=1}^{n_1} \lambda_{\beta} C_1(x_{\beta} - x_{\alpha}) + \mu_1 + \mu_2 z_2(x_{\alpha}) = C_1(x - x_{\alpha}) & \alpha = 1, \dots, n_1 \\ \sum_{\beta=1}^{n_1} \lambda_{\beta} = 1 \\ \sum_{\beta=1}^{n_1} \lambda_{\beta} z_2(x_{\beta}) = z_2(x) \end{cases} \quad (5.9)$$

Em termos matriciais, considerando uma configuração com apenas três pontos de dados para a variável principal:

$$\begin{bmatrix} C_{11}^{z_1 z_1} & C_{12}^{z_1 z_1} & C_{13}^{z_1 z_1} & 1 & z_2^1 \\ C_{21}^{z_1 z_1} & C_{22}^{z_1 z_1} & C_{23}^{z_1 z_1} & 1 & z_2^2 \\ C_{31}^{z_1 z_1} & C_{32}^{z_1 z_1} & C_{33}^{z_1 z_1} & 1 & z_2^3 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ z_2^1 & z_2^2 & z_2^3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{10}^{z_1 z_1} \\ C_{20}^{z_1 z_1} \\ C_{30}^{z_1 z_1} \\ 1 \\ z_2^0 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

onde:

$C_{11}^{z_1 z_1}$, $C_{22}^{z_1 z_1}$ e $C_{33}^{z_1 z_1}$ = covariância de Z_1 , $C_1(0)$;

$C_{12}^{z_1 z_1}$, $C_{13}^{z_1 z_1}$, $C_{21}^{z_1 z_1}$, $C_{31}^{z_1 z_1}$, $C_{32}^{z_1 z_1}$ e $C_{23}^{z_1 z_1}$ = covariâncias de Z_1 para as distâncias entre as amostras, $C_1(h)$;

$C_{10}^{z_1 z_1}$, $C_{20}^{z_1 z_1}$ e $C_{30}^{z_1 z_1}$ = covariâncias de Z_1 na distância entre as amostras e o ponto a estimar;

z_2^1 , z_2^2 e z_2^3 = valores de Z_2 nas posições de Z_1 ;

z_2^0 = valor de Z_2 no ponto a estimar; e

μ_1 e μ_2 = parâmetros de Lagrange.

Portanto, a krigagem com deriva externa não requer a inferência da covariância de Z_2 , $C_2(h)$, e da covariância cruzada, $C_{12}(h)$, ou seja, não se utiliza da relação estatística

entre Z_1 e Z_2 , somente da relação espacial geométrica. Mas necessita, como dado de entrada, dos valores da variável secundária no ponto a estimar e na posição do dado primário.

Este sistema também não leva em consideração a magnitude de Z_2 , somente da forma da superfície do *trend* sugerida pelos dados externos nas n locações dos dados primários. Ou seja, é assumido que a variabilidade espacial da variável secundária $Z_2(\mathbf{x})$ está relacionada linearmente aos *trends* locais da variável primária $Z_1(\mathbf{x})$ — hipótese básica, mas que não possui condições de ser validada no processo de estimativa.

5.3.2.2 COLLOCATED COKRIGAGEM

No universo da cokrigagem, o sistema do *collocated* cokrigagem apresenta-se como uma solução mais simples, retendo em cada locação a ser estimada, apenas a variável secundária *collocated* (Xu et al., 1992; Almeida, 1993).

À este sistema, foi acrescida uma aproximação para a caracterização do comportamento espacial simultâneo de duas variáveis. Consiste da utilização de um modelo do tipo Markov, como apresentada por Xu et al. (1992) e Almeida (1993):

$$E\{Z_2(\mathbf{x}) | z_1(\mathbf{x}), z_1(\mathbf{x}+\mathbf{h})\} = E\{Z_2(\mathbf{x}) | z_1(\mathbf{x})\}, \forall Z_1(\mathbf{x}+\mathbf{h}) \quad (5.11)$$

onde o dado primário $z_1(\mathbf{x})$ anula a influência de qualquer outro dado $z_1(\mathbf{x}+\mathbf{h})$ sobre o dado da variável secundária ou densamente amostrada $Z_2(\mathbf{x})$. A covariância cruzada assume assim a fórmula:

$$C_{12}(h) = \frac{C_{12}(0)}{C_1(0)} C_1(h) , \quad \forall h \quad (5.12)$$

ou

$$\rho_{12}(h) = \rho_{12}(0) \rho_1(h) , \quad \forall h \quad (5.13)$$

com $\rho_1(h) = C_1(h)/C_1(0)$, igual ao correlograma de Z_1 ;
 $\rho_{12}(h) = C_{12}(h)/[C_1(0)C_2(0)]^{1/2}$, igual ao correlograma cruzado Z_1, Z_2 ; e
 $\rho_{12}(0) =$ tradicional coeficiente de correlação entre $Z_1(\mathbf{x})$ e $Z_2(\mathbf{x})$.

Desta forma, para o estabelecimento da covariância cruzada, necessita-se somente das variâncias das próprias variáveis, $C_1(0)$ e $C_2(0)$, e apenas da inferência do modelo de covariância da variável primária (5.12).

Com o modelo de Markov, estabelece-se um modelo de covariância cruzada a partir da covariância direta da variável primária, $C_1(h)$, podendo ser conferido pelo gráfico das covariâncias experimentais diretas e cruzada (Xu et al., 1992):

$$\frac{C_v(h)}{C_v(0)} \cong \frac{C_i(h)}{C_i(0)} , \quad \forall h \quad (5.14)$$

O estimador e o respectivo sistema de *collocated* cokrigagem na sua expressão normalizada ficam então:

$$\frac{z_1^*(x) - m_1}{\sigma_1} = \sum_{\alpha=1}^{n_1} \lambda_{\alpha}^{(1)} \frac{z_1^*(x_{\alpha}) - m_1}{\sigma_1} + \lambda^{(2)} \frac{z_2(x) - m_2}{\sigma_2} \quad (5.15)$$

$$\begin{cases} \sum_{\beta=1}^{n_1} \lambda_{\beta}^{(1)} \rho_1(x_{\beta} - x_{\alpha}) + \lambda^{(2)} \rho_{21}(0) \rho_1(x - x_{\alpha}) = \rho_1(x - x_{\alpha}) & \alpha = 1, \dots, n_1 \\ \sum_{\beta=1}^{n_1} \lambda_{\beta}^{(1)} \rho_{12}(0) \rho_1(x_{\beta} - x) + \lambda^{(2)} = \rho_{12}(0) \end{cases} \quad (5.16)$$

CAPÍTULO 6

ESTUDO DE CONFIGURAÇÕES - EXEMPLOS SINTÉTICOS

6.1 INTRODUÇÃO

Entre os diversos problemas do aproveitamento de uma variável densamente amostrada, por exemplo, um atributo sísmico, para a estimativa de uma variável pontualmente amostrada, por exemplo, um parâmetro de poço, destacam-se a escolha do algoritmo de interpolação e o estabelecimento do variograma cruzado.

No capítulo anterior, foi destacada a dificuldade do estabelecimento da covariância cruzada entre duas ou mais variáveis. Para subsidiar a escolha do algoritmo, foram realizados estudos de configurações à duas e uma dimensão, atendendo-se principalmente à valorização da informação secundária, através da distribuição de pesos, nos tipos de cokrigagem estacionária que se utilizam da totalidade da informação secundária (cokrigagem simples, cokrigagem ordinária e cokrigagem ordinária modificada).

Estes estudos foram realizados buscando-se reproduzir um cenário de amostragem mínima do dado direto, que ocorre tanto nas fases iniciais de conhecimento de uma área, quanto nas várias situações onde a estimativa se processa com poucas amostras, como, por exemplo, nas bordas do domínio.

Inicialmente, foram seguidos os passos do trabalho de Hohn (1988), que comparou a cokrigagem ordinária com a krigagem ordinária, mas num enfoque mais restritivo quanto à subamostragem.

Objetivando melhor explicitar a valorização da variável secundária em função do coeficiente de correlação e, principalmente, da variância a priori relativa entre a variável primária e a secundária, é realizado um exercício com uma configuração de três pontos de dados, semelhante àquela do exercício da krigagem no Capítulo 4.

Da mesma forma, repetindo-se a configuração de Dubrule (1981) quando comparou krigagem com a interpolação por *spline*, um modelo de cokrigagem à 1D é apresentado, com 4 pontos amostrais (4 dados sísmicos e 1 dado de poço). O exercício objetivou a diferenciação dos tipos de cokrigagem tanto por meio do aumento do alcance com relação à distância entre os dados, à semelhança de Dubrule (op. cit.), quanto por meio das mudanças do valor da covariância relativa entre as duas variáveis e do coeficiente de correlação.

6.2 CONFIGURAÇÃO 2D

6.2.1 EXTENSÃO DA CONFIGURAÇÃO DE HOHN

Com o objetivo de se atingir uma ambientação inicial com alguns parâmetros de uma cokrigagem, assim como da importância de uma cokrigagem num cenário de subamostragem, apresenta-se a seguir um resumo do exercício de Hohn (1988) com as suas principais conclusões.

Em uma malha regular de 5x5, com 11 pontos bem amostrados (dados da variável primária e secundária) e 14 pontos subamostrados (somente dados da variável secundária), Hohn (1988) estabeleceu os estimadores para o centro das 16 células (Figura 6.1) e comparou, utilizando as variâncias de estimativa, a cokrigagem com a krigagem ordinária. Utilizando-se de modelos esféricos isotrópicos, foram efetuadas análises de sensibilidade para a variação dos parâmetros coeficiente de correlação e amplitude dos semivariogramas.

Para um coeficiente de correlação máximo ($\rho=1$), a redução da variância de estimativa mostrou-se significativa para as células mal amostradas (Figura 6.2A). Aumentando-se as amplitudes dos semivariogramas diretos e do cruzado, foi observado um maior percentual de redução da variância de estimativa (Figura 6.2B).

Com um baixo coeficiente de correlação ($\rho=0.39$), reduziu-se o ganho da cokrigagem, refletindo a baixa covariância entre as duas variáveis. Mas, com um aumento das amplitudes do semivariograma direto da variável bem amostrada e do semivariograma cruzado, uma melhor qualidade da estimativa pela cokrigagem é observada, mesmo para baixos valores de covariância cruzada (Figura 6.3).

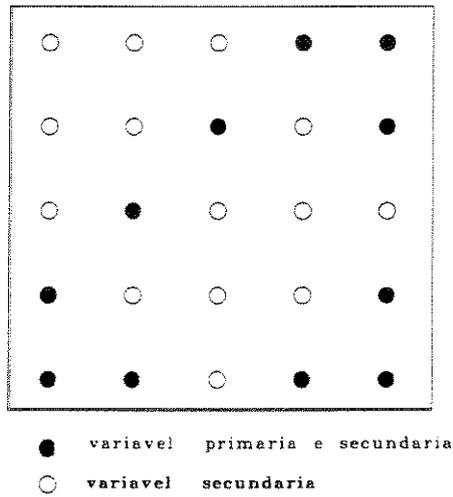


Figura 6.1 - Configuração das variáveis regionalizadas primária e secundária no exercício de Hohn (1988)

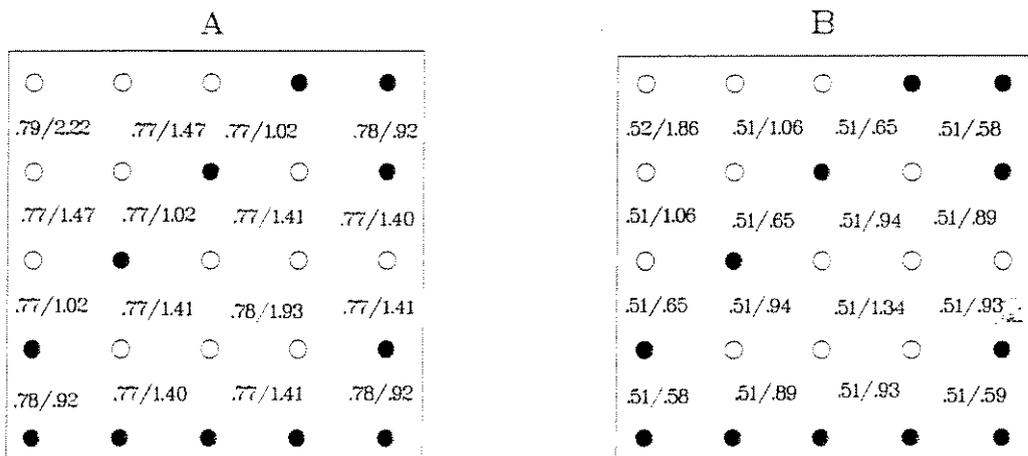


Figura 6.2 - Variância de estimativa: $\sigma_{\text{cok}}^2/\sigma_{\text{kc}}^2$ para coeficiente de correlação igual a 1, A) alcance igual a 2 (duas vezes a distância amostral) e B) alcance igual a 3. (Hohn, 1988).

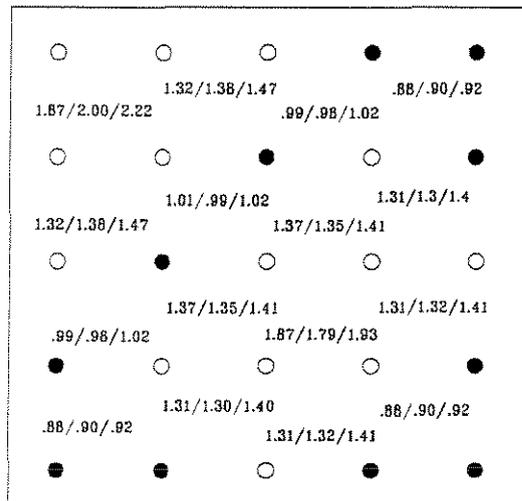


Figura 6.3 - Variância de estimativa da variável primária no centro de cada cela, para coeficiente de correlação muito baixo ($\rho=0,39$). Os valores representam seqüencialmente :

1°) cokrigagem com alcance igual a 3 para os modelos de covariância da variável secundária e da cruzada (igual a três vezes o espaçamento entre pontos ou três vezes o tamanho de um lado da cela (L) em malha regular);

2°) cokrigagem com todos os modelos de covariância com alcances iguais a 2; e

3°) krigagem ordinária com alcance igual a 2. (Hohn, 1988).

6.2.3 CONFIGURAÇÃO 2D PARA 36 DADOS SECUNDÁRIOS E 3 DADOS PRIMÁRIOS

No trabalho de Hohn (1988), apresentado na seção anterior, o autor restringe-se à análise da variância da estimativa da cokrigagem ordinária comparada com a da krigagem ordinária. Independente do valor relativo do critério de avaliação utilizado (Journel e Huijbregts, 1978), subordinado ao modelo e à configuração dos dados, nenhuma consideração é feita ao papel efetivo da variável secundária no estimador da variável primária, assim como também não foi levada em conta a variabilidade relativa entre as variáveis primária e secundária na distribuição de pesos.

Para responder as questões acima, idealizou-se uma configuração de malha regular 6x6, com 36 pontos de dados secundários (sísmicos) e 3 pontos de dados primários (poços), e estudou-se o estimador da variável primária nos centros de cada célula (Figura 6.4).

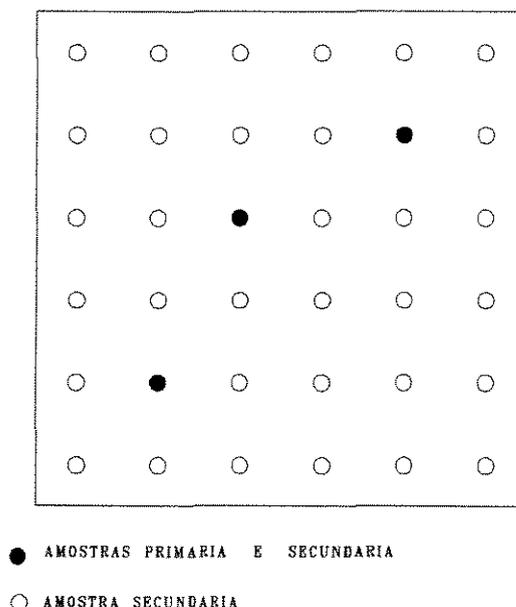


Figura 6.4 - Mapa base dos pontos amostrais do exercício cokrigagem 2D.

6.2.3.1 PREMISSAS BÁSICAS E PARÂMETROS ADOTADOS

Foi adotado um modelo esférico, isotrópico e sem efeito pepita para as covariâncias diretas, $C_{z_1}(\mathbf{h})$ e $C_{z_2}(\mathbf{h})$, e cruzada $C_{z_1z_2}(\mathbf{h})$. E, de maneira a caracterizar uma correlação fraca e uma correlação máxima entre as variáveis primária e secundária, assumiram-se dois valores bem distintos de coeficiente de correlação, respectivamente $\rho=0.39$ e $\rho=1$.

Os valores de covariância foram estabelecidos de forma a:

1) atender aos coeficientes de correlação estabelecidos ($\rho=0,39$ e $\rho=1$):

$$\rho = \frac{C_{z_1z_2}(0)}{\sqrt{C_{z_1}(0)C_{z_2}(0)}} \quad ; \quad \rho = \frac{0,55}{\sqrt{1,1 * 1,8}} = 0,39 \quad (6.1)$$
$$\rho = \frac{1,407}{\sqrt{1,1 * 1,8}} = 1$$

2) satisfazer a restrição quanto ao valor do patamar para a covariância cruzada, de maneira que as equações de cokrigagem não perdessem a propriedade positiva definida (para a solução ser possível e única) e representassem a covariância máxima entre as duas variáveis:

$$\begin{aligned}
|\gamma_{z_1 z_2}(h)| < \sqrt{\gamma_{z_1}(h)\gamma_{z_2}(h)} & \Rightarrow 0,55 < \sqrt{1,1 * 1,8} = 1,407 \\
& \Rightarrow 1,40 < \sqrt{1,1 * 1,8} = 1,407
\end{aligned}
\tag{6.2}$$

Escolhidos os coeficientes de correlação forte ($\rho=1$) e fraco ($\rho=0.39$), estabeleceram-se as covariâncias necessárias para a estimativa (Tabela 6.1), estudando-se então o efeito destes elementos na distribuição de pesos e na variância dos dados estimados.

Foram também estipulados dois raios de investigação (RI) ou de pesquisa:

- 1) RI igual à amplitude, assumida constante e igual a 2 ($a=2=RI$ ou duas vezes o espaçamento entre amostras) e
- 2) RI acima do valor da amplitude ($RI=3 >a=2$).

Tabela 1 - Parâmetros para os exercícios de cokrigagem a 2D.

$\rho=0,39$	Var.Princ. Z_1	Var.Secund. Z_2	Var. Z_1 e Z_2
efeito pepita	0	0	0
patamar	1,8	1,1	0,55
amplitude	2	2	2

$\rho=1$	Var.Princ. Z_1	Var.Secund. Z_2	Var. Z_1 e Z_2
efeito pepita	0	0	0
patamar	1,8	1,1	1,4
amplitude	2	2	2

$\rho=1$	Var.Princ. Z_1	Var.Secund. Z_2	Var. Z_1 e Z_2
efeito pepita	0	0	0
patamar	1,1	1,8	1,4
amplitude	2	2	2

$\rho=0,39$	Var.Princ. Z_1	Var.Secund. Z_2	Var. Z_1 e Z_2
efeito pepita	0	0	0
patamar	1,1	1,8	0,55
amplitude	2	2	2

Apesar de não ter significância para sustentar conclusões de caráter mais geral, foram atribuídos valores diferentes aos pontos de dados. Com esta medida, buscou-se principalmente validar operacionalmente as diversas saídas do programa.

Como elementos expeditos da escolha dos valores, destacam-se a) a repetição de uma estrutura dômica, para uma melhor percepção intuitiva dos valores estimados; b) a manutenção de uma diferença bem caracterizada entre os valores da variável primária (Z_1) e secundária (Z_2), para que fosse observado o recurso de normalização (C/σ) dos algoritmos; e c) as variâncias dos dados secundários e primários bem diferentes de forma a evidenciar a significância de cada variável na média local e, de forma geral, a valorização relativa dos dados secundários ($var_1=16,3$ e $var_2=33,0$) (Figura 6.5).

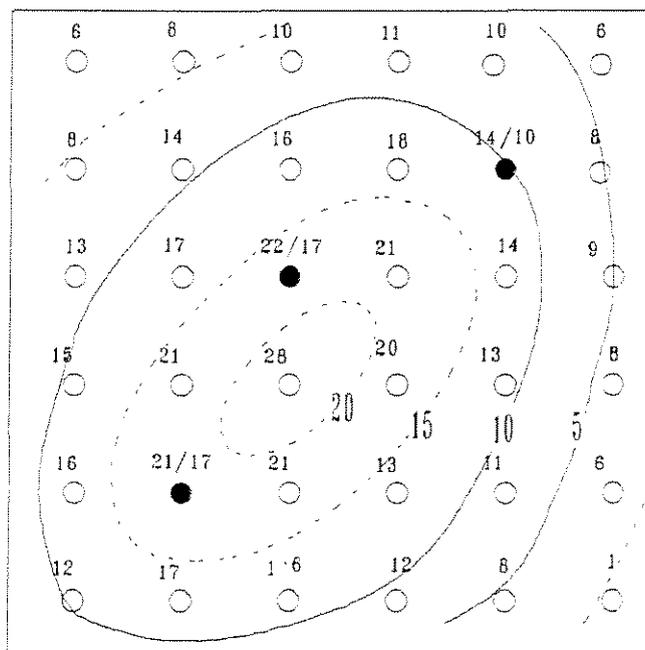


Figura 6.5 - Distribuição espacial dos valores das variáveis primária e secundária, com a idealização do mapa de contorno da variável primária.

6.2.3.2 ALGORITMOS DE COKRIGAGEM UTILIZADOS

Foram aplicados os três tipos de cokrigagem estacionária que se utilizam de forma direta e total a informação secundária, e que estão disponíveis no programa COKB3D da GSLIB, v. 1.4 (Deutsch e Journel, 1992).

Estes algoritmos basicamente distinguem-se entre si pelas condições de não-viés impostas nas matrizes de solução, como já apresentadas no Capítulo 5, ou seja, pela distribuição dos pesos aos dados (primários e secundários) vizinhos à locação a ser estimada (dentro do raio de pesquisa ou de investigação):

1) Cokrigagem Ordinária Tradicional: $\sum_{\alpha=1}^{n_1} \lambda_{\alpha} = 1$ e $\sum_{\beta=1}^{n_2} \eta_{\beta} = 0$

2) Cokrigagem Ordinária Modificada: $\sum_{\alpha=1}^{n_1} \lambda_{\alpha} + \sum_{\beta=1}^{n_2} \eta_{\beta} = 1$

3) Cokrigagem Simples : sem restrições

$\lambda_{\alpha} = \lambda(x_{\alpha})$ = ponderador da variável primária Z_1

$\eta_{\beta} = \eta(x_{\beta})$ = ponderador da variável secundária Z_2

n_1 = número de amostras de Z_1

n_2 = número de amostras de Z_2

Foram destacados dois pontos, estimados em posições limites, para ilustrar a distribuição de pesos para as variáveis primária e secundária situadas dentro dos raios de investigação iguais a 2 e 3 (Figura 6.6).

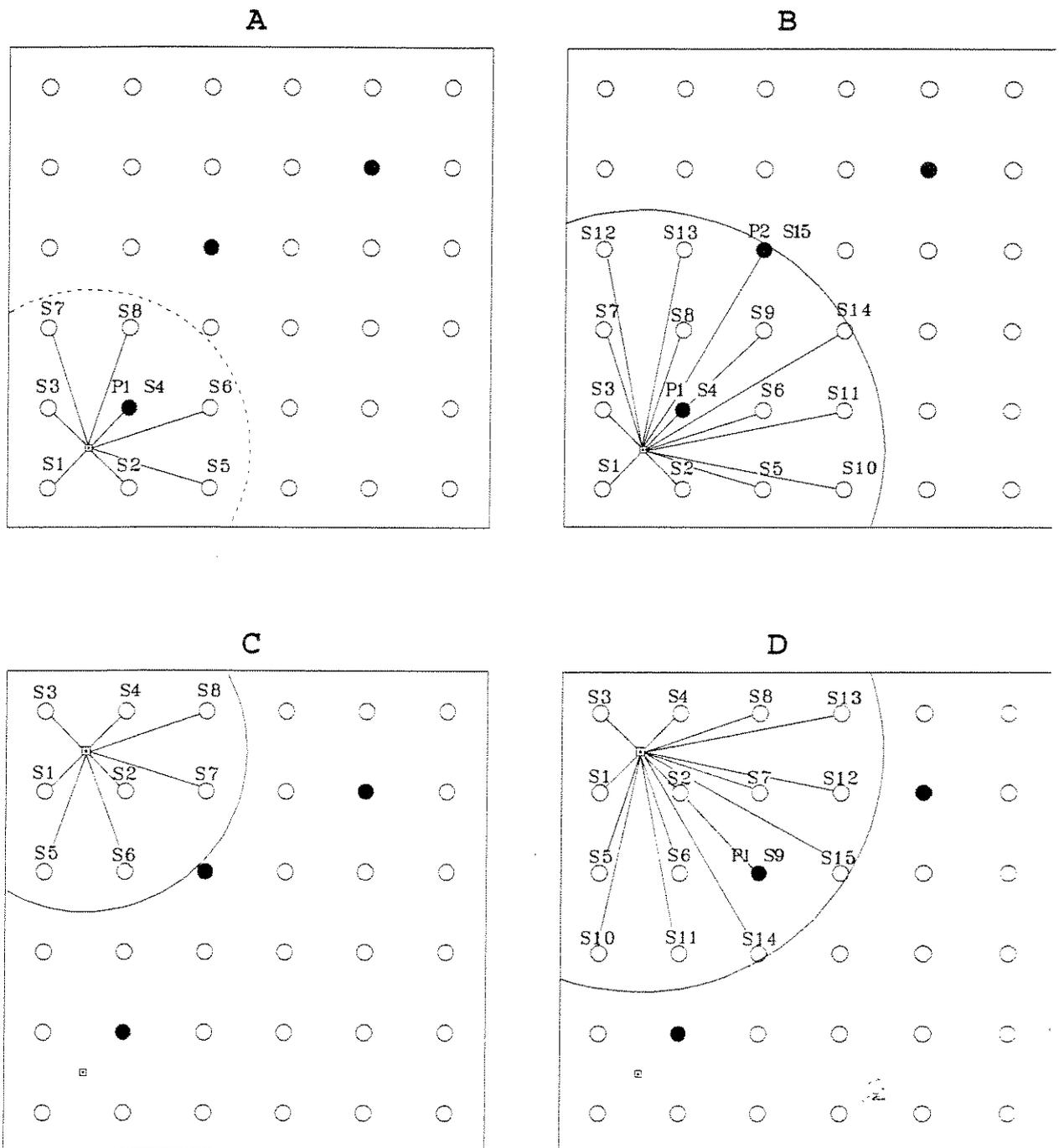


Figura 6.6 - Amostras para a cokrigagem dos pontos $(0,5;0,5)$ e $(0,5;4,5)$:

- A) Ponto $(0,5;0,5)$; raio de investigação igual a 2 ($RI=a=2L$)
- B) Ponto $(0,5;0,5)$; raio de investigação igual a 3 ($RI=3L>a=2$)
- C) Ponto $(0,5;4,5)$; raio de investigação igual a 2 e
- D) Ponto $(0,5;4,5)$; raio de investigação igual a 3

6.2.3.3 CONCLUSÕES

6.2.3.3.a COKRIGAGEM ORDINÁRIA TRADICIONAL

A maior restrição a ser feita ao algoritmo é a de avaliar somente os nós de células que tenham a variável primária Z_1 dentro do raio de investigação. Por exemplo, a ausência de Z_1 para o RI=2 impossibilita a estimativa do ponto (0,5; 4,5) (Figura 6.6C); e também superestima o peso da variável secundária no dado primário (Figuras 6.7 a 6.9).

A valorização da informação secundária é tanto mais significativa quanto menor a sua variância a priori $C_2(0)$ em relação à variância a priori da variável primária $C_1(0)$ e, naturalmente, quanto maior o coeficiente de correlação. Ou seja, na distribuição dos pesos às amostras da variável secundária, uma menor variância de Z_2 , $C_2(0)$, leva a um maior peso de Z_2 . (Figuras 6.7 a 6.9).

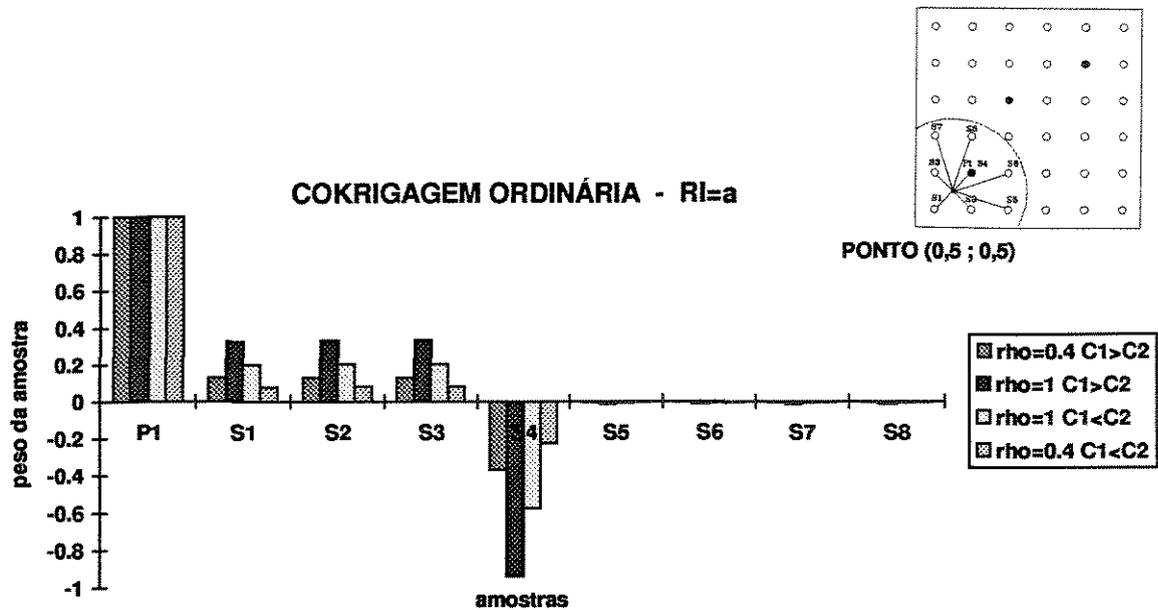


Figura 6.7 - Cokrigagem Ordinária; pesos das amostras na estimativa do ponto (0,5; 0,5) com $RI=a=2L$.

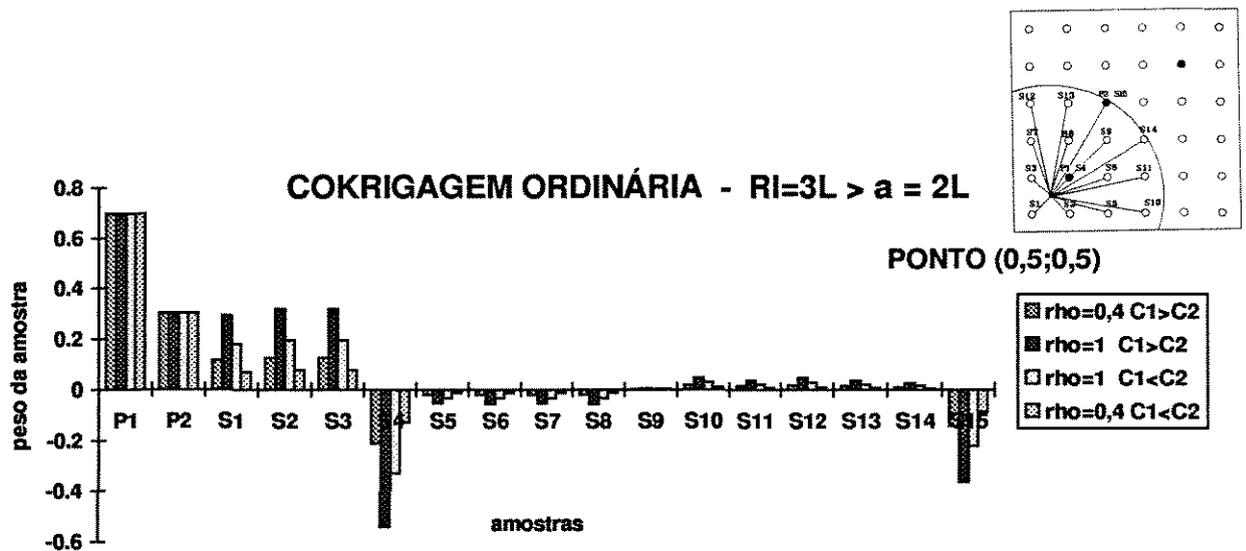


Figura 6.8 - Cokrigagem Ordinária; peso das amostras que participam da estimativa do ponto (0,5; 0,5) para um $RI=3 > a=2$.

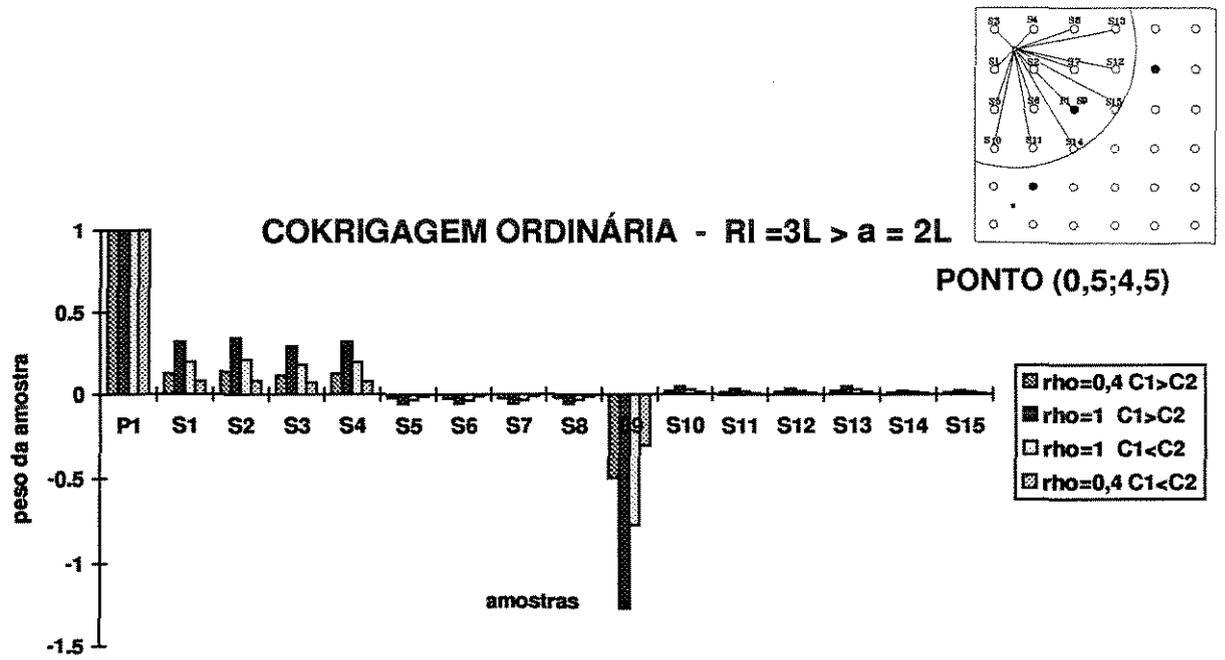


Figura 6.9 - Cokrigagem Ordinária; peso das amostras que participam da estimativa do ponto (0,5; 4,5) com $RI=3>a=2$

Apesar do caráter menos geral e mais particular a este conjunto de dados, ao se analisar as variâncias dos valores estimados (Figura 6.10), conclui-se que, para $\rho=1$, estes valores se aproximam da variância da variável secundária Z_2 , $\text{var}_2=33,0$, quando a variância a priori da variável primária, $C_1(0)$, é maior que a variância a priori da variável secundária, $C_2(0)$; e se aproximam da variância da variável primária Z_1 ($\text{var}_1=16,3$), no caso inverso, ou seja, $C_1(0) < C_2(0)$.

O alto peso da média para um coeficiente de correlação muito baixo, $\rho=0.39$, expressa-se na menor variância dos valores estimados. O aumento do raio de investigação ($RI=3$), englobando um maior número de dados, fato que melhora a estimativa da média em termos de variância de estimativa (Rivoirard, 1987), imprime uma ainda maior suavização nos valores estimados, ou seja, leva a uma menor variância destes valores (Figura 6.10B).

Por outro lado, para um coeficiente de correlação muito alto, $\rho=1$, e para uma distribuição regular de dados (como a configuração do exercício), o aumento da vizinhança quase não se faz sentir na variância dos valores estimados (Figura 6.10A e B). Isto deve-se ao baixo peso da média para esta condição e, naturalmente, de uma regular e suficiente densidade de amostras (Figura 6.6).

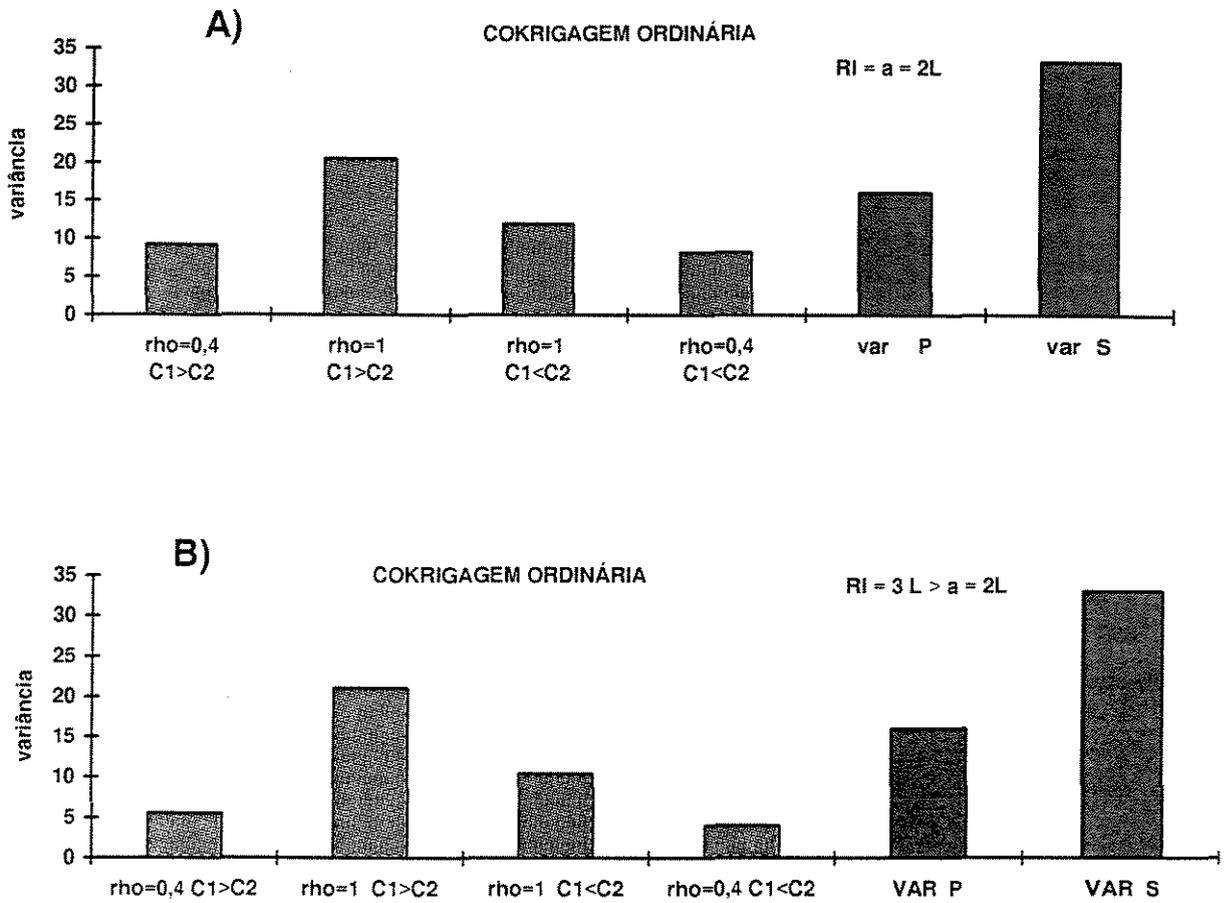


Figura 6.10 - Variância dos valores dos pontos estimados na cokrigagem ordinária A) $RI=a=2L$ e B) $RI=3L > a = 2L$.

6.2.3.3.b COKRIGAGEM ORDINÁRIA MODIFICADA

Para altos coeficientes de correlação, $\rho=1$, a menor variância a priori de Z_1 com relação a Z_2 , $C_1(0) < C_2(0)$, valoriza de forma acentuada o dado primário z_1 assim como o dado secundário *collocated* z_2 (Figuras 6.11 a 6.13), mesmo para as amostras acima do alcance de Z_1 (amostras P2 e S15 na figura 6.12, e P1 e S9 na figura 6.13).

Inversamente, o dado z_1 tem o seu peso significativamente diminuído para uma maior variância de Z_1 , atingindo valores nulos e negativos quando situados acima do alcance de Z_1 (amostra P2 na figura 6.12 e P1 na figura 6.13).

Na ausência de Z_1 , quanto menor a variância de Z_2 , $C_2(0)$, maior a valorização dos dados z_2 mais próximos, independente do coeficiente de correlação (Figura 6.14).

Para $\rho=0,39$, no cenário de subamostragem considerado, a informação do dado primário z_1 é, naturalmente, mais valorizada dentro dos limites do alcance. Mas, para as posições além do alcance e dentro do raio de investigação, ou seja, para as amostras ponderadas exclusivamente para estimativa da média, estas amostras primárias têm somente uma maior valorização quando associadas à presença da amostra secundária colocada e a variável primária apresenta uma menor covariância direta (amostras P2 da figura 6.12 e P1 da figura 6.13).

As amostras mais afastadas passam a ter maiores pesos relativos quando se passa de $\rho=1$ para $\rho=0,39$. A maior aleatoriedade da distribuição dos valores de Z_1 em relação a Z_2 , leva a um maior peso da média, o que valoriza as amostras

posicionadas acima do alcance e dentro do raio de investigação (Figuras 6.11 a 6.14).

Devido à presença da informação secundária, este algoritmo avalia todos os pontos, independente da existência da informação primária no raio de investigação, ao contrário da cokrigagem ordinária tradicional. (Figura 6.14)

Ao se observar a figura 6.15A, na condição de correlação máxima, $\rho=1$, e $C1 < C2$ para $RI=2$, destaca-se a variância dos pontos estimados ($VAR^*_1 = 77$) acima da variância a priori dos valores originais da variável secundária ($VAR^*_1 = 33$).

6.2.2.3.b.1 TRANSFORMAÇÃO DA VARIÁVEL SECUNDÁRIA

Para manter uma única condição de não-tendenciosidade (não-viés), isto é, o somatório dos pesos das amostras da variável primária mais o somatório dos pesos das amostras da variável secundária somar um, $\sum \lambda + \sum \eta = 1$, uma pequena alteração é feita no estimador da cokrigagem ordinária. Os valores z_2 são ajustados por uma constante de tal forma que a média de z_2 seja igual à média global atribuída a z_1 (Isaaks e Srivastava, 1989):

$$Z_1^*(x) = \sum_{\alpha=1}^{n_1} \lambda_{\alpha} Z_1(x_{\alpha}) + \sum_{\beta=1}^{n_2} \eta_{\beta} [Z_2(x_{\beta}) - m_{Z_2} + m_{Z_1}] \quad (6.3)$$

$\lambda_{\alpha} = \lambda(x_{\alpha})$ = ponderador da variável primária Z_1

$\eta_{\beta} = \eta(x_{\beta})$ = ponderador da variável secundária Z_2

n_1 = número de amostras de Z_1

n_2 = número de amostras de Z_2

x_{α} = locação de Z_1

x_{β} = locação de Z_2

m_{Z_1} = média atribuída de Z_1

m_{Z_2} = média atribuída de Z_2

A cokrigagem modificada recebe então previamente as médias das variáveis primária e secundária, mas estes valores funcionam apenas na transformação da variável secundária, havendo, à semelhança da cokrigagem ordinária, o cálculo da média local a cada ponto a estimar.

Em cenário de amostragem extensiva, conforme sugerem Isaaks e Srivastava (1989), as médias para a transformação podem ser obtidas a partir da simples média aritmética dos dados primários e dos correspondentes dados secundários amostrados nas mesmas posições do dado primário (*collocated*). Mas, e numa condição de amostragem super reduzida para a amostragem primária? Qual a significância destas médias atribuídas para a qualidade da estimativa, tanto no aspecto relativo das variâncias de estimativa, quanto no valor absoluto dos pontos estimados?

Caso se queira contornar a subamostragem, com a imposição da média para a variável primária (e/ou secundária), chama-se a atenção para o processo de transformação que, apesar de manter a variância original dos dados secundários, é bastante sensível aos valores das médias globais atribuídas a ambas variáveis.

Na Tabela 6.2, restrita à condição de $\rho=1$ e $C_1 < C_2$, encontra-se a estatística dos valores dos pontos estimados para diferentes médias globais atribuídas a Z_1 e Z_2 . Por exemplo, no caso da média global atribuída a Z_2 ser maior do que a média original dos dados de Z_2 , a média dos valores transformados de Z_2 fica abaixo da média global atribuída a Z_1 , e vice-versa.

Tabela 6-2 - Estatística dos valores dos pontos estimados para diferentes médias atribuídas às variáveis primária e secundária na cokrigagem modificada para $\rho=1$, $C1 < C2$ e $RI=2$.

med ₁	5,0	8,0	10,0	5,0	12,0	7,0
med ₂	13,5	13,5	13,5	15,0	15,0	10,0
med [*] ₁	12,49	13,45	11,44	12,88	11,33	11,33
VAR [*] ₁	42,85	77,30	15,72	51,99	14,13	14,13
MED _{2trans}	4,94	7,94	9,94	3,44	10,44	10,44
f						
VAR _{2trans}	32,08	32,08	32,08	32,08	32,08	32,08
f						

med₁ = média atribuída à variável primária.

med₂ = média atribuída à variável secundária

med^{*}₁ = média dos pontos estimados.

VAR^{*}₁ = variância dos pontos estimados.

MED_{2trans} = média da variável secundária normalizada.

VAR_{2trans} = variância da variável secundária normalizada.

13,4 = média dos dados da variável secundária

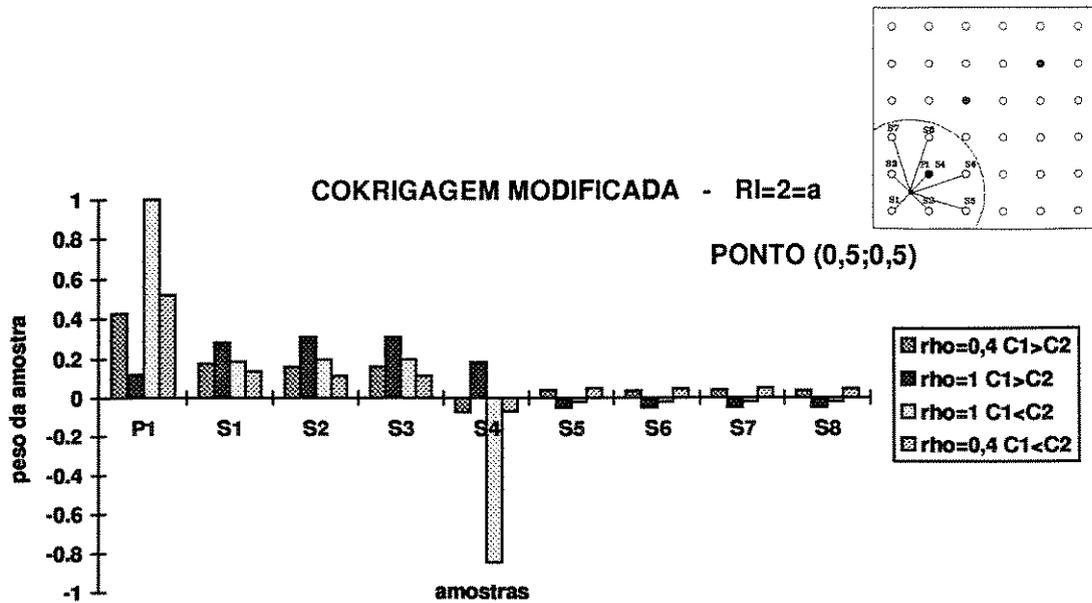


Figura 6.11 - Cokrigagem Modificada; peso das amostras que participam da estimativa do ponto (0,5;0,5) com $RI=2=a$.

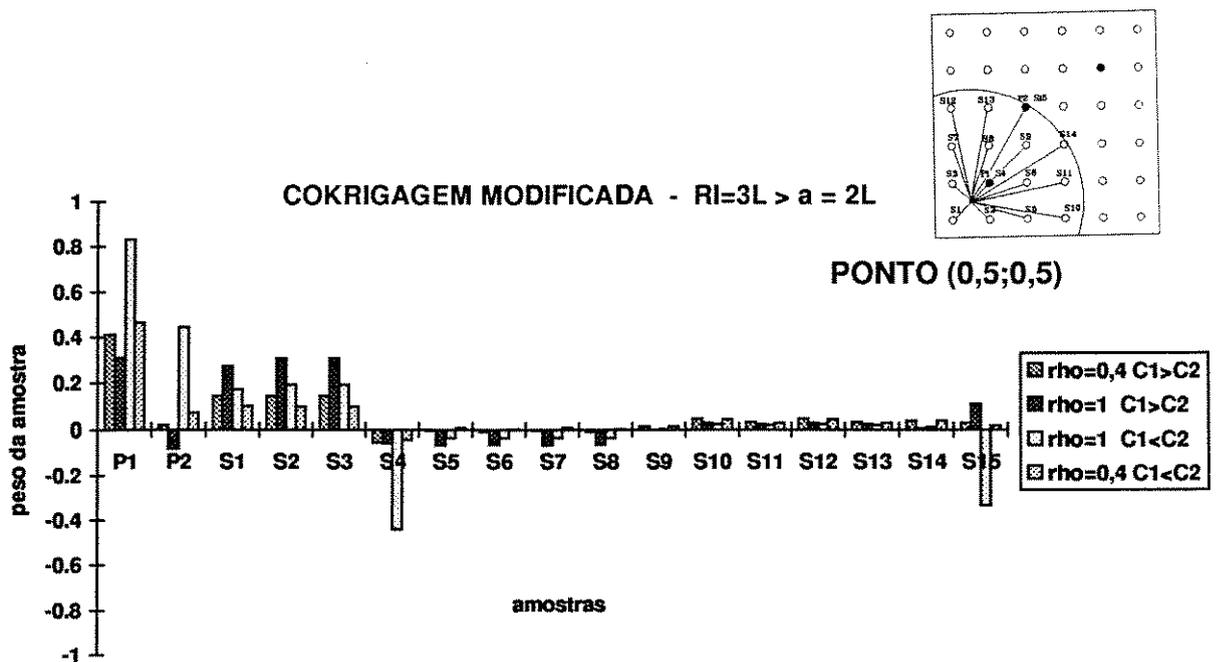


Figura 6.12 - Cokrigagem Modificada; peso das amostras que participam da estimativa do ponto (0,5;0,5) com $RI=3 > a=2$.

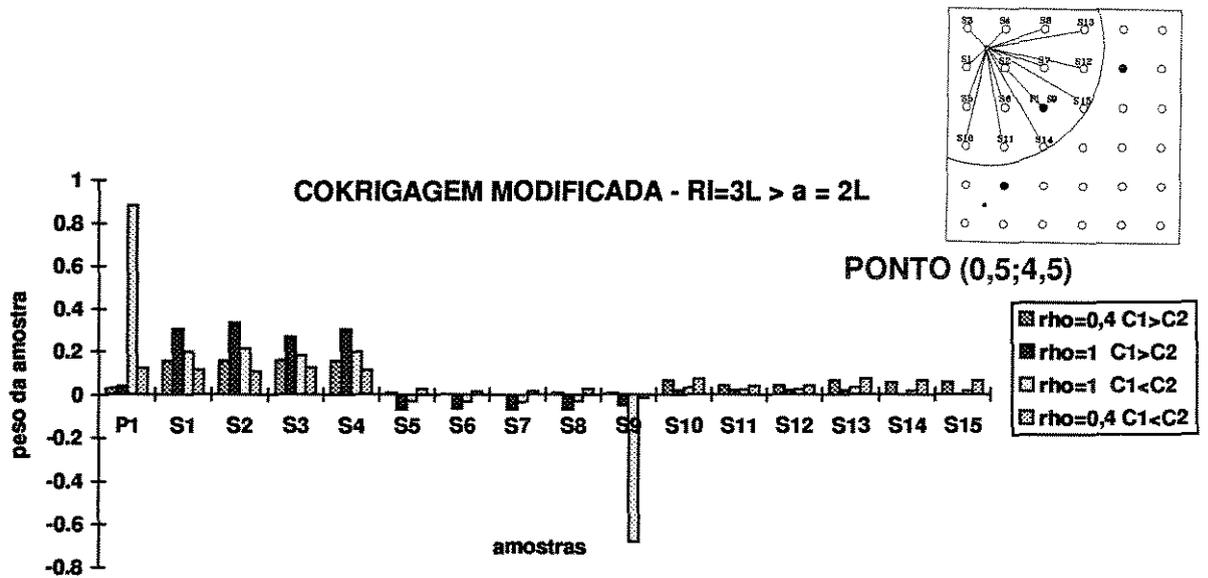


Figura 6.13 - Cokrigagem Modificada; peso das amostras que participam da estimativa do ponto (0,5;4,5) com $RI=3 > a=2$.

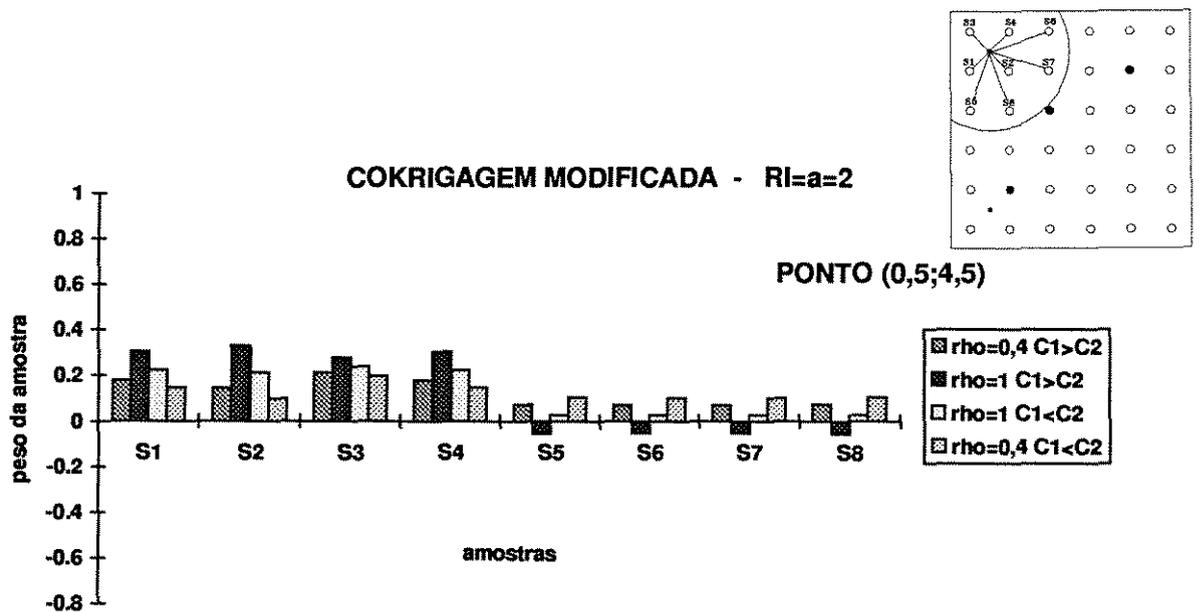


Figura 6.14 - Cokrigagem Modificada; peso das amostras que participam da estimativa do ponto (0,5;4,5) com $RI=a=2$.

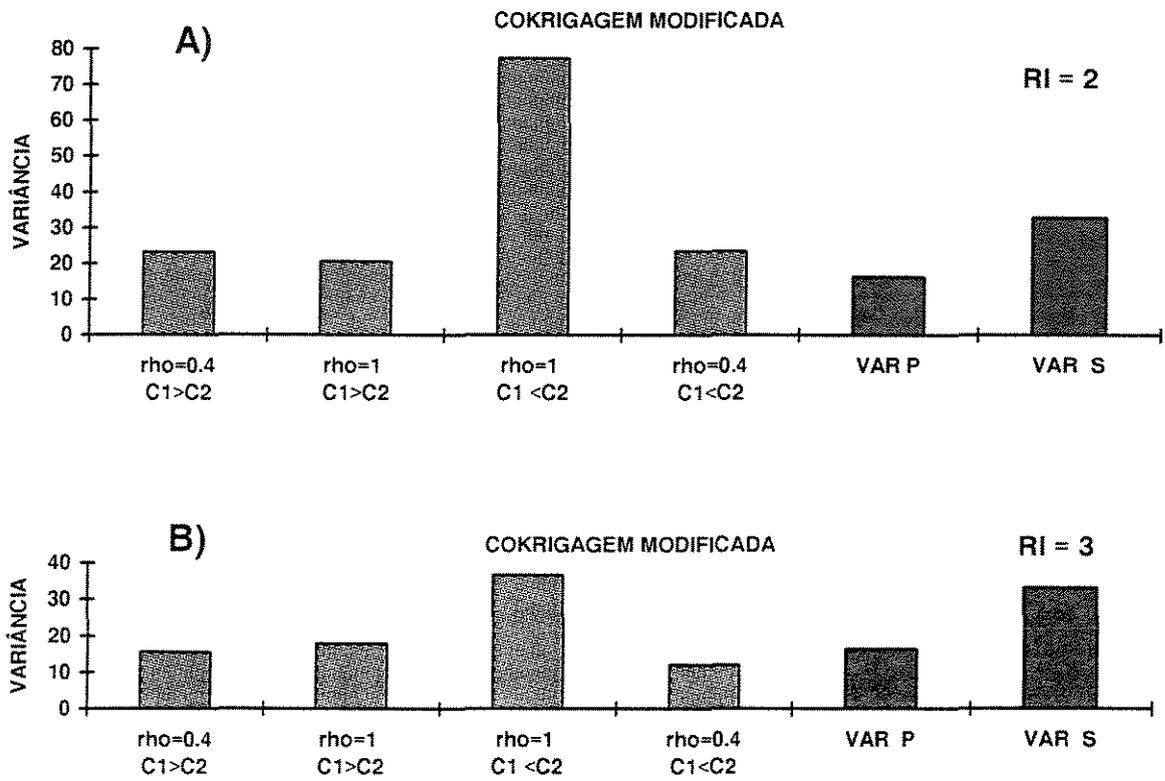


Figura 6.15 - Cokrigagem Modificada; variância dos valores dos pontos estimados para A) $RI=a=2$ e B) $RI=3L>a=2L$.

6.2.3.3.c COKRIGAGEM SIMPLES

Como dados de entrada devem ser fornecidas as médias para as variáveis primária e secundária, o que torna estas médias de caráter global, ao contrário das cokrigagens ordinária tradicional e modificada, calculadas dentro do raio de investigação a cada ponto a estimar.

Ao se analisar o estimador da cokrigagem simples:

$$Z_1^*(x) = m_1 + \left[\sum_{\alpha=1}^{n_1} \lambda_{\alpha} (Z_1(x_{\alpha}) - m_1) + \sum_{\beta=1}^{n_2} \eta_{\beta} (Z_2(x_{\beta}) - m_2) \right] \quad , \quad (6.4)$$

onde

$\lambda_{\alpha} = \lambda(x_{\alpha})$ = ponderador da variável primária Z_1 ;

$\eta_{\beta} = \eta(x_{\beta})$ = ponderador da variável secundária Z_2 ;

n_1 = número de amostras de Z_1 ;

n_2 = número de amostras de Z_2 ;

x_{α} = locação de Z_1 ;

x_{β} = locação de Z_2 ;

m_1 = média atribuída da variável primária ; e

m_2 = média atribuída da variável secundária ;

percebe-se mais facilmente a significância do peso da média na valorização dos dados e, por conseguinte, para a própria estimativa.

Considerando-se a cokrigagem simples como uma extensão da krigagem simples que inclui dados do tipo secundário, o cálculo

do peso da média dar-se-á de forma semelhante ao da krigagem (Capítulo 4):

$$\text{Soma dos pesos das médias} = 1 - (\sum \lambda_{\alpha} + \sum \eta_{\beta}) \quad (6.5)$$

Desta forma, por meio da cokrigagem simples, fica evidenciada a significância do peso da média e a importância do estabelecimento da covariância cruzada (ou ρ_{12}) para a cokrigagem de forma geral.

O peso que recebe a média — soma dos pesos das médias de Z_1 e Z_2 , reflete a maior ou menor variabilidade espacial assumida, seja para as variáveis separadamente (C_1 e/ou C_2), seja para a variabilidade espacial mútua de Z_1 e Z_2 (C_{12}). Um menor peso da média é observado quando $C_1 > C_2$, atingindo valores ainda menores quanto maior o coeficiente de correlação (Figuras 6.16 a 6.19).

Na cokrigagem simples o dado z_1 só tem significância caso se situe nos limites do alcance. Mesmo que ocorra dentro do raio de investigação mas além do alcance, situação em que a amostra seria ponderada para o cálculo da média nas cokrigagens ordinária e modificada, na cokrigagem simples, z_1 tem peso nulo (amostras P2 na figura 6.18 e P1 na figura 6.19).

O aumento do raio de investigação na cokrigagem simples, para uma configuração das amostras única e regular (Figura 6.6), e pelo fato do alcance coincidir com o menor raio de investigação, tem pequeno reflexo na distribuição de peso às amostras (comparar figuras 6.16 e 6.18, e figuras 6.17 e 6.19).

As amostras primárias assim incorporadas, por se situarem acima do alcance e também em decorrência de serem as interdistâncias entre estas amostras maiores que o alcance, têm

peso nulo. O significativo número de amostras secundárias agregadas, apesar de também situadas acima do alcance com relação ao ponto a estimar, são valorizadas por se situarem aquém do alcance com relação às amostras mais próximas do ponto a estimar.

Portanto, a qualidade da estimativa neste exercício, sob o enfoque da configuração das amostras e seu reflexo no peso da média, mantém-se praticamente a mesma com o aumento do raio de investigação. O fato da variância dos valores dos pontos estimados se manter praticamente a mesma ao se passar de $RI=2$ para $RI=3$, reforça as considerações acima (Figura 6.20).

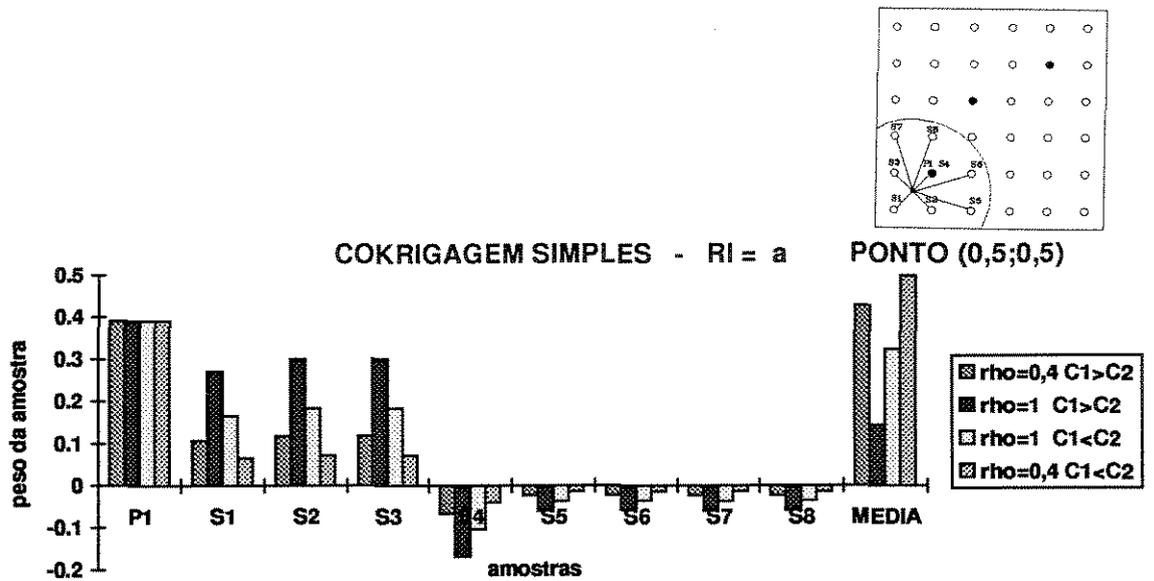


Figura 6.16 - Cokrigagem Simples; peso das amostras que participam da estimativa do ponto (0,5;0,5) com RI=a=2.

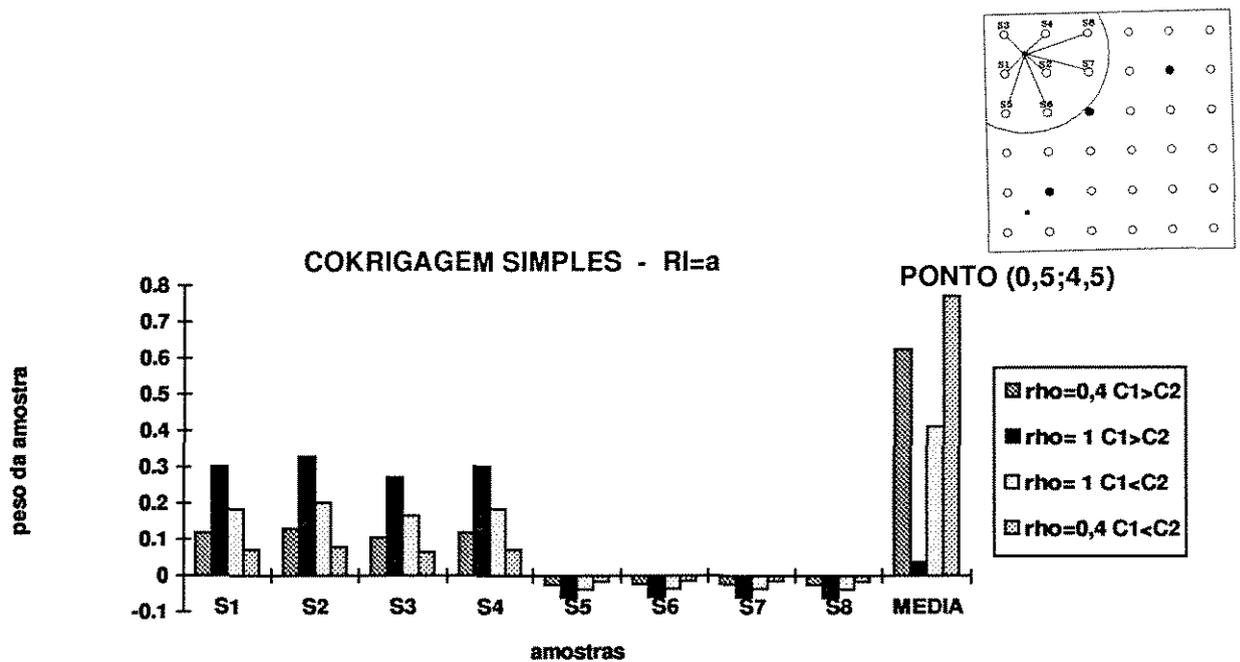


Figura 6.17 - Cokrigagem Simples; peso das amostras que participam da estimativa do ponto (0,5;4,5) com RI = a = 2.

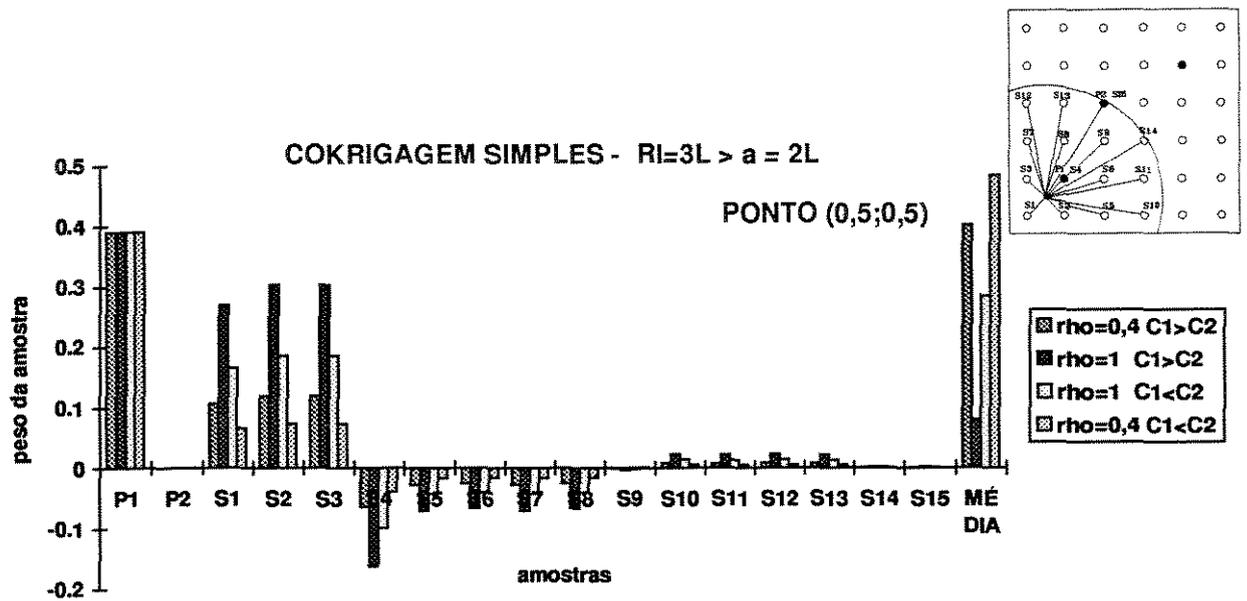


Figura 6.18 - Cokrigagem Simples; peso das amostras que participam da estimativa do ponto (0,5;0,5) com $RI=3 > a = 2$.

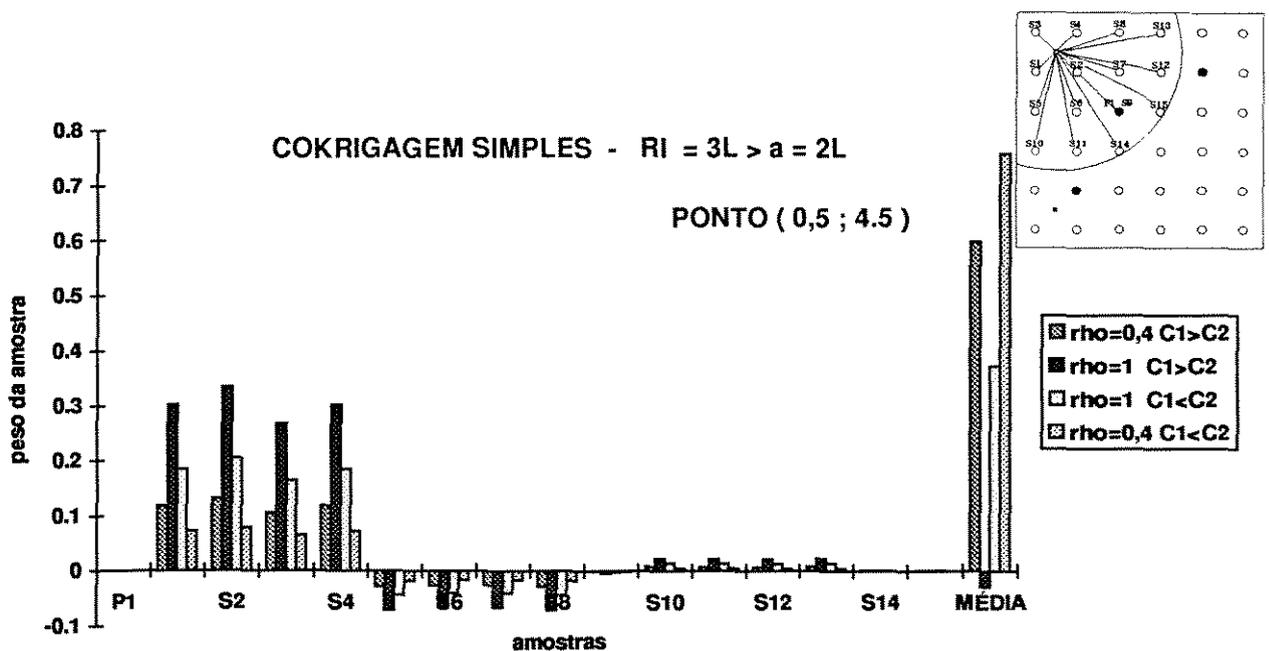


Figura 6.19 - Cokrigagem Simples; peso das amostras que participam da estimativa do ponto (0,5;4,5) com $RI=3 > a=2$.

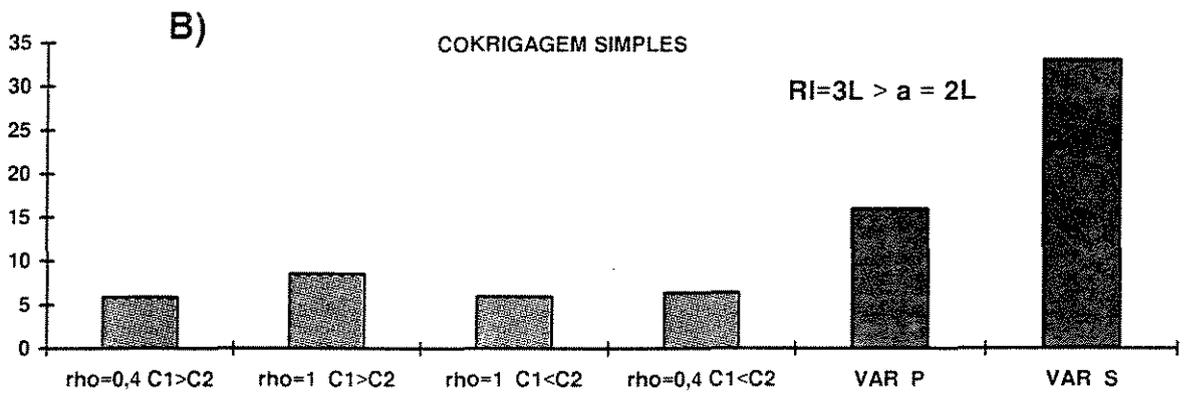
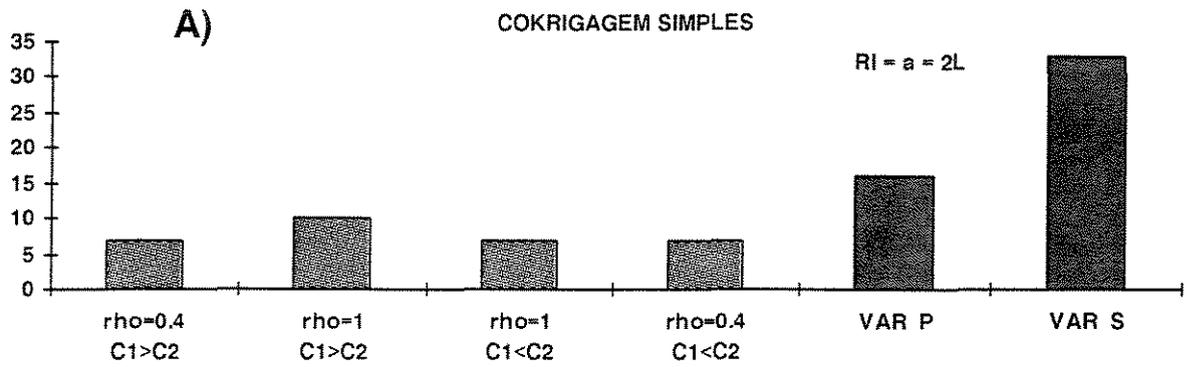


Figura 6.20 - Cokrigagem Simples; variância dos valores dos pontos estimados. A) $RI = a = 2L$ e B) $RI = 3L > a = 2L$.

6.2.4 CONFIGURAÇÃO 2D COM 3 DADOS SECUNDÁRIOS E 1 DADO PRIMÁRIO

Com o objetivo de melhor explicitar a valorização da variável secundária em função do coeficiente de correlação ρ , principalmente, da variância a priori relativa entre a variável primária e a secundária $C_1(0) > C_2(0)$ e $C_1(0) < C_2(0)$, ou, de forma simplificada, $C_1 > C_2$ e $C_1 < C_2$, foi realizado o exercício de cokrigagem com apenas 3 dados secundários e 1 dado primário colocado.

6.2.4.1 PREMISSAS BÁSICAS E PARÂMETROS ADOTADOS.

Utilizou-se uma distribuição de dados semelhante àquela do exercício de krigagem no Capítulo 4 (Figura 6.21).

Os mesmos parâmetros do exercício anterior foram mantidos, ou seja, modelo esférico, sem efeito pepita, isotrópico, alcances iguais a 2 ($a=2$), raio de pesquisa igual a 2 ($RI=2$), $\rho=0.4$ e $\rho=1$, nos três tipos de cokrigagens estacionárias com utilização total da variável secundária (ordinária, ordinária modificada e simples).

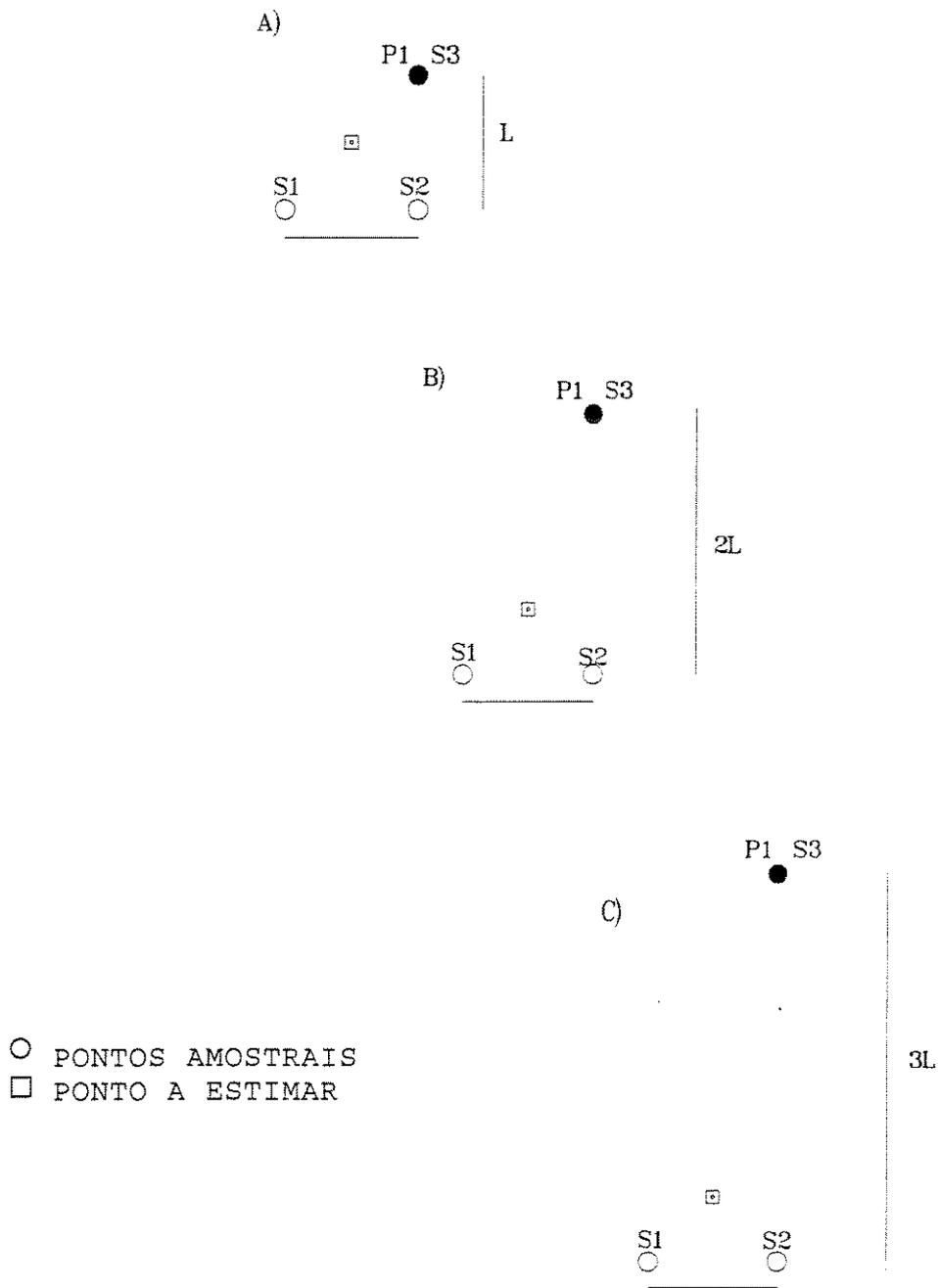


Figura 6.21 - Configuração do exercício de cokrigagem com 3 dados secundários e 1 dado primário. A) amostras equidistantes do ponto a estimar e distâncias menores do que o alcance ($a > L$); B) com distâncias entre as amostras maiores ou iguais ao alcance ($a \leq L$); e C) distância de uma amostra (P_3) ao ponto a estimar acima do alcance, mas ainda no raio de investigação.

6.2.4.2 CONCLUSÕES

Independente do tipo de cokrigagem utilizado - que vai valorizar mais ou menos o dado primário e o dado secundário colocado, e independente do coeficiente de correlação, uma menor variância *a priori* da variável secundária, $C_2(0)$, leva a um maior peso para a informação secundária.

Isto representa uma posição estatisticamente mais próxima para as amostras da variável secundária, seja nas distâncias entre amostras (matriz $C_{\alpha\beta}$), seja nas distâncias entre as amostras e o ponto a estimar (matriz $C_{\beta 0}$).

Por exemplo, numa mesma distância h menor que o alcance, duas funções variograma de mesmo alcance ($a=2$) e de patamares diferentes (1,8 e 1,1), atingirão variabilidades distintas. A função de maior patamar [$1,8 = C(0)$], atinge na distância estatística de $h=0,87$ uma variabilidade espacial só atingida pela função com patamar igual a 1,1 na distância de $h=2=a$ (Figura 6.22).

A amostra secundária S2 na configuração A, figura 6.21a, com amostras equidistantes do ponto a estimar, mostra-se sistematicamente com menor peso que a amostra S1. Isto decorre da posição de relativa redundância da amostra S2 com as amostras S1 e S3 (P1) (Figura 6.23).

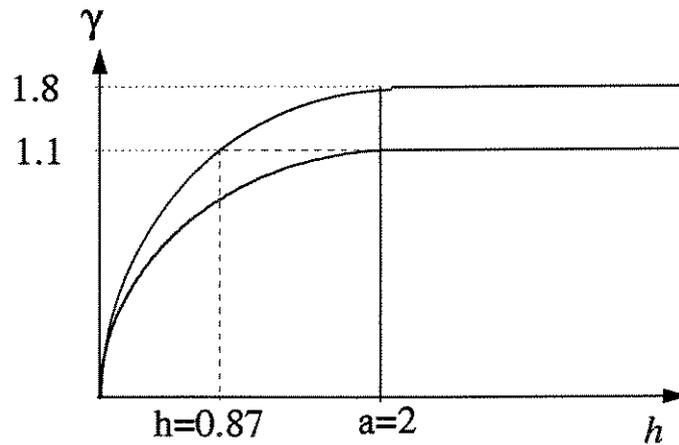


Figura 6.22 - Variabilidades distintas para uma mesma distância geométrica; exemplo de duas funções de mesmo modelo e de mesmo alcance.

Na configuração B, figura 6.21b, o baixo peso da amostra primária P1 e o valor quase nulo para a amostra S3 na cokrigagem simples - em qualquer condição de variabilidade espacial para as variáveis primária ou secundária, direta ou cruzada (Figura 6.24), revela que a importância destas amostras para os outros tipos de cokrigagem decorre, principalmente, das condições de restrição e da matriz de covariância (ou semivariograma) entre as amostras ($C_{\alpha\beta}$), responsável pela ponderação na cokrigagem da média.

Naturalmente, estas amostras, P1 e S3 na cokrigagem modificada e S3 na cokrigagem ordinária, são significativamente mais ou menos valorizadas dependendo também dos valores de variabilidades individuais e conjunta para as variáveis primária e secundária (Figura 6.24).

Mesmo para as situações de correlação máxima ($\rho=1$), um maior peso da média é discernido na cokrigagem simples para $C1 < C2$ (Figuras 6.24C e 6.24D). Isto advém da posição espacial da amostra P1, numa distância quase no limite de correlação com o ponto a estimar, e a maior variabilidade relativa da

variável secundária, tornando as amostras S1 e S2 'geoestatisticamente' mais distantes.

A configuração C, com as amostras P1 e S3 fora do alcance tanto do ponto a estimar quanto das amostras S1 e S2, representa a informação primária acima do alcance mas ainda dentro do raio de investigação (Figura 6.21c). Esta configuração leva ao seguinte resultado, intuitivamente dedutível para os três tipos de cokrigagem (Figura 6.25):

a) a cokrigagem ordinária e a cokrigagem modificada, principalmente em razão das condições de não-viés, praticamente repetem a distribuição dos pesos da configuração B. A ausência de correlação de P1 para com o ponto a estimar, leva a um proporcional aumento no peso da média, o que valoriza as informações mais distantes (P1 e S3) para o estabelecimento desta média; e

b) a cokrigagem simples mostra a participação somente das amostras S1 e S2, com pesos iguais aos apresentados para a configuração B (Figura 6.24); e revela o aumento no peso da média, resultado da não participação da amostra P1.

Mas, independente do afastamento de P1 e S3, com estas amostras se mantendo no raio de investigação e acima do alcance, vai-se repetir a mesma distribuição de pesos da figura 6.25 para a configuração C (figura 6.21c).

Configuração A

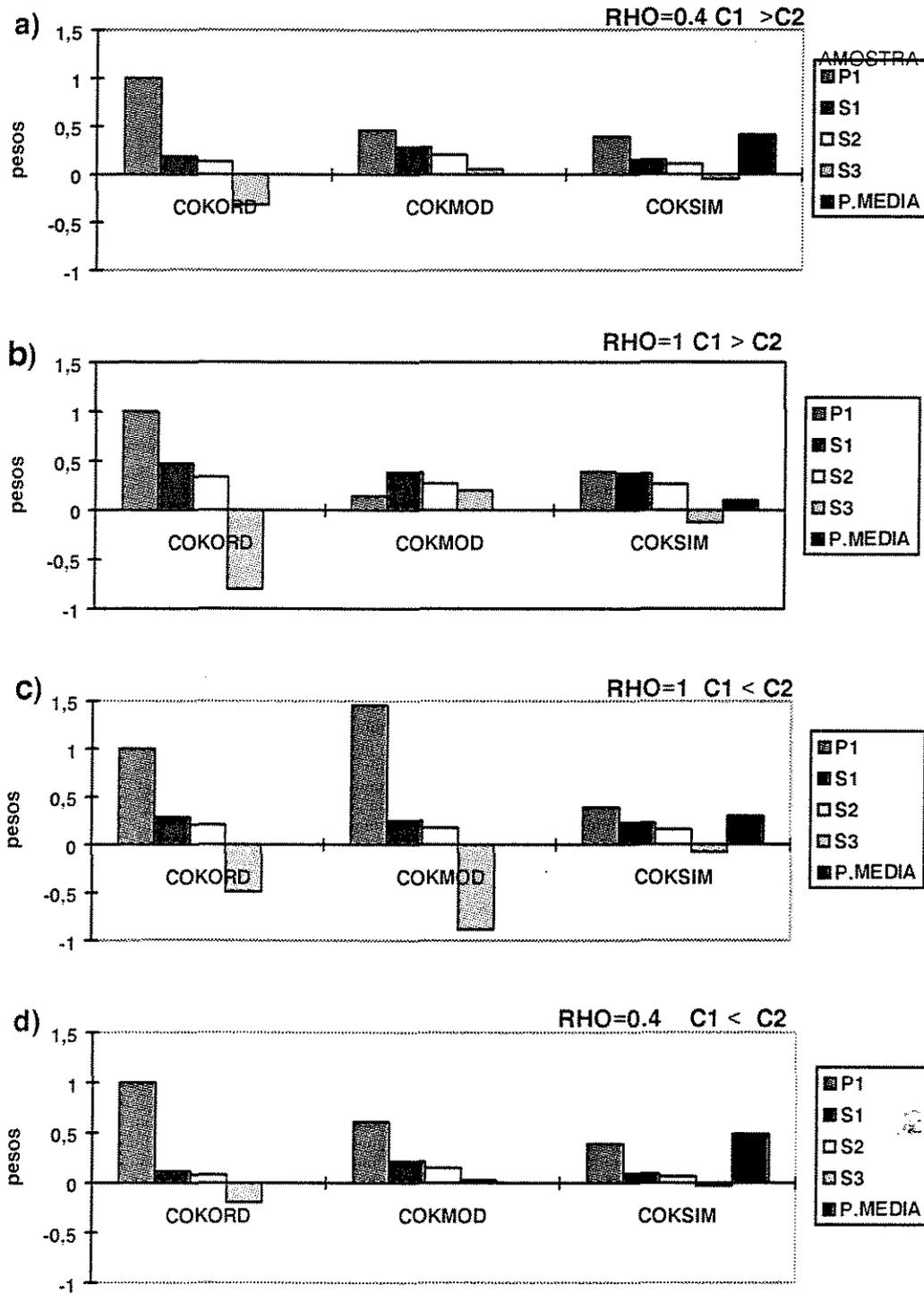


Figura 6.23 - Cokrigagem com 3 dados secundários e 1 dado primário; distribuição dos pesos para amostras equidistantes do ponto a estimar (Configuração A).

Configuração B

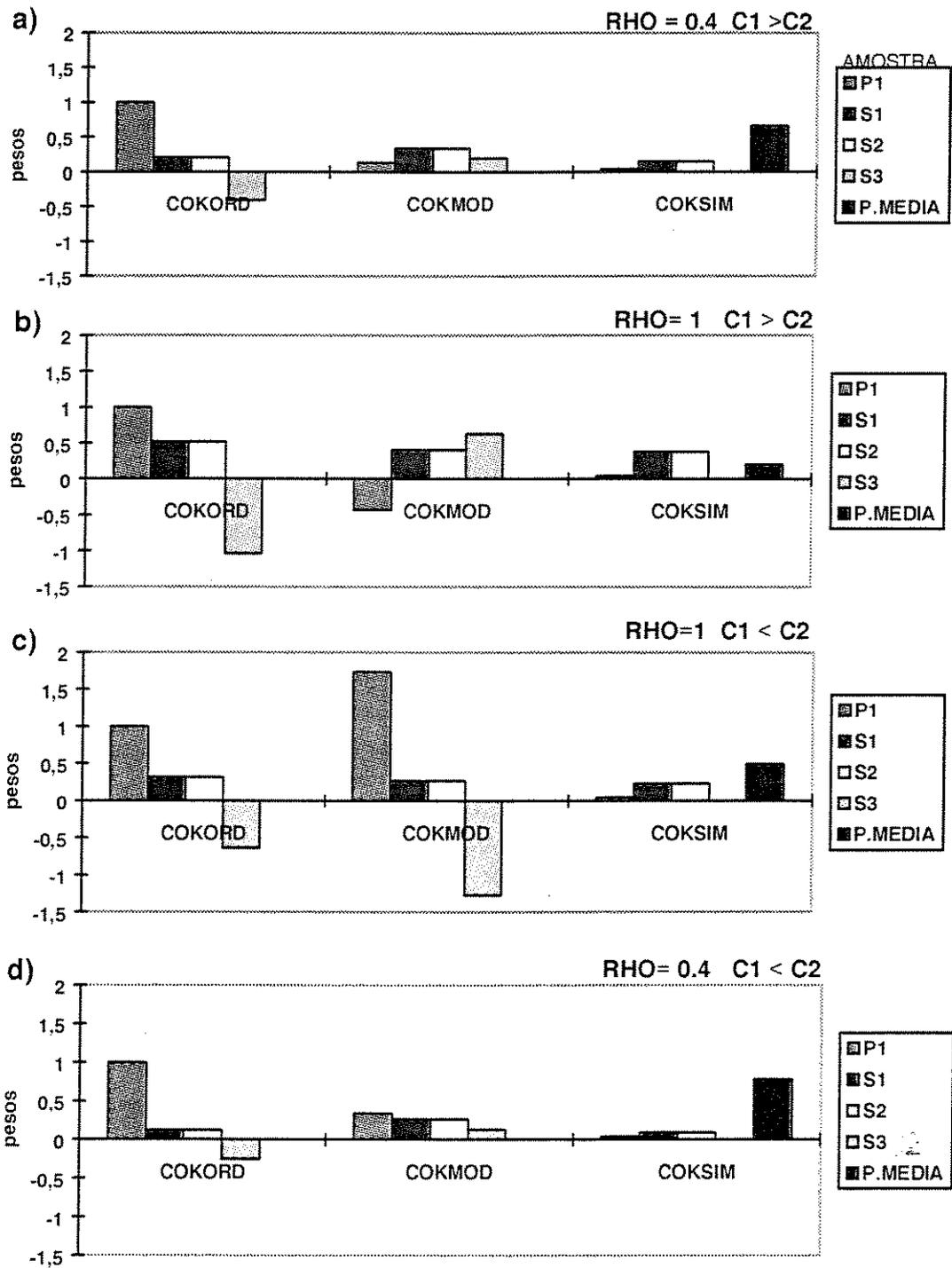


Figura 6.24 - Cokrigagem com 3 dados secundários e 1 dado primário; distribuição dos pesos para as amostras primária P1 e secundária colocada S3 acima do alcance com relação às demais amostras (configuração B).

Configuração C

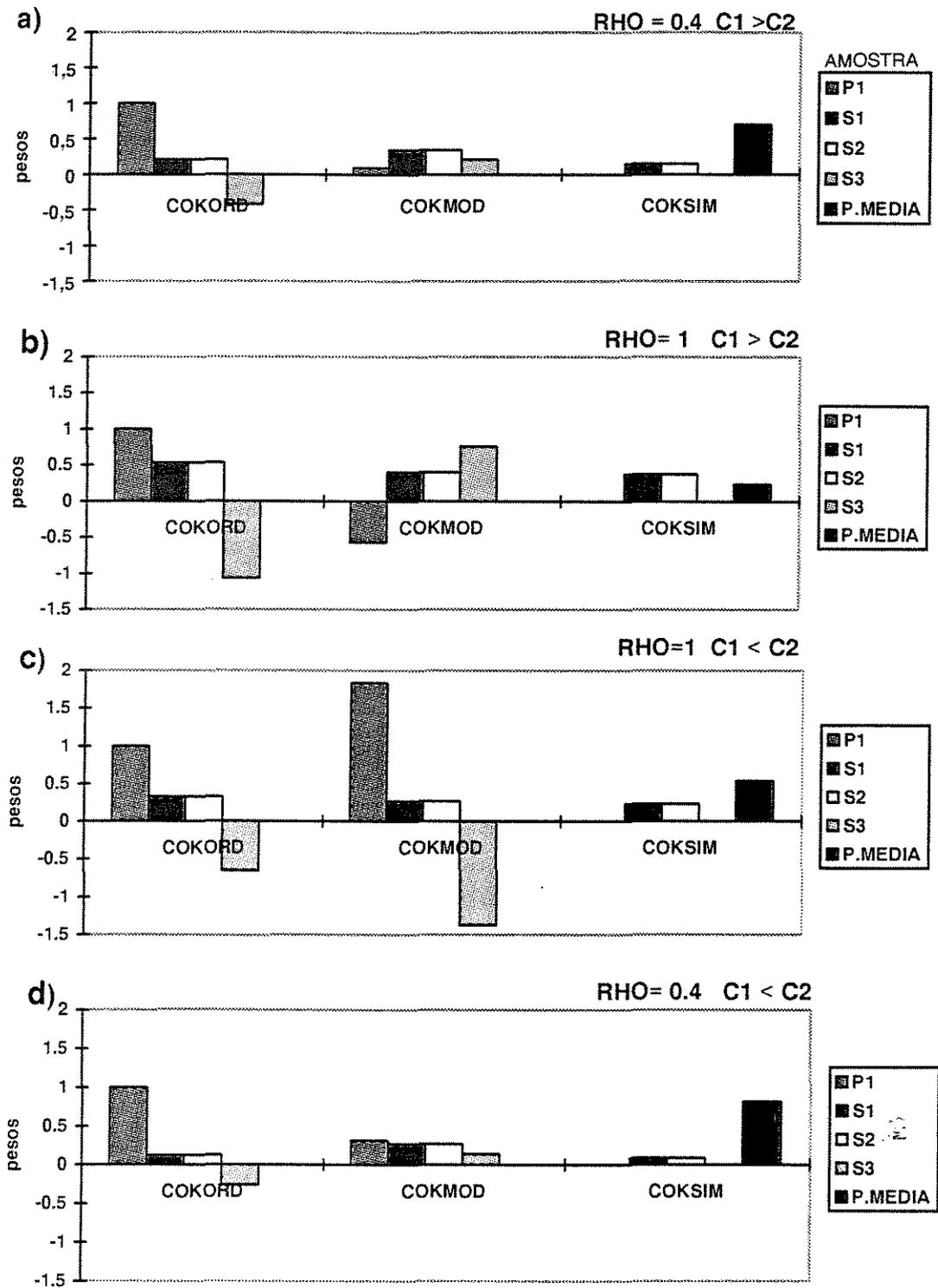


Figura 6.25 - Cokrigagem com 3 dados secundários e 1 dado primário; distribuição dos pesos para as amostras primária P1 e secundária colocada S3 acima do alcance com relação às demais amostras e ao ponto a estimar (configuração C).

6.3 CONFIGURAÇÃO 1D

Aumentando o tamanho do alcance com relação à malha de dados, Dubrule (1981) analisou a interpolação por krigagem à uma dimensão de uma variável supostamente conhecida em quatro pontos experimentais. Ao aumentar o alcance, o autor considerou, portanto, uma variável progressivamente mais regular, já que o alcance representa a distância a partir da qual dois dados não são mais correlacionados.

Para responder à esta situação no universo da coestimativa, foi realizado um exercício de *full* cokrigagem, de procedimento semelhante quanto ao aumento do alcance e à configuração 1D.

Como suporte para o entendimento dos resultados e da complexidade de uma coestimativa, é apresentado inicialmente a reprodução e as conclusões do exercício da krigagem 1D de Dubrule (1981). Utilizou-se do modelo esférico, ao invés do modelo linear do exercício original, a fim de manter uma maior coerência dos elementos de comparação com o exercício de cokrigagem.

6.3.1 KRIGAGEM A 1D - EXTENSÃO DA CONFIGURAÇÃO DE DUBRULE (1981)

Para o exercício de interpolação em 1D através da krigagem ordinária, foram utilizados quatro pontos experimentais (Pontos 5, 9, 13 e 17 da Figura 6.26).

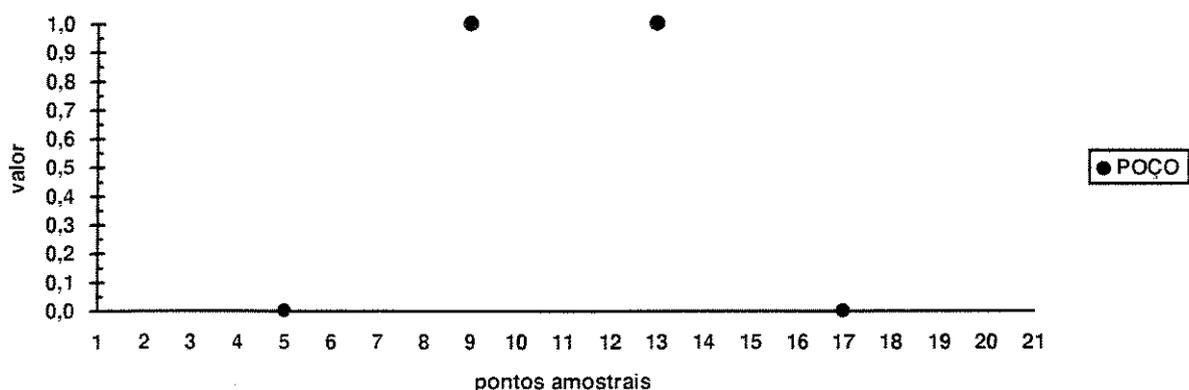


Figura 6.26 - Pontos amostrais do exercício de Dubrule(1981) para krigagem ordinária 1D.

Foi utilizado por Dubrule (1981) um modelo válido somente em 1D (Figura 6.27), característico de uma função aleatória estacionária com alcance finito a:

$$\gamma(h) = \begin{cases} C \frac{|h|}{a} & , |h| \leq a \\ C & , |h| \geq a \end{cases} \quad (6.6)$$

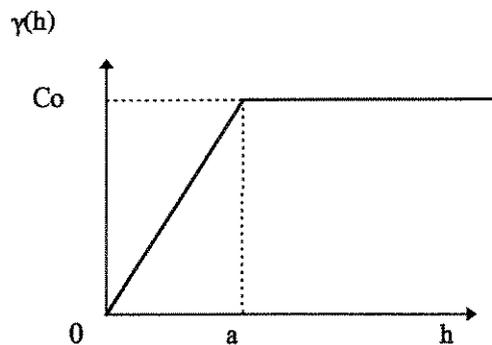


Figura 6.27 - Modelo de variograma utilizado por Dubrule (1981) no exercício de krigagem 1D.

Mas, para contornar dificuldades operacionais e manter o mesmo modelo do exercício de cokrigagem em 1D, apresentado na próxima seção, assumiu-se o modelo esférico **(2.12)** na repetição do exercício proposto por Dubrule (1981), com a utilização do programa KTB3D da GSLIB (Deutsch e Journel, 1992).

O modelo esférico, apesar de apresentar um comportamento linear apenas no primeiro terço do alcance (Journel e Huijbregts, 1978), ilustrou adequadamente as principais conclusões da krigagem em 1D com variações do alcance .

Os valores de alcance estão representados graficamente na Figura 6.28. Estes mesmos alcances serão utilizados no exercício de cokrigagem a 1D.

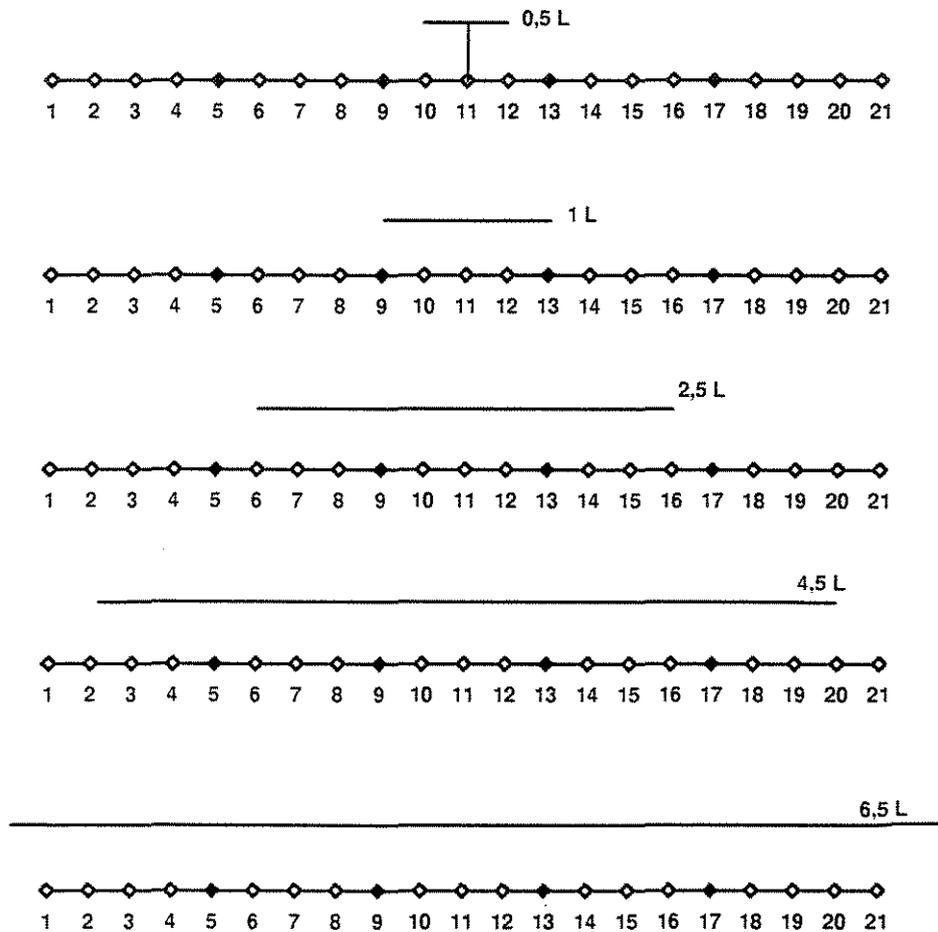


Figura 6.28 - Os diferentes alcances com relação à configuração dos pontos a estimar e à distância amostral; exemplo do ponto central 11 (L =distância amostral).

CONCLUSÕES DA KRIGAGEM A 1D:

Quando os pontos krigados estão a distâncias dos dados superiores ao alcance, a krigagem se comporta como uma média experimental. Nas condições do alcance tender a zero, ou seja, quando o modelo do variograma $\gamma(h)$ se aproxima do efeito pepita puro, a krigagem se aproxima do estimador dos mínimos quadrados, que é constante e igual à média experimental. Naturalmente, refletindo uma das características básicas da krigagem, os pontos de dados são respeitados, com valores iguais aos krigados correspondentes (Figura 6.29, alcance $1/2L$).

Entre os dois dados centrais, a partir de alcances superiores a distância de um dado e meio ($a > 2,5L$), percebe-se a influência dos dois dados da extremidade: o interpolador prolonga o domo, com os valores krigados superiores aos quatro dados utilizados (Figura 6.29, alcances $9/2L$ e $13/2L$).

Pelo modelo de variograma utilizado por Dubrule (1981), equação 6.6, a partir de $a=4L$, o fenômeno de pontos krigados com valores superiores, desaparece. Ao tender para o esquema linear $\gamma(h) = |h|$, aparece o efeito de sombreamento, característico deste esquema: cada ponto entre os dois dados centrais está situado a uma distância dos quatro pontos experimentais inferior ao alcance, e, desta forma, os dois dados centrais fazem como que um biombo (sombra) à influência dos dados dos extremos, com todos os valores krigados iguais aos dados centrais (Figura 6.30).

No modelo esférico, o efeito de sombreamento total, para efeito prático, dá-se a partir de $a=12L$, com a distância dos quatro pontos amostrais ($4L$) dentro da porção de comportamento linear. As linhas representativas dos valores para os alcances de $9/2L$ e $13/2L$ da figura 6.29, ilustram a tendência para o

efeito de sombra, com os valores dos pontos krigados se aproximando dos valores dos dados centrais ao se passar de $9/2L$ para $13/2L$.

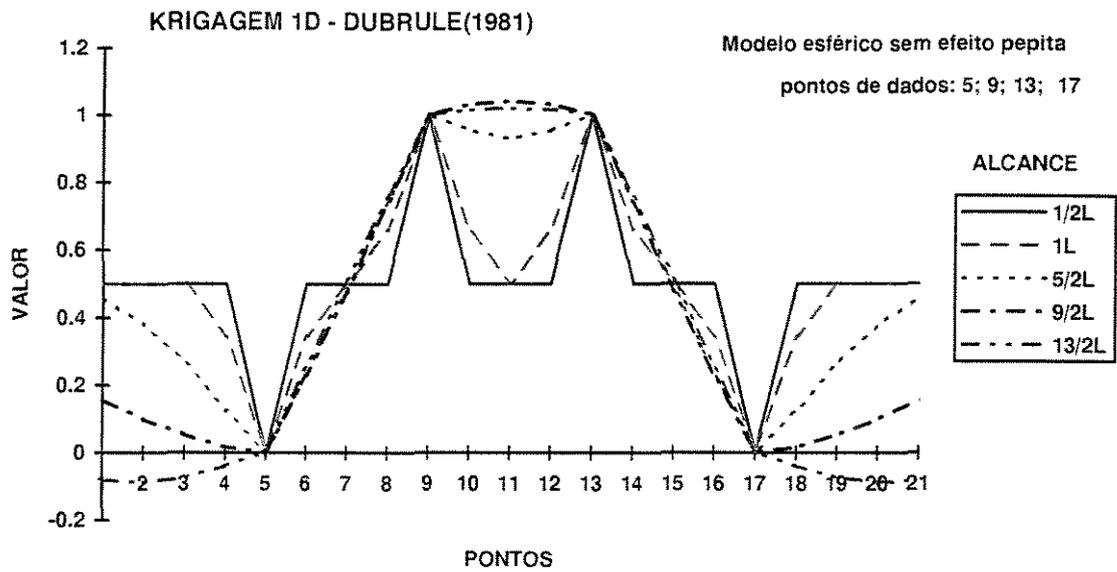


Figura 6.29 - Krigagem a 1D ; reprodução do exercício de Dubrule (1981) com o modelo esférico.

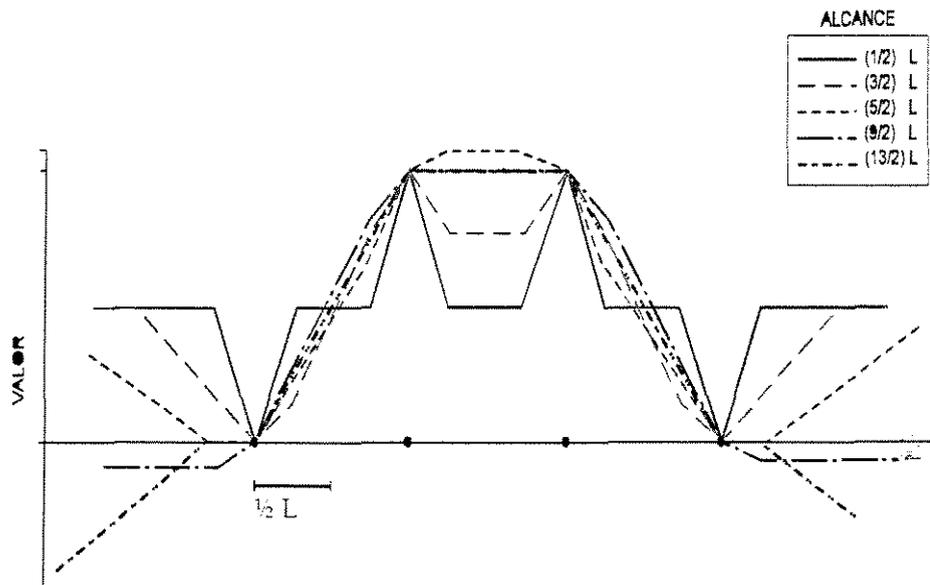


Figura 6.30 - Krigagem a 1D; exercício de Dubrule (1981) com o modelo linear.

6.3.2 COKRIGAGEM A 1D

Com 4 dados secundários e um dado primário colocado (Figura 6.31), analisou-se a interpolação por *full* cokrigagem estacionária nos seus três tipos principais (ordinária, ordinária modificada e simples), aumentando-se progressivamente o alcance com relação à malha de dados (Figura 6.28), à semelhança de Dubrule (1981).

Foram utilizados os mesmos valores dos modelos de covariância do exercício à 2D, ou seja, coeficientes de correlação 0,4 e 1, covariâncias diretas de 1,1 e 1,8, modelo esférico sem efeito pepita. O raio de investigação de 4 vezes a distância amostral funcionou como vizinhança total para a maioria dos pontos estimados, deixando apenas a estimativa dos dois pontos extremos (pontos 1 e 21) sem o concurso da amostra do extremo oposto (respectivamente, pontos 17 e 5).

Para as cokrigagens simples e modificada, foram atribuídos os valores das médias para ambas variáveis: média da variável secundária igual a 0,5, representando, de fato, a média das amostras desta variável (0; 1; 1; 0); e média da variável primária igual a 0,425, tendo-se assumido então uma correspondência mais direta com a variável secundária (0; 0,85; 0,85; 0).

Através dos valores estimados nos pontos 5, 9, 13 e 17, e nos pontos 1 e 21 (Figura 6.31), estes últimos estimados com a utilização de apenas três dos quatro pontos de dados, ilustrar-se-á a diferenciação dos três tipos de cokrigagem.

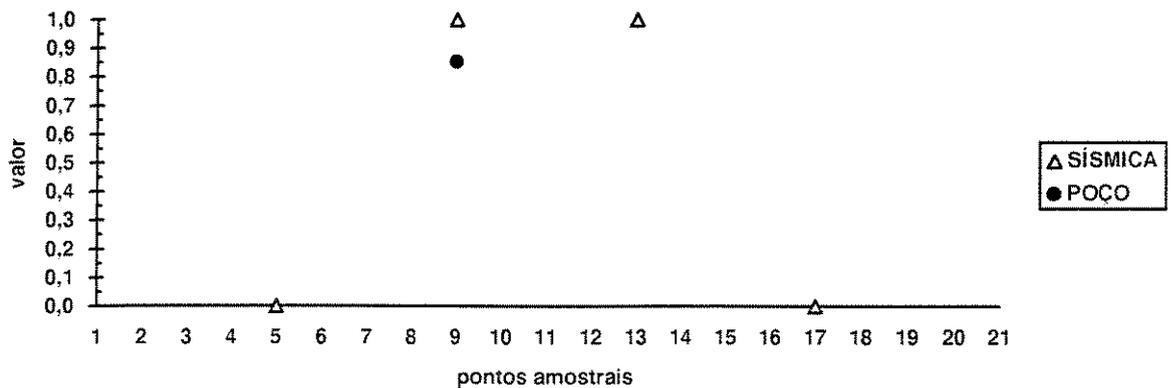


Figura 6.31 - Pontos amostrais do exercício de cokrigagem 1D.

CONCLUSÕES:

Assim como a krigagem, a cokrigagem se comporta como um estimador exato. O ponto 9, onde está presente o dado primário (figura 6.31), mantém o mesmo valor da amostra primária nos três tipos de cokrigagem, qualquer que seja o alcance, coeficiente de correlação ou valor da variabilidade relativa entre as variáveis primária e secundária (figuras 6.32 a 6.36).

Apesar de se comportar como estimador exato com referência ao(s) ponto(s) amostral(s) da variável primária, algumas considerações devem ser feitas para a normalização e as posições da variável secundária.

A menor variabilidade relativa da variável secundária leva a maiores pesos aos dados z_2 , como já enfatizado nos exercícios anteriores, mas, seja para a estimativa da média ou para a estimativa do ponto, com um maior coeficiente de correlação esta condição tende a supervalorizar a informação secundária.

Esta situação, ilustrada mais claramente para alcances inferiores às distâncias do ponto a estimar às amostras (exclusivamente peso da média), também é verificada para maiores alcances (figuras 6.32B a 6.36B).

Para a condição acima, ou seja, com coeficiente de correlação igual a 1 e menor variabilidade relativa de Z_2 , os pontos 5, 13 e 17, exclusivamente com amostras secundárias presentes (figura 6.31), possuem o peso da média com valores negativos (Figura 6.37). Com as covariâncias assumidas para o exercício ($C_1=1,8$ e $C_2=1,1$, repetindo-se os valores de Hohn, 1988), o peso da média negativo leva à existência de valores abaixo de zero para os pontos próximos das amostras 5 e 17 (de valor zero); e, entre os pontos 9 e 13, de valores acima do valor máximo da variável primária no ponto 9, que, pelo coeficiente de correlação máximo, esperar-se-ia em torno de 0,85 (figuras 6.32B e 6.33B).

Ao se considerar pequenos alcances com relação ao espaçamento amostral ($a=0,5L$ ou $a=1L$), ou seja, com possibilidade de participação de apenas uma amostra Z_2 colocada no ponto a estimar, a supervalorização de Z_2 e os maiores valores absolutos desta variável não são suficientemente atenuados pelo peso da média negativo. Observa-se, então, para os pontos com amostras Z_2 de valor abaixo da média, uma subestimação da variável primária estimada; e vice-versa, ou seja, uma superestimação para os pontos com amostra Z_2 de valor acima da média.

Considerando-se apenas a cokrigagem simples, na qual fica mais evidente este comportamento devido ser a média fixada, o ponto 5, por exemplo, com valor de z_2 colocado igual a zero, tem o seu valor estimado igual a -0,116; e o ponto 13, com valor de z_2 colocado igual a um, igual a 1,1568. Mesmo ao se

utilizarem valores próximos para as covariâncias de Z_2 e Z_1 , estes pontos estimados se aproximam dos valores das amostras de Z_2 , zero e um, o que levanta a questão da normalização adequada da informação Z_2 quando $C1 > C2$.

Para alcances inferiores à distância dos dados ao ponto a estimar, a cokrigagem comporta-se como uma média, seja a média estimada na cokrigagem ordinária e modificada, seja a média fornecida pelo usuário na cokrigagem simples (Figuras 6.32 e 6.33).

O comportamento destoante nos extremos das figuras 6.32 e 6.33 para as cokrigagens ordinária e modificada, decorre da não participação das amostras mais distantes na estimativa da média. Pelo fato de se situarem além do raio de investigação, as amostras 5 e 17, de valor zero, não concorrem na estimativa respectivamente dos pontos 21 e 1, fazendo com que o valor da média cresça nestes pontos.

Nas cokrigagens ordinária e modificada, com o cálculo da média a cada ponto a estimar, devido ao fato do domínio amostral ser único para todos os pontos estimados (exceto para os pontos 1 e 21), distingue-se a forte valorização da informação primária e da secundária colocada na estimativa da média (comparar figuras 6.32B com 6.32C e 6.33B com 6.33C).

Para uma situação de subamostragem mínima da variável principal, isto representa, em termos práticos, que as amostras primária e secundária colocada vão ter um maior peso para o cálculo da média, independente da sua posição no raio de investigação. Lembrando-se aqui que, em decorrência da condição única de restrição, a cokrigagem modificada relativamente valoriza mais a informação secundária quando comparada à cokrigagem ordinária.

No tabela abaixo, têm-se os pesos para as amostras na estimativa da média do ponto 11, mas que, naturalmente, são extensivos aos demais pontos e, relativamente, para todos os valores de alcance enquanto o peso da média tiver alguma significância.

Tabela 6-3-Peso das amostras primária e secundárias na estimativa do ponto 11 para $a=0.5L$ e $a=1L$, representando, portanto, um peso da média igual a 100%; cokrigagem 1D.

PONTO 11		COKRIGAGEM ORDINÁRIA			
amostra	VALOR	RHO=0.4 C1>C2	RHO=1 C1>C2	RHO=1 C1 <C2	RHO=0.4 C1<C2
P9	0,85	1	1	1	1
S9	1	-0,375	-0,925	-0,583	-0,229
S13	1	0,125	0,318	0,194	0,076
S5	0	0,125	0,318	0,194	0,076
S17	0	0,125	0,318	0,194	0,076
VALOR ESTIMADO=MÉDIA=		0,6	0,2136	0,4611	0,6972
		COKRIGAGEM MODIFICADA			
amostra	VALOR	RHO=0.4 C1>C2	RHO=1 C1>C2	RHO=1 C1 <C2	RHO=0.4 C1<C2
P9	0,85	0,086	-1,941	3	0,272
S9	0,925	0,196	2,588	-2,25	0,12
S13	0,925	0,239	0,118	0,083	0,203
S5	-0,075	0,239	0,118	0,083	0,203
S17	-0,075	0,239	0,118	0,083	0,203
VALOR ESTIMADO=MÉDIA=		0,4401	0,8353	0,5333	0,499

Com $a = 2,5L$ (Figura 6.34), tem-se na matriz $C_{\alpha 0}$ da cokrigagem para os pontos centrais (pontos 10, 11 e 12), a participação de apenas duas das quatro amostras. Mas, para $a > 2,5L$, ou, mais precisamente, $a > 3L$ (Figuras 6.35 e 6.36), observa-se a contribuição das amostras externas (pontos 5 e 17) na estimativa daqueles pontos centrais, o que leva a determinação de valores acima de 0,85, ou seja, maiores do que

o valor da amostra da variável primária. Este comportamento é semelhante ao exercício da krigagem 1D para o mesmo valor de alcance, já que o modelo e o alcance dos variogramas conjunto ou individuais são iguais (Figuras 6.35 e 6.36).

As mesmas considerações feitas para a krigagem (seção 6.3.1) sobre o efeito de sombreamento dos dois pontos centrais, podem ser estendidas para a cokrigagem com valores altos de correlação entre as variáveis primária e secundária. O efeito de sombreamento total, para efeito prático, dar-se-á a partir de $a=12L$, ou seja, com a distância do ponto a estimar aos pontos amostrais dentro da porção de comportamento linear do modelo esférico.

Com a configuração 1D representando uma estrutura anticlinal, fica evidenciada uma falta de definição para o fechamento da estrutura próximo ao valor de zero. Este fato sugere uma necessidade de amarração dos limites geométricos (geometria externa) por meio do estabelecimento de pontos ou linhas adicionais de valor zero para a variável principal.

As figuras 6.37 a 6.41 são ilustrativas do significado do peso da média na qualidade da estimativa (e, indiretamente, do aproveitamento ou valorização do dado secundário):

a) Aumentando-se o alcance, diminui-se o peso da média pela incorporação de amostras e pela diminuição das distâncias estatística ($C_{\alpha 0}$ e $C_{\alpha \beta}$);

b) Maior o coeficiente de correlação, menor o peso da média; e

c) Menor a covariância relativa da variável secundária, menor o peso da média (maior a valorização ou participação da informação secundária).

$$a = (0,5) L$$

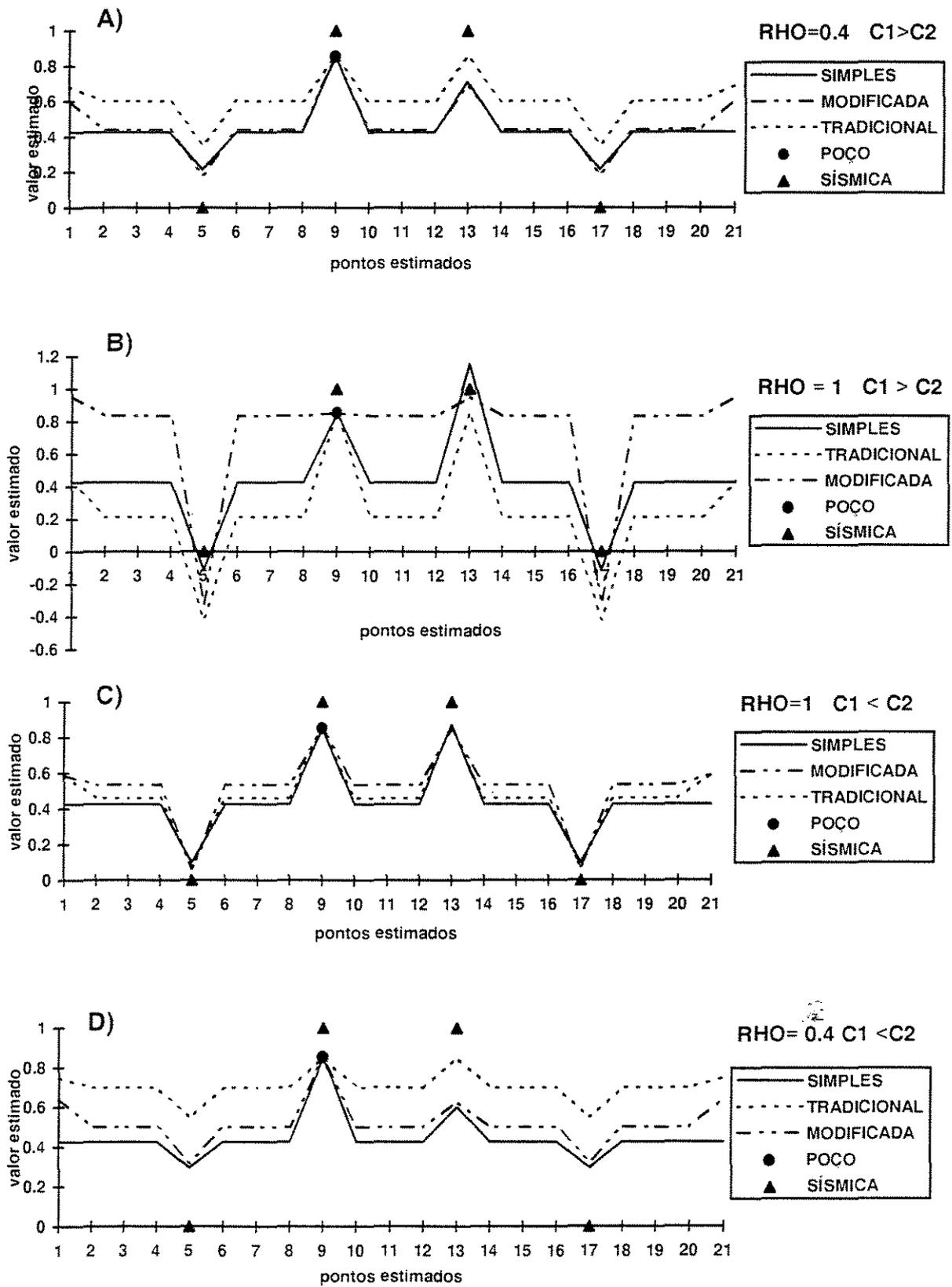


Figura 6.32 - Cokrigagem a 1D, amplitude = 0,5 L.

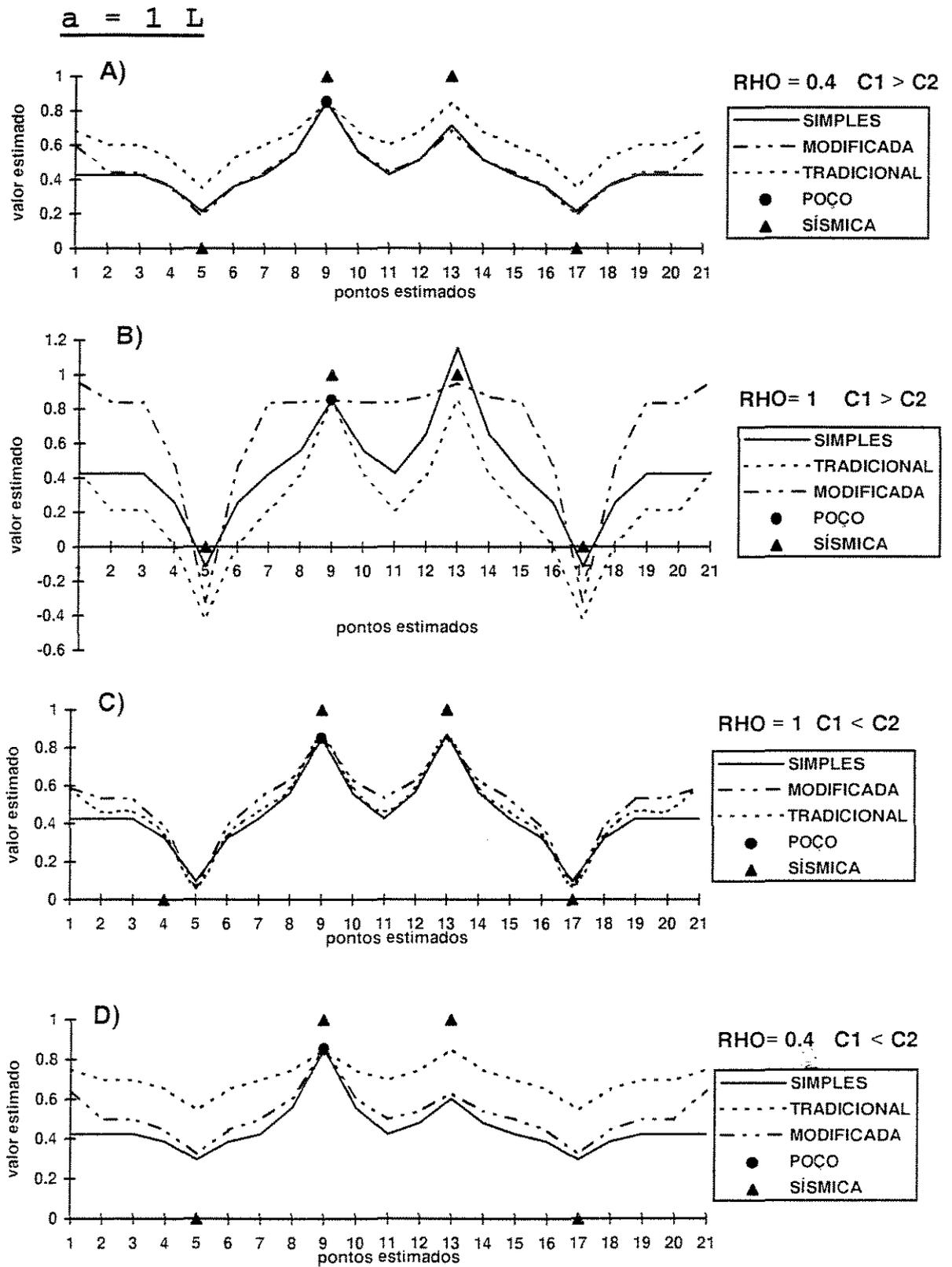


Figura 6.33 - Cokrigagem à 1D; amplitude = L .

$$a = 2,5 L$$

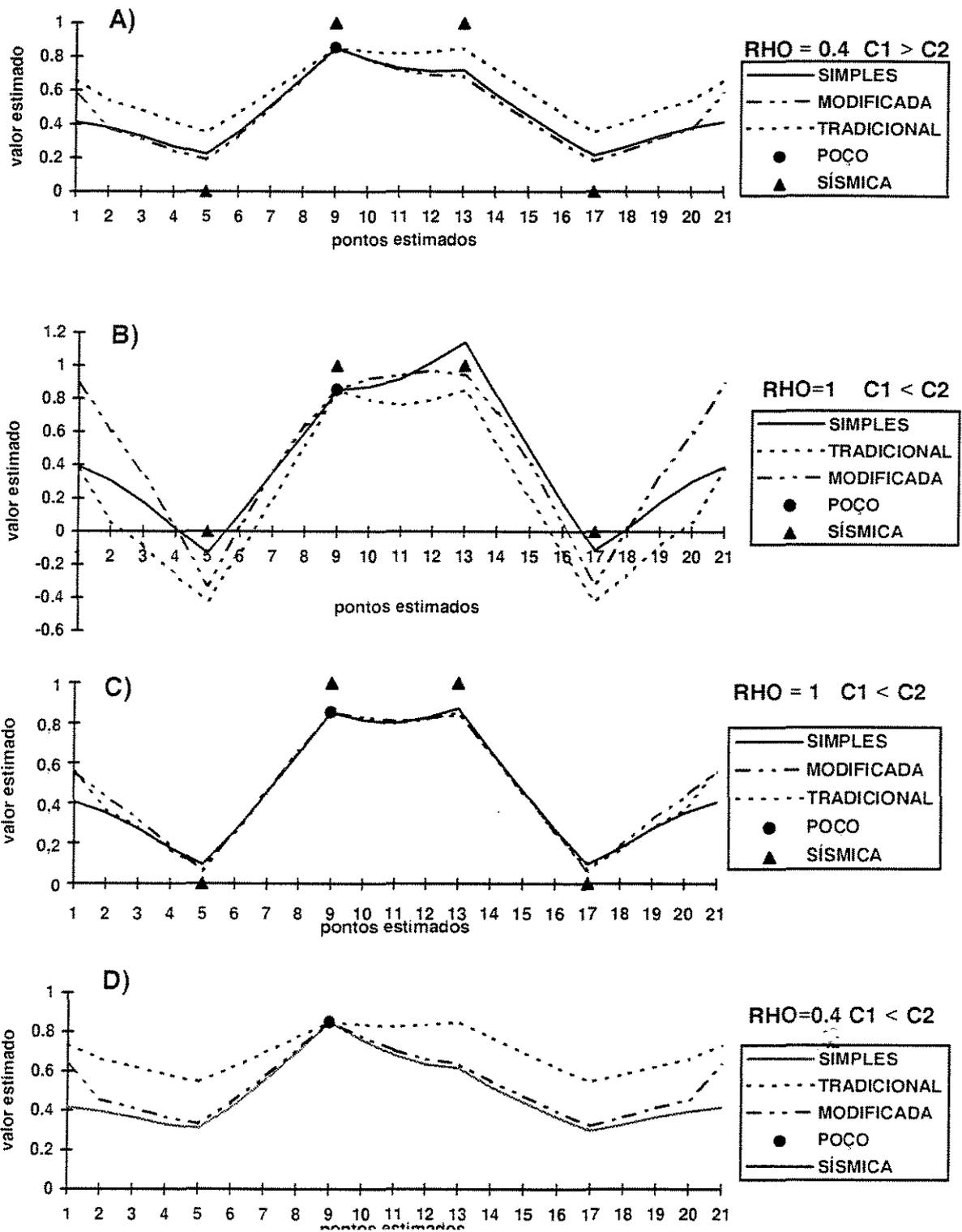


Figura 6.34 - Cokrigagem à 1D com amplitude = 2,5 L.

$a = 4,5 L$

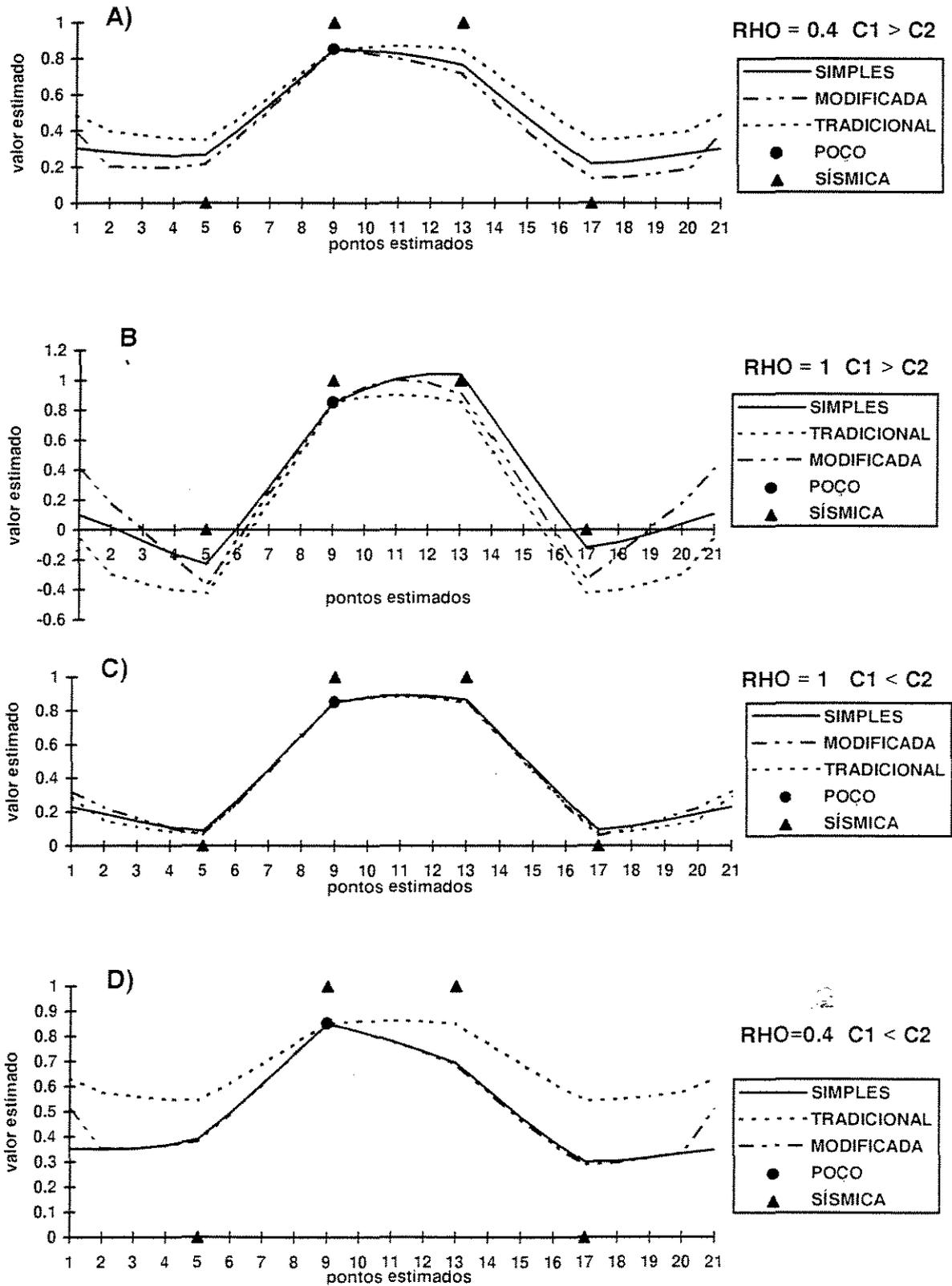


Figura 6.35 - Cokrigagem 1D - amplitude = 4,5L.

$$a = 6,5 L$$

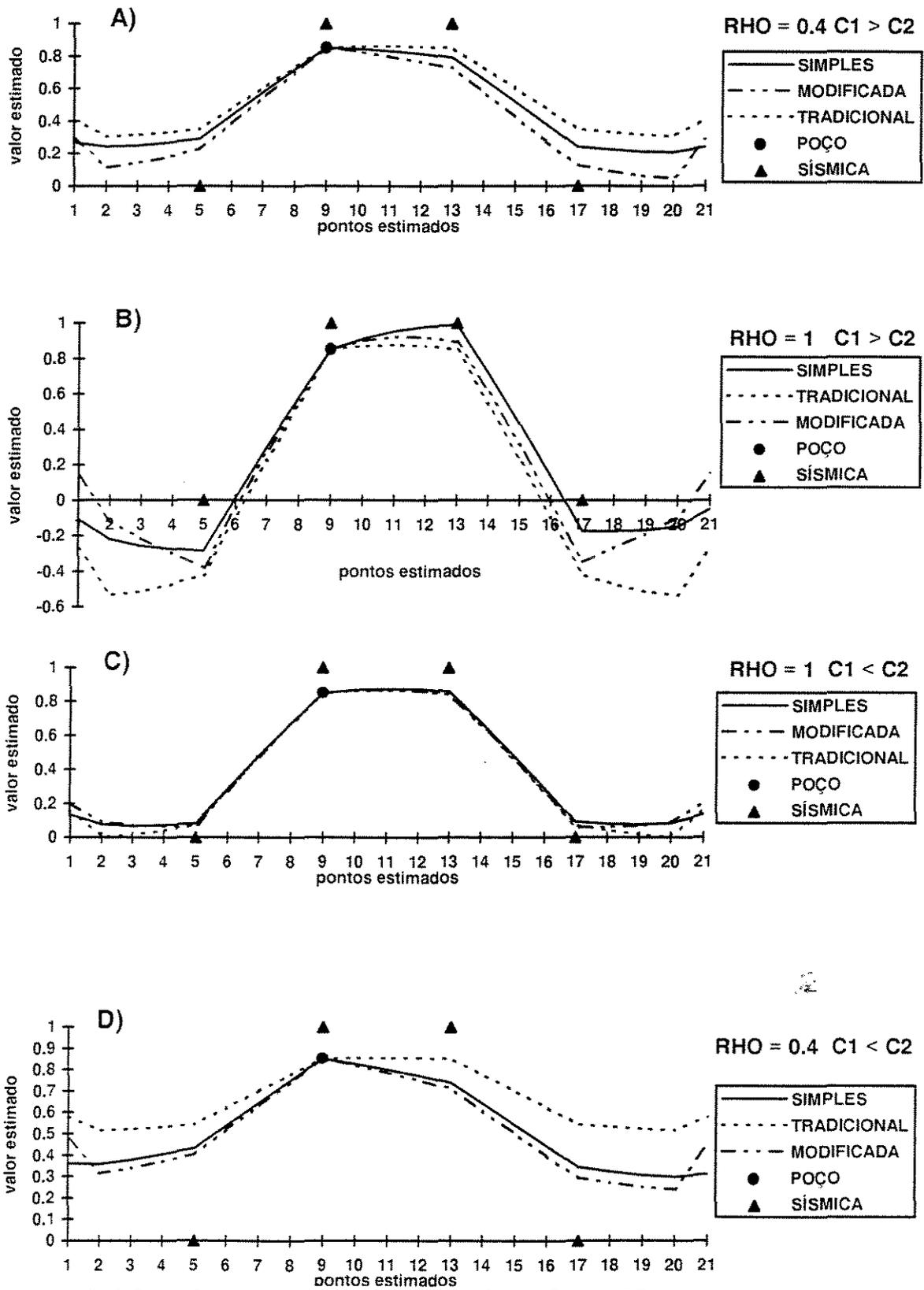


Figura 6.36 - Cokrigagem 1D - amplitude=6,5L.

$$a = 0.5 L$$

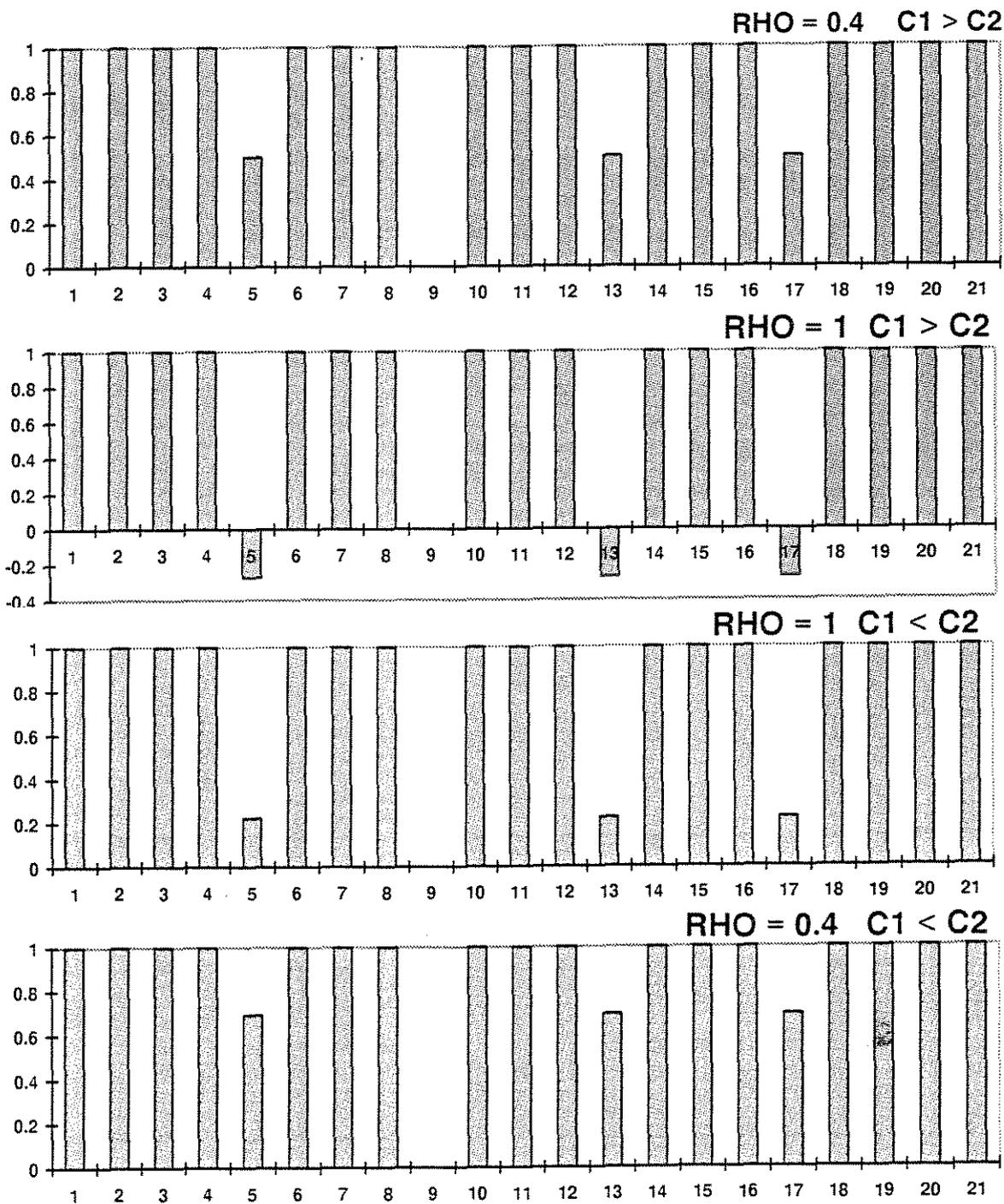


Figura 6.37 - Peso da média para alcance igual a 0.5L; exercício de cokrigagem 1D.

$$a = 1L$$

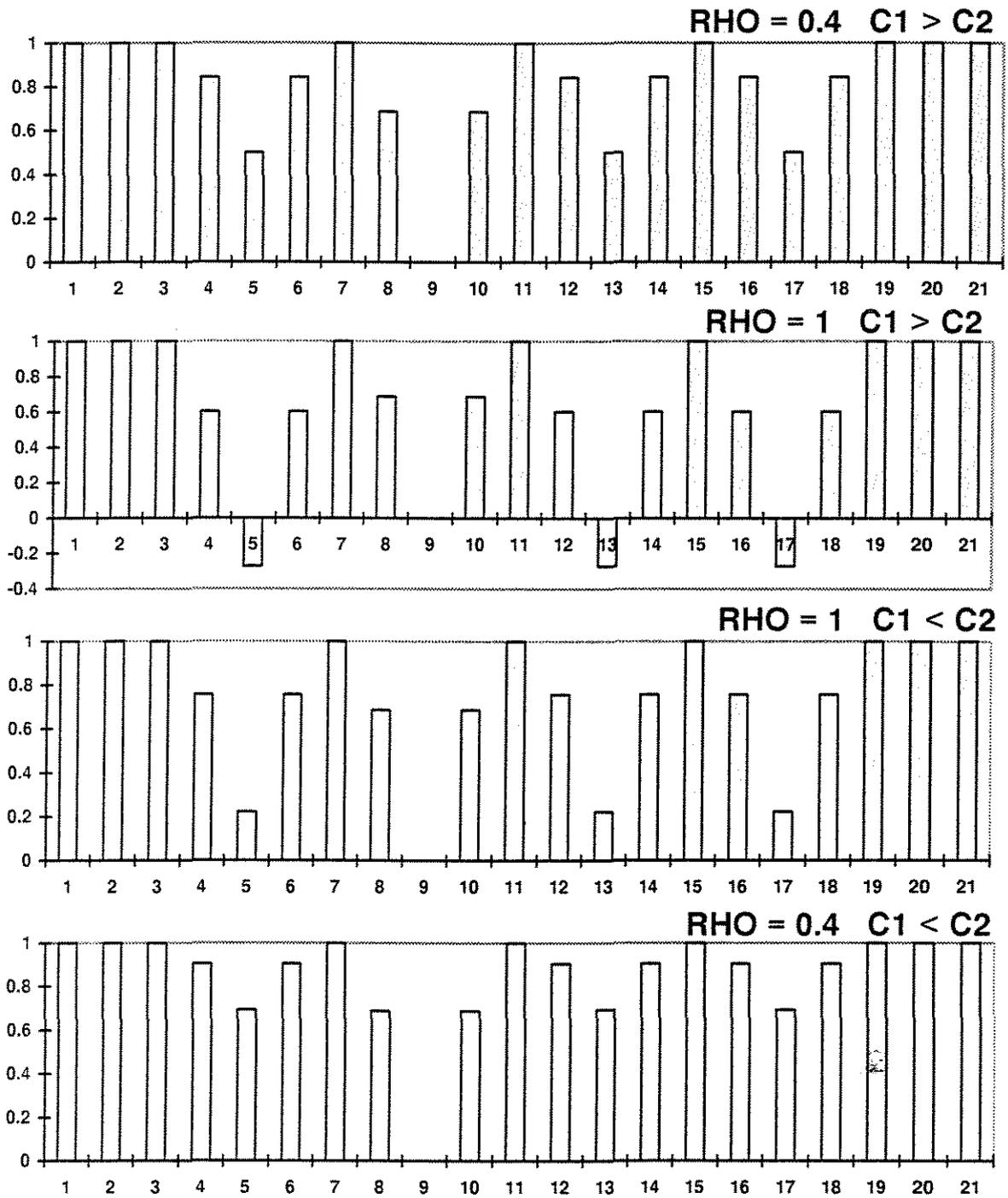


Figura 6.38 - Peso da média para alcance igual a 1L; exercício de cokrigagem 1D.

$$a = 2.5L$$

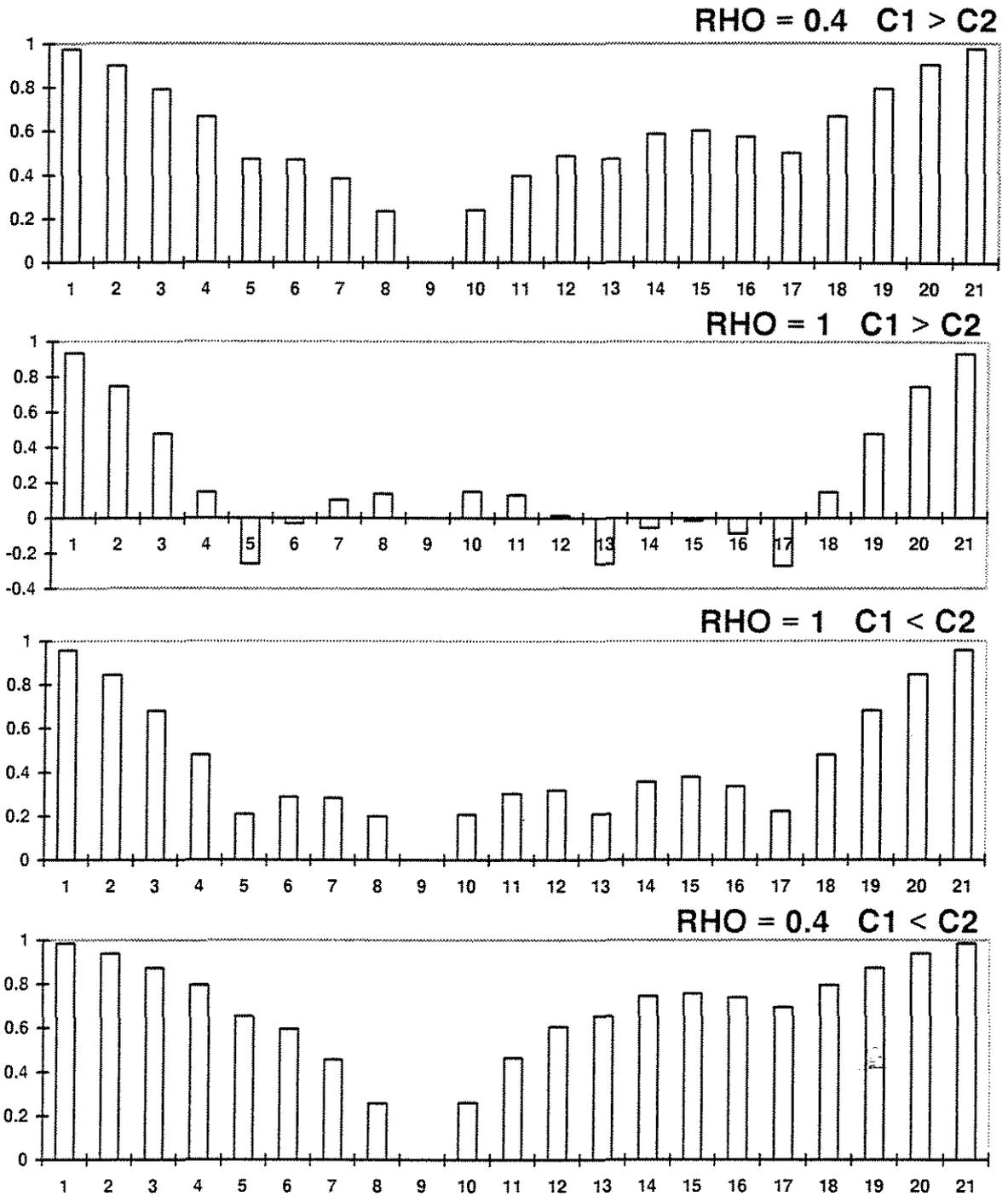


Figura 6.39 - Peso da média para alcance igual a 2.5L; exercício de cokrigagem 1D.

$$a = 4.5L$$

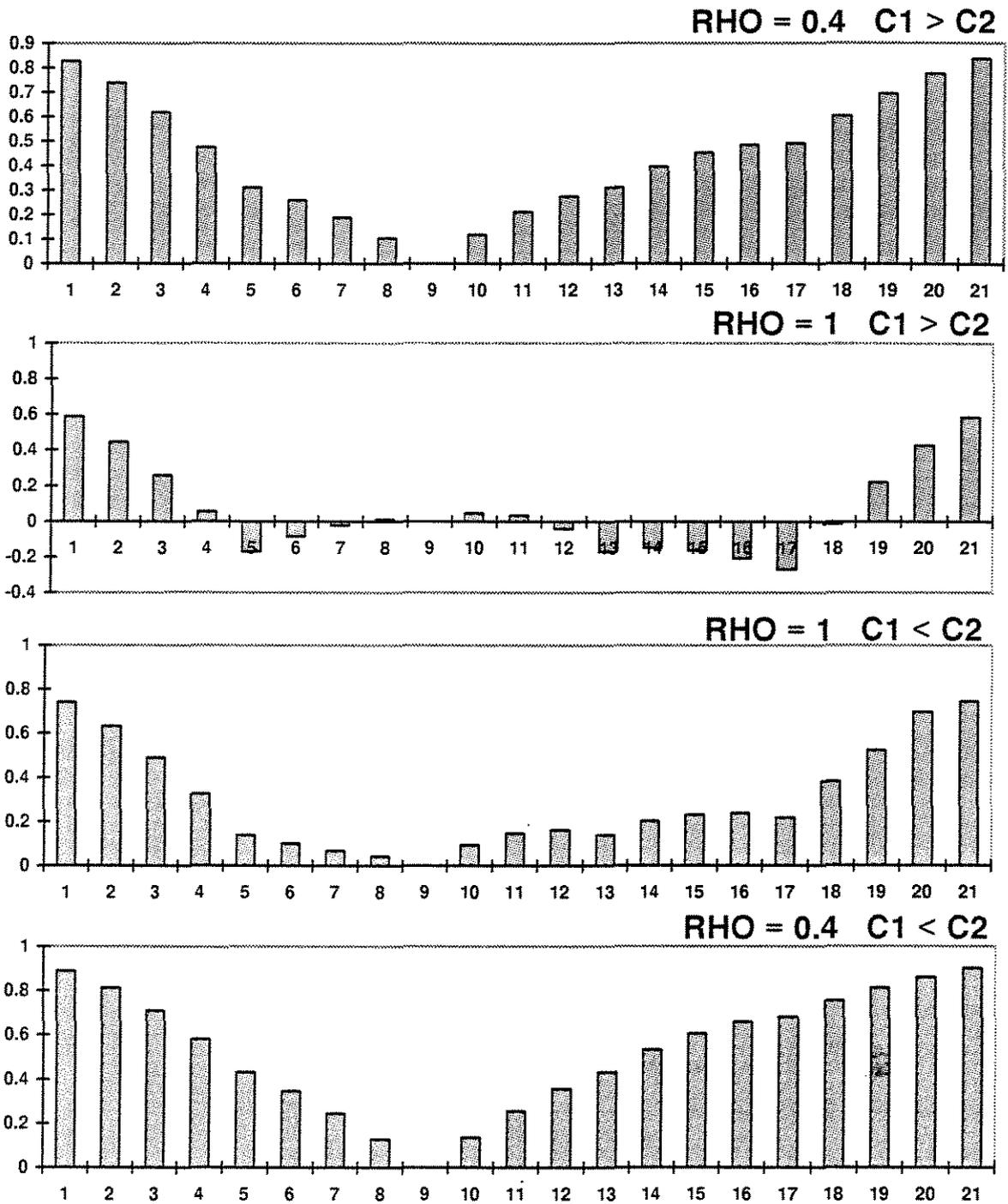


Figura 6.40 - Peso da média para alcance igual a 4.5L; exercício de cokrigagem 1D.

$$a = 6.5L$$

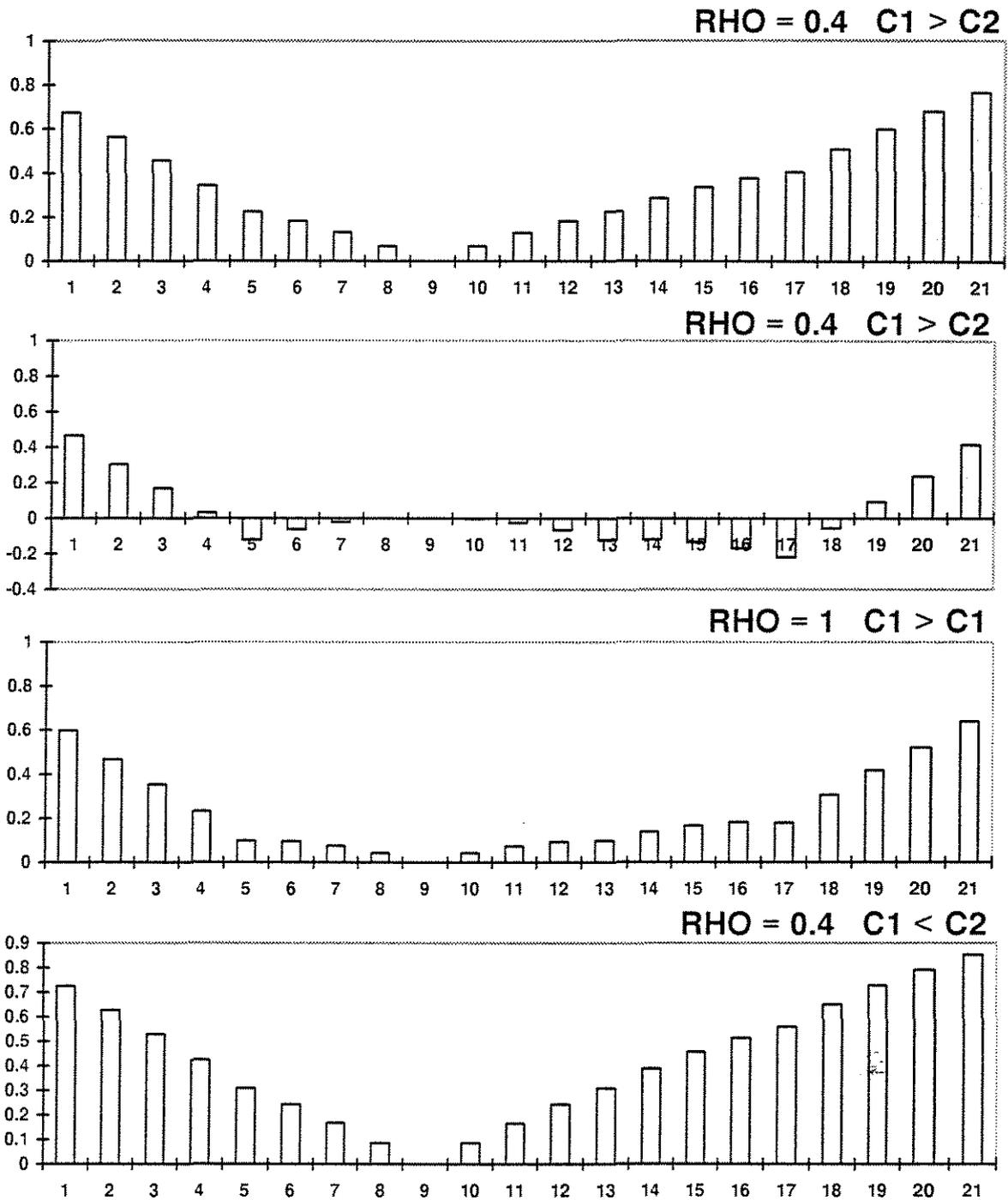


Figura 6.41 - Peso da média para alcance igual a 6.5L;
exercício de cokriganem 1D.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES

Na utilização de métodos geoestatísticos, desde as fases iniciais da seleção dos dados e do ajuste de uma função ao variograma experimental, fica implícita a absoluta responsabilidade do geoestatístico na escolha do modelo de covariância que melhor represente o padrão da continuidade espacial do fenômeno geológico estudado.

A compreensão do efeito desta escolha no processo de estimativa, ou seja, o completo entendimento dos efeitos da escolha tanto do modelo quanto dos seus parâmetros no comportamento da estimativa, habilita o geoestatístico a também responder por um modelo baseado exclusivamente em processos empíricos.

Na geologia do petróleo, a inferência do modelo a partir das amostras raramente atinge um nível satisfatório, com a variabilidade horizontal não sendo caracterizada para distâncias menores do que 400 metros (espaçamento mais freqüente para poços de desenvolvimento nos campos da plataforma continental). Neste estágio, confia-se em relações empíricas e em estudos de correlatos para se aumentar a percepção das relações geológicas básicas.

Para subsidiar a escolha do modelo de continuidade espacial, chama-se a atenção para o grande potencial que representam os vários modelos de função existentes, os quais poderiam ser melhor reconhecidos, através de pesquisa e estudo de campo, como os mais ajustados à representação de determinados fenômenos geológicos.

As propriedades geológicas freqüentemente exibem correlações que podem ser observadas em várias escalas e um modelo fractal descreve um fenômeno que é similar para diferentes escalas. Como conseqüência, a modelagem fractal constitui-se atualmente numa atraente técnica, apesar de não estar ainda consolidada para caracterização geológica. Para um melhor aproveitamento dos parâmetros verticais, obtidos de perfis de poços, para as interdistâncias horizontais (entre poços), já se disponibilizam algumas técnicas que fazem uso da geometria fractal.

Em todos os modelos de fornecimento do grau de correlação ou dependência entre diferentes variáveis/atributos, a premissa básica é a existência de uma quantidade mínima de pontos amostrais para a variável a ser estimada (subamostrada).

A organização de um banco de variogramas padrão, catalogados de acordo com a especificidade do sítio geológico ou características de obtenção, poderia dar suporte à escolha de um modelo de continuidade espacial em condições de subamostragem, na geoestatística uni ou multivariada.

Uma estimativa geoestatística torna possível a expressão do conhecimento geológico de modo quantitativo. Os elementos qualitativos não tem muitas chances de se manifestar nos algoritmos tradicionais de estimativa. Adicionalmente, permite-se que se imprima parâmetros de modelo obtidos de campos de condições geológicas semelhantes, e se viabilize, por exemplo, por meio de atributos sísmicos e de poços, uma coestimativa num cenário de amostragem mínima do dado direto.

Para uma melhor percepção da valorização da informação secundária na cokrigagem estacionária, é necessário preliminarmente um discernimento do *modus operandi* da krigagem.

É através da admissão e/ou estabelecimento do valor da média que se distinguem e se valorizam os diferentes tipos de

krigagem estacionária. A krigagem ordinária, resultado da interação de uma krigagem simples (com média admitida de caráter global) com a krigagem da média (que estima o valor da média a cada ponto a estimar), distribui, proporcionalmente aos pesos da krigagem da média, o peso da média discernida na krigagem simples.

Numa estimativa com peso da média nulo, a krigagem ordinária se comporta como a krigagem simples, e, para um peso da média máximo, a krigagem ordinária se comporta exclusivamente como a krigagem da média.

Para uma amostra situada acima do alcance do ponto a estimar e das demais amostras, portanto, sem peso na krigagem simples, mas ainda no raio de investigação, a sua contribuição será exclusivamente para o estabelecimento da média. E o peso atribuído a esta amostra na krigagem ordinária será tanto maior quanto maior o peso da média. Na krigagem ordinária, as amostras mais distantes (na fronteira do domínio), obtém os maiores pesos na estimativa da média local.

Conforme ilustra o exercício de Hohn (1988) utilizando-se da variância de estimativa, existe um significativo ganho da cokrigagem (ordinária) em relação à krigagem, tanto maior quanto maior o coeficiente de correlação, assim também como reduz-se a variância de estimativa quanto maior a amplitude do variograma da variável secundária e do variograma cruzado.

Num cenário mais radical quanto à subamostragem e atendo-se principalmente à valorização da informação secundária nos tipos de cokrigagem estacionária, os exercícios de cokrigagem destacam que, independente do tipo de cokrigagem e do coeficiente de correlação, uma menor variância a priori da variável secundária leva a um maior peso para a informação secundária.

A valorização do dado secundário por tipo de cokrigagem reflete, além do coeficiente de correlação, as distintas formas de estabelecimento das médias e as respectivas condições de não-viés:

a) A cokrigagem ordinária não avalia sem a presença do dado primário z_1 no raio de investigação e superestima o dado secundário z_2 colocado (ou mais próximo);

b) A cokrigagem modificada avalia todos os pontos, independente da existência de Z_1 no raio de investigação, com forte significância do coeficiente de correlação e da variância a priori relativa (alta correlação e menor variância de Z_1 : pesos significativamente maiores de z_1 e z_2 colocado, mesmo para amostras acima do alcance de Z_1 ; e vice-versa); e

c) A cokrigagem simples também avalia todos os pontos, com o dado primário só tendo peso caso situado no alcance, com peso nulo mesmo se no raio de investigação. Na cokrigagem simples evidencia-se a significância do peso da média e a importância do coeficiente de correlação. Para uma malha regular, o peso da média reflete a variabilidade conjunta ou a variabilidade individual das variáveis; maior variabilidade, maior o peso da média.

A extensão do exercício de krigagem 1D de Dubrule(1981) para a cokrigagem 1D, além da valorização da informação secundária nos três tipos diferentes de cokrigagem estacionária considerados, ilustrou a participação da informação primária e secundária colocada, principalmente no estabelecimento da média.

A cokrigagem, assim como a krigagem, é um estimador exato com relação ao ponto amostral da variável primária, ou seja, mantém o mesmo valor da amostra primária nos três tipos de

cokrigagem, qualquer que seja o alcance, coeficiente de correlação ou valor da variabilidade relativa entre as variáveis primária e secundária.

Porém, para condições de alta correlação e maior variabilidade da variável primária ($C_1 > C_2$), vão existir valores não adequadamente normalizados na estimativa de pontos com amostras secundárias colocadas. Caracteristicamente, um peso da média negativo é observado para estes pontos, o que leva os pontos com amostras Z_2 de valor abaixo da média a ter a variável primária subestimada; e vice-versa, ou seja, uma superestimação para os pontos com amostra Z_2 de valor acima da média.

A cokrigagem comporta-se como uma média para alcances inferiores à distância dos dados ao ponto a estimar, seja a média estimada na cokrigagem ordinária e modificada, seja a média global fornecida pelo usuário na cokrigagem simples.

Com o aumento do alcance, diminui-se o peso da média pela incorporação de amostras e pela diminuição das distâncias estatísticas ($C_{\alpha 0}$ e $C_{\alpha \beta}$). Desta maneira, a maior valorização da informação secundária implicará em um menor peso da média, seja pelo aumento do coeficiente de correlação e/ou pela menor covariância relativa da variável secundária com relação à variável principal.

A distinção de uma forte valorização da ¹²informação primária e secundária colocada na estimativa da média, leva a concluir que, para um cenário de subamostragem da variável primária, isto representa, para as cokrigagens ordinária e modificada, um maior peso para estas amostras, independente da posição no raio de investigação.

Como na krigagem, com o aumento da amplitude e conseqüente participação das amostras externas opostas, a cokrigagem leva à

estimativa de valores acima (ou abaixo) do valor da variável primária para os pontos centrais (prolongamento do domo, por exemplo). E, da mesma forma, o efeito de sombreamento total deve ser observado quando a menor distância do ponto a estimar aos pontos amostrais estiver dentro da porção de comportamento linear dos modelos diretos ou cruzado (por exemplo, a $\frac{1}{4}$ do alcance para o modelo esférico).

A configuração 1D representando uma estrutura anticlinal evidenciou uma falta de definição para o fechamento da estrutura próximo ao valor de zero, fato que sugere a necessidade de se estabelecer pontos adicionais de valor zero para uma melhor amarração do limite geométrico da estrutura.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALEXANDER, J., 1993. A discussion on the use of analogues for reservoir geology. *in* Ashton, M.(ed.), 1993, *Advances in Reservoir Geology, Geological Society Special Publication* No. 69, p.175-194.
- ALMEIDA, A. S., 1993. Joint simulation of Multiple variables with a Markov-type coregionalization model. Stanford University. Tese de Doutorado. 199p.
- ASSUM, Y., KELKAR, M. G. e GUPTA, S. P., 1990. An application of geostatistics and fractal geometry for reservoir characterization. 70th Symposium on Enhanced Oil Recovery, Tusa, SPE 20257, p.809-821.
- BEER, R., 1994. Extensão da análise R/S para caracterização geoestatística local e regional de reservatórios de hidrocarbonetos. Campinas, Universidade Estadual de Campinas. Tese de Mestrado. 149p.
- BEER, 1995. Algumas considerações sobre metodologia de obtenção e aplicabilidade da dimensão fractal em rochas sedimentares. Rio de Janeiro. PETROBRÁS. 3p. (Relatório Interno).
- CLARK, I., BASINGER, K. L. & HARPER, W. V., 1987. MUCK - A Novel Approach to Co-Kriging. Proceedings of the Conference on Geostatistical, Sensitivity, and Uncertainty Methods for Ground-Water Flow and Radionuclide Modeling. Buxton. p.473-493.
- CORTEZ, M. M. M., 1995. Análise geoestatística da geometria externa dos reservatórios fluvial e eólico da Formação Água Grande, área central da Bacia do Recôncavo. Campinas, Universidade Estadual de Campinas. Tese de Mestrado. 100p.

- CHRISTAKOS, G., 1984. On the Problem of Permissible Covariances and Variogram Models: *Water Resour. Res.*, V.10, p.251-265.
- CRANE, S. D. e TUBMAN, K. M., 1990. Reservoir variability and modeling with fractal. 65th Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans, SPE 20606, P.803-810.
- DAVID, M., 1977. *Geostatistics ore reserve estimation*. Elsevier Scientific Publishing Company.
- DEUTSCH, C. V., 1991. The Relationship Between Universal Kriging, Kriging with an External Drift, and Cokriging. Stanford Center for Reservoir Forecasting, Stanford University. Report 4.
- DEUTSCH, C. V. e JOURNAL, A. G., 1992a. *GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide*. New York, Oxford University Press. 340 p.
- DUBRULE, O., 1981. *Krigeage et splines en cartographie automatique, application à des exemples pétroliers*. L'École Nationale Supérieure des Mines de Paris, Paris. Tese de Doutorado. 141p.
- EMANUEL, A. S., ALAMEDA, G. K., BEHRENS, R. A. e HEWETT, T. A., 1987. Reservoir performance prediction methods based on fractal geostatistics, SPE 16971, p.38-45.
- FUKUSHIMA, Y., PARKER, G. e PANTIN, H. M., 1985. Prediction of ignitive turbidity currents in Scripps Submanrine Canyon. *Marine Geology*, V.65, p.55-81.
- GALLI, A. e MEUNIER, G., 1987. Study of a Gas Reservoir Using the External Drift Method. in G. Matheron & M. Armstrong (eds), *Geostatistical Case Studies*, p.105-119.

- GARRISON, J. R. Jr., PEARN, W.C. e von ROSENBERG, 1991. The fractal nature of geological data sets: power law processes everywhere. 66th Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, SPE 22842, p. 26-272.
- HEWETT, T.A., 1986. Fractal distributions of reservoir heterogeneity and their influence on fluid transport. 61th Annual Technical Conference and Exhibition, SPE 15386.
- HEWETT, T.A. e BEHRENS, R.A., 1988. Conditional simulation of reservoir heterogeneity with fractals. 63th Annual Technical Conference and Exhibition, SPE 18326, p.645-660.
- HOHN, M. E., 1988. Geostatistics and petroleum geology. Merriam, D. F., New York, 264p.
- ISAAKS, E. H. e SRIVASTAVA, R. M., 1989. An Introduction to Applied Geostatistics, Oxford University Press, New York, 561p.
- JAQUET, O., 1989. Factorial Kriging Analysys Applied to Geological Data from Petroleum Exploration. Mathematical Geology, V.21, No 7, p.683-691.
- JOURNEL, A.G. e HUIJBREGTS, C.J., 1978. Mining Geostatistics. Academic Press, London, 598p.
- JOURNEL, A. G., 1988. Fundamentals of Geostatistics in Five Lessons. Stanford University, Stanford, 16p.
- KANASEWICH, E. R., 1975. Time Sequence Analysis in Geophysics, 2ed., The University of Alberta Press.
- MATHERON, G., 1971. The theory of regionalized variables and its applications. École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 211p.

- MIDDLETON, G. V.**, 1966. Experiments on density and turbidity currents. *Canadian Journal of Earth Sciences*, v. 3 e 4.
- MYERS, D. E.**, 1982. Matriz Formulation of Co-Kriging. *Mathematical Geology*, V.14, No 3, p.249-257.
- MYERS, D. E.**, 1983. Pseudo-Cross Variograms, Positive-Definiteness, and Cokriging. *Mathematical Geology*, V. 23, No 6, p.805-816.
- OLEA, R.**, 1991. editor. *Geostatistical Glossary and Multilingual Dictionary*. Oxford University Press, New York, NY.
- PARKER, G.**, 1982. Conditions for the ignition of catastrophically erosive turbidity currents. *Marine Geology*, v. 46, p.307-327.
- REMACRE, A. Z.**, 1990. Geoestatística e/ou Fractal. Instituto Brasileiro de Mineração - Anais do IV Seminário Nacional: O computador e sua aplicação no setor mineral. Belo Horizonte, 14p.
- REMACRE, A R.**, 1996. Krigagem da média. *Revista de Geociências*, IGCE/UNESP (no prelo).
- RIVOIRARD, J.**, 1987. Two Key Parameters When Choosing the Kriging Neighborhood. *Mathematical Geology*, V.19, No.8, p.851-856.
- ROMEU, R. K.**, 1994. Écoulement en milieux heterogenes: prise de moyenne de permeabilite en regimes permanent et transitoire. Universite de Paris VI, Paris. Tese de Doutorado. 243p.
- XU W.; TRAN, T.T.; SRIVASTAVA R.M. & JOURNAL, A.G.**, 1992. Integrating Seismic Data in Reservoir Modeling: The Collocated Cokriging Alternative. SPE 24742 .

YANG, A. P., 1992. A Geostatistical Interpolation Method From
Only Two or