

UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

ÁREA DE GEOLOGIA DE PETRÓLEO

**UMA APLICAÇÃO DE MODELAGEM SÍSMICA :  
CARACTERIZAÇÃO DE FRATURAS UTILIZANDO  
ONDAS QUASE-CISALHANTES**

Carlos Eduardo Borges de Salles Abreu

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

Por *Carlos Eduardo Borges de Salles Abreu*  
rodado *15/12/95*  
por *15/12/95*  
O *15/12/95*  
em *15/12/95*  
*[Signature]*  
ORIENTADOR

**CAMPINAS - SÃO PAULO**

dezembro - 1995

Ab86a

07760/BC

U. E. - 45 P



CM-00088768-2

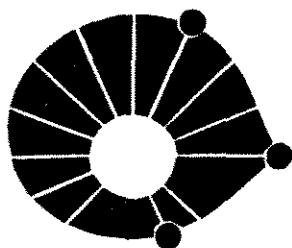
DADE BC  
CHAMADA: UNICAMP  
1686a  
E.  
C. 27.760  
D. 667.196  
C ☐ D ☒  
RECO R\$ 11,00  
DATA 23/05/96  
\* CPD

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA I.G. - UNICAMP

A86u Abreu, Carlos Eduardo Borges de Salles  
Uma aplicação de modelagem sísmica: caracterização de  
fraturas utilizando ondas quase cisalhantes / Carlos  
Eduardo Borges de Salles Abreu.- Campinas, SP.: [s.n],  
1995.

Orientador: Ivan de Araújo Simões Filho.  
Dissertação (mestrado) Universidade Estadual de  
Campinas, Instituto de Geociências.

1. Prospeção Sísmica. 2. Reservatórios.  
3. Hidrocarbonetos. 4. Anisotropia Sísmica. 5. Ondas  
Cisalhantes. I. Simões Filho, Ivan de Araújo. II.  
Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Geociências.



UNICAMP

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**

**INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS**

**ÁREA DE GEOLOGIA DE PETRÓLEO**

**UMA APLICAÇÃO DE MODELAGEM SÍSMICA :  
CARACTERIZAÇÃO DE FRATURAS UTILIZANDO  
ONDAS QUASE-CISALHANTES**

**Carlos Eduardo Borges de Salles Abreu**

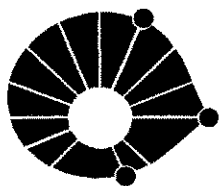
Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do  
título de Mestre em Geoengenharia de Reservatórios.

**Orientador:** Ivan de Araújo Simões Filho - UNICAMP  
**Co-Orientador:**

IG-número/ano

**CAMPINAS - SÃO PAULO**

dezembro - 1995



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**

**INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS**

**GEOENGENHARIA DE RESERVATÓRIOS**

UNICAMP

**TÍTULO DA TESE: UMA APLICAÇÃO DE MODELAGEM SÍSMICA: CARACTERIZAÇÃO DE FRATURAS UTILIZANDO ONDAS QUASE-CISALHANTES.**

---

**AUTOR:** CARLOS EDUARDO BORGES DE SALLES ABREU

**ORIENTADOR:** Dr. IVAN DE ARAÚJO SIMÕES FILHO

**CO-ORIENTADOR:**

**COMISSÃO EXAMINADORA**

**PRESIDENTE:** Dr. IVAN DE ARAÚJO SIMÕES FILHO

**EXAMINADORES:**

- Dr. MARTIN TYGEL -

- Dr. SÉRGIO LUCIANO MOURA FREIRE -

---

CAMPINAS, 15 DE DEZEMBRO DE 1995.

À Dani, pela infinita dedicação e carinho, e aos meus filhos, Daniel e Bruna,  
razão da minha existência.

Em dedicação aos meus pais, presentes na eternidade.

## RESUMO

A presença de fraturas em reservatórios portadores de petróleo impõe ao meio um sistema adicional de porosidade, conduzindo assim a uma anisotropia de permeabilidade. A descrição deste sistema de fraturas, a partir da determinação de suas direções preferenciais e de sua densidade, é de fundamental importância para o desenvolvimento e para a gerência da lavra de petróleo, principalmente para o posicionamento de poços horizontais. Na presente tese, buscou-se avaliar sob que condições de aquisição, considerando-se uma geometria de Perfil Sísmico Vertical, pode-se garantir a obtenção de dados sísmicos que permitam inferir as direções preferenciais de fraturamento a partir dos dados de polarização de ondas quase-cisalhantes  $qS_1$  e  $qS_2$ . Para tanto, considerou-se um modelo geológico composto por quatro camadas plano-horizontais, onde somente o meio fraturado foi assumido anisotrópico. Os dados utilizados na modelagem sísmica referem-se a um reservatório carbonático fraturado situado no Campo de Enchova, Bacia de Campos, e incluem, entre outras, informações de perfis de poços, análises de velocidade, e dados petrofísicos de laboratório. A determinação dos parâmetros elásticos do meio equivalente anisotrópico ao reservatório fraturado foi conduzida utilizando-se a abordagem proposta por Hudson (1980, 1981), que considera fraturas planas, circulares, alinhadas ou aleatoriamente dispersas, com baixas densidade de fraturamento e razão de aspecto. Tal abordagem permite avaliar as respostas da propagação de ondas em um meio isotrópico heterogêneo, substituindo-o por um anisotrópico homogêneo, reduzindo assim as complexidades associadas à propagação em meios heterogêneos. A modelagem sísmica foi conduzida utilizando-se o programa **ANRAY89** (Gajewski & Pšenčík, 1989), e permitiu determinar, além da geometria de aquisição que fornecesse a máxima conversão da onda P em onda S, as direções principais de fraturamento do meio reservatório modelado. Com base nestas informações, é possível afirmar que a análise de dados de polarização pode ser inconclusiva caso somente dois perfis sísmicos com azimutes fonte-receptor ortogonais sejam utilizados, sendo necessária a avaliação de, no mínimo, três azimutes fonte-receptor. Observou-se ainda a maior sensibilidade dos dados de polarização às variações impostas à densidade de fraturamento quando comparada com as variações de razão de aspecto.

## ABSTRACT

Fractured reservoirs commonly present a dual porosity system, which combined, usually lead to permeability anisotropy. An optimum development project, based on the best location of producing and injector wells and on the correct orientation of horizontal drilling, depends, therefore, on the detailed knowledge of fracture orientation and density. The main task of this thesis was to evaluate the conditions under which the seismic data, considering a VSP acquisition geometry, could be used to infer the fracture main direction, using polarization analysis from qS1 and qS2 waves. A four-layer plane-horizontal geological model was considered, one of which anisotropic, representing the fractured reservoir. The data under consideration refers to a fractured limestone reservoir from the Enchova Field, Campos Basin, and includes well logs, velocity analysis functions and petrophysical data, among others. The Hudson's equivalent media approach (1980, 1981) was used to compute the reservoir elastic parameters. It considers flat, circular, aligned or randomly oriented fracture system, with low fracture density and aspect ratio. This approach enables the study of the wave propagation response in a inhomogeneous isotropic media, which is replaced by a homogeneous anisotropic one, reducing the mathematical complexities related to wave propagation in heterogeneous media. The seismic modeling, using **ANRAY89** (Gajewski & Pšenčík, 1989) ray-tracing code, revealed the optimum acquisition configuration that enables the maximum P to S conversion, and also the reservoir main fracture direction by means of quasi-shear waves polarization diagrams analysis. Based on this information, it is possible to state that, considering only two orthogonal seismic profiles, the results obtained may be non-conclusive, being necessary to evaluate at least three distinct source-receiver azimuths to ensure that fracture main direction can be obtained. Another issue is the greater sensitivity of polarization data on fracture density variations when compared to aspect ratio variations.

|                                                                        |            |
|------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>RESUMO</b>                                                          | <b>i</b>   |
| <b>ABSTRACT</b>                                                        | <b>ii</b>  |
| <b>SUMÁRIO</b>                                                         | <b>iii</b> |
| <b>ÍNDICE DE TABELAS</b>                                               | <b>vi</b>  |
| <b>ÍNDICE DE FIGURAS</b>                                               | <b>vii</b> |
| <b>INTRODUÇÃO</b>                                                      | <b>1</b>   |
| <b>1. PROPAGAÇÃO DE ONDAS EM MEIOS ANISOTRÓPICOS</b>                   | <b>6</b>   |
| 1.1 Conceitos básicos de elasticidade                                  | 8          |
| 1.2 A equação elastodinâmica do movimento                              | 13         |
| 1.2.1 A solução para ondas planas em meios anisotrópicos<br>homogêneos | 15         |
| 1.3 Polarização e simetria                                             | 25         |
| 1.4 Superfícies características e direções de singularidade            | 27         |
| 1.5 A solução assintótica de altas frequências e o método do raio      | 31         |
| <b>2. ANISOTROPIA : CONCEITOS, CAUSAS E EFEITOS</b>                    | <b>35</b>  |
| 2.1 Anisotropia e heterogeneidade                                      | 36         |
| 2.2 Causas da anisotropia na Terra e sistemas de simetria              | 37         |
| 2.3 Teorias de geração de Meios Equivalentes                           | 43         |
| 2.3.1 Teorias de Hudson                                                | 45         |



|                                             |           |
|---------------------------------------------|-----------|
| 2.3.1.a Limites teóricos de aplicação       | 50        |
| 2.3.2 Formulação de Nishizawa               | 50        |
| 2.3.3 Formulação de Shoemberg               | 51        |
| <b>3. MODELAGEM EM MEIOS ANISOTRÓPICOS</b>  | <b>53</b> |
| 3.1 Programa ANRAY89                        | 55        |
| 3.1.1 Módulos ANRAY e ANRAYPL               | 56        |
| 3.1.2 Módulos SYNTAN, SEISPLOT e POLARPLOT  | 58        |
| 3.2 Modelo geológico                        | 59        |
| 3.2.1 Características geológicas            | 60        |
| 3.2.2 Descrição macroscópica de testemunhos | 62        |
| 3.2.3 Tomografia de raio-X                  | 67        |
| 3.3 Determinação de velocidades             | 69        |
| 3.4 Conversão de modo                       | 71        |
| 3.5 Modelagens conduzidas                   | 76        |
| 3.5.1 Densidade de fraturamento             | 78        |
| 3.5.2 Razão de aspecto                      | 81        |
| 3.6 Perfis sísmicos verticais               | 83        |
| <b>4. RESULTADOS E CONCLUSÕES</b>           | <b>88</b> |
| 4.1 Definição do afastamento ótimo          | 90        |

|                                         |     |
|-----------------------------------------|-----|
| 4.2 Estudo dos azimutes fonte-receptor  | 94  |
| 4.3 Efeito da densidade de fraturamento | 108 |
| 4.4 Efeito da razão de aspecto          | 113 |
| 4.5 Conclusões e recomendações          | 116 |
| <b>AGRADECIMENTOS</b>                   | 120 |
| <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>       | 122 |
| <b>APÊNDICE</b>                         | 126 |

## ÍNDICE DE TABELAS

**Tabela 2.1** - Elementos de simetria dos sistemas anisotrópicos (extraído de Winterstein, 1990)

**Tabela 3.1** - Descrição macroscópica dos testemunhos do poço RJS 7-EN-17.

**Tabela 3.2** - Parâmetros do modelo geológico de quatro camadas plano-horizontais.

**Tabela 3.3** - Azimutes fonte-receptor considerados na modelagem.

---

## ÍNDICE DE FIGURAS

**Figura 1.1** - Representação gráfica da equação tendorial 1.1 (extraído de Helbig, 1994).

**Figura 1.2** - Classificação posicional das constantes elásticas (extraído de Helbig, 1994).

**Figura 1.3** - Representação dos vetores velocidade de fase e velocidade de grupo em um meio anisotrópico (modificado de Helbig, 1994).

**Figura 1.4** - Restrições impostas à polarização para propagação ao longo do plano (ou eixo) de simetria. Em (a) representada a impossibilidade de atender tanto a ortogonalidade dos vetores de polarização quanto à simetria do meio; em (b) é mostrado o comportamento esperado para a polarização (modificado de Winterstein, 1992).

**Figura 1.5** - Determinação geométrica das superfícies velocidade de grupo (AA') e de fase (BB'), projetadas em plano cartesiano arbitrário.

**Figura 1.6** - Relações geométricas entre as superfícies características (extraído de Helbig, 1994).

**Figura 1.7** - Projeções das superfícies de vagarosidade das ondas qP, qS1 e qS2 (modificado de Aki & Richards, 1980).

**Figura 2.1** - Representação matricial contraída dos tensores de constantes elásticas dos sistemas de simetria anisotrópicos.

**Figura 2.2** - Sistemas de simetria mais comuns em ambientes sedimentares: (a) simetria TIV e (b) simetria TIH (extraído de Armstrong, 1994).

**Figura 2.3** - Inclusão elipsoidal com dois semi-eixos de comprimento  $a$  e um semi-eixo com comprimento  $b$ , com razão de aspecto dada por  $\gamma = b / a$  (extraído de Douma, 1988).

**Figura 3.1** - Mapa de localização do Campo de Enchova.

**Figura 3.2** - Fotografias de testemunhos do poço RJS 7-RJS-17.

**Figura 3.3** - Idem 3.2.

**Figura 3.4** -Imagens de tomografia de raio X para 2 níveis distanciados de 5cm de testemunhos do poço RJS 7-RJS-17, em corte transversal.

**Figura 3.5-** (a) Relação entre  $V_p$  e  $V_s$  obtida a partir de dados de laboratório e (b) perfil sônico de onda P para intervalo do reservatório.

**Figura 3.6** - Partição de energia na interface com geração de ondas P e S a partir de uma onda P incidente (extraído de Tathan & McCormack, 1991). (a) interface sólido-sólido e (b) interface líquido-sólido.

**Figura 3.7** -Partição de energia na interface água-sedimento, com propriedades obtidas a partir da Tabela 3.2. Observar ausência de onda S refletida e o incremento de energia relativa associada à onda S para ângulos de incidência entre  $40^\circ$  e  $80^\circ$ .

**Figura 3.8** - Partição de energia na interface camada 2- camada 3 (isotrópico-isotrópico), com propriedades obtidas a partir da Tabela 3.2. Observar o incremento de energia relativa associada à onda S para ângulos de incidência entre  $40^\circ$  e  $80^\circ$ .

**Figura 3.9** - Modelo geológico de quatro camadas plano-horizontais, com poço situado no centro do bloco. Os diferentes azimutes fonte-receptor considerados, todos com afastamento fonte-receptor de 2.000m, estão numerados de 1 a 4. O reservatório fraturado está representado esquematicamente, com profundidades entre 2.300 e 2.450m.

**Figura 4.1** - Diagramas de (a) tempo x distância; de raios (plano vertical); e curvas de amplitude x distância para componentes (c) radial e (d) vertical, considerando modo de propagação P-P.

**Figura 4.2** - Idem Figura 4.1, para modo de propagação P-SV.

**Figura 4.3** - Mapa base esquemático do modelo. As linhas hachuradas representam o *strike* das fraturas. O azimuth fonte-receptor 1 é paralelo ao eixo rotacional de simetria, e estão contidos no plano sagital.

**Figura 4.4** - Posicionamento dos receptores no poço. Atentar para posição dos receptores na camada 3 (anisotrópica).

**Figura 4.5** - Curvas de atrso relativo qS2-qS1, para diferentes azimuths fonte-recptor: (a) 0°, (b) 30°, (c) 60°; e (d) 90°.

**Figura 4.6** - Sismogramas sintéticos para ondas qS1 e qS2, considerando meio anisotrópico com densidade de fraturamento de 7% e azimuth fonte-receptor 0°. Em (a) componente E-W e (b) componente N-S. Observar em (a) amplitudes nulas, já que o plano de propagação coincide com plano de simetria.

**Figura 4.7**- Sismogramas sintéticos para ondas qS1 e qS2, considerando meio anisotrópico com densidade de fraturamento de 7% e azimuth fonte-receptor 30°. Em (a) componente E-W e (b) componente N-S.

**Figura 4.8** - Idem Figura 7, para azimuth fonte-receptor 60°.

**Figura 4.9** - Sismogramas sintéticos para ondas qS1 e qS2, considerando meio anisotrópico com densidade de fraturamento de 7% e azimuth fonte-receptor 90°. Em (a) componente E-W e (b) componente N-S. Em (b) as amplitudes são nulas, já que o plano de propagação coincide com o *strike* das fraturas, que também é um plano de simetria.

**Figura 4.10** - Diagramas de polarização (projeção horizontal), considerando meio anisotrópico com densidade de fraturamento de 7% e razão de aspecto 0.05. Cada linha de diagramas corresponde a um azimuth fonte-receptor, sendo (a) 0°, (b) 30°, (c) 60°, e (d) 90°. A profundidade dos geofones é indicada no topo de cada coluna. As setas indicam a direção de polarização do primeiro pulso registrado.

**Figura 4.11** - Idem Figura 4.10, para razão de aspect de 0.05 e densidades de fraturamento (a) 1%, (b) 5%, (c) 7% e (d) 10%..

**Figura 4.12** - Idem Figura 4.10, para razão de aspect de 0.0002 e densidades de fraturamento (a) 1%, (b) 5%, (c) 7% e (d) 10%.

**Figura 4.13** - Idem Figura 4.10, para densidade de fraturamento de 10% razão de aspect de (a) 0.01, (b) 0.05, (c) 0.07 e (d) 0.1.

## INTRODUÇÃO

A presença de um sistema de fraturamento em um reservatório portador de hidrocarbonetos pode ser inferida pelo comportamento da produção associada, alta em seus estágios iniciais, apresentando contudo declínio acentuado com o avanço da exploração do campo. A otimização dos projetos de lavra, tanto para definição de poços produtores como injetores, pressupõe, desta maneira, um bom conhecimento do padrão de fraturamento imposto ao meio.

As ferramentas usuais para diagnóstico do fraturamento - perfis de poços, requerem, normalmente, uma integração de dados que permita sua identificação, "já que nenhum perfil vê as fraturas como tal (exceção feita ao *Borehole Televiewer*), qualquer tentativa de detectar fraturas irá requerer grande número de perfis", como descreve Golf-Racht (1982). Entretanto, tais ferramentas possuem as desvantagens de apresentarem limitado raio de investigação e elevado custo da aquisição, além de não permitirem um diagnóstico global do padrão de fraturamento do meio reservatório. O uso da sísmica de superfície, convencionalmente registrando ondas compressionais (também denominadas primárias ou longitudinais), apesar da densa amostragem espacial, esbarra em restrições impostas pela limitada resolução do método, e mesmo o registro de ondas cisalhantes é frequentemente prejudicado por distorções impostas aos dados pelas camadas superficiais, inclusive para incidência vertical (Crampin, 1985).

As vantagens associadas aos levantamentos de Perfis Sísmicos Verticais - PSV,



comparativamente à sísmica convencional de superfície, principalmente no que se refere à resolução, associadas ao registro simultâneo do movimento de partículas nas três direções de propagação - sísmica multicomponente, vêm sendo reportadas na literatura como uma poderosa ferramenta para o diagnóstico de sistemas de fraturamento. Uma importante vantagem dos levantamentos PSVs reside na possibilidade de investigar as propriedades locais do meio, com reduzida interferência determinada pelas camadas superficiais.

A propagação de ondas elásticas em meios anisotrópicos apresenta uma importante característica que a distingue daquela em meios isotrópicos - a birrefringência sísmica, determinada pela presença de duas ondas cisalhantes (também denominadas transversais ou secundárias) propagando-se com polarizações normais e quase perpendiculares à direção de propagação - ondas quase-cisalhantes qS1 e qS2, e com velocidades distintas, além de uma terceira onda polarizada quase paralelamente à direção de propagação - onda quase compressional qP. Por razões de simetria, as ondas quase cisalhantes tendem a se polarizar paralela e perpendicularmente à direção principal de fraturamento do meio, permitindo assim sua utilização como um diagnóstico para a determinação desta direção de fraturamento, caso certas premissas sejam consideradas. O tempo de birrefringência ou de atraso relativo entre as duas ondas quase cisalhantes, por sua vez, pode fornecer indícios da densidade de fraturamento. Crampin (1985) ressalta que o diagnóstico da anisotropia do meio pode ser melhor avaliado a partir da utilização das ondas quase cisalhantes qS1 e qS2, que apresentam comportamento fortemente vetorial, em

contraste com a onda compressional qP, com comportamento quase escalar. Cita ainda que a quantidade de informações que podem ser extraídas a partir de dados sísmicos de ondas quase cisalhantes é de 3 a 4 vezes superior àqueles obtidas com ondas compressionais.

A importância do estudo das direções principais e da densidade de fraturamento é determinada pela necessidade do entendimento do comportamento das propriedades físicas de reservatórios não-convencionais, p.ex., reservatórios naturalmente fraturados, os quais exibem dois sistemas distintos de porosidade, apresentando uma região da matriz, com alta capacidade de armazenamento de óleo e baixa capacidade de fluxo, interconectada com a região de fraturas, com propriedades opostas, ou seja, baixa capacidade de armazenamento e alta permeabilidade (Golf-Racht, 1982). Este comportamento anisotrópico da permeabilidade pode ser inferido a partir do reconhecimento do padrão de fraturamento imposto ao sistema.

A abordagem de meio equivalente foi considerada no sentido de introduzir o efeito do fraturamento, modelando-se um meio isotrópico heterogêneo por um meio anisotrópico homogêneo, com a premissa de que o comprimento de onda predominante fosse muito maior que as dimensões características das heterogeneidades investigadas. A metodologia utilizada para a determinação das constantes elásticas do meio equivalente é a proposta por Hudson (1980, 1981).

A importância do estudo da anisotropia induzida por fraturamento reside em permitir reconhecer a estrutura interna de reservatórios portadores de hidrocarbonetos (Douma, 1988). Neste sentido, o acompanhamento do comportamento das fraturas ao longo do tempo, com o

avanço do processo exploratório, introduzindo uma quarta dimensão na análise da anisotropia do meio, é recomendável, sendo então possível avaliar o comportamento do campo de tensões atuante na área investigada e seus efeitos em termos de variações de propriedades de fluidos presentes nos poros, alterações da geometria e direção de fraturas e poros, entre outros.

Procurou-se, nesta tese, investigar sob que condições a caracterização de um meio fraturado é possível fazendo-se uso da birrefringência sísmica, a partir da modelagem direta de um reservatório de hidrocarbonetos com propriedades elásticas do modelo descritas para o Reservatório Macaé, do Campo de Enchova, na Bacia de Campos, constituído por reservatório carbonático. A modelagem sísmica foi conduzida utilizando-se o pacote **ANRAY89** (Gajewski&Pšenčík, 1989), onde foram gerados os sismogramas sintéticos e diagramas de polarização, fundamentais para a análise proposta.

Esta tese é composta de 4 capítulos. No primeiro capítulo, é feita uma revisão dos principais conceitos referentes à propagação de ondas em meios isotrópicos e anisotrópicos, introduzindo-se a equação elastodinâmica do movimento e as soluções para ondas planas e utilizando a série do raio, com uma breve descrição do método do raio. No segundo capítulo aborda-se os principais conceitos associados à anisotropia, suas causas, casos limites e formas possíveis de investigá-la. São apresentados, ainda neste capítulo, os métodos usuais empregados para a determinação do meio anisotrópico equivalente, com ênfase ao desenvolvido por Hudson (1980, 1981), utilizado neste trabalho. O terceiro capítulo aborda o problema da modelagem

conduzida, sendo feita uma breve descrição do programa utilizado, além do modelo geológico empregado e vantagens da técnica PSV. Os resultados obtidos, conclusões e recomendações para trabalhos futuros encontram-se no capítulo quarto. A terminologia utilizada nesta tese segue as sugestões propostas por Crampin (1989).

---

## CAPÍTULO 1

### PROPAGAÇÃO DE ONDAS EM MEIOS ANISOTRÓPICOS

A propagação de ondas elásticas em meios anisotrópicos apresenta uma série de características que a distingue daquela em meios isotrópicos, entre as quais podemos citar : a dependência das velocidades de fase e de grupo com a direção de propagação; o número de ondas que se propagam - uma onda quase compressional e duas quase cisalhantes; a não coincidência da direção dos vetores velocidade de fase e de grupo; e as propriedades de reflexão e transmissão em interfaces; entre outras. A denominação **quase** para descrever as ondas que se propagam em meios anisotrópicos deve-se ao fato de que em tais meios os vetores deslocamento  $u$  não são puramente longitudinais ou transversais aos vetores velocidade de fase e de grupo.

Contudo, uma importante característica da propagação de ondas elásticas em meios anisotrópicos é a separação da onda cisalhante em dois processos distintos, sendo geradas duas ondas quase cisalhantes com velocidades e direção de vibração de partículas (ou direção de polarização) distintas, sendo a onda mais rápida denominada quase S1 (qS1) e a mais lenta quase S2 (qS2). Este fenômeno, denominado na literatura como *shear wave splitting*, *shear wave double refraction* (Crampin, 1981), ou birrefringência sísmica, é característico da propagação em meios anisotrópicos.

## Cap.1 - Propagação de ondas em meios anisotrópicos

Pela complexidade do assunto, serão discutidos nas seções seguintes os principais conceitos relacionados a propagação de ondas em meios anisotrópicos, introduzindo-se a equação elastodinâmica do movimento e as soluções desejadas - para ondas planas e assintótica de altas frequências, esta última utilizada no método do traçado dos raios, método no qual se baseia o programa de modelagem utilizado nesta tese e comentado na seção 1.2. Uma abordagem mais abrangente e rigorosa pode ser encontrada em inúmeras publicações, das quais destacamos Aki & Richards (1980), Červený (1987), Helbig (1994), entre outros.

Será utilizada no decorrer de todo o texto a notação de subscritos para vetores e matrizes com sistema de coordenadas dextro e seguindo-se a convenção de Einstein quanto à soma de índices subscritos, que podem assumir os valores 1, 2 e 3, a não ser quando previamente expresso. As derivadas parciais em relação às coordenadas cartesianas  $x_i$  são expressas na forma do índice repetido após a vírgula na quantidade derivada, na forma  $u_{i,j} = \partial u_i / \partial x_j$ , enquanto que derivadas temporais são expressas por um ou dois pontos sobre a quantidade derivada, se derivada primeira ou segunda, respectivamente, na forma  $\ddot{u}_i = \partial^2 u_i / \partial t^2$ .

### 1.1 Conceitos básicos de elasticidade

Considerando-se deformações infinitesimais em um sólido perfeitamente elástico, é válida a relação linear entre os tensores de segunda ordem que descrevem as tensões aplicadas ao corpo - tensor de tensões com componentes  $\sigma_{ij}$ , e as deformações resultantes - tensor de deformações  $\epsilon_{kl}$ , estabelecida por uma constante de proporcionalidade que é representada por um tensor de quarta ordem, denominado tensor de constantes ou parâmetros elásticos  $c_{ijkl}$ , a partir de uma relação constitutiva dada pela Lei de Hooke na forma

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (1.1)$$

onde

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad (1.2)$$

são os componentes cartesianos do tensor de tensões;

$$\epsilon_{kl} = \epsilon_{lk} = \frac{1}{2} (u_{k,l} + u_{l,k}) \quad (1.3)$$

são os componentes cartesianos do tensor de deformação; e

## Cap.1 - Propagação de ondas em meios anisotrópicos

$$c_{ijkl} = c_{jikl} = c_{ijlk} = c_{klij} \quad (1.4)$$

é o tensor dos parâmetros elásticos.

Os elementos do tensor  $c_{ijkl}$  são independentes das deformações impostas ao meio, sendo por isso normalmente denominados constantes ou parâmetros elásticos. Tais parâmetros, juntamente com a densidade, caracterizam completamente o meio elástico, sendo a sua obtenção um dos objetivos do método sísmico. A utilização de tensores de segunda ordem para descrever as tensões aplicadas e as deformações resultantes decorre da necessidade de acomodar todas as variações físicas possíveis das propriedades elásticas de um sólido tridimensional (Tatham & McCormack, 1991).

Por questões de simetria dos tensores de tensão e de deformação, o número de componentes independentes destes tensores pode ser reduzido de 9 para 6, determinando assim um máximo de 36 componentes ao tensor de parâmetros elásticos. Entretanto, considerações termodinâmicas quanto à energia potencial elástica (Helbig, 1994), permitem reduzir de 36 para 21 o número de componentes independentes de um meio anisotrópico mais geral, no caso, um meio com simetria triclinica.

Um caso particular e de maior simplicidade dos meios anisotrópicos é o caso isotrópico,



### Cap.1 - Propagação de ondas em meios anisotrópicos

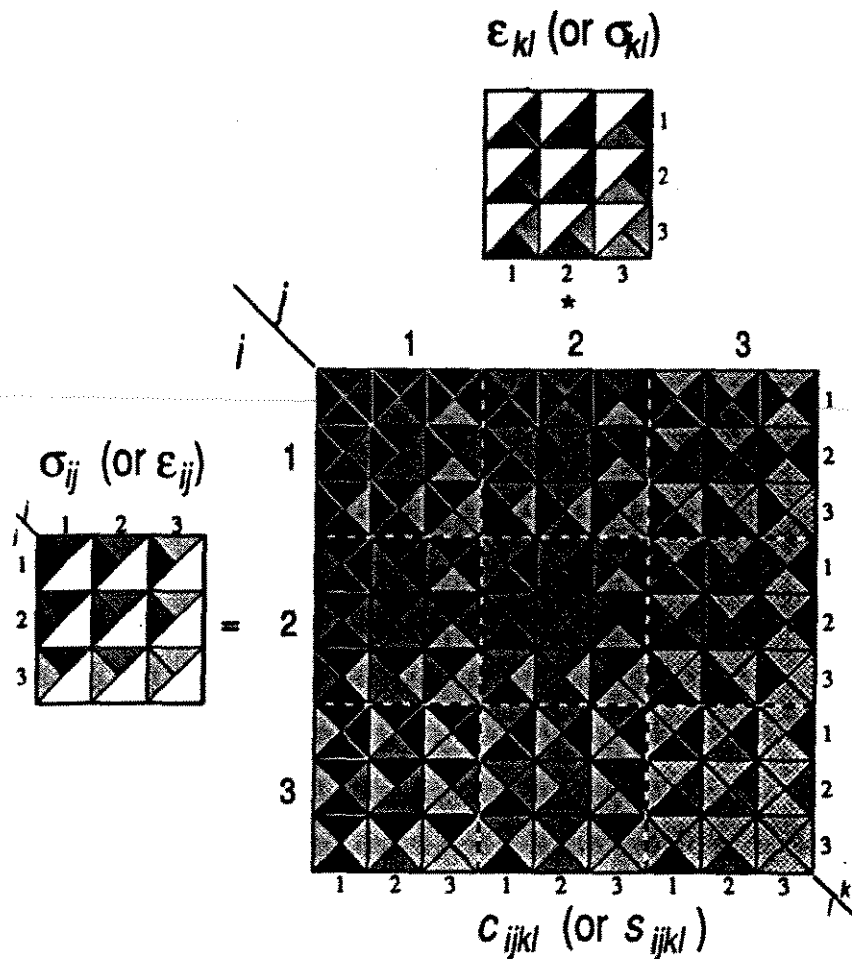
onde são necessários somente dois parâmetros elásticos, além da densidade, para a completa caracterização do seu comportamento elástico. Estes parâmetros, denominados constantes de Lamé -  $\lambda$  e  $\mu$ , permitem escrever o tensor de parâmetros elásticos na forma (Helbig, 1994)

$$c_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (1.5)$$

onde  $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker, com as propriedades

$$\begin{cases} \delta_{ij} = 1 & \text{se } i = j \\ \delta_{ij} = 0 & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (1.6)$$

A representação gráfica fornecida em Helbig (1994), apresentada na Figura 1.1, permite uma melhor compreensão da equação tensorial expressa em (1.1), onde os subscritos são representados por sombreamentos, o mais escuro sendo  $i = 1$  e mais claro  $i = 3$ . As posições dos subscritos em cada quadrante são dadas no sentido horário, com o subscrito  $i$  posicionado à esquerda.



**Figura 1.1** - Representação gráfica da equação tensorial 1.1 (extraído de Helbig, 1994)

Helbig (1994) apresenta ainda uma classificação das constantes elásticas segundo sua posição na representação matricial acima citada, como observado na figura 1.2, definindo seis grupos de constantes, estas apresentadas em sua notação matricial contraída onde os subscritos

### Cap.1 - Propagação de ondas em meios anisotrópicos

obedecem à seguinte regra de transformação:  $11 \rightarrow 1$ ,  $22 \rightarrow 2$ ,  $33 \rightarrow 3$ ,  $23 \rightarrow 4$ ,  $13 \rightarrow 5$  e  $12 \rightarrow 6$ .

É importante ressaltar que a representação contraída não corresponde a um tensor de segunda ordem em um espaço de dimensão 6, não obedecendo à regra de transformação tensorial, representando tão somente um tensor de quarta ordem em um espaço de dimensão 3. Descreve então as direções das tensões aplicadas e as deformações decorrentes como:

- grupo 1 (subscritos 11, 22 e 33) : tensões compressoriais em um eixo produzindo deformações no mesmo eixo;

- grupo 2 (subscritos 44, 55 e 66) : tensões cisalhantes em um plano produzindo deformações no mesmo plano;

- grupo 3 (subscritos 12, 13 e 23) : tensões compressoriais em um eixo produzindo deformações ao longo de outro eixo;

- grupo 4 (subscritos 45, 56 e 66) : tensões cisalhantes em um plano produzindo deformações em outro plano;

- grupo 5a (subscritos 15, 16, 24, 26, 34 e 35) : eixo compressional paralelo ao plano de cisalhamento; e

Cap.1 - Propagação de ondas em meios anisotrópicos

• grupo 5b (subscritos 14, 25 e 36) : eixo compressional perpendicular ao plano de cisalhamento.

|   |   |   |    |    |    |
|---|---|---|----|----|----|
| 1 | 3 | 3 | 5b | 5a | 5a |
|   | 1 | 3 | 5a | 5b | 5a |
|   |   | 1 | 5a | 5a | 5b |
|   |   |   | 2  | 4  | 4  |
|   |   |   |    | 2  | 4  |
|   |   |   |    |    | 2  |

Figura 1.2 - Classificação posicional das constantes elásticas (extraído de Helbig, 1994)

## 1.2 A Equação Elastodinâmica do Movimento

A partir das relações acima explicitadas entre as tensões aplicadas em um sólido perfeitamente elástico e as deformações infinitesimais resultantes, e com base na segunda lei de Newton (Aki&Richards, 1980), pode-se escrever

$$\sigma_{ij,j} + f_i = \rho \ddot{u}_i \quad (1.7)$$

que é a equação elastodinâmica do movimento, onde  $\rho$  é a densidade,  $\mathbf{u}$  representa o campo vetorial de deslocamento, e  $\mathbf{f}$  as forças de corpo ou de volume (consideradas nulas no

## Cap.1 - Propagação de ondas em meios anisotrópicos

desenvolvimento a seguir).

Substituindo-se as equações (1.1) e (1.3) em (1.7), pode-se reescrever esta última equação na forma

$$(c_{ijkl} u_{k,l})_{,j} = \rho \ddot{u}_i \quad (1.8)$$

já que, considerando a relação expressa em (1.3) entre o tensor de deformação e o vetor deslocamento, podemos escrever

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} u_{k,l} \quad (1.9)$$

Para meios anisotrópicos homogêneos, como os parâmetros elásticos não variam com a posição, ou seja,

$$(c_{ijkl})_{,j} = 0 \quad (1.10)$$

teremos a equação elastodinâmica expressa na forma

$$c_{ijkl} u_{k,lj} = \rho \ddot{u}_i \quad (1.11)$$

### **1.2.1 A Solução para Ondas Planas em Meios Anisotrópicos Homogêneos**

A equação elastodinâmica para meios anisotrópicos homogêneos (1.11) permite inúmeras soluções, cada uma caracterizada por uma distribuição espacial e temporal do vetor deslocamento  $\mathbf{u}$ . Contudo, o estudo da solução para ondas planas mostra-se mais adequado, já que:

- mesmo assumindo hipóteses simplificadoras, permite compreender importantes particularidades da propagação de ondas sísmicas em meios anisotrópicos;
- seus resultados e conclusões são aproximações válidas para ondas sísmicas de alta frequência propagando-se em meios anisotrópicos heterogêneos;
- a propagação em ondas planas pode ser satisfeita para grandes afastamentos fonte-receptor, como aqueles usualmente empregados na sísmica de exploração;

As vantagens desta abordagem justificam-se também pelo fato de que qualquer campo de ondas pode ser sintetizado a partir da superposição de ondas planas, monocromáticas e monodirigidas, ou seja, ondas planas com amplitude constante, para frequência e direção determinadas (Helbig, 1994). Desta forma, será feita uma abordagem no sentido de explicitar as

### Cap.1 - Propagação de ondas em meios anisotrópicos

principais características de uma forma genérica de onda propagando-se em um meio homogêneo anisotrópico, para uma posterior consideração para ondas planas. A solução da equação elastodinâmica considerando meios heterogêneos será discutida na seção 1.3. Um tratamento mais rigoroso pode ser encontrado em Červený (1987).

Considera-se uma solução para a equação (1.11) na forma

$$u_k(x_s, t) = A_k(x_s, t) e^{i\theta(x_s, t)} \quad (1.12)$$

onde

$$A_k(x_s, t) = A_k \quad (1.13)$$

é o vetor amplitude complexa, com variação lenta em relação às coordenadas cartesianas  $x_s$  e ao tempo  $t$ , e

$$\theta(x_s, t) = \omega_0(\tau(x_s) - t) \quad (1.14)$$

é a função de fase, cujas variações em relação às coordenadas  $x_s$  e ao tempo  $t$  são rápidas, porém praticamente lineares, sendo  $\omega_0$  a frequência circular e  $\tau(x_s)$  a função eiconal.

Para um melhor entendimento da formulação apresentada, é necessária a introdução de

Cap.1 - Propagação de ondas em meios anisotrópicos

importantes grandezas físicas, a saber:

- frequência angular  $\omega$ , dada por

$$\omega(x_s, t) = - \frac{\partial \theta}{\partial t} = - \dot{\theta} \quad (1.15)$$

- vetor onda  $K$ , com componentes cartesianos

$$K_i(x_s, t) = \frac{\partial \theta}{\partial x_i} = \theta_{,i} \quad (1.16)$$

- vetor velocidade de fase  $V$  com componentes cartesianos

$$V_i = \frac{\omega}{k} \frac{k_i}{k} \quad (1.17)$$

que determina a velocidade de propagação da frente de onda;

- vetor velocidade de grupo  $U$ , com componentes cartesianos

$$U_i = \frac{\partial \omega}{\partial k_i} \quad (1.18)$$

que fornece a direção do fluxo de energia sísmica.

Assume-se ainda que a densidade  $\rho$  é escalar e o meio homogêneo, onde as constantes



## Cap.1 - Propagação de ondas em meios anisotrópicos

elásticas independem da posição, de acordo com (1.10).

Inserindo-se a equação (1.12) em (1.11), chega-se a um sistema homogêneo de três importantes equações algébricas, denominadas equações de Kelvin-Christoffel

$$(c_{ijkl} \theta_{,l} \theta_{,j} - \rho \dot{\theta}^2) A_i = 0 \quad (1.19)$$

As soluções deste sistema de equações podem ser obtidas para os três autovalores e três autovetores da matriz dos coeficientes, que apresentará soluções não-triviais se e somente se o determinante dos coeficientes for igual a zero. Podemos fazer uso de uma abreviação utilizando a matriz simétrica 3x3, denominada matriz de Kelvin-Christoffel ( $\Gamma$ ), que goza das seguintes propriedades matemáticas (decorrentes do problema físico): é simétrica, não negativa definida e função homogênea de segunda ordem em  $\theta_{,n}$ , e cujos componentes cartesianos são dados por

$$\Gamma_{ik}(x_s, \theta_{,r}) = \Gamma_{ki}(x_s, \theta_{,r}) = \frac{c_{ijkl}}{\rho} \theta_{,l} \theta_{,j} \quad (1.20)$$

que permite escrever (1.14) na forma

$$(\Gamma_{ik} - \dot{\theta}^2 \delta_{ik}) A_k = 0 \quad (1.21)$$

e o determinante

$$\det (\Gamma_{ik} - \dot{\theta}^2 \delta_{ik}) = 0 \quad (1.22)$$

que fornece solução não trivial para  $\dot{\theta}^2$ .

Genericamente, os autovalores  $G_m$  de uma matriz simétrica  $\Gamma$  são determinados a partir de

$$\det (\Gamma_{ik} - G_m \delta_{ik}) = 0 \quad (1.23)$$

A partir do desenvolvimento do determinante (1.23), chega-se a uma equação do terceiro grau para  $G_m$ , cujas raízes fornecem autovalores reais e positivos. A cada autovalor corresponderá um autovetor  $\mathbf{g}^{(m)}$  que satisfaz à

$$(\Gamma_{ik} - G_m \delta_{ik}) g_k^{(m)} = 0 \quad (1.24)$$

Os autovetores, considerados unitários, são reais e mutuamente ortogonais. Para dois autovalores idênticos da equação característica, ocorre uma ambiguidade na determinação dos respectivos autovetores, sabendo-se apenas que estão contidos no mesmo plano, sendo ortogonais ao terceiro autovetor.

Desta forma, a condição necessária para que a matriz de Kelvin-Christoffel possua

### Cap.1 - Propagação de ondas em meios anisotrópicos

solução não-trivial é que

$$G_m (x_i, \theta_{,j}) = \dot{\theta}^2 \quad (1.25)$$

Os três autovalores, determinados para cada direção de propagação, fornecem as velocidades correspondentes aos três tipos de onda que podem se propagar em um meio anisotrópico : qP, qS1 e qS2, enquanto que os autovetores correspondentes determinarão a direção do vetor deslocamento, sendo por isso denominados vetores de polarização.

A partir de (1.15) e (1.16), substituindo em (1.25), obtém-se as relações de dispersão, dadas por

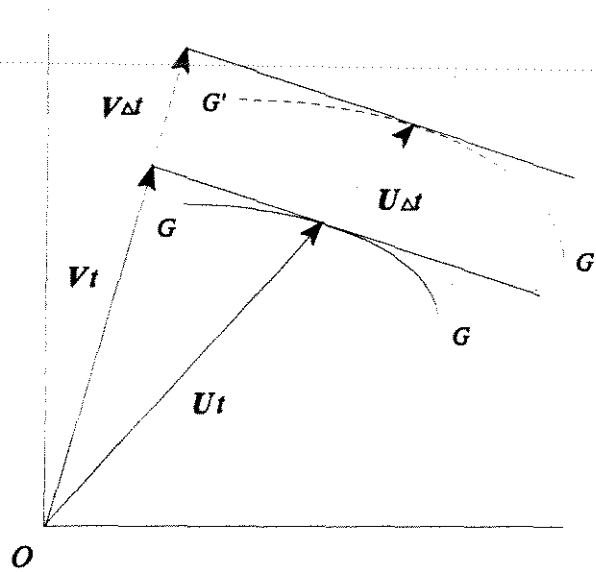
$$G_m (x_i, k_{,j}) = \omega^2 \quad (1.26)$$

que permitem determinar as relações entre as velocidades de fase e de grupo com a direção do raio.

A figura 1.3 mostra, esquematicamente, a posição de uma frente de onda em um tempo  $t$  após sua geração na origem O. A curva GG, que reflete condições de propagação anisotrópica, é o lugar geométrico dos vetores velocidade de grupo  $\mathbf{U}$ , e pode ser obtida a partir da superposição de diversas frentes de ondas planas. O vetor velocidade de fase é definido a partir

Cap.1 - Propagação de ondas em meios anisotrópicos

do plano tangente à frente de onda, sendo ortogonal à este plano e passando pela origem. Em meios anisotrópicos, os vetores velocidade de fase  $V$  e de grupo  $U$  não são colineares e apresentam magnitudes distintas, sendo  $V \leq U$ .



**Figura 1.3** - Representação dos vetores velocidade de fase e velocidade de grupo em meio anisotrópico ( modificado de Helbig, 1994).

A partir das relações de dispersão, pode-se obter as velocidades de fase (1.17) e de grupo (1.18) na forma

$$V_i = \frac{\omega}{k} \frac{k_i}{k} = \frac{[G_m(x_l, k_n)]^{\frac{1}{2}}}{k} \frac{k_i}{k} \quad (1.27)$$

$$U_i = \frac{\partial \omega}{\partial k_i} = \frac{1}{2 [G_m(x_i, k_n)]^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial G_m(x_i, k_n)}{\partial k_i} \quad (1.28)$$

Pode-se particularizar as equações acima, que são genéricas, para a condição de propagação em ondas planas em meios homogêneos, onde a função de fase é escrita como em (1.14). A função  $\tau(x_i) = p_i x_i$  denominada eiconal, tem o significado de tempo de trânsito, e é uma função linear das coordenadas cartesianas para propagação em meios homogêneos, o mesmo não ocorrendo para meios heterogêneos, quando não é válida a hipótese da linearidade. O gradiente desta função, perpendicular às frentes de onda, é denominado vetor vagarosidade

$$\mathbf{p} = \nabla \tau \quad (1.29)$$

com componentes cartesianos  $p_i$ .

Para a hipótese de ondas planas em meios homogêneos, o vetor vagarosidade, a frequência circular e o vetor onda são constantes, independentes das coordenadas cartesianas e do tempo, já que, inserindo (1.14) em (1.15) e (1.16), obtém-se

Cap.1 - Propagação de ondas em meios anisotrópicos

$$\omega (x_i, t) = \omega_0 \quad (1.30)$$

$$k_i (x_j, t) = \omega_0 p_i \quad (1.31)$$

Como os componentes da matriz de Kelvin-Christoffel são função homogêneas de segunda ordem, substituindo (1.30) e (1.31) em (1.26) fornece

$$G_m (x_i, p_j) = 1 \quad (1.32)$$

que é a forma da equação eiconal para ondas planas se propagando em meios anisotrópicos homogêneos. Como  $m=1, 2$  e  $3$ , teremos três equações eiconal, correspondentes aos três tipos de onda que se propagam nestes meios.

Podemos reescrever as equações (1.20) e (1.21) na forma

$$\Gamma_{ik} (x_m, p_n) = \frac{1}{\rho} c_{ijkl} p_i p_l \quad (1.33)$$

$$(\Gamma_{i,k} - \delta_{ik}) A_k = 0 \quad (1.34)$$

e os vetores velocidade de fase e de grupo, considerando (1.29), como

$$V_i = \frac{p_i}{p_k p_k} \quad (1.35)$$

$$U_i = \frac{1}{2} \frac{\partial G_m(x_i, p_m)}{\partial p_i} \quad (1.36)$$

Como o vetor vazarosidade é normal às frentes de onda, e considerando  $N_i$  os componentes do vetor normal à frente de onda, obtém-se uma importante expressão

$$p_i = \frac{N_i}{V} \quad (1.37)$$

que relaciona a vazarosidade com o inverso da velocidade de fase, sendo tais vetores colineares.

Inserindo (1.37) em (1.32), e considerando que os autovalores são funções homogêneas de segunda ordem para  $p_n$ , tem-se

$$G_m(x_j, \frac{N_i}{V}) = \frac{1}{V^2} G_m(x_j, N_k) = 1 \quad (1.38)$$

e a velocidade de fase será dada por

$$V = [G_m(x_j, N_k)]^{\frac{1}{2}} \quad (1.39)$$

Desta forma, os autovalores da matriz de Kelvin-Christoffel determinam as velocidades

### Cap.1 - Propagação de ondas em meios anisotrópicos

de fase - também conhecidas como velocidades normais, das três ondas que se propagam como ondas planas em um meio anisotrópico homogêneo: qP ( a mais rápida) e qS1 e qS2 (mais lentas, com velocidade qS1 maior que qS2), para cada direção de propagação. A determinação da velocidade de grupo, apesar de mais complicada, pode ser obtida multiplicando-se a equação (1.24) por  $g_i^{(m)}$  e, sabendo-se que são vetores unitários , obtém-se

$$G_m = \Gamma_{ik} g_k^{(m)} g_i^{(m)} = \frac{1}{\rho} c_{ijkl} p_j p_l g_i^{(m)} g_k^{(m)} \quad (1.40)$$

que derivando com relação à  $p_n$ , chega-se a uma expressão simples para a velocidade de grupo

$$U_i = \frac{1}{\rho} c_{ijkl} p_l g_j^{(m)} g_k^{(m)} \quad (1.41)$$

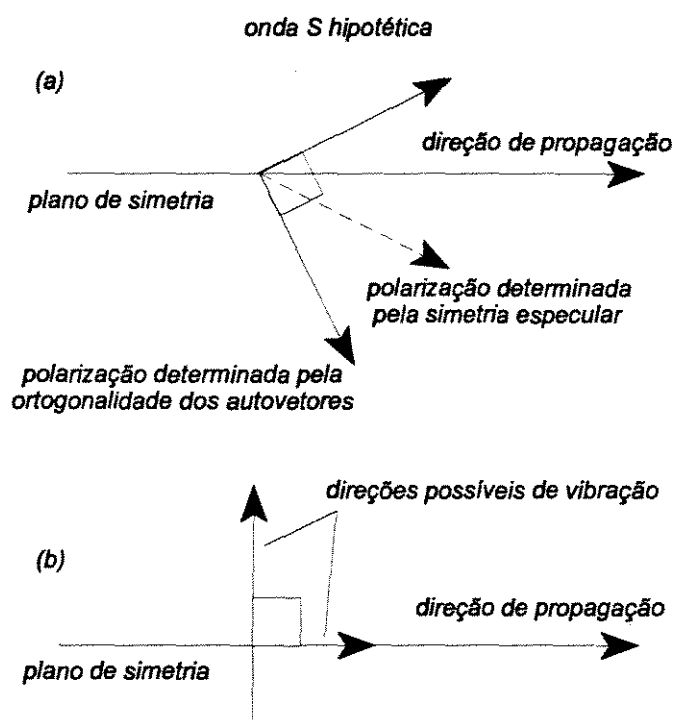
#### 1.3 Polarização e Simetria

Na descrição das soluções da equação elastodinâmica, a determinação dos autovetores fornece a direção de vibração das partículas - polarização, para cada tipo de onda. O prefixo *quase* é usado no sentido em que, nestes meios, diferentemente da propagação em meios isotrópicos, os vetores de polarização não são puramente longitudinais, no caso da onda qP, ou puramente transversais, para as ondas qS1 e qS2, à direção de propagação.



## Cap.1 - Propagação de ondas em meios anisotrópicos

Quando a propagação ocorre ao longo de planos ou eixo de simetria, e somente nestes casos, as polarizações terão componentes puramente longitudinais e transversais, devido à condição de ortogonalidade dos autovetores e à resposta dos constituintes do meio à presença de um plano ou eixo de simetria, condição exposta na Figura 1.4. As características de simetria para diversos meios são comentadas no Capítulo 2 desta tese.



**Figura 1.4** - Restrições impostas à polarização para propagação ao longo do plano de simetria (ou eixo de simetria). Em (a) representada a impossibilidade de atender tanto a ortogonalidade dos vetores de polarização quanto aquela imposta pela simetria do meio; em (b) é mostrado o comportamento esperado para a polarização (modificado de Winterstein, 1992).

#### **1.4 Superfícies Características e Direções de Singularidade**

Uma ferramenta útil para o estudo da propagação de ondas elásticas em meios anisotrópicos é fornecida por quatro superfícies características : as superfícies de velocidade de fase (ou de velocidade normal) e de grupo (ou de onda), e suas inversas , as superfícies de vagarosidade e de vagarosidade do raio, respectivamente.

Geometricamente, a superfície de onda pode ser mapeada como o envelope dos planos tangentes à frente de onda, sendo o lugar geométrico de todos os pontos terminais dos vetores velocidade de grupo, a partir da aplicação do princípio de Fermat. A superfície de velocidade de fase é determinada pela interseção entre o vetor velocidade de fase e os planos tangentes, sendo uma superfície secante à frente de onda. Estas superfícies estão representadas esquematicamente na Figura 1.5, onde a curva AA' representa o traço da superfície de onda em um plano cartesiano, enquanto que a curva BB' representa a correspondente para a velocidade de fase. Os planos tangentes à superfície de onda estão identificados por  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ , e os vetores velocidade de fase e de grupo por raios representados por setas partindo da origem do sistema cartesiano.

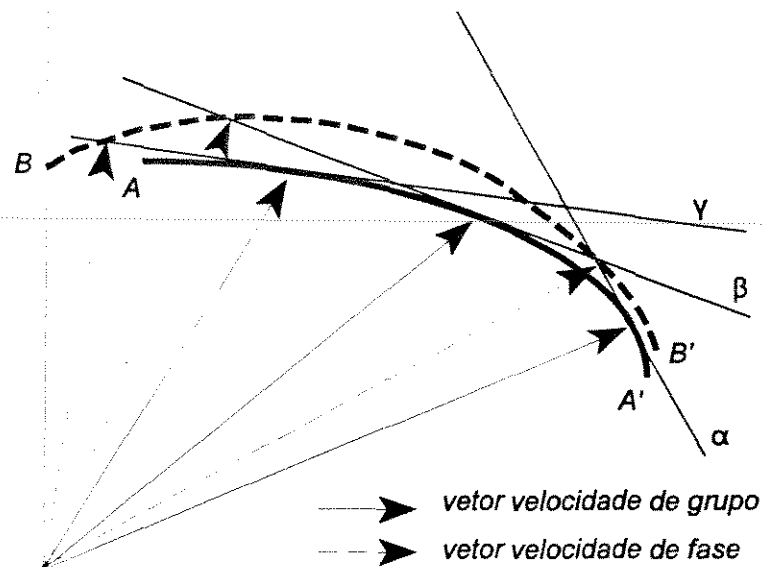


Figura 1.5 - Determinação geométrica das superfícies velocidade de grupo (AA') e de fase (BB'), projetadas em plano cartesiano arbitrário.

As relações geométricas entre as quatro superfícies permitem que, a partir do conhecimento de uma delas, sejam mapeadas as demais, já que apresentam as propriedades de inversão geométrica (entre as superfícies de velocidade e de vagarosidade) e de reciprocidade polar, observada entre as superfícies de onda e de vagarosidade, conforme apresentado na Figura 1.6.

## Cap.1 - Propagação de ondas em meios anisotrópicos

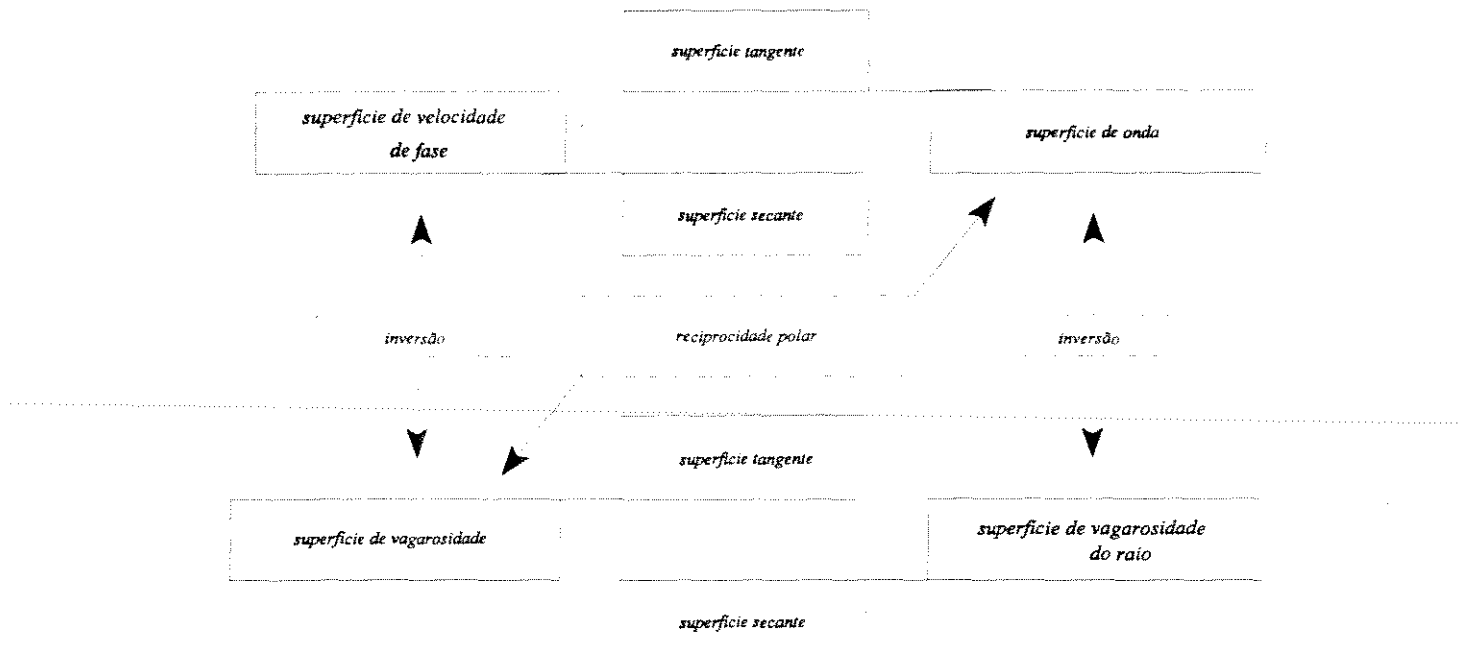


Figura 1.6 - Relações geométricas entre as superfícies características (extraído de Helbig, 1994)

A reciprocidade polar entre duas curvas estabelece que para cada ponto da primeira curva exista um ponto da segunda curva tal que o vetor radial da primeira é paralelo à normal ao vetor normal da segunda e para um vetor radial da segunda exista um vetor normal da primeira paralelo.

A superfície de velocidade de fase e a sua inversa são mapeadas a partir dos pontos que satisfazem à equação (1.23). Cada superfície é constituída por três folhas, referente às ondas qP, qS1 e qS2. Considerando as superfícies de vagariedade, a folha interna representa a onda qP

### Cap.1 - Propagação de ondas em meios anisotrópicos

( de maior velocidade), com duas folhas externas analiticamente contínuas, a mais interna referente a onda qS1 e a mais externa a qS2, como pode ser observado na Figura 1.7. Em algumas direções particulares, estas duas últimas folhas se tocam, não sendo possível a determinação dos vetores de polarização nos pontos de interseção, quando observa-se um comportamento anômalo para estes vetores na região vizinha a estes pontos. Estas direções são conhecidas como direções de singularidade e decorrem de uma degenerescência da solução da matriz de Kelvin-Christoffel.

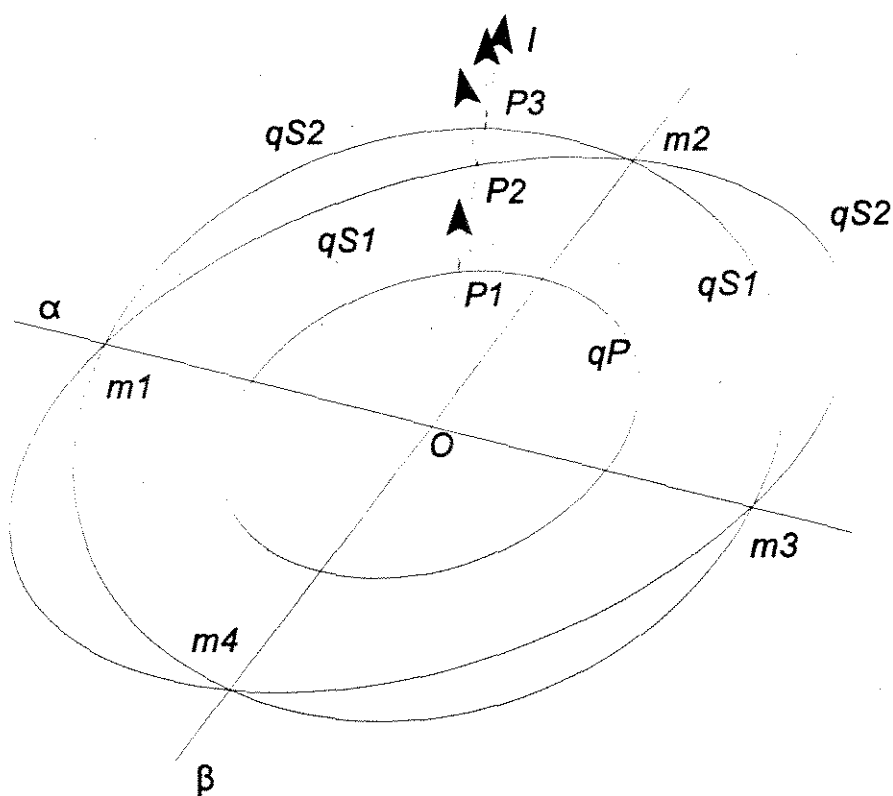


Figura 1.7 - Projeções das superfícies de vagarosidade das ondas qP, qS1 e qS2 (modificado de Aki & Richards, 1980)

## Cap.1 - Propagação de ondas em meios anisotrópicos

A Figura 1.7 apresenta as superfícies de vagarosidade de um meio anisotrópico arbitrário, onde para uma determinada direção  $I$ , a direção normal a cada folha nos pontos de interseção P1, P2 e P3, corresponde à direção de propagação da energia sísmica, ou a direção do raio. O módulo do vetor vagarosidade é representado pelos segmentos OP1, OP2 e OP3. Observa-se ainda que nos pontos m1, m2, m3 e m4, dados pela interseção das superfícies de vagarosidade com os planos  $\alpha$  e  $\beta$ , as folhas qS1 e qS2 se interceptam, determinando pontos de singularidade.

### **1.5 A solução assintótica de altas frequências e o método do raio**

No seção 1.2.1 foi apresentada a solução para ondas planas da equação elastodinâmica do movimento considerando meios anisotrópicos homogêneos, onde as soluções são exatas e correspondem às ondas qP, qS1 e qS2. Entretanto, para meios heterogêneos, tais soluções não mais são válidas.

Buscaremos apresentar uma generalização daqueles conceitos, a partir da solução assintótica de altas frequências da equação elastodinâmica, considerando meios heterogêneos anisotrópicos, baseada nas equações do traçado do raio (*ray tracing system*). Uma abordagem mais rigorosa sobre os vários métodos pode ser encontrada em Červený (1987) e Gajewski & Pšenčík (1987).

## Cap.1 - Propagação de ondas em meios anisotrópicos

O método do raio, desenvolvido por Červený e outros, é um dos muitos métodos assintóticos de alta frequência utilizados para a investigação de meios anisotrópicos heterogêneos, e baseia-se na premissa de que os parâmetros elásticos sejam funções suaves e contínuas das coordenadas. Consiste em utilizar uma solução em séries do tipo

$$u(x_s, t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_k^{(n)}(x_s) F^{(n)}[\tau(x_s) - t] \quad (1.42)$$

onde  $A_k^{(n)}(x_j)$  são os componentes cartesianos de funções vetoriais complexas denominadas coeficientes de amplitude da série do raio, e  $F^{(n)}(\theta)$  são sinais analíticos de alta frequência.

Introduzindo-se a equação (1.42) na equação elastodinâmica para meios heterogêneos (1.5), chega-se a um sistema de recorrência que é utilizado para a sucessiva determinação dos raios sísmicos, tempo de trânsito  $\tau(x_j)$ , e amplitude  $A^{(n)}(x_j)$ , sendo fornecidas determinadas condições iniciais (vetor vagarosidade no ponto inicial  $x_o$ ).

Considerando somente o primeiro termo da série do raio ( $n=0$ ), vemos que esta solução fornece resultado equivalente àquela obtida para ondas planas.

$$(\Gamma_{ik} - \delta_{ik}) A_k^{(0)} = 0 \quad (1.43)$$

### Cap.1 - Propagação de ondas em meios anisotrópicos

Assim, a solução pelo método do raio equivale a uma solução local de ondas planas.

A equação eiconal para propagação de ondas planas de alta frequência em meios anisotrópicos heterogêneos pode ser escrita na forma

$$G^{(m)}(x_s, p_r) = 1 \quad (1.44)$$

Esta expressão, que é uma equação diferencial parcial não linear em  $\tau(x_i)$ , descreve a propagação de uma frente de onda em meios anisotrópicos heterogêneos, onde cada solução corresponde a uma das ondas sísmicas que pode se propagar em meios heterogêneos. Equivalente ao obtido para ondas planas, cada autovalor da equação (1.44) permitirá determinar um autovetor, fornecendo a direção do coeficiente de ordem zero  $A^{(0)}$  da série do raio - vetor de polarização.

A equação eiconal pode ser escrita na forma de Hamiltoniano  $\mathcal{H}$  como

$$\mathcal{H}(x_s, p_r) = 0 \quad (1.45)$$

onde  $\mathcal{H}$  é expresso na forma



Cap.1 - Propagação de ondas em meios anisotrópicos

$$\mathfrak{H} (x_s, p_r) = \frac{1}{2} [ G^{(m)} (x_s, p_r) - 1 ] \quad (1.46)$$

Resolvendo-se a equação (1.45), chega-se a um sistema de sete equações diferenciais de primeira ordem

$$\frac{\partial x_i}{\partial \xi} = \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial p_i}, \quad \frac{\partial p_i}{\partial \xi} = - \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial p_i}, \quad \frac{\partial \tau_i}{\partial \xi} = p_i \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial p_i} \quad (1.47)$$

que irão determinar as trajetórias  $x_i = x_i (\xi)$  dos raios sísmicos, os componentes do vetor vagarosidade  $p_i = p_i (\xi)$  e o tempo de trânsito  $\tau_i = \tau_i (\xi)$ , onde  $\xi$  é o parâmetro de integração ao longo do raio.

## **CAPÍTULO 2**

### **ANISOTROPIA : CONCEITOS, CAUSAS E EFEITOS**

Apesar de ter experimentado um avanço significativo ao longo da década de 80, os estudos de propagação de ondas em meios anisotrópicos foram iniciados independentemente por G.R.Hamilton e J. McCullagh há mais de um século, quando divulgaram os conceitos básicos das superfícies de vagarosidade. Ainda neste século, E. B. Christoffel, investigando a continuidade das frentes de onda em condições anisotrópicas, e M.P. Rudzki, que primeiramente determinou as superfícies de onda em um sólido anisotrópico, desenvolveram grande parte dos conceitos atualmente utilizados na exploração sísmica. Ao longo do século XX, inúmeros autores, tais como Helbig, Krey, Postma, Crampin e Backus, desenvolveram pesquisas no sentido de compreender os efeitos da anisotropia na propagação de ondas elásticas (Helbig, 1994).

O conceito de anisotropia está intimamente relacionado com a resolução do método empregado para investigar as propriedades físicas do meio em questão, ou seja, na exploração sísmica, com o comprimento de onda dominante do sinal. Helbig (1994) ressalta o fato de não existir um limite brusco entre isotropia e anisotropia, sendo utilizado o primeiro conceito quando não for possível caracterizar uma variação de comportamento de determinada propriedade com a direção, ou quando os efeitos da anisotropia são negligíveis no sentido de não afetarem ou justificarem alterações nas etapas de processamento ou interpretação de dados. Desta forma, a

caracterização da anisotropia do meio dependerá fundamentalmente do comprimento de onda utilizado.

A anisotropia de um meio impõe restrições à propagação de ondas elásticas, e pode ser caracterizada por um efeito diagnóstico denominado birrefringência sísmica, determinada pela separação de uma onda S incidente no meio anisotrópico em duas ondas - qS1 e qS2, com velocidades e polarizações distintas, a primeira com velocidade superior à última.

Desta forma, os conceitos de anisotropia e heterogeneidade serão abordados na seção 2.1, enquanto que as causas e efeitos da anisotropia serão discutidos na seção 2.2. As teorias que se propõem a investigar um meio isotrópico heterogêneo a partir de um anisotrópico homogêneo equivalente serão discutidas na seção 2.3. Por se tratar de um tema de intensa pesquisa, inúmeras publicações podem ser consultadas para um maior detalhamento, das quais destacam-se Helbig (1994), Douma (1988), e trabalhos de Crampin e colegas.

## **2.1 Anisotropia e heterogeneidade**

Um conceito frequentemente associado à anisotropia é o de heterogeneidade, que, contudo, possui enfoque bastante distinto. A heterogeneidade refere-se à variação de uma determinada propriedade ou parâmetro do meio com a posição espacial, independente da direção

considerada. Pode-se dizer que todo material é, a princípio, heterogêneo.

Entretanto, quando são feitas referência às medidas destas propriedades, é necessário considerar um volume elementar que irá depender da resolução do método utilizado. Da mesma forma, a anisotropia está associada com a variação destas propriedades ou parâmetros do meio com a direção de observação, sendo assim uma propriedade essencialmente vetorial. Assim, um meio que consiste de uma sequência de camadas homogêneas isotrópicas pode apresentar comportamento anisotrópico quando investigado com sinais de comprimento de onda maior que a espessura média das camadas.

## **2.2 Causas da anisotropia na Terra e sistemas de simetria**

A anisotropia elástica de um meio ou material é função da presença de estruturas internas alinhadas, que determinam comportamentos elásticos distintos a depender da direção de investigação. Estas estruturas internas, que podem ter causas variadas, indo desde o acamamento determinado pela deposição sedimentar à fraturas causadas por fraturamento hidráulico, apresentam propriedades de simetria que permitem prever o comportamento elástico do meio, caso conhecidas *a priori*. Entretanto, normalmente depara-se com o problema inverso, qual seja, conhecendo as características de propagação de ondas em um meio qualquer, busca-se determinar

## Cap. 2 - Anisotropia: Conceitos, Causas e Efeitos

quais as estruturas internas que as determinaram. Este problema inverso pode, contudo, apresentar ambiguidades, na medida em que estruturas distintas podem conduzir ao mesmo efeito em termos de propagação de ondas.

A maioria dos processos geológicos tende a desenvolver algum tipo de estruturação nos componentes das rochas, sejam as mesmas sedimentares, metamórficas ou ígneas. Contudo, a escala de ocorrência destes processos é bastante variada, sendo possível identificar organização ou estruturação desde a escala da lâmina até a escala de bacia sedimentar.

A anisotropia intrínseca é definida como sendo inerente ao material devido a orientação de heterogeneidades em escala microscópica (Winterstein, 1990). Helbig (1994) aponta as principais causas da anisotropia observável sismicamente como devidas à :

- orientação de cristais alongados devido ao fluxo em rochas;
- orientação preferencial de grãos com eixo maior coincidente com a direção horizontal;
- compactação vertical devido à pressão litostática, tendendo a orientar o eixo maior de grãos na direção horizontal;
- presença de fraturas, com plano orientado na direção de maior esforço tectônico;

## Cap. 2 - Anisotropia: Conceitos, Causas e Efeitos

- grandes recristalizações em processos metamórficos, determinando foliações e/ou xistosidades;

- compactação horizontal ou oblíqua devida a compressão tectônica; e

- abertura ou fechamento de fraturas ou poros, alinhando-se à direção de maior esforço.

Os principais sistemas de simetria anisotrópicos, cuja classificação e denominação são herdadas da cristalografia óptica, são oito, a saber : triclínico (21), monoclinico(12), ortorrômbico (9), tetragonal (6), trigonal (6), hexagonal (5), cúbico (5) e isotrópico (2), estando apresentados entre parênteses o número de parâmetros ou constantes elásticas necessárias a sua determinação, assumindo que os mesmos estão referenciados ao seu sistema de coordenadas natural.

A tabela 2.1 mostra, para cada sistema anisotrópico, os principais elementos de simetria associados, de fundamental importância ao estudo das propriedades físicas dos corpos sólidos, enquanto que na figura 2.1 são apresentados as constantes elásticas em sua notação reduzida.

| ELEMENTOS DE SIMETRIA DOS SISTEMAS ANISOTRÓPICOS  |                                                                                                                 |
|---------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Triclínico</b>                                 | exibe somente 1 centro de simetria                                                                              |
| <b>Monoclínico</b>                                | exibe um eixo binário de simetria, e assim 1 plano de simetria                                                  |
| <b>Trigonal</b>                                   | exibe 3 planos de simetria que se interceptam em eixo ternário de simetria                                      |
| <b>Ortorrômico</b>                                | apresenta 3 planos mutuamente perpendiculares de simetria                                                       |
| <b>Tetragonal</b>                                 | exibe 5 planos de simetria, 4 dos quais se interceptam em eixo quaternário de simetria                          |
| <b>Cúbico</b>                                     | possui 9 planos de simetria, sendo 3 paralelos aos eixos coordenados e 6 coincidentes com os planos diagonais   |
| <b>Hexagonal</b><br>(Transversalmente Isotrópico) | exibe 1 plano de simetria perpendicular ao eixo de simetria, que é a interseção de infinitos planos de simetria |
| <b>Isotrópico</b>                                 | qualquer plano é um plano de simetria, assim como toda direção coincide com um eixo de simetria                 |

Tabela 2.1 - Elementos de simetria dos sistemas anisotrópicos (extraído de Winterstein, 1990 )

|                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                      |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Triclínico</b></p> $\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ & & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ & & & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ & & & & c_{55} & c_{56} \\ & & & & & c_{66} \end{pmatrix}$ | <p><b>Monoclínico</b></p> $\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & c_{16} \\ & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & c_{26} \\ & & c_{33} & 0 & 0 & c_{36} \\ & & & c_{44} & c_{45} & 0 \\ & & & & c_{55} & 0 \\ & & & & & c_{66} \end{pmatrix}$ | <p><b>Trigonal</b></p> $\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & 0 \\ & c_{11} & c_{13} & -c_{14} & -c_{15} & 0 \\ & & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & c_{55} & 0 & -c_{15} \\ & & & & c_{55} & 0 \\ & & & & & c_{66} \end{pmatrix}$ |
| <p><b>Ortorrômbico</b></p> $\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & c_{44} & 0 & 0 \\ & & & & c_{55} & 0 \\ & & & & & c_{66} \end{pmatrix}$                                                           | <p><b>Tetragonal</b></p> $\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & c_{55} & 0 & 0 \\ & & & & c_{55} & 0 \\ & & & & & c_{66} \end{pmatrix}$                      | <p><b>Cúbico</b></p> $\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & c_{44} & 0 & 0 \\ & & & & c_{44} & 0 \\ & & & & & c_{44} \end{pmatrix}$                               |
| <p><b>Hexagonal</b></p> $\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & c_{55} & 0 & 0 \\ & & & & c_{55} & 0 \\ & & & & & c_{66} \end{pmatrix}$                                                              | <p><b>Isotrópico</b></p> $\begin{pmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ & & & \mu & 0 & 0 \\ & & & & \mu & 0 \\ & & & & & \mu \end{pmatrix}$    |                                                                                                                                                                                                                                                      |

**Figura 2.1-** Representação matricial contraída dos tensores de constantes elásticas dos sistemas de simetria anisotrópicos, onde  $c_{66} = \frac{1}{2} (c_{11} - c_{12})$ , tanto para trigonal como para hexagonal e  $\lambda$  e  $\mu$  são as constantes de Lamé.

Porém, na prática, pode-se considerar como os sistemas mais comuns de ocorrência em



ambiente sedimentares aqueles com simetria transversalmente isotrópicas, seja com eixo de simetria horizontal (simetria TIH) ou vertical (simetria TIV). Os primeiros, representados na figura 2.2.a, englobam seqüências de camadas finas, estratificações, entre outros. Já os sistemas TIV poderiam ser representado por meios com fraturas verticais, tal como figura 2.2.b.

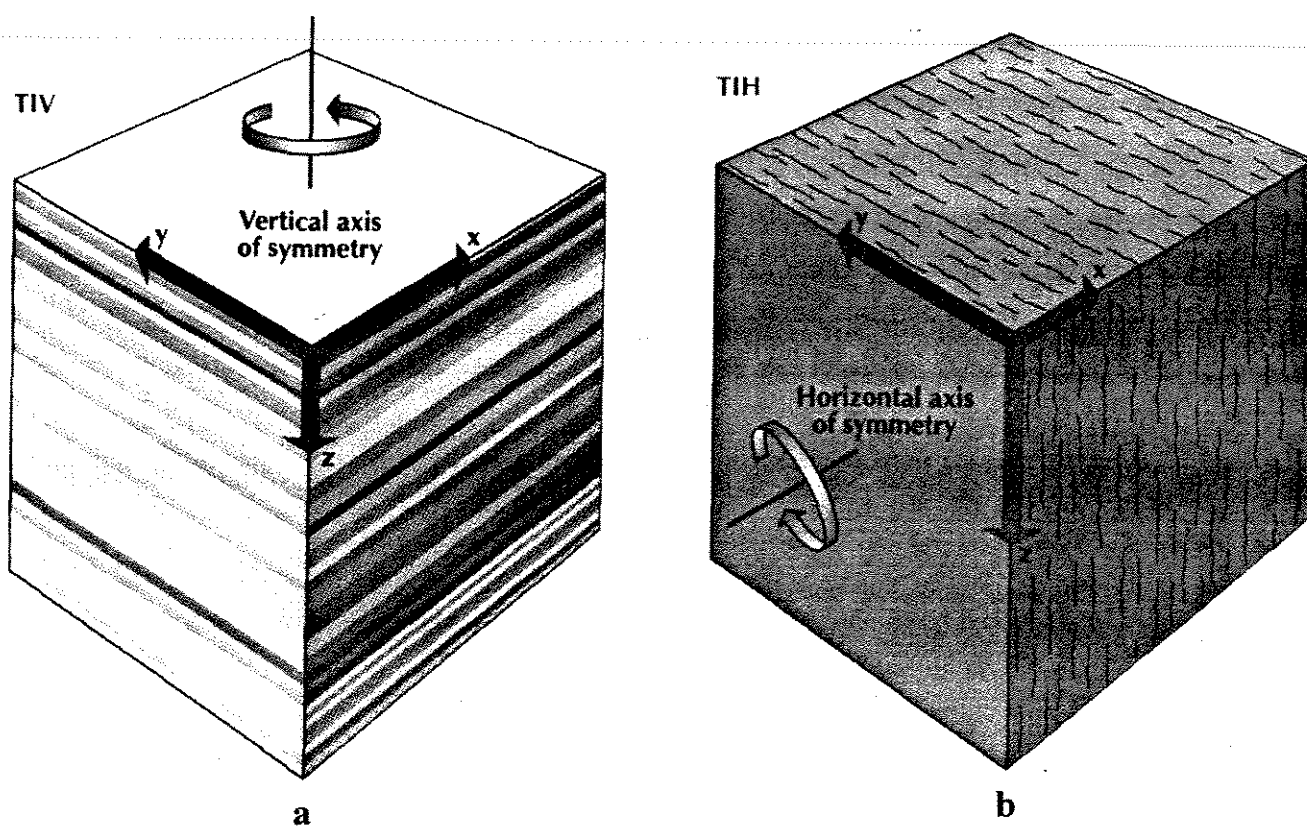


Figura 2.2 - Sistemas de simetria mais comuns em ambientes sedimentares: (a) simetria TIV e (b) simetria TIH (extraído de Armstrong, 1994).

### 2.3 Teorias de geração de Meios Equivalentes

A presença de sistemas de fraturamento vêm sendo investigada ao longo das últimas décadas como sendo uma das causas possíveis para o comportamento anisotrópico da propagação de ondas sísmicas na crosta terrestre (Crampin, 1987; Douma, 1988; Helbig, 1994; Hudson, 1980,1981). Inúmeras teorias foram concebidas no sentido de explicar tal fenômeno, das quais aquelas propostas por Hudson (1980, 1981), Nishizawa (1982) e Schoenberg (1980) e Schoenberg & Douma (1988) são as mais utilizadas em estudos teóricos de propagação em meios anisotrópicos. Será feita uma descrição destas teorias, enfatizando-se aquela proposta por Hudson (1980,1981), utilizada no desenvolvimento desta tese, e com maior detalhamento fornecido no apêndice. Cabe ressaltar que será utilizado indistintamente o termo fratura para denominar os termos na língua inglesa *fracture* ou *cracks*.

Alguns parâmetros geométricos importantes são introduzidos no sentido de permitir uma caracterização do comportamento e da distribuição da geometria do sistema de fraturas imposto ao meio:

- densidade de fraturamento  $\epsilon$ , expressa na forma

$$\epsilon = \frac{N a^3}{V} \quad (2.1)$$

onde  $N$  representa o número de fraturas com raio  $a$  presentes em um volume representativo  $V$ ;

• razão de aspecto (*aspect ratio*)  $\gamma$ , definida como a razão entre os eixos menor e o maior de um elipsóide, e que representaria uma medida da esfericidade do corpo ( para uma esfera , teríamos  $\gamma = 1$ ), como pode ser observado na figura 2.3.

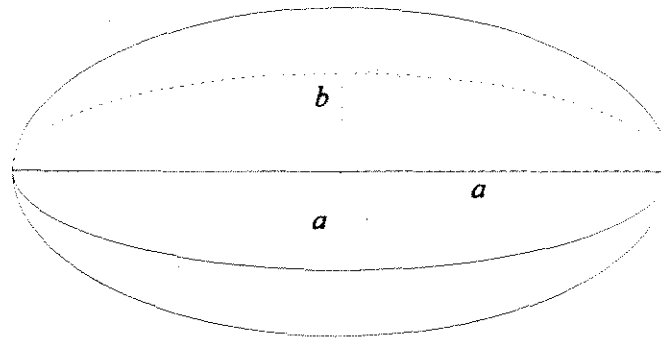


Figura 2.3 - Inclusão elipsoidal com dois semi-eixos iguais de comprimento  $a$  e um semi-eixo com comprimento  $b$ , com razão de aspecto dada por  $\gamma = b / a$  (extraído de Douma, 1988)

Leary et alli (1990) ressaltam que a unidade apropriada para a medição do fraturamento do meio é a energia de deformação elástica associada com a fratura em um meio uniforme, sendo

esta unidade de energia proporcional à potência três do raio da fratura ( $a^3$ ). Esta abordagem permite considerar diversas populações de fratura  $N_i$  de raio  $a_i$  em um volume  $V$ , quando a densidade total de fraturamento expressa em (2.1) é dada por

$$\epsilon = \frac{N \langle a^3 \rangle}{V} \quad (2.2)$$

onde

$$\langle a^3 \rangle = \frac{\sum N_i \epsilon_i}{\sum N_i} \quad (2.3)$$

e  $N$  é o número de fraturas por volume representativo.

### 2.3.1 A Teoria de Hudson

A metodologia proposta por Hudson (1980, 1981) permite determinar a dependência da velocidade e da atenuação de ondas elásticas com a direção de propagação, fornecendo as constantes elásticas do meio anisotrópico homogêneo equivalente àquele fraturado. Esta abordagem considera o efeito de heterogeneidades determinadas por cavidades ou inclusões planas, genericamente denominadas *cracks* ou fraturas, considerando-as dispersas em um meio sólido isotrópico e homogêneo. Sua formulação, baseada em expressões fornecidas por Eshelby (1957) e Garbin & Knopoff (1973) e válidas considerando grandes comprimentos de onda (*long*

## Cap. 2 - Anisotropia: Conceitos, Causas e Efeitos

*wavelength limit*), consiste em uma série de termos de potências ascendentes do operador de espalhamento, truncado após o terceiro termo, o que implica que somente as interações de segunda ordem entre os espalhadores são consideradas. Serão utilizadas nesta tese as formulações segundo definições e modificações propostas por Crampin (1993).

As expressões permitem considerar tanto o efeito de um único conjunto de fraturas finas com direção preferencial como para distribuição aleatória, pois o efeito global obtido é calculado como um somatório dos efeitos individuais de cada sistema de fraturas, considerados por direção de alinhamento do plano de fratura. É possível ainda avaliar o efeito do material que preenche o meio fraturado, podendo-se modelar diversas situações de saturação observadas ao longo do processo de exploração de um reservatório produtor de hidrocarbonetos.

Considera perturbações de primeira ordem, que representariam as interações rocha-fratura, e de segunda ordem, representando as interações fratura-fratura para o cálculo das constantes elásticas efetivas do meio anisotrópico equivalente àquele homogêneo fraturado, na forma

$$c_{ijkl} = c_{ijkl}^{(0)} + c_{ijkl}^{(1)} + c_{ijkl}^{(2)} \quad (2.4)$$

onde

$c_{ijkl}$  é o tensor de quarta ordem dos parâmetros elásticos do meio equivalente;

$c_{ijkl}^{(0)} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk})$  é o tensor dos parâmetros elásticos do meio isotrópico não fraturado;

$c_{ijkl}^{(1)}$  é tensor de parâmetros elásticos correspondente às interações meio isotrópico-fraturas (perturbações de primeira ordem); e

$c_{ijkl}^{(2)}$  é tensor de parâmetros elásticos correspondente às interações fratura-fratura (perturbações de segunda ordem).

O tensor de constantes elásticas para as perturbações de primeira ordem, considerando fraturas verticais com eixo de simetria horizontal e paralelo ao eixo cartesiano  $x_1$  (simetria TIH), pode ser expresso como

$$c^{(1)} = - \left( \frac{\epsilon}{\mu} \right) \begin{pmatrix} (\lambda + \mu)^2 & \lambda(\lambda + \mu) & \lambda(\lambda + \mu) & 0 & 0 & 0 \\ & \lambda^2 & \lambda^2 & 0 & 0 & 0 \\ & \lambda^2 & \lambda^2 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & \mu^2 & 0 \\ & & & & & \mu^2 \end{pmatrix} D \quad (2.5)$$

e as perturbações de segunda ordem como

$$c^{(2)} = -\left(\frac{\epsilon^2}{15}\right) \begin{pmatrix} (\lambda + \mu)q & \lambda q & \lambda q & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{\lambda^2 q}{(\lambda + \mu)} & \lambda^2 & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{\lambda^2 q}{(\lambda + \mu)} & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & \chi & 0 \\ & & & & & \chi \end{pmatrix} D^2 \quad (2.6)$$

sendo  $\lambda$  e  $\mu$  os parâmetros de Lamé do meio isotrópico não fraturado, e

$$\chi = 2\mu \frac{(3\lambda + 8\mu)}{(\lambda + 2\mu)} \quad (2.7)$$

$$q = 15\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 + 28\left(\frac{\lambda}{\mu}\right) + 28 \quad (2.8)$$

$D$  é a matriz diagonal, tal que  $\text{tr}(D) = (U_{11}, U_{11}, U_{11}, 0, U_{33}, U_{33})$ , onde  $U_{km}$  depende

das condições na face da fratura, sendo

$$U_{11} = (4/3) [(\lambda + 2\mu)/(\lambda + \mu)] / (1 + K) \quad (2.9)$$

$$U_{33} = (16/3) [(\lambda + 2\mu)/(3\lambda + 4\mu)]/(1 + M) \quad (2.10)$$

e os parâmetros  $K$  e  $M$  de  $U_{11}$  e  $U_{33}$  dados por

$$K = [k' + (4/3)\mu'] / (\pi \gamma \mu) [(\lambda + 2\mu) / (\lambda + \mu)] \quad (2.11)$$

e

$$M = [4\mu' / (\pi \gamma \mu)] [(\lambda + 2\mu) / (3\lambda + 4\mu)] \quad (2.12)$$

sendo  $k'$  o módulo de incompressibilidade e  $\lambda'$  e  $\mu'$  os parâmetros de Lamé do material

preenchendo o meio fraturado, relacionados por

$$k' = \lambda' + (2/3)\mu' \quad (2.13)$$

As equações acima permitem modelar uma ampla variedade de configurações de meios bifásicos, tendo sido apresentadas com eixo de simetria das fraturas coincidente com a direção  $x_1$ . Entretanto, a rotação do eixo de simetria do tensor resultante para outra direção desejada é feita de acordo com as leis de rotação de tensores. A modelagem de fraturas preenchidas por líquidos é feita considerando-se  $\mu' = 0$  e  $k' = \lambda' = 2\rho'V^2$ , onde  $\rho'$  e  $V$  representam a densidade e a velocidade acústica do material preenchendo as fraturas.

A investigação de meios com mais de um sistema de fraturas paralelas com parâmetros geométricos distintos é feita calculando-se as quantidades  $U_{km}$ , determinando assim uma nova perturbação  $(c_{ijkl}^{(1)} + c_{ijkl}^{(2)})$  para cada configuração, onde os demais parâmetros de fraturas



podem também variar.

### **2.3.1.a Limites teóricos de aplicação**

As principais restrições à formulação proposta por Hudson relacionam-se ao limites de densidade de fraturamento e da razão de aspecto, limitando a aplicabilidade de sua formulação para  $\epsilon \leq 0.1$ . Crampin (1984) cita que os valores de densidade de fraturamento situam-se até  $\epsilon = 0.1$ , enquanto Douma (1988) comparando formulações de Hudson e Nishizawa, restringiu o limite de validade das formulações de Hudson para  $\gamma = 0.3$ , considerando  $\epsilon = 0.05$ . Crampin (1984) ressalta que a utilização de modelos nos quais  $\epsilon \leq 0.1$  obriga o uso das perturbações de primeira e segunda ordem propostas por Hudson.

### **2.3.2 Fórmulação de Nishizawa**

O desenvolvimento proposto por Nishizawa (1982) elimina as restrições apresentadas nas formulações anteriores quanto aos valores de razão de aspecto, admitindo  $\gamma = 0$  a  $\infty$  (Douma, 1988). Considera inclusões elipsoidais alinhadas, assumindo a hipótese de que as dimensões das inclusões são pequenas quando comparadas com o comprimento de onda. Diferentemente da metodologia de Hudson, baseada em uma abordagem dinâmica, esta formulação baseia-se em trabalhos de Eshelby (1957), que sugeriu uma abordagem estática para

o cálculo das constantes elásticas efetivas de um meio com inclusões elipsoidais alinhadas.

As formulações de Nishizawa não são restritas à baixas concentrações de inclusões. O algoritmo proposto considera, inicialmente, um meio homogêneo com baixas concentrações; são então determinadas as constantes elásticas do meio anisotrópico equivalente, o qual será usado como meio de referência para uma nova iteração, incluindo uma fração das inclusões não consideradas inicialmente. O processo é interrompido quando obtem-se a concentração de inclusões desejadas. Uma abordagem mais detalhada pode ser encontrada em Douma (1988).

### **2.3.3 Fórmulação de Schoenberg**

O conceito de fratura utilizado no desenvolvimento proposto por Schoenberg (1980) e Schoenberg & Douma (1988) difere das formulações apresentadas nas seções 2.3.1 e 2.3.2. Considera que superfícies de deslizamento (*slip interfaces*) permitem simular o comportamento de um sistema de fraturas composto por juntas alinhadas e extensas, e pouco espaçadas.

Considera sistemas de fraturas com simetrias triclinica, monoclinica, ortorrômbica e transversalmente isotrópico, em um meio elástico anisotrópico para o qual não são feitas restrições quanto à sua simetria. Para sistema de fraturas transversalmente isotrópico em um meio de referência isotrópico, considera o meio resultante transversalmente isotrópico, sendo

## Cap. 2 - Anisotropia: Conceitos, Causas e Efeitos

necessário fornecer dois parâmetros adicionais para considerar o efeito do fraturamento.

---

## CAPÍTULO 3

### MODELAGEM DE MEIOS ANISOTRÓPICOS

Considerando a abordagem de meio equivalente anisotrópico proposta por Hudson (1980, 1981), que assume um modelo de fraturas finas dispersas em meio isotrópico para investigar as propriedades de um meio heterogêneo isotrópico sob a premissa de longos comprimentos de onda, já introduzida no capítulo 2, serão descritos neste capítulo os principais aspectos relacionados à situação geológica considerada, os programas utilizados e os modelos investigados.

A partir da definição dos principais parâmetros de fraturamento a serem investigados - densidade de fraturamento  $\epsilon$  e razão de aspecto  $\gamma$ , e de aquisição - afastamentos e azimutes fonte-receptor, além do tipo de fluido preenchendo o meio poroso, a modelagem sísmica foi conduzida utilizando-se o pacote **ANRAY89**, de Gajewski & Pšenčík (1987). O principal objetivo do estudo foi avaliar sob que condições de aquisição as medidas obtidas a partir do levantamento de PSV a 3 componentes (PSV 3C) permitiriam um diagnóstico das propriedades do meio investigado, utilizando-se dados sísmicos (tempos de trânsito, diagramas de raios, sismogramas sintéticos e diagramas de polarização), obtidos da modelagem sísmica conduzida.

A escolha da metodologia proposta por Hudson (1980, 1981) mostrou-se mais adequada

### Cap. 3 - Modelagem em meios anisotrópicos

ao tipo de problema encontrado, dada as propriedades geométricas das fraturas observadas em testemunhos do poço RJS 7-EN-17, conforme descrito na seção 3.2. Um outro fator relevante para a escolha de tal abordagem foi a facilidade de implementação computacional do algoritmo proposto (Crampin, 1993). Leary et alli (1990) ressaltam que uma consideração importante na modelagem é verificar as hipóteses que possam ser justificadas pelos meios investigados e pelos objetivos da investigação.

Cabe ressaltar também que foi considerada na modelagem a condição de aquisição de levantamento marítimo, onde não podem ser utilizadas fontes de ondas cisalhantes, devendo-se levar em conta tão somente a parcela de energia transmitida na forma de ondas convertidas P-SV na interface água-sedimento.

Podemos resumir as etapas da modelagem como segue:

1. definição do modelo geológico a ser considerado (dimensões, espessuras de camadas, mergulhos, etc);
2. determinação das velocidades de ondas P e S, parâmetros elásticos do meio equivalente e densidades (de rochas e dos fluidos);

3. determinação dos parâmetros geométricos de fratura serem estudados;
4. definição do afastamento ótimo para obtenção de máxima amplitude de onda convertida registrada ao nível do topo da camada anisotrópica; e
5. escolha dos azimutes fonte-receptor.

### **3.1 Programa ANRAY89**

O programa **ANRAY89**, desenvolvido por Gajewski & Pšenčík (1987) é composto por cinco módulos principais : **ANRAY**, **ANRAYPL**, **SYNTAN**, **SEISLOT** e **POLARLOT**. Estes módulos foram desenhados de forma que a saída de um módulo seja utilizada como entrada de outros, sendo necessário informar adicionalmente poucos dados.

O pacote permite computar trajetórias, tempos de trânsito e amplitudes dos raios, sismogramas sintéticos e diagramas de polarização (indicativos da direção de vibração das partículas), considerando diversas geometrias de aquisição, incluído levantamentos de PSV, estes objeto de estudo desta tese. Permite a investigação de estruturas com variação lateral e vertical de velocidade, considerando camadas isotrópicas e/ou anisotrópicas, sendo possível considerar meios representados por até 21 parâmetros elásticos, utilizando receptores que registrem os três

componentes de vibração das partículas - sísmica 3C.

Os programas-fonte são escritos em linguagem FORTRAN 77, sendo utilizadas rotinas **CALCOMP** para geração das saídas gráficas. Os programas podem ser executados em qualquer ambiente, bastando para tanto pequenas modificações. A modelagem em questão foi conduzida em estação de trabalho **SUN SPARC-10** e ambiente **UNIX**.

### **3.1.1 Módulos ANRAY e ANRAYPL**

O programa **ANRAY** é o principal módulo do pacote, onde são executados os cálculos de trajetórias, tempos de trânsito e amplitudes dos raios, podendo-se operar em modos onde se fornece a posição da fonte e a orientação inicial do vetor vagarosidade na fonte (traçado de raios de valor inicial) ou as posições da fonte e dos receptores (traçado de raios ponto-a-ponto), opção utilizada na modelagem. Para tanto, é necessária informar, entre outros parâmetros, o ângulo de partida do raio, sendo fornecidos azimute e declinação iniciais. A escolha apropriada destes parâmetros permite uma acentuada redução do tempo computacional.

Ao longo do raio são avaliados os vetores de polarização, o espalhamento geométrico e os coeficientes de reflexão-transmissão-conversão. O programa permite o posicionamento de receptores na superfície, em interfaces ou na vertical, este último para levantamentos PSV. Uma

### Cap. 3 - Modelagem em meios anisotrópicos

restrição apresentada pelo programa refere-se ao posicionamento da fonte de energia, necessariamente inserida em meio isotrópico, que, segundo Leary et alli (1990), é uma restrição comum a maioria dos pacotes de modelagem anisotrópica. Tsvankin & Chesnokov (1990) apresentam metodologia no sentido de eliminar tal simplificação em modelagens numéricas.

O programa **ANRAY89** utiliza quatro sistemas de coordenadas:

- a) coordenadas cartesianas do modelo, para descrição de interfaces e distribuição dos parâmetros elásticos e densidade, com eixos formando um sistema dextro;
- b) coordenadas cartesianas do observador, utilizado para apresentar os vetores de polarização na superfície do modelo. É também um sistema dextro, porém com dois eixos (y e z) com orientação contrária ao do modelo;
- c) coordenadas cilíndricas do receptor, para posicionamento dos receptores; e
- d) coordenadas cartesianas do tensor elástico.

O programa não permite, contudo, contato de interfaces, o que seria crítico para a investigação da propagação de ondas considerando-se camadas em cunha, um tipo de feição bastante comum em ambientes sedimentares. Contudo, tal restrição pode ser contornada



reduzindo-se a espessura da camada considerada a valores muito pequenos, porém não nulos.

Os modos de propagação (qP, qS1 e qS2) são determinados manualmente a partir da definição de códigos de raio, onde especifica-se o número de segmentos que compõe o raio - equivalente ao número de camadas atravessadas, e o índice referente ao tipo de onda se propagando em cada camada. Podem ser avaliadas ondas diretas, refletidas, refratadas, assim como reflexões múltiplas e reverberações.

O programa **ANRAYPL** é utilizado para geração de diagramas tempo x distância, de projeções verticais e horizontais dos raios e das curvas amplitude x distância dos três componentes para cada código de raio especificado no programa **ANRAY**.

### 3.1.2 Módulos SYNTAN, SEISPLOT E POLARPLOT

O módulo **SYNTAN** computa os sismogramas sintéticos a partir dos dados de saída do **ANRAY**, que contém tempos de trânsito, amplitudes, deslocamentos de fase e ângulos iniciais dos raios calculados, sendo utilizada uma versátil função fonte (Červený , 1987) na forma

$$f(t) = e^{-\left(\frac{\omega t}{\gamma}\right)^2} \cos(\omega t + \xi)$$

onde

$t$  é tempo;

$\omega$  é a frequência dominante do sinal;

$\gamma$  é um parâmetro do comprimento do pulso de Gabor ; e

$\xi$  é a fase do pulso de Gabor (fornece a simetria do pulso)

Estes 3 últimos parâmetros, controlados pelo usuário, permitem a definição de fontes com diversas assinaturas, com padrões isotrópicos ou polarizados.

O programa **SEISPL** utiliza uma das saídas do **ANRAY** para traçar os sismogramas sintéticos, enquanto que o programa **POLARPLOT** é usado para o traçado dos diagramas de polarização, com parâmetros definidos pelo usuário quanto ao raio, janela de tempo, entre outros.

### 3.2 Modelo Geológico

Serão apresentados nesta seção as principais características do Reservatório Macaé, do Campo de Enchova, Bacia de Campos, utilizado para a determinação dos dados a serem considerados na modelagem conduzida, assim como os parâmetros computados e as metodologias utilizadas. Como alternativa para uma melhor caracterização dos parâmetros que serviriam de entrada para a modelagem, investigou-se a possibilidade de utilizar tomogramas de raio-x de

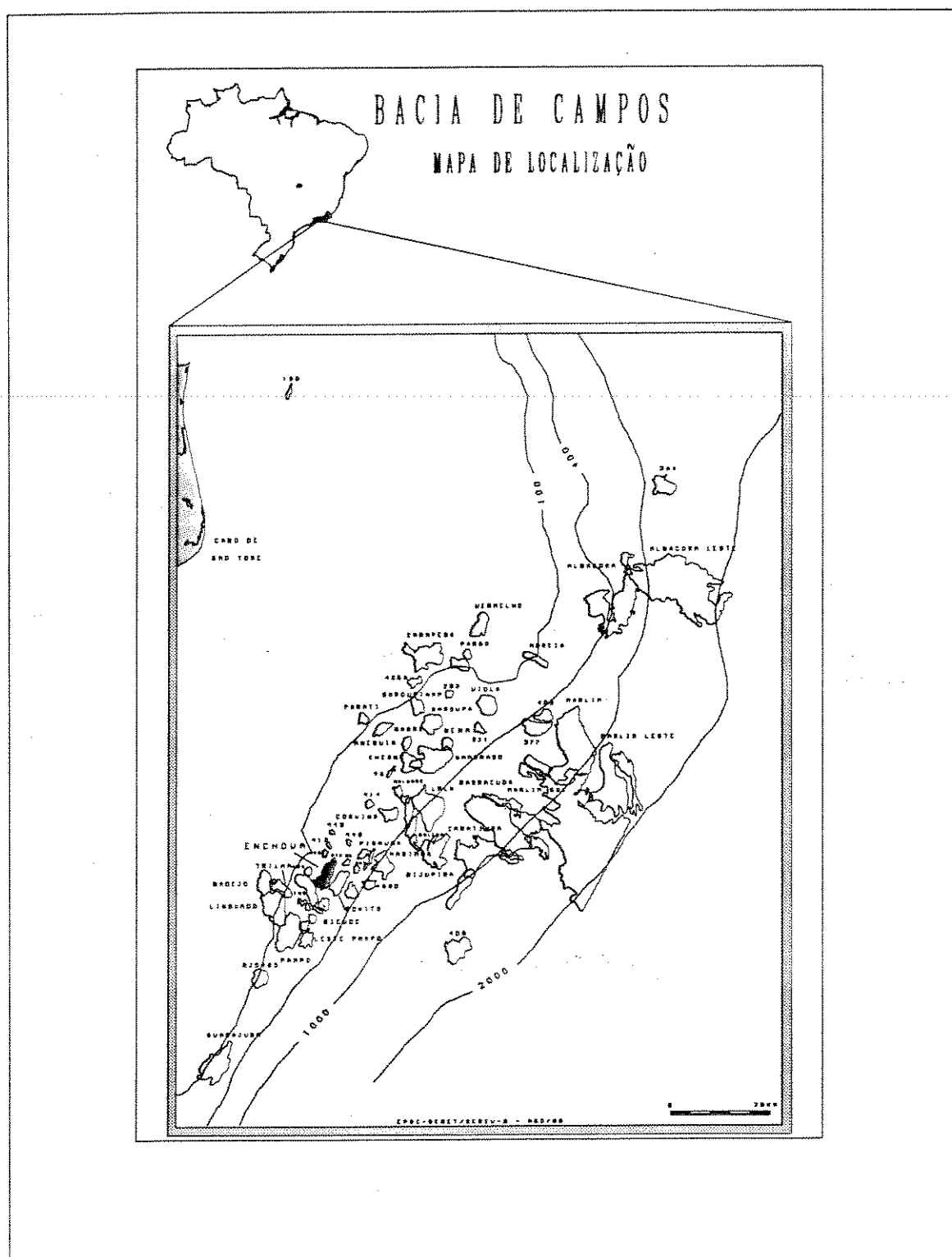
testemunhos do poço RJS 7-EN-17.

A decisão para escolha de tal modelo geológico decorreu do fato deste reservatório apresentar um comportamento de produção característico de reservatórios fraturados, sem que contudo informações das características do comportamento deste sistema natural de fraturamento tenham sido ainda definitivamente compreendidas e estabelecidas. Os dados geológicos apresentados foram extraídos de Franz (1987), onde pode ser encontrada uma descrição mais detalhada das características geológicas do campo.

### **3.2.1 Características geológicas**

O Campo de Enchova, situado na Bacia de Campos e distando 85km da costa, está localizado na plataforma continental do Estado do Rio de Janeiro, sendo limitada ao norte pelo Arco de Vitória e a sul pelo Arco de Cabo Frio, como pode ser observado no mapa de situação da figura 3.1. As profundidades de lâmina d'água variam de 100 a 115m .

O Reservatório Macaé do Campo de Enchova ocorre a uma profundidade média de - 2.300m, com contato óleo-água em -2.450m, sendo que a zona de transição inicia-se aproximadamente em 2.400m. Possui área total de 14km<sup>2</sup>, e apresenta forma alongada com cerca



**Figura 3. 1 - Mapa de localização do Campo de Enchova.**

### Cap. 3 - Modelagem em meios anisotrópicos

de 7km de extensão por 2km de largura. Seu limite inferior é dado pelo contato óleo-água, não tendo sido identificados limites litológicos.

O reservatório é constituído por calcirruditos oncolíticos, calcarenitos oncolíticos, peloidais e oolíticos, e calcissiltitos, tendo sido divididos em sete litofácies de ambientes de moderada a alta energia. Segundo Franz (1987), é possível a identificação de três áreas com características de reservatório distintas, decorrentes da atuação de eventos diagenéticos e estruturais que impuseram grandes modificações às propriedades originais dos carbonatos. A área sul, que serviu de modelo geológico para a presente tese, apresenta um reservatório essencialmente microporoso e de baixíssima permeabilidade, com valores variando entre 0,1 e 5 mD. A boa produtividade desta área está associada a presença de fraturamento, cujas características em termos de distribuição espacial não foram, contudo, ainda bem compreendidas.

#### **3.2.2 Descrição macroscópica de testemunhos**

Visando uma melhor caracterização dos atributos geométricos das fraturas naturais que ocorrem no Reservatório Macaé, Campo de Enchova, foi feita uma descrição macroscópica detalhada dos testemunhos do poço RJS 7-EN-17, que, segundo Franz (1987), seria o único poço da área sul do campo onde teriam sido identificadas fraturas em testemunhos.

### Cap. 3 - Modelagem em meios anisotrópicos

O resumo da descrição encontra-se na tabela 3.1. Observou-se que as fraturas apresentam-se, em média, com comportamento vertical a subvertical, e aberturas de no máximo 3 a 4mm, com valor mais frequente em torno de 1mm, e extensão inferida em torno de 10m.

As figuras 3.2 e 3.3 mostram fotografias dos testemunhos do poço RJS 7-EN-17.

Observar nestas fotografias as áreas indicadas por setas, indicando a presença de fraturas cortando o testemunho. As figuras 3.2.a e 3.2.b mostram detalhes do tipo de fraturamento observado na zona A da tabela 3.1, enquanto que as figuras 3.2.c, 3.2.d e 3.3.a são representativas da zona B. Na figura 3.2.c pode-se observar a presença de *vugs*, comuns nesta zona. As figuras 3.3.c e 3.3.d são representativas das zonas C e D, respectivamente.

| Zona | Profundidade (m)    | Descrição                                                                                                                                         |
|------|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| A    | 2.370-2.383<br>(13) | Microfraturas fechadas, dimensão capilar, com mergulhos de até 45°, e planos de deslizamentos. Densidade de fraturamento baixa. Indícios de óleo. |
| B    | 2.384-2.463<br>(80) | Fraturas de até 3-4mm de abertura, verticais a subverticais. Presença de cavidades. Reservatório saturado de óleo.                                |
| C    | 2.464-2.499<br>(35) | Padrão vertical a subvertical, com microfraturas fechadas, cimentadas. Rocha com indício de óleo.                                                 |
| D    | 2.500-2.550<br>(50) | Fraturas de dimensão milimétrica a submilimétrica. Conectam zonas de estilólitos. Também verticais a subverticais.                                |

**Tabela 3.1** - Descrição macroscópicas dos testemunhos do RJS 7-EN-17.

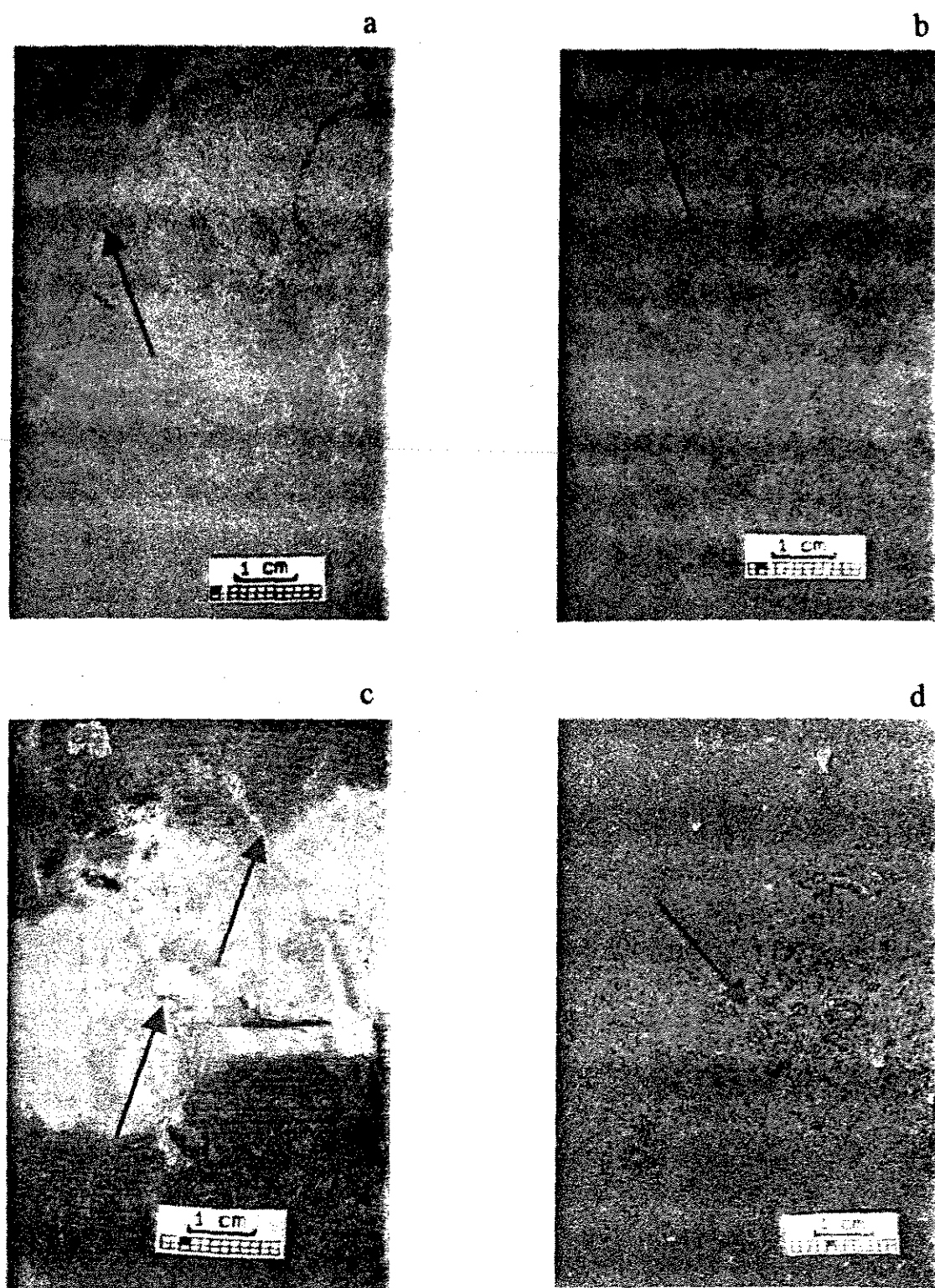


Figura 3.2 - Fotografias de testemunhos do poço RJS 7-EN-17. As setas indicam as fraturas observadas nos testemunhos. Em (c), atentar para a presença de *vugs*.

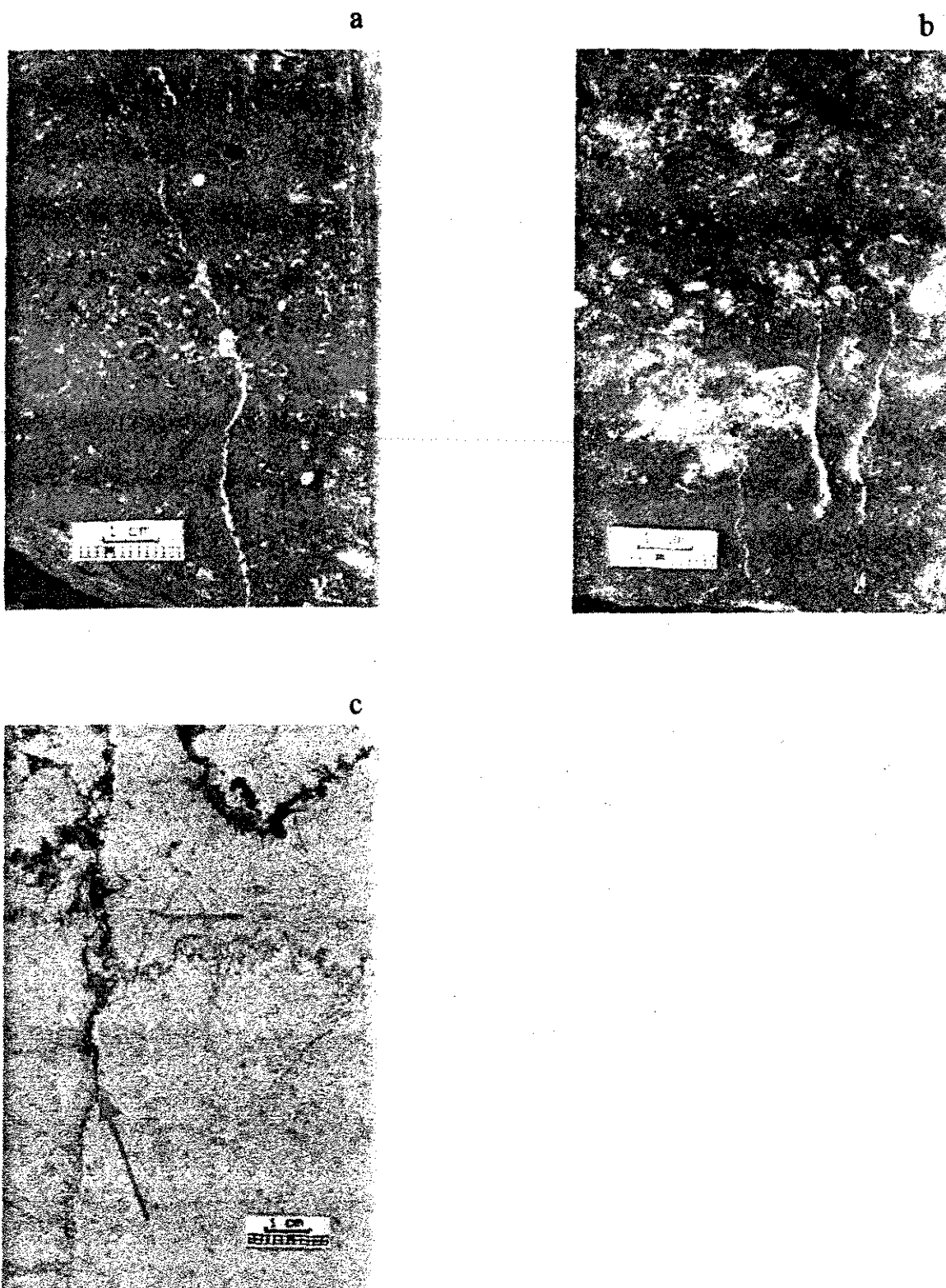


Figura 3.3 - Fotografias de testemunhos do poço RJS 7-EN-17. Atentar para fraturas com padrão vertical indicadas por setas.



Franz (1987) apresenta três principais classificações de fraturamento do Reservatório Macaé, quais sejam:

- fraturas capilares, que se apresentam nos testemunhos como traços, de ocorrência associada à fraturas maiores ou formando uma rede de fraturamento, impondo um aspecto brechado à rocha. As fraturas são normalmente preenchidas por resíduo insolúvel, sendo facilmente confundidas com fraturas artificiais. Este padrão de fraturamento estaria associado à zona A, da tabela 3.1;

- fraturas parcialmente abertas, de ocorrência também vertical a subvertical. A abertura média das fraturas é de 2mm, podendo chegar a 10mm. Estas fraturas seriam a principal contribuição à permeabilidade do sistema. Seriam classificadas como zona B da tabela 3.1; e

- fraturas fechadas, com atitude vertical a subvertical. Atingem até 2mm de abertura, e mostram-se normalmente cimentadas por calcita espática. Seriam associadas à zona C da tabela 3.1.

### **3.2.3 Tomografia de raio-x**

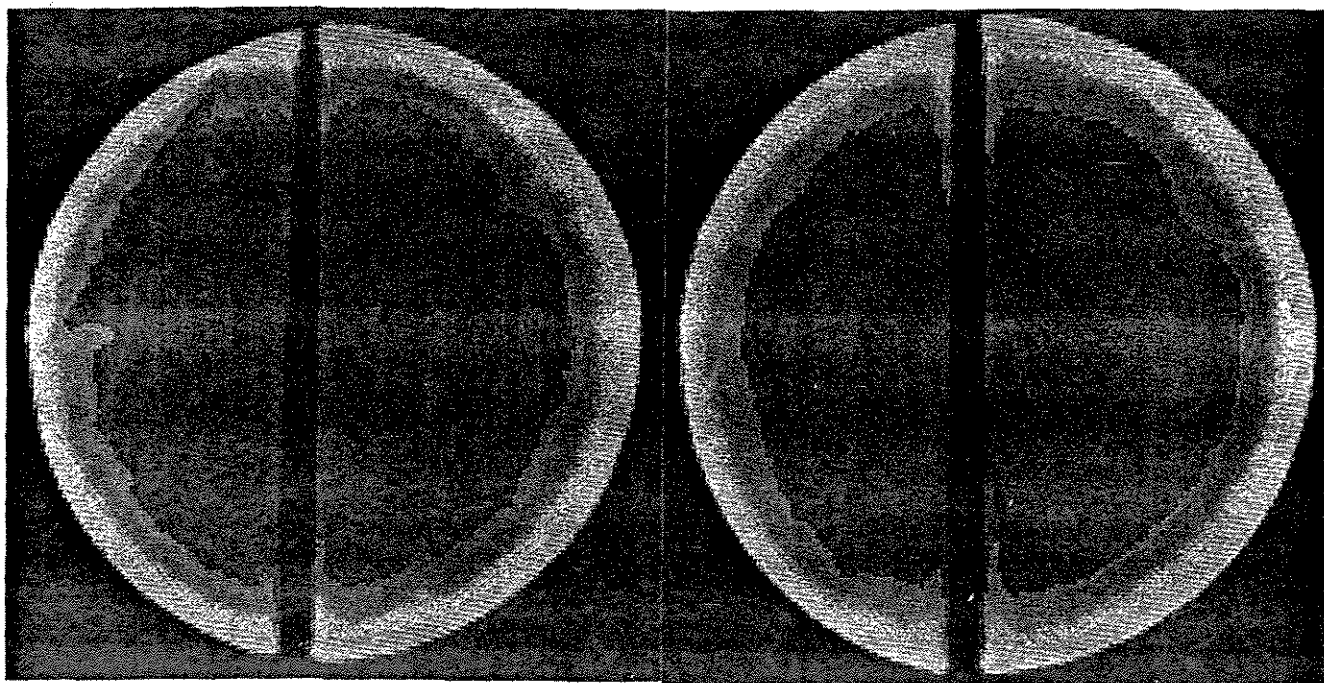
A parametrização adequada dos modelos utilizados nas simulações, seja para abordagem sísmica ou para o estudo do comportamento do fluxo de fluidos, é uma etapa fundamental para garantir a representabilidade dos resultados obtidos a partir de modelagens. Neste sentido, e buscando-se uma ferramenta adicional à descrição macroscópica de testemunhos, investigou-se a possibilidade do uso de imagens obtidas a partir de tomografia de raio-X, visando uma melhor descrição do comportamento de fraturas.

A figura 3.4 mostra duas fatias de testemunhos do poço RJS 7-EN-17. Estas imagens, onde a resolução do instrumento é da ordem de 1mm, são representativas de uma fatia de aproximadamente 1cm de espessura de rocha, com diâmetro em torno de 9cm. A escala de cores representa a variação de densidade, onde a coloração azul indica baixa densidade e a amarela, alta densidade. Um efeito de borda é observado em ambas as imagens. É possível a identificação de zonas de baixa densidade com nítida orientação, que podem ser rastejadas nas duas imagens.

Estas zonas foram interpretadas como sendo respostas à presença de fratura, considerando estarem preenchidas com material de menor densidade que a matriz.

A reconstrução tridimensional da rocha fraturada é passível de ser feita utilizando-se

*softwares* específicos, e permitiriam uma melhor descrição da geometria das fraturas, tal como abertura e extensão, bem como uma melhor estimativa das características permoporosas deste meio.



**Figura 3.4** - Imagens de tomografia de raio-X para dois níveis distanciados de 5cm de testemunho do poço RJS 7-EN-17 , representando seções transversais.

### **3.3 Determinação das velocidades**

Para determinação dos parâmetros elásticos do meio equivalente ao reservatório fraturado, fez-se uso das informações sísmicas disponíveis, considerando-se dados de análises de velocidades para traço próximo ao poço RJS 7-EN-17, utilizado no processamento do programa sísmico 3D conduzido na área; do perfil sônico corrido neste poço; e dos dados petrofísicos obtidos em laboratório para amostras da zona de interesse. Contudo, tais dados tendem a fornecer valores bastante distintos, devido a problemas de heterogeneidades, dispersão de velocidades, mudanças das propriedades das rochas na vizinhança dos poços devido à invasão de fluidos, saturação de rochas terrígenas secas, entre outros, que tendem a criar tais diferenças (Galperin, 1985).

Optou-se por considerar para a zona do reservatório os valores extraídos do perfil sônico (figuras 3.5), já que os valores obtidos a partir das análises de velocidades apresentaram desvios consideráveis para o intervalo do reservatório.

Contudo, a determinação dos parâmetros elásticos do meio equivalente requer valores tanto de velocidades de ondas compressionais ( $V_p$ ) como de cisalhantes ( $V_s$ ) do meio isotrópico de referência (equação 2.4), e como somente as primeiras estavam disponíveis nos dados

### Cap. 3 - Modelagem em meios anisotrópicos

consultados, foi necessário obter uma extrapolação para ondas S. Estas foram obtidas a partir de dados de laboratório, conduzidas pela PETROBRÁS/CENPES, para um total de 8 amostras da zona do reservatório. Foi obtida uma relação linear entre a velocidade compressional e cisalhante expressa na forma

$$V_S = 0.5832 V_P - 0.0776$$

(onde  $V_P$  e  $V_S$  são dadas em km/s) conforme pode ser observado na figura 3.5.

Como a zona de interesse situava-se dentro dos limites estabelecidos por Franz (1987) para o reservatório, ou seja, entre as profundidades de 2300 e 2450m, a determinação das velocidades para os pacotes acima e abaixo do nível reservatório foi feita com base nos dados de análise de velocidades, definindo um modelo de velocidades tal como apresentado na tabela 3.2.

| Camada | Espessura<br>(m) | Densidade<br>(g/cm <sup>3</sup> ) | $V_P$<br>(km/s) | $V_S$<br>(km/s) |
|--------|------------------|-----------------------------------|-----------------|-----------------|
| 1      | 100              | 1                                 | 1,54            | 0               |
| 2      | 2.200            | 2,25                              | 2,54            | 1,49            |
| 3      | 150              | 2,4                               | 3,81            | 2,14            |
| 4      | 550              | 2,45                              | 4,3             | 2,6             |
| óleo   | -                | 0,75                              | 1,15            | -               |
| água   | -                | 1,00                              | 1,54            | -               |

Tabela 3.2 - Parâmetros do modelo de quatro camadas plano-horizontais.

### **3.4 Conversão de Modo**

Diferentemente da sismica terrestre, onde podem ser utilizadas fontes de ondas elásticas com polarizações determinadas pela natureza do problema que se pretende investigar, a sismica marítima apresenta o problema intrínseco da impossibilidade de geração destes tipos de onda em meios fluidos. Entretanto, geometrias de aquisição específicas permitem fazer uso do fenômeno da conversão de modo, com geração de ondas elásticas a partir de ondas acústicas geradas no meio fluido por vários tipos de fontes - normalmente implosivas.

As características de reflexão/transmissão de ondas acústicas em uma interface separando dois meios com propriedades acústicas distintas são determinadas a partir da Lei de Snell, definindo direções das trajetórias de raios de cada onda refletida/transmitida, com amplitudes obtidas a partir das equações de Zoeppritz, para cada ângulo de incidência. Considerando uma interface separando dois meios sólidos como caso mais geral, podemos observar na figura 3.6 que para uma dada onda P incidente na interface, são geradas quatro tipos de ondas, sendo duas ondas refletidas ( uma onda P e uma onda S, esta propagando-se com velocidade S e polarização SV) e duas ondas transmitidas/refratadas (uma onda P e uma onda S, também com polarização SV). O mesmo processo ocorre quando uma onda S é gerada na superfície e incide na interface, havendo neste caso conversão de modo S-P, tanto refletida quanto

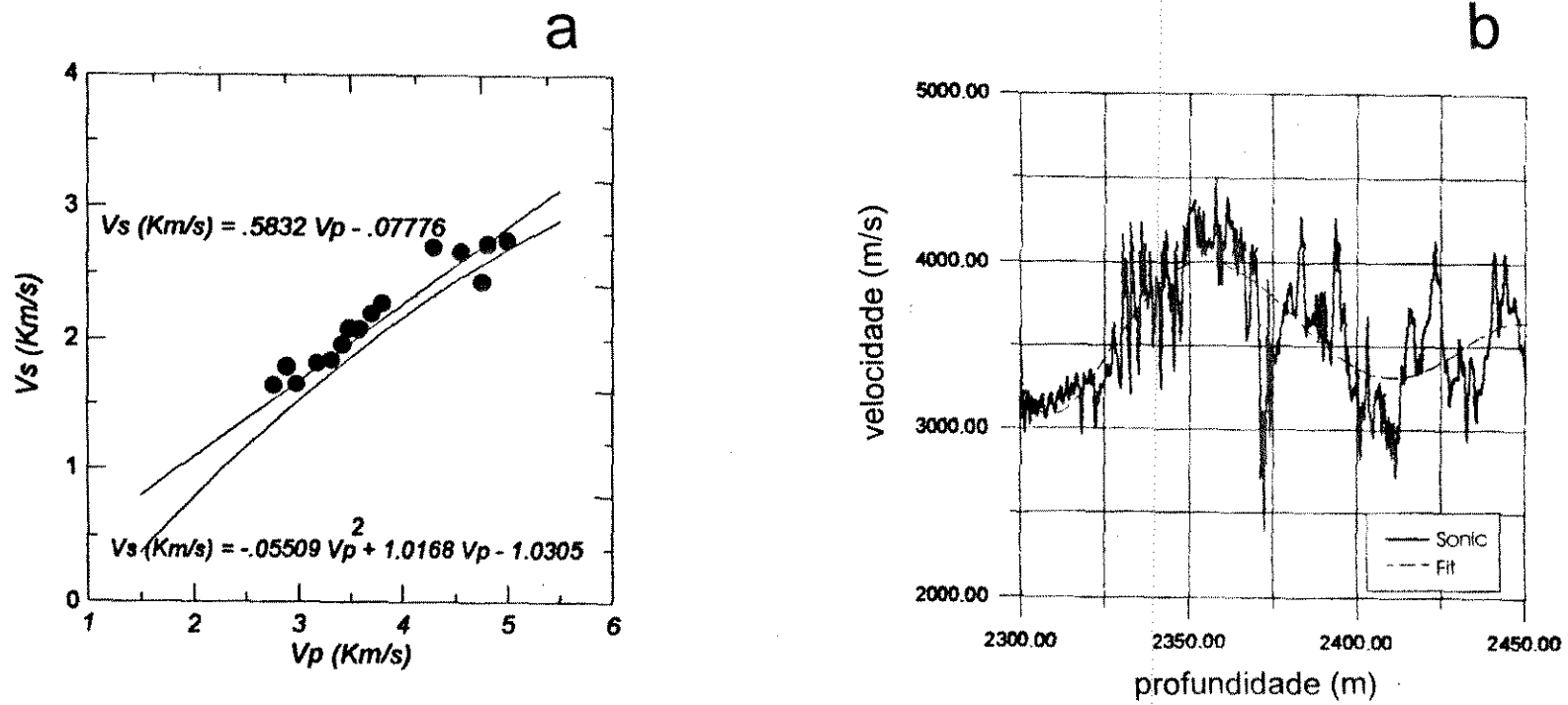


Figura 3.5 - (a) Relação entre  $V_p$  e  $V_s$  obtida em laboratório e (b) perfil sônico de onda P para o intervalo entre 2.300 e 2.450m.

transmitida/refratada. Vale ressaltar que para a onda convertida P-S, tanto para reflexão como para transmissão, a direção de polarização sempre estará contida no plano sagital, não havendo conversão de modo P-SH ou SH-P.

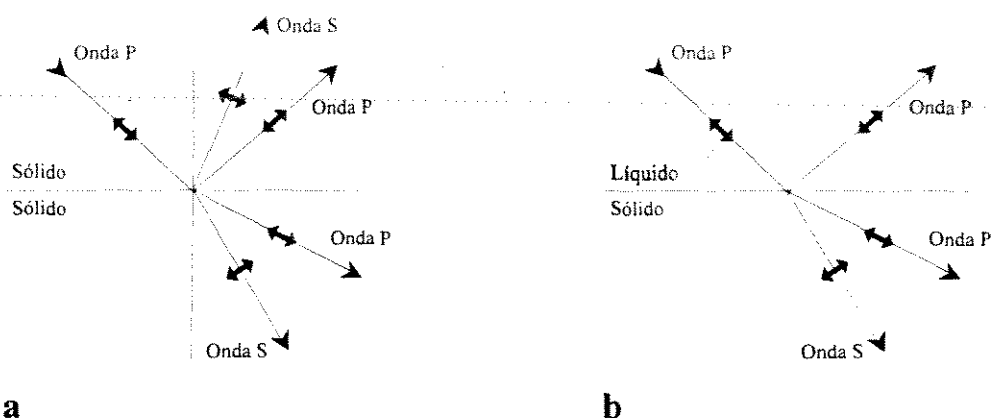


Figura 3.6 - Partição de energia na interface, com geração de ondas P e S a partir de uma onda P incidente (extraído de Tathan & McCormack, 1991). Para (a) interface sólido-sólido e (b) líquido-sólido.

Considerando-se o meio superior líquido, contudo, somente três processos estão associados com a onda incidente na interface líquido-sólido, como pode ser visto na figura 3.6.b: uma onda P refletida para o meio superior (no caso, líquido), e duas ondas transmitidas, sendo uma onda P e uma onda S (com velocidade de propagação S e polarização SV). A análise das curvas de partição de energia mostram que este processo apresenta forte dependência do ângulo



### Cap. 3 - Modelagem em meios anisotrópicos

de incidência, como pode ser observado na figura 3.7. É interessante observar no caso da interface líquido - sólido, quando consideramos a incidência pós-crítica, que inexiste a transmissão de onda P para o meio inferior (sólido), e cerca de 90% da energia é transmitida para o este meio na forma de onda S, com polarização SV, não sendo observado também a reflexão de onda S para o meio superior.

---

As figuras 3.7 e 3.8 mostram que, considerando-se o processo de partição de energia na segunda interface do modelo, que separa a camada isotrópica da anisotrópica, a conversão P - S é menos eficiente em termos de amplitudes de ondas cisalhantes transmitidas quando comparado com o associado a interface sedimento-água, devido aos contrastes de propriedades acústicas das camadas envolvidas em ambos processos.

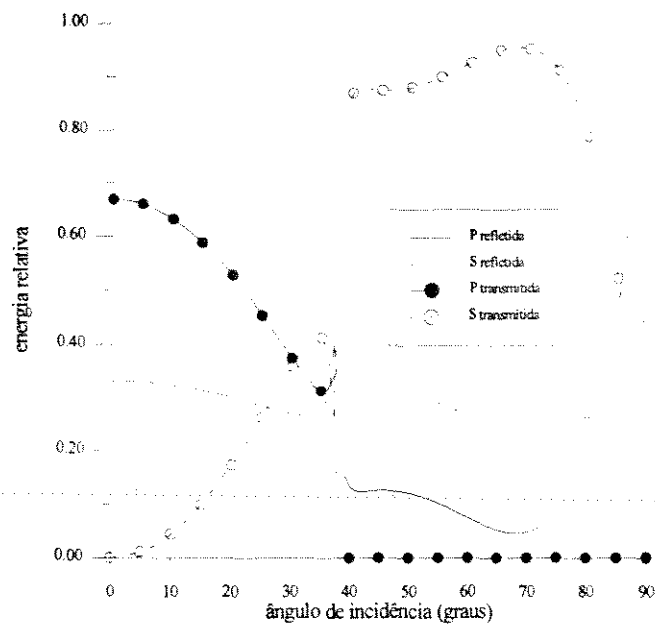


Figura 3.7 - Partição de energia na interface água-sedimento, com propriedades dos meios fornecidas na Tabela 3.2. Observar a ausência da onda S refletida e o incremento da energia relativa associada a onda S transmitida para ângulos de incidência entre 40 e 80°.

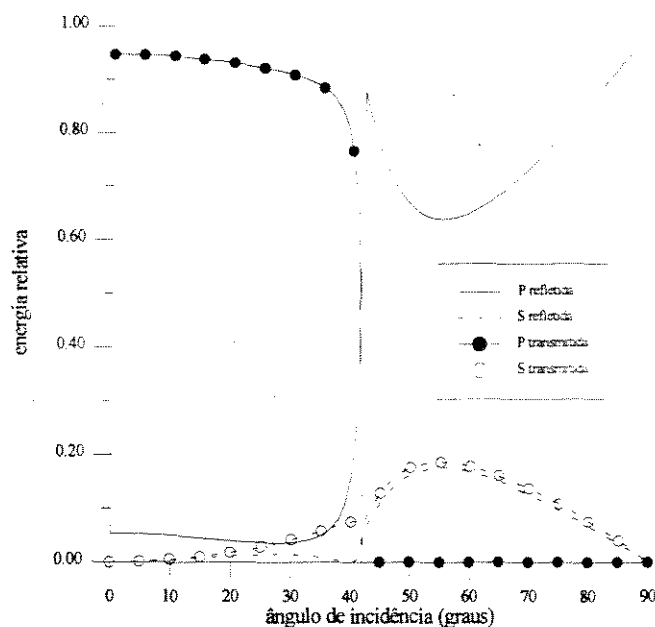


Figura 3.8 - Partição de energia na interface camada 2 - camada 3 (isotrópico - isotrópico), com propriedades dadas na Tabela 3.2. Observar incremento da energia relativa associada a onda S transmitida para ângulos de incidência entre 40 e 80°.

### 3.5 Modelagens Conduzidas

As constantes elásticas do meio equivalente foram calculadas por uma rotina seguindo a metodologia de Crampin (1993), seguindo proposição de Hudson (1980, 1981). Para tanto foi gerado o programa **HUDSON**, escrito em **FORTRAN**, que utiliza como dados de entrada as velocidades  $V_p$  e  $V_s$  do meio de referência e sua densidade, a densidade de fraturamento  $\epsilon$ , a razão de aspecto  $\gamma$ , e o tipo de material preenchendo o espaço poroso - gás, líquido ou sólido, e suas velocidades correspondentes. Como saída tem-se a matriz de constantes elásticas do meio equivalente. O código-fonte do programa **HUDSON** encontra-se no apêndice. Considerou-se em todas as modelagens conduzidas o plano de fraturamento vertical, com eixo de simetria paralelo ao eixo cartesiano  $x_1$ .

Estabeleceu-se então que os testes a serem conduzidos investigariam :

- densidade de fraturamento do meio reservatório, sob condições de razão de aspecto distintas;

- razão de aspecto das fraturas, mantendo-se constante a densidade de fraturamento;

Os parâmetros elásticos utilizados na modelagem, considerando o meio isotrópico de

referência para o reservatório estão apresentados na tabela 3.2. As configurações fonte-receptor estão representadas pelos números de 1 a 4 na figura 3.9, e relativamente ao eixo de simetria das fraturas, com azimutes fornecidos na Tabela 3.3.

| Configuração Fonte-Receptor | Azimuth |
|-----------------------------|---------|
| 1                           | 0°      |
| 2                           | 30°     |
| 3                           | 60°     |
| 4                           | 90°     |

Tabela 3.3 - Azimutes fonte-receptor considerados na modelagem.

Os resultados de todos os testes realizados serão apresentados para um quadrante quanto à disposição da fonte-receptor, já que, para um meio TI com eixo de simetria horizontal, os resultados obtidos são válidos para os demais quadrantes, em função da simetria do meio anisotrópico. Nas seções subsequentes, apresentaremos para cada modelagem realizada as constantes elásticas com dimensão de velocidade ao quadrado.

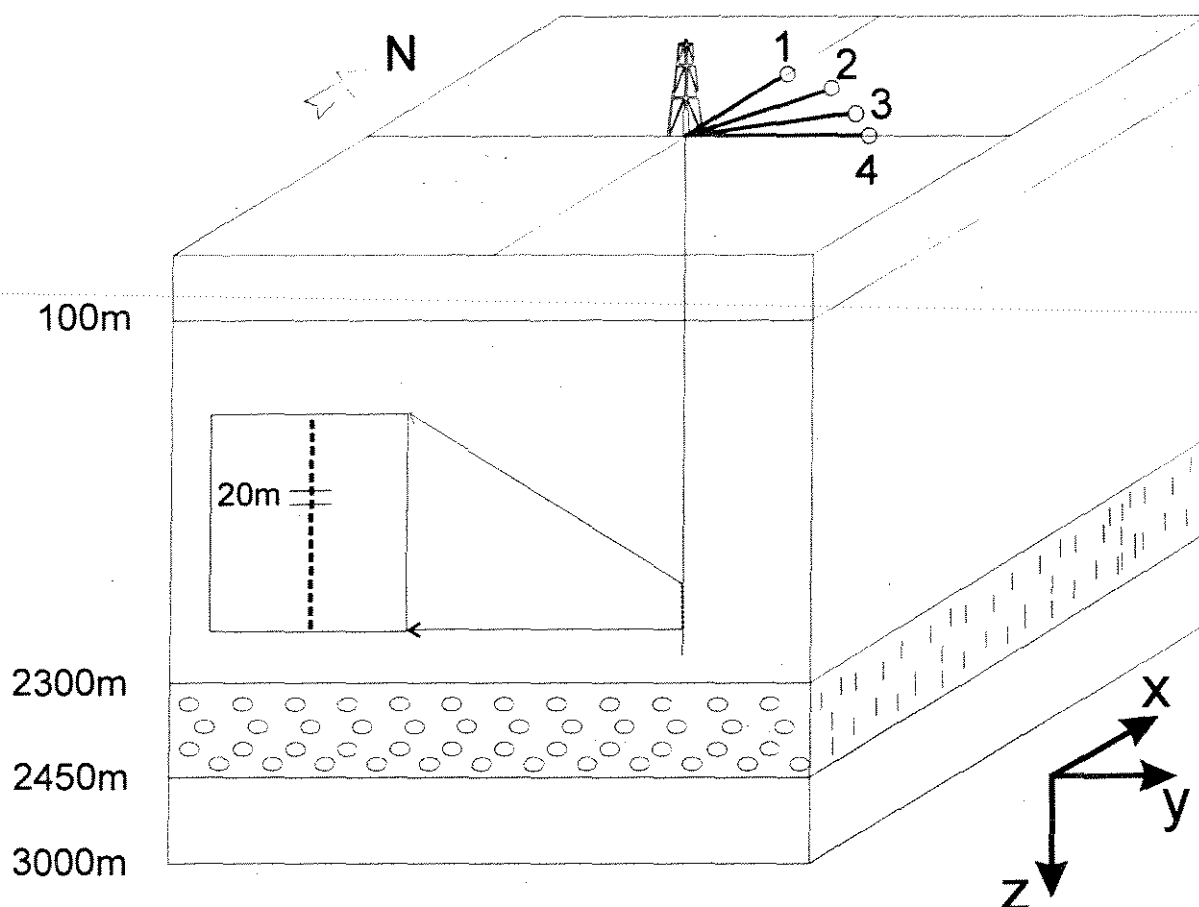


Figura 3.9 - Modelo geológico de quatro camadas plano-horizontais, com poço situado no centro do bloco. Os diferentes azimutes fonte-receptor considerados, todos com afastamento fonte-receptor de 2.000m, estão numerados de 1 a 4. O reservatório fraturado está representado esquematicamente, com profundidades entre 2.300 a 2.450m. O bloco possui 4.000m de extensão por 4.000m de largura, e espessura total de 3.000m. No detalhe, é mostrado a posição dos 15 geofones espaçados de 20m utilizados na modelagem, com profundidade inicial de 2.260m.

### 3.5.1 Densidade de fraturamento

As modelagens realizadas visando avaliar as respostas de polarização para valores distintos de densidade de fraturamento foram conduzidas em duas etapas, mantendo-se constantes os parâmetros elásticos do meio de referência isotrópico como apresentados na tabela 3.2.

Foram utilizados cinco valores de  $\epsilon$  : 0,01; 0,03; 0,05; 0,07 e 0,1, para duas situações limite de razão de aspecto ,  $\gamma = 0,0002$  e 0,5. Os demais parâmetros foram mantidos constantes, conforme Tabela 3.2, no intuito de avaliar os efeitos de tais variações.

Os parâmetros elásticos do meio equivalente (considerando eixo de simetria rotacional paralelo à direção  $x_1$  ) e normalizados pela densidade, para razão de aspecto igual a 0,05 são

$$\epsilon = 1\% \quad \begin{pmatrix} 14,04 & 5,15 & 5,15 & 0 & 0 & 0 \\ & 14,45 & 5,26 & 0 & 0 & 0 \\ & & 14,45 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 4,60 & 0 & 0 \\ & & & & 4,49 & 0 \\ & & & & & 4,49 \end{pmatrix}$$

$$\epsilon = 5\% \quad \begin{pmatrix} 12,30 & 4,51 & 4,51 & 0 & 0 & 0 \\ & 14,22 & 5,02 & 0 & 0 & 0 \\ & & 14,22 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 4,60 & 0 & 0 \\ & & & & 4,11 & 0 \\ & & & & & 4,11 \end{pmatrix}$$

Cap. 3 - Modelagem em meios anisotrópicos

$$\epsilon = 7\%$$

$$\begin{pmatrix} 11,54 & 4,23 & 4,23 & 0 & 0 & 0 \\ & 14,12 & 5,02 & 0 & 0 & 0 \\ & & 14,12 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 4,60 & 0 & 0 \\ & & & & 3,93 & 0 \\ & & & & & 3,93 \end{pmatrix}$$

$$\epsilon = 10\%$$

$$\begin{pmatrix} 10,53 & 3,86 & 3,87 & 0 & 0 & 0 \\ & 13,99 & 4,79 & 0 & 0 & 0 \\ & & 13,98 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 4,60 & 0 & 0 \\ & & & & 3,67 & 0 \\ & & & & & 3,68 \end{pmatrix}$$

Considerando um valor de razão de aspecto duas (2) ordens de grandeza inferior àquele avaliado anteriormente, ou seja,  $\gamma = 0,0002$ , tem-se os parâmetros elásticos normalizados pela densidade dados por:

$$\epsilon = 1\%$$

$$\begin{pmatrix} 14,51 & 5,32 & 5,32 & 0 & 0 & 0 \\ & 14,52 & 5,32 & 0 & 0 & 0 \\ & & 14,52 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 4,60 & 0 & 0 \\ & & & & 4,49 & 0 \\ & & & & & 4,49 \end{pmatrix}$$

$$\epsilon = 5\%$$

$$\begin{pmatrix} 14,49 & 5,31 & 5,31 & 0 & 0 & 0 \\ & 14,51 & 5,32 & 0 & 0 & 0 \\ & & 14,51 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 4,60 & 0 & 0 \\ & & & & 4,11 & 0 \\ & & & & & 4,11 \end{pmatrix}$$

### Cap. 3 - Modelagem em meios anisotrópicos

$$\epsilon = 7\%$$

$$\begin{pmatrix} 14,49 & 5,31 & 5,31 & 0 & 0 & 0 \\ & 14,51 & 5,32 & 0 & 0 & 0 \\ & & 14,51 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 4,60 & 0 & 0 \\ & & & & 3,93 & 0 \\ & & & & & 3,93 \end{pmatrix}$$

$$\epsilon = 10\%$$

$$\begin{pmatrix} 14,47 & 5,31 & 5,31 & 0 & 0 & 0 \\ & 14,51 & 5,32 & 0 & 0 & 0 \\ & & 14,51 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 4,60 & 0 & 0 \\ & & & & 3,67 & 0 \\ & & & & & 3,68 \end{pmatrix}$$



### 3.5.2 Razão de aspecto

Como já demonstrado, a razão de aspecto é um parâmetro que determina a esfericidade de um corpo, sendo calculado como a razão entre os diâmetros menor e maior do mesmo, ou considerando inclusões em um meio, a razão entre a espessura e o diâmetro destas inclusões.

A importância do estudo da variação da razão de aspecto é que esta permite identificar se a causa da anisotropia do meio é determinada pela presença de fraturas, que apresentam baixos valores de razão de aspecto, ou devido à presença de poros achatados, neste caso com maiores valores de razão de aspecto (Douma, 1988), e que impõe maior espalhamento à onda incidente.

Como consideramos os efeitos introduzidos por fraturas na propagação de ondas elásticas, fez-se variar este parâmetro tentando avaliar os efeitos para condições limites, utilizando os seguintes valores de  $\gamma = 0,0001; 0,001; 0,01; \text{ e } 0,1$ , considerando valores de densidade de 10%. Os parâmetros elásticos considerados na modelagem encontram-se relacionados abaixo. Os resultados serão apresentados na seção 5 do capítulo 4.

$$\gamma = 0.0001$$
$$\begin{pmatrix} 14,49 & 5,31 & 5,31 & 0 & 0 & 0 \\ & 14,51 & 5,32 & 0 & 0 & 0 \\ & & 14,51 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 4,60 & 0 & 0 \\ & & & & 3,67 & 0 \\ & & & & & 3,67 \end{pmatrix}$$

Cap. 3 - Modelagem em meios anisotrópicos

$$\gamma = 0.001$$

$$\begin{pmatrix} 14,31 & 5,25 & 5,25 & 0 & 0 & 0 \\ & 14,49 & 5,29 & 0 & 0 & 0 \\ & & 14,49 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 4,60 & 0 & 0 \\ & & & & 3,67 & 0 \\ & & & & & 3,67 \end{pmatrix}$$

$$\gamma = 0.01$$

$$\begin{pmatrix} 12,90 & 4,73 & 4,73 & 0 & 0 & 0 \\ & 14,30 & 5,32 & 0 & 0 & 0 \\ & & 14,30 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 4,60 & 0 & 0 \\ & & & & 3,67 & 0 \\ & & & & & 3,67 \end{pmatrix}$$

$$\gamma = 0.1$$

$$\begin{pmatrix} 9,69 & 3,55 & 3,55152 & 0 & 0 & 0 \\ & 13,87 & 4,67 & 0 & 0 & 0 \\ & & 13,87 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 4,60 & 0 & 0 \\ & & & & 3,67 & 0 \\ & & & & & 3,67 \end{pmatrix}$$

### 3.6 PERFIS SÍSMICOS VERTICAIS

Os Perfis Sísmicos Verticais (PSV), consistem basicamente em uma geometria de aquisição sísmica na qual os geofones são posicionados no interior de poços a profundidades variadas e a fonte sísmica na superfície. Diversas variações em termos de geometria de aquisição são possíveis, como PSV reverso - onde a fonte é detonada no interior do poço e os receptores dispostos na superfície, PSV multi-afastamento, PSV com afastamento de fonte, entre outras. Para uma maior detalhamento, ver Mezomo (1986).

Desenvolvido à partir da técnica de *Well Velocity Survey*, também conhecida como *Check-Shot* - este voltado basicamente para a determinação de velocidades intervalares a partir de dados de primeira quebra dos sismogramas, suas investigações iniciais foram conduzidas no sentido de determinar dois grupos de parâmetros visando a caracterização do campo de onda (Galperin, 1985): um associado com a propagação da onda no espaço e outro com o movimento da partícula ao longo da trajetória do raio, utilizando-se então geofones com 3 componentes. Dificuldades para a determinação de movimento das partículas em poços profundos conduziram então ao registro somente do componente vertical de vibração, com ênfase especial às propriedades cinemáticas da propagação. Entretanto, a constatação de que esta prática conduziria a uma subutilização do método, incentivou a pesquisa no sentido de aumentar o conhecimento das propriedades dinâmicas da propagação e da implementação de técnicas que permitissem a separação dos campos de onda e seu processamento.

### *Cap. 3 - Modelagem em meios anisotrópicos*

As principais vantagens associadas aos levantamentos de PSV em relação aos levantamentos sísmicos convencionais de superfície, considerando-se camadas horizontais ou com pequenos mergulhos - caso genérico encontrado em bacias sedimentares, são (Galperin, 1985):

- ao contrário da sísmica de superfície, a metodologia PSV permite observar e estudar tanto os processos de geração de cada tipo de onda como o campo total, fornecendo informações onde cada processo foi formado, assim como suas propriedades cinemáticas (raios, frentes de onda e tempos de trânsito) e dinâmicas (amplitudes e sismogramas sintéticos) ;

- a separação dos campos de onda ascendente - este o único registrado na sísmica de superfície, e descendente permite melhor identificação de eventos primários dos não desejáveis, tais como reflexões múltiplas, reverberações, difrações, etc;

- as propriedades cinemáticas e dinâmicas das ondas emergentes registradas na sísmica convencional normalmente apresentam variações lentas e suaves ao longo das seções, enquanto que em PSV tais propriedades apresentam variações marcantes ao longo do perfil, permitindo caracterizar com segurança cada tipo de onda considerada;

- flexibilidade de posicionamento dos geofones acima e abaixo de interfaces de interesse torna a ferramenta útil para caracterizar tipos de onda desconsiderando a superposição de determinados efeitos ao longo do perfil, além de permitir avaliar a sua origem e a correlação

estratigráfica;

- redução do nível de ruídos superficiais (ondas de superfície, de canal e reverberações) inerentes à aquisição em superfície e do ruído sísmico de fundo (*background noise*), permitindo assim o registro de sinais de baixa amplitude com espectro de frequências mais amplo, devido à maior razão sinal/ruído observada nestes dados, com ganhos de resolução;

---

- permitir o estudo da direção do movimento das partículas no interior do meio no qual as ondas se propagam, reduzindo-se os fortes efeitos de heterogeneidades associadas às camadas superficiais que mascaram a anisotropia herdada do meio investigado (Crampin, 1987);

- redução da filtragem imposta ao sinal devido à menor trajetória percorrida;
- fornecer medidas mais acuradas de velocidade nas regiões vizinhas ao poço, além de permitir prever as propriedades além da broca (*prediction ahead of the bit*) ;
- permitir a extrapolação dos dados obtidos a partir de perfis - e.g. sônico, para além da região perfilada;

Entretanto, o método apresenta desvantagens inerentes à sua configuração, tais como raio de investigação limitado quando comparado à sísmica de superfície; problemas operacionais relacionados ao posicionamento e ao acoplamento dos receptores nas paredes do poço; e reduzida redundância de traços que compõe cada família de pontos comuns em subsuperfície.

Dentre as principais aplicações ao método PSV, podemos destacar:

- determinação de velocidades intervalares a partir das curvas tempo **x** profundidade;
- correlações do perfil sônico com a sísmica de superfície, na medida em que o PSV incorpora a maioria dos efeitos associados à propagação de ondas em subsuperfície;
- identificação de eventos primários e múltiplos, permitindo a determinação de operadores de deconvolução aplicáveis aos dados de sísmica de superfície;
- identificação litológica a partir da determinação das velocidades das ondas compressional e cisalhante ( $V_p$  e  $V_s$ ); e
- estudo da anisotropia, a partir das informações do tempo de atraso das ondas cisalhantes qS1 e qS2 e de suas medidas de polarização, fornecendo subsídios para caracterização de direções preferenciais de fraturamento, objeto de estudo desta tese.

## **CAPÍTULO 4**

### **RESULTADOS E CONCLUSÕES**

Neste capítulo, serão apresentados e discutidos os resultados obtidos da modelagem sísmica utilizando-se os dados referentes ao Reservatório Macaé, do Campo de Enchova, conforme apresentado no capítulo 3. Esta análise, apesar de incorporar algumas simplificações (modelo de camadas plano-horizontais, meio isotrópico sotoposto ao reservatório, etc) relativamente ao meio geológico real, permite uma boa compreensão dos processos envolvidos na propagação de ondas cisalhantes em meios fraturados.

A seção 4.1 aborda o problema da determinação de afastamentos fonte-receptor, a partir das considerações já introduzidas no capítulo 3, seção 3.4. A seguir, na seção 4.2, serão avaliadas as respostas de diversas configurações em termos de azimuth fonte-receptor, considerando-se as medidas de fraturamento apresentados no capítulo 3. Nas seções 4.3. e 4.4, serão discutidos os resultados obtidos para situações limite quanto às características geométricas das fraturas, onde foram estudados o efeito da variação da densidade de fraturamento mantendo-se a razão de aspecto constante, e da variação da razão de aspecto das fraturas, mantendo-se a densidade de fraturamento constante.

Os limites teóricos de aplicação da metodologia proposta por Hudson (1980, 1981)

#### Cap. 4 - Resultados e conclusões

foram investigados por diversos autores, entre os quais Douma (1988) e Crampin (1993). Peacock et alli (1994) apresentam, a partir de dados de ensaios de compressão utilizando uma rocha carbonática homogênea e de baixa porosidade, relações entre os valores previstos pela teoria de Hudson e aqueles determinados a partir da contagem de fraturas em lâminas delgadas. As conclusões e recomendações para trabalhos futuros são apresentadas na seção 4.5.

Em todos o casos estudados, o modelo geológico é aquele apresentado na figura 3.9, com propriedades para o meio não fraturado e para fluidos fornecidos na tabela 3.2, considerando a seguinte configuração:

- camada 1: meio acústico (lâmina d'água);
- camada 2: meio isotrópico;
- camada 3: reservatório fraturado, apresentando simetria transversalmente isotrópica,

com eixo de simetria horizontal ( $TIH_x$ ), paralelo ao eixo de coordenadas  $x$ ;

- camada 4: meio isotrópico



#### **4.1 Definição do afastamento ótimo**

O problema da conversão de ondas P-SV foi enfocado basicamente no sentido de buscar uma geometria de aquisição em termos de afastamentos fonte-receptor, utilizando-se a metodologia PSV, que otimizasse a amplitude da onda convertida P-SV transmitida para a camada 3, na qual a anisotropia é considerada como sendo decorrente da presença de fraturas finas dispersas no meio reservatório.

Foram considerados afastamentos fonte-receptor variando de 0 a 5.000m, utilizando-se fonte pontual e isotrópica, e posicionada à profundidade de 20m. Os receptores foram posicionados na interface camada 2 - camada 3. Na figura 4.1 são apresentados os diagramas de tempo x distância (a), projeção vertical dos raios (b) e curvas de amplitude x distância para o componente radial (c) e vertical (d), considerando o modo de propagação P-P. A figura 4.2 é equivalente à 4.1, porém para onda P-SV.

Pode-se observar que até atingir o ângulo de incidência crítico (correspondente aproximadamente à distância fonte-receptor de 1.650m), as amplitudes P-SV apresentam valores baixos, menores que aqueles registrados para onda P transmitida, de acordo com o que foi discutido no capítulo 3, seção 3.4. Contudo, na região pós-crítica, há um acentuado aumento da

#### Cap. 4 - Resultados e conclusões

parcela de energia transmitida na forma de onda convertida P-SV. Optou-se por utilizar o afastamento 2,0km, dada a boa relação entre amplitudes  $P / P\text{-SV}$ , em torno de 1,28.

A partir da análise dos diagramas de raios (projeção vertical) das figuras 4.1.b e 4.2.b, pode-se constatar qualitativamente um menor espalhamento geométrico associado à onda convertida P-SV, relativamente à onda P transmitida.

---

O nível de interesse, correspondente ao reservatório fraturado, foi identificado nas figuras 4.1 e 4.2 pela coloração preta, que o distingue dos demais.

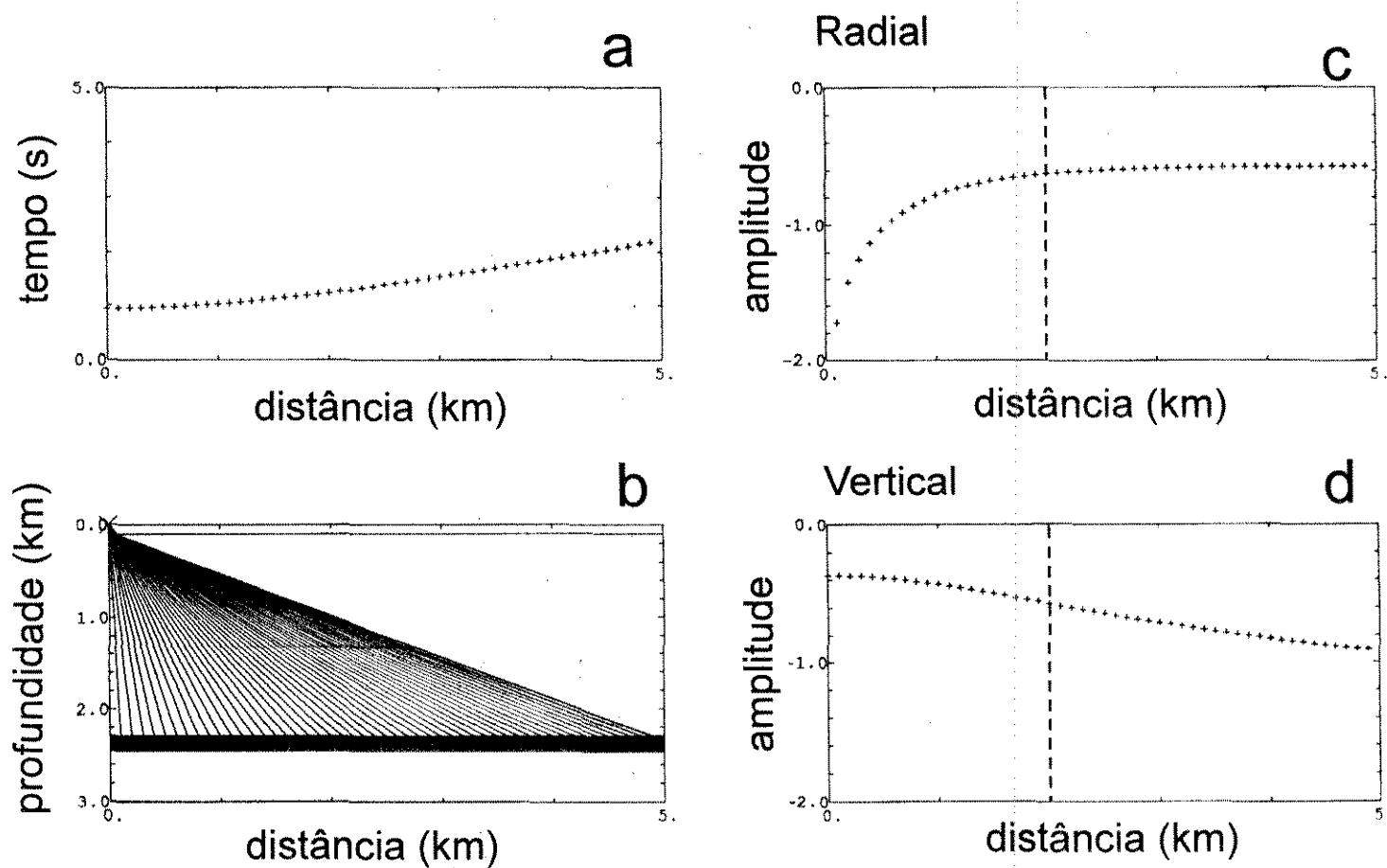


Figura 4.1 - Diagramas de: (a) tempo x distância; (b) de raios (plano vertical); e curvas de amplitude x distância para componentes (c) radial e (d) vertical, considerando modo de propagação P-P.

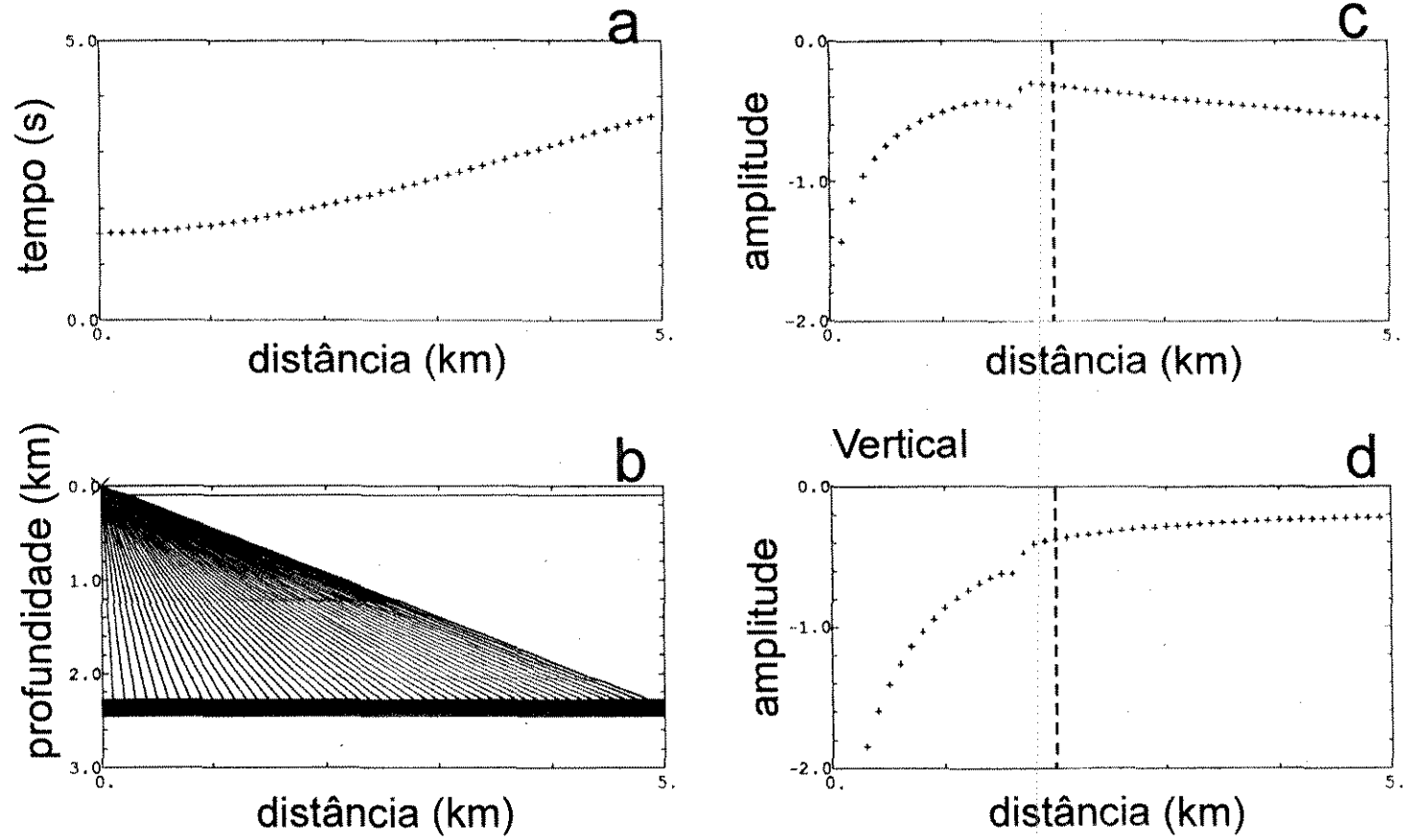


Figura 4.2 - Diagramas de (a) tempo x distância; (b) de raios (plano vertical); e curvas de amplitude x distância para componentes (c) radial e (d) vertical, para modo de propagação P-PSV.

## 4.2 Estudo dos azimutes fonte-receptor

A partir da definição do afastamento ótimo a ser utilizado na modelagem, a segunda etapa do trabalho consistiu no estudo dos azimutes fonte-receptor que permitissem a determinação das direções principais de fraturamento. Como em um caso prático de aquisição visando estudos de anisotropia tais direções não são conhecidas *a priori*, buscou-se estudar sob que condições as medidas de atrasos  $qS2 - qS1$  e de polarizações destas ondas poderiam ser úteis, no sentido de avaliar o número mínimo de perfis necessários ao entendimento das propriedades anisotrópicas do meio fraturado.

Os parâmetros elásticos normalizados pela densidade do meio equivalente à camada 3, considerando eixo de simetria rotacional paralelo à direção  $x_1$ , são

$$\begin{pmatrix} 11,53944 & 4,23117 & 4,23117 & 0 & 0 & 0 \\ & 14,11590 & 4,92242 & 0 & 0 & 0 \\ & & 14,11590 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 4,59674 & 0 & 0 \\ & & & & 3,92703 & 0 \\ & & & & & 3,92703 \end{pmatrix}$$

Considerou-se, neste caso, densidade de fraturamento de 7% e razão de aspecto igual a 0,05, valores estimados a partir das análises de testemunhos.

Foram consideradas 4 (quatro) possíveis direções de aquisição, como apresentado na figuras 3.9 e 4.3:

- **azimute 1** : azimute fonte-receptor coincidindo com o eixo de simetria rotacional das fraturas. No caso, coincidente com a direção N-S ;

- **azimute 2** : azimute fonte-receptor formando ângulo de  $30^\circ$  com o eixo de simetria rotacional das fraturas;

- **azimute 3** : azimute fonte-receptor fazendo um ângulo de  $60^\circ$  com o eixo de simetria rotacional das fraturas;

- **azimute 4** : azimute fonte-receptor coincidindo com o *strike* das fraturas. No caso, coincidente com a direção E-W (figura 3.9);

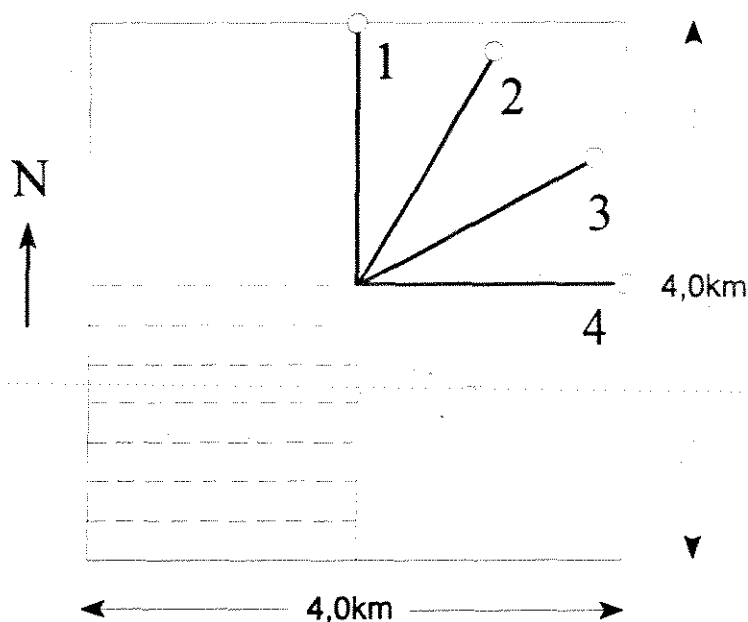


Figura 4.3 - Mapa base esquemático do modelo. As linhas hachuradas representam o *strike* das fraturas. O azimuth fonte-receptor 1 coincide com o eixo de simetria rotacional.

Na figura 4.4 estão representadas as posições dos geofones no poço vertical. Pode-se observar que os 3 primeiros receptores encontram-se inseridos na camada 2, isotrópica. O receptor 4 está posicionado na interface entre a camada 2 e 3, enquanto que os receptores de numero 5 a 11 situam-se na camada 3, anisotrópica e correspondente ao reservatório fraturado. Os demais estão posicionados na camada 4, isotrópica.

A figura 4.5 apresenta as curvas de atraso relativo  $qS2-qS1$ , para os 4 azimutes fonte-receptor. É interessante observar que para a condição na qual o plano de propagação contém o

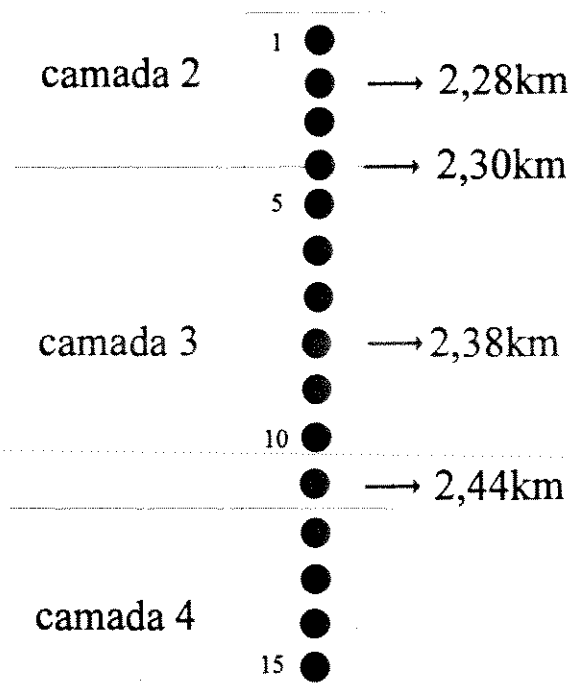
#### Cap. 4 - Resultados e conclusões

eixo de simetria (figura 4.5.a) não há birrefringência sísmica observável. Quando o plano de propagação é ortogonal ao eixo de simetria (figura 4.5.d) também não ocorre birrefringência, pelo fato da onda incidente no meio anisotrópico ser convertida P-SV, com polarização contida no plano vertical. Para os dois casos a propagação ocorre em planos de simetria do meio anisotrópico.

Os desvios em relação ao zero para as duas curvas 4.5.a e 4.5.d são decorrentes de imprecisões numéricas do método de cálculo.

Contudo, para as direções não coincidentes com planos de simetria do meio anisotrópico, que é o caso dos azimutes 2 (figura 4.5.b) e 3 (figura 4.5.c), a birrefringência torna-se observável, com a separação dos processos qS1 e qS2. A curva da figura 4.5.b mostra que, mesmo para receptores situados na base da camada anisotrópica, o atraso entre as duas ondas é ainda baixo, em torno de 2ms para o geofone 10.





**Figura 4.4** - Posicionamento dos receptores no poço. Atentar para posição dos geofones na camada 3 (anisotrópica)

Para o azimute 3, observa-se um aumento significativo do atraso  $qS2-qS1$ , à medida que aumenta a profundidade dos receptores. Para um mesmo receptor, p. ex., o geofone 10, observa-se que o atraso relativo é três vezes maior na condição do azimute 3 quando comparado com o azimute 2.

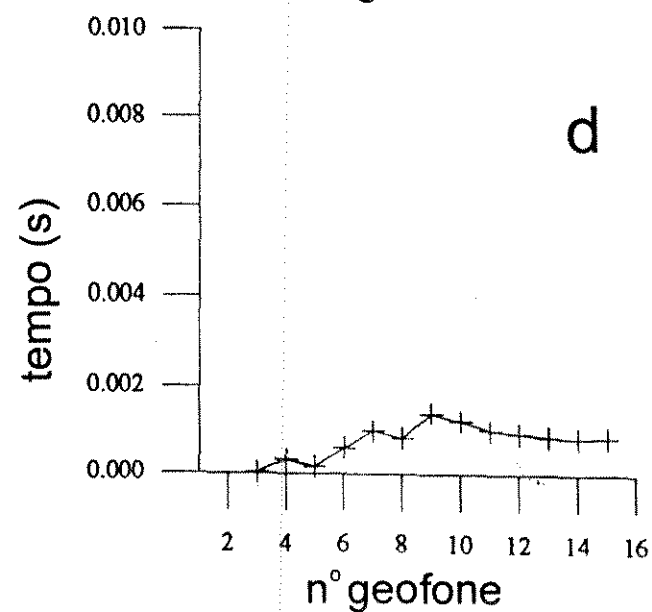
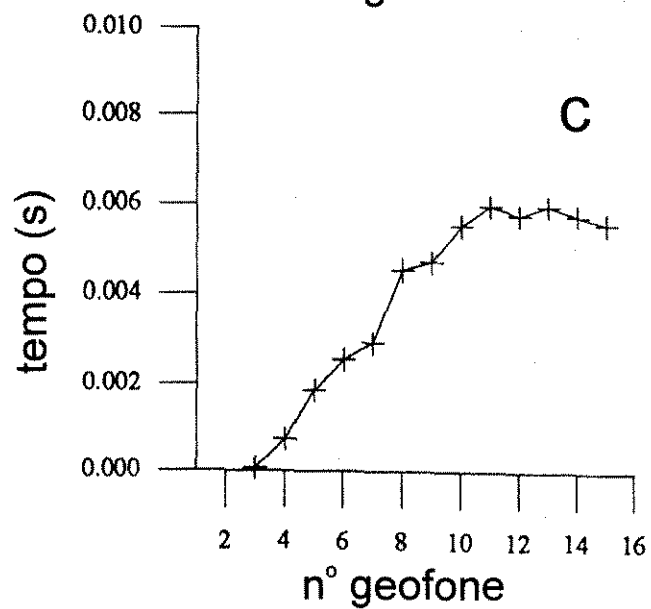
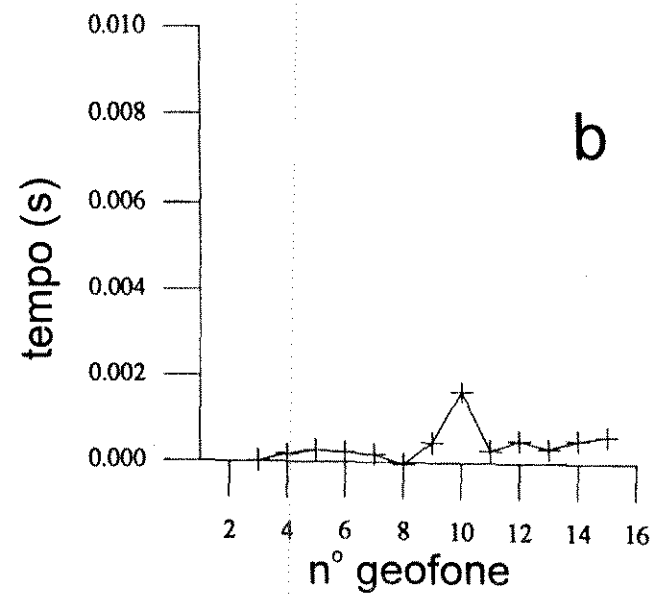
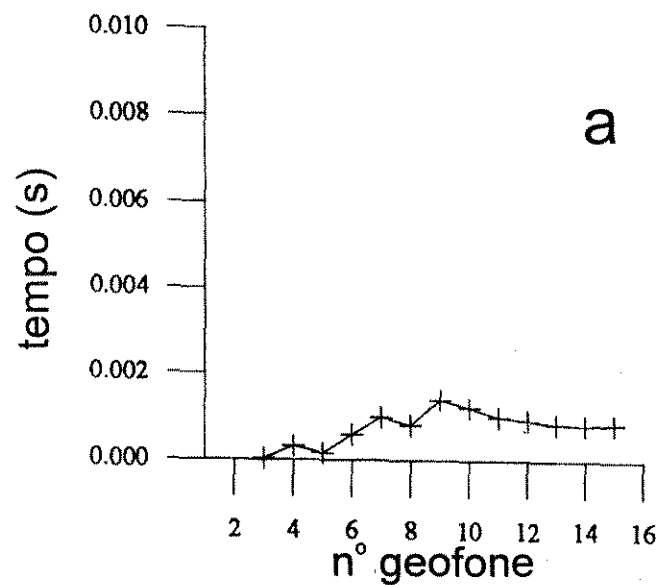


Figura 4.5 - Curvas de atraso relativo qS2-qS1, para azimutes fonte-receptor (a) 0°, (b) 30°, (c) 60° e (d) 90°.

Foram também avaliados os sismogramas sintéticos, considerando um pulso com frequência dominante de 100Hz, para os quatro azimutes fonte-receptor. Estes sismogramas foram computados considerando-se somente as ondas qS1 e qS2. É interessante observar que para os receptores situados na camada 2, isotrópica, as *wavelets* apresentam polaridade arbitrária.

Nas figuras 4.6.a e 4.9.b pode-se observar o fato, já discutido, de que quando há coincidência do plano de propagação com um dos planos de simetria do meio, somente uma onda S é registrada, assumindo incidência P-SV. É importante ainda comparar os sismogramas 4.6.b (para propagação ortogonal ao strike das fraturas) e 4.9.a (para propagação paralela ao strike das fraturas). No primeiro caso, a onda S propaga-se com velocidade mais baixa, assumindo a velocidade do meio fraturado, enquanto que no segundo ela assume a velocidade da matriz não fraturada.

A análise dos sismogramas registrados para os azimutes fonte-receptor 2 (figura 4.7) e 3 (figura 4.8) mostra a dificuldade da interpretação destes resultados (para a abordagem considerada) quando se utiliza as ferramentas usuais para interpretação de dados sísmicos convencionais. Na figura 4.7.a, para azimuth 2, é possível interpretar uma interferência dos pulsos qS1 e qS2 para os geofones situados a partir da profundidade 2.42km (geofone nº 9), chegando-se a observar inversão da polaridade do pulso no último geofone da camada 3.

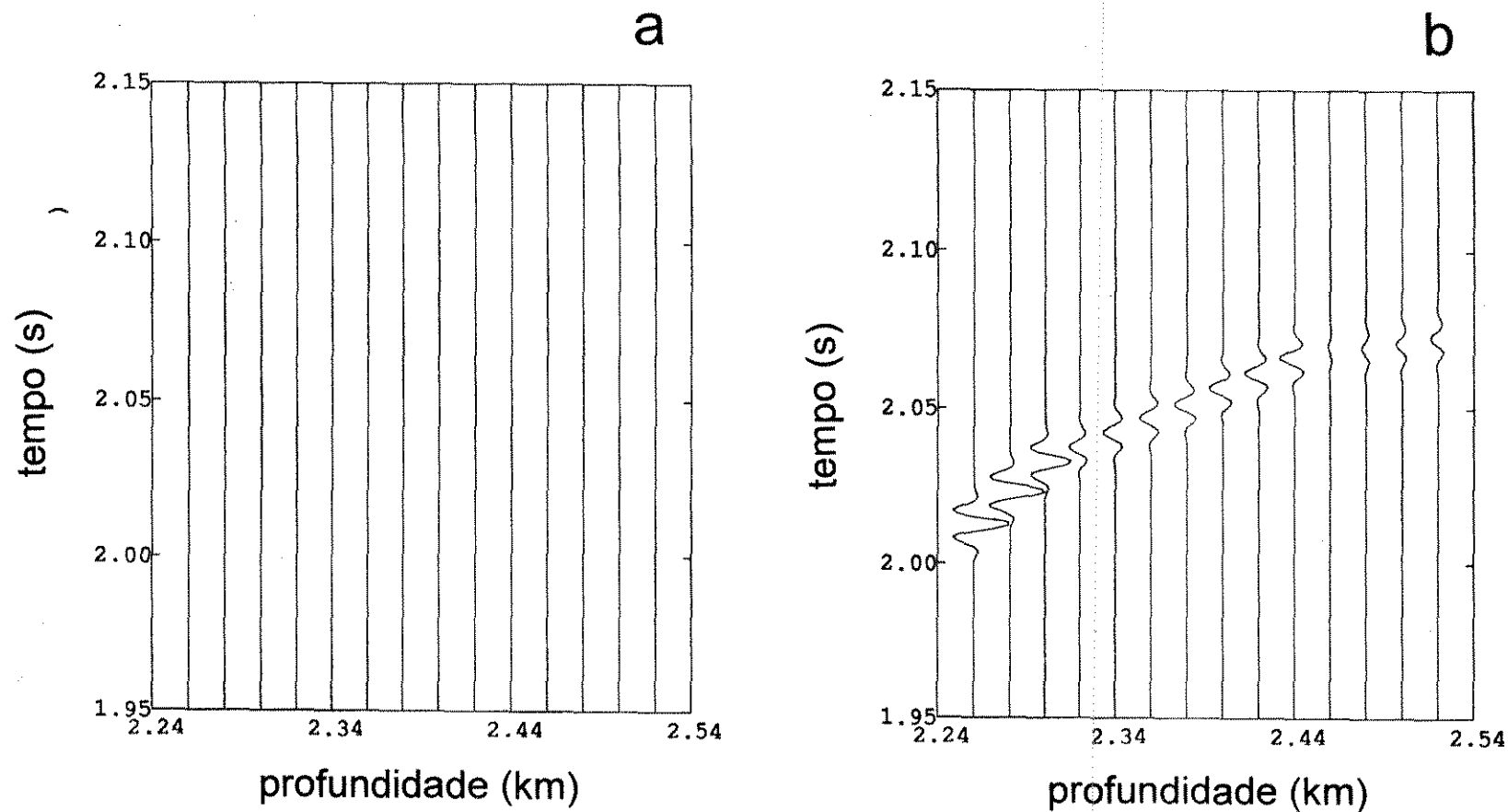


Figura 4.6 - Sismogramas sintéticos para ondas qS1 e qS2, considerando meio anisotrópico com densidade de fraturamento de 7% e azimuth fonte-receptor  $0^\circ$ . Em (a) componente E-W e (b) componente N-S. Observar em (a) amplitudes nulas, já que o plano de propagação coincide com um plano de simetria que contém o eixo de simetria rotacional.

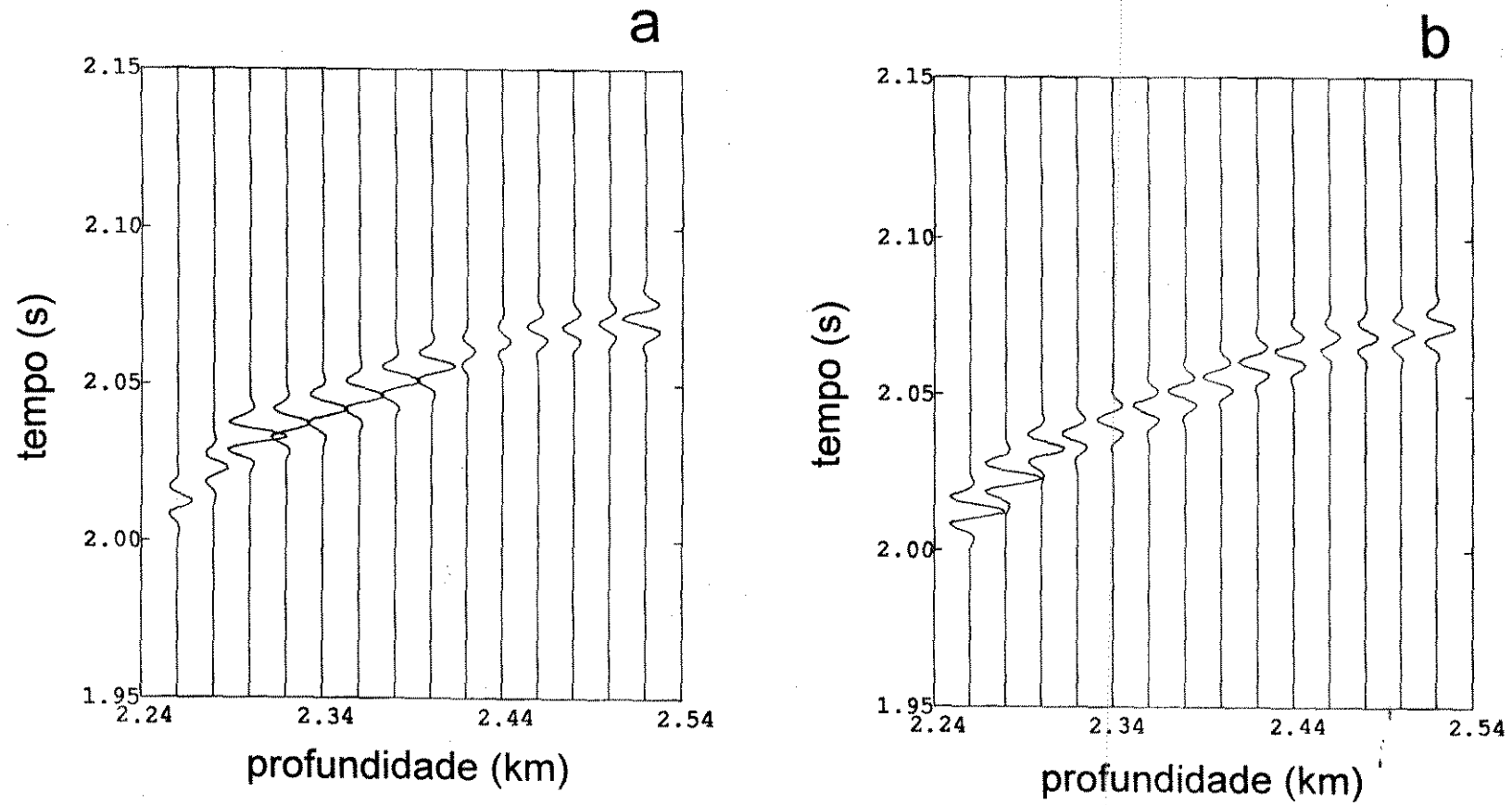


Figura 4.7 - Sismogramas sintéticos para ondas qS1 e qS2, considerando meio anisotrópico com densidade de fraturamento de 7% e azimuth fonte-receptor  $30^\circ$ . Em (a) componente E-W e (b) componente N-S.

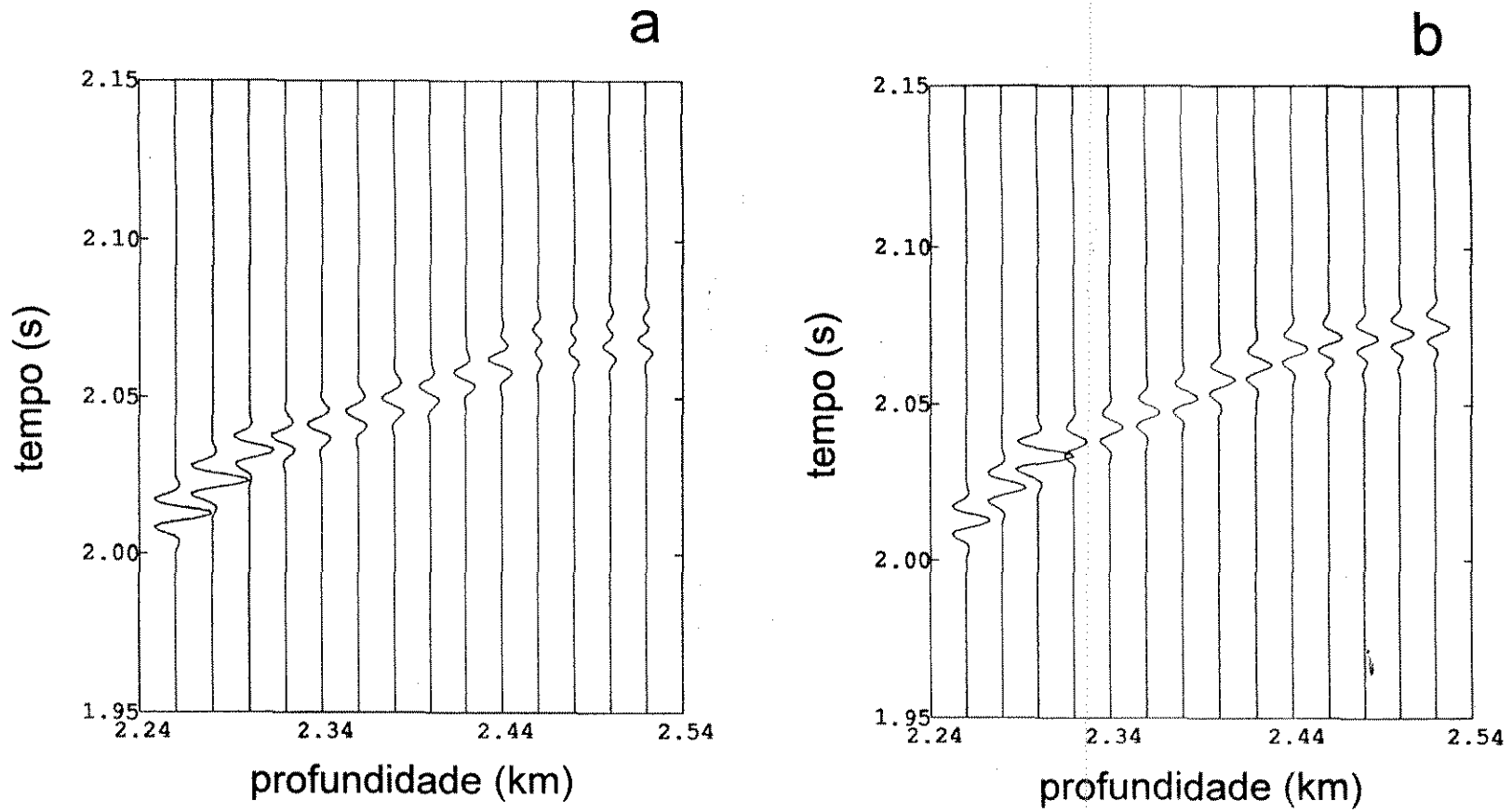


Figura 4.8 - Sismogramas sintéticos para ondas qS1 e qS2, considerando meio anisotrópico com densidade de fraturamento de 7% e azimuth fonte-receptor  $60^\circ$ . Em (a) componente E-W e (b) componente N-S.

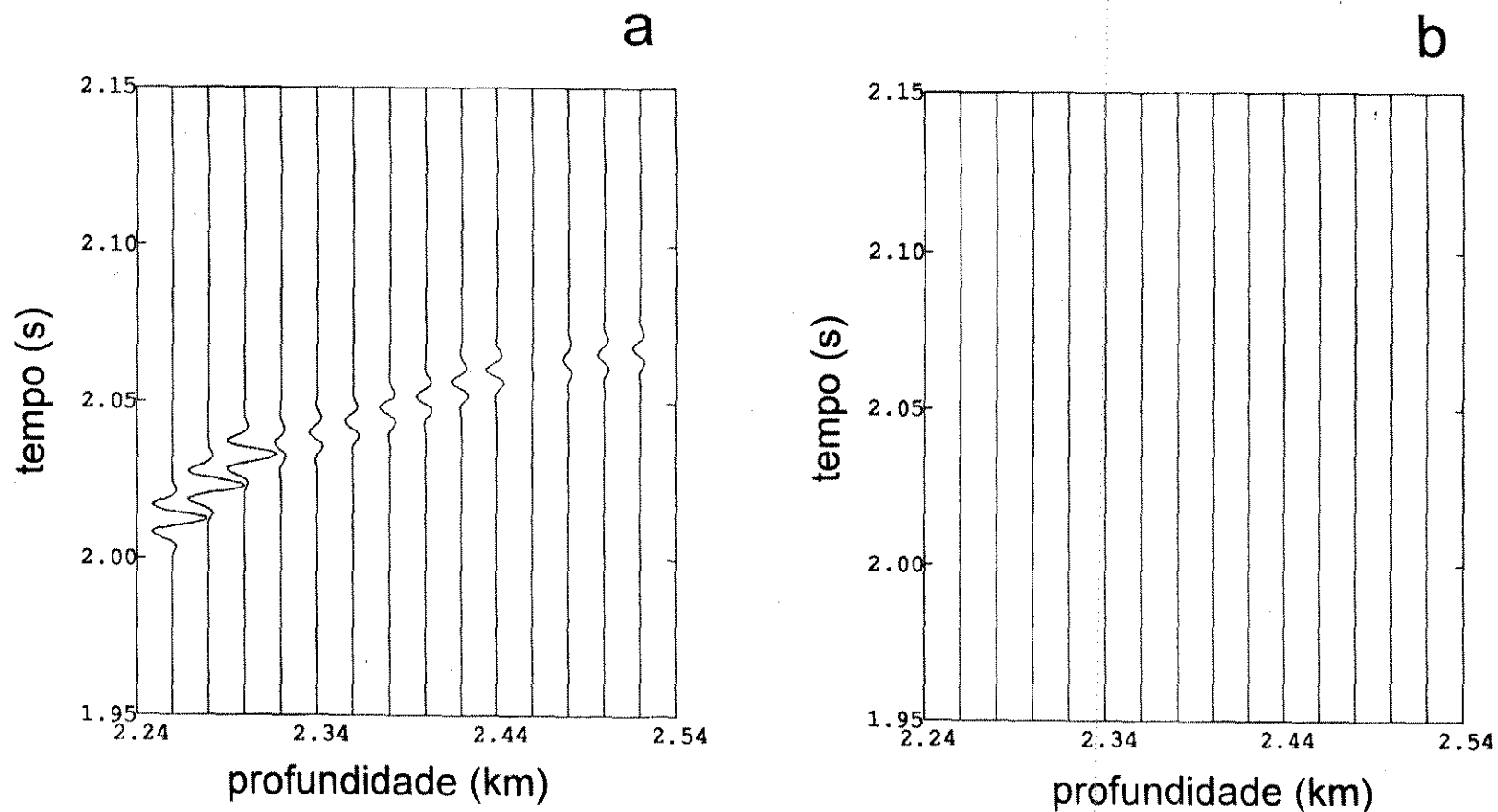


Figura 4.9 - Sismogramas sintéticos para ondas qS1 e qS2, considerando meio anisotrópico com densidade de fraturamento de 7% e azimuth fonte-receptor  $90^\circ$ . Em (a) componente E-W e (b) componente N-S. Em (b) as amplitudes são nulas devido à onda P-SV incidente em um plano de simetria no meio anisotrópico.

#### Cap. 4 - Resultados e conclusões

Já no sismograma 4.8.a, observa-se um trem de ondas registradas somente pelos geofones situados na camada 4 (isotrópica). Este efeito pode ser explicado pelo *splitting* residual ocorrido nos últimos 10m da camada 3, suficiente para melhor separar os pulsos qS1 e qS2, que, ao incidirem na camada 4, passam a se propagar com a mesma velocidade, carregando contudo o atraso relativo adquirido ao se propagarem na camada anisotrópica.

A análise dos diagramas de polarização, por sua vez, mostra de forma bastante clara os aspectos discutidos para os sismogramas sintéticos. Na figura 4.10 são apresentados os diagramas de polarização, para projeção horizontal, computados para geofones posicionados à profundidades de 2,28km (1ª coluna, da esquerda para a direita), 2,32km (2ª coluna), 2,38km (3ª coluna) e 2,44km (4ª coluna). Os 4 azimutes fonte-receptor estão representados pelas letras **a**, **b**, **c** e **d**, onde a linha de diagramas indicada pela letra **a** estão apresentados os diagramas de polarização para diversos receptores, registrados para o azimuth fonte-receptor 0°. Da mesma forma, a letra **b** corresponde ao azimuth 30°, e assim sucessivamente.

Com exceção do azimuth **c**, todos os demais diagramas apresentaram padrão de polarização linear. Contudo, ao analisarmos os diagramas do azimuth **c**, pode-se verificar que, para uma trajetória percorrida de 80m na camada anisotrópica, já ocorre uma separação



#### Cap. 4 - Resultados e conclusões

observável entre as duas ondas quase-cisalhantes, mais pronunciada, contudo, ao avaliamos o receptor situado à profundidade de 2,44km, onde dois pulsos com polarizações praticamente ortogonais são facilmente interpretados. Neste diagrama, indicada por uma flecha, é mostrada a direção de polarização do primeiro sinal registrado no receptor. É interessante observar que esta direção de polarização - E-W, coincide com a direção de fraturamento do meio investigado.

---

Desta forma, os resultados obtidos para os azimutes **a** e **d** mostram-se inconclusivos, já que nas duas situações a polarização registrada é linear, podendo ser interpretada tanto como sendo condicionada à propagação longitudinal ou transversal ao plano de fratura do meio. Assim, não seria possível garantir, com base exclusivamente em dados de polarização para levantamentos efetuados ao longo destas duas direções, a correta direção do plano de fratura, podendo-se somente afirmar que o plano de fraturamento é ou paralelo ou ortogonal à direção considerada. Para a determinação precisa do plano de fraturamento, a aquisição de dados também ao longo do azimuth **c** seria necessária.

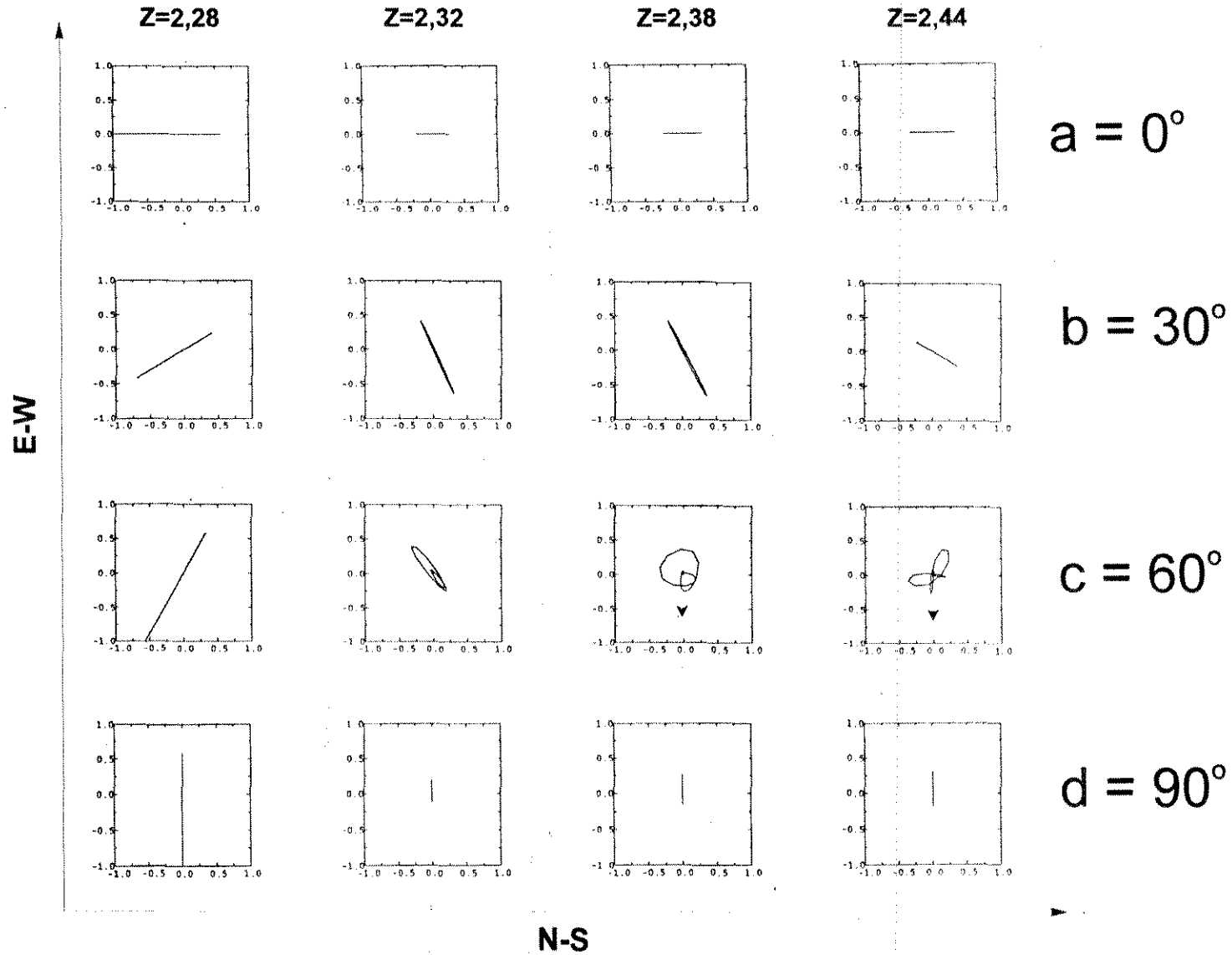


Figura 4.10 - Diagramas de polarização (projecção horizontal), considerando meio anisotrópico com densidade de fraturamento de 7% e razão de aspecto de 0.05. Cada linha de diagramas corresponde a um azimuth fonte-receptor, sendo (a)  $0^\circ$ , (b)  $30^\circ$ , (c)  $60^\circ$  e (d)  $90^\circ$ . A profundidade dos geofones é indicada no topo de cada coluna. As setas indicam a direção de polarização do primeiro pulso registrado.

### **4.3 Efeito da densidade de fraturamento**

Uma segunda abordagem foi considerar o efeito da variação da densidade de fraturamento para dois valores distintos de razão de aspecto, mantendo-se o afastamento fonte-receptor em 2,0km e o azimute fonte-receptor igual a 60° (condição de melhor resposta para diagrama de polarização), e considerando-se os mesmos parâmetros do meio de referência da tabela 3.2.

Os valores de densidade de fraturamento considerados foram  $\epsilon = 1\%$ ,  $5\%$ ,  $7\%$  e  $10\%$ , e razões de aspecto  $\gamma = 0.0002$  e  $0.05$ . Os parâmetros elásticos do meio equivalente para cada caso considerado foram apresentados na seção 3.5.1, do capítulo 3.

A figura 4.11 mostra os diagramas de polarização para diferentes receptores, considerando  $\gamma=0.05$ . Nesta figura cada linha de diagramas representa uma densidade de fraturamento distinta, expressas como: (a)  $\epsilon = 1\%$ , (b)  $\epsilon = 5\%$ , (c)  $\epsilon = 7\%$  e (d)  $\epsilon = 10\%$ . Pode-se observar que para densidades de fraturamento  $\epsilon = 5\%$ , e receptor à 2,44km, é possível observar um início de separação entre as ondas qS1 e qS2, apresentando um padrão de polarização que é repetido para um receptor mais raso (2,38km), porém para densidade de

fraturamento maior, correspondente à  $\epsilon = 7\%$ . Contudo, em ambos os casos, o comportamento da polarização ainda é predominantemente elíptico. Somente para densidade de 10% e para o receptor mais profundo (2,44km) é que a polarização assume um comportamento essencialmente linear, sendo possível identificar duas direções praticamente ortogonais de polarização.

É interessante ainda notar a repetição dos padrões de polarização quando observa-se os diagramas segundo uma linha diagonal que bissecta as direções E-W e N-S. Por exemplo, na figura 4.11, o diagrama com  $\epsilon = 1\%$  para  $z=2,44\text{km}$ , comparado com  $\epsilon = 5\%$  para  $z=2,38$ , e ainda com  $\epsilon = 7\%$  para  $z=2,32\text{km}$ . O mesmo efeito ocorre também para os diagramas de polarização referentes à  $\epsilon = 7\%$  para  $z = 2,44\text{km}$ , e  $\epsilon = 10\%$  e  $z = 2,38\text{km}$ . Este efeito poderia ser decorrente da relação entre o *splitting* promovido pelo aumento da densidade de fraturamento e o atraso em tempo relativo  $qS1/qS2$  decorrente da trajetória percorrida a velocidades distintas.

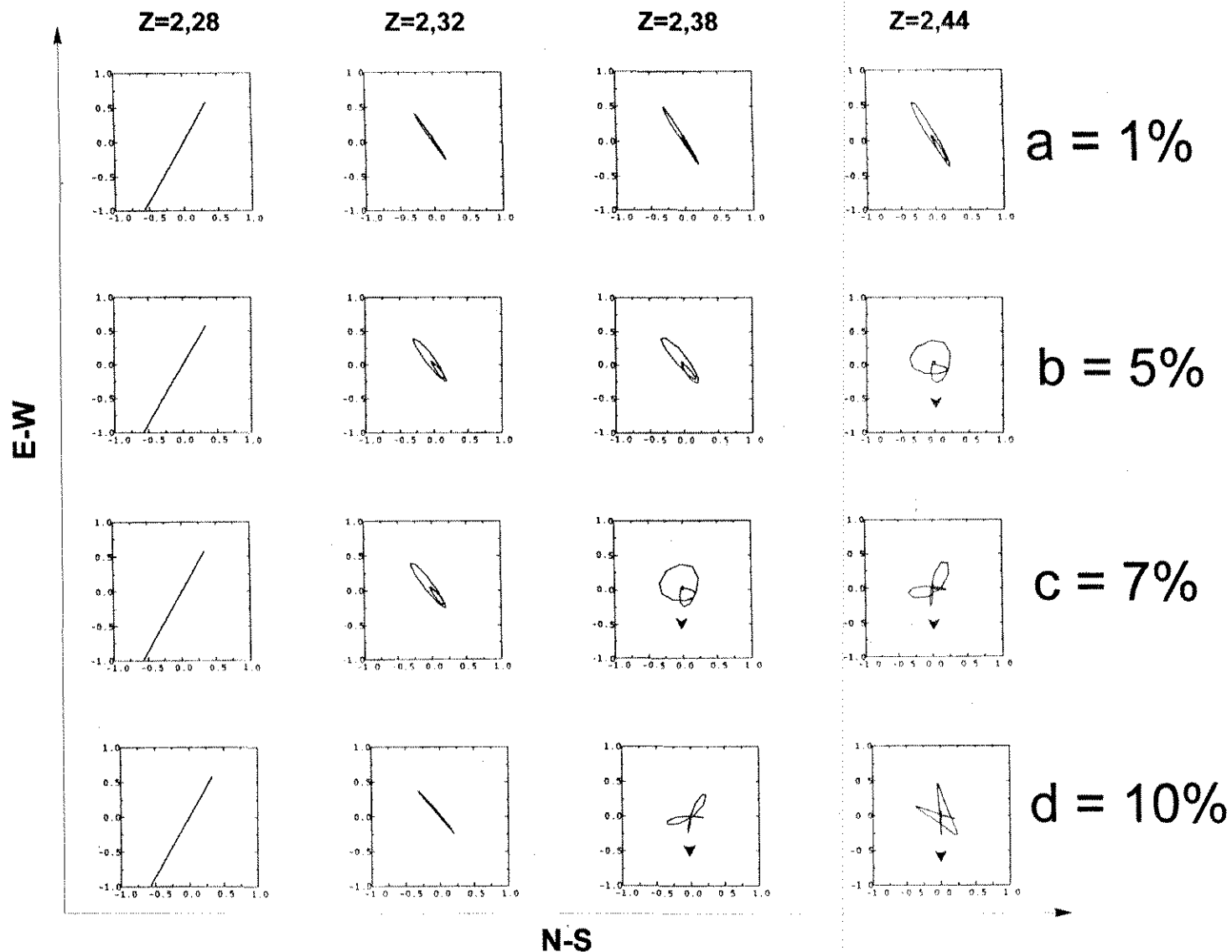


Figura 4.11 - Diagramas de polarização (projeção horizontal), considerando meio anisotrópico com razão de aspecto de 0.05, para azimuth fonte-receptor  $60^\circ$ . Cada linha de diagramas corresponde a valores distintos de densidade de fraturamento, correspondentes a (a) 1%, (b) 5%, (c) 7% e (d) 10%. A profundidade dos geofones é indicada no topo de cada coluna. As setas indicam a direção de polarização do primeiro pulso registrado.

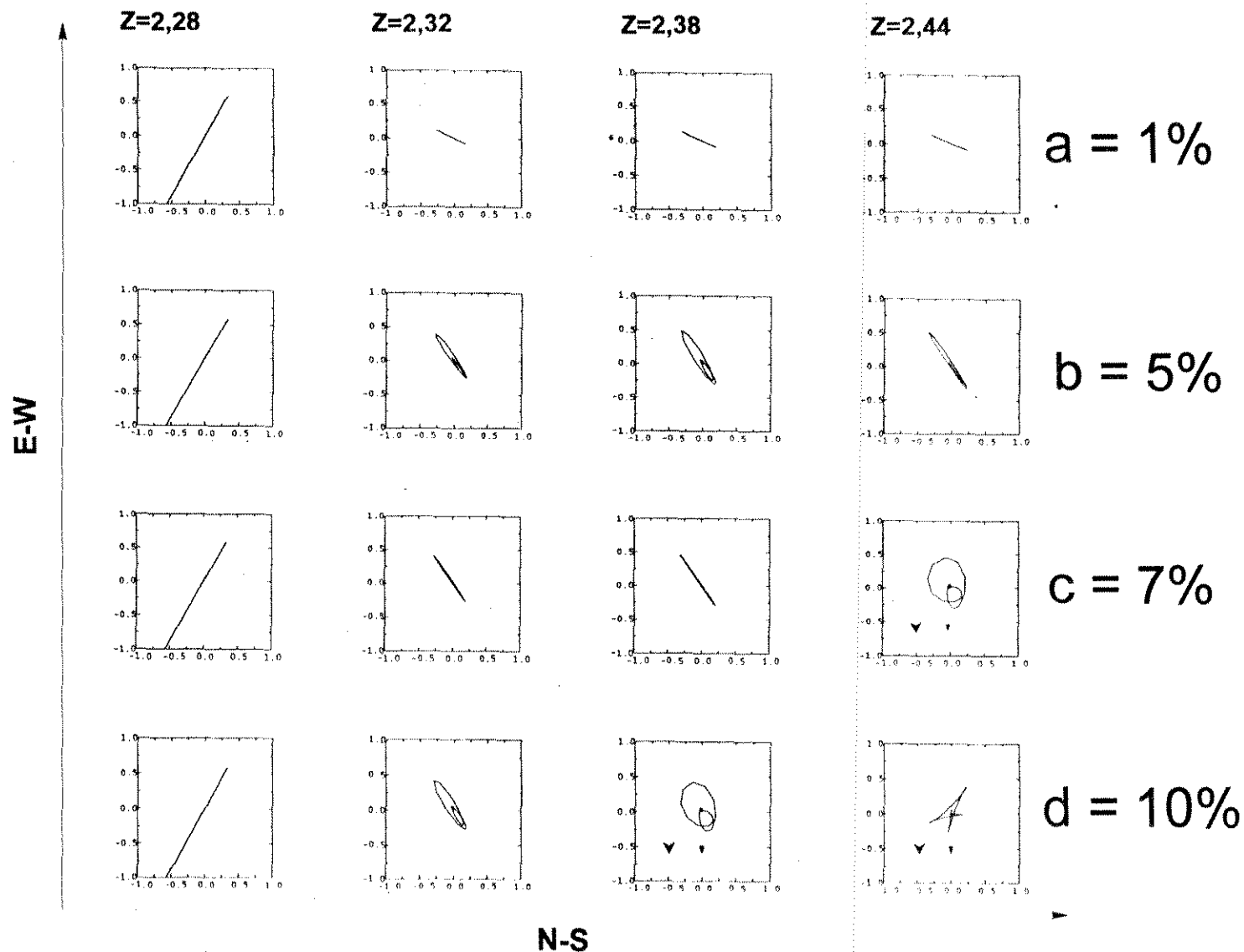


Figura 4.12 - Diagramas de polarização (projecção horizontal), considerando meio anisotrópico com razão de aspecto de 0.0002, para azimuth fonte-receptor  $60^\circ$ . Cada linha de diagramas corresponde a valores distintos de densidade de fraturamento, correspondentes a (a) 1%, (b) 5%, (c) 7% e (d) 10%. A profundidade dos geofones é indicada no topo de cada coluna. As setas indicam a direção de polarização do primeiro pulso registrado.

#### Cap. 4 - Resultados e conclusões

Considerando ainda o efeito das variações de densidade de fraturamento de 1%, 5%, 7% e 10%, utilizando contudo um valor de razão de aspecto 2 ordens de grandeza inferior que aquele avaliado anteriormente, ou seja, igual a 0.0002, com parâmetros elásticos também fornecidos no capítulo 3, seção 3.5.2, pode-se perceber que, comparativamente aos diagramas apresentados na figura 4.11, a redução da razão de aspecto promoveu uma maior linearidade nos diagramas de polarização apresentados na figura 4.12, devido, provavelmente, ao menor atraso observado entre os pulsos qS1 e qS2.

O efeito da redução do razão de aspecto em 2 ordens de grandeza parece ter o mesmo impacto que aumentar a densidade de fraturamento em um valor de aproximadamente 2%, para o meio considerado. Pode-se observar que para menores valores de razão de aspecto, a inferência das direções de fraturamento somente mostra-se possível para altas densidades de fraturamento, e considerando-se ainda uma maior trajetória percorrida pelo sinal para que a separação entre as duas ondas seja completa, como pode ser observado no geofone à profundidade de 2,44km, para as densidades de fraturamento *c* e *d*, da figura 4.12.

#### **4.4 Efeito da variação da razão de aspecto**

Crampin (1987), em Douma (1988), argumenta que um aumento da ordem de 50 vezes da razão de aspecto tende a duplicar o atraso relativo  $qS2-qS1$ . Douma (1988) mostra que variações da razão de aspecto promove mudanças das direções de singularidade, deslocando-as para mais próximo da horizontal. A importância do conhecimento de tais direções é devida às ocorrência de bruscas mudanças de polarização das ondas quase-cisalhantes em regiões próximas às direções de singularidade. Estes fatores são relevantes, já que a inversão da polarização do sinal poderia induzir a conclusões errôneas quanto às direções de fraturamento.

Convém ressaltar que os valores de razão de aspecto válidos pela formulação apresentada por Hudson (1980, 1981) seriam limitados à  $\epsilon \leq 0.1$  e  $\gamma \leq 0.03$ . Na análise proposta, contudo, foram considerados valores superiores ao definidos teoricamente, face ao trabalho apresentado por Crampin (1993), que mostra validações para tais resultados.

A figura 4.13 mostra o efeito da variação da razão de aspecto das fraturas mantendo-se o valor de densidade de fraturamento constante e igual a  $\epsilon = 10\%$ . Foram considerados os seguintes valores: (a)  $\gamma = 0.0001$ ; (b)  $\gamma = 0.001$ ; (c)  $\gamma = 0.01$ ; e (d)  $\gamma = 0.1$ . Pode-se notar que para todos os valores de razão de aspecto é possível a determinação da direção de fraturamento



#### Cap. 4 - Resultados e conclusões

pelo menos ao nível do geofone mais profundo ( $z = 2,44\text{km}$ ) . À medida que consideramos maiores valores de  $\gamma$ , contudo, observa-se que as polarizações perdem o padrão linear para menores profundidades, sendo possível identificar duas direções ortogonais de polarização correspondentes às ondas qS1 e qS2, p. ex., para o receptor à profundidade de  $2,38\text{km}$  e  $\gamma = 0.0001$ .

---

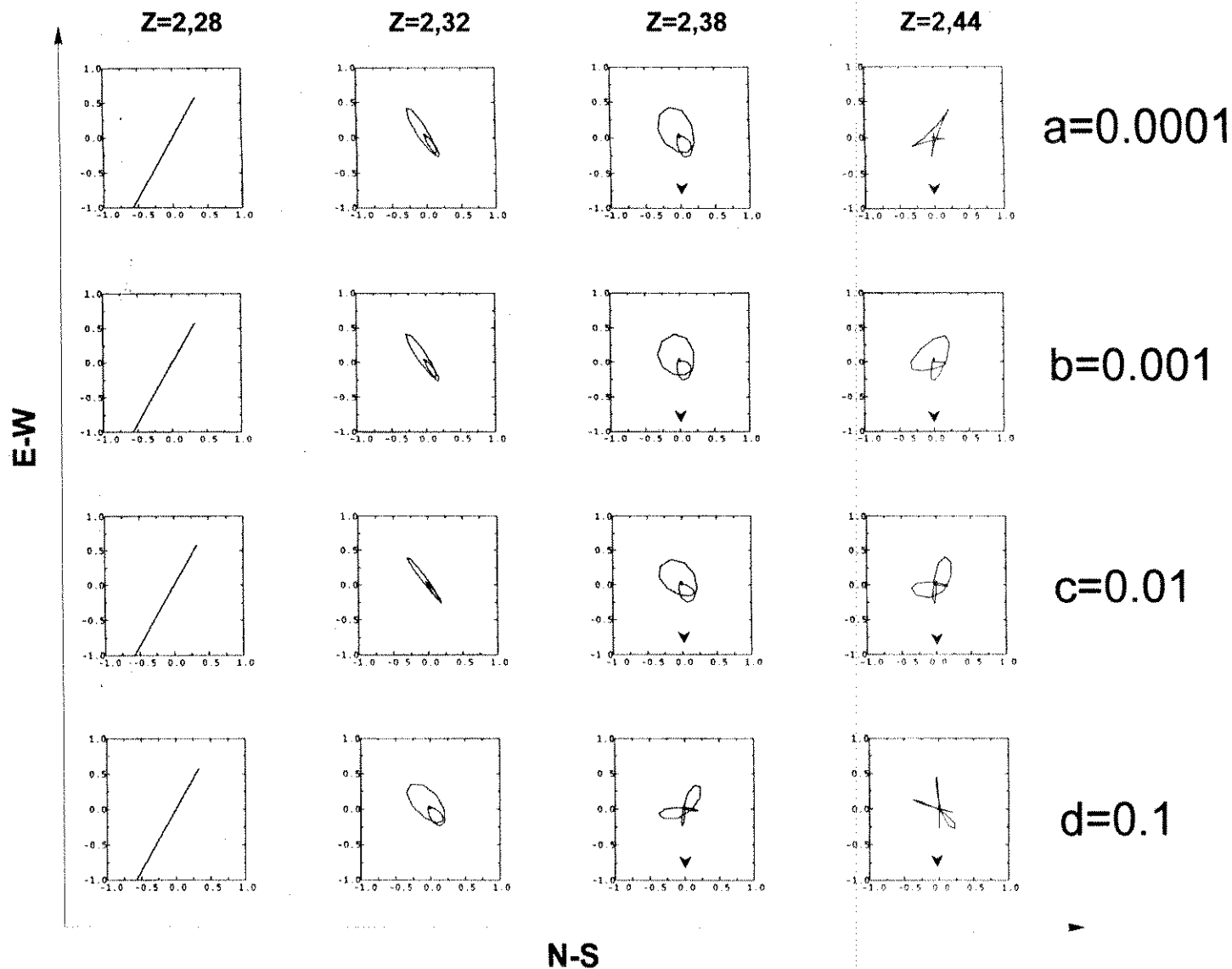


Figura 4.13 - Diagramas de polarização (projeção horizontal), considerando meio anisotrópico com densidade de fraturamento de 10%, para azimuth fonte-receptor  $60^\circ$ . Cada linha de diagramas corresponde a uma razão de aspecto, sendo (a) 0.0001, (b) 0.001, (c) 0.01 e (d) 0.1. A profundidade dos geofones é indicada no topo de cada coluna. As setas indicam a direção de polarização do primeiro pulso registrado.

#### **4.5 Conclusões e recomendações**

Apesar de considerar algumas simplificações ( distribuição uniforme de fraturamento, forma da fratura, simetria TI, entre outras), e restrições quanto à densidade de fraturamento e razão de aspecto, a formulação proposta por Hudson mostrou-se adequada para a modelagem conduzida, dado aos parâmetros de fraturamento considerados para o caso estudado. Porém, a mais séria restrição à formulação de Hudson é a de desconsiderar a conectividade entre fraturas, embora métodos empíricos que consideram o fluxo entre fraturas já tenham sido apresentados (Hudson, 1991).

A análise conduzida, apesar de incorporar também algumas simplificações, tais como: modelo de camadas plano-horizontais, meio isotrópico sotoposto ao reservatório , uma direção única de fraturamento, etc, relativamente ao meio geológico real, permitiu uma boa compreensão dos processos envolvidos na propagação de ondas cisalhantes em meios fraturados.

Os resultados obtidos mostram a viabilidade da inferência das direções principais de fraturamento a partir de dados sísmicos à três componentes (sísmica 3C) , caso determinadas premissas sejam consideradas. Neste aspecto, deve-se ressaltar a necessidade da aquisição de, no mínimo, três direções (azimutes fonte-receptor) de perfis sísmicos, já que o registro de somente

duas direções pode conduzir a interpretações não conclusivas.

A análise dos efeitos dos parâmetros geométricos do fraturamento mostrou uma maior sensibilidade da polarização das ondas qS1 e qS2 às variações de densidade de fraturamento quando comparadas à mudanças da razão de aspecto.

A validação destes resultados, comparando-os com os dados obtidos com um levantamento real, mostra-se indispensável para a correta validação do método proposto por Hudson (1980, 1981). Neste aspecto, sugere-se a PETROBRÁS a execução de um levantamento VSP à três componentes, na área estudada, na tentativa de elucidar o problema do reconhecimento das direções de fraturamento presentes na área. Estes dados mostram-se de grande valia para o correto posicionamento de poços, principalmente no que se refere à perfuração horizontal.

A possibilidade de acompanhamento das propriedades geométricas de fraturas também abre um novo campo de investigação, possibilitando avaliar as mudanças do tipo de fluido (saturação) no espaço poroso a partir de variações dos dados de polarização de ondas cisalhantes. É importante ressaltar que o uso de fontes de maior espectro de frequências, possibilitando a recuperação de frequências mais altas, permitiria a investigação de micro-heterogeneidades importantes para a melhor caracterização do espaço poroso.

Uma outra utilização dos dados de polarização estaria relacionada à estimulação de reservatórios por fraturamento hidráulico, permitindo assim monitorar as direções principais de fraturas impostas ao meio poroso a partir destes dados, realizando-se levantamentos antes, durante e depois da estimulação, em geometrias de aquisição PSV.

Recomenda-se como trabalho futuro a comparação dos resultados utilizando-se outras abordagens para a geração do meios equivalente, tais como aquelas propostas por Nishizawa (1982), Schoenberg (1980) e Crampin (1995). Este último apresenta resultados onde o termo de fluxo de fluidos é incorporado à modelagem, tornando-a mais próxima da situação real em um campo produtor de petróleo.

Um outro tema que deve merecer estudos futuros seria o da utilização da tomografia de raio-X para o imageamento de testemunhos, tal como apresentado nesta tese, que, porém, não pode ser concluído. Esta abordagem mostra-se de grande valia para a caracterização do espaço poroso determinado pelo fraturamento, permitindo inferir, com um elevado grau de certeza, o comportamento espacial das fraturas, bem como melhor definir seus parâmetros geométricos (densidade de fraturamento e razão de aspecto). A representatividade dos modelos investigados aumentaria, assim, o grau de confiabilidade dos resultados obtidos na modelagem sísmica.

A utilização de dados de polarização não é restrita ao mapeamento de heterogeneidades em escala de reservatório, apesar de, na literatura consultada, mostrar-se como uma das principais linhas de pesquisa. É possível também utilizar tais dados em áreas onde eventos associados à ondas cisalhantes não possam ser devidamente discriminados no processamento convencional, a partir da aplicação de filtros de polarização.

---

## AGRADECIMENTOS

À PETROBRÁS, pela oportunidade da condução da pesquisa, e à UNICAMP, pelos meios necessários à sua realização.

Ao corpo docente, pela oportunidade do aprendizado e pelas discussões que permitiram aumentar o espectro do conhecimento.

Ao orientador, Professor Ivan de A. Simões Filho, pela despojamento no trato do dia-a-dia, e pelas inúmeras e frutíferas discussões, que em muito contribuíram para o entendimento dos problemas anisotrópicos.

Ao Eng. Moacir Cornetti, pela paciente e despretensiosa ajuda computacional.

Aos amigos da turma de 93, pelos momentos agradáveis que tornaram menos difícil a tarefa proposta. À todos, sem exceção, os meus maiores agradecimentos.

Aos funcionários do IG/AGP, em especial aos funcionários Ricardo e Creuza, sempre disponíveis para auxílio nos assuntos gerais.

Ao professor E. Bonet, ao qual gostaria de prestar uma homenagem, pela eterna disposição em atender aos seus alunos e exemplo de espírito científico.

Ao Professor Martin Tygel, que em muito contribuiu para o entendimento matemático da formulação de Hudson.

Ao professor Ivan Pšenčík, pelo permissão ao uso e publicação dos resultados obtidos a partir do programa ANRAY89.

Aos geofísicos Ricardo Tarabini Castellani e Paulo Roberto Schroeder Johann, pelo incentivo de todas as horas. E pela grande amizade.

À minha mãe, Nilza, e meu querido e saudoso pai, Jarbas, pelo exemplo e pela eterna dedicação.

À minha esposa, Dani, e aos meus filhos, Daniel e Bruna, por tudo.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKI, K. & RICHARDS, P. 1980. *Quantitative seismology. Theory and methods*. Freeman, S. Francisco.
- BOTELHO, M. A. B., 1986. *Modelamento sísmico na Bacia do Recôncavo usando a técnica do traçamento dos raios*. Tese de doutorado. PPPG/UFBa, Salvador.
- ČERVENÝ, V. ,1987. *Ray Methods for Three-Dimensional Seismic Modelling*. Petroleum Industry Course. The Norwegian Institute of Technology, Trondheim-Norway.
- CRAMPIN, S., 1981. *A review of wave motions in anisotropic and cracked media*. Wave Motion, **3**, 343-391.
- CRAMPIN, S., 1985. *Evaluation of anisotropy by shear-wave splitting*. Geophysics, **50**, n.1, 142-152.
- CRAMPIN, S. 1986. *Anisotropy and transverse isotropy*. Geoph. Prospecting, **34**, 94-99.
- CRAMPIN, S., 1989. *Suggestions for a consistent terminology for seismic anisotropy*. Geophysical Prospecting **37**, 735-770.
- CRAMPIN, S., 1993. *A Review of the effects of crack geometry on wave propagation through aligned cracks*. Canadian Journal of Exploration Geophysics, **29**, 3-17.
- CRAMPIN, S., 1993. *Limits to crack density in sedimentary rocks : implications of fracture critically for production and EOR*. 63° Ann. Intern. Meeting, SEG.

CRAMPIN, S., 1995. *Production seismology*. 65<sup>o</sup> Ann. Intern. Meeting, SEG.

DOUMA, J., 1988. *Crack-induced anisotropy and its effect on vertical seismic profiling*. Tese de doutorado. Utrecht.

DUARTE, O.O. , 1984. *Manual de Subrotinas - Quarta Edição*. Apostila de Curso. CENPES - PETROBRÁS

FRANZ, E., 1987. *Análise da geologia de reservatório dos carbonatos da Formação Macaé no Campo de Enchova, Bacia de Campos, Brasil*. Tese de mestrado. UFOP, Ouro Preto.

GALPERIN, E.I.. 1985. *Vertical Seismic Profiling and its Exploration Potential*. D. Reidel Publishing Company.

GOLF-RATCH, T. D. Van, 1982. *Fundamentals of fractured reservoir engineering*. Elsevier, Amsterdam.

HELBIG, K. 1994. *Foundations of anisotropy for exploration seismics*. Handbook of Exploration Geophysics, vol. 22. Pergamon, Trowbridge.

HUDSON, J. A. 1980. *Overall properties of cracked solids*. *Math. Proc. Camb. Phil. Soc.*, **88**, 371-384.

HUDSON, J. A. 1981. *Wave speeds and atenuation of elastic waves in material containing cracks*. *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **64**, 133-150.

- HUDSON, J. A. 1991. *Overall properties of heterogeneous material*. Geophys. J. International, **107**, 505-512.
- LEARY, P.C., CRAMPIN, S., & MCEVILLY, T. V., 1990. *Seismic fracture anisotropy in the Earth's crust : an overview*, 1990. Journal of Geophysical Research, **95**, nº B7, 11.105-11.114.
- MEZZOMO, L. C., 1986. *Levantamento Sísmico Vertical com Multiafastamento da Fonte Sísmica*. Dissertação de Mestrado, PPPG/UFBA, Salvador-BA.
- NISHIZAWA, O., 1982, Seismic velocity anisotropy in a medium cointaining oriented cracks-transversely isotropic case. J. Physics of the Earth, **30**, 331-347.
- PEACOCK, S. et alli, 1994. *Seismic velocities in fractured rocks: an experimental verification of Hudson's theory*. Geophysical Prospecting, **42**, 27-80.
- PCENSIK, I. & GAJEWSKI, G. 1989. Manual do programa ANRAY89.
- PCENSIK, I. & GAJEWSKI, D. 1987. Computation of high frequency seismic in 3D laterally inhomogeneous anisotropic media. Geophys. J. R. Astr. Soc., **91**, 383-411.
- SIMÕES Fº, I. A.. 1992. *Modelagem e inversão de tempos de trânsito em meios heterogêneos anisotrópicos fatorados*. Tese de Doutorado, PPPG/UFBa. Salvador, BA.
- TATHAN, R. H. & McCORMACK, M. D. 1994. *Multicomponent seismology in petroleum exploration*. Investigations in geophysics series: v. 6, SEG, USA.
- TELFORD, W. M., GELDART, L. P. & SHERIFF, R. E., 1990. *Applied geophysics*, Cambridge Univ. Press.

TSVANKIN, I.D. & CHESNOKOV, E.M., 1990. *Synthesis of body wave seismograms from point sources in anisotropic media*. Journal of Geophysical Reserch, **95**, n.b7, 11.317-11.333.

WINTERSTEIN, D. F. 1990. *Velocity anisotropy terminology for geophysicists*. Geophysics, **55**, 1070-1088.

## APÊNDICE

**Código do programa HUDSON para cômputo de constantes elásticas utilizando a metodologia proposta por Hudson ( 1980, 1981)**

```
PROGRAM HUDSON
C
C
C*****
C
C  PROGRAMA PARA GERAR MATRIZ DE CONSTANTES ELASTICAS
C  PARA MEIO FRATURADOS (E.NE.0). CONSIDERA A MATRIZ
C  DE CONSTANTES ELASTICAS DO MEIO ANISOTROPICO
C  COMO UM SOMATORIO DAS CONSTANTES ELASTICAS DO MEIO
C  ISOTROPICO DE REFERENCIA E AQUELAS DEVIDAS AS
C  PERTURBACOES DE PRIMEIRA E SEGUNDA ORDEM DESTE MEIO
C  ( HUDSON - 1980,1981), COMO:
C
C       $C_{ijkl} = C0_{ijkl} + C1_{ijkl} + C2_{ijkl}$ 
C
C  ONDE:
C      C0 i j k l - MATRIZ DE CE DO MEIO ISOTROPICO REFERENCIA
C      C1 i j k l - MATRIZ DA PERTURB. DE PRIMEIRA ORDEM
C      C2 i j k l - MATRIZ DE PERTURB. DE SEGUNDA ORDEM
C
C  A MATRIZ 6X6 RESULTANTE ESTA DISPOSTA NO FORMATO DE
C  ENTRADA NO PROGRAMA ANRAY89 (PSENCIK E GAJEWSKI), COM
C  DADOS ABAIXO DA DIAGONAL PRINCIPAL ZERADOS.
C
C
C*****
C
C
C  DADOS DE ENTRADA:
C
C  E ---> DENSIDADE DE FRATURAS
C  A ---> RAO DAS FRATURAS (M)
C  AR --> ASPECT RATIO
C  VP --> VELOCIDADE DA ONDA P NO MEIO ISOTROPICO (M/S)
C  VS --> VELOCIDADE DA ONDA S " " " (M/S)
```

C D --> DENSIDADE DO MEIO ISOTROPICO (G/CM3)  
 C VPM --> VELOCID. DA ONDA P DO MATERIAL PREENCHENDO FRATURA (M/S)  
 C VSM --> VELOCID. DA ONDA S DO " " " (M/S)  
 C DM --> DENSIDADE DO MATERIAL PREENCHENDO FRATURA (G/CM3)  
 C TM --> TIPO DE MATERIAL PREENCHENDO O MEIO FRATURADO  
 C ( 0 -> GAS, 1 -> LIQUIDO, 2 -> OUTRO)  
 C  
 C\*\*\*\*\*  
 C  
 C AS MATRIZES 6X6 COMPUTADAS SAO:  
 C  
 C P0 --> MATRIZ CE DO MEIO ISOTROPICO DE REFERENCIA  
 C P1 --> " " COM PERTURBACAO DE PRIMEIRA ORDEM  
 C P2 --> " " " " SEGUNDA "  
 C PF --> " RESULTANTE ( P0+P1+P2)  
 C  
 C  
 C\*\*\*\*\*  
 C  
 C DEFINICAO DAS CONSTANTES ELASTICAS DO MEIO ISOTROPICO  
 C E DO MATERIAL PREENCHENDO AS FRATURAS.  
 C  
 C C1 ---> LAMBDA DO MEIO ISOTROPICO  
 C C2 ---> MI " " "  
 C C3 ---> MODULO BULK (K) " " "  
 C C4 --->  $C1 + 2 * C2$   
 C C5 ---> DENSIDADE DE FRATURAS / MI  
 C C6 --->  $\pi * \text{ASPECT RATIO} * MI$   
 C C9 ---> QUADRADO DA DENSIDADE DE FRATURAS / 15  
 C C10 --> FATOR Q  
 C C11 --> LAMBDA' DO MATERIAL PREENCHENDO FRATURAS  
 C C21 --> MI' " " " "  
 C C31 --> MODULO BULK " " "  
 C C100 --> FATOR K DA FORMULA DE U11  
 C C101 --> FATOR M DA FORMULA DE U33  
 C C102 --> FATOR X  
 C  
 C OBS.1: OS VALORES CALCULADOS NA MATRIZ DE SAIDA  
 C EXPRESSAM VELOCIDADE EM KILOMETROS/SEGUNDO;  
 C  
 C  
 C OBS.2: A MODELAGEM PODE CONSIDERAR PREENCHIMENTO DE FRATURAS  
 POR:  
 C  
 C A) LIQUIDO, QUANDO  $MI' = 0.0$  E  $K' = LAMBDA' = RHO' * VPM^{**2}$   
 C ONDE RHO' REPRESENTA A DENSIDADE DO FLUIDO DO PORO

```

C      E VPM EH A VELOCIDADE ACUSTICA DO FLUIDO
C
C      B) GAS, QUANDO LAMBDA' = MI' = K' = 0.0
C
C
C*****
C
C
C      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z), INTEGER*4 (I-N)
C      DIMENSION P0(6,6), P1(6,6), P2(6,6), PF(6,6)
C      PARAMETER (PI=3.141593)
C      CHARACTER*40 SAIDA
C
C
C      C1 = 0.0
C      C2 = 0.0
C      C3 = 0.0
C      C4 = 0.0
C      C5 = 0.0
C      C6 = 0.0
C      C7 = 0.0
C      C8 = 0.0
C      C9 = 0.0
C      C10 = 0.0
C      C11 = 0.0
C      C21 = 0.0
C      C31 = 0.0
C      C100 = 0.0
C      C101 = 0.0
C      C102 = 0.0
C
C*****
C
C
C      ENTRADA DOS DADOS E INICIALIZACAO DO PROGRAMA
C
C      OBS: DADOS DO ARQUIVO DE ENTRADA DEVERAO ESTAR NA FORMA
C      VP,VS,RHO,E,AR,R,TM,VPM,VSM,DM
C
C      OPEN (UNIT=1,FILE='enchova.dat',status='unknown')
C
C      WRITE(*, '(A)') ' ENTRE COM ARQUIVO DE SAIDA DA MATRIZ DE CE'
C      READ (*, '(A)') SAIDA
C      close(5)
C      OPEN (UNIT=5,FILE=SAIDA,STATUS='unknown')
C

```

```

C
  READ(1,10)VP,VS,D,E,AR,R,TM,VPM,VSM,DM
10 FORMAT(/,(5X,F8.3))
  WRITE(*,10)VP,VS,D,E,AR,R,TM,VPM,VSM,DM
C
C*****
C
C
C  CALCULO DAS CONSTANTES K, LAMBDA E MI PARA O MEIO DE
C  REFERENCIA E MATERIAL DA FRATURA
C
  VPQ = VP**2
  VSQ = VS**2
  VPMQ = VPM**2
  VSMQ = VSM**2
  C1 = D*(VPQ-2.*VSQ)
  C2 = D*VSQ
  C3 = D*(VPQ-(4./3.)*VSQ)
  C4 = C1 + 2.*C2
  C11 = DM*(VPMQ-2.*VSMQ)
  C21 = DM*VSMQ
C  C31 = DM*(VPMQ-(4./3.)*VSMQ)
C
C  CALCULA DA MATRIZ P0
C
  DO I=1,6
    DO J=1,6
      P0(I,J)=0.0
      IF(I.EQ.J.AND.J.LE.3) P0(I,J)=C4
      IF(I.EQ.J.AND.J.GT.3) P0(I,J)=C2
      IF(I.LT.J.AND.J.LE.3) P0(I,J)=C1
    CONTINUE
  END DO
CONTINUE
END DO
IF(E.EQ.0.0) GO TO 200
C
C
C*****
C
C  CALCULO DOS ELEMENTOS DA MATRIZ DE PERTURBACAO
C  DE PRIMEIRA ORDEM P1
C
C
  K=0
  L=0

```



```

DO I=1,6
  DO J=1,6
    K=I+J
    L=J-I
    P1(I,J) = 0.0
    IF(L.EQ.0.AND.I.EQ.1) P1(I,J) = C4**2
    IF(L.EQ.0.AND.K.GT.2.AND.J.LE.3) P1(I,J) = (C1)**2
    IF(L.EQ.0.AND.J.GT.4) P1(I,J) = C2**2
    IF(L.GT.0.AND.I.EQ.1.AND.J.LT.4) P1(I,J) = C1*C4
  CONTINUE
END DO
CONTINUE
END DO
P1(2,3) = (C1)**2
C
C
C  PREMULTIPLICA A MATRIZ P1(I,J) POR (-E/MI) E POSMULTIPLICA
C  PELA MATRIZ DIAGONAL U
C
C  OBS.: QUANTO AO MATERIAL PREENCHENDO AS FRATURAS
C
C    1) PARA LIQUIDOS (VSM=0.0 E MI'=0.0), CONSIDERA-SE
C      K'=DM*VPM**2
C
C    2) PARA GASES, ASSUME MI'=LAMBDA'=K'=0.0, OU SEJA,
C      O VALOR DE C31 SERA ZERO, CONSIDERANDO PARA TAL
C      FLUIDOS COM VELOCIDADES VPM < 1000 M/S.
C
C
C  VPMQ = VPM**2
C  VSMQ = VSM**2
C  C11 = DM*(VPMQ-VSMQ)
C  C21 = DM*VSMQ
C5 = -(E/C2)
C6 = PI*AR*C2
IF(TM.EQ.0.0) C11=0.0
IF(TM.EQ.1.0) C21=0.0
C31 = C11 + (2./3.)*C21
C
C
C  C100 = K DA FORMULA DE U11
C  C101 = M DA FORMULA DE U33
C
C
C100 = ((C31+(4./3.)*C21)/C6)*(C4/(C1+C2))
C101 = 4.*(C21/C6)*(C4/(3.*C1+4.*C2))

```

```

U11 = (4./3.)*(C4/(C1+C2))/(1.+C100)
U33 = (16./3.)*(C4/(3.*C1+4.*C2))/(1.+C101)
DO I=1,6
  DO J=1,6
    P1(I,J) = P1(I,J)*C5
    IF(J.LE.3) P1(I,J) = P1(I,J)*U11
    IF(J.EQ.4) P1(I,J) = 0.0
    IF(J.GE.5) P1(I,J) = P1(I,J)*U33
  CONTINUE
END DO
CONTINUE
END DO

C
C
C  CALCULA A MATRIZ DE PERTURBACAO DE SEGUNDA ORDEM
C
C
C9 = (E**2)/15.
C10 = 15.*((C1/C2)**2)+28.*(C1/C2)+28.
UQ11 = U11**2
UQ33 = U33**2
C102 = 2.*C2*(3.*C1+8.*C2)/C4
K=0
L=0
DO I=1,6
  DO J=1,6
    K=I+J
    L=J-I
    P2(I,J) = 0.0
    IF(L.EQ.0.AND.I.EQ.1) P2(I,J) = C4*C10
    IF(L.EQ.0.AND.K.GT.2.AND.J.LE.3) P2(I,J) = (C1**2.)*C10/C4
    IF(L.EQ.0.AND.J.GT.4) P2(I,J) = C102
    IF(L.GT.0.AND.I.EQ.1.AND.J.LT.4) P2(I,J) = C1*C10
  CONTINUE
END DO
CONTINUE
END DO
P2(2,3)=(C1**2)*C10/C4

C
C
C  PREMULTIPLICA P2 POR C9 E POSMULTIPLICA PELO QUADRADO
C  DA MATRIZ DIAGONAL U
C
C
DO I=1,6
  DO J=1,6

```

```

      P2(I,J) = P2(I,J)*C9
      IF(J.LE.3) P2(I,J) = P2(I,J)*UQ11
      IF(J.EQ.4) P2(I,J) = 0.0
      IF(J.GE.5) P2(I,J) = P2(I,J)*UQ33
      CONTINUE
    END DO
  CONTINUE
END DO

C
C
C*****
C
C
C  CALCULA A MATRIZ PF COMO SOMATORIO DE P0, P1 E P2, E
C  DIVIDE PELA DENSIDADE MEDIA DAVG - PONDERADA PELA
C  FRACAO DE VOLUME
C
  DAVG = D*(1.-E) + DM*E
  write(*,*) 'davg=', davg,d,dm
  DO I=1,6
    DO J=1,6
      PF(I,J) = (P0(I,J) + P1(I,J) + P2(I,J))
      PF(I,J) = pf(i,j)/d
    CONTINUE
  END DO
  CONTINUE
END DO
  WRITE (*,20) ((PF(I,J),J=1,6),I=1,6)
C
C*****
C
C  GERA SAIDAS DAS MATRIZES P0, P1, P2 E PF
C
C
200 WRITE (5,20) ((P0(I,J),J=1,6),I=1,6)
      WRITE (5,20) ((P1(I,J),J=1,6),I=1,6)
      WRITE (5,20) ((P2(I,J),J=1,6),I=1,6)
      WRITE (5,20) ((PF(I,J),J=1,6),I=1,6)
20 FORMAT (6F10.5)
C 30 FORMAT (6F13.5)
C 40 FORMAT (6F10.5)
  STOP
  END

```