

UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOCIÊNCIAS - ÁREA DE  
ADMINISTRAÇÃO E POLÍTICA DE RECURSOS  
MINERAIS

MÉTODOS DE AVALIAÇÃO ECONÔMICA DE  
PROJETOS DE EXPLOTAÇÃO MINERAL

**Petain Ávila de Souza**

Este exemplar corresponde 100% a  
redação final da tese defendida  
por Petain Ávila de Souza  
e aprovada pelo Conselho Julgador  
em 19/10/94.

  
ORIENTADOR

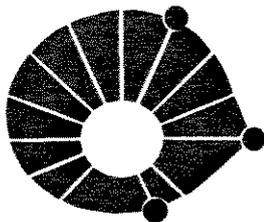
**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

CAMPINAS - SÃO PAULO

OUTUBRO - 1994

So89m

17554/BC



UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOCIÊNCIAS - ÁREA DE  
ADMINISTRAÇÃO E POLÍTICA DE RECURSOS  
MINERAIS

MÉTODOS DE AVALIAÇÃO ECONÔMICA DE  
PROJETOS DE EXPLOTAÇÃO MINERAL

Petain Ávila de Souza <sup>7</sup> / 50 89

Dissertação apresentada ao Instituto de Geociências como  
requisito parcial para obtenção do título de Mestre em  
Geociências.

Orientador: Prof. Dr. Saul Barisnik <sup>X</sup> [Suslick - DARM/IG-UNICAMP

CAMPINAS - SÃO PAULO

OUTUBRO - 1994

IDE 78C  
NOMADA:  
Unicamp  
Ser 89m  
Ex.  
NO 87.17.554  
2 43.31.95  
D X  
PO 78.11.00  
A 06/01/95  
CPO

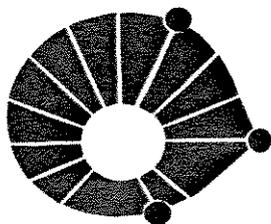
CM-00065362-2

---

**S89m** Souza, Petain Ávila de  
Métodos de avaliação econômica de projetos de exploração mineral./  
Petain Ávila de Souza. - Campinas [SP. s.n.], 1994.  
218p.  
Inclui Bibliografia.  
Orientador: Saul Barisnik Suslick.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Geociências.

1. Engenharia Econômica. 2. Análise de Investimento. 3. Avaliação Econômica de Projetos. 4. Projeto de Mineração. 5. Análise de Risco. 6. Avaliação Econômica de Jazidas Minerais.

---



UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOCIÊNCIAS - ÁREA DE  
ADMINISTRAÇÃO E POLÍTICA DE RECURSOS  
MINERAIS

MÉTODOS DE AVALIAÇÃO ECONÔMICA DE PROJETOS  
DE EXPLOTAÇÃO MINERAL

**AUTOR:** Petain Ávila de Souza

**ORIENTADOR:** Prof. Dr. Saul Barisnik Suslick

COMISSÃO EXAMINADORA

**PRESIDENTE:** Prof. Dr. Saul Barisnik Suslick - UNICAMP

**EXAMINADORES:** Prof. Dr. Antônio José Nagle - USP

Prof. Dr. Éolo Marques Pagnani - UNICAMP

CAMPINAS, 19 DE OUTUBRO DE 1994

*À memória do meu pai e, em especial, à minha mãe pela sua participação efetiva na minha formação pessoal e profissional.*

**"There is nothing so disastrous as a rational investment  
policy in an irrational world"**

**John Maynard Keynes**

## AGRADECIMENTOS

Ao Departamento Nacional da Produção Mineral-DNPM, na pessoa do seu Diretor Elmer Prata Salomão pela minha liberação para o curso de mestrado, bem como ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico-CNPq, pela concessão da bolsa de estudo.

Ao professor Celso Pinto Ferraz pelas orientações iniciais em relação ao programa de trabalho e recomendações posteriores de leituras imprescindíveis à complementação da pesquisa.

Ao meu orientador, professor Saul B. Suslick pelas colaborações, sugestões e acompanhamento da elaboração da dissertação.

Ao professor Iran F. Machado pelo apoio recebido, especialmente, na fase inicial do curso.

Ao professor Italo B.F.A. Filisetti, por permitir expor em sala de aula grande parte deste trabalho na forma de seminários.

Ao espírito crítico e participativo do amigo, professor Hildebrando Herrmann, pelas oportunidades de debates e discussões proveitosas, especialmente, durante as nossas conversas informais, bem como pelo apoio logístico na minha permanência em Campinas.

Aos demais professores do Instituto de Geociências, e, em particular, do Departamento de Administração e Política de Recursos Minerais-DARM, nosso reconhecimento.

Aos colegas de mestrado deste Instituto, que, direta e indiretamente, contribuíram para o aprimoramento deste trabalho.

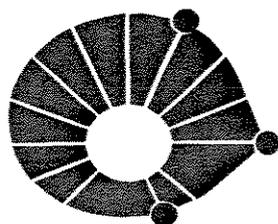
À Cristina, Tânia e Jô pelo apoio que sempre prestaram nas tarefas de secretaria e aos demais funcionários deste Instituto.

À Cássia, Dora e Márcia pela paciência e presteza que sempre tiveram ao atender as nossas demandas bibliográficas.

Ao economista Carlos Jader Veloso, chefe do Serviço de Política Mineral do DNPM e ao MSc José Guedes de Andrade, chefe da Divisão de Estudos Econômicos da CPRM, por terem aceito o encargo de examinar o texto deste trabalho e pelas críticas e sugestões apresentadas.

Finalmente, a todas aquelas pessoas que de uma ou de outra maneira contribuíram pela realização desta Dissertação, os meus mais sinceros agradecimentos.

Pelos meus eventuais erros e imprecisões isento a todos que contribuíram na realização dessa tarefa.



UNICAMP

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**

**INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS**

**PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOCIÊNCIAS - ÁREA DE  
ADMINISTRAÇÃO E POLÍTICA DE RECURSOS  
MINERAIS**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**RESUMO**

**MÉTODOS DE AVALIAÇÃO ECONÔMICA DE PROJETOS DE  
EXPLOTAÇÃO MINERAL**

**Petain Ávila de Souza**

O objetivo do trabalho é o estudo dos métodos quantitativos usados no processo decisório da avaliação econômica de projetos de investimentos, do ponto de vista empresarial, visando o aproveitamento de jazidas minerais.

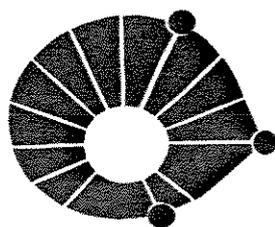
O texto aprofunda as discussões sobre os pontos-chaves do tema proposto e procura, de forma simples e acessível, esclarecer os aspectos cruciais de cada questão levantada.

No capítulo inicial são apresentados os conceitos básicos de fluxo de caixa e de cálculo financeiro e os impactos resultantes da tributação nos projetos de mineração.

O tema central está contido nos dois capítulos subsequentes, onde cada método de avaliação é descrito, aplicado e comentado o seu emprego nas tomadas de decisão relativas às seguintes situações: aceitar/rejeitar um projeto isolado; selecionar "o melhor" (o mais atrativo) de um grupo de projetos mutuamente excludentes com horizontes iguais ou diferentes; e, escolher uma combinação ótima de alternativas independentes considerando haver restrição orçamentária.

O capítulo a seguir apresenta a análise de sensibilidade como instrumento de identificação das variáveis estratégicas de um projeto. Finalmente, o último capítulo descreve a análise de risco mediante o emprego da técnica analítica e da simulação de Monte Carlo, como forma de enriquecimento dos resultados da avaliação econômica.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**



**UNICAMP**

**INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS**

**PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOCIÊNCIAS - ÁREA DE  
ADMINISTRAÇÃO E POLÍTICA DE RECURSOS  
MINERAIS**

**MASTER OF SCIENCE DISSERTATION**

**ABSTRACT**

**ECONOMIC EVALUATION METHODS  
FOR MINING PROJECTS**

**Petaín Ávila de Souza**

The purpose of this dissertation involves the study of quantitative methods applied to decision-making process for economic evaluation of investments aiming the availability of mineral resources.

The text covers the key aspects of the mentioned subject and explains in simple form all the necessary topics of mine evaluation.

The first chapter presents the basic concepts of cash-flow, time value for the evaluation investment alternatives and the effect of taxation on mining properties and operations.

The main part describes each evaluation method and their application, which was discussed under the decision-making environment of the following aspects: accept/reject an isolated project, select 'the best' project from a cluster of mutually exclusive projects with different or equal productive life and choose an optimal combination of independent alternatives based upon budget restrictions.

The next chapter presents the sensitivity analysis as a tool for identification of strategic variables. Finally, the last chapter describes the risk analysis based upon of analytical technique and the Monte Carlo simulation in order to achieve better and richer results for economic evaluation.

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO .....	1
<b>I - CONCEITOS BÁSICOS</b>	
<b>I.1. - Fluxo de Caixa de um Projeto de Mineração - FC</b>	
I.1.1 - Conceito e Elementos do Fluxo de Caixa .....	6
I.1.2 - Montagem da Distribuição de FCs de um Projeto Antes e Após o Imposto de Renda (com Recursos Próprios) .....	10
I.1.3 - Montagem da Distribuição de FCs do Capital Próprio Antes e Após o Imposto de Renda (com Recursos de Terceiros) .....	13
I.1.4 - Estudo de Caso Objetivando a Montagem das Distribuições de FCs de um Projeto de Mineração .....	15
I.1.5 - Influências dos Encargos de Capital e do Financiamento nos Projetos de Mineração .....	18
I.1.6 - Classificação das Distribuições de Fluxos de Caixa .....	20
I.1.7 - Encargos de Capital: Depreciação, Amortização Fiscal e Exaustão Mineral .....	21
I.1.8 - Capital de Giro de Projetos de Mineração .....	24
I.1.9 - Efeitos Inflacionários nos Projetos de Mineração: Inflacionamento e Deflacionamento das Distribuições de FCs .....	29
I.1.10 - Relação entre Taxa Real de Juro, Taxa Aparente de Juro e Inflação .....	31
<b>I.2 Cálculo Financeiro Aplicado à Avaliação Econômica de Projetos</b>	
I.2.1 - Conceitos de Juro .....	32
I.2.2 - Taxas de Juro: Percentual e Unitária .....	32
I.2.3 - Tipos de Capitalização: Simples, Composta e Contínua .....	33
I.2.4 - Formação do Montante (M) a Juro Simples .....	33
I.2.5 - Formação do Montante (S) a Juro Composto .....	33
I.2.6 - Montante a Juro Simples (M) versus Montante a Juro Composto (S) .....	34
I.2.7 - Capitalização versus Desconto .....	34
I.2.8 - Equivalência Financeira e Valor Tempo do Dinheiro (o conceito moderno de juro) .....	35
I.2.9 - Cálculo do Valor Atual (P) de uma Série Periódica Uniforme Temporária e Perpétua - Relação entre P e R .....	36
I.2.10 - Cálculo do Valor Futuro (S) de uma Série Periódica Uniforme - Relação entre S e R .....	38
I.2.11 - Relações entre os Fatores de Juros Compostos .....	38
I.2.12 - Taxa Proporcional e Taxa Equivalente .....	39
I.2.13 - Taxa Nominal e Taxa Efetiva .....	40
I.2.14 - Capitalização Simples versus Capitalização Composta .....	41
I.2.15 - Desconto de Distribuições de Fluxos de Caixa-FCs .....	42
I.2.16 - Capitalização de Distribuições de FCs .....	44
I.2.17 - Uniformização de Distribuições de FCs .....	45
I.2.18 - Convenção de Fim de Ano versus Convenção Linear .....	45

I.2.19 -	Juro Contínuo e Relação entre a Taxa Nominal com Capitalização Contínua e a Taxa Efetiva . . . . .	46
I.2.20 -	FCs Discretos com Capitalização Contínua . . . . .	47
I.2.21 -	FCs Contínuos com Capitalização Contínua . . . . .	48
I.3	<b>Efeitos da Tributação nos Fluxos de Caixa dos Projetos de Exploração Mineral . . . . .</b>	<b>51</b>
<b>II</b>	<b>MÉTODOS DE AVALIAÇÃO ECONÔMICA DE PROJETOS</b>	
<b>II.1</b>	<b>Classificação dos Projetos para Efeito de Avaliação Econômica</b>	
II.1.1 -	Projetos Mutuamente Excludentes (ou Conflitantes) . . . . .	55
II.1.2 -	Projetos Independentes . . . . .	55
II.1.3 -	Projetos Condicionados (ou Contingentes) . . . . .	55
<b>II.2</b>	<b>CrITÉRIOS de Decisão do Investidor</b>	
II.2.1 -	CrITÉrio de Aceitação . . . . .	56
II.2.2 -	CrITÉrio de Seleção . . . . .	56
II.2.3 -	CrITÉrio de Combinação . . . . .	56
<b>II.3</b>	<b>Métodos Simplificados de Avaliação Econômica de Projetos</b>	
II.3.1 -	Método da Taxa Média de Retorno-TMR ou da Taxa de Retorno Contábil-TRC . . . . .	58
II.3.2 -	Método dos Períodos de Payback ou Payout-PP . . . . .	60
II.3.3 -	Método da Relação Benefício/Custo Não Descontados-RBCND . . . . .	65
<b>II.4</b>	<b>Métodos de Avaliação Econômica Baseados no Desconto, Capitalização e Uniformização de Fluxos de Caixa</b>	
<b>MÉTODOS BÁSICOS</b>		
II.4.1 -	Método do Valor Atual - VA . . . . .	70
II.4.2 -	Método do Valor Anual Equivalente - VAE . . . . .	72
II.4.3 -	Método da Taxa Interna de Retorno - TIR . . . . .	74
II.4.4 -	Método da Relação de Valor Atual - RVA . . . . .	82
<b>MÉTODOS ALTERNATIVOS</b>		
II.4.5 -	Método dos Períodos de Payback com Desconto - PPD . . . . .	87
II.4.6 -	Método do Valor Futuro - VF . . . . .	89
II.4.7 -	Método do Valor Futuro do Retorno - VFR . . . . .	91
II.4.8 -	Método da Relação Benefício/Custo - RBC . . . . .	93
II.4.9 -	Método de Baldwin . . . . .	95
II.4.10-	Método da Taxa Externa de Retorno - TER . . . . .	99
II.4.11-	Método da Taxa de Crescimento do Retorno - TCR . . . . .	102
II.4.12-	Método de Hoskold . . . . .	105

<b>III</b>	<b>SELEÇÃO DE PROJETOS</b>	
<b>III.1</b>	<b>Seleção de uma Alternativa de um Conjunto de Alternativas Mutuamente Excludentes com Horizontes Diferentes</b>	
III.1.1 -	A Importância do Método do VAE .....	109
III.1.2 -	Comparação de Alternativas pelos Custos .....	114
III.1.3 -	O Problema da Seleção e Substituição de Ativos Físicos (Máquinas e Equipamentos) .....	115
III.1.4 -	Seleção de Alternativas com Horizontes Perpétuos e o Conceito de Custo Capitalizado de um Projeto .....	121
<b>III.2</b>	<b>Seleção de uma Combinação Ótima de Alternativas Independentes com Restrição Orçamentária</b>	
III.2.1 -	Alternativas Independentes com Vidas Úteis Iguais .....	123
III.2.2 -	Alternativas Independentes com Vidas Úteis Diferentes .....	131
III.2.3 -	O Problema Geral da Seleção Incluindo Grupos de Alternativas Mutuamente Excludentes .....	134
<b>IV</b>	<b>ANÁLISE DE SENSIBILIDADE</b>	
	Objetivo e Análise de Sensibilidade da Variável Resultado em Relação a um, dois ou mais Parâmetros (variáveis estratégicas) do Projeto .....	138
<b>V</b>	<b>ANÁLISE DE RISCO</b>	
<b>V.1</b>	<b>Conceitos Preliminares</b>	
V.1.1 -	O Problema da Análise de Risco: Risco versus Incerteza .....	143
V.1.2 -	Ajuste dos Resultados e dos Parâmetros do Projeto para Compensar o Risco .....	143
V.1.3 -	Utilidade da Análise de Risco nos Projetos de Mineração .....	144
V.1.4 -	Valor Esperado, Variância e Desvio Padrão de uma Variável .....	146
V.1.5 -	Principais Tipos de Distribuição de Probabilidade Utilizados: Uniforme, Triangular e Normal .....	146
V.1.6 -	Apresentação dos Resultados da Análise de Risco .....	153
V.1.7 -	Risco e Tempo .....	155
V.1.8 -	Técnicas de Análise de Risco: Técnica Analítica e Simulação de Monte Carlo .....	156
<b>V.2</b>	<b>Técnica Analítica</b>	
V.2.1 -	Procedimentos da Técnica Analítica .....	159
V.2.2 -	Exemplo Aplicativo .....	159
V.2.3 -	Limitações da Técnica Analítica .....	165
<b>V.3</b>	<b>Simulação de Monte Carlo</b>	
V.3.1 -	Modelo de Simulação .....	166

V.3.2 - Exemplo Aplicativo .....	167
V.3.3 - Nível de Desagregação da Informação e Correlação entre Variáveis .....	172
V.3.4 - Seleção da Melhor Alternativa Considerando a Preferência do Investidor em Relação ao Risco .....	175

CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	178
----------------------------	-----

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	181
----------------------------------	-----

## APÊNDICES

A	Cálculo das Taxas Internas de Retorno-TIRs de Distribuições de FCs Não Convencionais .....	186
B	A Taxa de Atratividade como Elemento da Estratégia de Investimento da Empresa .....	203
C	Vida Útil de um Empreendimento Mineiro .....	215

## LISTA DE TABELAS

I.1	Determinação dos FCs Anuais de um Projeto - Antes e Após o Imposto de Renda	11
I.2	Determinação dos FCs Anuais do Capital Próprio - Antes e Após o Imposto de Renda	14
I.3	Comparação entre os Aspectos Importantes dos Encargos de Capital	24
I.4	Efeitos da Tributação nos Fluxos de Caixa do Projeto	54
II.1	Exemplo Básico - Alternativas Mutuamente Excludentes	58
II.2	Distribuições de Fluxos de Caixa de Três Alternativas Mutuamente Excludentes com TMR Comum de 60%a.a	60
II.3	Processo Analítico de Cálculo do Payback das Alternativas A e B	62
II.4	Distribuições de Fluxos de Caixa de Quatro Alternativas com Payback Comum de 3 Anos	64
II.5	Distribuições de FCs do Exemplo Básico com os Resultados dos Métodos da TMR, do Payback, do VA, do VAE, da TIR e da RVA com os Elementos Usados na Análise Incremental	76
II.6	Plano de Recuperação e Remuneração do Investimento da Alternativa A do Exemplo Básico	79
II.7	Processo de Cálculo dos Períodos de Payback com Desconto -PPD para as Alternativas A e B do Exemplo Básico	88
II.8	Percentuais de Variação do VF (Equivalente a um VA de 1.000u.m.) e do VA (Equivalente a um VF de 1.000 u.m.) para os Mesmos Percentuais de Variação da Taxa de Juro	90
II.9	Valores da TCR de B'-A' para Diversas Datas-Base Futuras	103
III.1	Carteira de Alternativas Independentes	124
III.2	Dados da Carteira de Alternativas Independentes na Ordem Decrescente das TIRs	125
III.3	Quadro de Combinações 2x2 e 3x3 das Alternativas Independentes com os Respectivos Orçamentos e Retornos Medidos pelo VA( $r_{min}$ )	127
III.4	Carteira de Alternativas Independentes na Ordem Decrescente da RVA( $r_{min}$ )	129
III.5	Dados do Contra-Exemplo Dispostos de Modo a Facilitar a Comparação das Abordagens do VA e da RVA	130
III.6	Formação das Combinações Possíveis de Alternativas Independentes para Aplicação da Abordagem do Valor Atual	131
III.7	Dados do Exemplo de Alternativas Independentes Sem Igualar os Horizontes	133
III.8	Dados do Exemplo de Alternativas Independentes Após Igualar os Horizontes	133
III.9	Carteira de Alternativas Independentes Incluindo um Grupo Representado por Duas Alternativas Mutuamente Excludentes	136
III.10	Combinações Possíveis para uma Disponibilidade de 10.000 u.m. com Respectivos Orçamentos e VA( $r_{min}$ )	136
III.11	Combinações Possíveis para uma Disponibilidade de 20.000 u.m. com Respectivos Orçamentos e VA( $r_{min}$ )	137
V.1	Área Subtendida pela Curva Normal entre as Abcissas 0 e z	152

V.2	Composição das TIRs e Probabilidades de Ocorrência Obtidos a Partir dos Valores Assumidos e Probabilidades de Ocorrência das Variáveis Estratégicas Usando a Técnica Analítica - Exemplo Aplicativo	161
V.3	Rol das TIRs em Ordem Crescente e Respectivas Probabilidades de Ocorrência Obtidos pela Técnica Analítica - Exemplo Aplicativo	162
V.4	Distribuição de Probabilidade e Distribuição de Probabilidade Acumulada da TIR - Exemplo Aplicativo	162
V.5	Tabela Auxiliar para o Cálculo do Valor Esperado e Desvio Padrão da TIR Usando a Técnica Analítica - Exemplo Aplicativo	163

## LISTA DE FIGURAS

I.1	Participação do FC de um Projeto Isolado no Fluxo de Fundos da Empresa	12
II.1	Processo Gráfico de Cálculo do Payback da Alternativa B	62
II.2	Curva Característica de uma Alternativa Convencional (Aplicação Financeira Proposta)	70
II.3	Curvas Características das Alternativas A e B do Exemplo Básico	82
IV.1	Análise de Sensibilidade da TIR do Projeto de Desenvolvimento da Mina de Cobre	140
IV.2	Análise de Sensibilidade da TIR em Relação ao Preço e Teor de Cobre	142
V.1	Função Densidade - $f(x)$ e Função Distribuição - $F(x)$ da Variável Uniforme	148
V.2	Função Densidade - $f(x)$ e Função Distribuição - $F(x)$ da Variável Distribuída de Forma Triangular	149
V.3	Função Densidade - $f(x)$ e Função Distribuição - $F(x)$ da Variável Normal	151
V.4	Gráfico Ilustrativo do Cálculo de $\underline{z}$ a Partir de Números Aleatórios para os Dois Casos Expostos	154
V.5	Curvas Normais com $TIR_A = TIR_B$ e $\sigma_A \neq \sigma_B$	155
V.6	Risco de Estimativa em Função do Tempo	156
V.7	Histogramas das Funções Densidade da TIR do Exemplo Explicativo	164
V.8	Função Distribuição do Investimento - Exemplo Explicativo	168
V.9	Função Densidade e Função Distribuição do Teor - Exemplo Explicativo	169
V.10	Função Densidade e Função Distribuição da Recuperação - Exemplo Explicativo	170
V.11	Histograma da TIR após 100 Simulações	171
V.12	Correlação entre as TIRs dos Projetos M e N	173
V.13	Combinação de Projetos Negativamente Correlacionados para Diversificar os Riscos	174
V.14	Curvas de Indiferença para Vários Níveis de Utilidade Retorno x Risco	177
A.1	Valor Atual da Distribuição de FCs do Exemplo 1 versus Taxa de Desconto	191
A.2	Valor Atual da Distribuição de FCs do Exemplo 2 versus Taxa de Desconto	193
A.3	Valor Atual da Distribuição de FCs do Exemplo 3 versus Taxa de Desconto	197
B.1	Estrutura Ótima de Capital da Empresa	210

## SIGLAS, ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

DO	Disponibilidade Orçamentária.
FC	Fluxo de Caixa.
$F_k$	FC que ocorre no final do ano $k$ .
FPR(i,n)	Fator de Recuperação de Capital - Série Uniforme. Lê-se: "Fator de P para R".
FPS(i,n)	Fator de Acumulação de Capital. "Fator de P para S".
FRP(i,n)	Fator de Valor Atual - Série Uniforme. "Fator de R para P".
FRS(i,n)	Fator de Acumulação de Capital - Série Uniforme. "Fator de R para S".
FSP(i,n)	Fator de Valor Atual ou de Desconto. "Fator de S para P".
FSR(i,n)	Fator de Formação de Capital - Série Uniforme. "Fator de S para R".
$i$	Taxa de juro ou de desconto na forma de taxa unitária.
$i\%a.a.$	Taxa de juro ou de desconto na forma de taxa percentual.
$i_N$	Taxa Nominal Anual capitalizada $k$ vezes no ano.
$I_o$	Alternativa Comparativa do Investidor.
IR	Imposto de Renda.
M	Montante a Juro Simples.
$n$	Prazo de Aplicação ou Vida Útil do Projeto expressos em número de períodos (geralmente, anos).
P	Capital ou Valor Presente.
PP	Períodos de Payback.
PPD	Períodos de Payback com Desconto.
R	Termo (anuidade) de uma Série Periódica Uniforme.
RBC	Relação Benefício/Custo.
RBC(i)	Relação Benefício/Custo calcula à $i$ .
RBCND	Relação Benefício/Custo Não Descontados.
$r_{min}$	Taxa Mínima de Atratividade do Investidor.
RVA	Relação de Valor Atual.
RVA(i)	Relação de Valor Atual calculada à taxa $i$ .
S	Montante ou Valor Futuro (capitalização composta).
TCR	Taxa de Crescimento do Retorno.
TEF	Taxa de Equivalência Financeira (ver Método de Baldwin).
TER	Taxa Externa de Retorno.
TIR	Taxa Interna de Retorno.
TMR	Taxa Média de Retorno.
TRC	Taxa de Retorno Contábil.
VA	Valor Atual.
VA(i)	Valor Atual calculado à taxa $i$ .
VAE	Valor Anual Equivalente.
VAE(i)	Valor Anual Equivalente calculado à taxa $i$ .
VF	Valor Futuro.
VF(i)	Valor Futuro calculado à taxa $i$ .
VFR	Valor Futuro do Retorno.
VFR(i)	Valor Futuro do Retorno calculado à taxa $i$ .
$\delta$	Taxa Nominal Anual capitalizada continuamente ou Taxa Instantânea de Juros.
$\Delta$	Alternativa Incremental.

## INTRODUÇÃO

A escassez dos recursos de uma economia torna imperativa a alocação racional dos mesmos através das decisões de "o que", "como", "quanto", "onde", "por que" e "para quem" produzir. As respostas a essas questões é dada pelo **Planejamento**, entendido como "a aplicação sistemática do conhecimento humano para prever e avaliar cursos de ação alternativos com vistas à tomada de decisões adequadas e racionais, que sirvam de base para ação futura" (Nilson Holanda, 1983, p.36).

O planejamento pode ser público ou privado e os seus instrumentos mais usuais são: **plano** (planejamento a nível global, macro e de maior âmbito de ação), **programa** (desdobramento do plano a nível regional ou setorial) e **projeto** (a nível micro e de maior grau de detalhe, correspondendo à etapa operacional do planejamento).

O projeto é um conjunto sistemático de informações que permite avaliar os custos e benefícios de uma alternativa de investimento. Sua origem pode ser pública (como instrumento do planejamento global, regional ou setorial) ou privada (por exigências de mercado ou estímulos governamentais), assumindo assim, um caráter social (quando visa o bem-estar da sociedade) ou econômico (quando o objetivo é a realização de lucros).

Na ótica privada, o objetivo da empresa é a maximização da riqueza de seus proprietários (acionistas ordinários). Essa expectativa futura é o que dá atratividade aos pretensos acionistas; logo a decisão de investir repercutirá em vantagens e desvantagens futuras, pois o ocorrido no passado não pode ser modificado pela decisão, ou melhor, fatos ocorridos no passado podem ajudar antever os resultados futuros, porém não são condicionantes da decisão presente. Nessa ótica, a avaliação é baseada nos preços de mercado dos fatores de produção e dos produtos finais, que são os reais custos e benefícios do projeto.

Do ponto de vista governamental, o objetivo é a otimização do bem-estar social, ou seja, o impacto social do projeto deve promover a maximização da renda (valor agregado) por unidade de capital dispendida pela sociedade. A avaliação social ou governamental de projetos é baseada em custos e benefícios sociais e não a preços de mercado. O custo social corresponde à perda de oportunidade pelo uso do recurso aplicado em uma determinada alternativa. Essa análise só pode ser melhor entendida quando há um nível suficiente de conhecimento de uma região ou país e uma programação setorial ou global eficiente para formulação de projetos e consequente avaliação.

O objetivo do presente trabalho é o estudo dos métodos de avaliação econômica, de origem privada e de caráter quantitativo, de projetos objetivando o aproveitamento de depósitos minerais, disponíveis no território nacional, de modo que o ambiente externo ao projeto é delimitado pela legislação (minerária, tributária, ambiental etc.) e pela conjuntura econômica, política e social vigentes no País.

Para efeito da avaliação econômica, as fases de um projeto de mineração podem ser sistematizadas em: **exploração** (pesquisa), **desenvolvimento** (preparação para lavra) e **exploração** (lavra ou produção). Essas fases possuem uma equivalência com as de um projeto industrial: a exploração corresponde à fase de pesquisa de um processo industrial; o desenvolvimento corresponde à implantação do projeto usando o processo pesquisado; e a exploração corresponde à fase de produção.

Somente as fases de desenvolvimento e exploração nesse trabalho são abordadas de modo que os dispêndios da fase de exploração não são considerados como elementos dos fluxos de caixa do projeto, pois, a rigor, tais saídas de caixa têm origem nos fundos de risco da empresa para pesquisa e desenvolvimento (P&D), não sendo apropriado debitá-los no projeto, sob pena de prejudicar a decisão de investir, como é melhor esclarecido no final do ítem I.1.1.

Por hipótese, o trabalho parte de uma jazida, geologicamente conhecida e com reservas cubadas, com tecnologia desenvolvida para o seu aproveitamento. Dessa forma, o objetivo é aplicar os métodos de avaliação expostos para tomada das decisões de: aceitar/rejeitar o projeto; selecionar o projeto economicamente superior de um conjunto de projetos mutuamente excludentes; e, escolher uma combinação ótima de um conjunto de projetos independentes, sujeitos à restrição orçamentária. Deve-se ter em mente que a rejeição de todas as alternativas é uma decisão que deve ser considerada na avaliação. "*Não investir em nada*" implica em aceitar como alternativa aquela que proporciona retorno igual ao custo de oportunidade do investidor.

O trabalho também aborda aspectos financeiros da avaliação econômica de projetos, quando no ítem I.1.3 trata da Montagem da Distribuição de Fluxos de Caixa com Recursos de Terceiros (Financiamento).

Evidentemente, a avaliação econômica de um projeto de exploração mineral envolve a participação de uma equipe multidisciplinar de profissionais (engenheiros, economistas, geólogos, tributaristas, analistas de mercados etc.) e a qualidade da avaliação depende do binômio conhecimento-experiência da equipe avaliadora.

A estrutura do trabalho foi desenvolvida em cinco capítulos e três apêndices constituindo-se em um conjunto de unidades com objetivo de unificar o pensamento:

Métodos de Avaliação Econômica de Projetos de Exploração Mineral.

O capítulo I trata dos Conceitos Básicos de Fluxo de Caixa, Cálculo Financeiro e Tributação na Mineração, necessários ao entendimento dos termos, especificações, notações e cálculos usados na parte restante do texto.

Os capítulos II (Métodos de Avaliação de Projetos) e III (Seleção de Projetos) formam o tema central do trabalho. No capítulo II os projetos são classificados para fins de avaliação, com apresentação de critérios de decisão do investidor e são descritos os métodos de avaliação econômica. Nessa descrição, é exposto em que consiste cada método de avaliação, como se aplicam os critérios de decisão (aceitação e seleção) para dois projetos mutuamente excludentes (apresentados com o nome de Exemplo Básico) e são comentadas as vantagens e desvantagens da sua aplicação. Exaurir a lista dos métodos não é a pretensão do trabalho. De fato, o objetivo é sistematizar a maioria dos métodos usados pela indústria mineral. Para tanto, os métodos foram divididos em duas categorias: métodos simplificados (que não consideram o valor tempo do dinheiro, conceito moderno de juros) e métodos baseados no desconto, capitalização e uniformização de fluxos de caixa. Quanto a esses, foi feita a subdivisão em métodos básicos (os mais usuais) e métodos alternativos (variantes dos métodos básicos ou desenvolvidos para atender situações particulares da avaliação).

O capítulo III é dedicado à seleção de um conjunto de alternativas mutuamente excludentes com horizontes (vidas úteis) diferentes e ao problema da escolha de uma combinação ótima de uma carteira (portfólio) de investimentos, constituída de projetos independentes, sob restrição orçamentária.

No capítulo IV, é apresentada a Análise de Sensibilidade como um elo de ligação entre a avaliação econômica e análise de risco, com o seu papel fundamental de "filtro" de identificação das variáveis estratégicas.

O capítulo V - Análise de Risco - é desenvolvido a partir das variáveis estratégicas, selecionadas pela análise de sensibilidade, mediante a aplicação da técnica analítica e da simulação de Monte Carlo. O objetivo da análise de risco é enriquecer os resultados da avaliação econômica, apontando os resultados na forma de distribuições de probabilidades.

Quatro dos métodos alternativos do capítulo II, foram apresentados como tentativa de contornar o problema da existência de mais de uma taxa interna de retorno para distribuições de fluxos de caixa com mais de uma inversão de sinal. Todos esses métodos são objetos de críticas e, como forma alternativa de interpretar o referido problema, sem sobrecarregar o texto, foi elaborado o Apêndice A - Cálculo das TIRs das Distribuições de FCs Não Convencionais.

Da mesma forma foi criado o Apêndice B - A Taxa Mínima de Atratividade como Elemento da Estratégia de Investimento da Empresa, uma vez que a avaliação econômica é baseada na comparação entre o retorno do projeto e a estratégia de investimento da empresa.

Considerando que a base de um projeto de mineração é a existência de uma mina e, que em alguns casos a mesma tem um volume considerável de reservas, proporcionando-lhe um horizonte de vida útil muito longo, às vezes, considerado, do ponto de vista econômico-financeiro, como de vida útil perpétua, foi elaborado um ensaio no Apêndice C - Vida Útil de um Empreendimento Mineiro - relacionando o seu horizonte com a taxa de atratividade do investidor, de modo a limitar as estimativas dos fluxos de caixa futuros a um menor horizonte possível, sem prejuízo dos resultados na tomada de decisão.

A implementação dos métodos descritos é uma exigência da atualidade, quando os investimentos requeridos são cada vez mais volumosos, fato agravado pela necessidade de proteção e preservação do meio ambiente. Outrossim, a não renovabilidade dos recursos minerais requer cada vez maior colocação de depósitos de economicidade marginal no processo produtivo. Assim, além da restrição dos recursos financeiros, o projeto de exploração mineral tem a limitação de sua vida útil produtiva, durante ou até o final da qual os recursos aplicados devem ser recuperados e remunerados de modo a atender a atratividade da empresa frente a outras oportunidades de investimento.

O presente trabalho, baseado no conhecimento e na experiência do autor, adquiridos em mais de quinze anos de atuação efetiva no ensino e na prática da avaliação econômica de projetos, resulta de uma pesquisa sistemática do tema, sem a pretensão de esgotar o assunto, porém, de descrever, aplicar e criticar os métodos mais utilizados pela indústria mineral, de modo a preencher uma lacuna na literatura que não dispõe de um texto integrado dos instrumentos de avaliação econômica de projetos de mineração disponível ao meio empresarial e à comunidade acadêmica.

O destaque do texto é o tratamento aprofundado dos pontos-chaves sobre o tema proposto, onde procurou-se, na medida do possível e de forma simples e acessível, esclarecer os aspectos cruciais de cada questão levantada.

A expectativa é a de que o trabalho venha contribuir para a difusão das técnicas de avaliação econômica, tanto no cerne da pequena quanto da média empresa de mineração (sem prejuízo da grande empresa, que pode ter um pequeno projeto mineiro na sua carteira de investimentos).

Para que o entendimento do trabalho não seja dificultado aos interessados não familiarizados com a terminologia de geociências e da mineração, procurou-se, sem prejuízo

da sua aplicação ao setor mineral, selecionar termos e exemplos de fácil compreensão pelos profissionais e pesquisadores dos mais diversificados segmentos produtivos e áreas acadêmicas, de modo que o leitor possa se concentrar preponderantemente nos aspectos da avaliação econômica propriamente dita.

## **I - CONCEITOS BÁSICOS**

Neste capítulo são apresentados os conceitos e elementos relacionados a fluxos de caixa(FC), cálculo financeiro aplicado à avaliação econômica e efeitos da tributação sobre os projetos de exploração mineral. Em relação ao FC do projeto são montadas as distribuições de FCs antes e após o imposto de renda (sem financiamento) e do capital próprio (com financiamento), com o objetivo de ilustrar a influência do financiamento (alavancagem financeira), bem como dos encargos de capital (depreciação, amortização fiscal e exaustão) na rentabilidade do projeto. São descritos os componentes do capital de giro com sua injeção e recuperação. Os efeitos da inflação são ilustrados com o uso de índices de preços no inflacionamento e deflacionamento das distribuições de FCs. Um maior detalhamento dos elementos do FC é assunto da elaboração de projetos, o que foge do tema proposto. No cálculo financeiro além dos conceitos básicos (capitalização simples e composta, desconto, taxas de juro, valor tempo do dinheiro, equivalência financeira) são apresentadas as notações para os fatores financeiros de juros compostos, que são usadas no desenvolvimento dos capítulos subsequentes. As operações de desconto, capitalização e uniformização de distribuições de FCs são apresentadas de modo a facilitar o entendimento dos cálculos financeiros efetuados na descrição dos métodos de avaliação e seleção de projetos e demais tópicos subsequentes. Ainda no cálculo financeiro encontra-se apresentado o uso da capitalização contínua em distribuições de FCs discretos ou contínuos. Os efeitos da tributação sobre os projetos de exploração mineral são expostos subdividindo tais encargos em duas categorias: as dos tributos incidentes sobre o faturamento e a dos incidentes sobre o lucro. Para melhor ilustrar esse item, os tributos foram inseridos numa tabela de montagem de FC.

### **I.1 - FLUXO DE CAIXA DE UM PROJETO DE MINERAÇÃO - FC**

#### **I.1.1 - Conceito e Elementos do Fluxo de Caixa**

As alternativas de investimento são avaliadas a partir da projeção dos FCs relativos aos anos de implantação e de produção. O conceito de FC é muito útil na análise econômica moderna de investimentos, onde substitui com vantagem o conceito de "lucro contábil", que não é compatível com a "variação da disponibilidade de caixa" no período

a que se refere. A diferença entre os conceitos de FC e lucro contábil é ilustrada nos comentários (vantagens e desvantagens) do método da Taxa Média de Retorno, assunto do item II.3.1 adiante.

A vida útil ou horizonte de uma alternativa é o número de anos que o projeto deve ser mantido efetivamente em operação, podendo esse tempo ser uma exigência contratual ou legal, bem como estar relacionada ao obsolescimento dos principais equipamentos ou do produto final da alternativa e outros fatores tais como a disponibilidade das reservas lavráveis, as restrições ambientais etc. Como a vida útil está relacionada ao prazo de projeção dos FCs, deve-se ter em mente que quanto mais distante uma data futura está da data zero, maiores são as incertezas das projeções de FC, existindo uma data, a partir da qual, as projeções são tão imprecisas que o mais aconselhável é não estimá-las.

Para efeito de avaliação econômica, o presente texto faz sempre referência a FC líquido relativo ao ano - FC anual. Dessa forma, o FC líquido anual é a diferença entre todas as "entradas anuais de caixa" (receita operacional, receitas não operacionais relativas aos valores dos salvados ou residuais, recuperação do capital de giro, entrada de recursos de terceiros etc.) e de todas as "saídas anuais de caixa" (investimento fixo, injeção do capital de giro, aquisição de direitos minerários, despesas de "posta em marcha" ou "start up", despesas com reposição e reformas de equipamentos e outros ativos do imobilizado operacional, pagamentos de impostos, amortização e juros de financiamento etc.).

Os resultados econômicos de um projeto de mineração são calculados a partir da distribuição no tempo de seus FCs, ou simplesmente, pela "distribuição dos FCs anuais", conforme as duas ilustrações a seguir.

a) Uma empresa de mineração elaborou um projeto de lavra, objetivando o aproveitamento de um depósito aluvionar de ouro, já devidamente pesquisado. Basicamente, o projeto prevê um investimento fixo na aquisição de uma draga, no valor de 125 u.m. (unidades monetárias), que fará o aproveitamento do depósito em cinco anos, com um custo operacional de 35 u.m./ano, gerando receitas de 65 u.m./ano. O valor do salvado (no final do quinto ano) da draga é de 25 u.m.

Com os dados apresentados, pode-se montar o quadro a seguir e o correspondente diagrama de FCs do projeto.

-125	+30	+30	+30	+30	+55
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+
0	1	2	3	4	5 (anos)

(unidades monetárias - u.m.)

Item\Ano	0	1	2	3	4	5
(1) Inv.Inicial	(125)					
(2) Vr. Salvado						25
(3) Receita		65	65	65	65	65
(4) Custo		35	35	35	35	35
FC = (1) + (2) + (3) - (4)	(125)	30	30	30	30	55

b) Um projeto de desenvolvimento (implantação) e lavra subterrânea de uma mina tem as especificações do quadro a seguir com o correspondente diagrama de FCs.

	-550	-700	+300	+290	+280	+270	+510	
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	
0	1	2	2+1	2+2	2+3	2+4	2+5	(anos)

Item\Ano	1	2	2+1	2+2	2+3	2+4	2+5	(u.m.)
(1) Inv.Inic.	(550)	(700)						
(2) Vr. Salv.							250	
(3) Receita			650	650	650	650	650	
(4) Custo			350	350	350	350	350	
(5) Imp.Renda				10	20	30	40	
FC	(550)	(700)	300	290	280	270	510	

Onde: FC = (1) + (2) + (3) - (4) - (5)

Por conveniência da avaliação econômica, os valores monetários, em termos de saídas ou entradas de caixa, que ocorrem durante o ano são alocados no final do ano. Tal procedimento é conhecido como "convenção de fim de ano". Até mesmo os elementos de FC que ocorrem de forma não intermitente ao longo de cada ano (por exemplo, receitas e custos operacionais), convencionam-se concentrá-los no final do ano.



termos anuais, no caso, para manter a ordem de grandeza relativa, considera-se um investimento de 16,0 u.m./ano.

- fase de produção, exploração ou lavra: com vida de 15 anos, com receita anual de 28 u.m./ano a um custo anual de 16 u.m./ano., resultando em lucro anual de 12 u.m/ano.

Os números relativos a valores monetários e prazos não são rígidos, apenas ilustrativos. Na prática, variam de projeto para projeto em função de inúmeros fatores (método de lavra, tipo de minério, localização, uso de externalidades etc.).

Essas fases possuem uma equivalência com as de um projeto industrial: a exploração corresponde à fase de pesquisa e desenvolvimento de um processo industrial; o desenvolvimento corresponde à implantação do projeto usando o processo desenvolvido; e, a exploração corresponde à fase de produção.

Nesse trabalho as fases de desenvolvimento e exploração são abordadas de modo que os dispêndios da fase de exploração não são considerados como elementos dos fluxos de caixa do projeto, pois, a rigor, tais saídas de caixa têm origem nos fundos de risco da empresa para pesquisa e desenvolvimento, não sendo apropriado debitá-los no projeto. Se, inadvertidamente, a empresa onerar o projeto com os dispêndios de pesquisa, a rentabilidade do empreendimento será reduzida, fato que pode afetar a decisão de investir, mesmo o empreendimento sendo atrativo frente à estratégia de investimento da empresa. A Figura I.1 mostra como o FC de um projeto isolado participa da formação do Fluxo de Fundos da empresa.

### **I.1.2 - Montagem da Distribuição de FCs de um Projeto Antes e Após o Imposto de Renda (com Recursos Próprios)**

A Tabela I.1 mostra os principais elementos de FC, que devem constar de um projeto de mineração. Se esses elementos são dispostos na primeira coluna de uma planilha, cujas outras colunas são os dados correspondentes a esses elementos para os anos das fases de desenvolvimento e produção, tem-se a distribuição de FCs do projeto. Deve ser observado que algumas linhas da planilha devem ser preenchidas com os dados estimados durante a elaboração do projeto, enquanto outras, são obtidas por cálculos envolvendo dados das linhas anteriores. Geralmente, tais cálculos são combinações lineares. Por exemplo, os números da linha referente ao lucro antes do imposto de renda (linha 8) é obtida com os dados das linhas relativas à receita total (linha 6) e ao custo operacional (linha 7).

**Tabela I.1: Determinação dos FCs Anuais de um Projeto - Antes e Após o Imposto de Renda**

---

---

(1) - Investimento Fixo: $(1.1) + (1.2) + (1.3) + (1.4)$	
(1.1) Investimento Fixo Inicial (equipamentos e serviços)	
(1.2) Reposição e Reforma de Equipamentos	
(1.3) Direitos Minerários e Outros Direitos	
(1.4) Despesas de "Posta em Marcha" (start up)	
(2) - Capital de Giro (injeção inicial e recuperação final)	
(3) - Investimento Total: $(1) + (2)$	
(4) - Receita Operacional Líquida	
(5) - Receita Não Operacional (valor residual ou do salvado)	
(6) - Receita Total: $(4) + (5)$	
(7) - Custos Operacionais	
(8) - Lucro Antes do Imposto de Renda-IR: $(6)-(7)$	
<hr/>	
<b>(I) - FC do Projeto Antes do IR: <math>(3) + (8)</math></b>	
<hr/>	
(9) - Encargos de Capital: $(9.1) + (9.2) + (9.3)$	
(9.1) Depreciação	
(9.2) Amortização Fiscal	
(9.3) Exaustão	
(10)- Lucro Tributável: $(8)-(9)$	
(11)- Imposto de Renda-IR: $(\text{alíquota}) \times (10)$	
(12)- Lucro Após IR: $(8)-(11)$ ou $(10)-(11) + (9)$	
<hr/>	
<b>(II)- FC do Projeto Após IR: <math>(I)-(11)</math> ou <math>(3) + (12)</math></b>	
<hr/>	

A tabela permite obter duas distribuições de FCs: a primeira (linha I), antes do imposto de renda; e, a segunda (linha II), após o imposto de renda. Na prática, a empresa pode estar pleiteando o uso da isenção do imposto de renda (caso dos projetos de mineração nas jurisdições da SUDENE ou SUDAM, por exemplo). Se a empresa for enquadrada nesse benefício fiscal, a distribuição de FCs antes do imposto de renda é a que interessa. Se não for enquadrada, a distribuição a ser considerada é a após o imposto de renda, que sempre revelará uma rentabilidade menor para o projeto, como será visto mais adiante no item I.1.7. A comparação entre as rentabilidades dessas distribuições de FCs é uma forma de medir o impacto dos incentivos fiscais no âmbito do imposto de renda nos

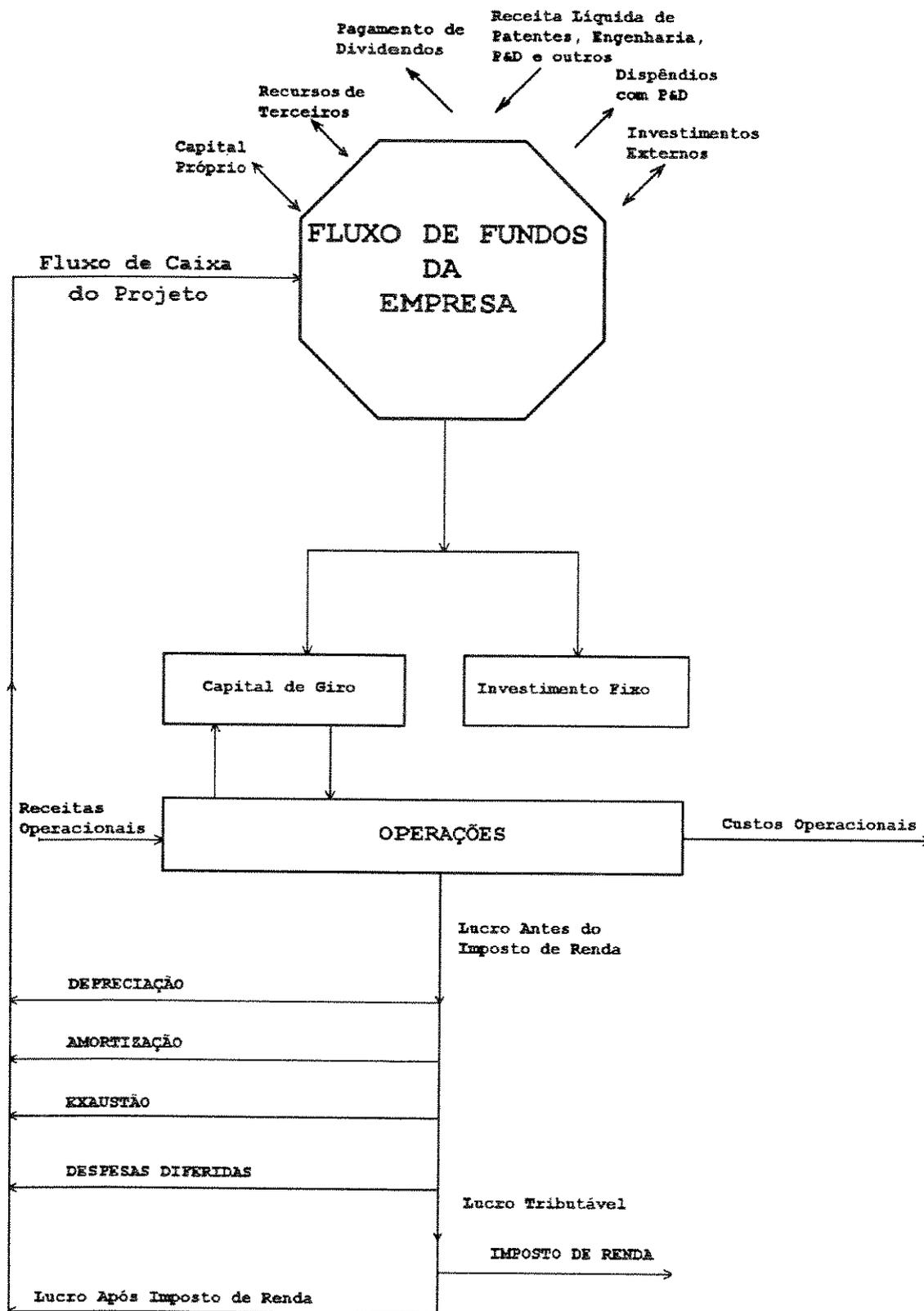


Figura I.1: Participação do Fluxo de Caixa de um Projeto Isolado no Fluxo de Fundos da Empresa. (Adaptação de Stermole et al. (1984), p.223).

projetos de mineração.

Como não há financiamento, a distribuição de FCs refere-se ao projeto, ou seja, tem-se a "Distribuição de Fluxos de Caixa do Projeto". No próximo item, onde é considerado o ingresso de recursos de terceiros (financiamento), a distribuição toma o nome de "Distribuição de Fluxos de Caixa do Capital Próprio". Assim, só há sentido em falar em capital próprio, quando é necessário distinguir a origem dos recursos: próprios e de terceiros.

Na Tabela I.1, os valores relativos a linha (1) são negativos, geralmente, colocados entre parênteses, bem como a injeção inicial do capital de giro. Os custos são lançados normalmente (sem uso de parênteses nem de sinal negativo) apesar de serem também saídas de caixa; o mesmo ocorrendo com os encargos de capital e imposto de renda. Todo esse procedimento garante a lógica de cálculo apresentada na tabela para obtenção dos dados das linhas, que são combinações lineares dos dados das linhas anteriores.

A rubrica da linha (4) foi denominada de Receita Operacional Líquida, que é obtida abatendo-se da Receita Operacional Bruta os tributos que incidem sobre a mesma.

Também os Custos Operacionais - linha (7) - referem-se exclusivamente às saídas efetivas de caixa, não incluindo, portanto, os Encargos de Capital - linha (9). Maiores detalhes são apresentados no item I.1.7.

### **I.1.3 - Montagem da Distribuição de FCs do Capital Próprio Antes e Após o Imposto de Renda (com Recursos de Terceiros)**

Quando há financiamento, deve ser montado em separado o quadro relativo ao plano de amortização de cada parcela do financiamento, onde aparecem os anos em que ocorrem a liberação do financiamento, bem como as épocas onde são pagos os valores relativos às amortizações, juros e encargos financeiros. Os quadros relativos a todas as parcelas devem ser consolidados em um quadro único, onde está discriminado os totais relativos às liberações, amortizações e juros por época de ocorrência. Desse quadro auxiliar os valores são transportados para a Tabela I.2, que permite obter a "Distribuição de Fluxos de Caixa do Capital Próprio".

Para que a sequência de cálculos da Tabela I.2 seja obedecida, os valores relativos a Amortização do Financiamento - linha (14) e aos Juros e Encargos Financeiros do Financiamento - linha (15), devem ser lançados como números negativos.

**Tabela I.2: Determinação dos FCs Anuais do Capital Próprio Antes e Após o Imposto de Renda**

---

---

(1) - Investimento Fixo: (1.1) + (1.2) + (1.3) + (1.4)
(1.1) Investimento Fixo Inicial (equipamentos/serviços)
(1.2) Reposição e Reforma de Equipamentos
(1.3) Direitos Minerários e Outros Direitos
(1.4) Despesas de "Posta em Marcha" (start up)
(2) - Capital de Giro (injeção inicial e recuperação final)
(3) - Investimento Total: (1) + (2)
(13)- Entrada de Recursos de Terceiros (financiamento)
(14)- Amortização do Financiamento
(15)- Juros e Encargos Financeiros do Financiamentos
(16)- FC do Financiamento: (13) + (14) + (15)
(17)- Investimento com Recursos Próprios: (3) + (16)
(4) - Receita Operacional Líquida
(5) - Receita Não Operacional (valor residual e do salvado)
(6) - Receita Total: (4) + (5)
(7) - Custos Operacionais
(8) - Lucro Antes do Imposto de Renda-IR:(6)-(7)

---

| **(III) - FC do Capital Próprio Antes do IR: (17) + (8)** |

---

(9) - Encargos de Capital: (9.1) + (9.2) + (9.3)
(9.1) Depreciação
(9.2) Amortização Fiscal
(9.3) Exaustão
(10')- Lucro Tributável: (8)-(9) + (15)
(11')- Imposto de Renda-IR: (alíquota) x (10')
(12')- Lucro Após IR: (8)-(11') ou (10')-(11') + (9)-(15)

---

| **(IV)- FC do Capital Próprio Após IR: (III)-(11') ou (17) + (12')** |

---

---

As seguintes **Notas Explicativas** valem para os elementos de FC das Tabelas I.1 e I.2:

- para os elementos comuns a ambas as tabelas a numeração apresentada na Tabela I.1

fora mantida na Tabela I.2;

- a introdução dos dados relativos ao financiamento na Tabela I.2 deu origem a novos elementos de FC, cuja numeração foi feita em continuação ao último elemento da Tabela I.1; assim, essa tabela termina com o número (12) para a rubrica Lucro Antes do Imposto de Renda e a Tabela I.2 continua com o número (13) para o elemento Entrada de Recursos de Terceiros;

- se na Tabela I.2 aparece um elemento com o mesmo nome do da Tabela I.1, porém, com diferença entre os valores (devido ao financiamento), fica mantida a mesma numeração, distinguindo-se apenas pelo símbolo "linha". Por exemplo, o elemento Lucro Tributável na Tabela I.1 é o elemento de número (10) e, na Tabela I.2, é o de número (10').

- a linha (16) refere-se ao FC do Financiamento Antes do IR, para se obter o FC do Financiamento Após o IR, uma vez que os juros são dedutíveis do Lucro Antes IR - linha (8) para determinação do Lucro Tributável - linha (10'), utiliza-se a relação:

$$\text{FC do Financiamento Após IR} = (13) + (14) + [(15).(1-\text{alíquota do IR})]$$

A partir da relação acima, demonstra-se que a taxa de juro do financiamento após o IR é menor do que a taxa de juro antes do IR, existindo a seguinte relação entre elas:

$$i_{\text{após IR}} = i_{\text{antes IR}}(1-\text{alíquota do IR})$$

#### I.1.4 - Estudo de Caso Objetivando a Montagem das Distribuições de FCs de um Projeto de Mineração

Seja um projeto de uma pequena planta móvel de beneficiamento, objetivando reaproveitar (repassar) os rejeitos de uma antiga usina de beneficiamento gravimétrico de minério de um metal, por exemplo, tungstênio. As especificações do projeto são as seguintes:

Investimento Fixo (data Zero)	150 u.m.
Receita Anual	70 u.m.
Custo Anual	20 u.m.
Depreciação Linear (sem Valor Residual)	20% a.a.
Vida Útil	5 anos
Imposto de Renda (alíquota s/ lucro tributável)	30%

Com esses elementos e seguindo-se as instruções e disposição da Tabela I.1, pode-se montar as Distribuições de FCs do Projeto Antes e Após o Imposto de Renda, na forma do quadro a seguir.

Os valores entre parênteses são saídas de caixa, portanto, negativos. Contudo, nem todas as saídas de caixa foram lançadas como números negativos, por exemplo, os dados de custo anual - linha (3). Com essa observações, tem-se:

$$\begin{aligned} (4) &= (2)-(3) & (7) &= 30\% \times (6) \\ (I) &= (1)+(4) & (8) &= (4)-(7) = (6)-(7) + (5) \\ (6) &= (4)-(5) & (II) &= (I)-(7) = (1)+(8) \end{aligned}$$

**Distribuições de FCs do Projeto**

(u.m)

Itens/Anos	0	1	2	3	4	5
(1) Invest. Fixo	(150)					
(2) Receita Anual		80	80	80	80	80
(3) Custo Anual		30	30	30	30	30
(4) Lucro antes IR		50	50	50	50	50
<b>(I) FC antes IR</b>	<b>(150)</b>	<b>50</b>	<b>50</b>	<b>50</b>	<b>50</b>	<b>50</b>
(5) Depreciação		30	30	30	30	30
(6) Luc. Tributável		20	20	20	20	20
(7) IR		6	6	6	6	6
(8) Lucro após IR		44	44	44	44	44
<b>(II) FC após IR</b>	<b>(150)</b>	<b>44</b>	<b>44</b>	<b>44</b>	<b>44</b>	<b>44</b>

Para verificar a influência dos recursos de terceiros no projeto, considere um financiamento de 100 u.m. pelo Sistema de Amortização Constante - SAC, a ser pago em quatro anos, ocorrendo o primeiro pagamento no final do primeiro ano à taxa de juro de 10% a.a.

Com base no contrato de financiamento pode-se elaborar o seguinte quadro auxiliar denominado de Plano de Amortização.

Na montagem desse quadro deve-se considerar a seguinte ordem de cálculo:

$$A = 100 \div 4 = 25 \text{ u.m.}; \quad J_k = 10\% \times S_{k-1}; \quad S_k = S_{k-1} - A.$$

As duas últimas colunas desse quadro contém os dados das linhas (10) e (11) do quadro seguinte relativo às Distribuições de FCs do Capital Próprio.

**Plano de Amortização**

(u.m.)

<b>Ano (k)</b>	<b>Saldo Devedor (S<sub>k</sub>)</b>	<b>Amortização (A)</b>	<b>Juro (J<sub>k</sub>)</b>
0	100,0		
1	75,0	25,0	10,0
2	50,0	25,0	7,5
3	25,0	25,0	5,0
4	0,0	25,0	2,5

**Distribuições de FCs do Capital Próprio**

(u.m.)

<b>Itens\Anos</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
(1)	(150,0)					
(9)	100,0					
(10)		(25,0)	(25,0)	(25,0)	(25,0)	
(11)		(10,0)	(7,5)	(5,0)	(2,5)	
(12)	100,0	(35,0)	(32,5)	(30,0)	(27,5)	
(13)	(50,0)	(35,0)	(32,5)	(30,0)	(27,5)	
(2)		80,0	80,0	80,0	80,0	80,0
(3)		30,0	30,0	30,0	30,0	30,0
(4)		50,0	50,0	50,0	50,0	50,0
<b>(III)</b>	<b>(50,0)</b>	<b>15,0</b>	<b>17,5</b>	<b>20,0</b>	<b>22,5</b>	<b>50,0</b>
(5)		30,0	30,0	30,0	30,0	30,0
(6')		10,0	12,5	15,0	17,5	20,0
(7')		3,00	3,75	4,50	5,25	6,00
(8')		47,00	46,25	45,50	44,75	44,00
<b>(IV)</b>	<b>(50,00)</b>	<b>12,00</b>	<b>13,75</b>	<b>15,50</b>	<b>17,25</b>	<b>44,00</b>

Para a numeração dos itens da primeira coluna, tem-se os elementos de FC e respectivas relações matemáticas:

(1) Investimento Fixo

(9) Financiamento (entrada de recursos de terceiros)

- (10) Amortização do Financiamento
- (11) Juros do Financiamento
- (12) FC do Financiamento: (9) + (10) + (11)
- (13) Investimento com Recursos Próprios: (1) + (12)
- (2) Receita Anual
- (3) Custo Anual
- (4) Lucro Antes do IR: (2)-(3)
- (III) FC do Capital Próprio antes do Imposto de Renda: (13) + (4)**
- (5) Depreciação
- (6') Lucro Tributável: (4)-(5)-(11)
- (7') Imposto de Renda-IR:  $30\% \times (6')$
- (8') Lucro Após o IR:  $(4)-(7') = (6')-(7') + (5)-(11)$
- (IV) FC do Capital Próprio após o IR: (III)-(7') = (13) + (8')**.

#### **I.1.5 - Influências dos Encargos de Capital e do Financiamento nos Projetos de Mineração**

Na Tabela I.1 foi mostrado o procedimento para cálculo do **FC Anual do Projeto** (sem ingresso de recursos de terceiros); e, na Tabela I.2 o procedimento para cálculo do **FC do Capital Próprio** (com ingresso e pagamento, na forma de amortização e juros, de recursos de terceiros). Ficou evidenciado, através da depreciação, no exemplo básico do item I.1.4 (anterior), que os encargos de capital só afetam os FCs após o IR, enquanto que, o financiamento afeta tanto as distribuições dos FCs antes como após o IR.

Ainda em relação ao exemplo básico do item anterior, foram montadas as Distribuições de FCs do Projeto antes (linha I) e após (linha II) o Imposto de Renda, bem como, as Distribuições de FCs do Capital Próprio antes (linha III) e após (linha IV) o Imposto de Renda.

A forma mais simples para verificar o impacto dos encargos de capital (via depreciação) e do financiamento no projeto é através da comparação dos "retornos econômicos" das quatro distribuições obtidas. Uma das medidas de retorno econômico é a Taxa Interna de Retorno-TIR, cujo conceito e forma de cálculo são estudados adiante (na introdução do tópico II.4 e no item II.4.3, respectivamente). Antecipando-se ao conceito e ao cálculo da TIR, o quadro a seguir mostra as TIRs das quatro distribuições desse exemplo básico.

Um exame do quadro, permite observar:

a- comparando-se as rentabilidades antes e após o IR, esta, evidentemente, é sempre inferior aquela. A comparação é útil para verificar os impactos dos incentivos fiscais no âmbito do IR, a exemplo do que ocorre nas áreas da SUDENE e SUDAM, regiões importantes para o setor mineral que tem como característica importante, a rigidez locacional.

#### Rentabilidades do Projeto e do Capital Próprio antes e após o IR

TIR (%a.a.)	DO PROJETO (exclusivamente com recursos próprios)	DO CAPITAL PRÓPRIO (com participação recursos terceiros)
FC antes IR	19,9	32,0
FC após IR	14,3	23,3

b- comparando-se as rentabilidades do Projeto e do Capital Próprio, esta somente supera aquela se o efeito do financiamento for benéfico para o empreendimento, fato revelado pelo exemplo básico apresentado. Evidentemente, essa comparação é importante para avaliar a influência dos incentivos financeiros no empreendimento. No caso, o financiamento proporciona a **alavancagem financeira** tanto antes (a TIR cresce de 19,9 para 32,0%a.a.) como após o Imposto de Renda (a TIR cresce de 14,3 para 23,3%a.a.). Não havendo o financiamento a TIR reflete a rentabilidade intrínseca do projeto, e na ausência do mesmo a TIR mostra o efeito do "gearing" sobre a sua rentabilidade - Pereira (1972/1973,p.III.61).

No exemplo básico, a posição mais favorável, logicamente, é a de isenção do IR (posição antes IR) conjugada com a obtenção do financiamento, o que dá para a rentabilidade do empreendimento uma TIR de 32,0%a.a. Por outro lado, a posição mais desvantajosa é a da incidência do IR sem o financiamento, que resulta numa TIR de 14,3%a.a. Outra observação importante é que a taxa de juro do financiamento após o IR é de 7%a.a., ou seja, há uma queda da taxa, que antes do IR é de 10%a.a., devido ao abatimento dos juros do lucro antes do IR para obtenção do lucro tributável; e, dessa forma, verifica-se a relação apresentada no item I.1.3, ou seja:  $i_{\text{após IR}} = i_{\text{antes IR}}(1 - \text{alíquota do IR})$ , onde a alíquota do IR é de 30%a.a..

### I.1.6 - Classificação das Distribuições de Fluxos de Caixa

Por convenção, os elementos de FCs que são saídas de caixa são negativos; e, os que são entradas de caixa são positivos.

Na sequência da distribuição de FCs pode ocorrer uma ou mais inversões de sinais, isto é, passagens de saídas para entradas de caixa ou vice-versa. Dessa forma, em relação ao número de inversões de sinais, as distribuições de FCs classificam-se em:

a - **Distribuição Convencional** - na qual há apenas uma inversão de sinal, geralmente, das saídas de caixa (FC negativo) para as entradas de caixa (FC positivo), pois uma atividade econômica normalmente tem início com desembolso(s) seguido(s) de entrada(s) de caixa.

São exemplos:

-50	+10	+10	+20	+20	+20	+40 u.m.
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	
0	1	2	3	4	5	6 (anos)

-50	-10	-10	+20	+20	+20	+40 u.m.
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	
0	1	2	3	4	5	6 (anos)

b - **Distribuição Não Convencional** - na qual há duas ou mais inversões de sinais na sequência dos FCs. Um caso típico em mineração é a reforma de algum equipamento, que durante a vida útil do projeto, pode exigir investimentos que torne negativo o FC do ano onde ocorre. São exemplos:

-50	+10	+10	+10	-20	+20	+40 u.m.
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	
0	1	2	3	4	5	6 (anos)
						(com três inversões de sinais)

-50	+10	-10	+10	-20	-20	+40 u.m.
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	
0	1	2	3	4	5	6 (anos)
						(com cinco inversões de sinais)

Um exemplo clássico e frequente de distribuição não convencional é encontrado em projetos de reflorestamento.

Essa classificação é importante para o cálculo da **taxa interna de retorno-TIR**, como está exposto no Apêndice A - Cálculo das TIRs de Distribuições de FCs Não Convencionais.

### **I.1.7 - Encargos de Capital: Depreciação, Amortização Fiscal e Exaustão Mineral**

Encargos de capital ou despesas não monetárias são rubricas que não envolvem saídas efetivas de caixa, isto é, apenas são dedutíveis na passagem do lucro antes do imposto de renda para o lucro tributável, sobre o qual incide o IR. O IR é de fato uma saída de caixa. Dessa forma, a única diferença entre o lucro antes do IR (ou o FC do projeto ou do capital próprio antes do IR) e o lucro após o IR (ou FC do projeto ou do capital próprio após o IR) é o IR. Encargos de capital reduzem apenas o lucro tributável, ou seja, a carga tributária do IR. Se o projeto está localizado em uma região ou pertencer a algum setor produtivo isentos de IR, os encargos de capital não são considerados na decisão de investir.

Para efeito da montagem dos FCs, os encargos de capital não estão incluídos nos custos operacionais, fato que não coincide com a ótica das contabilidades escritural e gerencial ou de custo, que se utilizam desses encargos para recuperar os investimentos em ativos físicos, direitos amortizáveis e direitos minerários.

Na sequência são comentados os encargos de capital, cujos principais aspectos estão resumidos na Tabela I.3.

#### **Depreciação**

Incide sobre os valores dos bens físicos (corpóreos). Aparece no FC sob duas formas: a da **depreciação física**, que está implícita ao considerar para cada bem um valor de aquisição, uma vida útil e um valor residual (ou do salvado) ao final da mesma; e, a **depreciação fiscal**, explícita na forma de encargo de capital.

A depreciação física é estimada em função da vida física (tempo em que o ativo operacional pode ser mantido em condições normais de uso) e dos valores de aquisição e residual. A depreciação fiscal é calculada pelo método linear com base em percentuais anuais de depreciação, aceitos pelos órgãos da Receita Federal, sem considerar valor residual. Por exemplo, um equipamento com um percentual anual de depreciação de 20%, tem uma vida útil para efeito fiscal de cinco anos. Para facilidade de administração do IR, o fisco não considera valor residual. No entanto, exige que o valor do salvado ou residual do bem seja considerado "receita não operacional", quando o mesmo é desativado contabilmente.

O sentido econômico da depreciação é o de recuperar o valor aplicado no bem, devido à desvalorização pelo desgaste com o uso.

Construções e prédios que não fazem parte do ativo operacional da empresa, bem como, terrenos, obras de artes e antiguidades (bens que normalmente aumentam de valor com o tempo) não são admitidos como bens depreciáveis para efeito fiscal.

No Regulamento do Imposto de Renda-RIR está prevista a depreciação acelerada, que consiste em multiplicar por 1,5 a taxa anual de depreciação, quando ficar comprovado, para cada bem, o regime de trabalho de dois turnos de 8 horas de operação; e, por 2 quando for três turno de 8 horas.

O fisco fixou, pela Instrução Normativa SRF nº 072 de 27.07.1984, os prazos de vida útil para os seguintes veículos:

tratores, caminhões fora-de-estrada e motocicletas, quatro anos, que corresponde a taxa anual de depreciação de 25%; e, veículos de passageiros e de cargas, cinco anos, correspondente a 20% a.a. de depreciação. Outros bens tem os seguintes percentuais anuais de depreciação, Walter (1977,p.69):

bens imóveis	4%
embarcações de aço	5%
desvio de estradas de ferro, máquinas e instalações industriais, mobiliário e equipamento de escritório	10%
recipiente de gás	15%
embarcações de madeira	10-20%
ferramentas e utensílios de utilização industrial, louças, talheres e roupa de hotel, alto forno (uso ininterrupto), britadores e escavadeiras	20%
máquinas de terraplenagem	20-25%
forno da indústria de vidros e laminados e modelo de fundição e caixa para moldar	30%
correia de transmissão	50%

A empresa de mineração, opcionalmente, poderá registrar em cada ano a quota de depreciação dos bens, usados exclusivamente na exploração de minas de duração inferior à vida útil do bem, em função do prazo contratual de arrendamento ou da relação produção anual/ reserva.

### **Amortização**

A princípio incide sobre o valor dos bens incorpóreos (direitos) com prazo legal ou contratualmente limitado: patentes de invenção, fórmulas e processos de fabricação, direitos autorais, licenças, autorizações e concessões etc. A concessão de lavra não faz

parte do rol de direitos sujeitos à amortização, por não ter prazo legalmente limitado.

O RIR estendeu a amortização para: despesas de organização pré-operacionais ou pré-industriais; despesas científicas e tecnológicas para criação ou aperfeiçoamento de produtos, processos, fórmulas e técnicas de produção, administração ou venda, ou com prospecção e cubagem de jazidas minerais, se o contribuinte optar pela sua capitalização; e, a partir do início da exploração da mina, as despesas de desenvolvimento ou de expansão de atividades industriais, classificadas como ativo diferido até o término da construção ou preparação para lavra. O prazo mínimo de recuperação dessas despesas é de cinco anos.

O sentido econômico da amortização é o de recuperar o valor aplicado na aquisição do direito devido à gradativa extinção do mesmo com o decurso do tempo.

A quota anual de amortização é calculada em função do custo de aquisição e do número de anos de existência ou uso do direito.

## **Exaustão**

A Lei nº 4.506/64 - art. 59 instituiu a exaustão mineral, de modo que a empresa pudesse computar como custo, em cada exercício, a importância correspondente à diminuição do valor dos recursos minerais devido ao seu aproveitamento.

O cálculo da quota anual de exaustão é função da relação entre a produção/reserva medida, o que determina um percentual a ser aplicado sobre o custo de aquisição/obtenção do direito minerário. Até a presente data, a legislação fiscal tem apresentado falha na indicação da forma de cálculo da quota de exaustão mineral, pois afirma que a quota de exaustão é fixada tendo em vista o volume da produção no período e sua relação com a "possança conhecida" da mina ou do prazo de concessão. A imprecisão está no termo "possança", que, geologicamente, é o mesmo que "potência", significando espessura da camada de minério e nunca a quantidade de minério, que é a reserva da jazida. Não tem sentido continuar com essa definição, pois o Código de Mineração, que data de 1967, já estabeleceu os conceitos técnicos de reservas, como sendo: reserva medida, reserva indicada e reserva inferida. Também a concessão de lavra não tem prazo legal.

O sentido econômico da exaustão é o de recuperar o valor aplicado na aquisição/obtenção do direito minerário em virtude da diminuição física das reservas no decorrer da lavra.

**Tabela I.3: Comparação entre Aspectos Importantes dos Encargos de Capital**

<b>Aspecto</b>	<b>Depreciação</b>	<b>Amortização</b>	<b>Exaustão</b>
<b>Natureza do Investimento</b>	Bens físicos constantes do ativo operacional da empresa, com as exceções citadas no texto.	Dispêndios para obtenção / aquisição de direitos com prazo legal /contratual limitado. O RIR estende para as despesas pré-operacionais citadas no texto.	Dispêndio para obter/adquirir direitos de lavra.
<b>Sentido Econômico</b>	Recuperar o valor dos bens devido à desvalorização pelo uso ou obsolescência.	Recuperar o valor aplicado devido à gradativa extinção do direito pelo decurso do tempo.	Recuperar o valor aplicado em virtude da diminuição física das reservas com a operação de lavra.
<b>Prazo de Recuperação</b>	Fixado em função do tipo do bem. Opcionalmente, em função da relação produção / reserva ou do contrato de arrendamento, quando a vida do bem é superior ao prazo de lavra.	Limitado por lei ou contrato	Em função da relação produção /reservas, até o esgotamento total das reservas.

### **I.1.8 - Capital de Giro de Projetos de Mineração**

Do ponto de vista contábil, o capital de giro é a diferença entre o ativo circulante (componente de maior liquidez do ativo - direitos da empresa) e o passivo circulante

(componente de maior exigibilidade do passivo - obrigações da empresa).

Na distribuição de FCs de um projeto o capital é injetado no(s) ano(s) de início da produção, sendo recuperado no final da vida útil do projeto. Dessa forma, o capital de giro onera a rentabilidade do empreendimento, devido ao valor tempo do dinheiro, ou seja, aos juros não gerados com a imobilização do dinheiro na forma de estoques, depósitos bancários etc.

Os principais componentes do capital de giro de um projeto de mineração são:

**a - Estoque de Minério no Pátio da Mina (frentes de lavra):** o inventário desses estoques é avaliado multiplicando-se os correspondentes estoques reguladores (estoques mínimos de segurança) pelo custo médio (unitário) de lavra. Em tais custos não se incluem os encargos de capital (depreciação, amortização e exaustão);

**b - Estoque de Minério no Pátio de Alimentação da Usina:** procedimento análogo ao anterior, sendo os fatores o estoque regulador de minério e o custo unitário da alimentação da usina (custo de lavra + custo de transporte mina/usina);

**c - Estoques de Material em Processo:** como exemplo, tem-se o material britado, moído, homogeneizado, seco, lavado e sob outras formas de elaboração, que para garantirem a operacionalidade do processo são exigidos na forma de estoques reguladores. É comum o conjunto de britagem estar superdimensionado em relação aos equipamentos das operações subsequentes, por ser plano da empresa para o futuro a ampliação dessas operações. Assim, a britagem opera com folga em relação às demais operações. Para que a britagem seja independente das operações subseqüentes é necessário a formação de um estoque regulador de material britado, de modo a garantir o funcionamento normal das etapas seguintes. A ilustração dada para britagem pode ser generalizada para materiais em diversos níveis de elaboração. Para cada estoque regulador exigido, o inventário é calculado multiplicando-se a quantidade exigida pelo custo acumulado das operações a que foram submetidos o material em estoque;

**d - Estoques de Concentrado (ou outra forma de produto final) na Usina:** em geral, a produção da usina é enviada para depósito existente nas proximidades, onde é formado um estoque regulador para compatibilizar o produzido com o vendido, ou seja, a empresa conhece o comportamento da demanda do mercado, e, com a manutenção desse estoque regulador, programa a produção em função da comercialização. Multiplicando-se esse estoque pelo custo unitário do concentrado, tem-se o inventário desse estoque;

**e - Estoque de Concentrado no Mercado:** por mercado entende-se o ponto de contato da empresa produtora com o comprador. É, portanto, um termo tão amplo como também é a forma de comercialização. Assim, o mercado pode ser entendido como um escritório de

vendas, como um porto de embarque ou como um ponto qualquer onde o produto deixa de pertencer ao vendedor, na ocasião em que ocorre a comercialização, ou melhor, a empresa perde o contato com o produto após ter cumprido todas as responsabilidades e obrigações, e, em contrapartida, cobrado os seus direitos. O departamento de vendas, o mais sensível às oscilações do mercado, tem maiores argumentos para justificar se deve ou não existir um estoque regulador de mercado, e, caso positivo, deve dimensioná-lo, sendo seu inventário o produto do estoque físico pelo custo unitário do concentrado produzido e transportado até o local da efetiva comercialização;

**f - Estoque de Material em Trânsito:** dependendo das posições relativas entre a mina, usina e mercado, bem como, da natureza do material transportado entre esses pontos, o volume de material em trânsito pode ter um valor acumulado bastante expressivo. Há usinas a centenas de quilômetros das minas e mercados a milhares de quilômetros das usinas. Assim, o minério em trânsito em trens e navios transoceânicos devem ser considerados. O inventário desse estoque pode ser estimado multiplicando-se o volume transportado pelo custo unitário acumulado das operações a que foram submetidas esse material;

**g - Estoques de Material Direto e Indireto nos Almoxarifados da Mina e da Usina:** para que a operacionalidade do empreendimento não sofra solução de continuidade, há a necessidade de manter estoques de material de consumo e peças sobressalentes nos almoxarifados da mina e da usina. Quando o empreendimento mineiro é de alto porte e situa-se em regiões ínvias, o inventário desse estoque pode atingir valores elevados, pois a empresa é obrigada a manter em estoque peças e materiais de consumo a um nível alto, se comparado com outra empresa localizada junto aos fabricantes de equipamentos, que, nessa situação é quem suporta esse ônus. O inventário desse estoque é avaliado pelo custo de aquisição acrescidos das despesas de transporte até o ponto de estoque.

**h - Recursos Financeiros em Caixa e Depósitos Bancários:** geralmente é estimado em função do custo de produção diário e do número de dias para o qual tais recursos devem ser mantidos. Por exemplo, os recursos em caixa e em banco devem corresponder a um montante que permita financiar uma semana de operação (produção).

**i - Despesas Administrativas e de Vendas:** deve corresponder a um ciclo de comercialização (lavra, beneficiamento, transporte e embarque). Este ciclo é obtido pela divisão do número de dias do ano (365 dias) pela "rotação de estoque" de cada fase. Pereira (1972/73,p.III.53-III.54) mostra um exemplo desse cálculo, que está abaixo resumido:

- Estoque de minério nas frentes de trabalho (correspondente a um dia de produção, considerando um regime de 300 dias/ano) de 10.000 t de minério;
- Estoque no pátio de homogeneização (correspondente a meia utilização do pátio)

de 48.000 t de minério.

- Estoque de produto concentrado (também correspondente a meia utilização do pátio) de 30.000 t de concentrado.

- Estoque de minério em trânsito ferroviário: o tempo médio de duração de uma viagem é de 10 horas = 0,4 dia.

- Estoque de minério no porto: deve ser de 100.000 t de concentrado, o que é suficiente para carregar um navio.

Com esses dados foi calculado o capital de giro referente às despesas administrativa e de venda, da seguinte forma:

- Extração e Estocagem:  $[(10.000 + 48.000) \times 365] / 3.000.000 = 7$  dias (onde o denominador é a produção anual de minério em toneladas);

- Beneficiamento e Estocagem:  $(30.000 \times 365) / 2.000.000 = 5$  dias (onde o denominador é a produção anual de concentrado em toneladas);

- Trânsito Ferroviário: 0,4 dia;

- Trânsito no Porto:  $(100.000 \times 365) / 2.000.000 = 18$  dias.

Somando-se os ciclos parciais acima, tem-se um ciclo total de 30,4 dias = 1 mês.

Sendo as despesas anuais de administração e comercialização de US\$ 1.140 mil, que corresponde a US\$ 95 mil/mês, esse valor multiplicado pelo ciclo total (um mês) resulta para item do capital de giro um valor de US\$ 95.000,00.

**j - Contas a Receber:** corresponde ao financiamento das vendas concedido pela empresa aos compradores de seu produto. Essa estimativa leva em conta a forma (parcela e prazo concedido) de financiamento. Por exemplo: a empresa vende 1.000 t/ dia de concentrado a 50 u.m/t, com pagamento de 80% no ato do embarque (de fato, recebe esse valor 2 dias após o embarque por via bancária) e 20% em 60 dias (de fato, 62 dias, por força do contrato de comercialização). Sendo o custo unitário total de 30 u.m./t, pode-se estimar o valor das contas a receber pelo seguinte produto:

prazo médio de financiamento x valor diário das vendas

$[80\% \times 2 \text{ dias} + 20\% \times 62 \text{ dias}] \times [1.000 \text{ t} \times 30 \text{ u.m./t}] =$

$= 14 \text{ dias} \times 30.000 \text{ u.m} = 420.000 \text{ u.m.}$

Isto significa que, se for mantida essa política de financiamento pela empresa durante a vida útil do projeto, a empresa deve dispor de um capital de 420.000 u.m., na forma de capital de giro, para financiar suas vendas.

Há duas parcelas que são redutoras do capital de giro, e, portanto, são subtrativas (negativas). São elas:

**k - Contas a Pagar:** a empresa compra bens (insumos) e recebe a prestação de serviços de terceiros para desenvolver suas atividades e, de um modo geral, a cobrança por tais bens e serviços não é de imediato, ou seja, os fornecedores concedem um prazo para o pagamento. Como a empresa é financiada essa parcela de capital de giro é uma operação inversa da relativa a contas a receber, motivo pelo qual contas a pagar é negativa (reduz a necessidade de capital de giro). Conhecendo-se o prazo médio de financiamento, geralmente expresso em dias, e o volume diário de compras e serviços contratados, torna-se fácil estimar essa parcela do capital de giro;

**l - Desconto de Duplicatas:** essa é outra parcela negativa do capital de giro, pois corresponde à parte do financiamento das vendas que é recuperada de imediato.

Quando o fornecedor do material é estrangeiro deve ser considerado o tempo decorrido entre a data do pedido e a do recebimento, desde que o consumo do material seja expressivo. Por exemplo, um insumo de alto consumo, demora 30 dias entre a data do pedido e a da sua chegada ao empreendimento. Para a empresa manter um estoque regulador correspondente a 45 dias de produção, tem um prazo de 75 dias entre o pedido (data de pagamento) e o recebimento para que a produção não seja afetada. Se o custo do insumo é de 200 u.m./kg e o consumo diário de 10 kg, o capital de giro comprometido com esse insumo é de:

$$75 \text{ dias} \times 10 \text{ kg/dia} \times 200 \text{ u.m./kg} = 150.000 \text{ u.m.}$$

Os estoques reguladores dos produtos em processo ou do produto acabado são calculados em função do prazo da necessidade em manter cada estoque. Assim, tem-se, como exemplo: o estoque de minério no pátio da mina equivalente a 3 dias de produção da mina; o estoque de minério na usina correspondente a 5 dias de alimentação da usina; o estoque de concentrado no escritório de vendas deve ser equivalente a 8 dias de venda; o estoque de minério no porto de embarque deve ser o necessário para carregamento de dois navios etc.

Normalmente, o projeto não entra em operação produzindo, inicialmente, à plena capacidade; ao contrário, a produção vai aumentando, inicialmente, ano a ano, até atingir a capacidade máxima. Dessa forma, o capital de giro, geralmente, é injetado de acordo com o aumento da produção nos anos iniciais, até a sua estabilização. Desse modo, pode ser necessário dimensionar as parcelas de capital de giro exigidas no 1º, 2º etc. anos de produção.

Também a recuperação do capital de giro, ao invés de ser feita de uma única vez no final da vida do projeto, pode ser procedida de modo gradativo, quando a empresa planeja finalizar o empreendimento por etapas. Assim, há uma recuperação de parcela do

capital de giro, por exemplo, no antepenúltimo, outra no penúltimo, e, finalmente, o restante no final do último ano. As estimativas das parcelas de recuperação podem ser feitas com menor precisão do que as relativas à injeção do capital de giro, tendo em conta que a influência do valor tempo do dinheiro é muito maior nos primeiros anos do que nos anos finais da vida do projeto.

As parcelas da injeção, sendo saídas de caixa, são negativas; por outro lado, as relativas à recuperação, sendo entradas de caixa, são positivas.

### **I.1.9 - Efeitos Inflacionários nos Projetos de Mineração: Inflacionamento e Deflacionamento das Distribuições de FCs**

As estimativas dos elementos, entradas e saídas, do FC podem ser feitas a preços constantes de uma data ou a preços correntes.

Os valores a preços constantes, relativo a uma certa data, mantém o poder aquisitivo da moeda constante ao longo do tempo.

Os valores a preços correntes têm o poder aquisitivo correspondente à data a que se refere, ou seja, oscila no tempo de acordo com a deterioração da moeda - a inflação.

As estimativas dos FCs presentes e futuros são normalmente feitas na data da avaliação da alternativa, ou seja, a preços constantes daquela data. Quando as estimativas são feitas a preços correntes, devido aos efeitos inflacionários, é necessário homogeneizá-las.

A conversão de valores a preços correntes em valores a preços constantes (ou vice-versa) é feita usando os **inflatores** (ou **deflatores**), obtidos a partir dos "índices de preços".

O **inflacionamento** de uma série financeira (um exemplo é a distribuição de FCs) consiste em converter os valores a preços correntes da série em valores a preços constantes relativos ao último período da série. Os valores a preços constantes obtidos estão expressos em moeda de poder aquisitivo da data final da série.

O quadro a seguir mostra o inflacionamento de uma série de valores a preços correntes, mediante o uso de **inflatores** calculados a partir de um índice de preço hipotético.

Para converter uma série financeira de estimativas futuras, feitas a preços constantes do presente ano, em valores a preços correntes dos respectivos anos, é necessário estimar os índices de preços a partir das expectativas de inflação dos anos futuros. Esse processo de conversão é denominado de **deflacionamento** da série financeira.

(inflator)  
PREÇOS CORRENTES =====> PREÇOS CONSTANTES

(u.m.)

Ano (k)	Valores a preços correntes	Índice de Preço (IP <sub>k</sub> )	Inflator (IP <sub>3</sub> /IP <sub>k</sub> )	Valores a preços constantes <sup>(*)</sup>
1	1.000,00	553	927/553 = 1,676	1.676,00
2	1.000,00	809	927/809 = 1,146	1.146,00
3	1.000,00	927	927/927 = 1,000	1.000,00

(\*) - valores a preços constantes do ano 3 (último ano da série).

O seguinte quadro mostra o deflacionamento de uma série de valores a preços constantes, mediante o uso de **deflatores** calculados a partir das estimativas dos índices de preço futuros, calculados para expectativas de inflação de 15% e 20% no segundo e terceiro ano, respectivamente.

No Brasil os principais índices de preços são:

- Índice Geral de Preços - IGP (FGV);
- Índice Geral de Preços de Mercado - IGP-M (FGV);
- Índice Nacional de Preços ao Consumidor - INPC (IBGE); e,
- Índice de Preço ao Consumidor - IPC (FIPE).

Segundo Carvalho et al.(1980,p.46), no País há mais de três centenas de índices de preços, elaborados por instituições econômicas especializadas, de âmbitos regionais ou federal.

(deflator)  
PREÇOS CONSTANTES =====> PREÇOS CORRENTES

(u.m)

Ano (k)	Valores a preços constantes <sup>(*)</sup>	Índice de Preço <sup>(**)</sup> (IP <sub>k</sub> )	Inflator (IP <sub>k</sub> /IP <sub>1</sub> )	Valores a preços correntes
1	1.000,00	1.000	1.000/1.000 = 1,000	1.000,00
2	1.000,00	1.150	1.150/1.000 = 1,150	1.150,00
3	1.000,00	1.380	1.380/1.000 = 1,380	1.380,00

(\*) Valores a preços constantes em moeda de poder aquisitivo do primeiro ano.

(\*\*) Estimados para expectativas inflacionárias de 15% no 2º e 20% no 3º ano.

Além desses índices, o governo criou a Unidade Fiscal de Referência - UFIR, que é usada na correção monetária dos ativos imobilizados das empresas, em substituição às extintas Obrigações Reajustáveis do Tesouro Nacional - ORTN e Obrigações do Tesouro Nacional - OTN.

Na prática da avaliação econômica, se o tempo decorrido entre avaliação de um projeto e a data quando se exige a correção monetária dos elementos do FC, for pequeno, utiliza-se índices de preços de preferência setoriais. Por exemplo: para corrigir os preços dos investimentos na construção civil, pode-se usar um índice da construção civil; para equipamentos importados, a taxa de câmbio; e para os demais itens, o índice geral de preço mais adequado. No entanto, quando aquele tempo for o suficiente para que ocorram distorções diferenciadas na correção monetária dos variados elementos dos FCs, o procedimento apropriado é o de, em lugar de corrigir monetariamente, atualizar todos os valores mediante nova tomada de preços junto aos fornecedores de insumos, fabricantes de equipamentos e prestadores de serviços.

#### **1.1.10 - Relação entre a Taxa Real de Juro, a Taxa Aparente de Juro e a Inflação**

Uma relação importante é a existente entre a taxa real (sem inflação) -  $i$  e a taxa aparente (com inflação) -  $I$ . Para obter essa relação, seja um capital  $P$  que aplicado a taxa real  $i$  por período, cuja inflação é de  $f\%$ , resulte no montante  $S$  no final do período considerado.

O valor de  $S$  tem necessariamente as seguintes parcelas:

- o capital inicial:  $P$ ;
- juros reais obtidos por  $P$ :  $Pi$ ;
- correção monetária de  $P$  devido à inflação:  $Pf$ ; e,
- correção monetária dos juros reais obtidos por  $P$ :  $Pif$ .

Consequentemente, o montante de  $S$  é dado por:

$$S = P + Pi + Pf + Pif = P(1 + i) + Pf(1 + i) \text{ ou}$$

$$S = P(1 + i)(1 + f)$$

Se  $I$  é a taxa de juro com inflação (taxa aparente de juro), tem-se:

$$S = P(1 + I) = P(1 + i)(1 + f) \text{ ou}$$

$$(1 + I) = (1 + i)(1 + f)$$

## I.2 - CÁLCULO FINANCEIRO APLICADO À AVALIAÇÃO ECONÔMICA DE PROJETOS

### I.2.1 - Conceitos de Juro

A primeira noção de juro é a do "dinheiro pago pelo uso do dinheiro". A ciência econômica afirma que quem poupa adia o consumo, porém, para que o consumo seja antecipado o indivíduo paga juros ou renuncia a remuneração da sua poupança ou levanta um empréstimo. A teoria econômica considera juro como remuneração do fator capital, isto é, para se produzir qualquer bem ou prestar qualquer serviço, o agente econômico combina os fatores de produção capital, trabalho e recursos naturais, a um nível de tecnologia disponível (knowhow), devendo cada um desses fatores serem remunerados: o trabalho, através dos salários; o capital, pelos juros; e, os recursos naturais, pela renda. A própria tecnologia é remunerada através de royalties. O papel da taxa de juro na avaliação econômica de projetos está devidamente ilustrado no Apêndice B - A Taxa Mínima de Atratividade como Elemento da Estratégia de Investimento da Empresa.

### I.2.2 - Taxas de Juro: Percentual e Unitária

A intensidade do juro é medida pela taxa de juro. Existem duas formas de taxas de juro: a **taxa percentual**, na prática a mais divulgada, que mede a quantidade de juro exigida por cada 100 unidades monetárias de capital usados por período (ano, mês, dia etc.); e, a **taxa unitária**, de uso mais teórico, que mede o juro exigido por unidade monetária por período considerado.

Por exemplo, 8% a.m. indica a exigência de 8 u.m. de juro por cada 100 u.m. em cada mês de duração do empréstimo, logo é uma taxa percentual. A mesma intensidade de juros pode ser exigida na forma de taxa unitária expressa por 0,08a.m., que indica a exigência de 8 centavos da unidade monetária por cada u.m. em cada mês de duração do empréstimo. Portanto, para passar de taxa percentual para taxa unitária deve-se simplesmente dividir por cem, e, se a transformação for inversa multiplica-se por cem.

### 1.2.3 - Tipos de Capitalização: Simples, Composta e Contínua

Entende-se por **capitalização** o processo pelo qual os juros se incorporam ao capital. Na **capitalização simples**, no final de cada período, os juros não se incorporam ao capital, de modo que somente o capital rende juros durante o prazo de aplicação. Na **capitalização composta**, no final de cada período, os juros se incorporam ao capital, formando um novo capital que passa a render juros no período subsequente, dessa forma, também os juros gerados passam a render juros. Quando o intervalo de tempo entre as capitalizações (períodos) é infinitamente pequeno, e, portanto, o número de capitalizações cresce de forma extremamente grande, tem-se a **capitalização contínua**.

### 1.2.4 - Formação do Montante (M) a Juro Simples

Usando a taxa unitária e o prazo de aplicação expresso no mesmo período (ano, mês etc.) a que se refere a taxa, o **juro simples (J)** incidente sobre um **capital (P)** no **prazo (n)**, é dado pela fórmula:

$$J = Pin \dots \dots \dots (1)$$

E, o **montante (M)** a juro simples - capital mais juro - é expresso por:

$$M = P(1 + in) \dots \dots \dots (2)$$

Para uma taxa unitária  $i$  constante,  $M$  é uma função linear de  $n$ , com coeficiente linear igual a  $P$  e coeficiente angular igual a  $Pi$ , assim, quanto maior a taxa de juro maior a inclinação da reta em relação ao semi-eixo positivo das abcissas.

### 1.2.5 - Formação do Montante (S) a Juro Composto

Na capitalização composta, no final de cada período a que se refere a taxa, os juros gerados se incorporam ao capital para formar novo capital, que irá render juros no período seguinte.

Dessa forma, se  $P$  é o capital inicial, modernamente denominado **valor presente**, aplicado à taxa unitária  $i$ , o montante de  $P$  no final do primeiro período de aplicação é igual a:

$$S_1 = P + Pi.1 = P(1 + i)$$

No final do segundo período a aplicação  $S_1$  formará o montante  $S_2$ , dado por:

$$S_2 = S_1(1+i) = P(1+i)(1+i) \text{ ou } S_2 = P(1+i)^2$$

Sucessivamente,  $S_2$  no final do terceiro período formará o montante  $S_3$ , dado por:

$$S_3 = P(1+i)^2 \cdot (1+i) \text{ ou } S_3 = P(1+i)^3$$

Por indução de raciocínio, tem-se no final do  $n$ -ésimo período o montante:

$$S_n = S_{n-1}(1+i) \text{ ou } S_n = P(1+i)^n, \text{ ou simplesmente,}$$

$$S = P(1+i)^n \dots \dots \dots (3)$$

Para o fator  $(1+i)^n$ , é usada a notação **FPS(i,n)** - Puccini (1973) - lê-se "fator de P para S". Esse fator é denominado de **fator de acumulação de capital**. Com essa notação, a expressão (3) pode ser escrita na forma:

$$S = P \cdot \text{FPS}(i,n) \dots \dots \dots (3')$$

A expressão (3) indica que S é uma função exponencial de n, que corta o eixo vertical no ponto de ordenada  $S=P$ .

### 1.2.6 - Montante a Juro Simples (M) versus Montante a Juro Composto (S)

Das relações (2) e (3) acima, tem-se:

$$M = P(1+in) \text{ e } S = P(1+i)^n$$

Para comparar M com S é suficiente comparar as expressões  $(1+in)$  e  $(1+i)^n$ . A análise matemática prova que, nessa comparação, há três casos a considerar (Carvalho, 1977,p.417-418):

1º caso: para  $n < 1$ ,  $(1+i)^n < (1+in)$ , dessa forma,  $S < M$ ;

2º caso: para  $n = 1$ ,  $(1+i)^n = (1+in)$ , logo,  $S = M$ ; e,

3º caso: para  $n > 1$ ,  $(1+i)^n > (1+in)$ , logo,  $S > M$ .

Conclui-se que, para prazo de aplicação inferior, igual ou superior a um período, o montante a juro composto é menor, igual ou maior que o montante a juro simples, respectivamente. Como consequência, o juro gerado na capitalização composta somente é superior ao gerado pela capitalização simples se o prazo de aplicação for maior que o período a que se refere a taxa.

### 1.2.7 - Capitalização versus Desconto

A expressão (3), fornece o montante denominado modernamente de **valor futuro**, a juro composto de um capital P aplicado à taxa unitária i por um prazo de n períodos. Em

outras palavras, permite *capitalizar* P obtendo o seu valor futuro após n períodos de aplicação à taxa i. A operação financeira que permite converter um valor presente da data Zero para um valor futuro localizado no final do n-ésimo período é denominada **capitalização**.

Da relação (3), pode-se explicitar P e obter a expressão:

$$P = S(1+i)^{-n} \dots\dots\dots(4)$$

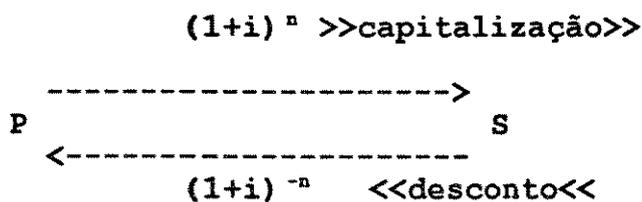
Essa expressão permite, conhecido um valor futuro (S), determinar o seu valor presente. Tal operação financeira é conhecida como **desconto**, sendo, simplesmente, a operação financeira inversa da capitalização. Portanto, ao contrário do que muitos indivíduos pensam, a operação desconto não possui a conotação de "abatimento", pelo contrário, é uma forma de cobrar juros. Por exemplo, quando um banco desconta um título vencível em três meses por 85% do seu valor nominal (valor na data de vencimento), simplesmente, está emprestando 85 u.m. hoje para receber um montante de 100 u.m. em três meses.

O fator  $(1+i)^{-n}$  é denominado de **fator de desconto** ou **fator de valor atual**, cuja notação será **FSP(i,n)**, lê-se "fator de S para P".

Com a notação adotada, a expressão (4) toma a forma:

$$P = S.FSP(i,n) \dots\dots\dots(4')$$

Do exposto, verifica-se que o fator  $(1+i)^n$  desloca valor presente para valor futuro, e, o fator  $(1+i)^{-n}$  desloca valor futuro para valor presente.



### 1.2.8 - Equivalência Financeira e Valor Tempo do Dinheiro (o conceito moderno de juro)

Aplicando-se a juro composto 1.000 u.m. na data Zero à taxa de 10% a.a., tem-se os seguintes montantes ou valores futuros nos anos subsequentes:

1.000,00	1.100,00	1.210,00	1.331,00	1.464,10	1.610,51
+	+	+	+	+	+
0	1	2	3	4	5 (anos)

Nessas condições, receber 1.000,00 u.m na data Zero "equivale" a receber 1.100,00 u.m.no final do primeiro ano, pois aplicando-se 1.000,00 u.m. na data Zero à taxa de 10% a.a. obtém-se 1.100,00 u.m. no final do primeiro ano. Também é equivalente a receber 1.210,00 u.m. no final do segundo ano, e, assim sucessivamente, de modo que também é equivalente a receber 1.610,51 u.m. no final do quinto ano. Tem-se as equivalências financeiras:

$$(1.000,00)_0 \equiv (1.100,00)_1 \equiv \dots \equiv (1.610,51)_5$$

Essas equivalências são válidas para taxa de 10% a.a.; havendo variação da taxa, os valores mudam para manter a condição de equivalência à nova taxa. A equação de equivalência acima mostra que é a dimensão "tempo do valor do dinheiro", ou seja, o valor tempo do dinheiro, que faz com que 1 u.m. hoje seja diferente de 1 u.m. em qualquer outra data passada ou futura.

Devido à existência de juro ou valor tempo do dinheiro é, financeiramente, impróprio somar, subtrair ou comparar valores monetários que ocorram em datas diferentes. Para que tais operações sejam possíveis, faz-se necessário conduzir (capitalizar valores passados ou descontar valores futuros) para a mesma data.

### 1.2.9 - Cálculo do Valor Atual (P) de uma Série Periódica Uniforme - Relação entre P e R

Seja a série periódica uniforme de anuidade ou termo (R) representada no diagrama a seguir:



O valor atual (P) na data Zero da referida série é obtido pela soma dos valores atuais de cada termo (R) da série. O termo que ocorre no final do 1º período, tem o seu valor atual calculado pela expressão (4), obtendo-se:

$$p_1 = R(1+i)^{-1}$$

Da mesma forma, os termos que ocorrem nos finais dos anos 2, 3, ..., n, têm os seus respectivos valores atuais dado por:

$$p_2 = R(1+i)^{-2}; \quad p_3 = R(1+i)^{-3}; \dots; \quad p_n = R(1+i)^{-n}$$

Como  $P = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n$ , tem-se:

$$P = R(1+i)^{-1} + R(1+i)^{-2} + R(1+i)^{-3} + \dots + R(1+i)^{-n}$$

O segundo membro da equação acima é a soma dos termos de uma progressão geométrica decrescente de n termos. Para achar essa soma, multiplica-se ambos os membros da equação por (1 + i), obtendo-se:

$$P(1 + i) = R + R(1 + i)^{-1} + R(1 + i)^{-2} + \dots + R(1 + i)^{-(n-1)}$$

Subtraindo-se essa expressão da original, verifica-se que, à exceção do último termo do segundo membro da primeira equação e do primeiro termo do segundo membro da segunda, os demais termos se anulam, logo:

$$P(1 + i) - P = R - R(1 + i)^{-n}$$

$Pi = R[1 - (1 + i)^{-n}]$ . Multiplicando-se ambos membros por  $(1 + i)^n$ , tem-se:

$$P = R \cdot \frac{(1 + i)^n - 1}{(1 + i)^n \cdot i} \dots \dots \dots (5)$$

O fator pelo qual deve-se multiplicar R para obter P é denominado de "fator de valor atual da série uniforme", para o qual será usada a notação  $FRP(i, n)$ , lê-se "fator de R para P".

Com essa notação, a expressão (5) toma a forma:

$$P = R \cdot FRP(i, n) \dots \dots \dots (5')$$

Se a série possui um número ilimitado de termos, o que em linguagem financeira é denominada de **série perpétua**, o fator  $FRP(i, n)$ , quando  $n \rightarrow \infty$ , assume o valor  $1/i$ , resulta em

$$FRP(i, \infty) = 1/i, \text{ pois}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \{ [(1 + i)^n - 1] / [(1 + i)^n \cdot i] \} = \infty / \infty$$

Para levantar a indeterminação, divide-se o numerador e o denominador da expressão por  $(1 + i)^n$ , e calcula-se o limite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \{ [1 - 1/(1 + i)^n] / i \} = 1/i.$$

Dessa forma, para a série perpétua, o valor atual é dado por:

$$P = R/i \dots \dots \dots (5'')$$

Na expressão (5), pode-se explicitar R, obtendo-se a relação:

$$R = P \cdot \frac{(1 + i)^n \cdot i}{(1 + i)^n - 1} \dots \dots \dots (6)$$

O fator pelo qual P é multiplicado para se obter R é denominado **fator de recuperação de capital**, cuja notação é  $FPR(i, n)$ , lê-se "fator de P para R". Com essa notação a relação (6) toma a forma:

$$R = P \cdot FPR(i, n) \dots \dots \dots (6')$$

**I.2.10 - Cálculo do Valor Futuro (S) de uma Série Periódica Uniforme - Relação entre S e R**

Igualando-se as expressões (4) e (5), e, após as devidas simplificações, pode-se explicitar o valor de S, obtendo-se:

$$S = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \dots \dots \dots (7)$$

O fator pelo qual se multiplica R para obter S, denomina-se **fator de acumulação de capital da série uniforme**, cuja notação é **FRS(i,n)**, lê-se "fator de R para S". Com essa notação, a expressão (7) toma a forma:

$$S = R \cdot \text{FRS}(i,n) \dots \dots \dots (7')$$

Explicitando-se R em (7), tem-se:

$$R = S \cdot \frac{i}{(1+i)^n - 1} \dots \dots \dots (8)$$

O fator pelo qual se multiplica S para obter R é denominado **fator de formação de capital da série uniforme**, cuja notação é **FSR(i,n)**, lê-se "fator de S para R". Usando essa notação a relação (8) toma a forma:

$$R = S \cdot \text{FSR}(i,n) \dots \dots \dots (8')$$

**I.2.11 - Relações entre os Fatores de Juros Compostos**

Nos itens anteriores foram apresentados seis fatores financeiros, através das relações de (3) a (8). Três desses fatores, expressos pelas relações (4), (6) e (8), foram obtidos pela simples inversão dos correspondentes (3), (5) e (7), que foram demonstrados analiticamente, com base no conceito de equivalência financeira. Dessa forma, tem-se as relações:

$$\text{FSP}(i,n) = 1/\text{FPS}(i,n) \dots \dots \dots (9)$$

$$\text{FPR}(i,n) = 1/\text{FRP}(i,n) \dots \dots \dots (10)$$

$$\text{FSR}(i,n) = 1/\text{FRS}(i,n) \dots \dots \dots (11)$$

Além dessas relações, obtidas por inversão, há duas relações fundamentais entre os fatores financeiros. A primeira é obtida a partir do critério lógico-matemático, denominado de prova da reversão circular, expresso no caso pela relação:

$$S/P.R/S.P/R = 1, \text{ ou}$$

$$FPS(i,n).FSR(i,n).FRP(i,n) = 1.....(12)$$

Para facilitar a memorização dessa relação, pode-se imaginar um triângulo cujos vértices são P, S e R. Pode-se percorrer esse triângulo, a partir de qualquer vértice, no sentido horário ou anti-horário, obtendo-se expressões análogas a (12), que foi obtida a partir de P passando nos vértices S e R e chegando, finalmente, no vértice de partida (P); no caso, o triângulo foi percorrido no sentido das setas FPS (seta de P para S), FSR (idem, de S para R) e FRP (idem, de R para P).

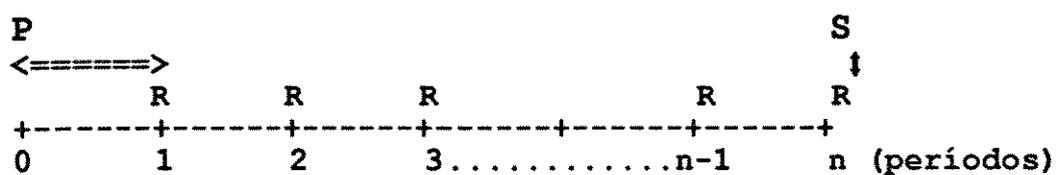
A outra relação é obtida pela diferença entre os fatores FPR(i,n) e FSR(i,n), que resulta na taxa unitária i, obtendo-se:

$$FPR(i,n) - FSR(i,n) = i.....(13)$$

Uma forma de memorizar essa relação é observar que  $R/P > R/S$ , e que a diferença entre essas frações é exatamente i, ou seja,

$$R/P - R/S = i.....(13')$$

No uso dos fatores financeiros deve-se observar, rigorosamente, as posições relativas (no diagrama representativo da série uniforme) entre P e o primeiro termo(R) da série e entre S e o último termo da série. Nota-se que P sempre ocorre um período antes do primeiro termo; e, que S sempre coincide com o último termo. O seguinte diagrama permite uma visualização útil na aplicação dos fatores.



### I.2.12 - Taxa Proporcional e Taxa Equivalente

Na capitalização simples 36%a.a. é uma taxa equivalente a 18%a.s.(ao semestre) ou a 3%a.m. Assim, nesse tipo de capitalização existe uma proporcionalidade entre prazos e taxas, de modo que sendo o semestre a metade do ano, a taxa semestral é metade da taxa anual, ou seja, na capitalização simples as taxas proporcionais são também taxas

equivalentes.

Por outro lado, na capitalização composta não existe essa proporcionalidade, necessitando a definição de **taxas equivalentes**.

Dessa forma, duas taxas relativas a períodos diferentes são ditas **taxas equivalentes** quando, aplicando-se o mesmo capital (por exemplo, a unidade monetária  $P = 1$  u.m.) durante o mesmo prazo, obtém-se o mesmo montante.

Para ilustrar, se  $i_M$  é a taxa unitária mensal e  $i_A$  a anual, a relação de equivalência financeira entre essas taxas é:

$$1 + i_A = (1 + i_M)^{12}.$$

Generalizando essa relação tem-se:

$$\begin{aligned} 1 + i_A &= (1 + i_S)^2 = (1 + i_Q)^3 = (1 + i_T)^4 = \\ &= (1 + i_B)^6 = (1 + i_M)^{12} = (1 + i_D)^{360} \dots \dots \dots (14) \end{aligned}$$

Onde  $i_A$ ,  $i_S$ ,  $i_Q$ ,  $i_T$ ,  $i_B$ ,  $i_M$  e  $i_D$  são as taxas unitárias ao ano, ao semestre, ao quadrimestre, ao trimestre, ao bimestre, ao mês e ao dia, respectivamente.

Deve-se observar que o conceito de taxas equivalentes independe da quantidade de capital aplicado.

Pela relação (14), demonstra-se que a taxa anual equivalente a 0,5%a.m. (remuneração real da Caderneta de Poupança) é uma taxa equivalente a 6,16778%a.a.. Também, a taxa trimestral equivalente a 12% ao bimestre é de 18,52966%a.t.

### 1.2.13 - Taxa Nominal e Taxa Efetiva

Todas as taxas apresentadas até agora são **taxas efetivas**. No entanto, existe uma outra forma convencional de medir a intensidade do juro, que é através da **taxa nominal**.

A taxa nominal é expressa conforme uma das formas exemplificativas abaixo:

36%a.a.	com capitalização	mensal (mente)
	capitalizada	.....
	composta	semestral (mente)

O que significa 36%a.a com capitalização mensal ( ou semestral) ?

Significa que a taxa efetiva ao mês (ou ao semestre) é de 36%a.a. ÷ 12 meses/ano = 3%a.m. (ou 36%a.a. ÷ 2 semestres/ano = 18%a.s.). Essa taxa efetiva mensal (ou semestral) é uma taxa equivalente, conforme a relação (14), a 42,57609%a.a. (ou 39,24%a.a.). Dessa forma, a taxa efetiva anual é sempre superior ao valor do juro exposto

pela taxa nominal correspondente.

O exemplo acima pode ser generalizado, pela expressão:

$$1 + i = (1 + i_N/k)^k \dots\dots\dots(15)$$

Onde:

$i$  - é a taxa efetiva anual, expressa na forma de taxa unitária;

$i_N$  - é a taxa nominal anual, também na forma unitária ;e,

$k$  - é o número de capitalizações da taxa nominal por ano.

Por exemplo, uma taxa nominal de 30%a.a. capitalizada mensalmente, pela expressão (15), corresponde a uma taxa efetiva anual de aproximadamente 35%a.a. (precisamente, 34,48888%a.a.). Por outro lado, uma taxa efetiva de 12%a.a. corresponde a uma taxa nominal de 11,44057%a.a. capitalizada bimestralmente.

#### 1.2.14 - Capitalização Simples versus Capitalização Composta

O uso do juro simples é restrito ao curto prazo, enquanto o composto, que no passado, era reservado ao médio e ao longo prazos, na atualidade, tem seu uso generalizado, sendo até mais usado no curto prazo do que o simples. Tal fato, deve-se a dois fatores modernos: o primeiro, é a explosão do processo inflacionário, em escala mundial, particularmente, a partir do início dos anos setenta; e, o segundo, é o surgimento e desenvolvimento rápido da informática nas duas últimas décadas, que facilitou a solução dos problemas de juro composto, antes considerados complexos (o operador matemático do logaritmo era de grande utilidade na resolução desses problemas).

A grande vantagem apresentada pela capitalização simples é a proporcionalidade entre prazos e taxas, como mostrado no início do item 1.2.12. No entanto, se dois capitais, vencíveis em datas futuras diferentes, são equivalentes em uma determinada data (data focal), a uma certa taxa de juro, a equivalência deixa de existir quando a data de comparação muda. Isto exige o restabelecimento da equivalência sempre que mudar a data de comparação. Em resumo, na capitalização simples, há unicidade da data de equivalência.

A grande vantagem da capitalização composta é exatamente a pluralidade da data de equivalência, isto é, se dois capitais, vencíveis em datas futuras diferentes, são equivalentes em uma determinada data, à uma certa taxa de juro composto, sempre serão em qualquer outra data, passada ou futura. Desse modo, se a viabilidade econômica de um projeto é estudada em uma data, não há necessidade de ser reestudada em outra data. Por exemplo, se um projeto mostra-se viável ao ser estudado através da comparação das suas

entradas e saídas líquidas de caixa descontadas para a data do início da implantação, a viabilidade permanece na data de início da produção, desde que as estimativas das saídas e entradas líquidas de caixa sejam as mesmas.

Como exemplo, pode-se calcular o capital ( $M_7$ ) vencível no final do 7º mês equivalente ao capital de  $M_5 = 24.375$  u.m. vencível no final do 5º mês, considerando a taxa de juro simples de 10% a.m. e a data de comparação como sendo a data Zero.

Da relação (2), tem-se:

$$M_7/1,70 = M_5/1,50 \text{ ou } M_7 = 24.375 \times 1,70/1,50 = 27.625,00 \text{ u.m.}$$

Se a comparação for no final do 2º mês, tem-se:

$$M_7/1,50 = M_5/1,30 \text{ ou } M_7 = 24.375 \times 1,50/1,30 = 28.125,00 \text{ u.m.}$$

Se o mesmo exemplo é resolvido usando a taxa de juro composto de 10% a.m., tem-se, através da relação (4), para data focal Zero:

$$S_7(1,1)^{-7} = S_5(1,1)^{-5} \text{ ou } S_7 = S_5(1,1)^2 = 24.375 \times 1,21 = 29.493,75 \text{ u.m.}$$

Para a data focal correspondente ao final do 2º mês, tem-se:

$$S_7(1,1)^{-5} = S_5(1,1)^{-3} \text{ ou } S_7 = S_5(1,1)^2 = 24.375 \times 1,21 = 29.493,75 \text{ u.m.}$$

Portanto, a mudança da data focal não afeta a equivalência, quando o juro é composto.

Em resumo, o juro simples tem a vantagem da proporcionalidade entre prazos e taxas. No entanto, seu uso, nos dias atuais, é restrito a poucas operações de curto prazo, bem como, apresenta unicidade da data de comparação de capitais vencíveis em datas diferentes. Por outro lado, no juro composto as taxas relativas a períodos diferentes não são proporcionais, havendo a necessidade do uso do conceito de taxas equivalentes. Contudo, o seu uso, nos dias atuais, é generalizado, sendo mais utilizado no próprio curto prazo do que o juro simples, sem prejuízo de seu tradicional emprego no médio e longo prazos. Na comparação entre capitais vencíveis em datas diferentes (passadas ou futuras), a capitalização composta apresenta a grande vantagem da pluralidade da data de comparação (data focal), de modo que, se dois capitais são equivalentes em uma certa data, também serão em qualquer outra data.

### 1.2.15 - Desconto de Distribuições de Fluxos de Caixa-FCs

Foi visto no item 1.2.7 que a **operação desconto**, financeiramente, significa achar o valor atual à uma taxa ( $i$ ) de um capital vencível em data futura. O valor atual à taxa  $i$  - **VA( $i$ )** - é o valor na data Zero que aplicado à taxa  $i$  gera o montante na data do vencimento.

Dessa forma, descontar uma distribuição de FCs à uma taxa  $i$  equivale a achar o seu valor atual a essa taxa, ou seja, calcular a grandeza  $VA(i)$ , que será a soma dos valores atuais de cada FC à taxa  $i$ .

Os dois exemplos a seguir ilustram as várias formas de descontar distribuições de FCs e o enunciado comum a ambos é: "descontar os FCs das distribuições abaixo, à taxa  $i$ ", o que é o mesmo que "achar o  $VA(i)$  das distribuições de FCs abaixo". Os cálculos foram elaborados com auxílio de calculadora financeira.

**1º Exemplo:** A distribuição possui todos FCs diferentes, constituindo-se, assim, no "problema genérico" de desconto de FCs. Na distribuição abaixo,  $X = 100$  u.m. e o desconto será efetuado à taxa de 10% a.a.

-2X	-3X	+X	+2X	+3X	+4X	+5X
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+
0	1	2	3	4	5	6 (anos)

O cálculo de  $VA(10\%)$  é efetuado pela equação:

$$VA(10\%) = -200 - 300.FSP(10\%,1) + 100.FSP(10\%,2) + 200.FSP(10\%,3) + 300.FSP(10\%,4) + 400.FSP(10\%,5) + 500.FSP(10\%,6) = +495,69 \text{ u.m.}$$

**2º Exemplo:** A distribuição contém série periódica uniforme. A distribuição abaixo é constituída de uma série periódica uniforme de seis termos iguais a 100 u.m., que ocorrem do 5º ao 10º ano. A taxa de desconto usada é de 10% a.a.

					X	X	X	X	X	X	X=100 u.m.
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10 (anos)	

Há três formas clássicas de calcular  $VA(10\%)$ , usando os fatores de juros compostos:

**1ª Solução:** Usando exclusivamente os fatores  $FRP(i,n)$  e  $FSP(i,n)$ . Desse modo, desconta-se os termos da série para data 4, e, posteriormente, acha-se o  $VA(10\%)$  desse valor descontado para data 4, tem-se:

$$VA(10\%) = [100.FRP(10\%,6)].FSP(10\%,4) = 297,47 \text{ u.m.}$$

**2ª Solução:** Usando exclusivamente os fatores  $FRS(i,n)$  e  $FSP(i,n)$ . Desse modo, capitaliza-se os termos da série para a data final (data 10) da mesma, e, posteriormente, desconta-se esse valor, localizado na data 10, para a data Zero, obtendo-se:

$$VA(10\%) = [100.FRS(10\%,6)].FSP(10\%,10) = 297,47 \text{ u.m.}$$

**3ª Solução:** Usando exclusivamente o FRP(i,n). Nesse caso, deve-se complementar a distribuição, colocando-se termos de 100 u.m. do 1º ao 4º ano, e ao mesmo tempo, subtraindo-se os termos colocados, conforme ilustra o diagrama a seguir:

	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X=100 u.m.
+---	+---	+---	+---	+---	+---	+---	+---	+---	+---	+---	+
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	(anos)
	-X	-X	-X	-X							

$$VA(10\%) = X[FRP(10\%,10) - FRP(10\%,4)] = 297,47 \text{ u.m.}$$

### 1.2.16 - Capitalização de Distribuições de FCs

É a operação inversa do desconto. Para efeito de cálculo, é um problema análogo ao anterior, onde o objetivo é calcular o valor futuro da distribuição de FCs à uma determinada taxa -VF(i). A solução pode ser a de calcular inicialmente VA(i), e posteriormente, capitalizar esse valor para o final da série; ou, a de capitalizar individualmente cada FC, e, posteriormente, somar os valores futuros individuais.

Os dois exemplos anteriores serão usados para ilustrar o problema da capitalização de distribuições de FCs.

#### 1º Exemplo

1ª Solução:

$$VF(10\%) = VA(10\%).FPS(10\%,6) = 495,69.FPS(10\%,6) = 878,14 \text{ u.m.}$$

2ª Solução:

$$\begin{aligned} VF(10\%) &= -200.FPS(10\%,6) - 300.FPS(10\%,5) + 100.FPS(10\%,4) + \\ &+ 200.FPS(10\%,3) + 300.FPS(10\%,2) + 400.FPS(10\%,1) + 500 = \\ &= 878,14 \text{ u.m.} \end{aligned}$$

#### 2º Exemplo

1ª Solução: (Solução Geral)

$$VF(10\%) = VA(10\%).FPS(10\%,10) = 297,47.FPS(10\%,10) = 771,56 \text{ u.m.}$$

2ª Solução: Usando exclusivamente o FRS(i,n).

$$VF(10\%) = 100.FRS(10\%,6) = 771,56 \text{ u.m.}$$

3ª Solução: Usando exclusivamente os fatores FRP(i,n) e FPS(i,n).

$$VF(10\%) = 100.FRP(10\%,6).FPS(10\%,6) = 771,56 \text{ u.m.}$$

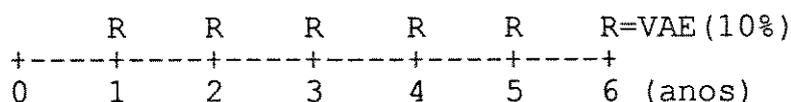
### 1.2.17 - Uniformização de Distribuições de FCs

O problema consiste em transformar a distribuição de FCs em uma série periódica uniforme de mesma duração (n), que seja equivalente financeira, à taxa i, à distribuição original, calculando-se o termo da série uniforme equivalente - VAE(i).

Os dois exemplos anteriores serão usados na ilustração dos cálculos relativos à uniformização de distribuições de FCs.

A solução geral é calcular VA(i), e, posteriormente, calcular VAE(i) da série periódica uniforme de mesma duração da distribuição em estudo.

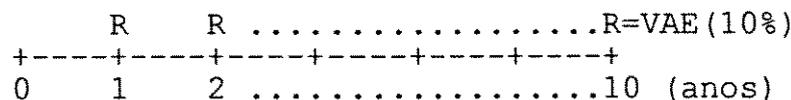
**1º Exemplo:** A distribuição de FCs deve ser transformada na série periódica uniforme de seis anos de duração. Observar que a data Zero da série não pode conter nenhum valor monetário. O diagrama abaixo representa a série periódica uniforme.



A taxa usada para equivalência financeira é de 10%a.a.

$$VAE(10\%) = VA(10\%).FPR(10\%,6) = 495,69.FPR(10\%,6) = 113,81 \text{ u.m.}$$

**2º Exemplo:** De modo análogo, a distribuição inicial deve ser transformada na série, abaixo representada, com 10 anos de duração.



$$VAE(10\%) = VA(10\%).FPR(10\%,10) = 297,47.FPR(10\%,10) = 48,41 \text{ u.m.}$$

### 1.2.18 - Convenção de Fim de Ano versus Convenção Linear

Foi mostrado que os juros compostos são capitalizados no final de cada período, geralmente, considerado como sendo o ano. Também, foi evidenciado que, tratando-se da taxa nominal, os juros são capitalizados k vezes por ano, podendo k ser igual a 2,3,...,360, ou seja, a capitalização ocorre a intervalos (mensal, trimestral,...., diário, respectivamente) do ano. O caso limite do uso da taxa nominal é quando k cresce de forma extremamente grande, tornando os intervalos de capitalização infinitamente pequenos, correspondendo

assim, a **capitalização contínua**.

Na prática da avaliação econômica há elementos (saídas ou entradas) de caixa que ocorrem de forma concentrada no final de cada intervalo discreto do ano, como exemplo, tem-se: salários, quando pagos mensalmente; juros de financiamento, quando pagos semestralmente; dividendos, quando pagos trimestralmente etc. Para esses elementos, a **convenção de fim de ano** é a que mais se aproxima da realidade, e, portanto, a mais adequada. Por outro lado, receitas das vendas de bens e de serviços e despesas operacionais ocorrem diariamente, ou várias vezes ao dia, ou seja, ao invés de concentrarem a cada intervalo de tempo, se distribuem ao longo do tempo. Para tais elementos a **convenção linear** (capitalização contínua) é a mais razoável como espelho da realidade.

Do exposto, para alguns elementos de caixa a convenção de fim de ano é a mais adequada, e, para outros, a convenção linear prevalece.

A grande vantagem da convenção de fim de ano é o uso dos fatores de juros compostos, que, pela grande aplicabilidade, facilita os cálculos e a apresentação dos resultados.

Em contrapartida Grant (1990,p.63) aponta como principal vantagem da convenção linear, o seu emprego em estudos econômicos quando o investimento é de curta duração e a taxa de juro vigente é elevada.

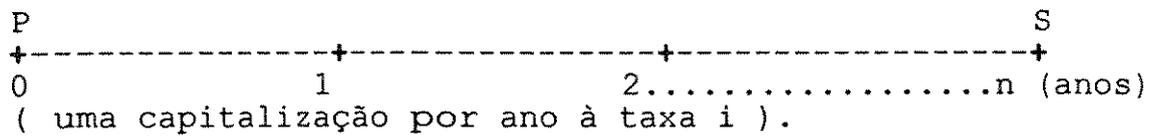
Na maioria dos casos de comparação de alternativas de investimento a decisão não é afetada pela convenção adotada. No entanto, há casos onde o resultado depende da escolha da convenção.

Para trabalhar com juros contínuos o mais conveniente é transformar as distribuições de FCs contínuos em distribuições de FCs discretos, desenvolvendo fórmulas de juros compostos, após expressar a taxa nominal capitalizada continuamente em função da taxa efetiva, o que permite o uso dos fatores de juros compostos.

#### **1.2.19 - Juro Contínuo e Relação entre a Taxa Nominal com Capitalização Contínua e a Taxa Efetiva**

Como visto anteriormente, na capitalização contínua o número de capitalizações no ano é extremamente grande, e, portanto, o intervalo de capitalização é infinitamente pequeno.



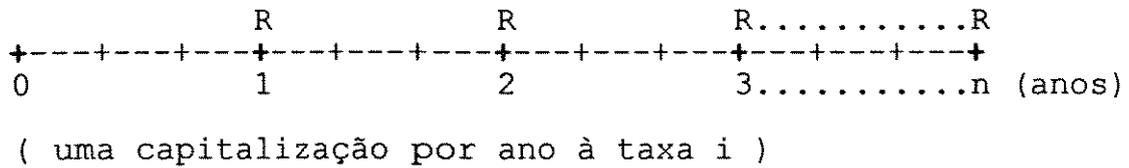
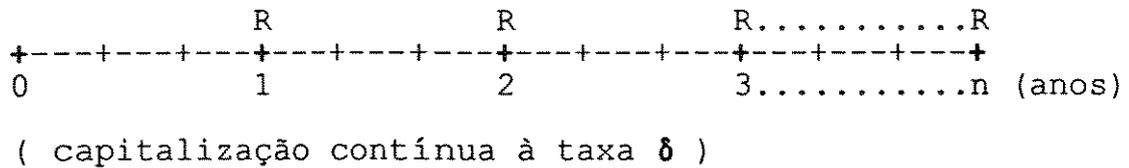


Por exemplo: Usando uma taxa instantânea de 30%a.a. (capitalizada continuamente), qual o montante no final de 6 anos de uma aplicação inicial de 100 u.m.(unidades monetárias).

De (16), tem-se:  $i = e^{0,30} - 1 \approx 35\%a.a.$

$S = P.FPS(i,n) = 100.FPS(35\%,6) = 605,34 \text{ u.m.}$

**2º Problema:** Relação entre P e R (série periódica uniforme) - na solução do problema considere a equivalência financeira entre as distribuições de FCs, abaixo representadas: a primeira com capitalização contínua à taxa  $\delta$ ; e, a segunda, com capitalização composta à taxa efetiva  $i$ .



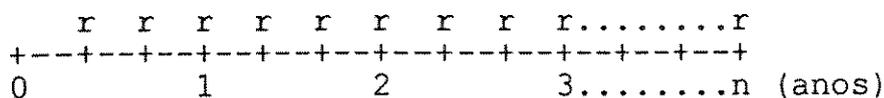
Por exemplo: Usando uma taxa instantânea de 30%a.a. (capitalizada continuamente), qual o montante, no final de 6 anos, formado por seis depósitos de 100 u.m. no final de cada ano?

De (16), tem-se:  $i = e^{0,30} - 1 \approx 35\%a.a.$

$S = R.FPS(i,n) = 100.FRS(35\%,6) = 1.443,84 \text{ u.m.}$

**1.2.21 - FCs Contínuos com Capitalização Contínua.**

No caso anterior, somente a capitalização era contínua, porém a distribuição era FCs discretos. No presente item, também a distribuição é de FCs contínuos. Dessa forma, há k períodos de capitalização e cada FC anual R é dividido em k parcelas iguais de valor  $r = R/k$ , como mostra o diagrama abaixo:



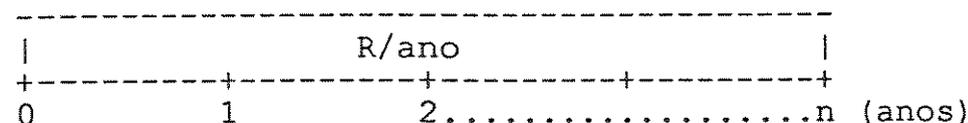
Essa distribuição de FCs tem as seguintes características:

- i - Cada FC anual é igual a  $K \cdot (R/k) = R$ ; e,
- ii- A taxa efetiva de juros por período de capitalização é igual a  $i_N/k$ .

O valor atual da distribuição de FCs acima será:

$$P = R/k \cdot FRP(i_N/k, kn) \dots \dots \dots (18)$$

Quando o número de capitalizações tende para o infinito, o diagrama toma a configuração abaixo, que indica que tanto a distribuição de FCs como a capitalização são contínuas.



O valor atual dessa distribuição de FCs contínuos é obtido, tomando-se a expressão (18) e calculando o limite quando k tende para infinito, ou seja:

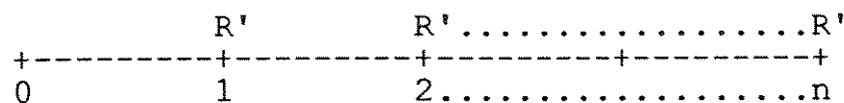
$$P = \lim_{k \rightarrow \infty} \{ R/k \cdot [(1 + i_N/k)^{kn} - 1] / [(1 + i_N/k)^{kn} \cdot i_N] \} =$$

Como, no limite,  $(1 + i_N/k)^k = 1 + i$ , e,  $i_N \rightarrow \delta$ , tem-se:

$$P = R \cdot \{ [(1 + i)^n - 1] / [i_N \cdot (1 + i)^n] \} =$$

$$P = R \cdot i / \delta \cdot FRP(i, n) \dots \dots \dots (19)$$

Para essa distribuição de FCs contínuos pode-se encontrar uma distribuição de FCs discretos equivalente financeiramente, que possui a seguinte representação:



O valor atual da distribuição de FCs discretos acima é dado por:

$$P = R' \cdot FRP(i, n) \dots \dots \dots (20)$$

Para que essas duas últimas distribuições de FCs sejam equivalentes é necessário que seus valores atuais sejam iguais, o que é obtido, igualando-se as relações (19) e (20), ou seja:

$$R' = R \cdot i / \delta \dots \dots \dots (21)$$

Para ilustrar a aplicação serão apresentados os seguintes exemplos.

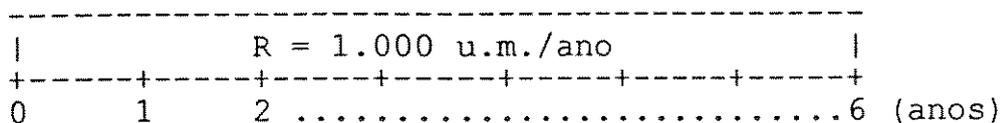
**1º Exemplo:** Sendo a taxa nominal de 30%a.a., capitalizada continuamente, qual o montante formado pela aplicação de um FC anual e contínuo de 1000 u.m./ano no final do 6º ano?

De (16), tem-se:  $1+i=e^{0,30}$ , logo  $i \approx 35\%a.a.$

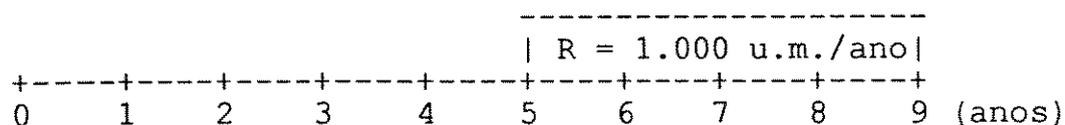
De (21), tem-se:  $R' = R \cdot 0,35/0,30 = 1.166,67 \text{ u.m.}$

Para calcular S, tem-se;

$$S = R' \cdot FRS(35\%,6) = 16.844,82 \text{ u.m.}$$

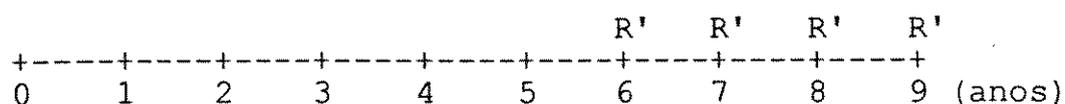


**2º Exemplo:** Qual o valor atual da distribuição de FCs contínuos abaixo, sendo  $\delta = 30\%a.a.$ ?



No exemplo anterior, ficou mostrado que para  $\delta = 30\%a.a.$ , tem-se  $i = 35\%a.a.$ , e, que  $R' = 1.166,67 \text{ u.m.}$ .

A distribuição de FCs discretos equivalente é:



Desse modo,  $P = R' \cdot FRP(35\%,4) \cdot FSP(35\%,5) = 519,57 \text{ u.m.}$

### I.3 - EFEITOS DA TRIBUTAÇÃO NOS FLUXOS DE CAIXA DOS PROJETOS DE EXPLOTAÇÃO MINERAL

Os principais tributos (impostos, contribuições etc.) que afetam os projetos de mineração pertencem a dois grandes grupos: os incidentes sobre a receita operacional bruta (faturamento) e os incidentes sobre o lucro do período base.

Nas Tabelas I.1 e I.2, relativas às Montagens dos FCs do Projeto e do Capital Próprio antes e após o Imposto de Renda, a rubrica da linha (4) - Receita Operacional Líquida, é obtida abatendo-se da Receita Operacional Bruta (faturamento) os tributos que incidem sobre a mesma, quais sejam: IPMF (Imposto Provisório sobre Movimentação Financeira), ICMS,<sup>2</sup> IOF (Imposto sobre Operações Financeiras), COFINS (Contribuição para Financiamento da Seguridade Social)<sup>3</sup>, PIS (Programa de Integração Social) e CFEM (Compensação Financeira pela Exploração de Recursos Minerais).

No segundo grupo, dos tributos que incidem sobre o lucro, tem-se a CS (Contribuição Social), o Imposto de Renda, o Adicional Estadual do Imposto de Renda e o Imposto sobre o Lucro Líquido.

Todo o arcabouço do Sistema Tributário Nacional está sujeito às reformas da Constituição de 1988, que estavam previstas para 1993, fato efetivamente não ocorrido até a presente data (outubro/1994), quando o Poder Executivo negocia com o Congresso Nacional uma pauta mínima para essa revisão que inclui as Reformas Tributária e da Previdência.

Para melhor ilustrar os efeitos da tributação nos projetos de exploração mineral, foi elaborada a Tabela I.4 - Efeitos da Tributação nos Fluxos de Caixa do Projeto, que permite intercalar nas Tabelas I.1 e I.2 os dois grupos de tributos inicialmente definidos, mediante as linhas indicadas por letras minúsculas.

Os detalhes de cada tributo da tabela estão dispostos na forma das seguintes notas explicativas:

---

<sup>2</sup> - O Imposto sobre Operações Relativas à Circulação de Mercadorias e sobre a Prestação de Serviço de Transporte Interestadual e Intermunicipal e de Comunicações-ICMS foi instituído pela Constituição Federal de 1988, em substituição ao antigo ICM.

<sup>3</sup> - Esta contribuição, instituída pela Lei Complementar nº 70 de 30.12.1991, substitui o Fundo de Assistência Social-FINSOCIAL, criado em 1982 para financiar programas e projetos de natureza assistencial relacionados com o pequeno agricultor.

**Nota 1 - IPMF:** incide sobre débitos de conta corrente e poupança, bem como sobre recebimento em dinheiro de Ordem de Pagamento. É cobrado sempre que o dinheiro sair da conta corrente, inclusive para aplicações financeiras, à alíquota de 0,25%.

**Nota 2 - ICMS**

Alíquota Exportação: 13%.

Alíquota Mercado Doméstico:

- operações/prestações realizadas dentro do Estado e Importações: 17%.

- operações/prestações realizadas nas Regiões Sul e Sudeste e destinadas às Regiões Norte, Nordeste e Centro-Oeste e ao Espírito Santo: 7%.

Obs. O montante do ICMS integra a sua própria base de cálculo (receita bruta). Assim se a receita bruta é  $B$  e a alíquota é  $a$ , o ICMS é de  $aB$ . Se a receita líquida (após o ICMS) é  $b$ , tem-se:  $b = B - aB = B(1 - a)$  ou  $B = b / (1 - a)$ . Dessa forma, se uma empresa pretende vender por 100 u.m. uma tonelada de um minério, sobre o qual incide uma alíquota de 12%, já abatido o ICMS, terá de faturar por  $B = 100 / (1 - 0,12) = 113,64$  u.m.

**Nota 3 - IOF:** incide sobre o ouro como ativo financeiro à alíquota de 1%.

**Nota 4 - COFINS:** 2% do faturamento, sendo as exportações isentas.

**Nota 5 - PIS:** 0,65% do faturamento.

**Nota 6 - CFEM:** sua alíquota é de até 3% do faturamento líquido da venda do produto mineral, obtido após a última etapa do processo de beneficiamento e antes de sua transformação industrial. O faturamento líquido é obtido subtraindo-se do total das receitas de vendas os tributos incidentes sobre a comercialização do produto mineral, as despesas de transporte e as de seguro. As alíquotas são: minério de alumínio, manganês, sal-gema e potássio 3%; ferro, fertilizantes, carvão e demais substâncias minerais 2%; pedras preciosas, pedras coradas lapidáveis, carbonados e metais nobres 0,2%; e, ouro 1%, quando extraído por empresas mineradoras, isentos os garimpeiros.

**Nota 7 - Contribuição Social:** a alíquota geral (A) é de 10% do lucro (R) sujeito à tributação do Imposto de Renda ( sem compensação dos prejuízos dos anos anteriores), sendo calculada pela fórmula:  $CS = R[A / (1 + A)]$ , o que resulta em  $CS = 9,09\%R$ . A CS é integralmente deduzida do

lucro sujeito à tributação do Imposto de Renda.

**Nota 8 - Imposto de Renda:** a partir de janeiro de 1993, o IR passou a ser devido mensalmente à alíquota de 25%, com um adicional de 10% para o lucro tributável que exceder 25.000 UFIR mensal ou 300.000 UFIR anual.

**Nota 9 - Adicional Estadual do Imposto de Renda:** os Estados podem recolher até 5% do que for pago a título de Imposto de Renda.

**Nota 10 - Imposto sobre o Lucro Líquido:** os acionistas, sócios cotistas e titulares de empresas individuais estão sujeitos a um imposto de 8% do lucro líquido do período base, independentemente, desse lucro ser distribuído ou capitalizado. Esse imposto não é dedutível na apuração do lucro tributável do Imposto de Renda.

**Tabela I.4: Efeitos da Tributação nos Fluxos de Caixa do Projeto**

---

---

(1) - Investimento Fixo
(2) - Capital de Giro
(3) - Investimento Total: (1) + (2)
(a) - Receita Operacional Bruta
(b) - IPMF, ICMS/IOF, COFINS e PIS: ver Notas de 1 a 5
(c) - Despesas de Transporte e Seguro: ver Nota 6
(d) - Base de Cálculo da CFEM: (a)-(b)-(c)
(e) - CFEM: ver Nota 6
(4) - Receita Operacional Líquida: (a)-(b)-(c)-(e)
(5) - Receita Não Operacional
(6) - Receita Total: (4) + (5)
(7) - Custos Operacionais [exclusive (c), (f), e (9)]
(f) - Dispêndios Não Capitalizados com Pesquisa no Ano
(g) - Custo Total: (c) + (7) + (f)
(8) - Lucro Antes do Imposto de Renda: (6)-(g)

---

<b>(I) - FC antes do Imposto de Renda: (3) + (8)</b>
--

---

(9) - Encargos de Capital (Depreciação + Amortização + Exaustão)
(h) - Base de Cálculo da Contribuição Social: (8)-(9)
(i) - Contribuição Social: ver Nota 7
(j) - Compensação de Prejuízos de Anos Anteriores
(10)- Lucro Tributável para o Imposto de Renda: (h)-(i)-(j)
(11)- Imposto de Renda-IR: ver Nota 8
(k) - Adicional Estadual do IR: até 5% $\times$ (11), ver Nota 9
(l) - Lucro Líquido: (10)-(11)-(k)
(m) - Imposto sobre o Lucro Líquido: 8% $\times$ (l), ver Nota 10
(12)- Lucro Após o Imposto de Renda: (8)-(i)-(11)-(k)-(m)

---

<b>(II)- FC após o Imposto de Renda:(3) + (12)</b>
--

---

---

## II - MÉTODOS DE AVALIAÇÃO ECONÔMICA DE PROJETOS

Os métodos de avaliação e seleção de projetos combinam os conceitos, vistos no capítulo anterior, de fluxo de caixa e de valor tempo do dinheiro (juros) no seu desenvolvimento. Nesse capítulo são apresentados a classificação das alternativas de investimento (mutuamente excludentes, independentes e condicionadas), os critérios de decisão do investidor (de aceitação, seleção e combinação) e descritos os métodos de avaliação econômica de investimentos (os simplificados e os baseados no desconto, capitalização e uniformização de distribuições de FCs, esses últimos subdivididos em métodos básicos e métodos alternativos). De cada método é mostrado em que consiste, como se aplicam os critérios de aceitação e de seleção a um mesmo exemplo básico, envolvendo duas alternativas mutuamente excludentes, e expostos os comentários, na forma de vantagens e desvantagens. Alguns métodos alternativos são variantes dos métodos básicos, enquanto outros foram desenvolvidos para contornar o problema crucial da existência de mais de uma taxa interna de retorno - TIR para o mesmo projeto, objetivo não alcançado por nenhum desses métodos, como é ilustrado através de um "exemplo básico auxiliar" usado na crítica aos mesmos. No final do capítulo é apresentado o método de Hoskold (1877), como uma homenagem ao formulador da provável primeira técnica de avaliação da "propriedade mineira" que reconhece o valor tempo do dinheiro e a exaustão mineral.

### II.1 - CLASSIFICAÇÃO DOS PROJETOS PARA EFEITO DE AVALIAÇÃO ECONÔMICA

Para efeito de avaliação econômica as alternativas (projetos) de investimento são classificadas, do ponto de vista técnico ou físico, em:

**II.1.1 - Projetos Mutuamente Excludentes (ou Conflitantes);**

**II.1.2 - Projetos Independentes; e,**

**II.1.3 - Projetos Condicionados (ou Contingentes);**

Uma alternativa pertence a um grupo de **alternativas independentes**, quando a sua escolha não afeta a das demais. Tais alternativas são funcionalmente diferentes, por exemplo: a implantação de uma lavra de ouro independe de um programa de pesquisa de chumbo e do desenvolvimento (implantação) de uma mina de caulim.

Há casos também onde existem relações de interdependência entre as alternativas de investimento, de modo que, a seleção de uma, influencia a escolha das demais do mesmo grupo. A maioria dos casos de interdependência é o das **alternativas mutuamente excludentes**, onde a seleção de uma, exclui a seleção das demais do grupo de alternativas mutuamente excludentes. Ilustrando, para o transporte de minério da mina para usina de um determinado empreendimento, foram estabelecidas as seguintes alternativas técnicas: uso de caminhões fora de estrada, uso de caminhões convencionais, instalação de correia transportadora, construção de um teleférico ou de um pequeno ramal ferroviário. Logicamente, a escolha de uma das opções, elimina as demais.

Um tipo de interdependência, que ocorre frequentemente, é o caso da decisão de investir em um projeto (projeto pré-requisito), viabilizar um número de outros projetos auxiliares denominados **alternativas condicionadas**, uma vez que a aceitação de uma dessas alternativas está condicionada à aceitação da alternativa inicial. Todavia, a aceitação da alternativa pré-requisito (inicial) independe da aceitação das alternativas auxiliares.

O conteúdo desse capítulo descreve, inicialmente, o tratamento dado à análise das alternativas mutuamente excludentes e, posteriormente, das independentes.

## **II.2 - CRITÉRIOS DE DECISÃO DO INVESTIDOR**

Numa análise preliminar, pode-se não incorporar a liquidez e os aspectos dos riscos e das incertezas, mas para avaliar uma alternativa isolada de investimento é necessário fazer o confronto dos indicadores da rentabilidade econômica do projeto com os fatores condicionantes da estratégia de investimento da empresa.

De um modo geral, as decisões da avaliação de investimento podem ser englobadas em um dos seguintes critérios:

**II.2.1 - Critério de Aceitação** consiste na decisão de aceitar /rejeitar uma alternativa isolada, quer a mesma seja mutuamente excludente quer seja independente.

**II.2.2 - Critério de Seleção** consiste em selecionar "a melhor" (mais atrativa) alternativa, aceita pelo critério anterior, de um grupo de alternativas mutuamente excludentes entre si.

**II.2.3 - Critério de Combinação** consiste em, dentro de um grupo de alternativas aceitas, formar uma combinação de alternativas independentes. Excepcionalmente, dentro do referido grupo, algumas dessas alternativas independentes podem ser representadas por mais de uma alternativa mutuamente excludente. A decisão de empreender a combinação

selecionada como um todo, evidentemente, depende da disponibilidade de recursos do investidor, conforme o enfoque sobre a restrição de capital a ser tratado no item III.2.

## **II.3 - MÉTODOS SIMPLIFICADOS DE AVALIAÇÃO ECONÔMICA DE PROJETOS**

Neste tópico serão estudados os métodos de avaliação econômica aplicados à análise de alternativas mutuamente excludentes, utilizando-se os critérios de aceitação e de seleção. Para cada método será informado em que consiste, como se aplicam os critérios de aceitação e de seleção, quais os comentários sobre as vantagens e desvantagens de sua aplicação, bem como considerações sobre a consistência de seu resultado com os de outros métodos.

Os métodos simplificados são aqueles que não consideram o valor-tempo do dinheiro. Tal deficiência reduz a potencialidade do uso desses métodos, de modo que, a aplicação isolada de um deles, raramente resulta em decisões corretas do ponto de vista econômico. Entre esses métodos tem-se:

**II.3.1 - Método da Taxa Média de Retorno-TMR ou da Taxa de Retorno Contábil-TRC.**

**II.3.2 - Método dos Períodos de Payback ou Payout-PP.**

**II.3.3 - Método da Relação Benefício/Custo Não Descontados-RBCND.**

Para aplicação dos métodos acima será utilizado o EXEMPLO BÁSICO da Tabela II.1 - adaptado de Gitman(1978,p.260) - relativo a dois projetos de investimento mutuamente excludentes.

As alternativas do Exemplo Básico podem representar, por exemplo, duas opções de aquisição de uma draga para o aproveitamento de um aluvião aurífero. A draga A, com um investimento na data Zero de 120 u.m.(unidades monetárias), que proporciona entradas líquidas anuais de caixa de 40 u.m. durante os 6 anos de sua vida útil; e, a draga B, tendo um investimento de 144 u.m., que gera entradas de caixa de 90 u.m. no 1º ano de operação, 44 u.m. no 2º, 40 u.m. no 3º e 26 u.m. por ano do 4º ao 6º ano. Fica evidente a hipótese que o investidor dispõe de 144 u.m., de modo que possa empreender tanto uma alternativa como a outra.

Os métodos serão aplicados submetendo-se cada alternativa da Tabela II.1 ao critério de aceitação. Havendo mais de uma alternativa aceita, a aplicação do critério de seleção escolherá a alternativa economicamente superior.

### II.3.1 - Método da Taxa Média de Retorno-TMR ou Método da Taxa de Retorno Contábil-TRC

Historicamente, esse método provém das ciências contábeis, de modo que utiliza nos seus cálculos o conceito de lucro contábil. Contudo, a análise de investimento aproveitou o processo de cálculo do método e usa, ao invés do lucro contábil, o conceito de Fluxo de Caixa-FC, proporcionando uma versão mais moderna para o mesmo.

O método consiste em calcular a Taxa Média de Retorno-TMR das alternativas em análise e aplicar os critérios de aceitação e de seleção na forma a seguir.

Por definição, a TMR de uma alternativa é a relação entre a média anual das entradas líquidas de caixa e o valor absoluto do investimento (FCs negativos) na fase pré-operacional.

Tabela II.1: Exemplo Básico - Alternativas Mutuamente Excludentes.

(u.m.)		
ANO	ALTERNATIVA A	ALTERNATIVA B
0	-120	-144
1	40	90
2	40	44
3	40	40
4	40	26
5	40	26
6	40	26
Soma	+120	+108

Dessa forma, tem-se:

$$TMR_A = 40 \div 120 = 33,33\% \text{ a.a. , e,}$$

$$TMR_B = [(90 + 44 + 40 + 3 \times 26) \div 6] \div 144 = 29,16\% \text{ a.a.}$$

a) - Critério de Aceitação: deve-se aceitar cada alternativa que tenha uma  $TMR \geq TMR$  do investidor (teoricamente esta TMR faz parte da estratégia de investimento da empresa); caso contrário, a alternativa deve ser rejeitada.

No caso, admitindo-se que a TMR do investidor - denominada de **Taxa de Corte** ou **TMR Mínima Aceitável** - é de 20%a.a., ambas alternativas são aceitas.

b) - Critério de Seleção: entre as alternativas aceitas, deve-se selecionar a de maior TMR. No caso, a opção A será selecionada como alternativa economicamente superior.

Na literatura técnica, há outras variantes para o cálculo da TMR, particularmente, um deles sugere o uso do investimento médio no denominador em lugar do investimento total. Para tanto, utiliza como investimento médio a metade do investimento, com o argumento de que a depreciação é calculada pelo método linear, sem considerar o valor residual. No entanto, tais variantes são destituídas de sentido prático e estão sujeitas às mesmas críticas que a versão ora apresentada.

c) - Vantagens e Desvantagens do Método: Comentários

Como principais vantagens têm-se: a) a simplicidade de cálculo, b) o fato da TMR ser uma estimativa preliminar da Taxa Interna de Retorno-TIR (estudada adiante), da qual se aproxima por valores superiores ( $TMR \geq TIR$  sempre). Quando as entradas líquidas de caixa se aproximam de uma série uniforme, quanto maior for a sua vida útil, maior a aproximação entre essas taxas, e no limite, quando a vida é perpétua, a TIR tende para TMR.

Como uma das desvantagens, o método não incorpora o valor tempo do dinheiro, como é ilustrado na Tabela II.2, onde as três alternativas possuem a mesma TMR, porém, ao se considerar o valor tempo do dinheiro, verifica-se facilmente que o investidor preferirá Z em lugar de Y e Y ao invés de X, uma vez que, a distribuição de FCs de Z é a mais favorável, por antecipar maiores entradas de caixa em comparação com as demais - fato não considerado pelo método da TMR. Outra desvantagem é a natureza arbitrária e subjetiva da escolha da TMR do investidor.

Na prática, esse método não possui aplicabilidade no processo decisório de investimento. Além de apresentar as falhas apontadas, dificulta a comparação de alternativas com investimentos e vidas diferentes. Todavia, foi inserido no texto por ter uma metodologia de fácil entendimento, que é análoga a dos demais métodos.

Para se ilustrar o uso prático do método da TMR, pode ser utilizada a Distribuição de FCs do Capital Próprio após o IR, contida no último quadro do item I.1.4. Com os dados da linha (IV), relativa aos FCs após o IR, pode-se calcular a TMR do seguinte modo:

$$TMR = [(12,00 + 13,75 + 15,50 + 17,25 + 44,00) \div 5] / 50,00 = 41,00\%a.a.$$

**Tabela II.2: Distribuições de Fluxos de Caixa de Três Alternativas Mutuamente Excludentes Com TMR Comum de 60%a.a.**

(u.m.)

Ano	Alternativa X	Alternativa Y	Alternativa Z
0	-100	-100	-100
1	40	60	80
2	60	60	60
3	80	60	40
Soma	+80	+80	+80
TMR (%a.a.)	60	60	60

Da mesma forma, utilizando-se dos dados da linha (8'), relativa aos Lucros Após o IR, depois de ajustá-los para obter os correspondentes "lucros contábeis", o que é feito considerando que os custos operacionais não incluem a depreciação anual de 30,00 u.m., tem-se para a TRC:

$$TRC = [(17,00 + 16,25 + 15,50 + 14,75 + 14,00) \div 5] / 50,00 = 31,00\% \text{ a.a.}$$

Nessa ilustração os valores da TMR e da TRC diferem devido à depreciação, que para a Contabilidade é uma despesa no cálculo do lucro contábil, porém, para efeito de avaliação econômica, é um encargo de capital (saída não efetiva de caixa), ou seja, uma rubrica redutora da carga tributária no cálculo dos FCs.

### II.3.2 - Método dos Períodos de Payback ou Payout - PP

Consiste em calcular o número de períodos (geralmente, anos) necessários à recuperação (cobertura) do investimento inicial, e aplicar os critérios de aceitação e de seleção na forma descrita a seguir.

Os PPs das alternativas do Exemplo Básico- Tabela II.1 são calculados da seguinte forma:

$$PP_A = 120 \div 40 = 3 \text{ anos.}$$

$$PP_B = 144 - 90 = 54, \text{ saldo não recuperado no final do 1º ano;}$$

$$54 - 44 = 10, \text{ saldo não recuperado no final do 2º ano;}$$

A fração do 3º ano necessária para recuperação do saldo de 10 u.m., corresponde a um trimestre ( $10 \div 40 = 0,25$  ano), logo:

$$PP_B = 2 \text{ anos e um trimestre.}$$

No cálculo de  $PP_B$  está implícito que a entrada líquida de caixa do 3º ano, comporta-se como uma distribuição uniforme.

a) - Critério de Aceitação: aceitar cada alternativa que possua um payback inferior ou igual ao payback estabelecido pelo investidor (que é um elemento de sua estratégia de investimento); caso contrário, a alternativa deve ser rejeitada.

No caso, admitindo-se que o investidor fixa o seu payback em 4 anos, ambas alternativas devem ser aceitas.

b) - Critério de Seleção: entre as alternativas aceitas, deve ser selecionada aquela que apresente o menor payback. No exemplo, a alternativa B deve ser selecionada.

Alguns analistas contam os períodos de payback a partir do início da implantação do projeto (no caso da mineração, do início do desenvolvimento da mina), e outros, a partir do início da produção (start-up). O segundo procedimento é o mais apropriado e de uso mais difundido, principalmente na mineração onde, geralmente, torna-se difícil distinguir o momento exato onde termina a fase de pesquisa (exploração) e inicia-se a preparação (desenvolvimento) da lavra (exploração).

Logicamente, quanto menor o payback melhor será o projeto, do ponto de vista econômico. Segundo Mackenzie (1983, p. 182), as empresas de mineração que usam esse método nas suas avaliações, estabelecem um PP máximo aceitável variando no intervalo de 2 a 4 anos.

A Figura II.1 ilustra um processo gráfico de cálculo do PP para a alternativa B do Exemplo Básico.

Tabela II.3 mostra um processo analítico de cálculo do PP das alternativas A e B do Exemplo Básico.

O cálculo de PP com os dados da tabela é efetuado pela fórmula:

$$PP = k_{(-)} + F_{(-)} / [F_{(-)} + F_{(+)}], \text{ onde:}$$

$k_{(-)}$  é o ano onde ocorre  $F_{(-)}$

$F_{(-)}$  é o último  $\Sigma FC$  negativo

$F_{(+)}$  é o primeiro  $\Sigma FC$  positivo

c) - Vantagens e Desvantagens do Método: Comentários

O método tem como vantagem a simplicidade de cálculo, resultando em um número a ser usado como parâmetro da alternativa, daí o seu amplo uso. Mesmo sendo uma medida pobre e inadequada de viabilidade, é entendido em todos os níveis da empresa.

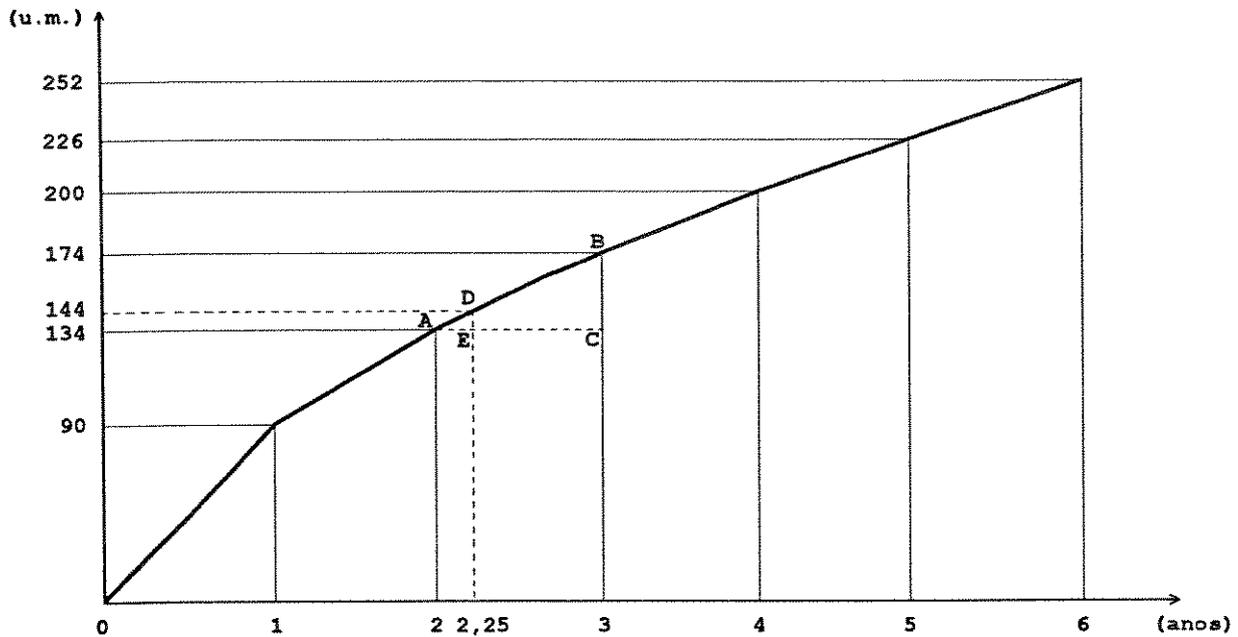


Figura II.1: Processo Gráfico de Cálculo do Payback da Alternativa B

Tabela II.3: Processo Analítico de Cálculo do PP das Alternativas A e B

(u.m.)				
Ano	FC de A ( $FC_k$ )	FC de A Acumulado ( $\sum FC_k$ )	FC de B ( $FC_k$ )	FC de B Acumulado ( $\sum FC_k$ )
0	-120	-120	-144	-144
1	40	-80	90	-54
2	40	$F_{(-)} = -40$	44	$F_{(-)} = -10$
3	40	$F_{(+)} = 0$	40	$F_{(+)} = +30$
4	40		26	
5	40		26	
6	40		26	

Por não estar relacionado à rentabilidade - a exemplo dos demais métodos de avaliação econômica - é usado como um complemento dos mesmos nas avaliações objetivas, por dar informações úteis ao investidor. O payback reflete diretamente a liquidez do investimento e, portanto, o risco de não se recuperar o investimento, uma vez que, geralmente, quanto maior a liquidez menor será o risco da alternativa.

Como técnica, apresenta muitas inconveniências ao ser aplicado isoladamente. Assim, na prática, não é considerado um método de avaliação propriamente dito, e sim um parâmetro da estratégia de investimento de algumas empresas que o utilizam como um "valor de corte" ou "filtro", ao qual deve ser submetida qualquer alternativa, antes de ser analisada por outros métodos mais sofisticados. Contudo, na análise de investimentos internacionais, em países de altas taxas de inflação, governos politicamente instáveis e outros problemas sócio-político-econômicos, seu uso é imprescindível devido a incapacidade de previsão ou medição dos riscos e incertezas.

Logicamente, o payback previne e protege o investidor de se expor aos riscos excessivos: quanto maior o risco menor o payback aceitável. Embora isso seja racional, o "quanto" menor é assunto subjetivo e sem base teórica para fixação. O payback é o primeiro passo elementar para tratar os riscos, pois há outros instrumentos de validade superior. O ajuste do risco pelo payback, prática muito difundida até em grandes corporações, pode levar o investidor a aceitar projetos de vidas curtas e altos riscos, em detrimento de alternativas de vidas longas e de baixo risco. Também o payback minimiza "o risco de perda de oportunidade de investimento", à medida em que projeto de payback mais curto permite o retorno mais rápido, para que a empresa possa partir para novos projetos disponíveis.

Há uma tendência do investidor tratar o payback como um parâmetro de equilíbrio (break-even point): projeto com payback superior ao de equilíbrio é considerado causador de prejuízos; e inferior, como gerador de retorno para a empresa. Isso é uma tentativa de relacionar o payback à rentabilidade do empreendimento, numa analogia à observação de que, projeto de alto payback tem maior chance de insucesso e o de payback mais curto tem maior chance de sucesso, e, portanto, é mais atrativo. Como relação entre payback e rentabilidade, é oportuno observar que o inverso do payback, expresso na forma percentual, é exatamente a taxa média de retorno, quando as entradas líquidas de caixa formam uma série uniforme.

Como desvantagens do método, citam-se as de não considerar: o valor tempo do dinheiro; a vida útil da alternativa como um todo, e, portanto, os FCs existentes após os períodos de payback; a velocidade de recuperação do investimento dentro dos períodos do

próprio payback; e, o fato de que nenhum investidor se contenta em apenas "recuperar" o valor investido, exigindo, além disso, a sua "remuneração". Nessas condições, o método poderá, se aplicado isoladamente, rejeitar alternativas que oferecem bons retornos, bem como dificultar a comparação de alternativas com diferentes investimentos iniciais.

Para ilustrar as desvantagens deste método, a Tabela II.4 mostra as distribuições de FCs de quatro alternativas todas possuindo um payback de 3 anos.

**Tabela II.4: Distribuições de Fluxos de Caixa de Quatro Alternativas com Payback Comum de 3 Anos**

(u.m.)				
Ano	Alt. "A"	Alt. "B"	Alt. "C"	Alt. "D"
0	-1000	-1000	-1000	-1000
1	200	200	500	500
2	300	300	300	300
3	500	500	200	200
4	0	200	200	500
5	0	200	200	500
6	0	200	200	500
Soma	0	600	600	1500

Fonte: MACKENZIE (1983,p.181).

Na prática, é recomendável calcular o payback da alternativa tanto para se ter um indicador do prazo de recuperação do investimento como para aplicação posterior de outro método complementar, relacionado à rentabilidade da alternativa.

Confrontando-se os resultados desse método e o da TMR (item II.3.1), verifica-se que, enquanto o da TMR escolhe a alternativa A (maior retorno), o do PP seleciona B (maior liquidez). Assim, a consistência dos resultados nem sempre se verifica por terem abordagens diferentes para tomada de decisão.

### II.3.3 - Método da Relação Benefício/Custo Não Descontados - RBCND

Consiste em calcular a Relação Benefício/Custo Não Descontados-RBCND de cada alternativa em análise e aplicar os critérios de decisão (aceitação e seleção) na forma descrita a seguir.

Por RBCND entende-se a razão entre a soma das entradas líquidas de caixa (benefícios) não descontadas e a soma das saídas líquidas de caixa (custos) não descontadas. A RBCND, conforme definida, mede o "ganho" (obtido durante toda a vida útil da alternativa) por unidade de capital aplicado.

Para as alternativas do Exemplo Básico, tem-se:

$$RBCND_A = (6 \times 40) \div 120 = 2 \text{ e,}$$

$$RBCND_B = (90 + 44 + 40 + 3 \times 26) \div 144 = 1,75$$

Deve ser observado que a RBCND é um número adimensional.

a) - Critério de Aceitação: deve-se aceitar cada alternativa em análise, que tenha a RBCND maior ou igual à unidade; caso contrário, a alternativa deve ser rejeitada.

No caso, ambas alternativas seriam aceitas.

b) - Critério de Seleção: entre as alternativas aceitas, selecionar a de maior RBCND. No Exemplo Básico, a alternativa A será selecionada.

c) - Vantagens e Desvantagens do Método: Comentários

O método tem a vantagem de não exigir do investidor a fixação de uma RBCND prévia para efeito de comparação, como exigem os métodos da TMR e do PP, evitando o julgamento arbitrário e subjetivo desses métodos. Em relação à versão original do método da TMR, tem a vantagem de usar os FCs em lugar de lucros contábeis, e, em relação ao método dos períodos de payback, apresenta a vantagem de considerar toda a vida da alternativa.

Como desvantagem, a principal é a não consideração do valor tempo do dinheiro; e a outra, é o fato de ser pouco difundido, o que o torna muito restrito.

## **II.4 - MÉTODOS DE AVALIAÇÃO ECONÔMICA BASEADOS NO DESCONTO, CAPITALIZAÇÃO E UNIFORMIZAÇÃO DE FLUXOS DE CAIXA**

Os métodos baseados no desconto, capitalização e uniformização de distribuições de FCs são os métodos que consideram o valor-tempo do dinheiro. Por esses métodos, a comparação de valores monetários é feita numa mesma data (presente ou futura) ou através da uniformização da distribuição de FCs num mesmo horizonte de tempo.

Para efeito de estudo, esses métodos serão classificados em dois subgrupos: o primeiro, contendo os **MÉTODOS BÁSICOS** (os métodos tradicionais); e, o segundo, englobando os **MÉTODOS ALTERNATIVOS** (os desenvolvidos como variantes ou como tentativa de eliminar alguma desvantagem de algum dos métodos básicos). Desse modo, tem-se a seguinte classificação:

### **MÉTODOS BÁSICOS**

**II.4.1 - Método do Valor Atual - VA;**

**II.4.2 - Método do Valor Anual Equivalente - VAE;**

**II.4.3 - Método da Taxa Interna de Retorno - TIR; e,**

**II.4.4 - Método da Relação de Valor Atual - RVA.**

### **MÉTODOS ALTERNATIVOS**

**II.4.5 - Método dos Períodos de Payback com Desconto - PPD;**

**II.4.6 - Método do Valor Futuro - VF;**

**II.4.7 - Método do Valor Futuro do Retorno - VFR;**

**II.4.8 - Método da Relação Benefício/Custo - RBC;**

**II.4.9 - Método de Baldwin;**

**II.4.10- Método da Taxa Externa de Retorno - TER;**

**II.4.11- Método da Taxa de Crescimento do Retorno - TCR; e,**

**II.4.12- Método de Hoskold.**

Antes de descrever e aplicar os métodos acima ao Exemplo Básico da Tabela 1, serão introduzidos alguns conceitos preliminares, de fundamental importância, ao entendimento da avaliação econômica, tais como o da *taxa mínima de atratividade- $r_{min}$*  do investidor e o da *taxa interna de retorno-TIR* do investimento.

Para o investidor decidir aceitar/rejeitar (critério de aceitação) uma alternativa isolada de investimento é necessário que ele tenha à sua disposição uma *Alternativa Comparativa* ( $I_0$ ), onde ele possa aplicar a sua disponibilidade de recursos à taxa de juros  $r_{\min}$  - taxa mínima de atratividade, também conhecida como *taxa de atratividade, taxa de corte, custo de capital ou custo de oportunidade*. Assim, aceitar uma alternativa em análise, significa rejeitar a alternativa comparativa ( $I_0$ ), que remunera a aplicação à  $r_{\min}$ , para investir à taxa interna de retorno (TIR) da alternativa aceita; em outras palavras, perde-se a oportunidade de remuneração à  $r_{\min}$  em troca da remuneração à TIR. Por outro lado, rejeitar uma alternativa implica em aceitar a alternativa comparativa.

Dessa forma, a *Alternativa Comparativa* ( $I_0$ ) é algo peculiar do investidor, portanto, teoricamente, cada investidor tem sua alternativa comparativa, que pode variar ao longo do tempo. Assim, se o investidor não mais consegue investir a uma dada  $r_{\min}$ , essa deve ser reduzida.

Para que um determinado tipo de aplicação possa desempenhar o papel de uma alternativa comparativa, exige-se que tenha as seguintes características:

- a - Sua taxa interna de retorno seja igual a  $r_{\min}$ , ou seja:  $TIR_{I_0} = r_{\min}$ ;
- b - Aceite a aplicação de qualquer quantia; e,
- c - A aplicação possa ser por qualquer prazo.

As duas últimas características de  $I_0$ , fazem com que a mesma seja um verdadeiro "balão de ensaio", pois permitem igualar o valor e a vida útil de  $I_0$  aos valores correspondentes de qualquer aplicação.

Para um investidor, representado por um cidadão comum ou mesmo uma empresa, a Caderneta de Poupança seria um bom exemplo de alternativa comparativa, como também, um portfólio de aplicações no mercado financeiro com nível de risco compatível. Em resumo, escolher a alternativa comparativa para um dado investidor significa estabelecer o  $r_{\min}$ , com que o mesmo deve tomar suas decisões de investimento. Quando um investidor afirma que decide com dada  $r_{\min}$ , simplesmente, ele está indicando que tem "onde aplicar qualquer importância por qualquer prazo à taxa igual a  $r_{\min}$ ". Maiores detalhes sobre a escolha de  $r_{\min}$  serão mostrados no Apêndice B, devendo o leitor, por enquanto, ter em mente este modelo da alternativa comparativa para o entendimento do conteúdo deste capítulo.

Para melhor ilustrar os conceitos de taxa de atratividade do investidor e taxa interna de retorno do investimento, a seguinte alternativa é colocada frente a três investidores, cada um usando sua alternativa comparativa própria, ora caracterizada pelo valor de  $r_{\min}$ . A alternativa é constituída da seguinte aplicação:

Aplique 5.645 u.m. e Receba após Seis Anos 10.000 u.m.

Frente à tal aplicação, os três investidores com  $r_{\min}$  de 8, 10 e 12%a.a., respectivamente, decidem segundo um dos raciocínios a seguir.

O primeiro investidor, que opera com 8%a.a., verifica que receber 10.000 u.m. daqui a 6 anos equivale a receber hoje o valor atual dessa importância, calculado a 8%a.a., ou seja:  $10000.FSP(8\%,6) = 6.302$  u.m., isto é, aplicando apenas 5.645 u.m.

Outra forma de raciocínio seria: para receber 10.000 u.m., daqui a 6 anos, deve ser aplicado, na sua alternativa comparativa, 6.302 u.m.; no entanto, a alternativa proposta exige apenas a aplicação de 5.645 u.m. Portanto, ele conclui que a aplicação é uma ALTERNATIVA ATRATIVA.

O segundo investidor, com uma  $r_{\min}$  de 10%a.a., usando raciocínios análogos, conclui que a atratividade da aplicação proposta é a mesma de sua alternativa comparativa, após o cálculo:  $10000.FSP(10\%,6) = 5.645$  u.m.

Finalmente, o último investidor verifica, que a proposta é uma ALTERNATIVA NÃO ATRATIVA, após efetuar o cálculo:  $10000FSP(12\%,6) = 5.066$  u.m.. Ou seja, a proposta exige uma aplicação inicial (5.645 u.m.) maior do que a da sua alternativa comparativa para obter o mesmo resultado.

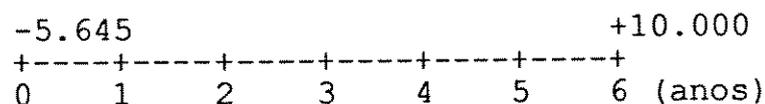
Os três investidores calculam o valor atual da distribuição de FCs da alternativa proposta, usando cada um a sua  $r_{\min}$ , do seguinte modo:

$$VA_1(8\%) = 10.000 FSP(8\%,6) - 5.645 = \underline{+657 \text{ u.m.}}$$

$$VA_2(10\%) = 10.000 FSP(10\%,6) - 5.645 = \underline{\text{ZERO}}$$

$$VA_3(12\%) = 10.000 FSP(12\%,6) - 5.645 = \underline{-579 \text{ u.m.}}$$

O diagrama abaixo, representativo da aplicação proposta, auxilia o entendimento dos cálculos.



Os cálculos acima revelam que a *Taxa Interna de Retorno - TIR*, também conhecida como *taxa interna de juros*, *taxa de rentabilidade* ou *rentabilidade*, da alternativa proposta é de 10%a.a., que é exatamente a taxa de juros da aplicação. Por definição, a TIR de uma alternativa é um valor particular da taxa de desconto, que anula o valor atual de sua

distribuição de FCs. Portanto, a equação de definição da TIR é:

$$\boxed{VA(TIR) = 0}$$

Por outro lado, o valor atual- $VA(i)$  de uma alternativa, calculado à uma taxa  $i$ , é o valor equivalente financeiro, na data zero, da distribuição de FCs descontados àquela mesma taxa.

Calculando-se os valores atuais para diversos valores da taxa de desconto, tem-se a curva característica da alternativa proposta, que é curva  $VA(i)$  versus  $i$ , apresentada na Figura II.2. O comportamento da curva evidencia que  $VA(i)$  decresce quando  $i$  cresce. A curva intercepta o eixo vertical no ponto de ordenada  $y = VA(0\%) = +4.355$  u.m., onde  $VA(0\%)$  é obtido pela simples soma algébrica dos FCs. O valor de  $VA(0\%)$  é obrigatoriamente positivo, se a soma dos FCs positivos é superior a dos FCs negativos, ou seja, trata-se de uma alternativa de investimento propriamente dita (durante a sua vida, as entradas líquidas de caixa superam as saídas líquidas de caixa). Se  $VA(0\%) < 0$ , qualquer análise fica prejudicada, pois trata-se de uma alternativa onde as saídas líquidas de caixa são superiores às entradas líquidas; logo, a ocorrência de  $VA(0\%) < 0$  deve ser verificada antes de qualquer procedimento analítico.

Por outro lado, a interseção com o eixo horizontal é no ponto de abcissa  $x = TIR = 10\% \text{ a.a.}$ , pois, por definição:  $VA(TIR) = 0$ . Logicamente, para achar essa interseção, tem-se que determinar a TIR. O processo de cálculo manual da TIR é trabalhoso, pois é feito por tentativa e erro, com auxílio das tabelas financeiras. Conhecer o comportamento da curva característica é um passo valioso no processo de cálculo manual da TIR.

Observa-se na figura acima que, se para uma dada taxa de desconto ( $i_1$ ), resultar um  $VA(i_1) > 0$ , isso implica em  $TIR > i_1$ ; por outro lado, se para a taxa de desconto  $i_2$ , resultar  $VA(i_2) < 0$ , conclui-se que a  $TIR < i_2$ .

A regra geral é:

**Se  $VA(i) > 0$ , tem-se:  $TIR > i$ ; e,**

**Se  $VA(i) < 0$ , tem-se:  $TIR < i$ .**

A observação das desigualdades acima, em conjunto com o comportamento da curva característica, facilita o cálculo manual da TIR. No cálculo da TIR arbitra-se um valor de partida para  $i$ , se  $VA(i) > 0$ , aumenta-se o valor de  $i$ ; se  $VA(i) < 0$ , reduz-se tal valor, e assim, sucessivamente, até obter-se um intervalo delimitado por dois valores sucessivos

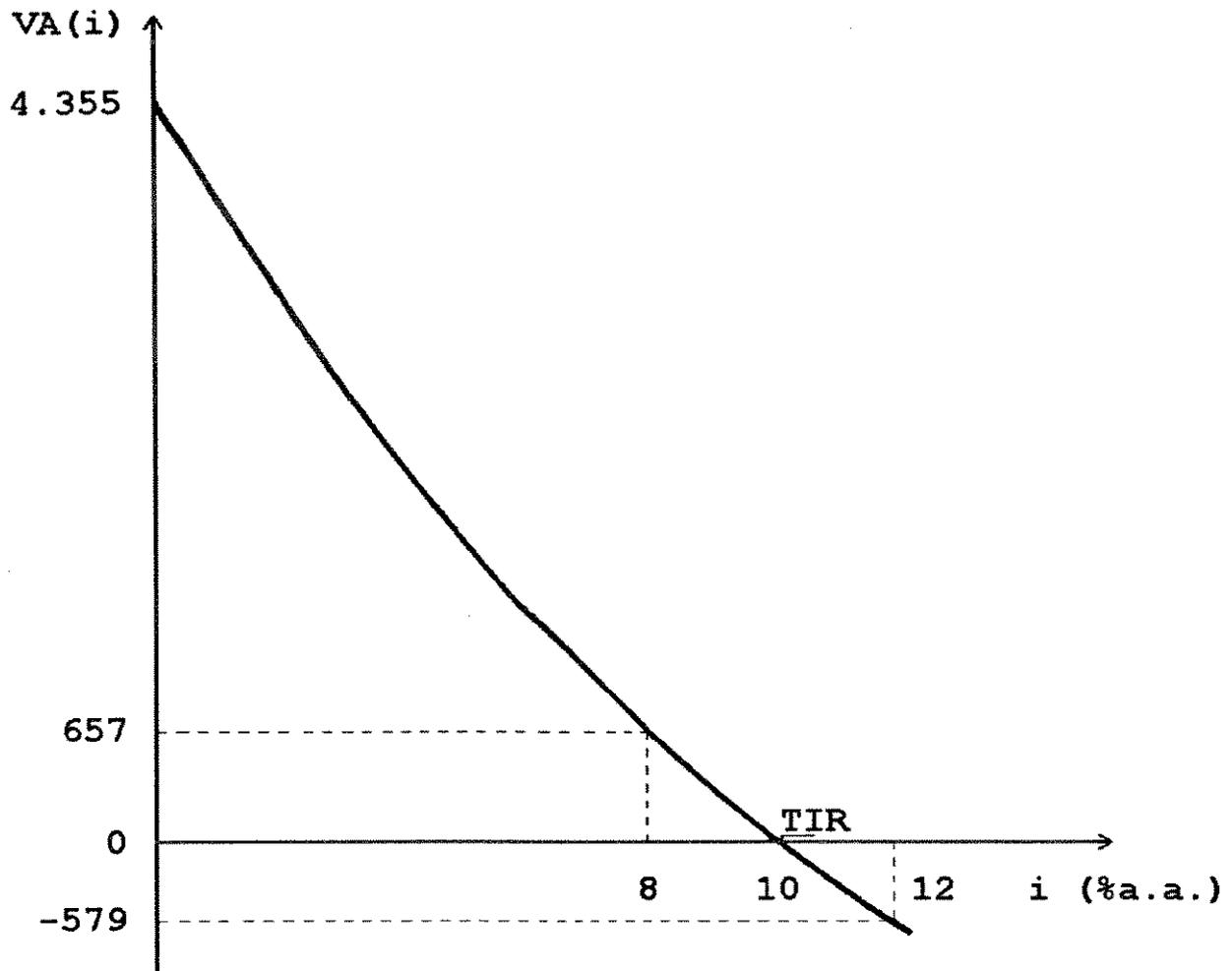


Figura II.2: Curva Característica de uma Alternativa Convencional (Aplicação Financeira Proposta)

de  $i$ , entre os quais  $VA(i)$  muda de positivo para negativo, o que permite fazer uma interpolação linear para calcular a TIR. Na exposição do método da TIR, será melhor detalhado o cálculo da TIR por tentativa e erro, com uso das tabelas financeiras.

#### II.4.1 - Método do Valor Atual - VA.

Para cada taxa de desconto de uma distribuição de FCs, haverá um VA correspondente, que terá a notação  $VA(i)$ . Por outro lado, cada investidor usa sua própria

taxa mínima de atratividade ( $r_{\min}$ ), na avaliação de seus investimentos. Portanto, o valor atual de uma alternativa para um investidor, que decide com uma alternativa comparativa com taxa de atratividade igual a  $r_{\min}$ , é dado pela grandeza  $VA(r_{\min})$ . Conseqüentemente, a medida  $VA(r_{\min})$  incorpora no seu conteúdo a taxa de atratividade do investidor e todos os FCs da alternativa, constituindo assim, um cotejo entre o investidor e a alternativa em análise. Dessa forma, a medida  $VA(r_{\min})$  reflete o *valor intrínseco da alternativa para o investidor*, representando o valor máximo que o investidor está disposto a pagar pela alternativa sem perder atratividade em relação à alternativa comparativa. Para exemplificar, o primeiro investidor da aplicação proposta, que usou uma  $r_{\min} = 8\% \text{ a.a.}$ , achou uma  $VA(8\%) = 657 \text{ u.m.}$ , que é a importância máxima que poderá pagar, além do desembolso inicial de  $5.645 \text{ u.m.}$ , sem perder atratividade para sua alternativa comparativa. Esse é o sentido econômico-financeiro da grandeza  $VA(r_{\min})$ .

Interpretado o sentido econômico-financeiro do  $VA(r_{\min})$ , antes de expor o método do valor atual, é de fundamental utilidade apresentar a seguinte propriedade de  $I_0$ .

**Propriedade da Alternativa Comparativa  $-(I_0)$ :**

*aplicando-se qualquer importância por qualquer prazo na alternativa comparativa, o  $VA(r_{\min})$  dessa aplicação será sempre nulo.*

A verificação dessa propriedade pode ser feita admitindo-se uma aplicação de  $X \text{ u.m.}$  na data zero em  $I_0$ , que daria, no final de  $n$  períodos de aplicação, um valor futuro igual a  $X.FPS(r_{\min}, n)$ . A distribuição de FCs dessa aplicação é representada por uma saída de caixa na data zero e uma entrada de caixa no final do  $n^{\text{ésimo}}$  período, de modo que se tem:

$VA(r_{\min}) = -X + [X.FPS(r_{\min}, n)].FSP(r_{\min}, n) = \text{Zero}$ . (Observar que o produto de um fator financeiro pelo seu inverso é igual a unidade).

Essa propriedade reflete as três características de  $I_0$ , pois é verificada independentemente do valor e do prazo da aplicação e da  $r_{\min}$  do investidor, sendo muito útil tê-la em mente para uso posterior.

Descrição do Método do Valor Atual

O método do VA, consiste em calcular o  $VA(r_{\min})$  de cada alternativa em análise e aplicar os critérios de aceitação e de seleção na forma descrita a seguir.

Para aplicação do método são usadas as alternativas mutuamente excludentes do Exemplo Básico da Tabela II.1, para um investidor que decide com uma  $r_{\min} = 10\% \text{ a.a.}$  Portanto, tem-se:

$$VA(10\%) = -120 + 40FRP(10\%,6) = 54,21 \text{ u.m.}; e,$$

$$VA(10\%) = -144 + 90FSP(10\%,1) + 44FSP(10\%,2) + 40FSP(10\%,3) + \\ + 26FRP(10\%,3).FSP(10\%,3) = 52,81 \text{ u.m..}$$

a) - Critério de Aceitação: aceitar cada alternativa em análise que tenha  $VA(r_{\min})$  positivo ou nulo; caso contrário, a alternativa deve ser rejeitada em favor de  $I_0$  (que garante um  $VA(r_{\min}) = 0$ , devido à Propriedade da Alternativa Comparativa descrita acima). No Exemplo Básico, ambas alternativas são aceitas.

b) - Critério de Seleção: entre as alternativas aceitas, escolher a de maior  $VA(r_{\min})$ . No caso, a alternativa A será selecionada.

c) - Vantagens e Desvantagens: Comentários

Como vantagens, tem-se: o método considera o valor tempo do dinheiro mediante o uso da taxa de atratividade no cálculo de  $VA(r_{\min})$ ; unicidade no seu resultado, que é uma grandeza localizada na data zero, que pode ser usada como um parâmetro de comparação; e, a grandeza  $VA(r_{\min})$  que é sempre um único número para cada  $r_{\min}$ , ou seja, para cada investidor.

Como desvantagens, aponta-se: a dificuldade do investidor estabelecer a taxa de atratividade; e, o fato de projetos com investimentos iniciais diferentes poderem ter o mesmo valor atual, o que, segundo alguns autores, exige que sua aplicação seja complementada com outros métodos, principalmente pelo método da relação de valor atual-RVA, adiante exposto.

Do ponto de vista empresarial, o principal objetivo da empresa é o de maximizar o seu valor (expresso pelo preço das ações ordinárias) ou a riqueza de seus acionistas comuns. Para tal objetivo ser atingido, a empresa exige que as oportunidades identificadas de investimento tenham o máximo em termos de  $VA(r_{\min})$ . No caso da empresa de mineração, a eficiência da sua administração é refletida pela capacidade de encontrar e desenvolver jazidas minerais a baixos custos, de modo que, ao entrarem em produção, o valor atual dos desembolsos efetuados seja inferior ao das futuras entradas líquidas de caixa, Pereira (1975,p.26).

#### II.4.2 - Método do Valor Anual Equivalente - VAE.

O método do VAE consiste em transformar a distribuição de FCs, representativa de cada alternativa em análise, em uma série periódica uniforme equivalente de duração igual à sua vida útil; e, aplicar os critérios de decisão da forma descrita a seguir.

A taxa de juros usada no cálculo do termo (anuidade) da série é a taxa de atratividade do investidor- $r_{\min}$ .

Observa-se que o VAE, calculado à  $r_{\min}$ , -  $VAE(r_{\min})$ - é um valor distribuído ao longo da vida útil da alternativa. Difere, portanto, do  $VA(r_{\min})$ , que é um valor concentrado na data Zero.

A regra geral de cálculo do  $VAE(r_{\min})$  de uma distribuição de FCs é: primeiro, calcular o seu  $VA(r_{\min})$ ; e, a partir desse valor, usando o fator de recuperação de capital- $FPR(i,n)$ , calcular o  $VAE(r_{\min})$ . Dessa forma, uma observação precipitada seria a de afirmar "que o método do VAE é desprovido de utilidade porque a decisão pode sempre ser tomada usando o método do VA." De fato, tal assertiva não é verdadeira, pois o método é muito útil na comparação de alternativas mutuamente excludentes com vidas úteis diferentes, no problema de substituição de equipamentos e na simulação de projetos que, fisicamente, não podem ser repetidos, que são típicos da mineração.

Aplicando o método ao Exemplo Básico da Tabela II.1, para o mesmo investidor, ou seja, usando uma  $r_{\min} = 10\% \text{ a.a.}$ , tem-se:

$$VAE_A(10\%) = -120.FPR(10\%,6) + 40 = 12,45 \text{ u.m.}$$

( nessa solução não foi obedecida a regra geral, acima citada, de cálculo do  $VAE(r_{\min})$ , pela simplicidade de cálculo dessa solução alternativa).

$$VAE_B(10\%) = VA_B(10\%).FPR(10\%,6) = 52,81.0,22961 = 12,13 \text{ u.m.}$$

(solução pela regra geral, aproveitando-se o resultado obtido no método do VA).

a) - Critério de Aceitação: aceitar cada alternativa que tenha um  $VAE(r_{\min})$  positivo ou nulo; caso contrário, a alternativa deve ser rejeitada em favor da alternativa comparativa- $I_o$  (observar que a propriedade de  $I_o$ , exposta antes de descrever o método do VA, também vale em relação ao VAE, ou seja,  $VAE_{I_o}(r_{\min}) = \text{Zero}$ ). No Exemplo Básico, ambas alternativas devem ser aceitas.

b) - Critério de Seleção: entre as alternativas aceitas, selecionar a de maior  $VAE(r_{\min})$ . No caso, a alternativa A deve ser selecionada.

c) - Vantagens e Desvantagens do Método: Comentários

Por ser o resultado do método relacionado matematicamente ao resultado do método do VA, as vantagens e desvantagens apontadas para o método do VA são também válidas para este método. Deve ser lembrado que o resultado do método do VA está concentrado na data zero, enquanto o do VAE está distribuído durante a vida útil da alternativa em análise. Maiores vantagens da aplicação desse método são mostradas na seleção de alternativas mutuamente excludentes com horizontes diferentes, onde aparece

o problema clássico da substituição de equipamentos.

### II.4.3 - Método da Taxa Interna de Retorno - TIR

A princípio, o método da TIR consiste em calcular a TIR de cada alternativa em análise e aplicar os critérios de aceitação e de seleção na forma descrita a seguir.

A regra geral para o cálculo da TIR é baseada na sua equação de definição -  $VA(TIR) = 0$  - usando o processo de tentativa e erro, que fica facilitado se for acompanhado pelo comportamento da curva característica da Figura II.2 e das desigualdades:

Se  $VA(i) > 0$ , tem-se:  $TIR > i$ ; e,

Se  $VA(i) < 0$ , tem-se:  $TIR < i$ .

Para a alternativa A do Exemplo Básico - Tabela II.1, tem-se:

$VA_A(TIR_A) = -120 + 40FRP(TIR_A, 6) = 0$ ; assim:  $FRP(TIR_A, 6) = 3$ . Entrando com esse valor na tabela financeira do  $FRP(i, n)$  para  $n = 6$ , encontra-se: para  $i = 24\%$ ,  $FRP(24\%, 6) = 3,021$ ; e, para  $i = 25\%$ ,  $FRP(25\%, 6) = 2,951$ . Por interpolação linear, obtém-se  $TIR_A = 24,3\% a.a.$

Para a alternativa B, tem-se:

$VA_B(TIR_B) = -144 + 90FSP(TIR_B, 1) + 44FSP(TIR_B, 2) + 40FSP(TIR_B, 3) + 26FRP(TIR_B, 3).FSP(TIR_B, 3) = 0$ .

A solução da equação acima é pelo processo de tentativa e erro. Uma taxa de partida razoável é a  $r_{min}$  de  $10\% a.a.$  Como o  $VA(10\%) = 52,81$  u.m. (calculado no método do VA), conclui-se que  $TIR_B > 10\%$ . O resultado sugere (ver comportamento da curva característica e das desigualdades mostrados anteriormente) aumentar o valor da taxa de desconto.

Outra tentativa proposta é usar um valor para taxa de desconto próximo da  $TMR_B = 29,2\%$ , lembrando-se que  $TIR < TMR$ . Calculando-se o valor de  $VA(29\%)$ , obtém-se  $-6,85$  u.m., resultado que sugere reduzir a taxa de desconto. A TIR está entre  $10\%$  e  $29\%$ , porém muito mais próximo de  $29\%$ . Seguindo esse processo obtém-se:  $VA(26\%) = 0,14$  e  $VA(27\%) = -2,27$ , que, por interpolação, resulta  $TIR_B = 26,1\% a.a.$

As TIRs de A e B, obtidas com calculadora financeira, são  $24,292\%$  e  $26,057\% a.a.$ , respectivamente, valores, que arredondados para uma casa decimal, conferem com os obtidos pelo processo de tentativa e erro seguido da interpolação linear.

a) - Critério de Aceitação: aceitar cada alternativa em análise, que tenha uma TIR maior ou igual a  $r_{min}$ ; caso contrário, a alternativa deve ser rejeitada em favor de  $I_0$ , (que garante uma  $TIR = r_{min}$ ). No Exemplo Básico, ambas alternativas devem ser aceitas.

b) - Critério de Seleção: esse critério não obedece e nem poderia obedecer a lógica dos demais métodos, que se fosse seguida, selecionaria a alternativa de maior TIR, ou seja, a alternativa B. Esse resultado, se verdadeiro, seria inconsistente com os dos métodos do VA e do VAE. Essa lógica não poderia ser usada porque a grandeza TIR, como medida de retorno, não tem nenhum compromisso com a "magnitude" do projeto. Se alguém afirma que o retorno de um determinado projeto é de 40%a.a. e de outro é de 20%a.a., não há meios de afirmar qual dos projetos é economicamente superior, usando exclusivamente a TIR, como medida de retorno. Considerações sobre a "magnitude" dos projetos devem complementar a medida de suas rentabilidades, se analisadas pelos métodos da TIR. O processo da análise incremental - Stermole & Stermole (1984,p.110) - trata exatamente de comparar as alternativas mutuamente excludentes, considerando as suas respectivas "magnitudes", e, dessa forma, eliminar os resultados contraditórios entre os métodos da TIR e do VA (ou do VAE), oriundos da aplicação do critério de seleção dos referidos métodos.

Em resumo, o critério de seleção do método da TIR obedece aos procedimentos da **ANÁLISE INCREMENTAL**, que serão descritos a seguir. Para tanto, os dados do Exemplo Básico serão rerepresentados na Tabela II.5, onde aparecem os resultados dos métodos anteriores e outros elementos a serem obtidos pela análise incremental, que serão esclarecidos no decorrer do texto.

A análise incremental consta dos seguintes procedimentos que serão aplicados ao Exemplo Básico com as devidas justificativas:

(i) - Calcular o VA(0%) de cada alternativa em análise. Observar que essa grandeza mede o quanto o total das entradas excede o total das saídas líquidas de caixa, sem considerar a existência de juros. Se alguma alternativa tiver esse valor negativo, a mesma não deve ser considerada como uma alternativa de investimento propriamente dita, pois, durante sua vida, o total das saídas ultrapassa o das entradas de caixa, e, evidentemente, a avaliação econômica da alternativa fica prejudicada. No Exemplo Básico tem-se:

$$VA_A(0\%) = +120 \text{ e } VA_B(0\%) = +108;$$

(ii) - Estabelecer a alternativa incremental( $\Delta$ ), que, no Exemplo Básico, poderá ser  $\Delta = "A-B"$  ou  $\Delta = "B-A"$ . No caso, obrigatoriamente, será "A-B", pois é a única opção que faz  $VA_{A-B}(0\%) > 0$ , isto é, dá sentido à alternativa incremental (como alternativa de investimento propriamente dita); se a opção fosse B-A, o  $VA_{B-A}(0\%)$  seria negativo e a análise de  $\Delta$  não teria sentido. Dessa forma, justifica-se esse procedimento (i), que tem o objetivo exclusivo de

verificar a "magnitude" relativa entre as alternativas;

(iii) - Achar a distribuição de FCs da alternativa  $\Delta = A-B$  (última coluna da Tabela II.5); e, finalmente, tem-se:

(iv) - Calcular a TIR de  $\Delta = A-B$ , ou seja,  $TIR_{A-B}$ , que utilizando-se do trabalhoso processo de tentativa e erro, seguido da interpolação linear, resulta em 12,2% a.a..

A conclusão da análise incremental é a seguinte:

- Se  $TIR_{A-B} > r_{min}$ , escolher a primeira alternativa. No caso, a alternativa A; e,
- Se  $TIR_{A-B} < r_{min}$ , escolher a segunda alternativa.

**Tabela II.5: Distribuição de FCs do Exemplo Básico com os Resultados dos Métodos da TMR, do Payback, do VA, do VAE, da TIR e da RVA e com os Elementos Usados na Análise Incremental**

				(u.m.)
Ano	A	B	A-B	
0	-120	-144	24	
1	40	90	-50	
2	40	44	-4	
3	40	40	0	
4	40	26	14	
5	40	26	14	
6	40	26	14	
VA(0%) <sup>(*)</sup>	+120	+108	+12	
TMR(%a.a.)	33,33	29,16		
PP (anos)	3	2,25		
VA(10%)	54,21	52,81	1,40	
VAE(10%)	12,45	12,13	0,32	
TIR(%a.a.)	24,3	26,1	12,2	
RVA(10%)	0,45	0,37	0,06	

(\*) Preferiu-se usar VA(0%) em lugar de "Soma", pois o significado de VA(0%) é  $\sum FC_k$  (soma algébrica dos FCs).

Para que o resultado acima seja devidamente interpretado, deve-se ter em mente que o grande problema do método da TIR é não considerar a "magnitude" - medida por VA(0%) - dos projetos em análise, daí a necessidade da análise incremental. Assim, não

deve ser comparada simplesmente a alternativa de maior com a de menor "magnitude". A comparação deve ser feita colocando-se, de um lado, a alternativa de maior "magnitude" (A), e, do outro lado, a alternativa B (de menor magnitude) acrescida da alternativa incremental- $\Delta$  (A-B).

As desigualdades do procedimento (iv) conduzem à decisão entre duas opções de escolha, envolvendo as alternativas mutuamente excludentes em estudo, a saber:

- **Optar por A**, ou seja, selecionar a alternativa de maior magnitude: escolher A, equivale do ponto de vista financeiro, implicitamente, a escolher B juntamente com a alternativa incremental A-B. Em outras palavras, aceitar 24%a.a. para a rentabilidade de A é equivalente a aceitar 26%a.a. para rentabilidade de B, juntamente com 12%a.a. para a rentabilidade de A-B; ou,
- **Optar por B**, ou seja, selecionar a alternativa de menor "magnitude", significa *perder a oportunidade de investir em A* e aplicar os FCs de A-B na alternativa comparativa ( $I_0$ ) do investidor, que tem uma  $r_{\min}$  de 10%a.a.

Evidentemente, a primeira opção - selecionar A - é economicamente superior, pois equivale a aceitar B com 26%a.a. e A-B com 12%a.a., enquanto a segunda, equivale a aceitar também B com 26%a.a., porém os FCs de A-B serão aplicados a apenas 10%a.a.

Observa-se que a decisão é tomada em função exclusivamente da alternativa incremental A-B, daí o nome de análise incremental, que na forma descrita, fica devidamente justificada.

No uso desse método não é necessário o cálculo da TIR de cada alternativa, evitando-se, assim, o processo trabalhoso da tentativa e erro. Na prática, calcula-se o  $VA(r_{\min})$  de cada alternativa, se  $VA(r_{\min}) > 0$ , significa que  $TIR > r_{\min}$  e a alternativa deve ser aceita como estabelece o critério de aceitação. Na aplicação do critério de seleção, é suficiente calcular o  $VA_{A-B}(r_{\min})$ , se  $VA_{A-B}(r_{\min}) > 0$ , implica  $TIR_{A-B} > r_{\min}$ , e a alternativa A deve ser selecionada; caso contrário, seleciona-se B.

Alguns analistas de investimento usam para "magnitude" da alternativa apenas o valor do seu investimento inicial em lugar da medida  $VA(0\%)$ ; essa prática não é adequada e pode conduzir a resultados errôneos. Por exemplo, se aplicada ao Exemplo Básico, estabeleceria para  $\Delta$  a opção B-A, e, como a  $TIR_{B-A} = TIR_{A-B}$ , pois a curva característica de B-A é simétrica em relação ao eixo horizontal à curva de A-B, resultaria na seleção indevida de B. Por outro lado, identificar o investimento inicial de uma alternativa é um problema a mais a ser considerado. Por exemplo, se um projeto tem uma saída líquida de caixa no final do segundo ano, além da existente na data zero, tal entrada de caixa deve ser considerada como parte do investimento inicial ou não? A resposta a esta questão será dada quando

for discutido o denominador ("investimento líquido") do método da Relação de Valor Atual, próximo método a ser exposto.

A análise incremental não está omitida no método do VA, uma vez que, escolher A, por ter  $VA_A(r_{\min}) > VA_B(r_{\min})$ , é o mesmo que aceitar  $VA_{A-B}(r_{\min}) > 0$ , que é a desigualdade a ser usada na análise incremental do método do VA, se a mesma tivesse sido explicitada na exposição desse método. Logo, pode-se afirmar que a análise incremental está implícita no método do VA, e, por extensão, no método do VAE, e também no método do Valor Futuro (a ser estudado posteriormente). A seleção pelo método da TIR é consistente com a do método do VA, do VAE e do VF, devido à análise incremental que está explícita no método da TIR e implícita nesses métodos citados.

#### c) - Vantagens e Desvantagens do Método: Comentários

Por definição a TIR é a taxa de desconto que iguala a soma do valor atual das entradas líquidas de caixa ao valor atual das saídas líquidas de caixa. Apesar dessa definição ser relativamente simples, o seu sentido econômico-financeiro é, frequentemente, interpretado de forma indevida pelos analistas de investimento. Assim, quando eles comparam alternativas de investimento, usando o método da TIR, eles, às vezes, erram ao admitir a hipótese de reinvestimento, a uma taxa igual a TIR, dos FCs gerados pelos projetos. Isso seria o mesmo resultado do investimento inicial, ano a ano, remunerado àquela taxa.

Para ilustrar esse engano e suas consequências, a Tabela II.6 mostra o esquema de recuperação e remuneração da alternativa A do Exemplo Básico, que tem uma TIR de 24,3% a.a.

**Tabela II.6: Plano de Recuperação e Remuneração do Investimento da Alternativa A do Exemplo Básico** (u.m)

Ano (k)	Saldo Não Recuperado do Investimento Inicial (S <sub>k</sub> )	Recuperação Anual do Investimento Inicial (A <sub>k</sub> )	Remuneração Anual do Investimento Inicial (J <sub>k</sub> )	Fluxos Anuais de Caixa Positivos (F)
0	120,00			
1	109,15	10,85	29,15	40,00
2	95,67	13,48	26,52	40,00
3	78,91	16,76	23,24	40,00
4	58,08	20,83	19,17	40,00
5	32,19	25,89	14,11	40,00
6	(*)0,01	32,18	7,82	40,00

(\*) - Erro de arredondamento.

Lógica da tabela:  $J_k = S_k \cdot TIR$ ;  $A_k = F - J_k$ ; e,  $S_k = S_{k-1} - A_k$ .

Intuitivamente, pode-se interpretar o sentido econômico-financeiro da TIR da alternativa A de duas maneiras: a primeira, supondo que alguém emprestou 120 u.m. para receber em 6 prestações anuais de 40 u.m., sendo a taxa de juros dessa transação a sua TIR; a segunda, seria admitir que alguém deposita 120 u.m. em uma conta bancária remunerada para ter o direito de fazer exatamente 6 resgates anuais de 40 u.m.; a taxa de juros, paga por essa aplicação bancária, será a sua TIR.

Observe-se que para calcular a TIR, em ambos os casos, não há a necessidade de averiguar qual o destino que o credor do primeiro caso dará para cada recebimento de 40 u.m.; nem, no segundo caso, o que o depositário faria com cada resgate de 40 u.m. Assim, o conceito de TIR independe de qualquer reaplicação ou destino aos FCs gerados. Portanto, a hipótese de que no método da TIR está implícita o reinvestimento dos FCs gerados pela alternativa até o final de sua vida útil, é totalmente errônea. A única maneira do investimento inicial ser remunerado à TIR, seria encontrar uma outra oportunidade de investimento (que não tem nada a ver com o cálculo da TIR), que remunerasse os FCs gerados, exatamente, a essa taxa (TIR), pois nesse caso, o valor futuro (no final da vida do projeto) das aplicações dos FCs gerados, seria equivalente ao valor futuro do investimento inicial, e, assim, o investimento inicial seria remunerado exatamente à TIR. Em resumo, a TIR não é a taxa de juros que remunera anualmente o investimento inicial, e sim, o saldo

não recuperado do investimento inicial, como foi demonstrado na tabela anterior. Se assim fosse, a remuneração anual do investimento inicial seria constante e igual a 29,16 u.m. (= 24,3% de 120 u.m.), quando, de fato, as remunerações são decrescentes (penúltima coluna da Tabela II.6). Portanto, a TIR é a taxa aplicada ao saldo não recuperado do investimento inicial, de modo a anulá-lo no final da vida útil do projeto (fato evidenciado na tabela acima), devido às recuperações anuais.

Do ponto de vista empresarial, cada alternativa de investimento identificada e avaliada tendo uma  $TIR > r_{min}$ , irá contribuir para aumentar o valor da empresa (valor das ações ordinárias), tendo em vista que a taxa mínima exigida pelos acionistas é  $r_{min}$ .

Uma grande vantagem do método é a popularidade do uso da TIR, que por ser um número em forma percentual é preferido pelos empresários e analistas, ao invés do retorno apresentado pelo VA ou pelo VAE, que é expresso em unidades monetárias. Outra vantagem apontada, é que para o cálculo da TIR não é necessário o uso de elementos externos (como o  $r_{min}$ , no caso do VA ou VAE), apenas os dados internos (os FCs) do projeto, daí o seu nome. Como desvantagem, cita-se a necessidade da TIR ser comparada com a  $r_{min}$ , cuja estimativa tem algo de arbitrário e subjetivo, e, como tal, é uma das desvantagens apontadas do método do VA. Outra desvantagem, é a interpretação do seu sentido econômico financeiro (motivo que deu origem a apresentação da Tabela II.6, como ilustração). Finalmente, há a inconveniência do retorno de algum tipo de distribuição de FCs ter diversas TIRs ou mesmo não possuir nenhuma, tornando a avaliação prejudicada ou impossível por esse método. Esse último aspecto será assunto a ser exposto no Apêndice A. Antecipando-se aos fatos, pode-se ilustrar o aspecto da existência de mais de uma TIR para uma alternativa, informando que a alternativa incremental  $\Delta = A - B$  do Exemplo Básico, além da  $TIR = 12,2\% \text{ a.a.}$ , possui outra de aproximadamente  $104,7\% \text{ a.a.}$  - taxa que também anula o seu  $VA(r_{min})$  - no entanto, como ambas são superiores à taxa de atratividade do investidor, a seleção da alternativa não é afetada.

A Figura II.3, ilustra o procedimento de seleção de uma das alternativas A ou B para diversos valores da taxa de desconto (i), que faz o papel da taxa mínima de atratividade dos possíveis investidores existentes.

Assim, se um investidor, opera com uma  $r_{min}$ :

- no intervalo de 0 a  $12,2\% \text{ a.a.}$  (que é a  $TIR_{A-B}$ ), ele prefere a alternativa A, devido a  $VA_A(r_{min}) > VA_B(r_{min})$  - é o caso do investidor para o qual se fez a análise, que decide com  $10\% \text{ a.a.}$ ;
- exatamente igual a  $12,2\%$ , ele decide, indiferentemente, por A ou B, pois  $VA_A(r_{min}) = VA_B(r_{min})$ . Logicamente, se ele observa uma tendência de queda de sua

$r_{\min}$  ao longo do tempo, ele deve decidir a favor de A; e, se a tendência é de alta, ele deve escolher B;

- no intervalo entre 12,2 e 24,3% a.a. (que é a  $TIR_A$ ), ele deve selecionar B, pois  $VA_A(r_{\min}) < VA_B(r_{\min})$ ;

- no intervalo de 24,3 a 26,1% a.a. (que é a  $TIR_B$ ), ele decide a favor de B, e a alternativa A não é mais aceita por ter  $VA_A(r_{\min}) < 0$ ; e,

- superior a 26,1% a.a., ele não mais aceita a alternativa B, por ter também  $VA_B(r_{\min}) < 0$ .

O semi-eixo positivo das abscissas representa as alternativas comparativas de todos investidores possíveis, pois é o lugar geométrico de  $VA_{i_0}(r_{\min}) = 0$ , para qualquer  $r_{\min}$ .

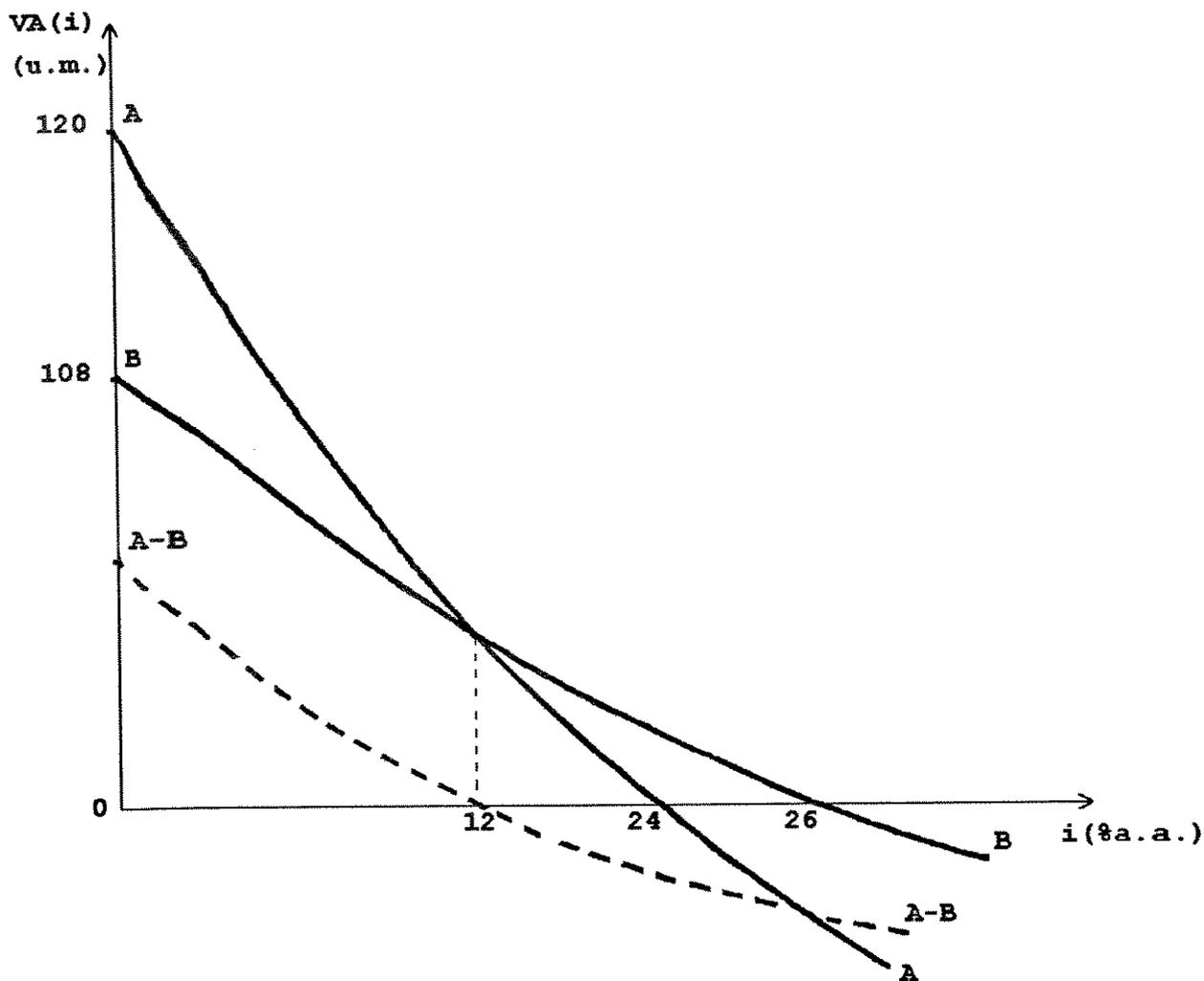


Figura II.3: Curvas Características das Alternativas A e B do Exemplo Básico

#### II.4.4 - Método da Relação de Valor Atual - RVA

Este método consiste em calcular a RVA à  $r_{\min}$  -  $RVA(r_{\min})$  de cada alternativa em análise e aplicar os critérios de aceitação e de seleção na forma descrita a seguir.

Por  $RVA(r_{\min})$  entende-se a relação entre  $VA(r_{\min})$  e o módulo do VA à  $r_{\min}$  do "investimento líquido" (cujo conceito será melhor compreendido adiante).

Aplicando-se essa definição às alternativas do Exemplo Básico, com os dados da Tabela II.4, tem-se:

$$RVA_A(10\%) = 54,21/120 = 0,45; \text{ e,}$$

$$RVA_B(10\%) = 52,81/144 = 0,37.$$

Deve-se observar que a grandeza  $RVA(r_{\min})$  é um número adimensional, que mede quantas vezes o retorno, expresso por  $VA(r_{\min})$ , contém o investimento líquido da alternativa.

a) - Critério de Aceitação: aceitar cada alternativa que tenha  $RVA(r_{\min}) \geq 0$ ; caso contrário, rejeitá-la em favor de  $I_0$ , que garante um  $RVA(r_{\min}) = 0$ . No Exemplo Básico, ambas as alternativas devem ser aceitas.

b) - Critério de Seleção: é feito através da análise incremental de forma explícita, por motivo que será justificado nos comentários ao método. O procedimento é o de, após estabelecer a

alternativa incremental( $\Delta$ )- no caso A-B, calcular a  $RVA_{A-B}(r_{\min})$ .

- Se  $RVA_{A-B}(r_{\min}) \geq 0$ , deve-se selecionar a alternativa A; e,

- Se  $RVA_{A-B}(r_{\min}) < 0$ , deve-se selecionar a alternativa B, por motivos análogos aos apresentados no critério de seleção do método da TIR.

No caso  $RVA_{A-B}(10\%) = 1,40 / 50FSP(10\%,1) + 4FSP(10\%,2) - 24 = 1,40/24,76 = 0,06 > 0$ , logo a alternativa A deve ser selecionada.

O cálculo do denominador da  $RVA_{A-B}$  é objeto do Exemplo 7, no final do tópico a seguir.

c) - Vantagens e Desvantagens do Método: Comentários

Este método é uma variante do método do VA, uma vez que se, numericamente,  $VA(r_{\min}) > 0$ , também  $RVA(r_{\min}) > 0$ , considerando que esse número é aquele dividido pelo valor absoluto (módulo) do investimento líquido. Logicamente, na comparação de alternativas mutuamente excludentes, a decisão pelo método da RVA é consistente com a do VA, e, portanto, com os métodos do VAE, da TIR e do VF (a ser apresentado adiante). Uma das desvantagens desse método é a obrigatoriedade de fazer a análise incremental, de forma explícita, como no método da TIR. Essa necessidade deve-se ao fato de que, se entre duas alternativas mutuamente excludentes, uma delas tem maior  $VA(r_{\min})$ , não terá, obrigatoriamente, a maior  $RVA(r_{\min})$ . No Exemplo Básico estudado, para um investidor que decide com 10% a.a., coincide que a alternativa A tanto tem um maior  $VA(10\%)$  como uma maior  $RVA(10\%)$ ; no entanto, se um investidor, que tenha uma  $r_{\min}$  de 15% a.a., avalia as mesmas alternativas, obtém os resultados:

$$VA_A(15\%) = 31,38, VA_B(15\%) = 32,86 \text{ e } VA_{A-B}(15\%) = -1,48, \text{ de onde resulta:}$$

$RVA_{A,B}(15\%) = -1,48/50FSP(15\%,1)+4FSP(15\%,2)-24 = -1,48/22,50 = -0,07 < 0$ , logo, o novo investidor deve selecionar B, obtendo assim um resultado consistente com o do método do VA (como demonstrado na interpretação da Figura II.4 em relação ao intervalo 12,2 a 24,3%a.a.), apesar de  $RVA_A(15\%) = 0,26$  e  $RVA_B(15\%) = 0,23$ , ou seja,  $RVA_A(15\%) > RVA_B(15\%)$ .

Outra dificuldade do método está em identificar as saídas líquidas de caixa que devem compor o denominador da RVA. Para tanto, o investimento líquido (denominador) tem como sentido econômico o de refletir "o valor atual, calculado à taxa  $r_{min}$  da quantia máxima investida sob condição de risco"; dessa forma, o cálculo do denominador exige a obediência aos seguintes procedimentos:

- a)- O FC de cada ano deve estar expresso na forma líquida, sendo ou uma entrada ou uma saída líquida de caixa. O método não admite trabalhar com entrada e saída de caixa no mesmo ano de forma separada. Deve ser calculada a diferença entre entrada e saída de modo a se obter uma entrada ou saída líquida para cada ano;
- b)- Cada entrada anual de caixa deve conter todas as receitas, quer sejam operacionais (vendas de produtos resultantes do projeto) quer não operacionais (venda de imobilizados desativados, créditos e benefícios fiscais etc.); e, cada saída deve conter todas os desembolsos independentemente da natureza (compra de ativos físicos, obtenção de direitos, despesas com pesquisa e desenvolvimento-P&D, energia, mão-de-obra etc.), desde que relacionadas com a alternativa em si;
- c)-No cálculo do  $VA(r_{min})$  do denominador devem constar somente as saídas líquidas de caixa não cobertas (recuperadas) pelas entradas líquidas de caixa anteriores.

Stermole & Stermole (1984,p.72-73), para ilustrar o cálculo do denominador, apresenta diversos exercícios, os quais foram adaptados para os exemplos a seguir, usando uma taxa de atratividade de 15%a.a.:

Exemplo 1:
 

-100	+50	+50	+50	+50
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+
0	1	2	3.....	10 (anos)

$$RVA(15\%) = [50FRP(15\%,10)-100]/100 = 150,94/100 = +1,51.$$

Exemplo 2:
 

-100	-40	+50	+50	+50
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+
0	1	2	3.....	10 (anos)

$$RVA(15\%) = [50FRP(15\%,9).FSP(15\%,1)-100-40FSP(15\%,1)]/[100 + 40FSP(15\%,1)] = 72,68/134,78 = +0,54.$$

Exemplo 3: 
$$\begin{array}{cccccc} -100 & +50 & -140 & +50 & & +50 \\ +-----+-----+-----+-----+-----+ \\ 0 & 1 & 2 & 3 & \dots & 10 \text{ (anos)} \end{array}$$

$$RVA(15\%) = [50FSP(15\%,1) + 50FRP(15\%,8) \cdot FSP(15\%,2) - 100 - 140FSP(15\%,2)] / [100 + 140FSP(15\%,2) - 50FSP(15\%,1)] = 7,27/162,38 = +0,04.$$

Exemplo 4: 
$$\begin{array}{cccccc} -100 & +50 & -40 & +50 & & +50 \\ +-----+-----+-----+-----+-----+ \\ 0 & 1 & 2 & 3 & \dots & 10 \text{ (anos)} \end{array}$$

$$RVA(15\%) = [50FSP(15\%,1) + 50FRP(15\%,8) \cdot FSP(15\%,2) - 100 - 40FSP(15\%,2)] / 100 = 82,89/100 = +0,83.$$

Exemplo 5: 
$$\begin{array}{cccccc} & -50 & -50 & -50 & -50 & +300 \\ +-----+-----+-----+-----+-----+ \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \text{ (anos)} \end{array}$$

$$RVA(15\%) = [300FSP(15\%,5) - 50FRP(15\%,4)] / [50FRP(15\%,4)] = 6,40/142,75 = +0,04.$$

Exemplo 6: 
$$\begin{array}{cccccc} +350 & -50 & -50 & -50 & -50 & -50 \\ +-----+-----+-----+-----+-----+ \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \text{ (anos)} \end{array}$$

$$RVA(15\%) = [350 - 50FRP(15\%,5)] / [0] = +\infty$$

Obs.: o denominador é nulo porque todas saídas de caixa estão cobertas (recuperadas) pela entrada de caixa da data zero.

Exemplo 7: Alternativa Incremental do Exemplo Básico, onde  $r_{\min} = 10\% \text{ a.a.}$

$$\begin{array}{cccccc} +24 & -50 & -4 & 0 & +14 & +14 & +14 \\ +-----+-----+-----+-----+-----+ \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \text{ (anos)} \end{array}$$

$$RVA_{A-B}(10\%) = 1,40 / [50FSP(10\%,1) + 4FSP(10\%,2) - 24] = 1,40/24,76 = 0,06 > 0.$$

Obs.: o denominador desse exemplo e dos anteriores sempre contém as saídas de caixa não cobertas pelas entradas líquidas de caixa anteriores, ou seja, corresponde a "quantia máxima investida sob risco".

### Síntese Comparativa entre os Resultados e Aplicabilidade dos Métodos Básicos

Quando as interrelações entre os métodos básicos são entendidas, todos eles conduzem à mesma decisão aceitar/rejeitar - critério de aceitação - desde que aplicados

corretamente.

O quadro a seguir compara os resultados desses métodos, mediante respostas às perguntas abaixo envolvendo os principais aspectos da avaliação econômica:

- (1) - o método, no cálculo do seu resultado, usa o conceito de fluxo de caixa (FC) ou de lucro contábil (LC)?
- (2) - o método considera o valor tempo do dinheiro?
- (3) - a aplicação do método exige o conhecimento **prévio** ou **posterior** da taxa mínima de atratividade ( $r_{min}$ ) do investidor?
- (4) - o resultado do método é expresso em unidades monetárias-u.m., taxa anual-%a.a. ou é adimensional?
- (5) - o resultado do método é **único** ou **não** (o método pode apresentar diversos resultados)?
- (6) - a análise incremental está **implícita** na aplicação do método ou é obrigatório o desenvolvimento dessa análise de forma **explícita** na aplicação do mesmo?
- (7) - o resultado do método considera a distribuição de FCs relativa a **todo** o horizonte do projeto ou somente aos FCs relativos aos **períodos de payback**?
- (8) - o resultado do método é um número **concentrado** na data Zero, distribuído durante o horizonte do projeto ou **não** é possível associá-lo a uma data ou a um prazo do projeto?

PERGUNTA	VA	VAE	TIR	RVA
(1)	FC	FC	FC	FC
(2)	sim	sim	sim	sim
(3)	prévio	prévio	posterior	prévio
(4)	u.m.	u.m.	%a.a.	adimens.
(5)	único	único	não	único
(6)	implícita	implícita	explícita	explícita
(7)	todo	todo	todo	todo
(8)	concent.	distrib.	não	concent.

## MÉTODOS ALTERNATIVOS DE AVALIAÇÃO ECONÔMICA

Os métodos alternativos consideram o valor tempo do dinheiro e são expostos na seguinte ordem:

**II.4.5 - Método dos Períodos de Payback com Desconto - PPD;**

**II.4.6 - Método do Valor Futuro - VF;**

**II.4.7 - Método do Valor Futuro do Retorno - VFR;**

**II.4.8 - Método da Relação Benefício/Custo - RBC;**

**II.4.9 - Método de Baldwin;**

**II.4.10- Método da Taxa Externa de Retorno - TER;**

**II.4.11- Método da Taxa de Crescimento do Retorno - TCR; e,**

**II.4.12- Método de Hoskold.**

Os métodos dos Períodos de Payback com Desconto, do Valor Futuro e da Relação Benefício/Custo são variantes dos métodos do PP, do VA e da RVA, respectivamente, já estudados nas categorias dos Métodos Simplificados (o caso do método do PP) e dos Métodos Básicos. Os métodos do Valor Futuro do Retorno, de Baldwin, da Taxa Externa de Retorno e da Taxa de Crescimento do Retorno são métodos secundários ou complementares, geralmente, aplicados como tentativa de solução do problema da diversidade ou inexistência da TIR (assunto objeto de estudo do Apêndice A). Finalmente, o método de Hoskold foi colocado em homenagem ao seu formulador Henry Hoskold, que já em 1877, teve o mérito de reconhecer o valor tempo do dinheiro e a exaustão dos recursos minerais na avaliação econômica de projetos de mineração.

Na descrição e aplicação de cada método alternativo serão usadas as alternativas mutuamente excludentes do Exemplo Básico da Tabela II.1 para ilustrar as vantagens, desvantagens e comentários sobre cada método.

### **II.4.5 - Método dos Períodos de Payback com Desconto - PPD**

É uma variante do método dos períodos de payback-PP, com a particularidade de considerar o valor tempo do dinheiro. Pelo método, as entradas líquidas de caixa são descontadas à data do início da produção (start up) até que o valor atual das mesmas, à taxa  $r_{\min} = 10\% \text{a.a.}$ , se iguale ao investimento inicial.

Para as alternativas do Exemplo Básico, a Tabela II.7 organiza os dados de modo a facilitar o cálculo dos respectivos PPDs.

Tabela II.7: Processo de Cálculo dos Períodos de Payback com Desconto - PPD para as Alternativas A e B do Exemplo Básico

(u.m.)

Alt. A				Alt. B			
Ano	FC	FC Pos. Descon.	FC Des. Acumul.	Ano	FC	FC Pos. Descon.	FC Des. Acumul.
0	-120			0	-144		
1	40	36,36	36,36	1	90	81,82	81,82
2	40	33,06	69,42	2	44	36,36	118,18
3	40	30,05	99,47	3	40	30,05	148,23
4	40	27,32	126,79	4	26	17,76	165,99
5	40	24,84	151,63	5	26	16,14	182,13
6	40	22,58	174,21	6	26	14,68	196,81

Por interpolação linear, entre os anos onde o FCs positivos descontados acumulados (4ª e 8ª colunas) passam de inferior para superior ao investimento, obtém-se:

$$(PPD_A - 3)/(4 - 3) = (120,00 - 99,47)/(126,79 - 99,47) \text{ ou}$$

$$PPD_A = 3 + (120,00 - 99,47)/(126,79 - 99,47) = 3,75 \text{ anos} \approx 3 \text{ anos e 9 meses;}$$

e, analogamente,

$$PPD_B = 2,86 \text{ anos} \approx 2 \text{ anos e 10 meses.}$$

a) - Critério de Aceitação: aceitar cada alternativa que tenha um PPD inferior ao PPD estabelecido pelo investidor. Supondo que o investidor decida com um PPD de 4 anos, ambas alternativas devem ser aceitas.

b) - Critério de Seleção: entre as alternativas aceitas, selecionar a de menor PPD. No caso, a alternativa B deve ser selecionada.

c) - Vantagens e Desvantagens do Método: Comentários

As vantagens e desvantagens são praticamente as mesmas do método do PP. Esse método exige mais cálculos, porém, em contrapartida, considera o valor tempo do dinheiro, o que leva a aumentar o número de períodos de payback, ou seja, é mais conservador. Como todo método baseado no desconto de FCs, à medida que os FCs estão no futuro mais distante, influenciam menos nos resultados, pois o fator de desconto -  $FSP(i,n)$  - decresce com n e funciona como peso de uma média ponderada na formação dos resultados. Deve-

se observar que, durante o PPD, o investimento inicial é recuperado e remunerado à  $r_{\min}$ , considerando a validade da expressão a seguir, para o caso mais simples de uma distribuição de FCs com um investimento inicial (I) e entradas líquidas anuais de caixa ( $E_L$ ), tem-se pela definição de PPD:

$$I = E_L \cdot FRP(r_{\min}, PPD) \text{ ou } -I + E_L \cdot FRP(r_{\min}, PPD) = 0 \text{ ou ainda,}$$

$$VA(r_{\min}) \text{ até o PPD} = -I + E_L \cdot FRP(r_{\min}, PPD) = 0.$$

Os FCs após o PPD, ou seja, do período PPD + 1 até n (final do projeto), complementam a rentabilidade da alternativa, elevando-a de  $r_{\min}$  para TIR. Por exemplo, um indivíduo que decide com um  $r_{\min}$  de 10% a.m., faz uma aplicação financeira de 49.737 u.m. para ser resgatada em 5 parcelas iguais a 20.000u.m.. Tal aplicação tem uma TIR de 28,92% a.m. e um PPD de exatamente 3 meses. Durante os 3 primeiros meses ele recupera e remunera o valor aplicado à taxa de 10% a.m.; os dois últimos resgates elevarão a rentabilidade de 10 para 28,92% a.m.

#### II.4.6 - Método do Valor Futuro - VF

É uma variante do método do VA, que em lugar de descontar os FCs da alternativa para data zero, capitaliza-os para a data final da vida útil (horizonte) da alternativa.

O método consiste em calcular o VF, à taxa  $r_{\min}$ , ou seja, a grandeza  $VF(r_{\min})$  de cada alternativa em avaliação e aplicar os critérios de aceitação e de seleção na forma descrita a seguir.

Para as alternativas do Exemplo Básico, tem-se:

$$VF_A(10\%) = -120FPS(10\%,6) + 40FRS(10\%,6) = 96,04 \text{ u.m.}; \text{ e,}$$

$$VF_B(10\%) = -144FPS(10\%,6) + 90FPS(10\%,5) + 44FPS(10\%,4) + \\ 40FPS(10\%,3) + 26FRS(10\%,3) = 93,56 \text{ u.m.}$$

a) - Critério de Aceitação: aceitar cada alternativa que tenha  $VF(r_{\min}) \geq 0$ ; caso contrário, rejeitá-la em favor de  $I_0$ , que

garante  $VF(r_{\min}) = 0$ . No caso, ambas alternativas devem ser aceitas.

b) - Critério de Seleção: entre as alternativas aceitas, selecionar a de maior  $VF(r_{\min})$ . No caso, a alternativa A deve ser selecionada.

c) - Vantagens e Desvantagens do Método: Comentários

Na seleção de alternativas mutuamente excludentes de mesmo horizonte (n), as seguintes relações existem entre os resultados dos métodos do VA, VAE e VF:

$$VA(r_{\min}) = VAE(r_{\min}) \cdot FRP(r_{\min}, n) = VF(r_{\min}) \cdot FSP(r_{\min}, n)$$

Dessa forma, há consistência entre os resultados desses métodos, bem como, com os dos métodos da TIR e da RVA, desde que seja efetuada, de forma explícita, a análise incremental para esses dois últimos métodos.

A grandeza  $VF(r_{\min})$  está concentrada no final da vida útil da alternativa, e, assim sendo, apresenta, praticamente, as mesmas características do método do VA.

Uma das desvantagens é na seleção de alternativas de investimento com vidas diferentes, devido ao fato de não ser possível comparar valores monetários em datas diferentes.

Também é um método menos difundido que o do VA, por não apresentar, frequentemente, nenhuma vantagem em relação ao mesmo. Ao contrário, como o fator de acumulação de capital -  $FPS(i, n)$  - é muito sensível às variações na taxa de juro, a grandeza  $VF(r_{\min})$  pode ser muito afetada por essas variações e, dessa forma, as chances de interpretação inadequada aumentam ao aplicar o método do VF em lugar do método do VA.

Para ilustrar esse aspecto, a Tabela II.8 mostra os percentuais de variação do VF correspondente a um VA de 1.000 u.m. durante 10 anos, bem como os percentuais de variação do VA correspondente a um VF de 1.000 u.m. durante os mesmos 10 anos.

**Tabela II.8: Percentuais de Variação do VF (Equivalente a um VA de 1.000 u.m.) e do VA (Equivalente a um VF de 1000 u.m) para os Mesmos Percentuais de Variação de Taxa de Juro.**

(u.m.)

Taxa de Juro (i)		VF de VA = 1.000		VA de VF = 1.000	
i(%a.a.)	$\Delta i(\%)^*$	VF	$\Delta VF(\%)^*$	VA	$\Delta VA(\%)^*$
1		1.104,62		905,29	
2	100	1.218,99	10,35	820,35	(9,38)
5	400	1.628,89	47,46	613,91	(32,19)
10	900	2.593,74	134,81	385,54	(57,41)
20	1900	6.191,74	460,53	161,51	(381,31)

(\*) Percentuais de variação em relação aos valores correspondentes da primeira linha.

Comparando-se esses percentuais de variação com os mesmos da taxas de juro, verifica-se que os  $\Delta VF(\%)$  - 4ª coluna - são sempre maiores que os correspondentes  $\Delta VA(\%)$  - última coluna -, o que vem justificar essa desvantagem apontada para o método.

Quando a taxa passa de 1 para 2%a.a.(variação de 100%), enquanto  $\Delta VF$  varia de 10,35%,  $\Delta VA$  varia de -9,38%. Na passagem de  $i$  de 1 para 20%a.a. (variação de 1900%),  $\Delta VF$  varia de 460,53% para uma variação menor de  $\Delta VA$  de -381,31%. Assim, sempre  $\Delta VF(\%) > \Delta VA(\%)$ .

#### II.4.7 - Método do Valor Futuro do Retorno - VFR

Esse método é encontrado em (Stermole & Stermole, 1984,p.121-122,124 e 132) com a denominação *Future Worth Profit Method*, sendo apresentado como uma opção para resolver o problema da diversidade da TIR de uma alternativa, assunto que será tratado no Apêndice A.

O método consiste em calcular o  $VFR(r_{\min}, i\%)$  de cada alternativa em análise e aplicar os critérios de aceitação e de seleção na forma descrita a seguir.

O  $VFR(r_{\min}, \%)$  é o valor futuro (montante) das entradas líquidas de caixa capitalizadas à  $r_{\min}$ , na data final da alternativa correspondente.

Para as alternativas do Exemplo Básico, tem-se:

$$VFR_A(10\%) = 40FRS(10\%,6) = 308,62 \text{ u.m.}; \text{ e,}$$

$$VFR_B(10\%) = 90FPS(10\%,6) + 44FPS(10\%,5) + 40FPS(10\%,4) + \\ + 26FRS(10\%,3) = 348,67 \text{ u.m.}$$

a) - Critério de Aceitação: aceitar cada alternativa em análise, que tenha um  $VFR(r_{\min})$  maior que seu investimento inicial. No caso, A e B devem ser aceitas, pois, observa-se que  $308,62 > 120,00$  e  $348,67 > 144,00$ , respectivamente.

b) - Critério de Seleção:consiste em estabelecer, usando as alternativas em análise, as opções possíveis para aplicação da disponibilidade de recursos do investidor, que é exatamente igual ao maior valor entre os investimentos iniciais. No caso, o investidor dispõe de 144 u.m., com as quais pode fazer as opções:

**1ª opção**: Aplicar 120 u.m. em A, e as remanescentes 24 u.m. em  $I_0$ ; ou,

**2ª opção**: Aplicar todos os recursos disponíveis, 144 u.m., em B.

O resultado da 1ª opção, em termos de  $VFR(r_{\min})$  é a soma do  $VFR_A(10\%) = 308,62$  u.m. com o  $VFR(10\%)$  de  $I_0$ , esse sendo igual a  $VFR_{I_0}(10\%) = 24FPS(10\%,6) = 42,52$  u.m., totalizando: 351,14 u.m.

Por outro lado, o resultado da 2ª opção é de 348,67 u.m.

Conclui-se que a 1ª opção deve ser escolhida, ou seja, a alternativa A deve ser selecionada.

c) - Vantagens e Desvantagens do Método: Comentários

A grande vantagem apontada para esse método é a de eliminar o problema da diversidade da TIR, que surge quando há inversão de sinal na sequência dos FCs. Por exemplo, a alternativa incremental do Exemplo Básico - Tabela II.5 - apresenta duas inversões de sinal: passa de +24 u.m. na data zero para -50 u.m. no 1º ano e volta a ser positiva no 4º ano, com FC = +14 u.m.. Essas duas mudanças de sinal fazem com que existam, teoricamente, dois valores para TIR (12,2 e 104,7%). Esse assunto será detalhado no Apêndice A. Por enquanto faz-se necessário verificar como, na forma descrita acima, esse método tenta contornar o problema da seleção.

Por outro lado, Grant et al.(1990,p.516-521), fazem fortes críticas aos métodos de avaliação, que se baseiam na reaplicação dos FCs gerados pela alternativa em análise, de modo a usar, durante a vida útil da alternativa, duas taxas de juros ao mesmo tempo. É o caso desse método, que selecionou a alternativa A pela aplicação dos FCs gerados pela mesma a uma taxa igual a  $r_{min}$ , que nada tem a ver com a sua TIR, como foi explicado nos comentários do método da TIR, ao se interpretar o sentido econômico-financeiro da mesma.

Para ilustrar essa crítica, o seguinte diagrama de FCs representa uma alternativa de investimento a ser analisada pelo método do VFR para uma  $r_{min}$  de 10%a.a.

-400	+100	+100	+100	+100	
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	
0	1	2	3	4	(anos)

Calculando-se o VFR(10%) da entradas líquidas de caixa no final do projeto, tem-se:

$$VFR(10\%) = 100FRS(10\%,4) = 464,10 \text{ u.m.}$$

Pelo método a alternativa deve ser aceita porque  $VFR(10\%) > 400$  (sendo 400u.m., o investimento inicial). Esta conclusão é insensata, pois a soma das entradas líquidas de caixa é exatamente igual a única saída de caixa, e, conseqüentemente,  $VA(0\%) = 0$ . Logo, o capital aplicado é apenas, numericamente, recuperado sem nenhuma remuneração, tendo em conta que a  $TIR = 0\%a.a.$ , ou seja, o método criou para a alternativa em análise uma rentabilidade, que de fato não existe. Mais absurdo ainda, é supor que se a última entrada de caixa for de apenas 50 u.m. - o que reduz o VFR(10%) para 414,10 u.m. - o método continua decidindo pela aceitação da alterativa, que, nessa nova condição, deixa de ser uma alternativa de investimento propriamente dita, com soma das saídas líquidas de caixa

ultrapassando as entradas líquidas de caixa.

#### II.4.8 - Método da Relação Benefício/Custo - RBC

Esse método é uma variante do método da RVA. Consiste em calcular a RBC, à taxa  $r_{\min}$ , ou seja, a grandeza  $RBC(r_{\min})$  de cada alternativa em análise e aplicar os critérios de aceitação e de seleção na forma descrita a seguir.

A  $RBC(r_{\min})$  de uma alternativa é a relação entre o  $VA(r_{\min})$  das entradas (benefícios) líquidas de caixa e o módulo do  $VA(r_{\min})$  do "investimento líquido" (custo do investimento), elemento já definido na exposição do método do RVA.

Para as alternativas do Exemplo Básico, tem-se:

$$RBC_A(10\%) = 40FRP(10\%,6)/120 = 174,21/120 = 1,45 \text{ u.m.}$$

$$RBC_B(10\%) = 90FSP(10\%,1) + 44FSP(10\%,2) + 40FSP(10\%,3) + \\ + 26FRP(10\%,3).FSP(10\%,3) = 196,81/144 = 1,37 \text{ u.m.}$$

A medida  $RBC(r_{\min})$  é adimensional. Mede o número de vezes que os benefícios (numerador) contém os custos (denominador). Assim, uma alternativa de investimento é viável se essa medida for maior que a unidade.

a) - Critério de Aceitação: aceitar cada alternativa que tenha uma  $RBC(r_{\min}) \geq 1$ ; caso contrário, rejeitá-la em favor de  $I_0$ , que garante  $RBC(r_{\min}) = 1$ . No caso, ambas as alternativas devem ser aceitas.

b) - Critério de Seleção: como variante do método da RVA, exige que a análise incremental seja desenvolvida de forma explícita, pois a alternativa que tem o maior  $RVA(r_{\min})$  não é, necessariamente, a melhor do ponto de vista econômico.

A análise incremental, como visto nos métodos da TIR e da RVA, é feita através da alternativa incremental  $\Delta = A-B$  - ver Tabela II.5 - logo, tem-se:

$$RBC_{A-B}(10\%) = [14FRP(10\%,3).FSP(10\%,3)]/24,76 = 26,16/24,76 = 1,06.$$

Obs.: O denominador é o mesmo usado no método da RVA.

Como o resultado é superior à unidade, a alternativa A deve ser selecionada.

c) - Vantagens e Desvantagens do Método: Comentários.

Como citado anteriormente, esse método é uma variante do método da RVA com o qual está relacionado matematicamente, da seguinte forma:

Sendo:

B - o VA( $r_{\min}$ ) da entradas (benefícios) líquidas de caixa; e,  
C - o VA( $r_{\min}$ ) do "investimento líquido" (Custos), tem-se:  
 $RVA(r_{\min}) = (B-C)/C$  e  $RBC(r_{\min}) = B/C$ , de onde se conclui:  
 $RVA(r_{\min}) = B/C - 1$ , ou  
 $RVA(r_{\min}) = RBC(r_{\min}) - 1$  ou  $RBC(r_{\min}) = 1 + RVA(r_{\min})$

A relação acima é facilmente verificada, bastando-se comparar os resultados do método da RBC, ora obtidos, com os do método da RVA (ver Tabela II.5).

Ainda, como variante do método da RVA, o método apresenta a desvantagem do cálculo do denominador, que é o mesmo usado pelo método da RVA.

Outra desvantagem está na classificação de certos elementos do fluxo de caixa, por exemplo, um dado elemento, no valor de 125 u.m., pode ser classificado por um analista como um custo, e, por outro especialista, como uma redução do benefício. Se  $B = 1.250$  u.m. e  $C = 500$  u.m., há duas opções para o cálculo da RBC.

A primeira opção resulta em  $RBC = 1250/(500 + 125) = 2,00$ ; e, a segunda, em  $RBC = (1250-125)/500 = 2,25$ . Dessa forma, um investidor desavisado poderia preferir a segunda opção (tratar o elemento adverso como redução de benefício), na falsa concepção de que quanto maior a RBC melhor a atratividade da alternativa.

Evidentemente, o verdadeiro mérito de uma técnica de avaliação é o de não poder relacionar à classificação arbitrária de um elemento de FC. Esse tipo de problema é sempre evitado, se forem observados os procedimentos de cálculo do denominador, expostos nos comentários do método da RVA.

Um exemplo de um elemento de FC, que pode ser classificado como redução do investimento ou como um aumento de receita (receita não operacional), é o valor residual de um equipamento de um projeto de mineração, enquadrado no benefício de isenção do imposto de renda (exemplo: por localizar-se na Amazônia ou no Nordeste), ou, considerado em uma análise antes do imposto de renda, pois, poderá ser considerado como uma receita não operacional ou como uma redução do custo do investimento em reposição do equipamento.

Há uma variante do método da RBC, que é conhecido como método da diferença Benefício-Custo (B-C), que, em termos práticos, corresponde ao método do VA. Tal método não tem seus resultados afetados pela classificação de um elemento adverso de FC, e, aceita qualquer projeto com  $B-C > 0$ , que é uma consequência de  $B/C > 1$ . Também dispensa executar a análise incremental de forma explícita no seu critério de seleção.

O método da RBC, quando usado para selecionar alternativas mutuamente excludentes, apresenta resultados consistentes com os métodos do VA, do VAE, da TIR,

da RVA e do VF, devendo-se, na sua prática, atentar para o cálculo correto do denominador de cada alternativa e proceder a análise incremental de forma explícita.

A origem desse método está relacionada à avaliação de projetos governamentais nos Estados Unidos, inicialmente, relacionados à recursos hídricos e rodovias e, posteriormente, em projetos militares e de controle de poluição. A característica comum a esses tipos de projetos é a dificuldade de converter os custos e benefícios de grande parte de seus elementos em termos monetários, de modo que, a seleção entre as alternativas mutuamente excludentes, que se apresentam para realização de um determinado objetivo, na ótica governamental, é feita com base no conceito de "eficácia", Grant et al.(1990,p.134-135).

#### II.4.9 - Método de Baldwin

Os três métodos que serão estudados a seguir: o de **Baldwin**, o da **Taxa Externa de Retorno-TER** e o da **Taxa de Crescimento do Retorno-TCR** são muito parecidos, e, na bibliografia pesquisada, há uma verdadeira miscelânea de terminologia, de modo que, o mesmo método recebe denominações distintas de autores diferentes, e, o pior, o mesmo nome, às vezes usado para métodos diferentes. Procurou-se, para evitar dúvidas, depois de consultar as obras citadas nas referências bibliográficas, estabelecer o seguinte critério que considera a cronologia dos fatos: a partir de Grant et al.(1990,p.518-520) foram escolhidos os métodos de **Baldwin** (1959) e uma das suas variantes - o método da **Taxa Externa de Retorno**. Posteriormente, usando Gentry & O'Neil (1984,p.273-279), verificou-se que esse método da Taxa Externa de Retorno foi apresentado por Berry (1972) com a denominação de "Wealth Growth Rate" (que alguns autores nacionais traduzem por método da Taxa Global de Rentabilidade ou Taxa de Crescimento da Riqueza) e, outro método, apresentado por Capen et al.(1976) com o nome de "Growth Rate of Return" - que a maioria dos autores nacionais chamam de método da **Taxa de Crescimento do Retorno** - que é por sua vez a aplicação do método da TER, considerando uma data futura arbitrária (que obrigatoriamente não coincide com o fim da vida útil da alternativa). Finalmente, usando Stermole & Stermole (1984), foram verificadas duas variantes para o método da Taxa Externa de Retorno - denominadas, por esses autores, de "Growth Rate of Return" (mesma denominação do método apresentado por Capen et al. para a Taxa de Crescimento do Retorno, porém com metodologia diferente), e, outro método, com a denominação de Present Worth Cost Modified Rate of Return Analysis (que possui uma variante, porém,

esses autores não estabeleceram denominação própria para a mesma). Todo o exposto tem o objetivo de justificar a descrição de todas essas técnicas de modo a consolidá-las nos três métodos a seguir apresentados.

Esses três métodos surgiram, a exemplo do Método do Valor Futuro do Retorno- item II.4.7, como tentativas de contornar o problema da diversidade da TIR, assunto a ser examinado no Apêndice A.

Para apresentação desses métodos serão usadas as alternativas do Exemplo Básico - Tabela II.1- que em algumas situações, por sua simplicidade, não ilustra, devidamente, as diferenças de tratamento entre os métodos, motivo pelo qual, procurou-se, como complementação, um suporte em um novo exemplo que é denominado de **EXEMPLO BÁSICO AUXILIAR**, na exposição das características de cada um desses métodos.

O **Método de Baldwin** trabalha com as entradas e saídas líquidas de caixa de cada ano de forma separada, isto é, não as consolida em FCs líquidos anuais.

Esse método, como variante do método da TIR, desconta todas as saídas de caixa para data zero, e, capitaliza todas entradas de caixa para a data terminal do projeto, usando tanto no desconto como na capitalização a taxa  $r_{\min}$ ; e, posteriormente, calcula a "taxa de equivalência financeira-TEF" entre o valor atual obtido das saídas de caixa e o valor futuro obtido das entradas de caixa. Essa taxa de equivalência é considerada como uma medida de retorno, que faz o papel da TIR da alternativa.

O método consiste em calcular a referida TEF, e, posteriormente, aplicar os critérios de aceitação e de seleção na forma descrita a seguir.

Para as alternativas do Exemplo Básico, tem-se:

Alternativa A:

Valor atual das saídas de caixa: -120,00 u.m.; e,

Valor futuro das entradas de caixa no final do 6º ano:

$$= 40.FRS(10\%,6) = +308,62 \text{ u.m.}$$

Assim, a TEF, será a taxa que satisfaz a equação:

$$120FPS(TEF,6) = 308,62, \text{ que resulta em: } TEF_A = 17,1 \text{ \%a.a.}$$

Alternativa B:

Valor atual das saídas de caixa: -144 u.m.; e,

Valor futuro das entradas de caixa no final do 6º ano:

$$= 90FPS(10\%,5) + 44FPS(10\%,4) + 40FPS(10\%,3) + 26FRS(10\%,3) =$$

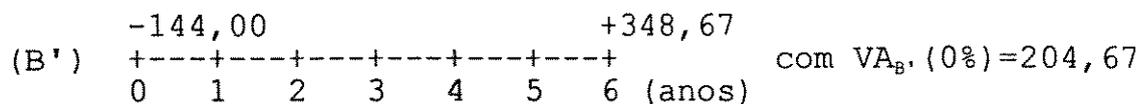
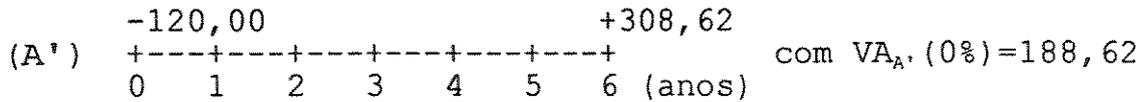
$$= +348,67 \text{ u.m.}$$

Assim, a TEF, será a taxa que satisfaz a equação:

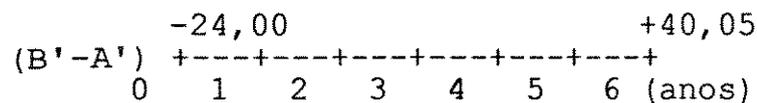
$$144FPS(TEF,6) = 348,67, \text{ que resulta em: } TEF_B = 15,9 \text{ \%a.a.}$$

a) - Critério de Aceitação: aceitar cada alternativa que tenha uma  $TEF \geq r_{\min}$ ; caso contrário, rejeitá-la. No caso, ambas alternativas podem ser aceitas.

b) - Critério de Seleção: usa-se uma a alternativa incremental, porém, não diretamente obtida entre A e B, mas entre as alternativas obtidas a partir dessas, após a capitalização das entradas de caixa e desconto das saídas de caixa, que serão denominadas de A' e B', e, serão representadas pelos seguintes diagramas.



Como  $VA_{B'}(0\%) > VA_{A'}(0\%)$ , a alternativa incremental será:



A  $TEF_{B'-A'}$  é obtida pela equação:

$24FSP(TEF_{B'-A'}, 6) = 40,05$ , que resulta em:

$$TEF_{B'-A'} = 8,9 \% \text{ a.a.}$$

Conclusão: Como  $TEF_{B'-A'} < r_{\min}$ , B deve ser rejeitada, e, conseqüentemente, A é selecionada.

c) - Vantagens e Desvantagens do Método: Comentários

Quando se comentou o método da TIR, foi dada uma ênfase especial ao sentido econômico-financeiro da TIR, mostrando-se que seu cálculo independe do destino dado aos FCs gerados pela alternativa. O presente método se preocupa exatamente com o destino dos FCs gerados, ao assumir a hipótese de que eles são reinvestidos até a data terminal da alternativa à taxa  $r_{\min}$ , de modo que, as distribuições de FCs das alternativas A' e B', apresentam uma remuneração à uma taxa (TEF) que será um valor intermediário entre  $r_{\min}$  e a TIR da alternativa respectiva. Isso é fácil de se verificar, pois a TEF representa uma média de duas aplicações simultâneas: a primeira, que é a própria alternativa; e, a segunda, que é o reinvestimento dos FCs gerados pela primeira. A primeira, por exemplo A (ou B) que tem uma TIR de 24,3%a.a.(ou 26,1%a.a.) e, a segunda com 10%a.a., de modo que A' (ou B') tem uma TEF composta por ambas, e terá um valor intermediário de 17,1%a.a. (ou

15,9%a.a.).

Essa combinação de aplicações simultâneas, além de subestimar a verdadeira TIR da alternativa (ou superestimar se  $TIR < r_{\min}$ ), pode distorcer os resultados. Dessa forma, alguns analistas usam esse método por desconhecer tais inconveniências, acreditando, equivocadamente, que dão conclusões sempre corretas; ou por trabalharem em corporações que usam o método como política e estratégia de investimento; ou, ainda, propositadamente, para dar suporte ou justificar conclusões pré-determinadas.

Para ilustrar a impropriedade do uso simultâneo de duas taxas de juros, o **EXEMPLO BÁSICO AUXILIAR**, representado no diagrama a seguir, será utilizado para uma  $r_{\min}$  de 10 %a.a.

	-250				-350
-200	+160	+160	+160	+160	+160
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	
0	1	2	3	4	5 (anos)

Aplicando-se o método tem-se:

VA(10%) das saídas de caixa:  $-200 - 250FSP(10\%, 1) -$

$-350FSP(10\%, 5) = -644,60$  u.m.

VF(10%) das entradas de caixa:  $160FRS(10\%, 5) =$   
 $= 976,60$  u.m.

Obs.: nos cálculos, como prescreve o método, as entradas foram tratadas separadamente das saídas de caixa, notadamente, no 1º e 5º ano.

Assim, a TEF é obtida pela equação:

$644,60FPS(TEF, 5) = 976,60$ , que resulta em  $TEF = 8,7$  %a.a.

A interpretação dessa TEF, que representa uma taxa de retorno substituta da verdadeira TIR, é uma taxa intermediária entre  $r_{\min}$  de 10 %a.a. e a verdadeira TIR. Será que o leitor está realmente atento para descobrir qual a verdadeira TIR da alternativa? Logicamente, a TIR da alternativa tem o valor exato de 0 %a.a., pois  $VA(0\%) = 0$ . Fica assim demonstrado que se a rentabilidade da alternativa for admitida como sendo a TEF, em lugar da sua TIR, tem-se um resultado absurdamente distorcido: a TEF mede, no caso, a rentabilidade inexistente de uma distribuição de FCs de uma proposta de investimento, que de fato não pode ser considerada uma alternativa de investimento propriamente dita (o total das saídas é o mesmo das entradas de caixa).

O método tenta contornar o problema da diversidade da TIR, no entanto, distorce os resultados, subestimando a TIR, se a mesma é superior a  $r_{\min}$ , e superestimando, caso contrário.

#### II.4.10-Método da Taxa Externa de Retorno - TER

É uma variante do método de Baldwin, anteriormente, apresentado, que trabalha com os FCs anuais líquidos, em lugar de entradas e saídas de caixa em separado, como exige o método de Baldwin.

A descrição do método é similar a do método anterior, sendo que a taxa de equivalência é denominada de Taxa Externa de Retorno-TER.

A aplicação ao Exemplo Básico vai ser exatamente igual a do método de Baldwin, e mostra resultados também iguais, quais sejam:

$$TER_A = 17,1 \%a.a. \text{ e } TER_B = 15,9 \%a.a.$$

a) - Critério de Aceitação: análogo em metodologia ao do método de Baldwin. No Exemplo Básico os resultados também serão os mesmos, podendo-se aceitar ambas as alternativas.

b) - Critério de Seleção: análogo ao anterior, devendo a alternativa A ser selecionada.

c) - Vantagens e Desvantagens do Método: Comentários

A simplicidade do Exemplo Básico não permite evidenciar as diferenças entre características desse método e o anterior, motivo pelo qual será utilizado o **EXEMPLO BÁSICO AUXILIAR**. Como o método trabalha com FCs líquidos em cada ano, o diagrama desse exemplo toma a seguinte forma:

$$\begin{array}{cccccc} -200 & -90 & +160 & +160 & +160 & -190 \\ +-----+-----+-----+-----+-----+ \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \text{ (anos)} \end{array}$$

$$VA(10\%) \text{ das saídas líquidas de caixa: } -200 - 90FSP(10\%,1) - 190FSP(10\%,5) = -399,79 \text{ u.m., e}$$

$$VF(10\%) \text{ das entradas líquidas de caixa: } 160FRS(10\%,3) \cdot FPS(10\%,1) = 582,56 \text{ u.m.}$$

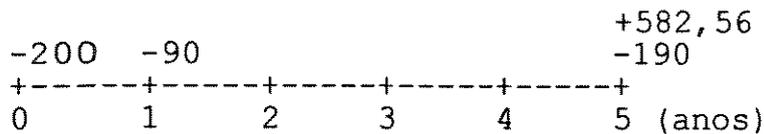
A TER é obtida pela equação de equivalência financeira:

$$399,79FPS(TER,5) = 582,56, \text{ que resulta em } \underline{TER = 7,8 \%a.a.}$$

Stermole & Stermole (1984) apresenta duas variantes para o método, com as seguintes denominações:

I - **Growth Rate of Return** (mesma denominação do método a ser exposto no próximo item II.4.11, porém com metodologia diferente): por essa variante somente os FCs positivos seriam capitalizados para a data final da alternativa, os negativos não são descontados.

Os critérios de aceitação e de seleção dessa variante, quando aplicados às alternativas do Exemplo Básico, chegam aos mesmos resultados da versão original do método da TER, onde somente os FCs positivos foram capitalizados, tendo em conta que ambas alternativas só apresentam um FC negativo na data zero. No entanto, se essa variante é aplicada ao EXEMPLO BÁSICO AUXILIAR, aparecem algumas mudanças no processo de cálculo. O seguinte diagrama facilita o entendimento do cálculo da TER nessas condições:



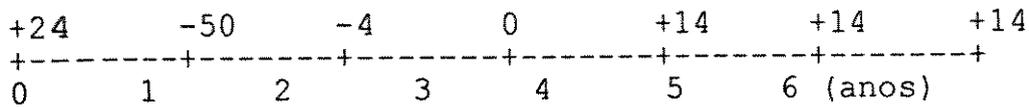
Onde 582,56u.m. é o VF(10%) no 5ºano dos FCs positivos.

A equação de equivalência abaixo permite calcular a nova TER:

$$-200FPS(10\%,5) - 90FPS(10\%,4) = 582,56 - 190 = 392,56, \text{ que resulta em TER} = 6,7 \% \text{ a.a.}$$

II - **Present Worth Cost Modified Rate of Return**: por meio dessa variante, somente os FCs negativos são descontados para data zero, permanecendo os positivos sem capitalização.

Nessas condições, como os FCs negativos das alternativas A e B do Exemplo Básico - Tabela II.5 - não necessitam ser descontados e os FCs positivos permanecem no ano em que ocorrem, os diagramas de FCs de ambas alternativas não se alteram, de modo que, os valores procurados para as TERs são os mesmos das respectivas TIRs. Evidentemente, o critério de aceitação dessa variante coincide com o critério de aceitação do método da TIR, logo,  $TER_A = TIR_A = 24,3 \% \text{ a.a.}$ , e  $TER_B = TIR_B = 26,1 \% \text{ a.a.}$ , podendo ambas alternativas serem aceitas. Como os diagramas de FCs de A e B não se alteram, o critério de seleção dessa variante tem como base, para análise incremental, a mesma alternativa incremental do método da TIR, ou seja, A-B, assim representada:



Aplicando-se os procedimentos dessa variante, tem-se:

VA(10%) das saídas líquidas de caixa:

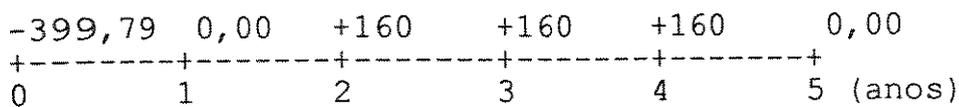
$$+24 - 50FSP(10\%,1) - 4FSP(10\%,2) = -24,76.$$

A equação de equivalência, que calcula a TER é:

$$24,76 = 14FRP(TER,3) \cdot FSP(TER,3), \text{ que tem como solução:}$$

$$TER = 11,2 \% \text{ a.a.}$$

Para o EXEMPLO BÁSICO AUXILIAR, o diagrama que segue ilustra o processo de cálculo da TER nessas novas condições:



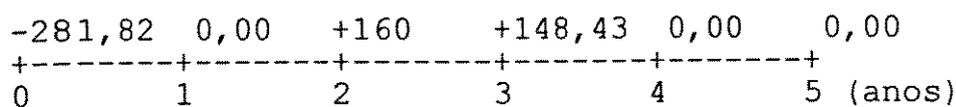
Onde -399,79u.m. é o VA(10%) dos FCs negativos.

A equação de equivalência:

$$399,79 = 160FRP(TER,3) \cdot FSP(TER,1), \text{ fornece como resultado:}$$

$$TER = 6,3 \% \text{ a.a.}$$

Ainda existe uma variante do próprio Present Worth Cost Modified Rate of Return, que, ao ser aplicada ao EXEMPLO BÁSICO AUXILIAR, consiste em descontar o último FC negativo (-190) do 5º para o 4º ano, o que resulta em -172,73, que deve ser somado ao FC positivo do 4º ano (+160), resultando em (-12,73). Esse FC, por sua vez, por ser ainda negativo, deve ser descontado para o 3º ano, cujo resultado é -11,57, que somado ao FC positivo do 3º ano (+160) resultando em +148,43 para o FC do 3º ano (esse procedimento de cálculo deve continuar até obter-se um FC positivo, e, assim, só haver uma inversão de sinal na sequência de FCs, de modo a contornar o problema da diversidade da TIR). Os FCs negativos que ocorrem antes do primeiro FC positivo são descontados para data zero, porém os positivos permanecem sem capitalização. O seguinte diagrama ilustra essa situação para o cálculo da TER:



Onde -281,82u.m. é o VA(10%) dos FCs negativos.

A equação de equivalência será:

$$281,82 = 160FSP(TER,2) + 148,43FSP(TER,3), \text{ que resulta:}$$

$$TER = 3,8 \% \text{ a.a.}$$

Logicamente, a aplicação desses procedimentos às alternativas do Exemplo Básico fica prejudicada, pois nenhuma delas apresenta FC negativo, além do referente à data zero.

Nos comentários sobre vantagens e desvantagens desse método cabem, praticamente, as mesmas observações feitas no método de Baldwin.

#### II.4.11- Método da Taxa de Crescimento do Retorno - TCR

Como foi dito anteriormente, esse método é uma generalização do método da TER (que é uma variante do método de Baldwin), desenvolvido por Capen et al.(1976) e, como os dois últimos métodos estudados, é uma tentativa de contornar o problema da diversidade da TIR. Com efeito, consiste em descontar as saídas de caixa para data Zero e arbitrar uma data futura para onde são transportadas todas as entradas de caixa. Dessa forma, as entradas posteriores à data préfixada são descontadas para aquela data, e, as anteriores, são capitalizadas até aquela data. Resulta: na data Zero, o valor equivalente financeiro às saídas de caixa; e, na data futura préfixada, o valor financeiro equivalente às entradas de caixa. Finalmente, a taxa de juro que satisfaça a equivalência financeira entre esses dois valores, é a **taxa de crescimento do retorno- TCR**, usada no processo de decisão do método.

Aplicando-se os procedimentos acima às alternativas do Exemplo Básico - Tabela II.5 - usando a data terminal das alternativas para data base - obtém-se os mesmos resultados dos métodos de Baldwin e da TER (versão original), ou seja:  $TCR_A = 17,1 \% \text{ a.a.}$  e  $TCR_B = 15,9 \% \text{ a.a.}$ , e ambas alternativas podem ser aceitas por possuírem  $TRC > r_{\min}$ . O critério de seleção é aplicado com base na alternativa incremental B'-A' do método de Baldwin (item II.4.9), resultando assim numa  $TCR_{B'-A'} = 8,9 \% \text{ a.a.}$ , que rejeita B e seleciona A.

Reaplicando-se o método para as diversas datas, tais como, os finais dos anos 6, 4, 3, 2 e 1, os resultados podem ser dispostos na Tabela nº II.9, que também mostra o resultado anterior.

A aplicação do método ao EXEMPLO BÁSICO AUXILIAR, com data base fixada no fim da vida da alternativa, tem resultados iguais ao do método da TER. Porém se for fixada outra data, por exemplo, o final do 3º ano, o método pode ser aplicado da seguinte forma:

VA(10%) das saídas de caixa igual ao correspondente do método da TER, que é de -399,79.

VF(10%) das entradas de caixa, obtido pela capitalização do FC positivo do 2º, somado com o do 3º ano e somado ao valor descontado do FC positivo do 5º ano, totalizando 481,45. A equivalência entre esse valor localizado no 3º ano e o valor atual das saídas de caixa se verifica para uma TCR de 6,4 %a.a.

**Tabela II.9: Valores da TCR de B'-A'para Diversas Datas-Base Futuras**

(u.m.)

Data Futura	Valor Futuro dos FCs > 0 (unidades monetárias)	TCR (%a.a.)
6	40,05	8,9
5	36,51	8,7
4	33,10	8,4
3	30,09	7,8
2	27,36	6,8
1	24,87	3,6

De um modo geral, os comentários e críticas são os mesmos dos dois últimos métodos.

#### **Síntese Comparativa entre os Resultados e Aplicabilidade dos Métodos Básicos e os dos Métodos Alternativos do VFR, de Baldwin, da TER e da TCR**

Para reforçar a ilustração da impropriedade do uso dos métodos alternativos citados anteriormente como tentativa de contornar o problema da diversidade da TIR (assunto tratado no Apêndice A), encontram-se sintetizados no quadro a seguir os resultados dos métodos básicos do VA e da TIR seguidos dos resultados obtidos pelos métodos alternativos do VFR (esse na nota iii a seguir), de Baldwin (representado pela TEF), da TER e da TCR, todos relativos ao EXEMPLO BÁSICO AUXILIAR.

Medidas de Retorno	Unidade	Resultados
VA(0%)	u.m.	0,0
VA(10%)	u.m.	-38,07
TIR	%a.a.	0,00
<hr/>		
VFR(10%)	u.m.	(a)
TEF (b)	%a.a.	8,7
TER	%a.a.	7,8
TCR	%a.a.	7,8

(a) O resultado do método do VFR é obtido comparando-se o VA(10%) dos investimentos iniciais do ano Zero e do ano 1, que resulta em -281,82u.m. com o VF(10%) dos FCs do 2° ao 5° ano, que resulta em 292,56u.m.. Como  $VF(10%) > VA(10\%)$ , a alternativa deve ser aceita.

(b) TEF é a taxa de equivalência financeira calculada no método de Baldwin. Os resultados mostram que:

(i) A alternativa correspondente ao Exemplo Básico Auxiliar não é um investimento propriamente dito, pois, sem considerar o valor tempo do dinheiro, o total das entradas é exatamente igual ao das saídas de caixa, de modo que  $VA(0\%) = 0$ .

(ii) Evidentemente, a alternativa é rejeitada por qualquer um dos métodos básicos: como pelo método do VA, se  $VA(10\%) < 0$ , tem-se também  $VAE(10\%) < 0$  e  $RVA(10\%) < 0$ ; e, pelo método da TIR, tem-se  $TIR = 0\%a.a.$

(iii) Os métodos alternativos apresentam resultados, que, a rigor, nada tem a ver com a rentabilidade efetiva do projeto. Nota-se que os resultados em termos de TEF, TER e TCR são percentuais intermediários entre a verdadeira TIR da alternativa (0%a.a.) e a taxa de atratividade do investidor ( $r_{min} = 10\%a.a.$ ), fato já esperado devido aos comentários expostos no método da TIR. Esses três métodos e o método do VFR podem criar "rentabilidade virtual" para alternativas que não possuem rentabilidade efetiva, como também podem mostrar uma rentabilidade inferior a real no caso da  $TIR > r_{min}$ .

#### II.4.12- Método de Hoskold

Henry Hoskold em 1877 publicou o trabalho *Engineer's Valuing Assistant*, que talvez seja a primeira técnica usada na avaliação econômica de "propriedades mineiras", onde, além de reconhecer a exaustão mineral, considera o valor tempo do dinheiro, ao usar o conceito de valor atual. A premissa é a de que, o investidor em mineração, deva exigir uma determinada remuneração periódica sobre o capital investido (VP), e também, via depósitos periódicos, para formar um fundo de reserva, que, ao final do empreendimento mineiro, forme um montante equivalente ao valor do investimento inicial (VP), podendo, dessa forma, adquirir outra jazida mineral para repor a exaurida. No cenário econômico da época, no final do século passado, os projetos de mineração eram intensivos em mão-de-obra e de reduzida intensidade de capital (pouco grau de mecanização); também não existia a tributação direta (imposto de renda) para acarretar diferença entre o lucro contábil e o fluxo de caixa, conceito esse também inexistente, de modo que a concepção da conhecida Fórmula de Hoskold foi desenvolvida com base no lucro, em lugar do FC.

Historicamente, esse método vem sendo aplicado admitindo-se um lucro anual uniforme (A), do qual a parte (A<sub>1</sub>) é depositada em um fundo de reservas a uma "taxa segura" (r) de juros (na época, uma taxa paga pelos títulos públicos, por exemplo), e, a outra parte remanescente (A<sub>2</sub>) gerando uma remuneração anual, a uma denominada "taxa especulativa" (r') de juros, sobre o capital investido (VP). Dessa forma, tem-se:

$A_1 = VP.FSR(r,n)$ , onde n é a vida do projeto mineiro, e,

$A_2 = VP.r'$ .

Como  $A = A_1 + A_2$ , tem-se:  $A = VP.FSR(r,n) + VP.r'$ , ou, finalmente, a Fórmula de Hoskold:

$$VP = A/[FSR(r,n) + r']$$

Essa fórmula, pode ser aplicada de duas maneiras: na primeira, o investidor fixa o valor de r' e calcula o valor de VP (na prática, é um procedimento semelhante ao método do VA); e, na segunda, fixa o VP (valor que está disposto a aplicar) e calcula o valor de r' (procedimento semelhante ao método da TIR).

Pode-se adaptar a Fórmula do Hoskold para a teoria moderna da avaliação econômica, fazendo r corresponder à  $r_{min}$  e r' à TIR, bem como, usando FC ao invés de lucro contábil.



formas modernas de avaliação de ativos". De fato, a Administração Financeira, raramente, admite a formação de fundos, exceto por exigências legais ou por motivos estritamente necessários, com o objetivo de repor ativos físicos, a exemplo de fundos de depreciação, de amortização e de exaustão, considerando que os custos de oportunidade associados à formação de tais fundos são relativamente altos na maioria dos casos. Assunto a ser melhor detalhado no Apêndice B.

Outra inconveniência do método, na sua forma original, é o uso de lucro contábil em lugar de FC. Isso se justifica em razão da época do surgimento da Fórmula de Hoskold, a diferença entre FC (conceito moderno e inexistente na época) e lucro contábil ocorresse de forma diminuta, pelo uso inexpressivo de capital na atividade mineira e pela inexistência de imposto de renda. Porém, na atualidade, quando o FC é o conceito mais apropriado para averiguar o desempenho do projeto, tal substituição é inadmissível.

Outra dificuldade do método é a comum aos métodos que utilizam simultaneamente duas taxas de juros, o que fere o sentido econômico-financeiro da rentabilidade apontada por qualquer um desses métodos, como comentado nos métodos de Baldwin e posteriores.

Alguns profissionais desavisados costumam cometer um engano, quando usam a Fórmula de Hoskold, como será comentado no exemplo a seguir.

**Exemplo:** Uma mineradora pretende adquirir uma pequena jazida de calcário para produção de pó corretivo de solo agrícola. Para tanto elaborou um projeto, que exige um investimento inicial em ativos físicos de 900 u.m. (exclusive compra da jazida) e gera FCs anuais uniformes de 400 u.m. nos próximos 6 anos, com uma taxa segura de juros de 10%a.a. e uma taxa especulativa de 25%a.a. Quanto pode pagar pela jazida?

Pela Fórmula de Hoskold, tem-se:

$$VP = 400/[0,25 + FSR(10\%,6)] = 1.053,72 \text{ u.m.}$$

VP representa o valor máximo a ser investido pela mineradora em todo ativo fixo (equipamentos, obras civis etc) e na compra da jazida.

O engano citado é dar essa resposta para o valor da jazida, o que seria um absurdo. De fato, como o VP compreende o valor dos ativos físicos (VI) e o valor da jazida (VJ), tem-se para VJ:

$VJ = VP - VI = 1.053,72 - 900,00 = 153,72 \text{ u.m.}$  (valor máximo a ser pago para jazida para garantir uma taxa de especulação de 25 %a.a.).

Se o mesmo exemplo é resolvido pelo método da TIR, o VA(25%) da entradas de caixa seria de:  $400.FRP(25\%,6) = 1.180,57 \text{ u.m.}$ , do qual subtraindo-se VI, daria  $VJ = 280,57 \text{ u.m.}$  (valor máximo a ser atribuído a VJ para garantir uma TIR de 25 %a.a.).

Conclui-se que esse valor é maior que o obtido por Hoskold, devido ao custo de oportunidade perdido na formação do fundo de reserva exigido por Hoskold.

Finalmente, para ilustrar a crítica ao uso simultâneo de duas taxas de juros (10 e 25%a.a.), pode-se calcular a TIR efetiva da alternativa, usando como valor presente o obtido por Hoskold (1.053,72 u.m.), ou seja:

$$VA(TIR) = -1.053,72 + 400FRP(TIR,6) = 0, \text{ de onde resulta}$$

$$TIR = 30,2 \%a.a.$$

Esse resultado mostra que a taxa especulativa de 25 %a.a. é apenas um valor intermediário entre a taxa segura de 10 %a.a. e a rentabilidade efetiva da alternativa de 30,2 %a.a., ou seja,  $r'$  subestima a rentabilidade efetiva da alternativa, como poderia superestimá-la, caso a  $TIR < r$  (taxa segura).

Como citado, o método de Hoskold foi colocado no presente trabalho devido à tradição do seu uso pelo setor mineral, bem como, para mostrar as consequências de seu uso na decisão de investir. Para enriquecer a história da avaliação econômica de projetos de mineração, existe uma variante de Hoskold, apresentada por James R. Finlay (1909) - que exige que a parcela para constituição do fundo de reservas seja depositada no início de cada ano, o que resulta em um valor VP mais elevado - bem como mais três fórmulas para avaliação de jazidas, desenvolvidas por autores que discordaram das premissas de Hoskold: O'Donahue (1906), Morkill (1918) e Graimes Craigue (1928), todas contidas em Parks,R.D.(1973), porém sem contribuições expressivas para a avaliação econômica no cenário atual.

### III - SELEÇÃO DE PROJETOS

No capítulo anterior as alternativas mutuamente excludentes do exemplo básico tinham a mesma vida útil (horizonte de seis anos). No presente capítulo são mostrados os métodos de seleção de alternativas mutuamente excludentes com horizontes diferentes, com destaque para o método do VAE, no qual está implícito o processo de repetição das alternativas até um horizonte de tempo comum. É abordado o problema de seleção e substituição de ativos físicos (máquinas e equipamentos) tão comum em projetos de mineração, e também, o da seleção de alternativas com horizontes perpétuos, que dá origem ao conceito de "custo capitalizado". A parte final do capítulo, trata da seleção de uma combinação ótima de alternativas independentes (critério de combinação) com restrição orçamentária, considerando-se os projetos terem o mesmo horizonte, e, posteriormente, horizontes diferentes. Esse problema é generalizado colocando-se na carteira de alternativas independentes um grupo de alternativas mutuamente excludentes. O destaque do capítulo está no "contra-exemplo" que confronta as abordagens do VA e da RVA, onde é demonstrado, que ao contrário do que muitos estudiosos acreditam, a abordagem da VRA não deve ser aplicada como uma redutora dos trabalhos de cálculos da abordagem do VA, sendo esta, de fato, a mais apropriada para tomada de decisão.

#### III.1 - SELEÇÃO DE UMA ALTERNATIVA DE UM CONJUNTO DE ALTERNATIVAS MUTUAMENTE EXCLUDENTES COM HORIZONTES DIFERENTES.

##### III.1.1 - A Importância do Método do VAE

Para exposição do assunto considere o problema de uma empresa prestadora de serviços auxiliares, que avalia suas oportunidades de investimento com uma taxa de atratividade de 10 %a.a., e que é contratada por uma mineração com o objetivo de prestar serviços de desaguamento de uma mina subterrânea. O serviço é contratado por 400 u.m. por ano, e, para a sua execução, a prestadora do serviço deve escolher entre dois sistemas alternativos de bombas hidráulicas, a saber:

- **Alternativa A** - sistema de bombas elétricas - tem um investimento inicial de 1.000 u.m., com vida útil (horizonte) de 6 anos e custo anual de operação e

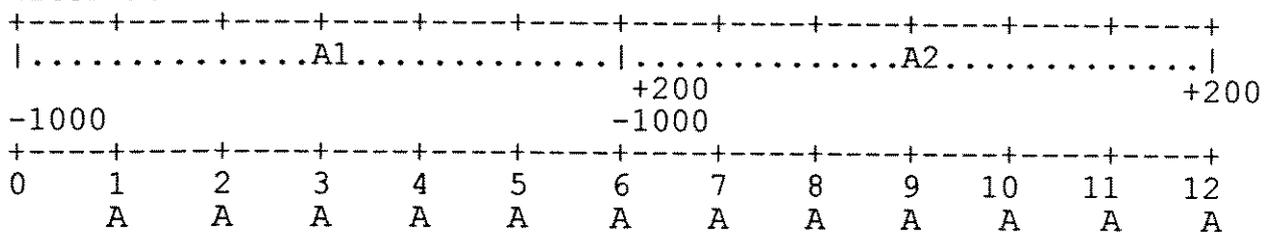
manutenção-O&M de 80 u.m. Após sua vida útil, o valor residual é de 20% do investimento inicial; e,

- **Alternativa B** - sistema de bombas pneumáticas - exige um investimento inicial de 600 u.m., tem vida útil de 4 anos, custo anual de O&M de 100 u.m. e valor residual de 20% do seu investimento inicial.

Em termos anuais, os benefícios (medidos pela receita de 400 u.m.) são iguais, porém se a escolha recai sobre a bomba de menor duração, deve ser questionado como a empresa vai desaguar a mina durante o 5° e 6° anos; pergunta inexistente se a bomba de maior duração é a selecionada. Assim, a aplicação direta dos métodos de análise econômica não resolve a questão da diferença de vidas úteis das bombas. Para resolver a situação, é razoável admitir o uso do artifício de repetir cada alternativa até o mínimo múltiplo comum (12 anos) de suas vidas úteis. Dessa forma, a bomba de 6 anos de vida útil é repetida no final do 6° ano, e, a de 4 anos, no fim do 4° e do 8° ano. Com esse procedimento está garantida a igualdade dos benefícios, tanto em termos anuais como durante um horizonte comum (12 anos), e, conseqüentemente, as alternativas podem ser comparadas. A comparação não é feita diretamente entre as alternativas A e B, porém entre suas respectivas transformações, que são denominadas de A' e B', por terem o horizonte comum de 12 anos, como mostra os diagramas a seguir.

A hipótese de repetição é bastante difundida nesse tipo de análise. Contudo, essa premissa, na prática, é duvidosa, pois a evolução tecnológica tende a modernizar os equipamentos, que raramente são substituídos por uma réplica exatamente igual. A hipótese ainda preconiza que não há variações nos preços e nos custos dos serviços prestados, o que não ocorre na realidade, devido aos efeitos diferenciados da inflação nos diferentes componentes de preços e custos, no entanto, a hipótese não deixa de ser uma boa estimativa das condições reais, ao admitir que preços e custos, pelos menos, tendem a variar na mesma direção. Como a hipótese afeta simultaneamente as alternativas, ela proporciona uma base consistente de comparação entre as mesmas.

**Alternativa A':**



Onde, A = 400-80 = 320 u.m.

**Alternativa B':**

+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+												
.....B1..... .....B2..... .....B3.....												
				+120				+120				+120
-600				-600				-600				
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B

Onde, B = 400-100 = 300 u.m.

Para demonstrar as vantagens do método do VAE em relação aos outros métodos básicos, o problema proposto é resolvido inicialmente pelos métodos do VA, da RVA e da TIR.

Observa-se que, após o emprego do artifício de igualar as vidas úteis das alternativas pelo seu m.m.c., a análise econômica do problema reduz-se aos procedimentos adotados na avaliação de alternativas mutuamente excludentes com horizontes iguais.

**a) - Método do Valor Atual- VA**

No diagrama representativo da alternativa A', observa-se que descontar A1 para data 0 tem o mesmo resultado que descontar A2 para data 6, logo, tem-se:

$$VA_{A'}(10\%) = VA_A(10\%)[1 + FSP(10\%,6)],$$

onde  $VA_A(10\%) = -1.000 + 320FRP(10\%,6) + 200FSP(10\%,6) = 506,58$  u.m., o que resulta em:  $VA_{A'}(10\%) = 792,53$  u.m..

Do mesmo modo, para B', tem-se:

$$VA_{B'}(10\%) = VA_B(10\%)[1 + FSP(10\%,4) + FSP(10\%,8)],$$

onde  $VA_B(10\%) = -600 + 300FRP(10\%,4) + 120FSP(10\%,4) = 432,92$  u.m., o que resulta em:  $VA_{B'}(10\%) = 930,57$  u.m.

Conclui-se pela aceitação de ambas as alternativas e pela seleção da alternativa B. Observa-se que, se a comparação é feita diretamente entre A e B, a alternativa A é a escolhida, pois  $VA_A(10\%) > VA_B(10\%)$ , que não é a escolha correta. O mais importante a considerar é que o método do VA, para ser aplicado, exige a repetição explícita das alternativas.

**b) - Método da Taxa Interna de Retorno - TIR**

Antes de calcular a TIR de cada alternativa A' e B', é fácil provar que a  $TIR_A = TIR_{A'}$ , para tanto basta verificar que a taxa de desconto- $TIR_A$  que anula o valor atual dos FCs da alternativa A1 (ver diagrama anterior) para data zero, anula também o valor atual

dos FCs da alternativa A2 na data 6, concluindo-se que anula, dessa forma, o desconto de A' para data zero, sendo também a  $TIR_{A'}$ . Tal observação, facilita o cálculo da  $TIR_{A'}$ , que é igual a  $TIR_A$ . O que foi dito para A' vale para B', ou seja,  $TIR_{B'} = TIR_B$ .

A  $TIR_A$  é dada pela equação:

$$VA(TIR_A) = -1.000 + 320FRP(TIR_A,6) + 200FSP(TIR_A,6) = 0, \text{ que resulta em:}$$

$$TIR_{A'} = TIR_A = 24,87 \% \text{ a.a.}$$

Do mesmo modo, tem-se para B:

$$VA(TIR_B) = -600 + 300FRP(TIR_B,4) + 120 FSP(TIR_B,4) = 0, \text{ que resulta em:}$$

$$TIR_{B'} = TIR_B = 38,51 \% \text{ a.}$$

Pelo critério de aceitação ambas alternativas são aceitas.

Para aplicação do critério de seleção, deve-se efetuar a *análise incremental* entre A' e B'. Como  $VA_{A'}(0\%) = 2.240 \text{ u.m.}$  e  $VA_{B'}(0\%) = 2.160 \text{ u.m.}$ , a alternativa incremental é  $\Delta = A'-B'$ , que tem o seguinte diagrama:

-400	20	20	20	+500	20	-780	20	+500	20	20	20	+100
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Como o  $VA_{A'}(10\%) < VA_{B'}(10\%)$  - ver cálculos no método do VA - tem-se:  $VA_{A'-B'}(10\%) = -138,04 < 0$ ; logo,  $TIR_{A'-B'} < 10 \% \text{ a.a.}$ , e, dessa forma A' é rejeitada em favor da seleção de B'.

Observa-se que o critério de aceitação desse método dispensa a repetição das alternativas. No entanto, o critério de seleção exige o artifício da repetição de forma explícita.

### c) - Método da Relação de Valor Atual- RVA

Esse método também exige a repetição explícita das alternativas, devido ao fato do numerador da grandeza  $RVA(r_{\min})$ , ser o  $VA(r_{\min})$ .

Para a alternativa A, tem-se:

$$RVA_{A'}(10\%) = VA_{A'}(10\%)/1.000 = 0,79.$$

Para a alternativa B, tem-se:

$$RVA_{B'}(10\%) = VA_{B'}(10\%)/600 = 1,55.$$

Pelo critério de aceitação, ambas alternativas podem ser aceitas por apresentarem  $RVA(r_{\min}) > 0$ .

Pelo critério de seleção é obrigatória a análise incremental, que como visto no método da TIR, é efetuada através da alternativa incremental A'-B', logo:

$$RVA_{A'-B'}(10\%) = (792,53 - 930,57)/400 = -0,35.$$

Concluiu-se pela rejeição de A em favor da seleção de B, que é um resultado consistente e comum a todos os métodos aplicados.

Como conclusão, cabe apresentar o método do VAE com a sua grande vantagem - a de **não repetição explícita** das alternativas - isto é, a repetição já está implícita no próprio método, como será demonstrado a seguir.

#### d) - Método do Valor Anual Equivalente - VAE

Antes de aplicar o método, será demonstrado que o VAE da alternativa A (ou B) é igual ao VAE da alternativa A' (ou B'), para qualquer taxa de desconto. Para essa demonstração será usado o diagrama de FC da alternativa A (ver no início deste capítulo). É fácil mostrar que descontando os FCs de A1 (que correspondem aos FCs dos 6 primeiros anos de A') para data zero e depois uniformizando o valor atual obtido, para os mesmos seis anos, tem-se exatamente o  $VAE_A(r_{\min})$ . Do mesmo modo, descontando os FCs de A2 (que correspondem aos FCs dos últimos 6 anos de A') para o fim do ano 6 e depois uniformizando o valor atual obtido, para os últimos 6 anos de A', tem-se, também, exatamente o  $VAE_A(r_{\min})$ . Desse modo, a distribuição de FCs de A' fica convertida em uma série uniforme equivalente de mesma duração (12 anos) tendo  $VAE_A(r_{\min})$  como termo (anuidade), e, assim, devido à equivalência financeira, tem-se:  $VAE_A(i) = VA_{A'}(i)$ , válida para qualquer taxa de desconto (i).

Essa conclusão é de extrema importância, pois permite reduzir os trabalhos de cálculo, uma vez que possibilita trabalhar com A (ou B) em lugar de A'(ou B'). Supondo-se, pelo menos teoricamente, que uma alternativa tenha uma vida útil de 9 anos e outra de 11 anos: nesse caso, a alternativa de 9 anos deve ser repetida 10 vezes, e a de 11 anos, 8 vezes, quando se aplica qualquer dos métodos expostos, o que não é necessário se é aplicado o método do VAE, uma vez que no seu conteúdo está implícito o artifício da repetição.

Aplicando-se o método ao problema, tem-se:

$$\begin{aligned} VAE_A(10\%) &= VA_{A'}(10\%).FPR(10\%,6) = 506,58 \cdot 0,22961 = \\ &= 116,31 \text{ u.m.} \end{aligned}$$

Para comprovar, numericamente, a demonstração acima, tem-se:  $VAE_A(10\%) = VA_{A'}(10\%).FPR(10\%,12) = 792,53 \cdot 0,14676 = 116,31 \text{ u.m.}$  (o mesmo resultado indica que não é necessário explicitar a repetição).

Para a alternativa B, tem-se:

$$VAE_B(10\%) = VA_B(10\%).FPR(10\%,4) = 432,92 \cdot 0,31547 = 136,57 \text{ u.m.}$$

Pelo critério de aceitação ambas alternativas podem ser aceitas, pois apresentam  $VAE(10\%) > 0$ . E, mais uma vantagem do método - **no critério de seleção não é necessária a análise incremental** - que, como já foi visto no capítulo II (item II.4.3, Critério de Seleção do método da TIR) também está implícita, tanto no método do VAE como no do VA. A alternativa B deve ser selecionada por apresentar maior  $VAE(10\%)$ , resultado também consistente com o dos demais métodos.

### III.1.2 - Comparação de Alternativas pelos Custos

Na maioria dos problemas envolvendo a seleção de alternativas mutuamente excludentes, os benefícios (receitas) das alternativas não necessitam entrar nos cálculos para tomada de decisão. Às vezes, a estimativa dessas receitas é uma tarefa dificultada pela própria natureza do problema. Assim, voltando ao problema inicial, pode-se supor que a mineração não mais pretenda contratar a empresa prestadora de serviços, e resolva executar os serviços de desagüamento da mina por conta própria. Nessas condições, como os dois sistemas de bombas têm o mesmo objetivo, e, portanto, geram o mesmo benefício, pode-se resolver o problema sem considerar as receitas (de difícil estimativa, mas que às vezes podem ser obtidas, como no exemplo, a partir do orçamento da empresas prestadoras de serviço). A comparação entre as alternativas, que anteriormente foi pelo **critério de maior retorno**, pode ser feita pelo **critério do menor custo**, desde que os benefícios sejam iguais. A seguir, o mesmo problema é resolvido usando essa segunda opção, desconsiderando as receitas nos cálculos. São aplicados e comentados, resumidamente, todos os métodos aplicados inicialmente.

#### a) - Método do Valor Atual

Sem considerar a receita comum das alternativas, tem-se:

$$VA_A(10\%) = -1.932,95 \text{ u.m. e } VA_B(10\%) = -1.794,90 \text{ u.m.}$$

Os valores acima são interpretados como valores atuais dos custos das alternativas, calculados à taxa de 10 %a.a., logo, deve-se selecionar a alternativa de **menor custo (B)**, que obrigatoriamente, também tem o maior **valor atual** àquela taxa. Se a receita comum não é considerada, o critério de aceitação fica prejudicado, porém o critério de seleção tem resultado consistente com o anterior, onde as receitas foram consideradas.

b) - Método da Taxa Interna de Retorno

Sem as receitas é impossível calcular a TIR de cada alternativa. No entanto, para aplicação do critério de seleção usa-se a análise incremental, que é exatamente a mesma usada no método da TIR aplicado anteriormente, onde se considera as receitas e cujo resultado é a seleção da alternativa B.

c) - Método da Relação de Valor Atual

Não considerando as receitas - somente os custos - a aplicação do critério de aceitação desse método fica prejudicada, pois o  $RVA(10\%) < 0$  para ambas alternativas, considerando que faltam os elementos positivos (receitas) dos FCs; no entanto, o critério de seleção conduz a mesma análise incremental efetuada quando as receitas forem consideradas, o que favorece a escolha da alternativa B.

d) - Método do Valor Anual Equivalente

Como a repetição está implícita nesse método, tem-se:

$$VAE_A(10\%) = -1.000FPR(10\%,6) - 80 + 200FSR(10\%,6) = -283,69 \text{ u.m.}, \text{ e,}$$

$$VAE_B(10\%) = -600FPR(10\%,4) - 100 + 120FSR(10\%,4) = -263,43 \text{ u.m.}$$

A conclusão é pela escolha da alternativa B, por ter menor custo anual ou maior  $VAE(r_{\min})$ . Deve-se notar a simplicidade do método, sem prejuízo do resultado, que é consistente com os dos métodos aplicados.

### III.1.3 - O Problema da Seleção e Substituição de Ativos Físicos (Máquinas e Equipamentos)

Na comparação de alternativas de investimentos, objetivando a seleção e a substituição de ativos físicos (máquinas e equipamentos), deve-se confrontar os seguintes elementos básicos, que compoem a distribuição de FCs representativa de cada alternativa: investimento inicial (I), vida útil produtiva (n), valor residual (L) e despesas de operação e de manutenção-O&M (D).

Se o investimento inicial de um equipamento é maior que o de outro, realizando o mesmo serviço, tem que haver vantagem, do ponto de vista econômico, em pelo menos um dos demais elementos, ou seja, uma vida útil maior, uma redução nas despesas de O&M ou um maior valor residual.

Os fundamentos teóricos para a avaliação econômica da seleção e da substituição de equipamentos estão expostos nos ítems III.1.1 e III.1.2, onde é comprovada a grande vantagem do método do VAE: a repetição implícita da análise incremental na avaliação de alternativas mutuamente excludentes com vidas úteis diferentes.

Tendo em conta essa vantagem, são apresentados cinco maneiras práticas de cálculo do  $VAE(r_{min})$ , para um diagrama de FCs representativo de um equipamento com os seguintes elementos:

- I - Valor do investimento inicial na aquisição do equipamento;
- n - vida útil (horizonte) do equipamento em número de anos;
- L - valor residual ao final de sua vida útil; e,
- D - despesas anuais de O&M (operação e manutenção)

Com esses dados, pode-se montar o diagrama a seguir, cujo objetivo é facilitar o cálculo do VAE, usando na equivalência financeira a taxa mínima de atratividade ( $r_{min}$ ).

$$\begin{array}{cccccc}
 & & & & +L & \\
 -I & -D & -D & \dots & -D & \\
 +-----+ & +-----+ & +-----+ & +-----+ & + & \\
 0 & 1 & 2 & \dots & n & \\
 \end{array} \equiv \begin{array}{cccccc}
 & & & & VAE & VAE & \dots & VAE & \\
 +-----+ & +-----+ & +-----+ & +-----+ & + & + & + & + & + \\
 0 & 1 & 2 & \dots & n & & & & 
 \end{array}$$

A primeira fórmula é obtida pela uniformização de I e L e soma algébrica dos valores uniformizados ao valor de D. Assim, tem-se:

$$VAE(r_{min}) = -[D + I.FPR(r_{min},n) - L.FSR(r_{min},n)] \dots (I)$$

A segunda, pela capitalização de I até o final do n-ésimo ano, somando algebricamente o resultado obtido a L, esse total é uniformizado e somado algebricamente a D, tem-se:

$$VAE(r_{min}) = -\{D + [I.FPS(r_{min},n) - L].FSR(r_{min},n)\} \dots (II)$$

A terceira, pelo desconto de L para data zero, somando algebricamente o resultado obtido a I, esse total é então uniformizado e somado algebricamente a D, tem-se:

$$VAE(r_{min}) = -\{D + [I-L.FSP(r_{min},n)].FPR(r_{min},n)\} \dots (III)$$

Para obtenção da quarta fórmula, usa-se a seguinte relação entre os fatores financeiros de juros compostos:

$$FPR(i,n) - FSR(i,n) = i$$

substituindo-se, na primeira fórmula, o  $FPR(i,n)$ , pelo valor dado por essa relação, tem-se:

$$VAE(r_{min}) = -[D + (I-L).FSR(r_{min},n) + li] \dots (IV)$$

Finalmente, para deduzir a quinta fórmula, substitui-se na primeira o valor de  $FSR(i,n)$  dado pela mesma relação, resultando em:

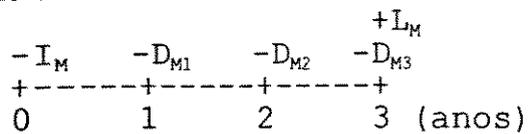
$$VAE(r_{\min}) = -[D + (I-L).FPR(r_{\min},n) + Li].....(V)$$

Existem outros métodos para comparar alternativas mutuamente excludentes com vida úteis desiguais, dos quais, além do método exposto, dois merecem destaques por serem passíveis de aplicação em circunstâncias especiais. Serão denominados de Métodos II e III, subentendendo-se que a denominação Método I fica reservada para o método exposto.

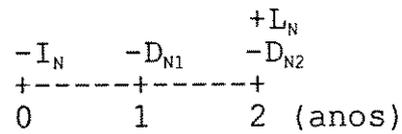
**Método I:** método exposto, que iguala as vidas úteis (horizontes) dos projetos pelo m.m.c.

**Método II:** Usa-se para vida comum, a vida da alternativa de menor duração. Sejam as alternativas mutuamente excludentes M e N relativas a dois equipamentos, que permitem realizar um mesmo serviço em termos anuais, porém com vidas diferentes, representadas pelos diagramas:

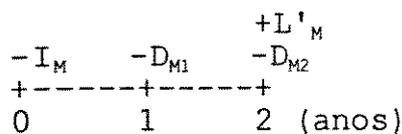
**Alternativa M**



**Alternativa N**



Se a duração do serviço é de apenas dois anos, há a necessidade de fazer ajuste no valor residual, para o final do 2º ano, do equipamento A, que tem 3 anos de vida útil, ou seja, no final do segundo ano o valor residual é de  $L'_M$ , que normalmente é maior que  $L_M$ . O diagrama da alternativa B toma a forma a seguir:

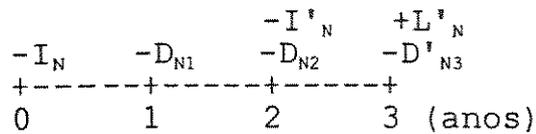


**Método III:** Usa-se para vida comum a vida da alternativa de maior duração. Para comparação da alternativas M e N acima, na prestação de um serviço com 3 anos de duração, devem ser feitas estimativas para os seguintes elementos da alternativa N:

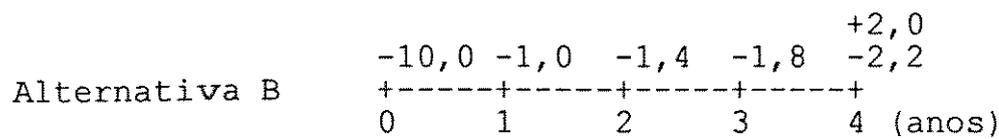
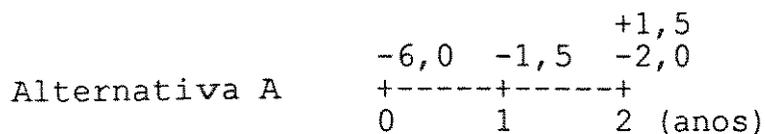
- $I'_N$  : valor de reforma/substituição no final do 2º ano. Este desembolso pode ser igual ao investimento inicial, caso o equipamento seja substituído por uma réplica nova do mesmo, ou de menor valor se por um equipamento usado;
- $D'_{N3}$  : despesas de O&M no final do 3º ano, que depende do valor da reforma/substituição no final do 2º ano.

-  $L'_N$  : valor residual no final do 3º ano, que também depende do valor da reforma/substituição no final do 2º ano.

Dessa forma, o novo diagrama de N será:



**Exercício de Aplicação:** Duas alternativas A e B com dados de investimento inicial, vida útil, despesa de O&M e valor residual, representadas pelos diagramas a seguir, estão sendo avaliadas por uma empresa, que decide com uma taxa de atratividade de 10% a.a., para realização de um serviço com duração estimada de 3 anos. Qual a melhor alternativa?



Para comparar as alternativas é necessário aumentar a vida útil de A e reduzir a de B, ambas para 3 anos, mediante as seguintes estimativas:

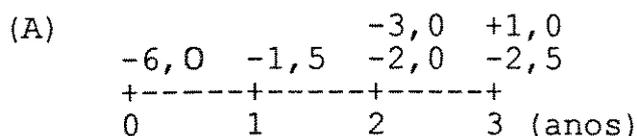
Para a alternativa A:

- Reforma/substituição do equipamento no fim do 2º ano no valor de 3,0 u.m.
- Despesas de O&M no 3º ano no valor de 2,5 u.m.
- Valor residual no final do 3º ano no valor de 1,0 u.m.

Para a alternativa B:

- Valor do Salvado, ou seja, valor antes do fim da vida útil, estimado em 3,0 u.m.

Com essas alterações os diagramas de A e de B tomam a forma:



Para alternativa A, tem-se:  $VA_A(10\%) = -12,62$  u.m. e  $VAE_A(10\%) = -5,07583$  u.m.

(B)

-10,0	-1,0	-1,4	+3,0
-1,8			
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+
0	1	2	3 (anos)

Para a alternativa B, tem-se:  $VA_B(10\%) = -11,16$  u.m. e  $VAE_B(10\%) = -4,48943$  u.m.

Conclui-se que a alternativa a ser escolhida é a B por ter maior  $VA(10\%)$  e maior  $VAE(10\%)$  ou menor custo anual.

Para efeito de comparação com o método de repetição das alternativas, calcula-se o  $VA(10\%)$  e  $VAE(10\%)$  das alternativas igualando as vidas úteis pelo processo do m.m.c., obtendo-se:

$$VA_A(10\%) = -6,0 - 1,5FSP(10\%,1) - 0,5FSP(10\%,2) = -7,78 \text{ u.m. e}$$

$$VAE_A(10\%) = VA_A(10\%).FPR(10\%,2) = -4,48 \text{ u.m.}$$

$$VA_B(10\%) = -10,0 - 1,0FSP(10\%,1) - 1,4FSP(10\%,2) - 1,8FSP(10\%,3) - 0,2FSP(10\%,4) = -13,56 \text{ u.m. e}$$

$$VAE_B(10\%) = VA_B(10\%).FPR(10\%,4) = -4,28 \text{ u.m.}$$

Deve-se observar que, ao contrário da solução anterior, o  $VA(10\%)$ , ora calculado, para cada alternativa é apenas um número intermediário no cálculo de  $VAE(10\%)$ , não podendo ser utilizado para tomada de decisão. Para tanto teria de ser explicitada a repetição pelo m.m.c. e calculado o  $VA(10\%)$  de A' e B'.

Pelo processo do m.m.c. a alternativa B também deve ser selecionada. No entanto, os resultados dos métodos I, II e III podem ser contraditórios; tudo depende das hipóteses admitidas nas estimativas dos investimentos em reforma/substituição, valores residuais e despesas anuais de O&M, podendo haver, inclusive, interferências de fatores intangíveis na escolha do método e da tomada de decisão.

No método I, que usa o processo do m.m.c., há uma tendência de escolher a alternativa de maior horizonte quando os investimentos em reposição são crescentes ao longo do tempo, e, pela de menor duração, caso contrário; muito embora a escolha tenha pouca sensibilidade a esses custos de investimento em reposição, principalmente quando a taxa de desconto é alta.

Também, há casos em que o valor residual é nulo, como por exemplo, quando o ativo é adquirido ou construído para um propósito específico, não sendo aproveitado para

outra finalidade após realizar o serviço que justificara sua aquisição. Também a decisão é pouco influenciada pelo valor residual, particularmente, quando a taxa de desconto é alta.

Há alguns autores que sugerem como mais um método o de igualar as vidas das alternativas pela vida da alternativa de maior duração, porém, consideram nula qualquer entrada ou saída de caixa que ocorra entre o fim de uma alternativa e o da alternativa de vida mais longa, admitindo, ainda, que os FCs gerados são reinvestidos na alternativa comparativa ( $I_0$ ), ou seja, à taxa  $r_{min}$ . Se a hipótese de reinvestimento é admitida, deve-se lembrar da "propriedade de  $I_0$ " (exposta no capítulo anterior) que afirma que o  $VA_{I_0}(r_{min})$  é nulo para qualquer quantia e por qualquer prazo de aplicação. Essa é a única justificativa para anular o  $VA(r_{min})$ , à data de ocorrência, de qualquer entradas ou saídas de caixa, entre o término de uma alternativa individual e a alternativa de vida mais longa. No entanto, tal hipótese implica em trabalhar ao mesmo tempo com duas taxas de juros, procedimento veementemente condenável como está comentado na exposição dos métodos do VRF, de Baldwin, da TER e da TCR.

Como nenhum entre os métodos I, II, e III é plenamente satisfatório, a aplicação de cada um depende das circunstâncias reais do problema em análise.

### **Síntese: Aplicabilidade dos Métodos Básicos na Seleção de Projetos Mutuamente Excludentes**

Qualquer método básico, se corretamente aplicado, conduz a seleção do mesmo entre projetos mutuamente excludentes. No entanto, do ponto de vista da aplicabilidade, o quadro a seguir aponta o método mais indicado, quando as alternativas em comparação possuem o mesmo ou diferentes horizontes.

<b>Método mais Adequado</b>	
<b>COM MESMO HORIZONTE</b>	<b>COM HORIZONTES DIFERENTES</b>
Método do VA	Método do VAE

### III.1.4 - Seleção de Alternativas com Horizontes Perpétuos e o Conceito de Custo Capitalizado de um Projeto.

A construção de uma ferrovia ou rodovia, de uma adutora para abastecimento de uma cidade, ou mineração, são exemplos de projetos, que, do ponto de vista prático, podem ter horizontes ilimitados, ou melhor, vidas úteis produtivas perpétuas. A mineração, por normalmente não ser beneficiada por externalidades, devido à rigidez locacional dos depósitos minerais, não muito raro tem a necessidade de construir obras desse tipo.

Se a duração dos serviços, tratados no item III.1.2 for ilimitada, a alternativa escolhida deve ser repetida indefinidamente, ou seja, apesar do horizonte de cada alternativa ser limitado o projeto tem vida perpétua.

A escolha entre os projetos A e B, é feita, de forma mais prática, pela aplicação do método do Valor Atual ou do Valor Anual Equivalente.

#### a) - Método do Valor Atual

Como a vida do projeto é infinita, o cálculo do VA(10%) para ambas alternativas é efetuado mediante três parcelas, a saber:

- VA(10%) do investimento inicial, localizado na data zero;

- VA(10%) das despesas anuais de O&M, que formam uma série periódica uniforme de número ilimitado de termos;

- VA(10%) do investimento de reposição do qual é subtraído o valor residual. Para calcular o VA(10%) desta parcela, toma-se a primeira substituição, que, por exemplo, para o equipamento A ocorre no final do 6º ano no valor de 800 (= 1.000-200) u.m.. Esse valor é uniformizado para os 6 anos da vida do equipamento, obtendo-se assim o termo de uma série periódica uniforme de número ilimitado de termos.

Para achar o VA(10%) de uma série periódica uniforme ilimitada usa-se o FRP( $i, \infty$ ), que conforme na relação (5") do item I.2.9, é igual a  $1/i$ , ou seja:

$$FRP(i, \infty) = 1/i$$

Para a alternativa A, tem-se:

$$VA_A(10\%) = -1.000 - 80FRP(10\%, \infty) - \\ -[(1000-200)FSR(10\%, 6)].FRP(10\%, \infty) = -2.836,86 \text{ u.m.}$$

Para a alternativa B, tem-se:

$$VA_B(10\%) = -600 - 100FRP(10\%, \infty) - \\ -[(600-120)FSR(10\%, 4)]FRP(10\%, \infty) = -2.634,26 \text{ u.m.}$$

Nos cálculos usou-se  $FRP(10\%,\infty) = 1/0,10 = 10$ .

Conclui-se que a alternativa B deve ser selecionada por ter o maior valor atual ou o menor *custo capitalizado* (conceito exposto logo a seguir).

#### b) - Método do Valor Anual Equivalente

Nos itens III.1.1 e III.1.2 estão demonstrados que a grande vantagem desse método é que o processo de repetição das alternativas já está implícito no próprio método; em outras palavras, quando uma alternativa qualquer A tem um VAE(i) se a mesma for repetida, independentemente do número de vezes, a nova alternativa obtida A' (ou seja, A e suas repetições) tem exatamente o mesmo VAE(i) de A. Essa grande vantagem ora se confirma, pois como os cálculos de VAE das alternativas A e B já estão efetuados no item III.1.2. Assim, os valores são os mesmos, ou seja:

$$VAE_A(10\%) = -283,69 \text{ u.m.}, \text{ e,}$$

$$VAE_B(10\%) = -263,43 \text{ u.m.}$$

Para que se comprove, mais uma vez, essa grande vantagem do método do VAE, pode-se, a partir dos valores do VAE(10%) das alternativas A e B, calcular os valores do VA(10%) correspondentes, que terão de coincidir com os calculados anteriormente, no método do VA.

Verificação:

$$VA_A(10\%) = VAE_A(10\%).FRP(10\%,\infty) = -283,69(10) = -2.836,90 \text{ u.m.}$$

$$VA_B(10\%) = VAE_B(10\%).FRP(10\%,\infty) = -263,43(10) = -2.634,30 \text{ u.m.}$$

#### O Conceito de Custo Capitalizado

O **custo capitalizado** de um projeto, para a realização de um serviço de duração perpétua, é o valor atual da distribuição de FCs representativa do projeto, calculado à taxa de atratividade do investidor. No problema acima, os valores de VA(10%) das alternativas A e B são exemplos de custos capitalizados.

Segundo Grant et al. (1990,p.87), historicamente, o conceito de "custo capitalizado" foi amplamente divulgado durante vários anos, particularmente pelos engenheiros civis, graças à obra clássica de Wellington (1887) - "The Economic Theory of Railway Location". Tudo ocorre numa época em que a maioria dos engenheiros passavam boa parte de sua vida profissional trabalhando em ferrovias. Wellington, ao considerar que muitos componentes de projetos de ferrovia tinham vida perpétua, dividia as estimativas dos custos anuais, relativos a esses componentes, pela taxa de juros, para determinar qual o incremento justificável do investimento inicial relacionado com aqueles custos.

## III.2 - SELEÇÃO DE UMA COMBINAÇÃO ÓTIMA DE ALTERNATIVAS INDEPENDENTES COM RESTRIÇÃO ORÇAMENTÁRIA

### III.2.1 - Alternativas Independentes com Vidas Úteis Iguais

Os recursos disponíveis pela empresa para investir em novos empreendimentos, modernizar e ampliar os já existentes são limitados; sendo essa a essência da teoria da alocação racional de recursos - a Economia. Dessa forma, a empresa, devido ao problema da restrição orçamentária, procura aumentar o seu valor - a riqueza de seus proprietários (acionistas ordinários) - a longo prazo, mediante a maximização do retorno oriundo das suas aplicações em alternativas de investimento. Existem diversas formas de abordar o problema da escolha de uma combinação ótima de alternativas independentes. A forma mais simples considera que, de cada grupo de alternativas mutuamente excludentes, a empresa, usando os métodos de avaliação expostos, tem condições de selecionar a *melhor* (mais atrativa). Se, de cada grupo de projetos mutuamente excludentes, for selecionado o melhor, pode-se formar uma carteira (portfólio) de alternativas de investimento independentes entre si. A soma dos recursos de investimento (investimentos iniciais) necessários para empreendê-los, é, normalmente, superior à disponibilidade de recursos da empresa.

Na prática, geralmente, o problema apresenta como solução diversas combinações de alternativas; no entanto, apenas uma deve ser escolhida como *combinação ótima*, que é aquela que satisfaz o objetivo maior da empresa: maximização do valor da empresa, através da maximização do retorno a longo prazo.

Há quatro abordagens normalmente usadas para resolver esse problema, que são aplicadas e comentadas. São elas:

- a) - **Abordagem da Taxa Interna de Retorno;**
- b) - **Abordagem do Valor Atual;**
- c) - **Abordagem do Valor Anual Equivalente;**
- d) - **Abordagem da Relação de Valor Atual.**

A descrição e aplicação dessas abordagens são feitas a partir de uma carteira de alternativas independentes entre si, isto é, todas alternativas já avaliadas (aceitas e selecionadas pelos métodos expostos) por uma empresa, que tem uma **disponibilidade orçamentária-DO** de 510 u.m. e avalia suas aplicações com uma  $r_{\min}$  de 10 %a.a. A carteira é composta pelas alternativas dispostas na Tabela III.1. Obviamente, a empresa conhece todas as informações sobre as alternativas (inclusive sobre as outras alternativas rejeitadas

ou não selecionadas de cada grupo de alternativas mutuamente excludentes), porém, somente os dados necessários à aplicação das abordagens citadas, estão colocados na tabela.<sup>4</sup> Por hipótese, cada projeto é indivisível e também não pode ser empreendido de forma múltipla.

**Tabela III.1: Carteira de Alternativas Independentes**

			(u.m)
Alternativas	Investimento Inicial	TIR (%a.a.)	VA( $r_{\min}$ )
A	160	12	60
B	140	20	84
C	200	16	90
D	120	15	42
E	220	11	33

**a) - Abordagem da TIR**

Consiste em dispor as alternativas, na ordem decrescente das TIRs, conforme Tabela III.2, e acumular os investimentos iniciais. A combinação escolhida é composta das alternativas de maiores TIRs, cujo valor acumulado dos investimentos é inferior à DO (disponibilidade orçamentária) de 510 u.m..

Pela abordagem da TIR a combinação escolhida é BCD, que absorve 460 u.m. das 510 u.m disponíveis. Como hipótese mais razoável, sugere-se que o excedente não alocado de 50 u.m. deve ser aplicado na alternativa comparativa ( $I_0$ ), até o investidor encontrar outra alternativa disponível mais atrativa que  $I_0$ .

---

<sup>4</sup>-Os dados constantes na Tabela III.1 foram obtidos a partir de adaptação de problema apresentado por Gitman (1978,p.272).

Tabela III.2: Carteira de Alternativas Independentes na Ordem Decrescente das TIRs  
(u.m.)

Alternativas	TIR (%a.a.)	Investimento Inicial	Acumulado
B	20	140	140
C	16	200	340
D	15	120	460
A	12	160	620
E	11	220	840

A desvantagem da abordagem da TIR é que a combinação selecionada nem sempre é a que maximiza o retorno da empresa, podendo propiciar uma solução satisfatória, porém, não necessariamente ótima, como está demonstrado após a exposição da abordagem do VA.

#### b) - Abordagem do VA

Consiste em formar todos os quadros possíveis de combinações do conjunto de alternativas independentes de uma a uma até  $n$  a  $n$  (sendo  $n$  o número de alternativas). Em seguida, somar para cada combinação os investimentos iniciais, descartando as combinações, cuja soma dos investimentos iniciais é superior à disponibilidade orçamentária (DO). Para cada combinação não descartada, calcular a soma de  $VA(r_{\min})$ . A combinação que tem maior soma de  $VA(r_{\min})$  é a combinação escolhida, ou seja, a que maximiza o retorno dos investimentos.

No exemplo, existem cinco alternativas, podendo os trabalhos de cálculo serem reduzidos, observando-se que com  $DO = 510$  u.m., o investidor pode empreender todas as combinações 2 a 2 de alternativas (é suficiente observar que as duas alternativas de maiores investimentos iniciais, são E e C, que juntas exigem 420 das 510 u.m. disponíveis). A combinação das três alternativas com maiores investimentos iniciais é ECA, que orça 580 u.m., e portanto, não poderá ser empreendida. No entanto, a com menores investimento iniciais é a DBA, que orça apenas 420 u.m., e está, portanto, dentro das disponibilidades orçamentárias da empresa. Evidentemente, a empresa pode habilitar-se a algumas combinações do quadro 3 a 3, e a outras, não. Finalmente, a empresa não pode habilitar-se a qualquer combinação do quadro 4 a 4, e, dessa forma, na aplicação dessa abordagem, a escolha incide em alguma combinação dos quadros 2 a 2 ou 3 a 3.

Mais uma simplificação dos cálculos pode ser obtida se as somas dos investimentos iniciais são efetuadas a partir do quadro de combinação 3 a 3, pois, se a empresa tem, por exemplo, disponibilidade de recursos para a combinação ABC, está implícito que tem para as combinações 2 a 2: AB, AC e BC; para as quais não são mais necessários cálculos dos montante envolvido para empreendê-las e dos retornos, esses medidos em termos da soma de  $VA(r_{\min})$ . Na Tabela III.3, os resultados dos cálculos que são evitados com esse procedimento, estão omitidos e anotados com "XXX".

A combinação escolhida pela abordagem do VA é ABC, que apresenta o maior retorno, medido em termos de  $VA(r_{\min})$ , de 234 u.m. e exige recursos de 500 das 510 u.m. disponíveis. Obviamente, o excedente de 10 u.m. deve ser aplicado em  $I_0$  (alternativa comparativa), como hipótese mais razoável, até que a empresa venha identificar uma oportunidade de investimento a ser aceita e selecionada de um novo grupo de alternativas mutuamente excludentes. Recordando-se da "propriedade de  $I_0$ " (item II.4.1), que mostra que qualquer quantia aplicada por qualquer prazo na alternativa comparativa tem  $VA(r_{\min}) = 0$ , conclui-se que, ao se aplicar as 500 u.m. na combinação ABC e 10 u.m. em  $I_0$ , o retorno obtido em termos de  $VA(10\%)$  é exatamente de 234 u.m., pois o retorno das 10 u.m. tem  $VA(10\%) = 0$ .

A combinação escolhida pela abordagem da TIR, BCD, permite a aplicação de 50 u.m. em  $I_0$ . Em termos de  $VA(10\%)$ , o retorno de BCD é de exatamente 216 u.m., pois, as 50 u.m., aplicados em  $I_0$ , também tem  $VA(10\%)$  nulo.

Comparando-se os resultados das duas abordagens, a do VA seleciona uma combinação de maior retorno que a da TIR, pois garante um  $VA(10\%)$  de 234 u.m. para aplicação das 510 u.m., enquanto, esse retorno é de apenas 216 u.m. para a combinação escolhida pela abordagem da TIR, para aplicação das mesmas 510 u.m.

A apresentação da abordagem da TIR tem o objetivo de evitar a escolha de uma combinação, que não seja a ótima por parte do investidor que, devido ao uso bastante generalizado da TIR, como medida de retorno de investimento, tem a tendência de optar pelas alternativas de maiores TIRs.

Após a exposição de todos os métodos (inclusive das abordagens do VAE e da RVA, nos itens a seguir), verifica-se que a abordagem do VA sempre seleciona a melhor combinação, ou melhor, a combinação ótima.

O uso dos recursos da programação inteira (Hess, 1986, p.124) é muito útil na seleção da combinação ótima. O problema consiste em maximizar:

$$V_1X_1 + V_2X_2 + \dots + V_nX_n,$$

sob a condição:  $I_1X_1 + I_2X_2 + \dots + I_nX_n \leq DO$

onde:

$V_k$  : é o VA( $r_{\min}$ ) da  $K^{\text{ésima}}$  alternativa;

$I_k$  : é o investimento inicial da  $K^{\text{ésima}}$  alternativa;

**Tabela III.3: Quadro de Combinações 2x2 e 3x3 das Alternativas Independentes com os Respectivos Orçamentos e Retornos Medidos pelo VA( $r_{\min}$ )**

(u.m.)

Combinações	$\Sigma I$	$\Sigma VA(r_{\min})$
AB	XXX	XXX
AC	XXX	XXX
AD	XXX	XXX
AE	XXX	XXX
BC	XXX	XXX
BD	XXX	XXX
BE	XXX	XXX
CD	XXX	XXX
CE	420	123
DE	XXX	XXX
ABC	500	234
ABD	420	186
ABE	520	XXX
ACD	480	192
ACE	580	XXX
ADE	500	135
BCD	460	216
BCE	560	XXX
BDE	480	154
CDE	540	XXX

$X_k$  : é uma variável discreta, que assume os valores zero ou um, dependendo da  $K^{\text{ésima}}$  alternativa estar presente ( $X_k = 1$ ) ou ausente ( $X_k = 0$ ) na combinação. Por exemplo, as combinações ACE e BD seriam representadas por 10101 e 01010, respectivamente.

$n$  : é o número total de alternativas independentes; e,

$n$  : é o número total de alternativas independentes; e,

DO : é a disponibilidade orçamentária do investidor.

#### c) - Abordagem do Valor Anual Equivalente

Na hipótese de todas alternativas apresentarem a mesma vida útil, o resultado dessa abordagem coincide com o da abordagem do VA, tendo em conta a relação matemática existente entre o  $VA(r_{\min})$  e o  $VAE(r_{\min})$  de cada alternativa, ou seja, a primeira dessas grandezas é sempre a segunda multiplicada por  $FRP(r_{\min}, n)$ , e como o  $\underline{n}$  é o mesmo para todas alternativas, a relação matemática é válida para todas alternativas. Conclui-se que os resultados das abordagens do VA e do VAE são coincidentes e, portanto, conduz a seleção da combinação ótima.

Alguns autores, mesmo as alternativas tendo vidas diferentes, consideram, para vida útil comum, a vida da alternativa de maior duração, admitindo a hipótese de reinvestimento dos FCs gerados durante o intervalo de tempo entre o fim de cada alternativa e a de maior duração, à  $r_{\min}$ , com base no fato das reaplicações tem  $VA(r_{\min})$  nulo - devido à propriedade de  $I_0$  - no entanto, a empresa pode dispor de melhor oportunidade de investimento durante aquele intervalo de tempo.

#### d) - Abordagem da Relação de Valor Atual

Considerando que o denominador da RVA de cada alternativa do exemplo seja composto apenas pelo seu investimento inicial (deve ser lembrado o comentário do método da RVA, sobre o cálculo do denominador chamado de "investimento líquido" - item II.4.4 - quando, além do investimento inicial, há outras saídas líquidas de caixa não cobertas por entradas líquidas de caixa que as antecedem), pode-se calcular a  $RVA(r_{\min})$  de cada alternativa, como mostra a Tabela III.4.

Por essa abordagem deve-se dispor as alternativas, na ordem decrescentes da  $RVA(r_{\min})$ , e selecionar as alternativas nessa ordem até atingir a disponibilidade orçamentária. Observando-se os dados da tabela acima a ordem de escolha é B, C, A, D e E. Com a disponibilidade de 510 u.m., pode ser escolhida a combinação ABC aplicando-se 10 u.m. em  $I_0$ , resultado que coincide com o obtido pela abordagem do VA, alcançando a combinação ótima selecionada.

Um grande número de profissionais defendem essa abordagem, como uma alternativa à aplicação da abordagem do VA, alegando a vantagem de não ser necessário o trabalho de formar todas as combinações possíveis e efetuar a rotina de cálculos apresentada pela abordagem do VA, como na Tabela III.3. Ledo engano, pois não há

nenhuma relação matemática que garanta a consistência dessa abordagem com a do VA, e, dessa forma, a abordagem da RVA pode levar a escolha de uma combinação diferente da combinação ótima. Os resultados apresentados por ambas abordagens podem coincidir ou não; é o mesmo que ocorre entre as abordagens do VA e da TIR. No exemplo, houve a coincidência entre as abordagens do VA e do RVA; no entanto, para ilustrar que tal fato nem sempre acontece, será apresentado, a título de contra-exemplo o problema a seguir.

**Tabela III.4: Carteira de Alternativas Independentes na Ordem Decrescente da RVA( $r_{\min}$ ) (u.m)**

Alternativas	Investimento Inicial	VA( $r_{\min}$ )	RVA( $r_{\min}$ )
B	140	84	0,600
C	200	90	0,450
A	160	60	0,375
D	120	42	0,350
E	220	33	0,150

#### Contra-Exemplo: Abordagem do VA versus Abordagem da RVA<sup>5</sup>

Seja uma empresa que avalia suas oportunidades de investimento com uma taxa de 10 %a.a. e procura a melhor forma de alocar 25.000 u.m. em uma carteira de investimentos independentes, representados pelos diagramas a seguir. Pede-se selecionar a combinação ótima de projetos:

(A) 
$$\begin{array}{cccccc} -10000 & 3350 & 3350 & 3350 & 3350 & 3350 \\ +-----+-----+-----+-----+-----+ \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \text{ (anos)} \end{array}$$

(B) 
$$\begin{array}{cccccc} -10000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 23000 \\ +-----+-----+-----+-----+-----+ \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \text{ (anos)} \end{array}$$

<sup>5</sup> - Elaborado a partir de Sternole & Sternole (1984,p.150-152), porém o objetivo ora pretendido difere totalmente do apresentado por esses autores.

(C)      -15000    2250    2250    2250    2250    17250  
           +-----+-----+-----+-----+-----+  
           0        1        2        3        4        5 (anos)

(D)      -10000    5100    4100    3100    2100    1100  
           +-----+-----+-----+-----+-----+  
           0        1        2        3        4        5 (anos)

(E)      -25000    8360    8360    8360    8360    8360  
           +-----+-----+-----+-----+-----+  
           0        1        2        3        4        5 (anos)

Para as alternativas acima tem-se os resultados resumidos na Tabela III.5.

**Tabela III.5: Dados do Contra-Exemplo Dispostos de Modo a Facilitar a Comparação das Abordagens do VA e da RVA**

	(u.m)				
Alternativas	A	B	C	D	E
Inv. Inicial	10.000	10.000	15.000	10.000	25.000
VA(0%)	6.750	13.000	11.250	5.500	16.800
VA(10%)	2.699	4.281	2.843	2.471	6.691
TIR (%a.a.)	20	18	15	22	20
RVA(10%)	0,2699	0,4281	0,1895	0,2471	0,2676

Para aplicação da abordagem do VA, pode-se elaborar a Tabela III.6, onde a combinação BC possui o maior VA(10%), sendo portanto a combinação ótima. Deve ser observado que tal escolha descarta a alternativa D, de maior TIR.

**Tabela III.6: Formação das Combinações Possíveis de Alternativas Independentes para Aplicação da Abordagem do Valor Atual**

(u.m.)

Combinação	$\Sigma II$	$\Sigma VA(10\%)$
E	25.000	6.691
AB	20.000	6.980
AC	25.000	5.542
AD	20.000	5.170
BC	25.000	7.124
BD	20.000	6.752
CD	25.000	5.314

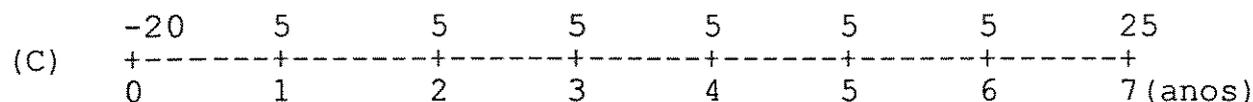
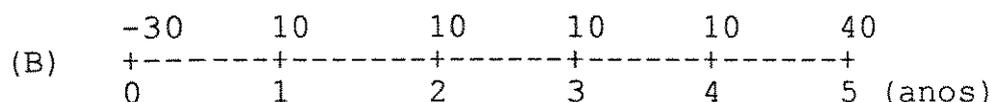
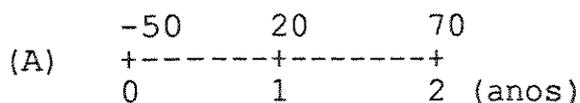
Pela abordagem da RVA, as alternativas são colocadas em ordem decrescente de RVA(10%) da seguinte forma: B, A, E, D e C. A combinação escolhida é AB absorvendo 20.000 das 25.000 u.m. disponíveis e sugerindo aplicar as 5.000 u.m. excedentes em I<sub>o</sub>. Resultando no retorno, em termos de VA(10%), de apenas 6.980 u.m., inferior, portanto, ao da combinação ótima BC, escolhida pela abordagem do VA, que aloca todos os recursos disponíveis e mostra um retorno de 7.124 u.m. Conclui-se portanto, que, ao contrário do que muitos profissionais acreditam, a abordagem da RVA é análoga a da TIR, pois não garante a escolha da combinação ótima, podendo indicá-la coincidentemente, porém sem nenhum rigor matemático. Em síntese, não deve ser usada com o pretexto de reduzir os trabalhos de cálculo da abordagem do VA.

### III.2.2 - Alternativas Independentes com Vidas Úteis Diferentes

A importância da abordagem do valor anual equivalente pode ser mostrada quando se analisa alternativas independentes apresentando horizontes diferentes. Devido à falta de garantia de escolha da combinação ótima pelas abordagens da TIR e da RVA, tais abordagens não serão mais tratadas no texto a seguir, contudo, com intuito exclusivo de comparação de resultados ainda são comentados os resultados obtidos pela abordagem da RVA.

Para expor devidamente a abordagem do VAE, é apresentado o seguinte exemplo.<sup>6</sup>

Uma empresa pretende alocar 50.000 u.m. em uma combinação dos seguintes projetos independentes com vidas úteis diferentes, representados pelos diagramas a seguir. Qual a combinação ótima, se a empresa trabalha com uma atratividade de 10 %a.a.?



Para as alternativas tem-se as seguintes informações dispostas na Tabela III.7.

A disponibilidade orçamentária 50.000 u.m. permite duas combinações: A ou BC, ambas alocando todos recursos disponíveis.

Sem igualar as vidas úteis das alternativas pelo m.m.c. (70 anos), as abordagens dariam os resultados:

Abordagem do VA: combinação BC;

Abordagem do VAE: alternativa A; e,

Abordagem da RVA: combinação BC.

Para a resposta correta, deve-se igualar os horizontes das alternativas e, a hipótese mais razoável para tanto, é o processo do m.m.c.. Como foi visto, ao se repetir uma alternativa, qualquer número de vezes, o VAE(i) não se altera, desde que i seja a taxa de equivalência usada no cálculo de VAE(i).

---

<sup>6</sup> - Esse exemplo está exposto em Stermole & Stermole (1984, p.152-156), porém a solução apresentadas por esses autores é completamente diferente da exposta no texto, pois os autores assumem a premissa de igualar as vidas das alternativas pela vida da alternativa de maior duração, hipótese comentada anteriormente.

**Tabela III.7: Dados do Exemplo de Alternativas Independentes Sem Igualar os Horizontes Diferentes**

	(u.m)		
<b>Alternativas</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
Inv. Inicial	50	30	20
VA(0%)	40	50	35
VA(10%)	26,033	26,535	14,605
VAE(10%)	15,000	7,000	3,000
TIR (%a.a.)	40	33	25
RVA(10%)	0,521	0,885	0,730

Como o VAE(10%) de cada alternativa não se altera, a partir do mesmo pode-se calcular o VA(10%) e a RVA(10%) das alternativas A', B' e C', que são as alternativas com horizonte comum de 70 anos. Assim, tem-se:

$$VA_{A'}(10\%) = VAE_A(10\%).FRP(10\%,70) = 149,810 \text{ u.m.}; \text{ e,}$$

$$RVA_{A'}(10\%) = 149,810/50,00 = 2,996.$$

Usando esse procedimento para as outras alternativas, tem-se a Tabela III.8.

**Tabela III.8: Dados do Exemplo de Alternativas Independentes Após Igualar os Horizontes Diferentes**

	(u.m)		
<b>Alternativas</b>	<b>A'</b>	<b>B'</b>	<b>C'</b>
VAE(10%)	15,000	7,000	3,000
VA(10%)	149,810	69,911	29,962
RVA(10%)	2,996	2,330	1,498

Todas abordagens apresentam, como melhor escolha, a alternativa A. As abordagens do VA e do VAE sempre vão apresentar o mesmo resultado, uma vez que estão relacionadas matematicamente com o artifício de igualar as vidas úteis pelo m.m.c., porém, em relação à abordagem da RVA, mesmo nessas condições, não há garantia de consistência de resultado com o obtido pela abordagem do VA.

A conclusão é que, quando as alternativas independentes que compoem a carteira de investimento da empresa, possuem vidas diferentes, deve-se igualá-las antes de aplicar as abordagens do VA ou do VAE, nunca usando a abordagem da RVA para decisão.

Evidentemente, quando as vidas são diferentes a abordagem do VAE é menos laboriosa que a do VA, como ficou demonstrado acima.

### Síntese: Aplicabilidade dos Métodos Básicos na Escolha de uma Combinação Ótima de Projetos Independentes

As abordagens apresentadas podem conduzir a resultados diferentes na escolha da combinação ótima de alternativas independentes. Do ponto de vista da aplicabilidade, o quadro a seguir aponta a abordagem mais indicada quando a combinação envolve alternativas independentes de mesmo horizonte ou de horizontes diferentes.

#### Abordagem mais Adequada

COM MESMO HORIZONTE	COM HORIZONTES DIFERENTES
Abordagem do VA	Abordagem do VAE

### III.2.3 - O Problema Geral da Seleção Incluindo Grupos de Alternativas Mutuamente Excludentes

Existem técnicas de programação inteira para aplicação a problemas de escolha de combinação de alternativas independentes com restrição orçamentária, que em lugar de considerar apenas a melhor alternativa de cada grupo de alternativas mutuamente excludentes, considera todas as alternativas aceitas pela empresa, quer sejam independentes ou mutuamente excludentes. Por exemplo, em lugar da alternativa A (alternativa selecionada de um grupo de alternativas mutuamente excludentes), trabalha com todas as alternativas (inclusive A)  $A_1, A_2, \dots, A_k$ , que são aceitas do grupo A. Dessa forma, uma alternativa que não é selecionada em relação a outra do seu grupo, pode ser aceita para garantir a maximização do retorno da empresa. Esta hipótese, verifica todas as interdependências existentes entre as alternativas da carteira de investimento, indiferentemente das alternativas serem mutuamente excludentes ou independentes.

Sob condição de restrição orçamentária, normalmente ocorre que, nem todas alternativas independentes aceitas sejam selecionadas. Além disso, a empresa pode gerar maior retorno selecionando uma combinação de alternativas de menores magnitudes e menores retornos individuais, que utilizam toda a disponibilidade de recursos, do que pela escolha de uma ou poucas alternativas de grande magnitude que resulte no uso parcial do orçamento disponível.

Para ilustrar tais aspectos do problema, o seguinte exemplo, cujos dados estão na Tabela III.9, é apresentado<sup>7</sup>: considere um grupo de seis alternativas, duas das quais sendo mutuamente excludentes. Pede-se para escolher a combinação ótima para as disponibilidades orçamentárias de 10.000 e 20.000 u.m.

Para a disponibilidade de 10.000 u.m., a aplicação da abordagem do VA, fica facilitada pela montagem da Tabela III.10.

A combinação selecionada pela abordagem do VA é  $A_1B$ , que é a combinação ótima para a disponibilidade orçamentária de 10.000 u.m.

Pela abordagem da RVA há duas formas de dispor as alternativas na ordem decrescente da RVA(10%); a primeira, contendo  $A_1$ ; e, a segunda, contendo  $A_2$ . Assim, tem-se:

- A ordenação:  $A_1, B, D, E, C$ , cuja combinação  $A_1B$  aloca todos recursos e tem uma soma, em termos de RVA(10%), de 0,900; ou,
- A ordenação:  $B, D, E, C, A_2$ , cuja combinação  $BD$  também aloca todos recursos e tem uma soma, em termos de RVA(10%) de 0,750.

---

<sup>7</sup> - O exemplo foi adaptado a partir de Mackenzie(1983,p.221-223). A solução apresentada no presente texto difere da solução daquele autor.

**Tabela III.9: Carteira de Alternativas Independentes Incluindo Um Grupo Representado por Duas Alternativas Mutuamente Excludentes**

(u.m.)

Alternativa	II	VA( $r_{\min}$ )	RVA( $r_{\min}$ )
Mut. Excludentes:			
A <sub>1</sub>	5.000	2.500	0.500
A <sub>2</sub>	10.000	3.000	0,300
Independentes:			
B	5.000	2.000	0,400
C	10.000	2.750	0,275
D	5.000	1.750	0,350
E	5.000	1.500	0,300

**Tabela III.10: Combinações Possíveis para uma Disponibilidade de 10.000 u.m. com Respectivos Orçamentos e VA( $r_{\min}$ )**

(u.m.)

Combinação	$\Sigma$ II	$\Sigma$ VA( $r_{\min}$ )
A <sub>1</sub> B	10.000	4.500
A <sub>1</sub> D	10.000	4.250
A <sub>1</sub> E	10.000	4.000
A <sub>2</sub>	10.000	3.000
BD	10.000	3.750
BE	10.000	3.500
C	10.000	2.750
DE	10.000	3.250

Conclui-se que a abordagem da RVA escolhe a combinação A<sub>1</sub>B, que coincide com a combinação ótima selecionada pela abordagem do VA.

Para a disponibilidade de 20.000 u.m., a Tabela nº III.11 foi construída após a eliminação das combinações de ordem inferior cujo montante de investimentos está implícito em uma combinação de ordem superior, por exemplo, a combinação BDE elimina as combinações BD, BE e DE, e também é eliminada pela combinação A<sub>1</sub>BDE.

**Tabela III.11: Combinações Possíveis para uma Disponibilidade de 20.000 u.m. com Respectivos Orçamentos e  $VA(r_{\min})$**

(u.m.)

Combinação	$\Sigma II$	$\Sigma VA(r_{\min})$
A <sub>2</sub> C	20.000	5.750
A <sub>1</sub> BC	20.000	7.250
A <sub>1</sub> CD	20.000	7.000
A <sub>1</sub> CE	20.000	6.750
A <sub>2</sub> BD	20.000	6.750
A <sub>2</sub> BE	20.000	6.500
A <sub>2</sub> DE	20.000	6.250
BCD	20.000	6.500
BCE	20.000	6.250
CDE	20.000	6.000
A <sub>1</sub> BDE	20.000	7.750

A combinação selecionada pela abordagem do VA é A<sub>1</sub>BDE, que é a combinação ótima para o orçamento de 20.000 u.m.

A abordagem da RVA faz as mesmas ordenações anteriores, das quais tem as seguintes opções:

- a combinação A<sub>1</sub>BDE, que aloca todos os recursos, tem uma soma, em termos de RVA(10%), de 1,550; ou,
- a combinação BDE, que aloca apenas 15.000 u.m. e tem uma soma, em termos de RVA(10%), de 1,050.

Conclui-se que a abordagem da RVA escolhe a combinação A<sub>1</sub>BDE, que coincide com a combinação ótima selecionada pela abordagem do VA.

O presente exemplo ilustra que a empresa ao decidir, sob condição de restrição orçamentária, com o objetivo de maximizar o retorno, frequentemente descarta alguma(s) alternativa(s) de grande magnitude em favor de várias alternativas de menores magnitudes. Quanto à analogia entre os resultados das abordagens do VA e da RVA, pode-se dizer que é uma coincidência matemática e não uma garantia que sejam resultados consistentes.

#### IV - ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

No capítulo I foi mostrado como as distribuições de FCs, representativas de uma alternativa de investimento, são montadas. Para todo elemento do FC foi feita uma estimativa pontual - "a melhor estimativa" - para cada ano do horizonte do projeto. Os métodos econômicos de avaliação e seleção, expostos nos capítulos II e III, partem da distribuição de FCs e, usando o cálculo financeiro, também apresentado no capítulo I, calculam as medidas de retorno ( $VA(r_{min})$ ,  $VAE(r_{min})$ , TIR etc.) ou resultado de cada projeto.

Ocorre, que mesmo as "melhores estimativas" pontuais não são exatas, pois variam ao longo do tempo, exigindo o exame dos efeitos das variações dessas estimativas no retorno do projeto. Esse estudo denomina-se de **Análise de Sensibilidade**, que consiste em verificar o que ocorre com o retorno do projeto (variável saída), quando um elemento do FC, doravante denominado parâmetro do projeto (variável entrada), assume valores diferentes em torno da sua "melhor estimativa".

A análise de sensibilidade é útil para identificar os parâmetros de entrada, cujas variações provocam uma intensa variação no retorno do projeto. Os parâmetros de entrada, que apresentam elevados níveis de risco (ou incerteza) nas suas estimativas e têm grande influência (sensibilidade) no retorno, são as **variáveis críticas ou estratégicas** do projeto.

A análise de sensibilidade também permite delimitar limite de um intervalo, para cada variável estratégica, a partir do qual o projeto é economicamente viável.

Dessa forma, a análise de sensibilidade é um elo de ligação entre a avaliação econômica (baseada nas "melhores estimativas" pontuais de cada parâmetro de entrada) e a análise de risco (baseada na distribuição dos valores assumidos por cada variável estratégica com respectivas probabilidades de ocorrência). Contudo, a análise de sensibilidade não avalia o risco do projeto, assunto a ser tratado pela Análise de Risco no próximo capítulo.

Uma crítica à análise de sensibilidade é a de que uma variável não assume um valor de forma isolada (provavelmente devido à correlação entre as variáveis); no entanto, essa crítica não invalida a utilidade dessa análise, tendo em conta que, se há correlação entre duas ou mais variáveis estratégicas, a análise de sensibilidade permite indicar o parâmetro em relação ao qual o retorno (ou outra variável saída) apresenta maior sensibilidade.

Os dois exemplos, apresentados a seguir, adaptados de Mackenzie (1983,p.283-287), são úteis na ilustração da análise de sensibilidade aplicada a projetos de exploração mineral.

**Exemplo 1:** No projeto Anvil (território de Yukon), visando o aproveitamento de uma jazida de chumbo e zinco, em meados dos anos sessenta, foi usada a análise de sensibilidade da TIR em relação ao custo de energia elétrica e ao preço do concentrado polimetálico. As estimativas pontuais ("melhores estimativas") da avaliação econômica indicavam o valor esperado de 18,5%a.a para TIR, sendo o valor esperado do preço do concentrado de 14 cents/libra e o do custo da energia de 10 mils/kwh.

Os resultados obtidos da análise de sensibilidade da TIR versus Custo de Energia foram:

Custo de Energia (mils/kwh)	TIR (%a.a.)
6 (-40%)	18,9
8 (-20%)	18,7
<b>10 (valor esperado)</b>	<b>18,5</b>
12 (+20%)	18,3
14 (+40%)	18,1

Os dados mostram que o efeito da variação do custo de energia na variação da rentabilidade (TIR) do projeto não é relevante, ou melhor, a TIR não é sensível ao custo de energia. Assim, há pouco a ser ganho ao aprimorar a precisão na estimativa do custo de energia, mesmo que haja um alto grau de incerteza na sua estimativa (no caso havia grandes incertezas, pois cogitava-se em ampliar uma hidroelétrica ou construir uma nova no rio Yukon, entre outras alternativas).

A análise de sensibilidade TIR versus Preço do Concentrado dos Metais revelou os resultados seguintes:

Preço do Concentrado (c/lb)	TIR (%a.a.)
8,4 (-20%)	3,3
11,2 (-40%)	10,8
<b>14,0 (valor esperado)</b>	<b>18,5</b>
16,8 (+20%)	25,9
19,6 (+40%)	33,0

Não somente o zinco e o chumbo, como todos os metálicos, apresentam incertezas nas estimativas de preços, fato que motivou esse tipo de análise de sensibilidade.

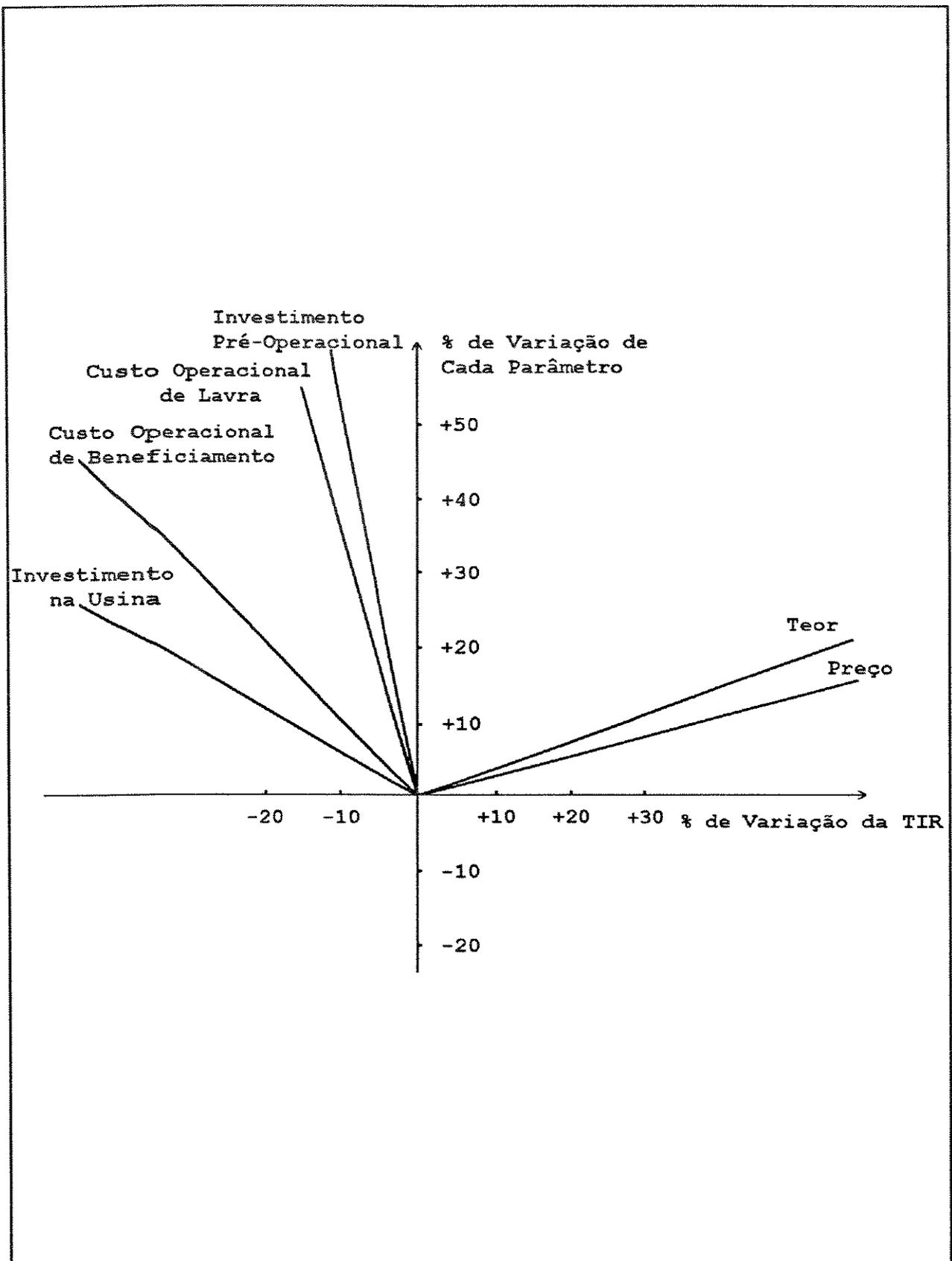


Figura IV.1: Análise de Sensibilidade da TIR do Projeto de Desenvolvimento da Mina de Cobre (Adaptação de MACKENZIE (1983) P.286)

Os resultados mostram que a TIR tem alta sensibilidade às variações no preço.

Assim, é justificável um maior esforço nas projeções do preço, de modo a melhorar a confiabilidade das estimativas e ter maior realismo na avaliação do nível de incerteza das mesmas.

**Exemplo 2:** Um projeto de desenvolvimento (preparação para lavra) de uma mina de cobre na British Columbia, no início dos anos setenta, revelou os seguintes valores esperados ("melhores estimativas" pontuais):

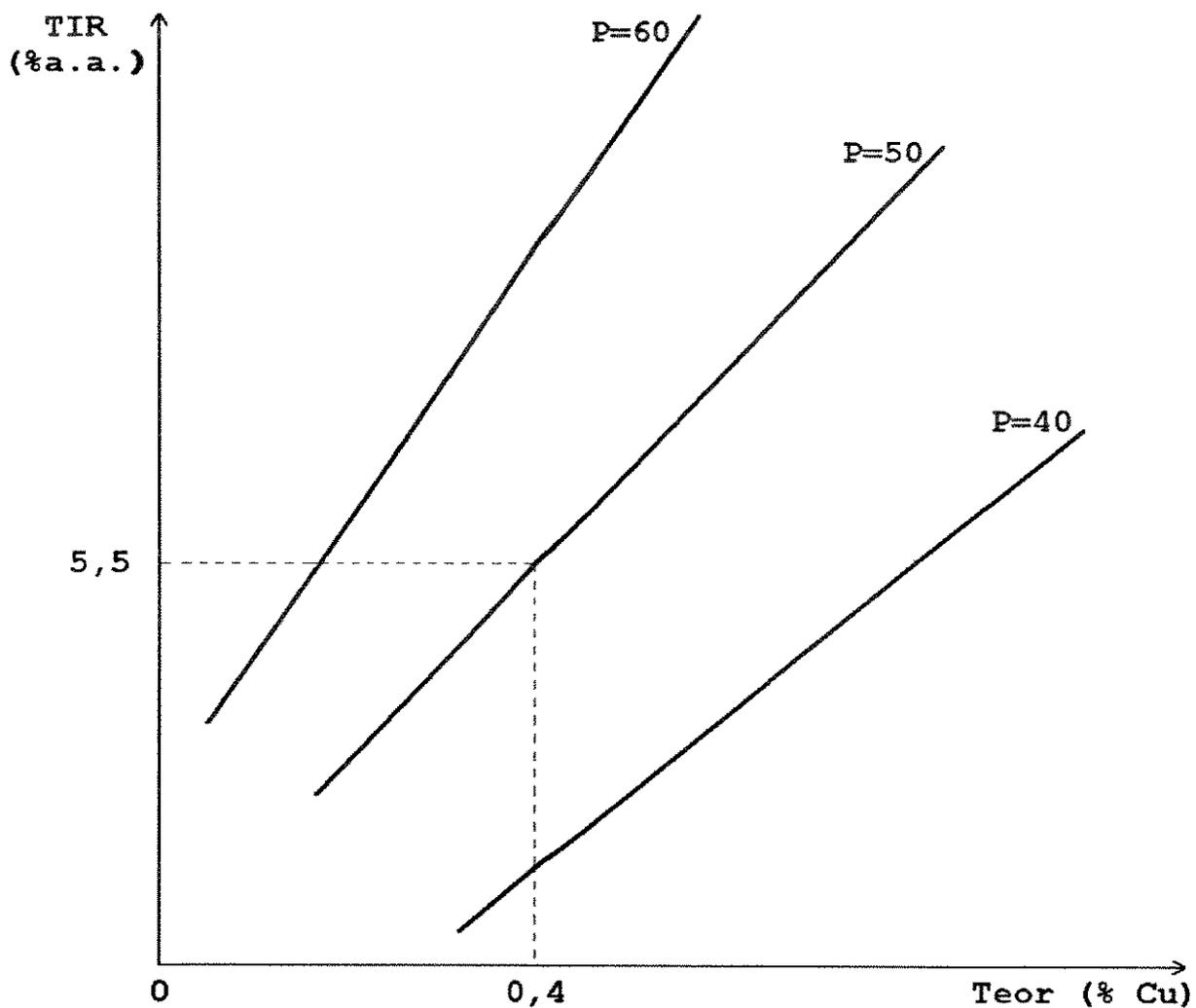
Capacidade de Moagem	25.000 t/ano
Teor das Reservas	0,4% Cu
Preço do Cobre	50 cents/libra
TIR	15,5%a.a.

Foram realizadas as análises de sensibilidade da TIR em relação as seguintes variáveis:

- Preço do Cobre
- Teor das Reservas
- Valor dos Investimentos Pré-operacionais na abertura (stripping) da lavra
- Investimentos na Usina de Beneficiamento
- Custos Operacionais de Lavra
- Custos Operacionais de Beneficiamento.

A Figura IV.1 mostra em um único gráfico, os resultados obtidos para variações de  $\pm 10\%$ ,  $\pm 20\%$ ,  $\pm 30\%$ ... dos parâmetros de entrada acima. Observa-se que a TIR é mais sensível ao preço do cobre, ao teor das reservas e aos investimentos na usina de beneficiamento, devido à menor inclinação das curvas representativas desses elementos do FC, em relação ao eixo horizontal.

Outra forma de apresentação dos resultados da análise de sensibilidade é através de um gráfico da TIR em função de dois ou mais parâmetros de entrada. É o que mostra a Figura IV.2, onde as variáveis escolhidas são aquelas para as quais há maior sensibilidade da TIR: preço do minério e teor das reservas.



P: preço do cobre  
(cents/lb)

Figura IV.2: Análise de Sensibilidade da TIR em Relação ao Preço e Teor de Cobre. (Adaptação de MACKENZIE(1983)p.287)

## V - ANÁLISE DE RISCO

### V.1 - CONCEITOS PRELIMINARES

#### V.1.1 - O Problema da Análise de Risco: Risco versus Incerteza

Os métodos de avaliação econômica baseados no desconto, capitalização e uniformização de distribuições de FCs, descritos nos capítulos II e III, reúnem os conceitos de fluxo de caixa e de valor tempo do dinheiro para medir o retorno (expresso pelo  $VA(r_{\min})$ , TIR,  $VAE(r_{\min})$  etc) do projeto para tomada de decisão. Para tanto, utiliza-se a "melhor estimativa" de cada parâmetro (grandeza técnica e econômica: investimento, custos, receitas, valores residuais, vida útil, taxas de juros etc) do projeto. Desse modo, cada parâmetro assume um valor pontual em cada ano da vida útil do projeto. Ocorre que, na realidade, tais grandezas estão sujeitas a variações, devido aos riscos e incertezas nas estimativas, fato considerado pela análise de risco na tomada de decisão.

O objetivo da análise de risco é enriquecer os resultados da avaliação econômica, através da distribuição de probabilidades dos retornos possíveis. Desse resultados, apenas o obtido, com base na "melhor estimativa" de cada parâmetro, é considerado pela análise econômica. Assim, valores dos retornos possíveis, com as respectivas probabilidades de ocorrência, são os resultados da análise de risco. Se não houvessem riscos de estimação, os resultados da análise econômica seriam exatos e a análise de risco não teria sentido, pois a probabilidade de ocorrer o retorno obtido pela avaliação econômica seria de 100%.

**Risco e Incerteza** são termos usados, indiferentemente nesse texto, para refletir a variabilidade do retorno esperado de um projeto. A diferença entre **risco** e **incerteza** reside no conhecimento das probabilidades de ocorrência dos valores assumidos pelas variáveis estratégicas, usadas na análise de risco. Existe risco quando a distribuição de probabilidade é conhecida; caso contrário, tem-se a incerteza.

#### V.1.2 - Ajuste dos Resultados e dos Parâmetros do Projeto para Compensar o Risco

O ajuste dos resultados (payback ou alguma medida do retorno) e dos parâmetros (variáveis de entrada) de um projeto para compensar o risco, geralmente é feito pelos

seguintes procedimentos:

a - **Payback Ajustado ao Risco:** consiste em reduzir o número de períodos de payback, como condição de aceitação, para a alternativa que apresentar maior risco. Quanto maior o risco, maior o payback exigido para a alternativa. Esse procedimento é criticado por ser subjetivo devido ao elevado grau de arbitrariedade na decisão de investir. É um critério lógico, porém a subjetividade está na fixação do "quanto" a mais deve ser o payback de uma alternativa em relação às condições normais de risco.

b - **TIR Ajustada ao Risco:** consiste em exigir da alternativa mais arriscada uma TIR superior à TIR aceita nas condições normais. Dessa forma, aumenta-se a taxa de desconto dos FCs de um "prêmio de risco", que cresce com o risco da alternativa. O uso do prêmio de risco torna os FCs futuros tornando-os mais remotos e incertos, e portanto, menos influentes na decisão; pois reflete, simultaneamente, o crescimento do risco e a redução dos fatores de desconto com o tempo. Esse procedimento é também subjetivo, podendo conduzir a decisões arbitrárias.

c - **Técnica das Três Estimativas:** consiste em estabelecer para cada variável estratégica um intervalo de variação, definido por um valor menos favorável (hipótese pessimista), um valor mais provável (hipótese básica ou do valor esperado) e um valor mais favorável (hipótese otimista). Esse procedimento também é subjetivo e deve ser aplicado com ressalva, pois, a probabilidade de todas as variáveis assumirem, simultaneamente, os valores de uma das hipóteses é remota, devido ao problema da correlação entre as variáveis, que tanto podem ser independentes ou correlacionadas positiva ou negativamente.

d - **Parâmetros (Variáveis Estratégicas) Ajustados ao Risco:** consiste em, frente a uma situação de risco (por exemplo, a avaliação econômica de um novo projeto de mineração), compensar o risco usando valores conservadores para alguns parâmetros (por exemplo, usar um preço mais baixo para o commodity mineral e para o teor médio, ou, um valor mais elevado para o investimento e para os custos operacionais). Se o conservadorismo for intenso, esse ajuste pode rejeitar todos os projetos. Quando mais de uma variável é ajustada dessa forma, geralmente, qualquer projeto tem grande chance de ser rejeitado.

### V.1.3 - Utilidade da Análise de Risco nos Projetos de Mineração

Na análise de risco estima-se a distribuição de probabilidade de cada variável estratégica - usando probabilidades **objetivas** (teóricas) ou **subjetivas** (empíricas) - e assumindo para os demais parâmetros (variáveis de entrada), o valor dado pela "melhor

estimativa" (valor pontual), usado pela análise econômica. Para cada variável estratégica é tomado um valor aleatório, de modo que, com cada combinação desses valores aleatórios é possível calcular, usando os métodos de avaliação econômica, um valor para o retorno (TIR,  $VA(r_{\min})$  etc.) do projeto. Repetindo-se esse processo um grande número de vezes (100, 500, 1.000 ou mais) obtém-se um conjunto dessas combinações. De cada combinação, calcula-se um valor para o retorno do projeto, formando-se assim, um conjunto de valores, dos quais pode-se obter uma distribuição de probabilidade do retorno do projeto. Conhecida essa distribuição, calcula-se o valor esperado e o desvio padrão do retorno, para apresentar os resultados da análise de risco, em uma das formas a ser exposta adiante (ítem V.1.6).

A análise de risco é útil na avaliação dos seguintes tipos de projetos de mineração:

a - **Projetos Marginais:** são projetos que a cada avaliação sucessiva apresentam uma TIR próxima da taxa mínima de atratividade -  $r_{\min}$  (ou um  $VA(r_{\min})$  próximo de Zero); de modo que, incertezas normais, em relação aos valores assumidos pelas variáveis estratégicas, é o bastante para torná-los antieconômicos, isto é, a probabilidade de perda econômica é significativa.

b - **Projetos com Incertezas a Níveis Acima dos Normais:** são alternativas, que mesmo com retorno satisfatório apresentam incertezas tão elevadas em relação a um ou mais parâmetros, de modo que a probabilidade de perda econômica é elevada. Frequentemente, os projetos de mineração apresentam incertezas a níveis acima dos normais em relação às reservas, aos teores e aos preços dos metais.

c - **Projetos Objetivando a Otimização de Especificações:** são projetos onde o risco tem um efeito significativo na escolha de especificações ótimas de parâmetros, como capacidade instalada, teor de corte etc.

d - **Projetos de Pesquisa Mineral:** sendo o objetivo da exploração mineral a redução do risco mediante o investimento na obtenção de informações, a avaliação do risco é fundamental no planejamento da pesquisa. Nesse estágio da avaliação, não existem estudos detalhados; apenas dispõe-se de estimativas grosseiras sobre o projeto de pesquisa. Desse modo, a análise de risco torna-se útil para responder as perguntas do tipo: as informações são suficientes para decidir sobre a implantação da lavra? Justifica-se, economicamente, o delineamento posterior do depósito mineral? O projeto de exploração deve ser abandonado ou postergado?

#### V.1.4 - Valor Esperado, Variância e Desvio Padrão de uma Variável

O valor esperado de uma variável é a média ponderada das suas possíveis realizações, tendo como pesos as respectivas probabilidades de ocorrências desses valores. Assim, mesmo que o retorno (variável resultado) esperado de um projeto não seja recebido na ocasião de sua implantação, é um indicador do retorno provável, na hipótese do projeto ser repetido um grande número de vezes.

O valor esperado ( $\bar{X}$ ) de uma variável, obtido a partir de sua distribuição de probabilidade, é dado por:

$$\bar{X} = \sum X_k \cdot P_k \quad \text{para } 1 \leq k \leq n \dots \dots \dots (1)$$

Onde:  $X_k$  é o k-ésimo valor de  $X$

$P_k$  é a probabilidade de ocorrência de  $X_k$

$n$  é o número de valores possíveis (realizações) de  $X$ .

A variância ( $\sigma^2$ ) de  $X$  é dada por:

$$\sigma^2 = \sum (X_k - \bar{X})^2 \cdot P_k \quad \text{ou} \dots \dots \dots (2)$$

$$\sigma^2 = [\sum (X_k)^2 \cdot P_k] - \bar{X}^2$$

O desvio padrão ( $\sigma$ ) é a raiz quadrada da variância.

O valor esperado de uma distribuição indica sua tendência central, enquanto o desvio padrão reflete sua variabilidade. É muito útil ter uma percepção do risco como uma distribuição de probabilidade em torno de um valor esperado.

#### V.1.5 - Principais Tipos de Distribuição de Probabilidade Utilizados: Uniforme, Triangular e Normal

O ajuste da distribuição de probabilidade de uma variável estratégica a uma distribuição teórica depende do nível e da confiabilidade das informações disponíveis em relação à mesma. Se as informações disponíveis são insuficientes, somente é possível caracterizar essa variável como um fator intangível no processo decisório. Nesse caso, nenhuma análise de risco é possível de ser realizada.

O nível e confiabilidade das informações disponíveis aumenta desde uma situação de insuficiência de informações (fatores intangíveis) até a situação de informações completas (condições de certeza). Nessa graduação, as informações disponíveis podem permitir a escolha desde a simples distribuição uniforme até a lognormal ou split normal;

passando pela distribuição normal (a mais comum na Estatística), pela distribuição triangular (usada quando a variável se distribui assimetricamente) e outros tipos de distribuição teórica (beta etc). Para uma melhor ilustração, são apresentadas as seguintes distribuições de probabilidade mais usadas na análise de risco: uniforme, triangular e normal. Para cada uma, serão expostas a função densidade de probabilidade (fdp) -  $f(x)$  ou simplesmente função densidade, e a função de distribuição de probabilidade acumulada (FDP) -  $F(x)$  ou simplesmente função de distribuição.

### a - A Distribuição Uniforme ou Retangular

É usada quando as informações disponíveis são ainda muito vagas e o analista não está apto a diferenciar as probabilidades de ocorrência entre dois valores quaisquer dentro do intervalo fixado pelo mesmo. O analista conhece apenas os limites do intervalo  $[a,b]$ , e assim, admite que a probabilidade de ocorrência de qualquer valor dentro do intervalo é a mesma, que é uma constante (igual à ordenada comum da curva) dada por:

$$P(x=V) = 1/(b-a) \text{ para } a \leq V \leq b, \text{ onde:}$$

a - é o limite inferior do intervalo fechado; e,

b - é o limite superior do intervalo fechado.

A Figura V.1 mostra o histograma da função densidade -  $f(x)$  e o histograma de probabilidade acumulada da função de distribuição acumulada -  $F(x)$  de uma variável uniforme.

A área subtendida pela função densidade -  $f(x)$  e o eixo das abcissas entre os pontos a e b é, por definição, igual a 1; logo a altura do retângulo (h), que é a ordenada comum a todos os pontos da curva, é obtida de:

$$h.(b-a) = 1, \text{ logo, } h = 1/(b-a) \text{ e a equação de } f(x) \text{ toma a forma:}$$

$$f(x) = 1/(b-a)$$

Também por definição, a função de distribuição -  $F(x)$  é obtida pela integração da função densidade entre a e V, sendo V um valor qualquer do intervalo  $[a,b]$ . O resultado dessa integração mede a probabilidade de x ser menor ou igual a V, que é dado por:

$$P(x \leq V) = F(V) = (V-a)/(b-a)$$

Evidentemente a equação de  $F(x)$  é:

$$F(x) = (x-a)/(b-a) \dots \dots \dots (3)$$

Observa-se que a função de distribuição tem a forma linear.

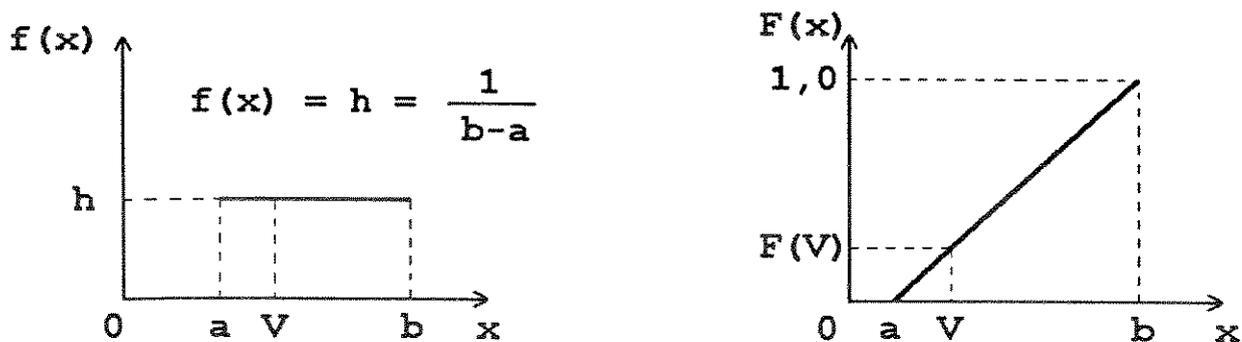


Figura V.1: Função Densidade- $f(x)$  e Função Distribuição- $F(x)$  da Variável Uniforme

Em resumo, conhecendo-se  $V$ , pertencente ao intervalo  $[a,b]$ , é fácil calcular a  $P(x \leq V)$ , e, reciprocamente, conhecendo-se  $P(x \leq V)$ , pode-se calcular  $V$  (valor assumido por  $x$ ). Esse último cálculo é o mais importante e comum na análise de risco como será visto adiante.

#### b - Distribuição Triangular

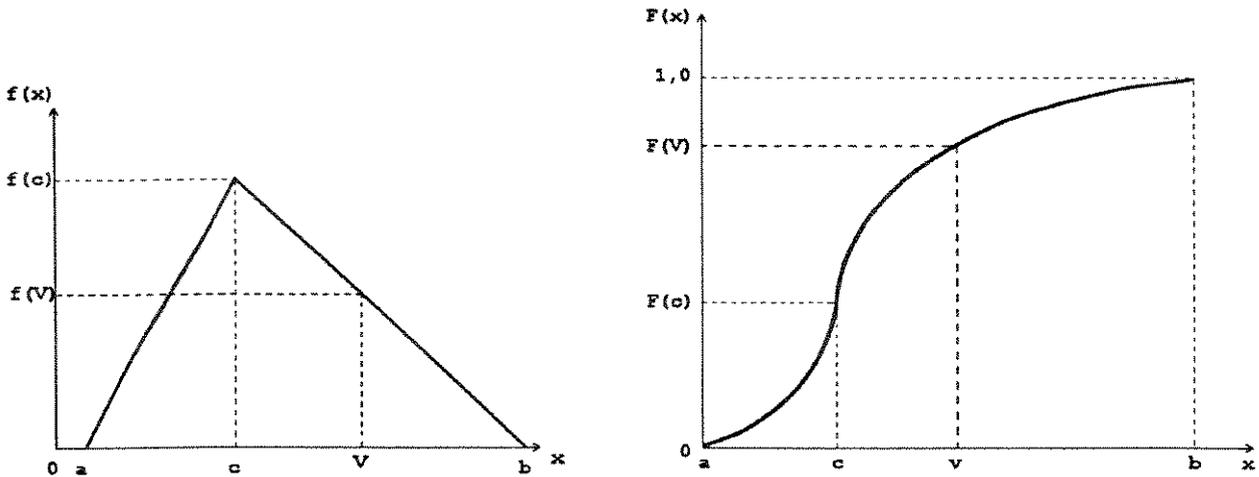
É usada quando, além dos limites do intervalo  $[a,b]$ , é conhecido o valor ( $c$ ) de maior probabilidade de ocorrência (moda) e a distribuição é assimétrica, ou seja, o valor esperado (média) não coincide com o de maior frequência (moda). Nessa situação, o nível de informações disponíveis é maior do que no caso anterior (distribuição uniforme).

A Figura V.2 mostra o histograma da função densidade -  $f(x)$  e o histograma de probabilidade acumulada da função de distribuição -  $F(x)$  de uma variável com distribuição triangular.

A função densidade é composta de duas retas: uma ascendente, que vai do ponto de coordenadas  $(a,0)$  ao de coordenadas  $(c,h)$ ; e, outra descendente, que vai do ponto de coordenadas  $(c,h)$  ao de coordenadas  $(b,0)$ . A seguir são deduzidas as equações de ambas as retas.

Por definição, a área do triângulo formado pelas retas ascendente (à esquerda da abscissa  $c$ ) e descendente (à direita da mesma abscissa) e pelo eixo das abscissas é igual a 1. Assim, a altura ( $h$ ) do triângulo pode ser calculada pela relação:

$$h \cdot (b-a) = 1 \text{ ou } h = 1/(b-a)$$



**Figura V.2: Função Densidade- $f(x)$  e Função Distribuição- $F(x)$  da Variável Distribuída de Forma Triangular**

A reta ascendente passa pelos pontos de coordenadas  $(a,0)$  e  $(c,h)$ , logo sua equação pode ser deduzida pela fórmula da equação da reta que passa por dois pontos, ou seja:

$$f(x)-y_1 = [(y_2-y_1)/(x_2-x_1)].(x-x_1), \text{ onde:}$$

$$x_1 = a; x_2 = c; y_1 = 0; \text{ e, } y_2 = h = 1/(b-a), \text{ de onde se obtém:}$$

$$f(x) = \{2/[(b-a)(c-a)].(x-a), \text{ válida para } a \leq x \leq c.$$

Do mesmo modo, a reta descendente passa pelos pontos de coordenadas  $(c,h)$  e  $(b,0)$ , logo, usando procedimento análogo ao anterior, resulta a equação:

$$f(x) = \{2/[(b-a)(b-c)].(b-x), \text{ válida para } c \leq x \leq b.$$

A função de distribuição é obtida pela integração da equação da reta ascendente para valores de  $V$  no intervalo  $a \leq V \leq c$ , o que resulta na equação de uma parábola côncava para cima; e, pela integração da equação da reta descendente para valores de  $V$  no intervalo  $c \leq V \leq b$ , o que resulta na equação de uma parábola côncava para baixo. Com esse procedimento facilmente, tem-se:

- Para  $V$  no intervalo  $a \leq V \leq c$ :

$$F(V) = P(x \leq V) = (V-a)^2/[(b-a)(c-a)] \dots \dots \dots (4)$$

- Para  $V$  no intervalo  $c \leq V \leq b$ :

$$F(V) = P(x \leq V) = 1 - \{(b-V)^2/[(b-a)(b-c)]\} \dots \dots \dots (5)$$

As equações acima permitem: dado um valor de  $x = V$ , calcular a sua probabilidade de ocorrência; e, dada uma probabilidade de ocorrência de um valor de  $x$ , calcular esse valor. Nesse último caso, deve-se ter em mente que a probabilidade de  $x = c$  é dada por:

$$P(x = c) = (c-a)/(b-a) \dots \dots \dots (6)$$

Essa observação é importante para situar  $x$  em relação ao intervalo  $a \leq V \leq c$ , onde vigora a equação (4); ou, ao intervalo  $c \leq V \leq b$ , onde vigora a equação (5). Assim, se a  $P(x \leq V)$  for menor do que o valor calculado em (6),  $x$  está no intervalo  $a \leq V \leq c$ , e, se maior, no intervalo  $c \leq V \leq b$ .

### c - Distribuição Normal

É usada quando as estimativas da variável estratégica são simetricamente distribuídas, isto é, os valores dos limites superior e inferior são equidistantes do ponto médio, que no caso representa o valor esperado (média) e o valor de maior frequência (moda). Nessa situação o analista tem um nível maior e mais confiável de informações do que nos casos da variável com distribuição uniforme ou retangular, pois além de estabelecer um intervalo e um ponto médio, tem a informação de que a variável é normalmente distribuída. No entanto, o intervalo definido não compreende todas as probabilidades de ocorrência, porém a grande maioria dessas probabilidades, pois, a rigor, o intervalo da distribuição normal varia de  $-\infty$  a  $+\infty$ .

A função densidade da distribuição normal é uma função teórica e contínua de mais amplo uso na Estatística, que tem a equação:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}$$

A Figura V.3 apresenta o histograma da função densidade -  $f(x)$  e o histograma de probabilidade acumulada da função de distribuição -  $F(x)$  de uma variável normal.

A probabilidade de uma variável  $x$ , normalmente distribuída, assumir um valor menor ou igual a  $V$  -  $P(x \leq V)$  - é igual a  $F(V)$ . A função de distribuição -  $F(x)$  é obtida pela integral, sob condições de existência, da função densidade -  $f(x)$  no intervalo  $-\infty < x \leq V$ . No entanto, no caso particular da distribuição normal, essa integral não possui solução analítica, motivo pelo qual a análise matemática efetua seu cálculo por aproximação, tabulando os resultados conforme Tabela V.1. Para construção dessa tabela, a análise matemática procedeu uma mudança da variável  $x$ , normalmente distribuída com média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$  -  $N(\mu, \sigma)$ , para uma variável  $z$ , também normalmente distribuída com média 0 e desvio padrão 1 -  $N(0, 1)$ , mediante a transformação:

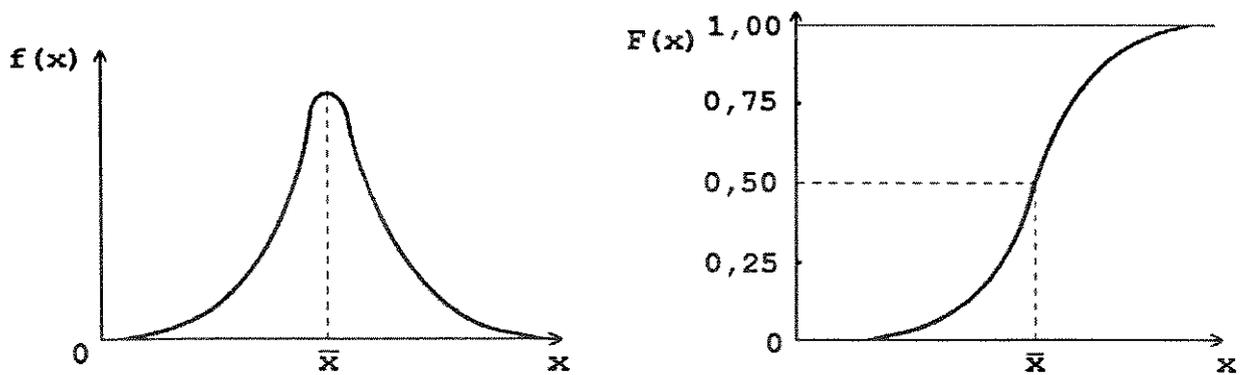


Figura V.3: Função Densidade- $f(x)$  e Função Distribuição- $F(x)$  da Variável Normal

$$z = (x - \mu) / \sigma$$

A variável  $z$  é conhecida como **variável normal reduzida ou padronizada**.

A Tabela V.1 fornece a área subtendida pela curva entre os pontos de abscissa 0 (média) e  $z$ . O valor numérico dessa área expressa a probabilidade de  $z$  estar no intervalo  $(0, z)$ . Em resumo, conhecido um valor  $V$  para  $z$ , pode-se calcular probabilidade de  $z$  ser menor ou igual a  $V$  -  $P(z \leq V)$ ; e, reciprocamente, conhecendo-se  $P(z \leq V)$ , pode-se calcular o valor assumido ( $V$ ) pela variável  $z$ . Esse último cálculo é de largo uso na análise de risco.

Com base na referida tabela, para os valores de  $z$  no intervalo  $(-1, +1)$ , tem-se uma área de 0,6826, ou seja, a probabilidade de  $x$  assumir valores no intervalo  $(-1, +1)$  é de 68,26%. Usando a notação própria da teoria da probabilidade, tem-se:

$$P(-1 \leq z \leq +1) = 0,6827 \approx 68\%$$

O intervalo  $-1 \leq z \leq +1$  é denominado de **intervalo de confiança de 68%**.

Analogamente, tem-se a probabilidade de ocorrência de  $z$  nos seguintes intervalos de confiança:

$$P(-2 \leq z \leq +2) = 0,9545 \approx 95\%$$

$$P(-3 \leq z \leq +3) = 0,9973 \approx 100\%$$

Ou ainda, apresentar os intervalos de confiança de 90, 95 e 99% (valores comumente usados na análise de risco):

$$P(-1,64 \leq z \leq +1,64) = 0,90 = 90\%$$

$$P(-1,96 \leq z \leq +1,96) = 0,95 = 95\%$$

$$P(-2,58 \leq z \leq +2,58) = 0,99 = 99\%$$

Em relação ao problema de, dado  $P(z \leq V)$ , calcular  $V$ , há dois casos a considerar:

**Tabela V.1: Área Subtendida pela Curva Normal entre as Abcissas 0 e z**

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2518	.2549
0.7	.2580	.2612	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4706	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4816
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.49865	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.49903	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993129	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995166	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997
3.4	.4996631	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998	.4998
3.5	.4997674	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998
3.6	.4998409	.4998	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.7	.4998922	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.8	.4999277	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.5000	.5000	.5000
3.9	.4999519	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000
4.0	.4999683									
4.5	.4999966									
5.0	.49999713									

**1º Caso:  $P(z \leq V) \leq 0,50$**  - nesse caso,  $V < 0$  e  $P(z \leq V)$  mede a área  $A_1$ , subtendida pela curva normal no intervalo de  $-\infty$  a  $V$ . Com essa área  $A_1$ , o valor de  $V$ , dado pela Tabela V.1, corresponde à área igual a  $0,50 - A_1$ , subtendida pela curva normal entre as abscissas  $V$  e  $0$ . Por exemplo, se  $P(z \leq V) = 0,448$ , ou seja,  $A_1 = 0,448$ , que resulta na área de  $0,052$  ( $= 0,500 - 0,448$ ), que na Tabela V.1, resulta em  $V = z = -0,13$ .

**2º Caso:  $P(z \leq V) \geq 0,50$**  - nesse caso  $V > 0$ , e  $P(z \leq V)$  mede a área  $A_2$  subtendida pela curva normal no intervalo de  $-\infty$  a  $V$ . Com essa área  $A_2$ , o valor de  $V$ , dado pela Tabela V.1, corresponde à área igual a  $A_2 - 0,50$ , subtendida pela curva normal entre as abscissas  $0$  e  $V$ . Por exemplo, se  $P(z \leq V) = 0,815$ , ou seja,  $A_2 = 0,815$ , que resulta na área de  $0,315$  ( $= 0,815 - 0,500$ ), que na Tabela V.1, resulta em  $V = z = +0,90$ .

A Figura V.4 ilustra os cálculos relacionados a ambos os casos expostos.

### V.1.6 - Apresentação dos Resultados da Análise de Risco

Há duas formas básicas de apresentar os resultados da análise de risco:

a - **Pelo Limite Inferior do Intervalo de Confiança de P%**: esse valor mínimo do retorno (TIR,  $VA(r_{\min})$  etc.) é calculado, considerando a probabilidade do retorno do projeto, na condição de ser igual ou superior a esse valor mínimo, com de P%, por exemplo,  $P(\text{TIR} \leq \text{Limite Inferior}) = P\%$ . Se o limite inferior do intervalo de confiança de 90% da TIR de um projeto é de 12% a.a., significa que há 90% de chance da TIR do projeto ser maior ou igual a 12% a.a.. Quanto maior esse limite, para um mesmo nível de confiança, menor é o risco do projeto. A Figura V.5 representa dois projetos A e B, com o mesmo valor esperado para TIR (20% a.a.) e desvios padrões diferentes  $\sigma_A < \sigma_B$  (B tem maior risco, por ter maior desvio padrão, logo é representado por uma curva mais achatada). Se em cada curva é marcado o limite inferior do intervalo de confiança de 90%, ou seja, o ponto que divide a curva (próximo ao extremo esquerdo) de modo que a calda subentenda apenas 5% da sua área, é fácil visualizar que o limite inferior de 90% da TIR do projeto A é maior que o do projeto B, indicando que o projeto A apresenta menor risco.

b - **Pela Probabilidade de Perda Econômica**: indica a probabilidade do retorno ser inferior a um valor mínimo aceitável. Por exemplo, a probabilidade da TIR de um projeto ser inferior a  $r_{\min}$  do investidor ou do  $VA(r_{\min})$  ser negativo. Aproveitando o exemplo anterior, se a  $r_{\min}$  do investidor é de 12% a.a, a probabilidade de perda econômica é de 10% (desde que o limite inferior do intervalo de confiança de 90% seja de 12%).

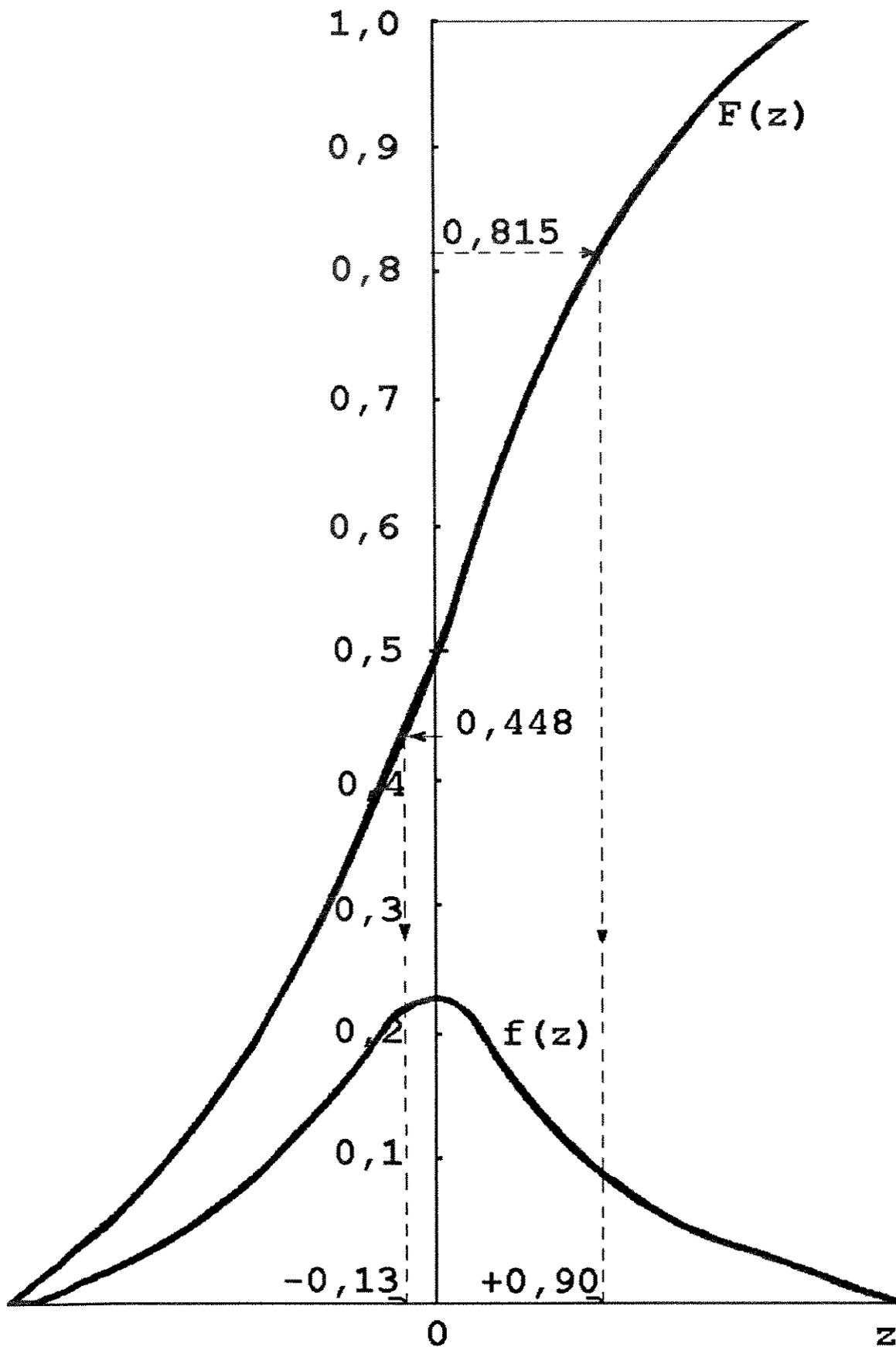


Figura V.4: Gráfico Ilustrativo do Cálculo de  $\underline{z}$  a Partir de Números Aleatórios para os Dois Casos Expostos

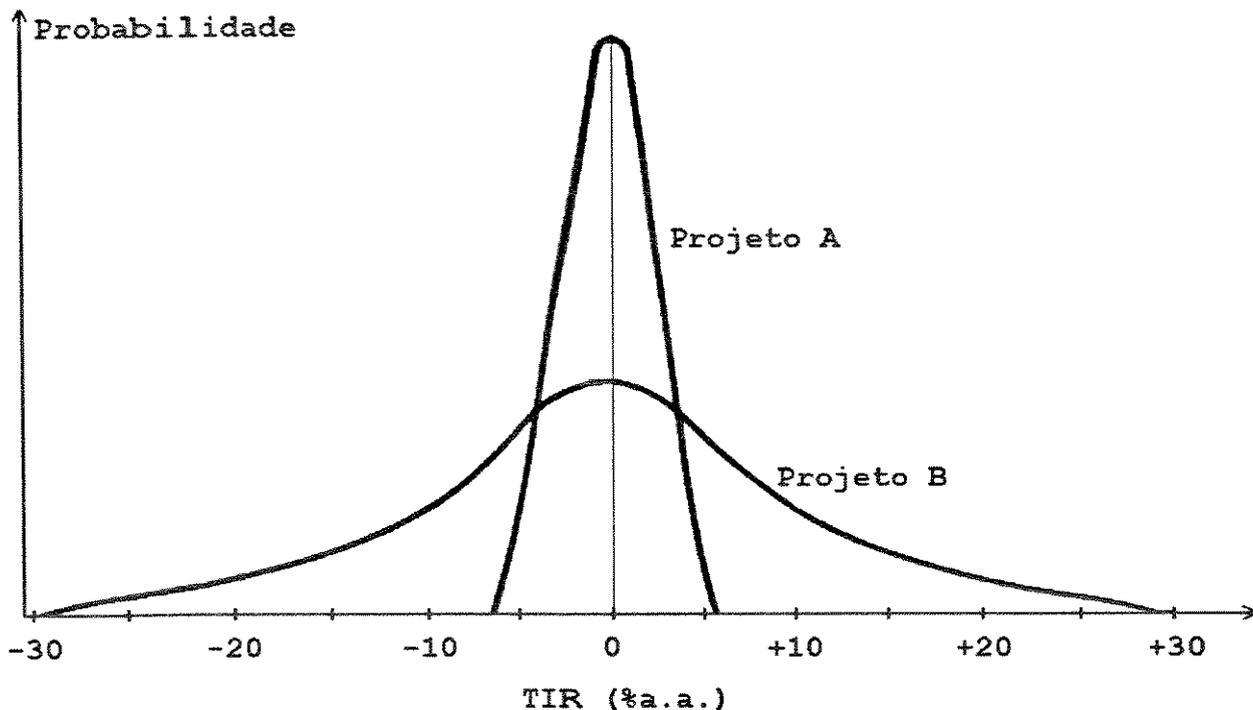


Figura V.5: Curvas Normais de Projetos com  $TIR_A = TIR_B$  e  $\sigma_A \neq \sigma_B$  (Adaptação de GITMAN (1978) p.286)

### V.1.7 - Risco e Tempo

O tempo é um fator importante não somente do ponto de vista econômico-financeiro, onde é considerado através dos fatores financeiros de juros usados no desconto, capitalização e uniformização das distribuições de FCs, como do ponto de vista da análise de risco. Dessa forma, fatores futuros inerentes ao projeto em si e ao ambiente externo ao mesmo, poderão afetar significativamente o resultado (retorno) do projeto, e conseqüentemente a tomada de decisão. O ambiente externo é representado pela conjuntura sócio-política-econômica (inflação, greves, instabilidade política, políticas governamentais, taxas de juros, guerras, e outros fatores). Desse modo, o risco não deve ser considerado apenas na data da avaliação, e sim como uma função crescente do tempo. A Figura V.6 ilustra a dispersão (aumento do desvio padrão) ao longo do tempo do valor esperado de um parâmetro estratégico de um projeto.

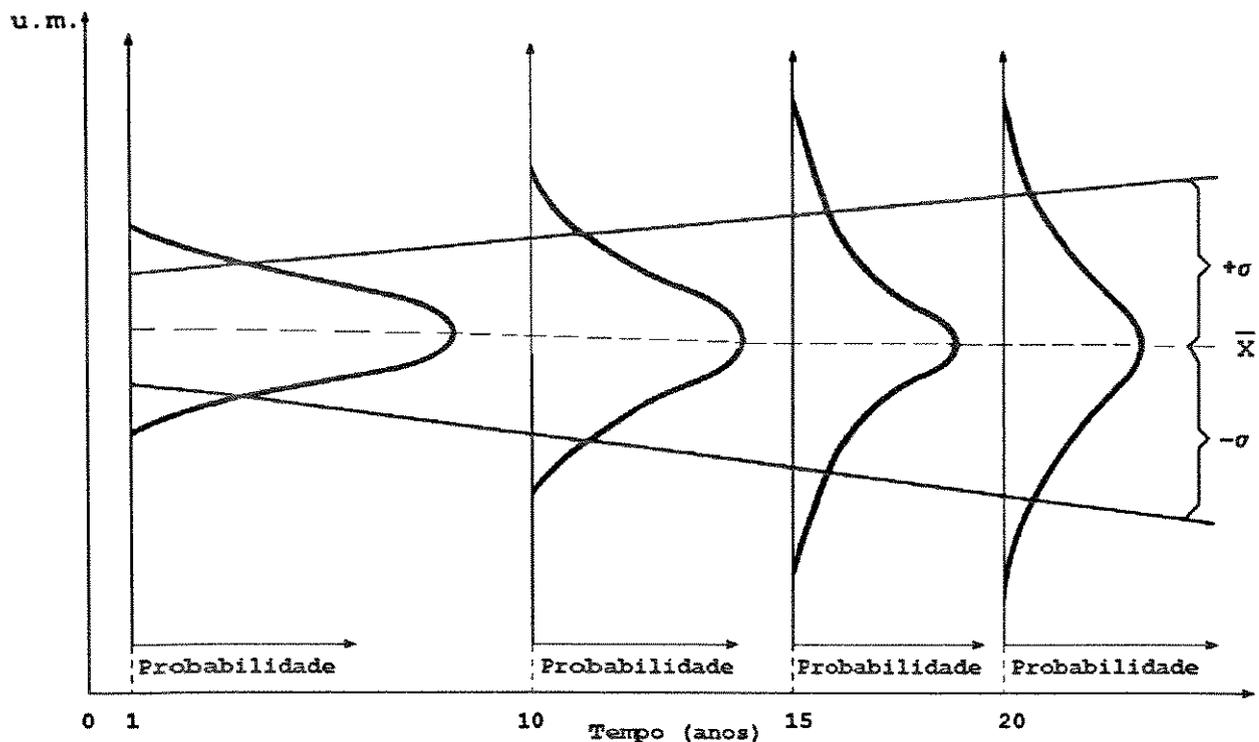


Figura V.6: Risco de Estimativa em Função do Tempo (Gitman (1978) p.290)

#### V.1.8 - Técnicas de Análise de Risco: Técnica Analítica e Simulação de Monte Carlo

Há dois tipos de análise de risco:

a - **Determinística**: quando a análise é feita com base na "melhor estimativa" pontual do valor a ser assumido por cada variável estratégica (parâmetro de entrada) do projeto. Essa análise considera que a "melhor estimativa" de cada variável é exata, isto é, tem uma probabilidade de ocorrência de 100%. É uma análise matemática. É o caso da avaliação econômica vista nos capítulos II e III.

b - **Probabilística:** quando as informações disponíveis permitem estabelecer determinados valores pontuais, com respectivas probabilidades de ocorrência, para cada variável estratégica; ou, distribuições de probabilidade dos valores assumidos para cada variável estratégica do projeto. No primeiro caso, tem-se estimativas pontuais que são tratados usando procedimentos da estatística; é o caso da técnica analítica e, no segundo caso, tem-se estimativas por intervalos, dentro dos quais se ajustam as distribuições de probabilidade das variáveis estratégicas; é o caso da simulação de Monte Carlo.

Tanto a técnica analítica como a simulação de Monte Carlo parte das estimativas pontuais ou por intervalo dos valores assumidos por cada variável estratégica e suas respectivas probabilidades de ocorrência, para determinar a distribuição de probabilidade da variável resultado (retorno do projeto). A partir dessa distribuição obtém-se o valor esperado e o desvio padrão, em função dos quais os resultados da análise de risco são apresentados nas formas descritas no item V.1.6.

Antes de apresentar as técnicas citadas, será feita a avaliação econômica do seguinte Exemplo Básico, ao qual, também serão aplicadas, oportunamente, ambas as técnicas da análise de risco.

**Exemplo Básico<sup>8</sup>:** Uma empresa Alfa possui um projeto de expansão da lavra a céu aberto e da planta de beneficiamento de uma mina de porte médio de cobre, elevando o desmonte de minério + estéril de 9.000 para 12.000 t/dia (com uma relação estéril:minério de 3:1, isto é, das 12.000 t/dia de material desmontado, apenas 3.000 t/dia é minério). Os parâmetros necessários à avaliação econômica do projeto são os seguintes:

Investimento Inicial (US\$ mil)	13.500
Custos Operacionais (US\$ mil/ano)	3.500
Vida Útil (anos)	10
Valor do Salvado (US\$ mil) - não considerado	nulo
Preço do Cobre (US\$/t)	1.000
Teor de Cobre no Minério (% Cu)	0,8
Recuperação da Planta de Beneficiamento (%)	90
Produção Anual de Minério (t/ano)	1.050.000
Ritmo de Trabalho (dias/ano)	350

---

<sup>8</sup> - Adaptado de Gentry & O'Neil (1984,p.379-388)

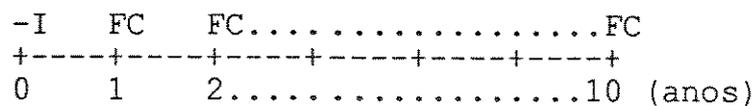
Com esses parâmetros a avaliação econômica permite revelar o retorno do projeto, que, no caso, é expresso pela TIR, calculada na forma a seguir:

-Produção Anual de Cobre = (Produção Anual de Minério)x(teor)x(Recuperação)  
 = 1.050.000x0.008x0,90 = 7.560 t de Cu metálico.

-Receita Anual = (Produção Anual de Cobre)x(preço) = 7.560x1000 = US\$ 7.560 mil.

-Fluxo de Caixa Anual na Fase de Operação = (Receita Anual - Custos Operacionais) = 7.560-3500 = US\$ 4.060 mil.

Com esses dados pode-se montar o seguinte diagrama de distribuição de FCs do projeto:



Onde: I = US\$ 13.500 mil e FC = US\$ 4.060 mil.

Por definição, a TIR é o valor da taxa de juros que satisfaz a equação:

$VA(TIR) = -13.500 - 4.060FRP(TIR,10) = 0$ , de onde, tem-se: **TIR = 27,4% a.a.**

A simplicidade desse exemplo permite o entendimento das técnicas de análise de risco expostas a seguir.

## V.2 - TÉCNICA ANALÍTICA

### V.2.1 - Procedimentos da Técnica Analítica

A técnica analítica consiste em estimar alguns valores discretos a serem assumidos por cada variável estratégica com as respectivas probabilidades de ocorrência. Dessa forma, a distribuição de probabilidade de cada variável é uma distribuição discreta. Por hipótese, as variáveis estratégicas são **variáveis independentes** entre si, isto é, as variações de uma não afetam os valores assumidos pelas outras. Essa é uma hipótese frequentemente aceita na aplicação das técnicas de análise de risco. Se houver qualquer **correlação** entre as variáveis, a aplicação dessa técnica torna-se muito complexa, como será exposto no item V.3.4 adiante. Para cada combinação de valores de cada variável estratégica é possível, usando os métodos de avaliação econômica, determinar um valor para o retorno do projeto. Desse modo, a partir do conjunto de todas as combinações possíveis, tem-se o universo (população) de todos os valores do retorno. Com base nesses valores, determina-se a distribuição de probabilidade do retorno e calcula-se a média e desvio padrão dessa distribuição, para apresentar os resultados da análise de risco na forma exposta no item V.1.6.

### V.2.2 - Exemplo Aplicativo

Para aplicação dessa técnica será usado o Exemplo Básico, relativo à expansão da mina de cobre da empresa Alfa.

Na avaliação econômica usou-se o procedimento da "melhor estimativa" para os valores pontuais dos parâmetros do projeto. Contudo, como as previsões das estimativas não são exatas, a equipe avaliadora do projeto pode optar por estimar alguns valores pontuais, com as respectivas probabilidades de ocorrência, para cada variável estratégica. Por exemplo, embora a "melhor estimativa" da recuperação da planta de beneficiamento seja 90%, há uma probabilidade de 40% da mesma cair para 85%. Desse modo, para a recuperação tem-se os seguintes valores e respectivas probabilidades de ocorrência:

<u>Recuperação (%)</u>	<u>Probabilidade</u>
90	0,6
85	0,4

Analogamente, o teor de cobre no minério, além da "melhor estimativa" (0,80% Cu), usada na avaliação econômica, pode assumir os seguintes valores com respectivas probabilidades:

<u>Teor (% Cu)</u>	<u>Probabilidade</u>
0,75	0,4
0,80	0,5
0,85	0,1

Também, a experiência com a nova planta de beneficiamento tem demonstrado que os investimentos podem aumentar muito em relação a sua "melhor estimativa" (US\$ 13,5 milhões), porém a probabilidade de redução é pequena. Assim, a seguinte distribuição discreta de probabilidade pode refletir melhor o julgamento desse parâmetro:

<u>Investimento (US\$ milhão)</u>	<u>Probabilidade</u>
13,0	0,05
13,5	0,55
16,0	0,40

Evidentemente, a soma das probabilidades de ocorrência dos valores assumidos por cada variável é sempre igual a 1, isto é, cada parâmetro deve assumir somente um entre os valores especificados, sendo nula a probabilidade de ocorrência de qualquer outro valor. Por exemplo, o teor não pode ser igual a 0,78% Cu. Embora haja tais restrições nessa técnica de análise de risco, o procedimento dessa análise é mais flexível do que o da avaliação econômica, que admite apenas o valor único de 0,80% Cu.

Como há três variáveis estratégicas, assumindo 2, 3 e 3 valores respectivamente, existem 18 (2x3x3) combinações possíveis desses valores, que permitem obter 18 valores para a TIR, com as respectivas probabilidades de ocorrência, como mostra a Tabela V.2.

Deve-se observar que a avaliação econômica considerou apenas um dos resultados possíveis (27,4% a.a.), que possui uma probabilidade de ocorrência de apenas 0,165 (vide Tabela V.2), obtido para o investimento de US\$ 13,5 milhões, teor de 0,80% Cu e recuperação de 90%; e ainda que, esse resultado difere do retorno esperado (23,0% a.a.) da TIR, obtido pela técnica analítica, como será calculado adiante.

Dessa forma, o resultado (TIR) da avaliação econômica apresenta um desvio significativo em relação à TIR esperada, calculada pela técnica analítica. Evidentemente, essa diferença está tanto nos valores assumidos para as variáveis estratégicas como nas respectivas probabilidades de ocorrência. Conclui-se que a avaliação econômica é uma técnica incompleta e pode conduzir a riscos consideráveis na tomada de decisão. Por outro lado, aceitar apenas o valor esperado, sem as respectivas probabilidades de ocorrência,

como resultado da técnica analítica, para tomada de decisão sob condições de risco, seria, simplesmente, admitir que o investidor é indiferente ao risco.

**Tabela V.2: Composição das TIRs e Probabilidades de Ocorrência Obtidos a Partir dos Valores Assumidos e Probabilidades de Ocorrência das Variáveis Estratégicas Usando a Técnica Analítica - Exemplo Aplicativo**

Investimento		Teor		Recuperação		TIR	
$I_k$	$P_k$	$t_k$	$P_k$	$R_k$	$P_k$	$TIR_k$	$P_k$
13,0	0,05	0,75	0,40	85	0,40	20,9	0,008
				90	0,60	24,5	0,012
		0,80	0,50	85	0,40	25,0	0,010
				90	0,60	28,7	0,015
		0,85	0,10	85	0,40	29,0	0,002
				90	0,60	32,8	0,003
13,5	0,55	0,75	0,40	85	0,40	19,8	0,088
				90	0,60	23,3	0,132
		0,80	0,50	85	0,40	23,8	0,110
				90	0,60	<b>27,4</b>	<b>0,165</b>
		0,85	0,10	85	0,40	27,6	0,022
				90	0,60	31,4	0,033
16,0	0,40	0,75	0,40	85	0,40	15,0	0,064
				90	0,60	18,2	0,096
		0,80	0,50	85	0,40	18,6	0,080
				90	0,60	21,9	0,120
		0,85	0,10	85	0,40	22,1	0,016
				90	0,60	25,4	0,024

A Tabela V.3 apresenta os valores da TIR em ordem crescente com as respectivas probabilidades de ocorrência. Observa-se que a TIR varia no intervalo de 15,0 a 32,8% a.a., que pode ser subdividido em sete intervalos iguais. Com os dados dessa tabela é elaborada a Tabela V.4 que mostra a distribuição de probabilidades e de probabilidades acumuladas da TIR do projeto em análise.

**Tabela V.3: Rol das TIRs em Ordem Crescente e Respectivas Probabilidades de Ocorrência Obtidos pela Técnica Analítica - Exemplo Aplicativo**

TIR(%a.a.)	P(x = TIR)	TIR(%a.a.)	P(x = TIR)	TIR(%a.a.)	P(x = TIR)
15,0	0,064	22,1	0,016	27,4	0,165
18,2	0,096	23,3	0,132	27,6	0,022
18,6	0,080	23,8	0,110	28,7	0,015
19,8	0,088	24,5	0,012	29,0	0,002
20,9	0,008	25,0	0,010	31,4	0,033
21,9	0,120	25,4	0,024	32,8	0,003

É interessante observar o enriquecimento do resultado (TIR = 27,4%a.a.) da avaliação econômica, permitido pela distribuição de probabilidade dada pela técnica analítica. Assim, ao observar a Figura V.7, pode-se fazer afirmações do tipo: há uma chance de 24%(=20,4% + 3,6%) da TIR ser superior ou igual a 27%a.a.; de 33,6%(= 6,4% + 27,2%) de ser inferior ou igual a 21%a.a.; e, de 21,28% (calculado por interpolação no penúltimo intervalo) de ser superior ou igual a 27,4%a.a. - resultado da análise econômica.

**Tabela V.4: Distribuição de Probabilidade e Distribuição de Probabilidade Acumulada da TIR - Exemplo Aplicativo**

Intervalo da TIR < x ≤	Probabilidade P(x = TIR)	Prob. Acumulada P(x ≤ TIR)
---  15,0	0,000	0,000
15,0 ---  18,0	0,064	0,064
18,0 ---  21,0	0,272	0,336
21,0 ---  24,0	0,378	0,714
24,0 ---  27,0	0,046	0,760
27,0 ---  30,0	0,204	0,964
30,0 ---  33,0	0,036	1,000

O valor esperado e desvio padrão da TIR podem ser calculados com os dados da Tabela V.5.

Com os dados agrupados da Tabela V.5 e as equações (1) e (2) do item V.1.4, calcula-se:

$$X = 22,986 \approx 23,0\% \text{ a.a.}$$

$$\sigma = 3,8974 \approx 3,90\% \text{ a.a.}$$

**Tabela V.5: Tabela Auxiliar para o Cálculo do Valor Esperado e Desvio Padrão da TIR Usando a Técnica Analítica - Exemplo Aplicativo**

Pto.Médio do Inter. ( $X_i$ )	Probabilidade ( $P_i$ )	$(P_i) \cdot (X_i)$	$(X_i)^2$	$(P_i) \cdot (X_i)^2$
16,5	0,064	1,056	272,25	17,4240
19,5	0,272	5,304	380,25	103,4280
22,5	0,378	8,505	506,25	191,3625
25,5	0,046	1,173	650,25	29,9115
28,5	0,204	5,814	812,25	165,6990
31,5	0,036	1,134	992,25	35,7210
Soma	1,000	22,986	3.613,50	543,5460

O resultado da técnica analítica pode ser apresentado tanto na forma de limite inferior do intervalo de confiança de 90% (ou outro nível de confiança) como na forma de perda econômica. Para calcular esse limite inferior é suficiente dividir o intervalo da 2ª classe da distribuição (Tabela V.4), que tem uma probabilidade (área do retângulo) de 0,064, de modo que a calda a esquerda do histograma (Figura V.5) subtenda uma área de 0,05. Assim, por proporcionalidade, a área (0,064) do retângulo representativo da 2ª classe está para sua base que mede 3% (= 18%-15%), assim como a área desejada de 0,05 da referida calda está para a base desconhecida (b%), tem-se:

$$0,064/3\% = 0,05/b\% \text{ de onde } b = 2,37\%$$

Como o limite inferior do intervalo da 2ª classe é de 15%, o intervalo de confiança a 90% (bilateral) da TIR é de  $15 + 2,37 = 17,37\% \text{ a.a.}$

Para expressar o resultado em termos de probabilidade de perda econômica é necessário localizar  $r_{\min}$  no histograma e fazer uma simples interpolação dentro do retângulo que contém  $r_{\min}$ , para encontrar a área que mede a probabilidade de perda econômica. Se  $r_{\min}$  é exatamente igual a 17,37% a.a. (valor do limite inferior do intervalo (bilateral) de confiança de 90%), a probabilidade de perda econômica é de 95%.

A Figura V.7 contém o histograma da função densidade -  $f(x)$  e o histograma da função de distribuição -  $F(x)$  da TIR do Exemplo aplicativo.

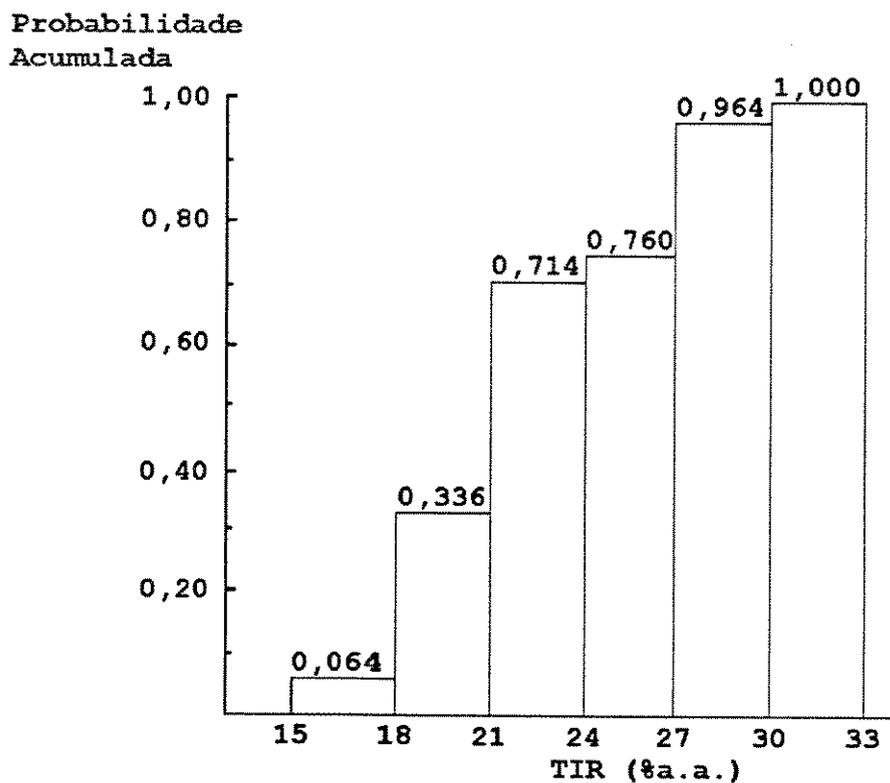
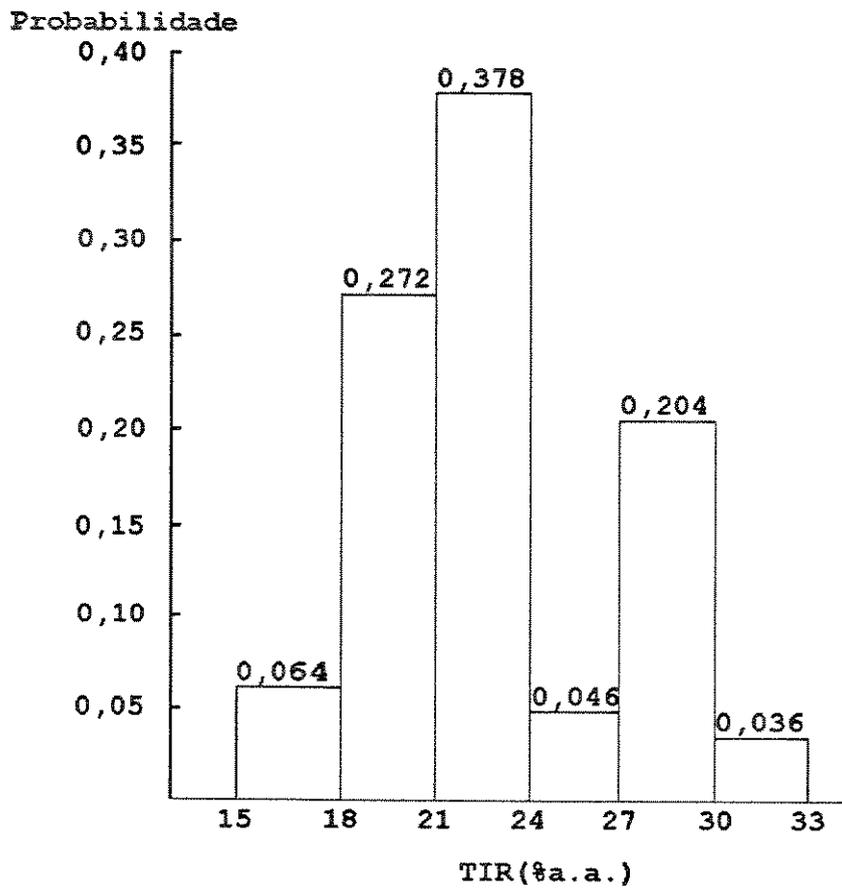


Figura V.7: Histogramas das Funções Densidade e de Distribuição da TIR do Exemplo Aplicativo (Gentry&O'Neil(1984)p.383)

### V.2.3 - Limitações da Técnica Analítica

Essa técnica exige que as variáveis estratégicas assumam apenas valores discretos, como visto anteriormente.

Apesar dessa técnica ser de fácil aplicação na análise de risco, o seu uso é limitado a projetos relativamente simples, com duas ou três variáveis estratégicas assumindo cada uma poucos valores discretos; em casos mais complexos o risco deve ser tratado pela Simulação de Monte Carlo. Se um projeto apresenta 5 variáveis estratégicas, cada uma assumindo 3 valores, o número de combinações desses valores, e, conseqüentemente, de resultados possíveis para TIR é de  $3^5 = 243$ , o que revela a dificuldade de uso da técnica mesmo usando recursos da informática. Se as informações disponíveis, sobre uma determinada variável estratégica, permitem aproximar a distribuição dessa variável a uma curva contínua, o que gera infinitos resultados para TIR, é impossível o uso da técnica. Nessas condições a análise de risco é feita usando a simulação de Monte Carlo, assunto do próximo item.

O Exemplo Aplicativo, apesar de muito simples, ilustra os pontos altos e as desvantagens apontadas. A técnica permite que a diretoria da empresa Alfa tenha, explicitamente, um juízo da amplitude dos riscos inerentes à tomada de decisão.

## V.3 - SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

### V.3.1 - Modelo de Simulação

Quando o projeto apresenta diversas variáveis estratégicas, cada uma assumindo vários ou infinitos (no caso das distribuições contínuas) valores, é impraticável, ou mesmo impossível, a aplicação da técnica analítica estudada anteriormente. Todavia, estimativas do valor esperado (média) e do desvio padrão do retorno do projeto podem ser feitas a partir de uma amostra de tamanho  $N$  do próprio retorno. A simulação de Monte Carlo usa esse modelo, de estimar ou simular a média, desvio padrão ou outros momentos (parâmetros estatísticos) da população a partir dos momentos amostrais.

Para que uma amostra de tamanho  $N$  não seja tendenciosa, e sim representativa da população, o modo mais prático de obtê-la é através da amostragem aleatória, que é feita coletando-se  $N$  números de uma tabela de números aleatórios (ou gerando-se tais números por rotinas específicas da informática). O modo mais simples é a consulta a uma tabela de números aleatórios. Se a tabela apresenta os números com  $n$  dígitos, ela fornece números variando no intervalo de 0 a  $10^n - 1$  (logo, para  $n = 2$ , tem-se o intervalo: 0 - 99, cada número com uma probabilidade de ocorrência de  $1/100$ ). A distribuição de probabilidade dos números aleatórios é uniforme.

O exemplo aplicativo a seguir ilustra como, a partir de uma amostragem aleatória, obtém-se um valor aleatório de cada variável estratégica. Evidentemente, uma combinação dos valores aleatórios, assumidos por cada variável estratégica, permite o cálculo de um valor para retorno do projeto. Se esse processo é repetido um grande número de vezes, obtém-se uma amostra de tamanho grande (igual ao número de repetições) do retorno, a partir da qual é possível estimar o valor esperado e o desvio padrão dessa amostra de tamanho grande. A partir de um determinado número grande de repetições (100, 500, 000 ou mais), os parâmetros (valor esperado, desvio padrão etc.) amostrais se "estabilizam", tendendo a assumir os correspondentes valores da população (retorno do projeto). De posse dos valores "estabilizados" do valor esperado e do desvio padrão é possível apresentar os resultados da simulação de Monte Carlo, em uma das formas expostas no item V.1.6. Na maioria dos casos, após 100 simulações (repetições) os valores tornam-se suficientemente "estabilizados", o que exige pouco tempo e baixo custo, quando se usa os recursos da informática.

### V.3.2 - Exemplo Aplicativo

Para aplicar a simulação de Monte Carlo, é usado o Exemplo Básico (exposto no final do item V.1.8), que trata de um projeto de expansão de uma mina de cobre. As variáveis estratégicas a serem consideradas são: o investimento (US\$ milhões), o teor do minério (%Cu) e a recuperação no beneficiamento (%). Cada uma dessas variáveis é descrita por uma distribuição contínua de probabilidade, como será ilustrado a seguir:

a - **Investimento:** a "melhor estimativa" desse parâmetro é de US\$ 13,5 milhões, embora a empresa Alfa, pela sua experiência e informações disponíveis, reconheça que o custo de construção deve aumentar consideravelmente acima da inflação. Dessa forma, as funções densidade -  $f(x)$  e de distribuição -  $F(x)$  do investimento podem ser representadas pelos histogramas da Figura V.8. Essas curvas foram construídas com base em probabilidades subjetivas (que traduzem o nível de conhecimento e informações disponíveis) de ocorrência de possíveis valores ou faixa de valores a serem assumidos pela variável.

Sendo (0,1) tanto o intervalo de variação da função de distribuição -  $F(x)$  como o de variação dos números aleatórios, pode-se associar a cada número aleatório um valor da referida ordenada -  $F(x)$ . Como  $F(V)$  mede a probabilidade de  $x$  ser menor ou igual a  $V$ , ou seja:  $P(x \leq V) = F(V)$ , o número aleatório 0,757 corresponde à uma ordenada de  $F(0,757)$ , ou seja, é o valor numérico dessa função no ponto  $V - F(V)$ , que corresponde à abscissa  $x = V = \text{US\$ } 14,5$  milhões, como mostra a curva da Figura V.8.

Desse modo, a cada número aleatório é possível associar um valor de  $x = V$ , através de  $F(V)$ .

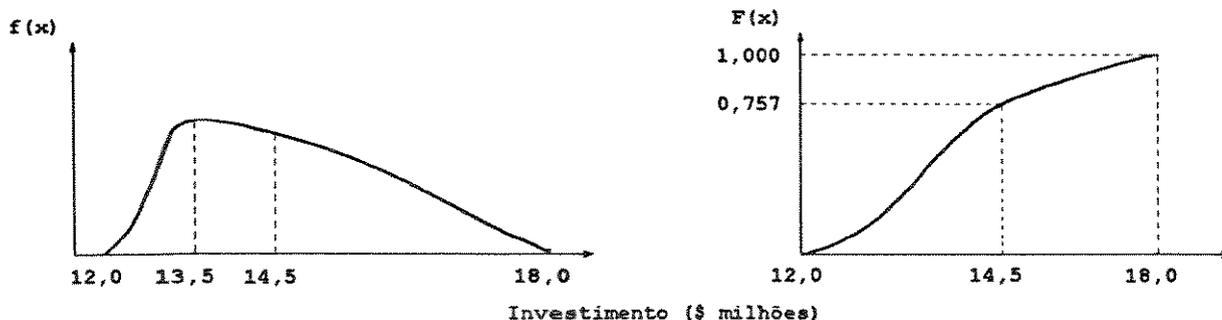
b - **Teor do Minério:** para efeito ilustrativo, admite-se que o teor se distribui segundo uma curva normal, com valor esperado (média)  $\mu = 0,8\%$  Cu e desvio padrão  $\sigma = 0,04\%$  Cu, conforme as funções de densidade -  $f(x)$  e de distribuição -  $F(x)$ , conforme mostra a Figura V.9.

Como o intervalo da distribuição normal varia de  $-\infty$  a  $+\infty$ , é conveniente excluir teores amostrados aleatoriamente fora do intervalo  $\mu \pm 3\sigma$ , que corresponde ao intervalo de confiança de 99,7% (ver item V.1.5).<sup>9</sup>

---

<sup>9</sup> - Outra forma de estabelecer a distribuição de probabilidade do teor é afirmar que o mesmo se distribui normalmente, com valor esperado de 0,80% Cu e com 90% (por exemplo) de probabilidade de estar no intervalo 0,72 e 0,88% Cu.

Com essas informações calcula-se o desvio padrão da distribuição com a fórmula:  $\sigma = (x_{\text{máx}} - \mu) / z$ , onde  $z$  é o limite superior do intervalo de confiança a 90%, que é de  $z = 1,96$ . Assim, tem-se:  $\sigma = (0,88 - 0,80) / 1,96 = 0,0408$ . Essa opção é a melhor maneira de traduzir a experiência e o nível de informações disponíveis em termos de distribuição normal.



**Figura V.8: Função Densidade e Função Distribuição do Investimento - Exemplo Explicativo (Gentry&O'Neil (1984) p. 384-385)**

Para se obter um valor aleatório do teor, a partir de um número aleatório, procede-se como descrito na apresentação da distribuição normal (item V.1.5), onde foram expostos dois casos para determinar o valor V da variável reduzida z a partir de  $P(z \leq V)$ , observando-se que um valor aleatório de  $P(z \leq V)$  é dado pelo número aleatório coleta ou gerado. Assim, como foi visto:

**No 1º caso** - quando  $P(z \leq V) \leq 0,50$ , tem-se  $z \leq 0$ . Para o número aleatório 0,448, tem-se  $P(z \leq V) = 0,448$ , e se obteve  $z = -0,13$ ; e,

**No 2º Caso** - quando  $P(z \leq V) \geq 0,50$ , tem-se  $z \geq 0$ . Para o número aleatório 0,815, tem-se  $P(z \leq V) = 0,815$ , e se obteve  $z = +0,90$ .

De posse de qualquer valor aleatório de z, tem-se o teor aleatório pela equação:

$$t = \mu + \sigma \cdot z = 0,80 + 0,04z$$

Assim, para  $z = -0,13$ , tem-se:  $t = 0,795\% \text{ Cu}$ ; e, para  $z = +0,90$ , tem-se:  $t = 0,836\% \text{ Cu}$

**Recuperação no Beneficiamento:** as informações disponíveis permitem afirmar que é quase certo que a recuperação do beneficiamento esteja no intervalo  $[85\%, 95\%]$ , porém a probabilidade de ocorrência de qualquer valor dentro desse intervalo é a mesma. Esse fato permite escolher para distribuição de probabilidade da recuperação a distribuição uniforme, que tem as funções de densidade -  $f(x)$  e de distribuição -  $F(x)$  representadas pelos histogramas da Figura V.10.

Como visto, na apresentação da distribuição uniforme no item V.1.5, a função de distribuição -  $F(x)$ , dada pela equação (3), é:  $F(x) = (x-a)/(b-a)$ , ou seja, a probabilidade de x ser menor ou igual a um valor V é:

$$P(x \leq V) = (V-a)/(b-a), \text{ que para o caso, tem-se:}$$

$$P(x \leq V) = (V-0,85)/(0,95-0,85) \text{ ou } P(x \leq V) = 20(V-0,85)$$

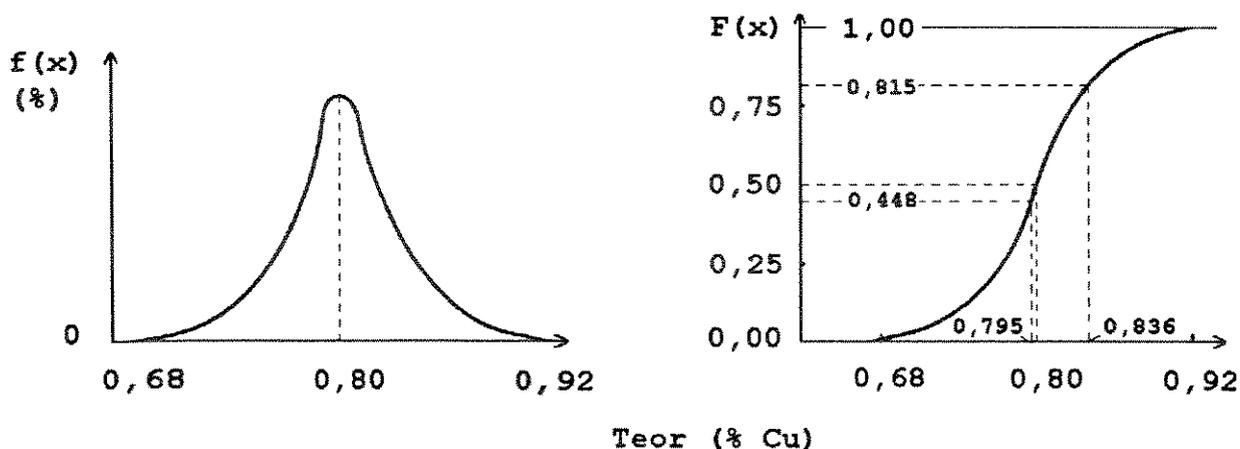


Figura V.9: Função Densidade e Função Distribuição do Teor - Exemplo Explicativo (Gentry&O'Neil (1984)p.386)

Para se obter um valor aleatório para a recuperação, a partir dessa função, coleta-se (ou gera-se) um número em uma tabela de números aleatórios; esse número representa  $P(x \leq V)$ ; e, com a equação acima calcula-se  $V$ , que é o valor aleatório da recuperação. Para facilitar os cálculos, explicita-se  $V$  na equação acima, obtendo-se:

$$V = 0,05.P(x \leq V) + 0,85$$

Por exemplo, para o número aleatório 0,274 [ $= P(x \leq V)$ ], a recuperação ( $V$ ), dada pela equação, é igual a 86,37%.

O quadro a seguir mostra os valores da TIR para sete combinações de valores simulados para o investimento, teor e recuperação. Nas simulações realizadas com esses parâmetros foram usados: no caso do investimento, o número aleatório (0,757) que consta na 6ª linha do quadro; no caso do teor, os dois primeiros números aleatórios (0,815 e 0,448); e, no caso da recuperação, o primeiro número aleatório (0,274).

Em cada simulação devem ser coletados ou gerados números aleatórios separadamente para as três variáveis estratégicas. Esse procedimento é baseado na hipótese de que as variáveis são independentes (não correlacionadas) entre si.

O valor esperado das sete simulações do quadro é de 27,1% a.a. e o desvio padrão (ver nota de rodapé anterior) de 3,84% a.a.

Para obter uma amostra mais representativa da TIR, um total de 100 simulações foram efetuadas. Os resultados permitem construir o histograma da Figura V.11 e o quadro da distribuição de probabilidade e a distribuição de probabilidade acumulada da TIR.

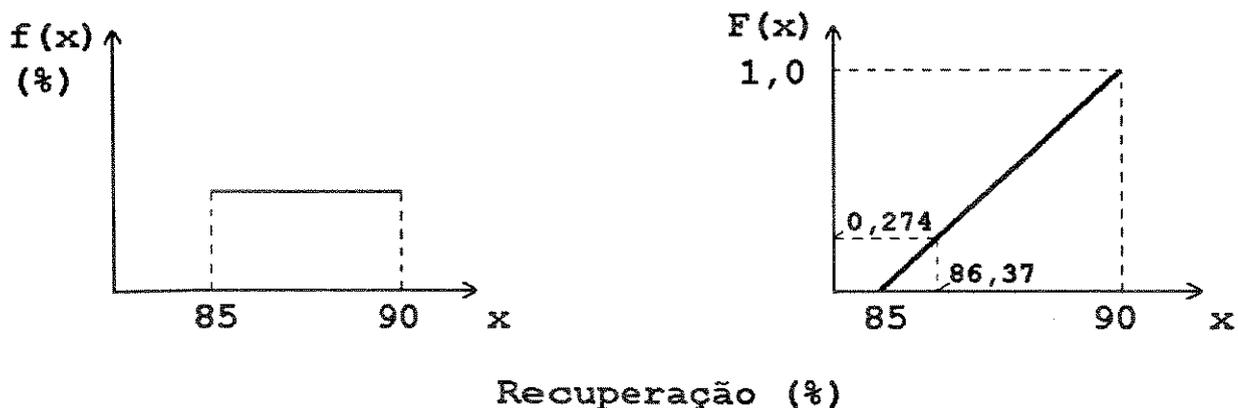


Figura V.10: Função Densidade e Função Distribuição da Recuperação - Exemplo Explicativo (Gentry&O'Neil(1984)p.386)

Resultados (TIRs) de Sete Simulações de Valores das Variáveis Estratégicas para o Exemplo Explicativo

Simul. nº	NºAle.	Invest (US\$M)	NºAle.	Teor (% Cu)	NºAle.	Recup. (%)	TIR (%aa)
1	0,006	12,5	0,815	0,836	0,274	86,37	30,3
2	0,946	16,8	0,448	0,795	0,822	89,11	19,5
3	0,305	13,5	0,465	0,796	0,882	89,41	26,7
4	0,536	14,0	0,949	0,866	0,446	87,23	29,2
5	0,028	12,6	0,579	0,808	0,416	87,08	28,2
6	0,757	14,5	0,779	0,831	0,434	87,17	25,3
7	0,500	13,9	0,984	0,886	0,310	86,65	30,5

Após as 100 simulações, o valor esperado caiu para 23,99%a.a., com um desvio padrão de 3,96%a.a. Como as três variáveis estratégicas apresentam distribuições unimodais, é de se esperar que a distribuição da TIR também seja bem definida e unimodal, e, portanto, a Figura V.11 deve representar a distribuição da TIR, muito embora que, na prática deve-se verificar o efeito de simulações adicionais nos resultados.

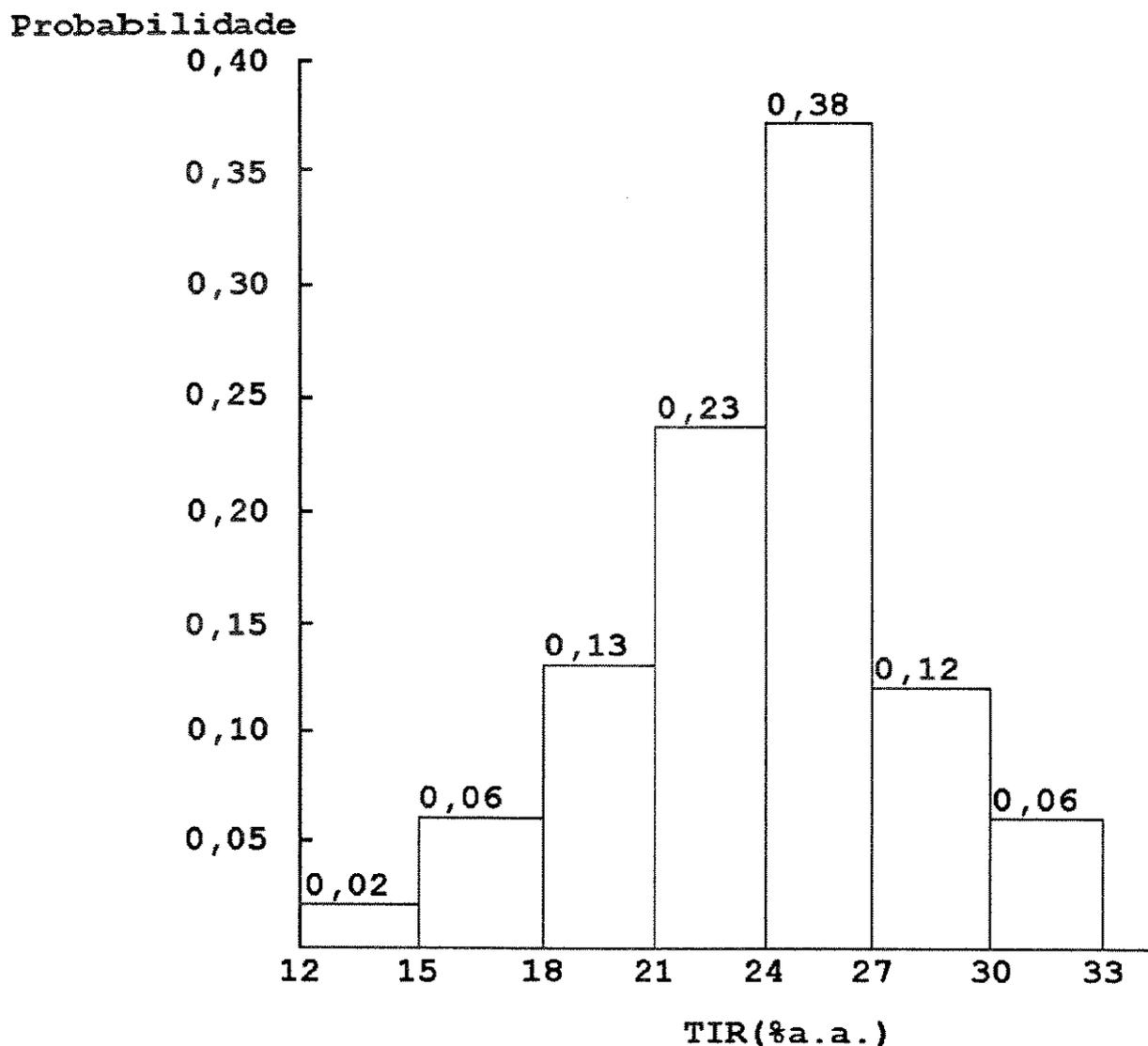


Figura V.11: Histograma da TIR Após 100 Simulações (Gentry&O'Neil (1984) p.388)

Em resumo, esse exemplo aplicativo foi usado para mostrar como os resultados da análise econômica (determinística) pode ser enriquecida pela análise de risco, usando tanto a técnica analítica como a simulação de Monte Carlo, no processo de tomada de decisão. O produto final da análise de risco é a definição de um intervalo de variação para o retorno do projeto, associando para cada valor uma probabilidade de ocorrência. Embora muito útil, as duas técnicas dependem sempre da qualidade dos dados disponíveis. Se há

confiabilidade nas estimativas desses dados, a análise de risco permite informações detalhadas da magnitude do risco que a empresa assume ao decidir implantar o projeto. Portanto, a análise de risco é de considerável valor no processo decisório de novos investimentos em mineração. Apesar de serem usadas amplamente na indústria de petróleo, essas técnicas são pouco difundidas na indústria mineral. Do exposto, pode-se observar que a contribuição de profissionais, que não necessariamente vão participar da decisão, está implícita nos resultados da análise de risco através da estimação de valores e probabilidades de ocorrência dos mesmos.

#### Distribuição de Probabilidade e Distribuição de Probabilidade Acumulada da TIR Após 100 Simulações - Exemplo Aplicativo

Intervalo da TIR $< x \leq$	Probabilidade $P(x = TIR)$	Prob. Acumulada $P(x \leq TIR)$
---  12	0,00	0,00
12 ---  15	0,02	0,02
15 ---  18	0,06	0,08
18 ---  21	0,13	0,21
21 ---  24	0,23	0,44
24 ---  27	0,38	0,82
27 ---  30	0,12	0,94
30 ---  33	0,06	1,00

#### V.3.3 - Nível de Desagregação da Informação e Correlação entre Variáveis

Na fase de estimação de um projeto de mineração, um dos problemas, que aparece, é decidir pelo **nível de desagregação** das estimativas, ou seja, pelo grau de detalhe que deve ser incorporado à avaliação. Geralmente, quanto maior a desagregação, melhor a confiabilidade nas estimativas, pois, quanto menor o componente de uma informação, melhor o juízo formado sobre o mesmo. Entretanto, o volume de informações disponíveis

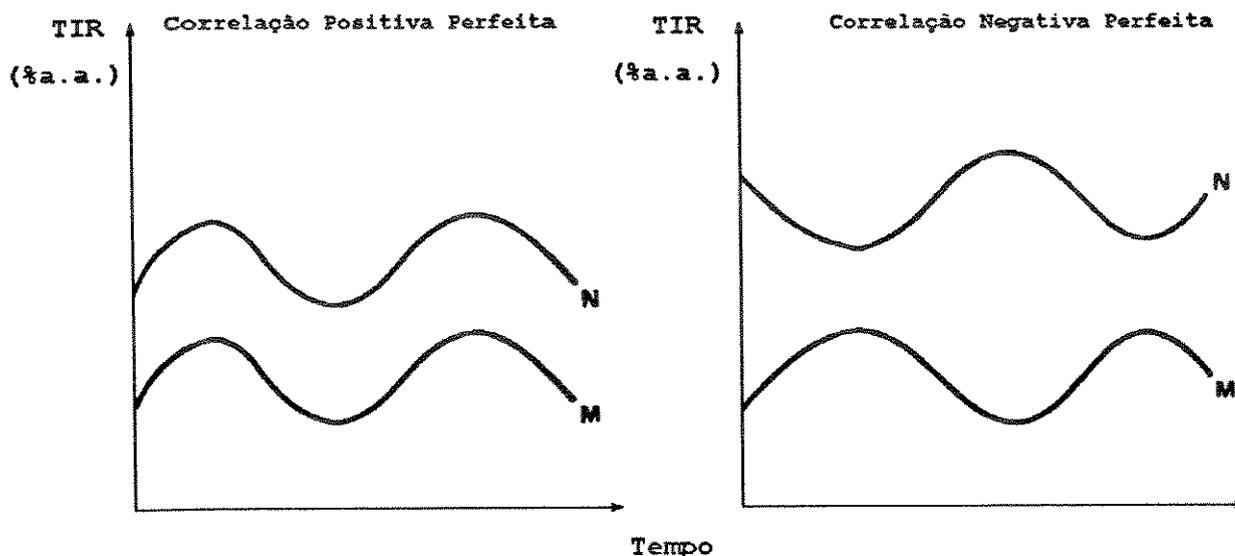


Figura V.12: Correlação entre as TIRs dos Projetos M e N (Gitman (1978) p.291)

impoer um limite para essa regra. O problema é decidir aonde se deve parar a subdivisão para obter a melhor avaliação.

Infelizmente, há um limite para o nível de desagregação devido ao problema da correlação, ou melhor, quanto maior a desagregação maior é a chance de existir correlação entre as variáveis (parâmetros do projeto).

Correlação é uma medida estatística que indica a relação, quando existe, entre duas variáveis.

Se duas variáveis variam no mesmo sentido, diz-se que há uma **correlação positiva**; caso variem em sentidos opostos, há uma **correlação negativa**. O coeficiente de correlação varia de -1 (correlação negativa perfeita) a +1 (correlação positiva perfeita). A Figura V.12 ilustra os casos extremos de correlação para as TIRs de dois projetos M e N com o tempo.

A Figura V.13 mostra que se combinados dois projetos A e B de mesma TIR, negativamente correlacionados, a variabilidade total (expressa por  $\sigma$ ) pode ser reduzida. Quanto menor for a correlação positiva, menor o risco resultante; e, se a correlação for negativa perfeita, o risco será minimizado. Se não houver nenhuma correlação entre os projetos, a combinação terá risco reduzido.

Tanto na técnica analítica como na simulação de Monte Carlo, as variáveis estratégicas foram consideradas **independentes**, pois a correlação entre as mesmas implica em complexidade nos procedimentos da análise de risco.

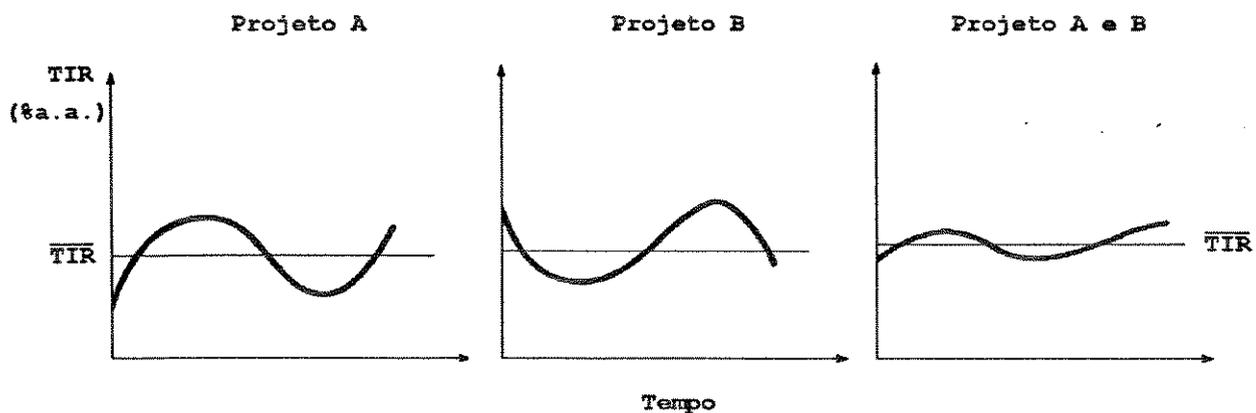


Figura V.13: Combinação de Projetos Negativamente Correlacionados para Diversificar os Riscos (Gitman (1978)p.292)

É fácil entender como funciona a correlação: quando variáveis independentes são agregadas, o efeito da variação de uma pode ser compensado pela variação em sentido contrário das outras. Se as variáveis são positivamente correlacionadas, o efeito da variação de uma é sempre agravado pela variação das outras. Se negativamente correlacionadas, as variáveis podem, sistematicamente, compensar as demais. As correlações são difíceis de serem identificadas, e mais ainda, de serem medidas; porém, omiti-las pode conduzir a uma interpretação completamente errada da avaliação. Quando as correlações, de fato, podem ser medidas, é possível incorporá-las facilmente ao processo de simulação. Assim, se uma variável estratégica X é dependente de outra Y, a coleta de um número aleatório para achar um valor aleatório de X, também conduz a valor aleatório para Y, que pode ser calculado pela relação de dependência entre X e Y -  $Y = f(X)$ ; então, um conjunto desses valores de Y, juntamente com o coeficiente de correlação, pode ser usado para delimitar o intervalo de variação de Y.

Como, na prática, nem sempre há informações disponíveis para mensurar, de forma exata, a correlação, os procedimentos mais usuais para tratar o problema são:

a - **Limitar o Nível de Desagregação:** esse limite é determinado pelo balanço entre as vantagens de refinar o julgamento sobre a informação e o risco de favorecer ao surgimento da correlação. É uma escolha difícil, geralmente direcionada pela disponibilidade de tempo. Todavia, renunciar a confiabilidade da estimativa é um modo, pelo menos cômodo, de tratar a correlação, que só pode ser adotado em situações emergenciais.

b - **Isolar as Fontes de Incertezas:** a análise de risco somente se interessa pelos parâmetros do projeto considerados variáveis estratégicas, isto é, que apresentam incertezas nas suas estimativas e que têm grande influência no retorno do mesmo. Para fins práticos, a "melhor estimativa" é usada para cada uma das demais variáveis. Desse modo, há menos chances de correlação entre essas poucas variáveis estratégicas (fontes de incerteza) do que entre todos os parâmetros do projeto. Assim, tratar somente com as variáveis estratégicas na análise de risco, elimina problemas inerentes à correlação.

c - **Usar o Enfoque Pessimista-Otimista:** quando há suspeita de correlação entre duas variáveis, porém não é possível quantificar esse efeito sobre o retorno do projeto, que até o momento aparenta ser viável, pode-se testar a confiabilidade do resultado (retorno) do projeto, examinando-o em condições pessimistas de existência de correlação. Inversamente, se o projeto aparenta ser inviável, deve-se examiná-lo sob condições otimistas de existência de correlação. Se esse enfoque não funcionar, deve-se tentar outro procedimento para dar suporte à decisão.

d - **Coletar Informações Adicionais:** um passo essencial, no melhor entendimento da correlação, é simplesmente dispende mais tempo e recursos na coleta de informações adicionais. Esse procedimento é necessário quando a falta de experiência conduz a julgamentos subjetivos sobre correlações improváveis. Um conhecimento melhorado da correlação depende de reunir mais dados empíricos e uma análise estatística adequada das informações disponíveis.

#### V.3.4 - Seleção da Melhor Alternativa Considerando a Preferência do Investidor em Relação ao Risco

Na comparação de duas alternativas, a que apresentar maior valor esperado (média) do retorno é a preferida. Analogamente, a que apresentar menor risco deve ser preferida.

Quando, na seleção entre duas alternativas, coincide que a de maior valor esperado também é a de menor risco, a escolha é simples. Assim, entre as alternativas abaixo, X é selecionada por ter maior retorno esperado (TIR) e menor risco (limite inferior do intervalo de confiança de 90%). Quanto maior for esse limite, menor será o risco, como exposto no item V.1.6.

Projeto	X	Y
Valor Esperado da TIR	26%	21%
Limite Inferior de 90% da TIR	15%	10%

Entretanto, em muitas situações práticas, a alternativa de maior retorno esperado apresenta maior risco, como no caso:

<b>Projeto</b>	<b>A</b>	<b>B</b>
Valor Esperado da TIR	21%	26%
Limite Inferior de 90% da TIR	15%	10%

Nesse caso, a escolha não é tão simples, pois de fato não há uma alternativa "melhor" em termos absolutos. A seleção depende de uma série de fatores, tais como: o tamanho dos investimentos exigidos em relação ao tamanho da empresa; e, a preferência (aversão, indiferença e inclinação) do investidor em relação ao risco.

A preferência do investidor em relação ao risco pode ser ilustrada pela função **utilidade**, que apesar de ser representada por uma curva teórica, é útil no entendimento dos resultados da análise de risco. A Figura V.14 mostra, através de um conjunto de **curvas de indiferença risco x retorno**, os diferentes níveis de utilidade, onde o projeto B tem um nível de utilidade maior que o de A, e assim, deve ser preferido.

Não é importante se, na prática, tais curvas podem ser construídas ou não, o que é útil é o confronto retorno x risco ilustrado por elas, como base para seleção da melhor alternativa.

Quando altos retornos são combinados com altos níveis de risco (região inferior direita do gráfico), o investidor poderá, por exemplo, julgar mais importante uma redução do risco do que um aumento do retorno; analogamente, quando baixos retornos são combinados com baixos níveis de risco (região superior esquerda), a preferência pode ser por um aumento do retorno em lugar de um decréscimo do risco.

Limite Inferior de  
95% da TIR↑  
(%a.a.) 20

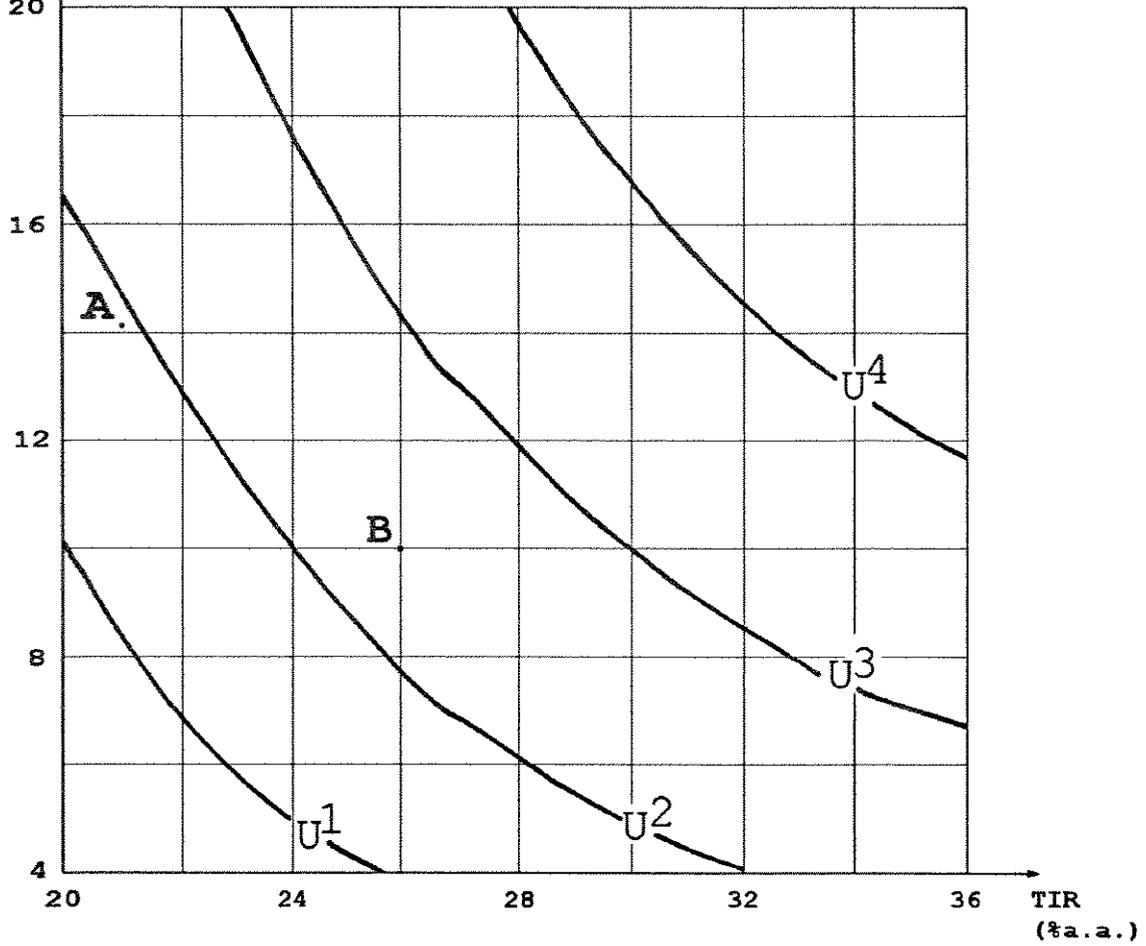


Figura V.14: Curvas de Indiferença para Vários Níveis de Utilidade Retorno x Risco. Fonte: MACKENZIE (1983, p.377)

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Um mesmo projeto pode ser analisado com recursos exclusivos da empresa (sem financiamento) ou com ingresso de recursos de terceiros (com financiamento). Tanto em um como em outro aspecto, as análises podem ser procedidas antes e após a tributação direta (imposto de renda), dessa forma, pode-se extrair quatro medidas de retorno (por exemplo, TIR) para o projeto.

Existe diferença entre fluxo de caixa e lucro contábil. Essa diferença é importante no entendimento de alguns métodos simplificados de análise de projeto (por exemplo, o método da Taxa Média de Retorno), que foram desenvolvidos antes da existência do conceito de fluxo de caixa, mas que modernamente são usados com base nesse conceito e não no de lucro contábil.

Atualmente, os cálculos financeiros, usados na avaliação econômica de projetos, têm como base os juros compostos para o curto, o médio e o longo prazos. Os juros simples, nos dias modernos, têm uso limitado às aplicações isoladas de curto prazo (por exemplo, desconto de duplicatas). A grande vantagem do uso dos juros compostos é a pluralidade da data de equivalência entre dois ou mais capitais, o que não ocorre com os juros simples, que apresenta unicidade da data de equivalência.

Nos estudos econômicos de curta duração com altas taxas de juros o uso da capitalização contínua é o mais apropriado por adotar a convenção linear em lugar da convenção de fim de ano. Há uma tendência no futuro de uso da convenção linear (capitalização contínua) facilitada pelo emprego intensivo da informática.

Os métodos básicos de avaliação econômica - baseados no desconto, capitalização e uniformização de FCs - são os mais indicados no processo decisório do investimento, que exige uma visão de longo prazo abrangendo todo o horizonte do projeto.

Dos métodos simplificados de avaliação, o de maior utilidade é o método dos Períodos de Payback, que é o único método relacionado à liquidez do investimento, enquanto todos os outros métodos, simplificados ou não, são relacionados à rentabilidade. Dessa forma, esse método é usado de forma complementar aos demais métodos, principalmente, quando há elevados riscos associados à alta rentabilidade.

Dos métodos básicos, os mais importantes são o do Valor Atual-VA, o do Valor Anual Equivalente-VAE e o da Taxa Interna de Retorno-TIR. A grande desvantagem do método da Relação de Valor Atual-RVA (cujos resultados são consistentes com os dos demais métodos básicos, desde que seja feita a análise incremental no critério de seleção)

é a dificuldade de identificação das saídas de caixa que compoem o denominador da RVA.

Os métodos do VA e do VAE são os mais recomendados para analisar um projeto isolado ou na seleção de alternativas mutuamente excludentes com mesmo horizonte (onde o mais indicado é o método do VA) ou de horizontes diferentes (onde o mais indicado é o método da VAE). Ambos exigem conhecimento prévio da taxa mínima de atratividade do investidor.

O método da TIR tem a vantagem de não exigir o conhecimento prévio da taxa de atratividade para ser aplicado, no entanto, a mesma é exigida na tomada de decisão. Na aplicação do critério de seleção tem a desvantagem de exigir a análise incremental. Outra desvantagem é o processo de cálculo da TIR, que é feito por aproximações sucessivas. Também, um projeto, mesmo viável, pode ter mais de uma ou nenhuma TIR.

Dos métodos alternativos de avaliação o dos Períodos de Payback com Desconto, o do Valor Futuro e o da Relação Benefício/Custo são variantes dos métodos dos Períodos de Payback, do Valor Atual e da Relação de Valor Atual, respectivamente. Os demais, o método do Valor Futuro do Retorno, o de Baldwin, o da Taxa Externa de Retorno e o da Taxa de Crescimento do Retorno surgiram como tentativa de contornar o problema da diversidade ou inexistência da TIR. Tais métodos são alvos de fortes críticas, por trabalhar simultaneamente com duas taxas de juros.

O método de Hoskold considera pela primeira vez os conceitos de valor tempo do dinheiro e exaustão mineral na avaliação de "propriedades mineiras". Se for usado na posição antes de imposto de renda para minas com baixo nível de mecanização (condição em que o lucro contábil se aproxima do fluxo de caixa), conduz a resultados próximos aos métodos modernos de avaliação, desde que a taxa de atratividade da empresa seja igualada à taxa de retorno do projeto.

Na seleção de projetos mutuamente excludentes com horizontes diferentes o método mais indicado é o do Valor Anual Equivalente-VAE por dispensar tanto a análise incremental como a repetição dos projetos até um horizonte comum.

Na escolha de uma combinação ótima de alternativas independentes com restrição orçamentária a abordagem de uso mais apropriado é a do valor atual, que apesar de exigir muitos cálculos, conduz a resultado confiável. Na bibliografia pesquisada, os autores sugerem o uso da abordagem da RVA pelo número reduzido de cálculos na solução desse problema, no entanto, é apresentado um **contra-exemplo** mostrando que tal abordagem pode levar a um resultado coincidente ou não com o da abordagem do VA. Se as alternativas tiverem horizontes diferentes, em lugar da abordagem do VA, deve-se usar a do VAE.

A Análise de Sensibilidade permite a identificação das variáveis estratégicas - parâmetros do projeto em relação aos quais há elevados riscos e incertezas nas suas estimativas e que têm grande influência (sensibilidade) no retorno - a serem consideradas na análise de risco.

A análise de risco, mediante a Técnica Analítica, tem uso limitado a projetos com poucas variáveis estratégicas, cada uma assumindo poucos valores pontuais com probabilidades conhecidas. No emprego dessa técnica ficou demonstrado o enriquecimento dos resultados da análise econômica do exemplo explicativo (item V.3.2), que considera apenas um valor pontual para as três variáveis estratégicas (investimento, teor e recuperação no beneficiamento) e concluiu uma rentabilidade de 27,4%a.a.. Quando foram estimadas as probabilidades de ocorrência de três valores pontuais para cada variável estratégica, a técnica analítica revelou que a probabilidade da TIR ser igual ou superior aos 27,4%a.a. é de apenas 21,28%.

A Simulação de Monte Carlo é um método mais genérico de análise de risco, envolvendo um número qualquer de variáveis estratégicas assumindo vários ou infinitos valores. Na simulação pode-se usar várias distribuições teóricas de probabilidade, dependendo do nível de informação disponível para cada variável estratégica.

Na comparação de dois projetos, o que apresenta maior rentabilidade tem também maior risco, a decisão de investir depende dos *trade-offs* entre rentabilidade e risco. A decisão é subjetiva sendo útil o uso das curvas teóricas de indiferença para vários níveis retorno x risco. Entre outros fatores devem ser considerados a preferência do investidor em relação ao risco e o tamanho do projeto em relação ao tamanho da empresa.

A Regra de sinais de Descartes é usada no controle do número máximo de TIRs positivas ou da inexistência de TIR de um projeto.

Há vários fatores que afetam a escolha da taxa mínima de atratividade de uma corporação, tanto a nível de "formulação" como de "justificação" de projetos. O estabelecimento de um valor é tarefa difícil, porém, de um modo geral, esse valor deve ser superior ao custo do capital próprio e dos recursos de terceiros relacionados ao projeto.

Na avaliação de projeto, relativo à jazida com grandes reservas minerais, é necessário estabelecer um limite máximo para o horizonte do empreendimento, que depende da taxa usada no desconto dos FCs. Geralmente, quanto maior for a taxa menor é o horizonte considerado, que não deve ultrapassar 30 e, em casos extremos, 50 anos. O mesmo é válido para projetos de horizontes perpétuos como o do aproveitamento de uma fonte de água mineral.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARIOLI, Edir E. *A Estratégia da Exploração Mineral*. Dissertação (mestrado em Administração e Política de Recursos Minerais). Instituto de Geociências, UNICAMP, 1986.
- BALDEZ, Luís H.T. *Avaliação Financeira de Projetos Industriais*. São Paulo: Associação Brasileira de Metais-ABM, 1987.
- BALDWIN, R.H. apud GRANT, Eugene et alii. *Principles of Engineering Economy*. 8 ed. New York: John Wiley & Sons, 1990. p.518-520.
- BASTIAN, Ernesto B. et alii. *Modelo Computacional para Avaliação Econômico-Financeira de Empreendimentos Mineiro*. Rio de Janeiro: NUCLEBRÁS, 1980. 66p.
- BENNETT, Harold et alii. *Financial Evaluation of Mineral Deposits Using Sensitivity Analysis Methods*. Information Circular 8495. Washington, U.S. Depto. of the Interior, Bureau of Mines, 1970.
- BERRY, C.W. apud GENTRY, D.W. & O'NEIL, T.J. *Mine Investment Analysis*. New York: Society of Mining Engineers, AIME, 1984. p.273.
- BILODEAU, Michael L. Aspectos Econômicos no Desenvolvimento de Jazidas. *Minérios Extração & Processamento*. São Paulo: EMEP- Editorial, n.87: p.26-29, abr.1984.
- BLANCO, Huguetta & ZANIBBI, Louis R. Financial Planning and Analysis Techniques of Mining Firms - A Note on Canadian Practice. *Resources Policy*, Canadá: Butterworth-Heinemann, p.84-91, june 1992.
- BRASIL. DEPARTAMENTO NACIONAL DA PRODUÇÃO MINERAL. *Bases Técnicas de um Sistema de Quantificação do Patrimônio Mineral Brasileiro*. Brasília: DNPM, 1992. 28p.
- BRAZ, Eliezer. *Tributação sobre o Setor Mineral Brasileiro*. In: BRASIL. Departamento Nacional da Produção Mineral. *Anais do Seminário de Política Mineral e Investimentos Estrangeiros*. Brasília: DNPM, 1993. p.139-145.
- BUARQUE, Cristovam. *Avaliação Econômica de Projetos*. 4 ed. Rio de Janeiro: Campus, 1989. 266p.
- CAPEN, E.C. et alii apud GENTRY, D.W & O'NEIL, T.J. *Mine Investment Analysis*. New York: Society of Mining Engineers/AIME, 1984. p.275.
- CARVALHINHO, J.C.L.Filho. *Risk Analysis Basic Concepts Review and E&P Cases Histories*. In: Workshop on Risk Analysis. 1993. Rio de Janeiro: BRASPETRO. p.1-10.
- CARVALHO, F.M. et alii. *Análise e Administração Financeira*. 2 ed. Rio de Janeiro: IBMEC, 1980.

- CARVALHO, Thales M. *Matemática Comercial e Financeira*. 4 ed. Rio de Janeiro: FENAME-MEC, 1977. 438p.
- CAVENDER, B. Determination of the Optimum Lifetime of a Mining Project Using Discounted Cash Flow and Option Pricing Techniques. *Mining Engineering*, Littleton, Colorado: Society for Mining, Metallurgy and Exploration, Inc., vol.44 n°10: p.1262- 1268, Oct.1992.
- \_\_\_\_\_. Determination of the Optimum Lifetime of a Mining Project Using Discounted Cash Flow and Option Pricing Techniques. Discussion. *Mining Engineering*, Littleton, Colorado: Society for Mining, Metallurgy and Exploration, Inc., vol.45 n°3: p.292-294, Mar.1993.
- EADIE, W.T. *Statistical Methods in Experimental Physics*. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1971: 296p.
- FARO, Clovis de. *A Eficiência Marginal do Capital como Critério de Avaliação Econômica de Projetos de Investimentos*. Rio de Janeiro: Instituto Brasileiro de Mercado de Capitais-IBMEC, 1985. 178p.
- \_\_\_\_\_. Soluções Analíticas Exatas para a Taxa Interna de Retorno. *Revista Brasileira de Economia*. Rio de Janeiro: vol.42 n°2, p.139-149, abr./jun., 1988.
- FLEISCHER, Gerald A. *Teoria da Aplicação do Capital: Um Estudo das Decisões de Investimento*. Tradução de Miguel Cezar Santoro e Cibele Freire Santoro. São Paulo: Edgard Blücher/USP, 1973. 272p.
- FORTUNE. The Fortune 500 Special Report. The Largest U.S. Industrial Corporations. Switzerland, Time Inc., vol.127, n°8, abr.1993.
- FREITAS, José C.F. Análise de Viabilidade de um Empreendimento Mineral. *Revista Brasil Mineral*. São Paulo: Signus, n°29: p.205-210, abr.1986.
- GENTRY, D.W. & O'NEIL, T.J. *Mine Investment Analysis*. New York: Society of Mining Engineers, AIME, 1984. 502p.
- GITMAN, Lawrence J. *Princípios de Administração Financeira*. São Paulo: Editora Harbra Ltda., 1978.
- GIRODO, Antônio C. & BERALDO, José L. *Elementos Básicos de um Projeto de Mineração*. Belo Horizonte: s.d.. 64p. (monografia).
- GOODE, J.R. et alii. Back to Basics: the Feasibility Study. *CIM Bulletin*. Canadá: Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum, vol.84, n.953: p.53-61, sept.1991.
- GRANT, Eugene L.; IRESON, W. Grant; LEAVENWORTH, Richard S. *Principles of Engineering Economy*. 8. ed. New York: John Wiley & Sons, 1990. 591p.

- GUERRA, Pedro A.G. *Geoestatística Operacional*. Brasília: Departamento Nacional da Produção Mineral, 1988.
- GULYAS, Carlos E. *Mineração: Os Incentivos Fiscais à Pesquisa e Lavra Mineral Instituídos pelo Decreto-Lei nº 1.096/70*. São Paulo: Resenha Tributária, 1977. 55p.
- HERTZ, David B. Risk Analysis in Capital Investment. *Harvard Business Review*. Boston, USA: Harvard University, vol. 57, nº5: p.169-181, sept.-oct.1979.
- HESS, Geraldo et alii. *Engenharia Econômica*. 19.ed. São Paulo: Difusão Editorial S.A.-DIFEL, 1986.
- HIRSCHFELD, Henrique. *Engenharia Econômica*. São Paulo: Atlas, 1979.
- HOLANDA, Nilson. *Planejamento e Projetos*. 12.ed. Fortaleza: Edições Univ. Fed. do Ceará, 1983. 402p.
- IRVIN, George. *Modern Cost-Benefit Methods*. London: The Macmillan Press Ltd, 1978, 257p.
- LINS, Geraldo E. *Análise Econômica de Investimentos*. 2.ed. Rio de Janeiro: APEC, 1976. 263p.
- MACKASEY, W.O. Developing an Appropriate Legislative Framework for Mine Closures. In: *Anais do Seminário Brasil-Canadá de Mineração e Meio Ambiente*. Brasília: Departamento Nacional da Produção Mineral-DNPM, p.107-111, 1991.
- MACKENZIE, Brian W. *Economic Guidelines for Exploration Planning*. Rio de Janeiro: DNPM/PLANFAP/MME, 1983. 608p.
- \_\_\_\_\_ & DOGGETT, Michael. *Potencial Econômico da Prospecção e Pesquisa de Ouro no Brasil*. Brasília: DNP/MME, 1991. 195p.
- MANUAL DE ORIENTAÇÃO DO IMPOSTO DE RENDA PESSOA JURÍDICA - LUCRO REAL. 1992. Ministério da Economia, Fazenda e Planejamento. Secretaria da Receita Federal. 1992.
- MASULLO, Érico da R. *Elaboração e Análise de Projetos*. Monografia. Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas, s.d.. 61p. MISHAN, E.J. *Elementos de Análise de Custos-Benefícios*. Tradução de Donaldson M. Garschagem. Rio de Janeiro: Zarrar Editores, 1975. 203p.
- NAGLE, Antônio J. Avaliação da Rentabilidade em Projetos de Mineração. *Revista Brasil Mineral*, São Paulo: Signus, nº58: p.100-106, set.1988.
- NEVES, Cesar das. *Análise de Investimentos - Projetos Industriais e Engenharia Econômica*. Rio de Janeiro: Zahar Editores S.A., 1981. 223p.
- OAKFORD, Robert V. *Capital Budgeting - a quantitative evaluation of investment alternatives*. New York: The Ronald Press Co., 1970. 276p.

- ORGANIZATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT-OECD. *Manual of Industrial Projects Analysis in Developing Countries*. Paris:OECD Publications,1972.
- PARKS,R.D. *Examination and Valuation of Mineral Property*. 4.ed. Cambridge,Mass.:Addison-Wesley Publishing Co.,1973.
- PEREIRA,Luis A.F. Avaliação Econômica de Jazidas Minerais. *Revista Geologia e Metalurgia*, São Paulo:Centro Maraes Rego da Escola Politécnica da USP, nº33: p.III.5-III.93, 1972/1973.
- PEREIRA,N.M. *Seleção de Investimentos: Critérios Básicos e Aplicações na Indústria de Mineração*. Dissertação (mestrado em Tecnologia Mineral). Escola Politécnica, USP, 1975.
- PERGUNTAS E RESPOSTAS - PLANTÃO FISCAL - IMPOSTO DE RENDA PESSOA JURÍDICA. 1990. Ministério da Fazenda. Secretaria da Receita Federal. 1990.
- PETRICK,Alfred Jr. *Mineral Investment and Finance*. In:VOGELY,William A. *Economics of the Mineral Industries*. 4.ed. New York:American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineers Inc.,1985.p.227-298.
- POULIN,R. & SINDING,K. Mining Economics and the Enviroment. In: *Environment Issue and Waste Management in Energy and Minerals Production*. Balkema.Rotterdam, 1992. p.13-22. v.1.
- PRESTON,Lee E. apud PEREIRA,Luis A.F. Avaliação Econômica de Jazidas Minerais. *Revista Geologia e Metalurgia*, São Paulo:Centro Maraes Rego da Escola Politécnica da USP, nº33: p.III.5-III.93, 1972/1973. p.III.19.
- PUCCHINI,Abelardo L. *Matemática Financeira e Análise de Investimentos*. Rio de Janeiro: Forum,1973.
- RUDAWSKY,Oded. *Mineral Economics Development and Management of Natural Resources*. Golden, Colorado:Elsevier Science Publishers B.V.,1986.
- SANDRI,H.J. apud CAVENDER,B. Determination of the Optimum Lifetime of a Mining Project Using Discounted Cash Flow and Option Pricing Techniques. Discussion. *Mining Engineering*, Littleton,Colorado:Society for Mining, Metallurgy and Exploration,Inc., vol.45 nº3:p.292-294, Mar.1993. p.294.
- SIZO,Rui L.T. *Análise Financeira de Projetos*. Brasília: Thesaurus, 1985. 296p.
- SMITH,John. How Companies Value Properties. *CIM Bulletin*, Canadá:Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum, vol.84, no.953: p.50-52, sept.1991.
- SOLOMON,Erza. *Teoria da Administração Financeira*. Tradução de José Ricardo Brandão Azevedo. Rio de Janeiro:Zahar Editores, 1969. 211p.

- \_\_\_\_\_ & PRINGLE, John J. *Introdução à Administração Financeira*. Tradução de Antônio Zorato Sarvicente. São Paulo: Atlas, 1981. 525p.
- SOUZA, Petain A. *Avaliação Econômica de Projetos de Mineiros*. Belo Horizonte: Instituto Brasileiro de Mineração-IBRAM, 1989. 95p.
- \_\_\_\_\_ & HERRMANN, Hildebrando. *Avaliação Econômica de Direitos Minerários*. Avulso no.4. Brasília: DNPM/MME, 1980. 61p.
- STERMOLE, F.J. & STERMOLE, J.M. *Economic Evaluation and Investment Decision*. 6.ed. Golden, Colorado: Investment Evaluations Corporation, 1984. 479p.
- \_\_\_\_\_ & \_\_\_\_\_. *Problem Solutions Manual for Text "Economic Evaluation and Investment Methods"*. 6.ed. Golden, Colorado: Investment Evaluations Corporation, 1987. 136p.
- THOMPSON, Arthur A. Jr. *Economic of Firm: Theory and Practice*. Alabama: Prentice-Hall, 1983. 591p.
- VALE, Eduardo; BRAZ, Eliezer; CARVALHO, Osires. *Avaliação da Carga Tributária Incidente sobre o Setor Mineral*. Brasília: DNPM, 1992. 169p.
- VAN HORNE, J.C. apud GENTRY, D.W. & O'NEIL, T.J. *Mine Investment Analysis*. New York: Society of Mining Engineers, AIME, 1984. p.343-345.
- WAHL, Siegfried von. *Investment Appraisal and Economic Evaluation of Mining Enterprise*. Zellerfeld, Federal Republic of Germany: Trans Tech Publications, 1983.
- WALTER, M.A. *Introdução à Análise de Balanços*. São Paulo: Saraiva, 1977. 265p.
- WHITNEY, J.W. & WHITNEY, R.E. *Investment and Risk Analysis in the Minerals Industry*. Nevada: John W. Whitney Inc., 1978. 224p.

## APÊNDICE "A"

### CÁLCULO DAS TAXAS INTERNAS DE RETORNO-TIRs DE DISTRIBUIÇÕES DE FCs NÃO CONVENCIONAIS<sup>10</sup>

As distribuições de FCs não convencionais são as que apresentam duas ou mais inversões de sinal na sequência dos FCs.

Um exemplo é o da distribuição de FCs do "investimento incremental"-Δ do Exemplo Básico do capítulo II - Tabela II.5-, analisado na exposição do método da TIR - item II.4.3. Essa distribuição de FCs tem o seguinte diagrama representativo:

+24	-50	-4	0	+14	+14	+14	
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	
0	1	2	3	4	5	6	(anos)

Um exame desse diagrama mostra que a distribuição de FCs apresenta duas inversões de sinal: passa de +24u.m. na data Zero para -50u.m. no 1º ano e volta a ser positiva no 4º ano.

A representação generalizada de uma distribuição de FCs, convencional ou não, é a do diagrama:

$F_0$	$F_1$	$F_2$	.....	$F_n$	
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	
0	1	2	.....	n	(anos)

Onde  $F_k$  é o FC do  $k^{\text{ésimo}}$  ano ( $k=0,1,2,\dots,n$ ), podendo ser positivo (entrada líquida de caixa), negativo (saída líquida de caixa) ou nulo (ausência de valores monetários).

O cálculo algébrico da TIR é realizado pela equação:

$$VA(TIR) = 0, \text{ ou}$$

$$F_0 + F_1(1 + TIR)^{-1} + F_2(1 + TIR)^{-2} + \dots + F_n(1 + TIR)^{-n} = 0$$

Fazendo uma transformação da variável TIR para a variável  $x$ , dada pela relação:

$$x = (1 + TIR)^{-1},$$

a equação da TIR toma a forma:

$$F_0 + F_1x^1 + F_2x^2 + \dots + F_nx^n = 0$$

---

<sup>10</sup> - A idéia de elaborar este Apêndice A surgiu da consulta à obra de Grant et al. (1990), que contém o Apêndice B "Cash Flow Series with Two or More Reversals of Sign", cuja sequência foi totalmente modificada e complementada com notas próprias e de outros autores pesquisados, com alterações em alguns cálculos.

De acordo com a análise matemática uma equação polinomial do  $n^{\text{ésimo}}$  grau, tem  $n$  raízes, podendo cada uma ser: positiva, negativa, nula ou imaginária (no caso de envolver raiz quadrada de -1). Porém somente as raízes positivas possuem sentido econômico-financeiro. Portanto, o problema principal resume-se ao controle do número de raízes positivas.

Para tanto, a **REGRA DE SINAIS de DESCARTES** estabelece que o número de raízes reais positivas de uma equação da forma acima é no máximo igual ao número de inversões de sinal, na sequência de seus coeficientes (que são exatamente os FCs da alternativa de investimento), e se menor, a diferença é sempre de um número par<sup>11</sup>. Assim, uma equação do 3º grau ou tem três ou uma raiz, e, uma do 4º grau tem ou quatro, ou duas ou nenhuma raiz. Dessa forma, a Regra de Descartes faz apenas o controle do número máximo possível de raízes reais positivas. Todavia, o número exato dessas raízes depende das magnitudes dos FCs envolvidos.

Como a Regra de Descartes é aplicada para a incógnita  $x$ , um valor positivo de  $x$  pode corresponder, através da relação  $TIR = 1/x - 1$ , tanto a um valor positivo como a um valor negativo da TIR, porém um valor negativo de  $x$  sempre corresponde a um valor negativo da TIR. Conclui-se que o número de valores positivos da TIR é, no máximo, igual ao número, estabelecido pela Regra de Descartes, de raízes reais positivas.

Pela Regra de Descartes, a alternativa incremental- $\Delta$ , pode ter duas ou nenhuma raiz real positiva. De fato, suas raízes são de aproximadamente 12,2% e 104,7%a.a.

A existência de mais de uma ou de nenhuma TIR é uma das grandes desvantagens do método da TIR. Certamente, tal fato justifica origem à maioria dos métodos alternativos (Método do Valor Futuro do Retorno -VFR, Método de Baldwin, Método da Taxa Externa de Retorno - TER e Método da Taxa de Crescimento do Retorno - TCR), expostos e comentados no capítulo II, que foram desenvolvidos na tentativa de contornar essa desvantagem.

Objetivando interpretar o problema da existência de diversas TIRs para uma mesma alternativa de investimento, Grant et al.(1990) apresenta o Apêndice B da referida obra - "Distribuições de FCs com Duas ou Mais Inversões de Sinais<sup>11</sup>" - no qual usa uma taxa auxiliar que, dependendo da alternativa em análise, pode fazer o papel de uma TIR ou de uma taxa de juros de um financiamento hipotético, associado à alternativa. Para ilustrar o uso da taxa auxiliar, recorre-se aos Exemplos 1, 2 e 3 (do Apêndice B da obra citada), que

---

<sup>11</sup> - Para efeito da contagem do número de raízes reais positivas, se houver raízes  $n$ -múltiplas, as mesmas serão contadas  $n$  vezes. Por exemplo, se a equação é do 6º grau e tem quatro raízes reais positivas, sendo duas delas múltiplas, na contagem do número par da Regra de Descartes, são consideradas quatro e não três raízes reais positivas.

são apresentados após as seguintes considerações preliminares.

A distribuição de FCs convencional representativa de um financiamento tem as seguintes características:

- Para o devedor (tomador do empréstimo), tem uma sequência inicial de FCs positivos (recebimentos do empréstimo) seguida de outra de FCs negativos (pagamentos de amortização e de juro), com  $VA(0\%) < 0$ . Evidentemente, quanto menor for a taxa de juro, mais atrativo é o financiamento para o tomador.
- Para o credor (banqueiro ou investidor), tem uma sequência inicial de FCs negativos (liberações das parcelas do financiamento) seguida de outra de FCs positivos (recebimentos de amortização e juro), com  $VA(0\%) > 0$ . Logicamente, quanto maior for a TIR desse investimento, mais atrativa é a alternativa.

Enquanto o devedor observa a alternativa como um "projeto de financiamento", o credor a observa como um "projeto de investimento". Tais alternativas convencionais, no decorrer desse texto, são denominadas, isoladamente, de projetos do "tipo financiamento" e do "tipo investimento", respectivamente.

Geralmente, as distribuições de FCs não convencionais, com duas inversões de sinais, podem ser decompostas em duas distribuições convencionais sucessivas e, financeiramente, interrelacionadas: uma do "tipo financiamento" e a outra do "tipo investimento". Não há condições para discutir essa combinação de "tipos" em poucas palavras, porém seus aspectos principais são ilustrados no desenvolvimento dos exemplos citados.

Outro aspecto do problema de uso da taxa auxiliar é a dificuldade prática nas análises financeiras, devido à diferença entre os critérios de atratividade observados na ótica do "devedor" (que julga mais atrativa as alternativas com menores taxas de juros) e na ótica do "investidor" (que julga mais atrativa as alternativas com maiores TIRs).

Para minimizar o impacto do uso da taxa auxiliar, a mesma deve ser usada em apenas um dos "tipos" de projetos, em que foi decomposta a alternativa como um todo. Se a alternativa como um todo é interpretada, para efeito de análise, como um "financiamento", a taxa auxiliar é empregada no projeto componente do "tipo investimento"; e, se é como um "investimento", a taxa auxiliar é aplicada ao componente do "tipo financiamento".

**EXEMPLO 1 - CÁLCULO DAS TIRS E USO DA TAXA AUXILIAR EM ALTERNATIVA CONTENDO UM ÚNICO FC NEGATIVO INTERMEDIÁRIO.**

Enunciado do Problema

É oferecido a uma empresa o arrendamento de um campo de petróleo com reservas em exaustão. A principal cláusula contratual exige a reativação do campo (pela injeção de água em profundidade) para recuperação secundária das reservas, de modo concomitante com a realização da produção primária. O proprietário recebe royalties sobre as produções primária e secundária, não exigindo pagamento imediato da empresa. Os FCs anuais são estimados e estão representados no seguinte diagrama, onde o FC negativo do 5º ano corresponde ao investimento para reativação do campo. Os decréscimos nos valores dos FCs do 1º ao 4º ano e do 6º ao 11º ano, refletem as reduções das produções primária e secundária, respectivamente, devido à exaustão das reservas.

0	120	90	60	30	-1810	600	500	400	300	200	100
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Como há duas inversões de sinal, devido a sequência de sinais + - +, as TIRs, calculadas pelo processo de tentativa e erro com uso do VA(i), são de 26,7% e 37,1% a.a. A curva da Figura A.1 é típica das alternativas com duas inversões de sinal na ordem + - +, que tem concavidade voltada para cima. A curva corta o eixo horizontal nos pontos de abcissas 26,7% e 37,1% a.a. e o eixo vertical no ponto de ordenada 590 u.m.

A existência de duas TIRs dificulta as rotinas dos programas de computação, tendo em conta que a maioria das rotinas são elaboradas para obter solução única. Dependendo da sofisticação da rotina, pode-se encontrar qualquer uma das duas TIRs, de modo que, se o analista desconhece a Regra de Descartes não sabe se há outra TIR, e, se conhece, não sabe qual das TIRs foi calculada: a menor ou a maior.

Uso da Taxa Auxiliar

Para efeito de análise, a alternativa como um todo é decomposta em um projeto do "tipo financiamento" no horizonte do 1º ao 5º ano, seguido de outro do "tipo investimento" no horizonte do 5º ao 11º ano. O do "tipo financiamento" é explicado pelas entradas iniciais de caixa seguidas de uma saída de caixa no 5º ano de valor -X (vide diagrama abaixo); e, o do "tipo investimento" pela saída de caixa de valor (-1810 + X) no 5º ano seguida de FCs positivos. A alternativa como um todo é considerada um "investimento",

devido à predominância dos valores dos FCs do projeto do "tipo investimento" sobre os do "tipo financiamento", isso implica em que a taxa auxiliar seja aplicada ao projeto do "tipo financiamento", fazendo um papel de taxa de juro, e a taxa encontrada para o do "tipo investimento", represente a sua TIR. Uma forma ilustrativa de visualizar a decomposição da alternativa é a do diagrama a seguir.

						+X							
0	120	90	60	30	-X	-1810	600	500	400	300	200	100	
+-----+-----+-----+-----+-----+						+-----+-----+-----+-----+-----+							
0	1	2	3	4	5	5	6	7	8	9	10	11	
"tipo financiamento"						"tipo investimento"							
-taxa auxiliar (taxa de juro)-						- TIR -							

Como cada "tipo" de projeto tem uma distribuição de FCs convencional (uma única inversão de sinal), é possível pré-estabelecer uma taxa de juros (taxa auxiliar), dentro de um intervalo razoável de valores do mercado financeiro, e, com a mesma calcular o valor de X no projeto do "tipo financiamento".

Posteriormente, esse valor de X é introduzido no do "tipo investimento" para cálculo da sua TIR. Para taxas auxiliares de 0%, 5% e 10%a.a., tem-se os resultados do quadro a seguir:

Os valores encontrados para TIR do projeto do "tipo investimento" podem ser interpretados da seguinte forma:

a - Mesmo sendo hipotética a taxa de juro (taxa auxiliar) de 0%a.a. para o projeto do "tipo financiamento", resulta uma TIR de 13,9%a.a. para o projeto do "tipo investimento", relacionado à reativação do campo de petróleo.

Taxa Auxiliar (%a.a.)	X (u.m.)	-1810-X (u.m.)	TIR (%a.a.)
0	300	-1510	13,9
5	348	-1462	15,5
10	401	-1409	17,3

b - Se a empresa aceita o intervalo para taxa auxiliar de 0% a 10%a.a, devido essa faixa de juro ser compatível com o custo do financiamento no mercado financeiro, a TIR da alternativa (de reativação do campo) deve está dentro do intervalo de 13,9% a 17,3%a.a. Evidentemente, a TIR (como medida da atratividade) do projeto de reativação do campo de petróleo depende do valor mais adequado, aceito pela empresa, para o custo do dinheiro (taxa auxiliar)

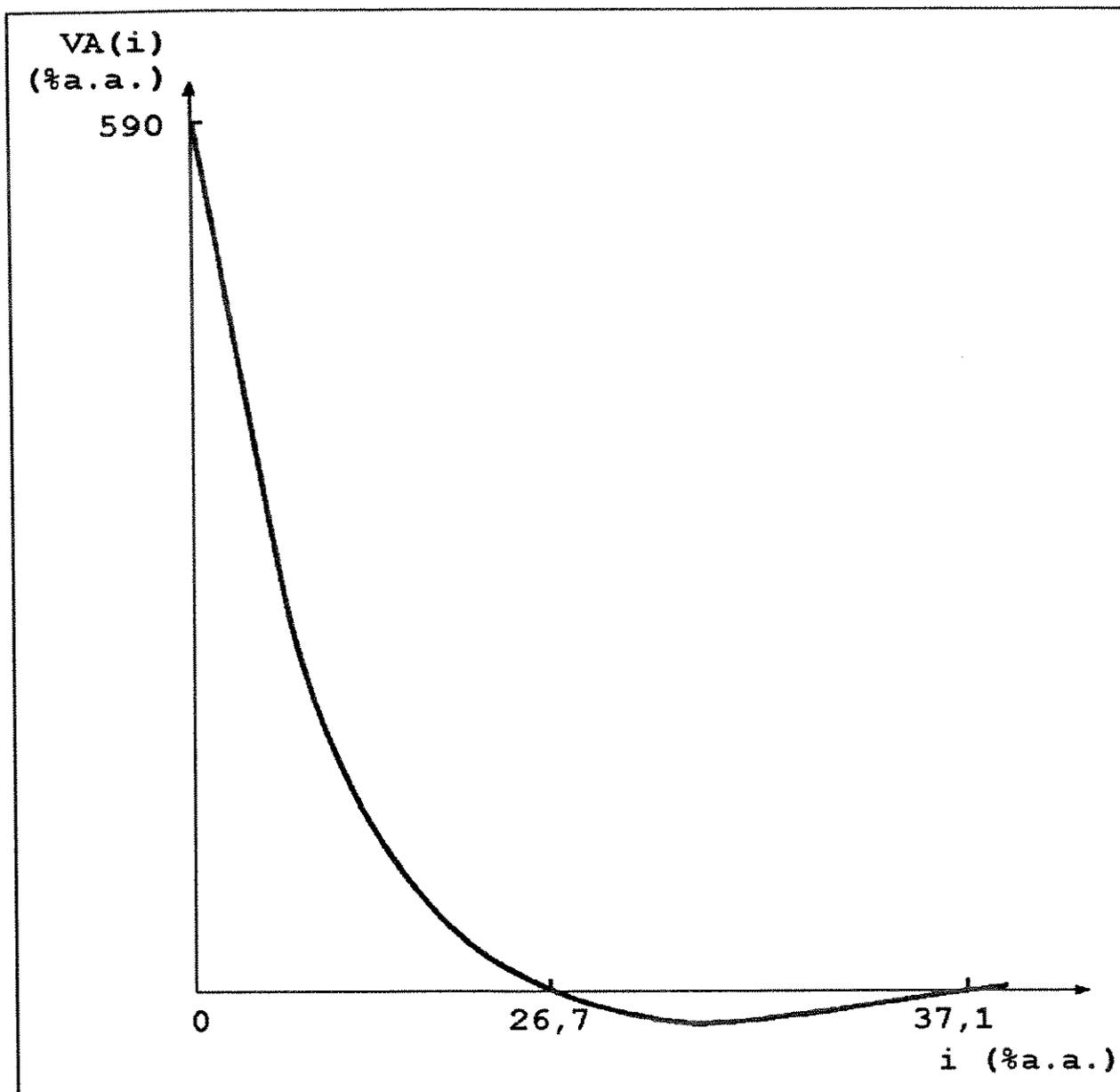


Figura A.1: Valor Atual da Distribuição de FCs do Exemplo 1 versus Taxa de Desconto. Fonte: Grant et al. (1990)p.500

c - Há pouca sensibilidade da TIR em relação à taxa de juros, considerando que quando essa aumenta de 0% para 5%, aquela aumenta apenas de 13,9% para 15,5%a.a., uma diferença de apenas 1,6%a.a.; e, se o aumento é de 5% para 10%a.a., a TIR passa de 15,5% para 17,3%a.a., diferença de 1,8%a.a..

Os valores das TIRs da alternativa como um todo de 26,7% e 37,1%a.a. são os únicos a anularem o VA(i) das distribuições de FCs dos dois "tipos" de projetos acima. No entanto, nenhum desses valores é útil para julgar o mérito da alternativa como um todo.

Aceitar cada um valor desses valores, isoladamente, para TIR do projeto do "tipo investimento", implica em aceitar taxas de juro de 26,7% e 37,1%a.a., respectivamente, que são muito altas. O valor mais adequado para TIR é o estabelecido pelo uso da taxa auxiliar, desde que essa seja estabelecida numa faixa de juro compatível com o mercado financeiro.

## EXEMPLO 2 - CÁLCULO DAS TIRS E USO DA TAXA AUXILIAR EM ALTERNATIVA CONTENDO FCS POSITIVOS INTERMEDIÁRIOS.

### Enunciado do Problema

O uso de um terreno é oferecido a uma empresa por um prazo limitado. O contrato especifica que no final do 21º ano o terreno seja devolvido, mediante o pagamento de uma quantia necessária à construção de um novo prédio. Um pequeno investimento deve ser feito de imediato para reforma do prédio existente no terreno. Durante os 20 anos de uso, a empresa espera alugar o imóvel. Os FCs estão estimados no seguinte diagrama:

-700	200	200..200	100	100..100	-3000
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+
0	1	2...10	11	12...20	21 (anos)

Como há duas inversões de sinal, obedecendo a sequência - + -, as TIRs, calculadas por tentativa e erro usando o VA(i), são de 2,8% e 26,2%a.a. A curva da Figura A.2 é típica das alternativas com duas inversões de sinal na ordem - + -, que tem concavidade voltada para baixo. Assim, a curva corta o eixo horizontal nos pontos de abcissa 2,8% e 26,2%a.a. e o eixo vertical no de ordenada -700 u.m.

As dificuldades oriundas da existência de duas TIRs para uma mesma alternativa, em relação ao processamento de rotinas da computação, estão expostas no exemplo anterior. Um aspecto importante na interpretação dos resultados é a sensibilidade dos mesmos em relação a pequenas variações no valor da taxa auxiliar.

### Uso da Taxa Auxiliar

A alternativa como um todo é decomposta em um projeto do "tipo investimento" seguido de outro do "tipo financiamento". O primeiro, contendo o FC inicial de -700 u.m., que abrange um horizonte de  $y$  anos; e, o segundo, abrangendo um horizonte que vai do ano  $y$  até o 21º ano. A alternativa como um todo, para facilidade de análise, é considerada

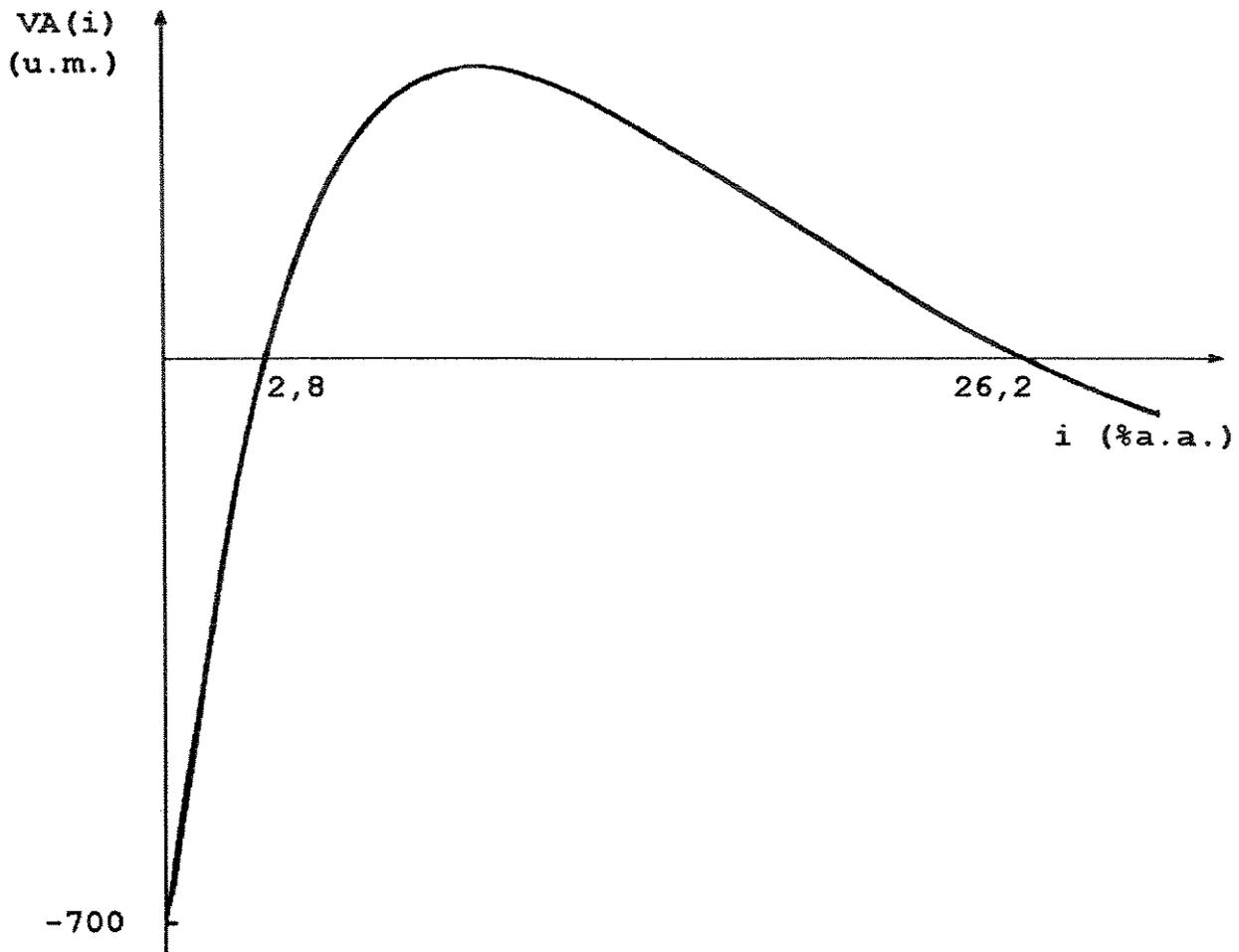


Figura A.2: Valor Atual da Distribuição de FCs do Exemplo 2 versus Taxa de Desconto Fonte: GRANT et al. (1990)p.502

como uma alternativa de "financiamento", devido ao maior volume de dinheiro do componente do "tipo financiamento", isso implica em que a taxa auxiliar seja aplicada ao projeto do "tipo investimento". É útil o entendimento da alternativa como um todo na forma do seguinte diagrama:

-700	200..200	X	200-X	200..200	100..100	-3000
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+
0	1...y-1	y	y	y+1...10	11...20	21 (anos)
"tipo investimento"			"tipo financiamento"			
- TIR (taxa auxiliar) -			- taxa de juro -			

Se não houvesse o FC inicial de -700 u.m., a alternativa como um todo seria um "financiamento" com taxa de juro nula, pois teria  $VA(0\%)=0$ , ou seja, seria um financiamento muito atrativo pela inexistência de juro.

O componente do "tipo investimento" pode ser entendido como um desembolso de -700 u.m. na data Zero a ser recuperado em alguns dos FCs de 200 u.m. dos anos iniciais.

Cada projeto componente é representado por uma distribuição de FCs convencional (uma inversão de sinal), de modo que, fixando-se uma taxa auxiliar (TIR, no caso) para o projeto do "tipo investimento", pode-se encontrar os valores de  $X$  e de  $y$  (observando que para cada  $y$  inteiro e maior do que 3 anos, tem-se um valor de  $X$  que será menor ou igual a 200 u.m., se  $y$  for menor ou igual a 10 anos; e, menor ou igual a 100 u.m., se  $y$  estiver no intervalo  $10 < y < 20$  anos). Usando-se os mesmos valores de  $X$  e  $y$  para o projeto do "tipo financiamento", determina-se o custo de capital do projeto do "tipo financiamento".

Para os valores fixados para TIR do projeto do "tipo investimento" tem-se, no quadro a seguir os resultados correspondentes da taxa de juro do projeto do "tipo financiamento".

Taxa Auxiliar (TIR) (%a.a.)	y (anos)	X (u.m)	200-X (u.m.)	Taxa de Juro (i) (%a.a.)
0	4	100,0	100,0	2,6
5	4	188,8	11,2	3,0
10	5	106,3	93,7	3,7
15	6	68,4	131,6	4,8
20	7	125,0	75,0	6,9

Evidentemente, o valor da taxa auxiliar depende do considerado adequado pela empresa para TIR.

A taxa de juro é relativamente insensível às variações da TIR. O incremento dessa de 0% para 5%a.a. resulta no aumento da taxa de juros de 2,6% para 3,0%a.a. (diferença de 0,4%a.a.); enquanto que, se o aumento for de 15% para 20%a.a., a TIR cresce de 4,8% para 6,9%a.a. (diferença de 2,1%a.a.).

As TIRs de 2,8% e de 26,2%a.a., são os únicos valores que anulam o  $VA(0\%)$  das distribuições de FCs dos dois "tipos" de projetos componentes acima. Porém, cada um desses valores, isoladamente, não são apropriados para julgar o mérito da alternativa como um todo, exceto se forem considerados sob condições bastante irrealistas, quais sejam:

a - Aceitar um baixo custo de capital de 2,8%a.a. para o projeto do "tipo financiamento", implica em aceitar uma baixa TIR, de também 2,8%a.a., para o projeto do "tipo investimento".

b - O projeto do "tipo investimento" para ter uma TIR muito elevada (26,2%a.a.), exige aceitar um projeto do "tipo financiamento" com um alto custo de capital, de também 26,2%a.a..

Dessa forma, o valor mais adequado para TIR do projeto como um todo deve estar no intervalo de 0% a 20%a.a., se o custo do dinheiro no mercado financeiro estiver no intervalo correspondente de 2,6% a 6,9%a.a.. Outrossim, pode ser qualquer outro valor, obtido em correspondência ao custo de capital usado no processo de cálculo, com o qual são obtidos os dados da tabela acima.

## **CONSIDERAÇÕES SOBRE ALTERNATIVAS COM DISTRIBUIÇÃO DE FCs DO TIPO DO EXEMPLO 2**

A alternativa como um todo do Exemplo 2 é analisada como sendo um "financiamento". O FC final de -3.000 u.m. é o motivo dessa interpretação ser considerada mais adequada, apesar da existência de um FC inicial de -700 u.m. Há condições em que uma distribuição de FC, obedecendo a sequência de sinais - + -, pode ter solução dificultada ao ser considerada como "financiamento" em lugar de "investimento". Contudo, aceitar uma alternativa que tenha um elevado FC inicial, pode causar a perda de oportunidade de aceitar uma outra alternativa com uma razoável TIR.

Normalmente, para uma alternativa interpretada como "financiamento" e tendo a sequência - + -, não é comum achar uma TIR para o projeto componente contendo o  $FC < 0$  inicial, que possa ser comparada com as TIRs de projetos com rentabilidade normal. O melhor que pode ser feito, é reconhecer que os custos de oportunidade associados ao FC negativo inicial são relevantes na escolha da taxa auxiliar.

Evidentemente, nem todas as propostas desse tipo devem ser analisadas como "financiamento". A caracterização, como alternativa de "financiamento" ou de "investimento", depende das magnitudes dos FCs negativos finais em relação às magnitudes dos FCs precedentes.

## **DISTRIBUIÇÕES DE FCs COM DUAS OU MAIS INVERSÕES DE SINAL**

Quanto maior o número de inversões de sinal, possivelmente, maior o número de

taxas (i) que anulam VA(i). Nos exemplos anteriores, observa-se que cada taxa positiva que anula o VA(i) pode não ser um indicador útil para tomada de decisão. Pode-se afirmar o mesmo para todas as taxas positivas de uma distribuição de FCs com três inversões de sinal. A dificuldade do uso da taxa auxiliar aumenta com o número de inversões. Pode ser difícil caracterizar a alternativa como um todo, para efeito de análise, como sendo um "financiamento" ou um "investimento". Com duas inversões de sinal a taxa auxiliar só é aplicada a um "tipo" de projeto componente da alternativa como um todo. Com o aumento do número de inversões, aumenta o número de projetos componentes, que exigem taxas auxiliares, e, surge a questão de saber se a mesma taxa auxiliar deve ou não ser usada para todos os projetos componentes do mesmo "tipo".

Numerosos artigos têm sido publicados, com tratamento matemático complexo, em relação às condições para unicidade da TIR nas distribuições com mais de uma inversão de sinal. Do ponto de vista teórico, tais trabalhos têm valor para o desenvolvimento de rotinas de computação objetivando o cálculo da TIR; porém, são de pouco valor para os analistas de investimento na tomada de decisão. No Brasil há um trabalho específico sobre o assunto, de Faro (1985), contendo numerosas referências bibliográficas.

### EXEMPLO 3 - CÁLCULO DAS TIRS E USO DA TAXA AUXILIAR EM ALTERNATIVA COM TRÊS INVERSÕES DE SINAIS.

#### Enunciado do Problema

Uma empresa de mineração estima um investimento inicial de 180 u.m. para aumentar a recuperação das reservas de uma mina. Como consequência prevê um aumento da receita anual após o IR de 100 u.m. durante os cinco primeiros anos, e, uma redução da mesma receita de 100 u.m. durante os cinco anos seguintes. Outra consequência prevista é o aumento do valor do empreendimento de 200 u.m. no final do 20º ano. A distribuição dos FCs do projeto está representada pelo diagrama abaixo:

-180	+100...	+100...	-100...	-100	+200
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+
0	1.....5		6.....10		20 (anos)

Como há três inversões de sinal, as TIRs, calculadas por tentativa e erro usando o VA(i), são 1,9%, 14,3% e 29%a.a. A Figura nº A.2 mostra a curva representativa dessa alternativa. A curva corta o eixo horizontal nos pontos de abcissa relativos aos valores das TIRs, e, o eixo vertical no ponto de ordenada 20 u.m.

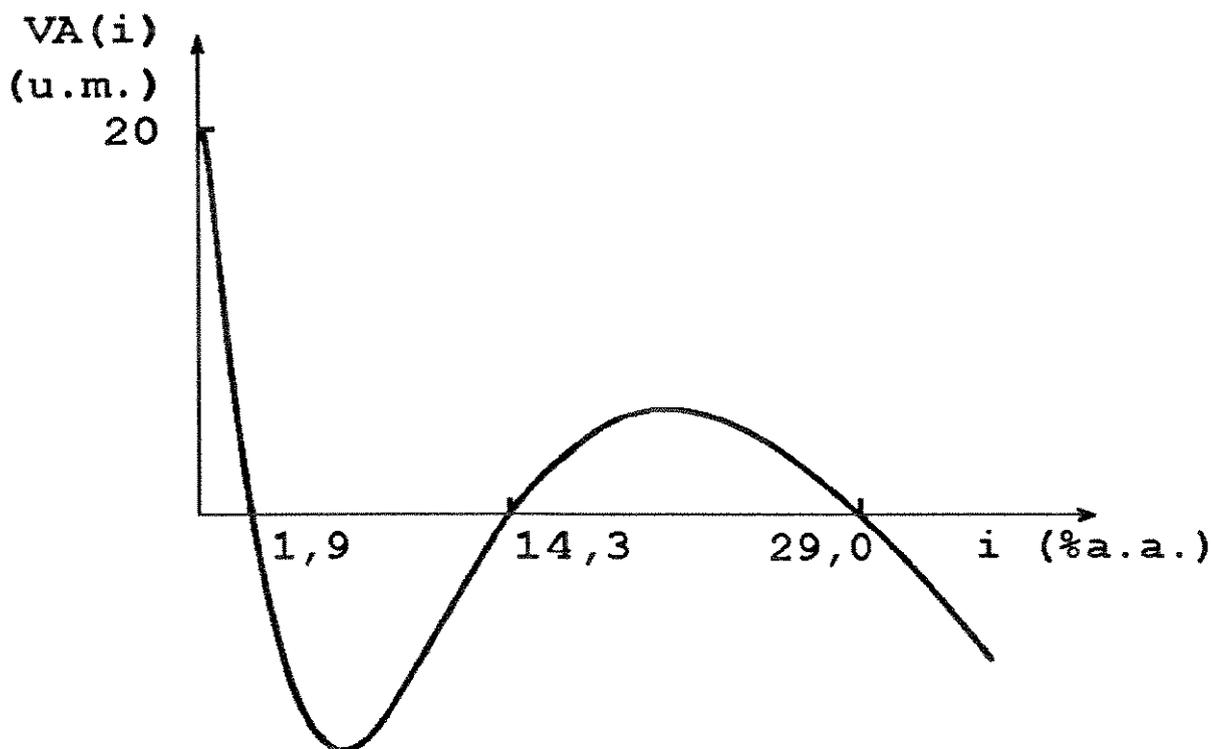


Figura A.3: Valor Atual da Distribuição de FCs do Exemplo 3 versus Taxa de Desconto. Fonte: GRANT et al. (1990)p.508

Os valores encontrados para TIR da alternativa, aparentemente, não são adequados como indicadores do mérito do projeto, e, portanto, não são satisfatórios para decisão aceitar/rejeitar a alternativa.

#### Uso da Taxa Auxiliar

A primeira questão é caracterizar a alternativa como um todo como "financiamento" ou como "investimento". Para tanto, deve-se observar que o objetivo do projeto é acelerar a recuperação do minério de uma mina, no qual o total dos FCs do 1º ao 10º ano predomina em relação aos FCs inicial e final. Se esses valores não existissem, a alternativa poderia ser entendida como um financiamento, no sentido de que o aumento das receitas dos cinco primeiros anos financiaria a redução das receitas dos cinco anos seguintes, e, tal financiamento seria atrativo, pois a taxa de juros seria nula. Assim, para efeito de análise, a alternativa é considerada como um "financiamento"; isso implica que a taxa auxiliar deve ser usada para os projetos componentes do "tipo investimento", fazendo, portanto, o papel

da TIR desses componentes.

Para usar a taxa auxiliar, a alternativa é decomposta em três projetos do "tipo financiamento" ou do "tipo investimento" na forma a seguir:

```

-180  +100  +100..+100  +X
+-----+-----+-----+-----+
0      1      2....y-1    y
"tipo investimento"
-taxa auxiliar (TIR)-

100-X +100  +100  -100  -100  -100+W
+-----+-----+-----+-----+
y      y+1....5      6....z-1    z
"tipo financiamento"
-taxa de juros (custo de capital)-

-W      -100..-100  +200
+-----+-----+-----+
z      z+1....10    20
"tipo investimento"
-taxa auxiliar (TIR)-

```

O primeiro projeto componente - do "tipo investimento" - é interpretado como um investimento inicial de 180 u.m. a ser recuperado, à taxa auxiliar (TIR), pelos FC de 100 u.m. dos  $y$  (sendo  $y$  um número inteiro menor ou igual a 5 anos) primeiros anos, além do FC positivo igual a  $+X$  no ano  $y$ .

O último projeto componente - do "tipo investimento" - é interpretado como uma série de FCs de -100 u.m. aplicados a partir do ano  $z$  (sendo  $z$  um número inteiro do intervalo  $6 < z < 10$  anos) em conjunto com o FC negativo igual a  $-W$  no ano  $z$ , a serem recuperados, à taxa auxiliar (TIR), pelo FC do 20º ano de 200 u.m..

O problema consiste em pré-estabelecer um valor razoável para taxa auxiliar, que faz o papel da TIR comum ao primeiro e último projetos componentes, e, com esse valor calcular  $X$  e  $y$  (para o primeiro projeto componente), e,  $W$  e  $z$  (para o último). Finalmente, substituindo-se esses valores no projeto intermediário - do "tipo financiamento" -, tem-se o valor da taxa de juro. O quadro abaixo mostra os resultados para as taxas auxiliares de 0% e de 10%a.a.

Taxa Auxiliar (TIR) (%a.a.)	y (anos)	X (u.m.)	z (anos)	W (u.m.)	Taxa de Juros (%a.a.)
0	2	80,00	9	100,00	-2,0
10	3	8,58	10	77,11	11,0

Para taxa auxiliar de 0%a.a., a taxa de juros é negativa, contudo, uma TIR nula não é uma hipótese razoável em condições normais.

Para taxa auxiliar de 10%a.a., a taxa de juros é de 11%a.a., assim a TIR da alternativa seria inferior ao custo de capital, que também é uma condição desfavorável à aceitação da alternativa. No Apêndice B, que trata da taxa mínima de atratividade como elemento da estratégia de investimento de uma empresa, é ilustrado que a  $r_{min}$  deve ser superior ao custo de capital (taxa de juro). Como para aceitação de alternativas é necessário que a sua TIR seja superior a  $r_{min}$ , não é possível aceitar projetos que tenham TIR inferior ao custo de capital.

Na solução acima utiliza-se a mesma taxa auxiliar para o primeiro e último projeto componente da alternativa como um todo. Evidentemente, se são usadas taxas auxiliares diferentes, a taxa de juros, calculada em função das mesmas, são mais sensível às variações da taxa auxiliar do último projeto componente do que em relação às do primeiro, pois o último projeto tem um horizonte de pelo menos dez anos, enquanto a duração do primeiro é inferior a esse prazo.

Infelizmente, o uso da taxa auxiliar nem sempre é útil na solução e interpretação das TIRs, quando há mais de duas inversões de sinal. No caso da alternativa incremental- $\Delta$  do Exemplo Básico do capítulo II - Tabela II.5 - que tem três inversões de sinal e TIRs de 12,2% e 104,7%a.a., a aplicação da taxa auxiliar leva ao diagrama:

+24	-50	-(4-X)		-X	0	+14	+14	+14
+-----+	+-----+	+		+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+-----+
0	1	2		2	3	4	5	6 (anos)
"tipo financiamento"				"tipo investimento"				
- taxa de juro -				- taxa auxiliar (TIR) -				

Tendo em conta que o volume do recursos no projeto do "tipo financiamento" predominam em relação ao do "tipo investimento", a alternativa como um todo é interpretada como um "financiamento", cabendo, portanto, o uso da taxa auxiliar para o projeto componente do "tipo investimento". Observando-se que tal interpretação só é válida para valores de X inferiores a 4 u.m., tem-se o quadro a seguir que calcula a taxa auxiliar (TIR) em função dos possíveis valores positivos de X, as respectivas taxas de juro.

Apesar da sensibilidade da taxa de juro ser muito pequena em relação às variações da taxa auxiliar, os valores acima não são úteis para decisão, pois representam altas TIR condicionadas a elevados valores do custo de capital, que não deve ultrapassar a taxa de atratividade do investidor, estabelecida em 10%a.a. no Exemplo Básico do Capítulo II (ver

itens II.4.1 e II.4.3)

X (u.m.)	Taxa Auxiliar (TIR) (%a.a.)	(4-X) (u.m.)	Taxa de Juro (%a.a.)
0	$\infty$	4	116,0
1	325,1	3	114,2
2	215,1	2	112,3
3	166,1	1	110,3
4	136,7	0	108,3

### O "CULTO"<sup>12</sup> AO VALOR ATUAL

Os pesquisadores em economia, finanças e pesquisa operacional têm posicionado o Método do Valor Atual como sendo o mais apropriado ou até mesmo o único válido na avaliação de investimentos. Contra o método da TIR apontam a desvantagem principal de possibilitar mais de uma TIR para a mesma alternativa de investimento. A realidade é que todos os métodos básicos (VA,VAE,TIR e RVA), se aplicados corretamente, conduzem à decisão correta. No caso particular das alternativas convencionais, a conclusão é a mesma para a mesma  $r_{\min}$ . Quando há duas ou mais inversões de sinal, é impróprio afirmar que o método do VA é superior ao da TIR. Não é possível apontar nenhum método como o único a permitir uma avaliação correta. Para ilustrar, se o analista escolher o método da TIR para analisar o Exemplo 1 acima, vai verificar que há duas soluções (26,7% e 37,1%a.a.), portanto, vai ter dificuldades na interpretação dos resultados. Se, ao contrário, escolher o método do VA, usando uma  $r_{\min}$  de 25%a.a., a decisão é pela aceitação da alternativa, e, conseqüentemente, a dificuldade desaparece. No entanto, tal decisão confronta com a decisão obtida pelo uso da taxa auxiliar, que mostra que a aceitação da alternativa não é uma decisão adequada por implicar em aceitar altas taxas (26,7% ou 37,1%a.a.) de financiamento. Conclui-se, assim, que a decisão pelo método do VA é inadequada.

Algumas dificuldades aparecem quando certas distribuições de FCs, tendo as sequências de sinais - + - e - + - +, sempre que as épocas de ocorrência e as magnitudes dos FCs são tais que as alternativas por elas representadas devam ser interpretadas como "financiamento" em lugar de "investimento", como no Exemplo nº 2. Há uma tendência

<sup>12</sup> - Esse termo é usado por Grant et al.(1990,p.510), sendo preservado no presente texto pela força de expressão em ilustrar o tema abordado.

normal de interpretá-las como "investimento", pelo fato dos FCs iniciais serem negativos. Tais alternativas, se analisadas pelo método do VA para uma determinada  $r_{\min}$ , pode levar a resultados incompatíveis com a decisão incorreta.

Por hipótese, há uma taxa de juros, acima da qual a empresa não aceita recursos de terceiros (financiamento). Se essa taxa de juros (custo de capital) tem a notação  $i_0$ , obrigatoriamente,  $i_0$  é inferior a  $r_{\min}$ ; e, para que uma alternativa, que tem uma rentabilidade igual a TIR, seja justificada, tem-se a condição:  $TIR > r_{\min} > i_0$ .

Quando um único valor de  $r_{\min}$  é usado no cálculo do  $VA(r_{\min})$  de uma distribuição de FCs, que tem duas ou mais inversões de sinal, está implícita a hipótese de  $r_{\min} = i_0$ . Tal hipótese tanto é válida para aplicação do método do VA como do método da TIR.

### **APLICAÇÃO DOS MÉTODOS BÁSICOS DE AVALIAÇÃO À DISTRIBUIÇÕES DE FCs LIGEIRAMENTE NÃO CONVENCIONAIS**

Há vários casos onde é possível, para efeito prático, aplicar os métodos básicos de avaliação, mesmo quando a distribuição tem duas ou mais inversões de sinal. Tais métodos são satisfatórios na análise de alternativas que são admitidas como "investimento" e cujos resultados são suficientemente insensíveis à escolha da taxa auxiliar usada no projeto componente do "tipo financiamento". Às vezes, essa falta de sensibilidade é percebida por um simples exame da distribuição de FCs. Por exemplo, para uma alternativa que tem um FC inicial negativo, seguido de FCs positivos e termina com um pequeno FC negativo, devido à pequena magnitude e ao longo prazo desse FC final, um analista pode considerar essa sequência - + - como uma alternativa convencional que tenha a sequência - + .

### **SÍNTESE**

Alternativas do tipo dos exemplos discutidos são mais comuns na indústria extrativa mineral do que na indústria de transformação mineral ou na maioria de outros tipos de indústria.

A distribuição típica de FCs de um empreendimento mineiro pode iniciar com FCs negativos (relativos aos desembolsos para desenvolvimento ou preparação da mina), seguidos de FCs positivos (representativos dos resultados da produção) e, finalmente, ocorrer FCs negativos para atender às providências de recuperação da área minerada. Outrossim, os FCs positivos intermediários podem ser intercalados por um ou mais FCs negativos referente à substituição de equipamentos ou outro tipo de desembolso.

A preservação do meio ambiente, que entre outras providências exige a recuperação de áreas mineradas, quer de forma simultânea ao aproveitamento dos recursos minerais quer após a exaustão total das reservas minerais, introduz novos elementos de custos, de investimentos e até de receitas<sup>13</sup> nas estimativas dos FC anuais dos empreendimentos mineiros. Tais elementos, geralmente não considerados em um passado recente, podem, nos anos finais desse século, alcançar valores incompatíveis com a viabilidade econômica dos empreendimentos de mineração.

---

<sup>13</sup> - Um exemplo de receita, relacionada à proteção ambiental, é o caso do enxofre, produzido pelas minerações de carvão, folhelho (xisto), pela metalurgia do cobre e pelas refinarias de petróleo, que é recuperado nos filtros e demais equipamentos instalados de coleta de resíduos para evitar a poluição do ar.

## APÊNDICE "B"

### A TAXA MÍNIMA DE ATRATIVIDADE COMO ELEMENTO DA ESTRATÉGIA DE INVESTIMENTO DA EMPRESA<sup>14</sup>

Este apêndice procura mostrar uma visão prática e teórica de como a empresa, especialmente a de mineração, estima a sua taxa mínima de atratividade.

A taxa mínima de atratividade- $r_{\min}$ , ou simplesmente, taxa de atratividade, taxa de corte (hurdle rate), custo de oportunidade, custo de capital ou apenas taxa de desconto é uma característica de cada investidor, ou melhor, um parâmetro da política ou estratégia de investimento da empresa.

Numa grande empresa a decisão de investir é realizada em dois níveis: a "nível de projeto" ou nível de "formulação de projetos"; e, a "nível de orçamento" ou nível de "justificação de projetos". A "nível de projeto", geralmente formula-se as alternativas de investimento mutuamente excludentes de cada setor ou divisão da empresa, que seleciona a melhor alternativa e a submete à apreciação a "nível de orçamento" para que a decisão de investir seja justificada. Dessa forma, a taxa de atratividade deve ser definida pela hierarquia superior da empresa para ser usada em todos os níveis, de modo a assegurar o mesmo critério de avaliação e o melhor uso possível dos recursos disponíveis.

A disponibilidade de recursos fixada para um determinado período, é limitada, de modo que a empresa, dentro de suas restrições políticas e internas, procura otimizar o retorno das aplicações, normalmente, subdividindo os recursos por divisão ou setor, cabendo a cada gerente de setor ou de divisão analisar cada alternativa existente.

Como o sucesso da estratégia de investimento da empresa depende da escolha da sua taxa de atratividade, pois a TIR de cada projeto deve ser comparada com  $r_{\min}$ , os critérios para estabelecer a taxa de atratividade são variados, devendo a mesma ser fixada após considerações rigorosas de todos fatores que a influenciam. Segundo Grant et al. (1990,p.325), os fatores normalmente considerados na determinação de  $r_{\min}$ , a ser usada em determinado período orçamentário, são:

- 1 - A disponibilidade de recursos e suas fontes: recursos próprios ou de terceiros.
- 2 - A quantidade de alternativas que disputam os recursos disponíveis.
- 3 - Diferenças nos riscos envolvidos nas alternativas.

---

<sup>14</sup> - O roteiro deste Apêndice é baseado em Grant et al.(1990,Cap.13), complementado com base em Gentry & O'Neil (1984,Cap.11) e contém notas de outros autores citados ao longo do texto.

4 - Diferenças no tempo de recuperação dos investimentos atrativos de curto ou de longo prazo.

5 - Custo do dinheiro: representado pelas taxas de juro pagas pelos títulos públicos de curto e longo prazos ou pela "prime rate" usadas pelos grandes bancos.

6 - Análises antes ou após a tributação do imposto de renda.

Não existe uma regra fixa para um investidor afirmar qual é a sua  $r_{\min}$ , pois os fatores apontados acima variam de investidor para investidor e ao longo do tempo. Também não é possível fixar com qualquer grau de segurança uma " $r_{\min}$  típica" por classe de indústria. Uma simples consulta a edição anual da revista Fortune, intitulada "Fortune 500", indica, prontamente, que a taxa de retorno (na forma definida pelo periódico) das empresas americanas variam de fortes perdas em alguns anos para grandes retornos em outros. Assim, essa tão comentada taxa de retorno não é um bom indicador para  $r_{\min}$  a ser usada por essas empresas. Da mesma forma, não é conveniente o procedimento adotado por algumas empresas de usar para  $r_{\min}$  a média ponderada entre TIRs de projetos passados, pois TIRs históricas podem não se repetir no futuro. Condições econômicas, limitações dos negócios, legislação fiscal, oportunidades de investimento, disponibilidade de recursos, custo do dinheiro e estimativas individuais do cenário econômico futuro estão sujeitos às flutuações expressivas ao longo do tempo. Desse modo, o melhor a ser feito é esclarecer a influência dos vários fatores na determinação da taxa de atratividade e indicar como tais fatores podem ser usados no processo decisório, em lugar de estabelecer  $r_{\min}$  de modo arbitrário.

Pelo princípio de que  $r_{\min}$  deve ser escolhida, de forma a otimizar o uso dos recursos disponíveis, se aceitar uma alternativa que tenha uma TIR de 10%a.a. implica em rejeitar outra com TIR de 20%a.a. com o mesmo nível de riscos; não se justifica empreender a alternativa de TIR de 10%a.a., para não haver uma subutilização da disponibilidade de recursos. Os altos valores da  $r_{\min}$  usados pela indústria competitiva resultam desse princípio.

Quando se analisa uma oportunidade de investimento, a preocupação é com o montantes exigidos e com os benefícios líquidos resultantes. Deve-se considerar as possibilidades de realização de lucros dentro da empresa comparadas com as de ganho no mercado financeiro, considerando o mesmo nível de risco envolvido. Assim, quando  $r_{\min}$  a vigorar em dado período orçamentário, está sendo determinada por um investidor, as condições vigentes e previsíveis do mercado financeiro devem ser consideradas. Um limite inferior de  $r_{\min}$  de uma empresa é a TIR de oportunidades de investimento "livres de risco" no mercado financeiro, tais como bônus governamentais, títulos do Tesouro Nacional, certificados de depósitos etc. Em geral, a taxa de atratividade é superior a esse limite

devido às boas oportunidades que surgem dentro da própria empresa.

A existência de juro indica que o dinheiro tem um custo associado ao seu uso, que pode estar explícito (como é o caso do custo dos empréstimos) ou implícito (como o custo de oportunidade).

Como o objetivo principal da empresa é a maximização do seu valor (valor das ações ordinárias), é admissível que a empresa não invista em projetos cujo retorno seja inferior ao custo de capital associado ao mesmo. Dessa forma, o custo de capital é um fator importante na estratégia de investimento da empresa e representa uma "taxa de corte" para aceitabilidade dos projetos.

Deve-se ter em mente que a expectativa de um investidor ao adquirir ações ordinárias de uma empresa é a mesma de um banqueiro ao emprestar dinheiro. Ambos podem aplicar em alternativas livres de risco ou em alternativas competitivas. Essas devem oferecer maior retorno devido aos riscos.

Na determinação da  $r_{\min}$ , o investidor pode dispor suas alternativas em ordem decrescente da TIR, e, desse modo, alocar suas disponibilidades no sentido da alternativa mais rentável para as menos rentáveis, de modo que, a última assim disposta e aceita é a de menor TIR, taxa que é denominada de **custo de oportunidade**, no sentido de que, se o investidor decide aplicar em outra oportunidade, em detrimento da alternativa de menor TIR, está perdendo a oportunidade de ter um retorno igual ao dessa alternativa recusada. Assim, ao se decidir investir em qualquer projeto, deve-se procurar saber qual a TIR da oportunidade rejeitada, ou melhor, deve-se exigir do projeto uma TIR pelo menos igual ao retorno da oportunidade rejeitada. Em princípio,  $r_{\min}$  deve ser igual ou superior à TIR da oportunidade rejeitada (custo de oportunidade). Em outras palavras,  $r_{\min}$  representa a TIR de outras oportunidades disponíveis de investimento com o mesmo nível de risco da alternativa aceita. Tal oportunidade pode estar disponível dentro ou fora da empresa, e, normalmente, quando disponível dentro da empresa o valor de  $r_{\min}$  é mais alto por duas razões: a concorrência de outras boas oportunidades de investimento dentro da empresa e a limitação de recursos, que exige aplicações mais produtivas. Na indústria competitiva, é comum o uso de  $r_{\min}$  elevadas devido à coexistência frequente de ambas razões.

De acordo com Gentry & O'Neil (1984,p.322-325), há quatro componentes do custo de capital ( $r_{\min}$ ), alguns com fundamentos teórico-prático e outros arbitrários, a saber:

**1 - Custo Básico de Oportunidade:** é o custo, de captação e uso de recursos para investimento, associado ao retorno que deve ser obtido pela aplicação dos fundos disponíveis, gerados interna ou externamente, em aplicações alternativas "livres de risco" em lugar de direcionados para o projeto em análise. Os demais componentes são,

normalmente, adicionados a esse custo básico de oportunidade para formar o custo de capital.

**2 - Custo de Transações:** representado pelas despesas relacionadas à emissão de títulos (despesas com administração, corretagem, propaganda, registros etc). São mais altas para o capital próprio do que para os recursos de terceiros, e decrescem com o volume de títulos lançados. Apesar de serem inferiores ao custo básico de oportunidade, devem ser consideradas no cálculo de  $r_{\min}$ .

**3 - Prêmio de Risco:** representada por um custo de percepção do risco, que cresce com o aumento do risco, na captação tanto de recursos de terceiros como de recursos próprios.

**4 - Incremento Inflacionário:** devido à espiral inflacionária, que abate o mundo de forma acentuada a partir do início dos anos setenta, o impacto da inflação deve ser introduzido como nova dimensão nos estudos econômicos. Em particular, o longo prazo de maturação dos investimentos em mineração, em conjunção com altas taxas inflacionárias, tem afetado significativamente a viabilidade dos empreendimentos em mineração. Isso sugere que os efeitos inflacionários sejam incorporados à avaliação econômica, particularmente, no que diz respeito ao custo de obtenção e utilização dos recursos financeiros. Obrigatoriamente, as taxas de juro aumentam em períodos inflacionários para restabelecer o poder de compra do credor ao receber principal e juros. Assim, altas taxas de juro, associadas à perspectivas inflacionárias, podem influenciar nas estimativas de  $r_{\min}$ .

O capital próprio de uma empresa é oriundo das vendas das ações ordinárias (os adquirentes passam à condição de proprietários da empresa), dos lucros retidos e da recuperação de capital (através dos fundos de depreciação e de exaustão), geralmente, sem obrigação legal da empresa de pagamento dos dividendos gerados pelas ações. Por outro lado, o capital de terceiros tem origem nos empréstimos de longo prazo, emissão de ações preferenciais e de debêntures, cujos adquirentes são credores e não proprietários da empresa, de modo que em relação a esses, a empresa tem obrigações legais para pagamento do principal, juros e dividendos.

Mesmo quando o capital próprio pode ser aumentado, a empresa pode julgar não ser conveniente fazê-lo. Para a pequena empresa, de propriedade de poucas pessoas, devido ao risco de perda do controle acionário para os novos possíveis proprietários; e, para as grandes empresas da indústria competitiva, onde o problema de controle acionário não existe, a diretoria frequentemente encontra outros argumentos contrários ao ingresso de novo capital próprio.

Na determinação de  $r_{\min}$  em função do custo de empréstimos, alguns analistas admitem usar uma  $r_{\min}$  igual ao custo do empréstimo (fato comum nos projetos

governamentais e pessoais). No entanto, a indústria competitiva aponta os seguintes argumentos para usar uma  $r_{\min}$  superior ao custo do empréstimo:

1 - como a decisão final cabe aos proprietários da empresa, para os mesmos não há vantagens em exigir um retorno igual ao custo do empréstimo, pois, havendo sucesso ou não do empreendimento, o principal e os juros do empréstimo têm de ser pagos. Assim, deve ser exigido um retorno maior que o custo do empréstimo, como forma de compensar os riscos assumidos;

2 - mesmo quando o projeto tem 100% de financiamento, o montante do empréstimo depende do volume de capital próprio na estrutura de capital da empresa, devendo o custo do novo aporte de capital ser visto como uma média ponderada dos recursos próprios e de terceiros. A média ponderada deverá ser sempre consideravelmente superior ao custo dos recursos de terceiros;

3 - se a disponibilidade total de fundos, mesmo considerando os empréstimos, é limitada, e, se há muitas propostas de investimento com possibilidade de gerar altos retornos, deve-se aplicar o conceito de custo de oportunidade para escolha de  $r_{\min}$ , em lugar do custo do empréstimo.

De um modo geral, a decisão de investir deve ser separada da decisão sobre o financiamento. A questão relativa à escolha de fontes de fundos de financiamento (captação de recursos) pode dar origem a vários tratados ou temas para dissertação à parte.

De acordo com Grant et al. (1990,p.336-337), para discutir como proceder ao selecionar  $r_{\min}$ , torna-se útil classificar separadamente os seguintes tipos de atividade:

1 - empresas da indústria competitiva, onde, por uma ou outra razão, o orçamento é limitado aos fundos gerados dentro da própria empresa;

2 - empresas da indústria competitiva, que, regular ou ocasionalmente, obtêm novos recursos para investimento, quer pelo aumento de capital próprio (venda de ações ordinárias) ou por empréstimos de longo prazos ou por ambos os meios;

3 - empresas de utilidade pública (das áreas de eletricidade, gás, telefonia, transporte, correios etc), particularmente, aquelas sujeitas às normas e controles governamentais;

4 - atividades essencialmente governamentais.

Apesar da distinção entre esses quatro grupos nem sempre ser clara, essa classificação é assumida para as seguintes considerações:

1 - para as primeiras, em princípio, o custo de oportunidade dentro da empresa determina a  $r_{\min}$ . Em tal caso, evidentemente, nenhuma generalização pode ser feita sobre onde deve ser feito a "taxa de corte" (custo de oportunidade). É um problema da lucratividade das

alternativas propostas de investimento e da disponibilidade dos recursos, podendo  $r_{\min}$  ser alta em certos períodos orçamentários e baixa em outros;

2 - no segundo tipo, pergunta-se: qual é a média ponderada dos custos de capital, se a empresa usa recursos próprios e de terceiros? A resposta é difícil devido à complexidade do cálculo do custo do capital próprio e pelo fato de, nesse tipo de indústria, ser comum o uso de diferentes definições para a taxa de rentabilidade;

3 - para as empresas de utilidade pública o "retorno normal", permitido pela regulamentação governamental, tende a ter um limite inferior absoluto para  $r_{\min}$ , variando de 6,5 a 15%a.a., dependendo de várias circunstâncias. Por outro lado, os serviços regulamentados devem manter uma forma constante de captação de novos capitais para atender a demanda dos serviços, devendo seu novo capital ser uma combinação de recursos próprios e de terceiros. Para atrair novos capitais deve haver uma expectativa para os acionistas de retornos mais elevados do que o custo do empréstimo (juros sobre os títulos emitidos). Todavia, a  $r_{\min}$  é fixada, geralmente, em vários pontos percentuais acima do "retorno normal", sendo influenciada pelo custo de oportunidade;

4 - as agências governamentais americanas usam nas suas avaliações econômicas, o custo médio dos empréstimos. Historicamente, há estudos com taxas de retorno de até 2,5 a 3,5%a.a.. Em muitas avaliações, principalmente no setor de rodovias, empregam-se as taxas do financiamento com recursos oriundos dos impostos, ou seja, de 0%a.a. Na opinião dos autores citados, não é sensata uma política pública que usa baixas taxas (de 0% a 7%a.a.), nos seus estudos econômicos, sem considerar o custo de oportunidade (que seria a taxa que o contribuinte poderia conseguir se pudesse investir o imposto recolhido), pois leva ao superdimensionamento dos projetos de utilidade pública.

Como exposto, o principal obstáculo para encontrar o custo de capital (entendido como média ponderada entre o custo de capital próprio e de terceiros) é calcular o custo do capital próprio. Para tanto, várias fórmulas têm sido propostas, na forma de taxa de juros, sendo que todas conduzem a resultados diferentes, e, às vezes, sem sentido financeiro. O modelo mais usual é o da média ponderada dos custos dos componentes do capital próprio. Todos os modelos para o cálculo do custo do capital próprio consideram fatores como dividendos pagos, preço de mercados das ações, valor contábil da empresa por ação e outras combinações de fatores. As dificuldades residem nas variadas hipóteses arbitrárias para os elementos de cada modelo formulado (por exemplo, valores contábeis e lucros dependem do método de depreciação adotado, tanto para efeito contábil como para efeito fiscal).

Evidentemente, se há lucros retidos ou surgem novos fundos, que podem ser legalmente distribuídos aos acionistas ordinários (proprietários) da empresa, tal distribuição deve ser realizada, a menos que tais fundos possam ser investidos de modo a beneficiar os proprietários da empresa. Problemas de política geral consideram que a disponibilidade de capital para investimento está relacionada à existência de oportunidades atrativas. Somente a existência dessas justifica a captação de novos recursos para investir.

Na prática, enquanto as relações entre as atividades da empresa e o preço de suas ações são, quando muito, imprecisas, há uma teoria lógica e intuitiva relacionando o lucro por ação no longo prazo com a sua política de investimento. Por consequência, a  $r_{\min}$  de uma empresa determinaria a TIR mínima aceita para cada projeto em estudo, para que o valor da empresa permanecesse inalterado. Mais uma vez fica justificado o sentido de "taxa de corte" para taxa de atratividade.

O modo como a empresa combina recursos de longo prazo, próprios e de terceiros, ou seja, como a empresa monta sua "estrutura de capital", determina o custo de capital da empresa, que por espelhar a sua  $r_{\min}$ , desempenha um papel importante na sua política de investimento. O crescimento da empresa depende de sua estrutura de capital, que pode proporcionar um impacto positivo ou negativo na sua **alavancagem financeira**. Historicamente, até os anos setenta, as empresas de mineração dependiam, substancialmente, de recursos próprios para seus empreendimentos, geralmente obtidos a partir de fundos gerados internamente, fato que caracteriza uma política financeira excessivamente conservadora.

Van Horne (1968) mostra que sucessivos aportes de recursos de terceiros na estrutura de capital da empresa, inicialmente, levam  $k_e$  (custo marginal médio ponderado de capital da empresa) a um valor mínimo, que posteriormente é elevado devido ao risco financeiro tornar-se excessivo, como ilustra a Figura B.1, onde  $k_e$  é o custo do capital próprio e  $k_d$  o custo dos recursos de terceiros. Isso significa que os credores aceitam emprestar recursos com baixas taxas de juros, enquanto houver participação elevada de recursos próprios na estrutura de capital da empresa para absorver os riscos do negócio. Se os recursos de terceiros deixam de ser levantados a baixo custo, é uma indicação que a empresa não pode continuar a usá-los, até que seja elevada a participação dos recursos próprios. Além disso, se a relação recursos de terceiros/recursos próprios é alta, os custos de ambos cresce rapidamente, pois também os acionistas passam a exigir maior remuneração para o capital próprio como forma de compensar os riscos.

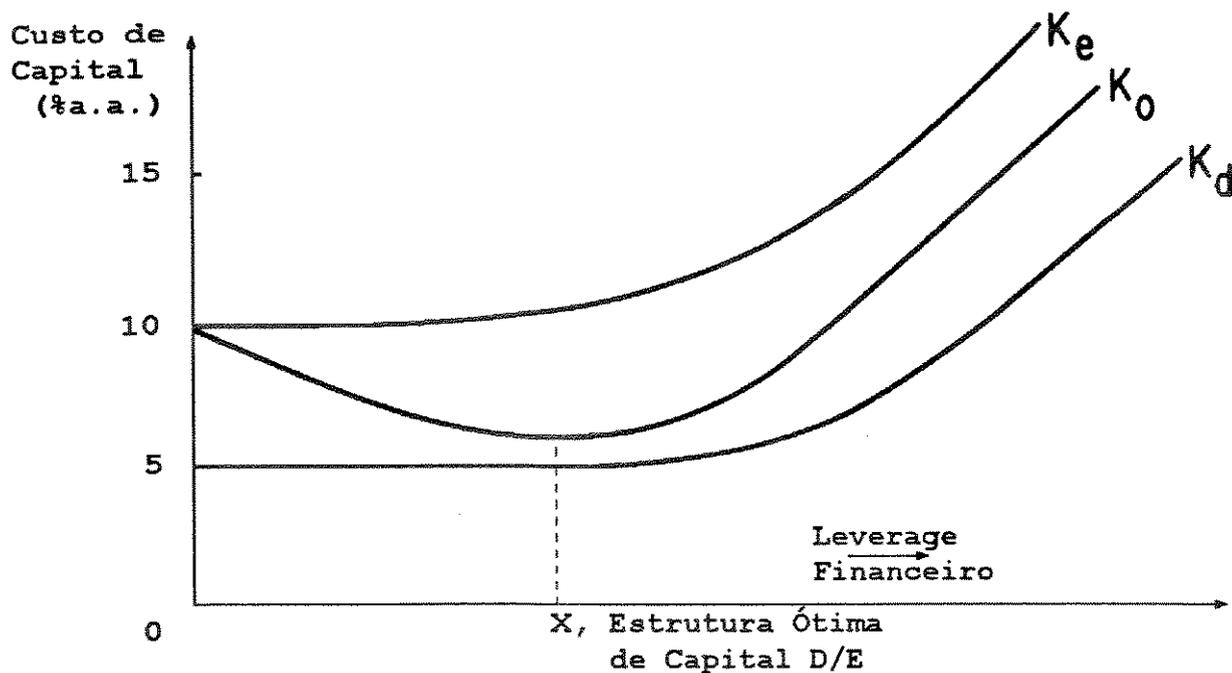


Figura B.1: Estrutura Ótima de Capital da Empresa. Fonte: GENTRY&O'NEIL (1984,P.344)

Devido à notória flutuação histórica dos lucros, as empresas de mineração têm sua estrutura de capital ótima para uma relativa baixa relação capital de terceiros/recursos próprios. É um comportamento oposto ao das empresas públicas, que otimizam sua estrutura de capital com valores altos para essa relação.

A empresa ao otimizar sua estrutura de capital está otimizando seu custo de capital, ou seja, sua  $r_{\min}$ , e, dessa forma, pode aceitar maior número de alternativas, que por sua vez conduz a um programa ótimo de investimento, resultando em maior valor da empresa. Em outras palavras, uma estrutura de capital ótima tende a maximizar o valor da empresa para os seus acionistas. Infelizmente, não é fácil determinar a estrutura de capital ótima de uma empresa, pois não há maneira confiável de prever as reações do mercado financeiro às variações na sua alavancagem financeira.

Na prática, a estrutura de capital de uma empresa raramente é composta de várias fontes de fundos com suas relações de recursos de terceiros/capital próprio otimizadas. Geralmente, os recursos de terceiros são usados de forma concentrada em um determinado projeto, e, provavelmente, o capital próprio é usado em outro. Conseqüentemente, a verdadeira estrutura de capital da empresa pode desviar da sua posição ótima para qualquer outro ponto ao longo do tempo, pois admite-se que a estrutura ótima é normalmente tão forte que diminutas variações em qualquer direção não causam grandes danos.

Reconhecidamente, o risco de perda, normalmente admitido pelo investidor sem uso de regras formais, é maior em um projeto/negócio do que em outro, motivo pelo qual a taxa de juros, e, conseqüentemente,  $r_{\min}$  é influenciada pelo risco de perda. O padrão de atratividade ( $r_{\min}$ ) pode ser diferenciado, para efeito de avaliação de investimentos, em função desses riscos. Grant et al. (1990,p.333) cita como exemplo, que uma grande indústria de petróleo poderia adotar uma atratividade após imposto de renda de: 18%a.a. para seus projetos da divisão de produção; 14%a.a. para os da divisão de refino; e, apenas 10%a.a para os das divisões de transporte e de comercialização.

Gentry & O'Neil (1984,p.323-324) apresenta uma tabela para uma empresa hipotética, que pode levantar recursos a 12%a.a., separando suas oportunidades de investimento por classes de risco; cada classe com uma  $r_{\min}$  própria. Pela tabela: projetos de substituição de equipamentos em empreendimentos em operação pertencem a classe I, com  $r_{\min}$  de 12%a.a.; programas de expansão em empreendimentos em operação, classe II com 14%a.a.; desenvolvimento de novos projetos para o mesmo commodity (projetos domésticos), classe III com 18%a.a.; e, desenvolvimento de novos projetos para um novo commodity (projetos no exterior), classe IV com 25%a.a..

Outrossim, admite-se que os projetos de horizontes mais longos envolvem mais riscos que os projetos de curta duração, devido à maior dificuldade de estimar as condições futuras. Assim, pode-se aceitar um projeto de cinco anos de vida útil com uma TIR de apenas 12%a.a. em detrimento de outro com horizonte de 15 anos e TIR de 16%a.a.

Em relação ao fato das análises serem procedidas antes ou após a tributação, especialmente a do imposto de renda, para os proprietários da empresa o que importa é o resultado final, isto é, após a tributação. Porém, se ficar assegurado, que na comparação entre projetos, a decisão não é afetada pela tributação, pode-se, por questão de simplicidade, proceder, preliminarmente, os estudos na posição antes do imposto de renda, e, posteriormente, aumentar o valor de  $r_{\min}$  de modo a reconhecer o efeito da tributação. Tal simplificação é justificada nas decisões a "nível de projeto", pois dispensa conhecimentos específicos de natureza fiscal por parte dos técnicos responsáveis pela "formulação" dos projetos. Contudo, frequentemente o melhor projeto na ótica antes do imposto de renda nem sempre é o melhor projeto na ótica após o imposto de renda. Logo, a preferência é que as análises sejam procedidas após a tributação.

Para ilustrar o conceito de portfólio, Grant et al.(1990,p.340), mostra o quadro a seguir com a composição de um fundo educacional em meados dos anos sessenta:

No exemplo, as ações ordinárias são bastante diversificadas entre indústrias e empresas, bem como a diversificação dos fundos é em função dos respectivos

vencimentos. O objetivo do gestor desse fundo é obter um "portfólio balanceado" em termos de assegurar o menor risco de perda para os valores aplicados e para os recebimentos das remunerações (juros e dividendos) no curto, médio e longo prazos. De modo semelhante, é razoável supor, que os responsáveis pelo processo decisório da empresa a "nível de orçamento" distribuam os fundos de modo a obter um portfólio balanceado.

Quando se pergunta a um grupo de analistas da mesma empresa "qual a  $r_{min}$  usada pela mesma, a resposta típica é: "depende da oportunidade de investimento em análise".

Tipos de Investimentos	% (*)
Dinheiro em Caixa	0,8
Títulos com Vencimento em 5 anos	9,3
Títulos com Vencimento entre 6 e 10 anos	13,7
Títulos com Vencimento entre 11 e 20 anos	8,1
Títulos com Vencimento com mais de 20 anos	8,6
Ações Ordinárias	50,4
Bens Imóveis e Investimentos Relacionados	9,1
Total	100,0

(\*) Percentuais sobre o total estimados a valores de mercado.

Há boas razões para que os analistas não trabalhem com um valor fixo para  $r_{min}$ , de modo a rejeitar, prematuramente, projetos com baixas taxas de retorno. Frequentemente, vários fatores intangíveis (irredutíveis a valores monetários) importantes favorecem a projetos com menores taxas de retorno. Como exemplo, o conceito de portfólio balanceado pode conduzir a um mix de projetos de altos riscos com elevadas taxas de retorno e projetos de poucos riscos e baixas taxas de retorno. Embora não se estabeleça um valor de corte para  $r_{min}$ , que separe os projetos aceitos dos rejeitados, parece haver um valor da TIR, abaixo do qual nenhum projeto é aceito. Dessa forma, o nível hierárquico superior da empresa sente a necessidade prática de escolher uma  $r_{min}$ , que deva ser usada tanto a "nível de projeto" como a "nível de orçamento".

Se os responsáveis pela engenharia do projeto de um departamento da empresa são deixados à própria sorte, uns tendem a superdimensionar tecnicamente o projeto, no sentido de adotar incrementos antieconômicos para os investimentos iniciais; enquanto outros, tendem a subdimensionar os custos iniciais de modo que o projeto torna-se impraticável, e, portanto também inviável. Para evitar tais tendências é comum a empresa elaborar manuais ou instruções para análise de investimentos que podem ser complementados por programas de treinamento de curta duração para os profissionais envolvidos no processo decisório, tanto "a nível de projetos" como "a nível de orçamento". É uma forma eficiente de integração de equipes e do entendimento dos verdadeiros objetivos e métodos da estratégia de investimento da empresa.

Nas grandes corporações os responsáveis pela "formulação" de projetos podem reagir às exigências de fazer tais análises econômicas, que podem ser complexas principalmente ao envolver aspectos fiscais. Contudo, tais estudos podem ser inicialmente feitos por tais técnicos numa posição antes do imposto de renda, e, posteriormente, revistos para posicioná-los após o imposto de renda, para, finalmente, serem submetidos à "justificação" pelo comitê de orçamento da empresa.

Como informações mais atualizadas sobre a  $r_{min}$  praticada pelas empresas de mineração, destacam-se:

1 - Goode et al. (1991,p.60) cita:

"Em reconhecimento aos riscos associados à obtenção dos valores projetados para os fluxos de caixa, as empresas de mineração, normalmente, adotam uma "taxa de corte" de 15%a.a., em moeda constante, após o imposto de renda."

2 - Sandri (1985) cita:

"Geralmente, o capital próprio é mais caro do que os recursos de terceiros. Em 1985, a taxa de desconto de muitas empresas de mineração variavam de 14% a 15%"

3 - Cavender (1993,p.294) afirma ter participado de análises de projetos usando valores similares aos citados por Sandri.

## **SÍNTESE<sup>15</sup>**

A determinação da taxa mínima de atratividade de uma empresa é um tópico de muito debate pela dificuldade apresentada. É evidente que a TIR de cada projeto aceito

---

<sup>15</sup> - O conteúdo dessa síntese é fundamentado em Gentry & O'Neil (1984,p.345).

deve ser superior ao custo do capital próprio e dos recursos de terceiros relacionados ao mesmo. Embora isso localize alguns aspectos do problema, cada um desses itens é difícil ser estimado com precisão.

Felizmente, não é necessário um alto grau de precisão no cálculo de  $r_{\min}$ . Uma boa estimativa pode ser obtida pelo uso adequado do modelo do custo de capital - Figura B.1 - ajustado ao conhecimento do status atual e expectativas futuras da empresa em relação ao assunto. Em quase todos os casos, a dificuldade reside em calcular o custo dos recursos próprios que é determinado pela expectativa dos investidores. Para uma empresa com um passado regularmente estável, na distribuição de lucros e dividendos, os analistas confortavelmente admitem que os investidores esperam o futuro ser uma extensão da tendência histórica. Em tais casos, o modelo do custo de capital dá uma estimativa segura do custo dos fundos para investimento.

Contudo, em indústrias como a mineração, onde fortes ciclos dos negócios são evidentes, as estimativas de ganhos futuros e de dividendos estão sujeitas a grandes margens de erro. Como consequência, um melhor julgamento torna-se necessário para aplicar com segurança o modelo do custo de capital. A dificuldade desta solução está na precisão das pesquisas de opinião para estimar o custo do capital próprio junto aos acionistas, porém os responsáveis pela engenharia do projeto estão numa posição confortável em relação à natureza indiferente do problema real (de estabelecer a estrutura ideal de capital da empresa), onde o ótimo é raramente atingível.

A lógica descrita, que usa o custo médio ponderado de capital para taxa de desconto ( $r_{\min}$ ) na avaliação de investimentos, é clara e conveniente. A aplicação dessa teoria é frequentemente difícil. "Contudo, estimativas devem ser feitas", como observa Van Hornes (1968).

## APÊNDICE "C"

### VIDA ÚTIL DE UM EMPREENDIMENTO MINEIRO

Stermole & Stermole (1984,p.80-81) afirma que, devido ao valor tempo do dinheiro, os FCs que ocorrem após os dez primeiros anos, não são tão importantes para a economicidade os que ocorrem durante os dez primeiros anos da vida do projeto. No entanto, é importante para o analista reconhecer a sensibilidade dos resultados, por exemplo da TIR, em relação à vida do projeto. Geralmente, a TIR de um projeto de boa rentabilidade é menos afetada pelo prolongamento da vida útil do que a de um projeto de rentabilidade marginal (ou de baixa rentabilidade).

Para ilustrar o efeito da vida útil na rentabilidade dos projetos, esses autores consideram o exemplo de um projeto que pode ter um investimento inicial de 20 u.m. (situação em que teria boa rentabilidade) ou de 36 u.m. (situação em que teria uma rentabilidade marginal), dependendo das condições da engenharia do projeto e do qual espera-se lucros anuais de 6 u.m. durante 5, 10 ou 20 anos, sem valor residual para os investimentos iniciais. Os projetos são representados pelas seguintes distribuições de FCs.

Projeto de Boa Rentabilidade

-20	6	6.....6
+-----+	+-----+	+-----+
0	1	2.....n (anos)

Projeto de Rentabilidade Marginal

-36	6	6.....6
+-----+	+-----+	+-----+
0	1	2.....n (anos)

Fazendo a vida útil(n) assumir os valores de 5, 10 e 20 anos, tem-se os seguintes valores para as TIRs. Os números do quadro abaixo mostram que o efeito sobre a TIR, ao se duplicar a vida útil de 5 para 10 anos, é muito significativo em ambos os projetos. Quando a vida útil usada na avaliação é inferior a 10 anos, seu efeito é significativo tanto no projeto de boa rentabilidade como no de rentabilidade marginal. Todavia, ao se duplicar a vida de 10 para 20 anos, o efeito é pouco significativo para o projeto de boa rentabilidade (a TIR cresce de 27,3% para 29,8% a.a., um incremento de apenas 9%), enquanto para o projeto de rentabilidade marginal o efeito é significativo (a TIR cresce de 10,6% para

15,8% a.a., um incremento de 49%).

Ainda, segundo os autores citados, geralmente, a TIR de projetos de boa rentabilidade é pouco afetada pelo prolongamento da vida útil além dos dez primeiros anos, enquanto a TIR de projetos marginais é afetada significativamente pelo prolongamento da vida entre 15 e 20 anos. O prolongamento além dos 20 anos tem efeito pequeno na maioria dos projetos, tanto os de boa rentabilidade como os de baixa rentabilidade. Assim, quando se prolonga a vida dos projetos para 25, 50 e 100 anos, a TIR tende a estabilizar-se, o que ocorre já aos 50 anos no exemplo acima.

Valores da TIR (%a.a.) em Função da Vida Útil (anos)

n (anos)	Proj. Boa Rentab.	Proj. Rentab. Marg.
5	15,2	-5,8
10	27,3	10,6
20	29,8	15,8
25	30,0	16,3
50	30,0	16,7
100	30,0	16,7

Nota: além das vida úteis do enunciado, foram considerados os valores de 25, 50 e 100 anos.

Grant et al (1990,p.69-70) informa que nos projetos de vida longa, os estudos econômicos são desenvolvidos como se a vida útil esperada fosse de 50 anos, procedimento adotado tanto nos projetos governamentais nos Estados Unidos (adutoras, irrigação etc) como nos da iniciativa privada. Os autores observam que a diferença entre o  $VAE(r_{\min})$  de um projeto de vida perpétua e o de um projeto de longa duração (por exemplo, de 100 anos de horizonte) é, de fato, pequena. Assim o  $VAE(r_{\min})$  de um projeto de vida perpétua à taxa de 8%a.a. para cada unidade monetária (u.m.) investida é de:

$$VAE(8\%) = 1.FPR(8\%,\infty) = 1. 0,08 = 0,08 \text{ u.m.}$$

Deve-se observar que  $FPR(i,\infty) = i$ , com base na relação (5") do item 1.2.9.

E, o VAE à mesma taxa de um projeto de 100 anos, para cada u.m. investida é de:  
 $VAE(8\%) = 1.FPR(8\%,100) = 1. 0,08004 = 0.08004 \text{ u.m.}$

Isso significa que a redução de uma vida perpétua para uma vida de 100 anos (com perdas anuais do VAE de 0.08 u.m. após os 100 anos) pode ser compensada com uma elevação na  $r_{\min}$  de 8% para 8,004% a.a., ou seja, com um acréscimo de apenas 0,05%.

Pelo exposto, verifica-se que para vida útil de um projeto mineiro não devem ser usados valores além de 50 anos, o que seria um limite superior. Por outro lado, o prolongamento da vida útil acima de 20 anos pouco contribuirá para aumento da sua rentabilidade, mesmo havendo reservas minerais que garantam a produção por um horizonte mais longo. Na prática, dificilmente usa-se vida útil superior a 30 anos, variando a vida de cada projeto em função da taxa de atratividade do investidor. De um modo geral, quanto maior for essa taxa, menor deve ser a vida útil utilizada, como será ilustrado a seguir.

O valor atual de 1.000 u.m. que ocorre em  $n$  (anos) à taxa de juro  $i$  (%a.a.) é dado no quadro abaixo para valores pré-fixados de  $i$  e de  $n$ , desprezando-se as casas decimais.

Valor Atual de 1.000 u.m.				
	(u.m)			
$n i$	15%	20%	25%	30%
15	123	65	35	20
20	61	26	12	5
25	30	10	4	1
30	15	4	1	0

Observando a tabela, verifica-se que o valor atual decresce com o aumento de  $i$  e de  $n$ , de modo que:

- a - fixada uma taxa de juros, existe um prazo ( $n$ ) além do qual os valores atuais de 1.000 u.m. são inferiores a um valor monetário, desprezível e pré-determinado, de modo que não devem ser considerados nos cálculos; e,
- b - fixado um prazo, existe uma taxa a partir da qual os valores atuais de 1.000 u.m. são inferiores a um valor monetário, desprezível e pré-determinado, de modo que não devem ser considerados nos cálculos.

Para desprezar o valor atual de um FC futuro é necessário indicar um critério para estabelecer o valor monetário a ser pré-determinado. Uma vez estabelecido o critério, o prazo e a taxa de juro, a partir dos quais o valor atual deve ser desprezado, ficam determinados.

Um critério a ser proposto é o de, para cada taxa de juro, desprezar todo FC, cujo valor presente seja inferior a 1,5% do seu valor futuro, a partir de um certo prazo. Em outras palavras, quando  $FSP(i,n) < 0,015$ . Dessa forma, consultando uma tabela financeira, pode-se elaborar o seguinte quadro para encontrar os valores de  $n$

correspondentes às taxas mais usuais.

### Vida Útil de um Projeto de Mineração versus Taxa de Atratividade do Investidor

i (%a.a.)	15	16	18	20	22	24	25
n (anos)	30	28	25	23	21	19	18

A taxa mínima de atratividade é estabelecida pela empresa de acordo com a conjuntura do mercado financeiro de longo prazo, enquanto a vida útil é função dessa taxa e do critério estabelecido para desprezar os valores presentes inferiores a um percentual (no caso, 1,5%) dos FCs futuros. Assim, se a empresa trabalha com  $r_{\min} = 18\%a.a.$  e adota o critério acima, deve trabalhar com uma vida útil máxima de 25 anos, mesmo que disponha de reservas mineráveis para mais anos.

#### SÍNTESE

O estabelecimento de um critério do tipo mencionado é importante na avaliação de projetos de longa duração. Por exemplo, um projeto do tipo do Projeto Carajás, ao nível de produção atual, tem reservas para mais de 100 anos; no entanto, se a Cia. Vale do Rio Doce, decide com uma taxa de 15%a.a., a sua vida útil máxima seria de 30 anos, pois as reservas acima de 30 anos seriam reservas potenciais e estratégicas da empresa, porém, do ponto de vista econômico, não teriam praticamente nenhuma influência na rentabilidade do empreendimento. Outro exemplo, seria o aproveitamento de uma fonte de água mineral, cuja escala de produção é limitada pela vazão da fonte, porém cuja vida útil tende a ser perpétua.