

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

GEOENGENHARIA DE RESERVATÓRIOS

ESTUDO DE SÉRIES TEMPORAIS APLICADO A PERFIS DE POÇOS DE PETRÓLEO

Fernando Collo Corrêa e Castro

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

and the start of the a reda por Fernando Collo Conéa e Ca e opr em _//



CAMPINAS - SÃO PAULO

DEZEMBRO 1995





FICHA CATALOGRÀFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA I.G. - UNICAMP

Castro, Fernando Collo Corrêa e
C279e Estudo de séries temporais aplicado a perfis de poços de petróleo / Fernando Collo Corrêa e Castro.- Campinas, SP: [s.n.], 1995.
Orientadores: Chang Hung Kiang, Armando Zaupa Remacre. Dissertação (mestrado) Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Geociências.
1. Poços de Petróleo. 2. Séries Temporais - Previsão.
3. Análise Espectral. 4. Geologia Estratigrafica. I. Kiang, Chang Hung. II. Remacre, Armando Zaupa. III. Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Geociências.



UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

GEOENGENHARIA DE RESERVATÓRIOS

ESTUDO DE SÉRIES TEMPORAIS APLICADO A PERFIS DE POÇOS DE PETRÓLEO

Fernando Collo Corrêa e Castro

Dissertação apresentada ao Instituto de Geociências como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Geoengenharia de Reservatórios

Orientador: Dr. Chang Hung Kiang - UNESP Co-Orientador: Dr. Armando Zaupo^BRemacre - UNICAMP

CAMPINAS - SÃO PAULO

DEZEMBRO - 1995



UNIVERSIDADE DE CAMPINAS

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

GEOENGENHARIA DE RESERVATÓRIOS

TÍTULO DA TESE: ESTUDO DE SÉRIES TEMPORAIS APLICADO A PERFIS DE POÇOS DE PETRÓLEO

AUTOR: FERNANDO COLLO CORRÊA E CASTRO

ORIENTADOR: Dr. Chang Huang Kiang

CO-ORIENTADOR: Dr. Armando Zaupa Remacre

COMISSÃO EXAMINADORA

PRESIDENTE: Dr. Chang Huang Kiang - UNESP

EXAMINADORES: Dr. Jorge Kazuo Yamamoto - USP Dr. Ivan Simões Filho - UNICAMP

(M)

Dr. Saul Barisnik Suslik - UNICAMP (suplente)

CAMPINAS, 08 DE DEZEMBRO DE 1995

Às minhas motivações para a vida,

Tânia,

Natália e

Felipe

AGRADECIMENTOS

O autor deseja expressar seus agradecimentos a diversas pessoas e instituições que colaboraram de modo efetivo para a confecção desta tese. Dentre elas devo ressaltar:

- Petróleo Brasileiro S.A. (PETROBRAS), pela oportunidade de participação e realização do curso de mestrado;

- Aos colegas de curso e do antigo DEPEX/DINORD/SESEA que contribuiram para amenizar as dificuldades enfrentadas;

- Aos professores doutores Chang Hung Kiang e Armando Zaupa Remacre, pela orientação e colaboração em várias etapas do trabalho ;

- Aos professores doutores Ivan de Araujo Simões Filho e Saul Barisnik Suslik, pelas sugestões e críticas;

- Aos colegas Ricardo Latgé Milward de Azevedo e Dr. Nilo Azambuja Filho, pelas informações e dados cedidos;

- As secretárias e bibliotecárias do Instituto de Geociências da UNICAMP e da PETROBRAS/DEPEX/SEDOC, pelo apoio no fornecimento de materiais solicitados;

- A UNICAMP, em cujas instalações foi desenvolvido o trabalho;

- A minha esposa, filhos e a meus pais pela paciência desprendida no decorrer deste trabalho.

1



UNICAMP

UNIVERSIDADE DE CAMPINAS

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

GEOENGENHARIA DE RESERVATÓRIOS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

RESUMO

ESTUDO DE SÉRIES TEMPORAIS APLICADO A PERFIS DE POÇOS DE PETRÓLEO

Fernando Collo Corrêa e Castro

A análise de séries temporais é uma ferramenta que pode ser aplicada no estudo de fenômenos geológicos com o objetivo de simplificar e eventualmente explicar o comportamento de um determinado conjunto de dados.

A construção de modelos de séries temporais no domínio da frequência é útil em investigações exploratórias, onde o interesse principal é a identificação de registros periódicos ou quase periódicos. Confirmada a influência de fatores cíclicos no pacote investigado, modelos de séries temporais no domínio da frequência podem ser úteis na correlação entre perfis eletro-radioativos. Para o caso específico de correlações de pacotes cíclicos, filtros de frequência são utilizados para suprimir ou atenuar certos componentes harmônicos de uma determinada faixa de frequência.

No domínio do tempo é discutida a teoria de construção de modelos autoregressivos univariados e média móvel, através da metodologia Box & Jenkins e são apresentadas aplicações destes modelos em perfis raios gama. Não foram considerados modelos multivariados.

A análise de Fourier e autocorrelações dos perfis revelaram ainda a presença de ciclos hierárquicos, que sugerem influências de fatores orbitais e climáticos durante a deposição sedimentar do pacote investigado, relacionados com os ciclos de Milankovitch de 23 ka e 41 ka.



UNICAMP

UNIVERSIDADE DE CAMPINAS

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

GEOENGENHARIA DE RESERVATÓRIOS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

ABSTRACT

TIME SERIES STUDIES APPLIED TO PETROLEUM WELL LOGS

Fernando Collo Corrêa e Castro

Time series analysis is a tool of statistical theory that can be applied to geological phenomena to make an adequate estimate of some data sets. Time series can be described or implemented in frequency domain (power spectrum) in order to identify hidden periodicity of data. Once cyclic factors are identified in sedimentary sequence, time series models can be proved useful in stratigraphical correlation either using electrical logs or core descriptions.

Much of concern in this work was centered on examining the characteristics of gamma rays logs in the time domain, using parameter models, such as autoregressive or moving average **ARIMA**, of the Box & Jenkins method.

The Fourier analysis and autocorrelations applied to an alternating limestone and marl succession of the Campos Basin, have detected cyclical fluctuations related to Milankovitch cycles of 23 kyr and 41 kyr.

ÍNDICE

Agradecim	entos	ii		
Resumo iii				
Abstract	• • • • • • • •	iv		
Índice		v		
Lista de Fij	guras	viii		
Lista de Ta	ibelas	xiv		
Siglas, Abr	reviaturas	e Símbolos		
1 Intro	odução .			
1.1	Objetiv	os		
1.2	Histório			
1.3	Trabalh	os anteriores		
1.4	Oscilaç	ão dos processos sedimentares 9		
1.5	Bacia d	e Campos e a seção oligo-mioceno 10		
2 Estu	do de sér	ies temporais		
2.1	Decom	posição clássica de uma série temporal univariada		
2.2	Ajuste	da tendência		
	2.2.1	Ajuste da tendência através de métodos de regressão 16		
	2.2.2	Ajuste da tendência através de filtros 17		
	2.2.3	Ajuste da tendência pelo método das diferenças finitas 18		
	2.2.4	Comentários sobre os modelos de tendência		
2.3	Estimat	iva e ajuste da componente sazonal e cíclica 20		
2.4	A descr	ição das variáveis aleatórias		
	2.4.1	Funções média e variância		
	2.4.2	Função autocovariância e autocorrelação		

		2.4.3	Função autocorrelação parcial	25
		2.4.4	Estacionaridade de um processo estocástico	25
		2.4.5	Ergocidade de um processo estocástico	29
3	Méto	odos de pi	revisão no domínio do tempo	31
	3.1	Modelo	s não automáticos de Box & Jenkins	32
		3.1.1	Processos autoregressivos	32
		3.1.2	Processos de média móvel	35
		3.1.3	Processo misto (autoregressivo + média móvel)	37
		3.1.4	Estimativa dos parâmetros dos modelos Box & Jenkins	38
		3.1.5	Condições de estacionaridade e invertibilidade dos parâmetros	38
	3.2	Procedin	mentos práticos de ajuste	39
		3.2.1	Identificação preliminar	39
		3.2.2	Identificação preliminar de modelos periódicos	41
		3.2.3	Estimativa dos parâmetros	46
		3.2.4	Análise dos resíduos e ajuste do modelo	47
		3.2.5	Previsão de valores futuros	48
4	Análi	ise de séri	es temporais no domínio da frequência	50
	4.1	Represe	ntação harmônica	51
	4.2	Discretiz	zação de uma série temporal	52
	4.3	Represe	ntação de Fourier para uma sequência finita	53
		4.3.1	Representação de Fourier para uma sequência periódica	56
		4.3.2	Análise da variância (teorema de Parseval)	56
		4.3.3	Espectro de linha ou periodograma 5	57
		4.3.4	Transformada discreta de Fourier	57

		4.3.5	Transformada rápida de Fourier	60
	4.4	Relação	espectro de potência e função autocorrelação	60
	4.5	Espectro	amostral	62
	4.6	Suavizaç	ao do espectro amostral	65
	4.7	Filtros d	e frequência	66
		4.7.1	Alguns tipos de filtros	67
5	Aplic	ação da a	nálise de séries temporais em perfis de poços de petróleo	71
	5.1	Os dado:	\$	71
	5.2	Perfil uti	lizado	71
	5.3	Aplicaçã	o de filtros de frequência simulando perfis sintéticos	72
		5.3.1	Raios gama da Bacia de Campos	83
		5.3.2	Interpretação dos resultados	88
	5.4	Aplicaçã	o da metodologia Box & Jenkins em perfis raios gama	91
	5.5	Correlaç	ão com os períodos de Milankovitch 1	103
6.	6. Considerações finais			
7.	Biblio	grafia	1	110
	7.1	Bibliogra	ıfia adicional consultada 1	15

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 -	Fluxograma do tratamento dos perfis radioativos da seção oligo-mioceno da
	Bacia de Campos 4
Figura 1.2 -	Bacia de Campos, campos de petróleo e limites Norte (Alto de Vitória) e Sul
	(Alto de Cabo Frio) Fonte: Gabablia et al. (1994) Adaptado 12
Figura 1.3 -	Carta estratigráfica do intervalo oligo-mioceno da Bacia de Campos - Fonte:
	Rangel <i>et al.</i> (1995) Adaptado 12
Figura 2.1 -	Ilustração de um processo de construção da função autocorrelação a partir de
	uma função cosenoidal - Fonte: Anstey (1964) Adaptado 26
Figura 3.1 -	Estágios do ciclo interativo para os modelos Box & Jenkins 33
Figura 3.2 -	Modelo autoregressivo para um processo de deposição fluvial 36
Figura 3.3 -	Modelo de média móvel para um processo de deposição 36
Figura 3.4 -	Padrões de decaimento dos correlogramas ou correlogramas parciais amostrais
	Fonte: Bowerman e O'Connell (1987) 42
Figura 3.5 -	Gráfico de uma série periódica X(t) 44

Figura 3.6 -	Correlograma e correlograma parcial da série periódica X(t) 4	4
Figura 4.1 -	Exemplo de frequência em <i>alias</i> 5	;4
Figura 4.2 -	Resolução de um perfil raios gama 5	;4
Figura 4.3 -	Espectro de linha de uma função periódica 5	8
Figura 4.4 -	Espectro de potência de uma função não periódica 5	8
Figura 4.5 -	Ilustração do processo de construção da função autocorrelação de uma função cosenoidal - Fonte: Anstey (1964) 6	io 51
Figura 4.6 -	Processo de construção alternativo da função autocorrelação de uma função cosenoidal - Fonte: Anstey (1964)	io 51
Figura 4.7 -	Esquema e aplicação de um filtro fase zero no domínio da frequência - Fonte Yilmaz (1987)	e: 58
Figura 4.8 -	Esquema e aplicação de um filtro fase zero no domínio do tempo - Fonte Yilmaz (1987)	e: ;9
Figura 5.1 -	Ferramentas de perfilagem - raios gama (A), densidade (B) 7	'3

Figura 5.2 -	Cintilômetro utilizado como receptor nas ferramentas raios gama e densida	
	Fonte: Ellis (1987) 73	
Figura 5.3 -	Perfis raios gama dos poços X e Y 75	
Figura 5.3a -	Espectros de potência dos perfis raios gama, poços X e Y 76	
Figura 5.4 -	Perfis raios gama + ruído sobreposto, poços X e Y 77	
Figura 5.4a -	Espectros de potência dos perfis raios gama + ruído, poços X e Y 78	
Figura 5.5 -	Perfis raios gama originais sobrepostos aos perfis raios gama filtrados para a faixa 0.15/0.18 ciclos por metro, poços X e Y	
Figura 5.5a -	Espectros de potência dos perfis raios gama filtrados para a faixa 0.15/0.18 ciclos/metro, poços X e Y	
Figura 5.6 -	Perfis raios gama originais sobrepostos aos perfis raios gama filtrados para a faixa 0.30/0.35 ciclos/metro, poços X eY	
Figura 5.6a -	Espectros de potência dos perfis raios gama filtrados para a faixa 0.30/0.35 ciclos/metro, poços X e Y	

Figura 5.7 -	Poços e perfis raios gama da Bacia de Campos utilizados na análise
	espectográfica e filtragem
Figura 5.7a -	Perfis raios gama da figura 5.7 diferenciados
Figura 5.8 -	Espectro de potência dos perfis raios gama dos poços 1 a 5, figura 5.7 . 85
Figura 5.8a -	Espectro de potência dos perfis raios gama diferenciados dos poços 1 a 5 da
	figura 5.7a
Figura 5.9a -	Perfis raios gama da figura 5.7 sobrepostos aos perfis filtrados para
	a faixa 0.08/0.10 ciclos/metro 86
Figura 5.9b -	Perfis raios gama da figura 5.7 sobrepostos aos perfis filtrados para a faixa
	0.50a 0.70 ciclos/metro
Figura 5.9c -	Perfis raios gama da figura 5.7 sobrepostos aos perfis filtrados para a faixa
	0.80 a 1.10 ciclos/metro 86
Figura 5.10a -	Espectro de potência dos perfis raios gama da figura 5.7 filtrados para a faixa
	0.08/0.10 ciclos/metro
Figura 5.10b -	Espectro de potência dos perfis raios gama da figura 5.7 filtrados para a faixa
	0.50/0.70 ciclos/metro

Figura 5.10c -	Espectro de potência dos perfis raios gama da figura 5.7 filtrados para a faixa
	0.80/1.10 ciclos/metro
Figura 5.11a -	Correlação dos perfis raios gama da figura 5.7 filtrados para a faixa 0.08/0.10
	ciclos/metro
Figura 5.11b -	Correlação dos perfis raios gama da figura 5.7 filtrados para a faixa 0.50/0.70
	ciclos/metro
Figura 5.11c -	Correlação dos perfis raios gama da figura 5.7 filtrados para a faixa 0.80/1.10
	ciclos/metro
Figura 5.12 -	Correlação a partir dos perfis raios gama da figura 5.7 (A) e a partir dos perfis
	raios gama hitrados (B) 90
Figura 5.13 -	Autocorrelações e autocorrelações parciais da série do poço 4 (figura 5.7) (A)
	e da primeira diferença da serie do poço 4 (B)
Figura 5.14 -	Autocorrelações e autocorrelações parciais da diferença 54 sobre a primeira
	diferença da série do poço 4 (figura 5.7) (A) e dos residuos do modelo 5.1 (B)
	(u)
Figura 5.15 -	Previsão e ajuste final do modelo autoregressivo Box & Jenkins 5.1 da série
	do poço 4 (figura 5.7) 100

Figura 5.16 -	Previsão e ajuste do modelo de média móvel Box & Jenkins 5.2 da série	e do
	poço 3 (figura 5.7)	102

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 -	Alguns dos problemas inerentes a modelos de tendência - Fonte: Anderson
	(1971) 21
Tabela 2.2 -	Parâmetros estabilizadores da variância de uma série - Fonte: Wei, (1990)
Tabela 3.1 -	Condições de estacionaridade e invertibilidade para os parâmetros ϕ e θ dos
	modelos autoregressivos e média móvel - Fonte: Bowerman & O'Connell
	(1987)
Tabela 3.2 -	Orientação inicial para a escolha de operadores não periódicos - Fonte:
	Bowerman & O'Connell (1987) Adaptado 43
Tabela 3.3 -	Orientação inicial para escolha de operadores periódicos onde Q e P são o
	período da série -Fonte: Bowerman & O'Connell (1987) Adaptado 45
Tabela 4.1 -	Alguns dos filtros de frequência utilizados e suas respectivas funções
	transferência
Tabela 5.1 -	Autocorrelações e autocorrelações parciais da série do poço 4 (figura 5.7).

Tabela 5.2 -	Autocorrelações e autocorrelações parciais da primeira diferença da série
	do poço 4 (figura 5.7) 94
Tabela 5.3 -	Autocorrelações e autocorrelações parciais da diferença 54 sobre a primeira
	diferença da série do poço 4 (figura 5.7)
Tabela 5.4 -	Autocorrelações e autocorrelações parciais dos resíduos dos modelo 5.1 da
	série do poço 4 (figura 5.7)
Tabela 5.5 -	Resultados estatísticos do modelo Box & Jenkins 5.1 da série do poço 4 (figura
	5.7)
Tabela 5.6 -	Resultados estatísticos do modelo Box & Jenkins 5.2 da série do poço 3 (figura
	5.7)
Tabela 5.7	Razões entre os principais períodos orbitais identificados por Milankovitch
	(1941) 106
Tabela 5.8 -	Razões calculadas a partir dos ciclos identificados nos periodogramas da figura
	5.8a 106
Tabela 5.9 -	Períodos orbitais de Milankovitch (1941), ciclos identificados nos perfis, taxas
	de sedimentação e faixas de frequência correspondentes a figura 5.7 107

SIGLAS, ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

Σ	símbolo de somatório	land the second s	símbolo de integração
lim	símbolo de limite	80	símbolo de infinito
Е	símbolo de esperança	σ	desvio padrão
σ^2	variância	Var	variância
С	covariância	Cov	covariância
ρ	coeficiente de correlação	f(x)	função densidade probabilidade
Δ	diferenciação	θ	coeficientes dos modelos de média móvel
φ	coeficientes dos modelos autoregressivos	ŧ	estatística t de Student
χ^2	teste estatístico qui-quadrado	А	amplitude
Р	período	ω	frequência angular
ka	10 ³ anos	kyr	10 ³ anos

1 - INTRODUÇÃO

Várias técnicas estatísticas tem sido aplicadas no estudo de fenômenos geológicos com o objetivo de simplificar e eventualmente explicar o comportamento de um determinado conjunto de dados.

Em geologia, assim como em muitas outras áreas do conhecimento, é freqüente que observações de interesse sejam coletadas em instantes sucessivos de tempo ou espaço, como por exemplo, o registro radioativo de uma determinada rocha sedimentar amostrada a cada 20 centímetros, ou a observação da variação a cada hora da pressão de produção de óleo em um poço de petróleo. A estes tipos de conjuntos de dados, ordenados no tempo ou no espaço, denomina-se série temporal.

Obtida a série temporal $Z(t_1),...,Z(t_n)$, observada nos instantes $t_1,...,t_n$ (ou espaços $s_1,...,s_n$), enumeram-se alguns dos objetivos principais para sua análise:

a) descrever o comportamento da série através de histogramas, diagramas de dispersão, estatísticas descritiva e gráfico da variável analisada com relação ao tempo ou espaço (perfil);

b) investigar o mecanismo gerador da série;

c) procurar periodicidades relevantes nos dados;

d) fazer previsões de valores futuros da série a partir de valores passados.

Outros objetivos que justificam o estudo de uma série temporal envolvem o conceito de sistema dinâmico, caracterizado por uma série temporal de entrada X(t), uma série de saída Y(t) e uma função transferência V(t).

Os sistemas lineares são particularmente importantes na caracterização de uma função transferência, onde a saída está relacionada com a entrada, através de uma função linear envolvendoV(t). Os problemas de interesse relacionados com a estimativa de uma função transferência são:

a) estimar a função transferência a partir do conhecimento das séries de entrada e saída. Um exemplo típico deste problema pode ser visualizado na geofísica, onde se conhece a série de entrada ou o sinal sísmico emitido e a série de saída ou detecção do sinal no geofone. Neste exemplo, o interesse principal é o conhecimento da função transferência V(t), que equivale a todo conjunto de rocha atravessado pelo sinal emitido;

b) fazer previsões da série de saída, com o conhecimento de observações das séries de entrada e transferência;

c) estudar o comportamento do sistema através da simulação da série de entrada;

d) controle da série de saída através do ajuste da série de entrada.

O conjunto de hipóteses sobre a estrutura ou comportamento de um certo fenômeno físico da natureza pode ser descrito pelo cálculo da probabilidade do valor de uma variável do fenômeno cair entre limites especificados. Tal modelo é chamado de estocástico ou probabilístico e os modelos de séries temporais para previsão e controle são, de fato, modelos probabilísticos, que analisam o histórico dos dados com o objetivo de estimativa de valores futuros.

Em geral e a depender dos objetivos, utilizam-se dois enfoques no estudo de séries temporais: a análise é feita no domínio do tempo ou no domínio da freqüência.

No domínio do tempo, o propósito principal do estudo é a construção de modelos estocásticos paramétricos para previsão e controle, são proposições de relações matemáticas, com o propósito de que se ajustar, da melhor maneira possível, ao comportamento real da série.

A análise no domínio da freqüência, ou análise espectral, é fundamental em áreas onde o interesse básico é a procura de periodicidade dos dados. Em geologia, esta técnica pode ser útil em problemas de sedimentação cíclica. Ritmitos e sequências cíclicas são comuns em alguns ambientes geológicos, e os intervalos recorrentes de vários ciclos deposicionais podem ser periódicos, quase periódicos ou não periódicos.

Ainda no campo da freqüência podem ser empregados mecanismos ou filtros que deixam passar certos harmônicos em uma faixa de freqüência, suprimindo ou atenuando componentes harmônicos com freqüências fora daquela faixa. Desta maneira, torna-se possível isolar registros de eventos periódicos de um determinado intervalo da série temporal.

1.1 - Objetivos

Este trabalho tem como objetivo a análise e aplicação das séries temporais a um conjunto de informações geológicas (figura 1.1). O conjunto de dados disponíveis refere-se a uma seção de folhelhos e carbonatos do oligo-mioceno da Bacia de Campos, composto por perfis radioativos registrados em 5 poços de petróleo.

No estudo das séries temporais, está incluída a análise espectral, através da identificação e quantificação de períodos deposicionais na seção oligo-mioceno e da utilização de tais informações na correlação estratigráfica entre poços.



Figura 1.1 - Fluxograma do tratamento dos perfis radioativos da seção oligo-mioceno da Bacia de Campos

No domínio do tempo foram feitas tentativas de construção de modelos paramétricos univariados para ajuste e previsão de dados registrados pelos perfis de raios gama. A proposta neste caso é apresentar procedimentos quantitativos de previsão e discutir a identificação, estimativa e a verificação diagnóstica destes modelos.

Com relação aos modelos paramétricos no domínio do tempo, não foram consideradas as funções transferência ou modelos multivariados.

1.2 - Histórico

De acordo com Kendall & Ord (1990), o uso das séries temporais se iniciou na idade média, através da confecção de registros de eventos em uma carta cujo eixo horizontal representava intervalos igualmente espaçados de tempo. É provável, segundo Kendall & Ord (1990), que um dos primeiros escritores que expuseram cartas de tempo em uma forma similar à atual foi William Playfair no ano de 1821.

No século dezenove a teoria estatística ainda não era um assunto unificado, e os estudiosos das ciências físicas da época não interagiam com economistas ou sociólogos. Os físicos consideravam que fenômenos observados e registrados em função do tempo tinham comportamento regido inteiramente por leis determinísticas. Qualquer imperfeição ou falha de correspondência entre a teoria e o fato observado era atribuída a erros de observação, solucionadas através de uma modificação teórica determinística.

No final do século dezenove, tentativas foram feitas com a aplicão dos métodos determinísticos e todo aparato matemático, já correntemente utilizado na fisica, para biologia e ciências sociais. Dentro deste contexto, quando muito da teoria determinística não funcionava a contento, é que se iniciou o desenvolvimento da teoria estatística.

Até 1925 as séries temporais eram geradas de forma determinística, e os evidentes desvios da série original a partir de tendências, ciclos e outros padrões sistemáticos de comportamento observados na natureza eram considerados como "erros", análogos a erros de observação.

Yule (1971) surgiu com uma idéia que revolucionou definitivamente o estudo das séries temporais. Trabalhando com números de manchas solares, defrontou-se com uma série temporal que era harmônica, mas com muitas irregularidades de amplitude e período. A ilustração de Yule para este caso é clássica: se tivermos um pêndulo balançando sob efeito da gravidade seu movimento é reconhecido como sendo harmônico, que pode ser representado por uma função seno ou coseno com amplitudes e períodos constantes. Mas se uma criança, em intervalos de tempo não regulares, atirar neste pêndulo pequenas bolas, o movimento pendular é perturbado. Neste caso, os choques aleatórios das bolas contra o pêndulo serão incorporados como um erro ao futuro movimento do sistema. Desta idéia de Yule nasceu o conceito moderno de processo estocástico.

Segundo Souza (1989), a teoria das séries temporais atual pode ser dividida em duas fases, tendo como referência o importante trabalho de Box & Jenkins (1976): a era pré Box & Jenkins e a era pós Box & Jenkins.

Da era pré Box & Jenkins fazem parte todos os modelos desenvolvidos no início dos anos 60, ou métodos de ajustamento de curvas com parâmetros sequencialmente atualizados no tempo. Dentre estes métodos, destacam-se modelos de regressão linear, médias móveis e amortecimento (ou alisamento) exponencial. Estas metodologias são consideradas como automáticas ou **caixa preta** que podem ser diretamente programadas por computador e que requerem a mínima intervenção humana.

6

O trabalho de Box & Jenkins, que propõe uma classe geral de modelos lineares conhecida como **ARIMA** (Autoregressive Integrated Moving Average), que envolve modelos autoregressivos, modelos de médias móveis e modelos mistos (autoregressivos + médias móveis).

Segundo Souza (1989), da era pós Box & Jenkins fazem parte os importantes trabalhos de Harrison & Stevens (1976) *apud* Souza (1989), que são classificados como métodos clássicos e métodos bayesianos.

1.3 - Trabalhos anteriores

Em geologia, sedimentólogos, estratígrafos e geofísicos tem à disposição um grande número de variáveis que podem ser expressas como uma série temporal. Tamanho dos grãos de uma rocha, porosidade, velocidade de ondas sonoras e outras propriedades físicas de rocha registradas em função do tempo ou espaço são alguns dos exemplos de parâmetros utilizados na descrição e interpretação estratigráfica. Dentre as várias aplicações de um estudo de séries temporais, a mais utilizada no campo da geociência tem sido a identificação e o reconhecimento de mecanismo gerador de periodicidades de eventos geológicos.

Segundo Schwarzacher (1975), um dos primeiros trabalhos de aplicação da teoria de processos estocásticos e séries temporais em geologia foi de Vistelius (1949) *apud* Schwarzacher (1975), que investigou a estrutura de correlação da variável espessura de camada na Formação *Redbed*, em Cheleken, ex - U.R.S.S. Concluiu que, para deposição de uma única camada estratigráfica, um certo número de condições ambientais ($u_1, u_2,...u_k$) são necessários e que a simples adição de um novo fator u_{k+1} pode propiciar o início da deposição da camada seguinte. Entretanto, se os antigos fatores $u_2...u_k$, ainda estiverem ativos, irão influenciar a nova espessura que agora será determinada por $u_2,...u_{k+1}$.

Krumbein (1961) *apud* Agterberg (1974), faz referência sobre os métodos computacionais na análise de sequências geológicas e observa que o estudo das séries temporais foi implantado na geologia a partir do ano de 1962.

Agterberg (1974) em seu livro *Developments in Geomathematics* discute aplicações e teoria matemática na geologia. Examina, através de exemplos em geologia de minas, o estudo das séries temporais e sua conexão com a geoestatística. No domínio da freqüência tece considerações teóricas sobre a análise harmônica, espectro de potência e filtragem uni e bidimensional através de exemplos de depósitos varvíticos e outros jazimentos minerais.

Dentre as publicações que tem aplicado o estudo de séries temporais na geologia, cabe destacar Schwarzacher (1975), que apresenta tratamento teórico e exemplos geológicos sobre processos estocásticos, discussão sobre a descrição de variáveis aleatórias, processos autoregressivos/média móvel, análise de tendências e análise espectral aplicada ao estudo da ciclicidade estratigráfica.

Davis (1973) apresenta uma abordagem teórica sobre análise de seqüência de dados, incluindo a análise de tendência, autocorrelação, correlação cruzada e considerações sobre análise espectral. Discute ainda como os computadores digitais podem ser usados na resolução de problemas geológicos fornecendo alguns programas básicos em linguagem **FORTRAN**.

Coleção de artigos publicados em TerraReview (Vol. 1, No 5, 1989), resumem os assuntos discutidos no quinto simpósio do *European Union of Geosciences* em Strasbourg, Alemanha. Vários modelos geológicos não paramétricos no domínio do tempo e freqüência foram apresentados com o objetivo de identificar e correlacionar a periodicidade dos dados com a teoria de Milankovitch (1941).

8

Azambuja (1990) propôs a utilização da análise espectral na identificação da ciclicidade sedimentar da sucessão oligoceno-mioceno da Bacia de Campos e avaliou o potencial desta técnica como ferramenta auxiliar na interpretação de depósitos sedimentares de águas profundas. Utilizando-se de perfis de poços e dados geoquímicos como variáveis dependentes das séries consideradas, reconheceu na seção ciclicidades que foram relacionadas com às periodicidades orbitais de Milankovicth (1941).

Weedon (1991) discute a análise espectral como um método estatístico para detecção da ciclicidade em séries temporais. Aborda alguns aspectos matemáticos e utilização, potencialidade e limitações do estudo de séries na geologia, além de referências de vários algoritmos de computador.

A análise de séries temporais tem sido aplicada em muitas outras áreas do conhecimento científico como economia, medicina, biologia, etc. Em problemas de processamento de sinais, o estudo da teoria de séries temporais é de fundamental importância e encontra as mais variadas aplicações na engenharia eletrônica e geofísica.

Em estatística, a análise de séries temporais é abordada por Box e Jenkins (1976), Roberts (1984), Bowerman e O'Connell (1987), Moretin e Toloi (1986, 1987), Wei (1990), Kendall e Ord (1990), Souza (1989), Hoyos (1980), Bustos (1986) e outros.

1.4 - Oscilação dos processos sedimentares

Os efeitos climáticos e os processos de formação das rochas sedimentares variam no tempo e no espaço e, em escala global, são influenciados por fatores físico-químicos internos e/ou externos ao planeta Terra.

Fatores externos incluem aquelas variações da quantidade de energia total emitida pelo Sol, a partir de alterações da geometria de translação e de mudanças na direção e/ou inclinação do eixo de rotação da Terra. Por outro lado, modificações da superfície dos continentes e dos mares, atividades vulcânicas, mudanças de salinidade e solubilidade do CO_2 nos oceanos são considerados fatores internos ao sistema.

Flutuações climáticas de longo prazo (maiores que 30 a 40 anos) podem ser produzidas tanto por fatores externos ou internos, bem como pela combinação entre eles. Outras oscilações de grande período (frequências entre 10-500 Ka) e seus reflexos sobre o clima, foram estudados por Milankovitch (1941).

A grande quantidade de processos físicos e químicos, em constante interação no sistema terra-atmosfera, determina o clima e influencia os processos sedimentares atuantes em escala global e regional. A principal dificuldade surge quando se tenta considerar tais interações na natureza, que criam vários mecanismos de realimentação e que agem ampliando ou amortecendo pequenas perturbações iniciais. Desta forma, o sistema climático-sedimentar é altamente não linear e a construção de um modelo físico-matemático que inclua todos os fatores e elementos atuantes é muito complexo.

1.5 - Bacia de Campos e a seção oligo-mioceno

A Bacia de Campos está situada na costa leste brasileira com aproximadamente 98% de toda área, 31.000 Km² até a lâmina d'água de 300 metros, submersa na Plataforma Continental do Estado do Rio de Janeiro. O limite sul da bacia é dado pelo arco estrutural de Cabo Frio e a

norte pelo Arco de Vitória (figura 1.2). A atividade exploratória na bacia, iniciada nos anos 70, na região de menor cota batimétria, se extende, atualmente, até águas profundas (> 500 metros).

De acordo com Rangel et al. (1994), a litoestratigrafia do pacote oligo-mioceno pode ser descrita como uma sucessão de arenitos, folhehos e margas, distribuídos dentro das formações Emborê, Ubatuba e Carapebus. A Formação Ubatuba (Schaller, 1973 *apud* Rangel et al. (1994)) é composta por uma seção pelítica (folhelhos, argilas , margas e diamictitos) sobreposta em discordância aos carbonatos da Formação Macaé e lateralmente interdigitada com clásticos e carbonatos da Formação Emborê. Interpostos a estes sedimentos pelíticos de baixa energia da Formação Ubatuba, ocorrem corpos de arenitos turbidíticos, cujo conjunto é denominado de Formação Carapebus. Os arenitos turbidíticos da Formação Carapebus são de granulometria fina a conglomerática.

A Formação Emborê, definida por Schaller (1973) *apud* Rangel et. al. (1994), é composta por arenitos e carbonatos impuros sobrepostos e lateralmente interdigitados com os pelitos da Formação Ubatuba (figura 1.3).

A seção oligo-mioceno, estudada neste trabalho, pode ser classificada como uma sucessão de folhelhos e margas (Formação Ubatuba). Os folhelhos e margas, ricos em organismos batiais, constituem o conjunto de rochas lamíticas intercaladas com arenitos de granulometria fina a média misturados com uma grande quantidade de bioclastos, típicos de ambiente marinho nerítico e/ou batial.

Azambuja (1990), com base em análises sedimentológicas e de perfis, classifica a sucessão oligo-mioceno em doze eletrofácies correspondentes a vinte litofácies. As eletrofácies G1 a G4, principalmente entre as zonas N-530 e N-540, são relacionadas a ritmitos de margas (eletrofácies G1/G2) e folhelhos (eletrofácies G3/G4). Observados em testemunhos, a espessura



Figura 1.2 - Bacia de Campos, campos de petróleo e limites Norte (Alto de Vitória) e Sul (Alto de Cabo Frio) (adaptado de Gabablia & Milani, 1990).



Figura 1.3 - Carta estratigráfica do intervalo oligo-mioceno da Bacia de Campos (adaptada de Rangel *et al.*, 1994).

média das camadas individuais de folhelho-marga é da ordem de 25 centímetros. Estas variações da espessura média das camadas refletem o aumento da espessura dos folhelhos. Consistem de 3 ou 4 camadas mais ricas em marga com finas intercalações de folhelhos ou vice-versa, compondo uma rocha com bandas mais ricas em marga ou folhelho.

Através da análise de testemunhos, geoquímica e de espectografia de perfis e, seguindo um modelo proposto por Hallock (1987), Azambuja (1990) relacionou os ciclos produzidos pela alternância de folhelhos e margas como resultado de alterações da disponibilidade dos nutrientes que afetaram a taxa de abundância de zooplâncton e fitoplâncton do ambiente. Por sua vez, as alterações da disponibilidade de nutrientes estariam ligadas a variações oceonográficas e estas relacionadas às mudanças climáticas.

De acordo com Hallock (1987), os ambientes denominados de oligotróficos são caracterizados por águas limpas, quentes, deficientes em nutrientes e com pequenas quantidades de fitoplâncton. Neste tipo de ambiente, a diversividade biótica é grande e a sedimentação é predominantemente carbonática (calcários foraminíferos e nanofósseis). Por outro lado, durante os períodos eutróficos mais frios, a quantidade de nutrientes e fitoplancton disponível é bem maior e a diversidade biótica menor. Sob estas condições predominam folhelhos ricos em matéria orgânica.

2 - ESTUDO DE SÉRIES TEMPORAIS

A teoria das séries temporais fornece critérios para resolução de problemas de estimativa a partir de registros de tamanhos finitos. No entanto, qualquer que seja o critério adotado, é necessário algum conhecimento sobre o ruído envolvido na série analisada. Em certos casos, as propriedades do ruído podem ser calculadas a partir de considerações probabilísticas teóricas e, em geral, a característica do ruído só pode ser determinada empiricamente a partir de amostras.

Muitos dos aspectos de um processo estocástico em uma série temporal podem ser compreendidos em termos da autocorrelação, no domínio do tempo ou espectro e no domínio da freqüência. A investigação da autocorrelação ou do espectro permite: (i) investigar o mecanismo físico gerador da série temporal; (ii) determinar o comportamento da dinâmica do sistema linear em resposta a excitações aleatórias; (iii) possibilitar a simulação da série temporal.

2.1 - Decomposição clássica de uma série temporal univariada

O modelo clássico de descrição para uma série temporal supõe que a série Z_t , t=1, ..., N possa ser descrita como uma soma de quatro componentes: T_t (tendência), S_t (sazonalidade), C_t (ciclicidade) e e_t (ruído ou erro aleatório).

A componente da tendência (T_i) envolve aquelas variações suaves causadas por fatores que ocorrem sistematicamente através de toda seção estudada e que deverão ser removidas, de modo a não invalidar a análise. De acordo com Schwarzacher (1975), a tendência de uma seqüência estratigráfica reflete mudanças nas condições gerais de sedimentação e depende da extensão da série analisada. Geralmente, na prática, a tendência pode ser reconhecida através da simples inspeção do gráfico da variável estudada com tempo.

A componente de sazonalidade (S_t) refere-se àqueles movimentos oscilatórios, com períodos geralmente menores que um ano.

Anderson (1971) considera que todos os movimentos oscilatórios periódicos ou aproximadamente periódicos, com períodos maiores que um ano, devem ser incluídos em uma componente denominada de tendência cíclica (C_t).

Em geologia, os fenômenos envolvidos e as variações oscilatórias possíveis de serem registradas, à exceção de depósitos varvíticos, raramente podem ser consideradas como sazonais. A periodicidade observada é sempre aproximada e relativa a milhares de anos. Neste trabalho, toda e qualquer componente oscilatória identificada nos poços será tratada como componente cíclica (C_t). O termo sazonal, utilizado no decorrer da explanação teórica deste trabalho, deverá ser interpretado como uma ciclicidade de período particular de até doze meses.

Segundo Azambuja (1990), a origem dos ciclos estratigráficos pode estar relacionada tanto a variações do processo sedimentar atuante em um determinado sítio deposicional, quanto a oscilações alocíclicas que refletem mudanças ritmicas do clima, atmosfera e oceano. As amplitudes dos ciclos e suas relações com o processo genético atuante durante a deposição do sedimento são dependentes do grau de influência, ou predominância, das variações e/ou oscilações.

Os períodos aproximados dos ciclos estratigráficos, conhecidos como ciclos de Milankovitch (1941), variam entre 1 x 10^4 a 50 x 10^4 anos e são subdividos em: i) ciclos resultantes do movimento de precessão orbital com períodos de 2.3 x 10^4 anos. ii) ciclos devido a obliqüidade, ou mudanças da rotação terrestre com período de aproximadamente 4.1 x 10^4 anos; iii) ciclos devido a excentricidade, relativos a mudanças da geometria da órbita terrestre em torno de sol, com períodos aproximados de 10×10^4 a 41.3×10^4 anos;

Após a remoção das componentes de T_t , S_t e C_v supõe-se que a série temporal resultante, e_t , seja causada por um processo puramente aleatório (ruído branco).

2.2 - Ajuste da tendência

2.2.1 - Ajuste da tendência através de métodos de regressão

O ajuste de uma curva de tendência aos valores observados em uma série é tradicionalmente feito através de procedimento paramétrico polinomial. Neste processo supõe-se que a função m(t) representa a tendência da série Z(t), e que a série temporal Y(t) pode ser escrita como:

$$Y_t = m(t) + Z_t, \qquad (2.1)$$

onde m(t) é uma aproximação polinomial P_t , ou seja,
$$m(t) \approx P_{t} = \alpha_{0} + \alpha_{1} t + \alpha_{2} t^{2} + \dots + \alpha_{k} t^{k} = \sum_{j=0}^{k} \alpha_{j} t^{j}.$$
(2.2)

Se Z_t em (2.1) representar uma variável aleatória independentemente distribuída, o procedimento de estimativa dos coeficientes da função polinomial (2.2) torna-se um simples problema de regressão. Supondo que nada é conhecido sobre Z_t utilizam-se os valores observados Y_t em (2.2) na estimativa dos coeficientes $\alpha_0 \dots \alpha_k$. Apesar deste procedimento incorporar alguma variação causada pelo processo aleatório, a estimativa da tendência pelo método dos mínimos quadrados é eficiente e o melhor procedimento linear não enviesado *(Best Linear Unbiased Estimates)*.

2.2.2 - Ajuste da tendência através de filtros

Ajustar a tendência de uma série temporal por um processo de suavização ou filtragem tem sido um procedimento bastante utilizado. A técnica é simples e consiste de uma operação linear que transforma uma série Z_t , t=1,...,N em Z_t^* , onde $Z_t^* = F[Z_t]$, t=1, 2,...,N.

A transformação linear mais utilizada tem a forma:

$$Z_{t}^{*} = \sum_{j=k}^{k} c_{j} Z_{t,j}, t = k+1, \dots, N-k, \qquad (2.3)$$

onde:

$$\sum_{j=-k}^{k} c_{j} = 1 . (2.4)$$

Particularmente quando $c_j = \frac{1}{2 k + 1}$, $\forall j$, o procedimento de suavização da série é denominado de média móvel centrada de ordem k (ordem ímpar) e, se o estimador da tendência for dado por:

$$Z_{t} = \frac{1}{4k} \left[Z_{t-k} + Z_{t+k} + 2 \sum_{i=t-k+1}^{t+k-1} Z_{i} \right], \ t = k+1, \dots, N-k,$$
(2.5)

a média móvel é denominada de centrada de ordem 2k (ordem par).

2.2.3 - Ajuste da tendência pelo método das diferenças finitas

Nem sempre a tendência se comporta de maneira constante para todo o intervalo de uma determinada série temporal. Muitas vezes, a seqüência de observações é estacionária dentro de um período e muda de nível e/ou inclinação ao longo do tempo ou do espaço.

O método das diferenças finitas, quando o objetivo for eliminar a tendência, consiste em efetuar diferenças sucessivas da série original. Dada uma série Z(t), a primeira diferença é definida por:

$$\Delta Z_{t} = Z(t) - Z(t-1), \qquad (2.6)$$

e a segunda diferença é,

$$\Delta^2 Z(t) = \Delta \left[\Delta Z(t) \right] = \Delta \left[Z(t) - Z(t-1) \right], \qquad (2.7)$$

ou,

$$\Delta^{2} Z(t) = Z(t) - 2 Z(t-1) + Z(t-2), \qquad (2.8)$$

e a n-ésima diferença de Z(t) é dado por,

$$\Delta^{n} Z(t) = \Delta \left[\Delta^{n-1} Z(t) \right]. \tag{2.9}$$

Se a tendência for representada por um polinômio qualquer, um número apropriado de diferenças ou transformações pode tornar a série estacionária. Por exemplo, um modelo com tendência representada por um polinômio de primeiro grau:

$$Z_t = \beta_0 + \beta_1 t + a_t, \qquad (2.10)$$

onde β_0 , $\beta_1 e a_t$ são, respectivamente, os coeficientes lineares da reta e o ruído branco, terá como modelo diferenciado:

$$\Delta Z_t = \beta_1 + a_t - a_{t-1}$$

= $\beta_1 + e_t$ (2.11)

Neste caso, e_t é um processo estacionário de média zero e variância 2 σ_a^2 e ΔZ_t uma série sem tendência.

De forma geral, se a tendência puder ser representada por $T_t = \beta_0 + \beta_1 t + ... + \beta_m t^m$ então a tendência diferenciada será:

$$\Delta^{d} T_{t} = \begin{cases} d! \beta_{d}, & se \ m = d \\ 0, & se \ m < d \end{cases}, \qquad (2.12)$$

onde d é o número de diferenças.

O método de diferenças finitas transforma o modelo definido por $Z_t = T_t + a_t$ em $\Delta Z_t^d = \Delta^d T_t + \Delta^d a_t$. Se T_t for um polinômio de grau m tem-se:

$$E\left(\Delta^{d} Z_{t}\right) = \begin{cases} \Delta^{d} T_{t} = constante, se \ m = d \\ \vdots = 0, se \ m < d \end{cases}$$
(2.13)

onde $E(\Delta^{d} Z_{t})$ é a esperança de $\Delta^{d} Z_{t}$.

2.2.4 - Comentários sobre os modelos de tendência

Durbin (1962) *apud* Moretin e Toloi (1987), mostra que o método de suavização e o método das diferenças são equivalentes a ajustar polinômios de baixa ordem. A Tabela 2.1 ilustra, segundo Anderson (1971), alguns dos problemas inerentes a cada modelo de tendência.

Neste trabalho optou-se pelo uso de modelos de diferenças finitas para a tendência, aplicados na fase de construção dos modelos auto-regressivos Box & Jenkins e na eliminação de frequências mais baixas do espectro dos perfis raios gama (capítulo5).

2.3 - Estimativa e ajuste da componente sazonal e cíclica

Os métodos mais usados na estimativa dos termos sazonal e cíclico, a exemplo daqueles descritos para tendência, são:

a) métodos de regressão: ótimos para séries que apresentam sazonalidade determinística,
 onde a sazonalidade S, é definida por:

MÉTODOS DE ESTIMATIVA DA TENDÊNCIA			
MODELO	PROBLEMA		
POLINOMIAL	Promove bons ajustes, mas extrapolações futuras podem ser ruins		
SUAVIZAÇÃO	 a) Inferências estatísticas são limitadas uma vez que não se baseia em modelos probabilísticos b) Não são obtidas estimativas das tendências para previsões futuras 		
DIFERENÇAS FINITAS	 a) Não são obtidas estimativas da tendência para os primeiros <i>m</i> valores da série b) Não fornece a tendência para previsões futuras 		

Tabela 2.1 - Alguns dos problemas inerentes a modelos de tendência (Anderson, 1971)

$$S_{t} = \sum_{j=1}^{12} \alpha_{j} d_{jt}, \ t = 1, \dots, N.$$
(2.14)

Em (2.14) d_{jt} pode ser uma variável periódica como seno ou coseno.

 b) Método das Médias Móveis (Não Paramétrico): utilizado quando a componente da série temporal é estocástica. Este procedimento é semelhante àquele descrito para o ajuste da tendência.

c) Método da Diferença Sazonal: é também semelhante ao procedimento para o ajuste da tendência. Neste caso, a ordem da diferença aplicada será igual ao período sazonal investigado.

Como já comentado no ítem 2.1, os fenômenos oscilatórios registrados em geologia são normalmente considerados como fenômenos cíclicos. Neste caso, os mesmos procedimentos adotados para o ajuste da sazonalidade podem ser aplicados, somente considerando períodos maiores.

2.4 - Descrição das variáveis aleatórias

Para se descrever a natureza estatística de uma série temporal é necessário ponderá-la como um membro de um conjunto abstrato de funções, denominado de processo estocástico. Uma sequência de medidas Z(t), registradas nos pontos t=1...N, pode ser considerada como uma realização de um infinito conjunto de funções aleatórias, que poderiam ser observadas.

Um processo estocástico univariado de sequência arbitrária de tempos t_1, t_2, \ldots, t_n deveria ser descrito através de suas funções probabilidades conjuntas,

$$f_{Z(t_1)Z(t_2)\dots Z(t_n)}(z_1, z_2, \dots, z_n).$$
(2.15)

Entretanto, na prática, tal descrição é normalmente muito complicada e uma aproximação mais simples, baseada nos momentos de menor ordem da distribuição do processo estocástico, é suficiente.

2.4.1 - Funções média e variância

Para cada variável definida em um determinado tempo, os momentos univariados da forma,

$$E[(Z(t))^{k}] = \int_{-\infty}^{\infty} z^{k} f_{Z(t)}(z) dz$$
 (2.16)

poderão ser identificados e uma descrição limitada do processo estocástico poderá partir da definição da esperança $\mu(t)$ e de sua função variância $\sigma^2(z)$.

A esperança $\mu(t)$ fica sendo então o momento de ordem 1 dado por:

$$\mu(t) = E[Z(t)]$$
(2.17)

e a variância $\sigma^2(z)$ o momento de ordem 2,

$$\sigma^{2}(z) = E[Z^{2}(t)]. \qquad (2.18)$$

Muitas vezes prefere-se trabalhar com a variável centrada, ou seja,

$$[Z(t) - \mu(t)].$$
(2.19)

Neste caso a esperança será nula e a variância centrada será:

$$\sigma^{2}(z) = E\left[\left(\left(Z(t) - \mu(t)\right)^{2}\right].$$
(2.20)

2.4.2 - Função autocovariância e autocorrelação

Da mesma maneira que os momentos univariados, os momentos bivariados

$$E\left[\left(Z(t_{1})\right)^{k}\left(Z(t_{2})\right)^{l}\right] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} z_{l}^{k} z_{2}^{l} f_{Z(t_{1})Z(t_{2})}(z_{1}, z_{2}) d_{z_{1}} d_{z_{2}}$$
(2.21)

descrevem a dependência entre os valores da série temporal nos pontos t_1 e t_2 . Na prática, o mais simples e importante dos momentos de (2.21) é a função autocovariância centrada,

$$C_{ZZ}(t_1, t_2) = E\left[\left(Z(t_1) - \mu(t_1)\right)(Z(t_2) - \mu(t_2))\right], \qquad (2.22)$$

onde

$$C_{ZZ}(t_1, t_1) = \sigma^2(t_1).$$
 (2.23)

Como $C_{ZZ}(t_1, t_2)$ depende da escala de medida de Z, é conveniente, quando se compara duas séries em escalas diferentes, definir uma quantidade normalizada, denominada de função autocorrelação,

$$\rho_{ZZ}(t_1, t_2) = \frac{C_{ZZ}(t_1, t_2)}{\sigma(t_1) \sigma(t_2)}.$$
(2.24)

Um exemplo prático de construção da função autocorrelação pode ser observado na figura 2.1.

De modo geral, os processos estocásticos deveriam ser descritos também pelos seus momentos mais superiores, ou seja,

$$E\left[\left(Z(t_{1})\right)^{k_{1}}\left(Z(t_{2})\right)^{k_{2}}\dots\left(Z(t_{n})\right)^{k_{n}}\right].$$
(2.25)

Até o momento pouquíssimas aplicações práticas fazem uso deste procedimento.

2.4.3 - Função autocorrelação parcial

Além da autocorrelação entre $Z_t e Z_{t+k}$ pode-se investigar a correlação entre $Z_t e Z_{t+k}$ retirando-se a dependência linear entre elas e as variáveis interventoras $Z_{t+1}, Z_{t+2}, \ldots, e Z_{t+k-1}$. A seguinte correlação condicional,

Corr
$$(Z_t, Z_{t+k} | Z_{t+1}, \dots, Z_{t+k-1})$$
 (2.26)

é referida em análise de séries temporais como autocorrelação parcial.

2.4.4 - Estacionaridade de um processo estocástico

Uma das premissas mais importantes e frequentes que se faz a respeito de uma série temporal é que o processo estocástico em questão seja estacionário e possa ser adequadamente descrito pelos momentos mais inferiores de sua distribuição probabilística. Em termos qualitativos, pode-se afirmar que uma série está estacionária enquanto permanecer estatisticamente em equilíbrio.



Figura 2.1 - Ilustração de um processo de construção da função autocorrelação a partir de uma função cosenoidal (adptada de Anstey, 1964)

Uma série temporal é definida como fracamente estacionária, estacionária de segunda ordem, ou estacionária de covariância se:

(i) $\mu(t) = \mu \quad e \gamma(t) = \gamma_0$, para todo t(ii) $C(t, t-k) = \gamma_k$, para todo t e k

Da condição (ii) implica que duas observações separadas por k número de períodos terão a mesma covariância, independente da posição de ocorrência na série.

Uma série temporal é dita fortemente ou estritamente estacionária se suas funções distribuição finito-dimensionais dependerem somente da posição relativa entre as observações.

Muitas das séries temporais exibem uma não estacionaridade da média com funções paramétricas ou não paramétricas superimpostas à sequência de variáveis aleatórias (tendências). Como discutido no ítem 2.2, a tendência pode ser, por exemplo, um polinômio, uma função trigonométrica ou até mesmo uma função aleatória.

Uma série temporal pode ser estacionária com relação a média e não estacionária com relação a variância; neste caso é necessário inserir uma transformação de estabilização da variância. Box e Cox (1964), introduziram a seguinte classe de transformações estabilizadoras:

$$Z^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{(Z^{\lambda} - 1)}{\lambda}, & \lambda \neq 0\\ \log_{e} Z, & \lambda = 0 \end{cases}$$
(2.27)

onde

$$\lambda \in [-1, +1],$$
 (2.28)

onde λ é o parâmetro transformador e Z é a série analisada.

Alguns dos valores λ mais comuns e a respectiva transformação associada podem ser observados na tabela 2.2.

VALORES DE λ (lambda)	TRANSFORMAÇÃO
-1	$\frac{1}{Z_t} - 1$
-0.5	$\frac{1}{\sqrt{Z_t}} - 1$
0	$\ln Z_t$
0.5	$\sqrt{Z_t} - 1$
1	$Z_t - 1$ (sem transformação)

Tabela 2.2 - Parâmetros estabilizadores da variância de uma série (Wei, 1990)

Assim, se a variância mostrar um aumento linear com a média, deve-se utilizar $\lambda = 0.5$; se o aumento for quadrático, $\lambda = 0$ ou transformação logarítmica é apropriada.

Segundo Wei (1990), algumas considerações importantes com referência aos métodos de estabilização da variância devem ser destacados:

a) As transformações citadas para estabilização da variância são definidas somente para

séries positivas. Entretanto, esta restrição pode ser transposta através da soma de uma constante sem afetar a estrutura de correlação da série.

 b) A transformação de estabilização da variância, se necessária, deverá ser feita antes de qualquer outra análise como, por exemplo, uma diferenciação.

c) Normalmente, a transformação da variância não somente estabiliza a variância como também melhora a aproximação com a normalidade. Pode-se, por sinal, escolher λ de tal modo que Z se torne normal.

d) O valor λ da transformação poderá ser avaliado como um parâmetro a ser estimado a partir da série observada.

2.4.5 - Ergocidade de um processo estocástico

Normalmente, nos problemas de estimativa tem-se a disposição diversas realizações (observações) do mesmo fenômeno. A média, por exemplo, de um conjunto de realizações de uma certa variável aleatória z é calculada considerando os diversos valores observados z^1 , z^2 , z^3 ,..., z^n . O mesmo procedimento deverá ser contemplado para a estimativa da função autocovariância ou autocorrelação, ou seja, deve-se atentar para todo o conjunto de realizações.

Em geral, na prática, tem-se a disposição somente uma única realização em cada ponto da série, o que torna impossível a estimativa de qualquer parâmetro da forma indicada. Neste caso as observações da série nos pontos $t_1, t_2, t_3, \ldots, t_n$, ou $z(1), z(2), z(3), \ldots, z(t)$ são utilizadas para o cálculo, de por exemplo, a função média e covariância:

$$m = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} z(t) \quad e \quad Cov(k) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} z(t) z(t+k).$$
(2.29)

A consideração de estacionaridade do processo é fundamental e somente pode ocorrer se a série analisada Z(t) for ergótica, isto é, satisfaz os teoremas ergóticos. O que os teoremas ergóticos em geral requerem é que as variáveis Z(t) e Z(t+k) se tornem independentes a medida que k aumenta.

Segundo Pereira et al. (1986), apesar de não existir uma maneira operacional para verificação da ergodicidade, a maioria dos processos estacionários observados na prática podem ser considerados ergóticos.

-0710-01

3 - MÉTODOS DE PREVISÃO NO DOMÍNIO DO TEMPO

Os procedimentos de previsão de séries temporais no domínio do tempo podem ser classificados em duas categorias principais:

 a) procedimentos automáticos; todos os métodos do tipo caixa preta, que utilizam programas simples de computador, exigem a mínima intervenção humana e requerem um mínimo de conhecimento e prática na manipulação;

 b) procedimentos não automáticos; métodos que requerem prática e intervenção de técnicos especializados.

Nos procedimentos automáticos podem ser incluídos: modelos de regressão linear simples, múltipla e com transformações de Box & Cox (1964) *apud* Souza (1989), modelos de médias móveis e todos os métodos de amortecimento exponencial simples (MAE).

Como vantagens destes métodos destacam-se a fácil aplicação, se satisfazendo, muitas vezes, com um pequeno número de observações. As desvantagens estão relacionadas, principalmente, à menor precisão no ajuste e previsão dos valores futuros, quando comparados aos modelos não automáticos.

Neste trabalho não serão discutidos os métodos automáticos de previsão e o enfoque será dado para os procedimentos não-automáticos conhecidos como modelos de Box & Jenkins. Para maiores informações sobre modelos automáticos consultar Moretin & Toloi (1987) e Bowerman & O'Connell (1987).

3.1 - Modelos não automáticos de Box & Jenkins

Com base no resultado do trabalho de Wold (1938) *apud* Souza (1989), i.e., qualquer série temporal pode ser representada por uma estrutura de médias móveis infinita, Box & Jenkins (1976) propuseram uma classe geral de modelos lineares que definiram como **ARIMA** (*Autoregressive Integrate Moving Average*). Constituem uma família de modelos agrupados em três gêneros principais, que serão discutidos separadamente neste capítulo: i) modelos autoregressivos (*Autoregressive* (**AR**)); ii) modelos de média-móvel (*Moving Average* (**MA**)); iii) modelos mistos média móvel / autoregressivos (**ARMA/ARIMA**).

A metodologia desenvolvida por Box e Jenkins (1976) consiste de quatro passos básicos: em um primeiro procedimento, é feita uma tentativa de identificação do modelo, a partir do emprego das funções autocorrelação amostral e autocorrelação parcial amostral. Identificado o modelo preliminar, o segundo passo é a estimativa dos parâmetros. Na terceira etapa é feito uma verificação diagnóstica com o objetivo de se decidir sobre a adequação do modelo. Finalmente são feitas previsões dos valores futuros da série (figura 3.1).

Nos ítens seguites serão discutidos, de maneira resumida, as duas classes de modelos lineares envolvidos nos modelos de Box & Jenkins, ou seja, processos autoregressivos e processos de média móvel infinita.

3.1.1 - Processos autoregressivos

Uma classe importante dos modelos lineares aplicados a séries temporais é o conjunto de sistemas autoregressivos. Um sistema de ordem **p**, indicado por **AR(p)** é escrito como:



Figura 3.1 - Estágios do ciclo interativo para os modelos Box & Jenkins

$$y_t = \delta + \phi_1 y_{t+1} + \ldots + \phi_p y_{t+p} + \varepsilon_t, \qquad (3.1)$$

onde ϕ_1, \ldots, ϕ_p são os coeficientes (auto)regressivos para a variável y_t em y_{t-1}, \ldots, y_{t-p} , e δ é um termo constante. Assume-se que o termo do erro, ε_t , tem as seguintes propriedades:

$$E(\varepsilon_t) = 0$$
, $Var(\varepsilon_t) = \sigma^2$, (3.2)

$$Cov (\varepsilon_t, \varepsilon_{tk}) = 0, \ k \neq 0$$
(3.3)

е

Cov
$$(\varepsilon_t, y_{tk}) = 0$$
, $k > 0$. (3.4)

A condição (3.4) mostra que os erros atuais são independentes dos valores passados do processo.

No processo autoregressivo, o evento y_n é determinado a partir de uma regressão linear, com base nos valores passados, adicionada de mais uma variável estocástica ε_t , incorporada a cada tempo t. O mais simples dos processos autoregressivos é obviamente um processo de primeira ordem,

$$y_t = \delta + \phi_1 y_{t+1} + \varepsilon_t, \qquad (3.5)$$

considerado como um processo de Markov, onde o valor da variável y_t depende somente do

valor anterior $y_{t,1}$ mais o erro ε_t (figura 3.2). Se ainda ε_t for uma variável aleatória normalmente distribuída, o processo é conhecido como processo Markov Gaussiano.

Um exemplo de processo autoregressivo de segunda ordem pode ser ilustrado pelo experimento de Yule (1971), citado no ítem 1.2.

3.1.2 - Processos de média móvel

No capítulo 2 foi discutido o processo de média móvel na representação da tendência. Aqui, os modelos de média móvel serão enfocados de maneira diferente, com o objetivo de modelar os efeitos aleatórios em uma série temporal.

A forma geral do modelo de média móvel é :

$$y_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \ldots - \theta_q \varepsilon_{t-q}, \qquad (3.6)$$

onde θ são os coeficientes do modelo, ε o erro e μ um termo constante.

Supondo agora um modelo onde $u_t = \sum_{j=0}^{q} \alpha_j \varepsilon_{t,j}$, cada realização individual do processo aleatório é determinado pela soma das *j* variáveis aleatórias multiplicadas pelos pesos $\alpha_0 \dots \alpha_j$, descrevendo um processo de média móvel onde $\theta_j = -\alpha_j$.

A figura 3.3 ilustra um modelo de média móvel a partir do exemplo de um processo de deposição fluvial (Schwarzacher (1975)). Admite-se, simplificadamente, que a composição dos sedimentos carreados pelo rio seja determinada pela contribuição aleatória dos últimos dois tributários (ε), e que os pesos destas contribuições permaneçam constantes ao longo de todo processo. Assim, a carga sedimentar *u* carreada nos pontos *t*, *t*+1 e *t*+2 será:



Figura 3.2 - Modelo autoregressivo para um processo de deposição fluvial



Figura 3.3 - Modelo de média móvel para um processo de deposição fluvial

$$u_{t} = \alpha_{0} \varepsilon_{t} + \varepsilon_{t-1}$$

$$u_{t+1} = \alpha_{0} \varepsilon_{t+1} + \alpha_{1} \varepsilon_{t}$$

$$u_{t+2} = \alpha_{0} \varepsilon_{t+2} + \alpha_{1} \varepsilon_{t+1},$$
(3.7)

onde:

$$\sum_{0}^{1} \varepsilon_{i} = 1. \qquad (3.8)$$

As equações (3.7) indicam, por exemplo, que quando o ponto u_{t+2} é alcançado o influxo de sedimentos ε_t da posição u_n não mais influenciará a carga sedimentar, que será composta unicamente pelos influxos ε_{t+1} e ε_{t+2} .

3.1.3 - Processo misto (autoregressivo + média móvel)

A combinação dos processos autoregressivo e média móvel produz um modelo misto denominado de **ARMA(p,q)**, onde,

$$y_t = \delta + \phi_1 y_{t-1} + \ldots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \ldots - \theta_q \varepsilon_{t-q}.$$
(3.9)

Se um determinado número de diferenças forem necessárias para tornar (3.9) estacionário, ou seja,

$$w_t = \nabla^d y_t, \tag{3.10}$$

o modelo será referido como ARIMA (p, q, d), onde p, q e d são, respectivamente, o grau do modelo autoregressivo, o grau do modelo de média móvel e a ordem de diferenças aplicada.

3.1.4 - Estimativa dos parâmetros dos modelos Box & Jenkins

Em geral, a estimativa dos parâmetros $\theta \in \phi$ nos modelos Box & Jenkins é calculada pelo método dos mínimos quadrados. Entretanto, pode ser demonstrado que, quando as variáveis do modelo forem independentes e normalmente distribuídas, a estimativa pelo método dos mínimos quadrados se aproxima do método de máxima verossimilhança (Anderson (1971)).

3.1.5 - Condições de estacionaridade e invertibilidade dos parâmetros

A metodologia de Box & Jenkins requer que o modelos AR, MA e ARMA/ARIMA, utilizados na descrição de uma série temporal, sejam estacionários e/ou invertíveis. A estacionaridade já foi discutida no capítulo 2, e a invertibilidade será comentada aqui intuitivamente, a exemplo do que foi discutido por Bowerman & O'Connell (1987). A demonstração quantitativa da invertibilidade encontra-se detalhada em Box & Jenkins (1976).

Considerando que um modelo **ARMA** (3.9) expressa a variável y_t como uma função dos valores passados de y, (isto é, $y_{t-1}, y_{t-2}, \ldots, y_{t-k}$), define-se que o modelo será invertível se os pesos considerados para as y observações anteriores declinarem no sentido destas observações. Intuitivamente um valor mais próximo ou mais recente de y_t será mais influente do que valores mais distantes.

Do ponto de vista matemático, cada uma das condições de estacionaridade e invertibilidade implica em parâmetros $\phi \in \theta$, da classe de modelos (3.9), que satisfaçam certas

condições.Como exemplo, a tabela 3.1 resume algumas das condições de estacionaridade e invertibilidade para os parâmetros dos modelos autoregressivos e média móvel de primeira e segunda ordem.

De acordo com a tabela 3.1, não existem condições de invertibilidade para os parâmetros nos modelos autoregressivos. Uma condição de estacionaridade necessária (mas não suficiente) para os modelos autoregressivos é que a soma dos valores dos parâmetros seja menor que 1. Por outro lado, não existem condições de estacionaridade a serem satisfeitas para os modelos de média móvel. Neste caso, a condição de invertibilidade necessária (mas não suficiente) é que a soma dos parâmetros θ seja menor que 1. Se as condições de estacionaridade e invertibilidade dos parâmetros não forem satisfeitas, o modelo preconizado pode ser considerado inadequado para a descrição dos valores futuros da série.

3.2 - Procedimentos práticos de ajuste

3.2.1- Identificação preliminar de um modelo não periódico

O primeiro procedimento para a seleção e identificação de um modelo AR, MA, ARMA ou ARIMA apropriado é a análise da forma do correlograma amostral e do correlograma parcial amostral. Um aspecto importante na análise é a forma do decaimento, que pode ser suave ou mais abrupto. Alguns dos padrões mais gerais das funções autocorrelação e autocorrelação parcial de uma determinada série temporal podem ser observados na figura 3.4.

O decaimento lento das autocorrelações ou autocorrelações parciais é indicativo de uma

Modelo	Condição de Estacionaridade	Condição de Invertibilidade
MA de primeira ordem $y_t = \delta + a_t - \theta_1 a_{t-1}$	Não existe	$ \boldsymbol{\theta}_1 < 1$
MA de segunda ordem $y_t = \delta + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2}$	Não existe	$\begin{aligned} \boldsymbol{\theta}_1 + \boldsymbol{\theta}_2 &< 1\\ \boldsymbol{\theta}_2 - \boldsymbol{\theta}_1 &< 1\\ \boldsymbol{\theta}_2 &< 1 \end{aligned}$
AR de primeira ordem $y_t - \phi_1 y_{t-1} = \delta + a_t$	$ \boldsymbol{\theta}_1 < 1$	Não existe
AR de segunda ordem $y_t - \phi_1 y_{t-1} - \phi_2 y_{t-2} = \delta + a_t$	$\begin{aligned} \phi_1 + \phi_2 &< 1 \\ \phi_1 - \phi_1 &< 1 \\ \phi_2 &< 1 \end{aligned}$	Não existe
ARMA de ordem (1,1) $y_t - \phi_1 y_{t-1} = \delta + a_t - \theta_1 a_{t-1}$	$ \phi_1 < 1$	$ \Theta_q < 1$

Tabela 3.1 - Condições de estacionaridade e invertibilidade para os parâmetros $\phi \in \theta$ dos modelos autoregressivos e média móvel (Bowerman & O'Connell (1987))

série não estacionária e, neste caso, deve-se efetuar diferenças sucessivas até se obter uma série estacionária (figura 3.4A).

A próxima etapa da construção do modelo consiste na identificação do processo AR, MA, ARIMA ou ARMA, cujos comportamentos devem se aproximar de comportamentos teóricos pré-definidos e resumidos na Tabela 3.2.

No programa de computador SAS (1990) a identificação inicial do modelo é feita pela subrotina ARIMA, comando IDENTIFY.

3.2.2 - Identificação preliminar de modelos periódicos

Se uma determinada série temporal contiver uma componente de tendência periódica, os processos de identificação, estimativa e verificação seguem quase os mesmos passos daqueles já citados para séries não periódicas. Adicionalmente, deve-se efetuar a diferença Δ_s da série com relação ao período *s*, e a inspeção dos correlogramas amostrais e correlogramas parciais amostrais da série diferenciada nos deslocamentos *1*, *2*, *3*, ... e *s*₁, *s*₂, ..., *s*_n. A comparação dos correlogramas amostrais com aqueles da tabela 3.3 permite determinar o tipo de operador que melhor se adequa aos dados. As figuras 3.5 e 3.6 mostram, respectivamente, o gráfico *X(t)* contra tempo, correlogramas e correlogramas amostrais de uma série estacionária com período igual a 12. A série temporal *X(t)* é estritamente periódica e apresenta repetição regular de comprimento *t=12*. A nível periódico a série é não estacionária (decaimento nos deslocamentos periódicos é lento). Neste caso, a determinação do modelo para a descrição do processo aleatório poderá ser feito após a retirada da componente periódica.



Decaimento extremamente lento



Decaimento interrompido





Decaimento rápido senoidal

Decaimento rápido exponencial oscilatório



Decaimento rápido exponencial sem oscilação

Figura 3.4 - Padrões de decaimento dos correlogramas ou correlogramas parciais amostrais (Bowerman e O'Connell (1987))

PADRÃO DE IDENTIFICAÇÃO	COMPORTAMENTO DO CORRELOGRAMA E	OPERADOR E GRAU DO OPERADOR INDICADO
1	Correlograma apresenta autocorrelação alta nos deslocamentos 1, 2,, q seguido de decaimento rápido Correlograma parcial amostral apresenta decaimento rápido	Operador de média móvel de ordem q
2	Correlograma com decaimento rápido Correlograma parcial amostral apresenta autocorrelação parcial alta nos deslocamentos 1, 2,, q e decaimento interrompido	Operador autoregressivo de ordem p
3	Correlograma amostral apresenta alta autocorrelação nos deslocamentos 1, 2,,q com decaimento interrompido Correlograma parcial amostral apresenta autocorrelação parcial alta nos deslocamentos 1, 2,, p e decaimento interrompido	Operador autoregressivo ou de média móvel. Normalmente o operador de média móvel produz melhor resultado
4	Correlogram amostral e correlograma parcial amostral apresentam autocorrelações baixas e autocorrelações parciais baixas para todos os deslocamentos	Nenhum
5	Correlograma amostral e correlograma parcial amostral apresentam decaimento rápido	Utilizar os dois operadores em conjunto

Tabela 3.2 - Orientação inicial para escolha de operadores não periódicos (modificado de Bowerman & O'Connell, 1987)



Figura 3.5 - Gráfico de uma série periódica X(t)



Figura 3.6 - Correlograma e correlograma parcial da série periódica X(t)

PADRÃO DE IDENTIFICAÇÃO	COMPORTAMENTO DO CORRELOGRAMA PARCIAL AMOSTRAL	OPERADOR E GRAU DO OPERADOR INDICADO
P1	Correlograma amostral apresenta autocorrelação alta nos deslocamentos L, 2L,, QL seguido de decaimento interrompido. Correlograma parcial amostral apresenta decaimento rápido para os mesmos deslocamentos.	Operador periódico de ordem Q
Р2	Correlograma amostral apresenta decaimento rápido. Correlograma parcial amostral apresenta autocorrelação parcial alta nos deslocamentos L, 2L,, PL seguido de decaimento interrompido	Operador autoregressivo de ordem P
Р3	Correlograma amostral apresenta autocorrelação alta nos deslocamentos L, 2L,, QL seguido de decaimento interrompido. Correlograma parcial amostral apresenta autocorrelação parcial amostral alta nos deslocamentos L, 2L,PL seguido de decaimento interrompido.	Operador autoregressivo de ordem P ou operador de média móvel de ordem Q
Р4	Correlograma amostral e correlograma parcial amostral apresentam baixas autocorrelações e autocorrelações parciais nos deslocamentos L, 2L,, QL.	Nenhum
Р5	Correlograma amostral e correlograma parcial amostral apresentam decaimento rápido em todos os deslocamentos sazonais.	Utilizar os dois operadores em conjunto

Tabela 3.3 - Orientação inicial para escolha de operadores periódicos onde Q e P são períodos da série (modificado de Bowerman & O'Connell, 1987).

3.2.3 - Estimativa dos parâmetros

Após a identificação inicial do modelo Box & Jenkins deve-se proceder a estimativa dos parâmetros, e a melhor estimativa é conseguida através do método de máxima verossimilhança, embora o cálculo pelo método dos mínimos quadrados seja mais fácil e de menor custo computacional (Box & Jenkins (1976)).

No programa de computador SAS (1990) a estimativa do parâmetros é feita pela subrotina ARIMA, comando ESTIMATE; a subrotina ARIMA determina de forma automática um valor para o parâmetro pesquisado, que é utilizado como valor inicial de um processo de estimativa interativa. Este valor inicial pode ser, desde que esteja de acordo com as especificações do modelo proposto (estacionaridade e invertibilidade), explicitado pelo usuário.

Os métodos de estimativa dos parâmetros utilizados pelo programa computacional SAS (1990) são:

i) máxima verossimilhança (ML); a partir dos algorítmos sugeridos por Ansley (1979) apud SAS (1990) ou do algorítmo de filtro de Kalman, desenvolvido por Morf, Sidhu, e Kailath (1974) apud SAS (1990). A escolha entre os dois algoritmos é feita com base no menor custo computacional. A maximização da função de máxima verossimilhança e escolha dos parâmetros é feita pelo método não linear de mínimos quadrados, a partir do algorítmo desenvolvido por Marquardt (1963) apud SAS (1990);

ii) mínimos quadrados não condicional (ULS); emprega os mesmos algorítimos do estimador de máxima verossimilhança, diferindo no critério de escolha dos parâmetros para minimização da soma dos quadrados dos resíduos, ao invés do logarítmo da função máxima verossimilhança.

Os programas estatísticos para computadores como o SAS (1990) fornecem o valor da estatística $t_{\hat{\theta}}$, o erro padrão de estimativa $s_{\hat{\theta}}$ dos parâmetros e a variância residual estimada $\hat{\sigma}_{\alpha}^{2}$, com o objetivo de conferir preliminarmente a precisão dos parâmetros encontrados.

Considerando $\hat{\theta}$ como parâmetro de um modelo de Box & Jenkins, o valor $t_{\hat{\theta}}$ é definido como:

$$t_{\hat{\theta}} = \frac{\hat{\theta}}{s_{\hat{\theta}}}, \qquad (3.11)$$

onde $\hat{\theta}$ é o valor estimado de θ e $s_{\hat{\theta}}$ é o erro padrão de estimativa de $\hat{\theta}$. A partir dos valores de *t* são feitos testes de hipóteses para o parâmetros encontrados. Segundo Bowerman & O'Connell (1987), se o valor da estatística *t* de um determinado parâmetro for menor que 2 deve-se pensar na possibilidade de exclusão deste parâmetro.

3.2.4 - Análise dos resíduos e ajuste do modelo

Após a estimativa do modelo é necessário verificar se tal modelo representa, de forma adequada, os dados.Qualquer insuficiência revelada, pode sugerir um modelo alternativo como sendo mais adequado. A verificação do ajuste do modelo Box & Jenkins pré-definido pode ser feita através da análise dos resíduos, de acordo com alguns procedimentos, que podem incluir:

 i) Cálculo e análise das funções autocorrelação amostral dos resíduos e autocorrelação amostral parcial dos resíduos, seguido da avaliação sobre a necessidade de adição ou retirada de alguns termos do modelo.Se o modelo for adequado, os resíduos devem ser aproximadamente não correlacionados. iii) Teste para as autocorrelações dos resíduos estimados sugerido por Box & Pierce (1970) *apud* Moretin & Toloi (1987). De acordo com Moretin & Toloi (1987), apesar deste teste não detectar quebras específicas no comportamento do ruído branco, pode indicar se os valores das autocorrelações são muito altos. O SAS (1990) utiliza o teste de hipótese desenvolvido por Box & Pierce (1970) *apud* SAS (1990) e modificado por Ljung & Box (1978) *apud* SAS (1990), que calcula a estatística *Q*, onde:

$$Q = Q(K) = n(n+2) \sum_{j=1}^{k} r_j^2 / (n-j). \qquad (3.12)$$

Se o modelo for apropriado, a estatística Q tem uma distribuição χ^2 , onde n é o comprimento da série após qualquer diferenciação e r_j é a autocorrelação amostral dos resíduos a no deslocamento j, ou seja:

$$r_{j} = \sum_{k=1}^{n-j} a_{t} a_{t+k} / \sum_{k=1}^{n-j} a_{t}^{2}.$$
(3.13)

Na prática, a hipótese de ruído branco para os resíduos é rejeitada para valores grandes de Q.

Outras propostas de verificação e identificação de determinado modelo tem sido apresentadas na literatura. Para maiores detalhes consultar Moretin & Toloi (1987) e SAS (1990).

3.2.5 - Previsão de valores futuros

Após a identificação inicial, a conferência dos parâmetros e o ajuste, o próximo passo no estudo de uma série temporal é a previsão dos valores futuros. Segundo Kendall & Ord (1990), a estrutura de previsão pode ser dividida em três níveis ou tamanhos: previsão curta, previsão média e previsão longa. Em geologia, especificamente na previsão de séries cujas variáveis correspondem a dados de rocha e fluídos obtidos por perfis elétricos/radioativos, uma previsão curta, média e longa pode significar, respectivamente, poucos metros, dezenas de metros e centenas de metros.

No SAS (1990) a previsão dos valores futuros da série é feita através da procedure ARIMA, statement FORECAST.

4 - ANÁLISE DE SÉRIES TEMPORAIS NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA

A análise espectral é fundamental em áreas onde o interesse básico é a procura de periodicidades dos dados. Sua aplicação se extende pelos mais variados campos do conhecimento científico e tecnológico como Meteorologia, Oceanografia, Engenharia Elétrica, Comunicações, Economia, etc. Consiste, de uma maneira bem geral, na decomposição de uma determinada série temporal em uma soma de harmônicos *cos ot* e *senost* a partir de registros de tamanho finito.

A ferramenta básica de análise de uma série temporal no domínio da freqüência é o espectro, que é a transformada de Fourier da função autocovariância. Deste modo, sob o aspecto da quantidade de informações probabilísticas que fornecem, a função autocovariância e o espectro são equivalentes.

De acordo com Jenkins (1961), questões sobre o mérito da análise de séries temporais no domínio do tempo e no domínio da freqüência já foi motivo de muita discussão e controvérsia entre os estatísticos. Entretanto, segundo Box & Jenkins (1976), a autocorrelação e o espectro devem ser consideradas ferramentas aliadas para o entendimento do processo estocástico em questão.

Em casos de aplicações práticas específicas, Jenkins & Watts (1968) coloca algumas considerações sobre o espectro e a autocorrelação:

 i) Simplicidade das propriedades amostrais. Em geral pode-se considerar que as propriedades amostrais do espectro são mais simples. Entretanto, existem algumas situações onde a análise espectral não se aplica (testes de aleatoriedade por exemplo). ii) Utilização das quantidades estimadas. Se, por exemplo, a predição de um valor futuro de uma série for solicitada no domínio do tempo é natural que a análise do modelo seja igualmente tratada no domínio do tempo.

iii) Maior facilidade na interpretação de um fenômeno físico. Na construção de alguns modelos de séries temporais e investigações exploratórias, como no caso da pesquisa sobre ciclos de Milankovitch (1941) ou sobre manchas solares, é fundamental que se considere, a priori, alguns parâmetros físicos significativos obtidos através de análises empíricas, especialmente a análise espectral.

Outra consideração importante na escolha do domínio de análise da série temporal é a perda do significado estatístico do espectro para o caso de uma série não estacionária. Este problema poderá ser contornado através da retirada da tendência, ou por filtros de freqüência.

Segundo Schwarzacher (1975), a função autocorrelação, ferramenta básica de análise no domínio do tempo, tem aplicação direta na estratigrafia, conectando o estado atual de uma variável aleatória, por exemplo, um parâmetro litológico, com o estado anterior. Representa, idealmente, uma aproximação da história geológica. Entretanto, na maioria dos problemas relacionados com sedimentação cíclica e particularmente na análise de sequências varvíticas, o interesse principal é a identificação de registros periódicos ou quase periódicos. Para este caso, a análise espectral é a técnica mais indicada.

4.1 - Representação harmônica

Matematicamente, uma série temporal periódica e estacionária Y(t) pode ser expressa como:

$$Y(t) = \mu + A \cos 2\pi f(t - \theta), \quad t = 1, 2, ..., T$$
(4.1)

onde, A é amplitude da série, f é a frequência e θ é a fase. A expressão Y(t) é conhecida como a função de representação harmônica da série Y, sendo A e f em (4.1) constantes fixas para cada tempo. O processo Y(t) não é estacionário com relação a média μ , ou seja, a E[Y(t)] varia com o tempo. Assim, para que se possa aplicar a teoria dos processos estocásticos estacionários na série harmônica Y(t), é necessário que os valores das amplitudes sejam variáveis aleatórias i.i.d (identica e independentemente distribuídas), com média zero ou, de maneira equivalente, que a fase f tenha distribuição uniforme no intervalo de 0 a 2π , fixas para uma única realização do processo.

4.2 - Discretização de uma série temporal

Considerando que a série temporal Y(t) (4.1) seja amostrada em T pontos discretos e que a representação em forma amostrada, ou discreta, associe cada uma das amplitudes a tempos definidos em intervalos igualmente espaçados, se o intervalo de amostragem na função Y(t) for igual a Δt , a quantidade $1/\Delta t$ representa a taxa de amostragem da série, ou seja, o número de observações amostrados por unidade de tempo.No caso de uma série discretizada o espectro estimado a partir das amostras poderá diferir do espectro da série original contínua no sentido de não amostrar parte das freqüências mais altas e de criar freqüência espúrias, referenciadas como freqüências em falseamento (*alias*).

Assim, dada uma série temporal discretizada, a maior freqüência possível de ser recuperada, denominada de freqüência de *Nyquist*, dependerá da razão de amostragem da série.
Segundo o teorema da amostragem (Shannon *apud* Denhan & Tessis (1983)), o intervalo mínimo entre amostras, necessário para que a série seja reproduzida com fidelidade, deverá ser tal que cada meio período seja amostrado pelo menos uma vez, ou seja:

$$\Delta t \le \frac{TM}{2} \tag{4.2}$$

onde, Δt é o intervalo de amostragem e *TM* é o menor período que pode ser registrado (figura 4.1).

Na maioria dos perfis elétricos/radioativos em poços de petróleo o intervalo de amostragem é 20 centímetros. Entretanto, como mostra a figura 4.2, a resolução é de somente 50 a 60 centímetros, ou seja, cada ponto do perfil raios gama obtido representa um valor médio de 60 cm de rocha.

4.3 - Representação de Fourier para uma seqüência finita

O desenvolvimento das técnicas denominada análise de Fourier tem uma história antiga que envolve muitos matemáticos, incluindo E. Euler, D. Bernoulli, P.S. Laplace, J.L. Lagrange, e P.L. Dirichlet, além de, obviamente, Jean-Baptiste Joseph Fourier. Embora o trabalho original de Fourier envolva somente fenômenos contínuos no tempo, como propagação e difusão de calor, suas idéias básicas podem ser aplicadas a fenômenos discretos no tempo.

Em análise vetorial é comum se descrever um vetor no espaço como uma combinação linear de um conjunto de vetores denominados de base. Qualquer conjunto de vetores linearmente independentes, como por exemplo um conjunto de *n* vetores ortogonais, pode ser escolhido como uma base vetorial de um sistema. Deste modo, assumindo $z_1, z_2, ..., z_n$ como sendo uma seqüência de *n* números e considerando esta seqüência como um conjunto de coordenadas de um ponto em



Figura 4.1 - Exemplo de frequência em alias



Figura 4.2 - Resolução de um perfil raios gama

um espaço *n*-dimensional que pode ser descrito pela combinação linear de funções ortogonais trigonométricas de um sistema, tem-se:

$$Z_{t} = \sum_{k=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} [a_{k} \cos (2\pi k t/n) + b_{k} \sin (2\pi k t/n)], t = 1, 2, ..., n.$$
(4.3)

A expressão (4.3) é denominada de série de Fourier discreta da seqüência Z_p onde a_k e b_k são os coeficientes de Fourier. Utilizando a propriedade de ortogonalidade das funções trigonométricas pode-se obter os coeficientes a_k e b_k de (4.3) multiplicando, ambos os lados da equação, por cos $(2\pi k t/n)$ e sen $(2\pi k t/n)$ (4.3), resultando em:

$$a_{k} = \begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} Z_{t} \cos \left(2\pi k t / n \right), \ k = 0, \ e \ k = n/2 \ se \ n \ e \ par \\ \frac{2}{n} \sum_{t=1}^{n} Z_{t} \cos \left(2\pi k t / n \right), \ k = 1, 2, \dots, \left[\frac{n-1}{2} \right], \ se \ n \ e \ tmpar \end{cases},$$
(4.4)

$$b_{k} = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^{n} Z_{t} \operatorname{sen} \left(2\pi k t / n \right), \ k = 1, 2, ..., \left[\frac{n-1}{2} \right].$$
(4.5)

4.3.1 - Representação de Fourier para uma seqüência periódica

Uma função f(t) é dita periódica de período P se existir uma constante positiva P tal que:

$$f(t+P) = f(t),$$
 (4.6)

para todo t. Por conseguinte, se a função é periódica de período P ela também é periódica para os períodos 2P, 3P, ... O período relativo ao menor valor de P para a qual é válida a expressão (4.6) é denominado de período fundamental ou simplesmente período da seqüência.

Uma característica particular de uma seqüência periódica é que ela pode ser definida unicamente pelos valores de t = 1, 2, ...n; fora deste intervalo a sequência é apenas repetição do período padrão. Deste modo, a representação de Fourier para uma seqüência periódica é descrita de forma idêntica a equação (4.3).

O menor valor positivo de *n* para a expressão (4.3) é chamado de período fundamental, e o correspondente valor $\frac{2 \pi}{n}$ é denominado freqüência fundamental. Todos os outros termos da equação de representação da série de Fourier são múltiplos da freqüência fundamental, sendo portanto harmonicamente relacionados.

4.3.2 - Análise da variância (teorema de Parseval)

Considerando que na expressão (4.3) k=0 representa o valor médio de Z(t), a variância da função Z(t) pode ser escrita como:

$$\sum_{t=1}^{T} \frac{(Z(t))^2}{T} = a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\lfloor n/2 \rfloor - 1} (\hat{a}_k^2 + \hat{b}_k^2) + a_{\lfloor n/2 \rfloor}^2.$$
(4.7)

Na expressão (4.7), $\sum_{t=1}^{T} (Z(t))^2 / T$ é denominado de potência média e a_0^2 , $(a_k^2 + b_k^2)$, $a_{\lfloor n/2 \rfloor}^2$ são os estimadores da freqüência angular correspondente.

Da equação (4.7) observa-se que a variância total de uma função ou série temporal qualquer Z(t) pode ser decomposta em uma combinação linear dos quadrados das amplitudes de cada componente periódica, e o teorema de Parseval (equação 4.7) mostra a relação que existe entre a variância de uma da função Z(t) e os coeficientes de Fourier.

4.3.3 - Espectro de linha ou periodograma

A análise espectográfica ou periodográfica é uma técnica utilizada no estudo da periodicidade de uma série temporal. O espectro de linha consiste na representação gráfica da potência média estimada versus a freqüência f (figura 4.3). Quando a potência média é relacionada com o período, o gráfico é denominado de periodograma.

4.3.4 - Transformada discreta de Fourier

Sendo $f(\omega) e^{i\omega t}$ uma função periódica de frequência angular (ω) e período 2π , uma série Z_t pode ser escrita no intervalo $-\pi a \pi$ como,

$$Z_{t=\int_{-\pi}}^{\pi} f(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad t = 0, \pm 1, \pm 2, ..., \qquad (4.8)$$

onde



Figura 4.3 - Espectro de linha de uma função periódica



Figura 4.4 - Espectro de potência de uma função não periódica

$$f(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{t=\infty}^{\infty} Z_t e^{-i\omega t}, \quad -\pi \le \omega \le \pi .$$

$$(4.9)$$

A função $f(\omega)$ em (4.9) e a função Z_t em (4.8) são denominadas, respectivamente, como transformada discreta de Fourier e transformada discreta inversa de Fourier.

A expressão (4.8) representa a sequência Z_t como uma combinação linear de senoidais complexas, de freqüências infinitamente próximas, com amplitudes $|f(\omega)|(d\omega)$. A quantidade $f(\omega)$ é citada como espectro ou amplitude do espectro de uma série não periódica.

De acordo com o teorema de Parseval a energia associada a série Z_t é:

$$\sum_{t=-\infty}^{\infty} |Z_t|^2 = 2\pi \int_{-\pi}^{\pi} |f(\omega)|^2 d\omega, \qquad (4.10)$$

que relaciona a energia de uma série não periódica no domínio do tempo com a energia de uma série não periódica no domínio da freqüência. O gráfico da energia de uma série não periódica versus a freqüência pode ser visto na figura 4.4.

Segundo Wei (1990), é possível distinguir duas diferenças básicas nas propriedades, no domínio da freqüência, entre uma seqüência periódica e uma seqüência não periódica:

 i) As freqüências pertencentes ao espectro de uma seqüência periódica são harmonicamente relacionadas e compõem um conjunto formado por freqüências discretas no tempo, ao passo que, o espectro de uma seqüência não periódica é formado por um conjunto contínuo de freqüências. ii) A energia sobre todo intervalo $t = 0, \pm 1, \pm 2, ...$ em uma sequência periódica é infinita, e neste caso o estudo de suas propriedades em termos de potência deve ser feito considerando um conjunto finito de freqüências harmonicamente relacionadas (figura 4.3). Para uma seqüência não periódica a energia é finita (figura 4.4) e as propriedades em termos de potência da série são descritas considerando um conjunto contínuo de freqüências.

4.3.5 - Transformada rápida de Fourier

O valor dos coeficientes de Fourier de uma determinada série constituída por n valores deve ser calculado segundo a equação (4.9) da transformada de Fourier. Para isso, são necessários aproximadamente n^2 multiplicações e somatórios complexos. Portanto, quando n, o número de operações é excessivamente grande, pode tornar tal operação impraticável.

Para solucionar o problema computacional no cálculo dos coeficientes de Fourier, Good (1958) *apud* Wei (1990) e Cooley & Tukey (1965) *apud* Wei (1990) desenvolveram um algoritmo eficiente denominado Transformada Rápida de Fourier (TRF), que utiliza propriedades das funções trigonométricas e funções complexas, diminuindo o tempo de computação sem prejuízo efetivo para o resultado final. No presente trabalho, foi utilizada a versão de Cooley & Tukey (1965) *apud* Wei (1990), incorporado no SAS (1990).

4.4 - Relação espectro de potência e função autocorrelação

Com o objetivo de ilustrar a relação entre o espectro de potência e a função autocorrelação, Anstey (1964) considerou um exemplo simples da autocorrelação de uma função senoidal (figura 4.5 e 4.6). Neste exemplo, a função autocorrelação foi obtida por duas maneiras:

 i) a partir da medida de similaridade para vários deslocamentos entre duas funções idênticas.



Figura 4.5 - Ilustração do processo de construção da função autocorrelação de uma função cosenoidal (Anstey, 1964).



Figura 4.6 - Processo de construção alternativo da função autocorrelação de uma função cosenoidal (Anstey, 1964).

A medida de similaridade consiste, para cada deslocamento entre as duas funções, da multiplicação de todas as ordenadas das funções e posterior soma de todas estas multiplicações.

ii) A segunda maneira alternativa de construção da autocorrelação de uma função utiliza o agrupamento e a soma de todos os componentes de frequência elevados ao quadrado e desconsidera as informações sobre a fase. Observa-se que a soma de todos os componentes é máxima e simétrica em t=0. Como observado na expressão (4.7), o espectro de potência de uma série acentua a amplitude de cada componente espectral da série e desconsidera qualquer informação de fase.

No processo de construção, a partir do agrupamento das senoidais que compõem a função, o conteúdo de freqüências pode ser obtido através do espectro de amplitudes descrito pelos coeficientes cosenoidais da função de Fourier.

Pereira et al. (1986) observa que a representação no domínio do tempo de uma série temporal, pelo uso da função autocorrelação, é equivalente em termos de informação à representação no domínio da freqüência através do espectro de potência. Assim, o espectro de potência pode ser obtido a partir da identificação dos componentes de potência, ou pela transformada de Fourier da função autocorrelação. Por outro lado, a função autocorrelação pode ser visualizada imaginando que todos os componentes de Fourier de uma série são elevados ao quadrado, agrupados em fase e somados.

4.5 - Espectro amostral

Dado um conjunto de dados amostrais, a estimativa do espectro $\hat{f}(\omega)$ pode ser feita através da expressão:

$$\hat{f}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-(n-1)}^{(n-1)} \hat{\gamma}_k e^{-t\omega k}$$

$$= \frac{1}{2\pi} \left(\hat{\gamma}_0 + 2 \sum_{k=1}^{n-1} \hat{\gamma}_k \cos \omega k \right),$$
(4.11)

onde $\hat{\gamma}_k \acute{e}$ a autocovariância amostral. Entretanto, para uma determinada série temporal composta por *n* observações, $\hat{\gamma}_k$ somente é calculado em k = 0, 1, ..., (n-1). Neste caso, a estimativa de $f(\omega)$ a partir da expressão (4.11) é denominada de função espectral amostral. Considerando a covariância amostral $\hat{\gamma}_k$ assintóticamente não tendenciosa, tem-se que,

$$\lim_{n \to \infty} E(\hat{f}(\omega)) = f(\omega).$$
(4.12)

Prova-se ainda que, se a série temporal Z_t for um ruído branco Gaussiano, com média zero e variância constante σ^2 , então a função espectral amostral $\hat{f}(\omega k)$, para k=1,2,...,(n-1)/2 é idêntica e independentemente distribuída como:

$$\hat{f}(\omega_k) \sim \frac{\sigma^2}{2\pi} \frac{\chi^2(2)}{2},$$
 (4.13)

onde χ^2 (2) é a distribuição qui-quadrado com 2 graus de liberdade. Demonstra-se ainda que se Z_i é um processo Gaussiano então,

$$E\left(\hat{f}(\omega_k)\right) = E\left[f(\omega_k)\frac{\chi^2(2)}{2}\right] = f(\omega_k)$$
(4.14)

е

$$Var(\hat{f}(\omega_{k})) = Var[f(\omega_{k})\frac{\chi^{2}(2)}{2}] = [f(\omega_{k})]^{2}, \qquad (4.15)$$

que independe do número de amostras n.

Considerando a equação (4.15), uma importante conclusão pode ser comentada com relação a variância do espectro amostral:

i) Apesar do espectro amostral ser não tendencioso (4.12) é insatisfatório como estimador, dado que, como mostra a expressão (4.15), a variância de $\hat{f}(\omega_k)$ não tende a zero (não converge) quando o número de amostras aumenta.

Além disso, prova-se que:

$$Cov [\hat{f}(\omega_k), \hat{f}(\omega_j)] = 0, para \quad k \neq j.$$
(4.16)

De acordo com a expressão (4.16), as ordenadas sucessivas do espectro amostral $\hat{f}(\omega_k)$ são independentes, explicando a grande flutuação do mesmo. Esta flutuação persiste também com o aumento do tamanho da amostra.

Como tentativa de solução ou minimização destas insatisfatórias propriedades, procede-se à suavização do espectro amostral, discutido no ítem seguinte.

4.6 - Suavização do espectro amostral

O procedimento de suavização do espectro amostral é também denominado média dos periodogramas e tem como objetivo principal a redução da variância do espectro amostral. Consiste de uma média ponderada de *m* valores situados à direita e à esquerda da frequência objetivo, isto é,

$$\hat{f}(\omega_k) = \sum_{j=-m_n}^{m_n} W_n(\omega_j) \hat{f}(\omega_k - \omega_j), \qquad (4.17)$$

onde $\omega_k = 2\pi k / n$, *n* é o tamanho das amostras, $k = 0, \pm 1, ..., \pm [n/2]$ são as freqüências de Fourier e $W_n(\omega_j)$ é a função de ponderação, com as seguintes propriedades:

$$\sum_{j=-m_n}^{m_n} W_n(\omega_j) = 1,$$

$$W_n(\omega_j) = W_n(-\omega_j).$$
(4.18)

A função ponderação $W_n(\omega_j)$ é também denominada de janela espectral porque somente algumas ordenadas espectrais são vistas no procedimento de suavização.

Como conseqüência da propriedade (4.18) da função ponderação, a variância do espectro suavizado diminui na medida que m_n aumenta, onde m_n é o número de freqüências utilizadas na suavização.

4.7 - Filtros de freqüência

Filtro de freqüência é um mecanismo útil em muitas aplicações práticas. É utilizado para suprimir ou atenuar certos componentes harmônicos de uma determinada faixa de freqüência.

Do ponto de vista matemático, um filtro é uma operação que transforma uma série de entrada X(t), $-\infty < t < \infty$ em uma série de saída Y(t), $-\infty < t < \infty$, ou seja,

$$Y(t) = F[X(t)].$$
 (4.19)

Conclui-se ainda que, se F é um filtro e se X (t) = $e^{i\omega t}$, $\infty < t + \infty$, existe uma função S(ω) tal que,

$$F[X(t)] = S(\omega) e^{i\omega t}, \qquad (4.20)$$

A função S (ω) é chamada de função transferência do filtro.

Um filtro linear pode ser definido como sendo um sistema linear invariante no tempo. O sistema F ou filtro em (4.20) é considerado invariante no tempo se um atraso (ou avanço) de t unidades na série de entrada implicar um atraso (ou avanço) de t unidades na série de saída, ou seja,

$$F[X(t+\tau)] = Y(t+\tau). \tag{4.21}$$

O princípio de construção de um filtro de freqüência se inicia com a confecção de um sinal de curta duração de fase zero (pulso), cuja amplitude espectral é variável de acordo com o interesse do pesquisador. Neste caso, um sinal de curta duração ou pulso de fase zero consiste de um conjunto de ciclos ou cosenoidais normalizadas com relação à amplitude, sobrepostas e somadas na fase zero.

O processo de filtragem de uma série temporal se dá através da convolução, no domínio do tempo ou multiplicação no domínio da freqüência, entre a série temporal estudada e um operador (pulso) pré-determinado.

A aplicação do filtro no domínio da freqüência ou no domínio do tempo produz basicamente, os mesmos resultados. Entretanto, na prática, uma aproximação no domínio da freqüência é preterida com relação a aproximação no domínio do tempo. As figuras 4.7 e 4.8 ilustram, respectivamente, o esquema de construção de um filtro de freqüência no domínio do tempo e no domínio da freqüência.

4.7.1 - Alguns tipos de filtros

A tabela 4.1 resume a utilidade e as respectivas funções transferências de alguns tipos de filtros de freqüência. Segundo Moretin (1979), um outro filtro de freqüência simples, muito utilizado para remoção ou atenuação de baixas freqüência de uma série temporal, é o filtro da diferença, definido por:

$$Y(t) = X(t) - X(t-1),$$

onde a função transferência é dada por,

$$S(\omega) = 2 i e^{-i\omega/2} sen \omega/2.$$
(4.23)



Figura 4.7 - Esquema e aplicação de um filtro fase zero no domínio da frequência (Yilmaz, 1987)



Figura 4.8 - Esquema e aplicação de um filtro fase zero no domínio do tempo (Yilmaz, 1987)

Filtro	Utilidade	Função Transferência	Gráfico da função transferência
Filtros passa - alta (high-pass)	Atenuam as frequências mais baixas	$\mathbf{s}(\boldsymbol{\omega}) = \begin{cases} 1, \boldsymbol{\omega} \geq \boldsymbol{\omega}_0 \\ 0, \boldsymbol{\omega} < \boldsymbol{\omega}_0 \end{cases}$	
Filtros passa - baixa (low-pass)	Atenuam as frequências mais altas	$\mathbf{s}(\boldsymbol{\omega}) = \begin{cases} 1, \boldsymbol{\omega} \leq \boldsymbol{\omega}_1 \\ 0, \boldsymbol{\omega} > \boldsymbol{\omega}_1 \end{cases}$	S(@) ω ₁ 0 ω ₁ ω
Filtros passa - banda (band-pass)	Removem ou atenuam as frequências fora da faixa especificada	$S(\omega) = \begin{cases} 1, \omega_0 \le \omega \le \omega_1 \\ 0, \text{caso contrário} \end{cases}$	

Tabela 4.1 - Alguns filtros de frequência utilizados e suas respectivas funções transferência

5 - APLICAÇÃO DA ANÁLISE DE SÉRIES TEMPORAIS EM PERFIS DE POÇOS DE PETRÓLEO

5.1 - Os Dados

A base de todo desenvolvimento prático deste trabalho é constituída por um conjunto de informações coletadas por perfis raios gama, parte de um estudo desenvolvido e gentilmente cedido pelo PETROBRÁS/CENPES. Neste estudo, Azevedo et al. (1993), utilizando a **Estratigrafia de Seqüência** como método de análise de bacia, construiram um arcabouço estratigráfico para a seção oligocênica da Bacia de Campos, a partir da integração de dados de perfis e informações bio-, para- e sismoestratigráficos.

Atendendo aos objetivos principais da tese, que são a discussão, identificação, previsão e correlação de modelos estocásticos para séries temporais no domínio do tempo e frequência, foram selecionados 5 perfis de raios gama de um intervalo para-estratigráfico composto por margas e folhelhos e limitado pelas parasequências N545 e 1d (Azevedo et al., 1993). Neste caso, a série temporal é representada pelas variáveis dependentes raios gama e pela variável independente profundidade.

5.2 - Perfil utilizado

Os raios gama são utilizados em pesquisa de petróleo com dois propósitos: o primeiro, denominado perfil de raios gama, é equipado com um receptor e mede a radioatividade natural da rocha. O segundo, equipado com emissor e um receptor, parte do princípio de que a densidade da rocha tem uma significativa influência sobre a dispersão e transmissão dos raios gama; mede as variações de densidade da rocha e é denominado de perfil de densidade. O tipo mais comum de detector emprega um cintilômetro com uma cela de cristal que contém um elemento sensível à radiação nuclear (figuras 5.1 e 5.2).

As medidas de radioatividade natural e de densidade de uma rocha são úteis na interpretação da constituição química e mineralógica predominante de uma unidade geológica. Trata-se de uma ferramenta indispensável para a pesquisa, exploração e explotação de petróleo.

Na identificação da ciclicidade sedimentar, a radioatividade natural indica variações mineralógicas e químicas que, por sua vez, podem refletir oscilações da energia do sistema terraatmosfera.

5.3 - Aplicação de filtros de freqüência simulando perfis sintéticos

Um dos maiores problemas na identificação da ciclicidade sedimentar em perfis de poços é o alto nível de ruído que mascara o sinal periódico. Os ruídos, de origens mais diversas, tais como superficies de argilo minerais, microfósseis esqueletais, poros, problemas de calibração da ferramenta de leitura, etc., produzem sinais semelhantes ao sinal de interesse e identificador das características padrões da rocha. Segundo Schaaf & Thurow (1994), algoritmos de médias móveis implementadas em diversos pacotes de *software* mostram-se ineficientes para remoção de tais ruídos. Uma maneira mais eficaz de identificação e separação do sinal é através da teoria de Fourier.

Na rotina de trabalho de um geólogo da área de petróleo, é comum o uso de perfis eletro-radioativos para correlação de pacotes estratigráficos entre poços e, a depender do nível de ruído existente no registro, fica dificil ou praticamente impossível a identificação de marcos que



Figura 5.1 - Ferramentas de perfilagem - raios gama (A), densidade (B)



Figura 5.2 - Cintilômetro utilizado como receptor nas ferramentas raios gama e densidade (Ellis, 1987)

assegurem e estabeleçam boas correlações. O processo de filtragem de perfis de poços em certas bandas de frequências, geologicamente significativas e identificadas a partir de espectros de potência, pode ajudar e facilitar a identificação e a correlação de eletrofácies entre poços.

Para explicar a metodologia, que foi aplicada em poços da Bacia de Campos, foram gerados dois perfis ou séries temporais com sinais periódicos senoidais pré- estabelecidos (figura 5.3). Os registros foram considerados de maneira arbitrária como sendo a radiotividade da rocha (raios gama).

As camadas A e B, comuns aos poços X e Y, foram depositadas em um determinado período geológico e registraram, através de suas características físicas e químicas e, neste caso, através da radioatividade, as variações cíclicas do ambiente da época. Como mostra a figura 5.3 a correlação estratigráfica das camadas A e B entre os poços X e Y é fácil e imediata. O espectro de potência de cada uma das séries ou perfis dos poços pode ser visto na figura 5.3a, com dois picos mais proeminentes situados junto às frequências de 0.17 e 0.32 ciclos por unidade, que identificam a ciclicidade dos pacotes.

Entretanto, se ao sinal original for somado um ruído branco (figura 5.4) a correlação, anteriormente fácil e imediata, torna-se complicada ou até mesmo sem interpretação. O espectro de potência deste caso pode ser visualizado na figura 5.4a. Novamente, os dois picos proeminentes situam-se junto às frequências de 0.17 e 0.32 ciclos por unidade a despeito do ruído sobreposto, indicando a ciclicidade mascarada.

Prosseguindo a análise, as séries temporais dos poços X e Y foram então submetidas a um processo de filtragem para as bandas 0.14/0.18 e 0.30/0.35 ciclos/unidade (figuras 5.5 e 5.6). O resultado desta filtragem mostra amplitudes mais realçadas, que facilitam a correlação entre os perfis. O espectros das séries filtradas dos poços são apresentados nas figura 5.5a e 5.6a.





Poço X

Poço Y

Figura 5.3a -Espectros de potência dos perfis raios gama, poços X e Y



Figura 5.4 - Perfis raios gama + ruído sobreposto, poços X e Y



Figura 5.4a - Espectros de potência do perfis raios gama + ruído, poços X e Y



Figura 5.5 - Perfis raios gama originais sobrepostos aos perfis filtrados para a faixa 0.15/0.18 ciclos/metro, poços X e Y



Figura 5.5a - Espectros de potência dos perfis raios gama filtrados para a faixa 0.14/0.18 ciclos/metro, poços X e Y



Figura 5.6 - Perfis raios gama originais sobrepostos aos perfis raios gama filtrados para a faixa 0.30/0.35 ciclos/metro, poços X e Y



Poço X

Poço Y

Figura 5.6a - Espectros de potência dos perfis raios gama filtrados para a faixa 0.30/0.35 ciclos/metro, poços X e Y

5.3.1 - Raios gama da Bacia de Campos

A partir das informações de Azambuja (1990) e Azevedo et al. (1993), foi selecionado um intervalo paraestratigráfico (N-545 a 1d) nos perfis raios gama de cinco poços (figura 5.7).

A análise dos espectros dos poços (figura 5.8) mostra que as mais altas potências espectrais relacionam-se às faixas de frequência mais baixas situadas entre 0.1 a 0.3 ciclos/metro. Nas faixas de frequências mais altas, o espectro apresenta-se amortecido, em função da ausência de sinais de alta frequência.

Com o objetivo de realçar as frequências mais altas do espectro da figura 5.8 foi aplicado uma diferenciação de primeira ordem ($x_{n} = x_{n-1} - x_{n-1} - x_{n-1} - x_{n-2} - x_{n-2}$

Os espectros de potência, correspondentes aos perfis diferenciados (figura 5.8a) mostram que as maiores potências, correlacionáveis em todos os poços, estão nas faixas de 0.4 a 0.7 ciclos/metro e 0.8 a 1.1 ciclos/metro.

Seguindo a mesma metodologia daquela utilizada para os dados experimentais, procedeu-se a filtragem passa banda dos perfis para as faixas de 0.08 a 0.1 ciclos/metro, 0.4 e 0.7 ciclos/metro e 0.8 a 1.1 ciclos/metro As faixas de freqüências selecionadas, de acordo com o valores das potências, foram interpretadas como eletrofácies de sedimentação cíclica e, para efeito de correlação, os resultados de cada faixa foram plotados em conjunto nas figuras 5.9.

Finalizado estes procedimentos, a interpretação dos perfis filtrados segue agora o procedimento comum de qualquer correlação entre poços e o resultado final irá depender de cada



Figura 5.7 - Poços e perfis raios gama da Bacia de Campos utilizados na análise espectográfica e filtragem



Figura 5.7a - Perfis raios gama da figura 5.7 diferenciados



Figura 5.8 - Espectro de potência dos perfis raios gama dos poços 1 a 5 da figura 5.7



Figura 5.8a - Espectro de potência dos perfis diferenciados dos poços 1 a 5, figura 5.7a



Figura 5.9a - Perfis raios gama da figura 5.7 sobrepostos aos perfis filtrados para a faixa de 0.08/0.10 ciclos/metro

Figura 5.9b - Perfis raios gama da figura 5.7 sobrepostos aos perfis filtrados para a faixa 0.50 a 0.70 ciclos/metro

98



Figura 5.9c - Perfis raios gama da figura 5.7 sobrepostos aos perfis filtrados para a faixa 0.80 a 1.10 ciclos/metro





Figura 5.10a - Espectro de potência dos perfis raios gama da figura 5.7 filtrados para a faixa de 0.08/0.10 ciclos/metro

Figura 5.10b - Espectro de potência dos perfis raios gama da figura 5.7 filtrados para a faixa 0.50/0.70 ciclos/metro





Figura 5.10c - Espectro de potência dos perfis raios gama da figura 5.7 filtrados para a faixa 0.80/1.10 ciclos/metro

intérprete em particular. Nos parágrafos seguintes, é sugerida uma interpretação da correlação estratigráfica a partir dos perfis filtrados.

5.3.2 - Interpretação dos resultados

Para a faixa de frequência mais baixa foram interpretadas duas eletrofácies (eletrofácies 1 e 2), correlacionáveis entre os poços de 1 até 5. No poço 5 existe a possibilidade de ocorrência da eletrofácies 1 na seção mais inferior, entretanto, a seção superior difere radicalmente das eletrofácies 1 e 2, e ela foi classificada como eletrofácies 3 (figura 5.11a).

A eletrofácies 4 (figura 5.11b), facilmente correlacionada entre os poços 4 e 5, é um excelente marco paraestratigráfico e pode ser considerada como a melhor correlação na seção estudada.

As eletrofácies 5 e 6 (figura 5.11c) foram definidas através do perfil filtrado, na faixa de frequência mais alta (0.80 a 1.10 ciclos/metro), e estão contidas no poço 2, respectivamente, no terceiro e quinto picos da faixa de 0.08 a 0.10 ciclos/metro, que estão correlacionadas com o poço 3.

Uma característica importante a ser observada é a má correlação litológica existente dentro dos intervalos eletrofaciológicos apresentados. Para este fato argumenta-se a baixa resolução e precisão da descrição da rocha a partir de amostras de calha, coletadas em intervalos de no mínimo 3 metros, que compromete a calibração e a classificação litológica normalizada por critérios gerais e qualitativos.

O resultado final das correlações dos perfis filtrados e sua relação com os perfis originais podem ser observados na figura 5.12. Conclui-se que as correlações eletrofaciológicas


Figura 5.11a - Correlação dos perfis raios gama da figura 5.7 filtrados para a faixa 0.08/0.10 ciclos/metro

Figura 5.11b - Correlação dos perfis raios gama da figura 5.7 filtrados para a faixa 0.50/0.70 ciclos/metro



Figura 5.11c - Correlação dos perfis raios gama da figura 5.7 filtrados para a faixa 0.80/1.10 ciclos/metro

68



Figura 5.12 - Correlação a partir dos perfis raios gama da figura 5.7 (A) e a partir dos perfis raios gama filtrados (B)

identificadas nos perfis filtrados são bastante satisfatórias, quando comparadas com os perfis originais, principalmente para as correlações 1 e 3 (figura 5.12b).

5.4 - Aplicação da metodologia Box-Jenkins em perfis raios gama

Com o objetivo de se testar o método de previsão Box & Jenkins em perfis raios gama, foram selecionadas no poço 4 da figura 5.7, 141 de um total das 191 amostras da série. As 50 amostras restantes serviram como base de comparação para as previsões.

As figuras 5.13 e 5.14 e as tabelas 5.1 a 5.4 apresentam, respectivamente, os gráficos e os valores das autocorrelações e autocorrelações parciais estimadas correspondentes à série do poço 4 com 141 amostras, a primeira diferença, à diferença cíclica da primeira diferença de ordem 54 e aos resíduos do modelo identificado. A análise seguinte, de cada um destes gráficos ou tabelas foi utilizada para definir o modelo preliminar Box &Jenkins:

i) A figura 5.13A (tabela 5.1) mostra que, até aproximadamente o deslocamento 15, o decaimento das autocorrelações é lento e indica que a série do poço 4 é não estacionária (ver figura 3.4A). Optou-se, desta forma, pela aplicação da primeira diferença na série e os resultados das autocorrelações e autocorrelações parciais da série diferenciada podem ser vistos na figura 5.13B e tabela 5.2.

ii) Na figura 5.13B (tabela 5.2), observam-se a presença de correlações altas nos deslocamentos 1 a 5. Também ocorre um ligeiro aumento nas autocorrelações nos deslocamentos 54/55 que não decrescem rapidamente para zero, indicando uma não estacionariedade periódica. Neste caso, optou-se pela aplicação de outra diferença de ordem 54 sobre a primeira diferença (figura 5.14A e tabela 5.3).

ii) De acordo com a figura 5.14A ou tabela 5.3, como após a diferenciação periódica ainda persistiam correlações altas para os deslocamentos de 1 a 5, foi aplicado o modelo preliminar



Figura 5.13 - Autocorrelações e autocorrelações parciais da série do poço 4 (figura 5.7) (A) e da primeira diferença da série do poço 4 (B)

Lag	Autocorrelação	Lag	Autocorrelação		Lag	Autocorrelação Parcial	Lag	Autocorrelação Parcia
0	1,000	40	-0,013		0	1,000	40	0,020
1	0,912	41	-0,015		1	0,912	41	-0,029
2	0,728	42	-0,024		2	-0,609	42	0,065
3	0,573	43	-0,033		3	0,568	43	0,006
4	0,485	44	-0,025		4	-0,305	44	0,087
5	0,448	45	0,003	••••	5	0,400	45	0,015
6	0,439	46	0,034		6	-0,258	46	-0,069
7	0,427	47	0,044		7	0, 156	47	-0, 126
8	0,394	48	0,028		8	-0,107	48	0,007
9	0,344	49	0,008		9	0,003	49	0,061
10	0,288	50	0,005		10	-0,002	50	-0,023
11	0,232	51	0,015		11	-0,158	51	-0,019
12	0,172	52	0,031		12	-0,007	52	0,154
13	0,110	53	0,059		13	-0,016	53	-0,066
14	0,068	54	0,091		14	0,136	54	0,062
15	0,066	55	0,099		15	0,054	55	-0,133
16	0,091	56	0,073		16	-0,102	56	-0,015
17	0,106	57	0,033	1	17	0,009	57	0,012
18	0,093	58	0,002		18	0,033	58	-0,020
19	0,067	59	-0,013		19	0,063	59	-0,007
20	0,048	60	-0,013		20	-0,039	60	0,000
21	0,032	61	-0,002		21	-0,183	61	-0,090
22	-0,002	62	0,013		22	-0,059	62	0,125
23	-0,054	63	0,018		23	-0,007	63	-0,111
24	-0, 104	64	-0,001		24	-0,063	64	-0,050
25	-0,141	65	-0,041		25	0,012	65	0,035
26	-0, 159	66	-0,077		26	-0,074	66	0,014
27	-0,158	67	-0,093		27	0,081	67	0,011
28	-0,143	68	-0,095		28	0,092	68	0,084
29	-0, 126	69	-0,085		29	-0,042	69	-0,013
30	-0,120	70	-0,060		30	0,053	70	-0,062
31	-0,121	71	-0,041		31	0,040	71	-0,038
32	-0,115	72	-0,048		32	-0,026	72	-0,029
33	-0,106	73	-0,078		33	-0,003	73	-0,067
34	-0,108	74	-0, 107		34	-0,050	74	0,079
35	-0,118	75	-0,116		35	-0,031	75	-0,030
36	-0,116	76	-0,112		36	0,079	76	-0,073
37	-0,089	77	-0,115		37	0,004	77	0,002
38	-0,049	78	-0,134		38	-0,064	78	-0, 135
39	-0,021	79	-0,168		39	0,040	79	-0,088

Lag	Autocorrelação	Lag	Autocorreiação	Lag	Autocorrelação Parcial	Lag	Autocorrelação parci
0	1,000	40	0,046	0	1,000	40	0,004
1	0,529	41	0,021	1	0,529	41	-0,082
2	-0,172	42	-0,015	2	-0,629	42	-0,044
3	-0,375	43	-0,080	3	0,245	43	-0,085
4	-0,283	44	-0,104	4	-0,433	44	-0,078
5	-0,143	45	-0,022	5	0,215	45	0,089
6	0,019	46	0,109	6	-0,210	46	0,060
7	0,106	47	0,137	7	0,085	47	0,016
8	0,086	48	0,010	8	-0,067	48	-0,119
9	0,023	49	-0,094	9	-0,027	49	0,091
10	0,002	50	-0,062	10	0,118	50	-0,113
11	0,033	51	-0,043	11	-0,063	51	-0,067
12	0,017	52	-0,089	12	0,011	52	-0,064
13	-0,105	53	-0,015	13	-0,217	53	0,033
14	-0,227	54	0,152	14	-0,059	54	0,005
15	-0,156	55	0,189	15	0,073	55	0,034
16	0,061	56	0,073	16	-0,083	56	-0,047
17	0,152	57	-0,055	17	-0,031	57	-0,019
18	0,053	58	-0,097	18	-0,123	58	0,008
19	-0,046	59	-0,084	19	0,028	59	-0,046
20	-0,006	60	-0,069	20	0,131	60	0,044
21	0,103	61	-0,028	21	0,020	61	-0,089
22	0,109	62	0,057	22	-0,010	62	0,057
23	0,001	63	0,133	23	-0,027	63	0,043
24	-0,086	64	0,117	24	0,002	64	-0,036
25	-0, 107	65	-0,015	25	-0,015	65	-0,076
26	-0, 104	66	-0,101	26	-0,102	66	0,019
27	-0,086	67	-0,067	27	-0,130	67	-0,119
28	-0,016	68	-0,066	28	-0,001	68	-0,013
29	0,063	69	-0,074	29	-0,082	69	0,055
30	0,030	70	0,041	30	-0,090	70	0,006
31	-0,039	71	0,145	31	0,049	71	0,024
32	0,008	72	0,112	32	-0,079	72	0,055
33	0,077	73	-0,005	33	0,070	73	-0,096
34	0,049	74	-0,104	34	-0,001	74	0,017
35	-0,056	75	-0,073	35	-0,099	75	0,032
36	-0,134	76	0,050	36	0,028	76	0,027
37	-0,064	77	0,098	37	-0,004	77	0,064
38	0,077	78	0,076	38	-0,011	78	0,084
39	0,100	79	0.065	39	-0.058	79	-0.018



А

Figura 5.14 - Autocorrelações e autocorrelações parciais da diferença 54 sobre a primeira diferença da série do poço 4 (A) e dos resíduos do modelo 5.1 (B)

Lag	Autocorrelação	Lag	Autocorrelação		Lag	Autocorrelação Parcial	Lag	Autocorrelação parcia
0	1,000	40	-0,074		0	1,000	40	0,041
1	0,496	41	-0,116		1	0,496	41	0,009
2	-0,208	42	-0,046		2	-0,602	42	-0,061
3	-0,337	43	-0,019		3	0,264	43	-0,007
4	-0,167	44	-0,050		4	-0,326	44	-0,066
5	-0,020	45	-0,091		5	0,180	45	-0,013
6	0,060	46	-0,046		6	-0,135	46	0,059
7	0,049	47	0,093	1	7	0,030	47	0,049
8	-0,009	48	0,151		8	-0,036	48	0,035
9	-0,085	49	0,117		9	-0,147	49	0,078
10	-0,099	50	0,052		10	0,097	50	-0,072
11	0,043	51	-0,088		11	0,059	51	-0,032
12	0,133	52	-0,231		12	-0,099	52	-0,134
13	-0,017	53	-0,206		13	-0,087	53	-0,023
14	-0,185	54	-0,032		14	-0,067	54	0,018
15	-0,146	55	0,097		15	-0,004	55	~0,038
16	0,001	56	0,067		16	-0,023	56	-0,002
17	0,077	57	-0,032		17	-0,035	57	-0,035
18	0,022	58	-0,040		18	-0, 104	58	-0,039
19	-0,030	59	0,042		19	0,082	59	0,018
20	0,033	60	0,074		20	0,023	60	-0,060
21	0,083	61	0,026		21	0,008	61	-0,035
22	0,018	62	-0,002		22	-0,048	62	0,047
23	-0,080	63	0,013		23	-0,124	63	0,049
24	-0,163	64	0,027		24	-0,131	64	0,013
25	-0,174	65	0,002		25	-0,021	65	-0,069
26	-0,044	66	-0,027		26	0,005	66	-0,024
27	0,098	67	-0,019		27	-0,077	67	-0,097
28	0,123	68	-0,024		28	0,012	68	-0,113
29	0,119	69	-0,040		29	0,120	69	0,002
30	0,129	70	0,021		30	0,098	70	0,030
31	0,102	71	0,061		31	0,080	71	-0,054
32	0,051	72	-0,027		32	0,018	72	0,040
33	-0,020	73	-0,121		33	-0,040	73	-0,028
34	-0,066	74	-0,104		34	0,081	74	0,002
35	-0,059	75	-0,016		35	-0,062	75	-0,065
36	-0,050	76	0,076		36	0,017	76	-0,061
37	0,014	77	0,110		37	0,074	77	-0,013
38	0,134	78	0,073		38	0,019	78	0,021
39	0,097	79	0,011		39	-0,070	79	-0,063

Lag	Autocorrelação	Lag	Autocorrelação		Lag	Autocorrelação Parcial	Lag	Autocorrelação parcia
0	1,000	40	0,103	-	0	1,000	40	-0,062
1	0,083	41	-0,139		1	0,083	41	0,007
2	-0,215	42	-0,018		2	-0,224	42	-0,009
3	0,147	43	0,011		3	0,199	43	-0,028
4	-0, 105	44	-0,114		4	-0,216	44	-0,013
5	-0,205	45	-0,005		5	-0,086	45	-0,060
6	0,068	46	-0,031	60000000	6	0,009	46	-0,012
7	-0,038	47	-0,102		7	-0,088	47	0,126
8	-0,003	48	0,166		8	0,083	48	0,024
9	0,065	49	0,096		9	-0,049	49	0,069
10	-0,123	50	-0,014		10	-0,115	50	-0,061
11	-0,017	51	0,062		11	0,025	51	-0,052
12	0,116	52	-0,033		12	0,032	52	-0,040
13	-0,046	53	-0,151		13	-0,006	53	-0,109
14	-0, 126	54	-0,115	7	14	-0,135	54	-0,010
15	-0,030	55	-0,052		15	-0,083	55	0,008
16	-0,059	56	0,031	S. 1015 (S.	16	-0,066	56	-0,015
17	0,053	57	0,036		17	0,097	57	0,015
18	0,032	58	-0,015		18	-0,052	58	-0,082
19	-0,052	59	-0,017		19	-0,052	59	-0,048
20	0,071	60	0,047		20	0,019	60	0,011
21	0,088	61	0,056		21	0,046	61	-0,006
22	-0,088	62	-0,011		22	-0,021	62	0,006
23	-0,058	63	0,027		23	-0,074	63	-0,006
24	-0,027	64	0,007		24	-0,108	64	0,069
25	-0,160	65	0,019		25	-0,159	65	-0,015
26	-0,056	66	0,016		26	-0,030	66	-0,098
27	0,126	67	-0,065		27	0,094	67	-0,053
28	0,033	68	-0,010		28	-0,024	68	-0,066
29	0,068	69	0,060		29	0,028	69	-0,111
30	0,178	70	-0,086		30	0,092	70	0,039
31	0,018	71	-0,011		31	D,072	71	0,011
32	0,053	72	0,074		32	0, 148	72	0,028
33	0,004	73	-0,059		33	-0,084	73	-0,041
34	-0, 101	74	-0,098		34	-0,027	74	-0,041
35	0,029	75	-0,004		35	0,051	75	-0,009
36	0,006	76	-0,027		36	0,007	76	-0,020
37	-0, 106	77	0,032		37	-0,011	77	-0,095
38	0,127	78	0,077		38	0,076	78	0,023
39	0,103	79	0,023		39	0,010	79	-0,011

autoregressivo Box & Jenkins (padrão 2 da tabela 3.2), descrito como $(3,1,0) \ge (0,1,0)_{54}$ ou reescrito como :

$$(1-\phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3)(1-B)(1-B^{54}) Z_t = a_t, \qquad (5.1)$$

onde Z_t é a série analisada e B é o operador de translação.

Após a identificação do modelo inicial, seguiu-se a determinação dos coeficientes, através do comando **Estimate**, **SAS** (1990), e a verificação dos parâmetros estatísticos. A tabela 5.5 apresenta os valores dos parâmetros e seus respectivos valores da estatística t, as autocorrelações dos resíduos e as estatísticas Box & Pierce (1970) *apud* **SAS** (1990) (valores Q). Neste modelo não foi considerada ϕ_0 e as autocorrelações dos resíduos e os valores da estatística Box & Pierce (1970) *apud* **SAS** (1990) correspondentes não mostraram nenhuma quebra de comportamento do ruído branco. Da mesma forma, a autocorrelação parcial dos resíduos confirmou a não existência de termos autoregressivos (tabela 5.4 e figura 5.14B). A análise dos valores da estatística t mostra que os parâmetros autoregressivos de ordem 1, 2 e 3 são significantemente diferentes de zero (ver capítulo 3 ítem 3.2.3), indicando que o modelo é parcimonioso e deve produzir boas previsões.

As previsões calculadas através do comando **Forecasting**, **SAS** (1990) para o modelo 5.1 da série do poço 4 podem ser observadas na figura 5.15. Para efeito de comparação, a curva prevista e a curva original com 191 amostras foram sobrepostas. Conclui-se que, na maioria do intervalo de previsão, a curva prevista segue a tendência da série original, entretanto, os ajustes deixam muito a desejar.

Além do modelo descrito da série do poço 4, foi feita uma outra tentativa de ajuste e previsão para a série do poço 3 (figura 5.7). Neste caso, foram selecionadas 182 amostras de um

ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS											
Parâmetro Estimado	Estimativa	Erro Padrão	ť	Lag							
φ ₁	0.96570	0.10573	9.13	1							
φ ₂	-0.82529	0.11966	-6.09	2							
φ ₃	0.27092	0.10651	2.54	3							

Lag	Q	Graus de Liberdade
12	15.60	9
18	18.35	15
24	21.57	21
30	32.22	27
36	34.29	33
42	43.47	39

Variância de Estimativa	3.05527
Erro Padrão de Estimativa	1.74793
Número de Resíduos	86

Tabela 5.5 - Resultados estatísticos do modelo Box & Jenkins 5.1 da série do poço 4 (figura 5.7)



Figura 5.15 - Previsão e ajuste final do modelo Box & Jenkins autoregressivo 5.1 da série do poço 4 (figura 5.7)

Estimativa dos Parâmetros											
Parâmetro Estimado	Estimativa	Erro Padrão	t	Lag							
θ1	-0.05118	0.04204	-1.22	0							
θ_2	-1.18045	0.09339	-12.64	1							
θ3	0.43476	0.10200	4.26	2							
θ3	1.12378	0.10310	10.90	3							
θ3	0.36246	0.09534	3.80	4							
θ_{73}	0.44952	017228	2.61	73							

Lag	Q	Graus de Liberdade
12	12.79	7
18	17.97	13
24	27.68	19
30	34.52	25
36	38.04	31
42	43.17	37

Variância de Estimativa	2.3200
Erro Padrão de Estimativa	1.5231
Número de Resíduos	108

Lag	Autocorrelações dos resídos									
6	0,008	0,026	-0,006	-0,059	0,052	-0,016	-0,035	-0,001	-0,110	0,063
18	-0,024	-0,158	-0,022	-0,058	-0,017	-0,058	0,023	0,038	-0,019	-0,049
30	-0,092	-0,038	0,119	0,052	0,167	0,003	0,109	0,021	-0,043	0,015
42	-0,044	0,067	0,067	-0,105	0,013					

Tabela 5.6 - Resultados estatísticos do modelo Box & Jenkins 5.2 da série do poço 3 (figura 5.7)



Figura 5.16 - Previsão e ajuste final do modelo Box & Jenkins de média móvel 5.2 da série do poço 3 (figura 5.7)

total de 222. As 40 amostras restantes serviram como base de comparação para as previsões do modelo de média móvel ARIMA $(0,1,4)(0,1,0)_{73}$ definido como:

$$(1 - B) (1 - B^{73}) Z_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \theta_3 B^3 - \theta_4 B^4) a_t.$$
(5.2)

De acordo com a equação 5.2, para tornar a série do poço 3 estacionária, foi necessário tomar diferenças de ordem 1 e 73 e os padrões de identificação utilizados seguiram as tabelas 3.2 e 3.3, ítens 1 e P1, respectivamente. A análise dos valores da estatística *t* do modelo 5.2 indica que todos os parâmetros são significativamente diferentes de zero e as autocorrelações dos resíduos e os valores da estatística Box & Pierce (1970) *apud* SAS (1990) correspondentes não mostram quebra de comportamento de ruído branco. Finalmente,o trecho de curva prevista, plotada em conjunto com a série original, mostra que,com excessão de alguns trechos, o modelo 5.2 representa uma regular aproximação da série do poço 3 (figura 5.16). Esta previsão apresentou um melhor resultado, quando comparado com o modelo 5.1 utilizado na série do poço 4, apesar de menos parcimonioso.

5.5 - Correlação com os períodos de Milankovitch

Se uma determinada camada sedimentar foi depositada de forma contínua e periódica é possível quantificar as taxas de deposição atuantes durante o processo deposicional e estabelecer o período de tempo de cada ciclo, a partir de informações de espessura da camada e dos limites geocronológicos.

Definidos através de periodogramas, os ciclos encontrados podem ser ajustados a um dos períodos climáticos encontrados por Milankovitch (1941). Entretanto, todos estes cálculos são bastante imprecisos, dado que consideram taxas de sedimentação pré-definidas ou uma determinada média para todo o intervalo estratigráfico.

Para o caso da identificação dos períodos orbitais, outro problema encontrado é o grande número de frequências presentes no periodograma. Quais destas frequências podem realmente corresponder aos perídos orbitais de Milankovitch?

Cottle (1989) sugere uma solução para o problema através do cálculo da matriz das razões entre periodicidades definidas por Milankovitch (1941) e da matriz das razões entre os períodos identificados, a partir de um determinado conjunto de dados. Os termos da matriz calculada, similares aos termos matriz de Milankovitch, indentificam, segundo Cottle, os períodos orbitais entre 23 kyr e 400 kyr (tabela 5.7).

Um programa desenvolvido pelo PETROBRAS/CENPES (Ribeiro, 1989) calcula duas matrizes de razões: a de Milankovitch(1941) e aquela gerada a partir dos dados usuário. De acordo com um fator de similaridade limite, o programa realiza uma busca automática dos elementos semelhantes. Elemento semelhante é aquele, cuja diferença entre as matrizes é, no máximo, igual ao fator de similaridade ou a maior diferença relativa em aceitar um dado da matriz de Milankovicth. As tabelas 5.7 e 5.8 apresentam as matrizes das razões orbitais e as matrizes das razões entre os ciclos identificados nos poços 1 a 5 da figura 5.7. Na tabela 5.9, observam-se os ajustes dos ciclos identificados nos poços com os ciclos orbitais, as taxas de sedimentação calculadas após o ajuste e as correspondentes faixas de frequências (ítem 5.4).

Conclui-se das tabelas 5.7 e 5.8, que as faixas de frequências entre 0.5 a 0.7 ciclos/metro (2 a 1.42 metros) devem corresponder ao período de 41.000 anos. Para a faixa de frequência de 0.8 a 1.1 ciclos/metro (1.25 a 0.90 metros) o período correspondente encontrado foi de aproximadamente 23.000 anos.

Os resultados observados na tabela 5.9 indicam que o fator climático mais provável, que pode estar envolvido na sedimentação das sequências cíclicas do intervalo estudado, sofreu influências do movimento de precessão terrestre.

As taxas de sedimentação calculadas a partir do ajuste com os perídos orbitais variaram entre 3.9 a 4.95 cm/kyr, um pouco abaixo com relação ao encontrado por Azambuja(1990) para a zona N-545 (6.9 cm/kyr), mas dentro dos padrões conhecidos para razões de sedimentação, em zonas pelágicas e hemipelágicas, compilados por Enos (1991).

Periodicidade orbital (kyr)	410	100	41	23	19
410	1	4,10	10,00	17,83	21,58
100		1	2,44	4,35	5,26
41			1	1,78	2,16
23				1	1,21
19					1

Tabela 5.7 - Razões entre os principais períodos orbitais definidos por Milankovitch (1941)

Cíclos obtidos nos perfís dos poços (metros)	1,95	1,92	1,79	1,70	1,60	1,14	1,11	1,02	0,98	0,92
1,95	1	1,02	1,08	1,15	1,22	1,71	1,76	1,91	2,00	2,13
1,92		1	1,06	1,12	1,19	1,68	1,72	1,88	1,95	2,08
1,79			1	1,05	1,12	1,57	1,62	1,75	1,83	1,95
1,70				1	1,06	1,49	1,53	1,66	1,73	1,84
1,60					1	1,40	1,44	1,56	1,63	1,73
1,14						1	1,02	1,12	1,16	1,23
1,11							1	1,08	1,13	1,20
1,02								1	1,04	1,11
0,98									1	1,06
0,92										1

Tabela 5.8 - Razões calculados a partir dos ciclos identificados nos periodogramas da figura 5.8a.

Períodos orbitais											
	4	1.000 and)S		23.000 anos						
Periodos (metros) identificados nos periodogramas da figura 5.10											
1,95	1,92	1,79	1,70	1,60	1,14	1,11	1,02	0,98	0,92		
Taxas de sedimentação calculadas a partir do ajuste com os peridos orbitais em cm/Kyr											
4,75	4,68	4,36	4,14	3,9	4,95	4,82	4,43	4,26	4,00		
Taxa de sedimentação média (cm/kyr)											
4.36					4.49						
Faixa de frequência filtrada nos poços da figura 5.9											
0,50 a 0,70 (ciclos/metro)					0,80 a 1,1 (ciclos/metro)						

Tabela 5.9 - Períodos orbitais de Milankovitch (1941), ciclos identificados nos perfis, taxas de sedimentação e faixas de frequência correspondentes da figura 5.7

6 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, foi apresentada a teoria tradicional do estudo de séries no domínio da frequência, tendo em vista suas aplicações voltadas para o problema de tratamento e interpretação geológica de perfis em poços de petróleo. Os exemplos e casos práticos discutidos, ainda que restritos a poucos exemplos, confirmam, que a construção de modelos de séries temporais no domínio da frequência pode ser útil em investigações exploratórias e explotatórias, onde o interesse principal é a identificação de registros periódicos ou quase periódicos. Para o caso específico de correlações de pacotes cíclicos, filtros de freqüência, utilizados para suprimir ou atenuar certos componentes harmônicos de uma determinada faixa de freqüência, mostraram-se eficientes nos casos apresentados. Entretanto, o tratamento de perfis no domínio da frequência, com objetivos de interpretação geológica, não dispensa e, até mesmo, releva o trabalho do geólogo intérprete. Como recomendação para trabalhos futuros deve-se pensar em programas interativos de computador, que automatizem o processo apresentado e que possam ser implementados na rotina de interpretação geológica.

O espectros de potência do perfis apresentados revelaram ainda a presença de ciclos hierárquicos, que sugerem influências de fatores orbitais e climáticos durante a deposição sedimentar. No entanto, tais resultados devem ser interpretados com cautela, uma vez que, na teoria de Milankovitch (1941), muitas das variáveis envolvidas e suas relações nos processos fisicos atuantes entre o Sol e a Terra são colocadas de forma genérica, além de desconsiderar, muitas vezes, fenômenos geológicos importantes ocorridos dentro de um certo intervalo de tempo. Por exemplo, para o cálculo das taxas de sedimentação dentro do pacote estratigráfico oligomioceno discordâncias foram simplesmente ignoradas.

No domínio do tempo, foram discutidos e aplicados em perfis raios gama modelos autoregressivos, através da metodologia não-automática Box & Jenkin e os resultados foram apenas satisfatórios. A parte mais crítica do método de construção dos modelos **ARIMA** é a fase de identificação destes modelos e, neste trabalho, esta dificuldade foi sentida na interpretação dos correlogramas e correlogramas parciais amostrais dos perfis raios gama com as respectivas quantidades teóricas (correlogramas e correlogramas teóricos). Na prática, é possível interpretar para uma mesma série vários modelos autoregressivos e/ou de média móvel e a precisão do ajuste/previsão, neste caso, podem depender da aplicação de um bom número de tentativas ("rodadas" de computador). De acordo com Moretin e Toloi (1987), um procedimento muito utilizado é o de identificar não somente um único modelo, mas alguns modelos que serão estimados, verificados e finalmente escolhidos com base no menor erro quadrático médio de previsão. É muito provável, que outros modelos Box & Jenkins univariados devem mostrar resultados mais precisos e convincentes.

Além dos modelos univariados apresentados, particularmente para o caso do conjunto de séries temporais (perfis eletro-radioativos) disponíveis em um mesmo poço de petróleo, a identificação de funções transferências entre perfis, aplicadas a modelos multivariados, pode ser útil com relação às previsões e ajustes. Apesar dos modelos Box & Jenkin multivariados, disponíveis no programa SAS (1990), não terem sido discutidos e aplicados neste trabalho é provável que produzam resultados interessantes do ponto de vista da análise de séries temporais.

A aplicação dos modelos Box & Jenkins, consagrada em outras áreas científicas, como por exemplo, na economia, tem um campo aberto e quase inexplorado na área de geociências.

7 - BIBLIOGRAFIA

- AGTERBERG, T.P., 1974, Geomathematics, mathematical background and geoscience applications: Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam.
- ANDERSON, T.W., 1971, The statistical analysis of time series: Jonh Wiley & Sons, New York.
- ANSTEY, N.A., 1964, Correlation techiniques A review: Geophisical Prospecting, Vol. 12, p.355-382.
- AZAMBUJA, N.C.F., 1990, The Oligo-miocene turbidites and associated facies of the Campos basin, offshore Brazil: tese de doutorado, University of London.
- AZEVEDO, R.L.M., 1993, Estratigrafia de alta resolução do Oligoceno/Holoceno nos campos de Marlim e Albacora, Bacia de Campos: Relatório interno Petrobrás, CENPES, Rio de Janeiro.

BOWERMAN, B.L. & O'CONNELL, R., T., 1987, Time series forecasting: PWS Publishers, Boston.

- BOX, G.E.P. & COX, D.R., 1964, An analysis of transformations (with discussion): J. Roy. Statist. Soc. B., Vol. 26, p. 211-252.
- BOX, G.E.P. & JENKINS G.M., 1976, *Time series analysis forecasting and control*: Holden-Day, San Francisco.
- BUSTOS,O., 1986, Algumas idéias de robustez aplicada à estimação paramétrica em séries temporais: Notas para um curso do VII simpósio nacional de probabilidade e estatística, Campinas.

COTTLE, R.A., 1989, Orbitally mediated cycles from the Turonian of southern England - their potential for high-resolution stratigraphic correlation, in Milankovitch Cyclicity: Terra Nova, Vol. 1, N° 5, p. 426-431.

DAVIS, J.C., 1973, Statistics and data analysis in Geology: John Wiley & Sons, New York.

DENHAN, L.R. & TESSIS, J.F., 1983, Determinação de parâmetros de campo na sísmica de reflexão e determinação de parâmetros de campo: PETROBRAS/DEPEX/DIGEO, relatório interno.

DESBRANDES, R., 1985, Encyclopedia of well logging: Gulf Publishing Company, Houston.

ELLIS, V.D., 1987, Well logging for earth scientists: Elsevier Science Publishing, New York.

- ENOS, P., 1991, Sedimentary parameters for computer modeling, in Franseen, E., Watney, W.L.,
 Kendall, C.G., & Ross, W., eds., Sedimentary Modeling: Computer Simulations and Methods for
 Improved Parameter Definition: Kansas Geological Survey, Bulletin 233, p. 63-98.
- GABABLIA, G.P.R. & MILANI, E.J., 1990, Origem e evolução de bacias sedimentares: PETROBRÁS, Rio de Janeiro.
- HALLOCK, P., 1987, Fluctuations in the trophic resource continuum: a factor in global deversity cycles?: Paleoceanography, Vol. 2, N°5, p. 457-471.
- HOYOS, A., 1980, Processos estocásticos e previsão; notas para um mini curso do 4º simpósio nacional de probabilidade e estatística: Rio de Janeiro.

- JENKINS G.M., 1961, General considerations in the analysis of spectra: in Parzen, E., ed., time series analysis papers, p. 133-166: Holden-Day, San Francisco.
- JENKINS G.M. & WATTS D.G., 1968, Spectral analysis and its applications: Holden-Day, San Francisco.
- KENDALL, S.M. & Ord J.K., 1990, Times series: Edward Arnold, London.
- LJUNG, G.M. & BOX, G.E.P., 1978, On a measure of lack of fit in time series models: Biometrika, N°65, p. 297-303.
- MILANKOVITCH, M., 1941, Kanon der Erdbestrahlung und seine Andwendung auf das Eiszeitenproblem: Belgrade Serbian Academy of Science.
- MORETIN, P.A., 1979, *Análise harmônica de processos estocásticos*: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro.
- MORETIN, P.A. & TOLOI, C.M.C., 1986, Séries temporais: Atual Editora Ltda, São Paulo.
- MORETIN, P.A. & TOLOI, C.M.C., 1987, Previsão de séries temporais: Atual Editora Ltda, São Paulo.
- PARZEN, E., 1961, *Mathematical considerations in the estimation of spectra, in* Parzen, E., ed., time series analysis papers, p.167-190: Holden-Day, San Francisco.
- PEREIRA, B.B., PAES, M.B.Z. & SALES, P.R.H., 1986, *Análise espectral de séries temporais, uma introdução para engenharia, economia e estatística*: Arte Final Leasing Editorial, Eletrobrás S.A..

- RANGEL, H.D., MARTINS, F.A.L., ESTEVES, F.R. & FEIJÓ, F.J., 1994, *Bacia de Campos*: Bol. Téc. Petrobrás, Vol.8, p. 203-217.
- RIBEIRO, J., 1989, Programa de ajuste da matriz de Milankovitch: Petrobras, CENPES, Rio de Janeiro.
- ROBERTS, H.V., 1984, *Times series and forecasting with IDA*: The Scientific Press/Mc Graw-Hill, NewYork.
- SAS User's Guide 1990, Edition. Cary, NC: SAS Institute.
- SCHAAF, M. & THUROW, J., 1994, A fast easy method to derive highest-resolution time-series datasets from drillcores and rock samples: Sedimentary Geology, Vol. 94, p.1-10.
- SCHWARZACHER, W., 1975, Sedimentation models and quantitative stratigraphy: Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam.
- SOUZA, R.C., 1989, *Modelos estruturais para previsão de séries temporais: abordagens clássica e Bayesiana*: Instituto de Matemática Pura e Aplicada do CNPQ, Rio de Janeiro.
- TIPPER, J.C., 1990, *Correlation in mosaic environments*: Jornal of the Geological Society, Vol. 147, p. 487-494.
- YILMAZ, Ö, 1987, Seismic data processing: Society of Exploration Geophysicits, Tulsa.
- YULE, G.U., 1971, On a method of investigating periodicities in disturbed series with special reference to Wolfer's sunspot numbers: in Stuart, A., Kendall, M. G., eds., Statistical papers of George Udny Yule, p. 389-420: Charles Griffin & Company Limited, London.

- WEI, W. W. S. 1990, *Time series analysis, univariate and multivariate methods*: Addinson-Wesley Publishing Company, Redwood City.
- WEEDON, G.P. 1991, The spectral analysis of stratigraphic time series: in Cycles and Events in Stratigraphy: Springer-Verlag, p. 841-853, Berlin.

7.1 - BIBLIOGRAFIA ADICIONAL CONSULTADA

- ANDERSON, E.J. & GOODWIN, P.W., 1990, *The significance of metre-scale allocycles in the quest for a fundamental stratigraphic unit*: in Journal of the Geological Society, London, Vol. 147, p. 507-518.
- ARCHER, A.W., 1991, Modeling of tidal rhythmites using modern tidal periodicities and implications for short-term sedimentation rates, in Franseen, E., Watney, W.L., Kendall, C.G., & Ross, W., eds., Sedimentary Modeling: Computer Simulations and Methods for Improved Parameter Definition: Kansas Geological Survey Bulletin 233, p. 185-194.
- BLACKMAN, R.B. & TUKEY, J.W., 1959, *The measurement of power spectra from point of view of comunications engineering*:Dover Publications, New York, originally published in Bell System Tech Journal, N° 37, p.185-282 and p. 485-569 (1958).
- EINSELE G., RICKEN, W. & SEILACHER, A., 1991, Cycles and events in stratigraphy basic concepts and terms; in Cycles and Events in Stratigraphy: p. 1-19, Springer-Verlag, Berlin.
- EINSELE, G. & RICKEN, W., 1991, *Limestone-marl alternation an overview; in* Cycles and Events in Stratigraphy: p. 23-47, Springer-Verlag, Berlin.
- FOX, C.G., 1987, An inverse fourier transform algorithm for generating random signals of a specified spectral form: Computers & Geosciences, N° 4, Vol. 13, p. 369-374.

FULLER, W.A., 1976, Introduction to statistical time series: Jonh Wiley & Sons, New York.

GAFFIN, S.R., 1992, Unforced oscillations in a freeboard basin model: analogue to glacial/climate oscillators?: Journal of Geology, Vol. 100, p. 717-729.

- HARBAUGH, J.W. & PRESTON, F.W., 1965, Fourier series analysis in geology: reprinted fromVol. 1, Symposium on Computers and Computers Applications in Mining and Exploration,University of Arizona, Tucson.
- HILGEN, F.J. & LANGEREIS, C.G., 1989, Periodicities of CaCO₃ cycles in the Pliocene of Sicily, discrepancies with the quasi-periods of the Earth's orbital cycles?: in Milankovitch Cyclicity, 409-415, Terra Nova, Vol. 1, N° 5, Strasbourg.
- KERFORD, S. & GEORGI, T.D., 1990, Application of time series analysis to wireline logs: The Log Analyst, Vol. 31, p.150-157.
- MARTINO, R.L. & DEWEY, D. S., 1993, Fourier and autocorrelation analysis of estuarine tidal rhythmites, lower Breathitt formation (Pennsylvanian), eastern Kentucky, USA: Journal of Sedimentary Petrology, Vol. 63, N° 1, p. 105-119.
- PANKRATZ, A., 1983, Forecasting with univariate Box-Jenkins models: Jonh Wiley & Sons, New York.
- RIPEPE, M. & FISCHER, A.G., 1991, Stratigraphic rhytms synthesized from orbital variations, in Franseen et al., eds., Sedimentary Modeling: Computer Simulations and Methods for Improved Parameter Definition: Kansas Geological Survey Bulletin, p. 335-344.
- SADLER, M.P. & STRAUSS, D.J., 1990, Estimation of completeness of stratigraphical sections using empirical data and theoretical models: in Journal of the Geological Society, Vol. 147, p. 471-485, London.

- SEGURET, S.A., 1989, *Filtering periodic noise by using trigonometric kriging*: Geostatistics, Vol. 1, p. 481-491.
- SETHI, P.S. & LEITHOLD, E.L., 1994, *Climatic cyclicity terrigenous sediment influx to the early Turonian Greenhorn sea*, southern Utah: Journal of Sedimentary Research, Vol. B64, N°1, p. 26-39.
- SMITH, D.G., 1990, *The nature and analysis of the stratigraphic record*: Journal of the Geological Society, London, Vol. 147, p. 469-470.
- STUART, R.G., 1992, Unforced oscillations in a freeboard and basin model analogue to glacial/climate oscillators?: The Journal of Geology, Vol. 100, p. 717-729.