

UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

GEOENGENHARIA DE RESERVATÓRIOS

UMA INVESTIGAÇÃO DA PARAMETRIZAÇÃO NA
INVERSÃO DOS TEMPOS DE BIRREFRINGÊNCIA EM
MATERIAIS SÓLIDOS FRATURADOS

José Fernando Rosalba

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Este exemplar corresponde à
redação final da tese defendida
por José Fernando Rosalba
e aprovada pelo Conselho Julgador
em 15/12/95

ORIENTADOR

CAMPINAS - SÃO PAULO

DEZEMBRO - 1995

R71i

27752/BC

UNICAMP



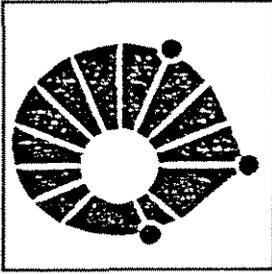
UNIDADE BC
N.º CATEGORIA: UNICAMP
R71u
N.º 27.75.2
INAC. 067.196
C 0
PREÇO R\$ 11,00
DATA 22/05/96
N.º CPD C.M.0009.0008 - 5

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DO I.G. - UNICAMP

Rosalba, José Fernando
R71u Uma investigação da parametrização na inversão dos tempos de birrefringência em materiais sólidos fraturados / José Fernando Rosalba.- Campinas, SP: [s.n.], 1995.

Orientadores: Ivan de Araújo Simões Filho, Martin Tygel.
Dissertação (mestrado) Universidade Estadual de Campinas,
Instituto de Geociências.

1. Prospecção - Métodos Geofísicos. 2. Anisotropia. 3.
Mecânica de Rochas. 4. Poços de Petróleo - Reservatório. I.
Simões Filho, Ivan de Araújo. II. Tygel, Martin. III.
Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Geociências.
IV. Título.



UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

GEOENGENHARIA DE RESERVATÓRIOS

UMA INVESTIGAÇÃO DA PARAMETRIZAÇÃO NA
INVERSÃO DOS TEMPOS DE BIRREFRINGÊNCIA EM
MATERIAIS SÓLIDOS FRATURADOS

José Fernando Rosalba

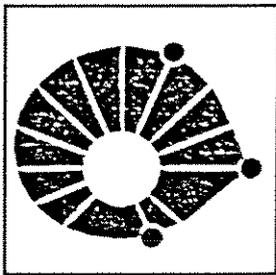
Dissertação apresentada ao Instituto de Geociências como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Geoengenharia de Reservatórios.

Orientador: Dr. Ivan de Araújo Simões Filho - UNICAMP
Co-Orientador: Dr. Martin Tygel - UNICAMP

IG-12 /95

CAMPINAS - SÃO PAULO

DEZEMBRO - 1995



UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

GEOENGENHARIA DE RESERVATÓRIOS

TÍTULO DA TESE: UMA INVESTIGAÇÃO DA PARAMETRIZAÇÃO NA INVERSÃO DOS TEMPOS DE BIRREFRINGÊNCIA EM MATERIAIS SÓLIDOS FRATURADOS.

AUTOR: JOSÉ FERNANDO ROSALBA

ORIENTADOR: Dr. IVAN DE ARAÚJO SIMÕES FILHO

CO-ORIENTADOR: Dr. MARTIN TYGEL

COMISSÃO EXAMINADORA

PRESIDENTE: Dr. IVAN DE ARAÚJO SIMÕES FILHO

EXAMINADORES:

- Dr. JOÃO DOS SANTOS PROTÁZIO (UFPA)

- Dr. MARCO A. B. BOTELHO (UFBA)

CAMPINAS, 15 DE DEZEMBRO DE 1995

À minha amiga Norma.

*Fé, idéias, sonhos, anseios.
Serve sempre alma sincera,
Quem espera trabalhando,
Alcança tudo o que espera.*

Norma

Agradecimentos

À minha mulher, Cynthia, e à minha filha, Paloma, privadas muitas vezes da minha companhia, e por suportarem períodos de impaciência.

Ao Ivan, pela excelente orientação, amizade e paciência.

Ao Tygel, co-orientador, pelas críticas e sugestões valiosas.

Ao Protázio, Jesse e Ággio, pelas discussões esclarecedoras.

Ao Osvaldo Duarte e Paulo Borges, pelo apoio em algumas etapas do trabalho.

Ao Carlos Eduardo, por ter cedido o programa do modelo de inclusões.

Ao corpo docente do Instituto de Geo-Engenharia de Reservatório - UNICAMP e a seus funcionários.

À Petrobrás S.A., pela oportunidade que me concedeu de participar do programa de Pós-Graduação.

À Carla Maria pela revisão do texto.

A todos os meus colegas de curso, pela amizade e colaboração.

À minha mãe, pela força e encorajamento.

A todos aqueles que de alguma forma contribuíram para a finalização desta dissertação.

Resumo

O interesse pelo estudo da propagação de ondas elásticas em meios anisotrópicos vem crescendo nos últimos anos em decorrência da necessidade de maior resolução nos dados sísmicos voltados para exploração de petróleo. Com o desenvolvimento de detectores para registro de múltiplos componentes do campo de ondas, de fontes sísmicas apropriadas, associadas a novas técnicas de aquisição de dados como *walkway VSP* e tomografia poço a poço, faz-se necessário a adoção de modelos elásticos anisotrópicos.

A especificação e parametrização de um meio heterogêneo anisotrópico é bastante complexa. No caso mais geral, todos os 21 parâmetros elásticos variam com a posição independentemente.

O conceito de meios anisotrópicos fatorados (HAF) aplicado às equações das perturbações dos tempos de trânsito, permite uma simplificação considerável da modelagem direta e inversa, trazendo, ainda, a vantagem de poder separar a contribuição das perturbações da anisotropia da contribuição das perturbações da heterogeneidade.

Quando consideradas apenas as perturbações de primeira ordem e meio de referência isotrópico, a diferença entre os tempos de trânsito das duas ondas quase-cisalhantes (tempos de birrefringência) é independente da heterogeneidade do meio, sendo função apenas da anisotropia. Demonstra-se que o mesmo ocorre com a diferença entre os tempos da onda quase-compressional e a média das ondas quase-cisalhantes (tempos de P e S combinados).

Neste trabalho, são investigados aspectos da parametrização na inversão dos tempos de birrefringência em meios fraturados e o conteúdo de informações que poderiam advir dos procedimentos de inversões adotados, como por exemplo alguns elementos de simetria, a inversão dos componentes elásticos, densidade de fraturas, etc.. É efetuada também uma análise da parametrização dos tempos de P e S combinados, mostrando-se o grande potencial do uso desta equação para a inversão anisotrópica dos 21 parâmetros elásticos, caso a inversão dos tempos fosse bem sucedida.

Abstract

Interest in the study of the propagation of elastic waves in anisotropic media has been growing in recent years, as a result of the need for higher resolution in seismic data related to oil exploration. The development of detectors for recording multiple components of the waves field, from appropriate seismic sources, associated to new data acquisition techniques, such as the vertical seismic profile (VSP) walkway and well-to-well tomography, has resulted in the need to use anisotropic elastic models.

The specification and parametrization of an anisotropic heterogeneous medium is very complex. In the most general case, all the 21 elastic parameters vary according to position, independently.

The concept of factorized anisotropic inhomogeneous media (FAI) applied to the equations of perturbations of transit times, makes direct and inverse modeling considerably simplified, and also offers the advantage of being able to separate the contribution of the anisotropy perturbations from the contribution of the heterogeneity perturbations.

If only the first order and isotropic reference medium perturbations are considered, the difference between the transit times of the two quasi-shearing waves (birefringence times) does not depend on the heterogeneity of the medium, being a function only of the anisotropy. It is shown that the same occurs with the difference between the times of the quasi-compressional wave and the average of quasi-shearing waves (P and S times combined).

This paper investigates aspects of parametrization in the inversion of the birefringence times in fractured media and the contents of information which could be forthcoming from the inversion procedures adopted, such as, for example, some elements of symmetry, the inversion of elastic components, density of fractures, etc. It also analyzes the parametrization of the P and S times combined, showing this equation's great potential for anisotropic inversion of the 21 elastic parameters, if the inversion of the times is successful.

Índice

Dedicatória -----	I
Citação -----	II
Agradecimentos -----	III
Resumo -----	IV
Abstract -----	V
Índice -----	VI
Lista de Figuras -----	VIII
Lista de Tabelas -----	XIII
Siglas, Abreviaturas e Símbolos -----	XV
<hr/>	
Introdução -----	1
Capítulo 1 - Propagação de ondas elásticas -----	4
1.1 - Conceituação do tensor de tensão -----	4
1.2 - Conceituação do tensor de deformação -----	5
1.3 - Relação tensão - deformação -----	6
1.4 - Métodos estáticos e dinâmicos -----	7
1.5 - Equação elastodinâmica do movimento - EEM -----	8
1.6 - Formas de soluções para a EEM -----	9
1.6.1 - Vetores velocidade de fase e de grupo -----	11
1.6.2 - Solução pela forma de onda harmônica -----	11
1.6.3 - Solução pela forma de onda plana -----	14
1.6.4 - Sistema de traçado do raio -----	16
1.7 - Propriedades do tensor elástico -----	17
1.7.1 - Simetrias e notações -----	17
1.7.2 - Transformação de coordenadas -----	18
1.7.3 - Sistemas de simetria do tensor elástico -----	19
1.7.4.- Condição geral de estabilidade do tensor elástico-----	21
1.8 - Propagação de ondas elásticas ao longo dos planos de simetria -----	22
1.9 - Considerações Finais -----	23
Capítulo 2 - Perturbação dos tempos de trânsito em meios heterogêneos anisotrópicos fatorados -----	25

2.1 - Conceituação dos meios heterogêneos anisotrópicos fatorados -----	25
2.2 - Conceituação do método da perturbação -----	26
2.3 - Perturbação dos tempos de trânsito em meios fatorados -----	29
2.3.1 - Meios de referência isotrópicos -----	30
2.4 - Considerações finais -----	34
Capítulo 3 - Modelo de Hudson para meios equivalentes -----	35
3.1 - Conceituação de meios equivalentes -----	35
3.2 - Teorias de rupturas em materiais frágeis -----	36
3.3 - Modelo de Hudson -----	37
3.3.1 - Construção e geração de meios equivalentes segundo o modelo de Hudson -----	40
<hr/>	
Capítulo 4 - Um estudo da inversão a partir dos tempos de trânsito -----	42
4.1 - Procedimento de inversão em dois passos -----	42
4.2 - Técnicas de inversão utilizadas -----	43
4.3 - Inversão a partir dos tempos de birrefringência -----	46
4.3.1 - Parametrização do problema -----	46
4.3.2 - Investigação do 2ª passo da inversão -----	48
4.3.3 - Investigação do 1ª passo da inversão -----	54
4.4 - Inversão a partir dos tempos de P e S combinados -----	58
4.4.1 - Parametrização do problema -----	58
4.4.2 - Investigação do 2ª passo da inversão -----	59
4.5 - Comportamento dos parâmetros de birrefringência em materiais sólidos fraturados -----	62
Capítulo 5 - Conclusões e sugestões -----	65
Capítulo 6 - Bibliografia -----	67

Lista de Figuras

- 1.1 - Curva hipotética tensão - deformação para materiais elástico-plásticos;
- 1.2 - Orientação dos planos de simetria nos sistemas mais comuns: (a) monoclinico; (b) tetragonal; (c) ortorrômbico; (d) hexagonal; (e) trigonal; (f) cúbico (extraído de Crampin, 1984);
- 1.3 - Representação dos parâmetros elásticos em notação reduzida, para os diferentes sistemas de simetria: (a) isotrópico; (b) cúbico; (c) hexagonal; (d) trigonal; (e) tetragonal; (f) ortorrômbico; (g) monoclinico; (h) triclinico;
- 1.4 - Figura ilustrando a passagem de uma onda S de um meio isotrópico para um meio anisotrópico e desse meio para outro meio anisotrópico. Nota-se a ocorrência do fenômeno de birrefringência sísmica (extraído de Crampin, 1981);
- 3.1 - Representação esquemática do espectro de fratura frágil até o escoamento dúctil, com deformações características antes da fratura e curvas de tensão-deformação para compressão uniaxial a extensão. O hachurado, nas curvas de tensão-deformação, simboliza a variação em cada caso e o recobrimento entre os casos 3, 4 e 5 (extraído de Griggs e Handin, 1960);
- 3.2 - Ciclo sísmico, desde o aparecimento das primeiras *cracks* até o colapso do sistema (extraído de Mjachkin et al, 1975);
- 4.1 - Esquema do procedimento para a modelagem direta e inversa em dois passos;
- 4.2 - Comportamento dos parâmetros de birrefringência \mathbf{m} nos sistemas de simetria mais comuns. C = cúbico, H = hexagonal, O = ortorrômbico, Te = tetragonal, M = monoclinico e Tr = triclinico. Os principais elementos de simetria (normal ao plano de simetria no caso do sistema monoclinico e direção do eixo de simetria principal no caso dos sistemas hexagonal e tetragonal) são orientados da seguinte maneira: 1 = ao longo do eixo x_1 , 2 = ao longo do eixo x_2 e 3 = ao longo do eixo x_3 . O símbolo “-” indica que o parâmetro é nulo, o símbolo “+” indica que o parâmetro pode não ser nulo e o símbolo “*” indica parâmetros iguais e não nulos (extraído de Simões Filho, 1995).
- 4.3 - Parâmetro de birrefringência m_1 amostrado, interpolado e original para um meio TIH;
- 4.4 - Variação dos 9 parâmetros de birrefringência \mathbf{m} , computados entre 0 e 360 graus de azimute com passo de 3 graus, para um meio TIV (modelo M1004),

rotacionado de 75 graus em torno do eixo leste-oeste do sistema de referência geográfico. Antes da rotação, o eixo de simetria estava orientado na vertical. Dados normalizados;

- 4.5 - Variação dos 9 parâmetros de birrefringência m , computados entre 0 e 360 graus de azimute com passo de 3 graus, para um meio ortorrômico (modelo MO), rotacionado de 25 graus em torno do eixo leste-oeste do sistema de referência geográfico. Antes da rotação, o sistema natural estava coincidente com o sistema de referência. Dados normalizados;
- 4.6 - Variação dos 9 parâmetros de birrefringência m , computados de 0 a 360 graus de azimute com passo de 3 graus, para um meio TIH (modelo M1004), rotacionado de 30, 50 e 30 graus em torno dos eixos norte-sul, leste-oeste e vertical, respectivamente, do sistema de referência geográfico. Antes da rotação, o eixo de simetria estava orientado para norte. Dados normalizados;
- 4.7 - Condicionamento da matriz das derivadas dos tempos calculados em relação aos parâmetros de birrefringência (G^tG). O modelo de referência isotrópico apresenta $V_p = 4.511$ m/s e $V_s = 2.007$ m/s para um meio TIH (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está no azimute de 250 graus. Equivale ao caso M3 da figura 4.2;
- 4.8 - Condicionamento da matriz das derivadas dos tempos calculados em relação aos parâmetros de birrefringência (G^tG). O modelo de referência isotrópico apresenta $V_p = 4.511$ m/s e $V_s = 2.007$ m/s para um meio TIH (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está no azimute de 180 graus, paralelo ao eixo de simetria. Equivale ao caso H1 da figura 4.2;
- 4.9 - Condicionamento da matriz das derivadas dos tempos calculados em relação aos parâmetros de birrefringência (G^tG). O modelo de referência isotrópico apresenta $V_p = 4.511$ m/s e $V_s = 2.007$ m/s para um meio TIH (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está no azimute de 270 graus, perpendicular ao eixo de simetria. Equivale ao caso H2 da figura 4.2;
- 4.10 - Gráfico das derivadas dos tempos calculados em relação aos 9 parâmetros de birrefringência em função do ângulo de incidência. O modelo de referência isotrópico apresenta $V_p = 4.511$ m/s e $V_s = 2.007$ m/s para um meio TIH (modelo

M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está no azimute de 250 graus. Equivale ao caso M3 da figura 4.2;

- 4.11 - Gráfico das derivadas dos tempos calculados em relação aos 5 primeiros parâmetros de birrefringência em função do ângulo de incidência. O modelo de referência isotrópico apresenta $V_p = 4.511$ m/s e $V_s = 2.007$ m/s para um meio TIH (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está no azimute de 180 graus, paralelo ao eixo de simetria. Equivale ao caso H1 da figura 4.2. Os parâmetros m_4 a m_9 são nulos;
- 4.12 - Gráfico das derivadas dos tempos calculados em relação aos 5 primeiros parâmetros de birrefringência em função do ângulo de incidência. O modelo de referência isotrópico apresenta $V_p = 4.511$ m/s e $V_s = 2.007$ m/s para um meio TIH (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está no azimute de 270 graus, perpendicular ao eixo de simetria. Equivale ao caso H2 da figura 4.2. Os parâmetros m_4 a m_9 são nulos;
- 4.13 - (a) Tempos de birrefringência observados, obtidos com o programa ANRAY89. (b) Tempos observados e calculados, obtidos com o programa ANRAY89 (TobsANRY e TcalANRY, respectivamente) e com o método da perturbação (TobsPERT e TcalPERT, respectivamente). O modelo de referência isotrópico apresenta $V_p = 4.511$ m/s e $V_s = 2.007$ m/s para um meio TIH (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está no azimute de 180 graus, paralelo ao eixo de simetria. Equivale ao caso H1 da figura 4.2;
- 4.14 - (a) Tempos de birrefringência observados, obtidos com o programa ANRAY89. (b) Tempos observados e calculados, obtidos com o programa ANRAY89 (TobsANRY e TcalANRY, respectivamente) e com o método da perturbação (TobsPERT e TcalPERT, respectivamente). O modelo de referência isotrópico apresenta $V_p = 4.511$ m/s e $V_s = 2.007$ m/s para um meio TIH (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está no azimute de 270 graus, perpendicular ao eixo de simetria. Equivale ao caso H2 da figura 4.2;
- 4.15 - (a) Tempos de birrefringência observados, obtidos com o programa ANRAY89. (b) Tempos observados e calculados, obtidos com o programa ANRAY89 (TobsANRY e TcalANRY, respectivamente) e com o método da perturbação (TobsPERT e TcalPERT, respectivamente). O modelo de referência isotrópico apresenta $V_p = 4.511$ m/s e $V_s = 2.007$ m/s para um meio TIV (modelo M1004)

com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está no azimute de 180 graus. Equivale ao caso H3 da figura 4.2;

- 4.16 - (a) Tempos de birrefringência observados, obtidos com o programa ANRAY89. (b) Tempos observados e calculados, obtidos com o programa ANRAY89 (TobsANRY e TcalANRY, respectivamente) e com o método da perturbação (TobsPERT e TcalPERT, respectivamente). O modelo de referência isotrópico apresenta $V_p = 3.770$ m/s e $V_s = 2.250$ m/s para um meio ortorrômbico (modelo MO). O plano de propagação está no azimute de 180 graus. Equivale ao caso O da figura 4.2;
- 4.17 - Resultado do 2ª passo de inversão usando os 9 parâmetros \mathbf{n} , obtidos nos azimutes de 0, 30, 45 e 90 graus. O modelo é um meio TI (M1004), inicialmente com eixo de simetria orientado para norte (TIH), rotacionado de 20 graus em torno do eixo leste-oeste do sistema de referência geográfico;
- 4.18 - Resultado do 2ª passo de inversão usando os 9 parâmetros \mathbf{n} , obtidos nos azimutes de 0, 30, 45 e 90 graus. O modelo é em meio ortorrômbico (MO), inicialmente com o sistema natural coincidente com o sistema geográfico, rotacionado de 20 graus em torno do eixo leste-oeste do sistema geográfico;
- 4.19a - Valores máximos dos parâmetros de birrefringência em função dos ângulos de mergulho dos planos de fratura para o modelo M1001, com densidade de inclusões de 0.25. As inclusões são preenchidas com água. O símbolo $|\mathbf{m}|$ é o módulo do valor máximo do parâmetro de birrefringência;
- 4.19b - Valores máximos dos parâmetros de birrefringência em função do ângulo de mergulho dos planos de fratura para os modelos M1007, com densidade de inclusões de 0.01. As inclusões são preenchidas com água. O símbolo $|\mathbf{m}|$ é o módulo do valor máximo do parâmetro de birrefringência;
- 4.20a - Valores máximos dos parâmetros de birrefringência em função do ângulo de mergulho dos planos de fratura para para o modelo M7002, com V_p/V_s da matriz de 2.0, mantendo V_s constante, variando V_p . As inclusões estão saturadas de água. Observa-se que os parâmetros são muito pouco sensíveis a essa mudança no meio sólido. O símbolo $|\mathbf{m}|$ é o módulo do valor máximo do parâmetro de birrefringência;
- 4.20b - Valores máximos dos parâmetros de birrefringência em função do ângulo de mergulho dos planos de fratura para para o modelo M7006, com V_p/V_s da matriz

de 1.15, mantendo V_S constante, variando V_P . As inclusões estão saturadas de água. Observa-se que os parâmetros são muito pouco sensíveis a essa mudança no meio sólido. O símbolo $|m|$ é o módulo do valor máximo do parâmetro de birrefringência. O símbolo $|m|$ é o módulo do valor máximo do parâmetro de birrefringência;

- 4.21a - Valores máximos dos parâmetros de birrefringência em função do ângulo de mergulho dos planos de fratura para para o modelo M6502, com V_P/V_S da matriz de 2.0, mantendo V_P constante, variando V_S . As inclusões são preenchidas com gás. O símbolo $|m|$ é o módulo do valor máximo do parâmetro de birrefringência;
- 4.21b - Valores máximos dos parâmetros de birrefringência em função do ângulo de mergulho dos planos de fratura para para o modelo M6506, com V_P/V_S da matriz de 1.15 mantendo V_P constante, variando V_S . As inclusões são preenchidas com gás. O símbolo $|m|$ é o módulo do valor máximo do parâmetro de birrefringência;
- 4.22 - Gráfico mostrando o resultado da inversão para a densidade de fratura de 0.2, a partir dos módulos de valores máximos dos parâmetros dados pelas expressões 4.32 e 4.33;
- 4.23 - Gráfico mostrando o resultado da inversão para a densidade de fratura de 0.15, a partir dos módulos de valores máximos dos parâmetros dados pelas expressões 4.32 e 4.33.

Lista de Tabelas

- 3.1a - Parâmetros dos grupos dos modelos M10, M15, M30, M35 e M40. Nos grupos M10 e M30 a V_P do fluido é de 1,5 km/s e no grupo M35 a V_P é de 0,34 km/s;
- 3.1b - Parâmetros dos grupos dos modelos M50, M55, M60, M65, M70 e M75. Nos grupos M50, M60 e M70 a V_P do fluido é de 1,5 km/s e nos grupos M55, M65 e M75 a V_P é de 0,34 km/s;
- 4.1a - Profundidade dos receptores e tempos observados, obtidos com o programa ANRAY, para o perfil com azimute de 250 graus. O meio é um TIH (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte;
- 4.1b - Profundidade dos receptores e tempos observados, obtidos com o programa ANRAY, para o perfil com azimute de 180 graus. O meio é um TIH (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está paralelo ao eixo de simetria;
- 4.1c - Profundidade dos receptores e tempos observados, obtidos com o programa ANRAY, para o perfil com azimute de 270 graus. O meio é um TIH (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está perpendicular ao eixo de simetria;
- 4.2 - Tabelas mostrando os resultados da inversão obtidos pelo programa ANRAY89 e PERT92 para três modelos: (a) meio TIH (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está no azimute de 180 graus, paralelo ao eixo de simetria. Equivale ao caso H1 da figura 4.2; (b) meio TIH (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está no azimute de 270 graus, perpendicular ao eixo de simetria. Equivale ao caso H2 da figura 4.2; (c) meio TIV (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está no azimute de 180 graus. Equivale ao caso H3 da figura 4.2, e (d) meio ortorrômbico (modelo MO). O plano de propagação está no azimute de 180 graus. Equivale ao caso O da figura 4.2. Os parâmetros de birrefringência invertidos são m_1 , m_2 e m_3 ; “Dtmáx” é o valor máximo da diferença encontrada entre os tempos observados e calculados; “ERMS” é o resultado do ajuste dos tempos; “real” significa o verdadeiro valor do parâmetro de birrefringência após correção pela V_P do meio de referência, e “raios inv.” é o número máximo de raios úteis à inversão, acima

do qual a inversão não apresenta um ajuste de tempo menor que 1ms. O modelo de referência isotrópico para o meio II apresenta $V_p = 4.511$ m/s e $V_s = 2.007$ m/s, e o meio ortorrômbico $V_p = 3.770$ m/s e $V_s = 2.250$ m/s.

Siglas, Abreviaturas e Símbolos

Três sistemas de coordenadas cartesianas são usados nesta dissertação: o sistema do modelo, o sistema natural dos parâmetros elásticos e o sistema de referência geográfico.

O sistema do modelo, representado por x_i ($i = 1, 2, 3$), descreve a geometria do levantamento. Nele, o eixo x_3 é definido com orientação positiva para baixo e os eixos x_1 e x_2 se encontram no plano horizontal, orientados de modo a formar um sistema de coordenadas destro.

O sistema dos parâmetros elásticos ou sistema natural (SN) tem seus eixos escolhidos como os eixos de simetria ou os planos definidos pelos eixos como planos de simetria.

O sistema de referência é definido como um sistema fixo, adotado como o geográfico. Nele, o eixo D (eixo vertical) coincide com o eixo x_3 do modelo. Os eixos E (eixo leste-oeste) e N (eixo norte-sul) se encontram no plano horizontal, orientados de modo a também formar um sistema destro. O eixo x_1 do modelo faz um ângulo φ (o azimute) com o eixo N de referência e o plano x_1x_3 é definido como o plano de propagação.

O sistema natural pode coincidir com o sistema de referência. Neste caso, os ângulos que definem a rotação do sistema natural em relação ao sistema de referência são iguais a zero. Se o sistema natural for rotacionado em relação ao sistema de referência, tem-se que 3 ângulos ($\theta_1, \theta_2, \theta_3$) definem a rotação do sistema natural. A ordem da rotação é dada primeiro por θ_1 (rotação em torno do eixo norte-sul), em seguida por θ_2 (rotação em torno do eixo leste-oeste) e, por último, a rotação θ_3 (rotação em torno do eixo vertical). No texto, as indicações das rotações são apresentadas na forma escrita como ($\theta_1, \theta_2, \theta_3$), com ângulos expressos em graus, conforme descrito anteriormente.

Os índices subscritos, quando repetidos, são somados de acordo com a convenção de Einstein. As quantidades vetoriais são representadas em negrito (ex: \mathbf{N}) ou por seus componentes (ex: N_k). As derivadas em relação ao tempo são representadas por um ou mais pontos sobre a quantidade derivada, e as derivadas em relação à posição no espaço são representadas por um subscrito precedido de vírgula. Os índices sobrescritos são

representados entre parênteses, e não obedecem à convenção de Einstein. Letras maiúsculas e minúsculas, que não estiverem em negrito e desprovidas de índices, representam funções, variáveis de função ou outras grandezas quaisquer, que serão descritas naquele ponto do seu emprego.

INTRODUÇÃO

O estudo da propagação de ondas elásticas em materiais sólidos tem sido desenvolvido nas últimas décadas, pois tem encontrado um vasto campo de aplicação, particularmente entre os geocientistas (geólogos, geofísicos, engenheiros de minas).

O material sólido pode ser considerado anisotrópico ou isotrópico, em função das variações das propriedades elásticas com a direção, e, ainda, homogêneo ou heterogêneo, em função das variações dessas propriedades com a posição.

Os meios anisotrópicos diferem substancialmente dos meios isotrópicos em vários aspectos. Nos meios isotrópicos existem apenas dois tipos de onda de volume [compressional (P) e cisalhante (S)] com velocidades diferentes e independentes da direção de propagação. Nos meios anisotrópicos existem três tipos de ondas de volume (uma onda quase-compressional e duas ondas quase-cisalhantes), com polarizações das partículas perpendiculares entre si e com velocidades dependentes da direção de propagação.

O fenômeno conhecido como birrefringência sísmica é caracterizado pela existência de duas ondas quase-cisalhantes com velocidades distintas.

Nesta última década, intensas pesquisas, impulsionadas principalmente por interesse da indústria de petróleo, foram capazes de desenvolver algoritmos de modelagem do campo de ondas total, processamento dos sinais e tecnologias de aquisição de dados voltadas para emissão e recepção da energia elástica que se propaga em meios heterogêneos anisotrópicos sob a forma de três tipos de onda (qP , qS_1 e qS_2).

A solução mais geral para os problemas direto e inverso, seja cinematicamente (cálculo dos tempos de trânsito) e/ou dinamicamente (cálculo das amplitudes) passa necessariamente pela modelagem de meios heterogêneos anisotrópicos, que necessitam de até 21 parâmetros elásticos independentes em meios anisotrópicos e de suas variações espaciais em meios heterogêneos. Esta complexidade acarreta num grande tempo de computação e complexidade de cálculo do campo de onda total.

Um modo possível de contornar este problema foi apresentado por Cervený (1989), que introduziu o conceito de meio heterogêneo fatorado (HAF), em que todos os parâmetros elásticos normalizados pela densidade possuem a mesma variação espacial. Cervený e Simões Filho (1991) aplicaram o conceito de meio HAF às equações deduzidas por Cervený (1982) e Jech e Psencík (1989) para as perturbações dos tempos de trânsito em meios heterogêneos anisotrópicos, mostrando a validade e limitações das novas

equações e demonstrando que, no âmbito dos meios fatorados, é possível separar as contribuições das perturbações da anisotropia das perturbações da heterogeneidade ao tempo de trânsito final. Deduziram também a equação do tempo de birrefringência sísmica em meios de referência isotrópicos, cujo tempo depende apenas de 9 combinações dos parâmetros elásticos (os parâmetros de birrefringência). A inversão dos tempos de birrefringência permitiu a determinação dos principais elementos de simetria dos meios anisotrópicos hexagonal, ortorrômbico e cúbico. Todavia, os planos de propagação eram planos sagitais de simetria, ou seja, ao longo dos planos de simetria. Essa informação “a priori” simplifica substancialmente o problema de inversão, pois transforma um problema não-linear de 9 incógnitas (os 9 parâmetros de birrefringência) em um problema linear de apenas 5 incógnitas. Esse procedimento, entretanto não permite resolver a heterogeneidade do meio nem os parâmetros elásticos individualmente.

Paralelamente a esses avanços teóricos e práticos, uma linha de pesquisa se desenvolveu a fim de compreender qual seria a resposta efetiva de um material composto por heterogeneidades diversas de dimensões menores que os comprimentos da onda elástica. Os efeitos da interferência da onda com estas heterogeneidades podem ser simulados por um meio homogêneo equivalente (ou estático), cujas variações das velocidades com as direções de propagação são aproximadamente iguais às daqueles meios (Crampin, 1981).

Várias teorias existem para a construção de meios equivalentes. O modelo de Hudson (1975) propõe determinar as constantes elásticas de um meio equivalente formado pelo alinhamento de inclusões circulares não-conectadas, disseminadas numa matriz isotrópica, também conhecida como modelo EDA (*Extensive Dilatancy Anisotropy*), que corresponde a um meio com simetria hexagonal. Modelos equivalentes que incorporam camadas laminares, também chamadas de PTL (*Periodic Thin Layer*), são propostos por Shoenberg e Muir (1989). Alguns destes modelos serão usados neste trabalho, a fim de se ter um meio com propriedades físicas controladas, tais como velocidades P e S da matriz, densidade de inclusões, tipo de fluido preenchendo as inclusões, etc.

O objetivo desta pesquisa é investigar a parametrização da inversão das combinações entre os tempos de trânsito das ondas qP , qS_1 e qS_2 em meios homogêneos anisotrópicos fatorados perturbados e com meio de referência isotrópico, sob duas formas: a equação do tempo de birrefringência (Simões Filho, 1992) e a equação da diferença entre

o tempo da onda qP e a média dos tempos das ondas qS_1 e qS_2 . Ambas as equações são independentes da heterogeneidade do meio, sendo influenciadas apenas pela anisotropia.

Esta tese é composta de 4 capítulos. O capítulo 1 introduz conceitos de elasticidade, a equação elastodinâmica do movimento com algumas soluções e aspectos das propriedades elásticas e da propagação de ondas em meios anisotrópicos. O capítulo 2 apresenta o conceito de meio HAF, a teoria da perturbação aplicada a meios fatorados e as equações envolvidas. No capítulo 3, discorre-se sobre o uso de meios equivalentes na propagação de ondas elásticas, com ênfase no modelo de Hudson, a partir do qual são gerados vários modelos usados no capítulo seguinte. O capítulo 4 trata de uma investigação da parametrização de inversão feita em dois passos das duas equações: dos tempos de trânsito para a combinação dos parâmetros elásticos e destes para os parâmetros elásticos individualmente, levando em conta que pode não haver informações “à priori” e que o meio anisotrópico pode ter qualquer simetria. Mostra-se que, para os tempos de birrefringência, a 1ª inversão, realizada pelo método gradiente conjugado e critério dos mínimos quadrados, não converge para o modelo quando os planos de propagação não são sagitais de simetria, e é bastante difícil ajustar um meio de referência isotrópico que forneça um ajuste dos tempos observados e calculados com diferença inferior a 1ms. Já a 2ª inversão, caso a 1ª inversão seja obtida com unicidade de solução e para qualquer plano de propagação, seria bem sucedida na 2ª equação, sendo necessários apenas levantamentos *VSP (vertical seismic profile)* em 3 azimutes. Logicamente, a 2ª inversão inverte para os parâmetros elásticos vistos no sistema de referência.

Alguns exemplos de modelos EDA permitem mostrar a variação dos parâmetros de birrefringência em função de propriedades físicas do modelo e diferentes ângulos de mergulho das inclusões alinhadas, simulando o que talvez ocorra em materiais fraturados (reservatórios de óleo, estruturas de concreto etc.).

Capítulo 1

Propagação de ondas elásticas

Os efeitos de anisotropia têm sido recentemente incluídos na interpretação de dados sísmicos com o uso de detectores e fontes para o registro e emissão de múltiplos componentes do campo de ondas. A compreensão destes efeitos abrange o estudo da propagação de ondas elásticas. O meio heterogêneo anisotrópico é o caso mais geral e complexo do equacionamento da propagação de ondas elásticas. Os meios isotrópicos são tratados como um caso particular do anterior.

Neste capítulo, dividido em 8 seções, são apresentadas algumas propriedades da propagação das ondas elásticas com ênfase em meios anisotrópicos.

Da seção 1.1 a 1.4, são introduzidos conceitos de elasticidade, estabelecendo-se, então, uma relação constitutiva conhecida como Lei de Hooke generalizada. Na seção 1.5 a equação elastodinâmica do movimento é apresentada, e na seção 1.6, discutem-se algumas formas de solução. Na seção 1.7, são apresentadas propriedades do tensor elástico, importantes para a compreensão da propagação de ondas em diferentes sistemas de simetria. Na seção 1.8, discute-se a propagação em planos de simetria, e, na seção 1.9, o papel das ondas cisalhantes na investigação da anisotropia.

Um tratamento mais detalhado dos assuntos tratados neste capítulo pode ser encontrado em Aki e Richards (1980), Chen e Saleeb (1982) e nas referências citadas no texto.

1.1 - Conceituação do tensor de tensão

Um corpo, ao ser solicitado por uma força externa, manifesta uma força oposta, que tende a restaurar ou manter sua forma original através de forças internas. Diz-se que ele se encontra em um estado de tensão.

Nos corpos rochosos deformados, a distribuição das tensões é, na maioria das vezes, complexa.

Para uma compreensão mais fácil deste estado, considere um paralelepípedo a uma condição de tensão homogênea, com arestas orientadas segundo o sistema de coordenadas cartesianas.

Define-se como campo de tração $\tau(\mathbf{n})$ a força por unidade de área agindo sobre um plano normal \mathbf{n} a um dos eixos coordenados. $\tau(\mathbf{n})$ pode ser decomposta em trações normais ou tangenciais às faces do paralelepípedo, representadas em notação indicial como:

$$t_i(\mathbf{n}) = s_{ij} \cdot n_j \quad (1.1)$$

onde: n_j é o vetor unitário perpendicular à face;

s_{ij} são os componentes cartesianos do tensor de tensão de ordem 2.

Os elementos da diagonal do tensor s_{ij} ($i = j$) representam os componentes normais às faces e os elementos fora da diagonal ($i \neq j$), os componentes cisalhantes das trações.

Em situações mais gerais, os vários componentes de tensão são interdependentes; alguns tenderiam a girar o paralelepípedo. Mas, supondo que o estado é mantido em equilíbrio, as tensões que provocam a rotação devem se anular ou compensar. Desta forma, o tensor de tensão é simétrico, ou seja, são necessários apenas 6 elementos independentes para descrever seu estado:

$$s_{ij} = s_{ji} \quad (1.2)$$

Considerando um sólido como um fluido ideal (meio acústico), não há componentes cisalhantes de tensão:

$$\begin{aligned} s_{ij} &= -p \quad (i = j) \\ s_{ij} &= 0 \quad (i \neq j) \end{aligned} \quad (1.3)$$

onde: p é a pressão acústica.

Em sismologia, as técnicas de processamento convencional do sinal sísmico são geralmente baseadas neste tipo de modelo, caracterizadas somente pela propagação de ondas compressoriais (ondas acústicas).

1.2 - Conceituação do tensor de deformação

O efeito das forças que agem sobre um corpo causa um estado de tensão, que por sua vez, em geral, pode modificar as dimensões lineares relativas e/ou a forma do corpo em seu volume, ou seja, as deformações são baseadas em relações geométricas.

Para a descrição deste estado, usa-se o conceito de campo de deslocamento relativo $\delta(\mathbf{n})$, onde \mathbf{n} indica a direção de um ponto em relação a um ponto de referência antes da deformação.

Este vetor, associado aos eixos cartesianos, pode ser decomposto em componentes ao longo destas direções. Logo, podem-se escrever, na forma indicial, os componentes do vetor deslocamento relativo, como:

$$\delta_i(n) = e'_{ij} \cdot n_j \quad (1.4)$$

onde: e'_{ij} são os componentes cartesianos do tensor de ordem 2 de deslocamento relativo.

Como este tensor pode ser decomposto na soma de dois tensores, um simétrico e outro anti-simétrico, segue que:

$$\begin{aligned} e'_{ij} &= e_{ij} + w_{ij} \\ e_{ij} &= \frac{1}{2}(e'_{ij} + e'_{ji}) \\ w_{ij} &= \frac{1}{2}(e'_{ij} - e'_{ji}) \end{aligned} \quad (1.5)$$

O tensor e_{ij} é chamado de tensor de deformação, pois representa as verdadeiras deformações do corpo, enquanto w_i está relacionado apenas às rotações rígidas.

Os elementos da diagonal do tensor e_{ij} ($i = j$) correspondem às mudanças de comprimento, sem mudança de forma, e em sismologia estão relacionados às ondas compressoriais. Já os componentes e_{ij} ($i \neq j$) correspondem às deformações cisalhantes, isto é, com mudança de forma, e estão relacionados à propagação das ondas cisalhantes. Verifica-se que $e_i = e_{ji}$.

Denotando u_i como o campo de deslocamento de um ponto qualquer no corpo, pode-se escrever o tensor deformação e'_{ij} , para pequenos deslocamentos, como:

$$\begin{aligned} e'_{ij} &= \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = u_{i,j} \\ e_{ij} &= \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \\ w_{ij} &= \frac{1}{2}(u_{i,j} - u_{j,i}) \end{aligned} \quad (1.6)$$

O tensor e_{ij} , nesta forma, é chamado de tensor **Lagrangiano** de deformação.

1.3 - Relação tensão - deformação

Intuitivamente, é razoável pensar que para cada tipo de tensão sucede-se um tipo correspondente de deformação, nos quais os dois estados são fenômenos indissociáveis.

Vários tipos de materiais geológicos e metálicos, quando submetidos a testes para estudo de deformação progressiva, exibem correspondentes estados distintos de deformação.

O diagrama da figura 1.1 ilustra uma curva tensão-deformação hipotética, típica para vários tipos de materiais elásticos-plásticos.

O início da curva é bastante inclinada e corresponde a um estado onde há uma relação linear entre tensão e deformação (Lei de Hooke), denotando que somente diminutas perturbações são induzidas no material em função da tensão. Esta região é dita elástica, isto é, cessada a tensão, o corpo recupera a sua forma e volume originais. Alguns materiais podem alcançar a ruptura ainda dentro desta região. Todavia, se o material não é frágil e a tensão é crescente, atinge-se um patamar na curva, além da qual, a rocha se deforma de modo permanente (região plástica). O limite de elasticidade P, que separa as regiões, nem sempre é bem definido. Continuando a aumentar a tensão, chega-se a um ponto onde ocorre a ruptura do material.

1.4 - Métodos estáticos e dinâmicos

Os fundamentos conceituais do fenômeno tensão-deformação advêm de investigações experimentais das propriedades mecânicas de materiais, que podem ser estudadas por métodos ditos estáticos ou dinâmicos.

No primeiro caso existem diversos ensaios que são realizados em laboratórios com corpos de prova, tais como: solitação triaxial, tração uniaxial, tração pelo método brasileiro, etc. De uma maneira geral estes experimentos visam estudar o comportamento mecânico de materiais, avaliando e medindo o modo como se deformam sob esforços de distensão, compressão, torção, etc., dentro de uma gama variável de temperatura, pressão, tempo e na presença de fluidos diversos. Frequentemente são experimentos destrutivos.

Métodos estáticos também podem ser aplicados em poços, afloramentos ou nas paredes de uma galeria, utilizando-se, muitas vezes, técnicas que induzem perturbações nas rochas a fim de criar uma resposta que possa ser medida e analisada, por exemplo: fraturamento hidráulico.

Os métodos dinâmicos de investigação abrangem o estudo do comportamento das ondas mecânicas (ondas sísmicas), produzidas por fontes naturais (terremotos) ou artificiais (explosivos), emitidas através de um meio.

Em particular, na propagação de ondas elásticas, onde após a sua passagem o meio volta à sua forma original, induz-se uma deformação elástica infinitesimal, em que a tensão é proporcional à deformação e pode ser escrita como:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} e_{kl} \quad (1.7)$$

onde: c_{ijkl} representa o tensor de 4ª ordem dos parâmetros elásticos do meio;

σ_{ij} está definido na seção 1.1;

e_{kl} está definido na seção 1.2.

Esta relação é conhecida como Lei de Hooke generalizada e pode ser escrita em função dos deslocamentos a partir de 1.6:

$$\rho_{ij} = c_{ijkl} u_{k,l} \quad (1.8)$$

Nota-se, portanto, que a propagação das ondas elásticas é bastante complexa, pois é afetada pelas propriedades elásticas do meio (representadas pelo tensor c_{ijkl}), intrínsecas ao meio e à escala de medidas. Em materiais rochosos, por exemplo, as propriedades elásticas são sensíveis à assembléia mineralógica e são afetadas pelas formas, distribuição e orientação preferencial de grãos e cristais. Adicionalmente, também são fortemente afetadas pela presença de fluidos intersticiais, poros, etc..

1.5 - Equação elastodinâmica do movimento - EEM

A equação elastodinâmica do movimento (EEM) é a expressão da Lei de Newton para o equilíbrio dinâmico entre as forças de volume e de superfície dentro de um dado volume do meio. Ela descreve o movimento do campo de onda elástico se propagando no meio caracterizado pelo vetor deslocamento de partícula u :

$$\sigma_{ij}(x_s, t)_{,j} + f_i(x_s, t) = \rho(x_s) \ddot{u}_i(x_s, t) \quad (1.9)$$

onde: $\rho(x_s)$ é a densidade do meio;

$u_i(x_s, t)$ são os componentes cartesianos do vetor deslocamento;

$f_i(x_s, t)$ são os componentes cartesianos das forças de volume que agem sobre o corpo.

Introduzindo a relação (1.8) na equação (1.9), tem-se a equação elastodinâmica do movimento para meios heterogêneos anisotrópicos:

$$\rho \ddot{u}_i = c_{ijk1,j} u_{k,l} + c_{ijk1} u_{k,lj} \quad (1.10)$$

Na equação acima, estão implícitas as seguintes considerações: (1) campo de observação longe da fonte ($f_i = 0$), (2) o meio é instantaneamente reativo, (3) a resposta esforço-deformação é linear, (4) as propriedades elásticas do meio são invariantes com o tempo.

Em sólidos isotrópicos as propriedades elásticas independem da direção e o tensor elástico pode ser reescrito em função de apenas 2 parâmetros, μ e λ , chamados de coeficientes de Lamé:

$$c_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (1.11)$$

onde: δ_{ij} é o delta de Kronecker.

Inserindo (1.11) em (1.10) tem-se:

$$\rho \ddot{u}_i = \lambda_{,j} u_{j,j} + \mu_{,j} (u_{i,j} + u_{j,i}) + (\lambda + \mu) u_{j,ij} + \mu u_{i,jj} \quad (1.12)$$

que é a equação para meios heterogêneos isotrópicos.

O meio homogêneo é uma simplificação do mundo real, na qual as propriedades elásticas são constantes em todos os pontos do meio. Neste caso, os parâmetros elásticos c_{ijkl} e a densidade ρ independem da posição. As equações (1.10) e (1.12) são, então, reescritas, respectivamente, como:

$$\rho \ddot{u}_i = c_{ijkl} \cdot u_{k1,lj} \quad (1.13)$$

$$\rho \ddot{u}_i = (\lambda + \mu) u_{j,jj} + \mu u_{i,jj} \quad (1.14)$$

1.6 - Formas de soluções para a equação elastodinâmica do movimento

Um conjunto de soluções da EEM pode ser obtido considerando a forma de um campo de onda vetorial:

$$u_k(x_s, t) = A_k \theta \quad (1.15)$$

onde: u_k é o campo vetorial (deslocamento);

A_k é a função vetorial amplitude da onda;

θ é a função escalar de fase da onda.

A e θ podem assumir funções reais ou complexas, que poderiam corresponder, por exemplo, à propagação sob a forma de ondas planas, esféricas, cilíndricas ou harmônicas.

Em meios elásticos, tem grande significado físico as excitações que produzem oscilações harmônicas. Portanto, uma solução seria assumir 1.15 como:

$$u_k(x_s, t) = A_k(x_s, t) e^{i\theta(x_s, t)} \quad (1.16)$$

onde: $A(x_s, t)$ é o vetor amplitude complexa;

$\theta(x_s, t)$ é a função de fase;

$i = \sqrt{-1}$ é a unidade imaginária.

As superfícies ao longo das quais a função de fase é constante em um dado tempo t são chamadas de frentes de onda.

Um caso particular e mais simples da solução da EEM é obtido quando assume-se um ponto de observação longe da fonte, que, localmente, pode ser aproximado por uma onda plana. Estas ondas são caracterizadas pela amplitude A constante no tempo e a fase θ como sendo uma função linear do tempo e do espaço. A solução se escreve como:

$$u_k(x_s, t) = A_k \omega_0 (\tau(x_s) - t) \quad (1.17)$$

onde: ω_0 é a frequência angular inicial;

$\tau(x_s)$ é uma função linear das coordenadas para ondas planas.

As soluções (1.16) e (1.17) serão usadas a seguir na investigação da propagação de ondas em meios homogêneos anisotrópicos.

A equação eiconal

$$(\nabla \tau(x))^2 = \frac{1}{c^2(x)} \quad (1.18)$$

onde: t é o tempo e c é a velocidade.

É a equação básica que controla a evolução da frente de onda; basta conhecer a frente de onda no tempo t . Todavia, nos programas de modelagem numérica direta, que procuram simular a propagação de ondas sísmicas, se usa mais frequentemente um tratamento da EEM voltada para a determinação das trajetórias por onde flui a energia sísmica em cada ponto do meio (traçado do raio) ao invés de se construir a progressão das superfícies das frentes de onda. Uma solução eficaz para o traçado do raio em meios heterogêneos anisotrópicos será apresentada na seção 1.6.4.

1.6.1 - Vetores velocidade de fase e de grupo

São definidos a seguir algumas quantidades físicas importantes no estudo da propagação de ondas elásticas.

- vetor de onda

$$k_i(x_j, t) = \frac{\partial \theta(x_j, t)}{\partial x_i} = \theta_{,i} \quad (1.19)$$

- frequência angular

$$\omega(x_j, t) = -\frac{\partial \theta(x_s, t)}{\partial t} = -\dot{\theta} \quad (1.20)$$

- vetor velocidade de fase

$$V_i = \frac{\omega}{k} \cdot \frac{k_i}{k} \quad \text{ou} \quad V = (V_i \cdot V_i)^{1/2} \quad (1.21)$$

- vetor velocidade de grupo

$$U_i = \frac{\partial \omega}{\partial k_i} \quad \text{ou} \quad U = (U_i \cdot U_i)^{1/2} \quad (1.22)$$

Pode-se notar que o vetor \mathbf{k} é perpendicular à frente de onda, da mesma forma que o vetor velocidade de fase.

O vetor velocidade de grupo tem a direção da energia sísmica, isto é, tangente ao raio.

Em meios anisotrópicos o raio e, conseqüentemente, o vetor velocidade de grupo não são perpendiculares à frente de onda. Ambas as velocidades dependem da direção de propagação e possuem módulos diferentes.

Já em meios isotrópicos, o raio é perpendicular à frente de onda, logo todos os vetores acima coincidem, apesar de terem módulos diferentes.

Em meios heterogêneos os raios são curvos e em meios homogêneos são retos.

1.6.2 - Solução pela forma de onda harmônica

Neste desenvolvimento a equação (1.16) é usada como solução da EEM, onde a amplitude A é função do tempo e espaço com variações lentas e o θ é uma função linear do tempo e da posição com variações rápidas.

Inserindo 1.16 em 1.13 obtém-se:

$$(c_{ijkl}\theta_{,i}\theta_{,j}A_k - \rho(\dot{\theta})^2 A_i) = 0 \quad (1.23)$$

chamada de equação de Kelvin-Cristoffel.

Para simplificar o problema introduz-se em (1.23) uma matriz simétrica (matriz de Cristoffel) 3x3, cujos elementos são:

$$\Gamma_{ij}(x_s, \theta_{,r}) = \frac{c_{ijkl}}{\rho} \cdot \theta_{,j}\theta_{,l} \quad (1.24)$$

logo:

$$\left(\Gamma_{ik} - \left(\dot{\theta}_i \right)^2 \delta_{ik} \right) A_k = 0 \quad (1.25)$$

A equação acima define um problema de determinação de autovalores e autovetores e pode ser reescrita como:

$$\left(\Gamma_{ik} - G^{(m)} \delta_{ik} \right) g_k^{(m)} = 0 \quad (1.26)$$

$$G_{ik} - \left(\dot{\theta}_i \right)^2 A_k = 0 \quad (1.27)$$

onde: $G^{(m)}(x_s, \theta_{,r}) = \left(\dot{\theta} \right)^2$ são os autovalores da solução não-trivial;

$m = 1, 2$ e 3 são os autovetores correspondentes.

A solução para a equação 1.26 pode ser obtida fazendo-se:

$$\det \begin{vmatrix} \Gamma_{11} - G^{(m)} & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} - G^{(m)} & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} - G^{(m)} \end{vmatrix} = 0 \quad (1.28)$$

e

$$g_k^{(m)} \cdot g_k^{(m)} = 1 \quad (1.29)$$

A expressão (1.29) diz que os autovetores são por definição unitários, já que a equação (1.26) não envolve o módulo de $g^{(m)}$.

O determinante (1.28) dá origem a uma equação do 3º grau em $G^{(m)}$:

$$G^{(m)3} - pG^{(m)2} + QG^{(m)} - R = 0 \quad (1.30)$$

A matriz de Cristoffel tem como autovalores a solução não trivial da equação (1.30), ou seja, 3 autovalores $G^{(1)}$, $G^{(2)}$ e $G^{(3)}$, que estão relacionados, respectivamente, aos três autovetores $g^{(1)}$, $g^{(2)}$ e $g^{(3)}$.

Como a matriz (1.24) é positiva definida, os autovalores são reais e positivos e os autovetores reais e mutuamente perpendiculares.

Nota-se também que $\mathbf{g}^{(m)}$ determina a direção do vetor amplitude \mathbf{A} , ou seja, é o vetor de polarização, sem nenhuma disposição especial em relação à frente de onda. Os autovalores $G^{(m)}$ estão intimamente relacionados com as velocidades de grupo e de fase, como será visto adiante.

As três soluções possíveis da expressão (1.28), não triviais, correspondem aos três tipos de ondas que se propagam em meios anisotrópicos: uma onda quase-longitudinal (qP), com o vetor deslocamento de partículas (vetor de polarização) aproximadamente normal à frente de onda, e duas ondas quase-cisalhantes (qS₁ e qS₂), propagando-se com velocidades diferentes, vetores de polarização perpendiculares entre si e ao da onda qP e aproximadamente transversais à direção de propagação. Daí a razão para o uso do prefixo quase.

O fenômeno de separação das ondas S é conhecido como birrefringência sísmica. Nur e Simmons (1969) mostram as primeiras evidências deste fenômeno em rochas, através de ensaios em laboratório, usando a propagação de ondas elásticas.

Um caso particular de solução é encontrado quando os autovalores da matriz de Cristoffel correspondentes às ondas qS₁ e qS₂ coincidem. Diz-se, então, que há uma degenerescência ou singularidade, pois os autovetores não podem ser determinados sem ambigüidade, apesar de serem perpendiculares entre si e ao autovetor da onda qP, apenas o plano em que os vetores estão situados.

Em meios anisotrópicos, a degenerescência ocorre em algumas direções, e em meios isotrópicos a degenerescência é global.

Em princípio, para se determinar o vetor de polarização da onda S em meios isotrópicos, deve-se conhecer alguma condição inicial, por exemplo, a polarização da onda S em algum ponto de referência ao longo do raio. Em meios homogêneos, o vetor de polarização não muda de direção ao longo do raio.

Podem-se achar as expressões para velocidade de fase e de grupo em meios anisotrópicos. Pela definição de vetor de onda e frequência angular e usando a equação (1.27), pode-se escrever:

$$G^{(m)}(\mathbf{x}, \mathbf{k}_j) = \omega^2 \tag{1.31}$$

Esta equação é chamada de relação de dispersão, pois fornece uma relação entre o vetor \mathbf{k} e a frequência ω . É usada em situações onde há dependência das velocidades com a frequência.

Inserindo (1.31) em (1.21) e (1.22), pode-se escrever:

$$V_i = \frac{[G^{(m)}(x_i, k_n)]^{1/2}}{k} \cdot \frac{k_i}{k} \quad (1.32)$$

$$U_i = \frac{1}{2[G^{(m)}(x_i, k_n)]^{1/2}} \cdot \frac{\partial G^{(m)}(x_i, k_n)}{\partial k_i} \quad (1.33)$$

1.6.3 - Solução pela forma de onda plana

Em muitas situações práticas, a perturbação do meio se assemelha bastante à propagação de ondas planas. A equação (1.17) é uma forma de solução.

Nesta equação, a função $\tau(x_s)$ é a equação eiconal e tem o significado de tempo de trânsito. É uma função linear das coordenadas para ondas planas.

Define-se um vetor \mathbf{p} perpendicular à frente de onda, chamado de vetor vagarosidade, como:

$$\mathbf{p} = \nabla t = \frac{\mathbf{N}_i}{V} \quad (1.34)$$

onde: \mathbf{N}_i é um vetor unitário normal à frente de onda;

V é a velocidade de fase.

\mathbf{p} é, portanto, paralelo ao vetor de onda e ao vetor velocidade de fase. No caso de ondas planas em meios homogêneos, os componentes do vetor \mathbf{p} são constantes, pois não dependem das coordenadas.

Inserindo (1.17) em (1.19) e (1.20), obtém-se:

$$\omega(x_s, t) = \omega_0 \quad \text{e} \quad k_i(x_s, t) = \omega_0 p_i \quad (1.35)$$

que são funções independentes do tempo e das coordenadas.

Inserindo (1.35) na relação de dispersão (1.27) e considerando que os autovalores da matriz de Cristoffel são função homogênea de 2ª ordem em $\theta_{,i}$, tem-se que:

$$G^{(m)}(x_i, p_j) = 1 \quad (1.36)$$

Estas equações correspondem às equações para ondas planas que regem a propagação dos 3 tipos de ondas (qP, qS₁ e qS₂), encontradas em meios anisotrópicos.

Os componentes do vetor velocidade e de grupo podem ser determinados a partir de (1.21), (1.22) e (1.35):

$$V_i = \frac{p_i}{p_k p_k} \quad \text{e} \quad U_i = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial G^{(m)}(x_1, p_j)}{\partial p_i} \quad (1.37)$$

A velocidade de fase também pode ser obtida inserindo (1.31) em (1.33):

$$V = [G^{(m)}(x_j, N_r)]^{1/2} \quad (1.38)$$

considerando-se que os autovalores são funções homogêneas de segunda ordem em p.

Portanto, existem 3 velocidades de fase correspondentes, respectivamente, aos 3 planos de onda que se propagam em meios homogêneos anisotrópicos.

A determinação das velocidades de grupo é bastante complicada. Cerveny (1986) descreve uma forma analítica bastante simples:

$$G^{(m)} = \Gamma_{ik} g_k^{(m)} g_i^{(m)} = \frac{c_{ijkl}}{\rho} p_j p_l g_i^{(m)} g_k^{(m)} \quad (1.39)$$

Inserindo-se (1.39) em (1.37), obtém-se:

$$U_i = \frac{c_{ijkl}}{\rho} p_l g_j^{(m)} g_k^{(m)} \quad (1.40)$$

Logo, conhecendo-se o vetor vagarosidade e os autovetores da matriz de Cristoffel, pode-se determinar U_i facilmente.

Como os elementos da matriz de Cristoffel e seus autovalores são função homogênea de 2ª ordem em k_j, pode-se eliminar ω_o da solução. A matriz (1.24) para ondas planas se escreve como:

$$\Gamma_{ik}(x_s, p_r) = \frac{1}{\rho} c_{ijkl} p_j p_l \quad (1.41)$$

e a equação (1.23) como:

$$(\Gamma_{ik} - \delta_{ik}) A_k = 0 \quad (1.42)$$

1.6.4 - Sistema de traçado do raio

Semelhantemente aos meios homogêneos anisotrópicos, três diferentes ondas (qP , qS_1 e qS_2) propagam-se em meios suavemente heterogêneos anisotrópicos. Seus tempos de trânsito podem ser obtidos como soluções da equação eiconal (1.36).

Esta equação é uma equação diferencial parcial não-linear de 1ª ordem em $\tau(x_s)$ quando $p_j = \tau_{,j}$.

Os tempos de trânsito são usualmente computados ao longo do raio (seção 1.6). Os raios são considerados como as trajetórias em cada ponto do meio excitado e tem a direção do vetor velocidade de grupo. Os raios aqui são definidos como as trajetórias ao longo da porção de mais alta frequência da energia sísmica.

A equação paramétrica que descreve o raio é escrita como:

$$x_i = x_i(\tau) \quad (1.43)$$

onde: τ é o tempo de trânsito;

x_i são as coordenadas cartesianas dos pontos ao longo do raio.

Desta forma, a equação (1.40) pode ser reescrita como:

$$U_i = \frac{dx_i}{d\tau} = \frac{1}{\rho} c_{ijkl} p_j g_k^{(m)} g_l^{(m)} \quad (1.44)$$

Como esta equação depende de p_i , ela deve ser reescrita em função de $dp_i/d\tau$

$$\frac{dp_i}{d\tau} = \frac{\partial p_i}{\partial x_j} \cdot \frac{dx_j}{d\tau} \quad (1.45)$$

A partir de (1.36) tem-se que:

$$\frac{\partial G^{(m)}}{\partial p_j} \frac{\partial p_j}{\partial x_i} = - \frac{\partial G^{(m)}}{\partial x_i} \quad (1.46)$$

e segue que, usando (1.39):

$$\frac{\partial G^{(m)}}{\partial x_i} = \frac{\partial \Gamma_{ik}}{\partial x_i} g_l^{(m)} g_k^{(m)} \quad (1.47)$$

Para obter $\delta \Gamma_{ik} / \delta x_i$, desenvolve-se a equação (1.41):

$$\frac{\partial \Gamma_{ik}}{\partial x_i} = \frac{\partial (c_{ijkn} / \rho)}{\partial x_i} p_j p_n \quad (1.48)$$

Estas expressões formam o sistema de equações que regem o traçamento de raios para qualquer um dos 3 tipos de ondas em meios heterogêneos anisotrópicos:

$$\frac{dx_i}{d\tau} = \frac{1}{\rho} \cdot c_{ijkl} p_l g_k^{(m)} g_j^{(m)}$$

e

$$\frac{dp_i}{d\tau} = -\frac{1}{2} \frac{\partial(c_{ijkl}/\rho)}{\partial x_i} p_j p_n g_l^{(m)} g_k^{(m)} \quad (1.49)$$

Um tratamento completo sobre o método do raio pode ser encontrado em Cerveny et al (1977).

O cálculo do sistema de traçado de raios e dos tempos de trânsito descritos acima é simples e direto, mas computacionalmente dispendioso. Um procedimento mais eficiente, porém aproximado, aplicado na solução de problemas diretos e inversos para meios heterogêneos anisotrópicos é obtido usando o método da perturbação. Este método será discutido no capítulo 2.

1.7 - Propriedades do tensor elástico

O tensor elástico c_{ijkl} de 4ª ordem forma a matriz de parâmetros elásticos e apresenta 81 componentes. Os 4 subscritos podem ser vistos como uma matriz 4D. Nesta seção são apresentadas somente algumas propriedades do tensor elástico, aquelas necessárias ao desenvolvimento e entendimento deste trabalho. Um tratamento mais detalhado do tensor elástico pode ser encontrado em Helbig (1994).

1.7.1 - Simetrias e notações

Desde que há simetrias no tensor de tensões ($\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$) e no tensor de deformação ($\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}$), o tensor elástico passa a ter as seguintes simetrias:

$$c_{ijkl} = c_{jikl} \text{ e } c_{ijkl} = c_{ijlk}$$

Os 81 parâmetros elásticos se reduzem a 36 parâmetros. Essas propriedades de simetria permitem construir uma forma reduzida de representação do tensor c_{ijkl} , onde os elementos ficam dispostos numa matriz 6x6 e os subscritos são reescritos como 2 subscritos (p e q), conforme:

ij (ou kl) = 11 22 33 23 31 12 equivale, respectivamente a p (ou q) = 1 2 3 4 5 6

A forma reduzida c_{pq} é interessante para visualização do tensor, facilitando algumas operações matemáticas, entretanto, perdem-se todas as propriedades tensoriais.

A energia potencial elástica do meio, que mede a deformação adiabática e isotérmica de um sólido em relação ao seu estado inicial, introduz mais uma simetria ao tensor:

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} \sigma_{ij} e_{ij} = \frac{1}{2} c_{ijkl} e_{kl} e_{ij} \\ &= \frac{1}{4} (c_{ijkl} + c_{klij}) e_{kl} e_{ij} \end{aligned} \quad (1.50)$$

Logo:

$$c_{ijkl} = c_{klij} \text{ ou } c_{pq} = c_{qp}$$

A energia potencial é sempre positiva para estados de deformação infinitesimais (Charlez, 1991).

Portanto, o tensor elástico fica reduzido a até 21 parâmetros elásticos independentes no meio anisotrópico mais geral.

A matriz 6x6 pode ser escrita, na forma reduzida, como:

$$c_{pq} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ & & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ & & & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ & & & & c_{55} & c_{56} \\ & & & & & c_{66} \end{pmatrix}$$

1.7.2 - Transformação de coordenadas

Uma propriedade importante no estudo de tensores refere-se a operação de sistemas de coordenadas dos seus componentes, que é dado pela equação:

$$T_{i_1, i_2, \dots, i_n} = \alpha_{i_1 k_1} \alpha_{i_2 k_2} \dots \alpha_{i_n k_n} T_{k_1, k_2, \dots, k_n} \quad (1.51)$$

onde: T tensor de ordem n ;

α é a matriz ortogonal da transformação.

O tensor elástico pode ser reescrito em um novo sistema de coordenadas x_i de acordo com a equação (1.51):

$$c'_{ijkl} = \alpha_{ip} \alpha_{jq} \alpha_{kr} \alpha_{ls} c_{pqrs} \quad (1.52)$$

Considerando os sistemas de coordenadas como um sistema cartesiano, tem-se que a orientação espacial do sistema x'_i (após rotação) em relação ao sistema de referência inicial x_i pode ser definido por 3 ângulos: um ângulo entre x_1 e x'_1 , outro ângulo entre x_2 e x'_2 e um ângulo entre x_3 e x'_3 . Estes eixos podem estar orientados arbitrariamente no espaço, daí a necessidade de se amarrar o sistema de referência a um sistema conhecido, usualmente sendo o sistema geográfico.

1.7.3 - Sistemas de simetria do tensor elástico

Semelhantemente aos sistemas de simetria definidos em cristalografia, o tensor elástico pode ser agrupado em classes de simetria, cujas operações de simetria do meio são estabelecidas pelos elementos de simetria.

A existência de um ou mais elementos de simetria permite reduzir o número de parâmetros elásticos independentes de 21 (sistema de simetria triclinico) para até um mínimo de 2 parâmetros independentes (sistema de simetria isotrópico). Os elementos de simetria são:

- plano de simetria - as propriedades elásticas do meio são invariantes após reflexão sobre este plano;
- eixo de simetria - as propriedades do tensor elástico são invariantes após rotação em torno deste eixo;
- centro de simetria - as propriedades do tensor elástico são invariantes após a transformação $x'_i = x_i$.

Em meios anisotrópicos existem 8 sistemas de simetria, classificados de acordo com o número e orientação dos planos de simetria. A seguir estes sistemas são apresentados, juntamente com os elementos de simetria correspondentes, em ordem crescente de grau de simetria:

- sistema triclinico - não existem planos de simetria, mas apenas um centro de simetria. É o sistema mais geral e complexo e é representado por 21 parâmetros elásticos independentes;
- sistema monoclinico - apresenta apenas um plano de simetria. Existem 13 parâmetros não-nulos, todos independentes;
- sistema trigonal - apresenta três planos de simetria, com ângulo de 60° entre eles. Existem 12 parâmetros não-nulos, mas apenas 7 independentes;

· sistema ortorrômbico - apresenta três planos de simetria perpendiculares entre si. Existem 9 parâmetros não-nulos, todos independentes;

· sistema tetragonal - além dos três planos de simetria do sistema ortorrômbico, existe um eixo de simetria de ordem 4. Existem 9 parâmetros não-nulos e somente 6 independentes;

· sistema hexagonal - todos os planos que contêm o eixo de simetria de ordem são planos de simetria (simetria cilíndrica). Existem 9 parâmetros não-nulos, mas apenas 5 são independentes;

· sistema cúbico - existem 3 planos de simetria ortogonais, associados a 3 eixos de simetria de ordem 4. Dos 9 parâmetros não-nulos, 3 são independentes;

· sistema isotrópico - todos os planos são de simetria e existem apenas 2 parâmetros elásticos independentes, definidos na seção 1.5, equação (1.11). Como será visto em maior detalhe no capítulo 3, sistemas de simetria hexagonais são frequentemente usados para modelar conjunto de camadas planas paralelas ou um conjunto de fraturas paralelas. Quando o eixo de simetria é vertical, o meio recebe a denominação de transversalmente isotrópico com eixo vertical - TIV. Se o eixo é horizontal, a denominação é TIH. Um sistema ortorrômbico pode ser modelado integrando as camadas plano-paralelas e, perpendicularmente, fraturas paralelas. Já um sistema monoclinico teria, por exemplo, planos de fratura e de acamamento formando um ângulo oblíquo.

Nos sistemas de simetria, quando representados com os eixos orientados como na figura 1.2, os parâmetros elásticos se escrevem como na figura 1.3.

O número de constantes elásticas independentes, definidas para cada classe de simetria, é aplicada somente aos componentes elásticos obtidos com referência ao sistema de coordenada natural, ou seja, os eixos de simetria são escolhidos como os eixos de coordenadas ou os planos de simetria como os planos definidos pelos eixos das coordenadas. Logo, um sistema de coordenada orientado arbitrariamente pode produzir um tensor elástico (para meios não-isotrópicos) com até 21 componentes não-nulos.

A determinação da classe de simetria de um meio elástico a partir de componentes elásticos do tensor em um sistema de referência arbitrário, que não seja o sistema natural, não é um problema trivial. Helbig (1994) cita diversos autores que têm procurado resolver este problema.

Nesta referência, encontra-se um procedimento simples através da transformação do tensor elástico em dois tensores de 2ª ordem, chamados de tensor de Voigt e tensor de dilatação:

Tensor de Dilatação:

$$c_{ijkk} = \begin{bmatrix} c_{11} + c_{12} + c_{13} & c_{16} + c_{26} + c_{36} & c_{15} + c_{25} + c_{35} \\ c_{16} + c_{26} + c_{36} & c_{12} + c_{22} + c_{23} & c_{14} + c_{24} + c_{34} \\ c_{15} + c_{25} + c_{35} & c_{14} + c_{24} + c_{34} & c_{13} + c_{23} + c_{33} \end{bmatrix}$$

Tensor de Voigt:

$$c_{ijkl} = \begin{bmatrix} c_{11} + c_{66} + c_{55} & c_{16} + c_{26} + c_{36} & c_{15} + c_{35} + c_{46} \\ c_{16} + c_{26} + c_{45} & c_{66} + c_{22} + c_{44} & c_{24} + c_{34} + c_{56} \\ c_{15} + c_{35} + c_{46} & c_{14} + c_{24} + c_{56} & c_{55} + c_{44} + c_{33} \end{bmatrix}$$

Através da determinação dos autovalores e autovetores destes tensores é possível determinar a classe de simetria. Para simetria ortorrômbica (ou mais alta), os três autovalores definem um sistema de coordenadas que coincide com o sistema de coordenada natural e, neste caso, os dois tensores apresentam um conjunto de autovetores iguais. Para a simetria monoclinica, os dois tensores têm somente um autovetor em comum e, no caso triclinico, não há coincidência entre nenhum autovetor e autovalor.

Então, o comportamento elástico de um meio pode ser caracterizado pelo seu grupo de simetria, pela magnitude dos parâmetros elásticos e pela orientação das coordenadas do sistema natural em relação ao sistema de referência.

1.7.4 - Condição geral de estabilidade do tensor elástico

Se um meio elástico é excitado por uma energia e a resposta for uma deformação arbitrária, diz-se que o meio é estável.

A equação (1.50) expressa a energia potencial elástica em função dos estados de tensão, de formação e do tensor elástico.

Uma condição necessária, mas não suficiente para garantir que a energia seja positiva, é que os componentes elásticos da diagonal principal do tensor elástico na forma reduzida sejam positivos:

$$c_{ij} > 0 \quad (i=j) \quad (1.53)$$

Helbig (1994) apresenta 58 condições para a estabilidade de um meio elástico, dentre as quais destacam-se:

$$c_{ii} \cdot c_{jj} - c_{ij}^2 > 0 \quad i \neq j \quad (1.54)$$

$$-\sqrt{c_{ii}c_{jj}} < c_{ij} < \sqrt{c_{ii}c_{jj}} \quad i \neq j \quad (1.55)$$

Inserindo nas condições de estabilidade a representação dos tensores elásticos das 8 classes de simetria (figura 1.3), pode-se chegar a relações entre os componentes que exprimam condições de estabilidade próprias para cada classe de simetria.

Portanto, um tensor elástico hipotético só é representativo de um meio elástico se satisfizer a condições de estabilidade.

1.8 - Propagação de ondas elásticas ao longo dos planos de simetria

Um dos mais importantes aspectos da propagação das ondas elásticas em meios anisotrópicos é a variação das velocidades de fase e de grupo e do vetor de polarização com a direção de propagação. Essas variações são freqüentemente características para um determinado sistema de simetria e, conseqüentemente, informações sobre a estrutura de simetrias do meio podem ser inferidas a partir da análise destas variações.

O plano de propagação é definido como o plano que contém o vetor normal à frente de onda e é perpendicular a esta frente. Portanto, os vetores velocidade de fase estão contidos no plano de propagação, também chamado de plano de incidência.

Em meios anisotrópicos os vetores velocidade de grupo e os vetores de polarização, além de terem direções mutuamente distintas, não coincidem com o vetor velocidade de fase. Em meios fortemente anisotrópicos, enquanto os vetores de polarização desviam de até 30 graus em relação aos vetores de velocidade de fase, aqueles desviam muito pouco dos vetores de velocidade de grupo.

Uma situação particular ocorre quando o plano de propagação é paralelo ao plano de simetria, denominado, então, de plano sagital de simetria. Neste caso, os vetores de polarização da onda qP e de uma das ondas qS, assim como seus vetores de velocidade, são coplanares e paralelos ao plano sagital - a onda qS recebe a denominação de onda qSR. A outra onda qS tem o vetor de polarização normal ao plano sagital, recebendo a denominação de onda qSP. Em meio TI usa-se comumente as notações qSH e qSV para designar as ondas qSR e qSP, respectivamente.

Muitos autores tem tentado determinar equações aproximadas que descrevem a variação das velocidades de fase das ondas qP, qS₁ e qS₂ em termos de combinações lineares de parâmetros elásticos e da orientação azimutal dos planos de propagação (Backus, 1965 e Crampin, 1977).

Se o meio é fracamente anisotrópico, os termos fora da diagonal da matriz de Cristoffel equação (1.24) são muito pequenos. Considerando um sistema de referência como sistema cartesiano, onde o eixo z é vertical e x e y horizontais, tem-se que, tomando a direção de propagação como $x = 0$ e o plano de simetria como $z = 0$, as velocidades de fase podem ser aproximadas pelas equações (Crampin, 1977):

$$\begin{aligned}\rho v_p^2 &= c_{1111} + X \\ \rho v_{sp}^2 &= c_{2121} + Y \\ \rho v_{sr}^2 &= c_{3131} + Z\end{aligned}\tag{1.56}$$

onde: X, Y, Z são termos de 2ª ordem que dependem dos elementos de fora da matriz Γ_{ik} .

No entanto são equações válidas somente em planos sagitais.

Apesar desta limitação, Crampin e Bamford (1977) demonstram técnicas para determinar os 5 parâmetros elásticos de um sistema TIV usando as variações da velocidade de fase da onda qP.

Crampin (1981) mostra que é possível obter até 7 parâmetros elásticos tendo valores de velocidades das ondas qP, qS₁ e qS₂ nos azimutes 0 graus, 45 graus e 90 graus, medidos em relação a um plano de simetria vertical e usando as equações (1.56). Se o meio tiver simetria cúbica basta determinar os valores das 3 velocidades nas direções com azimutes de 0 graus e 45 graus para obter os 3 parâmetros elásticos do meio

1.9 - Considerações finais

A anisotropia está diretamente relacionada à heterogeneidade: um meio é anisotrópico se suas propriedades elásticas medidas em um mesmo ponto variam com a direção e é heterogêneo quando suas propriedades medidas em uma mesma direção variam, de ponto a ponto. Assim, um meio heterogêneo isotrópico é, portanto, visto como um meio anisotrópico se as heterogeneidades são intensas e com dimensões menores que o comprimento de onda do sinal sísmico (Crampin, 1989).

Em particular, o comportamento das ondas cisalhantes ao atravessar uma região anisotrópica é ilustrado esquematicamente na figura 1.4. Neste caso, as ondas cisalhantes têm necessariamente que se dividirem em duas ondas, com velocidades distintas (exceto nas regiões de singularidade) e polarizações ortogonais. Portanto as ondas cisalhantes são indicadas para caracterizar meios anisotrópicos.

Existem vários parâmetros que podem ser usados para caracterizar um meio anisotrópico: polarização, atenuação, velocidades, diferenças de tempo de trânsito são, teoricamente, boas candidatas.

Todavia, tem-se observado o uso mais freqüente de dois atributos: a polarização e medidas de tempo de trânsito. Os melhores resultados tem sido obtidos pela combinação de ambos, preferencialmente, em mais de um azimute (Macbeth, 1991)

Uma grande variedade de mecanismos pode ocasionar anisotropias em materiais sólidos, sejam em materiais naturais (rochas, madeiras, etc.) ou em materiais manufaturados (concreto, ligas de metais), entre os quais os principais são (para rochas):

- . alinhamento de cristais e grãos;
- . alinhamento preferencial de fraturas;
- . superposição de camadas sedimentares;
- . efeitos induzidos pelo stress.

Este faixa de mecanismos cobre áreas de aplicação que vão desde campos de petróleo e jazidas minerais até a engenharia de resistência de materiais.

Uma discussão mais detalhada sobre estes mecanismos podem ser apreciadas em Crampin et al (1984) e em livros que tratam sobre mecânica de rochas.

Capítulo 2

Perturbação dos tempos de trânsito em meios heterogêneos anisotrópicos fatorados

Neste capítulo, o método de perturbação é aplicado a meios heterogêneos anisotrópicos fatorados (HAF).

Na seção 2.1 são apresentadas as propriedades para que um meio seja fatorado. O método da perturbação é introduzido na seção 2.2, onde são apresentadas equações para as perturbações dos tempos de trânsito e suas validades quanto ao tipo de meio de referência. Na seção 2.3, as equações das perturbações são desenvolvidas para meios fatorados com ênfase no meio de referência isotrópico (seção 2.3.1).

Uma discussão mais detalhada sobre os tópicos abordados neste capítulo pode ser encontrada em Cervený e Jech (1982), Cervený e Firbas (1984), Cervený e Simões Filho (1991) e nas referências citadas no capítulo.

2.1 - Conceituação dos meios heterogêneos anisotrópicos fatorados

A especificação e parametrização de um meio heterogêneo anisotrópico é bastante complexa. No caso mais geral, todos os 21 parâmetros elásticos normalizados pela densidade a_{ijkl} dependem da posição, isto é, são função dos 3 eixos de coordenadas.

Essa complexidade traz complicações no modelamento numérico do campo de ondas elástico e uma solução do problema inverso é difícil de ser obtida. Além disso, tem-se grande tempo computacional para o meio anisotrópico mais geral.

Usualmente, para contornar esse problema, adotam-se duas simplificações: meios anisotrópicos mais simples, reduzindo o número de parâmetros independentes, e/ou considerar a distribuição espacial dos elementos a_{ijkl} aproximados por uma mesma função. Shearer e Chapman (1988) propuseram um modelo verticalmente heterogêneo anisotrópico no qual os parâmetros a_{ijkl} variam quadraticamente com a profundidade.

O conceito de meios HAF, introduzido por Cervený (1989), é um outro modelo que simplifica consideravelmente a parametrização de meios heterogêneos anisotrópicos.

Para que o meio seja fatorado assume-se que todos os elementos a_{ijkl} apresentem a mesma variação espacial. Dentre as possibilidades existentes, aquele autor apresenta um tipo de fatorização que segue a seguinte equação:

$$a_{ijkl}(x_s) = c_{ijkl}(x_s) / \rho = f^2(x_s) A_{ijkl} \quad (2.1)$$

onde: A_{ijkl} são constantes independentes da posição;

$f(x_s)$ é uma função arbitrária contínua das coordenadas cartesianas.

Pode-se dar duas interpretações às dimensões e significado físico de $f(x_s)$ e A_{ijkl} : (a) a função $f(x_s)$ tem significado de velocidade e as constantes A_{ijkl} não representam os parâmetros elásticos, chamadas de parâmetros elásticos reduzidos; (b) a função $f(x_s)$ não tem significado de velocidade e A_{ijkl} tem dimensão de velocidade ao quadrado. Neste caso, $f(x_s)$ é chamado de velocidade reduzida (Cerveny e Simões Filho, 1991).

Essas interpretações são importantes para validar as equações demonstradas nas próximas seções.

Citam-se a seguir algumas vantagens e limitações que os meios HAF acarretam:

- não há restrição quanto ao tipo de simetria. Todavia, a variação espacial destes parâmetros normalizados pela densidade deve ser a mesma em todas as direções do espaço. Isto significa que meios fatorados representam algum tipo de média na região estudada;
- a variação espacial é uma função escalar;
- os meios HAF simplificam sobremaneira a parametrização do modelo e aumentam a eficiência computacional do cálculo do sistema de traçado do raio;
- adequado para a solução do problema inverso;
- será mostrado nas próximas seções que meios fatorados trazem mais simplificações ao método da perturbação de meios não fatorados;
- pode-se construir um modelo formado de camadas e blocos, cada qual representando um meio HAF diferente, resultando assim num modelo geral anisotrópico com o conceito de fatorização.

2.2 - Conceituação do método da perturbação

O sistema de traçado de raios, apresentado na seção 1.6.4, é válido para meios heterogêneos anisotrópicos onde os 21 parâmetros elásticos devem variar suavemente em

todas as direções. O método do traçado de raio tem sido utilizado largamente na solução do problema direto.

Um procedimento simples, que abrange tanto o problema direto como o inverso dos tempos de trânsito, é baseado na aplicação do método da perturbação.

Muitos esquemas de inversão do tempo de trânsito em meios isotrópicos apresentam uma formulação simples que considera a perturbação de 1ª ordem do tempo de trânsito δt devido à perturbação da vagarosidade δs (Jech e Psencik, 1992):

$$\delta t = \int_F^R \delta s \, dL_0 \quad (2.2)$$

A integral acima é avaliada entre dois pontos (F e R) num raio de referência no meio não perturbado. O comprimento do arco (L_0) ser a distância fonte (F) - receptor (R).

O tempo de trânsito no novo meio L (meio perturbado) é dado por:

$$t(F, R) = t^{(0)}(F, R) + \delta t(F, R) \quad (2.3)$$

onde: $t^{(0)}(F, R)$ é o tempo de trânsito no meio de referência;

$\delta t(F, R)$ incremento no tempo de trânsito devido à perturbação dos parâmetros elásticos no meio de referência δa_{ijkl} ;

$t(F, R)$ tempo de trânsito no meio perturbado.

Os índices F e R serão suprimidos das integrais daqui em diante.

Cervený (1982) deduziu uma extensão da fórmula acima para meios heterogêneos anisotrópicos, cuja nova relação expressa o incremento no tempo de trânsito em termos de uma integral da perturbação dos parâmetros elásticos δa_{ijkl} ao longo de um raio entre dois pontos fixos no meio de referência:

$$\delta t = -\frac{1}{2} \int \delta a_{ijkl} \frac{\partial G^{(m)}}{\partial a_{ijkl}} dt = \frac{1}{2} \int \delta a_{ijkl} P_i P_l g_k^{(m)} g_j^{(m)} dt \quad (2.4)$$

onde: m especifica o tipo de onda considerada, aqui convencionada como:

$m = 1$ (qS₁), $m = 2$ (qS₂), $m = 3$ (qP).

Tem-se também que:

$$a_{ijkl} = a_{ijkl}^{(0)} + \delta a_{ijkl} \quad (2.5)$$

onde: $a_{ijkl}^{(0)}$ são os parâmetros elásticos normalizados pela densidade no meio de referência;

a_{ijkl} são os parâmetros elásticos normalizados pela densidade no meio perturbado.

Essa equação mostra que não é preciso computar o novo raio no meio perturbado.

Nota-se que a equação (2.4) expressa uma relação linear entre δt e δa_{ijkl} , justificando o nome de “solução linearizada” para avaliar os tempos de trânsito.

A equação (2.4) é universal para ondas qP, pode ser aplicada em meios de referência anisotrópicos e isotrópicos. Já para as ondas qS₁ e qS₂, pode haver degenerescência (vide seção 1.6.2) no meio de referência (caso geral nos meios isotrópicos ou em direções de singularidades nos meios anisotrópicos), tornando o uso da equação imprópria.

No caso de meio de referência isotrópico, a equação (2.4) pode ser reescrita para onda qP. Inserindo $m = 3$, $\mathbf{g}^{(3)} = \mathbf{N}$ e $\mathbf{p} = \mathbf{N}/\alpha$ em (2.4) tem-se:

$$\delta t_{qP} = -\frac{1}{2} \int \alpha^{-2} \delta a_{ijkl} N_i N_j N_k N_l dt \quad (2.6)$$

onde: $\alpha = \alpha(x_s)$ denota a velocidade da onda P no meio de referência que pode ser heterogêneo.

No caso de degenerescências no meio de referência, os autovetores $\mathbf{g}^{(1)}$ e $\mathbf{g}^{(2)}$ correspondentes às ondas qS₁ e qS₂, respectivamente, não podem ser determinados sem ambigüidade. Reconhecendo que a expressão:

$$\mathbf{g}^{(1)}_j \mathbf{g}^{(1)}_k + \mathbf{g}^{(2)}_j \mathbf{g}^{(2)}_k + \mathbf{g}^{(3)}_j \mathbf{g}^{(3)}_k = \delta_{kj},$$

pode ser determinada em qualquer ponto do raio, mesmo em meios de referência isotrópicos, tem-se que, inserindo a expressão acima na equação 2.4:

$$\delta t_{qS_1} + \delta t_{qS_2} = -\frac{1}{2} \int p_i p_l (\delta_{ij} - \mathbf{g}^{(3)}_j \mathbf{g}^{(3)}_i) \delta a_{ijkl} dt \quad (2.7)$$

Inserindo-se $\mathbf{p} = \mathbf{N}/\beta$ e $\mathbf{g}^{(3)} = \mathbf{N}$ em 2.7, tem-se a equação para meios de referência isotrópicos:

$$\delta t_{qS_1} + \delta t_{qS_2} = -\frac{1}{2} \int \beta^{-2} [N_i N_l (\delta_{ij} - N_k N_j)] \delta a_{ijkl} dt \quad (2.8)$$

onde: $\beta = \beta(x_s)$ denota a velocidade da onda S no meio de referência isotrópico.

Jech e Psencik (1989) deduziram uma equação particular para meios de referência isotrópicos, que pode ser aplicada à perturbação dos tempos de trânsito das ondas qP, qS₁ e qS₂:

$$\delta t^{(m)} = -\frac{1}{4} \int \left\{ D_{11} + D_{22} \pm [(D_{11} - D_{22})^2 + 4D_{12}^2]^{1/2} \right\} dt \quad (2.9)$$

onde: $D_{MN} = \delta a_{ijkl} p_i^{(m)} p_l^{(m)} e_j^{(M)} e_k^{(N)}$ $M, N = 1, 2$.

$e_j^{(M)}$ e $e_k^{(N)}$ são componentes cartesianos de dois vetores unitários arbitrários escolhidos em um plano perpendicular ao autovetor $\mathbf{g}^{(3)} = \mathbf{N}$ no meio de referência.

Os vetores $\epsilon^{(1)}$ e $\epsilon^{(2)}$ podem ser escolhidos como sendo, por exemplo, os vetores de polarização das ondas qS_1 e qS_2 , respectivamente.

Neste caso, a equação (2.9) para as ondas qS_1 e qS_2 diferem apenas do sinal + ou -. Como o meio de referência é isotrópico, não se podem expressar isoladamente as perturbações dos tempos de trânsito devido àquelas ondas. Logo, a equação (2.9) pode somente ser reescrita como:

$$|\delta t_{qS_1} - \delta t_{qS_2}| = \frac{1}{2} \int [(D_{11} - D_{22})^2 + 4D_{12}^2]^{1/2} dt \quad (2.10)$$

e

$$\delta qS_1 + \delta qS_2 = -\frac{1}{2} \int (D_{11} + D_{22}) dt \quad (2.11)$$

Desenvolvendo a equação (2.11) e (2.9) chega-se aos mesmos resultados das equações (2.7) e (2.6), respectivamente.

A equação (2.10) é um importante resultado, pois expressa a perturbação da diferença de tempo de trânsito entre as duas ondas cisalhantes, ou seja, o tempo de birrefringência.

Nota-se que a equação (2.10) expressa uma relação não-linear, enquanto (2.11) uma relação linear.

Ressalta-se que as equações acima estão relacionadas à determinação das perturbações dos tempos de trânsito δt . Segundo a equação (2.3), a modelagem do tempo de trânsito no meio perturbado para ondas qS_1 e qS_2 , considerando um meio de referência isotrópico, é fornecida pelas expressões:

$$t_{qS_1} + t_{qS_2} = 2t_{0S} + \delta t_{qS_1} + \delta t_{qS_2} \quad (2.12)$$

$$t_{qS_1} - t_{qS_2} = |\delta t_{qS_1} - \delta t_{qS_2}| \quad (2.13)$$

onde: t_{0S} e o tempo de trânsito da onda S no meio perturbado.

Observa-se que a perturbação do tempo de birrefringência (2.13) expressa diretamente o tempo de birrefringência no meio perturbado.

2.3 - Perturbações dos tempos de trânsito em meios fatorados

A principal desvantagem das equações das perturbações dos tempos de trânsito apresentadas na seção anterior é que são influenciadas pelas heterogeneidades e pela anisotropia do meio. Uma maneira simples de separar as perturbações afetadas pelas

variações espaciais dos parâmetros elásticos daquelas devido somente à anisotropia pode ser obtida através do conceito de meios HAF. Simões Filho (1992) desenvolveu esta aplicação. Para isso, o autor considera que o meio de referência L_0 e o meio perturbado L são fatorados, de tal forma que os parâmetros elásticos normalizados pela densidade se escrevem como:

$$a_{ijkl}^{(0)} = f^{(0)2}(x_s)A_{ijkl}^{(0)}, \quad a_{ijkl} = f^2(x_s)A_{ijkl} \quad (2.14)$$

Introduzindo perturbações na estrutura $\delta f^2(x_s)$ e perturbações na anisotropia δA_{ijkl} , segue que a heterogeneidade e a anisotropia no meio perturbado são definidas como:

$$f^2(x_s) = f^{(0)2}(x_s) + \delta f^2(x_s), \quad A_{ijkl} = A_{ijkl}^{(0)} + \delta A_{ijkl} \quad (2.15)$$

Inserindo 2.14 em 2.15 e considerando apenas perturbações de 1ª ordem, obtém-se:

$$\delta a_{ijkl}(x_s) = A_{ijkl}^{(0)} \delta f^2(x_s) \cdot \delta A_{ijkl} \quad (2.16)$$

Simões Filho (1992), a partir destas considerações, deduziu novas equações de perturbação do tempo de trânsito aplicadas a meios HAF.

Nos meios HAF, as equações equivalentes a (2.4) e (2.7) se escrevem, respectivamente, como:

$$\delta t_{qp} = - \int \frac{\delta f(x_s)}{f^{(0)}(x_s)} dt - \frac{1}{2} \delta A_{ijkl} \int f^{(0)2}(x_s) p_i p_l g_j^{(m)} g_k^{(m)} dt \quad (2.17)$$

e

$$\delta t_{qs_1} + \delta t_{qs_2} = -2 \int \frac{\delta f(x_s)}{f^{(0)}(x_s)} dt - \frac{1}{2} \delta A_{ijkl} \int f^{(0)2}(x_s) p_i p_l (\delta_{ik} - g_j^{(3)} g_k^{(3)}) dt \quad (2.18)$$

Ambas as equações podem ser usadas sem restrições no que se refere ao tipo de meio de referência fatorado e são desenvolvidas para ambas as interpretações discutidas na seção 2.1.

É fácil verificar que nas equações (2.17) e (2.18) as perturbações das heterogeneidades e as perturbações da anisotropia estão separadas.

2.3.1 - Meios de referência isotrópicos

Simões Filho (1992) também deduziu equações de perturbação do tempo de trânsito para ondas qP, qS₁, qS₂, no caso de meio de referência isotrópico fatorado, as quais serão apresentadas nesta seção.

O meio de referência isotrópico, para ser fatorado, deve apresentar uma razão constante entre as velocidades cisalhante (β) e compressional (α) em todo o meio:

$$\beta = v \alpha \quad v = \text{constante} \quad (2.19)$$

Deve ter também uma função $f^{(0)}(x_s)$ que descreva a heterogeneidade do meio de referência, escolhida como:

$$f^{(0)}(x_s) = \alpha(x_s) \quad (2.20)$$

Usando a equação (1.11), podem-se escrever os parâmetros elásticos normalizados pela densidade como:

$$\begin{aligned} a_{ijkl}^{(0)} &= \frac{\lambda}{\rho} \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{\mu}{\rho} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \\ &= (\alpha^2 - 2\beta^2) \delta_{ij} \delta_{kl} + \beta^2 (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Usando (2.1), (2.19), (2.20) e (2.21) tem-se que:

$$A_{ijkl}^{(0)} = (1 - 2v^2) \delta_{ij} \delta_{kl} + v(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (2.22)$$

As equações apresentadas a seguir são válidas somente para a interpretação de que a estrutura $f(x_s)$ tem dimensão de velocidade e A_{ijkl} é adimensional (seção 2.1). Logo A_{ijkl} são os parâmetros elásticos reduzidos.

A equação (2.4) pode ser agora reescrita para onda qP e em meios HAF com meio de referência isotrópico.

Fazendo-se $\mathbf{p} = N/\alpha$ e $\mathbf{g}^{(3)} = N$ tem-se:

$$\delta t qP = - \int \frac{\delta f(x_s)}{\alpha(x_s)} dt - \frac{1}{2} \delta A_{ijkl} \int N_i N_j N_k N_l dt \quad (2.23)$$

Nota-se uma completa separação entre os efeitos da estrutura e os efeitos da anisotropia.

As equações para as ondas qS_1 e qS_2 são reescritas a partir de (2.9) fazendo $\mathbf{p} = N/\beta$ e usando (2.22). Após algumas operações obtém-se:

$$\delta t_{qS_1, qS_2} = - \int \frac{\delta f(x_s)}{\alpha(x_s)} dt - \frac{1}{4v^2} \int (C_{11} + C_{22}) dt - + \frac{1}{4v^2} \int \left[(C_{11} - C_{22})^2 + 4C_{12}^2 \right]^{1/2} dt \quad (2.24)$$

onde: $C_{MN} = \delta A_{ijkl} N_i N_j e_j^{(M)} e_k^{(N)}$ $M, N = 1, 2$.

Uma análise do significado dos termos das equações (2.23) e (2.24) conduz às seguintes observações:

- em ambas as equações a 1ª integral corresponde à perturbação da heterogeneidade, e é também encontrada nas equações (2.17) e (2.18). Logo, este termo é válido para qualquer meio de referência

- a 2ª integral em (2.24) é análoga à metade da perturbação da equação (2.18) com

$\delta_F = 0$. Pode ser usada sem restrição quanto ao meio de referência. A partir de (2.24), deriva-se que:

$$\delta t_{qS_1} + \delta t_{qS_2} = -2 \int \frac{\delta f(x_s)}{\alpha(x_s)} dt - \frac{1}{2v^2} \int (C_{11} + C_{22}) dt \quad (2.25)$$

- o 3º termo de 2.24 corresponde à metade da perturbação do tempo de birrefringência. Só é válido para meios de referência isotrópicos fatorados. A partir de 2.24, tem-se que:

$$|\delta t_{qS_1} - \delta t_{qS_2}| = \frac{1}{2v^2} \int [(C_{11} - C_{22})^2 + 4C_{12}^2]^{1/2} dt \quad (2.26)$$

nota-se que a equação 2.26 apresenta interessante resultado de que a perturbação do tempo de birrefringência não depende da perturbação da heterogeneidade (Cerveny e Simões Filho, 1991);

verifica-se que as equações 2.23 (δt_{qP}) e a equação 2.25 ($\delta t_{qS_1} + \delta t_{qS_2}$) apresentam a mesma forma de integral responsável pela perturbação da estrutura. Logo, podem-se combinar as perturbações ao tempo de trânsito das ondas qP e da soma das ondas qS₁ e qS₂ de modo a anular o efeito daquela perturbação. Para isso, basta determinar a expressão:

$$\delta t_{qP} - \frac{\delta t_{qS_1} + \delta t_{qS_2}}{2} \quad (2.27)$$

A modelagem do tempo de trânsito no meio perturbado deve ser obtida a partir de 2.12 que associada ao tempo de trânsito da onda qP, obtendo-se então a expressão:

$$\begin{aligned} t_{qP} - \frac{t_{qS_1} + t_{qS_2}}{2} &= \frac{x(v-1)}{\alpha v} + \delta t_{qP} - \frac{\delta t_{qS_1} + \delta t_{qS_2}}{2} \\ &= \frac{x(v-1)}{\alpha v} + \frac{1}{4\beta^2} \int [\alpha^2 (C_{11} + C_{22}) - 2\beta^2 C_p] dt \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$\text{onde: } C_p = \delta A_{ijkl} N_i N_l N_k N_j; \quad (2.29)$$

$$C_{MN} = \delta A_{ijkl} N_i N_l e_j^{(M)} e_k^{(N)} \quad M, N = 1, 2; \quad (2.30)$$

x é a distância fonte-receptor no meio de referência.

Logo, a diferença do tempo de trânsito da onda qP e a média dos tempos de trânsito das ondas qS₁ e qS₂ no meio perturbado independe da perturbação da estrutura. Apesar desse tempo não depender somente das perturbações dos tempos de trânsito (tal como ocorre com tempos de birrefringência), pois aparece o termo $\times (v-1)/\alpha v$ (que depende só do meio de referência isotrópico), a equação (2.28) é interessante também, pois guarda uma relação linear entre os tempos de trânsito e as perturbações da anisotropia δA_{ijkl} . Já a equação (2.26), que modela o tempo de birrefringência no meio fatorado, apresenta uma relação não-linear com as perturbações δA_{ijkl} .

Simões Filho (1992) simplifica ainda mais as equações (2.23), (2.25) e (2.26) com o uso de raios bidimensionais. O traçado de raios é calculado em meio de referência isotrópico e os tempos de trânsito recalculados para um meio perturbado anisotrópico (2.3).

Os raios $L^{(0)}$ no meio de referência são calculados no plano de aquisição $x_2 = 0$, fazendo com que o componente N_2 seja nulo ao longo de todo o raio. Não há perda de generalidade com esta escolha, visto que na modelagem direta dos tempos de trânsito, os parâmetros elásticos podem sofrer rotações arbitrárias para coincidir com o plano de propagação x_1x_3 . A escolha dos vetores unitários $e^{(M)}$ é feita de tal maneira que $e^{(2)} = [0,1,0]$ e $e^{(1)} = [-N_3,0,N_1]$. Nota-se que a escolha dos componentes de $e^{(1)}$ é arbitrária. O resultado será o mesmo se $e^{(1)} = [N_3,0,-N_1]$. Logo, o vetor $e^{(1)}$ é perpendicular a $e^{(2)}$ e a N e está situado no plano $x_2 = 0$.

As expressões para C_p , C_{11} , C_{22} e C_2 podem ser obtidas inserindo a parametrização do raio acima em (2.30) e (2.31):

$$C_p = \delta A_{11}N_1^4 + 4\delta A_{15}N_1^3N_3 + 2(\delta A_{13} + 2\delta A_{55})N_1^2N_3^2 + 4\delta A_{35}N_1N_3^3 + \delta A_{33}N_3^4 \quad (2.31)$$

$$C_{11} = \delta A_{55} + (\delta A_{11} + \delta A_{33} - 2\delta A_{13} - 4\delta A_{55})N_1^2N_3^2 + 2(\delta A_{15} - \delta A_{35})N_1N_3(N_3^2 - N_1^2) \quad (2.32)$$

$$C_{12} = \delta A_{56}N_1^3 - \delta A_{45}N_3^3 + (\delta A_{45} + \delta A_{36} - \delta A_{16})N_1^2N_3 + (\delta A_{34} - \delta A_{14} - \delta A_{56})N_1N_3^2 \quad (2.33)$$

$$C_{22} = \delta A_{66}N_1^2 + \delta A_{44}N_3^2 + 2\delta A_{46}N_1N_3 \quad (2.34)$$

A expressão final da modelagem do tempo de birrefringência no meio HAF perturbado com meio de referência isotrópico é obtida substituindo (2.32) a (2.34) em (2.26) e usando (2.13). A expressão que leva em conta a onda qP e a média das ondas qS₁ e qS₂ é obtida substituindo (2.31), (2.32) e (2.34) em (2.28).

Cervený e Simões Filho (1991) comprova numericamente a independência do tempo de birrefringência em relação às perturbações da estrutura $\delta f^2(x_s)$ em meios fatorados. No

mesmo trabalho, o autor também define limites de aplicação do método da perturbação em meios HAF, em função do desvio do meio de referência isotrópico, computando-se os tempos de trânsito pelo método da perturbação e aqueles obtidos com o traçado exato de raios. Conclui-se que o método da perturbação é bastante preciso quando o grau de anisotropia do meio perturbado é fraco (até cerca de 15 %).

Nos próximos capítulos, propõe-se a análise do conteúdo das informações das combinações das perturbações dos parâmetros δA_{ijkl} das equações (2.26) e (2.28) em relação a modelos anisotrópicos gerais e em planos de propagação que não são necessariamente planos sagitais.

2.4 - Considerações finais

Neste capítulo, foram apresentadas as equações das perturbações dos tempos de trânsito das ondas qS_1 , qS_2 e qP em meios HAF para qualquer meio de referência fatorado. Mostrou-se que a separação dos efeitos da anisotropia dos efeitos da heterogeneidade só ocorre no âmbito dos meios fatorados. Mostrou-se que o tempo de birrefringência (TB) é independente do efeito da estrutura do meio. Demonstrou-se que a diferença entre o tempo de trânsito da onda qP e a média das ondas cisalhantes, denominado de tempos de P e S combinados (TPSC) também independe do efeito da estrutura e apresenta uma relação linear com as perturbações da anisotropia.

CAPÍTULO 3

Modelo de Hudson para meios equivalentes

Nesta última década, uma nova abordagem sobre a revolução do método sísmico, através da propagação e registro multicomponente das ondas elásticas, tem permitido inferir sobre a variabilidade espacial de alguns tipos de heterogeneidades de dimensões menores que o comprimento de onda sísmico. Postma (1955) já mostrava a validade dessa teoria para um sistema periódico formado por camadas de material sólido isotrópico, onde considera o meio efetivo como um meio TIV homogêneo e determina as 5 constantes elásticas equivalentes.

Várias teorias existem para a construção de meios equivalentes. O modelo de Hudson propõe determinar as constantes elásticas de um meio equivalente formado pelo alinhamento de inclusões circulares não conectadas disseminadas numa matriz isotrópica que corresponde a um meio com sistema hexagonal. Uma formulação de meio equivalente que incorpora camadas laminares, também chamados de PTL (*Periodic Thin Layer*), são propostos por Shoenberg e Muir (1989).

Neste capítulo, dá-se ênfase ao modelo de Hudson (1975). Na seção 3.1 faz-se a conceituação de meios equivalentes, na seção 3.2 são introduzidas as principais teorias de ruptura em materiais frágeis e o relacionamento com o modelo de Hudson. Na seção 3.3 são apresentadas as expressões algébricas para se gerar um meio TI formado de inclusões orientadas diluídas numa matriz isotrópica e na seção 3.4 constroem-se vários meios TI equivalentes com propriedades físicas conhecidas, que são usados nos exemplos de modelagem direta e inversa desenvolvidos no Capítulo 4.

3.1. - Conceituação de meios equivalentes

Esse conceito parte do preceito de que o espalhamento de longos comprimentos de onda acarretada pelas heterogeneidades, mesmo que essas sejam individualmente muito menores que o comprimento das ondas elásticas, traz na realidade, um registro das suas características. Esse processo, entretanto, pode ser considerado como sendo algum tipo de média das propriedades elásticas do meio para aquele conjunto de heterogeneidades. Por outro lado, sua principal vantagem é de que um meio heterogêneo anisotrópico pode ser

simulado por um meio equivalente homogêneo (meio efetivo), cuja propagação das ondas elásticas apresenta a variação das velocidades e atenuação das ondas com a direção de propagação aproximadamente iguais ao meio original.

Na literatura se encontram mais frequentemente 3 modelos (e combinações entre eles) de meios heterogêneos anisotrópicos representados como meios efetivos com suas constantes elásticas determinadas: camadas periódicas, inclusões não conectadas com orientação preferencial e fraturas. Nesta dissertação dar-se-á ênfase ao segundo estilo de heterogeneidades, em particular, ao modelo proposto por Hudson. A presença dessas inclusões orientadas é provavelmente a mais freqüente causa de anisotropia na crosta terrestre (Crampin, 1981).

Maiores detalhes sobre os outros estilos podem ser encontrados em Postma (1955), Backus (1965), Shoenberg (1983), Shoenberg e Douma (1988) e Shoenberg e Muir (1989).

3.2. Teorias de rupturas em materiais frágeis

Define-se como material frágil ou competente, aquele em que antes da ruptura a deformação é fraca. Quando a deformação é conspicua, o material é designado de dútil ou incompetente.

A relação tensão-deformação, como vista na seção 1.4, podem variar em uma gama muito extensa, dependendo do tipo de material e sob que fatores está submetido (pressão confinante e litoestática, temperatura, anisotropias e heterogeneidades, tempo, etc.).

Suponha que um corpo de prova seja de um material frágil ou dútil. Aplicando-lhe um campo de compressão ou tração (extensão) até que se dê a ruptura ou escoamento dútil observa-se o desenvolvimento de numerosas superfícies de cisalhamento. A figura 3.1 mostra esquematicamente o espectro de fratura frágil até o escoamento dútil. Esses ensaios em laboratório de física e de resistência de materiais realizados em cristais, agregados policristalizados, vidro, concreto e metais tem lançado muitas luzes sobre os processos de deformação de materiais sólidos.

Existem muitas teorias de rupturas de materiais frágeis capazes de predizer o desenvolvimento e o comportamento mecânico de fraturas macroscópica e

microscopicamente. Paterson (1978) e Chen e Saleeb (1982) discutem algumas dessas teorias em detalhe.

As duas principais são a teoria de ruptura de Coulomb-Mohr e a de Griffith. A primeira diz que a ruptura pode ser previsível quando a tensão cisalhante ao longo dos planos potenciais de deslizamento alcança determinado valor. A segunda teoria propõe que a energia necessária para romper-se um corpo de prova não se distribui uniformemente pelo corpo, havendo enérgicas concentrações de tensões que se propagam a partir de inclusões microscópicas caoticamente orientadas no material.

Na verdade, verifica-se que em um material sólido, quando submetido a um campo de tensão, há uma concentração e decremento destas tensões, inicialmente, intensamente nas extremidades de uma dada imperfeição (poros, vazios, microfissuras, arranhões, etc.), designada aqui de inclusões. Em seguida, com a permanência e o aumento do campo de tensão, ocorre o incremento no número de inclusões (densidade de inclusões), o aumento nos seus tamanhos e tomando uma orientação preferencial, normalmente fazendo um ângulo de 45 graus com o eixo de maior tensão. A continuação do processo de deformação resulta na coalescência das inclusões formando fraturas, dando-se então, o colapso do sistema.

Essa etapa de formação de inclusões orientadas é bem conhecida em engenharia de materiais como o estágio pré-crítico de ruptura (Brady, 1975). O termo dilatância, frequentemente usado em sismologia, refere-se ao aumento do volume do material durante os processos de deformação que causam o aparecimento das inclusões e das fraturas. A figura 3.2 ilustra esquematicamente os estágios de deformação de um ciclo sísmico, ou seja, desde o aparecimento das primeiras inclusões até o colapso total do material.

O modelo de Hudson, descrito a seguir, visa obter as constantes elásticas de um meio anisotrópico efetivo constituído de inclusões imersas numa matriz isotrópica, também conhecido como EDA (*Extensive Dilatancy Anisotropy*), em referência ao fenômeno de dilatância.

3.3. Modelo de Hudson

Os materiais sólidos não devem ser considerados como um modelo de fase única, ou seja, um sólido elástico. Na realidade geológica, em particular, esses modelos

são, na maioria das vezes, pelo menos, bifásicos, posto que são compostos por uma matriz granular e possuem fluidos e/ou gases preenchendo suas inclusões.

Um procedimento para se realizar a propagação de ondas elásticas sobre estes modelos é levar em consideração os modelos equivalentes que incorporem as mais importantes propriedades do meio (fraturamento, porosidade, fluidos intersticiais, heterogeneidades, etc.), acoplando-os, posteriormente, à equação elastodinâmica do movimento e, assim, verificar como afetam a resposta sísmica.

Levando em conta um modelo equivalente TI constituído de inclusões elipsoidais não-conectadas, orientadas preferencialmente numa direção, diluídas numa matriz homogênea, Eshelby (1957) propôs uma formulação considerando a energia de interação de uma inclusão, quando o meio é submetido a pequenas deformações.

Nur (1971) e Anderson et al (1974), a partir de Eshelby (1957), desenvolveram expressões para determinar as constantes elásticas daquele meio. Entretanto são expressões bastante complexas.

Garbin e Knopoff (1973 e 1975 a e b) determinaram as variações de velocidade causadas pela dispersão das ondas elásticas em um meio contendo uma baixa concentração de inclusões circulares, no entanto não consideraram o fenômeno de birrefringência sísmica.

Já Crampin (1978) adaptou as expressões de Garbin e Knopoff (1973) e desenvolveu expressões algébricas que relacionam diretamente as constantes elásticas às variações das velocidades das ondas qP, qS₁ e qS₂, para um meio efetivo com plano de simetria horizontal (equação 1.56) e plano de propagação sagital.

Hudson (1975) desenvolveu expressões bastante simples, a partir de Eshelby (1957), que determinam diretamente as constantes elásticas de um meio efetivo TI constituído de inclusões não conectadas, imersas numa matriz isotrópica. O alinhamento das inclusões apresenta uma direção preferencial, constitui o plano de simetria principal do meio TI e simula planos de possíveis fraturas. Hudson (1981) também desenvolveu outras equações para o cálculo da variação da atenuação das ondas com a direção para aquele meio efetivo.

Desta forma, segundo o modelo de Hudson (1975), as constantes elásticas são escritas a partir de:

$$c_{jkmn} = c_{jkmn}^0 + c_{jkmn}^1 + c_{jkmn}^2 \quad (3.1)$$

onde: c_{jkm}^1 e c_{jkm}^2 são, respectivamente, as perturbações de primeira e segunda ordem de um meio sólido isotrópico (sem inclusões) c_{jkm}^0 .

A perturbação de 1ª ordem é dada por:

$$c^1 = - \left(\frac{e}{\mu} \right) \begin{bmatrix} (\gamma + 2\mu)^2 & \gamma(\lambda + 2\mu) & \lambda(\lambda + 2\mu) & 0 & 0 & 0 \\ & \lambda^2 & \lambda^2 & 0 & 0 & 0 \\ & & \lambda^2 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & \mu^2 & 0 \\ & & & & & \mu^2 \end{bmatrix} \cdot D; \quad (3.2)$$

e a perturbação de 2ª ordem por:

$$c^2 = \left(\frac{e^2}{15} \right) \begin{bmatrix} (\lambda + 2\mu)q & \lambda q & \lambda q & 0 & 0 & 0 \\ & \lambda^2 q (\lambda + 2\mu) & \lambda^2 q (\lambda + 2\mu) & 0 & 0 & 0 \\ & & \lambda^2 q (\lambda + 2\mu) & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & X & 0 \\ & & & & & X \end{bmatrix} \cdot D^2; \quad (3.3)$$

onde : $e = N a^3/V$ é a densidade de inclusões com forma elipsoidal, N é o número de inclusões de raio a em um volume sólido V isotrópico com constantes de Lamé λ e μ ;

as inclusões tem semi-eixos (a, a, b) e pequeno aspecto das inclusões $d = b/a$ ($b \ll a$), semelhante a uma diminuta lente bicôncava;

$$q = 15 (\lambda/\mu)^2 + 28 (\lambda/\mu) + 28;$$

$$X = (2\mu (3\lambda + 8\mu) / (\lambda + 2\mu));$$

D é a matriz diagonal $(U_{11}, U_{11}, U_{11}, 0, U_{33}, U_{33})$;

$$U_{11} = (4/3) [(\lambda + 2\mu) / (\lambda + \mu)] / (1 + K);$$

$$U_{33} = (16/3) [(\lambda + 2\mu) / (3\lambda + 4\mu)] / (1 + M);$$

$$K = [(k' + (4/3) \mu' / \pi d \mu)] [(\lambda + 2\mu) / (\lambda + \mu)];$$

$$M = [4\mu' / \pi d \mu] [(\lambda + 2\mu) / (3\lambda + 4\mu)];$$

$k' = \lambda' + (2/3) \mu'$ é o módulo de incompressibilidade do material que preenche as inclusões.

Nota-se que se o material que preenche as inclusões é um fluido $\mu' = 0$ e $k' = \lambda' = 2\rho' V_p^2$, onde V_p é a velocidade acústica do fluido e ρ' sua densidade. No caso de gás $\lambda' = \mu' = 0$.

As expressões U_{11} e U_{33} foram determinadas no limite quase estático, ou seja, para grandes comprimentos de onda, quando comparadas as dimensões das inclusões.

O meio efetivo TI na forma dada acima apresenta o eixo de simetria horizontal e o plano de simetria perpendicular ao eixo como planos verticais modelados pelas inclusões orientadas.

O modelo de Hudson com duas perturbações é correto para distribuições de inclusões com densidade em torno de $\varepsilon = 0,1$ (Crampin, 1984) e aspecto aproximadamente de $d = 0,3$ (para $e = 0,05$, Douma, 1988). Nishizawa (1982) desenvolveu expressões integrais válidas para todos os aspectos ($d = 0$ a ∞) e todas as densidades ($e = 0$ a ∞), mas são complicadas de se manipular (Crampin, 1993).

Crampin (1993) apresenta fórmulas alternativas, a partir do modelo de Hudson, que levam em conta sistemas multiplanares de inclusões e meios efetivos com inclusões diluídas numa matriz fracamente anisotrópica.

3.3.1. Construção e geração de meios equivalentes segundo o modelo de Hudson

O modelo de Hudson é utilizado a seguir para construir diversos meios TI, onde se variam as características da matriz isotrópica (V_p e V_s) e das inclusões (tipo de fluido, densidade de inclusões e aspecto). Esses dados foram adaptados de Crampin (1993) e o programa de construção dos modelos foi codificado em Fortran.

As tabelas 3.1a e 3.1b mostram as características dos dez grupos de modelos de meios TI criados, onde em cada grupo variou-se apenas um atributo do meio, mantendo-se os outros fixos. Nas inclusões preenchidas com água a V_p do fluido é de 1,5 km/s e com gás a V_p é de 0,34 km/s.

Assim, é possível avaliar os efeitos destes atributos no comportamento dos parâmetros de birrefringência, que serão vistos no capítulo 4:

Grupo M10

- variou-se a densidade de inclusões de 0,25 a 0,01, saturadas com água;

Grupo M15

- os mesmos parâmetros que o grupo 10, mas inclusões preenchidas com gás;

Grupo M30

- variou-se o aspecto de 0,001 a 0,25, inclusões saturadas com água;

Grupo M35

- os mesmos parâmetros do grupo 30, mas inclusões preenchidas com gás;

Grupo M40

- variou-se a velocidade acústica no fluido de 2,0 a 1,0 km/s, inclusões com líquido;

Grupo M50

- variou-se a V_p e a V_s da matriz, mas manteve-se a razão V_p/V_s constante, inclusões com água

Grupo M55

- mesmo que o grupo 50, mas inclusões saturadas com gás;

Grupo M60

- variou-se a razão V_p/V_s da matriz de 2,5 a 1,15, mantendo a V_p constante (4,0 km/s), inclusões com água;

Grupo M65

- o mesmo que o grupo 60, mas com inclusões saturadas de gás

Grupo M70

- variou-se a razão V_p/V_s da matriz de 2,5 a 1,15, mantendo a V_s constante (2,309 km/s), inclusões saturadas com água;

Grupo M75

- o mesmo que o grupo 70, mas as inclusões saturadas de gás.

Crampin (1993), para a maior parte dos conjuntos acima, faz um estudo das variações das velocidades das outras qP , qSR e qSP . No entanto considera apenas um meio

TIH

Capítulo 4

Um estudo da inversão a partir dos tempos de trânsito

Em sismologia, os modelamentos direto e inverso podem ser agrupados em dois casos: cinemático e dinâmico. O caso dinâmico não será tratado neste trabalho. O caso cinemático, interesse dessa dissertação, traduz-se, inicialmente, na determinação dos tempos de trânsito (modelamento direto) a partir do prévio conhecimento do modelo, representado pelo tensor dos parâmetros elásticos. Os tempos de trânsito constituem o conjunto de observações disponíveis (t^{obs}). O modelamento inverso consiste em, a partir dos t^{obs} , reconstituir o modelo ou parâmetros do meio que controlam os dados observados.

O problema cinemático direto é, com certeza, de extrema importância, pois permite analisar a resposta do modelo em estudo. Entretanto, na prática, o meio é uma incógnita, e o problema cinemático inverso toma lugar de destaque na exploração sísmica.

Neste capítulo, investiga-se o problema inverso, referente às equações dos tempos de birrefringência (TB) e dos tempos de P e S combinados (TPSC). Na seção 4.1, é apresentada a metodologia para o estudo da parametrização da inversão. Na seção 4.2, introduzem-se alguns conceitos sobre as técnicas de inversão de sistemas lineares e não-lineares utilizados. Na seção 4.3, estudam-se alguns aspectos das inversões dos tempos de birrefringência, e, na seção 4.4, dos tempos de P e S combinados. Na seção 4.5, são apresentados resultados do comportamento da parametrização dos TB em relação a diversos modelos transversalmente isotrópicos elaborados no capítulo 3, que representam materiais sólidos fraturados.

4.1 - Procedimento de inversão em dois passos

A metodologia de trabalho seguida consiste em investigar a inversão anisotrópica em meios homogêneos mediante o conteúdo de informações sobre o tensor elástico, sistemas de simetria e elementos de simetria existentes na diferença entre os tempos das duas ondas S (tempo de birrefringência, equação 2.26) e da diferença entre os tempos da onda qP e a média das ondas qS (TPSC, equação 2.28).

A inversão de um conjunto de dados observados pode ser dividida em 3 etapas: a parametrização, que consiste em escolher parâmetros do modelo que controlam os dados observados, e as modelagens direta e inversa (Menke, 1984).

A modelagem direta, através do traçado exato dos raios em meios homogêneos anisotrópicos, é feita com o programa ANRAY89 (Gajewski e Psencik, 1987), calculando-se os tempos de trânsito das ondas quase-cisalhantes.

Já a equação (2.28) não foi implementada na forma de programa. Entretanto, na seção 4.4, alguns estudos serão apresentados.

A investigação sobre a modelagem inversa foi dividida em dois passos (figura 4.1):

O 1ª passo consiste em estudar a inversão dos tempos de birrefringência para um conjunto de parâmetros do meio que controlam os dados observados, sendo a combinação de dois ou mais componentes do tensor elástico do modelo (equação 2.31 a 2.34).

O 2ª passo consiste em uma inversão desta parametrização para os componentes do tensor a_{ijkl} individualmente ou para informações de certas propriedades anisotrópicas tais como: o tipo de simetria do meio e a orientação de elementos de simetria (eixos e planos).

Ressalta-se que esta dissertação não tem a intenção de realizar a inversão anisotrópica dos 21 parâmetros elásticos. O objetivo principal é apresentar, de modo independente, os resultados da investigação do 1ª passo da inversão, para o caso do tempo de birrefringência, e a inspeção do significado da parametrização no 2ª passo da inversão, caso a inversão do 1ª passo fosse bem sucedida.

4.2 - Técnicas de inversão utilizadas

As técnicas de inversão, de um modo geral, visam minimizar a diferença entre os dados observados e os calculados (estimados), a partir de algum critério.

Nessa circunstância, na inversão do 1ª passo, como a presença de ruídos nos dados é uma constante, deve haver um sistema que defina um vetor de resíduos, qual seja:

$$\mathbf{R}(\mathbf{m}) = \sum_{s=1}^N \left[t_s^{\text{obs}} - t^{\text{cal}}(x_s, \mathbf{m}) \right]^n \quad (4.1)$$

onde: t_s^{obs} são os tempos de birrefringência ou os tempos de P e S combinados observados nos pontos x_s durante a modelagem direta;

$t^{\text{cal}}(x_s, \mathbf{m})$ é uma função espacial, que estima os valores observados nos pontos x_s , dados a parametrização \mathbf{m} do meio, sendo, portanto, a função que resolve o problema direto (equações 2.26 e 2.28);

n grau da norma usada como critério de minimização e

N é o número de observações.

Neste trabalho, a função objetivo \mathbf{R} é escolhida de modo a ter valores pequenos quando os dados observados e calculados forem próximos.

Tomando $n = 2$, a norma é dita norma l_2 , dando origem ao tão conhecido método de minimização dos quadrados das diferenças, mais conhecido como método dos mínimos quadrados:

$$\mathbf{R}(\mathbf{m}) = \sum_{s=1}^N [t_s^{\text{obs}} - t^{\text{cal}}(x_s, \mathbf{m})]^2 = \min. \quad (4.2)$$

A fim de levar a cabo a minimização de uma forma geral, primeiramente o gradiente (∇) e o hessiniano (∇^2) da relação (4.2) deve ser obtido, bastando para isso derivar \mathbf{R} em relação aos parâmetros:

$$\nabla \mathbf{R} = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial m_k} = -2 \sum_{s=1}^N [t_s^{\text{obs}} - t^{\text{cal}}(x_s, \mathbf{m})] \frac{\partial t^{\text{cal}}(x_s, \mathbf{m})}{\partial m_k} \quad (4.3)$$

$$\nabla^2 \mathbf{R} = \frac{\partial^2 \mathbf{R}}{\partial m_k \partial m_l} = 2 \sum_{s=1}^N \frac{\partial t^{\text{cal}}(x_s, \mathbf{m})}{\partial m_k} \frac{\partial t^{\text{cal}}(x_s, \mathbf{m})}{\partial m_l} - [t_s^{\text{obs}} - t^{\text{cal}}(x_s, \mathbf{m})] \frac{\partial^2 t^{\text{cal}}(x_s, \mathbf{m})}{\partial m_k \partial m_l} \quad (4.4)$$

Em seguida, deve-se expandir \mathbf{R} (4.2) em torno de um ponto \mathbf{m} no espaço dos modelos:

$$\mathbf{R}(\mathbf{m} + \delta \mathbf{m}) = \mathbf{R}(\mathbf{m}) + \frac{\partial \mathbf{R}(\mathbf{m})}{\partial m_i} \delta m_i + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{R}(\mathbf{m})}{\partial m_i \partial m_j} \delta m_i \delta m_j + \dots \quad (4.5)$$

Os termos de ordem superior à segunda derivada podem ser desprezados.

Para encontrar o mínimo de $\mathbf{R}(\mathbf{m})$, deriva-se (4.5) e iguala-se a zero, obtendo-se:

$$\frac{\partial \mathbf{R}(\mathbf{m})}{\partial m_k} = - \frac{\partial^2 \mathbf{R}(\mathbf{m})}{\partial m_j \partial m_k} \delta m_j \quad (4.6)$$

Substituindo (4.3) e (4.4) em (4.6), obtém-se:

$$\frac{\partial t_s^{\text{cal}}}{\partial m_j} \delta m_j = \sum_{s=1}^N [t_s^{\text{obs}} - t_s^{\text{cal}}] \quad (4.7)$$

Definindo a matriz das derivadas (ou matriz de sensibilidade) como:

$$G_{ij} = \frac{\partial t_i^{cal}}{\partial m_j} \quad (4.8)$$

(4.7) se escreve então:

$$\mathbf{G} \cdot \delta \mathbf{m} = \delta \mathbf{t} \quad (4.9)$$

ou

$$\mathbf{G}^T \mathbf{G} \delta \mathbf{m} = \mathbf{G}^T \delta \mathbf{t} \quad (4.10)$$

Logo, o processo de inversão consiste em minimizar a função objetivo (4.2), a partir de um modelo inicial, atualizado com o fator $\delta \mathbf{m}$, obtido de (4.9) ou (4.10), a cada iteração. Nota-se que a matriz \mathbf{G} tem dimensões (t_i^{cal}, m_j) enquanto $\mathbf{G}^T \mathbf{G}$ tem dimensões (m_j, m_j) . A primeira matriz é geralmente retangular e a segunda é quadrada.

Embora os sistemas (4.9) e (4.10) sejam aparentemente simples de resolver, apresentam algumas desvantagens: a existência da matriz pseudo-inversa de \mathbf{G} ou da inversa $\mathbf{G}^T \mathbf{G}$ e o cálculo destas matrizes pode envolver acréscimo de erros numéricos (Freire, 1986).

Logo, as matrizes acima devem ser não-singulares. Todavia, as equações (4.9) e (4.10) conduzem a soluções pouco satisfatórias se as inversas são mal condicionadas, isto é, se o número de condição, $\text{cond}(\mathbf{G}^{-1})$ ou $\text{cond}[(\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1}]$, definido pela relação entre seu maior e menor autovetor for muito grande. Isto se verifica quando da existência de autovalores muito pequenos, os quais estão associados aos ruídos sempre presentes nos dados (Freire, 1986).

Essas imprecisões tornam o sistema insuficiente para determinar as incógnitas, fatores que trazem como consequência a não-unicidade da solução.

Com o objetivo de determinar uma aproximação mais suavizada para a solução de (4.9) e (4.10), ao mesmo tempo em que procura atacar o problema da unicidade, Levenberg (1944) e Marquardt (1963) propuseram o método dos mínimos quadrados amortecidos, que consiste em substituir os sistemas (4.9) e (4.10) por:

$$\delta \mathbf{m} = (\mathbf{G} + \beta \mathbf{I})^{-1} \delta \mathbf{t} \quad (4.11)$$

ou

$$\delta \mathbf{m} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \beta \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T \delta \mathbf{t} \quad (4.12)$$

onde: $\beta \mathbf{I} \delta \mathbf{m} = 0$.

β é um multiplicador de Lagrange, comumente chamado de fator de amortecimento. Logo, $\beta \mathbf{I}$ é uma matriz diagonal cujos elementos são determinados por:

$$\begin{aligned}
 (\beta \mathbf{I})_{ij} &= \beta & i=j \text{ e } \beta \geq 0 \\
 &0 & i \neq j
 \end{aligned}
 \tag{4.13}$$

A introdução da parcela $\beta \mathbf{I}$, antes da minimização, traduz os seguintes objetivos: evitar oscilações muito grandes da solução; evitar a singularidade das matrizes \mathbf{G} e $\mathbf{G}^T \mathbf{G}$; contornar os autovalores muito pequenos (Freire, 1986).

Para resolver estes sistemas, Simões Filho (1992) implementou um programa em Fortran utilizando o método iterativo dos conjugados gradientes, considerando apenas a solução pelo sistema (4.11).

Os métodos dos conjugados gradientes têm como objetivo diminuir a magnitude da função erro \mathbf{R} adotada para minimização, o que é feito iterativamente, a partir de uma solução inicial do vetor solução \mathbf{m} do sistema de equações, usando vetores-direcionais mutuamente conjugados (Wang e Treitel, 1973). O modelo inicial adotado é um meio isotrópico, onde se verá nas próximas seções que o vetor \mathbf{m} é nulo para a parametrização da equação (2.26).

No modelo de inversão do 2ª passo (figura 4.1), manuseia-se com sistemas lineares (SL) que podem ser quadrados ou não. Vários métodos existem para buscar a solução destes sistemas. Os métodos ditos diretos não requerem uma aproximação inicial da solução. A idéia básica desses métodos (Regra de Cramer, eliminação de Gauss, etc.) reside na manipulação algébrica de um SL com o objetivo de transformá-lo em outro sistema, possuindo a mesma solução do anterior, mas que seja de resolução mais imediata.

Os métodos indiretos (ou iterativos), como já mencionado anteriormente, requer uma aproximação inicial $\mathbf{x}^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) \in \mathbb{R}^n$ (nem sempre muito acurada) da solução \mathbf{x} , que após sucessivas aproximações da solução encontre uma que satisfaça algum critério pré-estabelecido para a interrupção das iterações, seja por um número máximo de iterações e/ou um certo grau de acuracidade fixado pelo usuário.

Nesta etapa, foram utilizadas rotinas do programa Mathematic (1992) e programas em Fortran.

4.3 - Inversão a partir dos tempos de birrefringência

4.3.1 - Parametrização do problema

A parametrização exposta aqui foi realizada por Simões Filho (1992).

O procedimento de inversão proposto é baseado em (2.26):

$$t^{cal}(\mathbf{x}, \mathbf{m}) = \left| \delta t_{qs_1} - \delta t_{qs_2} \right| = \frac{1}{2V^2} \int \left[(C_{11} - C_{22})^2 + 4C_{12}^2 \right]^{1/2} dt \quad (4.14)$$

onde: C_{11}, C_{12} e C_{22} são dados pelas equações (2.33), (2.34) e (2.35), respectivamente.

Usando a relação $N_1^2 + N_3^2 = 1$, pode-se escrever, a partir de (2.33) e (2.35):

$$\begin{aligned} C_{11} - C_{22} = & (\delta A_{55} - \delta A_{44}) + (\delta A_{55} - \delta A_{66})N_3^2 + (\delta A_{11} + \delta A_{33} - 2\delta A_{13} - \\ & - 4\delta A_{55})N_1^2 N_3^2 + 2(\delta A_{35} - \delta A_{15})N_1 N_3 (N_1^2 - N_3^2) - 2\delta A_{46} N_1 N_3 \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} C_{12} = & \delta A_{56} N_1^3 + (\delta A_{34} - \delta A_{14} - \delta A_{56})N_1 N_3^2 - \delta A_{45} N_3^3 - \\ & - (\delta A_{36} - \delta A_{16} + \delta A_{45}) N_1^2 N_3 \end{aligned} \quad (4.16)$$

Nota-se que a maioria dos parâmetros δA_{pq} não podem ser resolvidos independentemente, mas apenas através de combinações.

Como o meio de referência é isotrópico (figura 1.3) e usando (2.15), as combinações das perturbações dos parâmetros elásticos reduzidos podem ser definidas como:

$$\begin{aligned} m_1 &= A_{55} - A_{44} \\ m_2 &= A_{55} - A_{66} \\ m_3 &= A_{11} + A_{33} - 2A_{13} - 4A_{55} \\ m_4 &= A_{15} - A_{35} \\ m_5 &= A_{46} \\ m_6 &= A_{14} - A_{34} \\ m_7 &= A_{56} \\ m_8 &= A_{16} - A_{36} \\ m_9 &= A_{45} \end{aligned} \quad (4.17)$$

As combinações m_I ($I = 1, \dots, 9$) chamadas de parâmetros de birrefringência (Simões Filho, 1992) controlam os tempos de birrefringência em meios com anisotropia fraca e meios de referência isotrópicos.

Nota-se que a escolha da parametrização acima não é única, mas foi preferida pois m_1 e m_2 podem ser interpretados em termos de simetria dos parâmetros elásticos que controlam a propagação das ondas cisalhantes, quando o plano de propagação é um plano sagital de simetria (Simões Filho, 1992).

A inversão do 1ª passo dos parâmetros de birrefringência, conforme apresentado na seção 4.2, necessitam do cálculo das derivadas em relação aos parâmetros \mathbf{m} :

$$\frac{\partial t^{cal}}{\partial m_1} = \frac{1}{2v^2} \int \frac{(C_{11} - C_{22})[\partial(C_{11} - C_{22})/\partial m_i] + 4C_{12}(\partial C_{12}/\partial m_i)}{[(C_{11} - C_{22})^2 + 4C_{12}^2]^{1/2}} dt \quad (4.18)$$

Verifica-se que $C_{11} - C_{22}$ depende dos parâmetros de m_1 a m_5 e C_{12} dos parâmetros m_6 a m_9 . C_{12} introduz uma não-linearidade ao problema que, logicamente, sendo nulo, torna o sistema linear e mais simples de resolver.

Já a expressão $C_{11} - C_{22}$, pela própria representação dos componentes dos tensores elásticos dos sistemas de simetria existentes (figura 1.3), só seria nula no meio isotrópico, assim como C_{12} seria também igual a zero. Tem-se então que o modelo isotrópico, usado como solução inicial de partida da inversão do sistema (4.5), tem todos os parâmetros m_I ($I = 1, \dots, 9$) nulos.

Na próxima seção, ver-se-á em que situações $C_{12} = 0$.

4.3.2 - Investigação do 2^a passo da inversão

Ressalta-se que esta seção apresenta resultados que se referem apenas a uma investigação do 2^a passo da inversão da figura (4.1), não se realizando a inversão do 1^a passo.

Este estudo serve para mostrar, teoricamente, a potencialidade dos parâmetros m_i em termos de informações que poderiam advir deles, caso a solução do 1^a passo de inversão fosse única.

Nesta seção, será analisado o conteúdo de informações presentes na dependência dos parâmetros \mathbf{m} com os elementos de um tensor elástico qualquer B_{ij} e as relações com planos de propagação em diferentes azimutes φ , obtidos em relação ao sistema de referência fixo (sistema geográfico). Ressalta-se que para os parâmetros de birrefringência representarem diretamente os componentes do tensor elástico devem, segundo (2.14) e (2.20), ser multiplicados pela quadrado da velocidade compressional (α^2) do meio de referência isotrópico que melhor ajusta os dados.

O plano $x_2 = 0$ é escolhido como o plano de propagação sem perda de generalidade, visto que os parâmetros elásticos podem sofrer rotações arbitrárias para coincidir com o plano de propagação (seção 2.3.1).

Desta forma, os parâmetros \mathbf{m} são combinações dos A_i (4.17), que por sua vez correspondem aos componentes de um tensor elástico qualquer B_i rotacionado em relação

ao eixo vertical do modelo (que coincide com o eixo vertical do sistema de referência fixo), para coincidir com o plano de propagação x_1x_3 .

Logo, B_{ij} são os componentes do tensor elástico no sistema de coordenadas fixo e, portanto, por sua vez, são função dos componentes elásticos c_{pq} no sistema natural (SN), que podem estar rotacionados dos ângulos $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ em relação aos eixos (E, N, D) do sistema de referência fixo:

$$B_{ij} = f(c_{ij}, \theta_1, \theta_2, \theta_3) \quad (4.19)$$

Portanto, se o sistema natural coincidir com o sistema de referência fixo, tem-se que $B_{ij} = c_{ij}$. Caso contrário, o tensor elástico poderá ser representado por até 21 parâmetros elásticos não-nulos (seção 1.7.3).

Após esses esclarecimentos, entende-se que, para se obter a expressão expandida dos parâmetros de birrefringência m_I ($I=1, \dots, 9$) em função do azimute φ do plano de propagação e dos parâmetros elásticos B_{ij} , deve-se desenvolver a transformação de coordenadas fornecida pela equação (1.52) segundo rotação em torno do eixo vertical, obtendo-se então:

$$\begin{aligned} m_1 &= s^2(B_{44}-B_{55}) + c^2(B_{55}-B_{44}) + cs(4B_{45}); \\ m_2 &= s^2(B_{44}) + c^2(B_{55}) - c^2s^2(B_{11} + B_{22} - 2B_{12}) + 2cs(c^2 - s^2)(B_{16} - B_{26}) - (c^2 - \\ &\quad - s^2)^2(B_{66}) + cs(2B_{45}); \\ m_3 &= c^4(B_{11}) + s^4(B_{22}) + c^2s^2(2B_{12} + 4B_{66}) + c^3s(4B_{16}) + cs^3(4B_{26}) + B_{33} - c^2(2B_{13} + \\ &\quad + 4B_{55}) - s^2(2B_{23} + 4B_{44}) - cs(4B_{36} + 8B_{45}); \\ m_4 &= c^3(B_{15}) + s^3(B_{24}) + c^2s(B_{14} + 2B_{56}) + cs^2(B_{25} + 2B_{46}) - s(B_{34}) - c(B_{35}); \\ m_5 &= c^3(B_{46}) + s^3(B_{56}) + c^2s(B_{24} - B_{14} - B_{56}) + cs^2(B_{15} - B_{25} - B_{46}); \\ m_6 &= c^3(B_{14}) - s^3(B_{25}) + c^2s(2B_{46} - B_{15}) + cs^2(B_{24} - 2B_{56}) - c(B_{34}) + s(B_{35}); \\ m_7 &= c^3(B_{56}) - s^3(B_{46}) + cs^2(B_{24} - B_{14} - B_{56}) + c^2s(B_{25} - B_{15} + B_{46}); \\ m_8 &= c^3s(B_{12} - B_{11} + 2B_{66}) + cs^3(B_{22} - B_{12} - 2B_{66}) + c^2(c^2 - 3s^2)(B_{16}) + s^2(3c^2 - s^2) \\ &\quad (B_{26}) + cs(B_{13} - B_{23}) - (c^2 - s^2)(B_{36}); \\ m_9 &= cs(B_{44} - B_{55}) + (c^2 - s^2)(B_{45}) \end{aligned} \quad (4.20)$$

onde: $c = \cos \varphi$;

$s = \sin \varphi$;

φ azimute do perfil ou plano de propagação (*VSP - offset*) em relação ao sistema de referência fixo;

B_{ij} aqueles definidos anteriormente.

Simões Filho (1995), inspecionando os parâmetros \mathbf{m} (4.17), mostra que, dependendo do tipo e orientação dos elementos de simetria do meio, apenas alguns subconjuntos dos parâmetros de birrefringência são não-nulos. Estas observações estão resumidas na figura 4.2. Nota-se que somente é possível distinguir os sistemas de simetria cúbico, hexagonal, ortorrômbico, tetragonal e monoclinico se os planos de simetria do meio estiverem na vertical e os planos de propagação sagitais de simetria ou se os planos de simetria estiverem na horizontal para qualquer plano de propagação. Naquele caso, para o sistema cúbico, hexagonal, tetragonal e ortorrômbico, os parâmetros B_{14} , B_{15} , B_{16} , B_{34} , B_{35} , B_{36} , B_{45} , B_{46} , B_{56} são todos nulos e $C_{12} = 0$, considerando que $\varphi = 0$ está sobre um plano de simetria. Isto torna a equação (4.18) linear com os parâmetros m_1 , m_2 , m_3 como incógnitas (Simões Filho, 1992). Esta aproximação pode ser feita de posse de informações “a priori”, tais como planos de fraturamento, podendo-se, então, orientar o levantamento ao longo dos planos de simetria.

Por outro lado, que informações poderiam ser extraídas sem estes dados “a priori”?

Da análise das expressões em (4.20), podem-se extrair as seguintes observações:

Sobre m_1 e m_9

- m_1 e m_9 são função apenas dos componentes B_{44} , B_{45} e B_{55}
- $m_1(\varphi) = -2 m_9(\varphi - \pi/4)$ se $B_{45} = 0$ e $B_{44} - B_{55} \neq 0$ (4.21)

- se $\varphi = 90$ graus

$$m_1 = B_{44} - B_{55}$$

$$m_9 = B_{45}$$

- se $\varphi = 0$ graus

$$m_1 = B_{55} - B_{44}$$

$$m_9 = B_{45}$$

- $m_9 = 0$ quando $\varphi = \arctan(-2B_{45}/(B_{55} - B_{44}))$ (4.22)

- m_1 e m_9 são funções periódicas com período π sobre os azimutes.

Sobre m_5 e m_7 :

- m_5 e m_7 são funções dos componentes B_{14} , B_{15} , B_{24} , B_{25} , B_{46} , B_{56}

- $m_5(\varphi) = m_7(\varphi + \pi/2)$ se $B_{15} - B_{25} - B_{46} = 0$ e $B_{46} = 0$ (4.23)

- $m_5(\varphi) = -m_7(\varphi + \pi/2)$ se $B_{24} - B_{14} - B_{56} = 0$ e $B_{56} = 0$ (4.24)

- se $\varphi = 90$ graus

$$m_5 = B_{56}$$

$$m_7 = -B_{46};$$

- se $\varphi = 0$ graus

$$m_5 = B_{46}$$

$$m_7 = B_{56}$$

- m_5 e m_7 têm um período π sobre os azimutes com sinal trocado.

Sobre m_4 e m_6 :

- m_4 e m_6 dependem dos componentes $B_{14}, B_{15}, B_{24}, B_{25}, B_{34}, B_{35}, B_{46}, B_{56}$

- se $\varphi = 90$ graus

$$m_4 = B_{24} - B_{34} \text{ e } m_6 = B_{35} - B_{25};$$

- se $\varphi = 0$ graus

$$m_4 = B_{15} - B_{55} \text{ e } m_6 = B_{14} - B_{34}$$

- m_4 e m_6 têm um período π sobre os azimutes com sinal trocado.

Sobre m_8 :

- m_8 é função dos parâmetros $B_{11}, B_{12}, B_{13}, B_{16}, B_{22}, B_{23}, B_{26}, B_{36}, B_{66}$

- se $\varphi = 90$ graus

$$m_8 = B_{36} - B_{26}$$

- se $\varphi = 0$ graus

$$m_8 = B_{16} - B_{36}$$

- m_8 tem um período π sobre os azimutes.

Sobre m_2 :

- m_2 é função dos parâmetros $B_{11}, B_{12}, B_{16}, B_{22}, B_{26}, B_{44}, B_{45}, B_{55}, B_{66}$

- se $\varphi = 90$ graus

$$m_2 = B_{44} - B_{66}$$

- se $\varphi = 0$ graus

$$m_2 = B_{55} - B_{66}$$

- m_2 é uma função periódica em φ com período π .

Sobre m_3 :

- m_3 é função de $B_{11}, B_{12}, B_{13}, B_{16}, B_{22}, B_{23}, B_{26}, B_{33}, B_{36}, B_{44}, B_{45}, B_{55}$

- se $\varphi = 90$ graus

$$m_3 = B_{22} + B_{33} - 2B_{23} - 4B_{44}$$

- se $\varphi = 0$ graus

$$m_3 = B_{11} + B_{33} - 2B_{13} - 4B_{55}$$

- m_3 é uma função periódica em φ com período π .

Nota-se que, independente da função (4.19), os parâmetros m_i são periódicos. Logo, é possível reconstituir a função m_i para vários azimutes entre 0 e 180 graus, tendo-se apenas valores de m em alguns azimutes regularmente espaçados e aplicando uma função interpoladora.

A figura 4.3 mostra um exemplo de interpolação do parâmetro m_1 a cada 3,75 graus, usando apenas os valores de m_1 calculados por 4.20 em azimutes espaçados de 30 graus entre 0 e 210 graus para um meio TIH. O erro médio quadrático foi menor que 10^{-3} . A rotina de interpolação está codificada em Duarte (1982), chamada de *Mid-Point Interpolation*.

Já que o azimute φ é conhecido, pois está relacionado ao sistema de referência fixo, as únicas incógnitas do sistema (4.20) são os componentes B_{ij} .

A partir de (4.20), poder-se-iam então inverter os parâmetros de birrefringência para os componentes B_{ij} do tensor elástico, tendo as coordenadas geográficas como o sistema de referência fixo.

Teoricamente é possível obter os 21 parâmetros elásticos tendo-se apenas 3 azimutes. Deve-se estudar entretanto as dependências lineares entre os parâmetros em determinados azimutes, como por exemplo: m_1 e m_9 em $\varphi = 0$ graus e 90 graus e entre m_5 e m_7 em $\varphi = 0$ graus e 90 graus. Desta forma, é possível montar dois sistemas lineares:

- SL1 para resolver $B_{11}, B_{12}, B_{13}, B_{16}, B_{22}, B_{23}, B_{26}, B_{33}, B_{36}, B_{44}, B_{55}$ e B_{66} a partir de m_1, m_2, m_3, m_8 e m_9 nos azimutes acima;
- SL2 para resolver $B_{14}, B_{15}, B_{24}, B_{25}, B_{34}, B_{35}$ a partir dos valores de m_4, m_5, m_6 e m_7 nos azimutes definidos acima;
- B_{46} lê-se direto de $m_5(\varphi = 0 \text{ graus})$ ou $-m_7(\varphi = 90 \text{ graus})$;
- B_{56} lê-se direto de $m_5(\varphi = 90 \text{ graus})$ ou $m_7(\varphi = 0 \text{ graus})$;
- B_{45} lê-se direto de $m_9(\varphi = 0 \text{ graus})$ ou $-m_9(\varphi = 90 \text{ graus})$.

Como o procedimento de inversão dos tempos de birrefringência (vide seção seguinte) ainda não fornecem uma solução única, não se pode usar os tensores de Voigt e de dilatação (seção 1.7.3) para identificar qual o sistema de simetria. Desta forma, traduzir os parâmetros de birrefringência em termos de elementos de simetria parece ser um procedimento mais adequado.

Logicamente, a equação (4.20) corresponde a um meio anisotrópico qualquer com até 21 parâmetros elásticos não-nulos.

A fim de investigar os parâmetros de birrefringência num meio anisotrópico TI e ortorrômbico, desenvolveram-se as mesmas transformações a partir de (1.52) e (4.17) onde o sistema natural pode estar rotacionado de qualquer ângulo em relação ao eixo y (figura 1.2), representado pelo ângulo θ_2 . Os parâmetros c_{ij} , antes da rotação, são representados como na figura 1.3 com o eixo y orientado para E (figura 1.2).

Mostra-se, a seguir, as relações mais relevantes, ou seja, aquelas que mantêm a mesma relação para todo o φ ou quase todo o θ_2 :

- a) $B_{45} = 0$ para o sistema hexagonal e ortorrômbico para qualquer φ . Neste caso confirma-se (4.21);
- b) se o sistema for um TIV tem-se que $m_1 = m_9 = 0$ para qualquer φ , isto nunca se verifica para o sistema ortorrômbico;
- c) verifica-se que m_1 é um valor máximo em módulo e $m_9 = 0$ em $\varphi = n\pi/2$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) para o meio ortorrômbico e para o meio TI com θ_2 diferente de zero;
- d) para $\theta_2 \neq 0$ graus ou $\theta_2 \neq 90$ graus nos sistemas hexagonal e ortorrômbico verifica-se (4.24);
- e) se os SN das duas simetrias coincidirem com o sistema de referência verifica-se que $m_5 = m_7 = m_4 = m_6 = 0$ para qualquer φ ;
- f) interessante resultado mostra que para os sistemas hexagonal e ortorrômbico $m_4 = m_5 = 0$ em $\varphi = 90$ graus e $m_6 = m_7 = 0$ em $\varphi = 0$ graus, para qualquer valor de θ_2 . Logo, excetuando-se a condição (e), $m_6 = m_7 = 0$ no meio TI indica a direção *dip* do plano de fraturamento (plano que contém o eixo de simetria). No sistema ortorrômbico, indica a direção paralela ao plano de simetria vertical. $m_4 = m_5 = 0$ indicam a direção *strike* do plano de fraturamento para o meio TI e no meio ortorrômbico a direção perpendicular ao plano de simetria vertical;
- g) para o sistema hexagonal, diferente de TIV, $m_9 = 0$ e $m_1 = |\text{máx}|$ ocorrerá sempre que o plano de propagação for paralelo ou perpendicular ao eixo de simetria. Como $m_5 = m_4 = 0$ e $m_6 = m_7 = 0$ ocorre sempre que $m_9 = 0$ e $m_1 = |\text{máx}|$, pode-se fazer uma generalização de que $m_6 = m_7 = 0$ sempre indicará a direção *dip* daquele plano de simetria seja qual for a função 4.19. Este azimute pode ser determinado usando (4.22) (Helbig, 1994), que ocorre em apenas 2 ângulos (complementares). Desta forma, B_{45} pode ser

lido em m_9 (0 graus de azimute) e $(B_{44}-B_{55})$ lido em m_1 (90 graus de azimute), conforme (4.20).

Portanto, mesmo tendo-se os valores dos parâmetros m_i cobrindo todo os azimutes, não é possível distinguir os sistemas de simetria sem informação “a priori”. Por outro lado, é possível verificar algumas relações entre m_1 , m_9 e m_5 , m_7 que podem ser traduzidas em termos de quais rotações os SN dos meios anisotrópicos sofreram.

As figuras 4.4 e 4.5 mostram a variação dos parâmetros m_1 e m_9 computados a partir de (4.20), para φ variando de 0 a 360 graus com passo de 3 graus.

A figura 4.4 corresponde a um meio, inicialmente TIV, (M1004, vide seção 3.3.1) rotacionado de (0,75,0) graus. O eixo de simetria está orientado para N. A figura 4.4 representa um sistema de simetria ortorrômbica, definido como MO, extraído de Crampin (1987), que representa um meio EDA somado a um meio PTL, inicialmente com o sistema de coordenada natural coincidente com o sistema geográfico, rotacionado de (0,25,0) graus em relação ao sistema de coordenada fixo. A figura 4.5 mostra que os parâmetros m_6 e m_7 zeram na direção *dip* (plano de simetria que contém o eixo de simetria) e os parâmetros m_4 e m_5 zeram na direção *strike* do plano de fratura. Usando a relação (4.22) acha-se a rotação em torno do eixo vertical.

A figura 4.6 mostra o comportamento dos m_i para o modelo M1004 rotacionado de (30,50,30) graus. Nota-se que o $m_9 = 0$ e $m_1 = |\text{máx}|$ já não ocorrem em $n\pi/2$ ($n = 0, 1, \dots$), pois há rotações mútuas em torno dos três eixos. No entanto, $m_4 = m_5 = 0$ indica a direção *strike* (plano de simetria perpendicular ao eixo de simetria).

4.3.3 - Investigação do 1ª passo da inversão

Simões Filho (1992) mostra resultados da inversão do tempo de birrefringência que forneceram informações qualitativas sobre a orientação dos principais elementos de simetria em meios ortorrômbicos, cúbico e hexagonal. No entanto os levantamentos foram feitos ao longo de planos de simetria onde $C_{12}=0$, como mostrado na seção 4.3.2.

Essa inversão, com base no algoritmo utilizado, não oferece resolução suficiente para fornecer os verdadeiros m_i do meio, mesmo que seja fracamente anisotrópico. Entretanto, a partir dos casos apresentados a seguir, a inversão, pelo menos qualitativamente, deveria convergir para um dos modelos da figura 4.2.

Para se obter soluções estáveis, equações adicionais são necessárias e estão relacionadas à introdução de restrições que são fornecidas em termos de informação “a priori”. Uma possibilidade de restrição poderia ser a exigência de que a energia de deformação seja positiva, requerendo, assim, uma série de condições de estabilidade para a existência do tensor elástico (seção 1.7.4). Costa (1993) utiliza a desigualdade

$c_{13}^2 < c_{11}c_{55} > c_{33}$ como restrição à qualquer solução fisicamente admissível para a inversão tomográfica de um meio TI.

Visando investigar aspectos da inversão dos tempos de birrefringência, foram realizados modelamentos diretos em diferentes azimutes sobre um meio TI (modelo M1004, seção 3.3.1) e uma modelagem sobre um meio ortorrômbico (MO, extraído de Crampin, 1987). A perturbação máxima é de 12% no meio TI e de 8% no meio ortorrômbico.

Para o modelo M1004, a velocidade da onda compressional e da onda cisalhante no meio de referência isotrópico são de 4.511 m/s e 2.007 m/s, respectivamente. Para o modelo MO, as velocidades são, respectivamente de 3.770 m/s e 2.250 m/s.

Foi adotado, como uma adequada inversão dos tempos de birrefringência, um ajuste dos dados observados e calculados com diferença menor que 1 ms, definido como a raiz quadrada da média quadrática da diferença entre os dados observados e calculados. No texto essa condição é denotada como “ajuste dos tempos”.

Cinco conjuntos de dados foram obtidos a partir de 5 perfis:

Sobre o modelo M1004 com eixo de simetria vertical orientado para norte:

- a) um perfil orientado a 250 graus de azimute (fazendo 70 graus com o eixo de simetria);
- b) um perfil no azimute de 180 graus, paralelo ao eixo de simetria;
- c) um outro orientado a 270 graus, perpendicular ao eixo de simetria. Sobre o modelo M1004 com eixo de simetria vertical:
- d) um perfil no azimute de 180 graus.

Sobre o modelo MO com o sistema de coordenada natural coincidente com o sistema geográfico:

- e) um perfil no azimute de 180 graus.

O perfil (a) deveria convergir para o modelo M3 (figura 4.2). Já os perfis (b), (c), (d) e (e) para os modelos H1, H2, H3 e O, respectivamente, pois no sistema 4.9 tem-se que $C_{11} - C_{12} \neq 0$ e $C_{12} = 0$.

Os registros dos tempos de birrefringência foram obtidos ao longo de 40 geofones em um poço, com espaçamentos regulares entre eles. As tabelas 4.1a, 4.1b e 4.1c mostram os t^{obs} e as profundidades de cada receptor para os perfis (a), (b) e (c).

Procurou-se, inicialmente, analisar o condicionamento da matriz $\mathbf{G}^T\mathbf{G}$, através do número de condições visto na seção 4.2. Os seguintes resultados foram obtidos.

Sobre o perfil a 250 graus de azimute:

- não foi possível ajustar um modelo isotrópico de referência que permitisse um ajuste adequado dos tempos. Esses ajustes são superiores a 40 ms;
- o aumento do número de raios, isto é, da cobertura angular, não melhorou o condicionamento da matriz $\mathbf{G}^T\mathbf{G}$ (figura 4.7).

Sobre os outros perfis:

- só foi possível ajustar um modelo de referência levando em conta apenas a parte linear (m_1 a m_5). Neste caso o ajuste dos tempos foram próximos a 1 ms;
- o aumento da cobertura angular e a inclusão da parte não-linear piora o processo de inversão e o condicionamento (figuras 4.8 e 4.9). Neste caso o ajuste dos tempos é superior a 15 ms.

A inversão mostrou também que:

- o perfil a 250 graus de azimute não convergiu para o caso M3;
- os outros perfis convergiram apenas levando em conta a parte linear e computando somente os raios de maior ângulo de incidência, ou seja, os receptores posicionados mais próximos a fonte. Não há unicidade da solução.

Verifica-se, portanto, que o sistema (4.9) é mal condicionado para o caso não-linear.

Costa (1993), ao estudar a inclusão de anisotropias em modelos tomográficos e utilizando medidas de tempo de trânsito, mostra que uma densa cobertura angular e uma parametrização conveniente do modelo são essenciais para assegurar estabilidade ao processo de inversão. Este fato não se verificou nas inversões dos tempos de birrefringência, pois, contraditoriamente, o aumento da cobertura angular (com a contribuição dos raios capturados nos receptores mais afastados da fonte) piorou a inversão, mesmo para o caso linear. Visando investigar esta contradição, ou seja, tentar elucidar o motivo pelo qual os raios de menor ângulo de incidência estão prejudicando a inversão, foram realizadas algumas análises apresentadas a seguir.

Investigando a matriz \mathbf{G} , foram plotados em gráfico os valores de \mathbf{G} para cada parâmetro m_i em função do ângulo de incidência variando aproximadamente entre 87 e 30

graus. As figuras 4.10, 4.11 e 4.12 mostram os resultados para o perfil (a), (b) e (c), respectivamente.

Observa-se que as magnitudes das derivadas são bem diferentes entre os parâmetros e, para um mesmo parâmetro, os valores variam com o ângulo de incidência. Entretanto, estas variações não explicam o fato dos modelos estarem melhor condicionados para aqueles raios de maior ângulo de incidência.

Costa (1993) também observou esta dependência das derivadas da relação de dispersão em relação a parâmetros de velocidade de fase.

Investigando os tempos de birrefringência observados, obtidos com o programa ANRAY89, foram plotados em gráficos (figuras 4.13a, 4.14a, 4.15a e 4.16a) os tempos para cada um dos 40 geofones dos modelos (b), (c), (d) e (e), respectivamente.

O modelo (a) foi descartado, pois o programa de inversão não é adequado para situações onde tenta-se inverter os 9 parâmetros de birrefringência simultaneamente. Pelo mesmo motivo, nos outros perfis foram consideradas apenas as inversões dos 5 primeiros parâmetros de birrefringência (caso linear).

Nota-se, claramente, duas situações que induzem erros no programa de inversão dos tempos: (1) a existência de direções de singularidades que coincidem justamente com os raios que prejudicam a inversão (receptores com tempos de birrefringência muito próximos a zero); e (2) a introdução, pelo programa ANRAY89, de tempos anômalos (próximos às direções de singularidade) e/ou ruídos aleatórios.

Na verdade, o método do raio não funciona adequadamente nas direções de singularidades e próxima a estas e, frequentemente, talvez por problemas de precisão numérica, adiciona-se ruídos nos tempos computados. Deve-se, então, aplicar uma função para suavizar ou atenuar estes ruído.

As figuras 4.13b, 4.14b, 4.15b e 4.16b, juntamente com as tabelas 4.2a, 4.2b, 4.2c e 4.2d, mostram, respectivamente, os resultados das inversões para os perfis (b), (c), (d) e (e). A idéia é comparar os tempos observados obtidos com o ANRAY89 (eliminando os tempos mais ruidosos), com os tempos observados computados pelo método da perturbação (programa PERT92) e com os tempos calculados pelas inversões em ambas modelagens.

Os resultados mostram que:

o método da perturbação fornece tempos menos ruidosos, acarretando num melhor ajuste dos tempos;

- somente para o perfil (c), paralelo aos planos de fratura (plano de simetria principal), os tempos observados pelos dois programas foram muito próximos;
- mesmo com os tempos observados pelo método da perturbação, não se conseguiu aumentar o número de raios úteis a inversão;
- a eliminação de tempos anômalos melhora a qualidade da inversão;
- o programa de inversão é muito sensível a tempos de birrefringência observados próximo a direções de singularidades.

4.4 - Inversão a partir dos tempos de P e S combinados.

4.4.1 - Parametrização do problema

O procedimento de inversão proposto é baseado em (2.28):

$$t^{cal}(x, n) = \frac{x(v-1)}{\alpha v} + \frac{1}{4v^2} \int (C_{11} + C_{22}) dt - \frac{1}{2} \int C_p dt \quad (4.25)$$

onde: C_{11} , C_{22} e C_p são dados pelas equações (2.31), (2.32) e (2.34).

Como o valor x é conhecido e v é uma constante relacionada ao meio de referência isotrópico (2.19), a parametrização da inversão pode ser desenvolvida a partir de ($C_{11} + C_{22}$) e C_p . Usando $N_1^2 + N_3^2 = 1$ tem-se que:

$$C_p = \delta A_{11} N_1^4 + 4\delta A_{15} N_1^3 N_3 + (2\delta A_{13} + 4\delta A_{55}) N_1 N_3^2 + 4\delta A_{35} N_1 N_3^2 + \delta A_{33} N_3^4, \quad (4.26)$$

$$C_{11} + C_{22} = (\delta A_{55} + \delta A_{66}) + (\delta A_{44} - A_{66}) N_3^2 + 2(\delta A_{15} - \delta A_{35}) N_1 N_3 (N_3^2 - N_1^2) + 2\delta A_{46} N_1 N_3 + (\delta A_{11} + \delta A_{33} - 2\delta A_{13} - 4\delta A_{55}) N_1^2 N_3^2 \quad (4.27)$$

Substituindo $\delta A_{ij} = A_i - A_{ij}^0$ (equação 2.15) em 4.26 e 4.27 e expandindo a expressão (4.25), tem-se :

$$t^{cal}(x, n) = K + \frac{1}{4v^2} \int \left[(A_{55} + A_{66}) + (A_{44} - A_{66}) N_3^2 + 2(A_{15} - A_{35}) N_1 N_3 (N_3^2 - N_1^2) + 2A_{46} N_1 N_3 + \left[A_{11} + A_{33} - 2\left(A_{13} + \frac{A_{13}}{4v^2}\right) - 4\left(A_{55} + \frac{A_{55}}{4v^2}\right) \right] N_1^2 N_3^2 \right] dt - \frac{1}{2} \int \left[A_{11} N_1^4 + A_{33} N_3^4 + 4A_{15} N_1^3 N_3 + A_{35} N_1 N_3^2 \right] dt \quad (4.28)$$

onde: $K = [2x(v-1) + \alpha^2 \beta (N_1^4 + N_1^2 N_3^2 + N_3^2 - 1)] / \beta$.

Logo, as combinações dos parâmetros elásticos realizados podem ser definidas como:

$$n_1 = A_{55} + A_{66}$$

$$\begin{aligned}
n_2 &= A_{44} - A_{66} \\
n_3 &= A_{15} - A_{35} \\
n_4 &= A_{46} \\
n_5 &= A_{11} + A_{33} - 2fA_{13} - 4fA_{55} \\
n_6 &= A_{11} \\
n_7 &= A_{33} \\
n_8 &= A_{15} \\
n_9 &= A_{35}
\end{aligned} \tag{4.29}$$

onde: $f = (4v^2 - 1)/4v^2$ é uma constante que depende do meio de referência isotrópico.

As combinações n_i ($i = 1, \dots, 9$) chamadas de parâmetros P e S combinados controlam a diferença entre os tempos de trânsito da onda qP e a média das ondas qS₁ e qS₂ em meios com anisotropia fraca e meios de referência isotrópicos.

A inversão do 1^a passo dos parâmetros de P e S combinados necessitam do cálculo das derivadas em relação aos parâmetros n .

Denominando o integrando da 1^a integral de SS e da 2^a integral de PP, tem-se que:

$$\frac{\partial t^{cal}}{\partial n_i} = \frac{1}{4v^2} \int SS \frac{\partial SS}{\partial n_i} dt - \frac{1}{2} \int PP \frac{\partial PP}{\partial n_i} dt \tag{4.30}$$

O termo SS depende dos parâmetros n_1 a n_4 e são controlados somente pelas ondas quase-cisalhantes. O parâmetro n_5 depende dos três tipos de onda. Já o termo PP depende de n_6 a n_9 e são controlados somente pela propagação da onda quase-compressional.

4.4.2 - Investigação do 2^a passo da inversão

Ressalta-se que esta seção apresenta resultados que se referem apenas a uma investigação do 2^a passo da inversão da figura 4.1, não se realizando a inversão do 1^a passo.

Este estudo serve para mostrar, teoricamente, a potencialidade dos parâmetros n_i em termos de informações que poderiam advir deles, caso a solução do 1^a passo de inversão fosse única.

Tal como o procedimento desenvolvido em relação aos parâmetros de birrefringência, pode-se expandir os parâmetros n em função de B_{ij} e do azimute ϕ do plano de propagação (seção 4.3.2). Ressalta-se que para os parâmetros n representarem diretamente os componentes do tensor elástico devem, segundo (2.14) e (2.20), ser

multiplicados pela quadrado da velocidade compressional (α^2) do meio de referência isotrópico que melhor ajusta os dados. Portanto, tem-se que (equação 4.31):

$$n_1 = c^2 s^2 (B_{11} + B_{22} - 2B_{12}) + cs(c^2 - s^2)(2B_{66} - 2B_{16}) + (c^2 - s^2)B_{66} + s^2 B_{44} + 2csB_{45} + c^2 B_{55}$$

$$n_2 = c^2 B_{44} - 2csB_{45} + s^2 B_{55} - c^2 s^2 (B_{11} + B_{22} - 2B_{12}) - cs(c^2 - s^2)(2B_{16} - 2B_{26}) - (c^2 - s^2)^2 B_{66}$$

$$n_3 = m_4$$

$$n_4 = m_5 \tag{4.31}$$

$$n_5 = m_3, \text{ a menos do fator } f$$

$$n_6 = c_4 B_{11} + s_4 B_{22} + c^2 s^2 (2B_{12} + 4B_{66}) + 4c^3 s B_{16} + 4cs^3 B_{26}$$

$$n_7 = B_{33}$$

$$n_8 = c^2 s (B_{14} + 2B_{56}) + cs^2 (B_{25} + 2B_{46}) + c^3 B_{16} + s^3 B_{24}$$

$$n_9 = sB_{34} + cB_{35}$$

onde: $c = \cos \varphi$;

$s = \sin \varphi$;

B_{ij} e φ definidos anteriormente.

Da análise das expressões em (4.31), podem-se tirar as seguintes observações:

- se $\varphi = 90$ graus de azimute

$$n_1 = B_{44} + B_{66}$$

$$n_2 = B_{55} - B_{66}$$

$$n_3 = B_{24} - B_{34}$$

$$n_4 = B_{56}$$

$$n_5 = B_{22} + B_{33} - 2B_{23} - 4B_{44}$$

$$n_6 = B_{22}$$

$$n_7 = B_{33}$$

$$n_8 = B_{24}$$

$$n_9 = B_{34}$$

- se $\varphi = 0$ graus de azimute

$$n_1 = B_{66} + B_{55}$$

$$n_2 = B_{44} - B_{66}$$

$$n_3 = B_{15} - B_{55}$$

$$n_4 = B_{46}$$

$$n_5 = B_{11} + B_{33} - 2B_{13} - 4B_{55}$$

$$n_6 = B_{11}$$

$$n_7 = B_{33}$$

$$n_8 = B_{16}$$

$$n_9 = B_{35}$$

Portanto, caso a solução do sistema (4.9) para a equação (4.25) fosse única e os parâmetros invertidos realmente representassem os dados observados, seriam necessários apenas 2 levantamentos, em 0 e 90 graus de azimute, para resolver 15 componentes do tensor elástico ($B_{11}, B_{13}, B_{15}, B_{16}, B_{22}, B_{23}, B_{24}, B_{33}, B_{34}, B_{35}, B_{44}, B_{46}, B_{55}, B_{56}, B_{66}$);

- para resolver B_{14} e B_{25} , basta ter os valores de n_8 em mais dois azimutes ($\varphi = 30$ e 45 graus, por exemplo);
- para resolver B_{12} e B_{26} , basta ter os valores de n_2 em mais dois azimutes;
- para resolver B_{45} , deve-se ter n_1 em mais um azimute diferente de 0 e 90 graus;
- para se ter o componente B_{36} , deve-se ter n_4 e mais um azimute diferente de 0 e 90 graus.

Logo, teoricamente, é possível resolver todos os componentes do tensor elástico B_{ij} a partir da equação (4.25). São necessários apenas levantamentos em 4 azimutes, $\varphi=0^\circ$, 30° , 45° e 90° , escolhidos por simplificarem o sistema (4.31). Logicamente, apenas 3 azimutes, que não guardem combinações lineares entre os parâmetros, seriam suficientes para realizar a inversão anisotrópica.

Se os parâmetros n forem usados conjuntamente com os parâmetros m_i , tem-se que:

- B_{45} pode ser lido em m_9 ($\varphi = 0$ graus) ;
- B_{36} combinando n_8 ($\varphi = 0$ graus) e m_8 ($\varphi = 0$ graus);
- B_{26} a partir de m_8 ($\varphi = 90$ graus) = $B_{36} - B_{26}$;
- B_{14} combinando m_6 ($\varphi = 0$ graus) e n_9 ($\varphi = 90$ graus);
- B_{25} combinando m_6 ($\varphi = 90$ graus) e n_9 ($\varphi = 0$ graus);
- B_{12} precisaria de n_1 ou n_2 ou n_6 em $\varphi = 45$ graus.

Desta forma, uma possível inversão com os tempos de birrefringência e os tempos P e S combinados, se bem sucedida, precisaria apenas de 3 azimutes em 0, 45 e 90 graus para resolver todos os componentes B_{ij} .

De posse dos componentes B_{ij} , podem-se usar os tensores de Voigt e de dilatação (seção 1.7.3 e Helbig, 1994) para distinguir alguns sistemas de simetria e as orientações dos eixos do SN em relação ao sistema de referência fixo.

O sistema (4.31) foi resolvido para todos os B_{ij} e implementado num programa em Fortran. Foram utilizados apenas os azimutes de 0, 30, 45 e 90 graus.

A figura 4.17 mostra o resultado sobre o modelo M1004, inicialmente com eixo horizontal orientado para N (TIH), rotacionado de (0, 20, 0) graus. Foi possível recuperar o tensor B_i através dos parâmetros n_i , determinando-se também a rotação em torno do eixo vertical de 30 graus através da equação (4.22).

A figura 4.18 é o resultado sobre um modelo ortorrômbico (MO, extraído de Crampin, 1987), inicialmente com o sistema natural coincidente com o sistema geográfico, rotacionado de (0, 20, 0) graus.

Ressalta-se que esses resultados se referem apenas a uma investigação do 2ª passo da inversão da figura 4.1, não se realizando a inversão do 1ª passo.

4.5 - Comportamento dos parâmetros de birrefringência em materiais sólidos fraturados.

Na seção 3.3, foram apresentados procedimentos numéricos para a construção de meios equivalentes a materiais sólidos fraturados (meios TI), segundo o modelo de Hudson. Na seção 3.3.1, são introduzidos 67 modelos divididos em 11 grupos, onde os valores dos atributos físicos do meio sólido e do meio poroso são detalhados nas tabelas 3.1a e 3.1b.

Para todos os modelos, foram computados a cada 3 graus, entre 0 e 360 graus de azimute, os valores dos 9 parâmetros de birrefringência corrigidos de α^2 (velocidade da onda compressional do meio de referência), variando, ainda, para cada modelo, o ângulo de mergulho dos planos de fratura de 0 a 90 graus em 16 passos. Desta forma, foram analisados ao todo 1072 modelos diferentes entre si.

A fim de proceder a uma análise comparativa entre os modelos dentro de um mesmo grupo e entre diferentes grupos, foram plotados gráficos e montadas tabelas com os valores máximos dos parâmetros de birrefringência, para cada um daqueles ângulos de mergulho. Essa metodologia permite avaliar os efeitos das variações dos atributos físicos da rocha, usados na construção do modelo de Hudson, na magnitude dos parâmetros de birrefringência.

As figuras 4.19a e 4.19b ilustram os valores máximos dos parâmetros de birrefringência em função dos ângulos de mergulho dos planos de fratura para os modelos

M1001 e M1007, com densidade de inclusões, respectivamente, de 0.25 e 0.01. As inclusões são preenchidas com água.

Nota-se claramente a relação entre $m_1 = m_9$ e $m_5 = m_7$. Os parâmetros m_2 e m_3 apresentam descontinuidades próximo a alguns ângulos, mudando bruscamente de sinal, que poderiam indicar faixas de ângulos de mergulho onde ocorreria predominância de valores + ou -. Observa-se, também, uma forte dependência da magnitude dos parâmetros de birrefringência em função dos ângulos de mergulho.

Para certos modelos, os valores estão tão próximos a zero que exigiria uma aquisição de dados com alto poder de resolução, sensível o suficiente para distinguir pequenas variações nas velocidades das ondas qS_1 e qS_2 e programas de inversão dos tempos de trânsito robustos.

As figuras 4.20a e 4.20b ilustram o mesmo tipo de gráfico anterior, mas para os modelos M7002 e M7006, com V_p/V_s da matriz de 2.0 e 1.15, respectivamente, mantendo V_s constante, variando V_p . As inclusões estão saturadas de água. Observa-se que os parâmetros são muito pouco sensíveis a essa mudança no meio sólido.

As figuras 4.21a e 4.21b mostram as variações dos parâmetros de birrefringência para os modelos M6502 e M6506, com V_p/V_s da matriz de 2.0 e 1.15, respectivamente, mantendo V_p constante, variando V_s . As inclusões são preenchidas com gás. Nota-se que os parâmetros m_3 e m_4 são pouco sensíveis a mudanças na V_s da matriz, quando se mantém V_p/V_s constante.

A seguir são apresentadas, resumidamente, os principais aspectos do comportamento dos parâmetros de birrefringência para os diferentes grupos de modelos:

- de uma maneira geral os modelos com inclusões secas apresentam valores dos parâmetros menores do que daqueles meios com inclusões saturadas de água;

Grupos 10 e 15

- todos os parâmetros aumentam com o aumento na densidade de fraturas (muito sensíveis). O m_3 é o mais afetado pelo tipo de fluido;

Grupos 30 e 35

- os parâmetros diminuem (pouco) com a diminuição do aspecto das inclusões. O m_3 e m_4 são mais sensíveis e o m_8 não se altera. Quanto ao tipo de fluido, os parâmetros m_3 , m_4 e m_6 são mais afetados e os parâmetros m_1 , m_5 e m_7 não se alteram;

Grupo 40

- os parâmetros aumentam com o aumento da velocidade da onda P do fluido, sendo o m_3 e m_4 os mais sensíveis a variação na velocidade;

Grupos 50 e 55

- os parâmetros de birrefringência diminuem com a diminuição da razão V_p/V_s da matriz. Os parâmetros m_5 e m_7 não são afetados pelo tipo de fluido nas inclusões;

Grupos 60 e 65

- os parâmetros de birrefringência aumentam quando aumenta a velocidade da onda S da matriz (muito sensíveis). Os parâmetros m_5 e m_7 não são afetados pelo tipo de fluido nas inclusões;

Grupos 70 e 75

- os parâmetros aumentam pouco quando aumenta a velocidade da onda P da matriz. Os parâmetros m_5 e m_7 não são afetados pelo tipo de fluido nas inclusões;

Além da possibilidade de se determinar as direções *dip* e *strike* do plano de fraturas (vide seção 4.3.2) e estudar a sensibilidade dos parâmetros de birrefringência aos atributos físicos da rocha, foi obtida também uma expressão empírica, que relaciona módulos de valores máximos de alguns parâmetros à densidade de fraturamento do modelo conhecendo-se o ângulo de mergulho, conforme abaixo:

- de 90 a 53 graus de mergulho

$$(|m_2| - |m_9|) \cdot 0.176 = \text{densidade de fratura} \quad (4.32)$$

- de 53 a 0 graus de mergulho

$$(|m_1| + |m_2|) / 11,37 = \text{densidade de fratura} \quad (4.33)$$

As figuras 4.22 e 4.23 mostram o resultado da inversão utilizando as expressões anteriores para modelos com densidade de fraturamento de 0.2 e 0.15.

Capítulo 5

Conclusões e sugestões

- a) Mostrou-se que o conceito de meio heterogêneo fatorado (HAF) aplicado às equações das perturbações dos tempos de trânsito simplificam sobremaneira a parametrização de um meio heterogêneo anisotrópico;
- b) Nas equações das perturbações com meios de referência isotrópicos os efeitos da anisotropia são separados totalmente dos efeitos das heterogeneidades (Simões Filho, 1992). Foram apresentadas duas equações de perturbações de tempos de trânsito que independem das perturbações das heterogeneidades: a equação da perturbação dos tempos de birrefringência, deduzida por Simões Filho (1992); e uma nova equação que expressa a diferença entre as perturbações dos tempos da onda qP e a média das ondas qS_1 e qS_2 , ambas para meio de referência isotrópico. A parametrização na inversão a partir das duas equações (parâmetros de birrefringência e parâmetros de P e S combinados, respectivamente) foi o objeto de pesquisa dessa dissertação. Para um futuro trabalho, sugere-se comparar os tempos calculados pelo método da perturbação, usando a última equação, com os tempos obtidos pelo traçado exato de raios;
- c) Mostrou-se que o programa adotado para a inversão dos tempos de birrefringência é adequado para meios com fraca anisotropia, obtendo-se informações sobre os principais elementos de simetria em meios hexagonais, tetragonais, ortorrômnicos e cúbicos. Entretanto, existem duas exigências: que haja um plano de simetria vertical e/ou horizontal e que o plano de propagação seja um plano de simetria ou paralelo ao eixo de simetria para os meios hexagonais ou tetragonais. Logo, devem-se ter informações “a priori” sobre o meio. O programa de inversão mostrou-se muito instável na presença de singularidades, ruídos e na inversão dos 9 parâmetros de birrefringência simultaneamente;
- d) Caso a inversão dos tempos de birrefringência e dos tempos de P e S combinados conduzisse a uma solução única, foi demonstrado que é possível, teoricamente, a partir de apenas 3 azimutes, se obter os 21 componentes do tensor elástico. Deve-se lembrar

que o meio deve ser homogêneo com anisotropia fraca e meio de referência isotrópico. Demonstrou-se, também, que os parâmetros de birrefringência e os parâmetros de P e S combinados são periódicos a cada 180 graus de azimute, sendo necessário realizar apenas levantamentos em alguns azimutes para compôr as variações dos parâmetros em todos os azimutes;

- e) Sugere-se, numa pesquisa futura, a realização da parametrização do problema inverso de maneira diferente, substituindo os parâmetros de birrefringência e os parâmetros P e S combinados pelas expressões que relacionam o azimute do plano de propagação com os componentes do tensor elástico. Essa nova parametrização poderia contornar instabilidades e diminuir o espaço de solução, introduzindo-se no sistema condições de estabilidade do tensor elástico e um maior número de dados obtidos por vários planos de propagação;
- f) Foi mostrado que os parâmetros de birrefringência podem fornecer informações qualitativas de atributos físicos de um meio fraturado. Neste contexto, é proposta uma inversão a partir dos parâmetros de birrefringência, a fim de se obter a densidade de fraturas de um meio fraturado, construído segundo o modelo de Hudson (1981);
- g) Essa pesquisa tem aplicação na caracterização de reservatórios de petróleo e em estudos de qualidade de resistência de materiais. Essa última, através da caracterização de propriedades mecânicas de materiais diversos usando a propagação e o registro de ondas elásticas. Sugere-se que as equações apresentadas nesse trabalho sejam aplicadas em experimentos de laboratório com amostras reduzidas, onde fontes e receptores multicomponentes podem ser manuseados facilmente.

Capítulo 6

Bibliografia

- Aki, K. e Richards, P., 1980. Quantitative seismology. Theory and methods, Freeman, S. Francisco.
- Anderson, D.L., Minster, B e Cole, D., 1971. The effect of oriented cracks on seismic. J. Geophys. Res., 76, 2022-2034.
- Backus, G. E., 1965. Possible forms of seismic anisotropy of the uppermost mantle under oceans. J. Geophys. Res. 70, 3424-3429.
- Bracewell, R. 1965. The Fourier transform and FFT applications, McGraw-Hill, 62-64 e 194-195.
- Brady, B. J., 1975. Theory of earthquakes II: inclusion collapse theory of deep possible dilatancy diagnostic, Geophys. J. R. Astr. Soc., 53,467-496.
- Cervený, V., Molotov, T.A. Psencik, I., 1977. Ray method in seismology. Charles University Press, Praga.
- Cervený, V., 1982. Direct and inverse cinematic problems for inhomogeneous anisotropic media linearization approach. Contrib. Geoph. Inst. Sl. Acad.Scn., 13,127.
- Cervený, V. e Jech, J., 1982. Linear solutions of cinematic problems of seismic body waves in inhomogeneous slightly anisotropic media, J. Geophys., 51, 96-104.
- Cervený, V. e Firbas, P. 1984. Numerical modelling and inversion of travel times of seismic body waves in inhomogeneous anisotropic media. Geophys. J. R. Astr. Soc., 76, 41-52.
- Cervený, V., 1986. Seismic waves in anisotropic media. Charles University Press, Praga.
- Cervený, V, 1989. Ray tracing in factorized anisotropic inhomogeneous media. Geophys. J. Int., 99, 91-100.
- Cervený, V. e Simões Filho, I. A., 1991. The travel time perturbation for seismic body waves in factorized anisotropic inhomogeneous media, Geophys. J. Int., 107, 219-224.
- Charlez, A, 1991. Rock mechanics, Edition Technip.
- Chen, W. e Saceeb, A. F., 1982: Constitutive equations for engineering material, Wiley-Interscience Publications.
- Costa, J. C., 1993. Modelagem sísmica e inversão na presença de anisotropia, Tese de Doutorado, Universidade Federal do Pará.

- Crampin, S., 1977. A review of the effects of crack geometry on wave propagation, Proc. Roy Soc. London, Ser., A241, 376-396.
- Crampin, S. e Bamford, D., 1977. Inversion of P-wave velocity anisotropy, Geophys. J.R. Astr. Soc. 49, 123-132.
- Crampin, S., 1978. Seismic wave propagation through a cracks solid: polarization as a possible dilatancy diagnostic, Geophys. J.R.Astr. Soc., 53, 467-496.
- Crampin, S., 1981. A review of wave motion in anisotropic and cracked elastic-media, Wave Motion, 3, 343-391.
- Crampin, S., 1984. An introduction to wave propagation in anisotropic média, Geophys. J. R. Astr. Soc., 76, 17-28.
- Crampin, S., Chemoskov, E.M. e Hipkim, R.G., 1984. Seismic anisotropiy - The state of the art: II, Geophy. J. R. Astr. Soc., 76, 1-16.
- Crampin, S, 1987. A Review of the effects of anisotropy layering on the propagation of seismic waves, Geophys. J. R. Astr. Soc. 49, 9-27
- Crampin, S., 1989. Suggestions for a consistent terminology for seismic anisotropy, Geophy. Prosp., 37, 753-770.
- Crampin, S., 1993. Seismic-wave propagation through a cracks solid., J. Geophys. Res., 79, 4011-4015.
- Douma, J., 1988. The effect of the aspect ratio on crack - induced anisotropy, Geophysics, 52, 677-786.
- Duarte, 1982. Manual de subrotinas, Documento Interno da Petrobrás.
- Eshelby, J. D., 1957. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, Geophys. Prospecting, 36,614-632.
- Freire, S. L. M., 1986. Aplicações do método de decomposição em valores singulares no processamento de dados sísmicos, Tese de Doutorado, PPPG Universidade Federal da Bahia.
- Garbin, H.D, e Knopoff, L., 1973. The Compression modulus of a material permeated by a random distribution of free circular cracks, Q. Appl. Math., 30,453-464.
- Garbin, H.D, e Knopoff, L., 1975a. The shear modulus of a material permeated by a random distribution of free circular cracks, Q. Appl. Math., 33, 276-300.
- Garbin, H.D, e Knopoff, L., 1975b. Elastic moduli of a medium with liquid-filled cracks, Q.Appl. Math., 33, 301-307.

- Griggs, D.T., Handin, J., 1960. Observations on fracture and a hypothesis of earthquake, Geol. Soc. Am. Mem., V79, 347-373.
- Helbig, K., 1994. Foundations of anisotropy for exploration seismic, Handbook of Geophysical Exploration. Section I. Seismic Exploration, vol.22.
- Hudson, J.A., 1975. Overall properties of a cracked solid, Math. Proc. Camb. Phil. Soc. 88, 371-383.
- Hudson, J.A., 1981. Wave speeds and attenuation of elastic waves in material containing through aligned cracks, Canadian Jour of Exp. Geophys., 29,1,03-17.
- Jech, J e Psencik, I, 1989. First order perturbation method for anisotropic media. Geophys. J. Int., 99, 369-376.
- Jech, J. e Psencik, I., 1992. Cinematic inversion for qP and qS-waves in inhomogeneous hexagonally symetric structures, Geophys. J. Int., 108, 604-612.
- Levenberg, K., 1944. A method for the solution of certain nonlinear problems in least squares, Quart. Appl. Math., 2, 164-168.
- Macbeth, C., 1991. Inversion for subsurface anisotropy using estimates of shear-wave splitting, Geophys. J. Int., 107, 585-595.
- Marquardt, D.W., 1963. An algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters, J. Soc. Ind. Appl. Math., 11, 431-441.
- Mathematica, 1992, version 2.2, Wolfram Research.
- Menke, W., 1984. Geophysical data analysis: discrete inverse theory. Academic Press, Orlando.
- Mjachkin, V.I., Brace, W.F. e Sobolev, G.A., 1975. Two models for earthquake forerunners, Pure and Applied Geophys,113, 169-181.
- Nishizawa, O., 1982. Seismic velocity anisotropy in a medium containing oriented cracks - Transversely isotropic case, J. Phys. Earth, 30,331-347.
- Nur, A. e Simmons, G., 1969. Stress - induced velocity anisotropy in rock: An experimental study. J. Geophys. Res. 74, 6667 - 6674, 1969.
- Nur, A., 1971. Effects of stress on velocity anisotropy in rocks with cracks, J. R. Astr. Soc., 64,133-150.
- Paterson, M. S., 1978. Experimental rock deformation - The Brittle Field, Springer - Verlag.
- Postma, G.W., 1955. Wave propagation in a stratified medium, Geophys, 20,780-806.

- Sheaper, P. M. e Chapman, C. H., 1988. Ray tracing in anisotropic media with a linear gradient, *Geophys. J.*, 99, 575-580.
- Shoenberg, M. e Muir, F., 1989. A calculus for timely layered anisotropic media, *Geophysics*, 54, 581-589.
- Shoenberg, M., e Douma, J., 1988. Elastic wave propagation in media with parallel fractures and aligned cracks, *Geophysical Prospecting*, 36,571-590.
- Shoenberg, M., 1983. Reflection of elastic waves from periodically stratified media with interfaces, *Geophysical Prospecting*, 31, 256-292.
- Simões Filho, I. A., 1992. Modelagem e inversão de tempos de trânsito em meios heterogêneos anisotrópicos fatorados, Tese de Doutorado, PPPG - Universidade Federal da Bahia.
-
- Simões Filho, I. A., 1995. Parâmetros de birrefringência sísmica: Indicadores de Simetrias Anisotrópicas. 4º Congresso Internacional da SBGJ, 1,161.
- Wang, R. J. Treitel, S, 1973. The Determination of digital wiener filters by means of gradient methods. *Geophysics*, 38, 310-326.

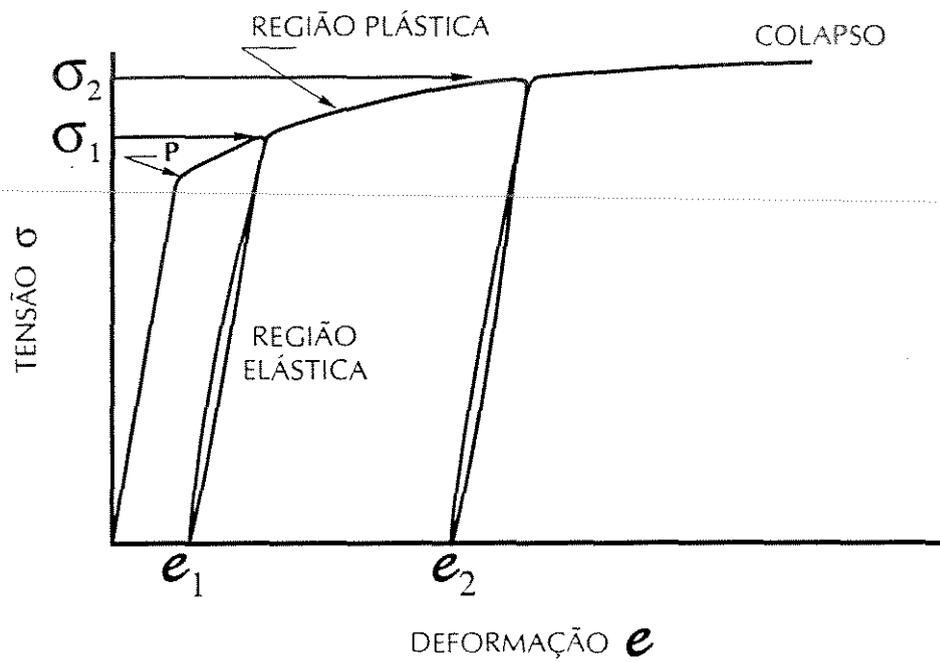


Figura 1.1 - Curva hipotética tensão - deformação para materiais elástico-plásticos.

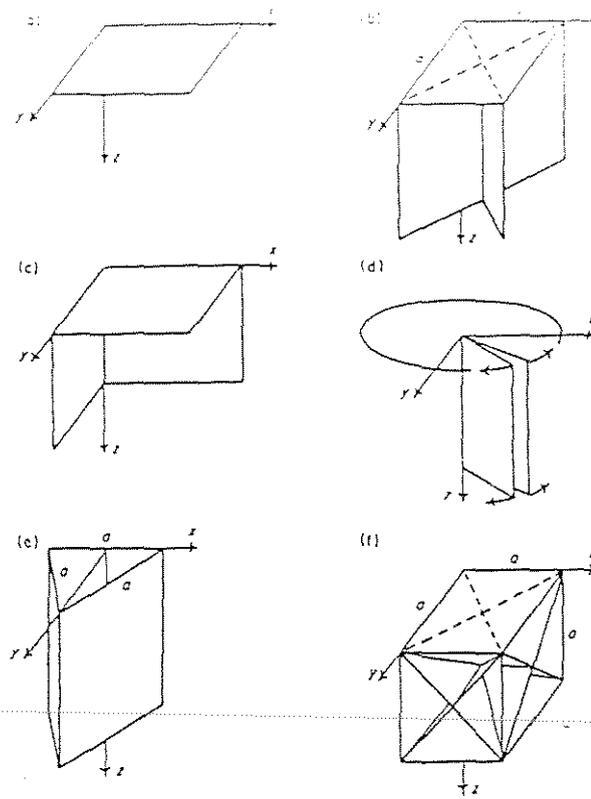


Figura 1.2 - Orientação dos planos de simetria nos sistemas mais comuns: (a) monoclinico; (b) tetragonal; (c) ortorrômbico; (d) hexagonal; (e) trigonal; (f) cúbico (extraído de Crampin, 1984).

$$\begin{array}{cc}
 \begin{pmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ & & & \mu & 0 & 0 \\ & & & & \mu & 0 \\ & & & & & \mu \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & a_{11} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & & a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & a_{11} & 0 & 0 \\ & & & & a_{11} & 0 \\ & & & & & a_{11} \end{pmatrix} \\
 \text{a)} & \text{b)}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc}
 \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & a_{11} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & a_{11} & 0 & 0 \\ & & & & a_{11} & 0 \\ & & & & & a_{66} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & 0 & 0 \\ & a_{11} & a_{13} & -a_{14} & 0 & 0 \\ & & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & a_{11} & 0 & 0 \\ & & & & a_{44} & a_{56} \\ & & & & & a_{66} \end{pmatrix} \\
 \text{c)} & \text{d)} \\
 a_{66} = (a_{11} - a_{12})/2 & a_{66} = (a_{11} - a_{12})/2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc}
 \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & a_{11} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & a_{11} & 0 & 0 \\ & & & & a_{11} & 0 \\ & & & & & a_{66} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & a_{44} & 0 & 0 \\ & & & & a_{55} & 0 \\ & & & & & a_{66} \end{pmatrix} \\
 \text{e)} & \text{f)}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc}
 \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & a_{16} \\ & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & a_{26} \\ & & a_{33} & 0 & 0 & a_{36} \\ & & & a_{44} & a_{45} & 0 \\ & & & & a_{55} & 0 \\ & & & & & a_{66} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ & & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ & & & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ & & & & a_{55} & a_{56} \\ & & & & & a_{66} \end{pmatrix} \\
 \text{g)} & \text{h)}
 \end{array}$$

Figura 1.3 - Representação dos parâmetros elásticos em notação reduzida, para os diferentes sistemas de simetria: (a) isotrópico; (b) cúbico; (c) hexagonal; (d) trigonal; (e) tetragonal; (f) ortorrômbico; (g) monoclinico; (h) triclinico.

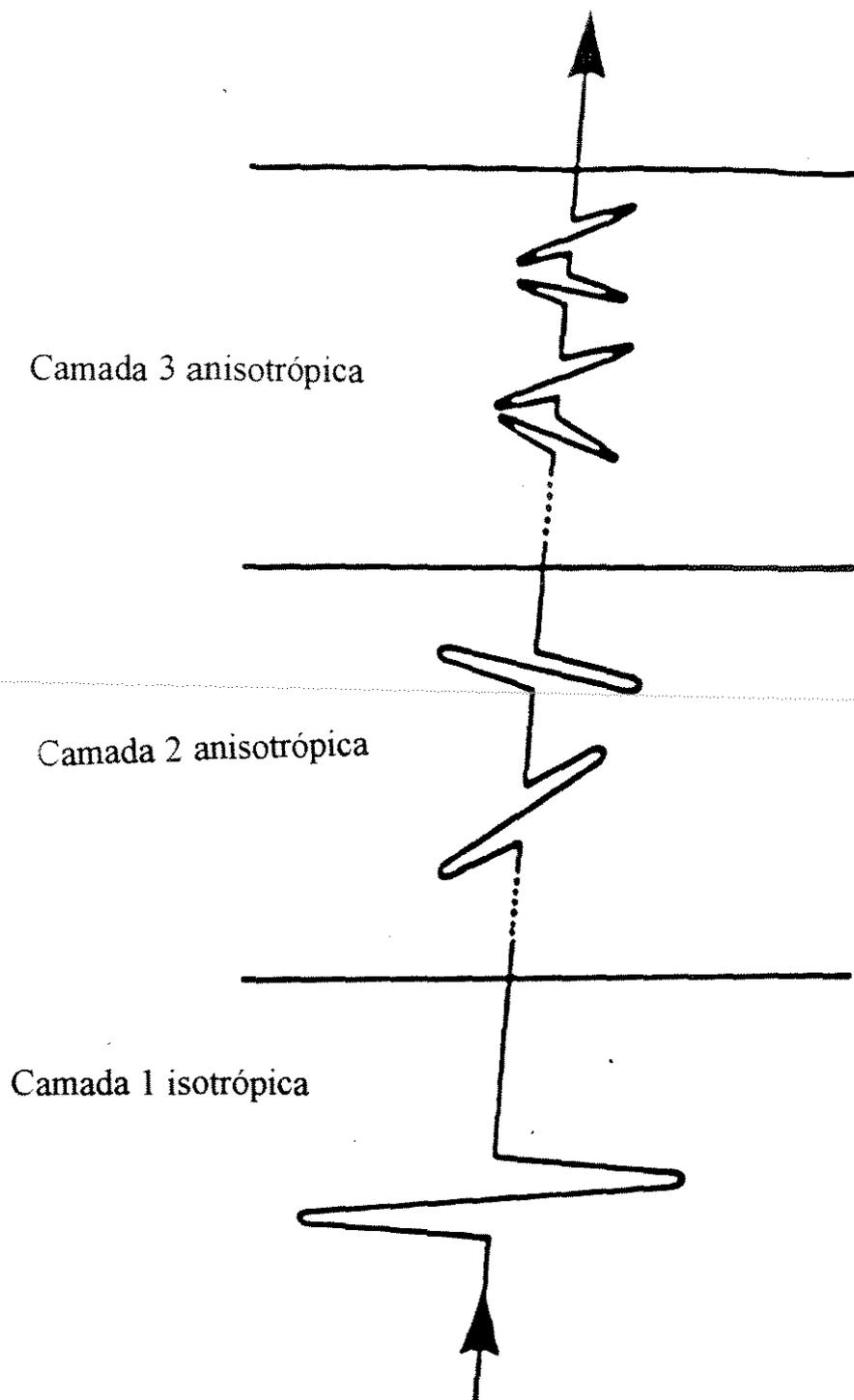
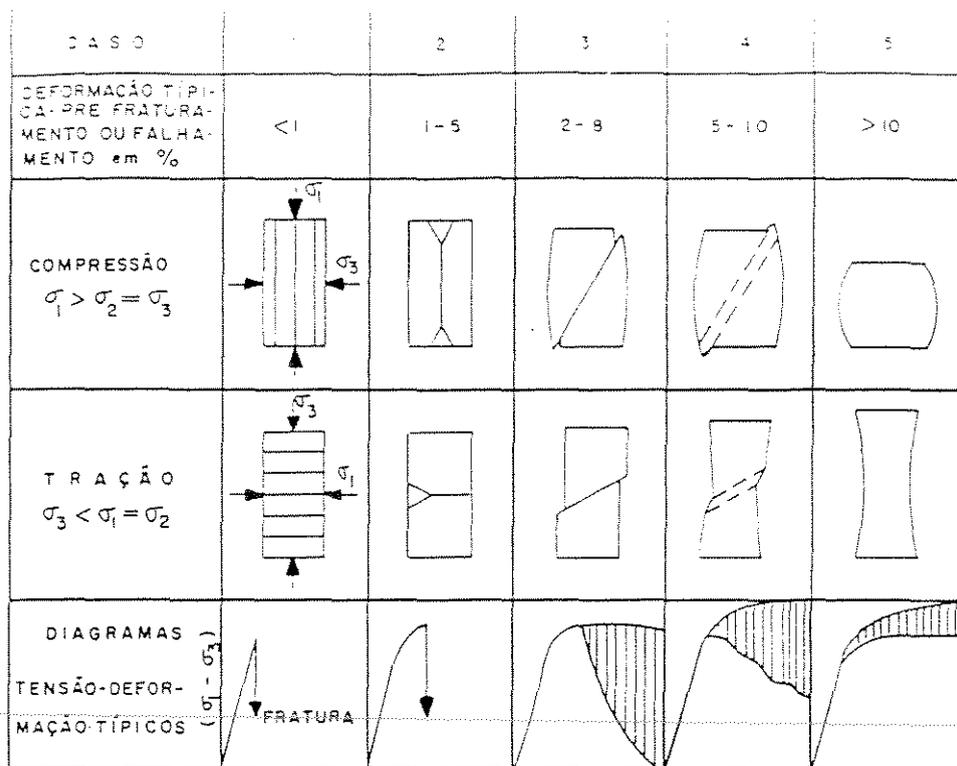


Figura 1.4 - Figura ilustrando a passagem de uma onda S de um meio isotrópico para um meio anisotrópico e desse meio para outro meio anisotrópico. Nota-se a ocorrência do fenômeno de birrefringência sísmica (extraído de Crampin, 1981).



$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, SÃO RESPECTIVAMENTE AS TENSÕES PRINCIPAIS MÁXIMA, INTERMEDIÁRIA E MÍNIMA.

Figura 3.1 - Representação esquemática do espectro de fratura frágil até o escoamento dúctil, com deformações características antes da fratura e curvas de tensão-deformação para compressão uniaxial a extensão. O hachurado, nas curvas de tensão-deformação, simboliza a variação em cada caso e o recobrimento entre os casos 3, 4 e 5 (extraído de Griggs e Handin, 1960).

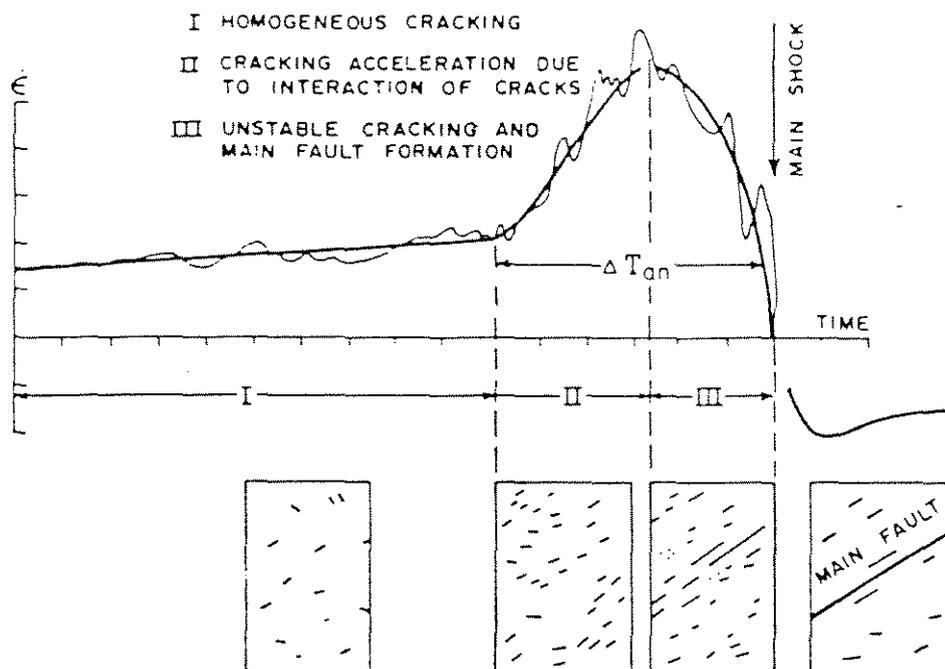


Figura 3.2 - Ciclo sísmico, desde o aparecimento das primeiras *cracks* até o colapso do sistema (extraído de Mjachkin et al, 1975).

Grupo 10 e 15

Número do Modelo	Vp da matriz	Vs da matriz	Vp/Vs da matriz	aspecto das inclusões	densid. de inclusões
1	4	2.309	1.732	0.001	0.25
2	4	2.309	1.732	0.001	0.20
3	4	2.309	1.732	0.001	0.15
4	4	2.309	1.732	0.001	0.10
5	4	2.309	1.732	0.001	0.05
6	4	2.309	1.732	0.001	0.02
7	4	2.309	1.732	0.001	0.01

Grupo 30 e 35

número do modelo	Vp da matriz	Vs da matriz	Vp/Vs da matriz	aspecto das inclusões	densid. de inclusões
1	4	2.309	1.732	0.001	0.10
2	4	2.309	1.732	0.02	0.10
3	4	2.309	1.732	0.05	0.10
4	4	2.309	1.732	0.10	0.10
5	4	2.309	1.732	0.15	0.10
6	4	2.309	1.732	0.20	0.10
7	4	2.309	1.732	0.25	0.10

Grupo 40

número do modelo	Vp da matriz	Vs da matriz	Vp/Vs da matriz	aspecto das inclusões	densid. de inclusões	Vp do fluido
1	4	2.309	1.732	0.10	0.10	2.0
2	4	2.309	1.732	0.10	0.10	1.75
3	4	2.309	1.732	0.10	0.10	1.5
4	4	2.309	1.732	0.10	0.10	1.25
5	4	2.309	1.732	0.10	0.10	1

Tabela 3.1a - Parâmetros dos modelos M10, M15, M30, M35 e M40. Nos grupos M10 e M30 a V_p do fluido é de 1,5 km/s e no grupo M35 a V_p é de 0,34 km/s.

Grupo 50 e 55

número do modelo	Vp da matriz	Vs da matriz	Vp/Vs da matriz	aspecto das inclusões	densid. de inclusões
1	6	3.464	1.732	0.001	0.10
2	5	2.887	1.732	0.001	0.10
3	4	2.309	1.732	0.001	0.10
4	3	1.732	1.732	0.001	0.10
5	2	1.155	1.732	0.001	0.10

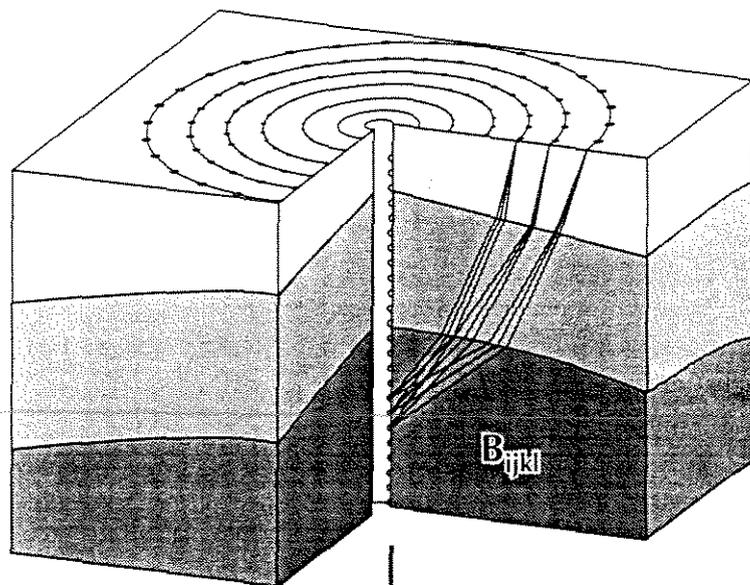
Grupo 60 e 65

número do modelo	Vp da matriz	Vs da matriz	Vp/Vs da matriz	aspecto das inclusões	densid. de inclusões
1	4	1.600	2.5	0.001	0.10
2	4	2.000	2.0	0.001	0.10
3	4	2.309	1.732	0.001	0.10
4	4	2.660	1.5	0.001	0.10
5	4	3.333	1.2	0.001	0.10
6	4	3.460	1.15	0.001	0.10

Grupo 70 e 75

número do modelo	Vp da matriz	Vs da matriz	Vp/Vs da matriz	aspecto das inclusões	densid. de inclusões
1	5.772	2.309	2.5	0.001	0.10
2	4.618	2.309	2.0	0.001	0.10
3	4.000	2.309	1.732	0.001	0.10
4	4.464	2.309	1.5	0.001	0.10
5	2.771	2.309	1.2	0.001	0.10
6	2.655	2.309	1.15	0.001	0.10

Tabela 3.1b - Parâmetros dos modelos M50, M55, M60, M65, M70 e M75. Nos grupos M50, M60 e M70 a V_P do fluido é de 1,5 km/s e nos grupos M55, M65 e M75 a V_P é de 0,34 km/s



MODELAGEM DIRETA

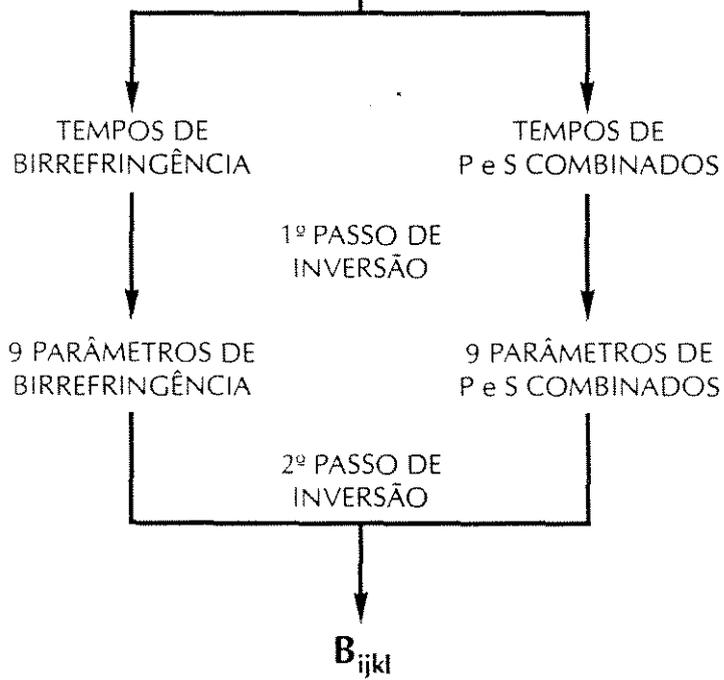


Figura 4.1 - Esquema do procedimento para a modelagem direta e inversa em dois passos.

	C	H1	H2	H3	O	Te1	Te2	Te3	M1	M2	M3	Tr
m_1	-	+	*	-	+	+	*	-	+	+	+	+
m_2	-	-	*	+	+	-	*	+	+	+	+	+
m_3	+	+	-	+	+	+	+	+	+	+	+	+
m_4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+	-	+
m_5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+	-	+
m_6	-	-	-	-	-	-	-	-	+	-	-	+
m_7	-	-	-	-	-	-	-	-	+	-	-	+
m_8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+	+
m_9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+	+

Figura 4.2 - Comportamento dos parâmetros de birrefringência m nos sistemas de simetria mais comuns. C = cúbico, H = hexagonal, O = ortorrômbico, Te = tetragonal, M = monoclinico e Tr = triclinico. Os principais elementos de simetria (normal ao plano de simetria no caso do sistema monoclinico e direção do eixo de simetria principal no caso dos sistemas hexagonal e tetragonal) são orientados da seguinte maneira: 1 = ao longo do eixo x_1 , 2 = ao longo do eixo x_2 e 3 = ao longo do eixo x_3 . O símbolo “ - ” indica que o parâmetro é nulo, o símbolo “ + ” indica que o parâmetro pode não ser nulo e o símbolo “ * ” indica parâmetros iguais e não nulos (extraído de Simões Filho, 1995).

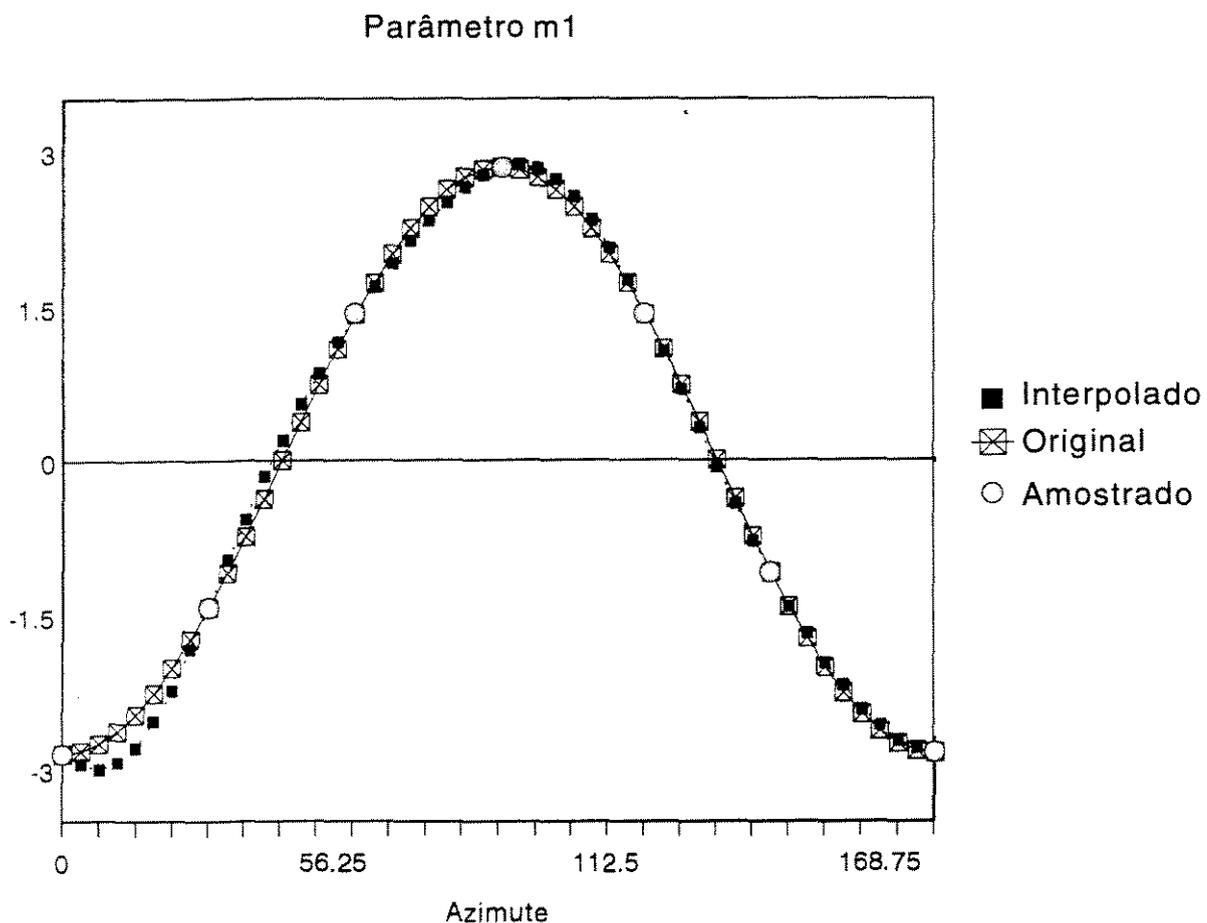


Figura 4.3 - Parâmetro de birrefringência m_1 amostrado, interpolado e original para um meio TIH.

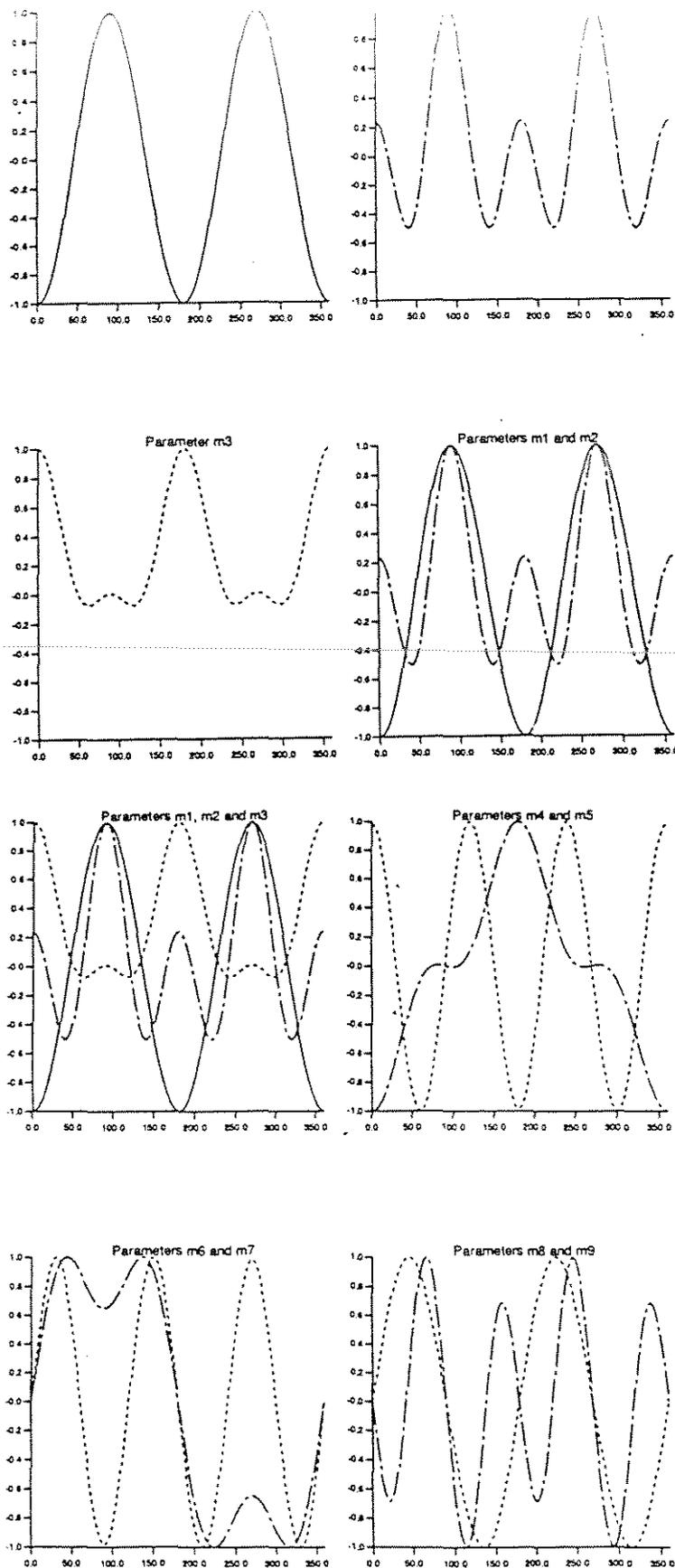


Figura 4.4 - Variação dos 9 parâmetros de birrefringência m , computados entre 0 e 360 graus de azimute com passo de 3 graus, para um meio TIV (modelo M1004), rotacionado de 75 graus em torno do eixo leste-oeste do sistema de referência geográfico. Antes da rotação, o eixo de simetria estava orientado na vertical. Dados normalizados.

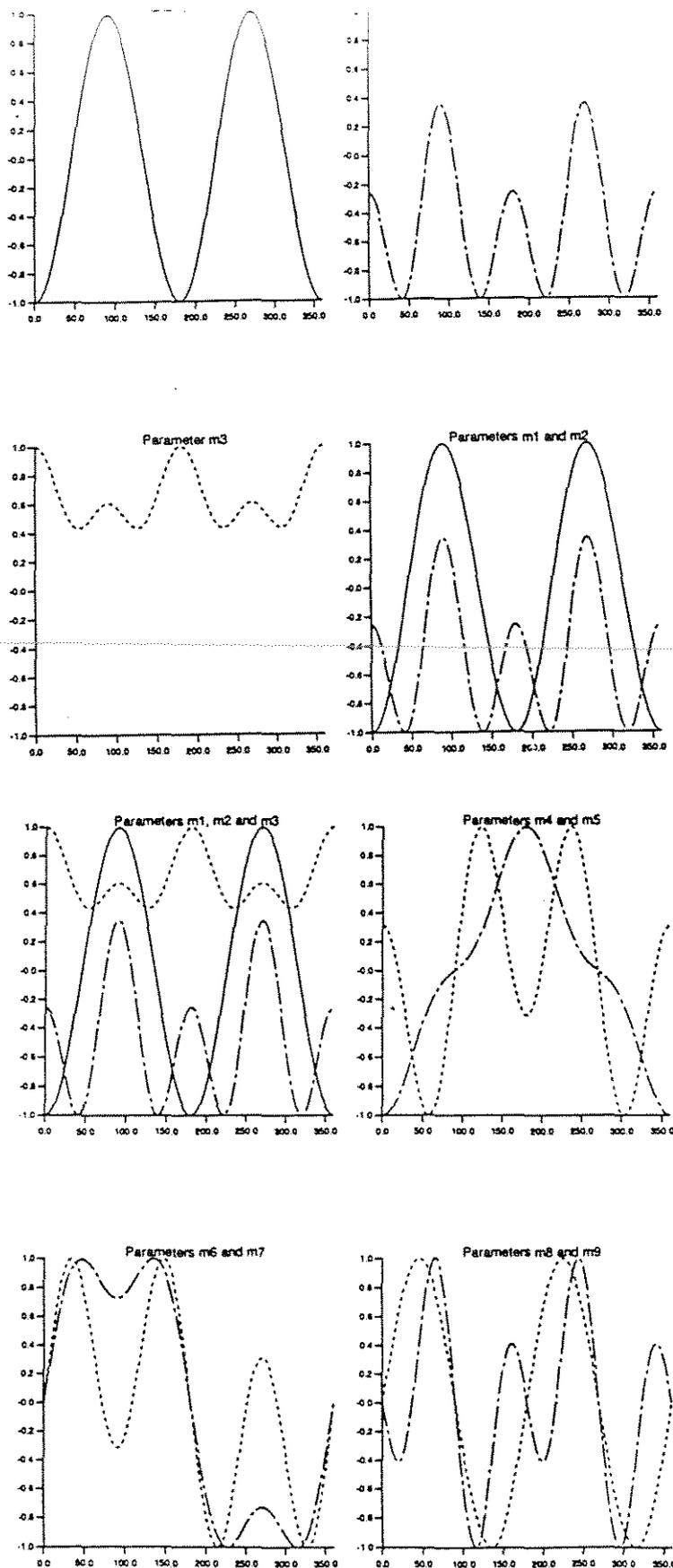


Figura 4.5 - Variação dos 9 parâmetros de birrefringência m , computados entre 0 e 360 graus de azimute com passo de 3 graus, para um meio ortorrômico (modelo MO), rotacionado de 25 graus em torno do eixo leste-oeste do sistema de referência geográfico. Antes da rotação, o sistema natural estava coincidente com o sistema de referência. Dados normalizados.

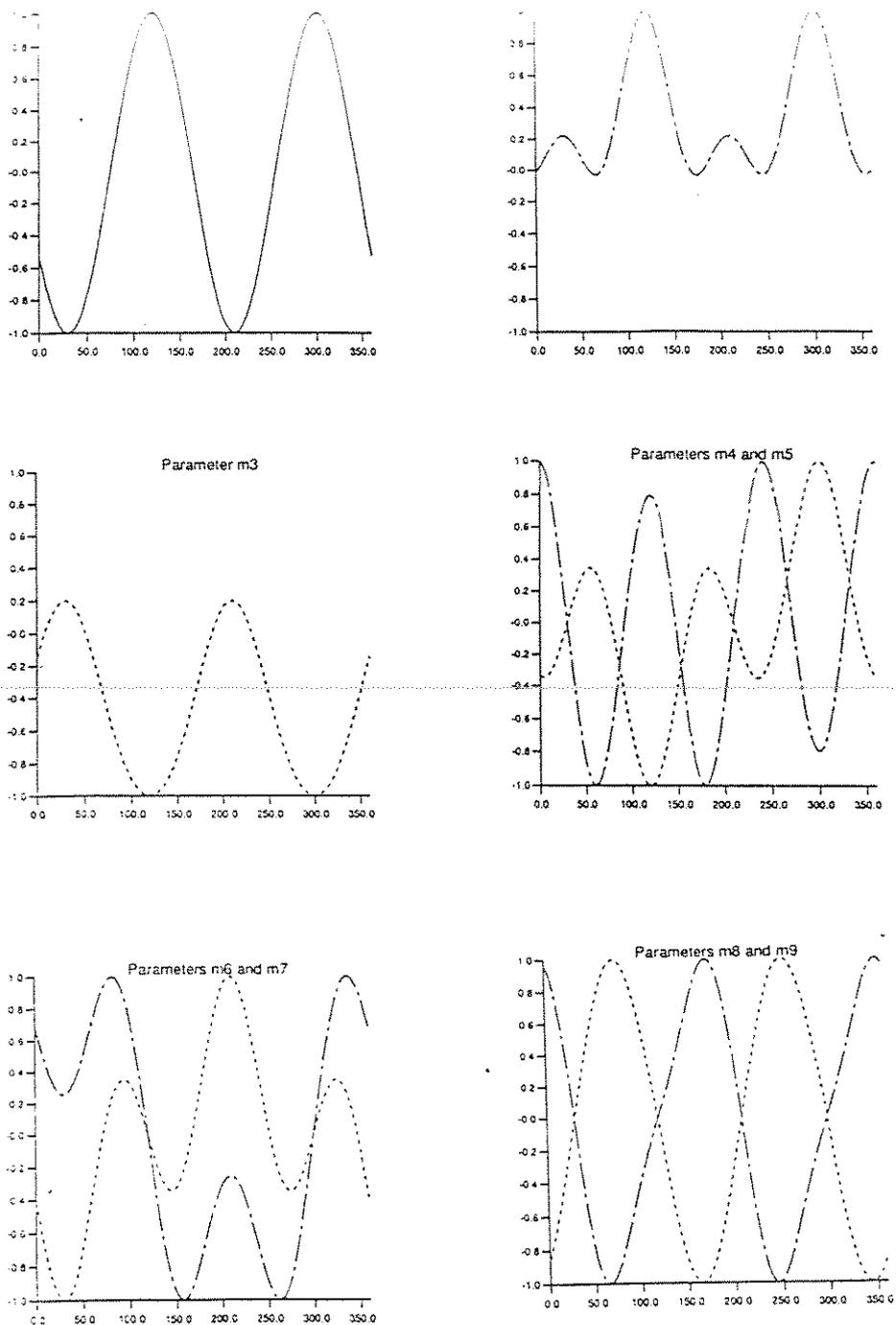


Figura 4.6 - Variação dos 9 parâmetros de birrefringência m , computados de 0 a 360 graus de azimute com passo de 3 graus, para um meio TIH (modelo M1004), rotacionado de 30, 50 e 30 graus em torno dos eixos norte-sul, leste-oeste e vertical, respectivamente, do sistema de referência geográfico. Antes da rotação, o eixo de simetria estava orientado para norte. Dados normalizados.

prof. dos receptores	tempos observados	prof. dos receptores	tempos observados
0.09	0.01180	1.39	0.05902
0.155	0.01239	1.455	0.05771
0.22	0.01333	1.52	0.05391
0.285	0.01447	1.585	0.04927
0.35	0.01616	1.65	0.04290
0.415	0.01807	1.715	0.04010
0.48	0.01993	1.78	0.02750
0.545	0.02215	1.845	-0.00490
0.61	0.02449	1.91	0.00520
0.675	0.02728	1.975	0.00820
0.74	0.02989	2.04	0.01150
0.805	0.03303	2.105	0.01500
0.87	0.03597	2.17	0.03120
0.935	0.03869	2.235	0.02060
1	0.04173	2.3	0.01950
1.065	0.04465	2.365	-0.00590
1.13	0.05230	2.43	-0.00020
1.195	0.05461	2.495	0.02190
1.26	0.05567	2.56	0.05290
1.325	0.05666	2.625	0.00800

Tabela 4.1a - Profundidade dos receptores e tempos observados, obtidos com o programa ANRAY, para o perfil com azimute de 250 graus. O meio é um TIH (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte.

prof. dos receptores	tempos observados	prof. dos receptores	tempos observados
0.09	0.00053	1.29	0.05407
0.15	0.00113	1.35	0.05624
0.21	0.00223	1.41	0.05870
0.27	0.00359	1.47	0.05953
0.33	0.00512	1.53	0.05877
0.39	0.00709	1.59	0.05467
0.45	0.00915	1.65	0.05083
0.51	0.01181	1.71	-0.01800
0.57	0.01446	1.77	-0.00460
0.63	0.01753	1.83	-0.00830
0.69	0.02044	1.89	-0.00930
0.75	0.02347	1.95	0.00490
0.81	0.02699	2.01	0.01700
0.87	0.03030	2.07	-0.00960
0.93	0.03387	2.13	0.02070
0.99	0.03725	2.19	0.00400
1.05	0.04105	2.25	0.01660
1.11	0.04482	2.31	0.01700
1.17	0.04790	2.37	0.01010
1.23	0.05087	2.43	0.83587

Tabela 4.1b - Profundidade dos receptores e tempos observados, obtidos com o programa ANRAY, para o perfil com azimute de 180 graus. O meio é um TIH (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está paralelo ao eixo de simetria.

prof. dos receptores	tempos observados	prof. dos receptores	tempos observados
0.09	0.11049	1.29	0.13130
0.15	0.11068	1.35	0.15850
0.21	0.11098	1.41	0.13490
0.27	0.11136	1.47	0.13690
0.33	0.11187	1.53	0.13900
0.39	0.11246	1.59	0.16560
0.45	0.11323	1.65	0.14280
0.51	0.11390	1.71	0.14530
0.57	0.11477	1.77	0.14710
0.63	0.11579	1.83	0.14990
0.69	0.11683	1.89	0.18850
0.75	0.11787	1.95	0.15410
0.81	0.11895	2.01	0.15650
0.87	0.12052	2.07	0.15880
0.93	0.12186	2.13	0.16130
0.99	0.12303	2.19	0.16400
1.05	0.12459	2.25	0.16590
1.11	0.12631	2.31	0.16870
1.17	0.12780	2.37	0.17070
1.23	0.12970	2.43	0.17380

Tabela 4.1c - profundidade dos receptores e tempos observados observados, obtidos com o programa ANRAY, para o perfil com azimute de 270 graus. O meio é um TIH (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está perpendicular ao eixo de simetria.

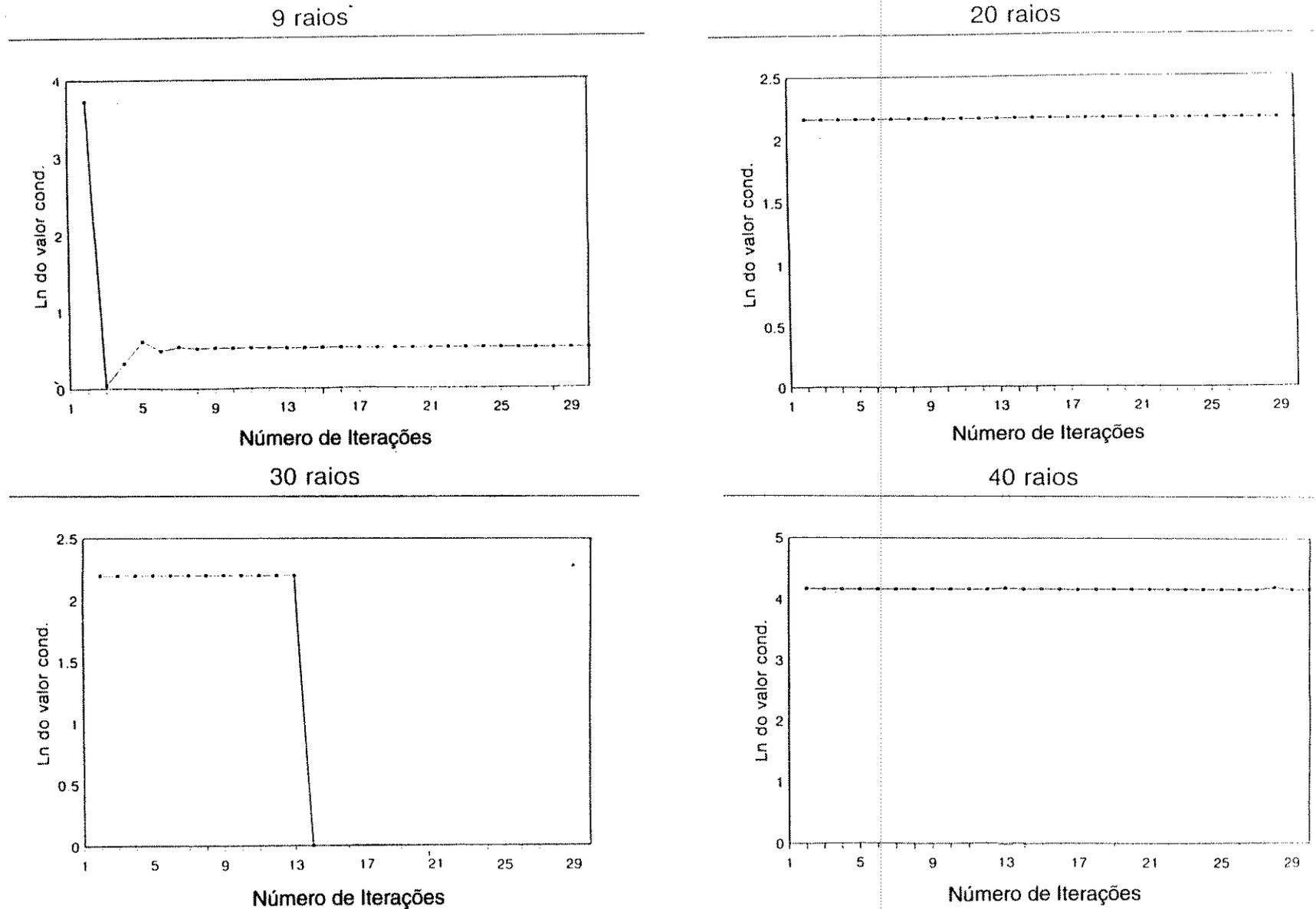


Figura 4.7 - Condicionamento da matriz das derivadas dos tempos calculados em relação aos parâmetros de birrefringência ($G^t G$). O modelo de referência isotrópico apresenta $V_p = 4.511$ m/s e $V_s = 2.007$ m/s para um meio TIH (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está no azimute de 250 graus. Equivale ao caso M3 da figura 4.2.

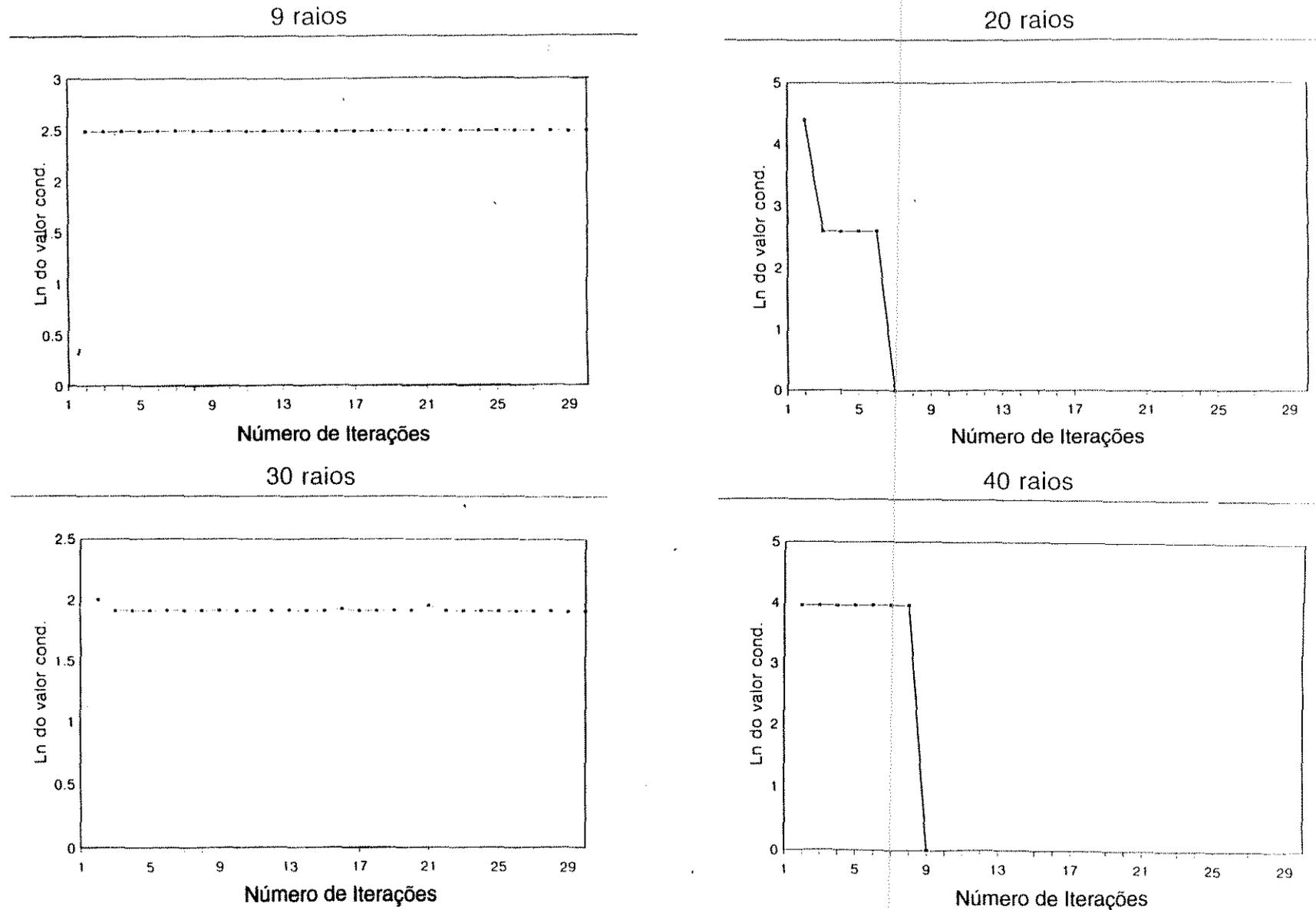


Figura 4.8 - Condicionamento da matriz das derivadas dos tempos calculados em relação aos parâmetros de birrefringência ($G^t G$). O modelo de referência isotrópico apresenta $V_p = 4.511$ m/s e $V_s = 2.007$ m/s para um meio TIH (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está no azimute

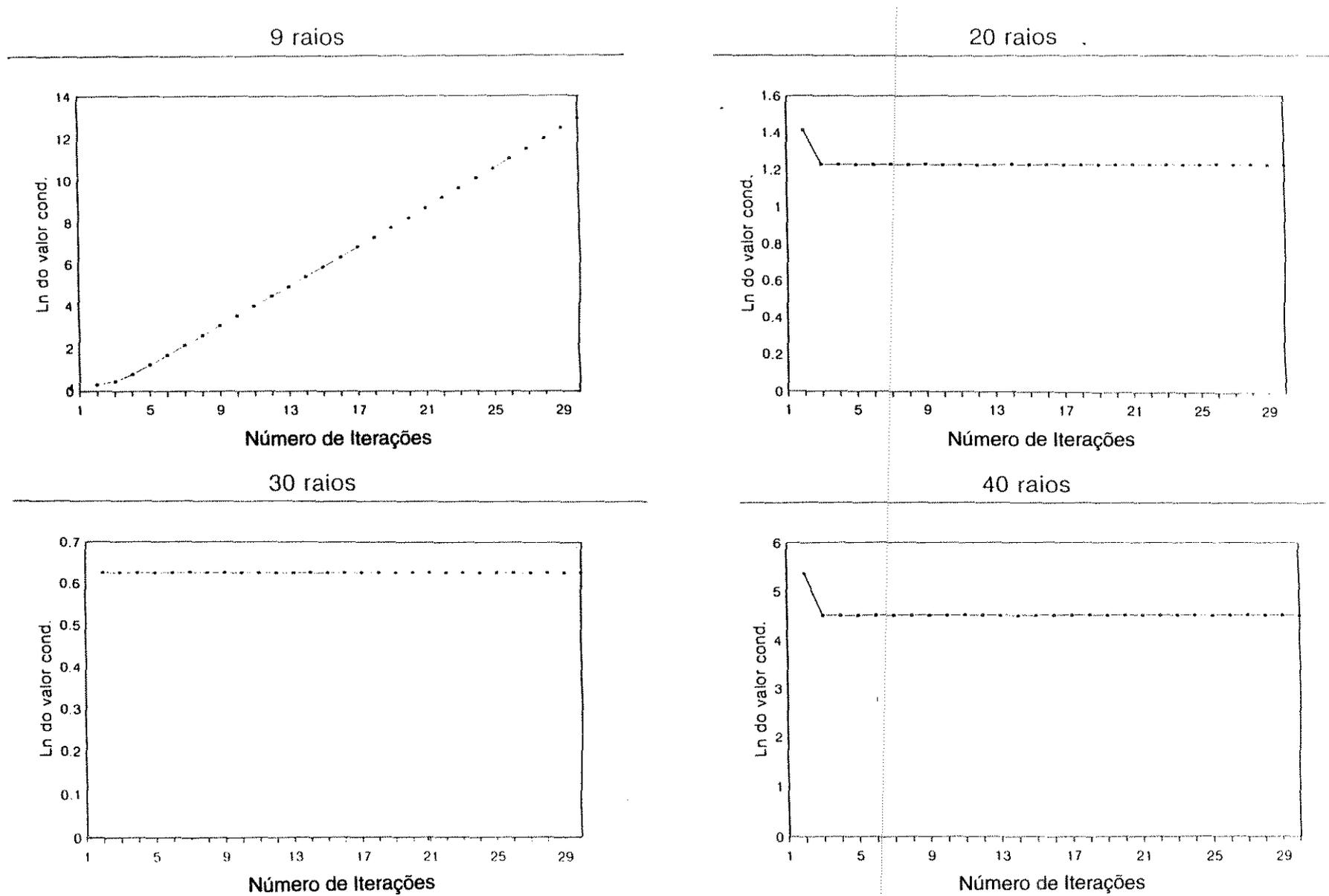


Figura 4.9 - Condicionamento da matriz das derivadas dos tempos calculados em relação aos parâmetros de birrefringência ($G^t G$). O modelo de referência isotrópico apresenta $V_p = 4.511$ m/s e $V_s = 2.007$ m/s para um meio TIH (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está no azimute de 770 graus perpendicular ao eixo de simetria. Equivale ao caso H2 da figura 4.2.

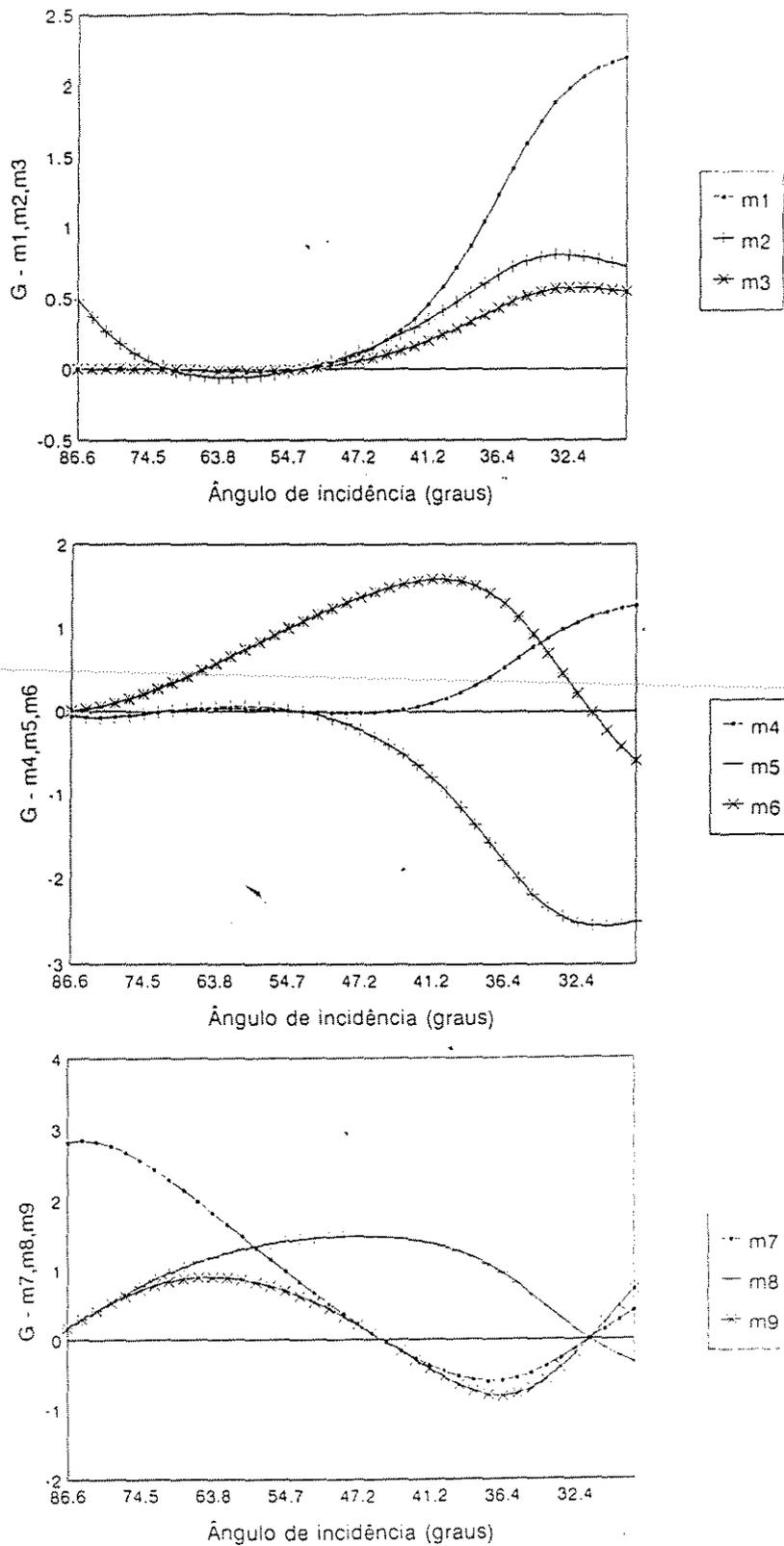


Figura 4.10 - Gráfico das derivadas dos tempos calculados em relação aos 9 parâmetros de birrefringência em função do ângulo de incidência. O modelo de referência isotrópico apresenta $V_p = 4.511$ m/s e $V_s = 2.007$ m/s para um meio TIH (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está no azimute de 250 graus. Equivale ao caso M3 da figura 4.2.

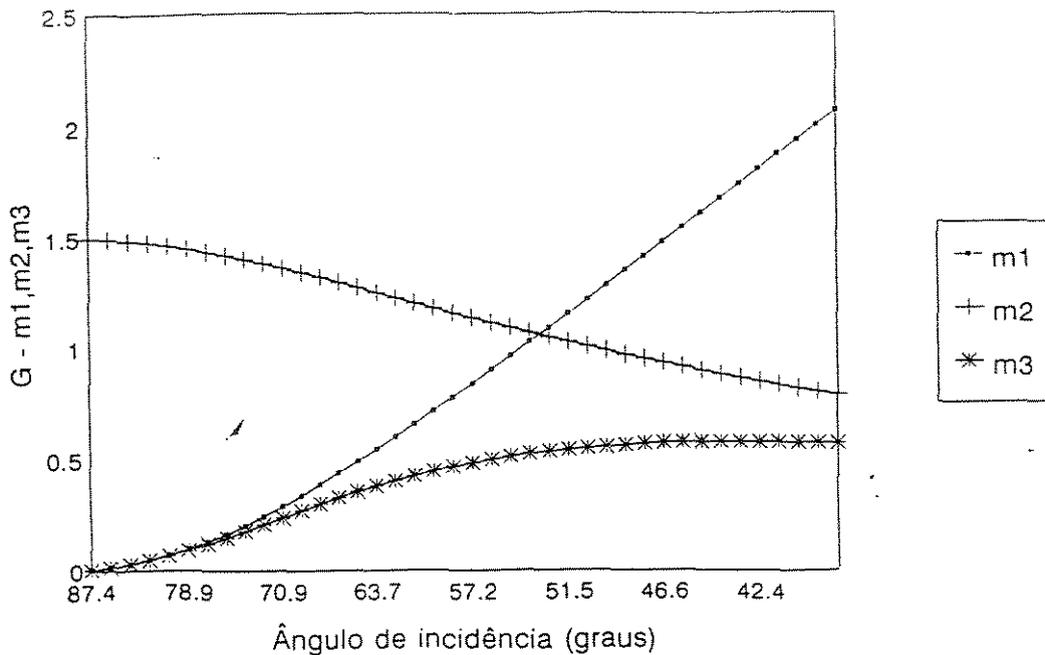


Figura 4.11 - Gráfico das derivadas dos tempos calculados em relação aos 5 primeiros parâmetros de birrefringência em função do ângulo de incidência. O modelo de referência isotrópico apresenta $V_p = 4.511$ m/s e $V_s = 2.007$ m/s para um meio TIH (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está no azimute de 180 graus, paralelo ao eixo de simetria. Equivale ao caso H1 da figura 4.2. Os parâmetros m_4 a m_9 são nulos.

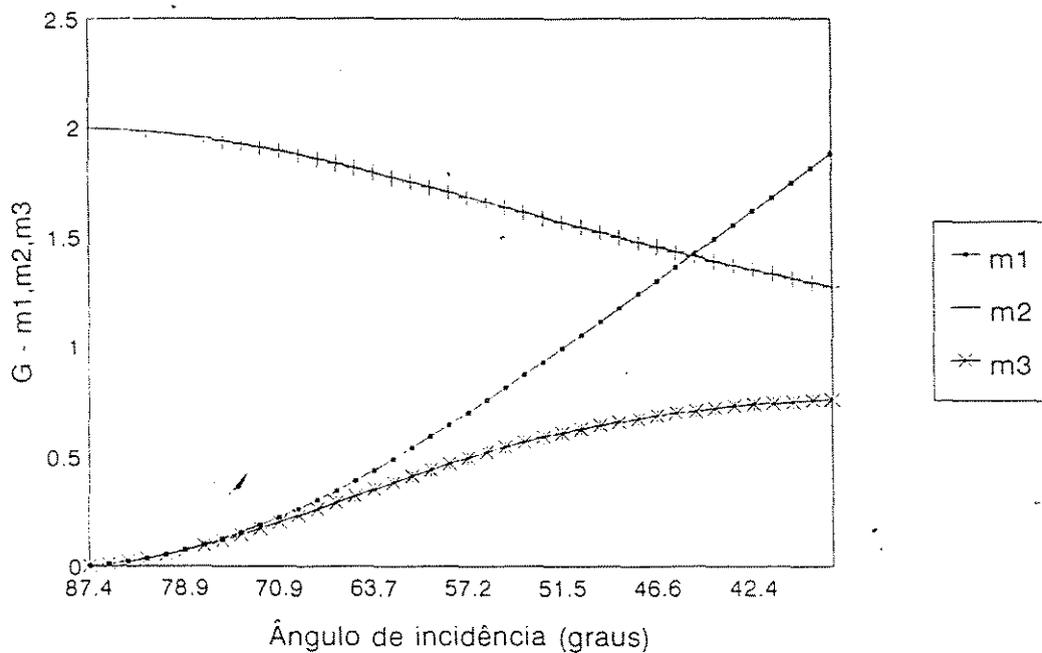


Figura 4.12 - Gráfico das derivadas dos tempos calculados em relação aos 5 primeiros parâmetros de birrefringência em função do ângulo de incidência. O modelo de referência isotrópico apresenta $V_p = 4.511$ m/s e $V_s = 2.007$ m/s para um meio TIH (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está no azimute de 270 graus, perpendicular ao eixo de simetria. Equivale ao caso H2 da figura 4.2. Os parâmetros m_4 a m_9 são nulos.

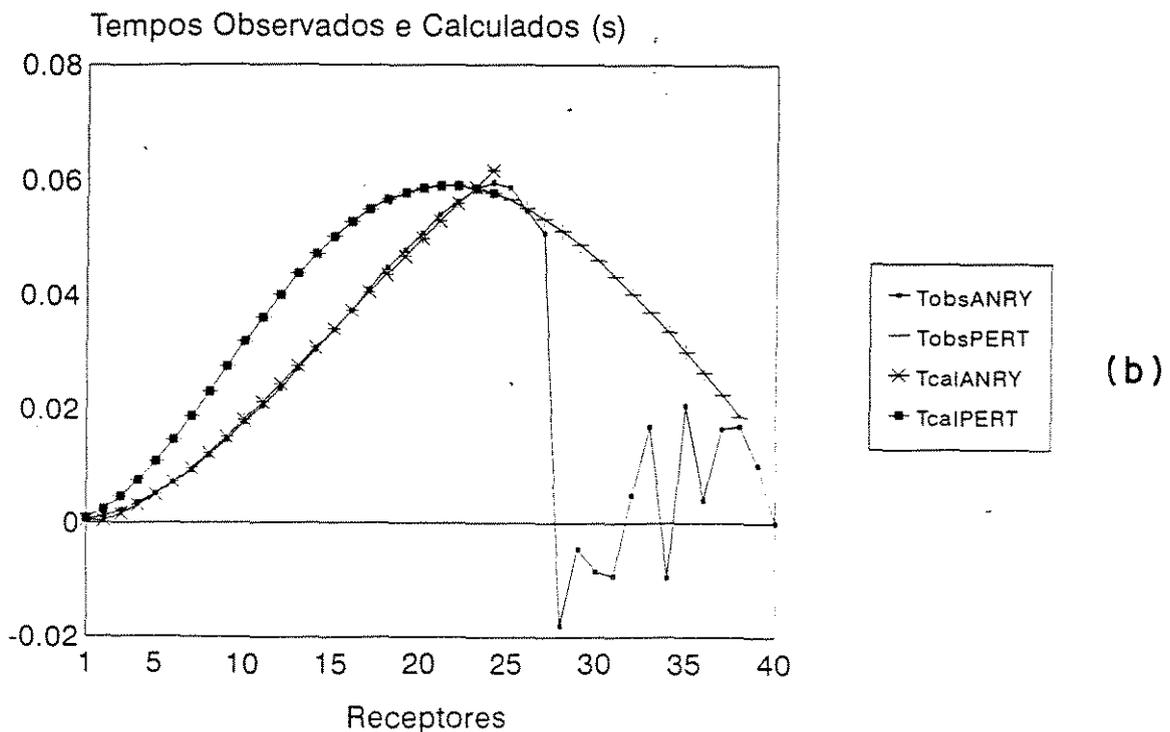
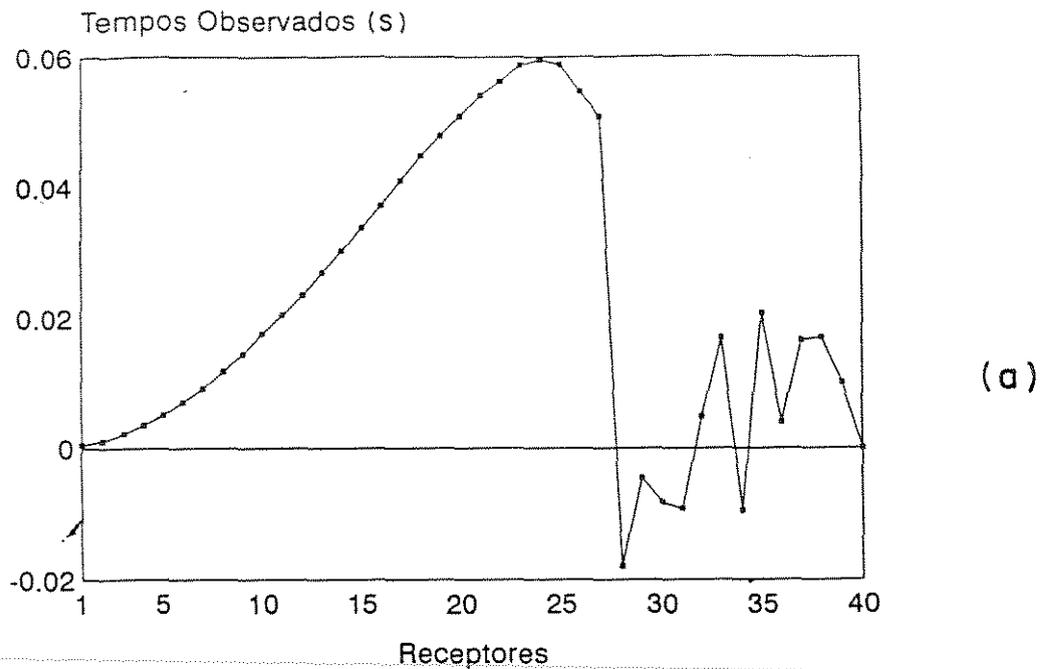
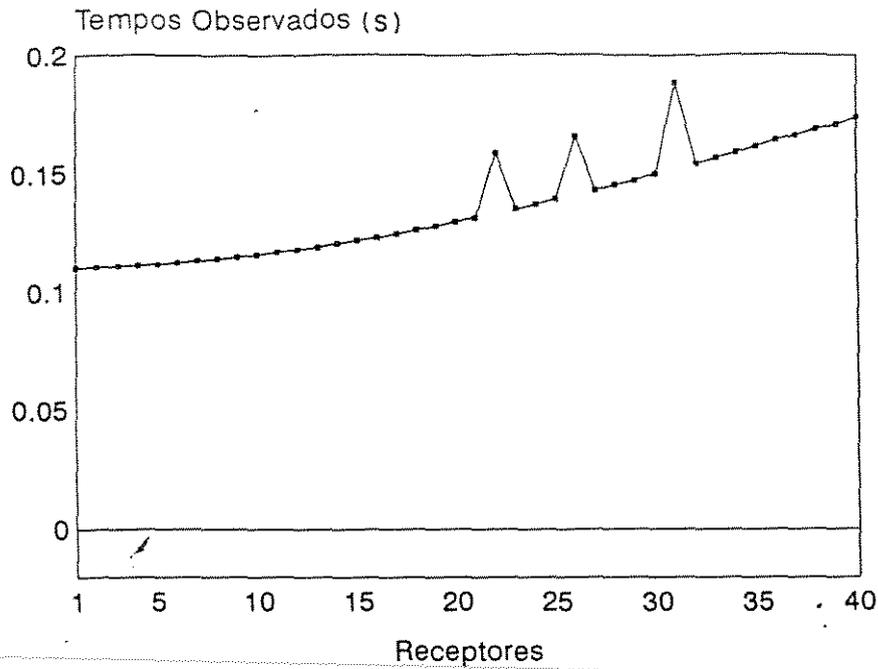
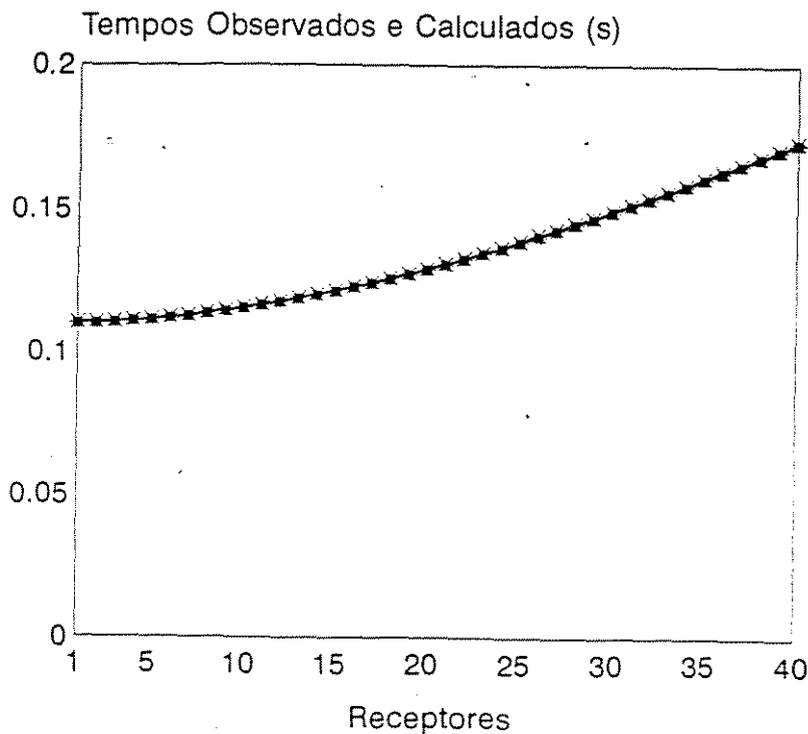


Figura 4.13 - (a) Tempos de birrefringência observados, obtidos com o programa ANRAY89. (b) Tempos observados e calculados, obtidos com o programa ANRAY89 (TobsANRY e TcalANRY, respectivamente) e com o método da perturbação (TobsPERT e TcalPERT, respectivamente). O modelo de referência isotrópico apresenta $V_p = 4.511$ m/s e $V_s = 2.007$ m/s para um meio TIH (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está no azimute de 180 graus, paralelo ao eixo de simetria. Equivale ao caso H1 da figura 4.2.



(a)



(b)

Figura 4.14 - (a) Tempos de birrefringência observados, obtidos com o programa ANRAY89. (b) Tempos observados e calculados, obtidos com o programa ANRAY89 (TobsANRY e TcalANRY, respectivamente) e com o método da perturbação (TobsPERT e TcalPERT, respectivamente). O modelo de referência isotrópico apresenta $V_p = 4.511$ m/s e $V_s = 2.007$ m/s para um meio TIH (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está no azimute de 270 graus, perpendicular ao eixo de simetria. Equivale ao caso H2 da figura 4.2.

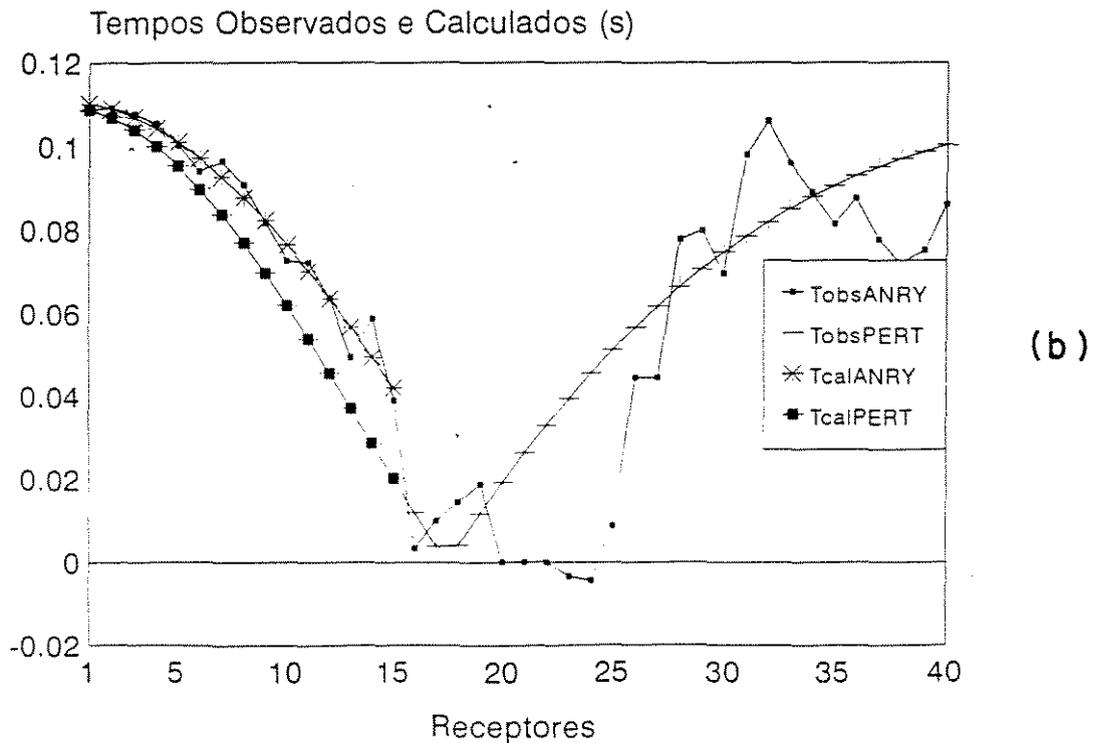
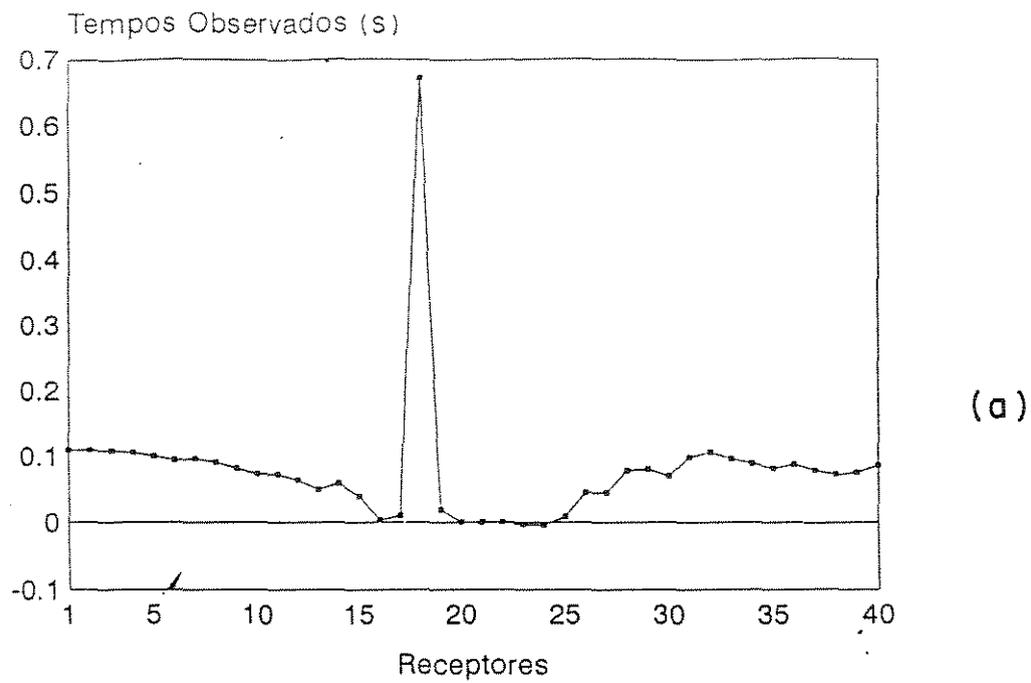


Figura 4.15 - (a) Tempos de birrefringência observados, obtidos com o programa ANRAY89. (b) Tempos observados e calculados, obtidos com o programa ANRAY89 (TobsANRY e TcalANRY, respectivamente) e com o método da perturbação (TobsPERT e TcalPERT, respectivamente). O modelo de referência isotrópico apresenta $V_p = 4.511$ m/s e $V_s = 2.007$ m/s para um meio TIV (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está no azimute de 180 graus. Equivale ao caso H3 da figura 4.2.

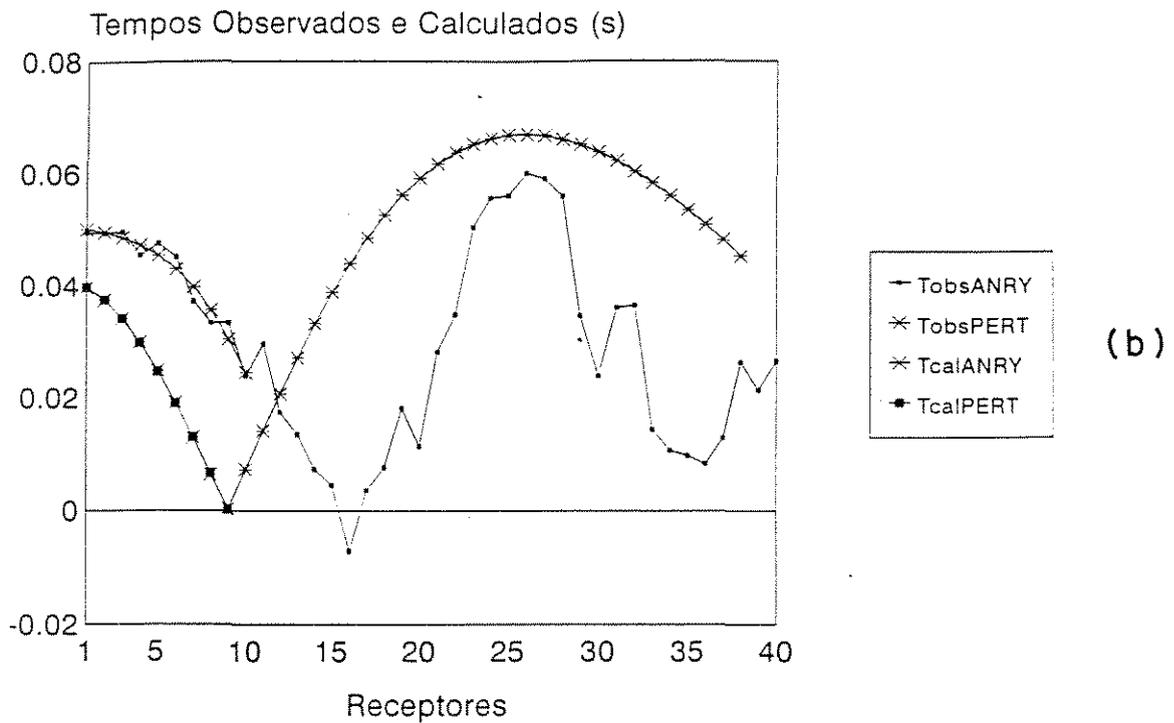
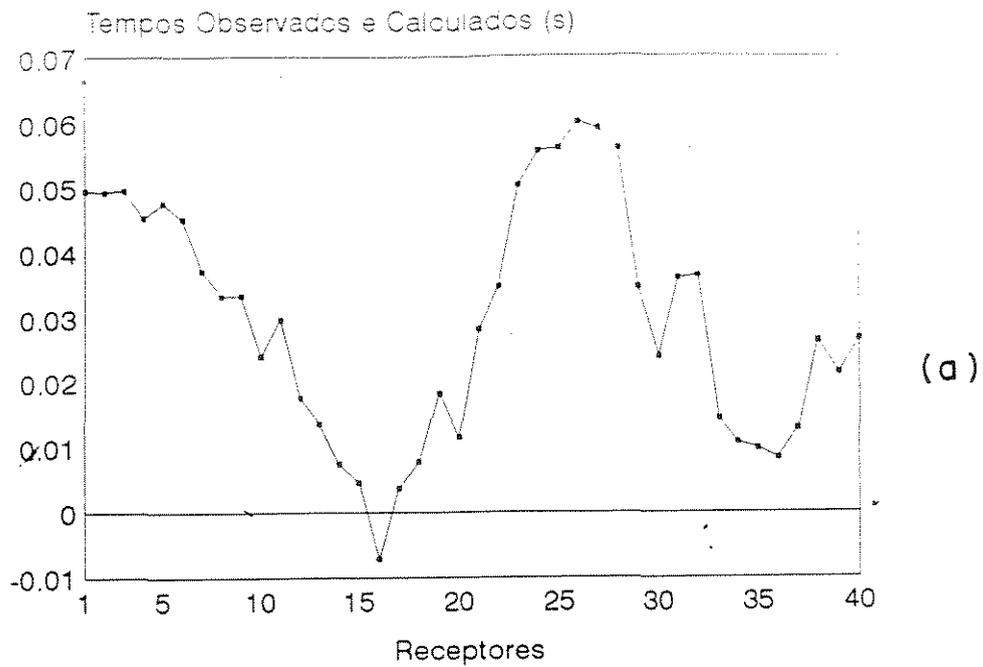


Figura 4.16 - (a) Tempos de birrefringência observados, obtidos com o programa ANRAY89. (b) Tempos observados e calculados, obtidos com o programa ANRAY89 ANRAY89 (TobsANRY e TcalANRY, respectivamente) e com o método da perturbação (TobsPERT e TcalPERT, respectivamente). O modelo de referência isotrópico apresenta $V_p = 3.770$ m/s e $V_s = 2.250$ m/s para um meio ortorrômbico (modelo MO). O plano de propagação está no azimute de 180 graus. Equivale ao caso O da figura 4.2.

	ERMS (ms)	DTmax (ms)	m1	m2	m3	Raios inv.	
ANRAY	0.74	2.27	0.57	-0.01	0.782	24	(a)
Perturbacao	0.02	0.034	-0.879	0.0	3.484	24	
Real			-1.137	0.0	4.408		

	ERMS (ms)	DTmax (ms)	m1	m2	m3	Raios inv.	
ANRAY	0.18	-0.48	0.884	0.883	-0.005	40	(b)
Perturbacao	0.07	0.088	0.879	0.879	0.0	40	
Real			1.137	1.137	0.0		

	ERMS (ms)	DTmax (ms)	m1	m2	m3	Raios inv.	
ANRAY	3.68	9.26	-1.339	0.888	-0.883	15	(c)
Perturbacao	0.04	0.055	-0.03	0.879	-3.481	15	
Real			0	-1.137	4.508		

	ERMS (ms)	DTmax (ms)	m1	m2	m3	Raios inv.	
ANRAY	1.85	2.784	-6.265	0.538	5.681	9	(d)
Perturbacao	0.14	0.309	2.682	0.633	-8.055	9	
Real			-1.051	-0.629	6.249		

Tabela 4.2 - Tabelas mostrando os resultados da inversão obtidos pelo programa ANRAY89 e PERT92 para três modelos: (a) meio TIH (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está no azimute de 180 graus, paralelo ao eixo de simetria. Equivale ao caso H1 da figura 4.2; (b) meio TIH (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está no azimute de 270 graus, perpendicular ao eixo de simetria. Equivale ao caso H2 da figura 4.2; (c) meio TIV (modelo M1004) com eixo de simetria orientado para norte. O plano de propagação está no azimute de 180 graus. Equivale ao caso H3 da figura 4.2, e (d) meio ortorrômbico (modelo MO). O plano de propagação está no azimute de 180 graus. Equivale ao caso O da figura 4.2. Os parâmetros de birrefringência invertidos são m_1 , m_2 e m_3 ; “Dtmáx” é o valor máximo da diferença encontrada entre os tempos observados e calculados; “ERMS” é o resultado do ajuste dos tempos; “real” significa o verdadeiro valor do parâmetro de birrefringência após correção pela V_p do meio de referência, e “raios inv.” é o número máximo de raios úteis à inversão, acima do qual a inversão não apresenta um ajuste de tempo menor que 1ms. O modelo de referência isotrópico para o meio TI apresenta $V_p = 4.511$ m/s e $V_s = 2.007$ m/s, e o meio ortorrômbico $V_p = 3.770$ m/s e $V_s = 2.250$ m/s.

20.71742	10.59193	11.05284	0.00000	-0.53536	0.00000
10.59193	21.29080	10.62308	0.00000	0.01307	0.00000
11.05284	10.62308	20.81086	0.00000	0.57457	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	5.19845	0.00000	0.36549
-0.53536	0.01307	0.57457	0.00000	4.65994	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.36549	0.00000	4.32730

*****APLICANDO O PROGRAMA DE INVERSAO*****

há rotação em relação ao eixo leste-oeste de 19,99 graus

20.71740	10.59190	11.05280	0.00000	-0.53540	0.00005
0.00000	21.29080	10.62310	0.00000	0.01310	0.00005
0.00000	0.00000	20.81090	0.00000	0.57460	0.00005
0.00000	0.00000	0.00000	5.19845	0.00000	0.36550
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	4.65995	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	4.32725

Figura 4.17 - Resultado do 2ª passo de inversão usando os 9 parâmetros n, obtidos nos azimutes de 0, 30, 45 e 90 graus. O modelo é um meio TI (M1004), inicialmente com eixo de simetria orientado para norte (TIH), rotacionado de 20 graus em torno do eixo leste-oeste do sistema de referência geográfico.

15.30609	4.32002	4.25160	0.00000	-1.19520	0.00000
4.32002	16.36531	3.71875	0.00000	-0.25226	0.00000
4.25160	3.71875	13.27560	0.00000	0.34331	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	5.10456	0.00000	0.13551
-1.19520	-0.25226	0.34331	0.00000	4.74834	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.13551	0.00000	4.78157

*****APLICANDO O PROGRAMA DE INVERSAO*****

há rotação em relação ao eixo leste-oeste de 19,99 graus

15.30610	4.32000	4.25160	0.00000	-1.19520	0.00000
0.00000	16.36530	3.71880	0.00000	-0.25230	0.00000
0.00000	0.00000	13.27560	0.00000	0.34330	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	5.10455	0.00000	0.13550
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	4.74835	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	4.78155

Figura 4.18 - Resultado do 2ª passo de inversão usando os 9 parâmetros n, , obtidos nos azimutes de 0, 30, 45 e 90 graus. O modelo é em meio ortorrômbico (MO), inicialmente com o sistema natural coincidente com o sistema geográfico, rotacionado de 20 graus em torno do eixo leste-oeste do sistema geográfico.

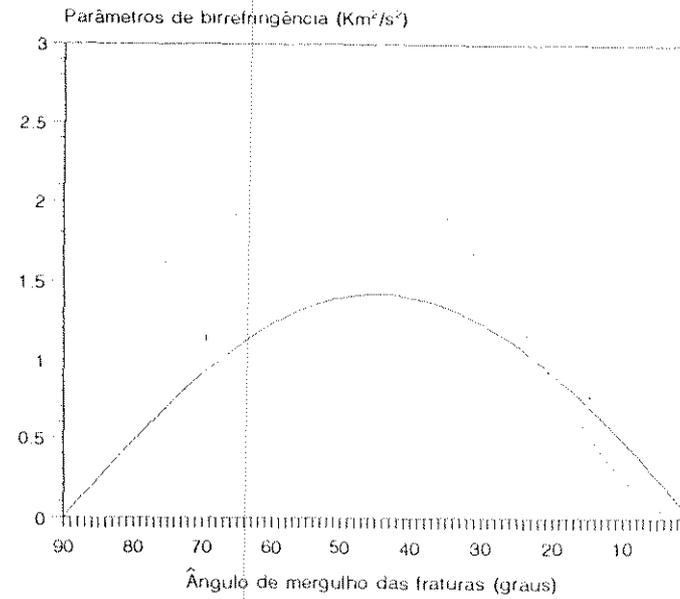
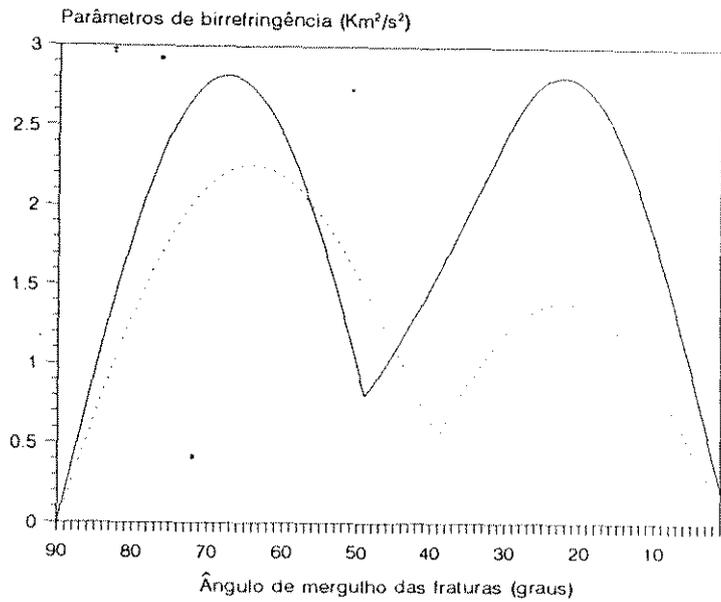
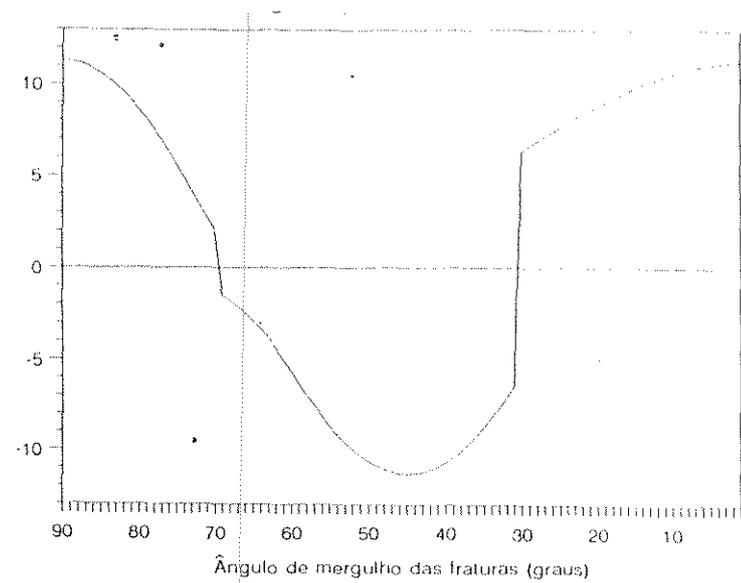
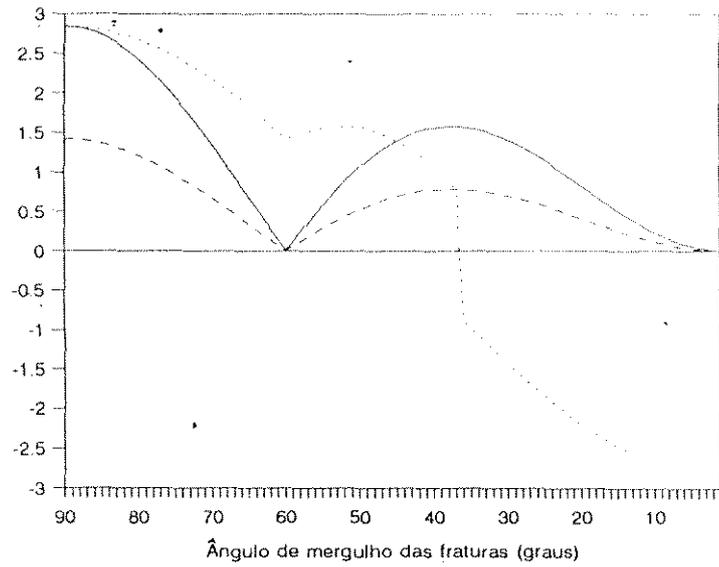


Figura 4.19a - Valores máximos dos parâmetros de birrefringência em função dos ângulos de mergulho dos planos de fratura para o modelo M1001, com densidade de inclusões de 0.25. As inclusões são preenchidas com água. O símbolo $|m|$ é o módulo do valor máximo do parâmetro de birrefringência.

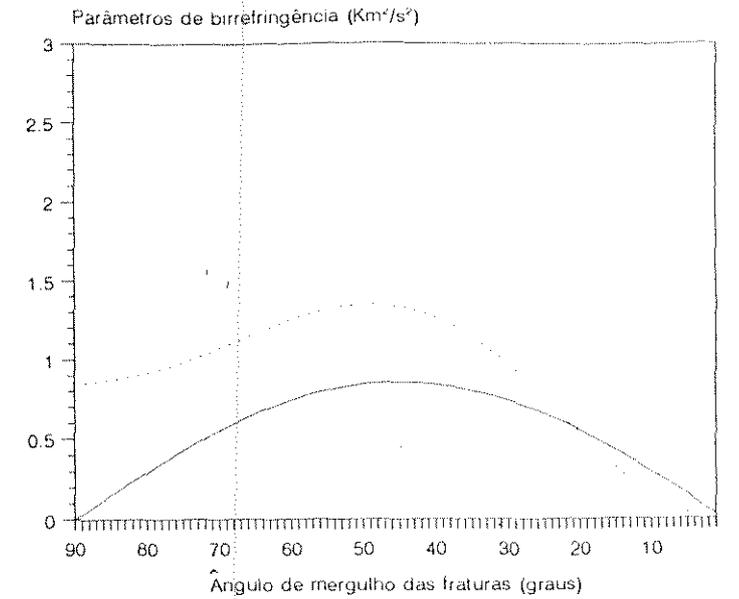
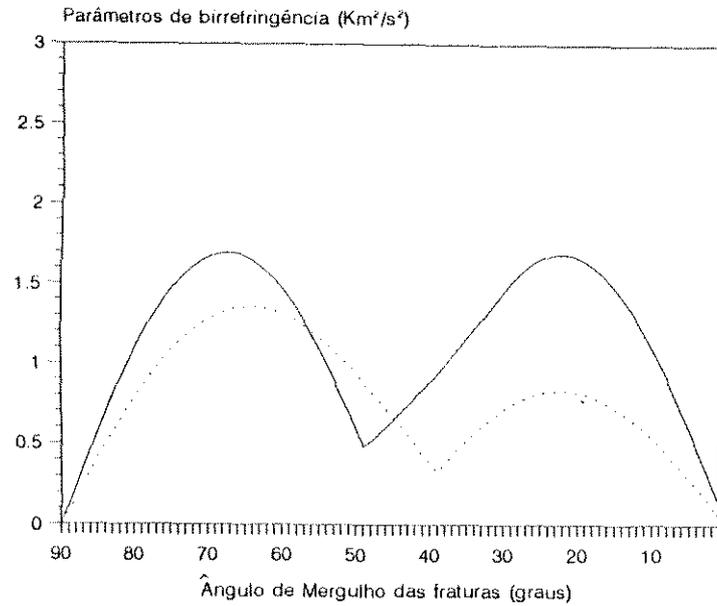
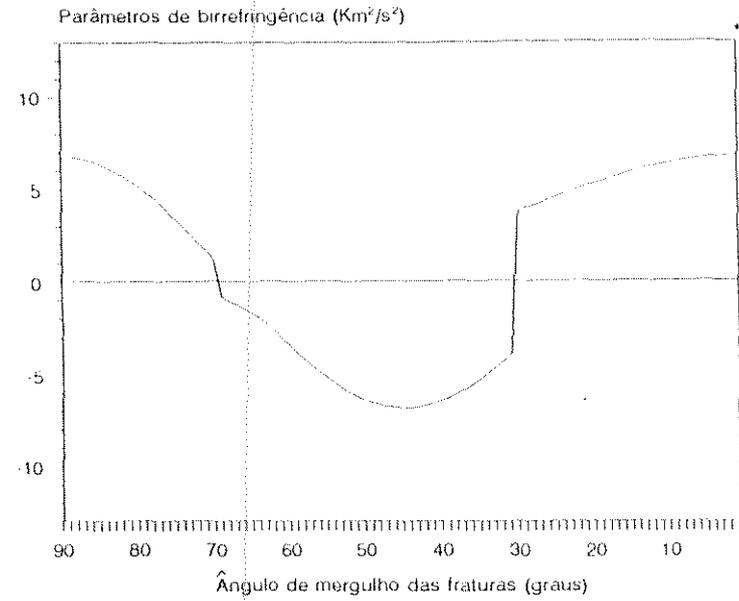
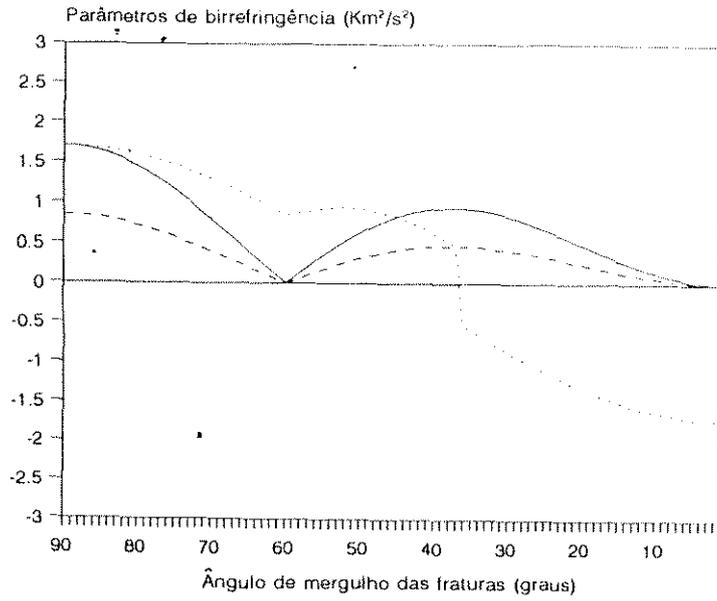
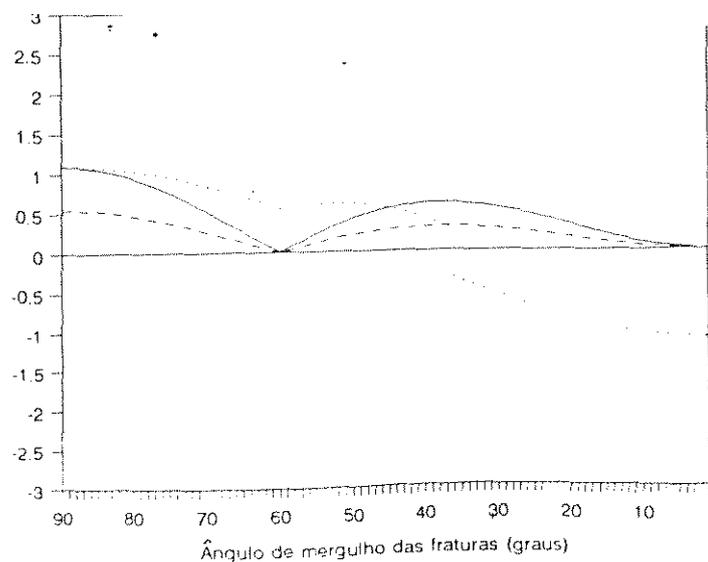
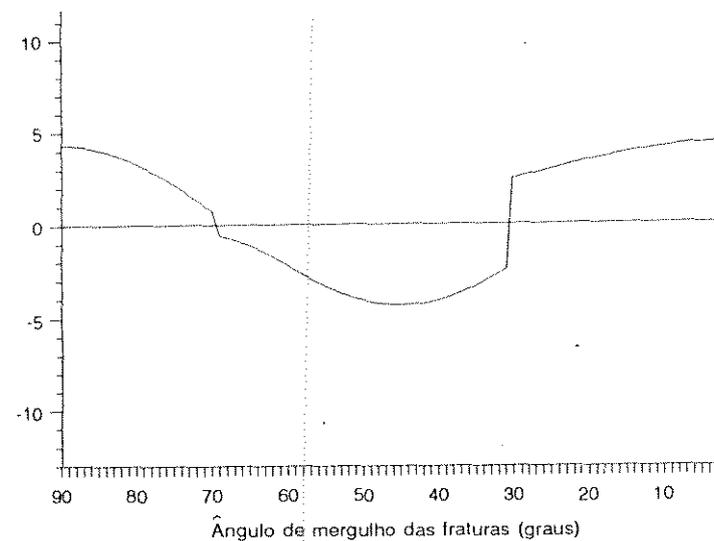


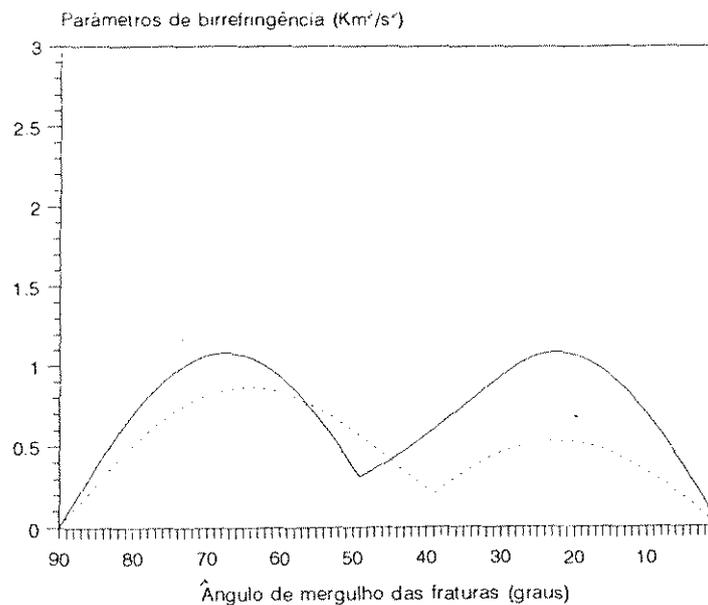
Figura 4.19b -Valores máximos dos parâmetros de birrefringência em função do ângulo de mergulho dos planos de fratura para os modelos M1007, com densidade de inclusões de 0.01. As inclusões são preenchidas com o corante azul. $|m|$ é o módulo do valor máximo do parâmetro de birrefringência.



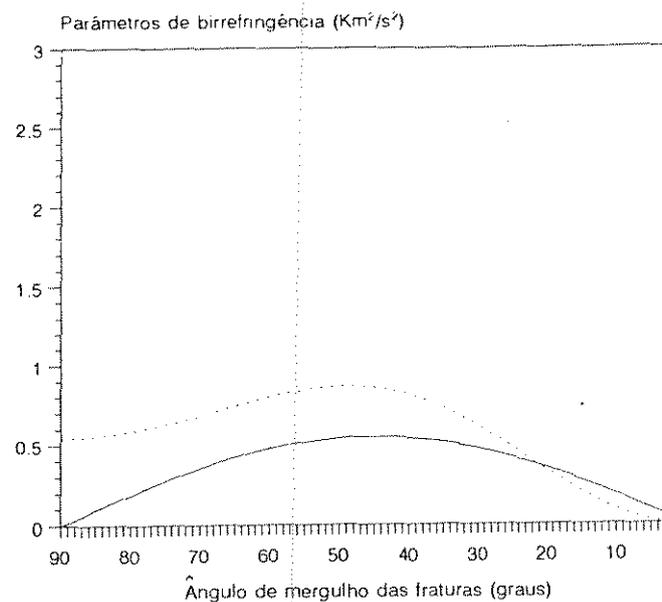
— $|m1|$
 $|m2|$
 - - - $|m9|$



— $m3$



— $|m4|$
 $|m6|$



— $|m5=m7|$
 $|m8|$

Figura 4.20a - Valores máximos dos parâmetros de birrefringência em função do ângulo de mergulho dos planos de fratura para o modelo M7002, com V_p/V_s da matriz de 2.0, mantendo V_s constante, variando V_p . As inclusões estão saturadas de água. Observa-se que os parâmetros são muito pouco sensíveis a essa mudança no meio sólido. O símbolo $|m|$ é o módulo do valor máximo do parâmetro de

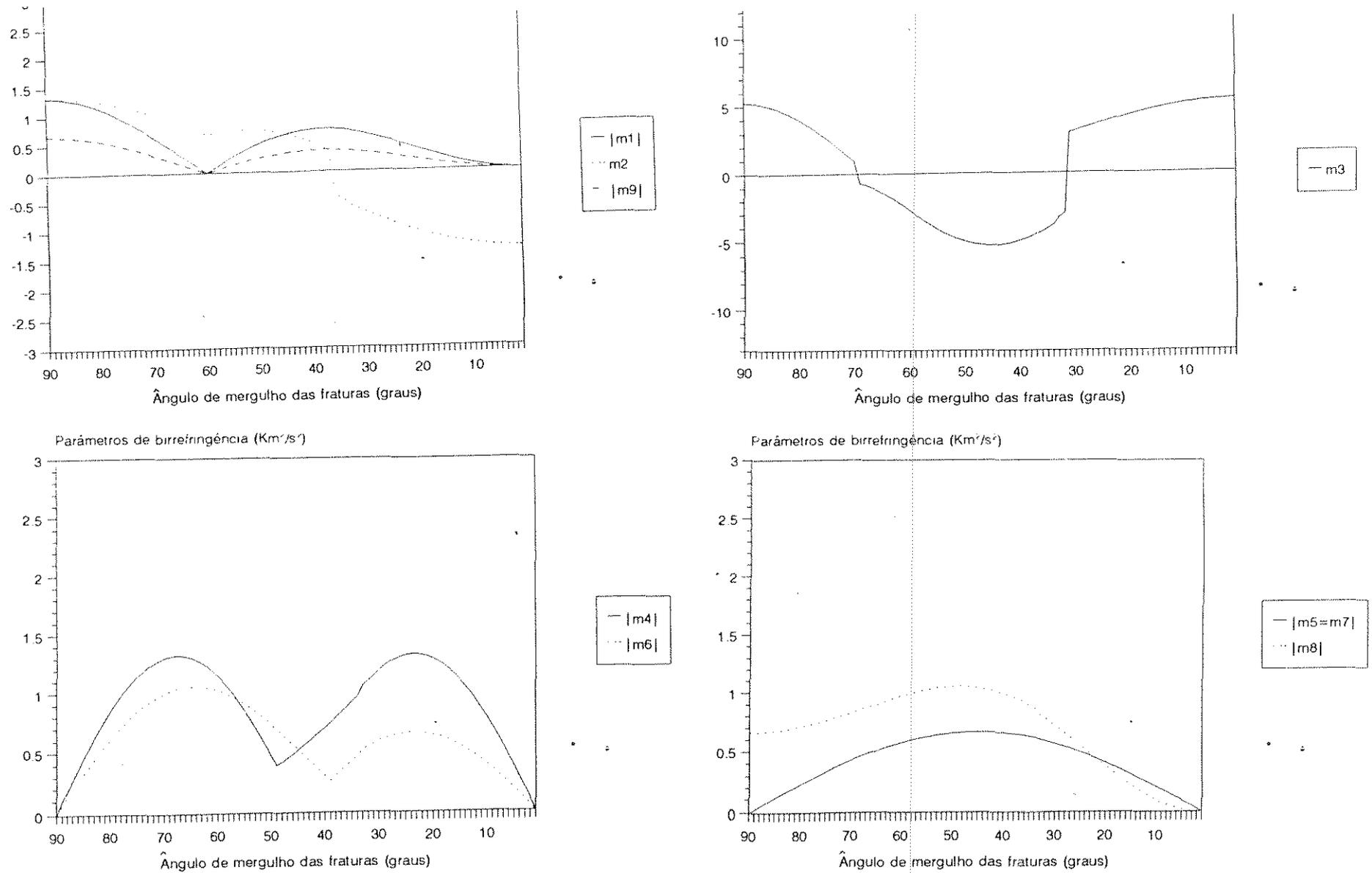


Figura 4.20b - Valores máximos dos parâmetros de birrefringência em função do ângulo de mergulho dos planos de fratura para para o modelo M7006, com V_p/V_s da matriz de 1.15, mantendo V_s constante, variando V_p . As inclusões estão saturadas de água. Observa-se que os parâmetros são muito pouco sensíveis a essa mudança no meio sólido. O símbolo $|m|$ é o módulo do valor máximo do parâmetro de birrefringência

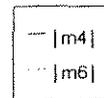
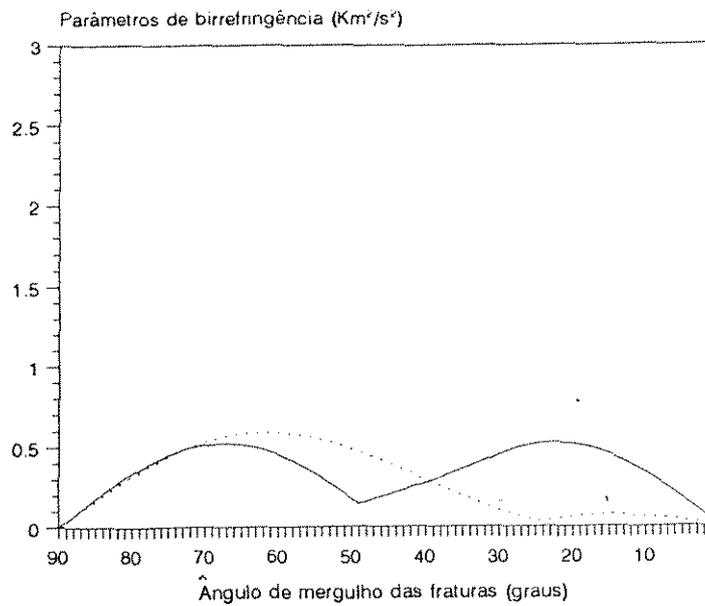
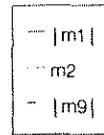
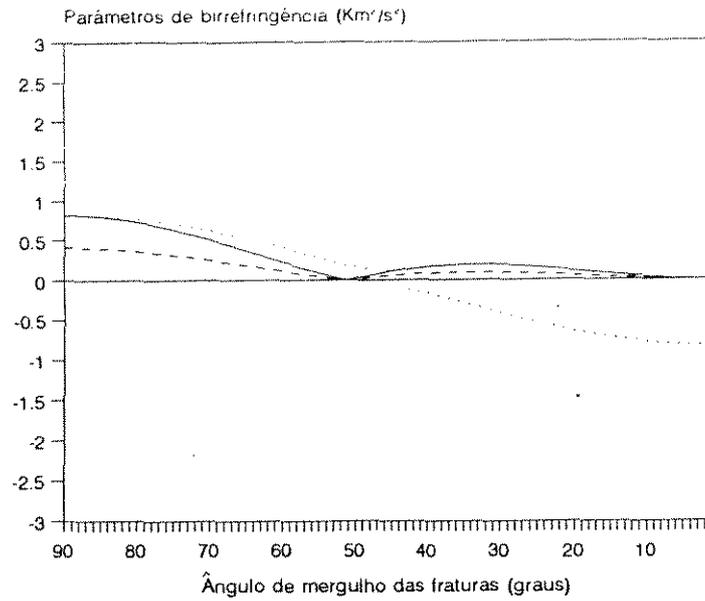


Figura 4.21a - Valores máximos dos parâmetros de birrefringência em função do ângulo de mergulho dos planos de fratura para para o modelo M6502, com V_p/V_s da matriz de 2.0, mantendo V_p constante, variando V_s . As inclusões são preenchidas com gás. O símbolo $|m|$ é o módulo do valor máximo do parâmetro

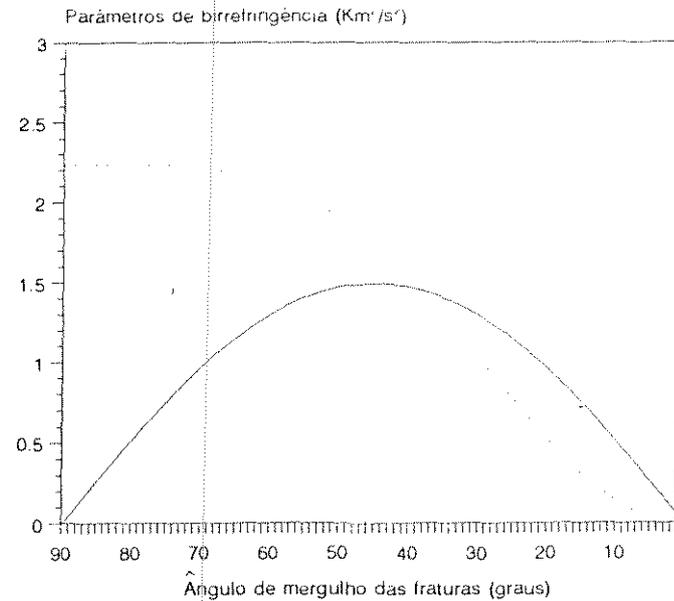
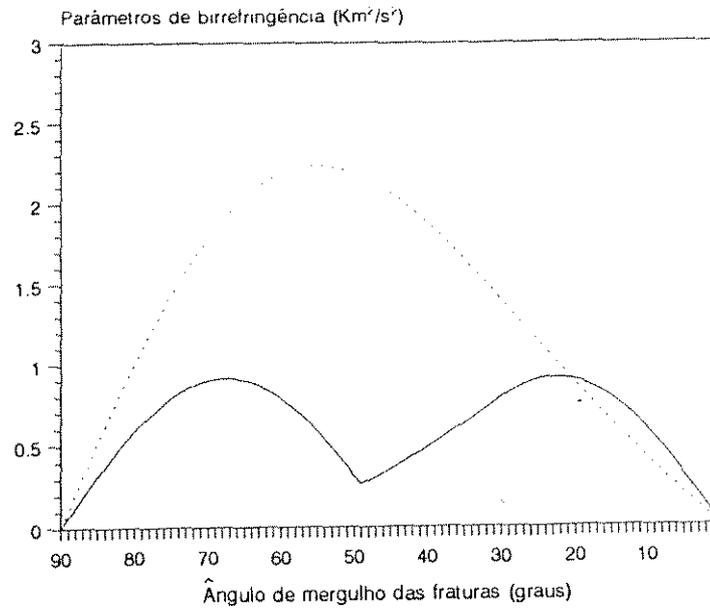
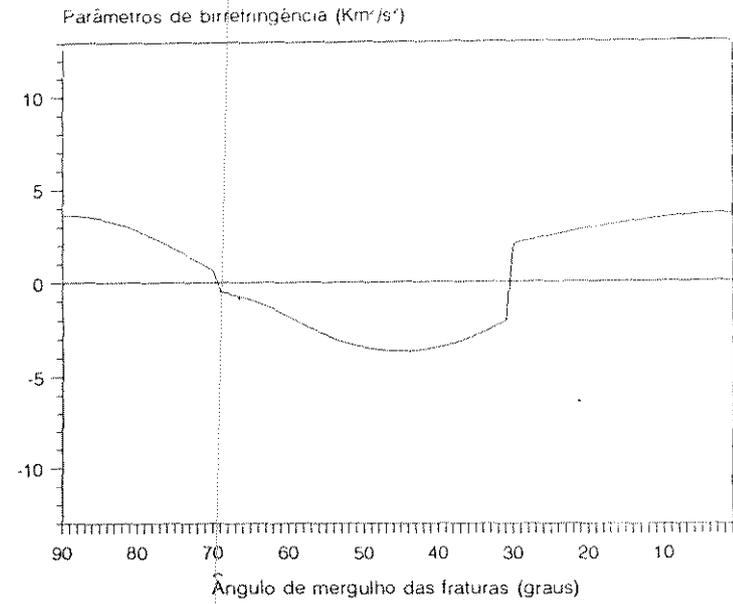
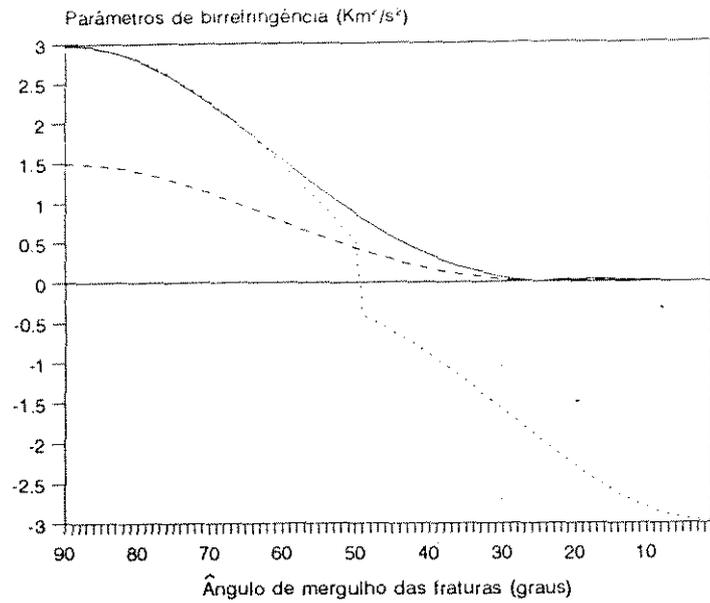


Figura 4.21b - Valores máximos dos parâmetros de birrefringência em função do ângulo de mergulho dos planos de fratura para para o modelo M6506, com V_p/V_s da matriz de 1.15 mantendo V_p constante, variando V_s . As inclusões são preenchidas com gás. O símbolo $|m|$ é o módulo do valor máximo do parâmetro

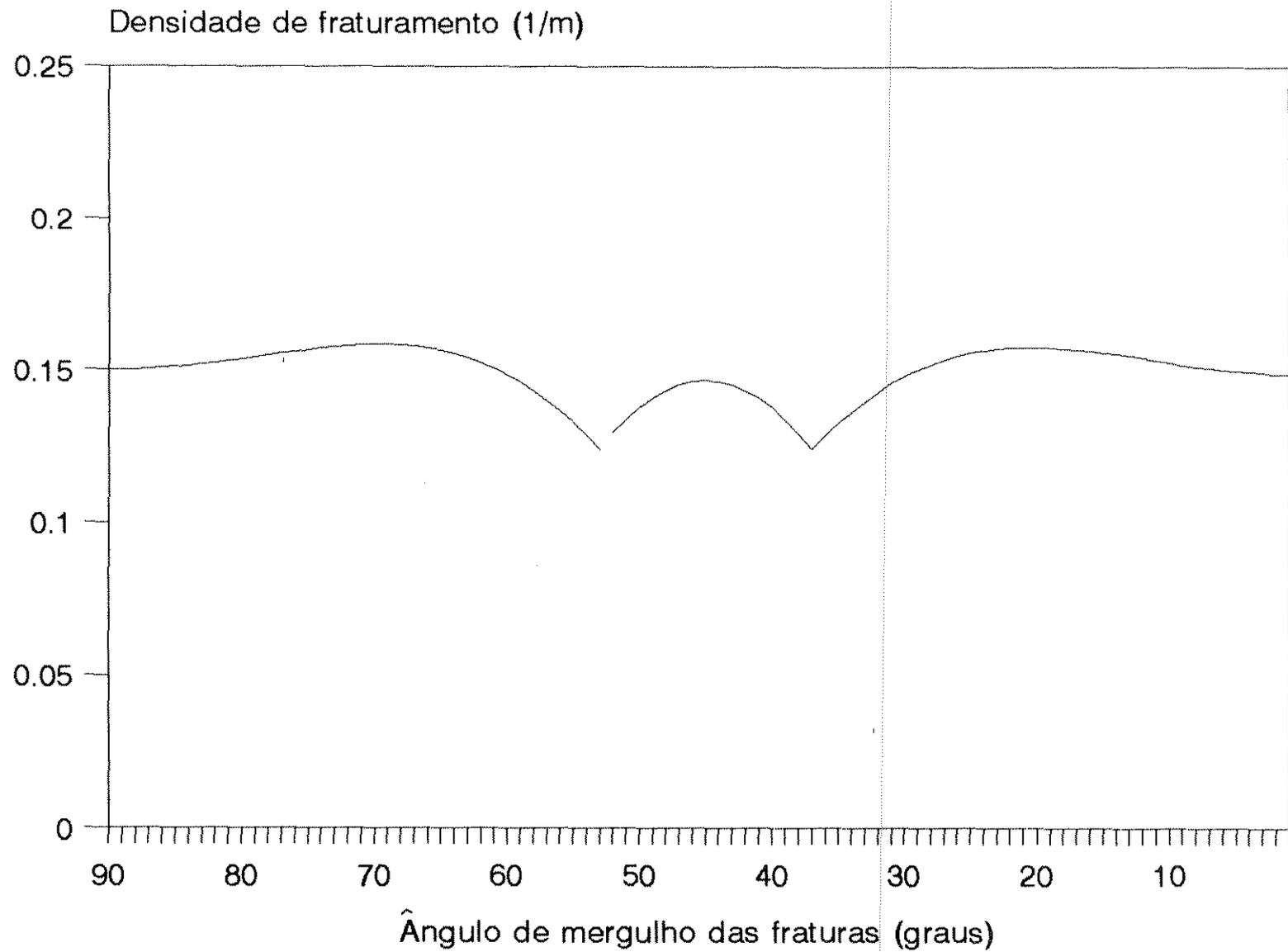


Figura 4.23 - Gráfico mostrando o resultado da inversão para a densidade de fratura de 0,15, a partir dos módulos de valores máximos dos parâmetros dados pelas expressões 4.32 e 4.33.

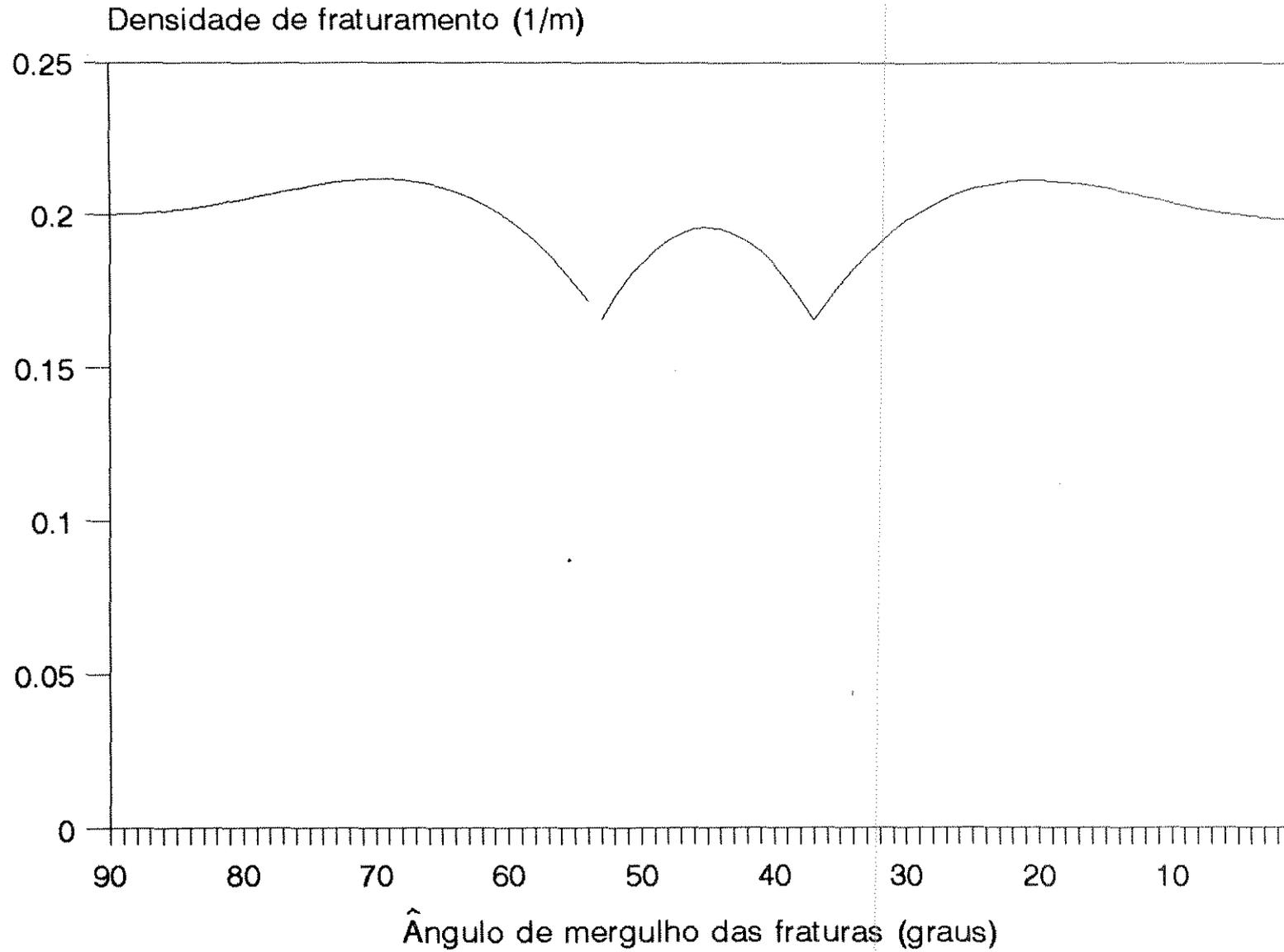


Figura 4.22 - Gráfico mostrando o resultado da inversão para a densidade de fratura de 0,2, a partir dos módulos de valores máximos dos parâmetros dados pelas expressões 4.32 e 4.33.