



UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

GEOENGENHARIA DE RESERVATÓRIOS

ANÁLISE DE TESTES EM POÇOS INJETORES DE SOLUÇÕES POLIMÉRICAS

Maria Assunção Fontenele Soares Dória

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Este exemplar corresponde à
redação final da tese defendida
por Maria Assunção F. S. Dória
e aprovada pela Comissão Julgadora
em 02/06/95

Ruben Valente Deme
ORIENTADOR

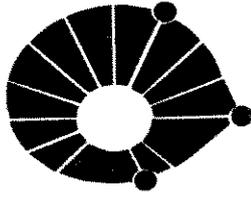
CAMPINAS - SÃO PAULO

JUNHO DE 1995

D733a

24897/BC





UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

GEOENGENHARIA DE RESERVATÓRIOS

ANÁLISE DE TESTES EM POÇOS INJETORES DE SOLUÇÕES POLIMÉRICAS

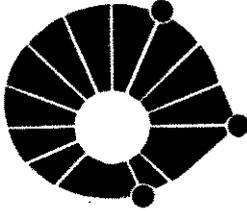
Maria Assunção Fontenele Soares Dória

Dissertação apresentada ao Instituto de Geociências como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Geoenharia de Reservatórios.

Orientador: Dr. Kelsen Valente Serra - PETROBRÁS / UNICAMP

CAMPINAS - SÃO PAULO

JUNHO DE 1995



UNICAMP

UNIVERSIDADE DE CAMPINAS

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

GEOENGENHARIA DE RESERVATÓRIOS

TÍTULO DA TESE: ANÁLISE DE TESTES EM POÇOS INJETORES DE SOLUÇÕES POLIMÉRICAS.

AUTOR: MARIA ASSUNÇÃO FONTENELE SOARES DÓRIA

ORIENTADOR: Dr. KELSEN VALENTE SERRA

COMISSÃO EXAMINADORA

PRESIDENTE: Dr. KELSEN VALENTE SERRA

EXAMINADORES:

- Dr. GILVAN SOARES FEITOSA

- Dr. OSVAIR VIDAL TREVISAN

CAMPINAS, 2 DE JUNHO DE 1995

Para meus pais,
Carlos Cristiano
e
Maria Nazareth.

Para meu marido,
Manoel.

Para minha filha,
Rosa Marina.

Agradecimentos

Ao Dr. Kelsen Valente Serra, pela orientação segura e pelo incentivo constante durante todas as fases deste trabalho.

Aos engenheiros Fábio Prais (PETROBRÁS/CENPES/DIGER) e Antônio Carlos Capeleiro Pinto (PETROBRÁS/DEPRO/DITEP), pelas valiosas colaborações e sugestões e pelo inestimável apoio prestado na utilização do simulador numérico SIMPAR - opção Polímero.

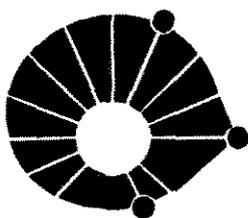
Ao Dr. Luis Eraldo Araújo Ferreira (PETROBRÁS/RPBA/DIAREV) pela colaboração e atenção dispensadas.

Ao Dr. Gilvan Soares Feitosa (PETROBRÁS/RPNE/DIAREV) pelas proveitosas sugestões que tanto enriqueceram a elaboração final deste trabalho.

À Universidade Estadual de Campinas pelas condições para a realização desta curso de mestrado. Em especial, aos professores e funcionários da Área de Geologia de Petróleo do Instituto de Geociências e do Departamento de Engenharia de Petróleo da Faculdade de Engenharia Mecânica, pela sua atenção e apoio.

À Petróleo Brasileiro S.A pelo suporte financeiro e pela assistência técnica, que tornaram possível a nossa participação neste curso de mestrado.

Aos colegas de curso que, com seu companheirismo e amizade tornaram mais amena a execução deste trabalho.



UNICAMP

UNIVERSIDADE DE CAMPINAS

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

GEOENGENHARIA DE RESERVATÓRIOS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

RESUMO

ANÁLISE DE TESTES EM POÇOS INJETORES DE SOLUÇÕES POLIMÉRICAS

Maria Assunção Fontenele Soares Dória

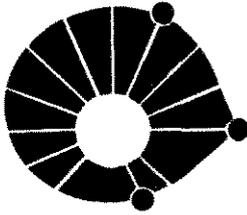
As soluções poliméricas vêm sendo frequentemente utilizadas na indústria de petróleo em projetos de recuperação suplementar, com o objetivo de melhorar a eficiência dos projetos convencionais de injeção de água. O deslocamento destas soluções no meio poroso apresenta características peculiares como os efeitos não newtonianos, que se expressam pela variação da viscosidade da solução em função da vazão de injeção.

Neste trabalho são apresentados os métodos de interpretação existentes na literatura para análise de dados de pressões obtidos a partir de testes de injeção e de decaimento de pressão em reservatórios contendo fluido não newtoniano com modelo de potência.

Com o auxílio de um simulador numérico totalmente implícito, desenvolvido na PETROBRÁS/CENPES, foram simulados e interpretados testes de injeção e de decaimento de pressão em um reservatório contendo fluido não newtoniano com modelo de potência.

É apresentada a solução analítica para o caso do deslocamento imiscível unidirecional de um fluido newtoniano (óleo) por um fluido não newtoniano (solução polimérica) no meio poroso e ainda uma extensão para o caso do deslocamento radial, que foi desenvolvida neste trabalho.

Um estudo detalhado do "estado da arte" é apresentado e propostas para novas investigações são fornecidas.



UNICAMP

UNIVERSIDADE DE CAMPINAS

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

GEOENGENHARIA DE RESERVATÓRIOS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

ABSTRACT

WELL TEST ANALYSIS IN WELLS INJECTING POLYMER SOLUTIONS

Maria Assunção Fontenele Soares Dória

Dilute polymer solutions have been used in Enhanced Oil Recovery (EOR) to improve the efficiency of conventional water flooding projects. The displacement of these solutions in porous media has many unique characteristics like, for example, non-Newtonian viscous effects.

In this work, well test analysis procedures existent in the literature for analyzing injection and fall off data for non-Newtonian power-law fluids are presented.

Using a fully implicit numerical reservoir simulator developed at PETROBRÁS Research Center (CENPES), injection and fall off tests for non-Newtonian power-law fluids were simulated and analyzed.

An analytical solution for one-dimensional (linear flow) immiscible displacement of a Newtonian fluid (oil) by a non-Newtonian fluid (polymer) in porous media is also presented. Extension for radial flow is developed.

A comprehensive state of the art is detailed and proposals for new investigations are furnished.

ÍNDICE

1 - Introdução.....	1
2 - Revisão Bibliográfica.....	5
3 - Fluxo Radial Monofásico de um Fluido Não Newtoniano no Meio Poroso.....	15
3.1.- O Caso do Reservatório Infinito.....	20
A) Solução Semi-analítica	21
B) Solução Analítica Aproximada para Longo Tempo.....	24
C) Solução Numérica pelo Método de Douglas- Jones do Preditor-Corretor.....	27
D) A Estocagem e o Fator de Película.....	32
3.2 - O Caso do Reservatório Limitado.....	40
A) Reservatório com Fronteira Externa. Selada.....	40
B) Reservatório com Manutenção de Pressão na Fronteira Externa.....	42
4 - O Simulador Numérico SIMPAR - Opção Polímero	46
4.1 - Validação do SIMPAR para o Fluxo Linear Monofásico de um Fluido Não Newtoniano no Meio Poroso.....	51
4.2 - Validação do SIMPAR para o Fluxo Radial Monofásico de um Fluido Não Newtoniano no Meio Poroso.....	55

5-	O Problema Inverso - Análise de Testes em Poços com Injeção de Soluções Poliméricas em Fluxo Monofásico.....	64
	5.1- Teste de Injeção.....	65
	5.2- Teste de Decaimento de Pressão.....	79
6-	Deslocamento Imiscível de um Fluido Newtoniano por um Fluido Não Newtoniano no Meio Poroso : Fluxo Bifásico Solução Polimérica /Óleo.....	89
	6.1- Equação do Fluxo Fracionário.para o .Deslocamento Imiscível de um Fluido Newtoniano por um Fluido Não Newtoniano no Meio Poroso.....	90
	6.1.1- O Caso do Deslocamento Linear.....	90
	A)Comparação com a Solução Numérica.....	98
	B)Eficiência do Deslocamento Linear Bifásico de um Fluido Newtoniano por um Fluido Não Newtoniano.....	101
	6.1.2- O Caso do Deslocamento Radial.....	105
	A)Comparação com a Solução Numérica.....	110
	B)Eficiência do Deslocamento Radial Bifásico de um Fluido Newtoniano por um Fluido Não Newtoniano.....	114
	6.2- A Análise de Testes com Injeção de Soluções Poliméricas em Fluxo Bifásico Polímero.....	116
	6.2.1-Teste de Injeção.....	116
	6.2.2-Teste de Decaimento de Pressão.....	120
7-	Conclusões e Recomendações	122
	7.1- Conclusões.....	122

7.2- Recomendações.....	123
Bibliografia.....	125

APÊNDICES

APÊNDICE A- As soluções Poliméricas.....	132
APÊNDICE B- Reologia das Soluções Poliméricas.....	142
APÊNDICE C- Dedução da Equação de Blake-Kozeny para Fluxo de Fluidos Newtonianos.....	149
APÊNDICE D- Dedução da Equação de Blake-Kozeny para Fluidos Não Newtonianos com Modelo de Potência.....	155
APÊNDICE E- Generalização da Lei de Darcy.....	158
APÊNDICE F- Dedução da Equação Diferencial Parcial que Descreve o Fluxo de um Fluido Não Newtoniano com Modelo de Potência no Meio Poroso.....	164
APÊNDICE G- Linearização da Equação Diferencial Parcial para Fluxo de um Fluido Não Newtoniano com Modelo de Potência no Meio Poroso.....	168
APÊNDICE H- Solução da Equação Diferencial Parcial para Fluxo de um Fluido Não Newtoniano com Modelo de Potência no Meio Poroso -.....	172

APÊNDICE I- Solução Numérica da Equação Diferencial Parcial Não Linear para Fluxo de um Fluido Não Newtoniano com Modelo de Potência no Meio Poroso... ..	189
APÊNDICE J- A Estocagem e o Fator de Película-Solução da Equação Diferencial Parcial para Fluxo de um Fluido Não Newtoniano com Modelo de Potência no Meio Poroso - Reservatório Infinito com Poço Injetando a Vazão Constante com Estocagem e Fator de Película.....	199
APÊNDICE K- Deslocamento Imiscível de um Fluido Newtoniano por um Fluido Não Newtoniano no Meio Poroso....	212

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1-	Comportamento da Viscosidade em Função da Taxa de Cisalhamento para as Soluções Poliméricas Não Newtonianas - Fonte: <i>Ikoku e Ramey</i> ^[1] Adaptado.....2
Figura 3.1-	Gráfico log -log de Pressão Adimensional versus Tempo Adimensional para Fluxo de Fluidos Não Newtonianos com Modelo de Potência em Reservatório Infinito.- n = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7 e 0.9.....22
Figura 3.2-	Gráfico log - log de Pressão Adimensional versus Tempo Adimensional para Fluxo de Fluidos Não Newtonianos com Modelo de Potência em Reservatório Infinito - n = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 e 0.99..... 22
Figura 3.3-	Gráfico semi-log de Pressão Adimensional versus Tempo Adimensional para Fluxo de Fluidos Não Newtonianos com Modelo de Potência em Reservatório Infinito - n = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 e 0.99.....23
Figura 3.4-	Comparação entre as Soluções Semi-analítica e Analítica Aproximada da Equação Diferencial Parcial Linearizada que Descreve o Fluxo Não Newtoniano com Modelo de Potência no Meio Poroso.....25
Figura 3.5-	Comparação entre as Soluções Numérica e Analítica para n = 0.4.....29
Figura 3.6-	Comparação entre as Soluções Numérica e Analítica para n = 0.8.....29
Figura 3.7-	Gráfico de p_{Dmn} versus r_D^{1-n} para n = 0.4.....31
Figura 3.8-	Gráfico de p_{Dmn} versus r_D^{1-n} para n = 0.8.....32
Figura 3.9-	Influência da Estocagem e do Fator de Película Solução Semi-analítica - n = 0.4.....35

Figura 3.10-	Influência da Estocagem e do Fator de Película Solução Semi-analítica - $n = 0.8$.....	35
Figura 3.11-	Influência da Estocagem e do Fator de Película Comparação entre as Soluções Semi-analítica e Analítica Aproximada- $n = 0.4$.....	39
Figura 3.12-	Influência da Estocagem e do Fator de Película Comparação entre as Soluções Semi-analítica e Analítica Aproximada- $n = 0.8$.....	39
Figura 3.13-	Pressão Adimensional versus Tempo Adimensional para Reservatórios com Fronteira Externa Selada.....	42
Figura 3.14-	Pressão Adimensional versus Tempo Adimensional para Reservatórios com Manutenção de Pressão na Fronteira Externa - $n = 0.4$	44
Figura 3.15-	Pressão Adimensional versus Tempo Adimensional para Reservatórios com Manutenção de Pressão na Fronteira Externa - $n = 0.8$.....	44
Figura 3.16-	Pressão Adimensional versus Tempo Adimensional para Reservatórios Limitados $n = 0.4$.....	45
Figura 3.17-	Pressão Adimensional versus Tempo Adimensional para Reservatórios Limitados $n = 0.8$.....	45
Figura 4.1-	Comparação entre os Resultados Obtidos com o SIMPAR e com o Experimento de <i>Cannella et al.</i>-Fluxo Linear.....	54
Figura 4.2 -	Gráfico de Tensão de Cisalhamento versus Viscosidade para os Dados Obtidos a partir da Correlação $n=0.75$..	57
Figura 4.3 -	Gráfico de Tensão de Cisalhamento versus Viscosidade para os Dados Obtidos a partir da Correlação $n=0.75$..	57

Figura 4.4 -	Gráfico de Tensão de Cisalhamento versus Viscosidade com Comportamento Pseudo-Plástico Próximo ao Poço n = 0.45.....	59
Figura 4.5 -	Gráfico de Tensão de Cisalhamento versus Viscosidade com Comportamento Pseudo-Plástico Próximo ao Poço n = 0.75.....	59
Figura 4.6-	Comparação entre as Soluções Numéricas Obtidas pelo SIMPAR e pelo <i>Método de Douglas-Jones do Preditor Corretor</i> - n = 0.45.....	61
Figura 4.7-	Comparação entre as Soluções Numéricas Obtidas pelo SIMPAR e pelo <i>Método de Douglas-Jones do Preditor Corretor</i> - n = 0.75.....	61
Figura 4.8 -	Gráfico de Viscosidade versus Taxa de Cisalhamento - Fonte : <i>Cannella et al</i> ¹¹³¹. Adaptado.....	62
Figura 5.1-	Gráfico de $\Delta p \times \log(t)$ para n = 0.45.....	70
Figura 5.2-	Gráfico de $\Delta p \times \log(t)$ para n = 0.75.....	70
Figura 5.3-	Gráfico de $\log(\Delta p) \times \log(t)$ para n = 0.45.....	72
Figura 5.4-	Gráfico de $\log(\Delta p) \times \log(t)$ para n = 0.75.....	72
Figura 5.5-	Gráfico de $\Delta p \times (t)^v$ para n= 0.45.....	73
Figura 5.6-	Gráfico de $\Delta p \times (t)^v$ para n= 0.75.....	74
Figura 5.7 -	Gráfico de Δp versus t^v para Injeção de Solução Polimérica com Comportamento Reológico de Transição n = 0.45.....	76
Figura 5.8 -	Gráfico de Δp versus $\log(t)$ para Injeção de Solução Polimérica com Comportamento Reológico de Transição n = 0.45.....	76

Figura 5.9 - Gráfico de Δp versus t^v para Injeção de Solução Polimérica com Comportamento Reológico de Transição $n = 0.75$.....	77
Figura 5.10 - Gráfico de Δp versus $\log (t)$ para Injeção de Solução Polimérica com Comportamento Reológico de Transição $n = 0.75$.....	77
Figura 5.11- Efeito do Tempo de Produção antes do Fechamento - Teste de Decaimento de Pressão $n = 0.40$.....	82
Figura 5.12- Efeito do Tempo de Produção antes do Fechamento - Teste de Decaimento de pressão $n = 0.80$.....	82
Figura 5.13- Gráfico de Horner $n = 0.45$.....	84
Figura 5.14- Gráfico de Horner $n = 0.75$.....	84
Figura 5.15- Gráfico de $\log (\Delta p_s)$ x $\log (\Delta t)$ - $n = 0.45$.....	85
Figura 5.16- Gráfico de $\log (\Delta p_s)$ x $\log (\Delta t)$ - $n = 0.75$.....	85
Figura 5.17- Gráfico de Δp_s x Δt^v - $n = 0.45$.....	86
Figura 5.18- Gráfico de Δp_s x Δt^v - $n = 0.75$.....	86
Figura 6.1- Deslocamento Linear de um Fluido Newtoniano por um Fluido Não Newtoniano - Perfil de Saturação Comparação entre as soluções analítica e numérica $n = 0.45$	99
Figura 6.2- Deslocamento Linear de um Fluido Newtoniano por um Fluido Não Newtoniano - Perfil de Saturação Comparação entre as soluções analítica e numérica $n = 0.75$	99
Figura 6.3- Efeito da Velocidade de Injeção na Viscosidade de um Fluido Não Newtoniano - Fluxo Linear.....	101

Figura 6.4-	Efeito da Velocidade de Injeção na Eficiência de Deslocamento Linear de um Fluido Não Newtoniano...	102
Figura 6.5 -	Efeito do Índice de Fluxo n na Viscosidade de um Fluido Não Newtoniano - Fluxo Linear.....	103
Figura 6.6 -	Efeito do Índice de Fluxo n no Fluxo Fracionário de um Fluido Não Newtoniano - Fluxo Linear.....	103
Figura 6.7 -	Efeito do Índice de Fluxo n na Eficiência de Deslocamento Linear de um Fluido Não Newtoniano..	104
Figura 6.8-	Deslocamento Radial de um Fluido Newtoniano por um Fluido Não Newtoniano - Perfil de Saturação $n = 0.45$ Comparação entre as soluções analítica e numérica.....	111
Figura 6.8a-	Deslocamento Radial de um Fluido Newtoniano por um Fluido Não Newtoniano - Perfil de Saturação Adimensionalizado - $n = 0.45$ Comparação entre as soluções analítica e numérica.....	111
Figura 6.9-	Deslocamento Radial de um Fluido Newtoniano por um Fluido Não Newtoniano - Perfil de Saturação $n = 0.75$ Comparação entre as soluções analítica e numérica.....	112
Figura 6.9a-	Deslocamento Radial de um Fluido Newtoniano por um Fluido Não Newtoniano - Perfil de Saturação Adimensionalizado - $n = 0.75$ Comparação entre as soluções analítica e numérica.....	112
Figura 6.10-	Efeito da Velocidade de Injeção na Eficiência de Deslocamento Radial de um Fluido Não Newtoniano.	114

Figura 6.11 - Efeito do Índice de Fluxo n na Eficiência de Deslocamento Radial de um Fluido Não Newtoniano.....	115
Figura 6.12 - Gráfico de $p_{Dnnw} \times \log(t_{Dnn})$ para Teste de Injeção com Fluxo Bifásico Tipo Pistão	117
Figura 6.13 - Gráfico de $p_{Dnw} \times \log(t_{Dn})$ para Teste de Injeção com Fluxo Bifásico Tipo Pistão	118
Figura 6.14- Gráfico de $p_{Dnnw} \times t_{Dnn}^v$ para Teste de Injeção com Fluxo Bifásico Tipo Pistão.....	119
Figura 6.15- Gráfico de Horner para Teste de Decaimento de Pressão em Fluxo Bifásico Tipo Pistão	120
Figura 6.16- Gráfico de $P_{Dnws} \times t_{Dnn}^v$ para Teste de Decaimento de Pressão em Fluxo Bifásico Tipo Pistão.....	121
Figura A1- Viscosidade versus Concentração para Diferentes Tipos de Polímeros a uma Taxa de Cisalhamento γ igual a 7.3 s^{-1} - Fonte: <i>Sorbie</i>^[2], página 42 Adaptado.....	138
Figura B1- Gráfico de Tensão de Cisalhamento versus Taxa de Cisalhamento - Fonte: <i>Pinheiro</i>^[29] Adaptado.....	144
Figura B2- Viscosidade Aparente versus Taxa de Cisalhamento para Diferentes Concentrações (Xantana) - Fonte: <i>Sorbie</i>^[2] Adaptado.....	145
Figura C1- Fluxo através de um Tubo Cilíndrico.....	149
Figura E1- Gráfico de Viscosidade versus Taxa de Cisalhamento - Fonte : <i>Cannella et al</i> ^[13]. Adaptado.....	161
Figura E2- Perfil de Viscosidade para Diferentes Vazões de Injeção.....	163

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1-	Comparação entre as Soluções Numérica e Analítica Aproximada	30
Tabela 3.2-	Comparação entre as Soluções Numérica e Analítica Aproximada - Inclinação da Reta (m_D).....	30
Tabela 4.1-	Parâmetros Reológicos para a Xantana a Várias Concentrações^[13].....	50
Tabela 4.2-	Dados de entrada para o SIMPAR- Fluxo Radial Monofásico.....	58
Tabela 4.3-	Parâmetros Reológicos para as Soluções Poliméricas com Modelo de Potência.....	60
Tabela 4.4 -	Taxas de Cisalhamento Aparente no Meio Poroso.....	62
Tabela 5.1-	Dados de entrada para o SIMPAR - Fluxo Radial Monofásico.....	71
Tabela 5.2-	Índices de Fluxo Obtidos na Interpretação dos Testes Simulados - Testes de Injeção.....	73
Tabela 5.3-	Interpretação dos Testes Simulados - Testes de Injeção.....	74
Tabela 5.4 -	Interpretação dos Testes de Injeção com Soluções Poliméricas com Comportamento de Transição entre Fluido Newtoniano e não Newtoniano.....	78
Tabela 5.5-	Índices de Fluxo Obtidos na Interpretação dos Testes Simulados - Testes de Decaimento de Pressão.....	86

Tabela 5.6-	Interpretação dos Testes Simulados - Testes de Decaimento de Pressão.....	87
Tabela 5.7-	Fatores de Correção para Análise de Teste de Decaimento de Pressão^[20,21].....	88
Tabela 5.8-	Comparação entre os Fatores de Correção Obtidos para os Testes de Decaimento de Pressão.....	88
Tabela 6.1-	Dados de Entrada para o SIMPAR- Fluxo Linear Bifásico.....	100
Tabela 6.2-	Dados de Entrada para o SIMPAR- Fluxo Radial Bifásico.....	113
Tabela 6.3 -	Interpretação do Teste de Injeção com Fluxo Bifásico Tipo Pistão.....	119
Tabela 6.4 -	Interpretação do Teste de Decaimento de Pressão com Fluxo Bifásico Tipo Pistão.....	121
Tabela A1-	Principais Diferenças entre os Tipos de Polímeros Fonte:Pinheiro^[29].....	136
Tabela D1-	Valores para o Fator de Tortuosidade C.....	157
Tabela E1-	Valores para o Fator de Tortuosidade C'.....	161
Tabela E2-	Taxas de Cisalhamento Aparente no Meio Poroso....	162
Tabela II-	Comparação entre as linearizações de <i>Odeh e Yang</i> e <i>Ikoku e Ramey</i>.....	199

NOMENCLATURA

- a_1, a_2, a_3 - constantes experimentais da equação de Flory-Huggins (kg/m^3)
- a_v - área específica (m^{-1})
- A - área da seção transversal (m^2)
- A_{sup} - área superficial de um tubo cilíndrico (m^2)
- A_d - adsorção do polímero à rocha
- $A_{d_{\text{res}}}$ - adsorção mínima
- A_α - constante de entrada do SIMPAR- opção Polímero (kg/m^3)⁻¹
- A_β - constante de entrada do SIMPAR- opção Polímero (kg/m^3)⁻¹
- B_α - constante de entrada do SIMPAR- opção Polímero (adimensional)
- B_β - constante de entrada do SIMPAR- opção Polímero (adimensional)
- c - compressibilidade do fluido (Pa^{-1})
- c_f - compressibilidade da rocha (Pa^{-1})
- c_o - compressibilidade do óleo (Pa^{-1})
- c_w - compressibilidade da água (Pa^{-1})
- c_t - compressibilidade total (Pa^{-1})
- C - fator de tortuosidade do meio poroso (adimensional)
- C' - fator multiplicativo da taxa de cisalhamento $\dot{\gamma}_{\text{app}}$ no meio poroso
- C_r - fator de correção para o teste de decaimento de pressão (adimensional)
- C_p - concentração do polímero (kg/m^3)
- C_D - coeficiente de estocagem adimensional
- C^* - coeficiente de estocagem (m^3/Pa)
- D_p - diâmetro das partículas que constituem o meio poroso (m)
- e - expoente de ajuste dos dados experimentais do modelo reológico de Carreau (adimensional)
- e - exponencial = 2.718281828...
- $f(\sigma) = -\dot{\gamma}$ (taxa de cisalhamento) (s^{-1})
- f_{nn} - fluxo fracionário do fluido não newtoniano
- $f_{\text{nn}+}$ - fluxo fracionário do fluido não newtoniano atrás do choque
- $f_{\text{nn}-}$ - fluxo fracionário do fluido não newtoniano à frente do choque
- f_{ne} - fluxo fracionário do fluido newtoniano
- F - força (N)
- F_{cor} - fator de correção da viscosidade da solução polimérica (adimensional)
- F_p - fator de redução de permeabilidade (adimensional)
- F_{rr} - fator de resistência residual do polímero (adimensional)
- g - aceleração gravitacional (m/s^2)
- h - espessura da formação (m)
- H - índice de consistência do fluido não newtoniano ($\text{Pa}\cdot\text{s}^n$)
- $I_v(x)$ - função de Bessel modificada de primeiro tipo de ordem v

$I'_\nu(x)$ - derivada da função de Bessel modificada de primeiro tipo de ordem ν
 $K_\nu(x)$ - função de Bessel modificada de segundo tipo de ordem ν
 $K'_\nu(x)$ - derivada da função de Bessel modificada de segundo tipo de ordem ν
 K - permeabilidade do meio poroso (m^2)
 K_1, K_2 - constantes de ajuste da isoterma de Langmuir (adimensional)
 K_s - permeabilidade da região com fator de película (m^2)
 k_r - permeabilidade relativa
 k_{ro} - permeabilidade relativa ao óleo
 k_{rw} - permeabilidade relativa à água
 k_{rwsor} - permeabilidade relativa à água na saturação máxima de água
 k_{roswi} - permeabilidade relativa ao óleo na saturação máxima de óleo
 k_{rne} - permeabilidade relativa ao fluido newtoniano
 k_{rnn} - permeabilidade relativa ao fluido não newtoniano
 k_{rp} - permeabilidade relativa à solução polimérica
 L - comprimento do meio poroso (m)
 m - inclinação da reta semi - log do gráfico de Δp ou p_{wf} versus $\log(\Delta t)$ (Pa/s)
 m' - inclinação adimensional da reta semi - log do gráfico de p_{Dnw} versus $\log(t_{Dn})$
 m_{nn} - inclinação da reta cartesiana do gráfico de Δp ou p_{wf} versus Δt^ν (Pa/s $^\nu$)
 m_D - inclinação adimensional da reta cartesiana do gráfico de p_{Dnnw} versus t_{Dnn}^ν
 M - razão de mobilidade
 n - índice de fluxo do fluido não newtoniano com modelo de potencia (adimensional)
 n_w - expoente da correlação para determinação da curva de permeabilidade relativa à água.
 n_o - expoente da correlação para determinação da curva de permeabilidade relativa ao óleo.
 N - número de células
 $p(r,t)$ - pressão (Pa)
 Δp - variação de pressão (Pa)
 Δp_0 - variação de pressão no tempo t igual a zero (Pa)
 Δp_s - variação de pressão devido ao fator de película (Pa)
 p_{Dnn} - pressão adimensional não newtoniana
 p_{Dn} - pressão adimensional newtoniana
 p_{Dnns} - pressão adimensional não newtoniana após o fechamento
 p_{Dnws} - pressão adimensional não newtoniana no poço após o fechamento
 p_{Dnnw} - pressão adimensional não newtoniana no poço
 p_{Dn} - pressão adimensional newtoniana
 $\bar{p}(r_D, z)$ - transformada de Laplace de p_{Dnn}
 $\bar{p}(z)$ - transformada de Laplace de p_{Dnnw}

$\bar{p}(r_D, z)$ - transformada de Laplace de p_{Dnn}
 $\bar{p}(z)$ - transformada de Laplace de p_{Dnnw}
 p_i - pressão inicial (Pa)
 p_{wf} - pressão no poço (Pa)
 p_{wfs} - pressão no poço no instante do fechamento (Pa)
 p_{ws} - pressão no poço após o fechamento (Pa)
 P - aproximação para p_{Dnn} na solução numérica
 P_c - pressão capilar (Pa)
 P_{ne} - pressão da fase newtoniana (Pa)
 P_{nn} - pressão da fase não newtoniana (Pa)
 q - vazão de injeção do fluido não newtoniano em condições de reservatório (m^3/s)
 Q - fluxo total de fluido através do capilar (m^3/s)
 r - raio (m)
 r_b - raio estimado para a frente de fluido não newtoniano (m)
 r_e - raio externo do reservatório (m)
 r_h - raio do canhoneio (m)
 r_p - raio das partículas que constituem o meio poroso (m)
 r_s - raio da região com fator de película (m)
 r_{snn} - raio calculado para a frente de fluido não newtoniano (m)
 r_w - raio do poço (m)
 r_D - raio adimensional $= r/r_w$
 r_{DD} - raio adimensional $= (r/r_e)^2$
 r_{DDsnn} - raio adimensional na frente de saturação S_{nn}
 r_{De} - raio adimensional externo $= (r/r_e)$
 r_{inv} - raio de investigação do teste de injeção ou de decaimento de pressão (m)
 R - raio do tubo capilar (m)
 R_e - raio equivalente do meio poroso (m)
 R_f - fator de resistência do polímero (adimensional)
 R_{RF} - fator de resistência residual do polímero (adimensional)
 R_h - raio hidráulico (m)
 s - fator de película (adimensional)
 S - saturação (%)
 S_{nn} - saturação de fluido não newtoniano (%)
 S_{nn+} - saturação de fluido não newtoniano atrás da frente (%)
 S_{nn-} - saturação de fluido não newtoniano à frente da frente (%)
 S_{nnir} - saturação irreducível de fluido não newtoniano (%)
 S_{ne} - saturação de fluido newtoniano (%)
 S_{wi} - saturação de água (%)
 S_{wi} - saturação de água irreducível (%)
 S_{or} - saturação de óleo residual (%)
 t - tempo (s)
 t_f - tempo de fechamento (s)
 Δt - intervalo de tempo (s)
 ΔT - aproximação para t_{Dnn} na solução numérica
 t_D - tempo adimensional

t_{Dn} - tempo adimensional para o fluido newtoniano
 t_{Dnn} - tempo adimensional para o fluido não newtoniano
 t_{Dnnl} - tempo adimensional de Ikoku = t_{Dnn}/n
 u - velocidade do fluido no meio poroso na direção linear (m/s)
 u_{ne} - velocidade linear do fluido newtoniano no meio poroso (m/s)
 u_{nn} - velocidade linear do fluido não newtoniano no meio poroso (m/s)
 u_t - velocidade total de fluxo (m/s)
 u_r - velocidade do fluido no meio poroso na direção radial (m/s)
 v - velocidade intersticial = Q/A (m/s)
 v_D - velocidade adimensional de uma frente de saturação
 $v_{D,c}$ - velocidade adimensional da frente de saturação do choque
 $v_{D,Snn+}$ - velocidade adimensional atrás do choque
 $v_{D,Snn-}$ - velocidade adimensional na frente do choque
 $v_{D|Snn}$ - velocidade adimensional da frente de saturação S_{nn}
 V - volume (m³)
 x - distância linear (m)
 x_D - distância adimensional
 $x_{D,Snn}$ - posição adimensional da frente de saturação S_{nn}
 $X = \ln(r_D)$
 ΔX - aproximação para X na solução numérica
 z - argumento do campo de Laplace
 α - parâmetro de ajuste do modelo reológico de Carreau (adimensional)
 $\alpha' = 2\Delta X/\Delta T$
 β - parâmetro de ajuste do modelo reológico de Carreau (Pa⁻¹)
 μ - viscosidade (Pa.s)
 μ_p - viscosidade da fase aquosa em presença do polímero (Pa.s)
 μ_a - viscosidade da água pura (Pa.s)
 μ_{app} - viscosidade aparente do fluido não newtoniano (Pa.s)
 $\mu_I = \mu_0 / \mu_\infty$
 μ_{nn} - viscosidade do fluido não newtoniano (Pa.s)
 μ_{ef} - viscosidade efetiva do fluido no meio poroso (Pa.s.m¹⁻ⁿ)
 μ^* - viscosidade característica do fluido não newtoniano (Pa.s)
 μ_0 - viscosidade do fluido não newtoniano para baixas taxas de cisalhamento (Pa.s)
 μ_∞ - viscosidade do fluido não newtoniano para altas taxas de cisalhamento (Pa.s)
 μ_o - viscosidade do óleo (Pa.s)
 μ_w - viscosidade da água (Pa.s)
 λ - mobilidade (m²/Pa.s)
 λ^* - mobilidade característica do fluido não newtoniano (m¹⁻ⁿ/Pa.s)
 λ_{ef} - mobilidade do fluido não newtoniano (m¹⁺ⁿ/Pa.s)
 λ_o - mobilidade do óleo (m²/Pa.s)
 λ_w - mobilidade da água (m²/Pa.s)

λ_{wa} - mobilidade da água após passar o polímero ($m^2/Pa.s$)
 ϕ - porosidade (%)
 $\Gamma(x)$ - função gama
 ρ - massa específica do fluido (kg/m^3)
 ρ_o - massa específica a uma pressão p_o (kg/m^3)
 ρ_{ne} - massa específica do fluido newtoniano (kg/m^3)
 ρ_{nn} - massa específica do fluido não newtoniano (kg/m^3)
 $\dot{\gamma}$ - taxa de cisalhamento (s^{-1})
 $\dot{\gamma}_{app}$ - taxa de cisalhamento aparente no meio poroso (s^{-1})
 $\dot{\gamma}_{1/2}$ - taxa de cisalhamento correspondente à viscosidade média entre μ_0 e μ_∞ (s^{-1})
 τ - tensão de cisalhamento (Pa)
 $\tau_{1/2}$ - tensão de cisalhamento para $\mu_{ap} = \mu_0/2$ (Pa)
 $\tau_{máxima}$ - tensão de cisalhamento máxima (Pa)
 $\Delta\Phi$ - diferença de potencial (Pa)
 $\nabla\Phi$ - gradiente de potencial (Pa/m)
 v - $(1-n)/(3-n)$
 σ - tensão superficial em um raio r (Pa)
 ω - tensão superficial em um raio $r = R$ (Pa)
 π - 3.141592654.....
 θ - ângulo entre a direção horizontal e a direção de fluxo
 \mathcal{L} - transformada de Laplace
 \mathcal{L}^{-1} - transformada inversa de Laplace

Capítulo 1

Introdução

As soluções poliméricas vêm sendo frequentemente utilizadas na indústria de petróleo em projetos de recuperação suplementar com o objetivo de melhorar a eficiência dos projetos de injeção de água convencionais.

A idéia básica para utilização de polímeros está centrada no conceito de *razão de mobilidades* M , definida como:

$$M = \frac{\lambda_w|_{S_{or}}}{\lambda_o|_{S_{wi}}} = \frac{(k_{rw}|_{S_{or}} / \mu_w)}{(k_{ro}|_{S_{wi}} / \mu_o)} \quad (1.1)$$

onde λ , μ e k_r , são respectivamente mobilidade, viscosidade e permeabilidade relativa na saturação máxima do fluido, e os índices subscritos o e w se referem a óleo e água, respectivamente.

O polímero é adicionado à água de injeção, formando as soluções poliméricas, com o objetivo de aumentar a viscosidade da mesma e assim reduzir a razão entre as mobilidades dos fluidos deslocante (água) e deslocado (óleo). A injeção de soluções poliméricas em comparação com o método convencional de injeção de água, proporciona melhorias significativas nas eficiências de deslocamento, de varrido areal e vertical, resultando em maiores recuperações de óleo em menor tempo.

A maior eficiência na recuperação de óleo justifica o incentivo econômico para se utilizar as soluções poliméricas em projetos de recuperação suplementar de petróleo. Este método se aplica principalmente para reservatórios heterogêneos, como forma de melhorar a eficiência de varrido vertical dos mesmos, e particularmente naqueles que apresentam alta razão entre as mobilidades dos fluidos deslocante e deslocado.

A injeção de soluções poliméricas no meio poroso requer apenas um pouco mais de tecnologia do que a injeção de água convencional, porém esta

aparente simplicidade contrasta com o comportamento complexo destas soluções no meio poroso. O deslocamento de soluções poliméricas apresenta características peculiares que não estão presentes no método de injeção de água convencional tais como: efeitos não newtonianos e retenção polimérica no meio poroso.

Os efeitos não newtonianos se expressam pela variação da viscosidade da solução polimérica em função da velocidade de escoamento (ou da taxa de cisalhamento) no meio poroso. As soluções poliméricas exibem comportamento newtoniano para baixas velocidades de escoamento, com viscosidade igual a μ_0 . Para velocidades moderadas exibem um comportamento não newtoniano, voltando novamente a exibir um comportamento newtoniano para altas velocidades de escoamento, com viscosidade igual a μ_∞ . De uma maneira geral a viscosidade de uma solução polimérica diminui com o aumento da velocidade de escoamento do fluido não newtoniano no meio poroso (comportamento não newtoniano pseudo-plástico), conforme pode ser visto na figura 1.1

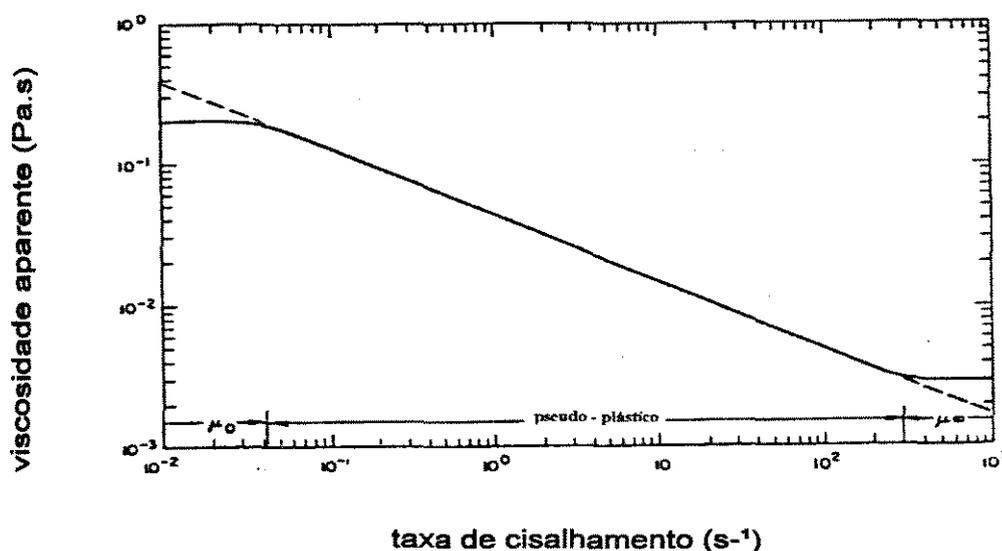


Figura 1.1- Comportamento da Viscosidade em Função da Taxa de Cisalhamento para as Soluções Poliméricas Não Newtonianas - Fonte: Ikoku e Ramey^[1] Adaptado

Nas proximidades do poço, onde se verificam as maiores velocidades de escoamento, as soluções poliméricas normalmente exibem comportamento não newtoniano. No entanto, a depender de fatores diversos tais como propriedades reológicas da solução, características permo-porosas do meio, vazão de injeção e área aberta ao fluxo na região do poço, estas soluções

comportamento newtoniano com viscosidade igual a μ_{∞} . Longe do poço, onde se verificam velocidades de moderadas a baixas, as soluções poliméricas se comportam como fluidos newtonianos com viscosidade igual a μ_0 .

Nos projetos de injeção de água convencionais a avaliação em poços injetores é efetuada principalmente através de dois tipos de testes: o teste de injeção e o teste de decaimento de pressão. Estes testes normalmente são conduzidos com o objetivo de fornecer parâmetros do reservatório, como a pressão média do reservatório, a permeabilidade efetiva e o fator de película. Porém quando dimensionados adequadamente, estes testes podem fornecer informações valiosas tais como: posição da frente de avanço do fluido injetado, distribuição de mobilidades na região em que ocorre o gradiente de saturação e até mesmo as curvas de permeabilidade relativa. Estas técnicas de análises de testes não se aplicam a poços injetores de soluções poliméricas com comportamento não newtoniano.

Este trabalho tem como principais objetivos estudar o comportamento do transiente de pressão em reservatórios submetidos à injeção de soluções poliméricas não newtonianas, avaliar as técnicas de interpretação existentes na literatura para testes de injeção e de decaimento de pressão visando a obtenção de parâmetros do reservatório e ainda fornecer subsídios para permitir a obtenção de informações a respeito do comportamento dos fluidos no reservatório a partir dos dados de pressão obtidos nos testes.

No Capítulo 2 é apresentado um resumo dos principais trabalhos publicados na literatura sobre fluxo de fluidos não newtonianos no meio poroso, enfatizando-se o aspecto do comportamento da pressão e da distribuição de fluidos no meio poroso.

A modelagem matemática do fluxo radial monofásico para fluidos não newtonianos no meio poroso é estudada no Capítulo 3, onde são discutidas as hipóteses assumidas para a obtenção da equação diferencial parcial que descreve o fluxo. São apresentadas três soluções para o comportamento da pressão em um reservatório infinito submetido à injeção à vazão constante de um fluido não newtoniano: (i) uma solução semi-analítica, obtida a partir da linearização da equação diferencial parcial, (ii) uma solução analítica aproximada para longo tempo e (iii) uma solução numérica, para avaliação das aproximações efetuadas na obtenção das duas soluções anteriores. A influência

da estocagem e do fator de película no comportamento do transiente de pressão em um poço injetor de fluido não newtoniano também é apresentada neste capítulo. Ainda no Capítulo 3 são apresentadas as soluções semi-analíticas para o comportamento da pressão em um reservatório limitado, com ou sem manutenção de pressão na fronteira externa, submetido à injeção com vazão constante de um fluido não newtoniano com modelo de potência.

O Capítulo 4 apresenta as características gerais do simulador numérico SIMPAR- opção Polímero, desenvolvido pela PETROBRÁS/CENPES e que foi utilizado neste trabalho para geração de dados e análise das técnicas de interpretação de testes de injeção e decaimento de pressão existentes na literatura. Neste capítulo é apresentada a validação do SIMPAR - opção Polímero para o fluxo monofásico de um fluido não newtoniano no meio poroso.

A metodologia utilizada para análise de testes monofásicos de injeção e decaimento de pressão em poços com injeção a vazão constante de um fluido não newtoniano é apresentada no capítulo 5. Esta metodologia é aplicada em dois testes de injeção e também em dois testes de decaimento de pressão gerados com a utilização do SIMPAR-opção Polímero.

No Capítulo 6 é estudado o deslocamento bifásico de um fluido newtoniano (óleo) por um fluido não newtoniano (soluções poliméricas) no meio poroso. É apresentada a equação do fluxo fracionário para o deslocamento polímero-óleo, para os casos de geometria de fluxo linear e radial. Ainda neste capítulo é estudada a influência do fluxo bifásico na análise de testes de injeção e de decaimento de pressão.

No Capítulo 7 são apresentadas as conclusões e recomendações deste trabalho.

Todas as variáveis citadas neste trabalho, quando não especificadas, estão em unidades do Sistema Internacional. As unidades correspondentes às variáveis estão descritas na Nomenclatura.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

De acordo com *Sorbie*^[2], a utilização de polímero na recuperação suplementar de petróleo foi inicialmente sugerida no começo da década de 60, como uma forma de corrigir os problemas que vinham sendo constatados em diversos projetos de injeção de água convencionais: as baixas recuperações de óleo e as produções precoces de água, que eram creditadas às altas razões de mobilidades observadas entre o fluido deslocante (água) e o fluido deslocado (óleo) e às heterogeneidades dos reservatórios.

A adição de polímero à água de injeção, formando soluções poliméricas ainda que a baixas concentrações, resulta em um aumento significativo na viscosidade da mesma. Como consequência ocorre uma redução na mobilidade do fluido deslocante e na razão de mobilidades e assim são obtidas maiores eficiências de recuperação.

Pye^[3] mostrou através de experimentos em laboratório e de resultados obtidos com um projeto piloto, que a adição de polímeros a água de injeção pode reduzir a mobilidade da água entre cinco e vinte vezes. Além disto, os resultados obtidos mostraram que o polímero melhora a eficiência de varrido e de deslocamento e também a distribuição de permeabilidade vertical do reservatório. Desta forma as recuperações obtidas foram bastante superiores ao que era esperado com a injeção de água convencional.

Antes de aplicar a injeção de polímeros em um reservatório, deve-se analisar diversos fatores para verificar a viabilidade técnico-econômica do projeto. *Cypher*^[4] relaciona os seguintes fatores a serem analisados: características da rocha reservatório (porosidade, permeabilidade, composição mineralógica, presença de argilas, grau de heterogeneidade, distribuição vertical de permeabilidade), características do óleo do reservatório (viscosidade), características da água da formação e da água injetada (salinidade, composição química), saturação de óleo remanescente no reservatório e sua distribuição, profundidade e temperatura do reservatório.

Segundo Sorbie^[2] a injeção de soluções poliméricas se aplica principalmente em reservatórios heterogêneos, como forma de melhorar a eficiência de varrido vertical, e particularmente naqueles que apresentam alta razão entre as mobilidades dos fluidos deslocante e deslocado.

Na recuperação suplementar de petróleo são utilizados diversos tipos de polímeros, no entanto estes polímeros podem ser agrupados em duas classes: as *poliacrilamidas* - que são polímeros sintéticos, e os *polissacarídeos* - que são biopolímeros. Estas duas classes de polímeros embora tenham em comum a propriedade de aumentar a viscosidade da água, exibem diferentes características físicas e químicas que resultam em vantagens e desvantagens em sua utilização. Historicamente a grande maioria dos projetos de injeção de polímeros na indústria de petróleo utiliza a poliacrilamida. Maiores detalhes sobre as propriedades específicas destes dois tipos de polímeros podem ser encontrados no Apêndice A.

A injeção de soluções poliméricas no meio poroso apresenta características peculiares que não estão presentes na injeção de água convencional, tais como efeitos não newtonianos, redução de permeabilidade efetiva do meio poroso e adsorção do polímero à rocha reservatório^[5].

Segundo Bird *et al.*^[6], Reologia é a ciência que estuda as propriedades mecânicas de vários materiais sob diversas condições de deformação quando estes materiais podem exibir a habilidade de escoar e acumular deformações recuperáveis simultaneamente. Quando a relação entre a tensão aplicada a um fluido e a deformação observada é linear, diz-se que um fluido é newtoniano e a constante de proporcionalidade é a viscosidade. Caso contrário, o fluido é dito não newtoniano e a relação entre tensão e deformação é chamada de viscosidade aparente do fluido. Existem várias classes de fluidos não newtonianos, a depender do comportamento reológico dos mesmos. As diversas classes e subclasses dos fluidos não newtonianos são descritas no Apêndice B.

Os parâmetros reológicos de um fluido são determinados através de um aparelho denominado viscosímetro. Convencionalmente o comportamento reológico das soluções poliméricas é apresentado em gráficos de viscosidade versus taxa de cisalhamento, conforme foi mostrado na figura 1.1. Normalmente uma solução polimérica exibe comportamento newtoniano

com alta viscosidade, para taxas de cisalhamento bastante baixas, seguido de comportamento pseudo-plástico para taxas de cisalhamento moderadas, onde a viscosidade da solução diminui com o aumento da taxa de cisalhamento. Para taxas de cisalhamento muito altas o comportamento volta a ser newtoniano, e a viscosidade da solução se aproxima da viscosidade do solvente, desde que não haja efeitos viscoelásticos ou degradação mecânica^[2].

Vários modelos reológicos empíricos foram propostos para descrever o comportamento dos fluidos não newtonianos na tentativa de se obter uma expressão para a viscosidade em função da taxa de cisalhamento. Dentre estes o mais comumente empregado é o modelo de *Ostwald-de-Waele*^[2,6], ou modelo de potência, por ser um modelo caracterizado por apenas dois parâmetros reológicos : o índice de fluxo n e o índice de consistência H . Para um fluido com comportamento pseudo-plástico, o índice de fluxo n assume valores entre zero e um. No caso em que o índice de fluxo n é igual a um, o fluido tem comportamento newtoniano e o índice de consistência H é a própria viscosidade newtoniana.

O modelo de potência apresenta limitações para altas e baixas taxas de cisalhamento e outros modelos empíricos foram propostos visando a obtenção de uma melhor modelagem do comportamento reológico do fluido não newtoniano. Como o modelo de *Ellis*^[2,6], que é um modelo no qual a viscosidade é caracterizada por três parâmetros reológicos, o modelo de *Meters*^[7,8] e o modelo de *Carreau*^[8], ambos modelos em que a viscosidade é caracterizada por quatro parâmetros reológicos. Uma descrição sucinta destes modelos encontra-se no Apêndice B.

Muitos estudos foram efetuados visando uma melhor compreensão do fluxo de soluções poliméricas no meio poroso^[9,10,11,12]. De uma maneira geral estes estudos procuravam analisar o comportamento do fluxo de um fluido não newtoniano com um determinado modelo reológico, através de um modelo físico proposto para o meio poroso e assim obter uma relação entre a reologia do polímero obtida no viscosímetro com a reologia do polímero no meio poroso.

Para o meio poroso, o modelo físico mais utilizado é o modelo de tubo capilar com raio equivalente^[2], no qual o meio poroso é constituído por partículas esféricas e o fluxo ocorre através de um feixe de capilares tortuosos

cujo raio equivalente é definido em termos de porosidade, permeabilidade e tortuosidade do meio poroso. A equação que descreve o comportamento do fluxo de um fluido newtoniano neste modelo físico de meio poroso é conhecida como *Equação de Blake-Kozeny*^[6], cuja dedução encontra-se no Apêndice C. Nesta equação a tortuosidade do meio poroso é incluída através de um fator multiplicativo do comprimento do meio poroso, que é determinado experimentalmente. Apesar da simplicidade e das limitações, este modelo encontra muita utilização e prediz resultados com razoável precisão.

Para o fluido não newtoniano, conforme já foi mencionado anteriormente, o modelo reológico mais amplamente utilizado, apesar de suas limitações, é o modelo de potência em virtude de sua simplicidade.

A modelagem matemática do comportamento do fluxo de um fluido não newtoniano no meio poroso foi primeiramente apresentada por *Bird et al.*^[6] em 1960. Considerando o meio poroso com o modelo de tubo capilar com raio equivalente e o fluido não newtoniano com modelo de potência, eles desenvolveram uma equação equivalente a *Equação de Blake-Kozeny*^[6] para fluxo de fluidos não newtonianos com modelo de potência em um meio poroso.

Partindo das mesmas considerações feitas por *Bird et al.*^[6], *Christopher e Middleman*^[9] deduziram a equação de Blake-Kozeny para fluido não newtoniano com modelo de potência. A equação resultante, a qual eles denominaram de *Equação de Blake-Kozeny Modificada*^[9] é semelhante à equação apresentada por *Bird et al.*^[6]. A dedução desta equação encontra-se no Apêndice D. A modelagem matemática foi validada através de experimentos com poliacrilamida em um meio poroso constituído por esferas de vidro de diâmetro uniforme, tendo-se obtido resultados razoáveis.

Bird et al.^[6] e *Christopher e Middleman*^[9], a partir da *Equação de Blake-Kozeny Modificada*^[9], deduziram uma generalização para a Lei de Darcy, em que a velocidade de fluxo de um fluido no meio poroso, é função da permeabilidade, da queda de pressão, da "viscosidade efetiva" do fluido no meio poroso e do índice de fluxo n . Para o caso em que o índice de fluxo n fosse igual a um (fluido newtoniano), a equação recairia na forma tradicional da *Lei de Darcy*. A dedução desta equação encontra-se no Apêndice E.

Experimentos realizados por *Dauben*^[10] e *Gogarty*^[11] utilizando soluções de poliacrilamida em diversas concentrações, mostraram que a viscosidade de um fluido não newtoniano no meio poroso depende da taxa de cisalhamento que por sua vez, é função apenas da vazão de injeção para um dado material.

Savins^[12] publicou em 1967 uma importante revisão bibliográfica sobre o estado da arte do fluxo de um fluido não newtoniano no meio poroso, comparando os resultados obtidos por diversos autores, tais como *Bird et al.*, *Christopher e Middleman*, *Dauben* e *Gogarty*, entre outros.

Utilizando o modelo capilar para o meio poroso e o modelo de potência para o fluido não newtoniano, *Hirasaki e Pope*^[5] desenvolveram expressões para a taxa de cisalhamento no meio poroso e para a viscosidade do fluido não newtoniano no meio poroso como função da velocidade darciana. Eles propuseram ainda uma equação para a viscosidade não newtoniana no meio poroso que incorporava o efeito da distribuição de poros. Além disto, apresentaram um modelo para correlacionar os efeitos de adsorção e redução de permeabilidade em função do polímero, da água de injeção e das propriedades do meio poroso.

Cannella et al.^[13] apresentaram uma interessante estudo sobre a reologia da Xantana (polissacarídeo) no meio poroso. Neste trabalho eles mostraram que o comportamento reológico da Xantana no meio poroso é distinto do seu comportamento no viscosímetro. O comportamento da Xantana no viscosímetro foi ajustado com o modelo reológico de *Carreau*^[2,13], que prevê comportamento newtoniano a baixas e altas taxas de cisalhamento em patamares diferentes e comportamento pseudo-plástico para taxas de cisalhamento moderadas. No meio poroso o comportamento reológico da Xantana foi modelado com um modelo de potência modificado, pois exibia comportamento pseudo-plástico a baixas e moderadas taxas de cisalhamento e comportamento newtoniano para taxas muito elevadas.

Ao comparar os dados obtidos no viscosímetro com os dados obtidos no meio poroso, *Cannella et al.*^[13] observaram que a constante de tortuosidade para obter o ajuste era bem maior do que a constante utilizada por outros pesquisadores. Na tentativa de buscar explicações para tal diferença, eles desenvolveram um estudo teórico sobre fluxo de fluido não newtoniano no

meio poroso, utilizando para o fluido o modelo reológico de potência, enquanto que o meio poroso foi modelado como uma malha de tubos capilares com raio aleatoriamente distribuídos. *Canella et al.*^[13] concluíram que embora as relações entre a viscosidade e a taxa de cisalhamento obtidas nos dois modelos fossem semelhantes, as constantes de tortuosidade eram diferentes.

van Poolen e Jargon^[14] apresentaram em 1969, o primeiro trabalho sobre o comportamento do transiente de pressão para fluxo de um fluido não newtoniano no meio poroso. Eles apresentaram um estudo numérico do fluxo de fluidos não newtonianos no meio poroso usando diferenças finitas. A modelagem matemática foi feita utilizando a equação da difusividade para fluidos newtonianos e o comportamento não newtoniano foi introduzido através da variação da viscosidade com a posição. Os resultados obtidos mostraram que as curvas de transiente de pressão não apresentavam a linha reta semi-log como no caso do fluido newtoniano.

Bondor et al.^[15] apresentaram um simulador numérico trifásico para injeção de polímeros. A solução polimérica era introduzida como o quarto componente. Embora este simulador tenha proporcionado muitas informações a respeito do fluxo de soluções poliméricas no meio poroso, nada foi considerado sobre o fluxo transiente.

A solução analítica para o fluxo radial de um fluido não newtoniano com modelo de potência no meio poroso foi apresentada simultaneamente por *Odeh e Yang*^[16] e *Ikoku e Ramey*^[1,17] em 1979. Usando a *Equação de Blake-Kozeny Modificada*^[9] e considerando o fluido não newtoniano com modelo de potência eles deduziram uma equação diferencial parcial não linear que descreve o comportamento de tal fluxo no meio poroso (Apêndice F). Visando a obtenção de uma solução analítica, a equação diferencial parcial foi linearizada assumindo-se a hipótese de perfil de viscosidade de fluxo permanente, na qual a vazão foi assumida como constante em cada locação radial. (Apêndice G).

As soluções analíticas aproximadas da equação diferencial parcial apresentadas por *Odeh e Yang*^[16] e *Ikoku e Ramey*^[1,17] (Apêndice H) proporcionaram o desenvolvimento de técnicas de interpretação de testes efetuados para reservatórios contendo fluidos não newtonianos. Foram

sugeridas novas técnicas de plotagem de gráficos de pressão versus tempo e equações para cálculo de mobilidade, permeabilidade, fator de película e raio de investigação a partir da análise do teste de transiente de pressão.

McDonald^[18] apresentou um estudo numérico da equação parcial diferencial não linear desenvolvida por *Odeh e Yang*^[16]. Utilizando diversas técnicas numéricas para resolver o problema, comparou os resultados obtidos com a solução analítica aproximada obtida por *Odeh e Yang*^[16] e concluiu que para simular o fluxo de um fluido não newtoniano com modelo de potência utilizando diferenças finitas, é necessário utilizar uma malha bem mais refinada do que no caso de um fluido newtoniano.

Uma outra solução numérica para a equação diferencial não linear foi apresentada por *Ikoku e Ramey*^[1] (Apêndice I), que utilizando o *Método de Douglas-Jones do Preditor-Corretor* concluíram que os erros introduzidos pela linearização são pequenos e decrescem na razão inversa do índice de fluxo n .

Ikoku e Ramey^[1,19] também apresentaram soluções semi-analíticas para o comportamento da pressão em um reservatório cilíndrico limitado com geometria de fluxo radial, com e sem manutenção de pressão na fronteira externa (Apêndice H). Desenvolveram ainda novas relações para o fator de película e estocagem, tendo apresentado curvas típicas para o caso do reservatório infinito produzindo com vazão constante com estocagem e efeito de película. Estas curvas foram obtidas através da introdução de um simulador numérico para incorporar os efeitos de estocagem e fator de película à solução analítica anteriormente obtida.

A aplicação destas técnicas de interpretação para análise de testes de decaimento de pressão foi proposta por *Ikoku e Ramey*^[1], utilizando o *Princípio da Superposição de Efeitos*.

Uma análise das soluções analíticas aproximadas obtidas por *Odeh e Yang*^[16] e *Ikoku e Ramey*^[1,17] foi feita por *Vongvuthipornchai e Raghavan*^[20] Eles concluíram que embora ambas as soluções tenham sido obtidas a partir da mesma premissa de linearização, as diferenças entre as duas soluções são decorrentes da forma como foi feita a linearização da equação diferencial parcial (Apêndice G). Utilizando um simulador numérico eles mostraram que

a solução de *Odeh e Yang*^[16] era mais apropriada para analisar dados de pressão obtidos de teste de injeção.

Vongvuthipornchai e Raghavan^[20] examinaram também o comportamento da pressão em um teste de decaimento de pressão dominado por estocagem e efeito de película, precedido por uma injeção a vazão constante de um fluido não newtoniano com modelo de potência. Utilizando um simulador numérico, eles mostraram que a hipótese utilizada para linearização da equação parcial diferencial não é válida durante o período de decaimento de pressão e propuseram a introdução de um fator de correção dependente do índice de fluxo n , de forma a tornar possível a utilização da solução linearizada para interpretação deste tipo de teste.

Em um trabalho posterior *Vongvuthipornchai e Raghavan*^[21] mostraram que se os dados de um teste de decaimento de pressão estiverem dominados por estocagem e efeito de película, os fatores de correção a serem introduzidos são mais significativos. Empregando um método similar ao proposto por *Earlougher e Kersch*^[22] para fluidos newtonianos e o conceito do raio efetivo de poço, *Vongvuthipornchai e Raghavan*^[21] propuseram uma nova metodologia para analisar dados de pressão de testes de decaimento de pressão dominados por estocagem e efeito de película.

Toda a teoria de análise de transiente de pressão desenvolvida por *Odeh e Yang*^[16], *Ikoku e Ramey*^[1,17,19] e *Vongvuthipornchai e Raghavan*^[20,21], assume que o reservatório contém apenas fluido não newtoniano, ou que o raio de investigação do teste é menor do que o banco de fluido não newtoniano.

Em 1984 *Lund e Ikoku*^[23], considerando o conceito de reservatório composto, apresentaram um estudo baseado em simulação numérica sobre o comportamento do transiente de pressão para fluxo radial bifásico de fluido newtoniano (óleo) e não newtoniano (solução polimérica). Os resultados obtidos permitiram concluir que os dados de pressão dos tempos iniciais podem ser interpretados pelas técnicas desenvolvidas para fluxo de fluido não newtonianos, enquanto que os dados de pressão dos tempos finais podem ser interpretadas pelas técnicas convencionais desenvolvidas para fluido newtoniano (método semi-log). *Lund e Ikoku*^[23] mostraram ainda que a posição da frente de fluido não newtoniano pode ser estimada a partir dos dados do teste, utilizando a equação desenvolvida para o raio de

investigação de fluidos não newtonianos. O estudo, no entanto, não considerou os efeitos da permeabilidade relativa.

Gencer e Ikoku^[24] estudaram o comportamento do fluxo simultâneo de fluido newtoniano e não newtoniano em um reservatório radial, utilizando um simulador multifásico e verificaram a influência do gradiente de saturação na interpretação de testes de fluxo bifásico polímero-óleo. A partir dos resultados obtidos eles estabeleceram condições segundo as quais as técnicas desenvolvidas para análise de testes de fluidos não newtonianos podem ser empregadas no caso de fluxo bifásico de fluido newtoniano/ não newtoniano.

Buckley e Leverett^[25] em seu estudo clássico da teoria do fluxo fracionário, estudaram o deslocamento incompressível de fluidos newtonianos imiscíveis em meios porosos. A teoria de fluxo fracionário de *Buckley e Leverett*^[25] foi aplicada e generalizada por vários autores para estudar os métodos de recuperação suplementar de petróleo^[26] e a injeção de polímeros^[27]. No entanto nenhum destes trabalhos considerou o comportamento não newtoniano do polímero.

Wu et al.^[28] apresentaram a solução analítica para deslocamento linear imiscível de um fluido newtoniano por um fluido não newtoniano e mostraram que esta solução é uma extensão da teoria de *Buckley e Leverett*^[25]. A solução analítica revelou que o perfil de saturação e a eficiência de deslocamento são controladas não somente pelas propriedades dos fluidos, mas também pelas complexidades inerentes dos fluidos não newtonianos.

Pinheiro^[29], mostrou através de experimentos com diversos tipos de polímeros que as curvas de permeabilidade relativa de um fluxo bifásico polímero-óleo podem ser determinadas a partir do método JBN^[30], que foi desenvolvido para fluidos newtonianos.

Visando auxiliar a implantação do projeto piloto de injeção de polímeros no Campo de Carmópolis (Sergipe), foi desenvolvido um módulo de injeção de polímeros para o simulador numérico desenvolvido pela PETROBRÁS/CENPES, o SIMPAR^[31]. O SIMPAR-opção Polímero^[32,33] permite tratar as soluções poliméricas como fluidos newtonianos ou não newtonianos. A opção para fluido não newtonianos utiliza o modelo

reológico de *Carreau*^[2] para modelar o comportamento da solução polimérica no meio poroso. O presente trabalho procurou validar e utilizar o SIMPAR-opção Polímero, para avaliar as técnicas disponíveis na literatura para análise de testes de injeção e de decaimento de pressão com soluções poliméricas não newtonianas .

Na Bibliografia consta uma listagem da bibliografia adicional consultada durante este trabalho e que, embora não tenha sido citada pode servir como fonte de pesquisas para expansão de estudos futuros nesta área.

Capítulo 3

Fluxo Radial Monofásico de um Fluido Não Newtoniano no Meio Poroso

Neste capítulo será descrita a formulação matemática para o fluxo radial de um fluido não newtoniano no meio poroso^[1,16,17,20] bem como as soluções para o campo de pressões em reservatórios infinitos e em reservatórios limitados, com ou sem manutenção de pressão na fronteira externa^[1].

No caso do reservatório infinito, devido a importância do campo de pressões para a análise de testes (regime transiente), serão apresentadas três tipos de soluções, para comparação e análise: a solução semi-analítica obtida a partir da linearização da equação diferencial parcial, a solução analítica aproximada de longo tempo e a solução numérica.

As soluções analítica e semi-analítica foram desenvolvidas simultaneamente por *Odeh e Yang*^[16] e *Ikoku e Ramey*^[1,17] que embora tenham utilizados as mesmas hipóteses básicas para a linearização da equação diferencial parcial, resultaram em expressões ligeiramente diferentes devido às aproximações efetuadas. Maiores detalhes do desenvolvimento matemático aqui apresentado bem como sobre as comparações entre estas duas soluções podem ser encontrados no Apêndice H, item H.1.

A solução numérica apresentada para a equação diferencial parcial em sua forma não linear foi obtida através do *Método de Douglas Jones do Preditor Corretor*^[1,34].

Ainda neste capítulo serão apresentadas as soluções analíticas aproximadas de curto e longo tempo, para o caso de injeção a vazão constante em um reservatório infinito com estocagem e fator de película, desenvolvidas por *Vongouthipornchai e Raghavan*^[21].

Para o reservatório limitado, com ou sem manutenção de pressão na fronteira externa, serão apresentadas as soluções semi-analíticas desenvolvidas por *Ikoku e Ramey*^[1,19].

Formulação Matemática

A formulação matemática do fluxo monofásico de fluidos não newtonianos em meios porosos pode ser obtida a partir dos seguintes princípios físicos^[1]:

- Lei da Conservação da Massa
- Equação de Transporte Apropriada (Lei de Darcy)
- Equação de Estado (equação da compressibilidade)

A equação da continuidade pode ser deduzida a partir da Lei de Conservação de Massa combinada com a Lei de Darcy e a equação da compressibilidade, resultando na equação diferencial parcial que descreve o fluxo de fluidos não newtonianos no meio poroso. Na derivação desta equação foram assumidas as seguintes hipóteses:

- fluxo radial monofásico
- reservatório homogêneo
- espessura uniforme
- permeabilidade constante
- fluido de pequena compressibilidade e constante
- efeitos de gravidade desprezíveis
- pequenos gradientes de pressão
- o fluido não newtoniano obedece ao modelo de potência
- o fluido tem comportamento pseudo-plástico ($0 < n < 1$)

Todas as variáveis utilizadas no desenvolvimento matemático apresentado a seguir, estão em unidades do Sistema Internacional. As unidades correspondentes a estas variáveis estão descritas na Nomenclatura.

A equação diferencial parcial resultante é:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{K}{\mu_{nn}} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \phi c_t \frac{\partial p}{\partial t} \quad (3.1)$$

onde: -r é a distância radial,
 -K a permeabilidade do meio poroso,
 - μ_{nn} a viscosidade não newtoniana do fluido,
 - ϕ a porosidade do meio poroso,
 - c_t a compressibilidade total,
 -p(r,t) a pressão e
 -t o tempo.

A viscosidade não newtoniana μ_{nn} para um fluido com modelo de potência pode ser expressa como função da velocidade do fluido no meio poroso (u_r)^[1,5]:

$$\mu_{nn} = \mu_{ef} |u_r|^{n-1} \quad (3.2)$$

sendo μ_{ef} a "viscosidade efetiva do fluido no meio poroso"^[1] que tem a seguinte expressão:

$$\mu_{ef} = \frac{H}{12} \left(9 + \frac{3}{n} \right)^n (72CK\phi)^{\frac{1-n}{2}} \quad (3.3)$$

Na expressão acima, H (índice de consistência do fluido) e n (índice de fluxo do fluido) são parâmetros reológicos do fluido não newtoniano, K e ϕ são respectivamente, a permeabilidade e a porosidade do meio poroso e C é o "fator de tortuosidade do meio poroso"^[6].

Para um fluido não newtoniano com modelo de potência, a velocidade (u_r) pode ser expressa como^[1] (conforme foi demonstrado no Apêndice E- equação (E.4a)):

$$u_r^n = - \frac{K}{\mu_{ef}} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (3.4)$$

Definindo a "viscosidade característica" ^[20] (μ^*) do fluido não newtoniano como sendo a viscosidade do fluido não newtoniano com modelo de potência, no raio r igual a r_w , obtém-se a partir da equação (3.2) :

$$\mu^* = \mu_{ef} |u_r|_{r=r_w}^{n-1} = \mu_{ef} \left| \frac{q}{2\pi h r_w} \right|^{n-1} \quad (3.5)$$

onde: - q é a vazão em condições de reservatório,
 - h é a espessura do meio poroso e
 - r_w o raio do poço.

Definindo ainda as seguintes variáveis adimensionais ^[20] :

$$P_{Dnn} = \frac{2\pi Kh}{q\mu^*} (p - p_i) \quad (3.6)$$

$$t_{Dnn} = \frac{Kt}{\phi c_t \mu^* r_w^2} \quad (3.7)$$

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad (3.8)$$

a equação diferencial parcial (3.1), na sua forma adimensionalizada, pode ser escrita como:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\mu^*}{\mu_{nn}} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{Dnn}} \quad (3.9)$$

De acordo com as expressões (3.2) e (3.4) o termo μ^*/μ_{nn} é dado por:

$$\mu_{nn} = \mu_{ef}^{1/n} K^{1-1/n} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^{1-1/n} \quad (3.10)$$

Ou na forma adimensionalizada:

$$\frac{\mu^*}{\mu_{nn}} = \left| \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right|^{1/n-1} \quad (3.11)$$

Desta forma conclui-se que a equação (3.9) é uma equação diferencial parcial não linear.

De modo a linearizar a equação (3.9), foi assumida a hipótese de vazão constante em toda locação radial^[1,16,17], resultando na seguinte expressão para a relação μ^*/μ_{nn} :

$$\frac{\mu^*}{\mu_{nn}} = \frac{\mu_{nn}|_{r=r_w}}{\mu_{nn}|_{r=r}} = \frac{\mu_{ef} \left| \frac{q}{2\pi hr_w} \right|^{n-1}}{\mu_{ef} \left| \frac{q}{2\pi hr} \right|^{n-1}} = \left(\frac{r}{r_w} \right)^{n-1} = r_D^{n-1} \quad (3.12)$$

Esta aproximação é razoável nas proximidades do poço, porém não se pode dizer o mesmo para a região próxima ao raio de investigação. O erro introduzido ao se fazer tal aproximação será avaliado posteriormente quando for apresentada a solução numérica da equação (3.9).

Utilizando-se a aproximação (3.12) na equação diferencial (3.9), e desenvolvendo-a obtém-se:

$$\frac{\partial^2 p_{D_{nn}}}{\partial r_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{\partial p_{D_{nn}}}{\partial r_D} = r_D^{1-n} \frac{\partial p_{D_{nn}}}{\partial t_{D_{nn}}} \quad (3.13)$$

A equação (3.13) é a equação parcial diferencial linearizada que descreve o fluxo de um fluido não newtoniano com modelo de potência no meio poroso, segundo *Odeh e Yang*^[16]

A equação parcial diferencial linearizada obtida por *Ikoku e Ramey*^[1,17] é ligeiramente diferente da equação (3.13), embora tenha sido utilizada a mesma hipótese básica para linearização:

$$\frac{\partial^2 p_{D_{nn}}}{\partial r_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{\partial p_{D_{nn}}}{\partial r_D} = nr_D^{1-n} \frac{\partial p_{D_{nn}}}{\partial t_{D_{nn}}} \quad (3.14)$$

A diferença existente entre estas duas equações linearizadas é decorrente de procedimentos distintos utilizados na linearização da equação (3.9). No desenvolvimento matemático apresentado a seguir utilizou-se a linearização obtida por *Odeh e Yang*^[16], pois os resultados obtidos com as soluções numéricas destas equações diferenciais em suas formas não lineares,

mostraram-se mais coerentes com a solução da equação linearizada obtida por *Odeh e Yang*. Os procedimentos utilizados para a obtenção destas equações linearizadas encontram-se no Apêndice G e a comparação entre estas duas linearizações a partir da solução numérica, encontra-se no Apêndice I.

3.1- O Caso do Reservatório Infinito

Considere a injeção de um fluido não newtoniano com modelo de potência a vazão constante em um reservatório infinito inicialmente saturado com um fluido não newtoniano com modelo de potência.

A equação diferencial parcial linearizada que representa tal comportamento é dada por:

$$\frac{\partial^2 p_{Dnn}}{\partial r_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} = r_D^{1-n} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{Dnn}}, \quad (3.1.1)$$

com as seguintes condições inicial e de contorno:

- Condição Inicial - A pressão inicial é igual a p_i em todo o reservatório, no tempo $t = 0$.

$$p_{Dnn}(r_D, 0) = 0 \quad (3.1.2)$$

- Condição de Contorno Interna - A vazão é constante no poço, ou seja em $r = r_w$.

$$\left(\frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = -1 \quad (3.1.3)$$

- Condição de Contorno Externa - A pressão, quando o raio r tende para infinito é igual a p_i .

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_{Dnn}(r_D, t_{Dnn}) = 0 \quad (3.1.4)$$

A) Solução Semi-Analítica

O sistema composto pela equação (3.1.1) e pelas condições inicial e de contorno (3.1.2) a (3.1.4) formam um problema de valor inicial e de contorno e pode ser resolvido através do método de *Transformada de Laplace*, resultando na seguinte expressão para a pressão adimensional (\bar{p}), no campo de Laplace:

$$\bar{p}(r_D, z) = \frac{r_D^{\frac{v}{1-v}} K_v \left[(1-v)\sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-v}} \right]}{z^{3/2} K_{1-v} \left[(1-v)\sqrt{z} \right]} \quad (3.1.5)$$

onde : z - é o argumento do campo de Laplace,

$$v = \frac{1-n}{3-n},$$

K_v - a função de Bessel Modificada de 2ª tipo de ordem v

K_{1-v} - a função de Bessel Modificada de 2ª tipo de ordem $1-v$.

A equação (3.1.5) é a *Transformada de Laplace* da solução geral para o comportamento do transiente de pressão durante a injeção à vazão constante de um fluido não newtoniano com modelo de potência em um reservatório infinito.

No poço , $r_D = 1$ e portanto :

$$\bar{p}(1, z) = \frac{K_v \left[(1-v)\sqrt{z} \right]}{z^{3/2} K_{1-v} \left[(1-v)\sqrt{z} \right]} \quad (3.1.6)$$

As equações (3.1.5) e (3.1.6) podem ser invertidas para o campo real numericamente, através do *Algoritmo de Stehfest*^[35]. A função de Bessel Modificada de ordem não inteira pode ser calculada utilizando uma subrotina do *Numerical Recipes*^[36].

Os resultados do comportamento do transiente de pressão no poço obtidos a partir da inversão numérica da equação (3.1.6) podem ser vistos nas figuras 3.1 e 3.2, que mostram o efeito do índice de fluxo n na variação da pressão adimensional no poço, durante a injeção de um fluido não newtoniano com modelo de potência em um reservatório infinito, onde p_{Dnnw} é a pressão adimensional no poço ($r_D = 1$)

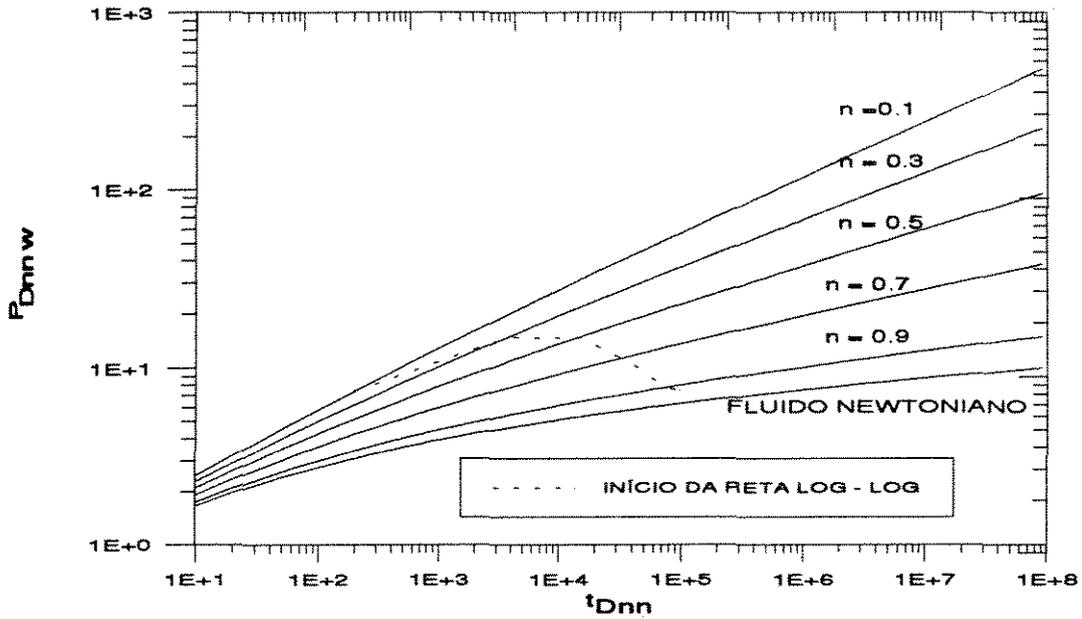


Figura 3.1- Gráfico log - log de Pressão Adimensional versus Tempo Adimensional para Fluxo de Fluidos Não Newtonianos com Modelo de Potência em Reservatório Infinito- $n = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7$ e 0.9

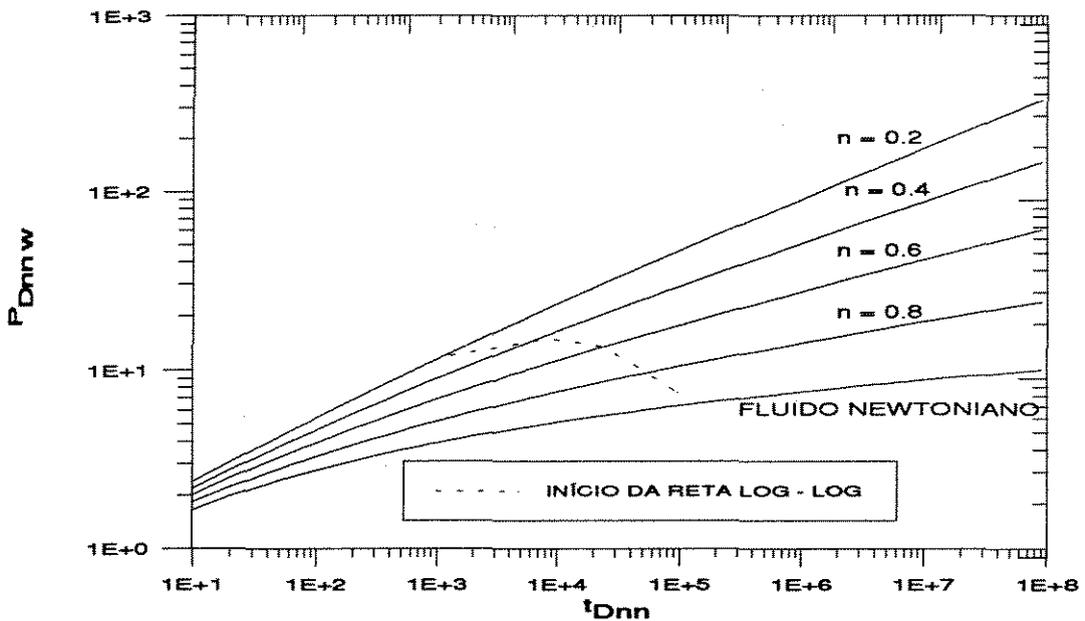


Figura 3.2- Gráfico log - log de Pressão Adimensional versus Tempo Adimensional para Fluxo de Fluidos Não Newtonianos com Modelo de Potência em Reservatório Infinito $n = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ e 0.99

Nos gráficos das figuras 3.1 e 3.2 nota-se que o aumento da pressão adimensional no poço, durante a injeção de um fluido não newtoniano com modelo de potência pode ser até dez vezes superior ao aumento de pressão observado na injeção de um fluido newtoniano. Ainda nestes gráficos observa-se um comportamento linear para tempos longos. A linha tracejada representa o provável início destas linhas retas log-log, que de acordo com *Ikoku e Ramey*^[11] podem ser estimadas a partir da seguinte expressão:

$$t_{Dnn} = 9.82 \times 10^4 n^{2.7} \quad (3.1.7)$$

A figura 3.3 mostra os gráficos de pressão adimensional versus o logaritmo do tempo adimensional para diversos valores do índice de fluxo n . Observa-se que, mesmo para grandes valores de tempo adimensional t_{Dnn} , estes gráficos exibem uma curvatura, ao contrário do que é observado no caso de fluidos newtonianos, que apresentam retas semi-log para longo tempo. No entanto, a medida que o índice de fluxo n tende para um (fluido newtoniano), as curvas de longo tempo tendem a uma linha reta semi-log.

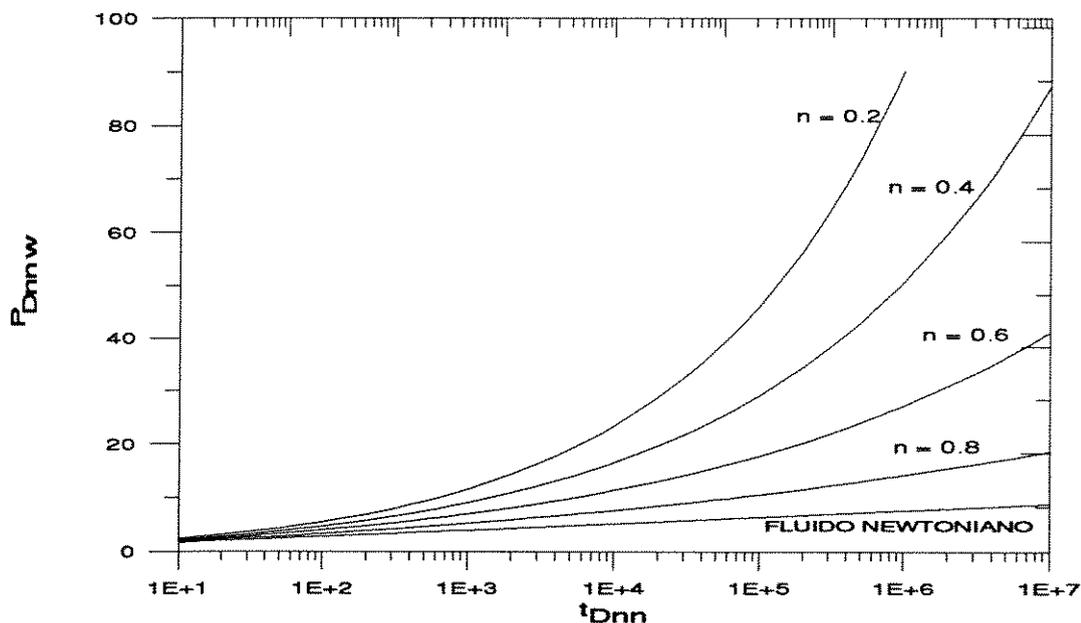


Figura 3.3-Gráfico Semi - log de Pressão Adimensional versus Tempo Adimensional para Fluxo de Fluidos Não Newtonianos com Modelo de Potência em Reservatório Infinito- $n = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ e 0.99 .

B) Solução Analítica Aproximada para Longo Tempo

Para obter uma solução analítica para a equação (3.1.1) será necessário fazer algumas aproximações na equação (3.1.6), de modo a se conseguir inverter esta equação para o campo real, através da utilização de transformadas inversas já conhecidas.

Na equação (3.1.6), considerando que o argumento z do campo de Laplace é pequeno, ou seja, que t_{Dnn} é grande, pode-se utilizar a seguinte aproximação para a função $K_\nu^{[1]}$:

$$K_\nu(x) = \frac{\pi I_{-\nu}(x) - I_\nu(x)}{2 \operatorname{sen}(\nu\pi)} = \frac{1}{2} \Gamma(\nu) \Gamma(1-\nu) [I_{-\nu}(x) - I_\nu(x)] \quad (3.1.8a)$$

onde: - $\Gamma(\nu)$ é a função Gama ,

- I_ν e $I_{-\nu}$, as funções de Bessel Modificadas de 1º tipo de ordem ν e $-\nu$ respectivamente.

As funções I_ν e $I_{-\nu}$ podem ser aproximadas pelas seguintes fórmulas de recorrência^[1]:

$$I_\nu(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{i! \Gamma(\nu+i+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{\nu+2i} \quad (3.1.8b)$$

$$I_{-\nu}(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{i! \Gamma(-\nu+i+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2i-\nu} \quad (3.1.8c)$$

Utilizando-se as expressões de (3.1.8a) a (3.1.8c) na equação (3.1.6) e efetuando-se algumas outras aproximações e manipulações algébricas, a equação resultante para a pressão adimensional no campo de Laplace, dada por *Ikoku e Ramey*^[1,17] e *Odeh e Yang*^[16], conforme demonstrado no Apêndice H (item H.1, equação H.1.24) será:

$$\begin{aligned} \bar{p}(z) = & \frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \left[\frac{1}{2} (1-\nu) \right]^{1-2\nu} z^{-(1+\nu)} - \frac{1}{2} \left(\frac{1-\nu}{\nu} \right) z^{-1} \\ & + \frac{1}{1-\nu} \left[\frac{1}{2} (1-\nu) \right]^{3-4\nu} \left[\frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \right]^2 z^{-2\nu} \end{aligned} \quad (3.1.9)$$

Invertendo a equação (3.1.9) para o campo real obtém-se a seguinte expressão para a pressão adimensional p_{Dnnw} :

$$p_{Dnnw} = \frac{1}{v} \left[\frac{1}{2} (1-v) \right]^{1-2v} \frac{1}{\Gamma(1-v)} t_{Dnn}^v - \frac{1}{2} \left(\frac{1-v}{v} \right) \quad (3.1.10)$$

A equação (3.1.10) é a solução analítica aproximada para o comportamento do transiente de pressão adimensional p_{Dnnw} em um reservatório radial infinito com injeção à vazão constante de um fluido não newtoniano com modelo de potência pseudo-plástico ($0 < n < 1$).

A figura 3.4 mostra a comparação entre os valores da pressão adimensional p_{Dnnw} calculados pela solução analítica aproximada, (equação (3.1.10)), e pela solução semi-analítica, obtida a partir da inversão numérica da equação (3.1.6). Observa-se que para valores de t_{Dnn} maiores do que 100 (que em termos dimensionais corresponde a cerca de poucos segundos), há uma boa concordância entre as duas soluções. Portanto, do ponto de vista prático a solução da equação (3.1.1) submetida as condições de contorno (3.1.2) a (3.1.4) pode ser representada pela equação (3.1.10).

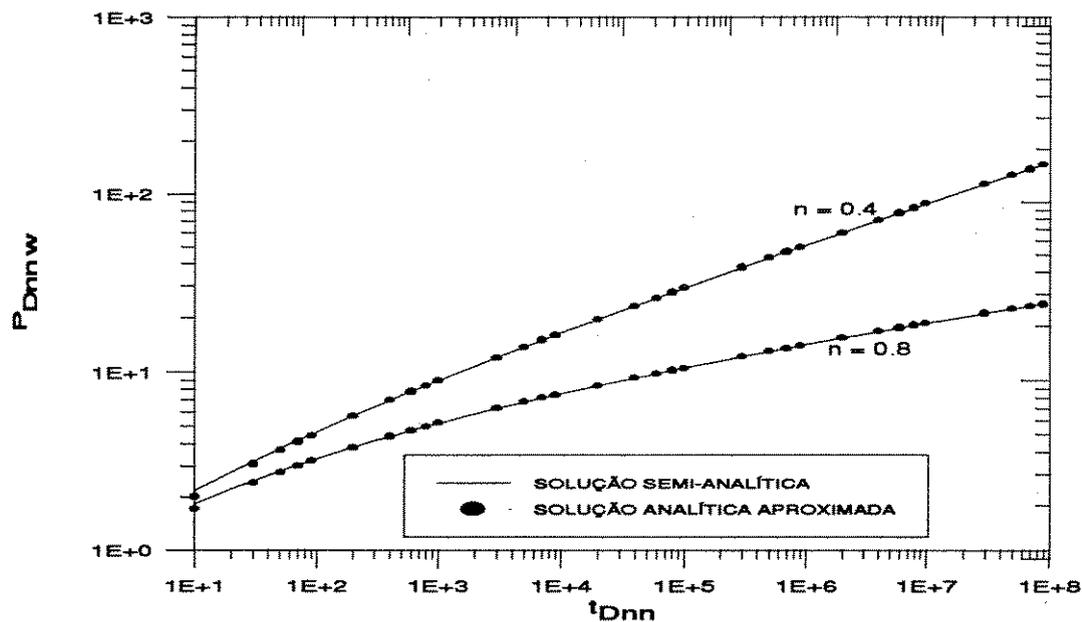


Figura 3.4- Comparação entre as Soluções Semi-analítica e Analítica Aproximada da Equação Diferencial Parcial Linearizada que Descreve o Fluxo de um Fluido Não Newtoniano com Modelo de Potência no Meio Poroso

A equação (3.1.10) indica que um gráfico cartesiano de p_{Dnnw} versus t_{Dnn}^v resultará em uma linha reta com inclinação m_D , dada por:

$$m_D = \frac{1}{v} \left[\frac{1}{2} (1-v) \right]^{1-2v} \frac{1}{\Gamma(1-v)} \quad (3.1.11)$$

e cuja intersecção com o eixo da pressão adimensional em t_{Dnn} igual a zero é $-\frac{1}{2} \left(\frac{1-v}{v} \right)$.

É possível deduzir outra forma de aproximação de longo tempo para obter a solução analítica da equação (3.1.1), considerando a seguinte aproximação para as funções de Bessel, quando a ordem v é fixa e o argumento x tende a zero^[1]:

$$K_v(x) \cong \frac{1}{2} \Gamma(v) \left(\frac{1}{2} x \right)^{-v} \quad (3.1.12)$$

e que resulta na seguinte expressão para a pressão adimensional no campo de Laplace:

$$\bar{p}(z) = \frac{\Gamma(v)}{\Gamma(1-v)} \left[\frac{1}{2} (1-v) \right]^{1-2v} z^{-(1+v)} \quad (3.1.13)$$

cuja inversão para o campo real resulta em :

$$p_{Dnnw} = \frac{1}{v} \left[\frac{1}{2} (1-v) \right]^{1-2v} \frac{1}{\Gamma(1-v)} t_{Dnn}^v \quad (3.1.14)$$

Este resultado é semelhante à equação (3.1.10) a menos do último termo entre parênteses. A equação (3.1.14) é uma aproximação razoável para grandes valores de t_{Dnn} quando o índice de fluxo n é menor do que 0.6. De acordo com *Ikoku e Ramey* [1] o tempo a partir do qual a solução aproximada de longo tempo pode ser utilizada para representar a solução exata pode ser estimado por:

$$t_{Dnn} = 8. \times 10^3 \left[\frac{1}{2} \frac{(1-v)}{v} \right]^{11.5} \quad (3.1.15)$$

C) Solução Numérica pelo Método de Douglas-Jones do Preditor-Corretor

Conforme já foi dito anteriormente a equação diferencial parcial que descreve o fluxo de um fluido não newtoniano com modelo de potência no meio poroso é não linear. Visando a obtenção de uma solução analítica aproximada, tal equação foi linearizada assumindo-se a hipótese de vazão constante em cada localização radial. Para avaliar a aproximação utilizada na linearização, será apresentada uma solução numérica para a equação diferencial na sua forma não linear.

A equação diferencial parcial adimensionalizada que descreve o fluxo de um fluido não newtoniano com modelo de potência em um meio poroso na sua forma não linear, é expressa por:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\mu^*}{\mu_{nn}} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{Dnn}} \quad (3.1.16)$$

onde:

$$\frac{\mu^*}{\mu_{nn}} = \left| \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right|^{1/n-1} \quad (3.1.16a)$$

Desenvolvendo a equação diferencial parcial não linear (3.1.16), e substituindo μ^*/μ_{nn} pela expressão (3.1.16a), obtém-se:

$$\frac{\partial^2 p_{Dnn}}{\partial r_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} = n \left(-\frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right)^{\frac{n-1}{n}} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{Dnn}} \quad (3.1.17)$$

Para o caso de um reservatório infinito submetido a injeção de um fluido não newtoniano com modelo de potência a vazão constante, tem-se as seguintes condições inicial e de contorno :

- Condição Inicial - A pressão inicial é igual a p_i em todo o reservatório, no tempo $t = 0$.

$$p_{Dnn}(r_D, 0) = 0 \quad (3.1.18)$$

- Condição de Contorno Interna - A vazão é constante no poço, ou seja em $r = r_w$.

$$\left(\frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = -1 \quad (3.1.19)$$

- Condição de Contorno Externa- A pressão, quando o raio r tende para infinito é igual a pressão inicial p_i .

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_{Dnn}(r_D, t_{Dnn}) = 0 \quad (3.1.20)$$

A equação (3.1.17) e as condições iniciais e de contorno (3.1.18) a (3.1.20) foram resolvidas numericamente pelo *Método de Douglas-Jones do Preditor-Corretor*^[1,34]. Neste método numérico as equações de diferenças finitas são modificações da técnica de *Crank-Nicolson*. Trata-se de um método de segunda ordem que tem como uma das principais vantagens gerar sistemas de equações lineares com matriz de coeficientes tridiagonais de fácil resolução. A descrição detalhada deste método e a sua aplicação ao sistema composto pelas equações (3.1.17) a (3.1.20) encontram-se no Apêndice I.

As figuras 3.5 e 3.6 mostram a comparação entre os resultados obtidos através da solução numérica pelo *Método de Douglas-Jones do Preditor-Corretor* e da solução analítica aproximada, para valores do índice de fluxo n , iguais a 0.4 e 0.8, respectivamente. A solução numérica apresenta valores de pressão adimensional um pouco maiores do que a solução analítica aproximada e a diferença entre as duas soluções diminui à medida que o índice de fluxo n tende para um, ou seja a medida que o fluido se aproxima do comportamento newtoniano. Na obtenção das soluções numéricas foram utilizados os seguintes parâmetros:

número de células - $N = 100$

incremento de espaço - $\Delta X = 0.1$

incremento de tempo $\Delta T = 1.0$

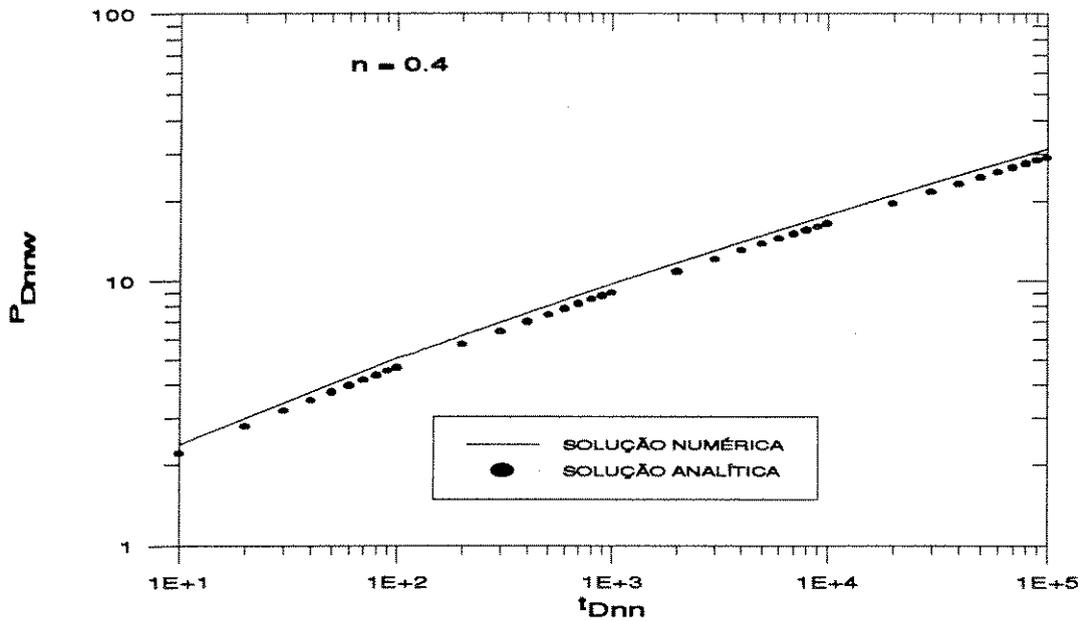


Figura 3.5- Comparação entre as Soluções Numérica e Analítica Aproximada - $n = 0.4$

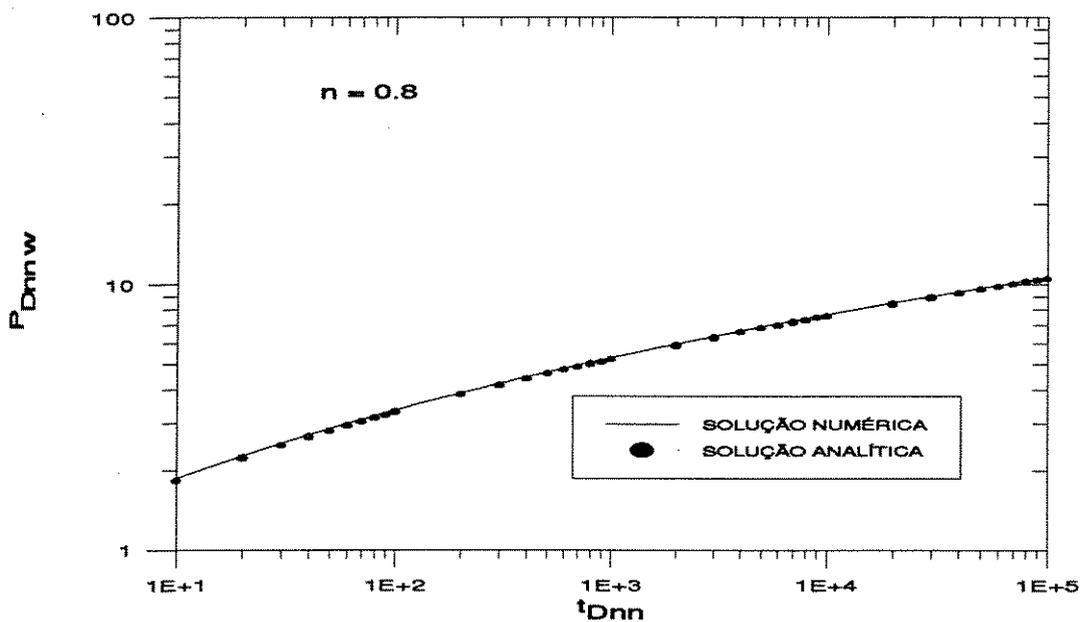


Figura 3.6- Comparação entre as Soluções Numérica e Analítica Aproximada- $n = 0.8$

A tabela 3.1 compara os valores da pressão adimensional p_{Dnnw} obtidos pelas soluções analítica aproximada e numérica. Do ponto de vista prático para valores de t_{Dnn} maiores do que 100 (poucos segundos), a solução analítica representa com razoável precisão o comportamento do fluxo transiente de um fluido não newtoniano com modelo de potência no meio poroso.

TABELA 3.1 - Comparação entre as Soluções Numérica e Analítica Aproximada

Diferença Percentual Absoluta(%)				
t_{Dnn}	$n = 0.2$	$n = 0.4$	$n = 0.6$	$n = 0.8$
10E+1	16.3	15.8	13.6	8.4
10E+2	11.6	9.9	6.3	2.9
10E+3	9.6	7.9	4.6	1.9
10E+4	9.3	7.2	4.1	1.5
10E+5	9.0	7.0	3.8	1.3

A tabela 3.2 mostra a comparação entre os valores obtidos para a inclinação m_D da reta cartesiana de p_{Dnnw} versus t_{Dnn}^v , para as soluções analítica aproximada e numérica. Observa-se que para valores do índice de fluxo n maiores do que 0.4, a solução analítica aproximada representa com boa precisão (erro menor do que 5 %) o comportamento do fluxo transiente de um fluido não newtoniano com modelo de potência no meio poroso

TABELA 3.2 - Comparação entre as soluções numérica e analítica aproximada - Inclinação da reta cartesiana (m_D)

n	m_D numérico	m_D analítico	diferença absoluta (%)
0.1	1.87	1.64	13.0
0.2	1.97	1.76	10.4
0.3	2.13	1.93	9.3
0.4	2.31	2.16	6.6
0.5	2.60	2.48	4.7
0.6	3.06	2.97	3.1
0.7	3.86	3.78	1.9
0.8	5.48	5.44	0.9
0.9	10.44	10.42	0.2

A aproximação utilizada para linearizar a equação diferencial não linear equivale a assumir que o fluxo é constante por toda locação radial, ou seja que tal fluxo equivale a uma série de fluxos permanentes. A equação que descreve o comportamento da pressão adimensional para o fluxo permanente de um fluido não newtoniano no meio poroso, conforme pode ser visto no Apêndice H (equação H.2.1.9) é dada por:

$$p_{Dnn} = \frac{1}{(1-n)} [r_{De}^{1-n} - r_D^{1-n}] \quad (3.1.21)$$

onde : $r_{De} = r_e / r_w$

Desta forma, a pressão adimensional, p_{Dnn} deve ser uma função linear de r_D^{1-n} . As figuras 3.7 e 3.8 mostram gráficos de p_{Dnn} versus r_D^{1-n} para diferentes valores de índice de fluxo n em vários tempos adimensionais t_{Dnn} obtidas a partir da solução numérica. Como pode ser visto, a pressão adimensional p_{Dnn} é razoavelmente linear com r_D^{1-n} na região próximo ao poço, portanto a equação diferencial linearizada é uma boa aproximação para o fluxo de um fluido não newtoniano com modelo de potência no meio poroso.

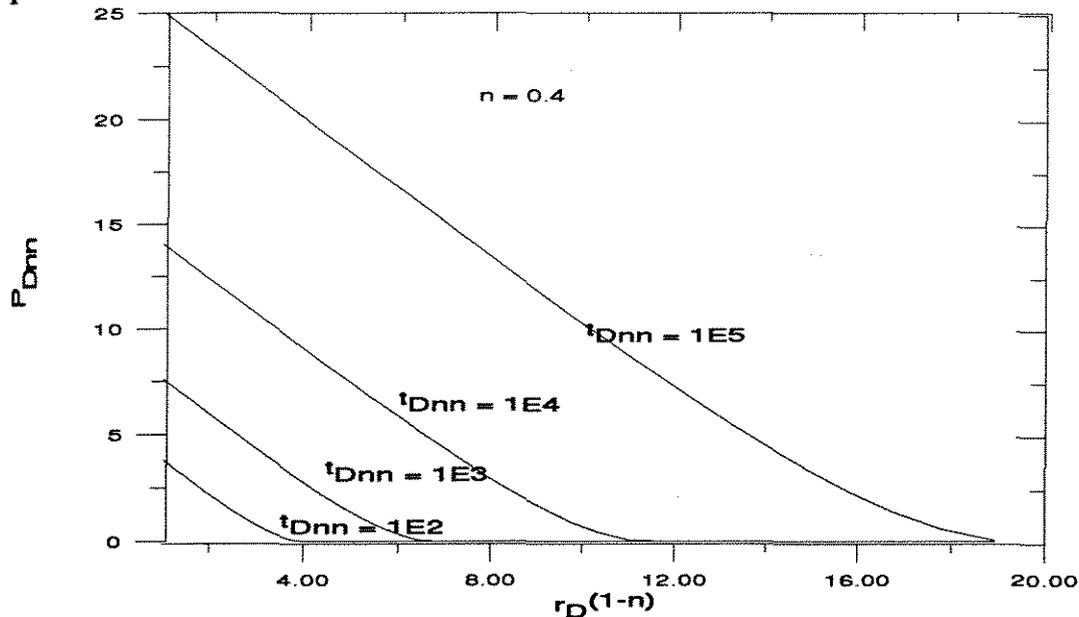


Figura 3.7- Gráfico de p_{Dnn} versus r_D^{1-n} para $n = 0.4$

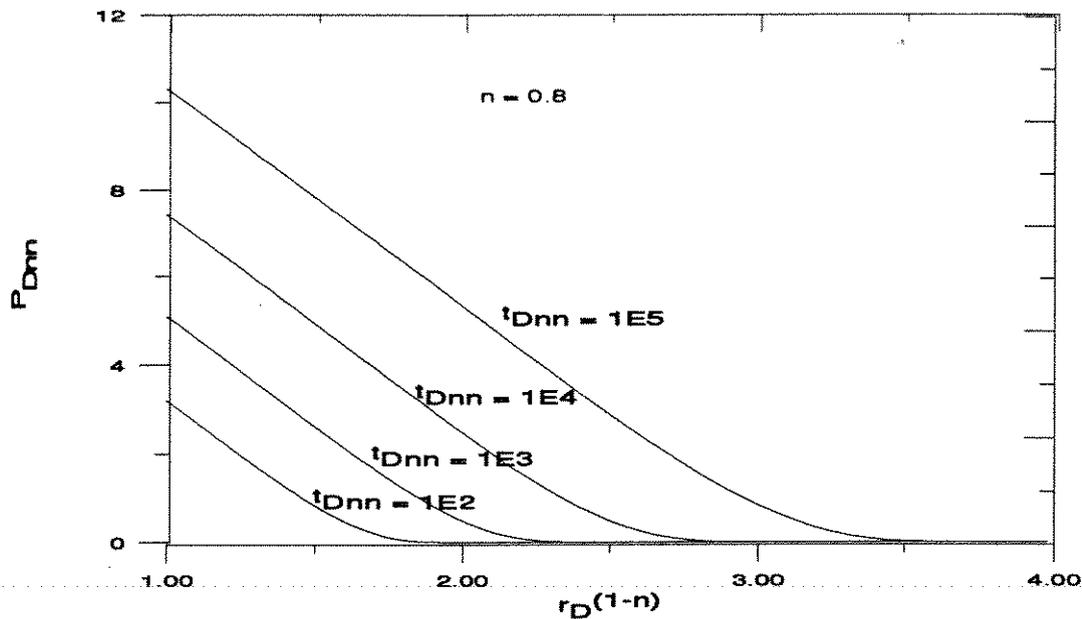


Figura 3.8-Gráfico de p_{Dnn} versus r_D^{1-n} para $n = 0.8$

D) A Estocagem e o Fator de Película

A estocagem e o fator de película distorcem o comportamento do transiente de pressão em um meio poroso, desta forma é importante investigar as consequências destes fenômenos. *Ikkoku e Ramey*^[1,19] incluíram os efeitos de estocagem e fator de película na solução do comportamento do transiente de pressão utilizando um simulador numérico, enquanto *Vongouthipornchai e Raghavan*^[21] apresentaram soluções analíticas aproximadas para curto e longo tempo, conforme será visto a seguir.

O modelo matemático para representar o problema do poço situado em um reservatório infinito submetido à injeção com vazão constante de um fluido não newtoniano com modelo de potência, com estocagem e efeito de película, baseia-se nas mesmas equações descritas no item 3.1 (equações 3.1.1 a 3.1.4), com exceção da condição de contorno interna que foi modificada para incorporar aqueles efeitos. A equação diferencial parcial que representa tal comportamento é dada por:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\mu^*}{\mu_{nn}} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{Dnn}} \quad (3.1.22)$$

Com as seguintes condições inicial e de contorno:

- Condição Inicial:

$$p_{Dnn}(r_D, 0) = 0 \quad (3.1.23)$$

Condição de Contorno Interna :

$$C_D \frac{\partial p_{Dnnw}}{\partial t_{Dnn}} - \left(\frac{\mu^*}{\mu_{nn}} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = 1 \quad (3.1.24)$$

onde C_D é o coeficiente de estocagem adimensional

$$p_{Dnnw}(t_D) = p_{Dnn}(1, t_{Dnn}) - s \left(\frac{\mu^*}{\mu_{nn}} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} \quad (3.1.25)$$

- Condição de Contorno Externa:

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_{Dnn}(r_D, t_{Dnn}) = 0 \quad (3.1.26)$$

A relação μ^*/μ_{nn} é função da vazão na face da formação e esta por sua vez é função do tempo, portanto as equações (3.1.22) a (3.1.26) constituem um sistema de equações diferenciais parciais não lineares.

Para linearizar o sistema, será assumida a mesma hipótese utilizada no item 3.1B, ou seja, μ^*/μ_{nn} será aproximada por um perfil de viscosidade de fluxo permanente:

$$\frac{\mu^*}{\mu_{nn}} = r_D^{n-1} \quad (3.1.27)$$

E o sistema constituído pelas equações (3.1.22) a (3.1.26) ficará:

$$\frac{\partial^2 p_{Dnn}}{\partial r_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} = r_D^{1-n} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{Dnn}} \quad (3.1.28)$$

$$p_{Dnn}(r_D, 0) = 0 \quad (3.1.29)$$

$$C_D \frac{\partial p_{Dnnw}}{\partial t_{Dnn}} - \left(r_D^{n-1} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = 1 \quad (3.1.30)$$

$$p_{Dnnw}(t_{Dnn}) = p_{Dnn}(1, t_{Dnn}) - s \left(r_D \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} \quad (3.1.31)$$

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_{Dnn}(r_D, t_{Dnn}) = 0 \quad (3.1.32)$$

Aplicando *Transformada de Laplace* ao sistema constituído pelas equações (3.1.28) a (3.1.32), obtém-se a seguinte expressão para a pressão adimensional no poço ($r_D = 1$) no campo de Laplace (Apêndice J, equação J.25b):

$$\bar{p}_{wD} = \frac{1}{z^2 C_D \left\{ 1 + \frac{K_{1-\nu}[(1-\nu)\sqrt{z}]}{z^{1/2} C_D [K_\nu[(1-\nu)\sqrt{z}] + s\sqrt{z} K_{1-\nu}[(1-\nu)\sqrt{z}]]} \right\}} \quad (3.1.33)$$

onde z é o argumento do campo de Laplace

A equação (3.1.33) pode ser invertida numericamente através do *Algoritmo de Stehfest*^[35].

As figuras 3.9 e 3.10 mostram o comportamento da pressão adimensional p_{Dnnw} para um poço sob injeção a vazão constante de um fluido não newtoniano com modelo de potência, para diferentes pares de coeficiente de estocagem adimensional C_D e fator de película s e para diferentes valores do índice de fluxo n , obtidos a partir da inversão numérica da equação (3.1.33).

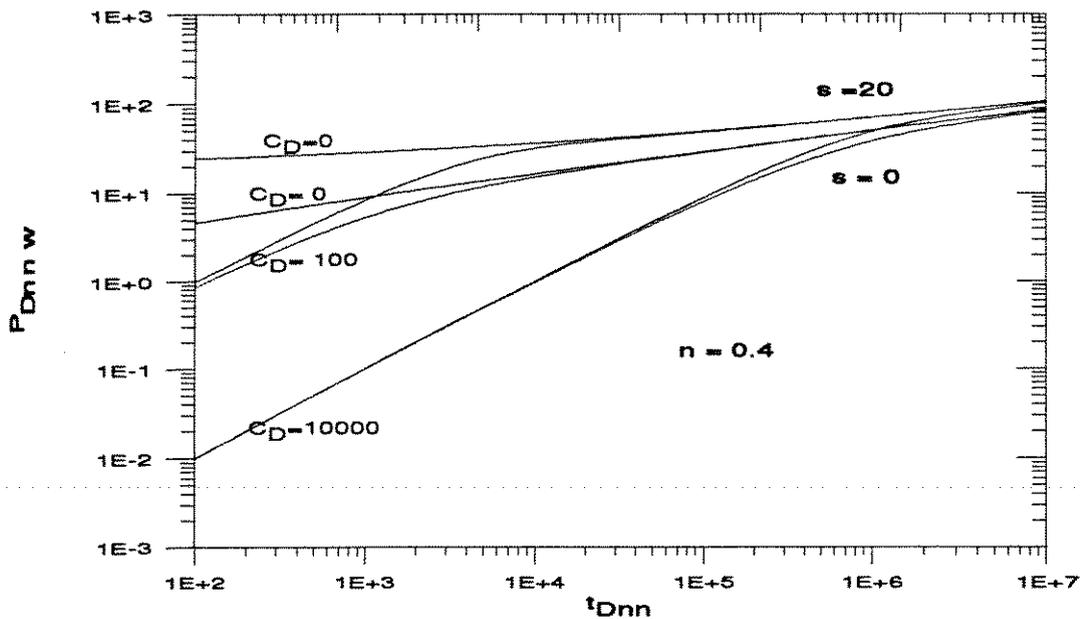


Figura 3.9- Influência da Estocagem e do Fator de Película
Solução Semi-analítica $n = 0.4$

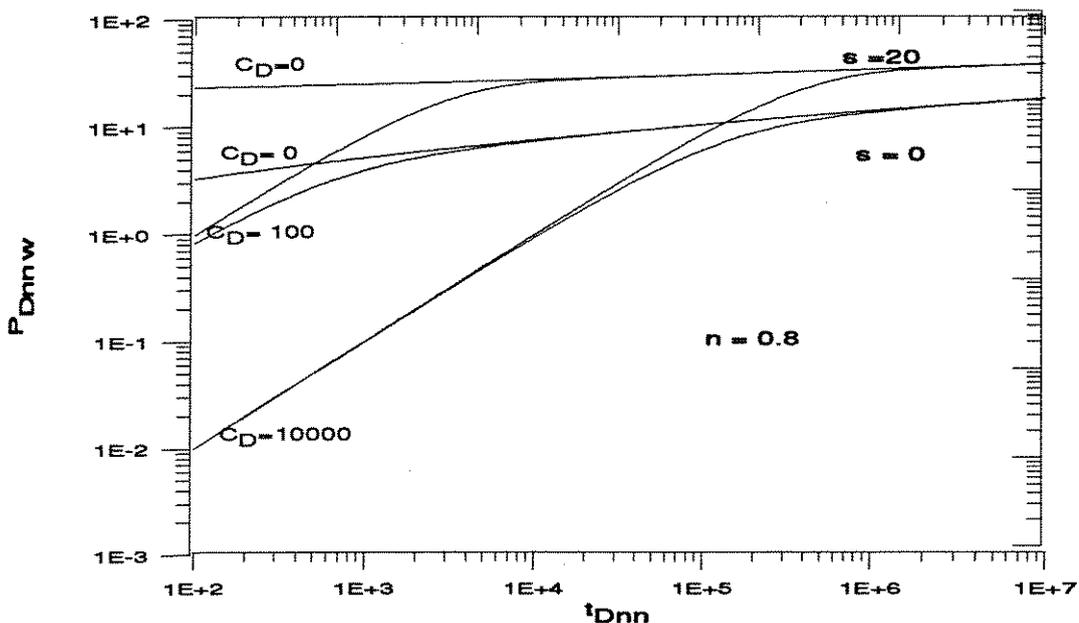


Figura 3.10-Influência da Estocagem e do Fator de Película
Solução Semi-analítica $n = 0.8$

Para tempos curtos observa-se uma reta de inclinação unitária, indicando um período dominado por estocagem. A duração deste período é função do fator de película s e do índice de fluxo n , para um mesmo coeficiente de estocagem C_D . A medida que o tempo cresce a inclinação diminui até encontrar a curva de C_D igual a zero, quando cessam os efeitos

de estocagem. O tempo para que a resposta de pressão do poço não seja mais influenciada pela estocagem também é função do índice de fluxo n e do fator de película s . Segundo *Ikkoku e Ramey*^[1], a duração dos efeitos de estocagem pode ser estimada a partir da seguinte expressão:

$$t_{Dnn} = (60 + 3.5s) \frac{C_D}{n^2} \quad (3.1.34)$$

Utilizando-se aproximações assintóticas para curto e longo tempo pode-se obter soluções analíticas para a equação (3.1.33), conforme será visto a seguir.

SOLUÇÃO APROXIMADA DE CURTO TEMPO^[21]

Para curto tempo, tem-se que:

$$t_{Dnn} \rightarrow 0, \text{ logo } z \rightarrow \infty$$

Sabendo que quando $z \rightarrow \infty$, $K_{1-\nu}(x) = K_\nu(x)$, então (3.1.33) ficará como :

$$\bar{P}_{wD} = \frac{1}{z^2 C_D \left\{ 1 + \frac{1}{z^{1/2} C_D [1 + s\sqrt{z}]} \right\}} \quad (3.1.35)$$

Na equação acima o termo entre colchetes $[1 + s\sqrt{z}] \cong s\sqrt{z}$ pois $z \rightarrow \infty$, e a equação resultante será:

$$\bar{P}_{wD} = \frac{1}{z^2 C_D \left(1 + \frac{1}{z C_D s} \right)} \quad (3.1.36)$$

Como $z \rightarrow \infty$, o termo entre parênteses no denominador pode ser aproximado por:

$$\left(1 + \frac{1}{z C_D s} \right) \cong 1 \quad (3.1.37)$$

Resultando em :

$$\bar{p}_{wD} = \frac{1}{z^2 C_D} \quad (3.1.38)$$

Invertendo a equação (3.1.37) para o campo real:

$$P_{Dnnw} = \frac{t_{Dnn}}{C_D} \quad (3.1.39)$$

A equação (3.1.39) é a *Solução Analítica Aproximada para Curto Tempo*, que descreve o comportamento da pressão adimensional em um poço submetido a injeção de um fluido não newtoniano com modelo de potência a vazão constante, com estocagem e fator de película. É importante observar que este resultado é idêntico ao resultado obtido para o fluido newtoniano, sob as mesmas condições.

SOLUÇÃO APROXIMADA DE LONGO TEMPO^[21]

Para longo tempo $t_{Dnn} \rightarrow \infty$, portanto $z \rightarrow 0$

Na equação (3.1.33) definindo-se :

$$G(z) = \frac{K_v [(1-\nu)\sqrt{z}]}{\sqrt{z} K_{1-\nu} [(1-\nu)\sqrt{z}]} + s \quad (3.1.40)$$

resulta em :

$$\bar{p}_{wD} = \frac{G(z)}{z [z C_D G(z) + 1]} \quad (3.1.41)$$

Como $z \rightarrow 0$, pode-se utilizar a seguinte aproximação para o termo entre colchetes da equação acima:

$$\frac{1}{1 + z C_D G(z)} \cong 1 - z C_D G(z) \quad (3.1.42)$$

e a equação (3.1.41) ficará:

$$\bar{p}_{wD} = \frac{G(z)}{z} [1 - z C_D G(z)] \quad (3.1.43):$$

Ou ainda:

$$\bar{p}_{wD} = \frac{K_\nu[(1-\nu)\sqrt{z}]}{z^{3/2}K_{1-\nu}[(1-\nu)\sqrt{z}]} + \frac{s}{z} - \frac{C_D}{z} \left\{ \frac{K_\nu[(1-\nu)\sqrt{z}]}{K_{1-\nu}[(1-\nu)\sqrt{z}]} \right\}^2 \quad (3.1.44)$$

Utilizando-se algumas aproximações para as funções de Bessel modificadas de segundo tipo K_ν e $K_{1-\nu}$ a equação acima ficará como:

$$\begin{aligned} \bar{p}_{wD}(z) &= \frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \left[\frac{1}{2}(1-\nu) \right]^{1-2\nu} z^{-(1+\nu)} - \frac{1}{2} \left(\frac{1-\nu}{\nu} \right) z^{-1} \\ &+ \frac{1}{1-\nu} \left[\frac{1}{2}(1-\nu) \right]^{3-4\nu} \left[\frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \right]^2 z^{-2\nu} + \frac{s}{z} \\ &+ C_D \left[\frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \right]^2 \left[\frac{1}{2}(1-\nu) \right]^{2(1-2\nu)} \frac{1}{z^{2\nu}} \end{aligned} \quad (3.1.45)$$

E invertendo para o campo real, obtém-se a seguinte expressão para a pressão adimensional no poço:

$$\begin{aligned} p_{Dnnw} &= \frac{1}{\nu\Gamma(1-\nu)} \left[\frac{1}{2}(1-\nu) \right]^{1-2\nu} t_{Dnn}^\nu - \frac{1}{\nu} \left(\frac{1-\nu}{2} \right) + s \\ &- \frac{1}{1-\nu} \left[\frac{1}{2}(1-\nu) \right]^{3-4\nu} \left[\frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \right]^2 \frac{(C_D - 1/2)}{\Gamma(2\nu)} t_{Dnn}^{2\nu-1} + \mathcal{O}(t_{Dnn}^{\nu-1}) \end{aligned} \quad (3.1.46)$$

A equação (3.1.46) é a *Solução Analítica Aproximada para Longo Tempo*^[21], que descreve o comportamento da pressão adimensional em um poço submetido a injeção de um fluido não newtoniano com modelo de potência a vazão constante, com estocagem e fator de película. É importante observar que a medida que o tempo adimensional t_{Dnn} cresce, o termo $t_{Dnn}^{2\nu-1}$ fica pequeno e nestas condições a resposta de pressão é idêntica ao resultado obtido quando não há estocagem e fator de película s . (item 3.1B - (equação 3.1.10))

Os gráficos das figuras 3.11 e 3.12 mostram a comparação entre a solução analítica aproximada para longo tempo e a solução semi-analítica obtida através da inversão numérica da equação (3.1.33). Observa-se que as diferenças entre as duas soluções somente são visíveis no período de transição entre a estocagem pura e a região sem influência de estocagem.

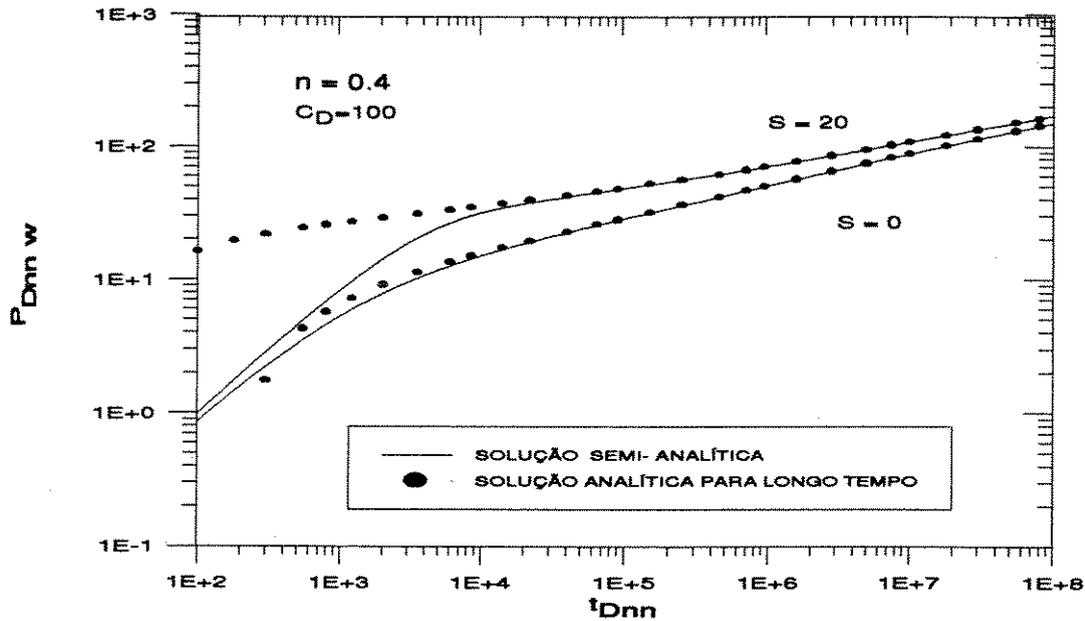


Figura 3.11- Influência da Estocagem e do Fator de Película
 Comparação entre as Soluções Semi-analítica e
 Analítica Aproximada - $n = 0.4$

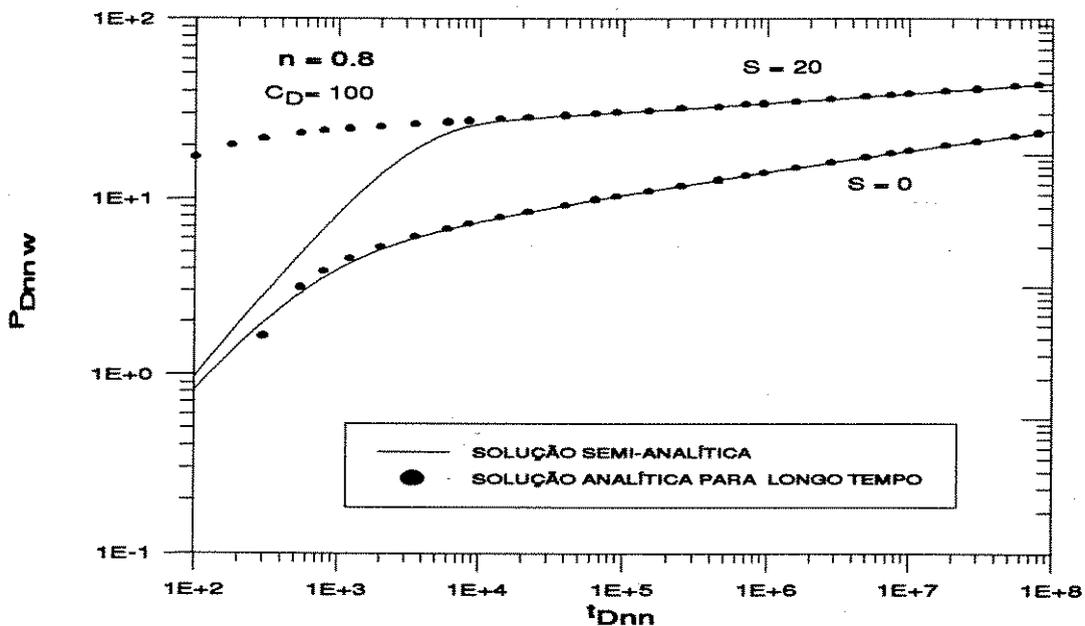


Figura 3.12- Influência da Estocagem e do Fator de Película
 Comparação entre as Soluções Semi-analítica e
 Analítica Aproximada - $n = 0.8$

3.2- O Caso do Reservatório Limitado

A) Reservatório com Fronteira Externa Selada

Considere a injeção de um fluido não newtoniano com modelo de potência a vazão constante em um reservatório cilíndrico limitado com geometria de fluxo radial e fronteira externa selada. A equação diferencial parcial linearizada que representa tal comportamento é dada por:

$$\frac{\partial^2 p_{Dnn}}{\partial r_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} = r_D^{1-n} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{Dnn}} \quad (3.2.1)$$

Com as seguintes condições inicial e de contorno:

- Condição Inicial - A pressão inicial é igual a p_i em todo o reservatório, no tempo $t = 0$.

$$p_{Dnn}(r_D, 0) = 0 \quad (3.2.2)$$

Condição de Contorno Interna - A vazão é constante no poço, ou seja em $r = r_w$.

$$\left(\frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = -1 \quad \text{para } t_{Dnn} > 0 \quad (3.2.3)$$

- Condição de Contorno Externa - Não há fluxo na fronteira externa, ou seja:

$$\left(\frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right)_{r_D=r_{De}} = 0 \quad \text{para } t_{Dnn} > 0 \quad (3.2.4)$$

O sistema constituído pela equação (3.2.1) e pelas condições inicial e de contorno (3.2.2) a (3.2.4) pode ser resolvido através de *Transformada de Laplace*, resultando na seguinte expressão para a pressão adimensional (Apêndice H, item H.2.2):

$$\bar{p}(r_D, z) = \frac{r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \left\{ K_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] I_\nu \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] + I_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] K_\nu \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] \right\}}{z^{3/2} \left\{ I_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] K_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right] - K_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] I_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right] \right\}} \quad (3.2.5)$$

A equação(3.2.5) é a solução geral no campo de Laplace para o comportamento da pressão em um reservatório cilíndrico limitado sem fluxo na fronteira externa, submetido a injeção de um fluido não newtoniano com modelo de potência a vazão constante, em um poço localizado no centro do reservatório.

No poço $r_D = 1$:

$$\bar{p}(1, z) = \frac{K_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] I_\nu \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right] + I_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] K_\nu \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right]}{z^{3/2} \left\{ I_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] K_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right] - K_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] I_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right] \right\}} \quad (3.2.6)$$

A equação (3.2.6) pode ser invertida numericamente através do *Algoritmo de Stehfest*^[35]. A figura 3.13 ilustra o comportamento da pressão adimensional no poço em função do tempo adimensional t_{Dnn} para o caso de injeção de um fluido não newtoniano com modelo de potência a vazão constante em um reservatório com fronteira externa selada. Neste gráfico pode-se observar que a pressão adimensional p_{Dnnw} aumenta a medida que o índice de fluxo n diminui, entretanto para um determinado valor de raio adimensional as curvas de pressão adimensional para diferentes valores de índice de fluxo n , tendem a convergir para uma curva única para grandes valores de t_{Dnn} .

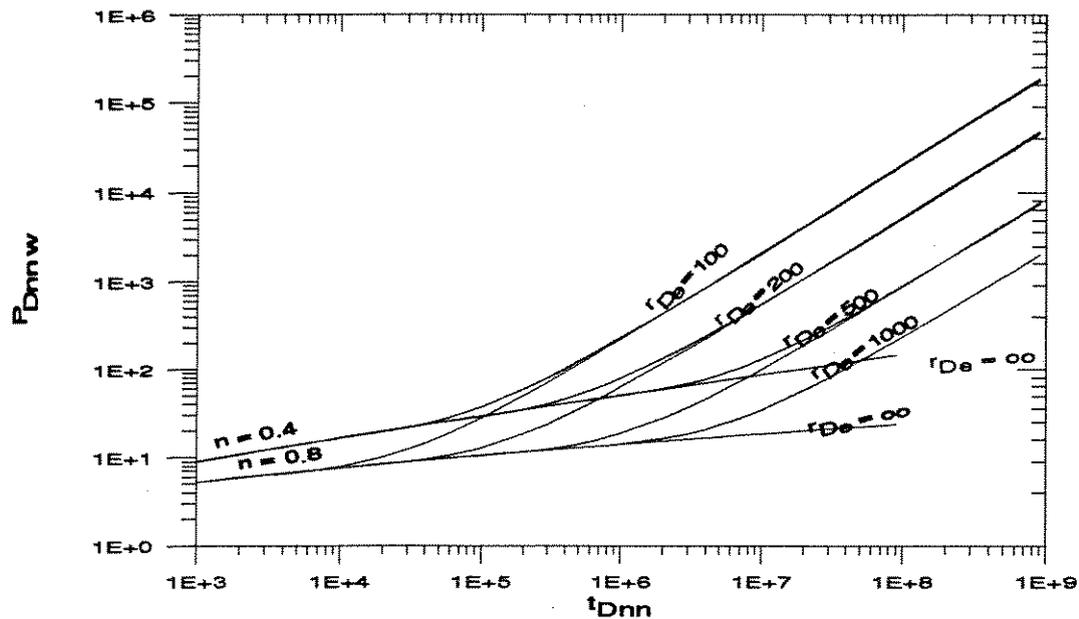


Figura 3.13-Pressão Adimensional versus Tempo Adimensional para Reservatórios com Fronteira Externa Selada

B) Reservatório com Manutenção de Pressão na Fronteira Externa

Considere a injeção de um fluido não newtoniano com modelo de potência a vazão constante em um reservatório cilíndrico limitado com geometria de fluxo radial e com manutenção de pressão na fronteira externa. A equação diferencial parcial linearizada que representa tal comportamento é dada por:

$$\frac{\partial^2 p_{Dnn}}{\partial r_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} = r_D^{1-n} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{Dnn}} \quad (3.2.7)$$

Com as seguintes condições inicial e de contorno:

- Condição Inicial - A pressão inicial é igual a p_i em todo o reservatório, no tempo $t = 0$.

$$p_{Dnn}(r_D, 0) = 0 \quad (3.2.8)$$

Condição de Contorno Interna - A vazão é constante no poço, ou seja em $r = r_w$.

$$\left(\frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = -1 \text{ para } t_{Dnn} > 0 \quad (3.2.9)$$

- Condição de Contorno Externa- A pressão no raio $r = r_e$ é igual a p_i , para qualquer tempo $t > 0$:

$$p_{Dnn}(r_{De}, t_D) = 0 \quad \text{para } t_{Dnn} > 0 \quad (3.2.10)$$

O sistema constituído pela equação (3.2.7) e pelas condições inicial e de contorno (3.2.8) a (3.2.10) pode ser resolvido através de *Transformada de Laplace*, resultando na seguinte expressão para a pressão adimensional^[1,19]:

$$\bar{p}(r_D, z) = \frac{r_D^{\frac{v}{1-v}} \left\{ I_\nu \left[(1-v)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1-v}{1-v}} \right] K_\nu \left[(1-v)\sqrt{z} r_D^{\frac{1-v}{1-v}} \right] - K_\nu \left[(1-v)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1-v}{1-v}} \right] I_\nu \left[(1-v)\sqrt{z} r_D^{\frac{1-v}{1-v}} \right] \right\}}{z^{3/2} \left\{ I_{1-\nu} \left[(1-v)\sqrt{z} \right] K_\nu \left[(1-v)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1-v}{1-v}} \right] + K_{1-\nu} \left[(1-v)\sqrt{z} \right] I_\nu \left[(1-v)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1-v}{1-v}} \right] \right\}} \quad (3.2.11)$$

No poço $r_D = 1$:

$$\bar{p}(1, z) = \frac{I_\nu \left[(1-v)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1-v}{1-v}} \right] K_\nu \left[(1-v)\sqrt{z} \right] - K_\nu \left[(1-v)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1-v}{1-v}} \right] I_\nu \left[(1-v)\sqrt{z} \right]}{z^{3/2} \left\{ I_{1-\nu} \left[(1-v)\sqrt{z} \right] K_\nu \left[(1-v)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1-v}{1-v}} \right] + K_{1-\nu} \left[(1-v)\sqrt{z} \right] I_\nu \left[(1-v)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1-v}{1-v}} \right] \right\}} \quad (3.2.12)$$

A equação (3.2.12) pode ser invertida numericamente através do *Algoritmo de Stehfest*^[35]. As figuras 3.14 e 3.15 ilustram o comportamento da pressão adimensional no poço, em função do tempo adimensional para o caso de injeção de um fluido não newtoniano com modelo de potência a vazão constante em um reservatório com manutenção de pressão na fronteira externa. Nestes gráficos, assim como no caso de reservatório com fronteira externa selada, observa-se que a pressão adimensional p_{Dnnw} aumenta a medida que o índice de fluxo n diminua.

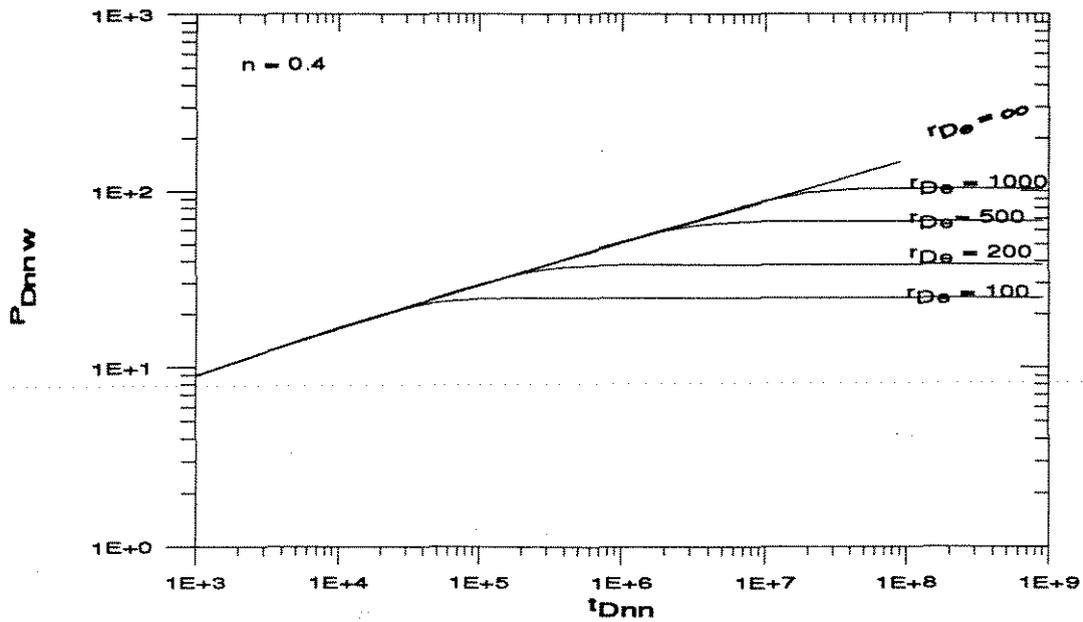


Figura 3.14-Pressão Adimensional versus Tempo Adimensional para Reservatórios com Manutenção de Pressão na Fronteira Externa $n = 0.4$

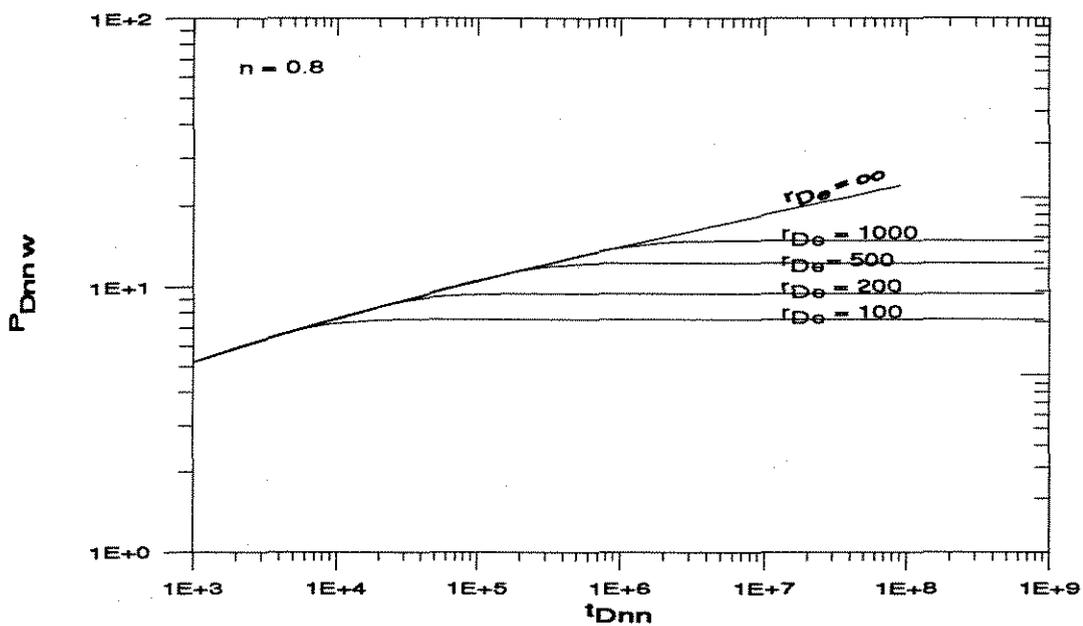


Figura 3.15-Pressão Adimensional versus Tempo Adimensional para Reservatórios com Manutenção de Pressão na Fronteira Externa $n = 0.8$

As figuras 3.16 e 3.17 mostram conjuntamente o comportamento da pressão adimensional no poço em função do tempo adimensional para reservatórios cilíndricos limitados com geometria de fluxo radial, com e sem manutenção de pressão na fronteira externa e para índices de fluxos n iguais a 0.4 e 0.8.

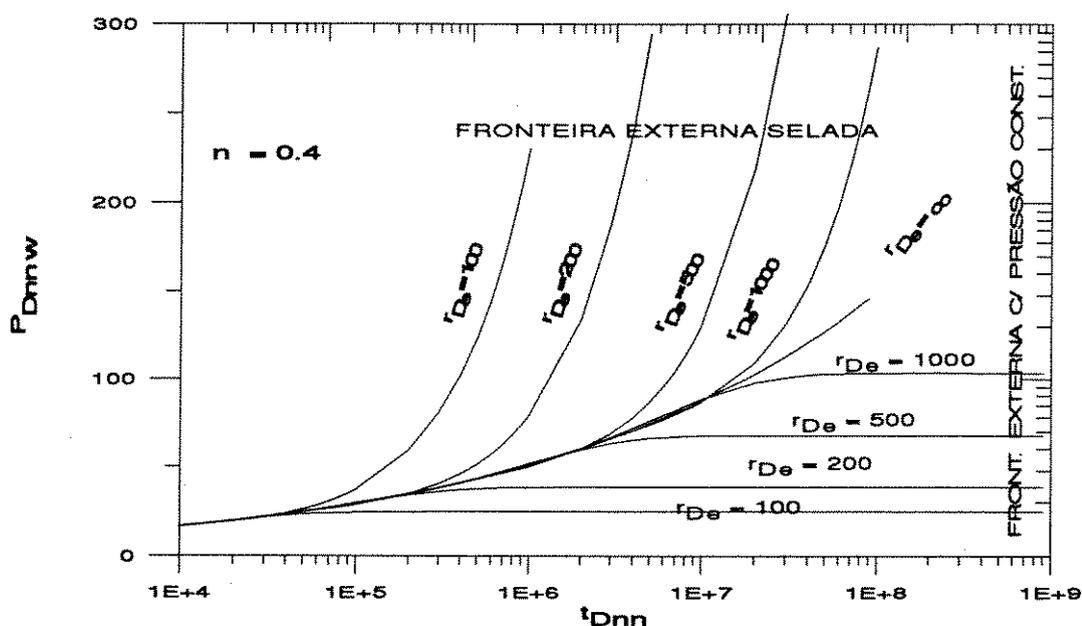


Figura 3.16-Pressão Adimensional versus Tempo Adimensional para Reservatórios Limitados - $n = 0.4$

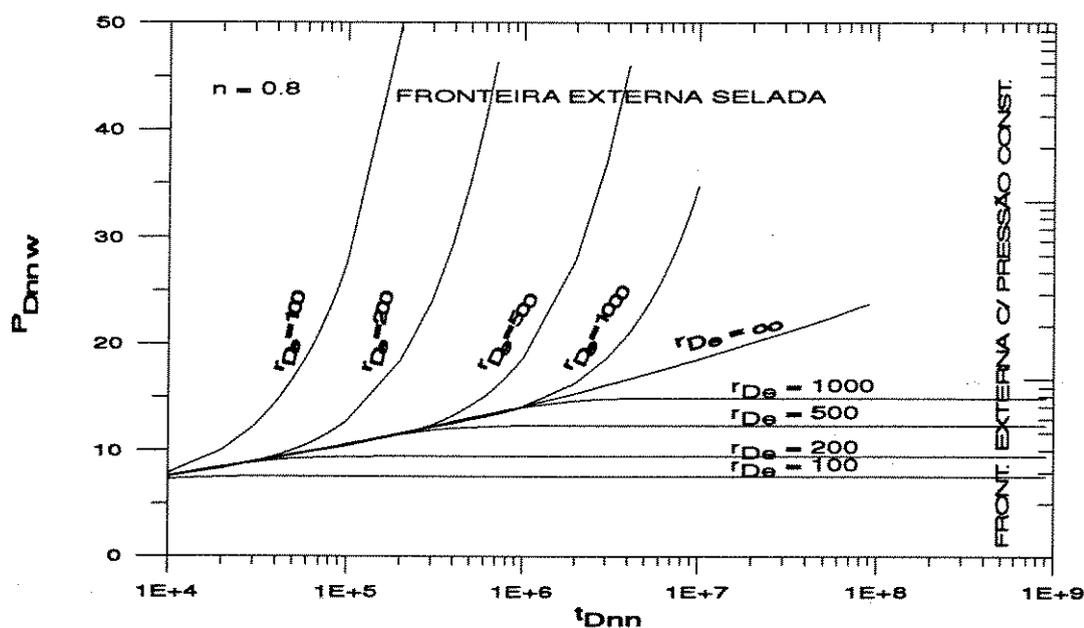


Figura 3.17-Pressão Adimensional versus Tempo Adimensional para Reservatórios Limitados $n = 0.8$

Capítulo 4

O Simulador Numérico SIMPAR - Opção Polímero

O simulador numérico SIMPAR é um simulador de reservatórios "black-oil", trifásico, tridimensional desenvolvido pela PETROBRÁS/CENPES^[31], cuja formulação é feita em termos de frações mássicas globais ao invés da formulação tradicional de saturações.

A opção Polímero foi implementada nas formulações IMPES e totalmente implícita. A dispersão numérica do polímero é controlada através da utilização de um esquema de ordem superior. As equações básicas utilizadas encontram-se descritas em *Prais e Pinto*.^[32]

O polímero foi introduzido como um quarto componente e somente flui na fase aquosa, cuja viscosidade é afetada pela sua presença. A dependência da viscosidade da fase aquosa em relação à concentração do polímero foi modelada com base na *Equação de Flory-Huggins*^[8]:

$$\mu_p = \mu_a (1 + a_1 C_p + a_2 C_p^2 + a_3 C_p^3) \quad (4.1)$$

onde :- μ_p é a viscosidade da fase aquosa em presença do polímero,
- μ_a a viscosidade da água pura,
- C_p a concentração de polímero,
- a_1, a_2, a_3 , são constantes de ajuste determinadas experimentalmente

A viscosidade da fase aquosa também pode ser afetada pela velocidade do escoamento, cujo efeito está associado ao modelo reológico da solução polimérica. No SIMPAR a opção Polímero permite tratar a solução polimérica como fluido newtoniano ou como fluido não newtoniano. No primeiro caso admite-se que a viscosidade do meio poroso não depende da velocidade do escoamento. No segundo caso, a dependência da viscosidade em relação à velocidade do escoamento foi modelada com base no modelo reológico de *Carreau*^[2,13]:

$$\mu = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) [1 + (\beta\tau)^e]^{-\alpha} \quad (4.2)$$

onde: $-\mu_0$ é a viscosidade do fluido para taxas de cisalhamento muito baixas , em que o comportamento do fluido é newtoniano,
 $-\mu_\infty$ a viscosidade do fluido para taxas de cisalhamento muito altas, em que o comportamento do fluido volta a ser newtoniano,
 $-\tau$ a tensão de cisalhamento,
 $-e$ um expoente obtido do ajuste dos dados experimentais, normalmente igual a 2.
 $-\alpha$ e β são parâmetros de ajuste que são dependentes da concentração do polímero.

Os parâmetros α e β são calculados a partir das seguintes correlações:

$$\alpha = \exp(A_\alpha C_p + B_\alpha) \quad (4.3a)$$

$$\beta = C_p^{e\beta} \exp(A_\beta C_p + B_\beta) \quad (4.3b)$$

As constantes A_α , B_α , A_β e B_β são dados de entrada do SIMPAR e são obtidas a partir das correlações efetuadas com dados reológicos do polímero para diferentes concentrações^[33]. O fator de tortuosidade C normalmente é incluído no parâmetro β .

Os parâmetros α e β estão relacionados aos parâmetros do modelo de potência (índice de fluxo n , índice de consistência H e viscosidade da solução polimérica para baixas taxas de cisalhamento (μ_0)), a partir das seguintes relações:

$$\alpha = \frac{1-n}{en} \quad (4.4a)$$

$$\beta = \left(\frac{H}{\mu_0} \right)^{\frac{1}{n-1}} \quad (4.4b)$$

A tensão de cisalhamento τ , é calculada a partir da expressão da taxa de cisalhamento aparente no meio poroso ($\dot{\gamma}_{app}$) e da Lei de Darcy. Conforme foi visto no Apêndice E, a expressão para a taxa de cisalhamento aparente $\dot{\gamma}_{app}$ no meio poroso é dada por:

$$\dot{\gamma}_{app} = \frac{C}{\sqrt{2}} \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^{\frac{n}{n-1}} \frac{u}{\sqrt{K\phi}} \quad (4.5)$$

onde: - C é o fator de tortuosidade do meio poroso,
 - n , o índice de fluxo do fluido não newtoniano,
 - u, a velocidade do fluido no meio poroso (Darcy)
 - K, a permeabilidade do meio poroso e
 - ϕ a porosidade do meio poroso.

Extendendo a expressão acima para o fluxo multifásico e expressando o termo entre colchetes em função do parâmetro α :

$$\dot{\gamma}_{app} = \frac{C}{\sqrt{2}} \left(\frac{4}{4 + e\alpha} \right)^{\frac{1}{e\alpha}} \frac{u}{\sqrt{Kk_{rw}\phi S_w}} \quad (4.6)$$

onde S_w e k_{rw} são respectivamente, a saturação da fase água e a permeabilidade relativa da fase água em presença de polímero.

Usando a Lei de Darcy e a relação entre τ e $\dot{\gamma}_{app}$, obtém-se a seguinte expressão para a tensão de cisalhamento τ :

$$|\tau| = \frac{C}{\sqrt{2}} \left(\frac{4}{4 + e\alpha} \right)^{\frac{1}{e\alpha}} \frac{\sqrt{K/\phi}}{L} \sqrt{k_{rw}/S_w} |\Delta\Phi| \quad (4.7)$$

onde $|\Delta\Phi|$ é a diferença de potencial.

Substituindo a expressão acima no modelo de *Carreau* (equação 4.2) e fazendo algumas manipulações algébricas vem que:

$$\mu_m = \mu_0 F_{cor} \quad (4.8)$$

ou seja, a viscosidade não newtoniana do fluido na taxa de cisalhamento é a viscosidade newtoniana multiplicada por um fator de correção F_{cor} que tem a seguinte expressão:

$$F_{cor} = \mu_r + (1 - \mu_r) \left\{ 1 + \left[1 + \frac{C}{\sqrt{2}} \left(\frac{4}{4 + e\alpha} \right)^{\frac{1}{e\alpha}} \beta \frac{\sqrt{K/\phi}}{L} \sqrt{k_{rw}/S_w} |\Delta\Phi| \right]^e \right\}^{-\alpha} \quad (4.9)$$

onde $\mu_r = \frac{\mu_0}{\mu_\infty}$

Nesta formulação o fator de correção F_{cor} é avaliado na interface das células, o que permite o tratamento totalmente implícito das equações de fluxo.

Além das propriedades reológicas, o SIMPAR-opção Polímero, permite também incorporar outras propriedades das soluções poliméricas, como a adsorção (A_d), o fator de redução de permeabilidade da fase aquosa (F_p) e o volume poroso acessível ao polímero (F).

A adsorção (A_d) foi modelada com base na *isoterma de Langmuir*^[81]:

$$A_d = \frac{K_1 C_p}{1 + K_2 C_p} \quad (4.10)$$

onde K_1 e K_2 são constantes de ajuste determinadas experimentalmente.

O fator de redução de permeabilidade (F_p) é expresso como função da adsorção (A_d) através da seguinte correlação^[32]:

$$F_p = 1 + (F_{RR} - 1) \frac{A_d}{A_{d,res}} \quad (4.11)$$

onde: - F_{RR} é o fator de resistência residual, obtidos de ensaios de laboratórios.

- $A_{d,res}$ é a adsorção mínima

O volume poroso acessível ao polímero é calculado considerando-se que o meio poroso é constituído por duas camadas: uma onde flui água e polímero e outra em que existe somente água estagnada.

O SIMPAR - opção Polímero, considerando a solução polimérica como um fluido newtoniano, foi validado através da comparação com os resultados obtidos com o simulador IMEX para um caso tridimensional e ainda através da comparação com a solução semi-analítica para um deslocamento bifásico unidimensional^[32]

Para o caso da solução polimérica com comportamento não newtoniano, será apresentada a validação do SIMPAR - opção Polímero para fluxo monofásico, comparando-se a resposta do simulador com os resultados

experimentais obtidos por *Cannella et al.*^[13] para o fluxo linear monofásico e com a solução numérica da equação diferencial parcial não linear para fluxo radial monofásico de um fluido não newtoniano no meio poroso, obtida pelo *Método de Douglas-Jones do Preditor-Corretor*^[1,34], descrito no Capítulo 3. A validação do SIMPAR - opção Polímero para fluxo bifásico será apresentada posteriormente, no capítulo 6.

Conforme foi visto anteriormente o comportamento reológico das soluções polimérica não newtonianas no SIMPAR- opção Polímero, é caracterizado pelos parâmetros α (equação 4.4a) e β (equação 4.4b), que por sua vez são obtidos a partir das correlações efetuadas com dados reológicos do polímero tais como índice de fluxo n , índice de consistência H e viscosidade da solução polimérica para baixas taxas de cisalhamento (μ_0), para diferentes concentrações. Dentro da bibliografia pesquisada foi encontrado somente um conjunto de dados com os parâmetros reológicos necessários à obtenção das correlações de α e β , publicado no artigo de *Cannella et al.*^[13]. Existem outros conjuntos de dados de parâmetros reológicos de soluções poliméricas não newtonianas medidos a várias concentrações publicados na literatura, porém os mesmos não apresentam medições para a viscosidade a baixas taxas de cisalhamento (μ_0), provavelmente porque a obtenção destes dados requer a utilização de viscosímetros especiais, de alta sensibilidade. A tabela 4.1 mostra os parâmetros reológicos publicados no artigo de *Cannella et al.*^[13] para diferentes concentrações do polímero *Xantana* (polissacarídeo).

TABELA 4.1- Parâmetros Reológicos para a Xantana a Várias Concentrações -[13]

Cp (kg/m ³)	n	H (cp.s ⁿ⁻¹)	μ_0 (cp)
0.3	0.75	17	8.6
0.6	0.60	43	26.0
1.2	0.48	195	102.0
1.6	0.35	620	1000.0

A seguir serão apresentadas as características dos modelos utilizados para a validação do SIMPAR para fluxo linear unidirecional monofásico e para fluxo radial monofásico, assim como os resultados obtidos.

4.1- Validação do SIMPAR para o Fluxo Linear Monofásico de um Fluido Não Newtoniano no Meio Poroso

A validação do SIMPAR - opção Polímero para o fluxo linear de um fluido não newtoniano, foi feita através da comparação com os resultados obtidos por *Cannella et al.* ^[13] em experimentos de laboratório com a *Xantana*.

O experimento de *Cannella et al.* ^[13] consistiu em injetar uma solução polimérica com concentração de 1200 ppm, a várias velocidades em um meio poroso (amostras do Arenito Berea) inicialmente saturado de água. A viscosidade não newtoniana μ_{nn} foi determinada para cada velocidade através da Lei de Darcy:

$$\mu_m = \frac{K\Delta P}{uL} \quad (4.1.1)$$

Com base nos resultados obtidos nos experimentos, *Cannella et al.* ^[13] verificaram que a viscosidade não newtoniana no meio poroso, poderia ser obtida a partir da seguinte correlação:

$$\mu_{nn} = \mu_{\infty} + H \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n \left(\frac{6u}{\sqrt{K\phi}} \right)^{n-1} \quad (4.1.2)$$

Segundo esta expressão a solução polimérica no meio poroso apresentaria um comportamento newtoniano para altas velocidades de fluxo (u), quando a viscosidade tenderia para a viscosidade da água pura (μ_{∞}). Para velocidades baixas a moderadas, a solução polimérica teria um comportamento não newtoniano pseudo-plástico, onde a viscosidade diminuiria com o aumento da vazão. Comparando-se a parte da expressão que reflete o comportamento não newtoniano do polímero com modelo de

potência , observa-se que o fator de tortuosidade C encontrado para ajustar a expressão com os resultados experimentais é igual a $1/18$, o que equivale a multiplicar a taxa de cisalhamento por 6 (Apêndice E- tabela E1)

Os resultados deste experimento diferem do modelo implementado no SIMPAR - opção Polímero para baixas velocidades de fluxo, quando o simulador prevê um comportamento newtoniano da solução polimérica, ao invés do comportamento não newtoniano ajustado com os dados experimentais. Desta forma serão utilizados para comparação com o SIMPAR - opção Polímero apenas os dados experimentais referentes ao trecho com velocidades moderadas a altas ($u = 1.E-5$ cm/s a $1E-1$ cm/s).

Para simular o experimento de *Cannella et al.*^[13] , injetou-se uma solução polimérica a vazão constante em um reservatório linear inicialmente saturado de água, até que toda a água móvel residente fosse produzida através de poço produtor situado na outra extremidade do reservatório e a concentração do polímero em todo o reservatório estivesse igual a saturação de injeção.

O experimento de *Cannella et. al*^[13] foi reproduzido utilizando-se o SIMPAR - opção Polímero, com uma malha retangular bidimensional com as seguintes características:

- malha de $10 \times 1 \times 1$
- comprimento do meio poroso = $3,281$ m
- área transversal = $10,76$ m²
- concentração do polímero = $1,2$ kg/m³
- parâmetros reológicos da solução polimérica :

Da tabela 4.1 obtém-se os seguintes parâmetros reológicos para a concentração de $1,2$ kg/m³:

$$n = 0.48$$

$$H = 195 \text{ cp.s}^{n-1}$$

$$\mu_0 = 102.0 \text{ cp}$$

De forma a reproduzir fielmente o experimento de *Cannella et al.*^[13] foram determinadas as seguintes correlações para α e β , a partir dos parâmetros reológicos acima e das equações (4.3a), (4.3b), (4.4a), (4.4b):

$$\alpha = 0.5417 \Rightarrow A_\alpha = 0 \text{ e } B_\alpha = -0.61304 \quad (4.1.3)$$

$$\beta = 2819.5 \Rightarrow A_\beta = 0 \text{ e } B_\beta = 9.3714 \quad (4.1.4)$$

Obs: No parâmetro β foi incluído o fator de tortuosidade $C = 1/18$, que equivale a um fator multiplicativo de β por 6.

- Adotou-se um modelo linear para a variação da viscosidade da solução polimérica em função da concentração:

$$\mu_p = \mu_a (1 + 169.167 C_p) \quad (4.1.5)$$

onde : - μ_a é a viscosidade da água que é igual a 0.5 cp,

- C_p a concentração do polímero (kg/m^3),

- μ_p a viscosidade do polímero para baixas taxas de cisalhamento ($\mu_0 = 102 \text{ cp}$).

- permeabilidade = 300 md

- 1 poço injetor (1,1,1) e um poço produtor (10,1,1)

- vazões de injeção variando entre $1.43\text{E-}4 \text{ m}^3/\text{d}$ e $1.43\text{E-}1 \text{ m}^3/\text{d}$
(equivalente a velocidades entre $1\text{E-}5 \text{ cm/s}$ e $1\text{E-}1 \text{ cm/s}$)

- condição de fluxo permanente

A figura 4.1 é um gráfico de viscosidade não newtoniana da solução polimérica em função da velocidade de fluxo e ilustra a comparação entre os resultados obtidos com o SIMPAR e através do experimento de *Canella et al.*^[13] (calculado pela equação (4.1.2)). Conforme pode ser visto o ajuste entre a solução numérica e o experimento de *Canella et al.*^[13], é excelente na região em que os dois modelos coincidem (velocidades moderadas a altas). Na região de baixa velocidade os resultados obtidos com o SIMPAR mostram um comportamento tendendo a newtoniano para a solução polimérica, onde a viscosidade converge para μ_0 , enquanto que os resultados obtidos com o experimento mostram comportamento não newtoniano.

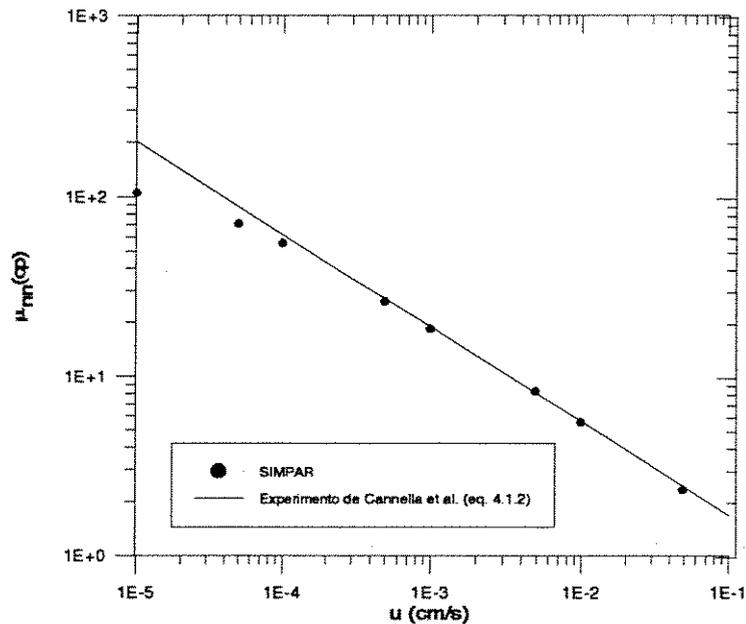


Figura 4.1- Comparação entre os Resultados Obtidos com o SIMPAR e com o Experimento de *Canella et al.*^[13]- Fluxo Linear

4.2- Validação do SIMPAR para o Fluxo Radial Monofásico de um Fluido Não Newtoniano no Meio Poroso

A validação do SIMPAR - opção Polímero sob condições de fluxo radial monofásico de um fluido não newtoniano no meio poroso, foi feita comparando-se os resultados obtidos por este simulador com a solução numérica da equação diferencial parcial não linear que descreve o comportamento da pressão, obtida pelo *Método de Douglas-Jones do Preditor Corretor*, descrito no Capítulo 3.

As premissas utilizadas na modelagem do fluxo com o SIMPAR foram as mesmas consideradas na modelagem matemática da equação diferencial parcial não linear e na obtenção da solução numérica da mesma pelo *Método de Douglas-Jones do Preditor Corretor*, ou seja: reservatório infinito com um poço no centro injetando um fluido não newtoniano com modelo de potência pseudo-plástico ($0 < n < 1$) a vazão constante, com razão entre as mobilidades do fluido existente no reservatório e do fluido injetado igual a um.

O procedimento básico adotado para simular tais condições com o SIMPAR - opção Polímero foi o seguinte: foi feita injeção de solução polimérica durante um certo tempo em um reservatório inicialmente saturado de óleo, de modo a se obter um banco de fluido não newtoniano com modelo de potência. O deslocamento dos fluidos foi do tipo pistão. Após esta injeção o reservatório foi fechado até restabelecer os níveis de pressão original. Foi então simulado um teste de injeção com uma solução polimérica não newtoniana com modelo de potência a vazão constante, com raio de investigação menor do que o raio do banco de fluido não newtoniano existente no reservatório.

A teoria de fluxo radial monofásico para fluidos não newtonianos apresentada no Capítulo 3, foi desenvolvida considerando a hipótese de comportamento reológico com modelo de potência pseudo-plástico ($0 < n < 1$) para as soluções poliméricas, de forma que para avaliá-la a

partir de dados simulados, é necessário que pelo menos na região próxima ao poço a solução polimérica tenha tal comportamento.

No SIMPAR - opção Polímero, a viscosidade do fluido não newtoniano é calculada como função da tensão de cisalhamento τ , ao invés da formulação tradicionalmente utilizada, em função da taxa de cisalhamento $\dot{\gamma}$. Conforme foi mostrado anteriormente a tensão de cisalhamento τ é função da diferença de potencial $\Delta\Phi$, portanto a máxima tensão de cisalhamento $\tau_{\text{máxima}}$ ocorre no poço. Para um fluido não newtoniano com modelo de potência pseudo-plástico um gráfico log - log de viscosidade versus tensão de cisalhamento τ , resulta em uma reta de inclinação negativa, enquanto que para um fluido newtoniano, observa-se uma reta horizontal, pois a viscosidade é constante.

Utilizando o SIMPAR - opção Polímero, foram simulados dois testes de injeção de soluções poliméricas com concentrações de 0.3 kg/m^3 e 1.2 kg/m^3 . Na discretização do espaço, utilizou-se o sistema de coordenadas cilíndricas, com distribuição logarítmica dos raios. A discretização do tempo também foi feita segundo uma distribuição logarítmica, visto que o tempo de um teste pode variar de segundos até horas ou até mesmo dias, a depender da distância que se quer investigar. Os dados de entrada utilizados na simulação destes testes encontram-se na tabela 4.2. As correlações para os parâmetros α e β foram obtidas a partir dos dados reológicos da tabela 4.1.

A partir dos resultados da simulação determinou-se a tensão máxima de cisalhamento $\tau_{\text{máxima}}$ usando a equação (4.7). Variando-se a tensão de cisalhamento (τ) para valores em torno do valor máximo e calculando-se as viscosidades não newtonianas correspondentes (μ_{nn}) a partir da equação (4.8), obteve-se os gráficos das figuras 4.2 e 4.3 que mostram o comportamento da viscosidade não newtoniana (μ_{nn}) versus tensão de cisalhamento (τ), para as soluções poliméricas com concentrações de 1.2 kg/m^3 e 0.3 kg/m^3 , respectivamente. Observa-se nestes gráficos que o comportamento reológico destes soluções nas proximidades do poço (região de tensão de cisalhamento máxima), passa por uma transição entre o regime pseudo-plástico e o regime newtoniano. Parâmetros como permeabilidade e vazão de injeção foram alterados em torno dos valores básicos utilizados inicialmente, sem que houvesse grandes alterações no comportamento reológico destas soluções.

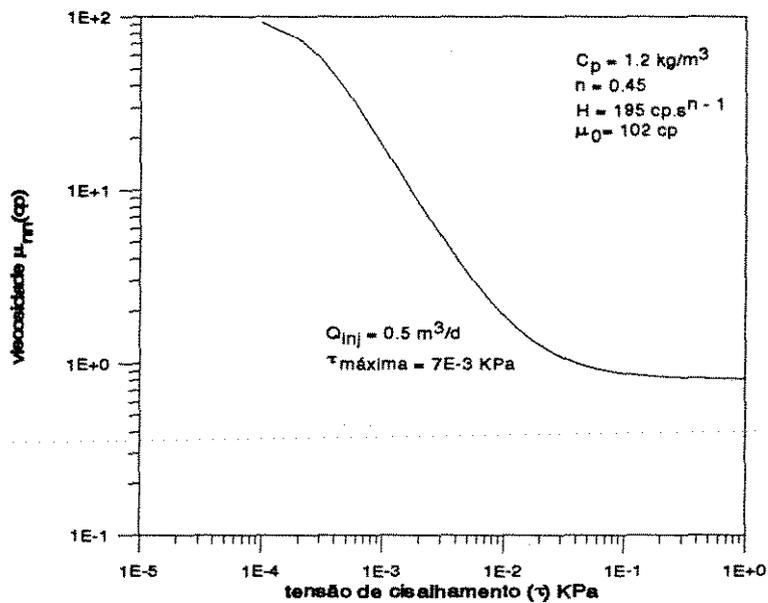


Figura 4.2- Gráfico de Tensão de Cisalhamento versus Viscosidade para os Dados Obtidos a partir da Correlação $n = 0.45$

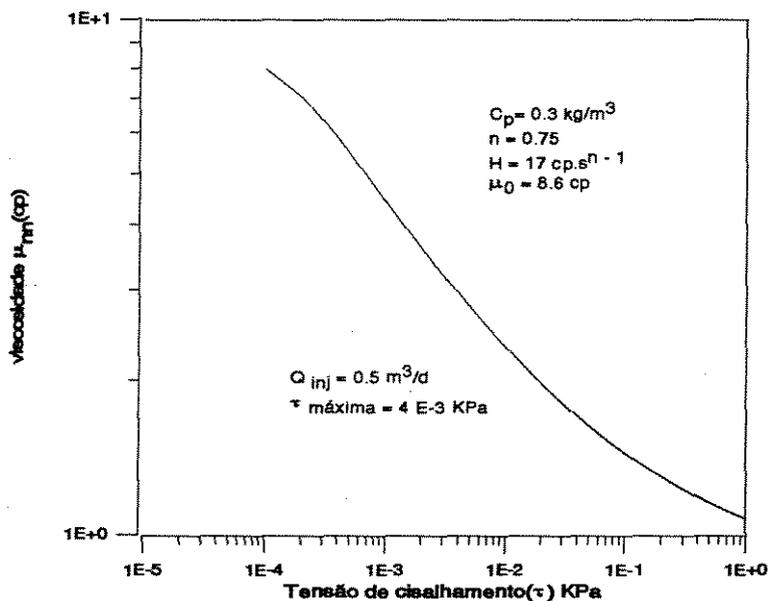


Figura 4.3 - Gráfico de Tensão de Cisalhamento versus Viscosidade para os Dados Obtidos a partir da Correlação $n = 0.75$

TABELA 4.2 - DADOS DE ENTRADA PARA O SIMPAR ... FLUXO RADIAL MONOFÁSICO		
	$C_p = 1.2 \text{ kg/m}^3$	$C_p = 0.3 \text{ kg/m}^3$
malha	100 x 1 x 1	100 x 1 x 1
r_w (m)	0.1	0.1
r_e (m)	1E6	1E6
h (m)	1.0	1.0
μ_o (cp)	102.00	8.6
A_α	1.1784	0.785
B_α	-2.0271	-2.0271
A_β	-9.6804	-5.56
B_β	14.25	14.25
n	0.45	0.75
H (cp.s ⁿ⁻¹)	195.0	17.0
μ_w (cp)	0.81	0.81
μ_o (cp)	2.0	2.0
S_{wi}	0.0	0.0
S_{or}	0.0	0.0
$k_{rw} S_{or}$	1.0	1.0
$k_{ro} S_{wi}$	1.0	1.0
c_o (kPa ⁻¹)	1E-7	1.E-7
c_w (kPa ⁻¹)	1E-9	1.E-9
c_r (kPa ⁻¹)	1E-6	1.E-6
K(md)	300.0	300.0
ϕ (%)	20.0	20.0
raio do banco inicial(m)	25.0	25.0
Vazão de injeção (m ³ /d)	0.5	0.5
tempo de injeção(horas)	12.0	12.0
Pressão inicial (KPa)	3000.0	3000.0
Fator de tortuosidade	1/18	1/18

Para que as soluções poliméricas exibissem comportamento pseudo-plástico ao menos na região em torno do poço, fez-se necessário aumentar consideravelmente a viscosidade a baixas taxas de cisalhamento,

para as duas concentrações utilizadas na simulação., conforme pode ser visto nos gráficos das figuras 4.4 e 4.5. Observa-se que estes gráficos exibem uma linha reta na região em que a tensão de cisalhamento é máxima, o que indica que a solução polimérica apresenta um comportamento não newtoniano pseudo - plástico nas proximidades do poço (região onde ocorre a máxima tensão de cisalhamento).

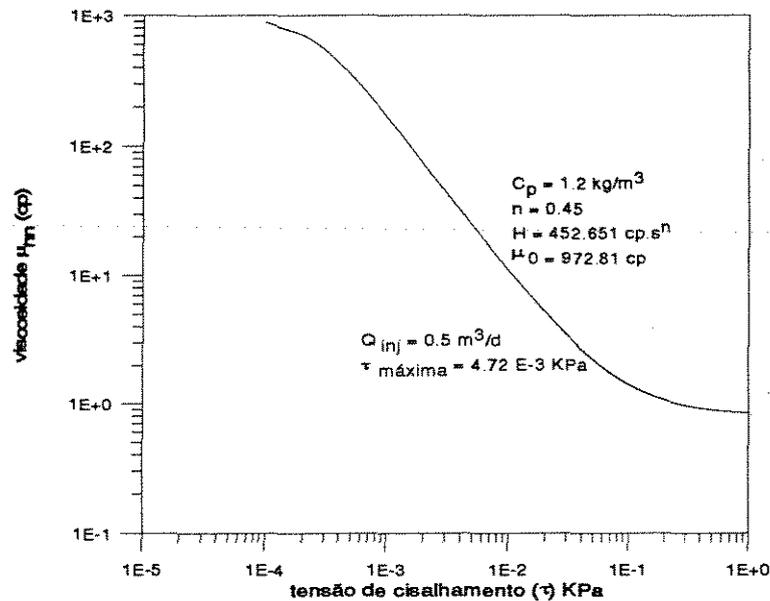


Figura 4.4- Gráfico de Tensão de Cisalhamento versus Viscosidade com Comportamento Pseudo-Plástico Próximo ao Poço $n = 0.45$

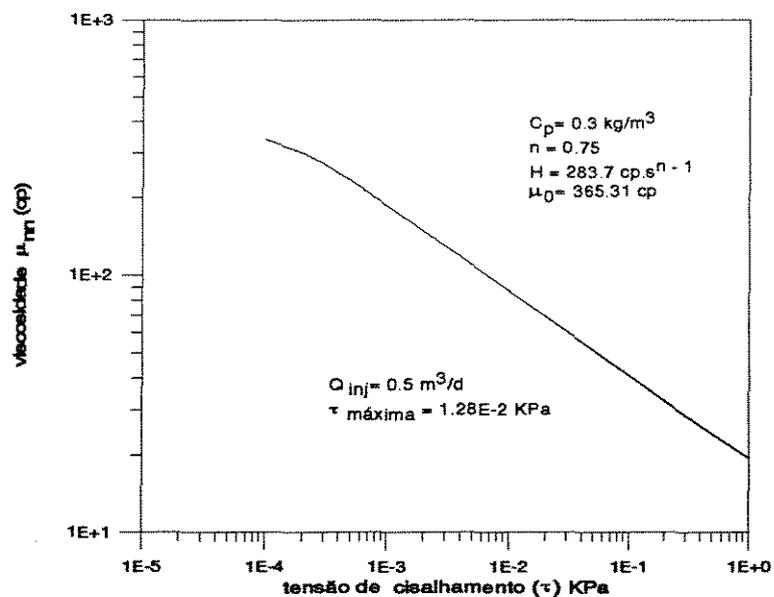


Figura 4.5 - Gráfico de Tensão de Cisalhamento versus Viscosidade com Comportamento Pseudo-Plástico Próximo ao Poço $n = 0.75$

É importante ressaltar que foram mantidas as correlações para α e β relacionadas na tabela 4.2 e que foram obtidas a partir dos dados do artigo de *Cannella et al*^[13]. Desta forma, foram calculados somente novos valores para o índice de consistência H a partir dos novos valores de μ_0 e da equação (4.8b). A tabela 4.3 mostra os parâmetros reológicos obtidos para as soluções poliméricas com modelo reológico de potência nas proximidades do poço.

TABELA 4.3- Parâmetros Reológicos para as Soluções Poliméricas com Modelo de Potência

	$C_p = 0.3\text{kg/m}^3$	$C_p = 1.2\text{ kg/m}^3$
n	0.75	0.45
H (cp.sⁿ⁻¹)	283.7	452.651
μ_0 (cp)	365.31	972.81

Satisfeita a condição do modelo reológico do fluido não newtoniano utilizado nas premissas do desenvolvimento teórico, foi então simulado um teste de injeção com o SIMPAR - opção Polímero, seguindo o procedimento básico já descrito anteriormente. Os demais dados de entrada utilizados na simulação são os mesmos da tabela 4.2. Para a obtenção da solução numérica pelo *Método de Douglas-Jones do Preditor Corretor*, utilizou-se 100 células com incremento da transformação logarítmica do raio adimensional $\Delta X = 0.1$ e incremento de tempo adimensional $\Delta T = 1$.

Os dados de pressão versus tempo obtidos com o SIMPAR - opção Polímero foram adimensionalizados utilizando-se as variáveis adimensionais dadas pelas equações (3.6) e (3.7), para comparação com os resultados obtidos pelo *Método de Douglas-Jones do Preditor Corretor*. As figuras 4.6 e 4.7 apresentam os gráficos de pressão adimensional no poço, versus tempo adimensional para valores de índice de fluxo n iguais a 0.45 e 0.75. Observa-se uma excelente concordância entre os resultados obtidos com o SIMPAR e com o *Método de Douglas-Jones do Preditor Corretor*.

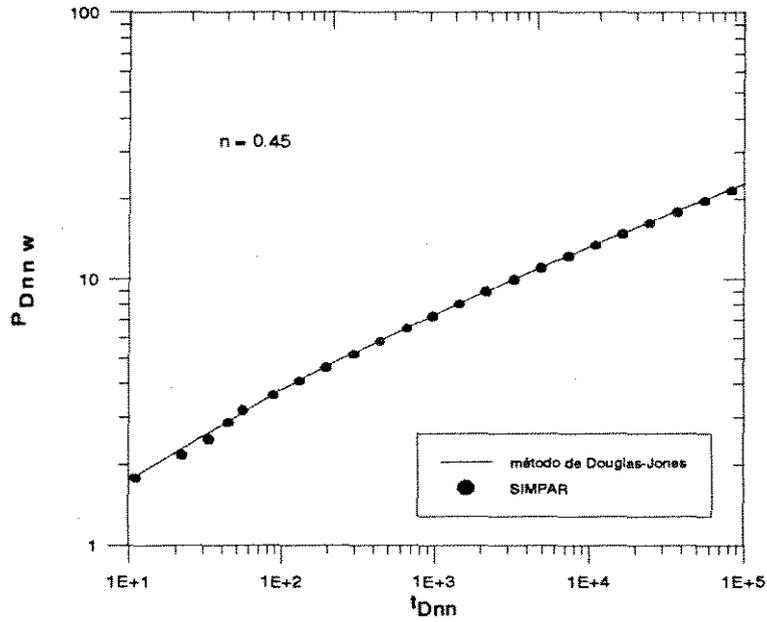


Figura 4.6- Comparação entre as Soluções Numéricas Obtidas pelo SIMPAR e pelo *Método de Douglas-Jones do Preditor Corretor* $n = 0.45$

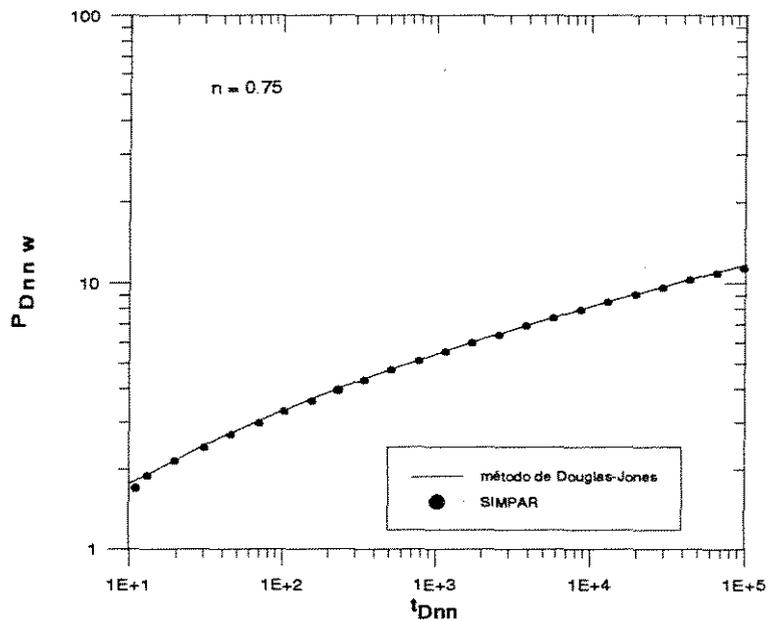


Figura 4.7- Comparação entre as Soluções Numéricas Obtidas pelo SIMPAR e pelo *Método de Douglas-Jones do Preditor Corretor* $n = 0.75$

Conforme foi comentado anteriormente, o comportamento reológico das soluções poliméricas normalmente é apresentado em gráficos de viscosidade versus taxa de cisalhamento. A figura 4.8 mostra os gráfico de viscosidade versus taxa de cisalhamento para as soluções poliméricas da tabela 4.1, obtidos no viscosímetro.

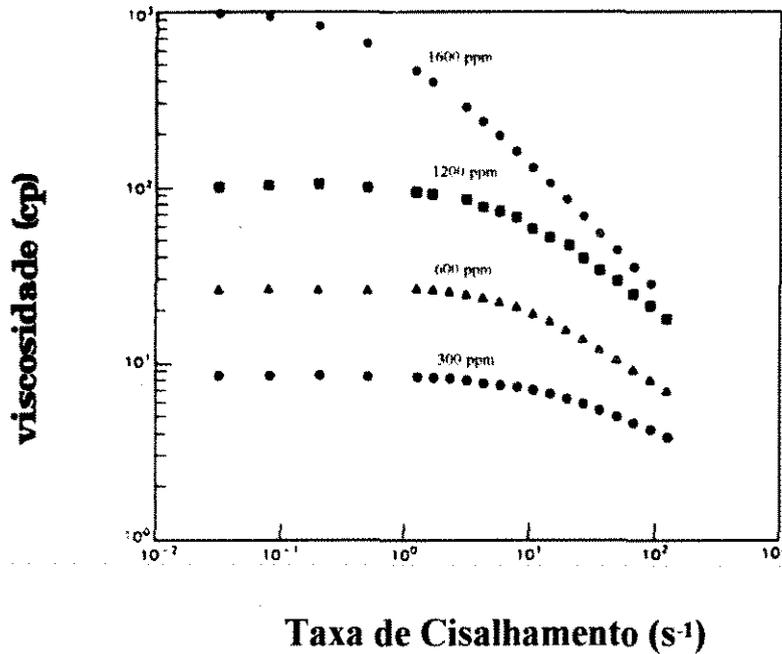


Figura 4.8 -Gráfico de Viscosidade versus Taxa de Cisalhamento - Fonte : *Cannella et al* [13] Adaptado

No meio poroso o comportamento reológico das soluções poliméricas depende de fatores tais como vazão de injeção, parâmetros da rocha e propriedades reológicas destas soluções. Para condições típicas de injeção (vazão de injeção de 0.5m³/d/m de espessura porosa) de um solução polimérica em um reservatório com características permo-porosas normalmente encontradas nos projetos de injeção de soluções poliméricas (permeabilidade de 300 md e porosidade de 20 %) calculou-se os valores de taxa de cisalhamento (γ_{app}) no poço e no reservatório, para soluções poliméricas com diferentes concentrações, seguindo os procedimentos descritos no Apêndice E. Os resultados obtidos encontram-se na tabela 4.4

TABELA 4.4 - Taxas de Cisalhamento Aparente no Meio

Poroso		
	γ_{app} (s ⁻¹) Cp = 0.3 kg/m ³	γ_{app} (s ⁻¹) Cp = 1.2 kg/m ³
no poço	234.0	238.0
no reservatório	6.8	7.0

De acordo com os resultados da tabela 4.4 e com a figura 4.8, estas soluções poliméricas deveriam apresentar comportamento não newtoniano pseudo-plástico nas proximidades do poço. No entanto, os resultados obtidos com o SIMPAR - opção Polímero mostraram que estas soluções exibem um comportamento reológico de transição nas proximidades do poço. Os diferentes comportamentos reológicos obtidos refletem as condições de fluxo distintas consideradas em cada caso: o procedimento descrito no Apêndice E considera que o fluxo é permanente em qualquer posição, seja no poço ou no reservatório, enquanto que no simulador, nas proximidades do poço observa-se fluxo transiente. Portanto, a utilização de um simulador com as características do SIMPAR - opção Polímero, é de grande importância para a compreensão do fluxo das soluções poliméricas no meio poroso e para o desenvolvimento das técnicas de análise do transiente de pressão.

Convém ainda salientar que no cálculo da taxa de cisalhamento no poço para as soluções poliméricas em questão, considerou-se que a área aberta ao fluxo compreendia toda a espessura porosa do reservatório. Caso se considere no poço, as restrições de fluxo impostas pelos intervalos canhoneados, as taxas de cisalhamento calculadas seriam da ordem de $4 \times 10^5 s^{-1}$, conforme consta no apêndice E, e o comportamento reológico destas soluções nesta região seria newtoniano com viscosidade igual à viscosidade da água em que foi dissolvido o polímero (μ_{∞}). Desta forma, a injeção de uma solução polimérica que apresentasse características de degradação mecânica, faria o mesmo efeito que uma injeção de água convencional.

No reservatório, onde observa-se velocidades mais baixas, o comportamento destas soluções é newtoniano com viscosidade igual a μ_0 .

Posteriormente no Capítulo 5 serão avaliados os erros cometidos ao se utilizar a teoria apresentada anteriormente, para os casos em que a solução polimérica na região próxima ao poço, esteja no período de transição, entre o regime não newtoniano pseudo-plástico e o regime newtoniano.

Capítulo 5

O Problema Inverso: Análise de Testes em Poços com Injeção de Soluções Poliméricas em Fluxo Monofásico

A avaliação em poços injetores é feita principalmente através de dois tipos de testes: o *teste de injeção* e o *teste de decaimento de pressão*. Um *teste de injeção* consiste basicamente na injeção de um fluido no reservatório, se possível a vazão constante, ao mesmo tempo em que é efetuada a medição da pressão no fundo do poço. Em um *teste de decaimento de pressão*, a medição da pressão no fundo do poço é feita com poço fechado, após um período de injeção com vazão constante. Estes dois tipos de testes são efetuados tradicionalmente com o objetivo de obtenção de pressão estática, permeabilidade efetiva ao fluido injetado nas vizinhanças do poço e fator de película.

Conforme foi mostrado no Capítulo 3, o comportamento do transiente de pressão para fluxo de fluidos não newtonianos é diferente do comportamento newtoniano: a pressão adimensional p_{Dnn} não apresenta comportamento linear em relação ao logaritmo do tempo adimensional, portanto as técnicas convencionais de interpretação de testes para fluidos newtonianos não se aplicam para fluidos não newtonianos.

Neste capítulo será apresentada uma metodologia para interpretação de testes em poços injetores de soluções poliméricas que apresentam comportamento não newtoniano com modelo reológico de potência. Esta metodologia foi desenvolvida por *Ikoku e Ramey*^[1,17,19] e por *Odeh e Yang*^[16] simultaneamente, a partir da solução analítica aproximada da equação diferencial parcial linearizada para fluxo de fluidos não newtonianos com modelo de potência.

5.1- Teste de Injeção

Conforme foi mostrado no Capítulo 3 (equação 3.1.10), a solução aproximada para o comportamento da pressão adimensional no poço p_{Dnnw} em um reservatório infinito submetido à injeção a vazão constante de um fluido não newtoniano com modelo de potência, é dada por:

$$p_{Dnnw} = \frac{1}{v} \left[\frac{1}{2} (1-v) \right]^{1-2v} \frac{1}{\Gamma(1-v)} t_{Dnn}^v - \frac{1}{2} \left(\frac{1-v}{v} \right) \quad (5.1.1)$$

$$\text{onde: } v = \frac{1-n}{3-n} \quad (5.1.2)$$

Em termos de variáveis dimensionais a equação acima torna-se:

$$\Delta p = p_{wf} - p_i = \frac{q}{2\pi h} \left(\frac{\mu^*}{K} \right)^{1-v} \left\{ \left[\frac{1}{v} \left[\frac{1}{2} (1-v) \right]^{1-2v} \frac{1}{\Gamma(1-v)} \left(\frac{t}{\phi c_t r_w^2} \right)^v - \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} (1-v) \right] \right\} \quad (5.1.3)$$

- onde:
- p_{wf} é a pressão no poço,
 - p_i a pressão original,
 - q a vazão de injeção, em condições de reservatório.
 - μ^* a viscosidade característica do sistema,
 - c_t a compressibilidade total do meio poroso,
 - h a espessura efetiva do meio poroso,
 - ϕ a porosidade do meio poroso,
 - K a permeabilidade do meio poroso
 - r_w o raio do poço e
 - t o tempo de teste.

Da equação (5.1.3), observa-se que um gráfico de Δp ou p_{wf} , versus t^v em coordenadas cartesianas, resultará em uma linha reta com inclinação m_{nn} dada por:

$$m_{nn} = \frac{q}{2\pi h} \left(\frac{\mu^*}{K} \right)^{1-v} \left\{ \frac{1}{v} \left[\frac{1}{2} (1-v) \right]^{1-2v} \frac{1}{\Gamma(1-v)} \left(\frac{1}{\phi c_t r_w^2} \right)^v \right\} \quad (5.1.4)$$

A partir da equação (5.1.4) pode-se derivar uma expressão para calcular a "mobilidade característica", $\lambda^* = K/\mu^*$:

$$\lambda^* = \frac{K}{\mu^*} = \left\{ m_{nn} \frac{2\pi h}{q} v \left[\frac{1}{2} (1-v) \right]^{2v-1} \Gamma(1-v) (\phi c_t r_w^2)^v \right\}^{\frac{1}{v-1}} \quad (5.1.5)$$

Lembrando que a "viscosidade característica" do fluido não newtoniano μ^* é definida como:

$$\mu^* = \mu_{ef} \left| \frac{q}{2\pi h r_w} \right|^{n-1} \quad (5.1.6)$$

$$\text{onde: } \mu_{ef} = \frac{H}{12} \left(9 + \frac{3}{n} \right)^n (72CK\phi)^{\frac{1-n}{2}} \quad (5.1.7)$$

sendo C o fator de tortuosidade do meio poroso.

A permeabilidade efetiva do meio poroso pode ser obtida a partir da equação (5.1.4), deste que o índice de consistência H seja conhecido:

$$K = \left(\frac{q}{2\pi h} \right) \left\{ \left[(1-n) \Gamma \left(\frac{2}{3-n} \right) \right]^{n-3} \frac{\left[\frac{H}{12} \left(9 + \frac{3}{n} \right)^n (72C)^{\frac{1-n}{2}} \right]^2}{(c_t)^{1-n} m_{nn}^{3-n}} (3-n)^{2(1-n)} \right\}^{\frac{1}{1+n}} \quad (5.1.8)$$

O fator de película s pode ser determinado a partir da definição de pressão adimensional Δp_s , apresentada no Apêndice J, equação (J.1.14).

$$\Delta p_s = s \left(\frac{q}{2\pi h} \right) \frac{\mu^*}{K} \quad (5.1.9)$$

Utilizando a equação (5.1.9) na equação (5.1.3) vem que :

$$\Delta p = p_{wf} - p_i = \frac{q\mu^*}{2\pi Kh} \left\{ \frac{1}{v} \left[\frac{1}{2} (1-v) \right]^{1-2v} \frac{1}{\Gamma(1-v)} \left(\frac{Kt}{\phi\mu^* c_i r_w^2} \right)^v - \frac{1}{v} \left[\frac{1}{2} (1-v) \right] + s \right\} \quad (5.1.10)$$

Na equação (5.1.10), para o tempo t igual a zero a variação de pressão correspondente será Δp_0 e o fator de película s pode ser calculado por:

$$s = \Delta p_0 \left(\frac{2\pi Kh}{q\mu^*} \right) + \left(\frac{1}{1-n} \right) \quad (5.1.10a)$$

onde o termo $(1/(1-n))$ representa um fator de película aparente devido ao efeito do comportamento não newtoniano do fluido.

Convém lembrar que toda a análise do transiente de pressão apresentada anteriormente foi desenvolvida considerando-se que a mobilidade do fluido injetado é igual a mobilidade do fluido existente no reservatório, ou seja que a razão entre as mobilidades é igual a um. Caso esta condição não seja satisfeita a análise apresentada somente é válida se o raio de investigação do teste for menor do que o raio do banco de fluido injetado.

Conforme consta no Apêndice H (item H.2.1), sob condições de fluxo permanente a expressão da variação de pressão adimensional para fluxo de fluidos não newtonianos com modelo de potência é dada por:

$$p_{Dnnw} = \left(\frac{r_{De}^{1-n} - 1}{1-n} \right) \quad (5.1.11)$$

ou na forma dimensional :

$$\Delta p = p_{wf} - p_i = \frac{q\mu^*}{2\pi Kh(1-n)} \left(\frac{r_{inv}^{1-n}}{r_w^{1-n}} - 1 \right) \quad (5.1.12)$$

Comparando a equação (5.1.12) com a equação (5.1.3) obtém-se a seguinte expressão para o raio de investigação :

$$r_{inv} = \left(\Gamma \left(\frac{2}{3-n} \right) \right)^{\frac{1}{n-1}} \left[(3-n)^2 \frac{Kt}{\phi\mu^* c_t r_w^{n-1}} \right]^{\frac{1}{3-n}} \quad (5.1.13)$$

É importante notar que quando o índice de fluxo n é igual a um, a expressão acima se reduz a:

$$r_{inv} = 2 \left(\frac{Kt}{\phi\mu c_t} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.1.14)$$

que é a expressão do raio de investigação de *van Poolen* para fluidos newtonianos.

No Capítulo 3 foi mostrado também uma solução de longo tempo para o transiente de pressão (equação 3.1.14):

$$p_{Dnnw} = \frac{1}{v} \left[\frac{1}{2} (1-v) \right]^{1-2v} \frac{1}{\Gamma(1-v)} t_D^v \quad (5.1.15)$$

ou na forma dimensional:

$$\Delta p = p_{wf} - p_i = \frac{q\mu^*}{2\pi Kh} \left\{ \frac{1}{v} \left[\frac{1}{2} (1-v) \right]^{1-2v} \frac{1}{\Gamma(1-v)} \left(\frac{Kt}{\phi\mu^* c_t r_w^2} \right)^v \right\} \quad (5.1.16)$$

Aplicando logaritmo a ambos os membros vem:

$$\log \Delta p = v \log t + \log \left\{ \frac{q\mu^*}{2\pi Kh} \left\{ \frac{1}{v} \left[\frac{1}{2} (1-v) \right]^{1-2v} \frac{1}{\Gamma(1-v)} \left(\frac{K}{\phi\mu^* c_t r_w^2} \right)^v \right\} \right\} \quad (5.1.17)$$

Pela equação (5.1.17) um gráfico de $\log(\Delta p)$ versus $\log(t)$ resultará em uma linha reta com inclinação $\nu = \frac{1-n}{3-n}$, e desta forma o índice de fluxo n pode ser determinado.

A "mobilidade característica", $\lambda^* = K/\mu^*$, pode ser determinada a partir da intersecção da reta log-log com o eixo do tempo para o tempo t igual a um segundo (Δp_1), desde que a porosidade ϕ e a compressibilidade total do sistema c_v sejam conhecidas:

$$\lambda^* = \frac{K}{\mu^*} = \left\{ \frac{2\pi h}{q} \frac{1}{\Delta p_1} \nu \left[\frac{1}{2}(1-\nu) \right]^{2\nu-1} \Gamma(1-\nu) (\phi c_v r_w^2)^\nu \right\}^{\frac{1}{\nu-1}} \quad (5.1.18)$$

Para avaliar a técnica de interpretação de testes com injeção de fluidos não newtonianos com modelo de potência pseudo-plástico descrita acima, foram simulados dois testes de injeção com soluções poliméricas com concentrações de 1.2 kg/m^3 ($n = 0.45$) e 0.3 kg/m^3 ($n = 0.75$)

O procedimento básico adotado para simular estes testes com o SIMPAR - opção Polímero foi o seguinte: foi feita injeção de solução polimérica durante um certo tempo em um reservatório inicialmente saturado de óleo, de modo a se obter um banco de fluido não newtoniano com modelo de potência. Após esta injeção o reservatório foi fechado até restabelecer os níveis de pressão original. Foi então realizado um teste de injeção com uma solução polimérica não newtoniana com modelo de potência à vazão constante, com raio de investigação menor do que o raio do banco de fluido não newtoniano existente no reservatório. Os dados utilizados para geração destes testes encontram-se tabela 5.1.

Os gráficos das figuras 5.1 e 5.2 mostram o comportamento da variação de pressão Δp versus o logaritmo do tempo, para os dois testes simulados. Conforme pode ser visto estes gráficos não apresentam nenhuma reta "semi-log", como na análise convencional de testes de injeção para fluidos newtonianos.

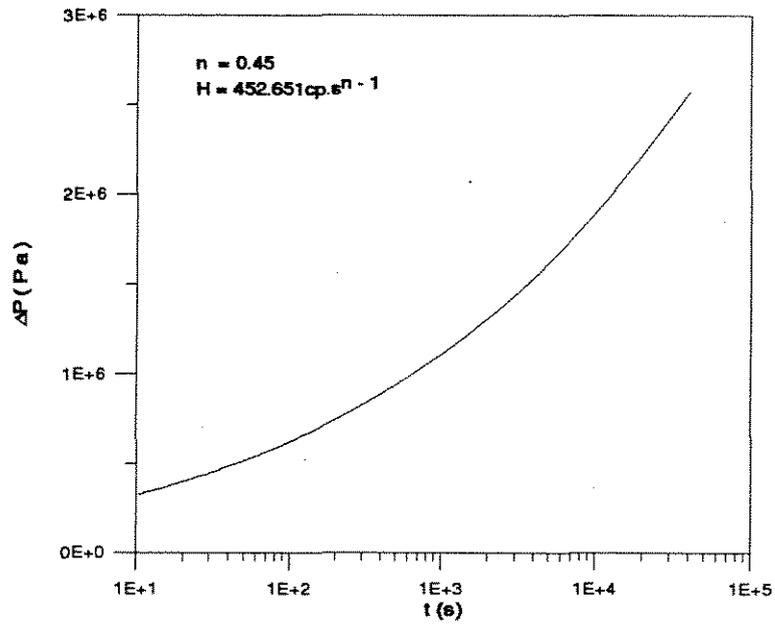


Figura 5.1- Gráfico de $\Delta p \times \log(t)$
 $n = 0.45$

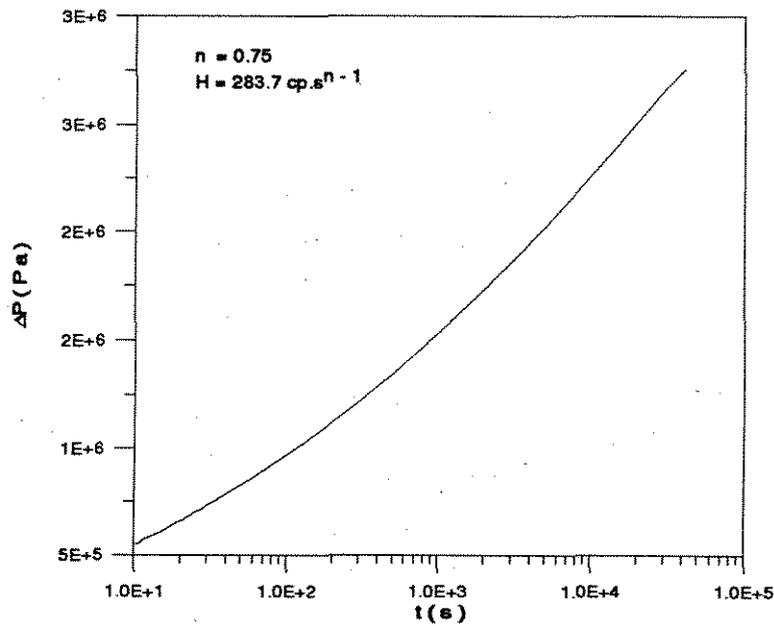


Figura 5.2- Gráfico de $\Delta p \times \log(t)$
 $n = 0.75$

**TABELA 5.1- DADOS DE ENTRADA PARA O SIMPAR
FLUXO RADIAL MONOFÁSICO**

	$C_p = 1.2 \text{ kg/m}^3$	$C_p = 0.3 \text{ kg/m}^3$
malha	100 x 1 x 1	100 x 1 x 1
r_w (m)	0.1	0.1
r_e (m)	1E6	1E6
h (m)	1.0	1.0
μ_0 (cp)	972.81	365.31
A_α	1.1784	0.785
B_α	-2.0271	-2.0271
A_β	-9.6804	-5.56
B_β	14.25	14.25
n	0.45	0.75
H (cp.s ⁿ⁻¹)	452.651	283.7
μ_w (cp)	0.81	0.81
μ_o (cp)	2.0	2.0
S_{wi}	0.0	0.0
S_{or}	0.0	0.0
$k_{rw} S_{or}$	1.0	1.0
$k_{ro} S_{wi}$	1.0	1.0
c_o (kPa ⁻¹)	1E-7	1E-7
c_w (kPa ⁻¹)	1E-9	1E-9
c_r (kPa ⁻¹)	1E-6	1E-6
K(md)	300.0	300.0
ϕ (%)	20.0	20.0
raio do banco inicial(m)	25.0	25.0
Vazão de injeção (m ³ /d)	0.5	0.5
tempo de injeção(horas)	12.0	12.0
Pressão inicial (KPa)	3000.0	3000.0
Fator de Tortuosidade	1/18	1/18
Efeito de película	0.0	0.0

As figuras 5.3 e 5.4 exibem o comportamento do logaritmo da variação de pressão Δp versus o logaritmo do tempo para os dois testes em questão. De acordo com o método de interpretação o valor da inclinação das retas (linha tracejada) observadas para longo tempo nestes gráficos deve ser igual a $v = \frac{1-n}{3-n}$.

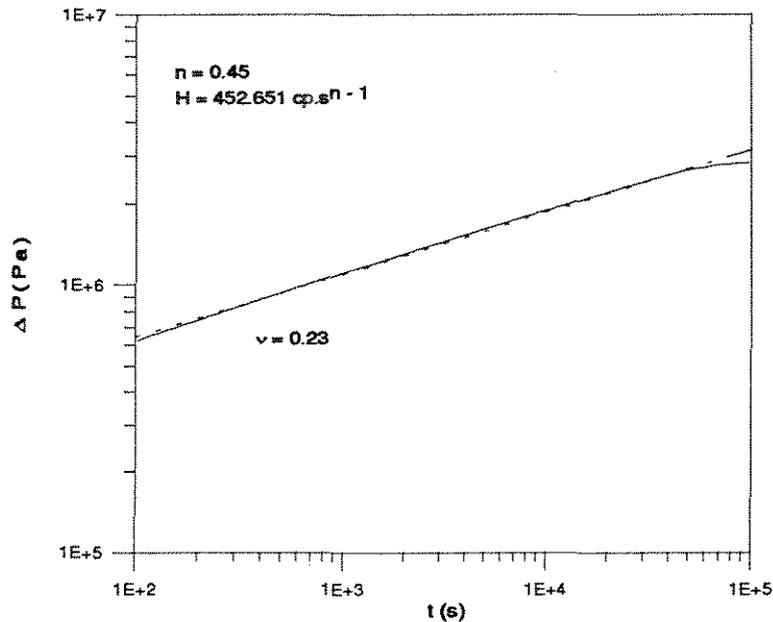


Figura 5.3- Gráfico de $\log(\Delta p) \times \log(t)$
 $n = 0.45$

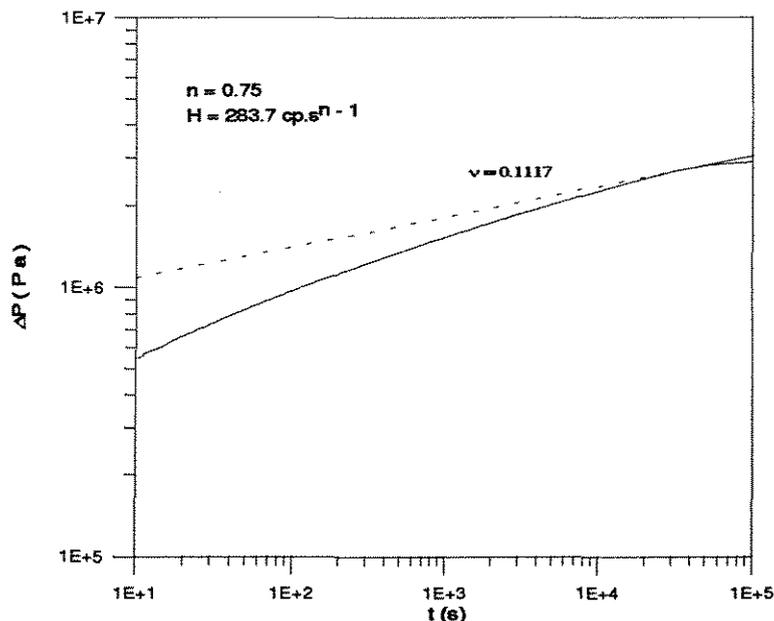


Figura 5.4-Gráfico de $\log(\Delta p) \times \log(t)$
 $n = 0.75$

A reta log- log do gráfico da figura 5.4 foi obtida considerando-se como base que o tempo para o início desta reta é dado pela equação (3.1.7).

A tabela 5.2 apresenta os valores dos índices de fluxo n obtidos a partir dos testes simulados. Nota-se que são observadas maiores diferenças em relação ao valor real, para o caso do índice de fluxo menor ($n = 0.45$). Conforme foi comentado no capítulo 3, a determinação do índice de fluxo n a partir do gráfico de $\log(\Delta p) \times \log(t)$ somente fornece bons resultados para valor de n maior ou igual a 0.6.

TABELA 5.2 - ÍNDICES DE FLUXO OBTIDOS NA INTERPRETAÇÃO DOS TESTES SIMULADOS TESTE DE INJEÇÃO			
	v teórico	v obtido do gráfico	n calculado
n = 0.45	0.2157	0.2300	0.403
n = 0.75	0.1111	0.1117	0.749

As figuras 5.5 e 5.6 mostram os gráficos cartesianos de Δp versus t^ν para os dois testes de fluxo gerados. A partir dos valores da inclinação das retas dos gráficos 5.5 e 5.6 e dos valores dos índices de fluxo n e de consistência H , calculou-se a permeabilidade efetiva do meio poroso no raio de investigação do teste pela equação (5.1.8), com os valores de porosidade e compressibilidade total já conhecidos. O fator de película s , foi calculado pela equação (5.1.10a) e o raio de investigação pela equação (5.1.13).

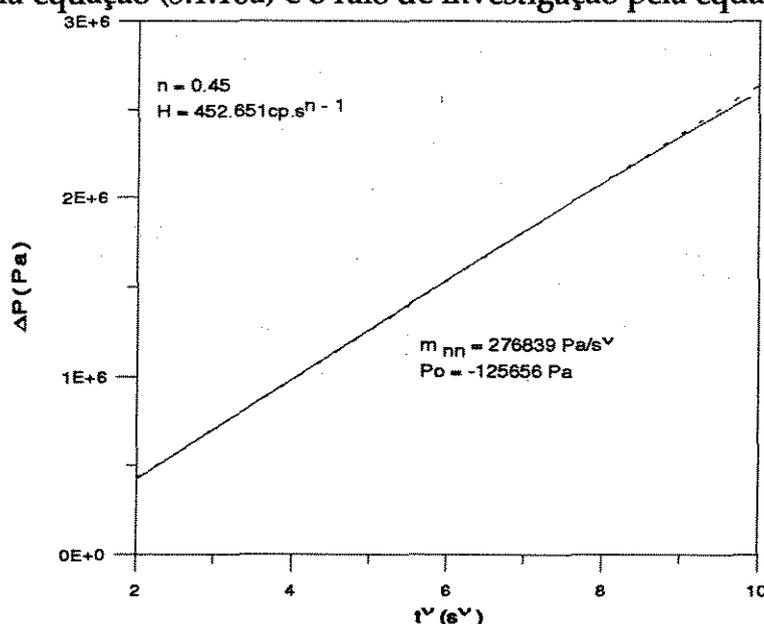


Figura 5.5-Gráfico de $\Delta p \times (t)^\nu$
 $n = 0.45$

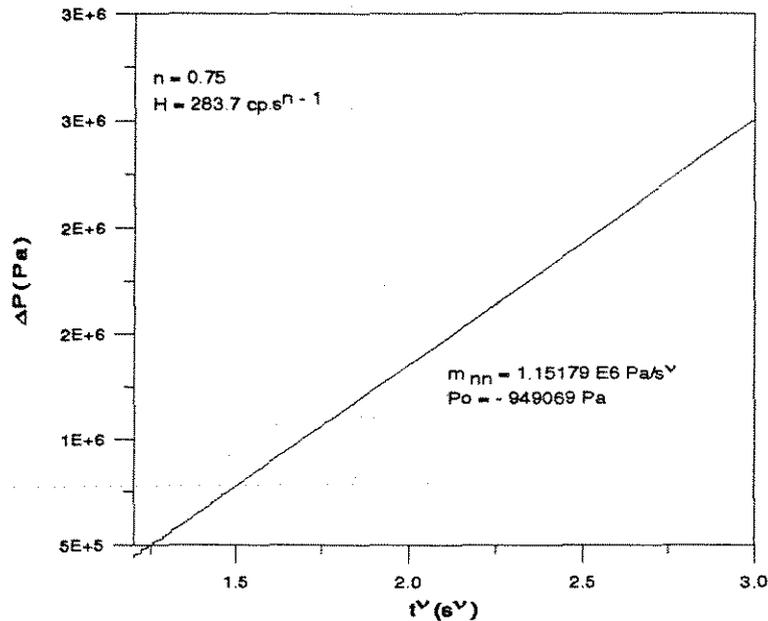


Figura 5.6-Gráfico de $\Delta p \times (t)^v$
 $n = 0.75$

A tabela 5.3 apresenta os resultados obtidos com a interpretação dos dois testes simulados, utilizando tanto o valor do índice de fluxo n fornecido, como o valor calculado (n^*) a partir do gráfico de $\log(\Delta p)$ versus $\log(t)$. A diferença observada entre o valor da permeabilidade fornecida como dado de entrada ao simulador (300 md) e o valor calculado, é tanto maior quanto menor for o índice de fluxo n , devido aos efeitos de não linearidade, conforme foi visto no Capítulo 3. Esta diferença será ainda maior caso se utilize o valor do índice de fluxo n^* , obtido a partir do gráfico de $\log(\Delta p)$ versus $\log(t)$, no cálculo da permeabilidade.

TABELA 5.3- INTERPRETAÇÃO DOS TESTES SIMULADOS TESTE DE INJEÇÃO				
	$n^*=0.403$	$n = 0.45$	$n^*=0.749$	$n = 0.75$
K(md)	187.0	285.0	296.0	299.0
s	0.2	0.3	0.0	0.0
$r_{inv}(m)$	17.8	19.8	23.2	23.3

As técnicas de interpretação apresentadas anteriormente se baseiam na hipótese de comportamento não newtoniano com modelo de potência pseudo-plástico, de forma que para avaliá-las fez-se necessário alterar os parâmetros reológicos originalmente disponíveis de modo que tal hipótese fosse satisfeita. Conforme foi comentado no Capítulo 4, os parâmetros reológicos originais obtidos a partir dos dados do artigo de *Cannella et al.*^[13] mostraram que as soluções poliméricas encontravam-se em uma região de transição entre o regime pseudo-plástico e o regime newtoniano, nas proximidades do poço.

Para avaliar os erros cometidos ao se interpretar um teste de injeção com solução polimérica com comportamento reológico caracterizado por uma transição entre o regime pseudo-plástico e newtoniano, foram simulados dois teste de injeção de soluções poliméricas com concentrações de 1.2 kg/m^3 ($n = 0.45$) e 0.3 kg/m^3 ($n = 0.75$) e com os demais parâmetros reológicos obtidos a partir da correlação dos dados originais encontrados no artigo de *Cannella et al.*^[13] (tabela 4.2). Os parâmetros de rocha e fluido utilizados são os mesmos dos testes de injeção simulados anteriormente (tabela 4.2) assim como o procedimento adotado para simular o teste. O tempo de duração dos testes de injeção foi de 6 horas.

Os gráficos das figuras 5.7 e 5.8 mostram respectivamente a análise dos dados de pressão obtidos a partir do teste de injeção simulado com os parâmetros reológicos da tabela 4.2, pelo método apresentado neste trabalho (ou seja, considerando um comportamento reológico não newtoniano pseudo-plástico) e pelo método tradicionalmente utilizado para interpretar testes de injeção com fluidos newtonianos (método semi-log), para uma concentração de polímero de $1,2 \text{ kg/m}^3$ ($n = 0.45$). Observa-se nestes gráficos que as retas características previstas segundo estes métodos de interpretação não se apresentam bem definidas.

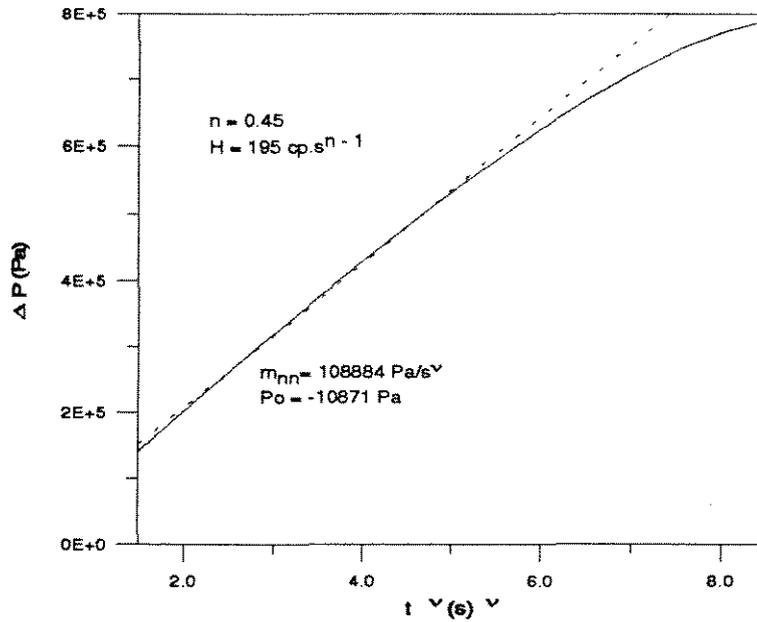


Figura 5.7 - Gráfico de Δp versus t^v para Injeção de Solução Polimérica com Comportamento Reológico de Transição $n = 0.45$

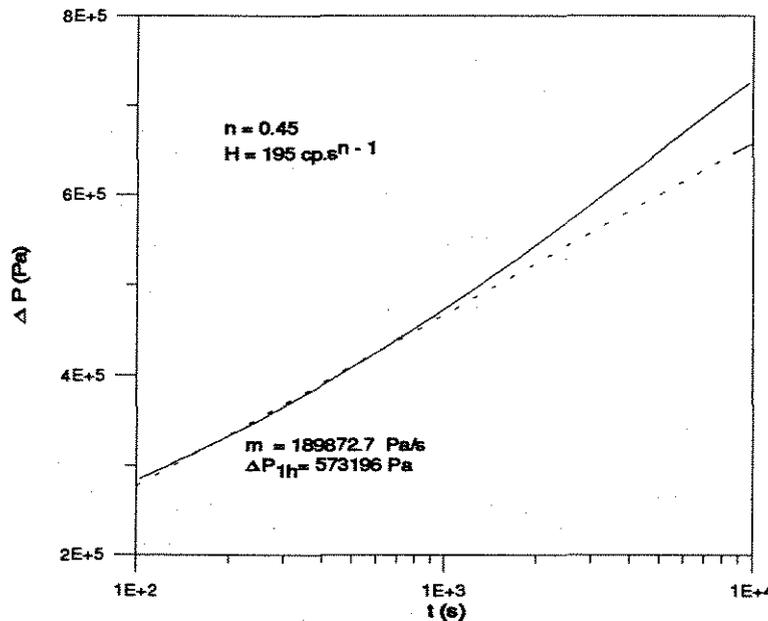


Figura 5.8 - Gráfico de Δp versus $\log(t)$ para Injeção de Solução Polimérica com Comportamento Reológico de Transição $n = 0.45$

Os gráficos das figuras 5.9 e 5.10 mostram respectivamente a análise dos dados de pressão obtidos a partir do teste de injeção simulado com os parâmetros reológicos da tabela 4.2, pelo método apresentado neste trabalho (ou seja, considerando um comportamento reológico não newtoniano

pseudo-plástico) e pelo método tradicionalmente utilizado para interpretar testes de injeção com fluidos newtonianos (método semi-log), para uma concentração de polímero de $0,3 \text{ kg/m}^3$ ($n = 0.75$). Observa-se nestes gráficos que as retas características previstas pelos métodos em questão apresentam-se melhores definidas do que no caso do teste anterior.

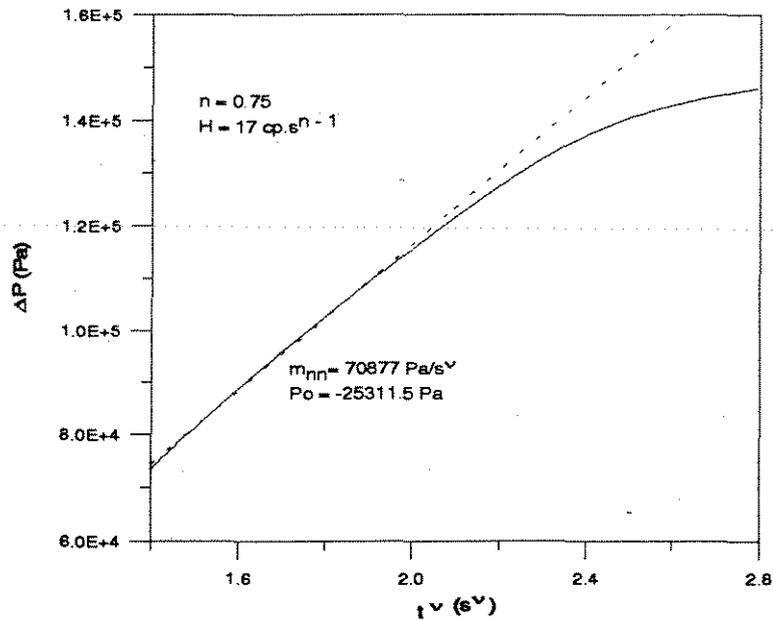


Figura 5.9 - Gráfico de Δp versus t^v para Injeção de Solução Polimérica com Comportamento Reológico de Transição $n = 0.75$

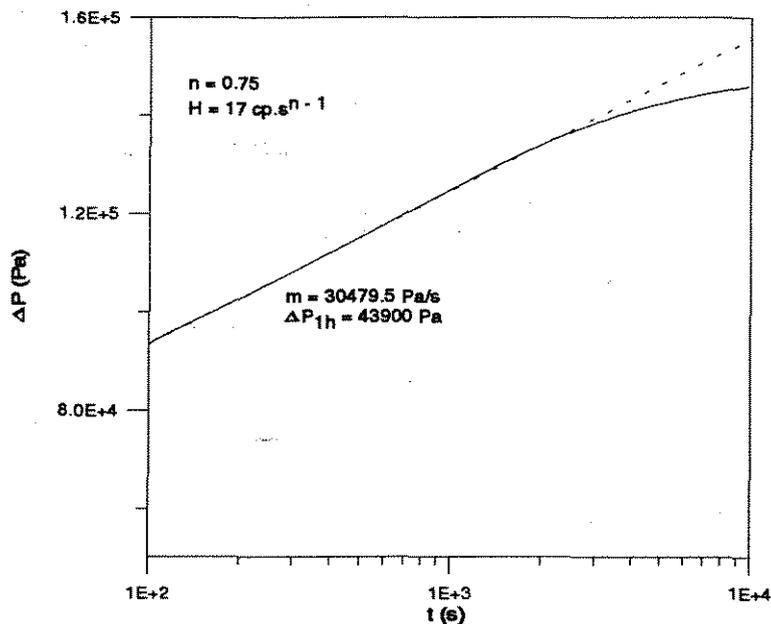


Figura 5.10 - Gráfico de Δp versus $\log(t)$ para Injeção de Solução Polimérica com Comportamento Reológico de Transição $n = 0.75$

A tabela 5.4 mostra os resultados obtidos para a interpretação destes testes de injeção pelos dois métodos. Na interpretação dos testes pelo método semi-log a viscosidade μ utilizada foi obtida dos gráficos das figuras 4.2 e 4.3 para um tensão de cisalhamento em torno da tensão máxima, tendo-se obtido $\mu = 3$ cp nos dois gráficos. O raio de investigação foi calculado considerando-se o tempo final em que as retas determinadas nas análises coincidem com os dados de pressão obtidos no teste. Comparando-se os resultados obtidos com os dados fornecidos ao simulador ($K = 300$ md, $s = 0$ e $r_{inv} = 25$ m), observa-se que erros grosseiros podem ser cometidos quando a solução polimérica não apresenta o mesmo comportamento reológico considerado nas premissas definidas para a elaboração de cada uma destas técnicas de interpretação de teste (fluido newtoniano ou fluido não newtoniano com modelo de potência).

TABELA 5.4 - Interpretação dos Testes de Injeção com Soluções Poliméricas com Comportamento de Transição entre Fluido Newtoniano e não Newtoniano

n	Método Semi-log			Método não Newtoniano		
	K (md)	s	r_{inv} (m)	K (md)	s	r_{inv} (m)
n = 0.45	16.75	2.56	10.56	462.0	1.4	6.8
n = 0.75	104.4	-0.174	32.33	443.0	1.6	21.0

Convém salientar que nos testes simulados não foram considerados os efeitos de estocagem, de fator de película e nem de variação da vazão de injeção do fluido não newtoniano. Estudos posteriores deverão ser efetuados visando analisar a influência de tais fatores no comportamento do transiente de pressão sob condições de injeção de um fluido não newtoniano.

5.2- Teste de Decaimento de Pressão

Conforme já foi comentado a equação diferencial parcial que descreve o fluxo não newtoniano no meio poroso é não linear e a solução analítica aproximada foi obtida a partir da linearização da mesma. Para o teste de decaimento de pressão *Ikoku e Ramey*⁽¹⁾ simplesmente aplicaram o *Princípio da Superposição* à solução linearizada obtida para o caso do teste de injeção.

Seja um poço injetando uma solução polimérica não newtoniana a vazão constante durante um tempo t_f . Após um tempo de fechamento qualquer a pressão adimensional p_{Dnns} calculada utilizando o *Princípio da Superposição* será:

$$p_{Dnns} = \frac{2\pi Kh}{q\mu^*} (p_{ws} - p_i) = p_{Dnnw} [(t_f + \Delta t)_{Dnn}] - p_{Dnnw} (\Delta t_{Dnn}) \quad (5.2.1)$$

onde p_{ws} é a pressão no poço após o fechamento e p_{Dnnw} é a pressão adimensional para o fluxo de um fluido não newtoniano com modelo de potência cuja expressão, incluindo o fator de película é dada por:

$$p_{Dnnw} = \frac{1}{\nu} \left[\frac{1}{2} (1 - \nu) \right]^{1-2\nu} \frac{1}{\Gamma(1-\nu)} t_{Dnn}^\nu - \frac{1}{2} \left(\frac{1-\nu}{\nu} \right) + s \quad (5.2.2)$$

Substituindo na equação (5.2.1), resulta em :

$$p_{Dnns} = \frac{1}{\nu} \left[\frac{1}{2} (1 - \nu) \right]^{1-2\nu} \frac{1}{\Gamma(1-\nu)} \left\{ [(t_f + \Delta t)_{Dnn}]^\nu - (\Delta t_{Dnn})^\nu \right\} \quad (5.2.3)$$

Pela equação acima um gráfico cartesiano de p_{Dnns} versus $\left\{ [(t_f + \Delta t)_D]^\nu - (\Delta t_D)^\nu \right\}$ resultará em uma reta com inclinação m_D dada por

$$m_D = \frac{1}{\nu} \left[\frac{1}{2} (1 - \nu) \right]^{1-2\nu} \frac{1}{\Gamma(1-\nu)} \quad (5.2.4)$$

Em variáveis dimensionais a equação (5.2.3) ficará:

$$\Delta p = p_{ws} - p_i = \frac{qB}{2\pi h} \left(\frac{\mu^*}{K} \right)^{1-\nu} \left\{ \frac{1}{\nu} \left[\frac{1}{2} (1-\nu) \right]^{1-2\nu} \frac{1}{\Gamma(1-\nu)} \left(\frac{1}{\phi c_t r_w^2} \right)^\nu \right\} \left[(t_f + \Delta t)^\nu - (\Delta t)^\nu \right] \quad (5.2.5)$$

onde: - p_{ws} é a pressão no poço após o fechamento

Portanto um gráfico cartesiano de Δp_{ws} versus $\left\{ [(t_f + \Delta t)_D]^\nu - (\Delta t)_D^\nu \right\}$, resultará em uma linha reta passando pela origem cuja inclinação é dada por:

$$m_{nn} = \frac{q}{2\pi h} \left(\frac{\mu^*}{K} \right)^{1-\nu} \left\{ \frac{1}{\nu} \left[\frac{1}{2} (1-\nu) \right]^{1-2\nu} \frac{1}{\Gamma(1-\nu)} \left(\frac{1}{\phi c_t r_w^2} \right)^\nu \right\} \quad (5.2.6)$$

A partir da expressão acima pode-se obter a "mobilidade característica" $\lambda^* = K/\mu^*$:

$$\lambda^* = \frac{K}{\mu^*} = \left\{ m_{nn} \frac{2\pi h}{q} \nu \left[\frac{1}{2} (1-\nu) \right]^{2\nu-1} \Gamma(1-\nu) (\phi c_t r_w^2)^\nu \right\}^{\frac{1}{\nu-1}} \quad (5.2.7)$$

A permeabilidade efetiva do meio poroso pode ser obtida a partir da equação (5.2.7), desde que o índice de consistência H seja conhecido:

$$K = \left(\frac{q}{2\pi h} \right) \left\{ \left[(1-n) \Gamma \left(\frac{2}{3-n} \right) \right]^{n-3} \frac{\left[\frac{H}{12} \left(9 + \frac{3}{n} \right)^n (72C)^{\frac{1-n}{2}} \right]^2}{(c_t)^{1-n} m_{nn}^{3-n}} (3-n)^{2(1-n)} \right\}^{\frac{1}{1+n}} \quad (5.2.8)$$

O fator de película s , pode ser obtido a partir dos dados de pressão do teste de decaimento de pressão e da pressão de fluxo imediatamente anterior ao fechamento. A variação de pressão antes do fechamento é dada pela equação (5.2.2), que em variáveis dimensionais pode ser reescrita como:

$$\Delta p = p_{wf} - p_i = m_{nn} t_f^\nu + \frac{q}{2\pi h} \frac{\mu^*}{K} \left[s - \left(\frac{1}{1-n} \right) \right] \quad (5.2.9)$$

Após o fechamento a variação de pressão é dada pela equação (5.2.5) que pode ser reescrita como:

$$\Delta p = p_{ws} - p_i = m_{nn} \left[(t_f + \Delta t)^\nu - (\Delta t)^\nu \right] \quad (5.2.10)$$

Combinando as equações (5.2.9) e (5.2.10) obtém-se:

$$P_{wf} - P_{ws} = m_{nn} \left[t_f^\nu - (t_f + \Delta t)^\nu + (\Delta t)^\nu \right] + \left(\frac{q}{2\pi h} \right) \frac{\mu^*}{K} \left[s - \left(\frac{1}{1-n} \right) \right] \quad (5.2.11)$$

No tempo Δt igual a zero, a equação acima se reduz a :

$$\Delta p_0 = P_{wf,s} - P_{ws\Delta t=0} = \left(\frac{q}{2\pi h} \right) \frac{\mu^*}{K} \left[s - \left(\frac{1}{1-n} \right) \right] \quad (5.2.12)$$

Portanto o fator de película s pode ser calculado por:

$$s = \left(P_{wf,s} - P_{ws\Delta t=0} \right) \left(\frac{2\pi h}{q} \right) \frac{K}{\mu^*} + \left(\frac{1}{1-n} \right) \quad (5.2.13)$$

Na expressão acima $p_{wf,s}$ é a pressão de injeção antes do fechamento enquanto que $p_{ws\Delta t=0}$ é obtida do gráfico cartesiano para Δt igual a zero.

As figuras 5.11 e 5.12 ilustram o comportamento da pressão adimensional p_{Dnws} gerada a partir do *Princípio da Superposição* em função do tempo adimensional t_{Dnn} para vários tempos de produção antes do fechamento e diferentes valores do índice de fluxo n . Nestas curvas a pressão adimensional p_{Dnws} foi definida como :

$$P_{Dnws} = P_{Dnwt=tf} - P_{Dnns} = \frac{2\pi Kh}{q\mu^*} (P_{wf,s} - P_{ws}) \quad (5.2.14)$$

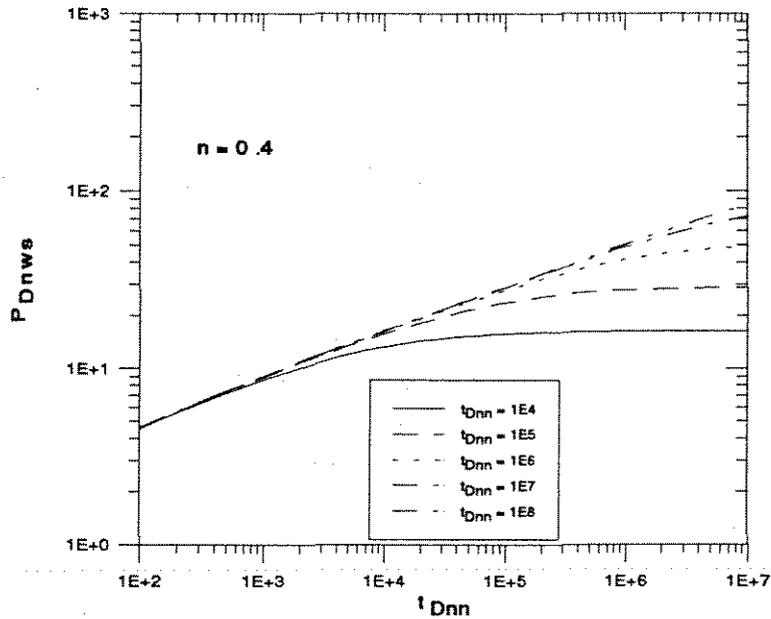


Figura 5.11-Efeito do Tempo de Produção antes do Fechamento
Teste de Decaimento de Pressão $n = 0.40$

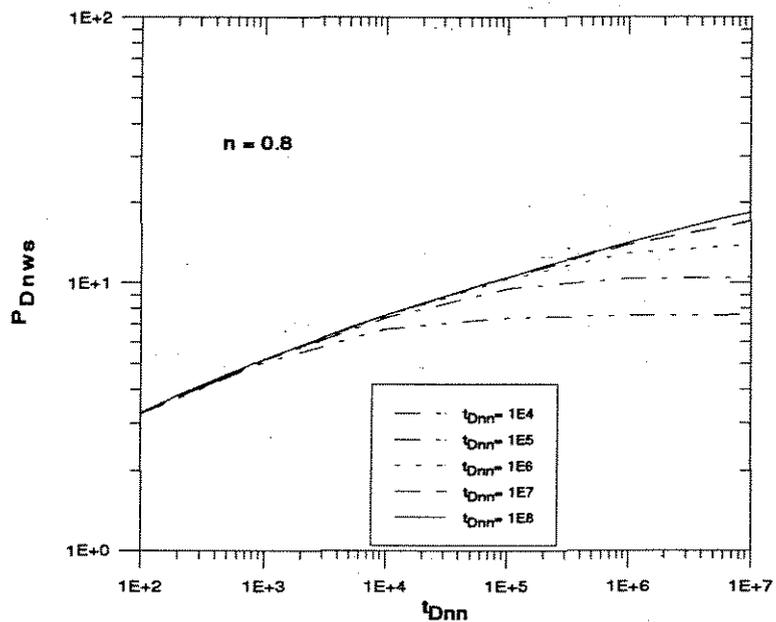


Figura 5.12-Efeito do Tempo de Produção antes do Fechamento
Teste de Decaimento de Pressão $n = 0.80$

Observa-se por estes gráficos que se o tempo de produção antes do fechamento for relativamente curto, não é possível determinar o índice de fluxo n a partir da inclinação da reta log-log.

Aplicando o *Princípio da Superposição* na definição de pressão adimensional dada pela equação (5.2.14), vem que :

$$p_{Dnws}(\Delta t_{Dnn}) = p_{wD}(t_{Dnn}) - p_{wD}(t + \Delta t)_{Dnn} + p_{wD}(\Delta t_{Dnn}) \quad (5.2.15)$$

Sob condições de fluxo permanente antes do fechamento, $p_{wD}(t_{Dnn})$ é igual a $p_{wD}(t + \Delta t)_{Dnn}$ e portanto a equação (5.2.15) ficará como:

$$p_{Dnws}(\Delta t_{Dnn}) = p_{wD}(\Delta t_{Dnn}) = m_D \Delta t_{Dnn}^v - \frac{1}{1-n} \quad (5.2.16)$$

Isto mostra que para tempos longos de injeção anteriores ao fechamento, um gráfico cartesiano de Δp_{ws} versus Δt^v resultará em uma reta de inclinação m_D .

Vongvuthipornchai e Raghavan^[20,21] fizeram uma avaliação da aplicação desta solução linearizada para o teste de decaimento de pressão utilizando um simulador numérico e concluíram que podem ser cometidos erros grosseiros na avaliação de um teste de decaimento de pressão para o índice de fluxo n for menor do que 0.6. Foi apresentado um fator de correção obtido numericamente, para a inclinação da reta cartesiana em função do índice de fluxo n .

Para avaliar o efeito da superposição na análise de dados de pressão em testes de decaimento foram simulados dois testes com a simulador SIMPAR, com índices de fluxo n iguais a 0.45 e 0.75.

O procedimento básico adotado para simular estes testes com o SIMPAR foi o seguinte: foi feita injeção de solução polimérica durante um certo tempo com vazão constante em um reservatório inicialmente saturado de óleo, de modo a se obter um banco de fluido não newtoniano com modelo de potência. Após esta injeção o reservatório foi fechado durante um certo tempo para a realização do teste de decaimento de pressão até restabelecer os níveis de pressão original. Os dados utilizados para geração destes testes são os mesmos da tabela 4.2.

As figuras 5.13 e 5.14 mostram os gráficos semi-log da variação de pressão $\Delta p = (p_{ws} - p_i)$ versus o tempo de *Horner* $((t_p + \Delta t) / \Delta t)$, para os dois testes simulados. Observa-se que não se forma linha reta para longos tempos de fechamento como nos métodos tradicionais existentes para análise de testes com injeção de fluidos newtonianos.

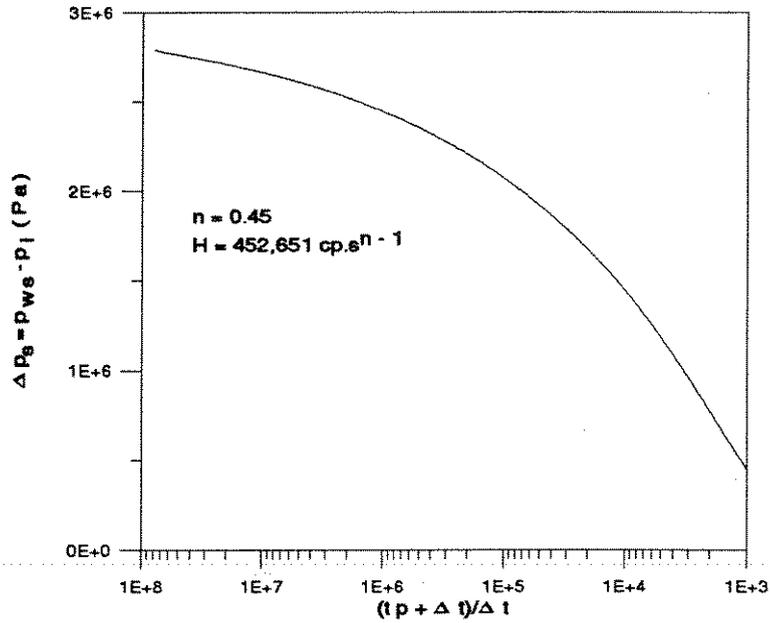


Figura 5.13-Gráfico de Horner n = 0.45

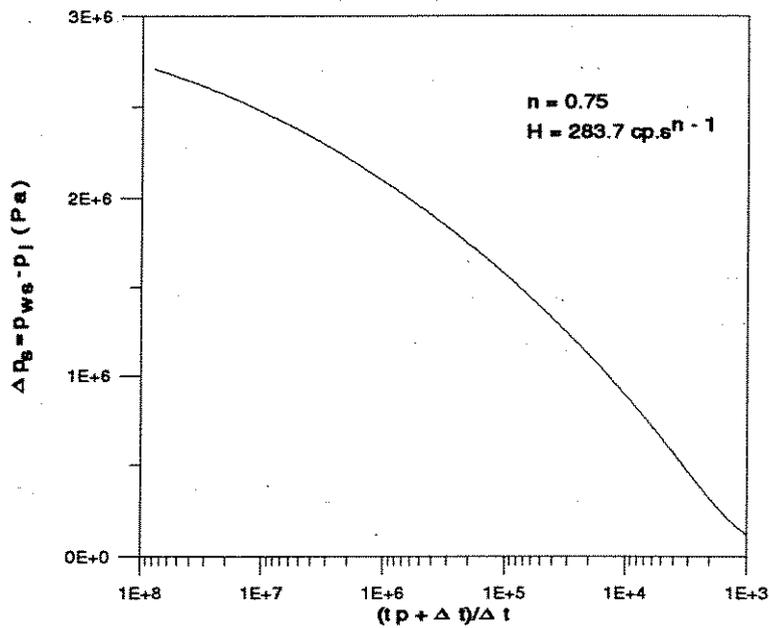


Figura 5.14-Gráfico de Horner n = 0.75

As figuras 5.15 e 5.16 exibem os gráficos de $\log(\Delta p_s = p_{wf,s} - p_{ws})$ versus $\log(\Delta t)$ para os dois testes em questão. De acordo com o método de interpretação proposto, o valor da inclinação das retas (linha tracejada) observadas para longo tempo nestes gráficos, deve ser igual a $v = (1-n)/(3-n)$.

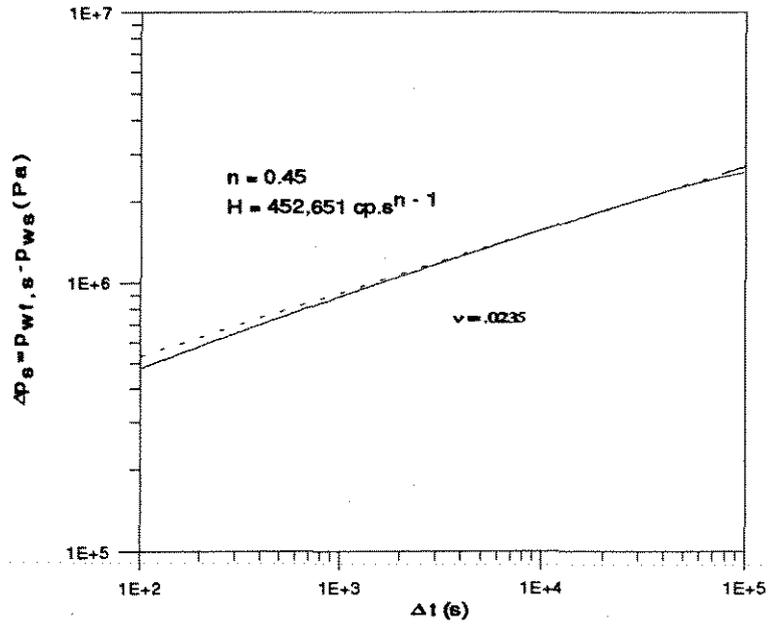


Figura 5.15 - Gráfico de $\log(\Delta p_s) \times \log(\Delta t)$ $n = 0.45$

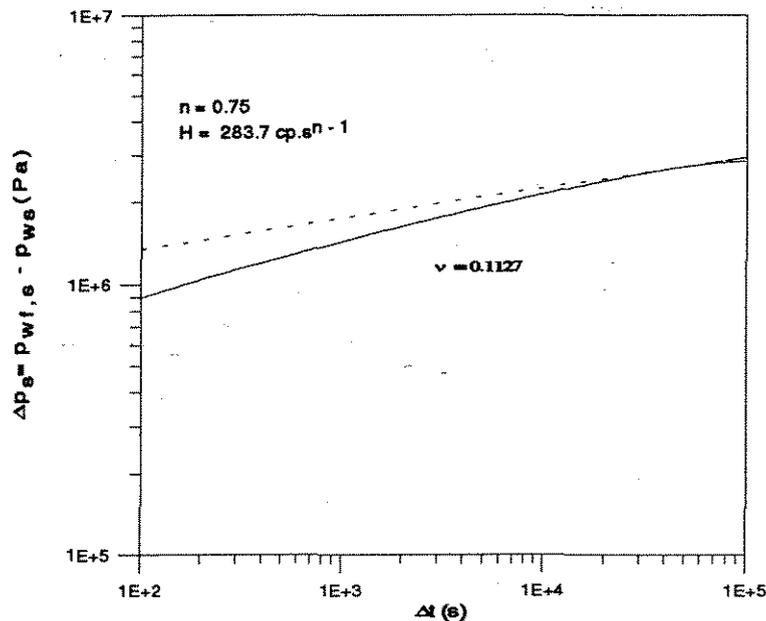


Figura 5.16 - Gráfico $\log(\Delta p_s) \times \log(\Delta t)$ $n = 0.75$

A tabela 5.5 apresenta os valores dos índices de fluxo n obtidos a partir dos testes simulados. Nota-se que são observadas maiores diferenças em relação ao valor real, para o caso do índice de fluxo menor ($n = 0.45$). Conforme foi comentado no capítulo 3, a determinação do índice de fluxo n a partir do gráfico de $\log(\Delta p) \times \log(\Delta t)$ somente fornece bons resultados para valor de n maior ou igual a 0.6.

TABELA 5.5 - ÍNDICES DE FLUXO OBTIDOS NA INTERPRETAÇÃO DOS TESTES SIMULADOS TESTES DE DECAIMENTO DE PRESSÃO

	v teórico	v obtido do gráfico	n calculado
n = 0.45	0.2157	0.235	0.385
n = 0.75	0.1111	0.1127	0.746

As figuras 5.17 e 5.18 mostram os gráficos cartesianos de Δp versus Δt^v para os dois testes de fluxo gerados.

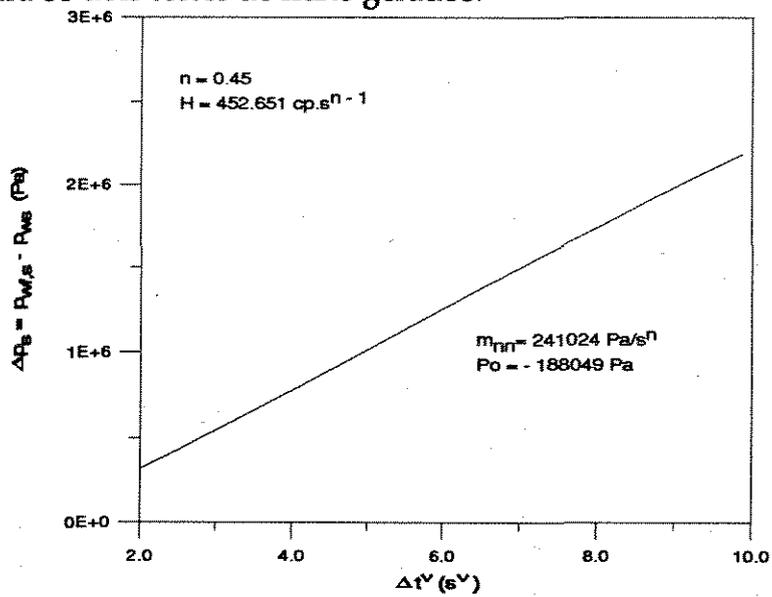


Figura 5.17-Gráfico de $\Delta p_s \times \Delta t^v$ n = 0.45

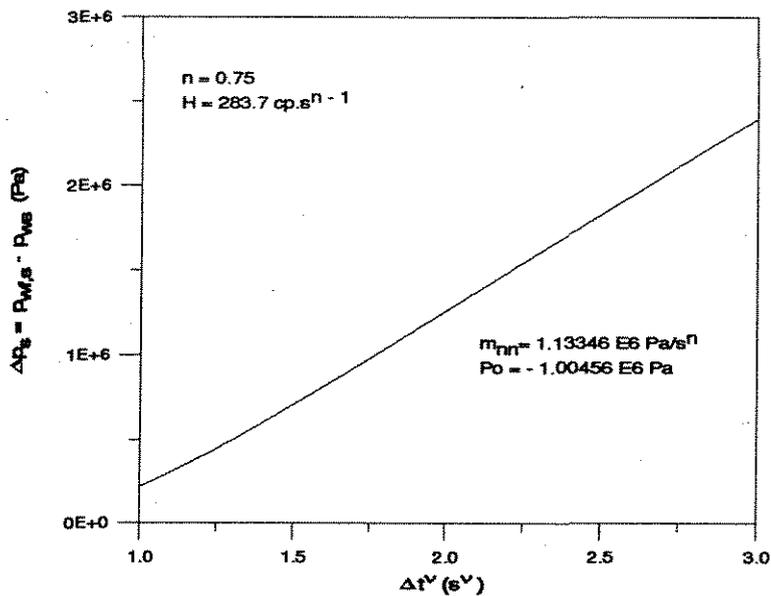


Figura 5.18-Gráfico de $\Delta p_s \times \Delta t^v$ n = 0.75

A partir dos valores da inclinação das retas dos gráficos 5.13 e 5.14 e dos valores dos índices de fluxo n e de consistência H , calculou-se a permeabilidade efetiva do meio poroso no raio de investigação do teste pela equação (5.2.8), com os valores de porosidade e compressibilidade total já conhecidos. O fator de película s foi calculado utilizando-se a equação (5.2.13) enquanto o raio de investigação (r_{inv}), foi calculado de maneira semelhante ao teste de fluxo (equação 5.1.13).

A tabela 5.6 apresenta os resultados da interpretação dos dois testes simulados, utilizando tanto o valor do índice de fluxo n fornecido, como o valor obtido (n^*) a partir do gráfico de $\log(\Delta p)$ versus $\log(\Delta t)$.

TABELA 5.6- INTERPRETAÇÃO DOS TESTES SIMULADOS				
TESTES DE DECAIMENTO DE PRESSÃO				
	$n^*=0.385$	$n = 0.45$	$n^*=0.746$	$n = 0.75$
$K(md)$	205.0	364.0	293.0	306.0
s	-0.9	-0.8	-0.2	-0.2
$r_{inv}(m)$	18.3	21.2	23.2	23.5

Nota-se que os valores de permeabilidade obtidos na interpretação dos testes de decaimento de pressão diferem dos valores obtidos para os testes de injeção. Maiores diferenças são observadas para menores valores de índice de fluxo n , quando a não linearidade da equação é mais acentuada. Isto torna evidente que o método de interpretação proposto para o teste de decaimento de pressão com base no princípio da superposição, não deve ser aplicado para baixos valores de índice de fluxo n , conforme já havia sido reportado por *Vongvuthipornchai e Raghavan*^[20,21].

De forma a tornar possível a utilização do método proposto para interpretação do teste de decaimento de pressão, *Vongvuthipornchai e Raghavan*^[20,21] propuseram a utilização de um fator de correção (C_r) no tempo adimensional Δt_D , dependente unicamente do índice de fluxo n . A tabela 5.7 mostra os fatores de correção propostos por *Vongvuthipornchai e Raghavan*^[20,21], para diversos valores de índice de fluxo n , obtidos numericamente

TABELA 5.7 - Fatores de correção para a análise do teste de decaimento de pressão^[20,21]

n	C_r
0.1	0.058
0.2	0.163
0.3	0.281
0.4	0.393
0.5	0.503
0.6	0.609
0.7	0.711
0.8	0.804
0.9	0.884

Convém comentar que os fatores de correção propostos por *Vongvuthipornchai e Raghavan*^[20,21], foram obtidos considerando-se o *fator de tortuosidade* do meio poroso (C) igual a 25/12. No caso dos testes de decaimento de pressão gerados com o SIMPAR - opção Polímero e apresentados anteriormente, utilizou-se um *fator de tortuosidade* igual a 1/18 (Apêndice D) que corresponde a um fator C' multiplicativo da taxa de cisalhamento, igual a 6^[13] e conseqüentemente os fatores de correção serão diferentes. Uma maneira para estimar o fator de tortuosidade do meio poroso é através da simulação numérica: simula-se o teste de injeção realizado e através da variação do fator de tortuosidade do meio poroso procura-se reproduzir os dados de pressão obtidos no teste.

A tabela 5.8 mostra a comparação entre os fatores de correção apresentados por *Vongvuthipornchai e Raghavan*^[20,21] e os fatores de correção obtidos para os testes simulados.

TABELA 5.8- Comparação entre os fatores de correção obtidos para os testes de decaimento de pressão

n	$C_{r_{25/12}}$	C_{r_6}
0.45	0.448	0.60
0.75	0.7575	0.88

Capítulo 6

Deslocamento Imiscível de um Fluido Newtoniano por um Fluido Não Newtoniano no Meio Poroso: Fluxo Bifásico Solução Polimérica/Óleo

Nos projetos de recuperação secundária que envolvem a injeção de fluidos não newtonianos, como as soluções poliméricas, ocorre deslocamento imiscível de fluidos newtonianos (óleo) por fluidos não newtonianos. Neste capítulo são apresentadas as soluções analíticas para o deslocamento de fluidos newtonianos por fluidos não newtonianos no meio poroso, com geometria de fluxo linear e radial. Além disto é discutida a influência de tal deslocamento nas técnicas de análise de testes de injeção e de decaimento de pressão apresentadas nos capítulos anteriores.

A solução analítica para o deslocamento linear de um fluido newtoniano por um fluido não newtoniano no meio poroso foi desenvolvida por *Wu et al.*^[28]. Esta solução segue basicamente o procedimento aplicado por *Buckley e Leverett*^[25] para o deslocamento de fluidos newtonianos. A única diferença relevante, devido ao comportamento não newtoniano do fluido, é que a curva de fluxo fracionário do fluido não newtoniano é influenciada pela velocidade total de fluxo. Com base neste trabalho foi feita uma extensão para o deslocamento radial imiscível de um fluido newtoniano por um fluido não newtoniano no meio poroso. Estas duas soluções foram então avaliadas com o simulador numérico SIMPAR-opção Polímero.

Toda a teoria para análise de testes de injeção e de decaimento de pressão apresentada nos capítulos anteriores foi desenvolvida considerando-se fluxo monofásico, ou ainda, fluxo entre fluidos com razão de mobilidades igual a um. A influência do fluxo bifásico entre fluidos newtoniano e não newtoniano no comportamento do transiente de pressão foi estudada por *Lund e Ikoku*^[23] e *Gencer e Ikoku*^[24]. Utilizando simuladores numéricos *Lund e Ikoku*^[23] consideraram no seu modelo o conceito de reservatório composto, admitindo como hipótese que o deslocamento entre os

fluidos era do tipo pistão, enquanto *Gencer e Ikkoku*^[24] já consideraram os efeitos da variação de saturações no seu modelo.

Todas as variáveis utilizadas no desenvolvimento matemático apresentado a seguir, estão em unidades do Sistema Internacional. As unidades correspondentes a estas variáveis estão descritas na Nomenclatura.

6.1- Equação do Fluxo Fracionário para o Deslocamento Imiscível de um Fluido Newtoniano por um Fluido Não Newtoniano no Meio Poroso

6.1.1- O Caso do Deslocamento Linear

A modelagem matemática para o fluxo linear bifásico de um fluido newtoniano sendo deslocado por um fluido não newtoniano no meio poroso, foi desenvolvida^[28] considerando-se as seguintes hipóteses:

- meio poroso homogêneo e isotrópico
- não há transferência de massa entre as fases newtoniana e não newtoniana.
- dispersão e adsorção na rocha não são consideradas.
- fluido não newtoniano com modelo de potência ($0 < n < 1$)
- não foi considerada a existência de volume poroso inacessível

As equações que descrevem o fluxo são:

Para o fluido newtoniano

$$-\nabla \cdot (\rho_{ne} u_{ne}) = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_{ne} S_{ne} \phi) \quad (6.1.1.1)$$

ou ainda,

$$-\frac{\partial u_{ne}}{\partial x} = \phi \frac{\partial S_{ne}}{\partial t} \quad (6.1.1.1a)$$

Para o fluido não newtoniano

$$-\nabla \cdot (\rho_{nn} u_{nn}) = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_{nn} S_{nn} \phi) \quad (6.1.1.2)$$

ou ainda,

$$-\frac{\partial u_{nn}}{\partial x} = \phi \frac{\partial S_{nn}}{\partial t} \quad (6.1.1.2a)$$

onde: $-u$ é a velocidade do fluido no meio poroso,

$-S$ a saturação do fluido,

$-\phi$ a porosidade do meio poroso,

$-\rho$ a massa específica do fluido.

os sub-índices ne e nn referem, respectivamente a fluido newtoniano (fase óleo) e não newtoniano (fase água)

As velocidades de Darcy para o fluido newtoniano e para o fluido não newtoniano são expressas por uma extensão da Lei de Darcy para fluxo multifásico:

$$u_{ne} = -K \frac{k_{rne}}{\mu_{ne}} \left(\frac{\partial P_{ne}}{\partial x} + \rho_{ne} g \sin \theta \right) \quad (6.1.1.3)$$

$$u_{nn} = -K \frac{k_{rnn}}{\mu_{nn}} \left(\frac{\partial P_{nn}}{\partial x} + \rho_{nn} g \sin \theta \right) \quad (6.1.1.4)$$

onde: $-K$ é a permeabilidade do meio poroso,

$-k_r$ a permeabilidade relativa,

$-\mu$ a viscosidade,

$-\partial P / \partial x$ o gradiente de pressão,

$-g$ a aceleração da gravidade e

$-\theta$ o ângulo entre a direção horizontal e a direção de fluxo.

As pressões nas duas fases estão relacionadas pela pressão capilar (P_c):

$$P_c(S_{nn}) = P_{ne} - P_{nn} \quad (6.1.1.5)$$

As permeabilidades relativas k_{rne} e k_{rnn} , e a pressão capilar P_c são funções apenas da saturação de fluidos e pela definição de saturação:

$$S_{ne} + S_{nn} = 1 \quad (6.1.1.6)$$

Na obtenção da solução analítica foram assumidas as seguintes hipóteses adicionais:

-A pressão capilar é desprezível

$$P_c(S_{nn}) \cong 0 \Rightarrow P_{ne} = P_{nn} = P \quad (6.1.1.7)$$

-Os dois fluidos são incompressíveis:

$$(u_{ne} + u_{nn}) = u_t \quad (6.1.1.8)$$

Substituindo (6.1.1.3) e (6.1.1.4) em (6.1.1.8) resulta:

$$u_t + K \left(\frac{k_{rne}}{\mu_{ne}} + \frac{k_{rnn}}{\mu_{nn}} \right) \frac{\partial P}{\partial x} + K \left(\frac{\rho_{ne} k_{rne}}{\mu_{ne}} + \frac{\rho_{nn} k_{rnn}}{\mu_{nn}} \right) g \sin \theta = 0 \quad (6.1.1.9)$$

ou ainda na seguinte expressão para o gradiente de pressão:

$$\left(-\frac{\partial P}{\partial x} \right) = \frac{u_t + K \left(\frac{\rho_{ne} k_{rne}}{\mu_{ne}} + \frac{\rho_{nn} k_{rnn}}{\mu_{nn}} \right) g \sin \theta}{K \left(\frac{k_{rne}}{\mu_{ne}} + \frac{k_{rnn}}{\mu_{nn}} \right)} \quad (6.1.1.10)$$

-Segregação gravitacional desprezível

-Deslocamento estável próximo à frente de deslocamento

-A viscosidade do fluido não newtoniano é função do potencial de fluxo e da saturação, ou seja:

$$\mu_{nn} = f(S_{nn}, \nabla \Phi) \quad (6.1.1.11)$$

onde $\nabla \Phi$ é o gradiente do potencial de fluxo e sua componente na direção x é dada por:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial x} + \rho_{nn} g \sin \theta \quad (6.1.1.12)$$

A viscosidade não newtoniana μ_{nn} , com modelo de potência sob condições de fluxo bifásico, tem a seguinte expressão (Apêndice K- equação K.1.19):

$$\mu_{nn} (S_{nn}, \frac{\partial P}{\partial x}) = \mu_{ef} \left[\frac{Kk_{rnn} (S_{nn})}{\mu_{ef}} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right) \right]^{\frac{n-1}{n}} \quad (6.1.1.13)$$

O fluxo fracionário de uma fase é definido como sendo a fração volumétrica da fase em comparação com a fração volumétrica total.

Para o fluido não newtoniano, o fluxo fracionário f_{nn} , será

$$f_{nn} = \frac{u_{nn}}{u_{ne} + u_{nn}} = \frac{u_{nn}}{u_t} \quad (6.1.1.14)$$

ou ainda (equação K.1.21 - Apêndice K):

$$f_{nn} = \frac{1 + \frac{Kk_{rne}}{u_t \mu_{ne}} (\rho_{ne} - \rho_{nn}) g \sin \theta}{1 + \frac{k_{rne} \mu_{nn}}{\mu_{ne} k_{rnn}}} \quad (6.1.1.14a)$$

O fluxo fracionário do fluido não newtoniano (f_{nn}) depende não somente da saturação S_{nn} , mas também da viscosidade da fase não newtoniana, que por sua vez é função do gradiente de potencial. Para uma dada vazão de injeção, o gradiente de potencial é função unicamente da saturação, conforme pode ser observado na equação (6.1.1.10) e conseqüentemente o fluxo fracionário do fluido não newtoniano (f_{nn}) também será função somente da saturação S_{nn} .

Utilizando a equação (6.1.1.14) na equação (6.1.1.2a):

$$u_t \frac{\partial f_{nn}}{\partial x} + \phi \frac{\partial S_{nn}}{\partial t} = 0 \quad (6.1.1.15)$$

Esta equação é semelhante à equação clássica de *Buckley e Leverett*^[25] e para a obtenção da solução analítica da mesma, serão definidas as seguintes variáveis adimensionais^[37]:

$$t_D = \int_0^t \frac{q}{A\phi L} dt' \quad (6.1.1.16)$$

$$x_D = \frac{x}{L} \quad (6.1.1.17)$$

- onde: - q é a vazão de injeção,
 -A a área da seção transversal ,
 -φ a porosidade do meio poroso,
 -L o comprimento do meio poroso

A equação (6.1.1.15) na forma adimensional ficará :

$$\frac{\partial S_{nn}}{\partial t_D} + \frac{\partial f_{nn}}{\partial x_D} = 0 \quad (6.1.1.18)$$

ou ainda:

$$\frac{\partial S_{nn}}{\partial t_D} + \frac{\partial f_{nn}}{\partial S_{nn}} \frac{\partial S_{nn}}{\partial x_D} = 0 \quad (6.1.1.18a)$$

Buckley e Leverett^[25] apresentaram a solução analítica da equação (6.1.1.18), submetida às seguintes condições inicial e de contorno:

Condição Inicial: No instante inicial ($t_D = 0$) a saturação de fluido não newtoniano é mínima, ou seja:

$$S_{nn}(x_D, 0) = S_{nnir} \quad \text{para } x_D \geq 0 \quad (6.1.1.19)$$

Condição de Contorno Interna: A saturação de fluido não newtoniano é máxima na fronteira interna, ou seja:

$$S_{nn}(0, t_D) = 1 - S_{nnir} \quad \text{para } t_D \geq 0 \quad (6.1.1.20)$$

A solução do sistema constituído pela equação (6.1.1.18a) e pelas condições inicial e de contorno (6.1.1.19) e (6.1.1.20), conforme consta no Apêndice K-equação (K.1.33), é dada por:

$$v_D|_{S_{nn}^*} = \left(\frac{\partial f_{nn}}{\partial S_{nn}} \right)_{S_{nn}^*} \quad (6.1.1.21)$$

A equação (6.1.1.21) é a equação que expressa a taxa de avanço frontal para o deslocamento de um fluido não newtoniano e tem a mesma forma da solução de Buckley e Leverett^[25] Esta equação mostra que a velocidade da frente de saturação S_{nn^*} é igual à tangente curva de fluxo fracionário (f_{nn} versus S_{nn}) no ponto em que a saturação S_{nn} é igual a S_{nn^*} .

Assim como na teoria de Buckley e Leverett^[25], a utilização direta da equação (6.1.1.21), pode resultar em valores múltiplos para a distribuição de saturação próxima a posição da frente de deslocamento, o que fisicamente é impossível. Para que esta solução tenha sentido físico introduz-se "choques" na saturação. Desta forma é possível determinar a velocidade de propagação destes "choques" a partir da utilização do princípio da conservação de massa, resultando em:

$$v_{D,c} = \left(\frac{f_{nn}^+ - f_{nn}^-}{S_{nn}^+ - S_{nn}^-} \right) \quad (6.1.1.22)$$

onde os sobrescritos "+" e "-" se referem a valores a montante (condição de fronteira) e a jusante (condição inicial) do "choque" de saturação, respectivamente. Para que a solução seja completa deve-se atender à "regra da velocidade", segundo a qual a velocidade das saturações v_D deve crescer ou permanecer constante, quando se sai da condição de fronteira para a condição inicial.

Para que o "choque" seja estável a velocidade atrás do "choque" deve ser maior ou igual à velocidade do "choque", enquanto que a velocidade na frente do "choque" deve ser menor ou igual à velocidade do "choque", ou seja:

$$v_{D,S_{nn}^+} = \left(\frac{\partial f_{nn}}{\partial S_{nn}} \right)_{S_{nn}^+} \geq v_{D,c} = \left(\frac{f_{nn}^+ - f_{nn}^-}{S_{nn}^+ - S_{nn}^-} \right) \geq v_{D,S_{nn}^-} = \left(\frac{\partial f_{nn}}{\partial S_{nn}} \right)_{S_{nn}^-} \quad (6.1.1.23)$$

A posição da frente de saturação S_{nn^*} pode ser determinada através da integração da equação (6.1.1.21), resultando em:

$$x_{D,S_{nn}^*} = v_D|_{S_{nn}^*} t_D \quad (6.1.1.24)$$

A obtenção da curva de fluxo fracionário e do perfil de saturação para fluidos não newtonianos difere da metodologia tradicional empregada para o caso do deslocamento de fluidos newtonianos, visto que a viscosidade do fluido não newtoniano depende do diferencial de pressão que por sua vez depende da vazão de injeção e da saturação do meio poroso.

Para ilustrar o procedimento a ser seguido para obtenção da curva de fluxo fracionário e do perfil de saturação de um fluido não newtoniano, será considerado por simplificação, o caso do deslocamento linear horizontal de um fluido newtoniano por um fluido não newtoniano em um meio poroso. A equação do fluxo fracionário (f_{nn}), ficará reduzida a:

$$f_{nn} = \frac{1}{1 + \frac{k_{rne} \mu_{nn}}{\mu_{ne} k_{rnn}}} \quad (6.1.1.25)$$

Na equação acima, a viscosidade do fluido não newtoniano (μ_{nn}), é função do diferencial de pressão ($\partial P / \partial x$), cuja expressão é dada pela equação (6.1.1.10). Para o caso do deslocamento linear horizontal esta equação se reduz a:

$$\left(-\frac{\partial P}{\partial x} \right) = \frac{u_t}{K \left(\frac{k_{rne}}{\mu_{ne}} + \frac{k_{rnn}}{\mu_{nn}} \right)} \quad (6.1.1.26)$$

Analisando-se as equações (6.1.1.25) e (6.1.1.26), pode-se concluir que o fluxo fracionário de um fluido não newtoniano, é influenciado não somente pelas propriedades dos fluidos deslocante e deslocado, mas também pela vazão de injeção.

Substituindo a viscosidade não newtoniana (μ_{nn}), dada pela expressão (6.1.1.13), na equação (6.1.1.24) obtém-se:

$$\left(-\frac{\partial P}{\partial x} \right)^{1/n} \left(\frac{kk_{rnn}}{\mu_{ef}} \right)^{1/n} + \left(-\frac{\partial P}{\partial x} \right) \left(\frac{kk_{rne}}{\mu_{ne}} \right) - u_t = 0 \quad (6.1.1.27)$$

Portanto para a obtenção da curva de fluxo fracionário e do perfil de saturação do fluido não newtoniano, deve-se proceder da seguinte maneira:

1) Para valores de saturação do fluido não newtoniano (S_{nn}), variando entre a condição inicial ($S_{nn} = S_{nnir}$), e a condição de fronteira ($S_{nn} = 1 - S_{nnir}$), calcular o gradiente de pressão ($-\partial P / \partial x$) resolvendo a equação (6.1.1.27). Para uma dada vazão de injeção, este gradiente é função apenas da saturação.

2) Com o gradiente de pressão ($-\partial P / \partial x$), calcular a viscosidade não newtoniana correspondente a cada saturação, utilizando a equação (6.1.1.13).

3) Calcular a curva de fluxo fracionário (f_{nn} versus S_{nn}), utilizando a equação (6.1.1.24)

4) Calcular a velocidade ($v_{D|S_{nn}}$) para cada saturação, que é dada pela equação (6.1.1.21):

$$v_{D|S_{nn}} = \left(\frac{\partial f_{nn}}{\partial S_{nn}} \right)_{S_{nn}} \quad (6.1.1.28)$$

5) Calcular a velocidade do "choque" ($v_{D,c}$) para cada saturação, que é dada pela equação (6.1.1.22), ou seja:

$$v_{D,c} = \left(\frac{f_{nn}^+ - f_{nn}^-}{S_{nn}^+ - S_{nn}^-} \right) = \left(\frac{f_{nn} - 0}{S_{nn} - S_{nnir}} \right) = \frac{f_{nn}}{S_{nn} - S_{nnir}} \quad (6.1.1.29)$$

6) A saturação a montante do choque (S_{nn*}) será aquela em que as duas velocidades anteriormente calculadas sejam iguais, dentro de uma tolerância previamente estabelecida. Determina-se então o fluxo fracionário (f_{nn*}) e a velocidade do "choque" ($v_{D,c}$) correspondente à saturação S_{nn*}

7) Para um dado tempo adimensional t_D , a posição adimensional x_D , de cada saturação S_{nn} pode ser determinada por:

$$x_{D S_{nn}} = v_{D|S_{nn}} t_D \quad (6.1.1.30)$$

e o perfil de saturação deve ser construído considerando-se a condição de estabilidade do "choque" (equação 6.1.1.23).

A) Comparação com a Solução Numérica

A solução analítica apresentada foi comparada com a solução numérica obtida com o simulador numérico desenvolvido pela PETROBRÁS/CENPES, o SIMPAR - opção Polímero.

O deslocamento linear bifásico horizontal de um fluido newtoniano por um fluido não newtoniano foi simulado considerando a injeção de um fluido não newtoniano em um reservatório linear inicialmente saturado com um fluido newtoniano (no caso o óleo), sob condições de fluxo permanente. Foram simulados dois casos de injeção de um fluido não newtoniano, com diferentes parâmetros reológicos. Os dados utilizados na simulação destes casos encontram-se na tabela 6.1 .As curvas de permeabilidade relativa utilizadas foram determinadas a partir das seguintes equações:

$$k_{ro} = k_{ro|S_{wi}} \left(\frac{1 - S_w - S_{or}}{1 - S_{wi} - S_{or}} \right)^{n_o} \quad (6.1.1.31)$$

$$k_{rw} = k_{rw|S_{or}} \left(\frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi} - S_{or}} \right)^{n_w} \quad (6.1.1.32)$$

Os gráficos das figuras 6.1 e 6.2 mostram a comparação entre os resultados obtidos pela soluções numérica e analítica, para valores de índice de fluxo n iguais a 0.45 ($C_p = 1.2 \text{ kg/m}^3$) e 0.75 ($C_p = 0.3 \text{ kg/m}^3$), respectivamente. Como pode ser visto há uma boa concordância entre a solução analítica ,desenvolvida por *Wu et al.*^[28], e a solução numérica, obtida a partir do SIMPAR.

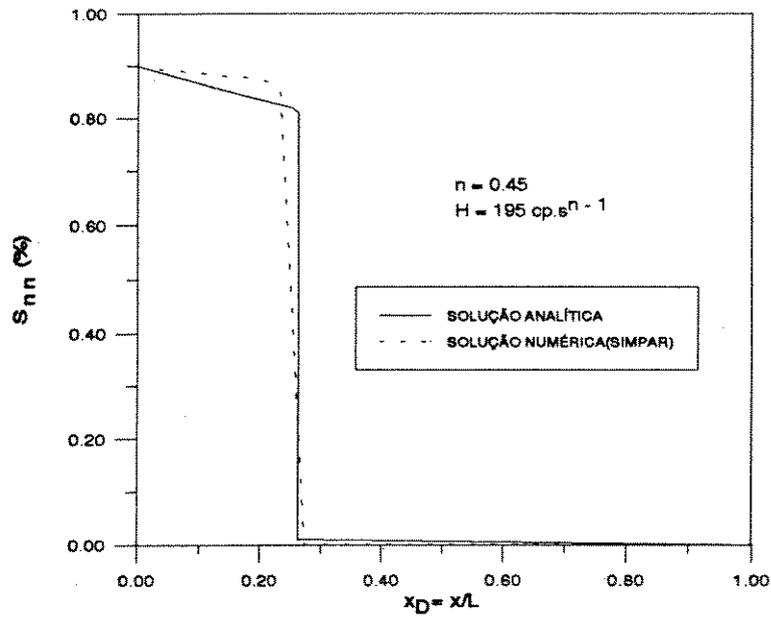


Figura 6.1 - Deslocamento Linear de um Fluido Newtoniano por um Fluido Não Newtoniano - Perfil de Saturação $n = 0.45$ Comparação entre as Soluções Analítica e Numérica

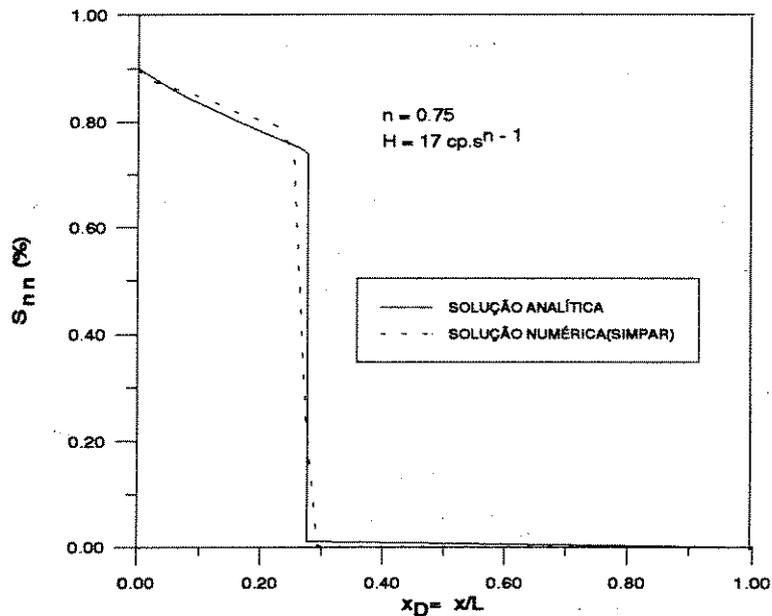


Figura 6.2 - Deslocamento Linear de um Fluido Newtoniano por um Fluido Não Newtoniano - Perfil de Saturação $n = 0.75$ Comparação entre as Soluções Analítica e Numérica

**TABELA 6.1- DADOS DE ENTRADA PARA O SIMPAR
FLUXO LINEAR BIFÁSICO**

	Cp= 1.2 (kg/m³)	Cp= 0.3 (kg/m³)
malha	50 x 1 x 1	50 x 1 x 1
L (m)	8.0	8.0
h (m)	6.25	6.25
n	0.45	0.75
H (cp.sⁿ⁻¹)	195.0	17.0
μ₀ (cp)	102.0	8.6
A_α	1.1784	0.785
B_α	-2.0271	-2.0271
A_β	-9.6804	-5.56
B_β	14.25	14.25
μ_w (cp)	0.5	0.5
μ_o (cp)	2.0	2.0
S_{wi}	0.0	0.0
S_{or}	0.1	0.1
k_{rw} Sor	0.75	0.75
k_{ro} Swi	0.75	0.75
n_w	2.0	2.0
n_o	2.0	2.0
c_o (kPa⁻¹)	1E-7	1.E-7
c_w (kPa⁻¹)	1E-9	1.E-9
c_r (kPa⁻¹)	1E-6	1.E-6
K (md)	300.0	300.0
φ (%)	20.0	20.0
Vazão de injeção (m³/s)	1.E-5	1.E-5
tempo de injeção(horas)	10.0	10.0

B) Eficiência do Deslocamento Linear Bifásico de um Fluido Newtoniano por um Fluido Não Newtoniano

A solução analítica para o problema do deslocamento linear bifásico de um fluido newtoniano por um fluido não newtoniano, apresentada por *Wu et. al.*^[28], é uma extensão da teoria de *Buckley e Leverett*^[25], conforme foi visto anteriormente. A eficiência deste deslocamento é controlada não somente pelas propriedades dos fluidos deslocado e deslocante, mas também pelas complexidades inerentes aos fluidos não newtonianos.

A influência de fatores como a velocidade e o índice de fluxo (n) do fluido não newtoniano na eficiência deste deslocamento, será avaliada a partir de curvas de fluxo fracionário e de perfis de saturação para o fluido não newtoniano.

Os gráficos das figuras 6.3 e 6.4 mostram o comportamento da viscosidade do fluido não newtoniano e do perfil de saturação para várias velocidades de injeção, obtidos a partir da solução analítica.

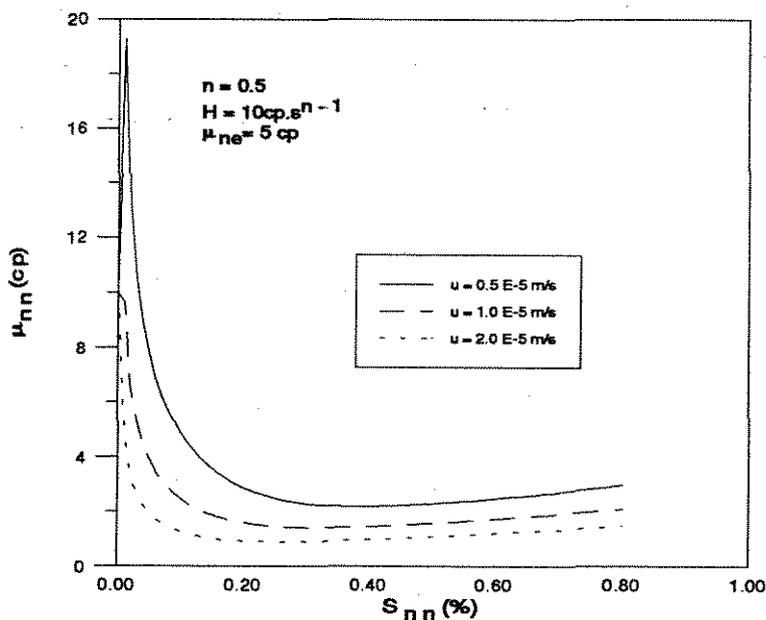


Figura 6.3- Efeito da Velocidade de Injeção na Viscosidade de um Fluido Não Newtoniano - Fluxo Linear

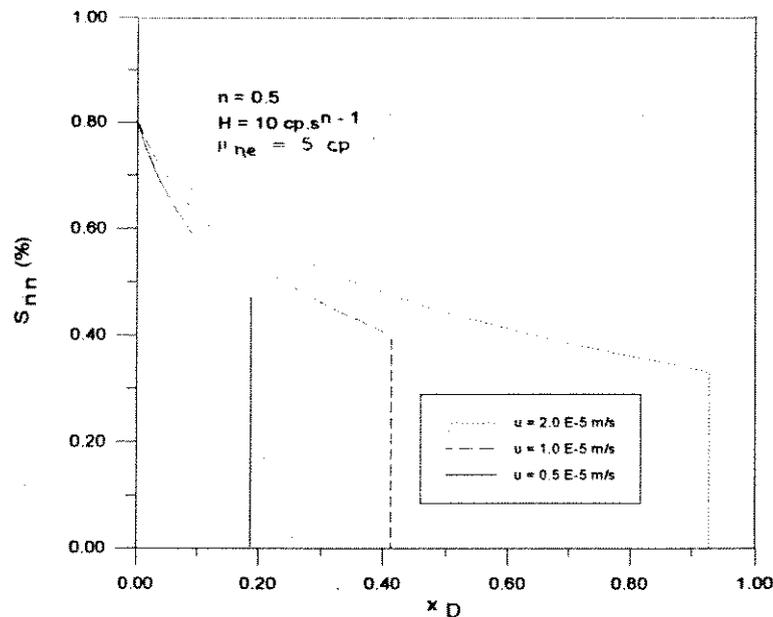


Figura 6.4- Efeito da Velocidade de Injeção na Eficiência de Deslocamento Linear de um Fluido Não Newtoniano

A análise destes gráficos mostra que a vazão de injeção influencia fortemente a viscosidade e a eficiência de deslocamento do fluido não newtoniano, ao contrário do que ocorre no caso de deslocamento de fluidos newtonianos, onde a vazão de injeção não influencia a eficiência de deslocamento. Portanto, em um processo de deslocamento linear de um fluido newtoniano por um fluido não newtoniano com modelo de potência, quanto menor a velocidade de injeção, maior a eficiência de deslocamento.

As figuras 6.5, 6.6 e 6.7 mostram a influência do índice de fluxo n no perfil de viscosidade, nas curvas de fluxo fracionário e na eficiência de deslocamento do fluido não newtoniano, respectivamente. Estes resultados foram obtidos a partir da solução analítica. A análise destes gráficos mostra que a viscosidade do fluido não newtoniano diminui significativamente a medida que o índice de fluxo n diminui e, como consequência, a eficiência de deslocamento também diminui significativamente, desde que sejam mantidos os demais parâmetros, como vazão de injeção e índice de consistência H .

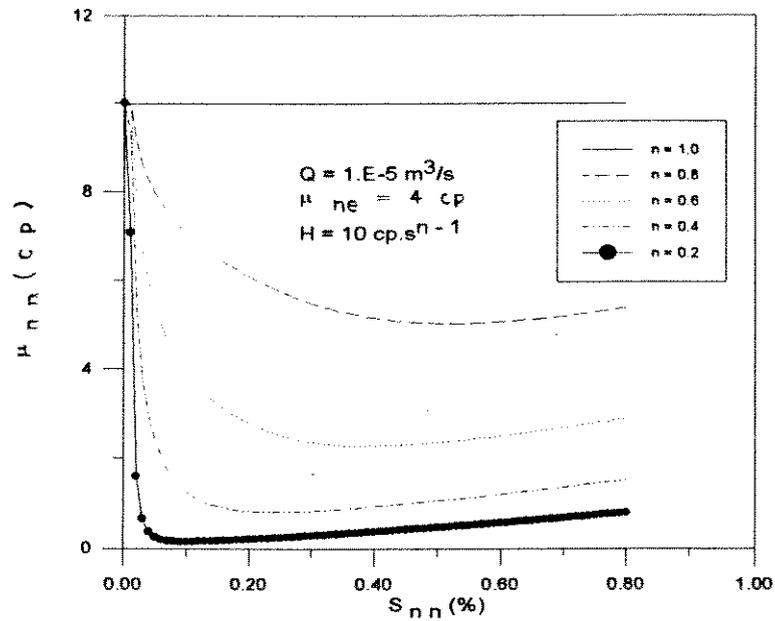


Figura 6.5 - Efeito do Índice de Fluxo n na Viscosidade de um Fluido Não Newtoniano - Fluxo Linear

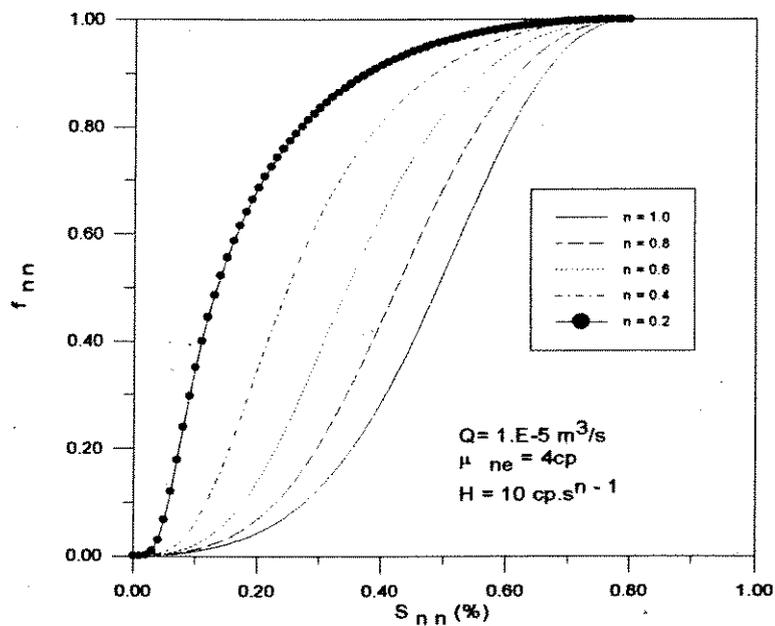


Figura 6.6 - Efeito do Índice de Fluxo n no Fluxo Fracionário de um Fluido Não Newtoniano Fluxo Linear

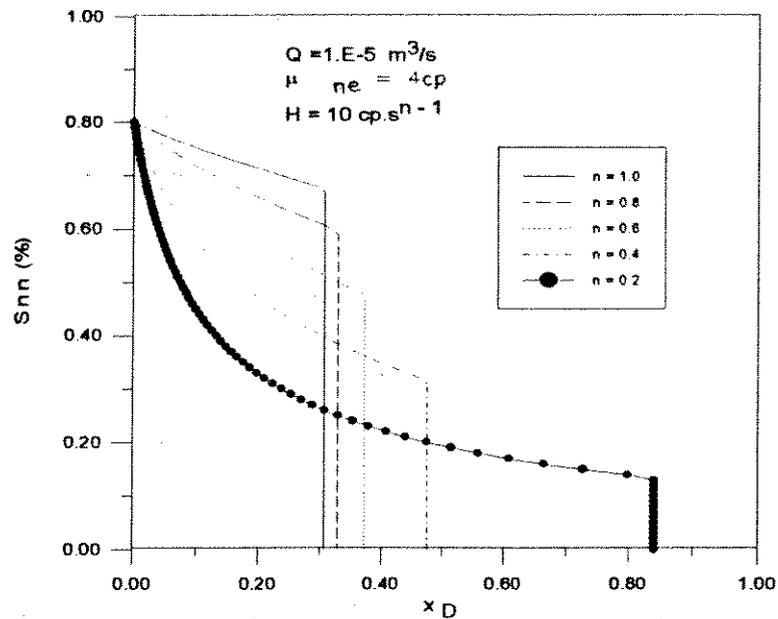


Figura 6.7 - Efeito do Índice de Fluxo n na Eficiência de Deslocamento Linear de um Fluido Não Newtoniano

A partir do gráfico da figura 6.7 pode-se concluir que entre duas soluções poliméricas de polímeros distintos, porém com mesmo índice de consistência H , maior eficiência de deslocamento será obtida com a solução que apresentar maior índice de fluxo n , sob as mesmas condições injeção.

Convém lembrar que para um dado polímero a medida que a concentração aumenta, a viscosidade das soluções poliméricas aumenta e maiores índices de consistência H são obtidos, ao mesmo tempo em que os índices de fluxo n diminuem. Portanto na seleção de uma solução polimérica para recuperação suplementar de petróleo, diversos fatores tais como vazão de injeção e propriedades reológicas destas soluções devem ser considerados visando à obtenção de uma maior eficiência de deslocamento, com o menor custo possível. Experimentos de laboratório e simulações numéricas são de grande importância na escolha da solução polimérica mais adequada para a injeção.

6.1.2- O Caso do Deslocamento Radial

Considere o deslocamento radial de um fluido newtoniano por um fluido não newtoniano em um reservatório cilíndrico de raio externo R, mantendo-se as mesmas hipóteses relacionadas no caso do deslocamento linear.

As equações que descrevem o deslocamento radial de um fluido newtoniano por um fluido não newtoniano são:

Para o fluido newtoniano:

$$-\frac{\partial u_{ne}}{\partial r} = \phi \frac{\partial S_{ne}}{\partial t} \quad (6.1.2.1)$$

Para o fluido não newtoniano:

$$-\frac{\partial u_{nn}}{\partial r} = \phi \frac{\partial S_{nn}}{\partial t} \quad (6.1.2.2)$$

As velocidades de Darcy para o fluido newtoniano e para o fluido não newtoniano são expressas por uma extensão da Lei de Darcy para fluxo multifásico:

$$u_{ne} = -K \frac{k_{rne}}{\mu_{ne}} \left(\frac{\partial P}{\partial r} \right) \quad (6.1.2.3)$$

$$u_{nn} = -K \frac{k_{rnn}}{\mu_{nn}} \left(\frac{\partial P}{\partial r} \right) \quad (6.1.2.4)$$

Pela hipótese da incompressibilidade dos fluidos vem :

$$(u_{ne} + u_{nn}) = u_t \quad (6.1.2.5)$$

onde:

$$u_t = \frac{q}{A} = \frac{q}{2\pi r h} \quad (6.1.2.5a)$$

sendo -q a vazão de injeção do fluido não newtoniano, mantida constante, em

$$r = r_w,$$

-r um raio qualquer do reservatório ($r_w \leq r \leq R$) e

-h a espessura do reservatório

Substituindo (6.1.2.3) e (6.1.2.4) em (6.1.2.5) resulta :

$$u_t + K \left(\frac{k_{rne}}{\mu_{ne}} + \frac{k_{rnn}}{\mu_{nn}} \right) \frac{\partial P}{\partial r} = 0 \quad (6.1.2.6)$$

ou ainda:

$$\left(-\frac{\partial P}{\partial r} \right) = \frac{u_t}{K \left(\frac{k_{rne}}{\mu_{ne}} + \frac{k_{rnn}}{\mu_{nn}} \right)} \quad (6.1.2.7)$$

A equação (6.1.2.7) revela que para uma dada vazão q , o gradiente de pressão $\partial P/\partial r$ é função da saturação e do raio r , ou seja:

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\partial P}{\partial r}(r, S_{nn}) \quad (6.1.2.8)$$

Para o fluido não newtoniano com modelo de potência, a viscosidade não newtoniana (μ_{nn}) sob condições de fluxo bifásico, tem a seguinte expressão (Apêndice K - equação K.2.10a):

$$\mu_{nn}(S_{nn}, \frac{\partial P}{\partial r}) = \mu_{ef} \left[\frac{k k_{rnn}(S_{nn})}{\mu_{ef}} \left(\frac{\partial P}{\partial r} \right) \right]^{\frac{n-1}{n}} \quad (6.1.2.9)$$

Utilizando o conceito de fluxo fracionário, conforme foi visto no caso do deslocamento linear, a equação de conservação para o fluxo não newtoniano, resultará em:

$$u_t \frac{\partial f_{nn}}{\partial r} + \phi \frac{\partial S_{nn}}{\partial t} = 0 \quad (6.1.2.10)$$

De forma a se obter uma solução analítica para a equação (6.1.2.10) serão definidas as seguintes variáveis adimensionais^[7]:

$$t_D = \frac{q}{\pi r_e^2 \phi h} dt^* \Rightarrow \frac{dt_D}{dt} = \frac{q}{\pi r_e^2 \phi h} \quad (6.1.2.11)$$

$$r_{DD} = \left(\frac{r}{r_e} \right)^2 \Rightarrow \frac{dr_{DD}}{dr} = \frac{2r}{r_e^2} \quad (6.1.2.12)$$

E a equação (6.1.2.10) em variáveis adimensionais ficará:

$$\frac{\partial S_{nn}}{\partial t_D} + \frac{\partial f_{nn}}{\partial r_{DD}} = 0 \quad (6.1.2.13)$$

ou ainda:

$$\frac{\partial S_{nn}}{\partial t_D} + \frac{\partial f_{nn}}{\partial S_{nn}} \frac{\partial S_{nn}}{\partial r_{DD}} = 0 \quad (6.1.2.13a)$$

A equação acima é semelhante à equação (6.1.1.15), que descreve o deslocamento linear imiscível de um fluido newtoniano por um fluido não newtoniano, e a solução analítica da mesma é obtida de maneira análoga ao que foi descrito no item 6.1.1, cuja solução é dada por:

$$v_D|_{S_{nn}^*} = \left(\frac{\partial f_{nn}}{\partial S_{nn}} \right)_{S_{nn}^*} \quad (6.1.2.14)$$

A equação (6.1.2.14) expressa a taxa de avanço frontal para o deslocamento radial de um fluido não newtoniano e tem a mesma forma da solução de Buckley e Leverett^[25].

Valem aqui os mesmos comentários feitos no item 6.1.1, a respeito da utilização direta da equação (6.1.2.14), que podem resultar em soluções sem significado físico. Para se obter soluções fisicamente corretas introduz-se "choques" na saturação e a velocidade de propagação destes "choques" é determinada a partir de um balanço de massa, que resulta em:

$$v_{D,c} = \left[\frac{f_{nn}^+ - f_{nn}^-}{S_{nn}^+ - S_{nn}^-} \right] \quad (6.1.2.15)$$

onde os sobrescritos "+" e "-", se referem a valores a montante e a jusante do "choque" de saturação, respectivamente.

A posição $r_{DDs_{nn}}$ da frente de saturação S_{nn}^* pode ser determinada através da integração da equação (6.1.2.14), que resulta em :

$$r_{DDs_{nn}^*} = v_D|_{S_{nn}^*} \cdot t_D \quad (6.1.2.16)$$

As condições de estabilidade do "choque" são as mesmas já comentadas no Apêndie K.

A obtenção da curva de fluxo fracionário e do perfil de saturação para o deslocamento radial de um fluido newtoniano por um fluido não newtoniano, difere em parte da metodologia descrita para o caso do deslocamento linear, visto que para uma dada vazão de injeção q , o diferencial de pressão $(-\partial P/\partial r)$ é função não somente da saturação S_{nn} , mas também do raio r , conforme mostra a equação (6.1.2.7).

Substituindo a viscosidade não newtoniana (μ_{nn}) , dada pela expressão (6.1.2.9), na equação (6.1.2.7), obtém-se:

$$\left(-\frac{\partial P}{\partial r}\right)^{1/n} \left(\frac{k k_{mn}}{\mu_{ef}}\right)^{1/n} + \left(-\frac{\partial P}{\partial r}\right) \left(\frac{k k_{me}}{\mu_{ne}}\right) - u_t = 0 \quad (6.1.2.17)$$

Pela equação (6.1.2.17) fica evidente que o gradiente de pressão $(-\partial P/\partial r)$ não pode ser obtido explicitamente, como no caso do deslocamento linear. Conseqüentemente, para a determinação da curva de fluxo fracionário e do perfil de saturação para o deslocamento radial de um fluido newtoniano por um fluido não newtoniano deve-se utilizar um processo iterativo, conforme descrito a seguir:

1) Estimar um valor inicial para o raio da frente de fluido não newtoniano injetado (r_b) e assim determinar a velocidade de fluxo u_t , pela equação (6.1.2.5a).

2) Para uma dada velocidade de fluxo o gradiente de pressão $(-\partial P/\partial r)$ é função apenas da saturação. Para valores de saturação do fluido não newtoniano (S_{nn}), variando entre a condição inicial ($S_{nn} = S_{nnir}$), e a condição de fronteira ($S_{nn} = 1 - S_{nnir}$), calcular o gradiente de pressão $(-\partial P/\partial r)$ resolvendo a equação (6.1.2.17).

3) Com o gradiente de pressão $(-\partial P/\partial r)$, calcular a viscosidade não newtoniana correspondente a cada saturação, utilizando a equação (6.1.2.9).

4) Calcular a curva de fluxo fracionário (f_{nn} versus S_{nn}), utilizando a equação (6.1.1.24).

5) Calcular a velocidade ($v_D|_{S_{nn}}$) para cada saturação, que é dada pela equação (6.1.2.14):

$$v_D|_{S_{nn}} = \left(\frac{\partial f_{nn}}{\partial S_{nn}} \right)_{S_{nn}} \quad (6.1.2.18)$$

6) Calcular a velocidade do "choque" ($v_{D,c}$) para cada saturação, que é dada pela equação (6.1.2.15), ou seja:

$$v_{D,c} = \left(\frac{f_{nn}^+ - f_{nn}^-}{S_{nn}^+ - S_{nn}^-} \right) = \left(\frac{f_{nn} - 0}{S_{nn} - S_{nnir}} \right) = \frac{f_{nn}}{S_{nn} - S_{nnir}} \quad (6.1.2.19)$$

7) A saturação a montante do choque (S_{nn*}) será aquela em que as duas velocidades anteriormente calculadas sejam iguais, dentro de uma tolerância previamente estabelecida. Determina-se então o fluxo fracionário (f_{nn*}) e a velocidade do "choque" ($v_{D,c}$) correspondente à saturação S_{nn*} .

8) Para um dado tempo adimensional t_D , calcular o raio adimensional da frente de deslocamento ($r_{DDs_{nn*}}$), utilizando a equação (6.1.2.16). A partir da definição de variável adimensional r_{DD} (equação 6.1.2.12)), calcular o raio da frente $r_{S_{nn*}}$.

9) Comparar o raio da frente de fluido não newtoniano calculado ($r_{S_{nn*}}$) com o raio estimado (r_b). Em caso de concordância de valores dentro de uma tolerância previamente estipulada, continuar o procedimento, passando para o passo seguinte. Caso contrário, estimar um novo valor para o raio adimensional r_b e repetir o procedimento a partir do passo 2.

10) Para um dado tempo adimensional t_D , o raio adimensional $r_{DDs_{nn}}$ de cada saturação S_{nn} pode ser determinada por:

$$r_{DDs_{nn}} = v_D|_{S_{nn}} t_D \quad (6.1.2.20)$$

e o perfil de saturação deve ser construído considerando-se a condição de estabilidade do "choque" (equação 6.1.1.23).

A) Comparação com a Solução Numérica

Assim como foi feito para o caso do deslocamento linear, a solução analítica apresentada foi comparada com a solução numérica obtida com o simulador numérico desenvolvido pela PETROBRÁS/CENPES, o SIMPAR - opção Polímero.

O deslocamento radial bifásico de um fluido newtoniano por um fluido não newtoniano foi simulado considerando a injeção de um fluido não newtoniano em um reservatório cilíndrico, limitado e com geometria de fluxo radial, inicialmente saturado com um fluido newtoniano (no caso o óleo), sob condições de fluxo permanente. Foram simulados dois casos de injeção de um fluido não newtoniano, com diferentes parâmetros reológicos. Os dados básicos utilizados na simulação destes casos encontram-se na tabela 6.2 . As curvas de permeabilidade relativa foram determinadas de maneira semelhante ao que foi feito para o deslocamento linear (equações (6.1.1.31) e (6.1.1.32))

Os gráficos das figuras 6.8, 6.8a, 6.9 e 6.9a mostram a comparação entre os resultados obtidos pela soluções numérica e analítica, para valores de índice de fluxo n iguais a 0.45 e 0.75, respectivamente. Como pode ser visto há uma boa concordância entre a solução analítica aqui apresentada e a solução numérica, obtida a partir do SIMPAR.

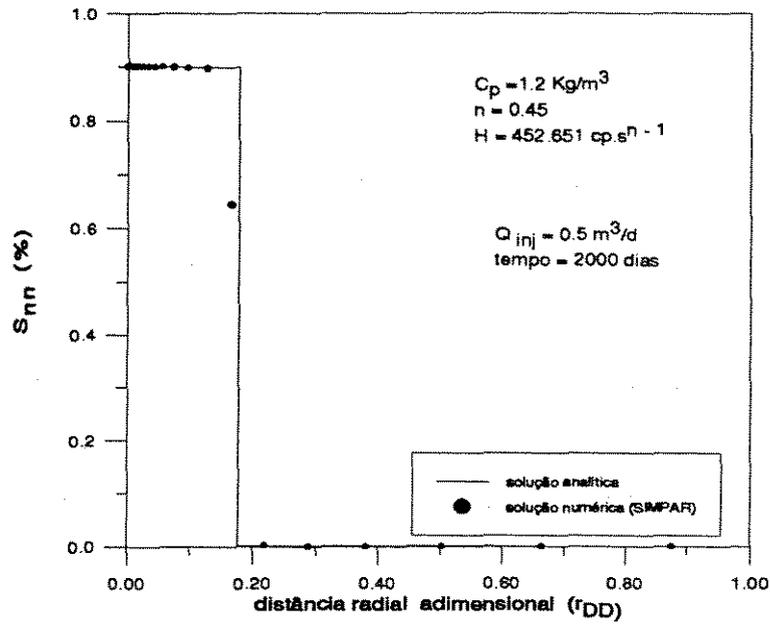


Figura 6.8 - Deslocamento Radial de um Fluido Newtoniano por um Fluido Não Newtoniano - Perfil de Saturação $n = 0.45$ Comparação entre as Soluções Analítica e Numérica

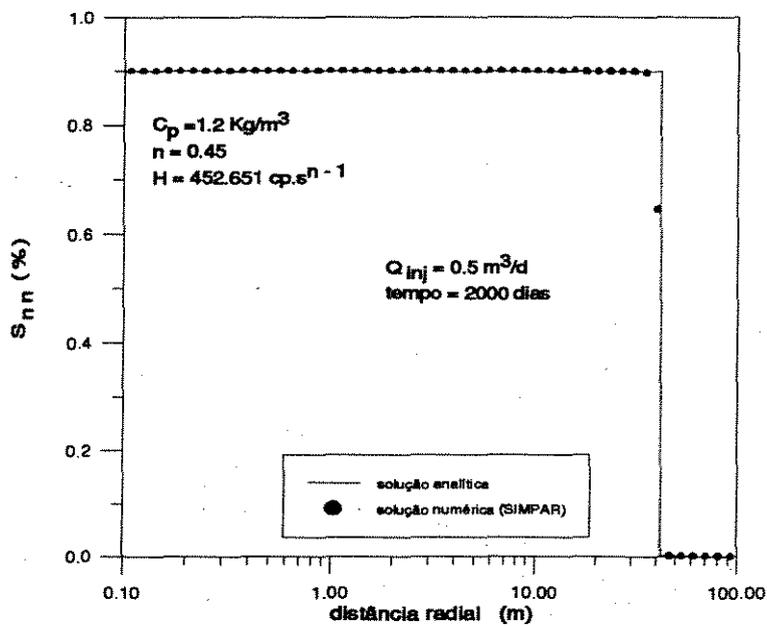


Figura 6.8a - Deslocamento Radial de um Fluido Newtoniano por um Fluido Não Newtoniano Perfil de Saturação Adimensionalizado - $n = 0.45$ Comparação entre as Soluções Analítica e Numérica

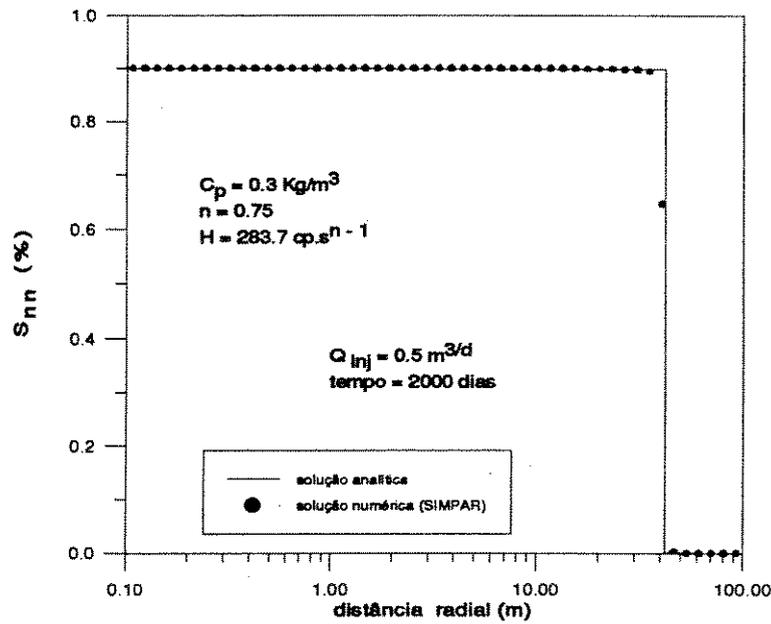


Figura 6.9 - Deslocamento Radial de um Fluido Newtoniano por um Fluido Não Newtoniano - Perfil de Saturação $n = 0.75$ Comparação entre as Soluções Analítica e Numérica

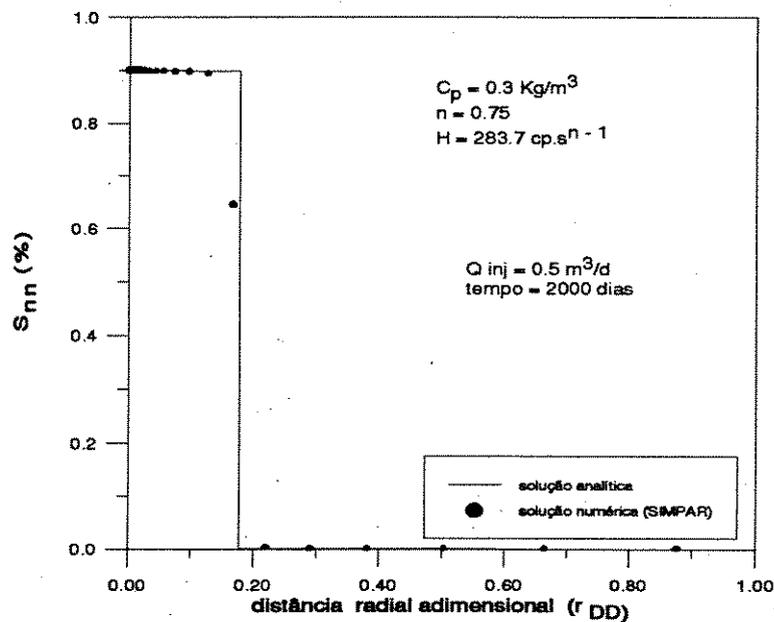


Figura 6.9a - Deslocamento Radial de um Fluido Newtoniano por um Fluido Não Newtoniano - Perfil de Saturação Adimensionalizado - $n = 0.45$ Comparação entre as Soluções Analítica e Numérica

**TABELA 6.2- DADOS DE ENTRADA PARA O SIMPAR
FLUXO RADIAL BIFÁSICO**

	$C_p = 1.2 \text{ kg/m}^3$	$C_p = 0.3 \text{ kg/m}^3$
malha	50 x 1 x 1	50 x 1 x 1
r_w (m)	0.10	0.10
R (m)	100.00	100.00
h (m)	1.00	1.00
n	0.45	0.75
H (cp.s ⁿ⁻¹)	452.651	283.7
μ_0 (cp)	972.81	365.31
A_α	1.1784	0.785
B_α	-2.0271	-2.0271
A_β	-9.6804	-5.56
B_β	14.25	14.25
μ_w (cp)	0.5	0.5
μ_o (cp)	2.0	2.0
S_{wi}	0.0	0.0
Sor	0.1	0.1
$k_{rw \text{ Sor}}$	0.75	0.75
$k_{ro \text{ Swi}}$	0.75	0.75
n_w	2.0	2.0
n_o	2.0	2.0
c_o (kPa ⁻¹)	1E-7	1E-7
c_w (kPa ⁻¹)	1E-9	1E-9
c_r (kPa ⁻¹)	1E-6	1E-6
K (md)	300.0	300.0
ϕ (%)	20.0	20.0
Vazão de injeção (m ³ /s)	0.50	0.50
tempo de injeção (dias)	2000.0	2000.0

B) Eficiência do Deslocamento Radial Bifásico de um Fluido Newtoniano por um Fluido Não Newtoniano

Conforme foi mostrado para o caso do deslocamento linear, a eficiência de deslocamento de um fluido newtoniano por um fluido não newtoniano é controlada não somente pelas propriedades dos fluidos deslocado e deslocante, mas também pelas complexidades inerentes aos fluidos não newtonianos.

A influência de fatores como a velocidade e o índice de fluxo (n) do fluido não newtoniano na eficiência do deslocamento radial, será avaliada a partir de perfis de saturação para o fluido não newtoniano.

O gráfico da figura 6.10 mostra o perfil de saturação para várias velocidades de injeção, obtidos a partir da solução analítica.

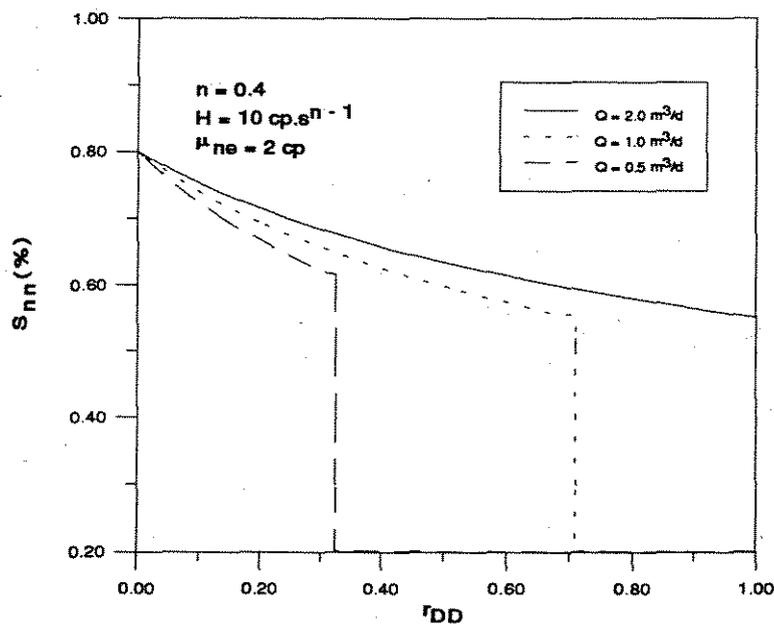


Figura 6.10-- Efeito da Velocidade de Injeção na Eficiência de Deslocamento Radial de um Fluido Não Newtoniano

A análise deste gráfico mostra que a vazão de injeção influencia fortemente a eficiência de deslocamento radial do fluido não newtoniano, ao contrário do que ocorre no caso de deslocamento de fluidos newtonianos, onde a vazão de injeção não influencia a eficiência de deslocamento. Portanto, em um processo de deslocamento radial de um fluido newtoniano por um fluido não newtoniano com modelo de potência, quanto menor a velocidade de injeção, maior a eficiência de deslocamento.

A figura 6.11 mostra a influência do índice de fluxo n na eficiência de deslocamento do fluido não newtoniano, obtido a partir da solução analítica. A análise deste gráfico mostra que a eficiência de deslocamento diminui à medida que o índice de fluxo n diminui desde que sejam mantidos os demais parâmetros, como vazão de injeção e índice de consistência H .

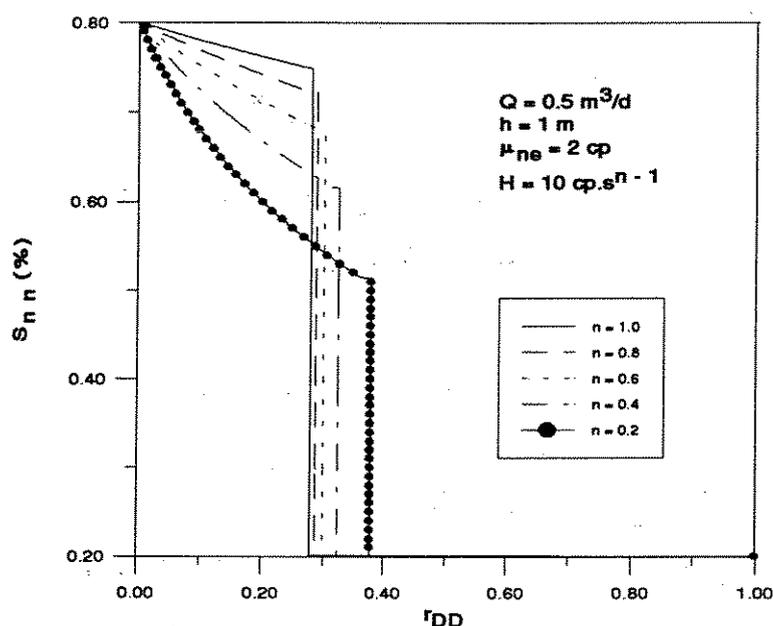


Figura 6.11 - Efeito do Índice de Fluxo n na Eficiência de Deslocamento Radial de um Fluido Não Newtoniano

6.2 - A Análise de Testes com Injeção de Soluções Poliméricas em Fluxo Bifásico

A influência do fluxo bifásico no comportamento do transiente de pressão foi estudada através de simulações numéricas por *Lund e Ikoku*^[23], sob condições de fluxo tipo pistão, e por *Gencer e Ikoku*^[24], incluindo os efeitos da variação de saturação.

Utilizando o simulador numérico de fluxo SIMPAR - opção polímero, foram simulados dois tipos de teste, um de injeção e um de decaimento de pressão sob condições de fluxo bifásico tipo pistão de solução polimérica não newtoniana - óleo, com o objetivo de ilustrar a influência do fluxo bifásico na análise destes testes. O deslocamento tipo pistão foi simulado fazendo-se os pontos terminais das curvas de permeabilidade relativa ($k_{rw\ Sor}$ e $k_{ro\ Swi}$) iguais a um, assim como os expoentes n_w e n_o , que caracterizam a equação destas curvas. (equações (6.1.2.21) e (6.1.2.22)).

Devido às limitações do conjunto de dados disponíveis não foi possível estudar a influência da variação da saturação na análise de testes com soluções poliméricas não newtonianas, visto que os elevados valores do índice de consistência H e da viscosidade μ_0 para baixas taxas de cisalhamento $\dot{\gamma}$, sempre conduziam a um deslocamento tipo pistão ou algo bem próximo, para as mais variadas curvas de permeabilidade relativas testadas.

6.2.1- Teste de Injeção

O teste de injeção para fluxo bifásico foi simulado considerando-se o mesmo procedimento adotado para simular o teste em fluxo monofásico, porém com um tempo de injeção muito maior (12 dias), de modo que o raio de investigação do teste fosse maior do que o raio do banco de fluido não newtoniano existente no reservatório antes do teste. O deslocamento de solução polimérica-óleo foi considerado como do tipo

pistão .Os dados básicos utilizados na simulação são os mesmos do fluxo monofásico.(tabela 5.1, página 71).

O gráfico da figura 6.12 mostra o comportamento semi-log da pressão adimensional p_{Dnnw} versus o tempo adimensional t_{Dnn} . Observa-se que nenhuma reta semi-log se forma nos tempos iniciais. A mudança de comportamento observada para longo tempo reflete a zona de óleo.

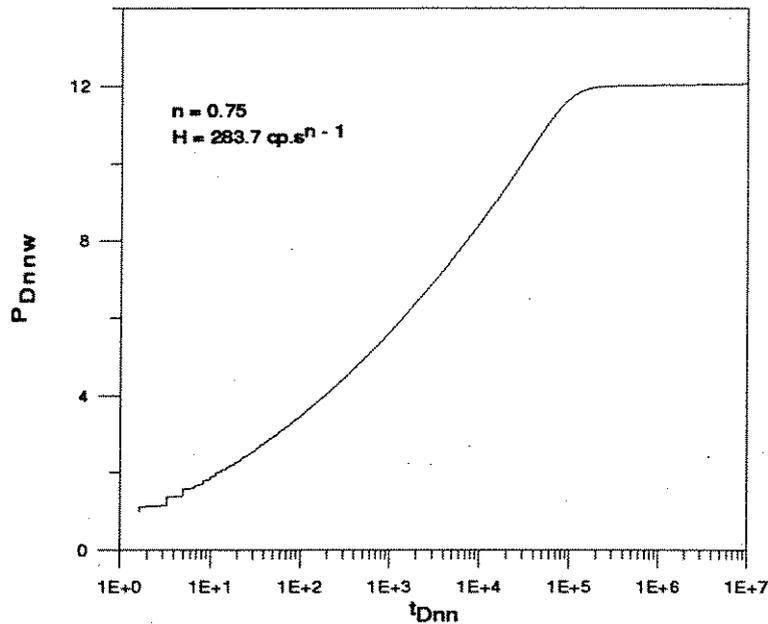


Figura 6.12 - Gráfico de $P_{Dnnw} \times \log(t_{Dnn})$ para Teste de Injeção com Fluxo Bifásico Tipo Pistão

Definindo as seguintes variáveis adimensionais para o fluido newtoniano:

$$p_{Dn} = \frac{2\pi Kh}{q\mu} (p - p_i) \quad (6.2.1.1)$$

$$t_{Dn} = \frac{Kt}{\phi c_i \mu r_w^2} \quad (6.2.1.2)$$

onde μ é a viscosidade do fluido newtoniano (no caso o óleo), que é constante.

Um gráfico de pressão adimensional no poço (p_{Dnw}) versus logaritmo do tempo adimensional (t_{Dn}) resulta em uma reta semi-log de inclinação igual a 1.151 na região correspondente à zona de óleo, conforme pode ser visto na figura 6.13. Desta forma a permeabilidade do meio poroso na zona de óleo pode ser determinada pelo método tradicional de interpretação de testes para fluido newtoniano, (método semi-log).

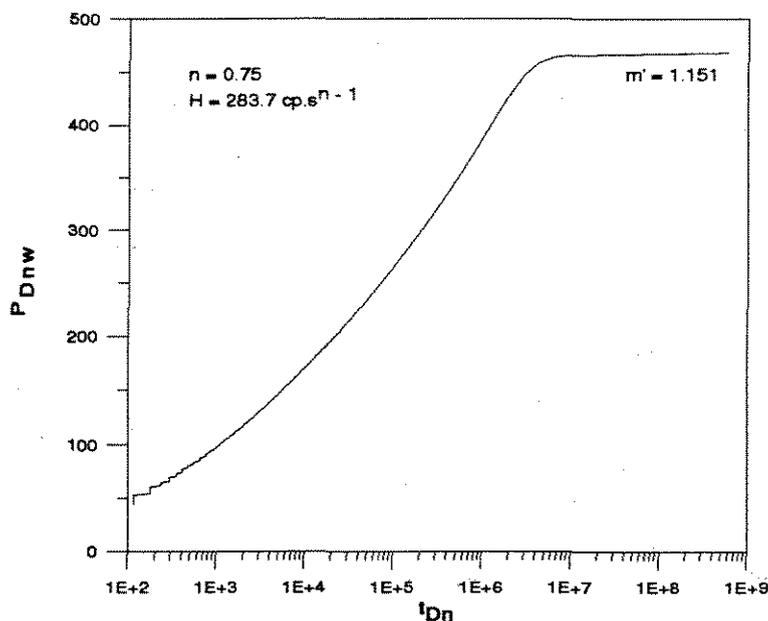


Figura 6.13- Gráfico de $P_{Dnw} \times \log(t_{Dn})$ para Teste de Injeção com Fluxo Bifásico Tipo Pistão

O gráfico cartesiano da figura 6.14 mostra o comportamento da pressão adimensional p_{Dnnw} versus t_{Dnn}^v . Observa-se que para curto tempo, a pressão no poço se comporta como se o reservatório estivesse inicialmente saturado de fluido não newtoniano (fluxo monofásico). A inclinação da reta cartesiana permite calcular a permeabilidade do meio poroso no raio de investigação do banco de fluido não newtoniano.

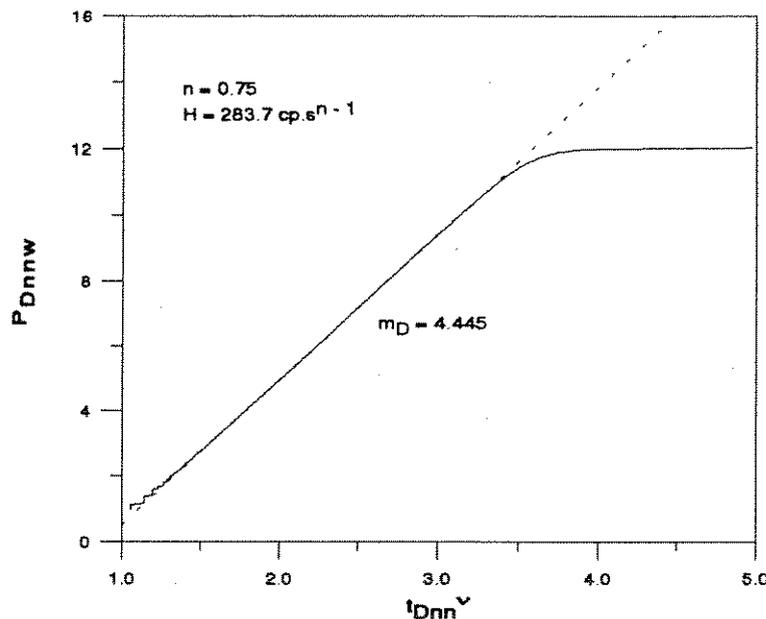


Figura 6.14- Gráfico de $p_{Dnnw} \times t_{Dnn}^v$ para Teste de Injeção com Fluxo Bifásico Tipo Pistão

A tabela 6.3 mostra os valores de permeabilidade obtidos com a interpretação do teste de injeção simulado sob condições de fluxo bifásico, tanto para a zona de óleo (fluido newtoniano) como para a zona contendo fluido não newtoniano, através do método semi - log e do método apresentado no Capítulo 3 (para fluidos não newtonianos), respectivamente. Observa-se que estes valores estão bem próximo ao valor de permeabilidade fornecido como dado de entrada para a simulação do teste (300 md). É importante observar ainda que o valor de permeabilidade calculado na zona de fluido não newtoniano é idêntico ao valor calculado no teste de injeção sob condições de fluxo monofásico, considerando $n = 0.75$ (Capítulo 5, tabela 5.3). Isto mostra que sob condições de fluxo bifásico de fluidos não newtoniano e newtoniano, os dados de pressão obtidos para tempos de teste relativamente curtos podem ser interpretados através das técnicas apresentadas no Capítulo 3, desde que não haja variações significativas de saturação nesta região. Ou seja, para tempos de teste relativamente curtos tudo se passa com se no reservatório existisse somente fluido não newtoniano.

TABELA 6.3 - Interpretação do Teste de Injeção com Fluxo Bifásico Tipo Pistão

	zona de fluido não newtoniano	zona de óleo
K (md)	299.0	299.0

6.2.2- Teste de Decaimento de Pressão

O teste de decaimento de pressão para fluxo bifásico foi simulado considerando-se o mesmo procedimento adotado para simular este tipo de teste em fluxo monofásico, porém com um tempo de fechamento muito maior (12 dias), de modo que o raio de investigação do teste fosse maior do que o raio do banco de fluido não newtoniano existente no reservatório antes do teste. O deslocamento de solução polimérica-óleo foi considerado como do tipo pistão. Os dados básicos utilizados na simulação são os mesmos do fluxo monofásico.(tabela 5.1).

A figura 6.15 mostra o gráfico de *Horner* para a pressão adimensional p_{Dnw} , calculada em função das características do fluido newtoniano. Nenhuma reta semi-log se forma para tempos curtos, porém para tempos longos observa-se uma reta semi-log que reflete a zona de óleo e tem inclinação igual a 1.151.

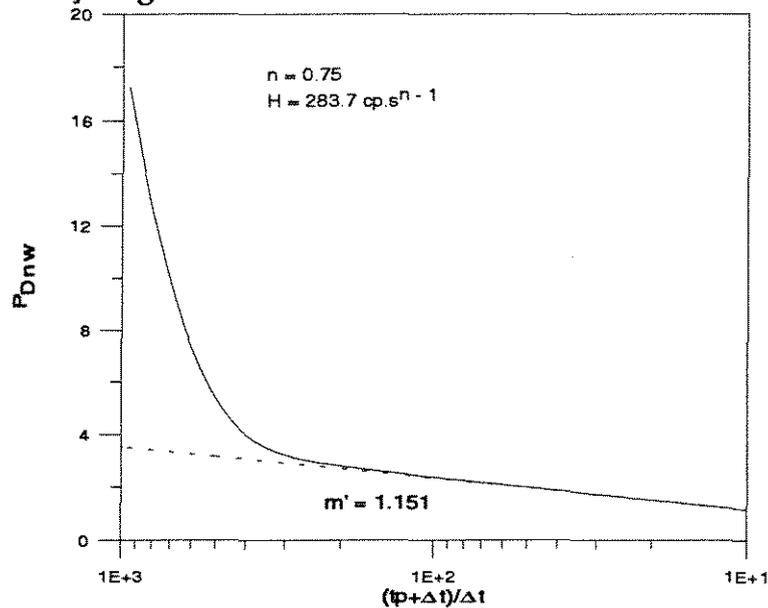


Figura 6.15- Gráfico de Horner para Teste de Decaimento de Pressão em Fluxo Bifásico Tipo Pistão

O gráfico cartesiano da figura 6.16 mostra o comportamento da pressão adimensional p_{Dnws} versus t_{Dnw} . Da mesma forma como no teste de injeção, observa-se que para tempos relativamente curtos forma-se uma reta cartesiana, cuja inclinação permite calcular a permeabilidade do meio poroso no raio de investigação do banco de fluido não newtoniano. A inclinação desta reta é um pouco menor do que a inclinação observada no teste de fluxo, o que vem ratificar as observações feitas para fluxo monofásico com relação à utilização do *Princípio da Superposição* para o teste de decaimento de pressão.

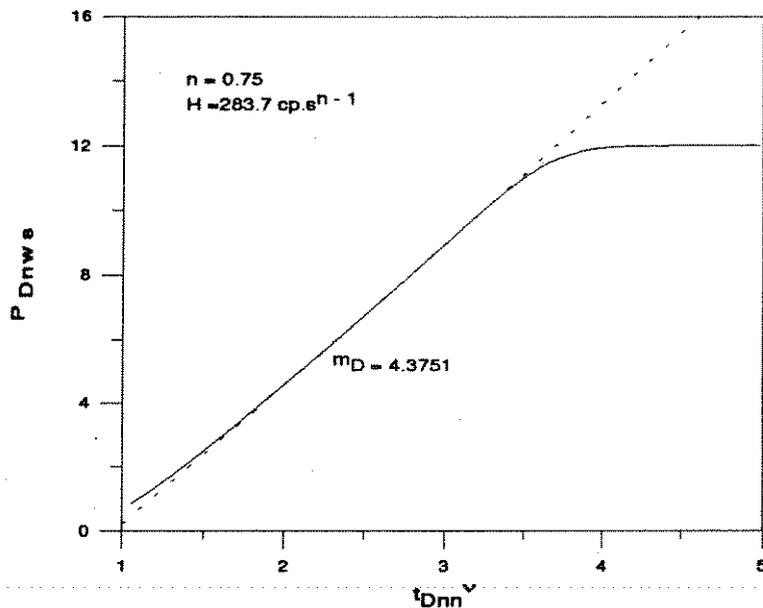


Figura 6.16- Gráfico de $P_{Dnws} \times t_{Dnn}^v$ para Teste de Decaimento de Pressão em Fluxo Bifásico Tipo Pistão

A tabela 6.4 mostra os resultados obtidos com a interpretação do teste de decaimento de pressão simulado sob condições de fluxo bifásico, tanto para a zona de óleo como para a zona de fluido não newtoniano, através do método semi - log e do método apresentado no Capítulo 3 (para fluidos não newtonianos), respectivamente. Do mesmo modo que no teste de injeção, observa-se que o valor de permeabilidade calculado na zona de óleo é bem próximo ao valor de permeabilidade fornecido como dado de entrada para a simulação do teste (300 md), enquanto que a permeabilidade calculada na zona de fluido não newtoniana é idêntica à permeabilidade calculada no teste de decaimento de pressão (para $n = 0.75$), sob condições de fluxo monofásico (Capítulo 5, tabela 5.6). Isto vem a confirmar o que já havia sido dito anteriormente na interpretação do teste de injeção sob condições de fluxo bifásico: para tempos de teste relativamente curtos tudo se passa com se no reservatório existisse somente fluido não newtoniano e as técnicas de interpretação apresentadas do Capítulo 3 podem ser aplicadas, desde que não haja variações significativas de saturação nesta região.

TABELA 6.4 - Interpretação do Teste de Decaimento de Pressão com Fluxo Bifásico Tipo Pistão

	zona de fluido não newtoniano	zona de óleo
K (md)	306.0	299.0

Capítulo 7

Conclusões e Recomendações

7.1 - Conclusões

1 - As técnicas de análise convencionais de testes de injeção e decaimento de pressão, desenvolvidas para fluidos newtonianos, não se aplicam para fluidos não newtonianos com modelo de potência pseudo - plástico.

2 - As técnicas de interpretação apresentadas para análise de testes de injeção em poços com injeção de fluidos não newtonianos com modelo de potência pseudo - plástico, desenvolvidas por *Ikoku e Ramey*^[1,17,19] e por *Odeh e Yang*^[16] se mostraram eficientes sob condição de fluxo monofásico. Para fluxo bifásico de fluidos não newtoniano e newtoniano, estas técnicas podem ser empregadas para tempos curtos de teste, desde que não haja variações significativas na saturação da região investigada .

3 - A técnica de interpretação apresentada para análise de testes de decaimento de pressão em poços com injeção de soluções poliméricas não newtonianas antecedente ao fechamento, devem ser utilizadas com cautela^[1,21], uma vez que o *Princípio da Superposição*, utilizado no desenvolvimento da mesma, pode resultar em erros grosseiros na avaliação dos parâmetros do reservatório. O erro é tanto maior quando menor for o índice de fluxo n .

4 - A utilização de um simulador com as características do SIMPAR - opção Polímero, é de grande importância para a compreensão do fluxo das soluções poliméricas no meio poroso e para o desenvolvimento das técnicas de análise do transiente de pressão.

5 - De acordo com os resultados obtidos a partir da simulação numérica de testes de injeção de soluções poliméricas não newtonianas efetuada com o SIMPAR - opção Polímero, nas proximidades do poço injetor estas soluções exibem um comportamento reológico de transição entre o modelo de potência pseudo-plástico e o modelo newtoniano a altas taxas de

cisalhamento, quando a viscosidade da solução é igual à viscosidade da água em que foi dissolvido o polímero (μ_{∞}).

6 - A aplicação das técnicas apresentadas para interpretação de testes de injeção e de decaimento de pressão em poços com injeção de fluidos não newtonianos com modelo de potência pseudo - plástico, pode resultar em erros grosseiros quando o fluido injetado não se comportar segundo este modelo reológico.

7- A vazão de injeção e os parâmetros reológicos dos fluidos não newtonianos exercem grande influência na eficiência de deslocamento bifásico de um fluido newtoniano por um fluido não newtoniano no meio poroso.

7.2- Recomendações

1 - Avaliar as técnicas disponíveis de interpretação de testes de injeção e de decaimento de pressão para fluidos não newtonianos com modelo de potência, em presença de variações significativas na saturação.

2 - Verificar a viabilidade da obtenção do perfil de mobilidades existente no reservatório, a partir dos dados obtidos com o teste de decaimento de pressão.

3 - Avaliar a aplicação das técnicas de interpretação apresentadas para fluidos não newtonianos com modelo de potência, para o caso de um fluido não newtoniano com modelo reológico de *Carreau*.

4 - Avaliar a possibilidade de obtenção da adsorção do polímero no meio poroso, a partir da análise de testes de injeção e/ou de decaimento de pressão de fluidos não newtonianos com modelo de potência.

5 - Avaliar a possibilidade de obtenção das curvas de permeabilidade relativas, a partir da análise de testes de decaimento de pressão após injeção de um fluido não newtoniano com modelo de potência.

6 - Pesquisar a influência da estocagem e do fator de película na análise do transiente de pressão em poços injetores de fluidos não newtonianos com modelo de potência.

7 - Estudar o comportamento da pressão em geometria tipo "five-spot", sob diversas condições de fluxo.

8 - Estudar o comportamento do transiente de pressão em poços injetores de fluidos não newtonianos com modelo de potência com pressão constante no poço injetor.

9- Estudar o comportamento do transiente de pressão em poços injetores de fluidos não newtonianos com modelo de potência com vazão de injeção variável no poço injetor.

Bibliografia

- 1- IKOKU, C. U. e RAMEY Jr., H. J., *Transient Flow of Non-Newtonian Power-Law Fluids in Porous Media*, Stanford, Stanford University-Petroleum Research Institute, 1979, 257
- 2- SORBIE, K.S., *Polymer-Improved Oil Recovery*. 1ª Edição, Boca Raton, CRC Press, 1991, 359
- 3- PYE, David J., *Improved Secondary Recovery by Control of Water Mobility*, Journal of Petroleum Technology, Ago-1964
- 4- CYPHER, R.D., *Thicker than Water-Part-II*.
- 5- HIRASAKI, G. J. e POPE, G. A. *Analysis of Factors Influencing Mobility and Adsorption in the Flow of Polymer Solution through Porous Media*, SPE-4026, Ago-1974
- 6- BIRD, R. B., STEWART, W.E. e LIGHTFOOT, E.N., *Transport Phenomena*, 1ª Edição, Madison, John Wiley & Sons, 1960, 780
- 7- METER, Donald M., e BIRD, R. Byron, *Tube Flow of Non-Newtonian Polymer Solutions: Part I. Laminar Flow and Rheological Models*, A.I.Ch.E. Journal, Nov- 1964
- 8- LAKE, Larry W., *Enhanced Oil Recovery*. 1ª Edição, New Jersey, Prentice Hall, 1989, 550
- 9- CHRISTOPHER, Robert H. e MIDDLEMAN, Stanley, *Power-Law Flow through a Packed Tube*, I & C Fundamentals, Vol 4, Nº 4, Nov-1965, (422-425)
- 10- DAUBEN, D. L., e MENZIE, D. E., *Flow of Polymer Solutions to Porous Media*, Petroleum Transactions AIME, Ago-1964.,(1065-1073)
- 11- GOGARTY, W. B., *Mobility Control with Polymer Solutions*, SPEJ, Jun-1967, (161-173)

- 12- SAVINS, J.G., *Non-Newtonian Flow Through Porous Media*, Ind.&Eng.Chem., Out-1969
- 13- CANNELLA, W. J. et al., *Prediction of Xanthan Rheology in Porous Media* , SPE-18089, 1988
- 14- VAN POOLLEN, H. K. e JARGON, J. R. *Steady-State and Unsteady-State Flow of Non-Newtonian Fluids through Porous Media* , SPE-1567, Mar-1969, (80-88)
- 15- BONDOR, P. L., HIRASAKI, G.,J. e THAM, M. J., *Mathematical Simulation of Polymer Flooding in Complex Reservoir*, SPEJ, Out-1972
- 16- ODEH, A. S. e YANG, H. T., *Flow of Non-Newtonian Power-Law Fluids in Porous Media .*, SPE-7150, Jun-1979
- 17- IKOKU, Chi U. e RAMEY Jr, Henry J., *Transient Flow of Non-Newtonian Power-Law Fluids in Porous Media .*, SPE-7139, Jun-1979
- 18- Mc DONALD, ELVIS E., *Approximate Solutions for Flow on Non-Newtonian Power Law Fluids through Porous Media*, SPE-7690, Fev - 1979
- 19- IKOKU, Chi U. e RAMEY Jr, Henry J., *Wellbore Storage and Skin Effects during the Transient Flow of Non-Newtonian Power-Law Fluids in Porous Media .*, SPE-7449, Fev1980
- 20- VONGVUTHIPORNCHAI, S. e RAGHAVAN,R. *Pressure Falloff Behavior in Vertically Fractured Wells: Non-Newtonian Power-Law Fluids*, SPEFE, Dez-1987
- 21- VONGVUTHIPORNCHAI, S. e RAGHAVAN,R., *Well Test Analysis of Data Dominated by Storage and Skin: Non-Newtonian Power-Law Fluids* , SPE-14454, Set-1985.
- 22- EARLOUGHER Jr., R. C. e KERSCH, K. M., *Analysis of Short- Time Transient Test Data by Type-Curve Matching*, Journal of Petroleum Technology, Jul-1974

- 23- LUND, Oystein e IKOKU, Chi U., *Pressure transient Behavior of Non-Newtonian/Newtonian Composite Reservoirs* , SPE-9401, Abr-1981
- 24- GENCER, C. S. e IKOKU, Chi U., *Well Test Analysis for Two-Phase Flow of Non-Newtonian Power-Law and Newtonian Fluids*, Journal of Energy Resources Technology, Jun-1984
- 25- BUCKLEY, S. E. e LEVERETT, M. C., *Mechanism of Fluid Displacement in Sands*, Petroleum Transactions AIME 146, 1942, (107-116)
- 26- POPE, GARY A., *The Application of Fractional Flow Theory to Enhanced Oil Recovery*, SPEJ, Jul-1980, (191-205)
- 27- PATTON, J. T., COATS, K., H., COLEGROVE, G. T., *Prediction of Polymer Flood Performance* , SPEJ,, Transactions AIME 251, 1971, (72-84)
- 28- WU , Y. S. , PRUESS, K. et al. *Displacement of Newtonian Fluid by a Non-Newtonian Fluid in a Porous Medium* , Transport in Porous Media, Vol.6 N^o2, Abr-1991, (115-141)
- 29- PINHEIRO, Damaris Kirsch., *Deslocamento de Fluidos Imiscíveis em Meios Porosos com Utilização de Soluções Poliméricas*, Campinas, UNICAMP, 1992, 102, Mestrado
- 30- JOHNSON, E.F., BOSSLER, D. P. E NAUMANN, V. O., *Calculation of Relative Permeability from Displacement Experiments*, Transactions AIME , Vol. 216, 1959 (370-373)
- 31- RODRIGUES, J.R.P. e BONET, L., *SIMPAR versão 1.0, Simulador Black-Oil Desenvolvido pelo CENPES/DIGER, Manual do Usuário*, PETROBRÁS, Ago/1992
- 32- PRAIS, Fábio, PINTO, A. C. C., *PRAVAP- Eficiência da Injeção de Água em Carmópolis - Simpar- Opção Polímero - Nota Técnica* , PETROBRÁS, Jan-1994

- 33- PRAIS, Fábio, PINTO, A. C. C., PRAVAP- Eficiência da Injeção de Água em Carmópolis - Simpar- Fluido com Modelo Reológico de Carreau- Nota Técnica, PETROBRÁS, Fev- 1994
- 34- AMES, W.F., *Nonlinear Partial Differential Equations in Engineering*, Academic Press (1965), cap.7
- 35- STEHFEST, H., *Numerical Inversion of Laplace Transforms*, Communication of the ACM,13,Nº 1, Jan-1970
- 36- PRESS, WILLIAM H., et al., *Numerical Recipes -The Art of Scientific Computing*, Cambridge, 2ª-edição
- 37- PALAGI, César. *Fluxo Convectivo em Reservatórios* , Aracaju, PETROBRÁS,1994
- 38- PRAIS, Fábio, PINTO, A. C. C., PALAGI, César, SILVA, G. A., PRAVAP- Eficiência da Injeção de Água em Carmópolis -Polímero- Revisão Bibliográfica - Nota Técnica , PETROBRÁS, Dez-1993
- 39- SMITH, Frank W., *The Behavior of Partially Hidrolyzed Poliacrylamide Solutions in Porous Media* , Journal of Petroleum Technology, Fev-1970, (148-156)
- 40- JENNINGS, R. R., at al., *Factors Influencing Mobility Control by Polymer Solutions*, Journal of Petroleum Technology, Mar-1971, (391-401).
- 41- BAIJAL, S. K. , *Flow Behavior of Polymer in Porous Media*, PennWell Publishing Co., Tulsa, 1982
- 42- TEEW, D. e HESSELINK, F. T., *Power-Law Flow and Hydrodynamic Behavior of Biopolymer Solutions in Porous Media*, SPE-8982, Mai-1980
- 43- WYLIE Jr.,C.R., *Advanced Engineering Mathematics*, Mc Graw - Hill, Third Edition, United States, 1966, 813

44- ABRAMOWITZ, Milton e STEGUN, Irene A., *Handbook of Mathematical Functions*, 9ª Edição, New York, Dover Publications Inc., 1972, 1046

Bibliografia Adicional Consultada

45 - LITTMANN, W., *Polymer Flooding*, 1ª Edição, Amsterdam, Elsevier, 1988, 212

46- VIEIRA E ROSA, P. T., *Escoamento Radial de Fluidos Não Newtonianos em Meios Porosos*. Campinas, UNICAMP, 1991, Mestrado.

47- OLIVEIRA, Eduardo Augusto Puntel, *Análise de Testes em Poços Injetores de Água*, Campinas, UNICAMP, 1991, 142, Mestrado.

48- SERRA, K. V., *Notas de Aula da disciplina " Análise de Testes "*, Curso de Mestrado em Engenharia de Petróleo, UNICAMP, 1993

49 -CORRÊA, Antônio Cláudio de França e ROSA, Adalberto José, *Análise de Testes em Poços*, Salvador, PETROBRÁS-CENPES-DIVEN-SEN-BA, 1987

50 - METER, Donald M., e BIRD, R. Byron, *Tube Flow of Non-Newtonian Polymer Solutions: Part I. Laminar Flow and Rheological Models*, A.I.Ch.E. Journal., Nov- 1964

51- KAZEMI, H.; MERRIL L. S.; e JARGON, J. R. ,*Problems in Interpretation of Pressure Fall-Off Tests in Reservoirs with and without Fluid Banks*, Journal of Petroleum Technology, Set-1972, (1147-1156)

52- MERRIL, L.S.; KAZEMI H.; e GOGARTY, W. B.; *Pressure Falloff Analysis in Reservoirs with Fluid Banks*, Journal of Petroleum Technology, Jul-1974, (809-818)

- 53- SOSA, A.; RAGHAVAN, R.; LIMON, T. J., *Effects of Relative Permeability and Mobility Ratio on Pressure Falloff Behavior*, Journal of Petroleum Technology, Jun- 1981, (1125-1135)
- 54- BRATVOLD, R. B.; HORNE, R. N., *Analysis of Pressure Falloff Tests Following Cold Water Injection* , SPE-16744, Out-1988
- 55- AMBASTHA, A. K., e RAMEY JR., H. R., *Injection Time Effects on Pressure Falloff Responses from Composite Reservoirs*, SPE 18804, Abr-1989
- 56- ABBASZADEH, M. e KAMAL, M. M., *Pressure Transient Testing of Water Injection Wells*, SPE 16744, Set-1987
- 57- NAMBA, T. e HORNE, R. N., *Estimation of Water and Oil Relative Permeabilities from Pressure Transient Analysis of Water Injection Well Data*, SPE-19829, Out-1989
- 58- YEH, N. S., e AGARWAL, R. G., *Pressure Transient Analysis of Injection Wells in Reservoirs with Multiple Fluid Banks* , SPE-19775, Out-1989
- 59- CHEN, Z., LIU, C., *Self- Similar Solutions for Displacement of Newtonian Fluids through Porous Media* , Transport in Porous Media, Vol. 6 N^o 1, Fev-1991(13-33)
- 60- LECOURTIER, J., RIVENQ, R., DELAPLACE, P., LEMONNIER, P., HAGRY, J.P., and LEFEVRE, D., *An Innovative Polymer Flooding Simulator Based on Advanced Concepts in Polymer Physics*, SPE/DOE-24150, Abr-1994

APÊNDICES

APÊNDICE A

AS SOLUÇÕES POLIMÉRICAS

A.1) A UTILIZAÇÃO DE POLÍMEROS NA RECUPERAÇÃO SUPLEMENTAR DE PETRÓLEO

A injeção de água é um dos principais métodos de recuperação secundária na indústria de petróleo. No entanto a depender do mecanismo de deslocamento existente no reservatório este método pode se mostrar ineficiente, resultando em baixas recuperações de óleo e produção precoce de água.

A idéia básica para utilização de polímeros como uma forma de corrigir os problemas observados na injeção de água está centrada no conceito de *razão de mobilidades* M , definida como:

$$M = \frac{\lambda_w|_{Sor}}{\lambda_o|_{Swi}} = \frac{(k_{rw}|_{Sor} / \mu_w)}{(k_{ro}|_{Swi} / \mu_o)} \quad (A.1)$$

onde λ , e k_r , são respectivamente mobilidade, viscosidade e permeabilidade relativa na saturação máxima do fluido, e os índices subscritos o e w se referem a óleo e água, respectivamente.

Se M for menor ou igual a um, a razão de mobilidades é favorável, ou seja, o mecanismo de deslocamento é eficiente e a saturação de óleo remanescente no reservatório após a passagem do banco de água será próxima a saturação de óleo residual. Se M for maior do que um, a razão de mobilidades é desfavorável e o mecanismo de deslocamento não é tão eficiente como no caso anterior, pois quanto maior a razão de mobilidades M , maior será a saturação de óleo remanescente no reservatório após a passagem do banco de água.

Segundo Sorbie^[2], a aplicação de polímeros adicionado a água de injeção deve ser considerada em duas situações: quando há razão de mobilidade desfavorável e quando o reservatório apresenta um elevado nível de heterogeneidades, como forma de melhorar a eficiência de varrido vertical dos mesmos.

Os polímeros quando adicionados a água de injeção, aumentam significativamente a sua viscosidade. Como consequência há uma redução da mobilidade da mesma melhorando as eficiências de deslocamento e de varrido areal, o que resulta em uma maior recuperação final de óleo. Além disto, alguns tipos de polímeros reduzem a permeabilidade efetiva à água, o que implica em uma menor produção do fluido injetado.

No caso de reservatório heterogêneo, os polímeros atuam através da combinação de dois mecanismos^[2]: o controle de mobilidade, através do qual a viscosidade do polímero muda os caminhos de fluxo dentro do reservatório, e a adsorção, que através do bloqueio de canais de fluxo e redução local de permeabilidade relativa à água, também altera o fluxo dos fluidos. Como resultado da aplicação de polímero em reservatórios heterogêneos, observa-se uma melhora na eficiência de varrido vertical.

Segundo Lake^[8], a injeção de polímeros não altera a saturação de óleo irreduzível, pois o aumento de viscosidade proporcionado pela adição de polímeros a água não resulta em um aumento significativo no *número capilar* N_c ($N_c = v\mu/\sigma$), que é definido como a relação entre as forças viscosas e as forças capilares. Portanto, teoricamente tanto este método como a injeção de água teriam a mesma recuperação final, embora em escala de tempos bastante diferentes.

Diversos tipos de polímeros são utilizados na recuperação suplementar de petróleo; no entanto pode-se agrupar estes polímeros em duas classes: As *poliacrilamidas*, que são polímeros sintéticos, e os *polissacarídeos*, que são biopolímeros. A seguir serão feitos alguns comentários a respeito das características básicas destas duas classes de polímeros.

A.1.1-As Poliacrilamidas

As poliacrilamidas são polímeros produzidos sinteticamente a partir de propileno, oxigênio e nitrogênio, formando uma unidade chamada de monômero de acrilamida. Estas unidades são polimerizadas para formar uma longa cadeia de moléculas de polímero.

Na injeção de soluções poliméricas, utiliza-se a poliacrilamida parcialmente hidrolizada, sendo a hidrólise feita com hidróxido de sódio ou potássio, normalmente em um grau entre 15% a 35%. Neste processo alguns grupos de acrilamida são substituídos por ácido carboxílico. Desta forma a molécula de poliacrilamida hidrolizada é um polieletrólito, o que irá refletir em muitas das propriedades físicas da solução polimérica. A poliacrilamida hidrolizada em solução aquosa apresenta uma estrutura molecular flexível. A característica de viscosificação da poliacrilamida é devido ao seu elevado peso molecular.

O grau de hidrólise da poliacrilamida pode ser controlado de forma a otimizar certas propriedades da solução polimérica, tais como solubilidade na água, viscosidade e adsorção. Por exemplo, se a hidrólise é muito pequena, o polímero não será solúvel em água, por outro lado, se o grau hidrólise for muito alto as propriedades da solução polimérica serão fortemente sensíveis à salinidade e dureza. De uma maneira geral, todas as propriedades da poliacrilamida parcialmente hidrolizadas, exibem uma grande sensibilidade à salinidade e a dureza da solução, o que pode se constituir em um grande obstáculo para utilização deste tipo de polímero em certos reservatórios.

Nos processos de recuperação suplementar de petróleo as poliacrilamidas parcialmente hidrolizadas tem sido utilizada mais frequentemente do que os polissacarídeos, pois apresentam um custo relativamente mais baixo, são resistentes ao ataque de bactérias e além disto proporcionam redução da permeabilidade efetiva do meio poroso.^[5,11,12,13,38]

A.1.2-Os Polissacarídeos

Os polissacarídeos são produzidos por microorganismos chamados de *Xanthomonas Campestris* e comercialmente são produzidos por um processo de fermentação bacteriológica. Estes tipo de polímero é construído a partir de 3 tipos de monômeros de sacarídeos: manose, glucose e ácido glucorânico. Dentre os polissacarídeos utilizados na indústria de petróleo, o mais comum é a goma Xantana.

A molécula de polissacarídeo em comparação com a molécula de poliacrilamida hidrolizada é mais ramificada e relativamente não iônica, o que faz com que sua viscosidade em solução aquosa seja praticamente insensível às mudanças de salinidade. Por outro lado, os polissacarídeos são sensíveis ao ataque de bactérias após serem injetados no reservatório.

Devido a alta rigidez molecular os polissacarídeos apresentam grande resistência a degradação mecânica, ao contrário das poliacrilamidas. Além disto, não adsorvem à rocha e não proporcionam alterações na permeabilidade relativa à água.

Embora as poliacrilamidas apresentem um custo inferior aos polissacarídeos, quando a salinidade da solução é alta, estes apresentam maior poder viscosificante do que aquelas, de forma que o custo total do polímero a ser utilizado é praticamente o mesmo. Porém em água doce os polissacarídeos viscosificam menos do que as poliacrilamidas.

Do que foi dito acima, torna-se evidente que devido às diferentes propriedades químicas e físicas, estes dois tipos de polímeros têm vantagens e desvantagens em suas aplicações, a depender das condições específicas de cada reservatório. Portanto, a escolha do tipo de polímero a ser utilizado em um projeto de recuperação suplementar de petróleo irá depender de diversos fatores, tais como: composição e características da rocha reservatório, composição das águas de formação e injeção, profundidade do reservatório, características do óleo do reservatório, relação custo/benefício, entre outros.

A tabela A1 resume as principais diferenças entres algumas propriedades destes dois tipos de polímeros.

TABELA A1- Principais diferenças entre os tipos de polímeros

Fonte: *Pinheiro*^[29]

	POLIACRILAMIDA	POLISSACARÍDEO
Origem	sintética	biológica
Estrutura molecular	flexível	rígida
Sensibilidade ao sal	aplicada a baixa salinidade	sem limitação
Degradação mecânica	alta	baixa
Degradação biológica	pouco afetada	suscetível a degradação
Temperatura limite para não haver degradação	até 204 °C sem Ca ⁺⁺ até 70 °C com Ca ⁺⁺	até 93 °C
Adsorção	adsorve à rocha	não adsorve à rocha
Redução da permeabilidade relativa à água	irreversível	reversível
Presença de Oxigênio	suscetível a degradação	suscetível a degradação

A.2) PROPRIEDADES DAS SOLUÇÕES POLIMÉRICAS

A principal propriedade das soluções poliméricas de interesse para a injeção de polímeros é a viscosidade, pois o polímero é adicionado à água de injeção com o objetivo de aumentar a viscosidade do fluido deslocante e consequentemente melhorar a eficiência de varrido vertical e horizontal do reservatório.

Além da viscosidade, as soluções poliméricas apresentam outras propriedades peculiares, que não estão presentes em um processo de injeção de água convencional, tais como: efeitos não newtonianos, adsorção, redução de permeabilidade relativa à água, volume poroso inacessível e ainda os efeitos da salinidade, pH e dureza, na viscosidade das mesmas.

Visando uma melhor compreensão do fluxo das soluções poliméricas no meio poroso, será apresentada a seguir uma breve revisão sobre as principais propriedades destas soluções, a menos dos efeitos não newtonianos que serão tratados em separado no Apêndice B.

A.2.1) Viscosidade

A viscosidade de uma solução polimérica está relacionada com o tamanho e a extensão da molécula de polímero na solução. De uma maneira geral grandes moléculas estão associadas a soluções de alta viscosidade.

A figura A.1 ilustra o comportamento da viscosidade de vários tipos de soluções poliméricas em função da concentração de polímero, para uma dada taxa de cisalhamento ($\dot{\gamma}$). Observa-se que mesmo em baixas concentrações, o polímero pode aumentar a viscosidade da água entre dez e cem vezes.

A relação entre a viscosidade da solução polimérica μ_p e a concentração de polímero utilizada tem sido tradicionalmente modelada pela *Equação de Flory-Huggins*^[8]:

$$\mu_p = \mu_a (1 + a_1 C_p + a_2 C_p^2 + a_3 C_p^3 + \dots) \quad (\text{A.2})$$

onde C_p é a concentração de polímero, μ_a a viscosidade da água e a_1, a_2, a_3, \dots são constantes. A unidade usual de concentração de polímero é g/m^3 de solução, que é aproximadamente igual a ppm.

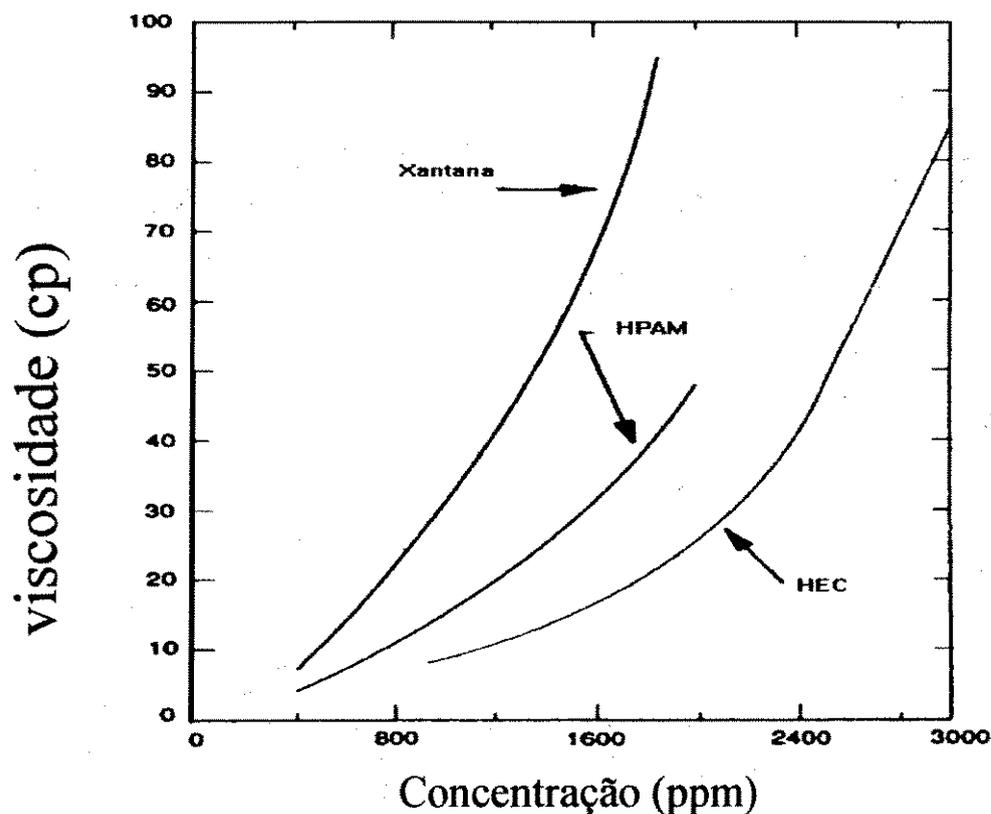


Figura A1 - Viscosidade versus Concentração para Diferentes Tipos de Polímeros a uma Taxa de Cisalhamento igual a 7.3 s^{-1}
Fonte: *Sorbie*^[2], página 42, adaptado.

A.2.2) Retenção Polimérica no Meio Poroso

O polímero é adicionado ao fluido deslocante, geralmente com o objetivo de aumentar a viscosidade do mesmo, entretanto podem existir interações significativas entre as moléculas de polímeros e o meio poroso. Estas interações vão causar a retenção do polímero no meio poroso o que levará a formação de um banco de fluido injetado totalmente ou parcialmente desprovido de polímero. Consequentemente a viscosidade do banco de fluido será bem menor do que a viscosidade da solução polimérica injetada, o que resultará em uma diminuição da eficiência do processo.

Sorbie^[2] definiu retenção polimérica no meio poroso como todos os mecanismos que removem polímero da fase aquosa, durante seu transporte no meio poroso.

O nível de retenção de polímero do meio poroso, se constitui em um dos principais fatores para determinação da viabilidade econômica de um projeto de injeção de polímeros e, por esta razão, deve ser bem entendido visando a uma melhor eficiência do projeto.

Dentre os fatores que influenciam a retenção polimérica estão: o tipo de polímero, peso molecular, permeabilidade da rocha, composição da rocha, salinidade e dureza da solução aquosa. Os trabalhos publicados a respeito da retenção polimérica no meio poroso, evidenciam que a retenção é bem mais acentuada nas poliacrilamidas^[39,40] do que nos polissacarídeos ^[2,38]

Os principais mecanismos de retenção que ocorrem quando uma solução polimérica flui através de um meio poroso são: adsorção do polímero na superfície sólida da rocha e bloqueio mecânico das moléculas do polímero nos poros pequenos do meio poroso.

A adsorção se refere a interação entre as moléculas de polímeros e a superfície sólida da rocha. De uma maneira geral, o grau de adsorção das moléculas de polímero na superfície da rocha depende de dois fatores básicos^[41]: a natureza química das moléculas e da superfície, e a proximidade entre a molécula e a superfície.

Experimentos realizados por diversos pesquisadores^[2,5,38] usando poliacrilamida, mostraram que a mesma é adsorvida em forma de monocamada e ainda que o grau de adsorção depende da quantidade e da natureza do sais presentes na fase aquosa.

A relação entre a adsorção (A_d) e a concentração de polímero (C_p) é chamada de isoterma de adsorção, que pode assumir as mais variadas formas. No entanto a mais comumente utilizada é a *isoterma de Lagmuir*^[8], que tem a seguinte expressão:

$$A_d = \frac{K_1 C_p}{1 + K_2 C_p} \quad (A.3)$$

onde K_1 e K_2 são constantes determinadas experimentalmente.

O bloqueio mecânico ocorre quando grandes moléculas de polímeros ficam presas em canais de fluxo estreitos. Este mecanismo foi observado principalmente em meios de baixa permeabilidade, onde o tamanho dos poros é pequeno.

A retenção polimérica pode causar a redução da permeabilidade relativa à água (a ser discutida no próximo item), contribuindo assim para o mecanismo de recuperação do óleo. No entanto, segundo *Sorbie*^[2], de uma maneira geral, a retenção polimérica tende a reduzir a recuperação de óleo.

A.2.3-Redução de Permeabilidade Relativa à Água

Muitos pesquisadores^[10,12,40] demonstraram experimentalmente que a adição de certos polímero à água de injeção, além de aumentar a viscosidade da solução reduzem a permeabilidade relativa a água como consequência das interações entre o polímero e a rocha.. O resultado é uma redução na mobilidade da fase aquosa.

Pye^[3] definiu esta redução de mobilidade como *fator de resistência* (R_f) que pode ser determinado como a razão entre as mobilidades da água (λ_w) e da solução polimérica (λ_{wp}), quando escoando em um meio poroso sob as mesmas condições de fluxo:

$$R_f = \frac{\lambda_w}{\lambda_{wp}} = \left(\frac{k_w}{\mu_w} \right) \left(\frac{\mu_{wp}}{k_{wp}} \right). \quad (\text{A.4})$$

Jennings *et al.*^[40] definiram o *fator de resistência residual* (R_{RF}) como a relação entre as mobilidades da água ao atravessar um meio poroso antes (λ_w) e após (λ_{wa}) a injeção de polímeros :

$$R_{RF} = \frac{\lambda_w}{\lambda_{wa}} \quad (\text{A.5})$$

O fator de resistência residual indica o efeito de redução permanente de permeabilidade, causada pela solução polimérica. As soluções de poliacrilamida reduzem a permeabilidade do meio poroso irreversivelmente, enquanto que nas soluções de polissacarídeos a redução de permeabilidade é reversível.

A.2.4-Volume Poroso Inacessível

Quando realizaram experimentos com polímeros e traçadores em meio porosos sem retenção/adsorção, vários pesquisadores^[2,38] observaram que o polímero chegava mais rapidamente ao efluente do que o traçador.

Este fenômeno, denominado de *Volume Poroso Inacessível*, foi atribuído ao fato de as moléculas de polímeros serem muito grandes para passarem por certas gargantas de poros, durante o fluxo de polímeros no meio poroso, de forma que estas moléculas não poderiam acessar certas partes no volume poroso. Deste modo, a solução polimérica tenderia a chegar ao efluente mais rapidamente do que o traçador que seria transportado em todo o meio poroso.

Uma outra explicação para o aumento de velocidade da solução polimérica em relação a velocidade do traçador, foi apresentada por vários pesquisadores^[2], que relacionaram o *Volume Poroso Inacessível* a existência de uma camada depletada de polímero junto às paredes dos poros.

APÊNDICE B

REOLOGIA DAS SOLUÇÕES POLÍMERICAS

De acordo com *Bird et al.*^[6], Reologia é a ciência da deformação e do fluxo e inclui o estudo das propriedades mecânicas de vários materiais sob diversas condições de deformação, quando estes materiais podem exibir a habilidade de escoar e acumular deformações recuperáveis, simultaneamente.

O comportamento reologicamente complexo de certos fluidos, tais como as soluções poliméricas vem tendo uma constante atenção na indústria de petróleo, devido a utilização das mesmas em processos de recuperação suplementar.

A Lei de Viscosidade de Newton, em uma dimensão, pode ser representada pela expressão:

$$\tau = \mu \cdot \dot{\gamma} \quad (\text{B.1})$$

onde τ é a tensão de cisalhamento, $\dot{\gamma}$ a taxa de cisalhamento e a constante de proporcionalidade desta equação, μ , é chamada de viscosidade. Os fluidos que seguem este modelo são denominados *Fluidos Newtonianos*. A viscosidade representa a resistência ao movimento pelo fluido, sendo função principalmente da temperatura.

Muitos fluidos porém, não exibem o comportamento newtoniano. É o que ocorre com líquidos de altas viscosidades, tais como os polímeros. Os *Fluidos Não Newtonianos* são definidos como aqueles que não exibem uma relação de proporcionalidade direta entre a taxa de cisalhamento ($\dot{\gamma}$) e a tensão de cisalhamento (τ) aplicada. A resistência ao escoamento destes fluidos é denominada de viscosidade aparente (μ_{app}), sendo definida como a razão entre tensão de cisalhamento e taxa de cisalhamento.

$$\mu_{app} = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (\text{B.2})$$

A viscosidade aparente é função da taxa de cisalhamento e da temperatura.

B.1- Classificação dos Fluidos Não Newtonianos

Existem três classes principais de fluidos não newtonianos, no que diz respeito ao comportamento reológico dos mesmos:

-Fluidos Independentes do Tempo, Fluidos Dependentes do Tempo e Fluidos Viscoelásticos.

B.1.1) Fluidos Independentes do Tempo

Bird et al.^[6] e *Ikoku e Ramey*^[1], definiram o comportamento reológico destes fluidos, como sendo dependente apenas da magnitude da tensão de cisalhamento aplicada e não de sua duração.

Estes fluidos apresentam-se na forma de três tipos básicos: pseudo-plástico, dilatante e plástico de Bingham.

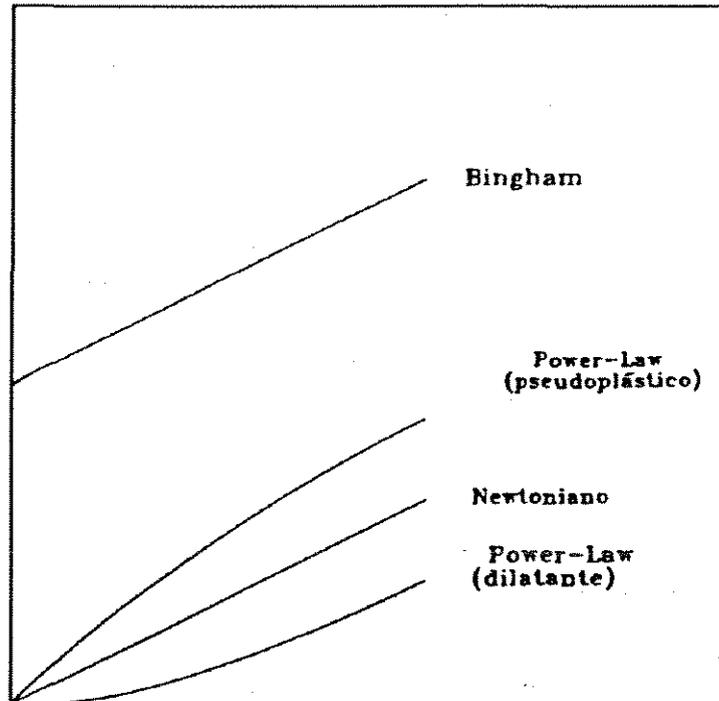
Os fluidos Pseudo-Plásticos são caracterizados pela diminuição da viscosidade aparente quando há um aumento da taxa de cisalhamento ($\dot{\gamma}$) e por isto são também chamados de fluidos "shear thinning". De uma maneira geral as soluções poliméricas utilizadas nos projetos de recuperação suplementar de petróleo apresentam este tipo de comportamento reológico.

Os fluidos Dilatantes são aqueles em que a viscosidade aparente aumenta com o aumento da taxa de cisalhamento ($\dot{\gamma}$), sendo por esta razão conhecidos como fluidos "shear-thickening".

Os fluidos Plásticos de Bingham exibem uma tensão residual para a taxa de cisalhamento nula, somente escoando após esta tensão residual ser superada. Apresenta uma relação linear entre a taxa de cisalhamento ($\dot{\gamma}$) e a tensão de cisalhamento (τ).

A figura B1 mostra o comportamento reológico típico destes três tipos de fluidos independentes do tempo.

tensão de cisalhamento



taxa de cisalhamento

Figura B1- Gráfico de Tensão de Cisalhamento versus Taxa de Cisalhamento - Fonte: *Pinheiro*^[29] Adaptada

B.1.2) Fluidos Dependentes do Tempo

São fluidos que apresentam variações da tensão de cisalhamento (τ) com o tempo para valores fixos de taxa de cisalhamento ($\dot{\gamma}$) e temperatura, até que se alcance uma estrutura de equilíbrio.

Classificam-se em **tixotrópicos** - quando a tensão de cisalhamento diminui com o tempo - e **reopéticos** - quando a tensão de cisalhamento aumenta com o tempo.

B.1.3) Fluidos Viscoelásticos

Estes fluidos obedecem às Leis da viscosidade de Newton e da Elasticidade de Hooke, mas também suas propriedades viscosas podem ser não newtonianas e dependente do tempo .

Os efeitos viscoelásticos manifestam-se sempre que o fluido é submetido a uma rápida variação de deformação. Alguns tipos de polímeros utilizados na indústria de petróleo apresentam este comportamento quando submetidos a altas taxas de cisalhamento.

B.2) MODELOS REOLÓGICOS DE FLUIDOS PSEUDO-PLÁSTICOS

As soluções poliméricas utilizadas na recuperação suplementar de petróleo geralmente apresentam um comportamento reológico pseudo-plástico ("shear-thinning") e a maneira tradicionalmente utilizada para representar tal comportamento é um gráfico de viscosidade versus taxa de cisalhamento, conforme pode ser visto na figura B2 para soluções poliméricas de Xantana a várias concentrações.

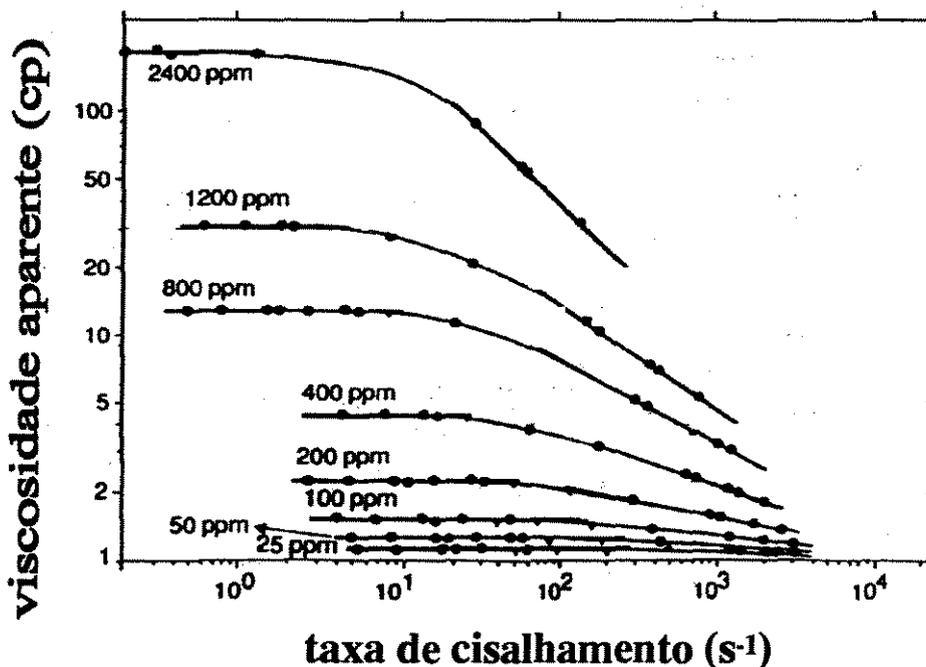


Figura B2- Viscosidade Aparente versus Taxa de Cisalhamento, para Diferentes Concentrações (Xantana)

Fonte::Sorbie^[2] Adaptada

Observa-se que estas soluções exibem comportamento newtoniano para taxas de cisalhamento suficientemente baixas, seguida de uma região de comportamento pseudo-plástico, onde a viscosidade do fluido diminui. Para altas taxas de cisalhamento, a tendência da viscosidade é de se aproximar de um segundo patamar, não mostrado nas figuras, cuja viscosidade é bem próxima à viscosidade do solvente.

Vários modelos empíricos foram propostos para descrever a relação entre a viscosidade e a taxa de cisalhamento de uma ou mais destas regiões, entre eles estão o modelo de *Ostwald-de-Waele* ou *modelo de potência*^[6] o *modelo de Ellis*^[6] o *modelo de Meters*^[7] e o *modelo de Carreau*^[2]. A seguir será apresentada a formulação dos modelos citados acima.

B.2.1) Modelo de Ostwald-de-Waele

Também conhecido como modelo de potência, sem dúvida é o modelo mais amplamente utilizado para modelar o comportamento de fluidos pseudo-plásticos. A relação entre a viscosidade aparente μ_{app} e a taxa de cisalhamento ($\dot{\gamma}$) é dada pela seguinte expressão:

$$\mu_{app}(\dot{\gamma}) = H \cdot \dot{\gamma}^{n-1} \quad (B.3)$$

onde H é o índice de consistência do fluido, e n o índice de comportamento do fluido, que são parâmetros determinados experimentalmente

Para um fluido com comportamento pseudo-plástico, o valor de n é positivo e menor ou igual a 1. Neste modelo um fluido newtoniano é expresso por n igual a 1 e neste caso, o índice de consistência H é a própria viscosidade newtoniana μ .

O modelo de potência falha na predição do comportamento da viscosidade aparente a altas e baixas taxas de cisalhamento, prevendo para estes casos valores de viscosidades tendendo a infinito e a zero, respectivamente.

B.2.2) Modelo de Ellis

Neste modelo a viscosidade aparente é expressa em termos de tensão de cisalhamento τ , ao invés de taxa de cisalhamento ($\dot{\gamma}$):

$$\frac{\mu_0}{\mu_{app}} = 1 + \left(\frac{\tau}{\tau_{1/2}}\right)^{\alpha-1} \quad (B.4)$$

onde: - μ_0 é a viscosidade da solução para baixos valores da taxa de cisalhamento,

- $\tau_{1/2}$, a tensão de cisalhamento para $\mu_{app} = \mu_0/2$ e

- α , um parâmetro equivalente a $1/n$, sendo n

o parâmetro de fluxo do modelo de potência.

Observa-se que este modelo requer a determinação de três parâmetros experimentais para modelar o comportamento da viscosidade, ao invés dos dois exigidos pelo modelo de potência e representa um avanço em relação ao modelo anterior. No entanto este modelo não representa adequadamente o comportamento da viscosidade para altas taxas de cisalhamento.

B.2.3) Modelo de Meters

Este modelo foi proposto por *Bird e Meter*^[7] em 1964, sendo a relação entre a viscosidade e taxa de cisalhamento representada pela seguinte expressão:

$$\mu_{app} = \mu_{\infty} + \frac{\mu_0 - \mu_{\infty}}{1 + \left(\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_{1/2}}\right)^{\alpha-1}} \quad (B.5)$$

onde: - μ_0 é a viscosidade a baixas taxas de cisalhamento,

- μ_{∞} é a viscosidade a altas taxas de cisalhamento,

- α é $1/n$, sendo n o índice de comportamento do modelo de potência e

- $(\dot{\gamma}_{1/2})$ é a taxa de cisalhamento para a qual a viscosidade é a média entre μ_0 e μ_{∞}

O modelo de Meters, sendo um modelo de quatro parâmetros, representa mais adequadamente o comportamento reológico das soluções poliméricas do que o modelo de potência, pois engloba todo o range de taxa de cisalhamento.

B.2.4) Modelo de Carreau

Este modelo foi proposto por Carreau em 1972 e a expressão da viscosidade é dada em função da tensão de cisalhamento (τ):

$$\mu = \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) [1 + (\beta\tau)^e]^{-\alpha} \quad (\text{B.6})$$

onde : - μ_0 , μ_{∞} e n têm os mesmos significados do modelo

anterior,

- τ é a tensão de cisalhamento ,

- e , um expoente obtido do ajuste dos dados experimentais,

- α e β são parâmetros de ajuste que são

dependentes da concentração do polímero.

Assim como o modelo de Meters, este é um modelo de quatro parâmetros e engloba todo o range da taxa de cisalhamento. Os dois modelos são bastantes semelhantes. O simulador numérico de injeção de polímeros desenvolvido pela PETROBRÁS/CENPES, o SIMPAR -opção Polímero, utiliza o modelo de Carreau .

APÊNDICE C

DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DE BLAKE-KOZENY PARA FLUXO DE FLUIDOS NEWTONIANOS

A equação de *Blake-Kozeny*^[6] é uma expressão semi-empírica desenvolvida com o objetivo de estudar o fluxo de um fluido através do meio poroso. O modelo físico assume que o meio poroso é constituído por partículas esféricas e que o fluxo ocorre através de canais tortuosos, cujo raio equivalente é definido em função da porosidade, da permeabilidade e da tortuosidade do meio (modelo de tubo capilar com raio equivalente^[2]). A modelagem matemática correspondente pode ser deduzida a partir da *Lei de Hagen-Poiseuille* (fluxo laminar através de um tubo capilar) e do conceito de *Raio Hidráulico*, conforme será descrito a seguir.

Apesar da simplicidade e das limitações, este modelo tem conseguido reproduzir com razoável precisão o comportamento de um fluido no meio poroso.

C.1) Lei de Hagen-Poiseuille

Considere o fluxo laminar de um fluido através de um tubo capilar de raio R e comprimento L , cujo diferencial de pressão entre as extremidades é ΔP , conforme mostrado na figura C1.

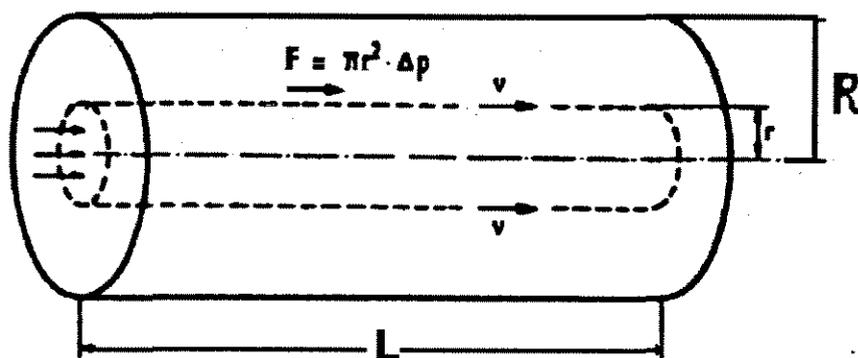


Figura C1- Fluxo através de um Tubo Cilíndrico

A força F associada a este diferencial de pressão é dada por:

$$F = A \cdot \Delta P \quad (C.1)$$

onde $A = \pi r^2$ é a área da seção transversal do capilar, em um raio r , tal que $0 < r < R$.

A tensão superficial σ em um raio r é dada por:

$$\sigma = \frac{F}{A_{\text{sup}}} \quad (C.2)$$

onde $A_{\text{sup}} = 2\pi rL$, portanto:

$$\sigma = \frac{r\Delta P}{2L} \quad (C.3)$$

A equação de balanço de massa para o fluxo através do capilar resulta em :

$$Q = \int_0^R v A_{\text{sup}} dr \quad (C.4)$$

onde Q é o fluxo volumétrico total de fluido através do capilar, v é a velocidade do mesmo e A_{sup} é a área da superfície do capilar, logo:

$$Q = \int_0^R 2\pi r v dr \quad (C.5)$$

A relação entre a tensão superficial σ e o volume de fluido Q , que passa através do capilar pode ser obtida pela Regra da Cadeia:

$$\frac{dv}{d\sigma} = \frac{dv}{dr} \times \frac{dr}{d\sigma} \quad (C.6)$$

$$\text{Mas : } \frac{dv}{dr} = -\dot{\gamma} = f(\sigma) \quad (C.7)$$

onde $(\dot{\gamma})$ é a taxa de cisalhamento correspondente a tensão σ , e de (C.3), vem que:

$$\frac{dr}{d\sigma} = \frac{2L}{\Delta P} \quad (C.8)$$

Substituindo (C.7) e (C.8) em (C.6) e integrando resulta em:

$$v = \int_v^0 dv = \int_{\sigma}^{\omega} \frac{2L}{\Delta P} f(\sigma) d\sigma \quad (C.9)$$

onde σ é a tensão quando a velocidade v é a velocidade no raio r do capilar e ω é a tensão quando a velocidade v é igual a zero (em $r = R$), ou seja :

$$\sigma = \frac{r\Delta P}{2L} \quad (C.9a)$$

$$e \quad \omega = \frac{R\Delta P}{2L} \quad (C.9b)$$

Substituindo então (C.9) em (C.5), vem:

$$Q = \frac{2L}{\Delta P} \int_0^R 2\pi r \int_{\sigma}^{\omega} f(\sigma) d\sigma dr \quad (C.10)$$

Na expressão acima, substituindo dr pela equação (C.8) e fazendo-se algumas manipulações algébricas obtém-se:

$$Q = \frac{16\pi L^3}{(\Delta P)^3} \int_0^{\omega} \sigma \int_{\sigma}^{\omega} f(\sigma) d\sigma d\sigma \quad (C.11)$$

Fazendo-se as seguintes transformações em (C.11)

$$x = 1/2\sigma^2 \rightarrow dx = \sigma d\sigma \quad (C.11a)$$

$$y = \int_{\sigma}^{\omega} \sigma^2 f(\sigma) d\sigma \rightarrow dy = f(\sigma) d\sigma \quad (C.11b)$$

e integrando obtém-se:

$$Q = \frac{\pi R^3}{\omega^3} \int_0^{\omega} \sigma^2 f(\sigma) d\sigma \quad (C.12)$$

A equação acima descreve a relação entre fluxo e tensão, para o fluxo laminar de um fluido qualquer através de um tubo capilar.

Para um fluido com comportamento newtoniano, a relação entre a tensão de cisalhamento σ e a taxa de cisalhamento correspondente ($\dot{\gamma}$) apresenta um comportamento linear, cuja taxa de proporcionalidade é a viscosidade do fluido μ , ou seja:

$$f(\sigma) = \dot{\gamma} = \frac{\sigma}{\mu} \quad (C.13)$$

Substituindo (C.13) na expressão (C.12) e integrando, resultará a seguinte expressão para o fluxo de um fluido newtoniano através de um tubo cilíndrico:

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8\mu L} \quad (C.14)$$

que é a *Lei de Hagen-Poiseuille* para fluxo laminar de um fluido newtoniano em um tubo capilar.

A velocidade média v deste fluxo, ou velocidade intersticial pode ser calculada por:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{\Delta P R^2}{8\mu L} \quad (C.15)$$

C.2) Conceito de Raio Hidráulico

O raio hidráulico R_h , é definido como:

$$R_h = \frac{\text{Área transversal Molhada}}{\text{Perímetro Molhado}} \quad (C.16)$$

Portanto, para um tubo circular de raio R :

$$R_h = \frac{\pi R^2}{2\pi R} = \frac{R}{2} \quad (C.16a)$$

Considerando que o meio poroso é constituído por partículas esféricas e que seja equivalente a um tubo com seção transversal com raio hidráulico R_h , obtém-se de (C.15) e (C.16a):

$$v = \frac{\Delta P R_h^2}{2\mu L} \quad (C.17)$$

Mas o raio hidráulico também pode ser definido como:

$$R_h = \frac{\text{Volume disponível para o fluxo}}{\text{Superfície Total Molhada}} \quad (C.18)$$

o que resulta em:

$$R_h = \frac{\phi}{a_v(1-\phi)} \quad (C.18a)$$

onde a_v é a área específica, que para uma esfera é dada por :

$$a_v = \frac{\text{Área da esfera}}{\text{Volume da esfera}} \quad (C.19)$$

logo:
$$a_v = \frac{4\pi r_p^2}{4/3\pi r_p^3} = \frac{3}{r_p} = \frac{6}{D_p} \quad (C.19a)$$

onde r_p e D_p , são respectivamente o raio e o diâmetro das partículas que constituem o meio poroso.

Desta forma, a equação (C.19a) ficará como:

$$R_h = \frac{\phi D_p}{6(1-\phi)} \quad (C.20)$$

e substituindo-se R_h na equação (C.17), vem:

$$v = \frac{\Delta P \phi^2 D_p^2}{72\mu L(1-\phi)} \quad (C.21)$$

No meio poroso, a velocidade superficial u , se relaciona com a velocidade intersticial v , através da relação:

$$u = v\phi = \frac{\Delta P \phi^3 D_p^2}{\mu L} \frac{1}{72(1-\phi)^2} \quad (C.22)$$

Experimentalmente verificou-se que o comprimento do meio poroso L deveria ser corrigido de um fator (C), correspondente à tortuosidade do meio poroso, resultando em:

$$u = \frac{\phi^3 D_p^2}{72C(1-\phi)^2} \frac{\Delta P}{\mu L} \quad (C.23)$$

De acordo com Bird^[6] um valor aceitável para esta constante seria 25/12, obtido a partir da observação de dados experimentais, embora valores diferentes de C tenham sido obtidos por outros pesquisadores. Fazendo $C = 25/12$ na equação (C.23):

$$u = \frac{\phi^3 D_p^2}{150(1-\phi)^2} \frac{\Delta P}{\mu L} \quad (C.24)$$

A expressão (C.24) é a *Equação de Blake-Kozeny*^[6], que pode ser utilizada para descrever o fluxo de um fluido newtoniano de viscosidade μ através de um meio poroso com modelo de tubo capilar de comprimento L , constituído por partículas de diâmetro D_p .

Igualando (C.24) com a Lei de Darcy vem que:

$$k = \frac{\phi^3 D_p^2}{72C(1-\phi)^2} \quad (C.25)$$

A equação (C.25) relaciona a permeabilidade (K) com a porosidade (ϕ) e o diâmetro das partículas (D_p) do meio poroso e é conhecida como *Equação de Carmen-Kozeny*.^[9]

Utilizando (C.25) em (C.18a) e (C.21), obtém-se que o raio equivalente (R_e) do meio poroso é dado por:

$$R_e = \sqrt{\frac{8KC}{\phi}} \quad (C.26)$$

APÊNDICE D

DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DE BLAKE-KOZENY PARA FLUIDOS NÃO NEWTONIANOS COM MODELO DE POTÊNCIA

De maneira análoga ao que foi apresentado no Apêndice C, a equação de Blake-Kozeny para fluxo de fluidos não newtonianos com modelo de potência, também pode ser obtida a partir da *Lei de Hagen-Poiseuille* e do conceito de *Raio Hidráulico*.

D.1) Lei de Hagen-Poiseuille para Fluidos Não Newtonianos com Modelo de Potência

Da equação (C.12) do Apêndice A obtém-se a equação que relaciona o fluxo total através de um tubo com a tensão superficial σ :

$$Q = \frac{\pi R^3}{\omega^3} \int_0^\omega \sigma^2 f(\sigma) d\sigma \quad (D.1)$$

onde $\omega = \Delta PR / 2L$

Para o fluido não newtoniano com modelo de potência, a relação entre a tensão de cisalhamento σ e a deformação correspondente ($\dot{\gamma}$) é dada por:

$$f(\sigma) = \dot{\gamma} = \left(\frac{\sigma}{H} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (D.2)$$

onde H é o índice de consistência do fluido não newtoniano e n o índice de fluxo. Substituindo (D.2) em (D.1) e integrando obtém-se:

$$Q = \frac{\pi R^3 H^{-\frac{1}{n}}}{\omega^3} \int_0^\omega \sigma^{\frac{2n+1}{n}} d\sigma = \frac{\pi R^3 H^{-\frac{1}{n}}}{\omega^3} \frac{n}{3n+1} \omega^{\frac{3n+1}{n}} \quad (D.3)$$

A velocidade média através do meio poroso, ou velocidade intersticial v , será $v = Q / A$, resultando em :

$$v = R^{1+1/n} \left(\frac{n}{3n+1} \right) \left(\frac{\Delta P}{2HL} \right)^{1/n} \quad (D.4)$$

D.2) Conceito de Raio Hidráulico

Conforme foi visto no Apêndice C, o raio hidráulico R_h , é definido como:

$$R_h = \frac{\text{Área transversal Molhada}}{\text{Perímetro Molhado}} \quad (\text{D.5})$$

Portanto, para um tubo circular de raio R:

$$R_h = \frac{\pi R^2}{2\pi R} = \frac{R}{2} \quad (\text{D.5a})$$

Considerando que o meio poroso constituído por partículas esféricas e que seja equivalente a um tubo com seção transversal com raio hidráulico R_h , obtém-se de (D.4) e (D.5a):

$$v = (2R_h)^{1+1/n} \left(\frac{n}{3n+1} \right) \left(\frac{\Delta P}{2HL} \right)^{1/n} \quad (\text{D.6})$$

Considerando ainda que a relação entre a velocidade intersticial v (equação D.6) e a velocidade superficial u no meio poroso, é dada por $u=v\phi$, vem que :

$$u = \phi(2R_h)^{1+1/n} \left(\frac{n}{3n+1} \right) \left(\frac{\Delta P}{2HL} \right)^{1/n} \quad (\text{D.7})$$

Mas o raio hidráulico também pode ser expresso por (Apêndice C-equação C.20):

$$R_h = \frac{\phi D_p}{6(1-\phi)} \quad (\text{D.8})$$

Substituindo (D.8) na expressão (D.7) e introduzindo o fator C de tortuosidade do meio poroso obtém-se a seguinte expressão para a velocidade superficial u :

$$u = \left(\frac{n\phi}{3n+1} \right) \left(\frac{D_p}{3n+1} \phi \right)^{\frac{n+1}{n}} \left(\frac{\Delta P}{2HLC} \right)^{1/n} \quad (\text{D.9})$$

Fazendo o fator de tortuosidade $C = 25/12$, obtém-se para (D.9):

$$u = \left(\frac{n\phi}{3n+1} \right) \left(\frac{D_p}{3n+1} \phi \right)^{\frac{n+1}{n}} \left(\frac{6\Delta P}{25HL} \right)^{1/n} \quad (\text{D.10})$$

que é a *Equação de Blake-Kozeny Modificada para Fluxo de Fluidos Não Newtonianos com Modelo de Potência* ^[9] no meio poroso.

O fator de tortuosidade C é um fator de ajuste da velocidade no meio poroso. Experimentos realizados por vários pesquisadores para estudar o fluxo de fluidos não newtonianos no meio poroso, constataram diferentes valores para o fator de tortuosidade C, conforme pode ser observado na tabela D1.

Tabela D1- Valores para o fator de tortuosidade C

Fonte	Fator C
Teew e Hesselink ^[42]	1
Christopher e Middleman ^[9]	25/12
Bird et al. ^[6]	25/12
Cannella et al. ^[13]	1/18 ^(*)

(*) - Este fator foi calculado a partir do fator C', multiplicativo da taxa de cisalhamento no meio poroso ($\dot{\gamma}_{app}$), determinado experimentalmente para soluções de Xantana no meio poroso. A relação entre o fator de tortuosidade C e o fator C' é dada por $C' = \sqrt{2} / \sqrt{C}$, conforme pode ser visto no Apêndice E. Para fluidos newtonianos o fator de tortuosidade do meio poroso é maior do que um. *Cannella et al.*^[13] utilizando um modelo de meio poroso constituído por tubos capilares cujos diâmetros seguiam uma dada distribuição de probabilidade, mostraram que o fator C' e conseqüentemente o fator de tortuosidade C, depende das características permo-porosas do meio e dos parâmetros reológicos do fluido. A partir deste modelo eles mostraram ainda que era possível obter um fator de tortuosidade menor do que um, para o caso de fluidos não newtonianos com modelo de potência pseudo-plástico e assim justificaram os resultados obtidos nos experimentos que resultaram em um fator de tortuosidade muito menor do que os valores encontrados por outros pesquisadores^[6,9,43].

APÊNDICE F

DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL PARCIAL QUE DESCREVE O FLUXO DE UM FLUIDO NÃO NEWTONIANO COM MODELO DE POTÊNCIA NO MEIO POROSO

A equação diferencial parcial que descreve o fluxo de um fluido não newtoniano com modelo de potência no meio poroso pode ser obtida a partir dos seguintes princípios físicos^[1]:

- Lei da Conservação da Massa
- Equação de transporte apropriada (Lei de Darcy)
- Equação de Estado (equação da compressibilidade)

Considerando-se as seguintes hipóteses:

- fluxo radial monofásico
- reservatório homogêneo
- espessura uniforme
- permeabilidade constante
- fluido de pequena compressibilidade e constante
- efeitos de gravidade desprezíveis
- pequenos gradientes de pressão
- o fluido não newtoniano obedece ao modelo de potência
- o fluido tem comportamento pseudo-plástico ($0 < n < 1$)

a equação da continuidade para o fluxo radial no meio poroso pode ser expressa como:

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho u_r) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho). \quad (\text{F.1})$$

Para o fluxo isotérmico de um fluido a compressibilidade c é definida como:

$$c = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T \quad (\text{F.2})$$

Integrando (F.2) resulta :

Para o fluxo de um fluido não newtoniano no meio poroso, a Lei de Darcy se escreve de maneira semelhante à equação (E.1), com a ressalva de que a viscosidade do fluido não newtoniano μ_{nn} não é constante, mas é função da taxa de cisalhamento do fluido

$$u = -\frac{K \Delta P}{\mu_{nn} L} \quad \text{para o fluxo linear (E.4a)}$$

$$u_r = -\frac{K}{\mu_{nn}} \frac{\partial p}{\partial r} \quad \text{para o fluxo radial (E.4b)}$$

Conforme foi visto no Apêndice D, a *Equação de Blake-Kozeny Modificada* para o fluxo de um fluido não newtoniano com modelo de potência no meio poroso é dada por:

$$u = \left(\frac{n\phi}{3n+1} \right) \left(\frac{D_p}{3n+1} \phi \right)^{\frac{n+1}{n}} \left(\frac{\Delta P}{2HLC} \right)^{1/n} \quad (E.5)$$

Admitindo-se que a permeabilidade K do meio é a mesma tanto no fluxo do fluido newtoniano como no fluxo do fluido não newtoniano, introduzindo a expressão (E.3) em (E.5) e fazendo-se algumas manipulações algébricas, obtém-se a seguinte expressão para a velocidade:

$$u^n = -\frac{K \Delta P}{\mu_{ef} L} \quad \text{para o fluxo linear (E.6a)}$$

$$u_r^n = -\frac{K}{\mu_{ef}} \frac{\partial p}{\partial r} \quad \text{para o fluxo radial, (E.6b)}$$

A "viscosidade efetiva" do fluido não newtoniano no meio poroso μ_{ef} tem a seguinte expressão:

$$\mu_{ef} = \frac{H}{12} \left(9 + \frac{3}{n} \right)^n (72CK\phi)^{\frac{1-n}{2}} \quad (E.7)$$

onde H (índice de consistência) e n (índice de fluxo), são os parâmetros reológicos do fluido não newtoniano com modelo de potência..

As equações (E.6) e (E.6a) representam a *Lei de Darcy Generalizada*^[1], incluindo os efeitos de fluido não newtoniano com modelo de potência, para o fluxo linear e radial respectivamente. Quando o índice de fluxo n for igual a um, a "viscosidade efetiva" μ_{ef} será igual ao índice de consistência H , que é a própria viscosidade newtoniana e as equações (E.6) e (E.6a), serão reduzidas às equações (E.1) e (E.1a), que são as expressões da Lei de Darcy na sua forma tradicional para fluxo linear e radial.

Comparando as equações (E.4) e (E.6), chega-se a seguinte relação entre as viscosidades efetiva (μ_{ef}) e não newtoniana (μ_{nn}):

$$\mu_{nn} = \mu_{ef} |u|^{n-1} \quad \text{para o fluxo linear} \quad (E.8a)$$

$$\mu_{nn} = \mu_{ef} |u_r|^{n-1} \quad \text{para o fluxo radial} \quad (E.8b)$$

Na equação (E.5), a viscosidade μ_{nn} é função da taxa de cisalhamento $\dot{\gamma}$ através da seguinte relação (fluido com modelo de potência):

$$\mu_{nn} = H \dot{\gamma}^{n-1} \quad (E.9)$$

Pode-se obter uma relação entre a taxa de cisalhamento aparente no meio poroso ($\dot{\gamma}_{app}$) e a velocidade u do fluido no meio poroso substituindo-se as expressões (E.7) e (E.8) na equação (E.9), resultando em:

$$\dot{\gamma}_{app} = \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^{\frac{n}{n-1}} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{KC\phi}} u \quad \text{para o fluxo linear} \quad (E.10a)$$

$$\dot{\gamma}_{app} = \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^{\frac{n}{n-1}} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{KC\phi}} u_r \quad \text{para o fluxo radial} \quad (E.10b)$$

Conforme foi visto no Apêndice D, o fator de tortuosidade C é um fator de ajuste da velocidade no meio poroso e experimentos realizados por diversos pesquisadores constataram diferentes valores para este fator. Incluindo os valores de fator de tortuosidade listados na tabela D1, na equação (E.10) obtém-se as seguintes constantes $C' = \sqrt{2} / \sqrt{C}$ para a expressão da taxa de cisalhamento aparente no meio poroso:

Tabela E1- Valores para o fator C'

Fonte	Fator C'
Teew e Hesselink ^[42]	$\sqrt{2} = 1.414$
Christopher e Middleman ^[9]	$\sqrt{2} / \sqrt{25 / 12} = 0.980$
Bird et al. ^[6]	$\sqrt{2} / \sqrt{25 / 12} = 0.980$
Cannella et al. ^[13]	6

Normalmente o comportamento reológico das soluções poliméricas é apresentado em gráficos de viscosidade aparente versus taxa de cisalhamento, como é mostrado na figura .

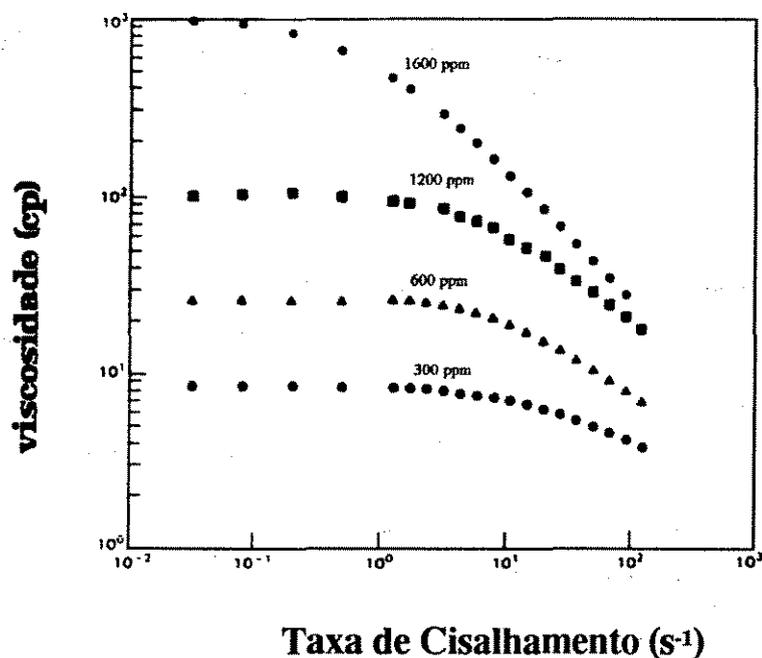


Figura E.1 -Gráfico de Viscosidade versus Taxa de Cisalhamento - Fonte : *Cannella et al* ^[13] Adaptado

No meio poroso o comportamento reológico das soluções poliméricas depende de fatores tais como vazão de injeção, parâmetros da rocha e propriedades reológicas destas soluções. A taxa de cisalhamento aparente ($\dot{\gamma}_{app}$) no poço pode ser calculada a partir da equação (E.10b), considerando as seguintes expressões para a velocidade u_r , a depender do tipo de completação observado:

Completação a poço aberto:

$$u_r = \frac{q}{2\pi hr_w}$$

Completação a poço revestido^[8]:

$$u_r = \frac{q}{n_h \pi r_h^2 h}$$

onde: - n_h é a densidade de furos por metro e
 - r_h o raio do furo.

A taxa de cisalhamento aparente no poço foi calculada considerando-se tanto a completação a poço aberto como a poço revestido (canhoneios com 0.01 m de diâmetro e densidade de 12 tiros/m de espessura porosa). Os resultados obtidos encontram-se na tabela E.2

TABELA E.2 - Taxas de Cisalhamento Aparente no Meio Poroso

	$\gamma_{app} (s^{-1})$ $C_p = 0.3 \text{ kg/m}^3$	$\gamma_{app} (s^{-1})$ $C_p = 1.2 \text{ kg/m}^3$
no poço (completação a poço aberto)	234.0	238.0
no poço (completação a poço revestido)	3.6E5	3.6E5
no reservatório ($u = 1.8 \text{ E-3 m/s}$)	6.8	7.0

Com as taxas de cisalhamento calculadas observa-se na figura E.1, que estas soluções poliméricas, nas proximidades do poço, podem apresentar comportamento não newtoniano pseudo - plástico, ou ainda comportamento newtoniano com viscosidade igual a μ_{ov} a depender do tipo de completação utilizado.

No reservatório, em regiões de baixas velocidades, onde as taxa de cisalhamento são menores, o comportamento destas soluções no meio poroso é newtoniano com viscosidade igual a μ_0 .

A figura E2 mostra o perfil de viscosidade calculado a partir da tabela E.2 e do gráfico da figura E1, para soluções poliméricas de diferentes concentrações em um reservatório com características tipicamente encontradas nos projetos de injeção de soluções poliméricas. Observa-se que para vazões de injeção normalmente encontradas na prática, estas soluções poliméricas se comportam como fluidos não newtonianos pseudo-plásticos nas proximidades do poço.

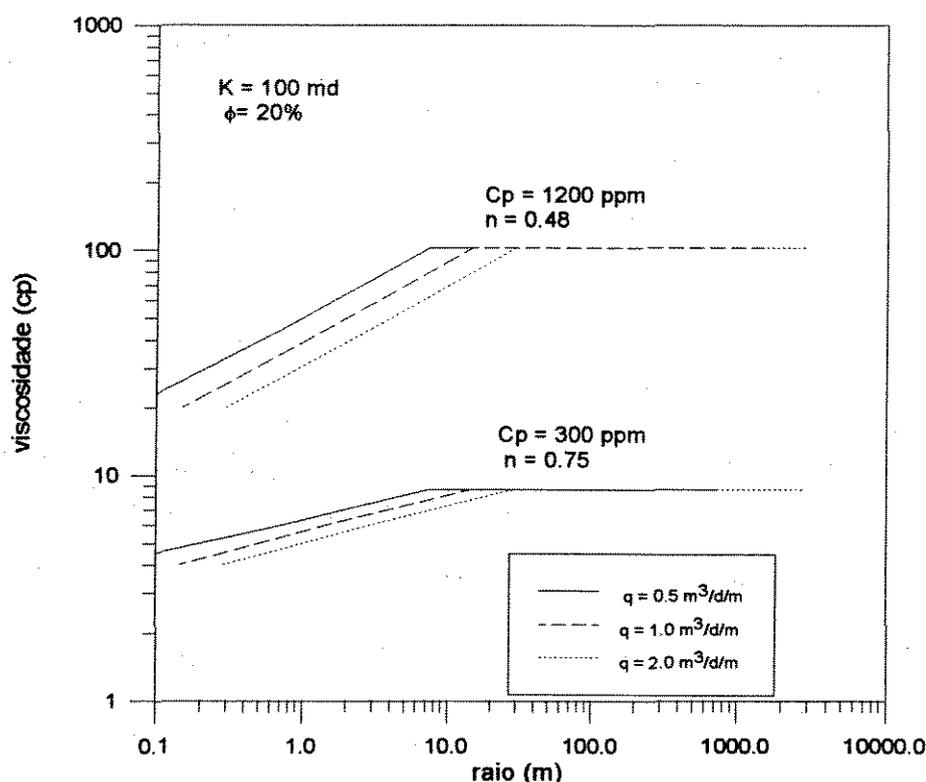


Figura E2 - Perfil de Viscosidade para Diferentes Vazões de Injeção

APÊNDICE E

GENERALIZAÇÃO DA LEI DE DARCY

O comportamento do fluxo de um fluido newtoniano em um meio isotrópico e homogêneo é baseado no experimento clássico de Darcy, onde a expressão obtida para a velocidade superficial u é dada por:

$$u = -\frac{K \Delta P}{\mu L} \quad \text{para o fluxo linear (E.1a)}$$

$$u_r = -\frac{K}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \quad \text{para o fluxo radial (E.1b)}$$

A expressão semi-empírica de maior aceitação que descreve o comportamento do fluxo laminar de um fluido através de um meio poroso constituído por partículas esféricas, com modelo de tubo capilar e raio equivalente é a *Equação de Blake-Kozeny* cuja expressão conforme demonstrado no Apêndice C é dada por:

$$u = \frac{\Delta P}{\mu C L} \frac{\phi^3 D_p^2}{72 (1-\phi)^2} \quad (E.2)$$

onde o fator C que é determinado experimentalmente, representa a tortuosidade do meio poroso e conforme foi dito anteriormente varia para diversos autores.

Comparando-se as expressões obtidas para a velocidade u , segundo o modelo de Blake-Kozeny e segundo a Lei de Darcy obtém-se a seguinte expressão para a permeabilidade K :

$$K = \frac{\phi^3 D_p^2}{72 C (1-\phi)^2} \quad (E.3)$$

A expressão (E.3), conforme foi dito no Apêndice C é a equação de Carmen-Kozeny para a permeabilidade.

$$\rho = \rho_0 e^{c(p-p_0)} \quad (F.3)$$

onde ρ_0 é o valor da massa específica ρ a uma pressão p_0 .

Derivando (F.3) em relação ao tempo e ao raio r , obtém-se:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = c \rho \frac{\partial p}{\partial t} \quad (F.4a)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial r} = c \rho \frac{\partial p}{\partial r} \quad (F.4b)$$

Expandindo o lado direito da equação (F.1) e substituindo (F.4a) e (F.4b) vem:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho u_r) = c \phi \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (F.5)$$

Pela Regra da Cadeia

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} = \phi \left(\frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \frac{\partial p}{\partial t} = \phi c_f \frac{\partial p}{\partial t} \quad (F.6)$$

onde $c_f = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p}$ é a compressibilidade efetiva da formação.

Substituindo (F.6) em (F.5) resulta :

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_r) = \phi c_t \frac{\partial p}{\partial t} \quad (F.7)$$

onde $c_t = (c + c_f)$ é a compressibilidade total.

Para o fluxo radial de um fluido não newtoniano a Lei de Darcy pode ser escrita como:

$$u_r = -\frac{K}{\mu_{nn}} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (F.8)$$

onde :- K é a permeabilidade do meio poroso e

- μ_{nn} a viscosidade aparente do fluido não newtoniana

Substituindo (F.8) em (F.7) vem que:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{K}{\mu_{nn}} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \phi c_t \frac{\partial p}{\partial t} \quad (F.9)$$

Adimensionalização da Equação Diferencial Parcial

Definindo $\mu^{*20)}$, a "viscosidade característica" do fluido não newtoniano, como sendo a viscosidade aparente do fluido não newtoniano com modelo de potência, no raio r igual a r_w :

$$\mu^* = \mu_{ef} |u_r|_{r=r_w}^{n-1} = \mu_{ef} \left| \frac{q}{2\pi h r_w} \right|^{n-1} \quad (F.10)$$

E ainda as seguintes variáveis adimensionais²⁰⁾:

$$p_{D_{nn}} = \frac{2\pi Kh}{q\mu^*} (p - p_i) \quad (F.11)$$

$$t_{D_{nn}} = \frac{Kt}{\phi c_t \mu^* r_w^2} \quad (F.12)$$

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad (F.13)$$

Vem que:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{q\mu^*}{2\pi K h r_w} \frac{\partial p_{D_{nn}}}{\partial r_D} \quad (F.11a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial p_{D_{nn}}} \frac{\partial p_{D_{nn}}}{\partial t_D} \frac{\partial t_D}{\partial t} = \frac{q}{2\pi h \phi c_t r_w^2} \frac{\partial p_D}{\partial t_{D_{nn}}} \quad (F.12a)$$

$$\partial r = r_w \partial r_D \quad (F.13a)$$

Substituindo em (F.9) vem que:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\mu^*}{\mu_{nn}} \frac{\partial p_{D_{nn}}}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial p_{D_{nn}}}{\partial t_{D_{nn}}} \quad (F.14)$$

A equação (F.14) é a *Equação Diferencial Parcial Adimensionalizada* que descreve o fluxo de um fluido não newtoniano com modelo de potência no meio poroso.

A viscosidade não newtoniana μ_{nn} para um fluido com modelo de potência pode ser expressa como:

$$\mu_{nn} = \mu_{ef} |u_r|^{n-1} \quad (F.15)$$

Mas u_r para um fluido não newtoniano com modelo de potência pode ser expressa como (conforme foi demonstrado no Apêndice E- equação (E.6a)):

$$u_r = \left(\frac{K}{\mu_{ef}} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^{1/n} \quad (F.16)$$

Portanto, substituindo (F.16) em (F.15), pode-se obter μ_{nn} em termos de gradiente de pressão:

$$\mu_{nn} = \mu_{ef}^{1/n} K^{1-1/n} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^{1-1/n} \quad (F.17)$$

Utilizando as definições de variáveis adimensionais (F.10) e (F.11a) em (F.17) vem :

$$\frac{\mu^*}{\mu_{nn}} = \left| \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right|^{1/n-1} \quad (F.18)$$

Portanto, de acordo com a expressão (F.18) a equação (F.14) é uma equação diferencial parcial não linear.

APÊNDICE G

LINEARIZAÇÃO DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL PARCIAL PARA FLUXO DE UM FLUIDO NÃO NEWTONIANO COM MODELO DE POTÊNCIA NO MEIO POROSO

A equação diferencial parcial adimensionalizada que descreve o fluxo de fluidos não newtonianos com modelo de potência em meios porosos, conforme foi mostrado no Apêndice F é expressa por:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\mu^*}{\mu_{nn}} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{Dnn}} \quad (G.1)$$

onde:

$$\mu_{nn} = \mu_{ef} |u_r|^{n-1} \quad (G.2)$$

Ou em termos de gradiente de pressão:

$$\mu_{nn} = \mu_{ef}^{1/n} K^{1-1/n} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^{1-1/n} \quad (G.2a)$$

Ou ainda, na forma adimensionalizada:

$$\frac{\mu^*}{\mu_{nn}} = \left| \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right|^{1/n-1} \quad (G.2b)$$

Onde:

$$\mu^* = \mu_{ef} |u_r|_{r=r_w}^{n-1} = \mu_{ef} \left| \frac{q}{2\pi h r_w} \right|^{n-1} \quad (G.3)$$

Para o fluido não newtoniano com modelo de potência, a velocidade u_r é dada por:

$$u_r = \left(-\frac{K}{\mu_{ef}} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^{1/n} \quad (G.4)$$

A equação (G.1) é uma equação diferencial parcial não linear, pois o termo μ^*/μ_{nn} , equação (G.2b), é função do diferencial de pressão p_{Dnn} . Para se obter uma solução analítica aproximada, esta equação deve ser linearizada, ou seja, é necessário fazer uma aproximação para o termo μ^*/μ_{nn} de modo a tornar possível a solução da equação (G.1).

Ikoku e Ramey^[1,17] e *Odeh e Yang*^[16] propuseram linearizações para a equação (G.1). As duas linearizações contêm intrinsecamente a mesma hipótese básica, porém as equações resultantes são ligeiramente distintas devido aos procedimentos utilizados na linearização, como pode ser visto a seguir:

Odeh e Yang^[16] assumiram a hipótese de vazão constante em toda locação radial para linearizar a equação (G.1) e utilizando as expressões (G.2) e (G.3), obtiveram a seguinte expressão para μ^*/μ_{nn} .

$$\frac{\mu^*}{\mu_{nn}} = \frac{\mu_{nn}|_{r=r_w}}{\mu_{nn}|_{r=r}} = \frac{\mu_{ef} \left| \frac{q}{2\pi hr_w} \right|^{n-1}}{\mu_{ef} \left| \frac{q}{2\pi hr} \right|^{n-1}} = \left(\frac{r}{r_w} \right)^{n-1} = r_D^{n-1} \quad (G.5)$$

Substituindo (G.5) em (G.1) e desenvolvendo vem que:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D^n \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{Dnn}} \quad (G.6a)$$

$$\frac{1}{r_D} \left(n r_D^{n-1} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} + r_D^n \frac{\partial^2 p_{Dnn}}{\partial r_D^2} \right) = \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{Dnn}} \quad (G.6b)$$

$$\frac{\partial^2 p_{Dnn}}{\partial r_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} = r_D^{1-n} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{Dnn}} \quad (G.6c)$$

A equação (G.6c) é a *Equação Diferencial Parcial Linearizada*, segundo *Odeh e Yang*^[16], que descreve o fluxo de um fluido não newtoniano com modelo de potência no meio poroso.

Ikoku e Ramey^[1,17], assumiram a mesma hipótese de *Odeh e Yang*^[16], ou seja que a vazão radial era constante, no entanto fizeram esta aproximação a partir da equação (G.4):

$$u_r = \left(-\frac{K}{\mu_{ef}} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^{1/n} \cong \frac{q}{2\pi hr} \quad (G.7)$$

Pela equação acima vem que:

$$\left(-\frac{\partial p}{\partial r}\right)^{1/n} = \left(\frac{\mu_{ef}}{K}\right)^{1/n} \frac{q}{2\pi rh} \quad (G.7a)$$

Ou na forma adimensional

$$\left(-\frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D}\right)^{1/n} = \frac{r_w}{r} = \frac{1}{r_D} \quad (G.7b)$$

Ou ainda :

$$\frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} = -r_D^{-n} \quad (G.7c)$$

Portanto pela equação (G.2b) tem-se que:

$$\frac{\mu^*}{\mu_{nn}} = r_D^{n-1} \quad (G.7d)$$

Observa-se pelas expressões (G.5) e (G.7d), que as hipóteses utilizadas por *Ikoku e Ramey*^[1,17] e por *Odeh e Yang*^[16] são semelhantes e caso se utilizasse a expressão (G.7d) para linearizar (G.1), o resultado seria logicamente a mesma equação (E.6), obtida por *Odeh e Yang*^[16]. No entanto *Ikoku e Ramey*^[1,17] antes de utilizarem a aproximação (G.7d) na equação diferencial (G.1), substituíram a expressão (G.2b) em (G.1), obtendo:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \left[r_D \left| \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right|^{\frac{1-n}{n}} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right] = \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{Dnn}} \quad (G.8)$$

Derivando o lado esquerdo de (G.8) vem:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r_D} \left| \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right|^{(1-n)/n} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right) \\ & + \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \left[\frac{\partial}{\partial r_D} \left| \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right|^{(1-n)/n} \right] = \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{Dnn}} \end{aligned} \quad (G.8a)$$

Derivando o segundo termo entre parênteses do primeiro membro vem:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r_D} \left| \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right|^{(1-n)/n} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right) \\ & + \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \left[\frac{1-n}{n} \left| \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right|^{(1-n)/n} \left(\frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right)^{-1} \frac{\partial^2 p_{Dnn}}{\partial r_D^2} \right] \quad (G.8b) \\ & = \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{Dnn}} \end{aligned}$$

Desenvolvendo a derivada do primeiro termo do primeiro membro de (G.8b) e usando o fato de que $\partial^2 p_{Dnn} / \partial r_D^2$ é negativo (Equação (G.7c)), obtém-se:

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right)^{(1-n)/n} \left(\frac{\partial^2 p_{Dnn}}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right) \\ & + \left(-\frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right)^{(1-n)/n} \left(\frac{1}{n} - 1 \right) \frac{\partial^2 p_{Dnn}}{\partial r_D^2} \quad (G.8c) \\ & = \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{Dnn}} \end{aligned}$$

Rearranjando-se (G.8c) chega-se a:

$$\frac{\partial^2 p_{Dnn}}{\partial r_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} = n \left(-\frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right)^{1-1/n} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{Dnn}} \quad (G.8d)$$

Para linearizar (G.8d) Ikoku e Ramey^[1,17] utilizaram a expressão (G.7c) no segundo termo, obtendo:

$$\frac{\partial^2 p_{Dnn}}{\partial r_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} = n r_D^{1-n} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{Dnn}} \quad (G.9)$$

A equação (G.9) é a *Equação Diferencial Parcial Linearizada* que descreve o fluxo de um fluido não newtoniano com modelo de potência no meio porosos, segundo Ikoku e Ramey^[1,17].

Comparando-se as equações (G.6) e (G.9), observa-se que as mesmas diferem apenas pelo fator n multiplicativo do termo do segundo membro de (G.9). Esta diferença é decorrente dos procedimentos utilizados por Ikoku e Ramey^[1,17], para linearizar (G.1). Caso se utilizasse como variável adimensional, para Ikoku e Ramey^[1,17], $(t_{Dnn})_{Ikoku} = t_{Dnn}/n$ as duas equações linearizadas resultantes seriam iguais.

APÊNDICE H

SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL PARCIAL QUE DESCREVE O FLUXO DE UM FLUIDO NÃO NEWTONIANO COM MODELO DE POTÊNCIA NO MEIO POROSO

H.1) RESERVATÓRIO INFINITO COM POÇO INJETANDO A VAZÃO CONSTANTE

Considere a injeção de um fluido não newtoniano com modelo de potência a vazão constante em um reservatório infinito.

A equação diferencial parcial linearizada que representa tal comportamento é dada por:

$$\frac{\partial^2 p_{Dmn}}{\partial r_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{\partial p_{Dmn}}{\partial r_D} = r_D^{1-n} \frac{\partial p_{Dmn}}{\partial t_{Dmn}} \quad (\text{H.1.1})$$

Com as seguintes condições inicial e de contorno:

- Condição Inicial - A pressão inicial é igual a p_i em todo o reservatório, no tempo $t = 0$.

$$p_{Dmn}(r_D, 0) = 0 \quad (\text{H.1.2})$$

- Condição de Contorno Interna - A vazão é constante no poço, ou seja em $r = r_w$.

$$\left(\frac{\partial p_{Dmn}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = -1 \quad (\text{H.1.3})$$

- Condição de Contorno Externa- A pressão, quando o raio r tende para infinito é igual a p_i .

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_{Dnn}(r_D, t_{Dnn}) = 0 \quad (H.1.4)$$

O sistema composto pela equação (H.1.1) e pelas condições inicial e de contorno (H.1.2) a (H.1.4) pode ser resolvido através do método de *Transformada de Laplace*.

A *Transformada de Laplace* de p_{Dnn} é dada por:

$$\bar{p}(r_D, z) = \int_0^{\infty} p_{Dnn}(r_D, t_{Dnn}) e^{-zt_{Dnn}} dt_{Dnn} \quad (H.1.5)$$

onde z é a variável da Transformada de Laplace.

Aplicando Transformada de Laplace ao sistema (H.1.1) a (H.1.4) vem:

$$\frac{d^2 \bar{p}}{dr_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{d\bar{p}}{dr_D} = z r_D^{1-n} \bar{p} \quad (H.1.6)$$

Ou ainda:

$$r_D^2 \frac{d^2 \bar{p}}{dr_D^2} + n r_D \frac{d\bar{p}}{dr_D} = z r_D^{3-n} \bar{p} \quad (H.1.6a)$$

$$\left(\frac{d\bar{p}}{dr_D} \right)_{r_D=1} = -\frac{1}{z} \quad (H.1.7)$$

$$\bar{p}(\infty, z) = 0 \quad (H.1.8)$$

A condição inicial (H.1.2) foi utilizada ao aplicar a Transformada de Laplace em (H.1.1).

A equação (H.1.6a) é uma *Equação de Bessel Modificada* da seguinte forma[43]:

$$r^2 \frac{d^2 w}{dr^2} + (1-2y)r \frac{dw}{dr} = (\lambda^2 q^2 r^{2q} - y^2 + v^2 q^2) w \quad (H.1.9)$$

cuja solução é dada por[43]:

$$w = r^y \left\{ B_1 I_\nu(\lambda r^q) + B_2 K_\nu(\lambda r^q) \right\} \quad (\text{H.1.10})$$

onde I_ν e K_ν são as funções de Bessel modificadas de 1º e 2º tipo respectivamente, de ordem ν . B_1 e B_2 são as constantes arbitrárias cujos valores podem ser determinados através da aplicação das condições de contorno (H.1.7) e (H.1.8).

Comparando (H.1.6a) e (H.1.9) vem :

$$y = \frac{1-n}{2} \quad (\text{H.1.11})$$

$$q = \frac{3-n}{2} \quad (\text{H.1.12})$$

$$\nu = \frac{1-n}{3-n} \quad (\text{H.1.13})$$

$$\lambda = \left(\frac{2}{3-n} \right) z^{1/2} \quad (\text{H.1.14})$$

Aplicando (H.1.10), tem-se que a solução de (H.1.6) é dada por:

$$\bar{p}(r_D, z) = r_D^{\frac{1-n}{2}} \left\{ B_1 I_\nu \left[\frac{2}{3-n} \sqrt{z} r_D^{\frac{3-n}{2}} \right] + B_2 K_\nu \left[\frac{2}{3-n} \sqrt{z} r_D^{\frac{3-n}{2}} \right] \right\} \quad (\text{H.1.15})$$

ou ainda:

$$\bar{p}(r_D, z) = r_D^{\frac{\nu}{1-\nu}} \left\{ B_1 I_\nu \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] + B_2 K_\nu \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] \right\} \quad (\text{H.1.15a})$$

onde $\nu = \frac{1-n}{3-n}$.

DETERMINAÇÃO DAS CONSTANTES B_1 E B_2

Usando a condição de contorno (H.1.8) em (H.1.15), temos que:

$$B_1 = 0 \quad (\text{H.1.16})$$

pois $\lim_{z \rightarrow \infty} I_\nu(z) = \infty$, e a equação (H.1.11a) como :

$$\bar{p}(r_D, z) = r_D^{\frac{\nu}{1-\nu}} B_2 K_\nu \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] \quad (\text{H.1.17})$$

Aplicando a condição de contorno (H.1.7) em (H.1.17) vem:

$$B_2 \left\{ K'_\nu \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right] + \frac{\nu}{1-\nu} K_\nu \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right] \right\} = -\frac{1}{z} \quad (\text{H.1.18})$$

Sabendo que $K'_\nu(x) = -\frac{\nu}{x} K_\nu(x) - K_{\nu-1}(x)$ ^[44] e aplicando em (H.1.18)

obtem-se:

$$B_2 \left\{ -\sqrt{z} K_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right] \right\} = -\frac{1}{z} \quad (\text{H.1.19})$$

ou:

$$B_2 = \frac{1}{z^{3/2} K_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right]} \quad (\text{H.1.20})$$

Portanto a solução geral no campo de Laplace para o comportamento da pressão durante a injeção a vazão constante de um fluido não newtoniano com modelo de potência em um reservatório infinito será:

$$\bar{p}(r_D, z) = \frac{r_D^{\frac{\nu}{1-\nu}} K_\nu \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right]}{z^{3/2} K_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right]} \quad (\text{H.1.21})$$

No poço $r_D = 1$, então (H.1.21) ficará:

$$\bar{p}(1, z) = \frac{K_\nu[(1-\nu)\sqrt{z}]}{z^{3/2} K_{1-\nu}[(1-\nu)\sqrt{z}]} \quad (\text{H.1.22})$$

As equações (H.1.21) e (H.1.22) podem ser invertidas para o campo real numericamente através do *Algoritmo de Stehfest*^[35], no entanto é possível encontrar uma solução aproximada para o comportamento da pressão no poço (H.1.22) e obter uma solução analítica.

APROXIMAÇÃO DE LONGO TEMPO

Na equação (H.1.22), considerando que o argumento z do campo de Laplace é pequeno, ou seja, que t_{Dmn} é grande, pode-se utilizar a seguinte aproximação para a função $K_\nu(x)$:

$$K_\nu(x) = \frac{\pi I_{-\nu}(x) - I_\nu(x)}{2 \sin(\nu\pi)} = \frac{1}{2} \Gamma(\nu) \Gamma(1-\nu) [I_{-\nu}(x) - I_\nu(x)] \quad (\text{H.1.23})$$

onde: $\Gamma(\nu)$ é a *função Gama* e I_ν e $I_{-\nu}$ podem ser aproximadas pelas seguintes fórmulas de recorrência^[44]:

$$I_\nu(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{i! \Gamma(\nu+i+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{\nu+2i} \quad (\text{H.1.23a})$$

$$I_{-\nu}(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{i! \Gamma(-\nu+i+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2i-\nu} \quad (\text{H.1.23b})$$

Substituindo (H.1.23a) e (H.1.23b) em (H.1.23) vem:

$$K_\nu(x) = \frac{1}{2} \Gamma(\nu) \Gamma(1-\nu) \left(\frac{x}{2}\right)^{-\nu} \left\{ \left[\frac{1}{\Gamma(1-\nu)} + \frac{1}{\Gamma(2-\nu)} \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{\Gamma(3-\nu)} \left(\frac{x}{2}\right)^4 + \dots \right] - \left(\frac{x}{2}\right)^{2\nu} \left[\frac{1}{\Gamma(1+\nu)} + \frac{1}{\Gamma(2+\nu)} \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{\Gamma(3+\nu)} \left(\frac{x}{2}\right)^4 + \dots \right] \right\} \quad (\text{H.1.24})$$

Desprezando-se os termos dentro das chaves que contêm potência de x superior ou igual a 2, a equação (H.1.24) ficará :

$$K_\nu(x) \cong \frac{1}{2} \Gamma(\nu) \left(\frac{x}{2}\right)^{-\nu} \left[1 - \frac{\Gamma(1-\nu)}{\Gamma(1+\nu)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2\nu} \right] \quad (\text{H.1.24a})$$

Portanto:

$$\frac{K_\nu(x)}{K_{1-\nu}(x)} \cong \frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \left(\frac{x}{2}\right)^{-\nu} \left[\frac{1 - \frac{1}{\nu} \frac{\Gamma(1-\nu)}{\Gamma(\nu)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2\nu}}{1 - \frac{1}{1-\nu} \frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2(1-\nu)}} \right] \quad (\text{H.1.25})$$

A equação (H.1.25) pode ser reescrita como:

$$\frac{K_\nu(x)}{K_{1-\nu}(x)} \cong \frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \left(\frac{x}{2}\right)^{1-2\nu} \left[1 - \frac{1}{\nu} \frac{\Gamma(1-\nu)}{\Gamma(\nu)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2\nu} \right] \frac{1}{\left[1 - \frac{1}{(1-\nu)} \frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2(1-\nu)} \right]} \quad (\text{H.1.26})$$

O último termo do segundo membro da expressão (H.1.26) pode ser aproximado por:

$$\frac{1}{1+x} \cong 1 - x + x^2 - x^3 \quad \text{para } |x| < 1$$

ou ainda:

$$\frac{1}{1+x} \cong 1 - x \Rightarrow \frac{1}{1-x} \cong 1 + x$$

Obtendo-se assim a seguinte expressão para (H.1.26):

$$\frac{K_\nu(x)}{K_{1-\nu}(x)} \cong \frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \left(\frac{x}{2}\right)^{1-2\nu} \left[1 - \frac{1}{\nu} \frac{\Gamma(1-\nu)}{\Gamma(\nu)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2\nu} + \frac{1}{(1-\nu)} \frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2(1-\nu)} + \frac{1}{\nu(1-\nu)} \left(\frac{x}{2}\right)^2 \right] \quad (\text{H.1.27})$$

Desprezando-se o termo em x^2 e substituindo (H.1.27) em (H.1.22), onde $x = (1 - \nu)\sqrt{z}$, obtém-se a seguinte expressão para a pressão adimensional no poço, no campo de Laplace:

$$\begin{aligned} \bar{p}(z) = & \frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \left[\frac{1}{2}(1-\nu) \right]^{1-2\nu} z^{-(1+\nu)} - \frac{1}{2} \left(\frac{1-\nu}{\nu} \right) z^{-1} \\ & + \frac{1}{1-\nu} \left[\frac{1}{2}(1-\nu) \right]^{3-4\nu} \left[\frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \right]^2 z^{-2\nu} \end{aligned} \quad (\text{H.1.28})$$

A equação (H.1.28) pode ser invertida analiticamente para o campo real, através das seguintes *transformadas inversas*:

$$\mathfrak{F}^{-1} \left\{ \frac{\Gamma(x)}{z^x} \right\} = t^{x-1}$$

$$\mathfrak{F}^{-1} \{ z^{-1} \} = 1$$

Resultando na seguinte expressão para a pressão adimensional no poço, no campo real:

$$\begin{aligned} p_{Dmnv} = & \frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \left[\frac{1}{2}(1-\nu) \right]^{1-2\nu} \frac{1}{\Gamma(1+\nu)} t_{Dmn}^\nu - \frac{1}{2} \left(\frac{1-\nu}{\nu} \right) \\ & + \frac{1}{1-\nu} \left[\frac{1}{2}(1-\nu) \right]^{3-4\nu} \left[\frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \right]^2 \frac{1}{\Gamma(2\nu)} t_{Dmn}^{2\nu-1} \end{aligned} \quad (\text{H.1.29})$$

Como o fluido não newtoniano com modelo de potência apresenta comportamento pseudo-plástico (de acordo com a hipótese assumida no apêndice E), o índice de fluxo $0 < n < 1$, e portanto $\nu < 1$, conseqüentemente no último termo de (H.1.29), t_{Dmn} apresenta um expoente negativo. Como se trata de uma aproximação de longo tempo este termo pode ser desprezado, resultando na seguinte expressão para a equação (H.1.29):

$$p_{Dmnv} = \frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \left[\frac{1}{2}(1-\nu) \right]^{1-2\nu} \frac{1}{\Gamma(1+\nu)} t_{Dmn}^\nu - \frac{1}{2} \left(\frac{1-\nu}{\nu} \right) \quad (\text{H.1.30})$$

ou ainda, usando a seguinte propriedade da *função Gama*:

$$\Gamma(1 + \nu) = \nu\Gamma(\nu)$$

A equação da pressão adimensional no poço para longo tempo, ficará:

$$p_{Dm\omega} = \frac{1}{\nu} \left[\frac{1}{2}(1-\nu) \right]^{1-2\nu} \frac{1}{\Gamma(1-\nu)} t_{Dm}^{\nu} - \frac{1}{2} \left(\frac{1-\nu}{\nu} \right) \quad (H.1.31)$$

ou na forma dimensional:

$$\Delta p = p_{wf} - p_i = \frac{qB\mu^*}{2\pi Kh} \left\{ \frac{1}{\nu} \left[\frac{1}{2}(1-\nu) \right]^{1-2\nu} \frac{1}{\Gamma(1-\nu)} \left(\frac{Kt}{\phi\mu^*c_i r_w^2} \right)^{\nu} - \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2}(1-\nu) \right] \right\} \quad (H.1.32)$$

É possível ainda derivar outra forma de aproximação de longo tempo para obter a inversão analítica de (H.1.22)

Considerando a seguinte aproximação para as funções de Bessel, quando a ordem ν é fixa e o argumento x tende a zero:

$$K_{\nu}(x) \cong \frac{1}{2} \Gamma(\nu) \left(\frac{1}{2} x \right)^{-\nu}$$

Utilizando esta aproximação em (H.1.26), vem que:

$$\bar{p}(z) = \frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \left[\frac{1}{2}(1-\nu) \right]^{1-2\nu} z^{-(1+\nu)} \quad (H.1.33)$$

Invertendo (H.1.33) para o campo real, resulta em:

$$p_{Dm\omega} = \frac{1}{\nu} \left[\frac{1}{2}(1-\nu) \right]^{1-2\nu} \frac{1}{\Gamma(1-\nu)} t_{Dm}^{\nu} \quad (H.1.34)$$

que é o mesmo resultado obtido em (H.1.31) a menos do termo $-\frac{1}{2} \left[\frac{1}{2}(1-\nu) \right]$.

H.2 - RESERVATÓRIO CILÍNDRICO LIMITADO COM POÇO NO CENTRO INJETANDO A VAZÃO CONSTANTE

H.2.1- FLUXO PERMANENTE

Considere a injeção de um fluido não newtoniano com modelo de potência a vazão constante em um reservatório cilíndrico limitado, com geometria de fluxo radial sob condições de fluxo permanente.

A equação diferencial parcial linearizada que representa tal comportamento é dada por:

$$\frac{\partial^2 p_{Dmn}}{\partial r_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{\partial p_{Dmn}}{\partial r_D} = 0 \quad (\text{H.2.1.1})$$

Com as seguintes condições de contorno:

- Condição de Contorno Interna - A vazão é constante no poço, ou seja em $r = r_w$.

$$\left(\frac{\partial p_{Dmn}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = -1 \quad (\text{H.2.1.2})$$

- Condição de Contorno Externa- A pressão, quando o raio $r = r_e$ é igual a p_i .

$$p_{Dmn}(r_{De}, t_{Dmn}) = 0 \quad (\text{H.2.1.3})$$

onde $r_{De} = r_e/r_w$

A equação (H.2.1.1) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{1}{r_D^n} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D^n \frac{\partial p_{Dmn}}{\partial r_D} \right) = 0 \quad (\text{H.2.1.4})$$

Ou ainda, multiplicando ambos os membros por r_D^n :

$$\frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D^n \frac{\partial p_{Dmn}}{\partial r_D} \right) = 0 \quad (\text{H.2.1.5})$$

Integrando a equação acima com relação a r_D :

$$r_D^n \frac{\partial p_{Dmn}}{\partial r_D} = A_1 \quad (H.2.1.6)$$

onde A_1 é uma constante de integração.

Aplicando a condição de contorno (H.2.1.2) em (H.2.1.6), resulta em: $A_1 = -1$ e a equação (H.2.1.6) fica:

$$r_D^n \frac{\partial p_{Dmn}}{\partial r_D} = -1 \quad (H.2.1.7)$$

Integrando (H.2.1.7) com relação a r_D :

$$p_{Dmn} = -\frac{r_D^{1-n}}{1-n} + A_2 \quad (H.2.1.8)$$

onde A_2 é uma constante de integração que pode ser determinada aplicando-se a condição de contorno (H.2.1.3) a (H.2.1.8), resultando em $A_2 = \frac{r_{De}^{1-n}}{1-n}$.

Portanto a pressão adimensional para fluxo permanente será:

$$p_{Dmn}(r_D) = \frac{1}{1-n} (r_{De}^{1-n} - r_D^{1-n}) \quad (H.2.1.9)$$

No poço $r_D = 1$ e a pressão adimensional ficará:

$$p_{Dmn} = \frac{1}{1-n} (r_{De}^{1-n} - 1) \quad (H.2.1.10)$$

H.2.2-RESERVATÓRIO COM FRONTEIRA EXTERNA SELADA

Considere a injeção de um fluido não newtoniano com modelo de potência a vazão constante em um reservatório cilíndrico limitado com geometria de fluxo radial e com fronteira externa selada. A equação diferencial parcial linearizada que representa tal comportamento é dada por:

$$\frac{\partial^2 p_{Dmn}}{\partial r_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{\partial p_{Dmn}}{\partial r_D} = r_D^{1-n} \frac{\partial p_{Dmn}}{\partial t_D} \quad (H.2.2.1)$$

Com as seguintes condições inicial e de contorno:

- Condição Inicial - A pressão inicial é igual a p_i em todo o reservatório, no tempo $t = 0$.

$$p_{Dnn}(r_D, 0) = 0 \quad (H.2.2.2)$$

- Condição de Contorno Interna - A vazão é constante no poço, ou seja em $r = r_w$.

$$\left(\frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = -1 \quad \text{para } t_D > 0 \quad (H.2.2.3)$$

- Condição de Contorno Externa - Não há fluxo na fronteira externa, ou seja:

$$\left(\frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right)_{r_D=r_{De}} = 0 \quad \text{para } t_D > 0 \quad (H.2.2.4)$$

O sistema composto pela equação (H.2.2.1) e pelas condições inicial e de contorno (H.2.2.2) a (H.2.2.4) pode ser resolvido através do método de *Transformada de Laplace*.

A *Transformada de Laplace* de p_{Dnn} é dada por:

$$\bar{p}(r_D, z) = \int_0^\infty p_{Dnn}(r_D, t_{Dnn}) e^{-zt_{Dnn}} dt_{Dnn} \quad (H.2.2.5)$$

onde z é a variável da Transformada de Laplace.

Aplicando Transformada de Laplace ao sistema (H.2.2.1) a (H.2.2.4) vem:

$$\frac{d^2 \bar{p}}{dr_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{d\bar{p}}{dr_D} = z r_D^{1-n} \bar{p} \quad (H.2.2.6)$$

ou ainda:

$$r_D^2 \frac{d^2 \bar{p}}{dr_D^2} + n r_D \frac{d\bar{p}}{dr_D} = z r_D^{3-n} \bar{p} \quad (H.2.6a)$$

$$\left(\frac{d\bar{p}}{dr_D} \right)_{r_D=1} = -\frac{1}{z} \quad (H.2.2.7)$$

$$\left(\frac{d\bar{p}}{dr_D} \right)_{r_D=r_{De}} = 0 \quad (H.2.2.8)$$

A condição inicial (H.2.2.2) foi utilizada ao aplicar a Transformada de Laplace em (H.1).

A equação (H.2.6a) é uma Equação de Bessel Modificada cuja solução, conforme foi visto no item H.1 deste Apêndice é dada por:

$$\bar{p}(r_D, z) = r_D^{\frac{\nu}{1-\nu}} \left\{ B_1 I_{\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] + B_2 K_{\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] \right\} \quad (\text{H.2.2.9})$$

onde $\nu = \frac{1-n}{3-n}$

DETERMINAÇÃO DAS CONSTANTES B₁ E B₂

Derivando a equação (H.2.2.9) vem:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{p}}{dr_d}(r_D, z) = & r_D^{\frac{\nu}{1-\nu}} z^{1/2} \left\{ B_1 I'_{\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] + B_2 K'_{\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] \right\} + \\ & \frac{\nu}{1-\nu} r_D^{\frac{2\nu-1}{1-\nu}} \left\{ B_1 I_{\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] + B_2 K_{\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{H.2.2.10})$$

Utilizando as seguintes idêntidades para as funções de Bessel Modificadas[44]:

$$I'_{\nu}(y) = -\frac{\nu}{y} I_{\nu}(y) + I_{\nu-1}(y)$$

$$K'_{\nu}(y) = -\frac{\nu}{y} K_{\nu}(y) + K_{\nu-1}(y)$$

Obtém-se para $y = (1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}}$:

$$I'_{\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] = -\left(\frac{\nu}{1-\nu} \right) z^{-1/2} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} I_{\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] + I_{\nu-1} \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] \quad (\text{H.2.2.11a})$$

$$K'_{\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] = -\left(\frac{\nu}{1-\nu} \right) z^{-1/2} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} K_{\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] + K_{\nu-1} \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] \quad (\text{H.2.2.11b})$$

Substituindo (H.2.2.11a) e (H.2.2.11b) em (H.2.2.10) :

$$\frac{d\bar{p}}{dr_d}(r_D, z) = r_D^{\frac{\nu}{1-\nu}} z^{1/2} \left\{ B_1 I_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] - B_2 K'_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] \right\} \quad (\text{H.2.2.12})$$

Aplicando as condições de contorno (H.2.2.7) e (H.2.2.8) em (H.2.2.12):

$$B_1 I_{1-\nu}[(1-\nu)\sqrt{z}] - B_2 K_{1-\nu}[(1-\nu)\sqrt{z}] = -z^{-3/2} \quad (\text{H.2.2.13a})$$

$$B_1 I_{1-\nu} \left[(1-\nu)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1}{1-\nu}} \right] - B_2 K_{1-\nu} \left[(1-\nu)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1}{1-\nu}} \right] = 0 \quad (\text{H.2.2.13b})$$

Resolvendo o sistema formado pelas equações (H.2.2.13a) e (H.2.2.13b):

$$B_1 = \frac{K_{1-\nu} \left[(1-\nu)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1}{1-\nu}} \right]}{z^{3/2} \left\{ I_{1-\nu}[(1-\nu)\sqrt{z}] K_{1-\nu} \left[(1-\nu)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1}{1-\nu}} \right] - K_{1-\nu}[(1-\nu)\sqrt{z}] I_{1-\nu} \left[(1-\nu)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1}{1-\nu}} \right] \right\}} \quad (\text{H.2.2.14a})$$

$$B_2 = \frac{I_{1-\nu} \left[(1-\nu)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1}{1-\nu}} \right]}{z^{3/2} \left\{ K_{1-\nu}[(1-\nu)\sqrt{z}] I_{1-\nu} \left[(1-\nu)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1}{1-\nu}} \right] + I_{1-\nu}[(1-\nu)\sqrt{z}] K_{1-\nu} \left[(1-\nu)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1}{1-\nu}} \right] \right\}} \quad (\text{H.2.2.14b})$$

Substituindo B_1 e B_2 em (H.2.2.9) vem:

$$\bar{p}(r_D, z) = \frac{r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \left\{ K_{1-\nu} \left[(1-\nu)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1}{1-\nu}} \right] I_{\nu} \left[(1-\nu)\sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] + I_{1-\nu} \left[(1-\nu)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1}{1-\nu}} \right] K_{\nu} \left[(1-\nu)\sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] \right\}}{z^{3/2} \left\{ I_{1-\nu} \left[(1-\nu)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1}{1-\nu}} \right] K_{1-\nu}[(1-\nu)\sqrt{z}] - K_{1-\nu} \left[(1-\nu)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1}{1-\nu}} \right] I_{1-\nu}[(1-\nu)\sqrt{z}] \right\}} \quad (\text{H.2.2.15})$$

A equação (H.2.2.15) é a solução geral no campo de Laplace para o comportamento da pressão em um reservatório cilíndrico limitado, com geometria de fluxo radial e sem fluxo na fronteira externa, submetido a injeção de um fluido não newtoniano com modelo de potência a vazão constante, em um poço localizado no centro do reservatório.

No poço, $r_D = 1$:

$$\bar{p}(1, z) = \frac{K_{1-\nu} \left[(1-\nu)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1}{1-\nu}} \right] I_\nu \left[(1-\nu)\sqrt{z} \right] + I_{1-\nu} \left[(1-\nu)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1}{1-\nu}} \right] K_\nu \left[(1-\nu)\sqrt{z} \right]}{z^{3/2} \left\{ I_{1-\nu} \left[(1-\nu)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1}{1-\nu}} \right] K_{1-\nu} \left[(1-\nu)\sqrt{z} \right] - K_{1-\nu} \left[(1-\nu)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1}{1-\nu}} \right] I_{1-\nu} \left[(1-\nu)\sqrt{z} \right] \right\}} \quad (\text{H.2.2.16})$$

A equação (H.2.2.16) pode ser invertida numericamente para o campo real utilizando-se o *Algoritmo de Stehfest*^[35].

H.2.3 - RESERVATÓRIO COM MANUTENÇÃO DE PRESSÃO NA FRONTEIRA EXTERNA

Considere a injeção de um fluido não newtoniano com modelo de potência a vazão constante em um reservatório cilíndrico limitado, com geometria de fluxo radial e com manutenção de pressão na fronteira externa. A equação diferencial parcial linearizada que representa tal comportamento é dada por:

$$\frac{\partial^2 p_{Dmn}}{\partial r_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{\partial p_{Dmn}}{\partial r_D} = r_D^{1-n} \frac{\partial p_{Dmn}}{\partial t_D} \quad (\text{H.2.3.1})$$

Com as seguintes condições inicial e de contorno:

- Condição Inicial - A pressão inicial é igual a p_i em todo o reservatório, no tempo $t = 0$.

$$p_{Dmn}(r_D, 0) = 0 \quad (\text{H.2.3.2})$$

- Condição de Contorno Interna - A vazão é constante no poço, ou seja em $r = r_w$.

$$\left(\frac{\partial p_{Dmn}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = -1 \quad \text{para } t_D > 0 \quad (\text{H.2.3.3})$$

- Condição de Contorno Externa- A pressão no raio $r = r_e$ é igual a p_i , para qualquer tempo $t > 0$.

$$p_{Dnn}(r_{De}, t_D) = 0 \quad \text{para } t_D > 0 \quad (\text{H.2.3.4})$$

O sistema composto pela equação (H.2.3.1) e pelas condições inicial e de contorno (H.2.3.2) a (H.2.3.4) pode ser resolvido através do método de *Transformada de Laplace*.

A Transformada de Laplace de p_{Dnn} é dada por:

$$\bar{p}(r_D, z) = \int_0^\infty p_{Dnn}(r_D, t_{Dnn}) e^{-z t_{Dnn}} dt_{Dnn} \quad (\text{H.2.3.5})$$

onde z é avariável da *Transformada de Laplace*.

Aplicando *Transformada de Laplace* ao sistema (H2.3.1) a (H2.3.4) vem:

$$\frac{d^2 \bar{p}}{dr_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{d\bar{p}}{dr_D} = z r_D^{1-n} \bar{p} \quad (\text{H.2.3.6})$$

Ou ainda:

$$r_D^2 \frac{d^2 \bar{p}}{dr_D^2} + n r_D \frac{d\bar{p}}{dr_D} = z r_D^{3-n} \bar{p} \quad (\text{H2.3.6a})$$

$$\left(\frac{d\bar{p}}{dr_D} \right)_{r_D=1} = -\frac{1}{z} \quad (\text{H.2.3.7})$$

$$\bar{p}(r_e, t_D) = 0 \quad (\text{H.2.3.8})$$

A condição inicial (H.2.3.2) foi utilizada ao aplicar a Transformada de Laplace em (H2.3.1).

A equação (H2.3.6a) é uma Equação de Bessel Modificada cuja solução, conforme foi visto no item H.1 deste Apêndice, é dada por:

$$\bar{p}(r_D, z) = r_D^{\frac{v}{1-v}} \left\{ B_1 I_v \left[(1-v) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-v}} \right] + B_2 K_v \left[(1-v) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-v}} \right] \right\} \quad (\text{H.2.3.9})$$

onde $v = \frac{1-n}{3-n}$.

DETERMINAÇÃO DAS CONSTANTES B₁ E B₂

Derivando a equação (H.2.3.9), conforme foi visto no item H.2.2 deste Apêndice, resulta em:

$$\frac{d\bar{p}}{dr_d}(r_D, z) = r_D^{\frac{v}{1-v}} z^{1/2} \left\{ B_1 I_{1-v} \left[(1-v)\sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-v}} \right] - B_2 K'_{1-v} \left[(1-v)\sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-v}} \right] \right\} \quad (\text{H.2.3.10})$$

Aplicando as condições de contorno (H.2.3.7) e (H.2.3.8) em (H.2.3.10):

$$B_1 I_{1-v}[(1-v)\sqrt{z}] - B_2 K_{1-v}[(1-v)\sqrt{z}] = -z^{-3/2} \quad (\text{H.2.3.11a})$$

$$B_1 I_v(1-v)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1}{1-v}} + B_2 K_v(1-v)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1}{1-v}} = 0 \quad (\text{H.2.3.11b})$$

Resolvendo o sistema formado pelas equações (H.2.3.11a) e (H.2.3.11b)

$$B_1 = \frac{K_v \left[(1-v)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1}{1-v}} \right]}{z^{3/2} \left\{ I_{1-v}[(1-v)\sqrt{z}] K_v \left[(1-v)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1}{1-v}} \right] + K_{1-v}[(1-v)\sqrt{z}] I_v \left[(1-v)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1}{1-v}} \right] \right\}} \quad (\text{H.2.3.12a})$$

$$B_2 = \frac{I_v \left[(1-v)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1}{1-v}} \right]}{z^{3/2} \left\{ I_{1-v}[(1-v)\sqrt{z}] K_v \left[(1-v)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1}{1-v}} \right] + K_{1-v}[(1-v)\sqrt{z}] I_v \left[(1-v)\sqrt{z} r_{De}^{\frac{1}{1-v}} \right] \right\}} \quad (\text{H.2.3.12b})$$

Substituindo B₁ e B₂ em (H.2.3.9) vem:

$$\bar{p}(r_D, z) = \frac{r_D^{\frac{1-v}{2}} \left\{ I_v \left[(1-v)\sqrt{z} r_D^{\frac{1-v}{2}} \right] K_v \left[(1-v)\sqrt{z} r_D^{\frac{1-v}{2}} \right] - K_v \left[(1-v)\sqrt{z} r_D^{\frac{1-v}{2}} \right] I_v \left[(1-v)\sqrt{z} r_D^{\frac{1-v}{2}} \right] \right\}}{z^{3/2} \left\{ I_{1-v} \left[(1-v)\sqrt{z} \right] K_v \left[(1-v)\sqrt{z} r_D^{\frac{1-v}{2}} \right] + K_{1-v} \left[(1-v)\sqrt{z} \right] I_v \left[(1-v)\sqrt{z} r_D^{\frac{1-v}{2}} \right] \right\}} \quad (\text{H.2.3.13})$$

A equação(H.2.3.13) é a solução geral no campo de Laplace para o comportamento da pressão em um reservatório cilíndrico limitado, com geometria de fluxo radial e com manutenção de pressão na fronteira externa, submetido a injeção de um fluido não newtoniano com modelo de potência a vazão constante, em um poço localizado no centro do reservatório.

No poço, $r_D = 1$:

$$\bar{p}(1, z) = \frac{I_v \left[(1-v)\sqrt{z} r_D^{\frac{1-v}{2}} \right] K_v \left[(1-v)\sqrt{z} \right] - K_v \left[(1-v)\sqrt{z} r_D^{\frac{1-v}{2}} \right] I_v \left[(1-v)\sqrt{z} \right]}{z^{3/2} \left\{ I_{1-v} \left[(1-v)\sqrt{z} \right] K_v \left[(1-v)\sqrt{z} r_D^{\frac{1-v}{2}} \right] + K_{1-v} \left[(1-v)\sqrt{z} \right] I_v \left[(1-v)\sqrt{z} r_D^{\frac{1-v}{2}} \right] \right\}} \quad (\text{H.2.3.14})$$

A equação (H.2.3.14) pode ser invertida numericamente para o campo real utilizando-se o *Algoritmo de Stehfest*.^[35]

APÊNDICE I

SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL PARCIAL NÃO LINEAR PARA FLUXO DE UM FLUIDO NÃO NEWTONIANO COM MODELO DE POTÊNCIA NO MEIO POROSO

I.1) O Modelo Matemático

A equação diferencial parcial adimensionalizada que descreve o fluxo de um fluido não newtoniano com modelo de potência em um meio poroso, conforme foi mostrado no Apêndice F, é expressa por:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\mu^*}{\mu_{nn}} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{Dnn}} \quad (I.1.1)$$

onde:

$$\frac{\mu^*}{\mu_{nn}} = \left| \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right|^{1/n-1} \quad (I.1.1a)$$

Desenvolvendo a equação diferencial parcial não linear (I.1.1), e substituindo μ^*/μ_{nn} pela expressão (I.1.1a), vem:

$$\frac{\partial^2 p_{Dnn}}{\partial r_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} = n \left(-\frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right)^{\frac{n-1}{n}} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{Dnn}} \quad (I.1.2)$$

A equação (I.1.2) é uma equação diferencial parcial não linear. Aqui ela será resolvida numericamente^[1], por diferenças finitas, conforme será visto a seguir.

Para um reservatório infinito, tem-se as seguintes condições inicial e de contorno:

- Condição Inicial - A pressão inicial é igual a p_i em todo o reservatório, no tempo $t = 0$.

$$p_{Dnn}(r_D, 0) = 0 \quad (I.1.3)$$

- Condição de Contorno Interna - A vazão é constante no poço, ou seja em $r = r_w$.

$$\left(\frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = -1 \quad (I.1.4)$$

- Condição de Contorno Externa - A pressão, quando o raio r tende para infinito é igual a p_i .

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_{Dnn}(r_D, t_{Dnn}) = 0 \quad (I.1.5)$$

Transformação Logarítmica do Raio

A transformação logarítmica do raio é utilizada quando se deseja um "grid" uniforme. Seja :

$$X = \ln r_D \Rightarrow r_D = e^X \quad (I.1.6)$$

Portanto:

$$dr_D = e^X dX$$

e :

$$\frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} = \frac{1}{e^X} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial X} \quad (I.1.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p_{Dnn}}{\partial r_D^2} &= \frac{\partial}{\partial r_D} \left(\frac{1}{e^X} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial X} \right) = \frac{1}{e^X} \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{1}{e^X} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial X} \right) \\ &= \frac{1}{e^{2X}} \left(\frac{\partial^2 p_{Dnn}}{\partial X^2} - \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial X} \right) \end{aligned} \quad (I.1.7A)$$

Substituindo (I.1.6), (I.1.7) e (I.1.7A) na equação (I.1.2) vem:

$$\frac{\partial^2 p_{Dnn}}{\partial X^2} + (n-1) \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial X} = n e^{X \left(\frac{n+1}{n} \right)} \left(\frac{\partial p_{Dnn}}{\partial X} \right)^{\frac{n-1}{n}} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{Dnn}} \quad (I.1.8)$$

Com as seguintes condições inicial e de contorno:

-Condição Inicial:

$$p_{Dnn}(X, 0) = 0 \quad (I.1.9)$$

-Condição de Contorno Interna:

$$\left(\frac{\partial p_{Dnn}}{\partial X} \right)_{x=0} = -1 \quad (I.1.10)$$

-Condição de Contorno Externa:

$$\lim_{X \rightarrow \infty} p_{Dnn}(X, t_{Dnn}) = 0 \quad (I.1.11)$$

O sistema constituído pela equação (I.1.8) e pelas condições inicial e de contorno (I.1.9) a (I.1.11) será resolvido numericamente pelo *Método de Douglas-Jones do Preditor-Corretor*^[1,34].

I.2) Método de Douglas-Jones do Preditor- Corretor

O *Método de Douglas-Jones do Preditor-Corretor* é um método numérico utilizado para obtenção de soluções de equações diferenciais parciais não lineares^[1,34]. Neste método, as equações de diferenças finitas são modificações da técnica de *Crank-Nicolson*. Uma das vantagens deste método é que o sistema de equações lineares resultantes tem matriz de coeficientes tridiagonal de fácil resolução.

No preditor, o termo desconhecido ocorre no tempo $j+1/2$, com ocorrência linear. No corretor, o termo desconhecido ocorre no tempo $j+1$, também com ocorrência linear.

As equações do preditor seguidas do corretor são sempre incondicionalmente estáveis. Trata-se de um método de segunda ordem .

Considere a seguinte equação diferencial parcial não linear:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial X^2} = g_1(X, T, u, \frac{\partial u}{\partial X}) \frac{\partial u}{\partial T} + g_2(X, T, u, \frac{\partial u}{\partial X}) \quad (I.2.1)$$

A solução numérica é obtida através do uso do preditor:

$$\frac{w_{i-1}^{j+1/2} - 2w_i^{j+1/2} + w_{i+1}^{j+1/2}}{(\Delta X)^2} = g_1 \left(X_i, T_{j+1/2}, w_i^j, \frac{w_{i+1}^j - w_{i-1}^j}{2\Delta X} \right) \frac{w_i^{j+1/2} - w_i^j}{\Delta T / 2} + g_2 \left(X_i, T_{j+1/2}, w_i^j, \frac{w_{i+1}^j - w_{i-1}^j}{2\Delta X} \right) \quad (I.2.2)$$

e do corretor:

$$\frac{\frac{1}{2}(w_{i-1}^{j+1} - 2w_i^{j+1} + w_{i+1}^{j+1}) + \frac{1}{2}(w_{i-1}^j - 2w_i^j + w_{i+1}^j)}{(\Delta X)^2} = g_1 \left(X_i, T_{j+1/2}, w_i^{j+1/2}, \frac{w_{i+1}^{j+1/2} - w_{i-1}^{j+1/2}}{2\Delta X} \right) \frac{w_i^{j+1} - w_i^j}{\Delta T} + g_2 \left(X_i, T_{j+1/2}, w_i^{j+1/2}, \frac{w_{i+1}^{j+1/2} - w_{i-1}^{j+1/2}}{2\Delta X} \right) \quad (I.2.3)$$

Aplicando o Método de Douglas-Jones do Preditor-Corretor à equação (I.1.8), vem:

para o preditor:

$$\frac{P_{i-1}^{j+1/2} - 2P_i^{j+1/2} + P_{i+1}^{j+1/2}}{(\Delta X)^2} = ne^{\frac{n+1}{n}(i-1)\Delta X} \left(\frac{P_{i-1}^j - P_{i+1}^j}{2\Delta X} \right)^{\frac{n-1}{n}} \frac{P_i^{j+1/2} - P_i^j}{\Delta T / 2} + (1-n) \frac{P_{i+1}^j - P_{i-1}^j}{2\Delta X} \quad (I.2.4)$$

ou:

$$P_{i-1}^{j+1/2} - \left[2 + ne^{\frac{n+1}{n}(i-1)\Delta X} \left(\frac{P_{i-1}^j - P_{i+1}^j}{2\Delta X} \right)^{\frac{n-1}{n}} \frac{2(\Delta X)^2}{\Delta T} \right] P_i^{j+1/2} + P_{i+1}^{j+1/2} = \Delta X(1-n) \frac{P_{i+1}^j - P_{i-1}^j}{2} - ne^{\frac{n+1}{n}(i-1)\Delta X} \left(\frac{P_{i-1}^j - P_{i+1}^j}{2\Delta X} \right)^{\frac{n-1}{n}} \frac{2(\Delta X)^2}{\Delta T} P_i^j \quad (I.2.4A)$$

para o corretor:

$$\frac{\frac{1}{2}(P_{i-1}^{j+1} - 2P_i^{j+1} + P_{i+1}^{j+1}) + \frac{1}{2}(P_{i-1}^j - 2P_i^j + P_{i+1}^j)}{(\Delta X)^2} = ne^{\frac{n+1}{n}(i-1)\Delta X} \left(\frac{P_{i-1}^{j+1/2} - P_{i+1}^{j+1/2}}{2\Delta X} \right) \frac{P_i^{j+1} - P_i^j}{\Delta T} + (1-n) \frac{P_{i+1}^{j+1/2} - P_{i-1}^{j+1/2}}{2\Delta X} \quad (I.2.5)$$

ou:

$$P_{i-1}^{j+1} - \left[2 + ne^{\frac{n+1}{n}(i-1)\Delta X} \left(\frac{P_{i-1}^{j+1/2} - P_{i+1}^{j+1/2}}{2\Delta X} \right)^{\frac{n-1}{n}} \frac{2(\Delta X)^2}{\Delta T} \right] P_i^{j+1} + P_{i+1}^{j+1} = P_{i-1}^j + \left[2 - ne^{\frac{n+1}{n}(n-1)\Delta X} \left(\frac{P_{i-1}^{j+1/2} - P_{i+1}^{j+1/2}}{2\Delta X} \right)^{\frac{n-1}{n}} \frac{2(\Delta X)^2}{\Delta T} \right] P_i^j - P_{i-1}^j + \Delta X(1-n) \left(P_{i+1}^{j+1/2} - P_{i-1}^{j+1/2} \right) \quad (I.2.5A)$$

onde: - i = 1,2,3,...N+1

- j = 0,1,2,3,.....

- ΔX é o incrementoda transformação logarítmica do raio adimensional,

- ΔT o incremento de tempo adimensional t_{Dnn} ,

e P é a aproximação de p_{Dnn} .

Para as condições inicial e de contorno vem:

-Condição Inicial

$$P_i = 0 \quad \text{em } T = 0 \quad (I.2.6)$$

-Condição de Contorno Interna

para o preditor:

$$\frac{P_2^{j+1/2} - P_0^{j+1/2}}{2\Delta X} = -1 \quad (I.2.7)$$

para o corretor:

$$\frac{P_2^{j+1} - P_0^{j+1}}{2\Delta X} = -1 \quad (I.2.8)$$

-Condição de Contorno Externa

$$\lim_{i \rightarrow \infty} P_i = 0 \quad \text{para todo } j \quad (I.2.9)$$

Então considerando o preditor, na equação (I.2.4A) teremos:

para $i = 1$

$$-[2 + \alpha']P_1^{j+1/2} + 2P_2^{j+1/2} = (\Delta X)^2(n-1) - \alpha'P_1^j - 2\Delta X \quad (I.2.10)$$

para $2 \leq i \leq N-1$

$$P_{i-1}^{j+1/2} - \left[2 + ne^{\frac{n+1}{n}(i-1)\Delta X} \left(\frac{P_{i-1}^j - P_{i+1}^j}{2\Delta X} \right)^{\frac{n-1}{n}} \alpha' \right] P_i^{j+1/2} + P_{i+1}^{j+1/2} =$$

$$\Delta X(1-n) \frac{P_{i+1}^j - P_{i-1}^j}{2\Delta X} - ne^{\frac{n+1}{n}(n-1)\Delta X} \left(\frac{P_{i-1}^j - P_{i+1}^j}{2\Delta X} \right)^{\frac{n-1}{n}} \alpha' P_i^j \quad (I.2.11)$$

para $i = N$

$$P_{N-1}^{j+1/2} - \left[2 + ne^{\frac{n+1}{n}(N-1)\Delta X} \left(\frac{P_{i-1}^j - P_{N+1}^j}{2\Delta X} \right)^{\frac{n-1}{n}} \alpha' \right] P_N^{j+1/2} + P_{N+1}^{j+1/2} =$$

$$\Delta X(1-n) \frac{P_{N+1}^j - P_{N-1}^j}{2\Delta X} - ne^{\frac{n+1}{n}(N-1)\Delta X} \left(\frac{P_{N-1}^j - P_{N+1}^j}{2\Delta X} \right)^{\frac{n-1}{n}} \alpha' P_N^j \quad (I.2.12)$$

As equações (I.2.11) a (I.2.12) formam um sistema de N equações e N incógnitas. Os coeficientes das incógnitas formam um sistema com matriz tridiagonal que pode ser resolvido pelo *Algoritmo de Thomas*.

Nestas equações:

$$\alpha' = \frac{2(\Delta X)^2}{\Delta T}$$

N = número de intervalos ΔX nos quais o sistema foi dividido pelos pontos do grid.

Considerando agora o corretor (equação (I.2.5A)), vem

para $i = 1$

$$-[2 + n\alpha']P_1^{j+1} + 2P_2^{j+1} = -2P_2^j + [2 - n\alpha']P_1^j + 2(\Delta X)^2(n-1) - 4\Delta X \quad (I.2.13)$$

para $2 \leq i \leq N-1$

$$P_{i-1}^{j+1} - \left[2 + ne^{\frac{n+1}{n}(i-1)\Delta X} \left(\frac{P_{i-1}^{j+1/2} - P_{i+1}^{j+1/2}}{2\Delta X} \right)^{\frac{n-1}{n}} \alpha' \right] P_i^{j+1} + P_{i+1}^{j+1} =$$

$$-(P_{i-1}^j + P_{i+1}^j) + \left[2 - ne^{\frac{n+1}{n}(i-1)\Delta X} \left(\frac{P_{i-1}^{j+1/2} - P_{i+1}^{j+1/2}}{2\Delta X} \right)^{\frac{n-1}{n}} \alpha' \right] P_i^j + \Delta X(1-n)(P_{i+1}^{j+1/2} - P_{i-1}^{j+1/2}) \quad (I.2.14)$$

para $i = N$

$$P_{N-1}^{j+1} - \left[2 + ne^{\frac{n+1}{n}(N-1)\Delta X} \left(\frac{P_{N-1}^{j+1/2} - P_{N+1}^{j+1/2}}{2\Delta X} \right)^{\frac{n-1}{n}} \alpha' \right] P_N^{j+1} + P_{N+1}^{j+1} =$$

$$-(P_{N-1}^j + P_{N+1}^j) + \left[2 - ne^{\frac{n+1}{n}(N-1)\Delta X} \left(\frac{P_{N-1}^{j+1/2} - P_{N+1}^{j+1/2}}{2\Delta X} \right)^{\frac{n-1}{n}} \alpha' \right] P_N^j + \Delta X(1-n)(P_{N+1}^{j+1/2} - P_{N-1}^{j+1/2}) \quad (I.2.15)$$

As equações (I.2.13) a (I.2.15) formam um sistema de N equações e N incógnitas. Os coeficientes das incógnitas formam um sistema com matriz tridiagonal que pode ser resolvido pelo *Algoritmo de Thomas*.

I.3) Comparação entre as Linearizações Obtidas por Odeh e Yang [16] e Ikoku e Ramey[1]

Conforme foi mostrado no Apêndice G, as equações diferenciais parciais linearizadas obtidas por Odeh e Yang e por Ikoku e Ramey são ligeiramente diferentes, devido aos procedimentos utilizados na linearização. Caso se utilize como variável de tempo adimensional $(t_{Dnn})_{Ikoku} = t_{Dnn}/n$, as duas equações linearizadas resultantes e conseqüentemente as soluções analíticas aproximadas, serão iguais. De forma a avaliar os erros cometidos ao se utilizar estas linearizações, será mostrada a comparação entre a solução analítica aproximada e as respectivas soluções numéricas.

A equação diferencial parcial não linear que descreve o fluxo de um fluido não newtoniano com modelo de potência no meio poroso é dada por:

segundo Odeh e Yang:

$$\frac{\partial^2 p_{Dnn}}{\partial r_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} = n \left(-\frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right)^{n-1} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{Dnn}} \quad (I.3.1)$$

segundo Ikoku e Ramey:

$$\frac{\partial^2 p_{Dnn}}{\partial r_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} = \left(-\frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right)^{n-1} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{DnnI}} \quad (I.3.1a)$$

onde t_{DnnI} é o tempo adimensional de Ikoku, e Ramey que é igual a :

$$t_{DnnI} = \frac{t_{Dnn}}{n} \quad (I.3.2)$$

As equações (I.3.1) e (I.3.1a) podem ser resolvidas numericamente pelo Método de Douglas-Jones do Predictor Corretor, conforme foi visto no item I.2.

A equação diferencial parcial linearizada que descreve o fluxo de um fluido não newtoniano com modelo de potência no meio poroso é dada por:

segundo Odeh e Yang:

$$\frac{\partial^2 p_{Dnn}}{\partial r_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} = r_D^{1-n} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{Dnn}} \quad (I.3.3)$$

segundo *Ikoku e Ramey*:

$$\frac{\partial^2 p_{Dnn}}{\partial r_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} = r_D^{1-n} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{Dnnl}} \quad (I.3.3A)$$

A solução analítica aproximada da equação diferencial parcial linearizada é dada por:

para *Odeh e Yang*

$$p_{Dnnw} = \frac{1}{v} \left[\frac{1}{2} (1-v) \right]^{1-2v} \frac{1}{\Gamma(1-v)} t_{Dnn}^v - \frac{1}{2} \left(\frac{1-v}{v} \right) \quad (I.3.4)$$

para *Ikoku e Ramey*:

$$p_{Dnnw} = \frac{1}{v} \left[\frac{1}{2} (1-v) \right]^{1-2v} \frac{1}{\Gamma(1-v)} t_{Dnnl}^v - \frac{1}{2} \left(\frac{1-v}{v} \right) \quad (I.3.4A)$$

Pelas equações (I.3.4) e (I.3.4a) um gráfico cartesiano de p_{Dnnw} versus t_{Dnn}^v ou t_{Dnnl}^v resultará em uma linha reta com inclinação m_D , dada por:

$$m_D = \frac{1}{v} \left[\frac{1}{2} (1-v) \right]^{1-2v} \frac{1}{\Gamma(1-v)} \quad (I.3.5)$$

A tabela I.1 mostra a comparação entre as linearizações obtidas por *Odeh e Yang* e por *Ikoku e Ramey* a partir dos valores da inclinação da reta (m_D), obtidos pelas soluções analítica e numérica. Na obtenção das soluções numéricas considerou-se os seguintes parâmetros:

- número de células - $N = 100$
- incremento da transformação logarítmica do raio adimensional - $\Delta X = 0.1$
- incremento de tempo adimensional $\Delta T = 1.0$

A inclinação m_D foi obtida por regressão linear para $1E2 < t_{Dnn} < 1E6$.

Na tabela I.1 nota-se que, erros menores na inclinação m_D são observados ao se utilizar a linearização de *Odeh e Yang* ao invés da linearização de *Ikoku e Ramey* e que, maiores diferenças são observadas para menores valores de índice de fluxo n .

**TABELA I.1- Comparação entre as linearizações de
*Odeh e Yang e Ikoku e Ramey***

n	mD solução analítica	mD sol.numérica <i>Odeh e Yang</i>	erro (%)	mD sol.numérica <i>Ikoku e Ramey</i>	erro (%)
0.1	1.64	1.87	13,0	1.05	56.2
0.2	1.76	1.97	10.4	1.22	44.3
0.3	1.93	2.13	9.3	1.54	25.3
0.4	2.16	2.31	6.6	1.87	15.5
0.5	2.48	2.60	4.7	2.27	9.3
0.6	2.97	3.06	3.1	2.82	5.3
0.7	3.79	3.86	1.9	3.68	3.0
0.8	5.44	5.48	0.9	5.32	2.3
0.9	10.42	10.44	0.2	10.39	0.3

APÊNDICE J

A ESTOCAGEM E O FATOR DE PELÍCULA

SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL PARCIAL QUE DESCREVE O FLUXO DE UM FLUIDO NÃO NEWTONIANOS COM MODELO DE POTÊNCIA NO MEIO POROSO

RESERVATÓRIO INFINITO INJETANDO A VAZÃO CONSTANTE COM ESTOCAGEM E FATOR DE PELÍCULA

J.1) O Problema do raio finito com estocagem e fator de película

A estocagem e o fator de película distorcem o comportamento do transiente de pressão em reservatórios de petróleo, portanto é importante investigar as consequências destes fenômenos para interpretar de maneira correta as informações obtidas de um teste de injeção ou de um teste de decaimento de pressão.

A) O fator de película

A permeabilidade da formação ao redor do poço pode ser alterada para uma permeabilidade menor (dano) ou maior (estimulação) do que a permeabilidade original.

Basicamente o dano de formação ocorre devido a um dos seguintes fatores:

- redução de permeabilidade absoluta devido ao tamponamento dos canais de fluxo por sólidos em suspensão ou inchamento de argilas.
- redução da permeabilidade relativa ao óleo devido ao aumento de saturação de água ou gás.
- aumento de viscosidade do óleo pela formação de emulsão.

O fator de película idealizado por *van Everdingen e Hurst* (fator de película infinitesimal) é um modelo puramente matemático cuja finalidade é simular uma situação física causada por um fenômeno real, o dano de formação.

Considere a situação de um poço danificado onde uma região ao seu redor se apresenta com permeabilidade alterada.

- Seja: - r_w o raio do poço,
 - r_s o raio da região alterada,
 - K a permeabilidade original da formação,
 - K_s a permeabilidade da zona alterada,

Se o raio da região alterada for muito pequeno (película), o fluxo nesta região pode ser considerado como linear permanente.

Considere a injeção à vazão constante de fluido não newtoniano com modelo de potência. Na zona alterada teremos:

$$q = \frac{K_s A}{\mu_{nn}} \frac{p(r_s, t) - p(r_w, t)}{l_s} \quad (J.1.1)$$

onde: - q é a vazão de injeção em condições de reservatório, assumida como positiva

- A a área aberta ao fluxo:

$$A = 2\pi h r_w \quad (J.1.2)$$

- l_s a extensão da zona alterada, infinitesimal

$$l_s = r_s - r_w \quad (J.1.3)$$

- $p(r_s, t)$ a pressão na zona alterada e como a zona alterada é infinitesimal:

$$p(r_s, t) = p(r_w^+, t) \quad (J.1.4)$$

aqui r_{w+} é o raio aparente externo no poço.

- $p(r_w, t)$ é a pressão no poço:

$$p(r_w, t) = p_{wf} \quad (J.1.5)$$

Definindo $\Delta p_s = p(r_s, t) - p(r_w, t)$, a equação (J.1.1) ficará:

$$q = \frac{2\pi K_s h r_w}{\mu_{nn}} \frac{\Delta p_s}{l_s} \quad (J.1.6)$$

Na zona não alterada o fluxo é radial:

$$q = \frac{2\pi K h r_w}{\mu_{nn}} \left(-r \frac{\partial p(r_w^+, t)}{\partial r} \right)_{r_w} \quad (J.1.7)$$

Igualando as equações (J.1.6) e (J.1.7) vem que:

$$\Delta p_s = \frac{\frac{K h}{\mu_{nn}} \frac{I_s}{K_s h}}{r_w} \left(-r \frac{\partial p(r_w^+, t)}{\partial r} \right)_{r_w} \quad (J.1.8)$$

Definindo, o fator de película s como:

$$s = \frac{\frac{K h}{\mu_{nn}} \frac{I_s}{K_s h}}{\mu_{nn}} \quad (J.1.9)$$

A equação (J.1.8) ficará:

$$\Delta p_s = s \left(-r \frac{\partial p(r_w^+, t)}{\partial r} \right)_{r_w} \quad (J.1.10)$$

Para um fluido não newtoniano com modelo de potência, a velocidade u_r , conforme foi visto no Apêndice E, equação (E.4a), é dada por:

$$u_r^n = \left(\frac{q}{2\pi h r} \right)^n = -\frac{K}{\mu_{ef}} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (J.1.11)$$

Utilizando a relação acima na equação (J.1.10) vem que:

$$\Delta p_s = s \mu_{ef} \left(\frac{q}{2\pi h r_w} \right)^{n-1} \frac{q}{2\pi h K} \quad (J.1.12)$$

Mas:

$$\mu^* = \mu_{ef} \left| \frac{q}{2\pi h r_w} \right|^{n-1} \quad (J.1.13)$$

e a equação (J.1.12) ficará:

$$\Delta p_s = s \mu^* \frac{q}{2\pi h K} \quad (J.1.14)$$

Utilizando a equação (J.1.7), na equação acima resulta em :

$$\Delta p_s = s \frac{\mu^*}{\mu_{nn}} \left(-r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r_w} \quad (J.1.15)$$

Aplicando-se as variáveis adimensionais anteriormente definidas no Apêndice F, tem-se para a equação (J.1.15) :

$$p_{Dnns} = -s \left(\frac{\mu^*}{\mu_{nn}} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} \quad (J.1.16)$$

onde p_{Dnns} é a variação de pressão adimensional devido ao fator de película s .

E a pressão adimensional no poço p_{Dnnw} , incluindo os efeitos do fator de película s será :

$$p_{Dnnw} = p_D (1. t_{Dnn}) - s \left(\frac{\mu^*}{\mu_{nn}} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} \quad (J.1.17)$$

onde : $p_{Dnnw} = \frac{2\pi Kh}{q\mu^*} (p_{wf} - p_i)$

B) A Estocagem

Uma das hipóteses básicas consideradas no desenvolvimento da modelagem matemática do fluxo de um fluido não newtoniano com modelo de potência no meio poroso, consiste no estabelecimento de vazão constante a nível de reservatório. O fato de se conseguir uma vazão estabilizada na superfície durante um teste, não garante que a vazão em condições de reservatório, também seja constante, o que implicará em alterações no comportamento do transiente de pressão.

van Everdingen e Hurst [1.49] introduziram o conceito de estocagem, como um fator signficante a ser considerado na modelagem matemática do transiente de pressão. Fisicamente a estocagem produz um efeito tal que a vazão de injeção na face da formação, que inicialmente é nula

e vai aumentando gradativamente até a vazão de injeção da superfície, seja função do tempo, mesmo se a vazão na superfície for constante.

O modelo matemático envolve basicamente um balanço de materiais, que postula que a vazão de injeção na superfície (q) deve ser igual à vazão injetada (q_{sf}) no reservatório somada à vazão proveniente da compressão dos fluidos existentes no poço (q_{est}):

$$q = q_{sf} + q_{est} \quad (J.1.18)$$

Definindo o coeficiente de estocagem C^* , como sendo a relação entre o volume de fluido retirado do poço e o aumento de pressão associado a esta injeção, tem-se que:

$$C^* = \frac{\Delta V}{\Delta P} \quad (J.1.19)$$

Para um poço cheio de líquido esta relação pode ser associada à equação da compressibilidade do fluido no poço, resultando em:

$$q_{est} = C^* \frac{\partial p_{wf}}{\partial t} \quad (J.1.20)$$

Pela Lei de Darcy a vazão injetada é dada por:

$$q_{sf} = \frac{2\pi Kh}{\mu_{nn}} \left(-r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_w} \quad (J.1.21)$$

Substituindo as expressões (J.1.20) e (J.1.21) na equação (J.1.18) vem que:

$$q = C^* \frac{\partial p_{wf}}{\partial t} - \frac{2\pi Kh}{\mu_{nn}} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_w} \quad (J.1.22)$$

ou na forma adimensionalizada:

$$1 = C^* \frac{1}{2\pi h c_t r_w^2} \frac{\partial p_{Dnnw}}{\partial t_{Dnn}} - \frac{\mu^*}{\mu_{nn}} \left(\frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} \quad (J.1.23)$$

Definindo o coeficiente de estocagem adimensional C_D , como:

$$C_D = \frac{C^*}{2\pi h c_i r_w^2} \quad (J.1.24)$$

A equação (J.1.23) ficará então:

$$C_D \frac{\partial p_{Dnnw}}{\partial t_{Dnn}} - \left(\frac{\mu^*}{\mu_{nn}} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = 1 \quad (J.1.25)$$

J.2) O modelo matemático

O modelo matemático para representar o problema do poço situado em um reservatório infinito submetido à injeção com vazão constante de um fluido não newtoniano com modelo de potência, com estocagem e fator de película, baseia-se nas mesmas equações descritas no Apêndice H1, com exceção da condição de contorno interna que foi modificada para incorporar tais efeitos. A equação diferencial parcial que representa este modelo é dada por:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\mu^*}{\mu_{nn}} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial t_{Dnn}} \quad (J.2.1)$$

Com as seguintes condições inicial e de contorno:

- Condição Inicial:

$$p_{Dnn}(r_D, 0) = 0 \quad (J.2.2)$$

- Condição de Contorno Interna :

$$C_D \frac{\partial p_{Dnnw}}{\partial t_{Dnn}} - \left(\frac{\mu^*}{\mu_{nn}} \frac{\partial p_{Dnn}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = 1 \quad (J.2.3)$$

$$P_{D_{nnw}}(t_{Dnn}) = P_{Dnn}(1, t_{Dnn}) - s \left(\frac{\mu^*}{\mu_{nn}} \frac{\partial P_{Dnn}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} \quad (J.2.4)$$

- Condição de Contorno Externa:

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} P_{Dnn}(r_D, t_{Dnn}) = 0 \quad (J.2.5)$$

A relação μ^*/μ_{nn} é função da vazão na face da formação e esta é função do tempo, portanto as equações (J.2.1) a (J.2.5) constituem um sistema de equações diferenciais parciais não lineares.

Para linearizar o sistema, será assumida a mesma hipótese utilizada no Apêndice H.1, ou seja, μ^*/μ_{nn} será aproximada por um perfil de viscosidade de fluxo permanente:

$$\frac{\mu^*}{\mu_{nn}} = r_D^{n-1} \quad (J.2.6)$$

E o sistema constituído pelas equações (J.2.1) a (J.2.5) ficará:

$$\frac{\partial^2 P_{Dnn}}{\partial r_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{\partial P_{Dnn}}{\partial r_D} = r_D^{1-n} \frac{\partial P_{Dnn}}{\partial t_{Dnn}} \quad (J.2.7)$$

$$P_{Dnn}(r_D, 0) = 0 \quad (J.2.8)$$

$$C_D \frac{\partial P_{wD}}{\partial t_D} - \left(r_D^{n-1} \frac{\partial P_{Dnn}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = 1 \quad (J.2.9)$$

$$P_{wD_{nn}}(t_{Dnn}) = P_{Dnn}(1, t_{Dnn}) - s \left(r_D \frac{\partial P_{Dnn}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} \quad (J.2.10)$$

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} P_{Dnn}(r_D, t_{Dnn}) = 0 \quad (J.2.11)$$

O sistema composto pela equação (J.2.7) e pelas condições inicial e de contorno (J.2.8) a (J.2.11) pode ser resolvido através do método de *Transformada de Laplace*.

A *Transformada de Laplace* de P_{Dnn} é dada por:

$$\bar{p}(r_D, z) = \int_0^{\infty} P_{Dnn}(r_D, t_{Dnn}) e^{-z t_{Dnn}} dt_{Dnn}$$

onde z é avariável da *Transformada de Laplace*.

Aplicando *Transformada de Laplace* ao sistema (J.2.7) a (J.2.11) vem:

$$\frac{d^2 \bar{p}}{dr_D^2} + \frac{n}{r_D} \frac{d\bar{p}}{dr_D} = z r_D^{1-n} \bar{p} \quad (J.2.12)$$

ou ainda:

$$r_D^2 \frac{d^2 \bar{p}}{dr_D^2} + n r_D \frac{d\bar{p}}{dr_D} = z r_D^{3-n} \bar{p} \quad (J.2.12a)$$

$$C_D z \bar{p}_w - \left(r_D^{n-1} \frac{\partial \bar{p}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = \frac{1}{z} \quad (J.2.13)$$

$$\bar{p}_w(r_D, z) = \bar{p}(1, z) - s \left(r_D \frac{\partial \bar{p}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} \quad (J.2.14)$$

$$\bar{p}(\infty, z) = 0 \quad (J.2.15)$$

A condição inicial (J.2.8) foi utilizada ao aplicar a *Transformada de Laplace* em (J.2.7).

A equação (J.2.12a) é uma *Equação de Bessel Modificada*, cuja solução conforme foi visto no Apêndice H é dada por:

$$\bar{p}(r_D, z) = r_D^{\frac{\nu}{1-\nu}} \left\{ B_1 I_\nu \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] + B_2 K_\nu \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] \right\} \quad (J.2.16)$$

onde $\nu = \frac{1-n}{3-n}$, I_ν e K_ν são as funções de Bessel Modificadas de

1ª e 2ª tipos respectivamente, de ordem ν e B_1 e B_2 são constantes de integração.

DETERMINAÇÃO DAS CONSTANTES B_1 E B_2

Usando a condição de contorno (J.2.15) em (J.2.16), temos que:

$$B_1 = 0 \quad (J.2.17)$$

pois $\lim_{z \rightarrow \infty} I_\nu(z) = \infty$, e a equação (J.16) ficará como :

$$\bar{p}(r_D, z) = r_D^{\frac{\nu}{1-\nu}} B_2 K_\nu \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] \quad (J.2.18)$$

Derivando (J.2.18) vem:

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial r_D}(r_D, z) = B_2 \left\{ -\sqrt{z} K_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right] \right\} \quad (J.2.19)$$

De (J.2.18) vem que:

$$\bar{p}(1, z) = B_2 K_\nu \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right] \quad (J.2.20)$$

Aplicando (J.2.19) e (J.2.20) na condição de contorno (J.2.14) vem:

$$\bar{p}_w(z) = B_2 \left\{ K_\nu \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right] + s \sqrt{z} K_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right] \right\} \quad (J.2.21)$$

então:

$$B_2 = \frac{\bar{p}_w(z)}{K_\nu \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right] + s \sqrt{z} K_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right]} \quad (J.2.22)$$

Substituindo (J.2.22) em (J.2.19) vem:

$$\bar{p}(r_D, z) = \frac{\bar{p}_w(z) r_D^{\frac{\nu}{1-\nu}} K_\nu \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right]}{K_\nu \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right] + s \sqrt{z} K_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right]} \quad (J.2.23)$$

Derivando (J.2.23) vem:

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial r_D} = \frac{\bar{p}_{wD} \left\{ (-\sqrt{z}) r_D K_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} r_D^{\frac{1}{1-\nu}} \right] \right\}}{K_\nu \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right] + s \sqrt{z} K_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right]} \quad (J.2.24)$$

Usando (J.2.23) e (J.2.24) em (J.2.13) vem:

$$\bar{p}_w \left\{ C_D z + \frac{\sqrt{z} K_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right]}{K_\nu \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right] + s \sqrt{z} K_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right]} \right\} = \frac{1}{z} \quad (J.2.25)$$

ou :

$$\bar{p}_w = \frac{1}{z} \left\{ \frac{1}{C_D z + \frac{\sqrt{z} K_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right]}{K_\nu \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right] + s \sqrt{z} K_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right]}} \right\} \quad (J.2.25a)$$

ou ainda:

$$\bar{p}_w = \frac{1}{z^2 C_D \left\{ 1 + \frac{K_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right]}{z^{1/2} C_D \left[K_\nu \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right] + s \sqrt{z} K_{1-\nu} \left[(1-\nu) \sqrt{z} \right] \right]} \right\}} \quad (J.2.25b)$$

A equação (J.2.25) pode ser invertida numericamente através do *Algoritmo de Stehfest*^[35], porém pode-se obter aproximações assintóticas para curto tempo e longo tempo, conforme será visto a seguir.

SOLUÇÕES APROXIMADAS DA EQUAÇÃO (J.2.25)

SOLUÇÃO APROXIMADA DE CURTO TEMPO

Para curto tempo, tem-se que:

$$t_{Dnn} \rightarrow 0, \text{ logo } z \rightarrow \infty$$

Mas quando $z \rightarrow \infty$, $K_{1-n}(x) = K_0(x)$, então (J.2.25b) ficará como :

$$\bar{p}_{wD} = \frac{1}{z^2 C_D \left\{ 1 + \frac{1}{z^{1/2} C_D [1 + s\sqrt{z}]} \right\}} \quad (\text{J.2.26})$$

Na equação acima o termo entre colchetes $[1 + s\sqrt{z}] \cong s\sqrt{z}$ pois $z \rightarrow \infty$ e a equação resultante será

$$\bar{p}_{wD} = \frac{1}{z^2 C_D \left(1 + \frac{1}{z C_D s} \right)} \quad (\text{J.2.27})$$

Como $z \rightarrow \infty$ o termo entre parênteses no denominador pode ser aproximado por:

$$\left(1 + \frac{1}{z C_D s} \right) \cong 1 \quad (\text{J.2.27a})$$

Resultando em

$$\bar{p}_{wD} = \frac{1}{z^2 C_D} \quad (\text{J.2.27b})$$

Sabendo que :

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{z^n} \right\} = \frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$$

e aplicando em (J.2.27a) vem:

$$p_{Dnnw} = \frac{t_{Dnn}}{C_D} \quad (\text{J.2.28})$$

A equação (J.2.28) é a *Solução Analítica Aproximada para Curto Tempo*, que descreve o comportamento da pressão adimensional no poço, para um reservatório submetido a injeção de um fluido não newtoniano com modelo

de potência a vazão constante, com estocagem e fator de película. É importante observar que este resultado é idêntico ao resultado obtido para o fluido newtoniano quando injetado a vazão constante em um reservatório, com estocagem e fator de película.

SOLUÇÃO APROXIMADA DE LONGO TEMPO

Da equação (J.2.24a) sabe-se que:

$$\bar{p}_w = \frac{1}{z} \left\{ \frac{1}{C_D z + \frac{\sqrt{z} K_{1-\nu} [(1-\nu)\sqrt{z}]}{K_\nu [(1-\nu)\sqrt{z}] + s \sqrt{z} K_{1-\nu} [(1-\nu)\sqrt{z}]}} \right\} \quad (J.2.29)$$

Na equação (J.2.29) definindo $G(z) = \frac{K_\nu [(1-\nu)\sqrt{z}]}{\sqrt{z} K_{1-\nu} [(1-\nu)\sqrt{z}]} + s$,

resulta em:

$$\bar{p}_w = \frac{G(z)}{z[zC_D G(z) + 1]} \quad (J.2.30)$$

Como $z \rightarrow 0$ pode-se utilizar a seguinte aproximação para o termo entre colchetes da equação acima:

$$\frac{1}{1 + zC_D G(z)} \cong 1 - zC_D G(z) \quad (J.2.30a)$$

e a equação (J.2.30) ficará:

$$\bar{p}_w = \frac{G(z)}{z} [1 - zC_D G(z)] \quad (J.2.31)$$

e portanto (J.2.31) ficará:

$$\bar{p}_w = \frac{K_\nu [(1-\nu)\sqrt{z}]}{z^{3/2} K_{1-\nu} [(1-\nu)\sqrt{z}]} + \frac{s}{z} - \frac{C_D}{z} \left\{ \frac{K_\nu [(1-\nu)\sqrt{z}]}{K_{1-\nu} [(1-\nu)\sqrt{z}]} \right\}^2 \quad (J.2.31a)$$

Conforme foi visto no Apêndice H,

$$\frac{K_\nu(x)}{K_{1-\nu}} \cong \frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \left(\frac{x}{2}\right)^{1-2\nu} \left[1 - \frac{1}{\nu} \frac{\Gamma(1-\nu)}{\Gamma(\nu)} \left(\frac{x}{2}\right)^{1-2\nu} + \frac{1}{1-\nu} \frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2(1-\nu)} \right]$$

Aproximando-se $\left[\frac{K_\nu(x)}{K_{1-\nu}} \right]^2$ no terceiro termo do segundo

membro de (J.2.31a) por:

$$\left[\frac{K_\nu(x)}{K_{1-\nu}} \right]^2 = \left\{ \left\{ \frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \left[\frac{1}{2} (1-\nu) z^{1/2} \right] \right\}^{1-2\nu} \right\}^2$$

Utilizando as aproximações acima na equação (J.2.31a), onde $x=(1-\nu)/\sqrt{z}$

$$\begin{aligned} \bar{p}(z) = & \frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \left[\frac{1}{2} (1-\nu) \right]^{1-2\nu} z^{-(1+\nu)} - \frac{1}{2} \left(\frac{1-\nu}{\nu} \right) z^{-1} \\ & + \frac{1}{1-\nu} \left[\frac{1}{2} (1-\nu) \right]^{3-4\nu} \left[\frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \right]^2 z^{-2\nu} + \frac{s}{z} \\ & + C_D \left[\frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \right]^2 \left[\frac{1}{2} (1-\nu) \right]^{2(1-2\nu)} \frac{1}{z^{2\nu}} \end{aligned} \quad (J.2.32)$$

Utilizando-se as seguintes transformadas inversas:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\Gamma(k)}{z^k} \right\} &= t^{k-1} \\ \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{z} \right\} &= 1 \end{aligned}$$

e ainda a seguinte propriedade da função Gama:

$$\Gamma(1+\nu) = \nu\Gamma(\nu)$$

obtém-se para (J.2.32):

$$\begin{aligned} P_{Dnnw} = & \frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \left[\frac{1}{2} (1-\nu) \right]^{1-2\nu} t_D^\nu - \frac{1}{\nu} \left(\frac{1-\nu}{2} \right) + s \\ & - \frac{1}{1-\nu} \left[\frac{1}{2} (1-\nu) \right]^{3-4\nu} \left[\frac{\Gamma(\nu)}{\Gamma(1-\nu)} \right]^2 \frac{(C_D - 1/2)}{\Gamma(2\nu)} t_D^{2\nu-1} \\ & + \delta(t_D^{\nu-1}) \end{aligned} \quad (J.2.33)$$

A equação (J.2.33) é a *Solução Analítica Aproximada para Longo Tempo*, que descreve o comportamento da pressão adimensional no poço, para um reservatório submetido a injeção de um fluido não newtoniano com modelo de potência a vazão constante, com estocagem e fator de película. É importante observar que a medida que o tempo adimensional t_{Dnn} cresce o termo $t_D^{2\nu-1}$ é pequeno e nestas condições a resposta de pressão é idêntica ao resultado obtido quando não há estocagem (Apêndice H), a menos do fator de película s .

APÊNDICE K

DESLOCAMENTO IMISCÍVEL DE UM FLUIDO NEWTONIANO POR UM FLUIDO NÃO NEWTONIANO NO MEIO POROSO

O deslocamento linear imiscível de um fluido newtoniano por um fluido não newtoniano foi estudado por *Wu et. al.*^[28]. O desenvolvimento deste trabalho segue praticamente a mesma linha de raciocínio do trabalho clássico de *Buckley e Leverett*^[25]. A única diferença relevante, devido ao comportamento não newtoniano do fluido deslocante, é que a curva de fluxo fracionário do fluido não newtoniano é influenciada pela velocidade total de fluxo, conforme será visto a seguir.

Com base no estudo de *Wu et.al.*^[28], foi desenvolvida neste trabalho uma extensão para o caso do deslocamento radial imiscível de um fluido newtoniano por um fluido não newtoniano no meio poroso, que também será apresentada neste Apêndice.

K.1) O CASO DO DESLOCAMENTO LINEAR

A) Formulação Matemática

Considere o fluxo linear bifásico de um fluido newtoniano sendo deslocado por um fluido não newtoniano no meio poroso. No desenvolvimento matemático serão consideradas as seguintes hipóteses:

- meio poroso homogêneo e isotrópico
- não há transferência de massa entre as fases newtoniana e não newtoniana.
- dispersão e adsorção na rocha não foram consideradas.
- fluido não newtoniano com modelo de potência ($0 < n < 1$)
- não foi considerada a existência de volume poroso inacessível

As equações que descrevem o fluxo são:

Para o fluido newtoniano

$$-\nabla \cdot (\rho_{ne} \mathbf{u}_{ne}) = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_{ne} S_{ne} \phi) \quad (K.1.1)$$

Para o fluido não newtoniano

$$-\nabla \cdot (\rho_{nn} \mathbf{u}_{nn}) = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_{nn} S_{nn} \phi) \quad (K.1.2)$$

onde : - ρ é a massa específica do fluido,
 - \mathbf{u} a velocidade do fluido no meio poroso (Darcy),
 - S a saturação do fluido e
 - ϕ a porosidade do meio poroso.

os subscritos ne e nn referem, respectivamente, a fluido newtoniano e não newtoniano.

As velocidades de Darcy para o fluido newtoniano e para o fluido não newtoniano são expressas por uma extensão da Lei de Darcy para fluxo multifásico:

$$\mathbf{u}_{ne} = -K \frac{k_{rne}}{\mu_{ne}} (\nabla \Phi_{ne}) \quad (K.1.3)$$

$$\mathbf{u}_{nn} = -K \frac{k_{rnn}}{\mu_{nn}} (\nabla \Phi_{nn}) \quad (K.1.4)$$

onde : - K é a permeabilidade do meio poroso,
 - k_r a permeabilidade relativa ,
 - μ a viscosidade do fluido,
 - g a gravidade e
 - $\nabla \Phi$ é o gradiente de potencial de fluxo. Suas componentes na direção x para as fases newtoniana e não newtoniana , são respectivamente :

$$\frac{\partial \Phi_{ne}}{\partial x} = \frac{\partial P_{ne}}{\partial x} + \rho_{ne} g \sin \alpha \quad (K.1.5)$$

$$\frac{\partial \Phi_{nn}}{\partial x} = \frac{\partial P_{nn}}{\partial x} + \rho_{nn} g \sin \alpha \quad (K.1.6)$$

As pressões nas duas fases estão relacionadas pela pressão capilar (P_c):

$$P_c(S_{nn}) = P_{ne} - P_{nn} \quad (K.1.7)$$

As permeabilidades relativas k_{rne} e k_{rnn} , e a pressão capilar P_c são funções apenas da saturação. e pela definição de saturação:

$$S_{ne} + S_{nn} = 1 \quad (K.1.8)$$

Para obter a solução analítica serão assumidas as seguintes hipóteses adicionais:

- Os dois fluidos são incompressíveis
- A pressão capilar é desprezível
- Segregação gravitacional desprezível
- Deslocamento estável próximo à frente de deslocamento
- A viscosidade do fluido não newtoniano é função do potencial de fluxo e da saturação, ou seja:

$$\mu_{nn} = f(S_{nn}, \nabla \Phi) \quad (K.1.9)$$

Conforme foi vista no Apêndice E, a viscosidade μ_{nn} para o fluxo monofásico de um fluido não newtoniano, é dada por:

$$\mu_{nn} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right) = \mu_{ef} \left[\frac{k}{\mu_{ef}} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right) \right]^{\frac{n-1}{n}} \quad (K.1.10)$$

Para o fluxo bifásico a viscosidade não newtoniana (μ_{nn}), pode ser expressa como:

$$\mu_{nn} \left(S_{nn}, \frac{\partial P}{\partial x} \right) = \mu_{ef} \left[\frac{k k_{rnn}(S_{nn})}{\mu_{ef}} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right) \right]^{\frac{n-1}{n}} \quad (K.1.11)$$

Desenvolvendo as equações (K.1.1) a (K.1.4). obtem-se:

$$-\frac{\partial u_{ne}}{\partial x} = \phi \frac{\partial S_{ne}}{\partial t} \quad (K.1.12)$$

$$-\frac{\partial u_{nn}}{\partial x} = \phi \frac{\partial S_{nn}}{\partial t} \quad (K.1.13)$$

$$u_{ne} = -k \frac{k_{r_{ne}}}{\mu_{ne}} \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \rho_{ne} g \sin \alpha \right) \quad (K.1.14)$$

$$u_{nn} = -k \frac{k_{r_{nn}}}{\mu_{nn}} \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \rho_{nn} g \sin \alpha \right) \quad (K.1.15)$$

Somando-se as equações (K.1.12) e (K.1.13) obtém-se

$$-\frac{\partial(u_{ne} + u_{nn})}{\partial x} = \phi \frac{\partial}{\partial t} (S_{ne} + S_{nn}) = 0 \quad (K.1.16)$$

Mas,

$$(u_{ne} + u_{nn}) = u_t \quad (K.1.17)$$

o que fisicamente traduz a hipótese de incompressibilidade.

Substituindo (K.1.14) e (K.1.15) em (K.1.17) resulta :

$$u_t + k \left(\frac{k_{r_{ne}}}{\mu_{ne}} + \frac{k_{r_{nn}}}{\mu_{nn}} \right) \frac{\partial P}{\partial x} + k \left(\frac{\rho_{ne} k_{r_{ne}}}{\mu_{ne}} + \frac{\rho_{nn} k_{r_{nn}}}{\mu_{nn}} \right) g \sin \alpha = 0 \quad (K.1.18)$$

A equação (K.1.18) indica que para uma dada velocidade total de fluxo (u_t), o gradiente de pressão $\partial P / \partial x$ é expresso implicitamente somente como função da saturação, ou seja:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial x} (S_{nn}) \quad (K.1.19)$$

O fluxo fracionário de uma fase é definido como sendo a fração volumétrica da fase em comparação com a fração volumétrica total.

Para a fase newtoniana :

$$f_{ne} = \frac{u_{ne}}{u_{ne} + u_{nn}} = \frac{u_{ne}}{u_t} \quad (K.1.20)$$

e para a fase não newtoniana:

$$f_{nn} = \frac{u_{nn}}{u_{ne} + u_{nn}} = \frac{u_{nn}}{u_t} \quad (K.1.21)$$

Do balanço volumétrico vem que:

$$f_{ne} + f_{nn} = 1 \quad (K.1.22)$$

Utilizando-se as equações (K.1.14) e (K.1.15) na equação (K.1.21) e efetuando-se algumas manipulações algébricas, obtém-se a seguinte expressão para o fluxo fracionário da fase não newtoniana:

$$f_{nn} = \frac{1 + \frac{k k_{r_{ne}}}{u_t \mu_{ne}} (\rho_{ne} - \rho_{nn}) g \text{sen } \theta}{1 + \frac{k_{r_{ne}} \mu_{nn}}{\mu_{ne} k_{r_{nn}}}} \quad (K.1.23)$$

A equação (K.1.23) é a *Equação do Fluxo Fracionário para um Fluido Não Newtoniano* e a análise da mesma indica que, para uma dada velocidade total u_v , o fluxo fracionário do fluido não newtoniano (f_{nn}) é função somente da saturação S_{nn} .

Utilizando a equação (K.1.21) na equação (K.1.13), resultará em:

$$u_t \frac{\partial f_{nn}}{\partial x} + \phi \frac{\partial S_{nn}}{\partial t} = 0 \quad (K.1.24)$$

A equação (K.1.24) descreve o deslocamento linear imiscível de um fluido newtoniano por outro não newtoniano em um meio poroso.

B) Dedução da Solução Analítica

A equação (K.1.24), que descreve o deslocamento linear imiscível de um fluido newtoniano por outro não newtoniano é semelhante a equação clássica de *Buckley e Leverett*.

Para a obtenção da solução analítica desta equação, serão definidas as seguintes variáveis adimensionais ^[37]:

$$t_D = \int_0^t \frac{q}{A \phi L} dt^* \quad (K.1.25)$$

$$x_D = \frac{x}{L} \quad (K.1.26)$$

onde: $-q$ é a vazão de injeção,
 - A a área da seção transversal,
 - ϕ a porosidade do meio poroso e
 - L o comprimento do meio poroso

A equação (K.1.24) na forma adimensional ficará como:

$$\frac{\partial S_{nn}}{\partial t_D} + \frac{\partial f_{nn}}{\partial x_D} = 0 \quad (K.1.27)$$

Ou ainda:

$$\frac{\partial S_{nn}}{\partial t_D} + \frac{\partial f_{nn}}{\partial S_{nn}} \frac{\partial S_{nn}}{\partial x_D} = 0 \quad (K.1.28)$$

Buckley e Leverett^[25] apresentaram a solução analítica da equação (K.1.28), submetida às seguintes condições iniciais e de contorno:

Condição Inicial: No instante inicial ($t = 0$) a saturação de fluido não newtoniano é mínima, ou seja:

$$S_{nn}(x_D, 0) = S_{nnir} \quad \text{para } x_D \geq 0 \quad (K.1.29)$$

Condição de Contorno Interna: A saturação de fluido não newtoniano na fronteira interna é máxima:

$$S_{nn}(0, t_D) = 1 - S_{or} \quad \text{para } t_D \geq 0 \quad (K.1.30)$$

onde: $-S_{nnir}$ é a saturação irreduzível de fluido não newtoniano,
 $-S_{or}$ a saturação residual de fluido newtoniano

A saturação de fluido não newtoniano é função da posição e do tempo ($S_{nn} = S_{nn}(x_D, t_D)$), portanto a diferencial total de S_{nn} é dada por:

$$dS_{nn} = \frac{\partial S_{nn}}{\partial x_D} dx_D + \frac{\partial S_{nn}}{\partial t_D} dt_D \quad (K.1.31)$$

Se tomarmos um plano de saturação constante S_{nn*} se deslocando através do meio poroso, então $dS_{nn} = 0$ e da equação (K.1.31) vem que a velocidade adimensional v_D é dada por:

$$v_D|_{S_{nn}^*} = \left(\frac{dx_D}{dt_D} \right)_{S_{nn}^*} = - \left(\frac{\frac{\partial S_{nn}}{\partial x_D}}{\frac{\partial S_{nn}}{\partial t_D}} \right) \quad (K.1.32)$$

Comparando as equações (K.1.28) e (K.1.32) obtém-se a seguinte expressão para a velocidade adimensional v_D :

$$v_D|_{S_{nn}^*} = \left(\frac{\partial f_{nn}}{\partial S_{nn}} \right)_{S_{nn}^*} \quad (K.1.33)$$

A equação (K.1.33) é a equação que expressa a *taxa de avanço frontal para o deslocamento de um fluido não newtoniano* e tem a mesma forma da solução de *Buckley e Leverett*^[25]. Esta equação mostra que a velocidade da frente de saturação S_{nn}^* é igual à tangente curva de fluxo fracionário (f_{nn} versus S_{nn}) no ponto em que a saturação S_{nn} é igual a S_{nn}^* .

A utilização direta da equação (K.1.33), pode resultar em valores múltiplos para a distribuição de saturação próxima a posição da frente de deslocamento, o que fisicamente é impossível. Para que esta solução tenha sentido físico introduz-se "choques" na saturação. Desta forma é possível determinar a velocidade de propagação destes "choques" a partir da utilização do princípio da conservação de massa., resultando em:

$$v_{D,c} = \left(\frac{f_{nn}^+ - f_{nn}^-}{S_{nn}^+ - S_{nn}^-} \right) \quad (K.1.34)$$

onde os sobrescritos "+" e "-" se referem a valores a montante e a jusante do "choque" de saturação, respectivamente.

Para que o "choque" seja estável a velocidade atrás do "choque" deve ser maior ou igual à velocidade do "choque", enquanto que a velocidade na frente do "choque" deve ser menor ou igual à velocidade do "choque", ou seja:

$$v_{D,S_{nn}^+} = \left(\frac{\partial f_{nn}}{\partial S_{nn}} \right)_{S_{nn}^+} \geq v_{D,c} = \left(\frac{f_{nn}^+ - f_{nn}^-}{S_{nn}^+ - S_{nn}^-} \right) \geq v_{D,S_{nn}^-} = \left(\frac{\partial f_{nn}}{\partial S_{nn}} \right)_{S_{nn}^-} \quad (\text{K.1.35})$$

A posição da frente de saturação S_{nn}^* pode ser determinada através da integração da equação (K.1.33), resultando em:

$$x_{D,S_{nn}^*} = v_D |_{S_{nn}^*} t_D \quad (\text{K.1.36})$$

K.2) O CASO DO DESLOCAMENTO RADIAL

Considere o deslocamento radial de um fluido newtoniano por um fluido não newtoniano em um reservatório raio externo R , mantendo-se as mesmas hipóteses relacionadas no caso do deslocamento linear.

A) Formulação Matemática

As equações que descrevem o deslocamento radial de um fluido newtoniano por um fluido não newtoniano são:

Para o fluido newtoniano:

$$-\frac{\partial u_{ne}}{\partial r} = \phi \frac{\partial S_{ne}}{\partial t} \quad (\text{K.2.1})$$

Para o fluido não newtoniano:

$$-\frac{\partial u_{nn}}{\partial r} = \phi \frac{\partial S_{nn}}{\partial t} \quad (\text{K.2.2})$$

As velocidades de Darcy para o fluido newtoniano e para o fluido não newtoniano são expressas por uma extensão da Lei de Darcy para fluxo multifásico:

$$u_{ne} = -k \frac{k_{rne}}{\mu_{ne}} \left(\frac{\partial P}{\partial r} \right) \quad (K.2.4)$$

$$u_{nn} = -k \frac{k_{rnn}}{\mu_{nn}} \left(\frac{\partial P}{\partial r} \right) \quad (K.2.5)$$

Somando-se as equações (K.2.4) e (K.2.5) obtém-se

$$-\frac{\partial(u_{ne} + u_{nn})}{\partial r} = \phi \frac{\partial}{\partial t} (S_{ne} + S_{nn}) = 0 \quad (K.2.6)$$

Mas,

$$(u_{ne} + u_{nn}) = u_t \quad (K.2.7)$$

$$\text{onde: } u_t = \frac{q}{A} = \frac{q}{2\pi rh} \quad (K.2.7a)$$

sendo $-q$ a vazão de injeção do fluido não newtoniano, mantida constante, em $r = r_w$,
 $-r$ um raio qualquer do reservatório ($r_w \leq r \leq r_e$) e
 $-h$ a espessura do reservatório

Substituindo (K.2.4) e (K.2.5) em (K.2.6) resulta em:

$$u_t + K \left(\frac{k_{rne}}{\mu_{ne}} + \frac{k_{rnn}}{\mu_{nn}} \right) \frac{\partial P}{\partial r} = 0 \quad (K.2.8)$$

A equação (K.2.8) revela que para uma dada vazão de fluxo q , o gradiente de pressão $\partial P / \partial r$ é função da saturação e do raio r , ou seja:

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\partial P}{\partial r}(r, S_{nn}) \quad (K.2.9)$$

A viscosidade não newtoniana para o fluxo monofásico de um fluido não newtoniano, conforme foi vista no Apêndice E, é dada por:

$$\mu_{nn} \left(\frac{\partial P}{\partial r} \right) = \mu_{ef} \left[\frac{k}{\mu_{ef}} \left(\frac{\partial P}{\partial r} \right) \right]^{\frac{n-1}{n}} \quad (K.2.10)$$

Para o fluxo bifásico a expressão (K.2.10) pode ser expressa como:

$$\mu_{nn}(S_{nn}, \frac{\partial P}{\partial r}) = \mu_{ef} \left[\frac{k k_{mn}(S_{nn})}{\mu_{ef}} \left(\frac{\partial P}{\partial r} \right) \right]^{\frac{n-1}{n}} \quad (K.2.10a)$$

Utilizando o conceito de fluxo fracionário, conforme foi visto no item K.1, a equação de conservação para o fluxo não newtoniano, resultará em:

$$u_t \frac{\partial f_{nn}}{\partial r} + \phi \frac{\partial S_{nn}}{\partial t} = 0 \quad (K.2.11)$$

De forma a se obter uma solução analítica para a equação (K.2.11) serão definindo as seguintes variáveis adimensionais^[8]:

$$t_D = \int_0^t \frac{q}{\pi r_e^2 \phi h} dt^* \Rightarrow \frac{dt_D}{dt} = \frac{q}{\pi r_e^2 \phi h} \quad (K.2.12)$$

$$r_{DD} = \left(\frac{r}{r_e} \right)^2 \Rightarrow \frac{dr_{DD}}{dr} = \frac{2r}{r_e^2} \quad (K.2.13)$$

Pela regra da cadeia vem que:

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} = \frac{\partial S_w}{\partial t_D} \frac{\partial t_D}{\partial t} = \frac{q}{\pi r_e^2 \phi h} \frac{\partial S_w}{\partial t_D} \quad (K.2.14)$$

e ainda:

$$\frac{\partial f_w}{\partial r} = \frac{\partial f_w}{\partial r_{DD}} \frac{\partial r_{DD}}{\partial r} = \frac{2r}{r_e^2} \frac{\partial f_w}{\partial r_{DD}} \quad (K.2.15)$$

Substituindo as expressões (K.2.14) e (K.2.15) em (K.2.11) obtém-se:

$$\frac{\partial S_{nn}}{\partial t_D} + \frac{\partial f_{nn}}{\partial r_{DD}} = 0 \quad (K.2.16)$$

ou ainda:

$$\frac{\partial S_{nn}}{\partial t_D} + \frac{\partial f_{nn}}{\partial S_{nn}} \frac{\partial S_{nn}}{\partial r_{DD}} = 0 \quad (K.2.17)$$

A equação (K.2.17) é semelhante à equação (K.1.28), que descreve o deslocamento linear imiscível de um fluido newtoniano por um fluido não newtoniano, e a solução analítica da mesma é obtida de maneira análoga ao que foi descrito no item K.1, cuja solução é dada por:

$$v_D|_{S_{nn}^*} = \left(\frac{\partial f_{nn}}{\partial S_{nn}} \right)_{S_{nn}^*} \quad (K.2.18)$$

A equação (K.2.18) é a equação que expressa a taxa de avanço frontal para o deslocamento radial de um fluido não newtoniano e tem a mesma forma da solução de Buckley e Leverett.

Valem aqui os mesmos comentários feitos no item K.1, a respeito da utilização direta da equação (K.2.18), podem resultar em soluções sem significado físico. Para se obter soluções fisicamente corretas introduz-se "choques" na saturação e a velocidade de propagação destes "choques" é determinada a partir de um balanço de massa, que resulta em:

$$v_{D,c} = \left[\frac{f_{nn}^+ - f_{nn}^-}{S_{nn}^+ - S_{nn}^-} \right] \quad (K.2.19)$$

onde os sobrescritos "+" e "-", se referem a valores a montante e a jusante do "choque" de saturação, respectivamente.

A posição $r_{DDS_{nn}^*}$ da frente de saturação S_{nn}^* pode ser determinada através da integração da equação (K.2.18), que resulta em:

$$r_{DDS_{nn}^*} = v_D|_{S_{nn}^*} \cdot t_D \quad (K.2.20)$$

As condições de estabilidade do "choque" são as mesmas já comentadas no item K.1