



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
ÁREA DE GEOLOGIA DE PETRÓLEO

Dissertação apresentada ao Instituto de Geociências
como requisito parcial à obtenção do título de
Mestre em Engenharia de Reservatório

O IMPACTO DO TRATAMENTO TENSORIAL DA PERMEABILIDADE
NO PROCESSO DE MUDANÇA DE ESCALA E
SIMULAÇÃO DE FLUXO

Autor: Ramiro de Avila [Ramos] 147

Orientador: Paulo Roberto [Ballin]

Co-orientador: Armando Zaupa [Remacre]

Este exemplar corresponde à
redação final da tese defendida
por Ramiro de Avila Ramos
e aprovada pela Comissão Julgadora
em 8 / 2 / 94

ORIENTADOR

CAMPINAS
Estado de São Paulo - Brasil
Fevereiro / 1994



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
ÁREA DE GEOLOGIA DE PETRÓLEO**

A dissertação "O Impacto do Tratamento Tensorial da Permeabilidade no Processo de Mudança de Escala e Simulação de Fluxo", elaborada por Ramiro de Avila Ramos e aprovada por todos os membros da Banca Examinadora foi aceita pela Subcomissão de Pós-graduação em Geoengenharia de Reservatório como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Geoengenharia de Reservatório.

Campinas, 05 de fevereiro de 1994.

Banca examinadora:

Paulo Roberto Ballin, Ph.D.
(Orientador)

Antônio Cláudio de França Corrêa, Ph.D.
(Examinador)

Cesar Luiz Palagi, Ph.D.
(Examinador)

À meus pais.

Para Gueth,

Natalia e Luisa.

AGRADECIMENTOS

Ao Dr. Paulo Roberto Ballin, pela orientação e incentivo à realização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Antônio Cláudio de França Corrêa, pelos comentários e frutíferas sugestões.

Aos colegas do curso de mestrado, que se tornaram amigos, pela agradável convivência e colaboração.

Aos professores e funcionários do IG e DEP-UNICAMP, que participaram diretamente do curso de mestrado.

À PETROBRÁS, pela oportunidade oferecida.

À UNICAMP, pelo suporte tecnológico.

**O IMPACTO DO TRATAMENTO TENSORIAL DA PERMEABILIDADE
NO PROCESSO DE MUDANÇA DE ESCALA E
SIMULAÇÃO DE FLUXO**

Ramiro de Avila Ramos

Orientador: Paulo Roberto Ballin

Co-orientador: Armando Zaupa Remacre

Instituto de Geociências - *Curso de Geoengenharia de Reservatórios*
Convênio UNICAMP/PETROBRÁS

RESUMO

A permeabilidade absoluta é uma das propriedades físicas que mais afetam o fluxo no reservatório, devendo ser, a rigor, representada matematicamente por um tensor completo.

A formulação tradicionalmente utilizada para representar o fluxo de fluidos em meios porosos considera as direções principais de permeabilidade alinhadas com os eixos de coordenadas, reduzindo a representação da permeabilidade absoluta a um tensor puramente diagonal.

Os meios porosos naturais costumam ser bastante heterogêneos, podendo variar a orientação e magnitude da permeabilidade de um ponto a outro do reservatório. O tratamento convencional da permeabilidade, portanto, pode ser inadequado para grande número de casos.

Este trabalho investiga o impacto do tratamento tensorial completo da permeabilidade nas respostas de fluxo em meios heterogêneos quando submetidos a processos de mudança de escala. É construído um simulador de fluxo bifásico, bidimensional e implantados métodos de mudança de escala que tratam a permeabilidade tensorialmente.

Mostra-se que o tratamento tensorial da permeabilidade é mais eficiente na representação de anisotropias não alinhadas com os eixos de coordenadas. Seu impacto nas respostas de fluxo depende do modelo e do nível de heterogeneidade apresentados pelo meio.

Para uma avaliação prévia das condições tensoriais do modelo de heterogeneidade estudado, sugere-se a utilização de parâmetros obtidos do processo de mudança de escala, definidos neste trabalho como "fatores de torção".

THE IMPACT OF TENSORIAL TREATMENT OF PERMEABILITY IN SCALING-UP PROCESS AND FLOW SIMULATION

(MASTER THESIS: Fev/94)

Ramiro de Avila Ramos

Adviser: Paulo Roberto Ballin

Co-adviser: Armando Zaupa Remacre

Instituto de Geociências - *Curso de Geoengenharia de Reservatórios*

Convênio UNICAMP/PETROBRÁS

ABSTRACT

Absolute permeability is one of the most important physical properties affecting subsurface flow and should be represented mathematically as a tensor.

Traditionally, permeability is treated as a diagonal tensor, i.e., the principal permeabilities are assumed to be aligned with the coordinate axes.

All natural permeable media are heterogeneous. The orientation and magnitude of the principal permeability may vary from one point to another within the reservoir. Then traditional treatment of permeability may be inadequate in many practical situations.

The objective of this work was to investigate the impact of the tensorial treatment of absolute permeability in flow-simulation results, especially when coupled with the scaling-up process in two-phase, two-dimensional flow.

It's showed that the tensorial treatment of absolute permeability is more efficient than the traditional one to represent anisotropic heterogeneities that are not aligned with coordinate axes. This treatment was tested in a series of heterogeneous permeability images, involving scaling-up process and flow simulation.

CONTEÚDO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Motivação.....	1
1.2	Proposta de Trabalho.....	5
2	REVISÃO DA LITERATURA	7
3	O SIMULADOR TENSORIAL DE FLUXO	12
3.1	A Formulação Matemática.....	13
3.1.1	Tratamento das Transmissibilidades.....	24
3.1.2	Tratamento do Blocos de Fronteira.....	21
3.2	Validação e Desempenho.....	29
3.2.1	Condições Convencionais: TESTE N° 1.....	30
3.2.2	Tensor Completo, Regime Monofásico Permanente: TESTE N° 2.....	32
3.2.3	Tensor Completo, Regime Monofásico Pseudo-Permanente: TESTE N° 3.....	35
3.2.4	Tensor Completo, Fluxo Bidimensional Bifásico: TESTE N° 4 e TESTE N° 5.....	37
3.3	Incorporação do Esquema TVD.....	47
3.4	Os Programas.....	54
4	MUDANÇA DE ESCALA: ESTIMATIVA DO TENSOR EQUIVALENTE	55
4.1	Método de Kasap.....	57
4.2	Método de White.....	61
4.3	Método de Gomez-Hernandez.....	64
4.4	Método de Gomez Modificado.....	67
4.5	Os Programas.....	70
4.6	Teste Preliminar de Performance.....	71

5	AValiação DO Tratamento Tensorial DA PERMEABILIDADE	80
5.1	O Conceito de Fator de Torção.....	80
5.2	Testes de Avaliação do Tratamento Tensorial.....	86
5.2.1	Populações Unimodais.....	90
5.2.2	Populações Bimodais.....	102
5.2.3	Populações Multimodais.....	107
5.2.4	Fluxo Transversal à Direção de Maior Continuidade.....	125
5.2.5	A Relação Entre Tamanho de Bloco e Escala de Heterogeneidade.....	130
5.2.6	O Mapeamento dos Fatores de Torção.....	133
6	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	137
	REFERÊNCIAS	141
	APÊNDICES	146
A	Equacionamento do Fluxo nos Blocos de Fronteira	146
B	Solução Analítica: Fluxo Monofásico Unidirecional	152

LISTA DE TABELAS

3.1	Parâmetros para TESTE Nº 2.....	33
3.2	Parâmetros para TESTES Nº 4 e Nº5.....	37
3.3	Tempos de CPU.....	53
4.1	Processos de mudança de escala do problema teste...	73
5.1	Parâmetros para as simulações de fluxo	89
5.2	Tempos de CPU.....	113

LISTA DE FIGURAS

3.1	Interface $i+1/2$ j.....	16
3.2	Direções de fluxo nas interfaces.....	21
3.3	Sistema matricial 4 x 4 - 9-diagonal bloqueado.....	23
3.4	Sentido de fluxo na interface $i+1/2$ j.....	26
3.5	Blocos da fronteira superior.....	27
3.6	Desempenho comparativo: simulador tensorial x convencional.....	31
3.7	Esquema simulado no TESTE Nº2.....	32
3.8	Perfis de pressão ao longo de L, para três tempos de injeção - TESTE Nº2.....	34
3.9	Esquema simulado no TESTE Nº3.....	35
3.10	Perfis de pressão ao longo de L, para três tempos de produção - TESTE Nº3.....	36
3.11	Esquema de simulação para os TESTES Nº4 e Nº5.....	38
3.12	Mapas de pressão - TESTE Nº4.....	39
3.13	Comportamento de Fw - TESTE Nº4.....	40
3.14	Mapas de saturação - TESTE Nº4.....	41
3.15	Mapas de pressão - TESTE Nº5.....	42
3.16	Comportamento de Fw - TESTE Nº5.....	43
3.17	Mapas de saturação - TESTE Nº5.....	44
3.18	Comportamento de Fw - TESTE Nº4 com TVD.....	49
3.19	Mapas de saturação - TESTE Nº4 com TVD.....	50
3.20	Comportamento de Fw - TESTE Nº5 com TVD.....	51
3.21	Mapas de saturação - TESTE Nº5 com TVD.....	52
3.22	Mapa de saturação - TESTE Nº5, malha paralela 79x79	53
4.1	Interbloco da interface $i+1/2$ j.....	56
4.2	1ª condição de contorno - método de Kasap.....	58
4.3	2ª condição de contorno - método de Kasap.....	59
4.4	Elemento de mudança de escala de Kasap - 1ª c.c....	60
4.5	Interface $i+1/2$ j - método de White.....	62

4.6	Condições de contorno implementadas.....	63
4.7	Região de interface no método de Gomez-Hernandez...	65
4.8	Exemplos de estimativa de tensor equivalente.....	66
4.9	Novos pontos de avaliação de pressão.....	68
4.10	Bloco com número ímpar de células.....	68
4.11	Áreas de abrangência para estimativa de pressões...	69
4.12	Áreas de abrangência para vizinhança pequena.....	70
4.13	Problema teste proposto.....	72
4.14	Mapas da simulação na pequena escala do problema teste a 420 dias.....	73
4.15	Método de LELOCH, simulação convencional 22 x 22...	74
4.16	Método de WHITE, simulação convencional 22 x 22....	75
4.17	Método de GOMEZ, simulação convencional 11 x 11....	75
4.18	Método de GOMEZM com vizinhança nula, malha 11 x 11	76
4.19	Método de GOMEZM com vizinhança nula, malha 22 x 22	76
5.1	Meio anisotrópico não alinhado com os eixos	81
5.2	Gradiente de potencial aplicado na direção x	82
5.3	Gradiente de potencial aplicado na direção y	83
5.4	Fator de torção na direção x (TORCX).....	85
5.5	Fator de torção na direção y (TORCY).....	86
5.6	Metodologia de avaliação do tratamento tensorial...	88
5.7	Imagens unimodais de permeabilidade simuladas.....	91
5.8	Resultados para a IMAGEM 1.....	94
5.9	Resultados para a IMAGEM 1a.....	95
5.10	Resultados para a IMAGEM 2.....	96
5.11	Resultados para a IMAGEM 3.....	97
5.12	Resultados para a IMAGEM 4.....	98
5.13	Resultados para a IMAGEM 3a.....	99
5.14	Resultados para a IMAGEM 4a.....	100
5.15	Resultados para a IMAGEM 4b.....	101
5.16	Imagens bimodais de permeabilidade simuladas.....	102
5.17	Resultados para a IMAGEM 5.....	104
5.18	Resultados para a IMAGEM 6.....	105
5.19	Resultados para a IMAGEM 7.....	106
5.20	Imagens multimodais de permeabilidade simuladas....	108
5.21	Resultados para a IMAGEM 8.....	114

5.22	Resultados para a IMAGEM 9.....	115
5.23	Resultados para a IMAGEM 10.....	116
5.24	Resultados para a IMAGEM 11.....	117
5.25	Resultados para a IMAGEM 12.....	118
5.26	Resultados para a IMAGEM 13.....	119
5.27	Resultados para a IMAGEM 14.....	120
5.28	Resultados para a IMAGEM 15.....	121
5.29	Resultados para a IMAGEM 16.....	122
5.30	Resultados para a IMAGEM 17.....	123
5.31	Resultados para a IMAGEM 18.....	124
5.32	Mapas de pressão da IMAGEM 8.....	126
5.33	Mapas de saturação da IMAGEM 8, simulação <u>sem TVD</u> ..	127
5.34	Corte de água e erro na fração recuperada da IMAGEM 8, simulação <u>sem TVD</u>	128
5.35	Corte de água e erro na fração recuperada da IMAGEM 8, simulação <u>com TVD</u>	129
5.36	Mapas de saturação da IMAGEM 8, simulação <u>com TVD</u> ..	129
5.37	Escala de heterogeneidade e tamanho de bloco.....	130
5.38	Histogramas de fator de torção para diferentes fatores de redução de escala - IMAGEM 10.....	131
5.39	Histogramas de fator de torção para diferentes fatores de redução de escala - IMAGEM 15.....	132
5.40	Mapas dos fatores de torção em y da IMAGEM 8.....	134
5.41	Mapas dos fatores de torção em y da IMAGEM 15.....	135
5.42	Mapas dos fatores de torção em y - IMAGEM COMPOSTA.	135
B.1	Fluxo monofásico em regime permanente.....	152
B.2	Fluxo monofásico em regime pseudo-permanente.....	155

NOMENCLATURA

Letras Romanas:

B	Fator volume de formação	m^3/Sm^3
Fw	Fluxo fracionário de água	—
FAT	Fator de anisotropia	—
g	Aceleração gravitacional	m/s^2
J	Matriz Jacobiano	—
K	Tensor de permeabilidade	mD
K _r	Permeabilidade relativa	—
K _{xx} , K _{xy}	Componentes do tensor de permeabilidade	mD
K _{yx} , K _{yy}	Componentes do tensor de permeabilidade	mD
L, l, m	Distância	m
p	Pressão	kPa
$\bar{P}$	Pressão média avaliada num volume	kPa
q	Vazão volumétrica por volume	$m^3/d/m^3$
Q	Vazão volumétrica total	m^3/d
$\bar{Q}$	Vazão média avaliada num volume	m^3/d
R	Resíduo de fluxo	m^3/d
r	Razão entre fluxos na interface	—
S	Saturação	—
t	Tempo	s
T _{xx} , T _{xy}	Componentes da transmissibilidade	mD.m/mPa.s
T _{yx} , T _{yy}	Componentes da transmissibilidade	mD.m/mPa.s
TORCX	Fator de torção na direção x	—
TORCY	Fator de torção na direção y	—
u	Velocidade de fluxo de Darcy	m/d
x	Coordenada	—
y	Coordenada	—

Letras Gregas:

α, β, θ	Ângulos na análise tensorial	-
$\lambda_{xx}, \lambda_{xy}$	Componentes da mobilidade	mD/mPa.s
$\lambda_{yx}, \lambda_{yy}$	Componentes da mobilidade	mD/mPa.s
μ	Viscosidade	mPa.s
ρ	Massa específica	Kg/m ³
ϕ	Porosidade	-
φ	Limitador TVD	-

Subscritos:

D	Indicador de variável adimensional
i, j	Indicador do bloco de simulação
l	Fase óleo ou fase água
o	Óleo
w	Água
V	Indica média no volume de avaliação

Sobrescritos:

0	Indica iteração Newtoniana
n	Indica o passo de tempo
n+1	Indica o passo de tempo futuro

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

Os reservatórios de petróleo são sabidamente heterogêneos (variação espacial das propriedades de rocha) e anisotrópicos (diferentes valores para diferentes direções). O grau de heterogeneidade e anisotropia está relacionado com os eventos deposicionais e diagenéticos que determinam as características da rocha reservatório em diferentes escalas, desde tamanho de grão e poro até a dimensão de unidades deposicionais (Haldorsen, 1984).

A caracterização geológica tem evoluído muito na tentativa de melhor descrever as rochas reservatório e quantificar suas heterogeneidades. Trabalhos como os de LeBlanc (1977a, 1977b), Weber (1982, 1986), Lasseter (1986) e Haldorsen (1986a, 1986b), entre outros, são exemplos desse esforço. Estes trabalhos procuram não só melhor entender a relação entre os eventos deposicionais e diagenéticos na continuidade, forma e distribuição das heterogeneidades em várias escalas no reservatório, como também entender os seus efeitos na modelagem do fluxo e no desempenho da recuperação de fluidos. Finley e Tyler (1986) utilizaram-se do conceito de distribuição de fácies para demonstrar como o contraste de permeabilidades pode interferir na eficiência de recuperação.

A permeabilidade absoluta é uma das propriedades físicas que mais afetam o fluxo no reservatório e, portanto, é objeto de muitos estudos a fim de definir a melhor maneira de

representá-la.

As ferramentas e técnicas utilizadas na descrição das rochas reservatório têm possibilitado a integração de dados oriundos de diferentes fontes e escalas. O uso de técnicas geoestatísticas possibilita a geração de imagens cada vez mais refinadas que procuram representar o modelo geológico de maneira mais realista, preservando seus níveis de variabilidade e continuidade espacial.

O objetivo final de uma boa descrição geológica é compreender e modelar eficientemente, e com confiabilidade cada vez maior, o comportamento do reservatório no que diz respeito à dinâmica de fluxo. A técnica mais utilizada com esse propósito é a da simulação numérica de reservatórios, que também vem se aprimorando continuamente.

Impõe-se, portanto, a necessidade cada vez mais imperiosa de transferir adequadamente as informações contidas numa descrição geológica bastante refinada, para uma escala compatível com os simuladores de fluxo. Estes simuladores trabalham, na prática, apenas com alguns milhares de blocos de discretização. Pouco, se comparado a milhões de células que podem ser utilizadas numa descrição geológica refinada. Esta tarefa de traduzir a complexidade geológica de um modelo bastante refinado para uns poucos parâmetros que deverão, da melhor maneira possível, reproduzir a dinâmica de fluxo original, tem sido recentemente um dos maiores desafios da engenharia de reservatórios.

Begg (1989) define a permeabilidade efetiva de um meio heterogêneo como o valor da permeabilidade de um meio homogêneo equivalente que, para determinada condição de contorno, produz a mesma resposta de fluxo. A permeabilidade efetiva assim definida depende, portanto, não só da distribuição de heterogeneidades no interior do volume de avaliação como também das condições de contorno a ele impostas. Desse modo, a permeabilidade efetiva não é uma propriedade intrínseca do meio. A permeabilidade efetiva será representativa do meio como um todo se a dimensão das heterogeneidades for muito menor que o volume de avaliação,

fazendo com que toda a variabilidade do parâmetro estudado esteja representada neste volume. Esta é a hipótese da ergodicidade, exigida por alguns métodos de homogeneização (Warren e Prince, 1961 ; Gelhar e Axness, 1983).

O nível de variação da permeabilidade absoluta pode ser bastante acentuado de um ponto a outro do reservatório, ou mesmo dentro do volume de avaliação. Por outro lado, as condições de contorno também são variáveis ao longo do reservatório. Isto torna difícil a tarefa de definir para cada bloco de simulação um único valor efetivo de permeabilidade que preserve a mesma resposta de fluxo original.

Se níveis significativos de heterogeneidade ocorrem na mesma escala do volume de avaliação, a permeabilidade efetiva estimada estará bastante condicionada às condições de contorno empregadas. Portanto, estas condições deverão tentar reproduzir a situação que se espera encontrar no reservatório, do contrário os valores obtidos serão inadequados ao fenômeno que se quer representar.

Gomez Hernandez (1991) aplica os fatos descritos acima para diferenciar o que chama de "permeabilidade de bloco" e "permeabilidade efetiva". A primeira refere-se a um valor médio determinado especificamente para um bloco de dimensões limitadas. Permeabilidade efetiva seria um parâmetro associado à função aleatória utilizada para descrever o campo de permeabilidades como um todo. Estes dois parâmetros só coincidem caso o bloco de avaliação seja grande o suficiente para se poder assumir a hipótese da estacionariedade e ergodicidade.

Num processo de mudança de escala, normalmente estamos interessados em estimar a permeabilidade equivalente de blocos com dimensões restritas e quase sempre não ergódicos. Por isso, daqui para a frente, utilizaremos a expressão "permeabilidade equivalente de bloco" para nos referir à permeabilidade média representativa de um bloco de discretização específico.

Muitas formas de estimativa da permeabilidade equivalente foram propostas na literatura, cada qual limitada a certos tipos

de distribuição de heterogeneidade e condições de fluxo. Uma breve revisão destas formas de estimativa é apresentada no capítulo 2.

Matematicamente a permeabilidade absoluta é definida como um tensor; conseqüentemente a permeabilidade efetiva, a rigor, também deve ser tratada como tal. Certos arranjos específicos de heterogeneidade e fluxo podem reduzir a representação da permeabilidade a um tensor puramente diagonal, mas este fato está longe de poder ser generalizado. Tradicionalmente os estudos de fluxo em meios porosos assumem que as direções principais de permeabilidade estão alinhadas com os eixos de coordenadas, resultando num tensor de permeabilidade diagonal. No entanto, quando temos heterogeneidades na pequena escala induzindo macroanisotropias, as direções principais de permeabilidade podem variar de um ponto a outro do reservatório, especialmente quando os volumes de avaliação não são muito maiores que a continuidade espacial da permeabilidade. Com isso é bastante difícil que consigamos um alinhamento entre permeabilidade e eixos de coordenadas em todos os pontos do reservatório.

Lake (1988) demonstrou que a permeabilidade efetiva pode resultar num tensor não-diagonal mesmo que na escala refinada a permeabilidade seja representada por um tensor diagonal.

O equacionamento matemático a ser utilizado na representação do fluxo numa macroescala deve prever esta situação, onde o gradiente de pressão em uma direção pode afetar o fluxo nesta ou em outra direção. Isto exige o tratamento da permeabilidade na macroescala como um tensor. Para duas dimensões teremos:

$$\vec{v} = -\frac{1}{\mu\phi} \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

O tratamento tensorial da permeabilidade num processo de transferência de escala surge então mais como uma necessidade do que propriamente como uma alternativa.

1.2 PROPOSTA DE TRABALHO

A proposta básica deste trabalho é investigar e avaliar o impacto do tratamento tensorial da permeabilidade absoluta no processo de mudança de escala e posterior simulação de fluxo.

Existem, na literatura, algumas propostas de métodos analíticos e numéricos para estimar a permeabilidade equivalente de um bloco heterogêneo segundo um tensor completo (White, 1987; Kasap, 1989; Gomez-Hernandez, 1991; Holden, 1992; Durlofsky, 1992). Uma breve revisão destes métodos é apresentada no Capítulo 2.

Os simuladores convencionais de fluxo não estão preparados para considerar a permeabilidade como um tensor completo. É necessário o desenvolvimento de um simulador tensorial de fluxo que incorpore esta característica a sua formulação matemática (Leung, 1986; White, 1987; Shiralkar, 1990)

É proposta deste trabalho, portanto, implantar e investigar alguns métodos tensoriais de mudança de escala da permeabilidade absoluta e desenvolver um simulador numérico bidimensional, fluxo bifásico, que apresente o tratamento da permeabilidade como um tensor completo em sua formulação. O desenvolvimento do simulador numérico com tratamento tensorial de permeabilidade é apresentado no Capítulo 3. A implantação e a investigação dos métodos tensoriais de mudança de escala são apresentados no Capítulo 4.

Pretende-se avaliar o impacto do tratamento tensorial da permeabilidade nas respostas de fluxo, aplicando-o a diversas imagens com diferentes níveis e modelos de heterogeneidade. Para avaliar este impacto, os resultados obtidos com o tratamento tensorial serão comparados com as respostas obtidas com a malha

refinada original (referência) e com as respostas obtidas com o tratamento convencional, que é normalmente utilizado tanto no processo de mudança de escala quanto na simulação de fluxo. Esta avaliação é apresentada no Capítulo 5. Finalmente, as conclusões e recomendações são apresentadas no Capítulo 6.

Os equipamentos utilizados no desenvolvimento dos algoritmos e execução dos testes apresentados nesse trabalho foram os seguintes:

- Estação de Trabalho *SUN SPARC 10 / 52*
- Micro-computador 486, 33 Mhz.

CAPÍTULO 2

REVISÃO DA LITERATURA

Sendo a permeabilidade absoluta um dos mais importantes e influentes parâmetros de descrição das rochas reservatório, muitos estudos têm se concentrado neste tema ao longo do desenvolvimento da teoria de fluxo em meios porosos.

O problema da transferência de informações de uma representação refinada do reservatório para uma escala mais grosseira, conforme exposto no capítulo introdutório, é um dos pontos mais discutidos da engenharia de reservatórios. Encontramos na literatura uma sucessão de trabalhos que procuram, cada qual a sua forma, dar um tratamento adequado ao problema de determinação da permeabilidade efetiva. Mas ainda hoje este tema está longe de poder ser considerado resolvido.

Há basicamente três tipos de métodos sugeridos na literatura para a estimativa da permeabilidade equivalente em blocos heterogêneos: métodos baseados em linhas de fluxo, métodos analíticos e métodos numéricos.

Warren e Prince (1961) concluíram, através de modelos numéricos, que a média geométrica é uma boa estimativa da permeabilidade efetiva quando o campo de permeabilidade apresenta uma distribuição espacial totalmente aleatória.

Matheron (1968) fez um dos primeiros estudos para equacionar rigorosamente a permeabilidade efetiva em meios estatisticamente isotrópicos. Matheron provou em suas análises que a permeabilidade efetiva para fluxo uniforme é representada pela média harmônica em uma dimensão e pela média geométrica em duas dimensões.

Dagan (1979) utilizou um modelo de esferas distribuídas aleatoriamente numa matriz homogênea para computar a permeabilidade efetiva em meios isotrópicos.

Gelhar e Axness (1983) desenvolveram uma expressão analítica para os componentes tensoriais da permeabilidade efetiva em um meio anisotrópico. Eles demonstraram que, respeitada a hipótese da ergodicidade, o tensor de permeabilidades deve ser invariavelmente simétrico. Esta simetria pode ser perdida se o volume de avaliação não for suficientemente grande para satisfazer esta hipótese. Devido às restrições quanto ao tipo de distribuição e limitação de variabilidade, este modelo tem uso prático bastante restrito.

Haldorsen (Haldorsen e Lake, 1984; Haldorsen e Chang, 1986) utilizou o método de linhas de fluxo para calcular a permeabilidade vertical e horizontal equivalente em uma distribuição areia-folhelho, este último com permeabilidade nula e forma horizontal. Estes trabalhos demonstraram que neste caso a descontinuidade areia-folhelho é a principal fonte de heterogeneidade afetando o comportamento do fluxo.

Begg (Begg e King, 1985; Begg et al., 1985) modificou o método de Haldorsen eliminando as restrições quanto ao tamanho e quantidade de folhelho disperso na matriz arenosa. Estendeu ainda o método para três dimensões e reservatório constituído por camadas. Devido às características do método, sua aplicação está restrita a pequenas frações de folhelho (menor que 15%, de acordo com Desbarats, 1987).

Journel, Desbarats e Deutsch (1986) propuseram a estimativa da permeabilidade equivalente através de uma equação potencial regida pela proporção de folhelho, permeabilidade de folhelho e arenito e um expoente a ser determinado empiricamente. Este método também considera o tensor puramente diagonal.

Leung (1986) apresentou um modelo numérico de simulador *black-oil* com tratamento tensorial da permeabilidade. Fez alguns testes de validação em fluxo monofásico, mas não abordou o problema da transferência de escala.

Quintard e Whitaker (1987) propuseram uma forma analítica para calcular o tensor de permeabilidade para um meio com heterogeneidade unidimensional. Sugerem métodos numéricos para estender sua aplicação a duas dimensões.

Desbarats (1987) desenvolveu um método numérico para o cálculo da permeabilidade equivalente de um bloco heterogêneo qualquer, sendo um dos métodos mais consagrados devido a sua grande variedade e facilidade de aplicação. Sua maior limitação é assumir que as direções principais de permeabilidade coincidem com os eixos de coordenadas. Consequentemente o cálculo da permeabilidade efetiva se resume aos componentes da diagonal principal, conforme o tratamento convencional dado à permeabilidade absoluta até então.

White (White, 1987; White e Horne, 1987) propôs um método numérico para a estimativa do tensor completo de permeabilidade num processo de mudança de escala de um meio heterogêneo refinado. O método consiste em duas ou mais simulações de fluxo monofásico na escala refinada (cada qual referente a uma dada condição de contorno) realizada no reservatório como um todo. Os componentes tensoriais de cada interface da grande escala são estimados por regressão dos mínimos quadrados. White apresentou alguns testes de fluxo bifásico sobre imagens com arranjos de heterogeneidade bastante específicos. Este método é descrito em detalhes no capítulo 4 deste trabalho, no qual discute-se também a implantação do método para testes.

King (1988), num desenvolvimento analítico baseado em malhas de resistores, utilizou técnicas de renormalização para o cálculo progressivo da permeabilidade equivalente de blocos heterogêneos, agrupando os sub-blocos de quatro em quatro sucessivamente. Esta técnica se mostrou efetiva para casos de meios isotrópicos. Para meios com alta anisotropia, como distribuições areia-folhelho, o método não tem bom desempenho devido a sua pobre resolução. Não tem tratamento tensorial.

Kasap e Lake (1989) propuseram um método analítico para a estimativa do tensor completo de permeabilidade, mas apresenta uma série de limitações que o tornam aplicável apenas para sistema heterogêneo em camadas. Este método também é discutido no capítulo 4.

Durlofsky (Durlofsky e Chung, 1990; Durlofsky, 1992) utilizou a técnica de elementos finitos triangulares para calcular numericamente o tensor equivalente de um bloco heterogêneo em duas dimensões. A aplicação de condições de contorno periódicas, segundo o autor, resulta invariavelmente no cálculo de tensores simétricos.

Le Loc'h (1990) apresentou um método analítico para o cálculo da permeabilidade equivalente que combina médias aritméticas em paralelo e médias harmônicas em série. É restrito para o cálculo de tensores puramente diagonal. Conforme avaliação de Cruz (1991), apresenta boa concordância com o método numérico de Desbarats (1987).

Gomez Hernandez (1990, 1991) fez um aprimoramento do método numérico de White (1987), realizando as simulações na escala refinada e estimando os componentes tensoriais para cada interface separadamente. Apresenta-se vantajoso para reservatório representado por grande número de blocos. Este método também encontra-se desenvolvido e testado no capítulo 4. Nestes trabalhos Gomez propõe ainda a simulação condicional direta dos componentes tensoriais na grande escala, evitando as simulações estocásticas em malha refinada. Mas este caso limita-se apenas aos componentes da diagonal principal.

Shiralkar (1990) apresentou um modelo numérico de simulador que utiliza o método de discretização por nove pontos com tratamento tensorial da permeabilidade, estimando inclusive as transmissibilidades entre blocos vizinhos em diagonal. O método proposto exige a representação dos tensores equivalentes numa forma simétrica, o que nem sempre é obtido na prática. Apesar de ser uma proposta interessante, este modelo parece exigir maior aprofundamento, principalmente no modo como são feitas as

estimativas das transmissibilidades de cada interface.

Para realizarmos as investigações pretendidas por este trabalho, selecionamos entre os modelos tensoriais citados acima aqueles que aparecem com melhores perspectivas práticas de aplicação (White, Kasap e Gomez Hernandez). Os métodos de mudança de escala selecionados foram anteriormente discutidos por Cruz (1991), o que nos proporcionou um suporte prévio importante para o desenvolvimento de nossos trabalhos, inclusive nos questionamentos que inspiraram a própria definição do tema dessa dissertação.

CAPÍTULO 3

O SIMULADOR TENSORIAL DE FLUXO

Com o objetivo de incorporar o tratamento tensorial de permeabilidade à simulação de fluxo, será descrito neste capítulo o desenvolvimento de um simulador numérico que inclui esta característica a sua formulação matemática.

O simulador desenvolvido apresenta ainda as seguintes características principais:

- Formulação tipo *black oil* para simular fluxo bifásico óleo-água.
- Sistema bidimensional em coordenadas cartesianas, com fronteiras externas seladas, sem efeito gravitacional.
- Representação da permeabilidade absoluta em cada bloco através de um tensor completo.

A descrição feita a seguir buscará dar maior ênfase aos pontos que se diferenciam da construção de um simulador convencional de fluxo, entendendo como tal aquela formulação que considera as direções principais de permeabilidade alinhadas com os eixos de coordenadas.

A formulação do modelo foi desenvolvida de modo a se adaptar a um esquema totalmente implícito de solução numérica do sistema de equações diferenciais resultante.

3.1 A FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

A lei de Darcy, escrita de forma generalizada para duas dimensões, fluxo bifásico e coordenadas cartesianas, é dada por:

$$\vec{u}_l = -\frac{K_{rl}}{\mu_l} \mathbf{K} [\nabla p_l - \rho_l g \nabla z] \quad (3.1)$$

onde $l = \text{óleo ou água}$

$$\vec{u}_l = [u_{xl} \quad u_{yl}]^T \quad (3.2)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\nabla p_l = \left[\frac{\partial p_l}{\partial x} \quad \frac{\partial p_l}{\partial y} \right]^T \quad (3.4)$$

A equação (3.1) relaciona a velocidade de fluxo com o gradiente de potencial de cada fase. Note-se que a permeabilidade absoluta é representada nesta equação pelo tensor $\mathbf{K}$, que em duas dimensões é composto por quatro componentes.

Se a ação gravitacional for desconsiderada, a equação (3.1) fica reduzida a

$$\vec{u}_l = -\frac{K_{rl}}{\mu_l} \mathbf{K} \nabla p_l \quad (3.5)$$

A equação de fluxo, oriunda da lei da conservação de massa, pode ser descrita para a fase 1 como:

$$-\nabla \cdot \left(\frac{\vec{u}_1}{B_1} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_1}{B_1} \right) + q_1 \quad (3.6)$$

O lado esquerdo da equação (3.6) representa o balanço dos fluxos através dos limites de um volume de controle considerado. O primeiro membro do lado direito representa o termo de acumulação de fluido no tempo e o segundo membro é o termo fonte, expresso em vazão volumétrica por unidade de volume.

Podemos desenvolver o lado esquerdo da equação (3.6) aplicando o operador divergente à equação (3.5):

$$\begin{aligned} -\nabla \cdot \left(\frac{\vec{u}_1}{B_1} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_{xx_1} \frac{\partial p_1}{\partial x} + \lambda_{xy_1} \frac{\partial p_1}{\partial y} \right] + \\ &\dots + \frac{\partial}{\partial y} \left[\lambda_{yx_1} \frac{\partial p_1}{\partial x} + \lambda_{yy_1} \frac{\partial p_1}{\partial y} \right] \end{aligned} \quad (3.7)$$

onde previamente definimos os quatro componentes da mobilidade da fase 1 como

$$\lambda_{xx_1} = \frac{K_{r1}}{\mu_1 B_1} K_{xx} \quad (3.8a)$$

$$\lambda_{xy_1} = \frac{K_{r1}}{\mu_1 B_1} K_{xy} \quad (3.8b)$$

$$\lambda_{yx_1} = \frac{K_{r1}}{\mu_1 B_1} K_{yx} \quad (3.8c)$$

$$\lambda_{yy_1} = \frac{K_{r1}}{\mu_1 B_1} K_{yy} \quad (3.8d)$$

Substituindo a equação (3.7) na equação de fluxo (3.6), temos esta equação escrita em sua forma completa:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_{xx_1} \frac{\partial p_1}{\partial x} + \lambda_{xy_1} \frac{\partial p_1}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\lambda_{yx_1} \frac{\partial p_1}{\partial x} + \lambda_{yy_1} \frac{\partial p_1}{\partial y} \right] = \\ \dots = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\phi S_1}{B_L} \right] + q_1 \end{aligned} \quad (3.9)$$

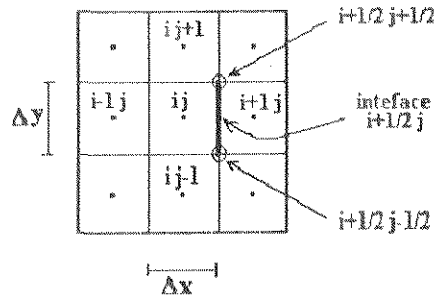
Note-se que a expressão (3.9) recai na forma convencional da equação de fluxo bastando que os termos cruzados do tensor de permeabilidade sejam nulos.

Num sistema bifásico a equação (3.9) é escrita para cada um dos fluidos: óleo e água. A solução destas equações é feita numericamente após se fazer uma aproximação por diferenças finitas no espaço e no tempo. No caso bidimensional estudado, a discretização no espaço foi feita utilizando a técnica de bloco centrado (Aziz, 1979) com espaçamento uniforme na direção x (Δx) e na direção y (Δy).

A aproximação por diferenças finitas do primeiro termo do lado esquerdo da equação (3.9), utilizando aproximação por diferença central referente a um bloco ij , é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_{xx_1} \frac{\partial p_1}{\partial x} + \lambda_{xy_1} \frac{\partial p_1}{\partial y} \right]_{ij} \approx \\ \approx \frac{1}{\Delta x} \left[\lambda_{xx_1, i+1/2, j} \left(\frac{\partial p_1}{\partial x} \right)_{i+1/2, j} + \lambda_{xy_1, i+1/2, j} \left(\frac{\partial p_1}{\partial y} \right)_{i+1/2, j} + \dots \right. \\ \left. \dots - \lambda_{xx_1, i-1/2, j} \left(\frac{\partial p_1}{\partial x} \right)_{i-1/2, j} - \lambda_{xy_1, i-1/2, j} \left(\frac{\partial p_1}{\partial y} \right)_{i-1/2, j} \right] \end{aligned} \quad (3.10)$$

As mobilidades e os gradientes que aparecem na expressão (3.10) devem então ser avaliados em cada interface. A aproximação do gradiente de pressão em x nas interfaces $i+1/2 j$ e $i-1/2 j$ é feita da mesma maneira que na formulação convencional. Seja por exemplo para a interface $i+1/2 j$:



$$\left(\frac{\partial p_1}{\partial x} \right)_{i+1/2 j} \approx \frac{p_{i+1 j} - p_{i j}}{\Delta x} \quad (3.11)$$

(por facilidade de notação: $p_{i+1 j} = p_{i+1/2 j}$)

Figura 3.1 : Interface $i+1/2 j$

O que aparece como novidade neste tipo de formulação tensorial é o gradiente de pressão na direção tangencial à cada interface. A avaliação do gradiente na direção y da interface $i+1/2 j$, conforme pode ser visualizado no esquema da Figura 3.1, é definido como:

$$\left(\frac{\partial p_1}{\partial y} \right)_{i+1/2 j} \approx \frac{p_{i+1/2 j+1/2} - p_{i+1/2 j-1/2}}{\Delta y} \quad (3.12)$$

Na expressão (3.12) aparecem dois pontos de avaliação de pressão que não representam um bloco especificamente: $p_{i+1/2 j+1/2}$ e $p_{i+1/2 j-1/2}$. Estes pontos deverão então ser avaliados em função das pressões nos blocos vizinhos. Como o espaçamento é regular ($\Delta x \neq \Delta y$ ou não) e a porosidade foi assumida como homogênea, uma ponderação volumétrica resultará numa simples média aritmética:

$$p_{i+1/2 j+1/2} = \frac{p_{i j} + p_{i j+1} + p_{i+1 j} + p_{i+1 j+1}}{4} \quad (3.13a)$$

$$p_{i+1/2 \ j-1/2} = \frac{p_{ij} + p_{i+1 \ j} + p_{i \ j-1} + p_{i+1 \ j-1}}{4} \quad (3.13b)$$

Assim, o gradiente de pressão na direção y avaliado na interface $i+1/2 \ j$ fica, substituindo (3.13a e 3.13b) em (3.12):

$$\left(\frac{\partial p_1}{\partial y} \right)_{i+1/2 \ j} \approx \frac{(p_{i \ j+1} + p_{i+1 \ j+1} - p_{i \ j-1} - p_{i+1 \ j-1})}{4 \Delta y} \quad (3.14)$$

Note-se que a expressão (3.14) acima é equivalente à consideração de que o gradiente de pressão tangencial à interface $i+1/2 \ j$ é uma média dos gradientes anterior e posterior a esta face, conforme apresentado por White (1987):

$$\left(\frac{\partial p_1}{\partial y} \right)_{i+1/2 \ j} \approx 1/2 \left[\frac{p_{i+1 \ j+1} - p_{i+1 \ j-1}}{2 \Delta y} + \frac{p_{i \ j+1} - p_{i \ j-1}}{2 \Delta y} \right]$$

Os gradientes de pressão na interface $i-1/2 \ j$ são avaliados de maneira análoga, de modo que a equação discretizada (3.10) pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_{xx1} \frac{\partial p_1}{\partial x} + \lambda_{xy1} \frac{\partial p_1}{\partial y} \right]_{ij} \approx \\ & \approx \frac{1}{\Delta x} \left[\lambda_{xx1_{i+1/2 \ j}} \frac{(p_{i+1 \ j} - p_{ij})}{\Delta x} + \right. \\ & \dots + \lambda_{xy1_{i+1/2 \ j}} \frac{(p_{ij+1} + p_{i+1 \ j+1} - p_{ij-1} - p_{i+1 \ j-1})}{4 \Delta y} + \\ & \dots - \lambda_{xx1_{i-1/2 \ j}} \frac{(p_{ij} - p_{i-1 \ j})}{\Delta x} + \\ & \left. \dots - \lambda_{xy1_{i-1/2 \ j}} \frac{(p_{ij+1} + p_{i-1 \ j+1} - p_{ij-1} - p_{i-1 \ j-1})}{4 \Delta y} \right] \end{aligned} \quad (3.15)$$

Da mesma forma discretiza-se o segundo termo do lado esquerdo da equação (3.9) :

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial y} \left[\lambda_{yx} \frac{\partial p_l}{\partial x} + \lambda_{yy} \frac{\partial p_l}{\partial y} \right]_{ij} \approx \\
 & \approx \frac{1}{\Delta y} \left[\lambda_{yx_{i,j+1/2}} \frac{(p_{i+1j} + p_{i+1j+1} - p_{i-1j} - p_{i-1j+1})}{4\Delta x} + \right. \\
 & \quad \dots + \lambda_{yy_{i,j+1/2}} \frac{(p_{ij+1} - p_{ij})}{\Delta y} + \\
 & \quad \dots - \lambda_{yx_{i,j-1/2}} \frac{(p_{i+1j} + p_{i+1j-1} - p_{i-1j} - p_{i-1j-1})}{4\Delta x} + \\
 & \quad \left. \dots - \lambda_{yy_{i,j-1/2}} \frac{(p_{ij} - p_{ij-1})}{\Delta y} \right] \quad (3.16)
 \end{aligned}$$

A avaliação das mobilidades nas interfaces será discutida no item 3.1.1.

O termo de acumulação da equação de fluxo (3.9) também deve ser discretizado no tempo. Desenvolve-se esta discretização já com o objetivo de fazer um tratamento totalmente implícito das variáveis pressão e saturação.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_l}{B_l} \right) \approx \frac{1}{\Delta t} \left[\left(\frac{\phi S_l}{B_l} \right)^{n+1} - \left(\frac{\phi S_l}{B_l} \right)^n \right]_{ij} \quad (3.17)$$

O índice **n** acima refere-se ao passo de tempo atual e **n+1** ao passo de tempo futuro.

Substituindo (3.15), (3.16) e (3.17) em (3.9), obtemos a equação de fluxo em sua forma totalmente discretizada:

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{\lambda_{xy} l_{i-1/2, j}}{4 \Delta x \Delta y} + \frac{\lambda_{yx} l_{i, j-1/2}}{4 \Delta x \Delta y} \right] p_{i-1, j-1} + \\
& + \left[\frac{\lambda_{xx} l_{i-1/2, j}}{\Delta x^2} - \frac{\lambda_{yx} l_{i, j+1/2}}{4 \Delta x \Delta y} + \frac{\lambda_{yx} l_{i, j-1/2}}{4 \Delta x \Delta y} \right] p_{i-1, j} + \\
& + \left[-\frac{\lambda_{xy} l_{i-1/2, j}}{4 \Delta x \Delta y} - \frac{\lambda_{yx} l_{i, j+1/2}}{4 \Delta x \Delta y} \right] p_{i-1, j+1} + \\
& + \left[\frac{\lambda_{xy} l_{i-1/2, j}}{4 \Delta x \Delta y} - \frac{\lambda_{xy} l_{i+1/2, j}}{4 \Delta x \Delta y} + \frac{\lambda_{yy} l_{i, j-1/2}}{\Delta y^2} \right] p_{i, j-1} + \\
& + \left[\frac{-\lambda_{xx} l_{i+1/2, j}}{\Delta x^2} - \frac{\lambda_{xx} l_{i-1/2, j}}{\Delta x^2} - \frac{\lambda_{yy} l_{i, j+1/2}}{\Delta y^2} - \frac{\lambda_{yy} l_{i, j-1/2}}{\Delta y^2} \right] p_{i, j} + \\
& + \left[\frac{\lambda_{xy} l_{i+1/2, j}}{4 \Delta x \Delta y} - \frac{\lambda_{xy} l_{i-1/2, j}}{4 \Delta x \Delta y} + \frac{\lambda_{yy} l_{i, j+1/2}}{\Delta y^2} \right] p_{i, j+1} + \\
& + \left[-\frac{\lambda_{xy} l_{i+1/2, j}}{4 \Delta x \Delta y} - \frac{\lambda_{yx} l_{i, j-1/2}}{4 \Delta x \Delta y} \right] p_{i+1, j-1} + \\
& + \left[\frac{\lambda_{xx} l_{i+1/2, j}}{\Delta x^2} + \frac{\lambda_{yx} l_{i, j+1/2}}{4 \Delta x \Delta y} - \frac{\lambda_{yx} l_{i, j-1/2}}{4 \Delta x \Delta y} \right] p_{i+1, j} + \\
& + \left[\frac{\lambda_{xy} l_{i+1/2, j}}{4 \Delta x \Delta y} + \frac{\lambda_{yx} l_{i, j+1/2}}{4 \Delta x \Delta y} \right] p_{i+1, j+1} = \\
& = \frac{1}{\Delta t} \left[\left(\frac{\phi S_l}{B_l} \right)^{n+1} - \left(\frac{\phi S_l}{B_l} \right)^n \right]_{ij} + q_{l, ij}
\end{aligned} \tag{3.18}$$

Definimos as transmissibilidades nas interfaces como sendo:

$$T_{xx l_{i+1/2, j}} = \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} \lambda_{xx l_{i+1/2, j}} \tag{3.19a}$$

$$T_{xy l_{i+1/2, j}} = \Delta z \lambda_{xy l_{i+1/2, j}} \tag{3.19b}$$

$$T_{yy l_{i,j+1/2}} = \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} \lambda_{yy l_{i,j+1/2}} \quad (3.19c)$$

$$T_{yx l_{i,j+1/2}} = \Delta z \lambda_{yx l_{i,j+1/2}} \quad (3.19d)$$

Multiplicando a equação (3.18) pelo volume de um bloco ($\Delta V = \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$) e passando os termos de acumulação e termo fonte para o lado esquerdo da equação, definimos uma expressão para o resíduo da fase 1 para o bloco ij:

$$\begin{aligned} R_{l_{ij}} = & \left[\frac{T_{xyl_{i-1/2,j}}}{4} + \frac{T_{yx l_{i,j-1/2}}}{4} \right] (p_{i-1,j-1} - p_{ij}) + \\ & + \left[T_{xx l_{i-1/2,j}} - \frac{T_{yx l_{i,j+1/2}}}{4} + \frac{T_{yx l_{i,j-1/2}}}{4} \right] (p_{i-1,j} - p_{ij}) + \\ & + \left[-\frac{T_{xyl_{i-1/2,j}}}{4} - \frac{T_{yx l_{i,j+1/2}}}{4} \right] (p_{i-1,j+1} - p_{ij}) + \\ & + \left[T_{yy l_{i,j-1/2}} - \frac{T_{xyl_{i+1/2,j}}}{4} + \frac{T_{xyl_{i-1/2,j}}}{4} \right] (p_{i,j-1} - p_{ij}) + \\ & + \left[T_{yy l_{i,j+1/2}} - \frac{T_{xyl_{i-1/2,j}}}{4} + \frac{T_{xyl_{i+1/2,j}}}{4} \right] (p_{i,j+1} - p_{ij}) + \\ & + \left[-\frac{T_{xyl_{i-1/2,j}}}{4} - \frac{T_{yx l_{i,j-1/2}}}{4} \right] (p_{i+1,j-1} - p_{ij}) + \\ & + \left[T_{xx l_{i+1/2,j}} - \frac{T_{yx l_{i,j-1/2}}}{4} + \frac{T_{yx l_{i,j+1/2}}}{4} \right] (p_{i+1,j} - p_{ij}) + \\ & + \left[\frac{T_{xyl_{i+1/2,j}}}{4} + \frac{T_{yx l_{i,j+1/2}}}{4} \right] (p_{i+1,j+1} - p_{ij}) + \\ & - \frac{\Delta V_{ij}}{\Delta t} \left[\left(\frac{\phi S_l}{B_l} \right)^{n+1} - \left(\frac{\phi S_l}{B_l} \right)^n \right]_{ij} - Q_{l_{ij}} \end{aligned} \quad (3.20)$$

Num esquema de solução totalmente implícito, as transmissibilidades, pressões e vazões presentes na equação (3.20) são avaliadas no passo de tempo $n+1$. O termo fonte Q_{1ij} passa a representar vazão volumétrica total.

Vale observar na equação (3.20) que cada bloco se relaciona com todos os seus oito blocos vizinhos, diferentemente da formulação convencional, onde só existe inter-relação entre os blocos comunicados diretamente pelas interfaces.

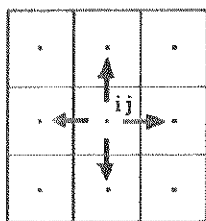


Figura 3.2 : Direções de fluxo nas interfaces

Apesar de recair num sistema semelhante ao tradicional esquema de "nove pontos", a formulação tensorial aqui apresentada não contempla fluxo diretamente entre um bloco e seus vizinhos em diagonal. Assim como na formulação convencional de "cinco pontos", o fluxo só é possível através das quatro interfaces de cada bloco. A contribuição dos blocos vizinhos em diagonal fica restrita aos gradientes de pressão tangenciais às interfaces que, através dos componentes cruzados de permeabilidade, ajudam a promover o fluxo nestas mesmas interfaces.

Como já foi comentado anteriormente, a equação (3.20) é escrita para a fase óleo e para a fase água de cada bloco de discretização. Temos então definidas para cada bloco duas expressões de resíduo: $R_{w,ij}$ e $R_{o,ij}$, resultando num sistema de $2N$ equações (N é o número total de blocos).

A pressão da fase água relaciona-se com a pressão da fase óleo através da definição da pressão capilar:

$$P_{w,ij} = P_{o,ij} - P_{c,ij} \quad (3.21)$$

Também a saturação do óleo relaciona-se com a saturação da água por:

$$S_o = 1 - S_w \quad (3.22)$$

Com as relações auxiliares (3.21) e (3.22), as incógnitas ficam reduzidas à saturação da água (S_w) e à pressão do óleo (p_o) de cada bloco de discretização, isto é, um total de $2N$ incógnitas.

O método de solução totalmente implícito consiste em resolver iterativamente o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} R_{w_{ij}}^{(v+1)} = 0 \\ R_{o_{ij}}^{(v+1)} = 0 \end{cases} \quad (3.23)$$

O índice v na expressão acima refere-se ao número de iterações.

Utilizando o Método de Newton para a solução de (3.23), expande-se $R_{w_{ij}}^{(v+1)}$ em torno de $R_{w_{ij}}^{(v)}$ através de Série de Taylor, truncada no termo de segunda ordem:

$$\begin{cases} \sum_{\alpha} \frac{\partial R_{w_{ij}}^{(v)}}{\partial p_{o_{\alpha}}} \delta p_{o_{\alpha}} + \sum_{\alpha} \frac{\partial R_{w_{ij}}^{(v)}}{\partial S_{w_{\alpha}}} \delta S_{w_{\alpha}} = -R_{w_{ij}}^{(v)} \\ \sum_{\alpha} \frac{\partial R_{o_{ij}}^{(v)}}{\partial p_{o_{\alpha}}} \delta p_{o_{\alpha}} + \sum_{\alpha} \frac{\partial R_{o_{ij}}^{(v)}}{\partial S_{w_{\alpha}}} \delta S_{w_{\alpha}} = -R_{o_{ij}}^{(v)} \end{cases} \quad (3.24)$$

onde

$$\alpha = ij \text{ e vizinhos}$$

$$\delta p_{o_{\alpha}} = p_{o_{\alpha}}^{(v+1)} - p_{o_{\alpha}}^{(v)}$$

$$\delta S_{w_{\alpha}} = S_{w_{\alpha}}^{(v+1)} - S_{w_{\alpha}}^{(v)}$$

As equações (3.24) compõem um sistema que pode ser representado matricialmente por

$$J^{(v)} \cdot \delta \vec{P} = -\vec{R}^{(v)} \quad (3.25)$$

onde

$J^{(v)}$ → Matriz Jacobiano: derivadas dos resíduos
 $\delta \vec{P}$ → Vetor de incógnitas: variações de P_o e S_w
 $\vec{R}^{(v)}$ → Vetor de resíduos

Na Figura 3.3 é visto de maneira esquemática um exemplo do sistema matricial (3.25) aplicado para um caso de dimensões 4 x 4.

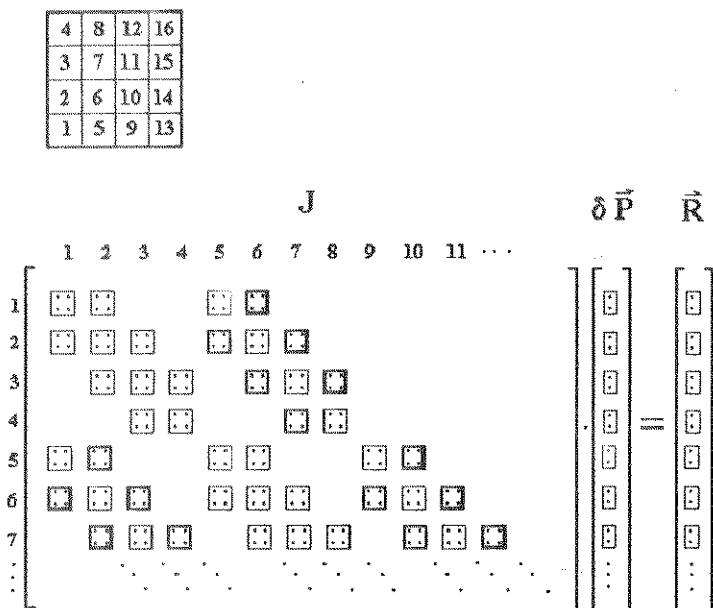


Figura 3.3 : Sistema matricial 4x4 9-diagonal bloco (esquemático)

Como se percebe, a solução do sistema (3.25) envolve uma matriz composta por nove diagonais blocadas, diferente do tratamento convencional, que resulta numa matriz penta-diagonal. As diagonais em destaque na Figura 3.3 são referentes aos blocos posicionados em diagonal em relação ao bloco ij : $(i-1 \ j-1)$, $(i-1 \ j+1)$, $(i+1 \ j-1)$ e $(i+1 \ j+1)$. São exatamente as diagonais que não aparecem na formulação convencional. Percebemos então que, apesar de adicionar quatro diagonais ao sistema a ser resolvido, o tamanho da banda da matriz (isto é, a separação entre as duas diagonais mais externas) sofre um acréscimo de apenas duas posições. O tamanho da banda da matriz é um dos fatores que determinam o esforço computacional necessário para a solução do sistema.

O método numérico de solução que será utilizado neste trabalho é um método direto de eliminação que aproveita a estrutura bandeada da matriz J .

Nos próximos itens iremos abordar alguns detalhes de implementação que o tratamento tensorial da permeabilidade exige.

3.1.1 TRATAMENTO DAS TRANSMISSIBILIDADES

As transmissibilidades, conforme definidas pelas expressões (3.19), podem ser interpretadas como o produto de três fatores: um fator geométrico (FG), um fator dependente da pressão (FP) e um fator dependente da saturação (FS) (Aziz, 1979).

Seja por exemplo a transmissibilidade longitudinal da água nas interfaces $i \pm 1/2 \ j$:

$$T_{XX_{w_{i \pm 1/2 \ j}}} = \underbrace{\frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} K_{XX_{i \pm 1/2 \ j}}}_{FG_{XX_{i \pm 1/2 \ j}}} \underbrace{\left(\frac{1}{B_w \mu_w} \right)_{i \pm 1/2 \ j}}_{FP_{X_{w_{i \pm 1/2 \ j}}}} \underbrace{K_{T_{w_{i \pm 1/2 \ j}}}}_{FS_{XX_{w_{i \pm 1/2 \ j}}}}$$

O fator geométrico (FG), neste exemplo referente às interfaces $i \pm 1/2 \ j$, depende apenas das dimensões dos blocos e do componente da permeabilidade absoluta K_{xx} avaliado na interface. (Este último detalhe será muito importante na definição do esquema de cálculo dos tensores equivalentes, o que será discutido no próximo capítulo).

Para se avaliar o fator de pressão (FP) na interface utiliza-se a média central:

$$FP_{x_{w_{i \pm 1/2 \ j}}} = 1/2 \left[\left(\frac{1}{B_w \mu_w} \right)_{ij} + \left(\frac{1}{B_w \mu_w} \right)_{i \pm 1 \ j} \right] \quad (3.26)$$

O fator de saturação (FS), ou seja, a permeabilidade relativa na interface, tradicionalmente é avaliada a montante do fluxo¹:

$$FS_{xx_{w_{i \pm 1/2 \ j}}} = \begin{cases} K_{rw}(S_{w_{ij}}) & \text{se } (p_{w_{ij}} - p_{w_{i \pm 1 \ j}}) \geq 0 \\ K_{rw}(S_{w_{i \pm 1/2 \ j}}) & \text{se } (p_{w_{ij}} - p_{w_{i \pm 1 \ j}}) < 0 \end{cases} \quad (3.27)$$

Este tipo de tratamento da transmissibilidade é o mesmo tradicionalmente empregado na formulação convencional, conforme sugerido em Aziz (1979).

O fato novo que aparece na formulação tensorial é quando avaliamos os componentes de transmissibilidade relativos aos termos cruzados de permeabilidade: K_{xy} e K_{yx} .

¹ Como desprezamos o efeito gravitacional, a direção do fluxo será determinada apenas pelos diferenciais de pressão entre os blocos.

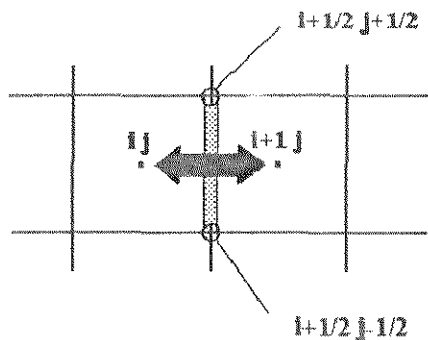
Seja por exemplo:

$$T_{xy_{i+1/2 \ j}} = \underbrace{\Delta z}_{FG_{xy_{i+1/2 \ j}}} \underbrace{K_{xy_{i+1/2 \ j}}}_{FP_{xy_{i+1/2 \ j}}} \underbrace{\left(\frac{1}{B_w \mu_w} \right)_{i+1/2 \ j}}_{FS_{xy_{i+1/2 \ j}}} K_{xy_{i+1/2 \ j}}$$

Os fatores geométrico (FG) e de pressão (FP) são tratados da mesma forma anterior. A diferença aparece na avaliação da permeabilidade relativa. Como foi estabelecido, esta será avaliada a montante do fluxo. Mas por se tratar de um componente cruzado de permeabilidade, isto significa que o fluxo na direção **x** da interface **i+1/2 j**, por exemplo, é provocado por um gradiente de pressão na direção **y**, que conforme a expressão (3.14) é dado por:

$$\left(\frac{\partial p_1}{\partial y} \right)_{i+1/2 \ j} = \frac{(P_{i \ j+1} + P_{i+1 \ j+1} - P_{i \ j-1} - P_{i+1 \ j-1})}{4 \Delta y}$$

Mas só a avaliação deste gradiente ainda não é suficiente para determinar a direção do fluxo, pois os termos cruzados de permeabilidade podem assumir valores negativos. Neste caso, temos que avaliar a direção do fluxo conforme o seguinte esquema :



O fluxo será de **ij** para **i+1 j** se

$$\left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_{i+1/2 \ j} < 0 \quad e \quad K_{xy_{i+1/2 \ j}} > 0$$

ou

$$\left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_{i+1/2 \ j} > 0 \quad e \quad K_{xy_{i+1/2 \ j}} < 0$$

Figura 3.4 : Direção de fluxo na interface **i+1/2 j**

Logo

$$FS_{xy_{i+1/2}j} = \begin{cases} K_{rw}(S_{w_{ij}}) & \text{se } \left[\left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_{i+1/2}j \cdot K_{xy_{i+1/2}j} \right] \leq 0 \\ K_{rw}(S_{w_{i+1}j}) & \text{se } \left[\left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_{i+1/2}j \cdot K_{xy_{i+1/2}j} \right] > 0 \end{cases} \quad (3.28)$$

Os demais componentes de transmissibilidade são avaliados de forma análoga.

3.1.2 TRATAMENTO DOS BLOCOS DE FRONTEIRA

Como foi descrito no início deste capítulo, as fronteiras externas do modelo desenvolvido são seladas. Na formulação tensorial as equações de fluxo relativas aos blocos de fronteira são afetadas por esta condição, que interfere na avaliação dos gradientes de pressão tangenciais às interfaces destes blocos.

Seja por exemplo a equação de fluxo descrita para um bloco situado na fronteira superior ($j = NY$), conforme mostra a Figura 3.5 .

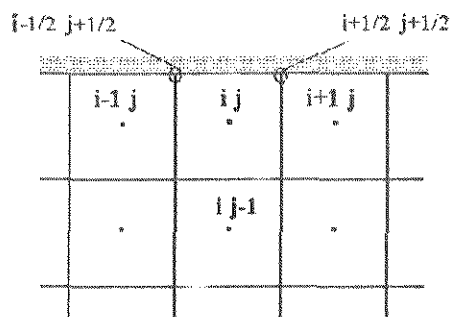


Figura 3.5 : Bloco na fronteira superior

A avaliação dos gradientes de pressão na interface $i j-1/2$ não sofre qualquer alteração em relação ao que foi mostrado anteriormente.

A avaliação dos gradientes tangenciais às interfaces $i+1/2 j$ e $i-1/2 j$, no entanto, sofrem uma modificação sutil mas importante. As pressões nos pontos $i+1/2 j+1/2$ e $i-1/2 j+1/2$, dada a condição de fronteira externa selada, são estimadas neste caso por:

$$P_{i+1/2 \ j+1/2} = \frac{P_{i+1 \ j} + P_{ij}}{2} \quad (3.29a)$$

$$P_{i-1/2 \ j+1/2} = \frac{P_{i-1 \ j} + P_{ij}}{2} \quad (3.29b)$$

Desse modo os gradientes de pressão na direção y das interfaces $i+1/2 \ j$ e $i-1/2 \ j$ são dados por

$$\left(\frac{\partial p_1}{\partial y} \right)_{i+1/2 \ j} = \frac{(P_{ij} + P_{i+1 \ j} - P_{i \ j-1} - P_{i+1 \ j-1})}{4 \Delta y} \quad (3.30a)$$

$$\left(\frac{\partial p_1}{\partial y} \right)_{i-1/2 \ j} = \frac{(P_{ij} + P_{i-1 \ j} - P_{i \ j-1} - P_{i-1 \ j-1})}{4 \Delta y} \quad (3.30b)$$

Comparando a expressão (3.30a) com (3.14), que foi definida para o caso de um bloco interno, notamos que as pressões $P_{i \ j+1}$ e $P_{i+1 \ j+1}$ (que na situação de fronteira não existem, pois estão além dos seus limites) são substituídas respectivamente por P_{ij} e $P_{i+1 \ j}$. Isto gera uma configuração que reproduz o efeito de "espelho" da fronteira, compatível com sua condição selada.

Utilizando as expressões dadas por (3.30), desenvolveu-se a equação de resíduo para os blocos situados na fronteira superior, representada pela equação (3.31) na página seguinte.

Comparando a equação (3.31) com (3.20), constatamos que os termos referentes a $P_{i \ j+1}$, $P_{i-1 \ j+1}$ e $P_{i+1 \ j+1}$ não aparecem nesta última equação (como era de se esperar devido à presença da fronteira). Mas além disso, percebe-se importantes alterações nos termos referentes a $P_{i-1 \ j}$ e $P_{i+1 \ j}$, isto devido às mudanças na avaliação dos gradientes de pressão tangenciais às interfaces discutidos a pouco.

$$\begin{aligned}
R_{l_{ij}} = & \left[\frac{T_{xy_{i-1/2,j}}}{4} + \frac{T_{yx_{i,j-1/2}}}{4} \right] (p_{i-1,j-1} - p_{ij}) + \\
& + \left[T_{xx_{i-1/2,j}} - \frac{T_{xy_{i-1/2,j}}}{4} + \frac{T_{yx_{i,j-1/2}}}{4} \right] (p_{i-1,j} - p_{ij}) + \\
& + \left[T_{yy_{i,j-1/2}} - \frac{T_{xy_{i,j-1/2}}}{4} + \frac{T_{yx_{i-1/2,j}}}{4} \right] (p_{i,j-1} - p_{ij}) + \\
& + \left[-\frac{T_{xy_{i+1/2,j}}}{4} - \frac{T_{yx_{i,j-1/2}}}{4} \right] (p_{i+1,j-1} - p_{ij}) + \\
& + \left[T_{xx_{i+1/2,j}} - \frac{T_{yx_{i,j-1/2}}}{4} + \frac{T_{xy_{i+1/2,j}}}{4} \right] (p_{i+1,j} - p_{ij}) + \\
& - \frac{\Delta V_{ij}}{\Delta t} \left[\left(\frac{\phi S_l}{B_l} \right)^{n+1} - \left(\frac{\phi S_l}{B_l} \right)^n \right]_{ij} - Q_{l_{ij}}
\end{aligned} \tag{3.31}$$

A equação (3.31) foi desenvolvida especificamente para os blocos pertencentes à fronteira superior, isto é, onde $j = N_y$ com $i \neq 1$ e $i \neq N_x$. Para as demais situações de fronteira, expressões semelhantes devem ser encontradas (ver Apêndice A), já que a equação (3.20) só é válida para os blocos internos.

3.2 VALIDAÇÃO E DESEMPENHO

Neste item pretende-se demonstrar a validade do simulador tensorial construído, testando sua capacidade em trabalhar sob diversas condições e de interpretar corretamente o significado físico dos tensores de permeabilidade.

Foram efetivados ao todo cinco testes de avaliação: um em condições convencionais de permeabilidade (tensor puramente diagonal), dois representando fluxo unidirecional monofásico em

condições tensoriais e dois sob fluxo bifásico, bidimensional, em condições tensoriais. A seguir, estes testes serão descritos em detalhes.

O equipamento computacional utilizado para todos estes testes, assim como os demais casos estudados no Capítulo 5, foi uma Estação de Trabalho "SUN SPARC 10".

3.2.1 CONDIÇÕES CONVENCIONAIS: TESTE Nº1

Como teste inicial para verificação de desempenho do modelo numérico construído, um caso de fluxo bifásico, óleo-água, foi considerado sob as seguintes condições:

- Reservatório horizontal, homogêneo, de espessura constante;
- Pressão capilar nula;
- Fluidos pouco compressíveis, com mesmas características de viscosidade;
- Arranjo simulando 1/4 de malha de um sistema de injeção por cinco pontos (*five-spot*);
- Curvas de permeabilidade relativa lineares "em X":
$$K_{rw} = S_w \text{ e } K_{ro} = (1 - S_w);$$
- Saturação inicial de água igual a zero;
- Reservatório isotrópico: $K_{xx} = K_{yy} = 100 \text{ mD}$
 $K_{xy} = K_{yx} = 0.$

O resultado do TESTE Nº1 foi comparado com a solução semi-analítica obtida pelo método dos canais de fluxo, com deslocamento óleo-água incompressível, segundo proposta de Le Blanc e Claudle (1971) e descrita por Pinto (1991). Os resultados também foram comparados com o desempenho de um simulador convencional de fluxo.

O parâmetro escolhido para demonstrar o desempenho dos

simuladores ao longo da injeção foi o comportamento do corte de água observado no poço produtor ($f_w = q_w / (q_o + q_w)$), visto na Figura 3.6.

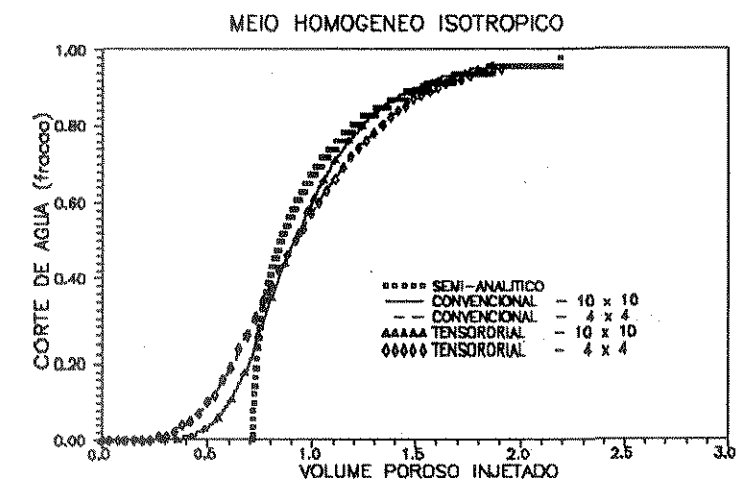


Figura 3.6 :Desempenho comparativo simulador tensorial x convencional

Constata-se que o desempenho do simulador tensorial coincide perfeitamente com o simulador convencional (além de f_w , outros parâmetros como evolução da pressão e saturação, se mostraram idênticos com um e outro modelo). Ambos os simuladores numéricos, em comparação com a solução semi-analítica, suavizam a chegada da frente de injeção, isto devido ao previsível efeito da dispersão numérica. O refinamento da malha tende a diminuir este efeito em ambos os modelos, o que também era esperado. O caso de reservatório anisotrópico convencional também foi testado, obtendo-se o mesmo tipo de resultado.

Este teste inicial só comprova que o simulador construído tem bom desempenho quando submetido à condições convencionais de permeabilidade (componentes cruzados do tensor de permeabilidade nulos). Testes adicionais foram feitos nas seções seguintes para comprovar o bom desempenho do simulador quando submetido à condições onde o tensor de permeabilidade se apresente completo, isto é, componentes cruzados não nulos.

3.2.2 TENSOR COMPLETO, REGIME MONOFÁSICO PERMANENTE: TESTE Nº2

Neste segundo teste, o modelo tensorial é avaliado através de um problema de fluxo monofásico unidirecional em regime permanente, cuja solução analítica é conhecida.

A Figura 3.7 mostra a configuração do problema a ser simulado. Para que a formulação tensorial fosse exigida, o esquema de fluxo unidirecional foi posicionado em diagonal num sistema de duas dimensões, resultando em um meio anisotrópico onde a permeabilidade é de 50 mD na direção de fluxo e é nula na sua direção ortogonal.

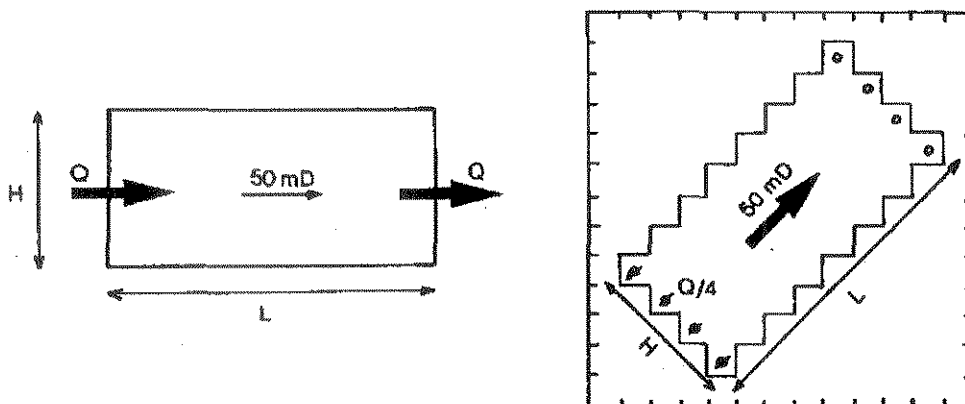


Figura 3.7 : Esquema simulado no TESTE Nº2

Os demais parâmetros utilizados nesta simulação são mostrados na Tabela 3.1.

A condição de permeabilidade igual a 50 mD ao longo de L é conseguida na situação bidimensional, segundo a teoria de rotação de tensores (Leung, 1986), fazendo os quatro componentes do tensor de permeabilidade igual a 25 mD.

Tabela 3.1 : Parâmetros para TESTE N°2

Permeabilidade ao longo de L	50	mD
Razão de viscosidade (μ_o/μ_w)	1.0	
Pressão capilar	0.0	
Comprimento L	1000	ft
Altura H	466.7	ft
Espessura	10	ft
Pressão inicial	3000	psi
Porosidade	10	%
Vazão de injeção e produção	25	STB/d
Compressibilidade da rocha	10^{-6}	psi ⁻¹
Compressibilidade dos fluidos	10^{-6}	psi ⁻¹
Perm. relativa à água	$K_{rw}(S_w) =$	S_w
Perm. relativa ao óleo	$K_{ro}(S_w) =$	$(1-S_w)$

É importante observar que, para se conseguir simular o esquema bidimensional mostrado na Figura 3.7, foi necessário prever a existência de blocos inativos. Estes blocos inativos alteram o equacionamento do fluxo nos blocos vizinhos a eles, pertencentes à "nova fronteira", a exemplo do que foi demonstrado no tratamento das condições de fronteira do item 3.1.2.

Para efeito de comparação, o resultado da simulação tensorial (2D-TENSORIAL) foi confrontado com a solução analítica conhecida (ver Apêndice B) e duas outras condições simuladas: eixo x paralelo ao comprimento L , resultando numa simulação unidimensional convencional (1D), e uma simulação idêntica ao esquema em diagonal da Figura 3.7, apenas desconsiderando os componentes cruzados do tensor de permeabilidade (2D-Convencional). Com isso, pretende-se comparar o desempenho da formulação tensorial diante do que seria obtido com o uso de um simulador convencional.

A Figura 3.8 mostra as distribuições de pressão ao longo do comprimento L , para três tempos de injeção. O tempo de 0,718 dias já corresponde à resposta de regime permanente. Os resultados mostram um bom ajuste da simulação 2D-Tensorial com a solução analítica e a simulação 1D. Já o resultado obtido com a simulação 2D-Convencional não apresentou um bom ajuste, resultando num gradiente de pressão maior do que o esperado para este problema.

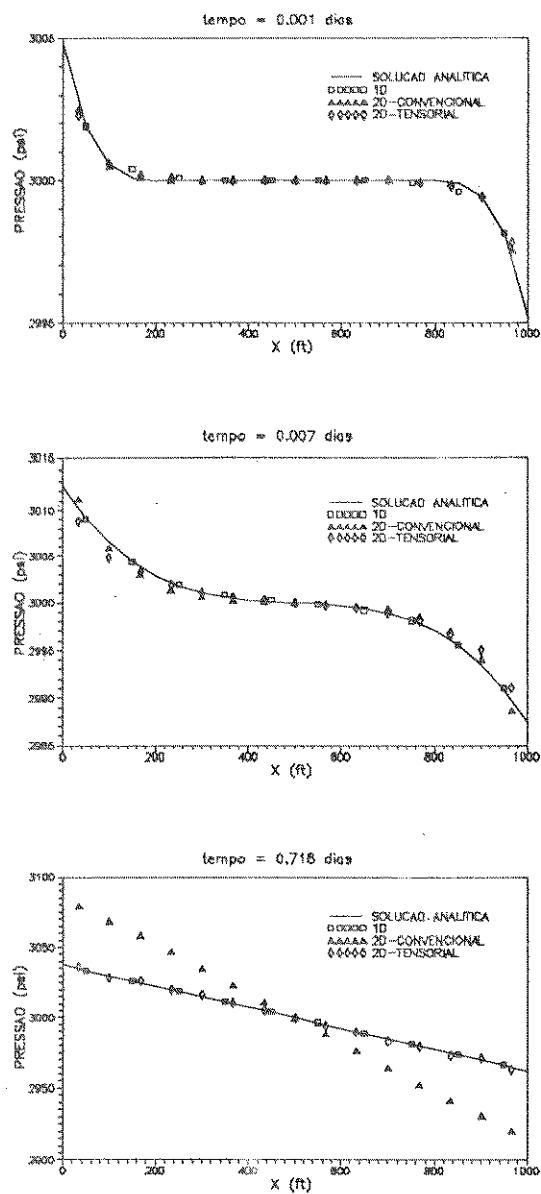


Figura 3.8 : Perfis de pressão ao longo de L , para três tempos de injeção - TESTE N°2

3.2.3 TENSOR COMPLETO, REGIME MONOFÁSICO PSEUDO-PERMANENTE: TESTE N°3

A formulação tensorial é agora submetida a um problema semelhante ao TESTE N°2, apenas alterando o regime de fluxo para pseudo-permanente. Considera-se esta nova condição mais rigorosa em relação à anterior, uma vez que o perfil de pressões não se estabiliza após um período de transição.

O problema a ser simulado é mostrado na Figura 3.9, com parâmetros idênticos aos utilizados no TESTE N°2 (Tabela 3.1), excetuando-se a vazão de injeção, que neste caso é nula.

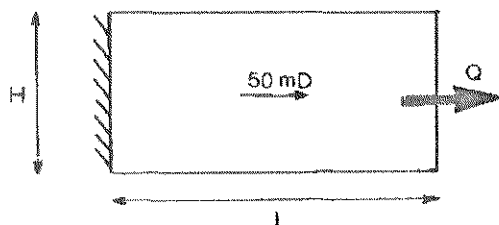


Figura 3.9 : Esquema simulado no
TESTE N°3

A solução analítica deste problema também é encontrada facilmente (ver Apêndice B), e serve de base para comparação dos resultados.

Da mesma maneira que no teste anterior, procedeu-se as simulações em diagonal num sistema bidimensional (2D-Tensorial e 2D-Convencional) e uma simulação unidimensional (1D).

Os resultados comparativos são vistos na Figura 3.10, que retratam os perfis de pressão ao longo do comprimento L para três tempos de produção.

Novamente, a simulação 2D-Tensorial apresentou bom ajuste com a solução analítica e a simulação 1D. A simulação diagonal 2D-Convencional apresentou um gradiente de pressão maior que o esperado para este caso, a exemplo do teste anterior. Observa-se que a simulação 2D-Tensorial obtém melhor ajuste quando o regime pseudo-permanente é atingido. Isto também se verifica no TESTE N°2, embora com menor nitidez.

Com base nestes dois últimos testes, considerou-se que o simulador tensorial desenvolvido apresentou um bom desempenho na modelagem de fluxo monofásico em situações onde a direção principal de permeabilidade não coincide com a direção dos eixos de coordenadas, a ponto de admiti-lo como validado. Ficou demonstrado que, nestes casos, o uso de um simulador com tratamento convencional de permeabilidade pode resultar em erros bastante significativos.

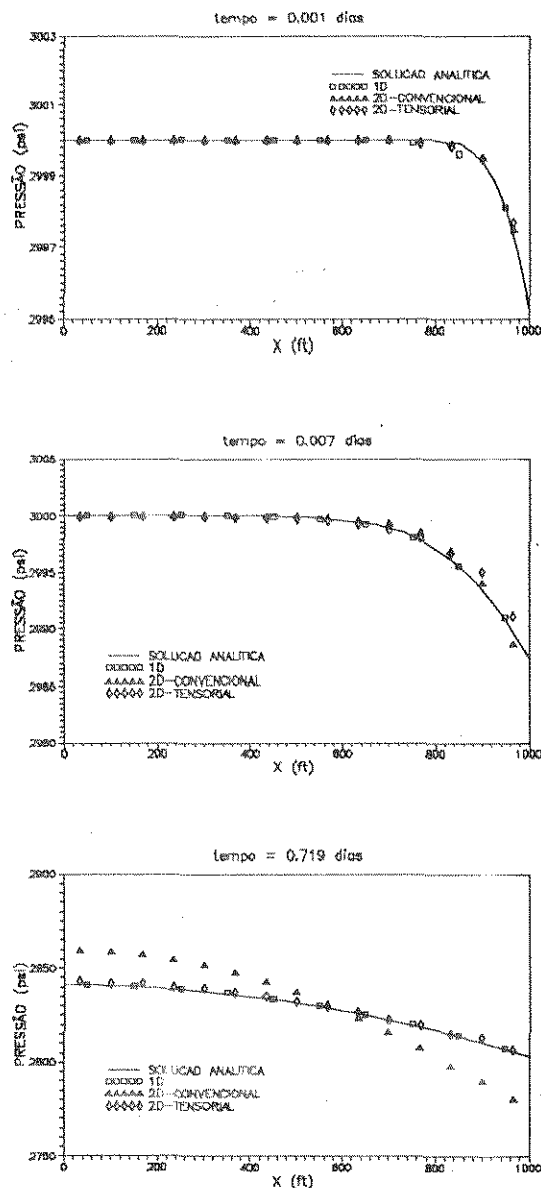


Figura 3.10: Perfis de pressão ao longo de L , para três tempos de produção - TESTE N°3

3.2.4 TENSOR COMPLETO, FLUXO BIDIMENSIONAL BIFÁSICO:

TESTE Nº4 E TESTE Nº5

Nos dois últimos testes validou-se o desempenho do simulador tensorial através de dois problemas de deslocamento monofásico unidirecional.

Neste item são apresentados dois testes adicionais que exigem o tratamento da permeabilidade como um tensor completo em condições de fluxo bifásico, óleo-água, num sistema bidimensional. A Tabela 3.2 mostra os principais parâmetros utilizados.

Tabela 3.2: Parâmetros para TESTE Nº4 e Nº5

Razão de viscosidade (μ_o/μ_w)	1.0	
Pressão capilar	0.0	
Comprimento L	403	ft
Espessura	10	ft
Pressão inicial	3000	psi
Porosidade	10	%
Vazão de injeção e produção	23	bbl/d
Compressibilidade da rocha	10^{-6}	psi ⁻¹
Compressibilidade dos fluidos	10^{-6}	psi ⁻¹
Perm. relativa à água	$K_{rw}(S_w) =$	S_w
Perm. relativa ao óleo	$K_{ro}(S_w) =$	$(1-S_w)$

Trabalhou-se em cada teste com dois tipos de *grid*: malha diagonal de dimensão 13 x 13 e malha paralela de dimensão 19 x 19, conforme mostram os dois esquemas da Figura 3.11. A configuração destes testes procura imitar a geometria de 1/4 de malha "five-spot", embora a anisotropia imposta ao meio a rigor não permita esta equivalência.

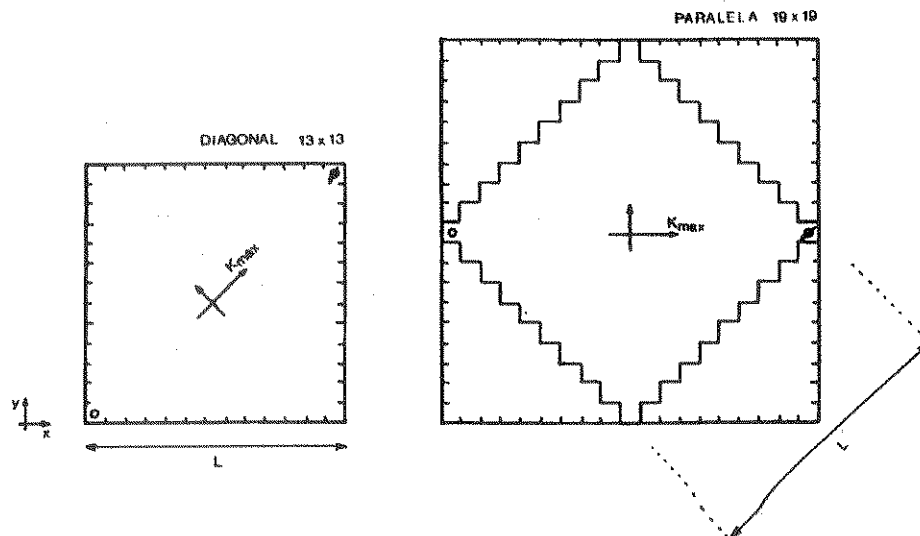


Figura 3.11 : Esquema de simulação para os TESTES Nº4 e Nº5

O primeiro teste desta seção, denominado TESTE Nº4, consiste num meio anisotrópico com $K_{\max}$ igual a 450 mD e $K_{\min}$ igual a 100 mD. A direção de maior permeabilidade está orientada ao longo da linha que une os poços produtor e injetor. É fácil observar que no caso da malha lançada em paralelo o tensor de permeabilidade resulta num tensor puramente diagonal, isto é, o problema pode ser tratado convencionalmente. Sendo assim, as respostas da malha paralela serão tomadas como referência na comparação dos resultados. No caso da malha em diagonal, os elementos cruzados do tensor de permeabilidade assumem valores bastante significativos, o que exige um tratamento tensorial completo, como procurar-se-á demonstrar. Neste caso, o tensor resultante a ser utilizado é:

$$K = \begin{bmatrix} 275 & 175 \\ 175 & 275 \end{bmatrix}$$

A Figura 3.12 apresenta os mapas de pressão para três condições simuladas do TESTE Nº4 : malha paralela, malha diagonal com simulador tensorial e malha diagonal com simulador convencional (resposta de regime permanente).

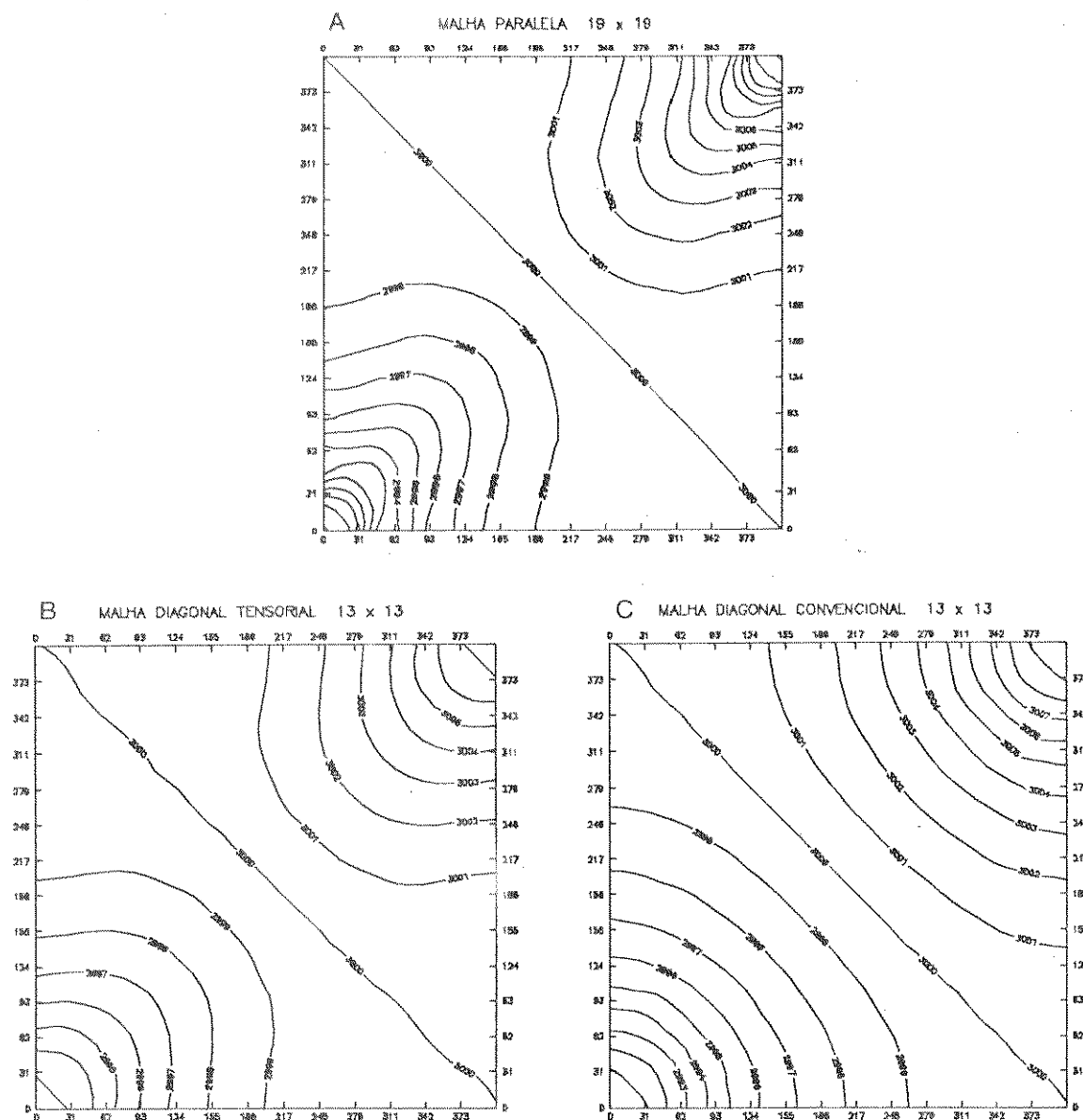


Figura 3.12 : Mapas de pressão - TESTE Nº4

Devido aos parâmetros utilizados no teste (razão de mobilidade 1 e fluidos de mesmas características), estas respostas de pressão correspondem à resposta de fluxo monofásico. A avaliação destes resultados já nos leva a perceber uma boa concordância entre a malha paralela e a malha diagonal em condições tensoriais (Figuras 3.12a e 3.12b). A deformação das linhas equipotenciais, tendendo a acompanhar a direção de maior

permeabilidade, reflete a anisotropia apresentada pelo meio. A incapacidade do tratamento convencional em refletir esta anisotropia indica que, neste caso, uma boa representação do campo de permeabilidades exige a consideração de um tensor completo.

A análise das respostas do fluxo bifásico, seja através de mapas de saturação ou do comportamento do corte de água, deverá refletir esta mesma situação, pois estas respostas são em parte resultantes da própria resposta de pressão já comentada.

O comportamento do corte de água (F_w) ao longo da injeção é visto na Figura 3.13. Este resultado também reflete uma melhor resposta na malha diagonal quando se utiliza um tensor completo para representar a permeabilidade.

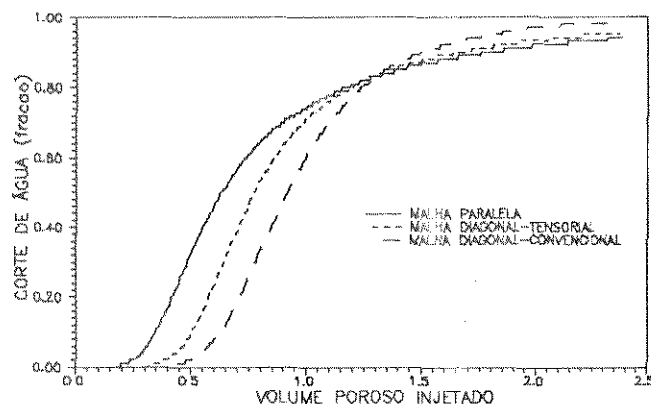


Figura 3.13: Comportamento de F_w
TESTE N°4

A Figura 3.14 mostra os mapas de saturação de água para 0,5 volumes porosos injetados. Novamente se percebe que o tratamento tensorial da permeabilidade deforma coerentemente o avanço da frente de água em forma de "cunha", devido à condição de anisotropia. Nota-se também que a malha diagonal produz uma dispersão lateral maior da frente de avanço, tanto no caso

tensorial quanto no convencional. Isto é resultado da dispersão numérica provocada pelo método de discretização tradicionalmente empregado, tanto maior quanto mais grosseira a malha de discretização. Consideramos que esta dispersão, no entanto, não chega a comprometer os resultados obtidos.

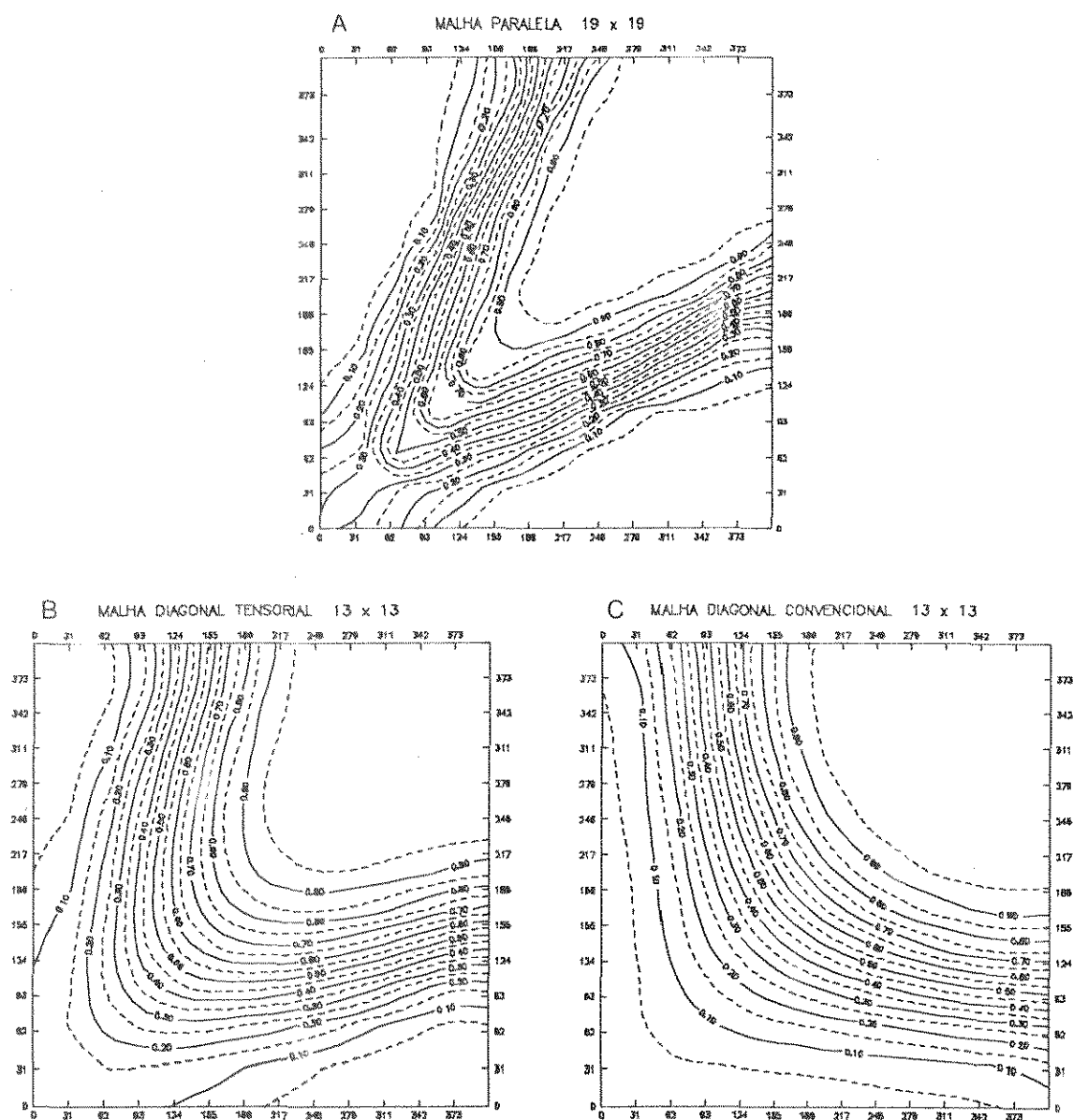


Figura 3.14 : Mapas de saturação - TESTE N°4

O segundo teste desta seção, o TESTE N°5, consiste num problema semelhante ao TESTE N°4, mas com diferente orientação das permeabilidades: a direção de maior permeabilidade está orientada agora transversalmente à linha que une os poços produtor e injetor.

Os mapas de pressão resultantes do TESTE N°5 são vistos na Figura 3.15.

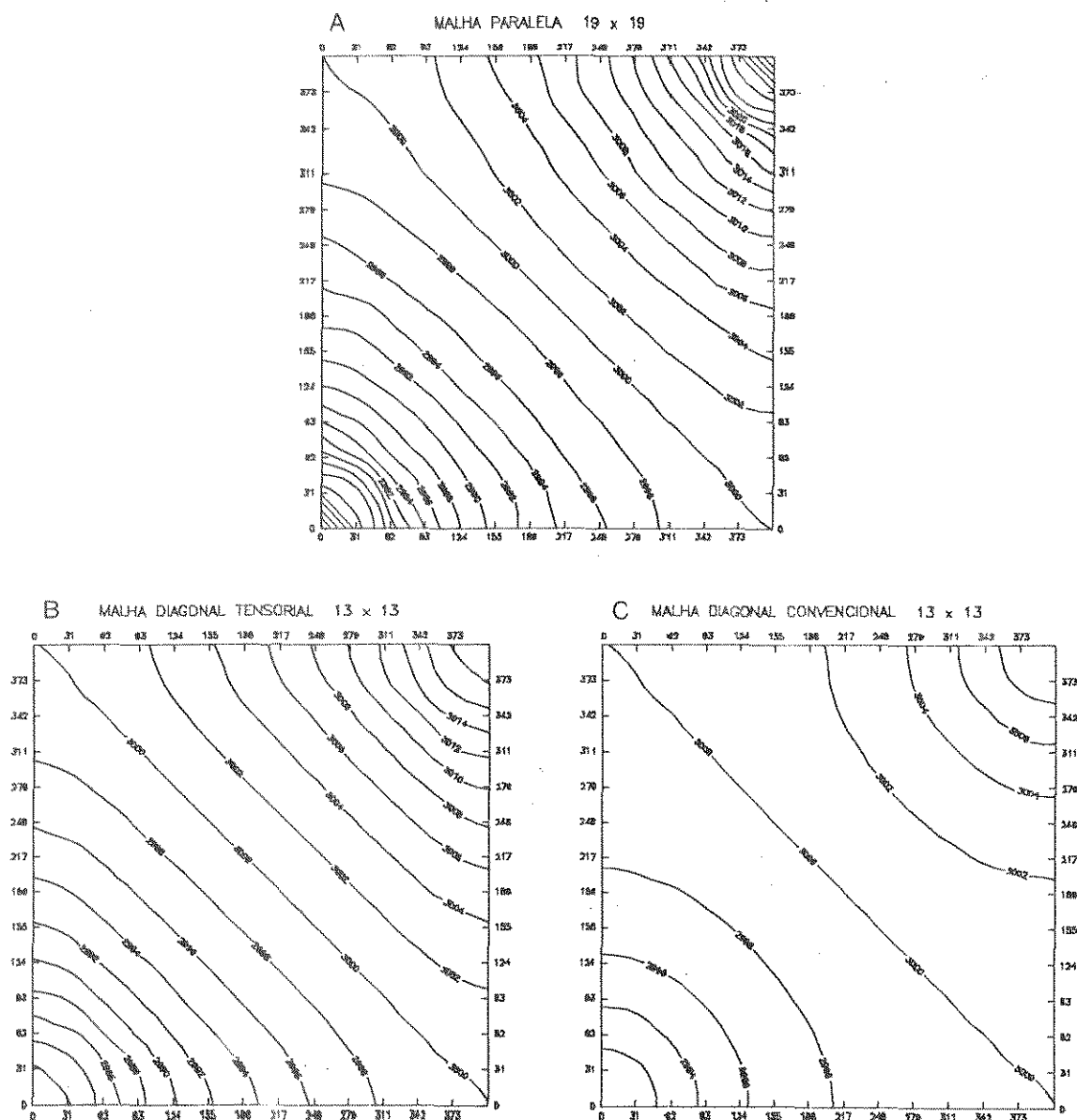


Figura 3.15 : Mapas de pressão - TESTE N°5

Estes mapas revelam novamente uma melhor representação do campo de permeabilidade na malha diagonal quando tratada como um tensor completo. A maior resistência ao fluxo (já que agora o fluxo se dá ao longo da menor permeabilidade) é bem representada pelos altos gradientes de pressão da Figura 3.15a e 3.15b, ao contrário do observado na Figura 3.15c.

Os resultados do fluxo bifásico, no entanto, não parecem muito esclarecedores. O comportamento do corte de água, visto na Figura 3.16, apresenta uma aparente indistinção entre as três opções simuladas. Observa-se, entretanto, uma maior dispersão na chegada da frente de avanço quando se usa a malha diagonal em condições tensoriais.

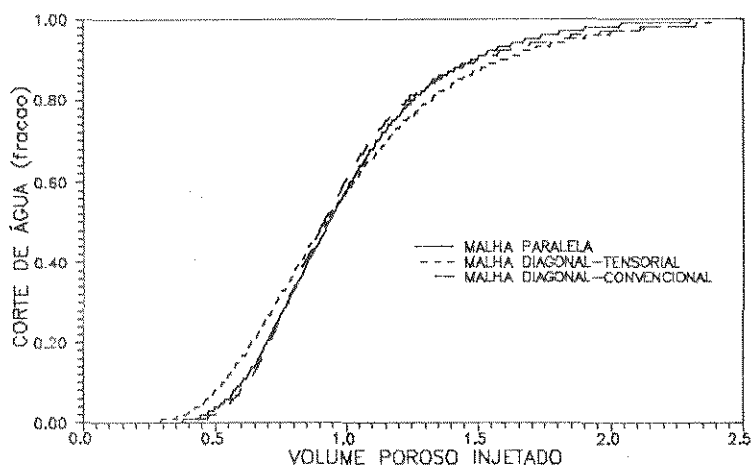


Figura 3.16: Comportamento de Fw
TESTE Nº5

Na Figura 3.17 estão os mapas de saturação de água referentes a este teste. Percebe-se claramente uma maior dispersão da frente de avanço no caso da malha diagonal com permeabilidade tensorial (Figura 3.17b), confirmando a observação feita anteriormente na evolução do corte de água. A dispersão neste caso é realmente tão forte que descaracteriza o deslocamento segundo uma frente de avanço bem definida. Assim, quando o fluxo se dá transversalmente à direção de maior

permeabilidade, o tratamento tensorial, embora tenha se revelado mais preciso na representação do campo de permeabilidade, realça os efeitos da dispersão numérica tornando o deslocamento bifásico mal representado.

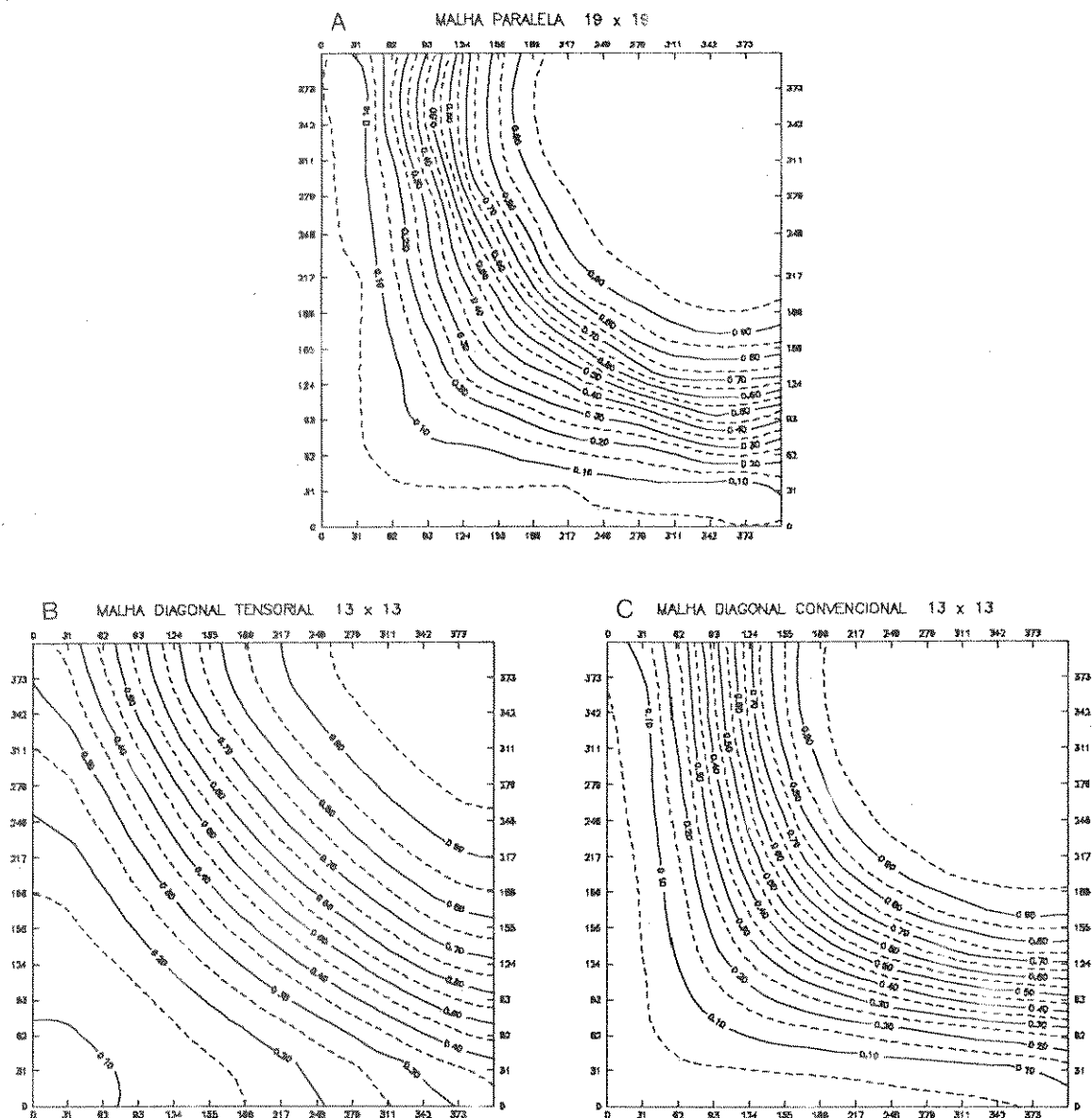


Figura 3.17 : Mapas de saturação - TESTE N°5

Fica-se, neste caso, entre duas alternativas: utilizar um simulador convencional, conceitualmente imperfeito (despreza os termos cruzados de permeabilidade) mas que não amplifica a dispersão numérica, ou utilizar um simulador tensorial, conceitualmente mais completo mas que nestes casos evidencia os problemas de dispersão numérica. Nenhuma destas duas alternativas nos parece satisfatória.

É oportuno esclarecer que a dispersão numérica não é uma particularidade da formulação tensorial. Ainda mais porque a discretização numérica empregada neste modelo, segue o mesmo esquema de aproximações tradicionalmente empregado em simuladores convencionais. Conforme muito bem apresentado por Pinto (1991), a dispersão numérica depende principalmente da forma de discretização do termo de fluxo relacionado com a saturação (tradicionalmente um ponto a montante) e da orientação relativa entre o fluxo e os eixos de coordenadas. No TESTE N°5 que acabamos de apresentar, o caso da malha diagonal em condições tensoriais parece ser penalizado por alterar as direções de fluxo segundo a orientação de permeabilidade ditada pelo tensor completo. Note que a malha paralela neste TESTE N°5 também sofreu uma maior dispersão da frente de avanço em relação ao obtido no TESTE N°4 (compare Figura 3.17a com 3.14a), isto devido às novas condições de fluxo impostas.

Aparentemente, a opção de malha diagonal com tratamento convencional da permeabilidade produz um perfil de saturação adequado para este caso, a julgar pela semelhança entre as Figuras 3.17a e 3.17c. No entanto, iremos demonstrar mais adiante que o efeito da imprecisão numérica também está afetando estas respostas.

A solução mais simples para contornar este problema seria o uso de malhas de simulação mais refinadas, que tendem naturalmente a reduzir os efeitos da dispersão numérica.

O desenvolvimento de um modelo de discretização por nove pontos (em duas dimensões) que possibilite fluxo entre blocos posicionados em diagonal também deve resultar em menor dispersão numérica, embora por si só não a elimine se for mantida a ponderação a montante (Pinto, 1991). Um esquema de discretização por nove pontos que trate a permeabilidade como um tensor completo parece ser uma boa e lógica alternativa. No entanto, a formulação deste tipo de modelo ainda carece de uma investigação mais aprofundada, o que foge ao alcance e pretensões deste trabalho.

Outra alternativa é aplicar esquemas de alta resolução para melhorar a aproximação das discretizações dos termos de fluxo, proposta esta amplamente investigada por Pinto (1991).

Com o objetivo de controlar a dispersão numérica nos simuladores desenvolvidos neste trabalho, tanto o tensorial quanto o convencional, o esquema TVD ("*Total Variation Diminishing*") foi incorporado seguindo alternativas sugeridas por Pinto (1991), conforme descrição apresentada no próximo item. Com isso, pretende-se adequar estes simuladores para o tratamento de casos similares ao apresentado neste item, sem recorrer ao artifício simplista de refinamento de malha.

3.3 INCORPORAÇÃO DO ESQUEMA TVD

O uso de esquemas de ordem mais alta para a discretização do termo convectivo melhoram a precisão destas aproximações. No entanto, nem sempre eles resultam em soluções fisicamente aceitáveis. O método de ponderação a montante, embora introduza maiores erros refletindo numa maior dispersão numérica, sempre conduz a soluções fisicamente aceitáveis (Pinto, 1991).

Harten (1983) propôs acoplar um termo de correção anti-difusivo ao tradicional esquema de ponderação a montante, denominado de Esquema **TVD** ("*Total Variation Diminishing*").

Existem várias formas de aplicação de um esquema TVD. Pinto (1991) as descreve e as implementa com detalhes em sua dissertação de mestrado. Este trabalho se limitará ao Método TVD de Rubin e Blunt (1991) aplicável a modelos "*black oil*". Mais especificamente ainda, este método será aplicado apenas à estimativa das permeabilidades relativas nas interfaces, conforme proposto e avaliado por Pinto (1991).

Segundo o Método TVD de Rubin e Blunt aplicado às permeabilidades relativas, a avaliação de K_r na interface $i+1/2$ j , por exemplo, para fluxo no sentido $i-1 \rightarrow i \rightarrow i+1$ e malha uniforme, é dado por:

$$K_{r_{i+1/2\ j}} = K_{r_{1ij}} + \phi_{1ij} \frac{\Delta x}{2} \frac{K_{r_{i+1\ j}} - K_{r_{1ij}}}{\Delta x} \quad (3.32)$$

onde

$$\phi_{1ij} = \frac{r_{1ij} + |r_{1ij}|}{1 + |r_{1ij}|} \quad (3.33)$$

$$r_{oij} = \frac{K_{roij} - K_{ro_{i-1\ j}}}{K_{ro_{i-1\ j}} - K_{roij}} \quad (3.34)$$

O termo corretivo do método TVD corresponde ao segundo membro do lado direito da equação (3.32). Para fluxo nos outros sentidos, empregam-se expressões análogas.

A aplicação deste método TVD em esquemas de solução totalmente implícito, como é o caso dos simuladores desenvolvidos neste trabalho, resulta em alterações na estrutura da matriz Jacobiano que dificulta ainda mais sua solução. Pinto (1991) apresenta formas alternativas e aproximadas de implementar os métodos TVD com o objetivo de contornar tais dificuldades.

A primeira idéia consiste em tratar explicitamente os termos de correção que aparecem na equação (3.32). Dessa forma teríamos, para fluxo no sentido $i-1 \rightarrow i \rightarrow i+1$:

$$K_{r_{i+1/2,j}}^{(v)} = K_{r_{i,j}}^{(v)} + \phi_{l_{ij}}^n \frac{\Delta x}{2} \left(\frac{K_{r_{i+1,j}} - K_{r_{i,j}}}{\Delta x} \right)^n \quad (3.35)$$

Nesta expressão, o símbolo v indica iteração Newtoniana e n o passo de tempo anterior.

Essa forma de tratamento do termo corretivo não provoca alterações na matriz Jacobiano, mas é satisfatória somente para pequenos passos de tempo.

Uma segunda forma simplificada de aplicar o esquema TVD é incorporar implicitamente os termos corretivos apenas nas expressões de resíduo, deixando a matriz Jacobiano inalterada (Pinto, 1991). Com isso, trabalha-se com um Jacobiano inexato, o que pode provocar maior dificuldade de convergência.

As duas propostas citadas acima foram testadas. A primeira delas, com tratamento explícito do termo corretivo, não apresentou convergência em condições tensoriais para passos de tempo com tamanho aceitável. Já a segunda proposta, com matriz Jacobiano aproximada, apresentou bons resultados, ainda que exigindo maior número de iterações para obter convergência, como será visto adiante.

Assim implantado o Método TVD nos simuladores

desenvolvidos, tanto no tensorial quanto no convencional, os TESTE N°4 e TESTE N°5 discutidos no ítem anterior foram repetidos utilizando-se este novo recurso para controle da dispersão numérica.

Nesta oportunidade ainda foram realizadas, para cada teste, simulações em malha paralela refinada (dimensão 45 x 45) com o objetivo de obtermos respostas de referência mais precisas.

Na Figura 3.18 se vê o comportamento do corte de água (Fw) para o TESTE N°4, onde a direção de maior permeabilidade está alinhada com a direção principal de fluxo. Verifica-se que a aplicação do esquema TVD nos casos da malha diagonal diminui a dispersão da chegada da frente de avanço, embora não tenha alterado o posicionamento relativo entre as duas respostas.

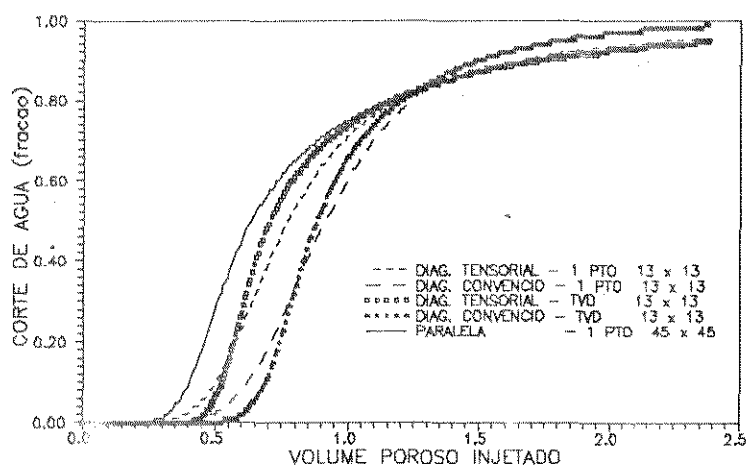


Figura 3.18: Comportamento de FW
TESTE N°4 com TVD

Os mapas de saturação para 0,5 volume poroso injetado, utilizando a opção TVD, estão mostrados na Figura 3.19. Percebe-se claramente o efeito do método TVD no controle da dispersão numérica, quando estes resultados são comparados com as respostas obtidas sem este recurso (Figura 3.14).

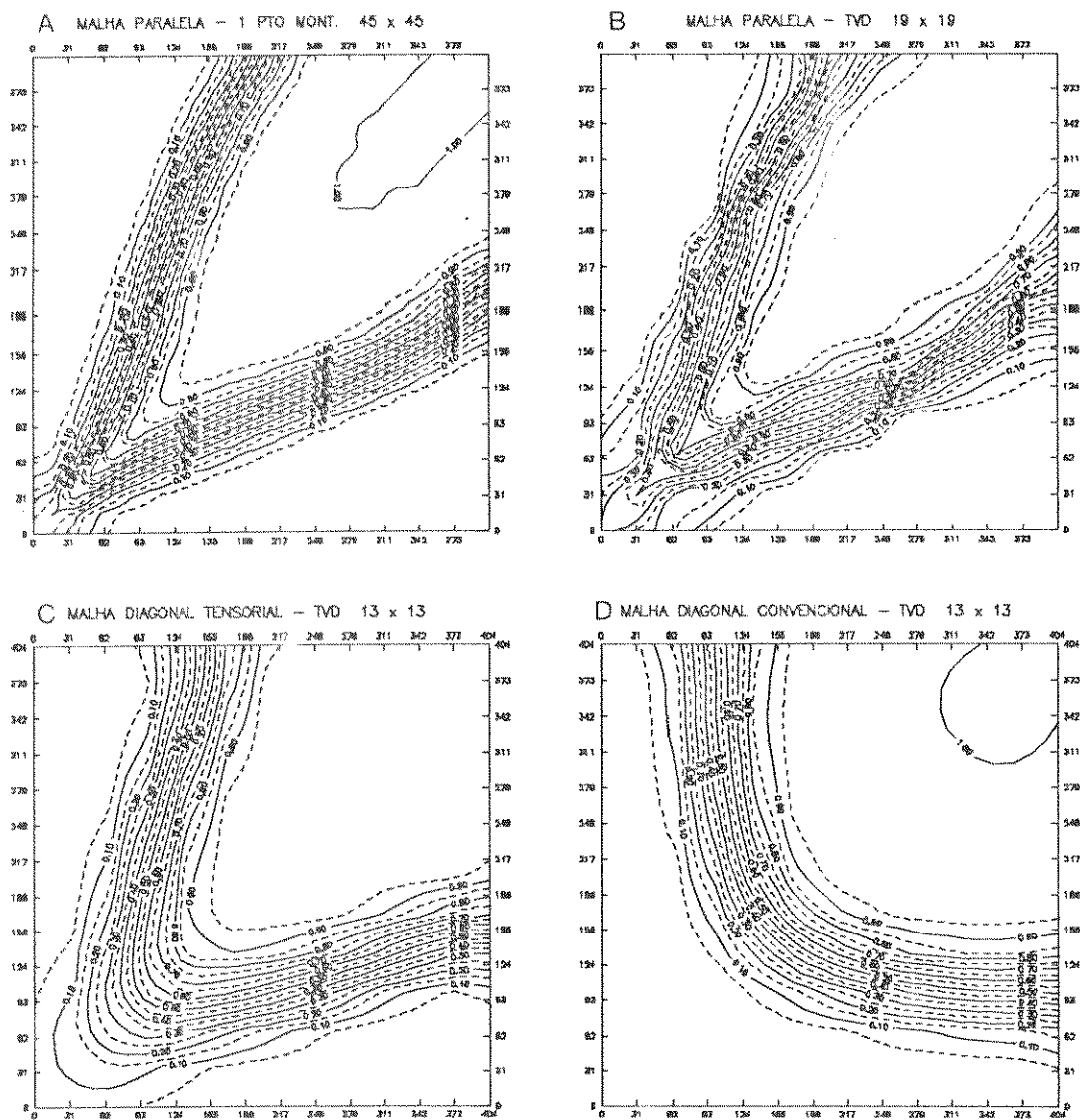


Figura 3.19 : Mapas de saturação - TESTE N.4 com TVD

Para o TESTE N°5, onde o fluxo se dá transversalmente à direção de maior permeabilidade, as respostas são vistas na Figura 3.20 e 3.21 .

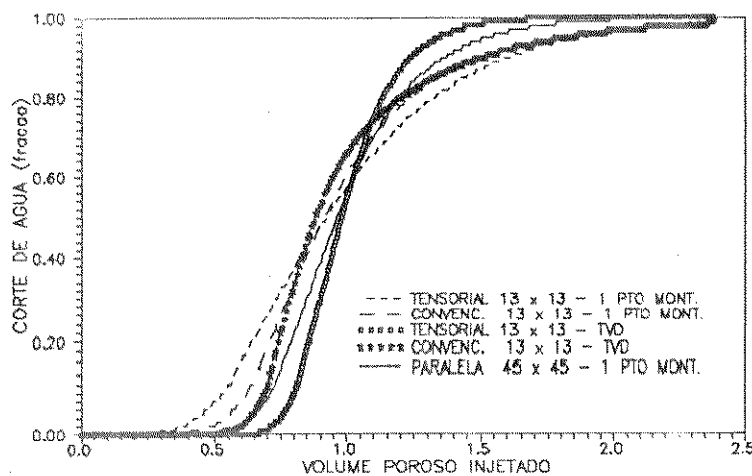


Figura 3.20: Comportamento de FW
TESTE N°5 com TVD

Novamente se constata o controle da dispersão numérica propiciado pelo esquema TVD. Este controle fica evidente ao comparar-se as Figuras 3.21c e 3.17b. A análise do mapa de saturação da Figura 3.21c em comparação com a resposta da malha paralela refinada da Figura 3.21a, leva a pensar que o tratamento tensorial da permeabilidade torna a frente de avanço demasiadamente plana. No entanto, quando se usa uma malha paralela ainda mais refinada, de 79 x 79 blocos, percebe-se que a forma da frente de avanço realmente tende a ser bastante planar devido à anisotropia (veja Figura 3.22).

Conclui-se, portanto, que o uso do tratamento tensorial da permeabilidade, associado a um método de controle da dispersão numérica, produz resultados bem mais satisfatórios do que o tratamento convencional.

No caso onde o fluxo se dá transversalmente à direção de maior permeabilidade (TESTE N°5), o uso do esquema TVD se mostrou essencial para o bom desempenho do simulador tensorial. Já para o caso onde o fluxo é concordante com a direção de maior permeabilidade (TESTE N°4), deixar de usar o método TVD não

chegou a comprometer os resultados obtidos, embora a sua aplicação ainda reduza significativamente a dispersão numérica.

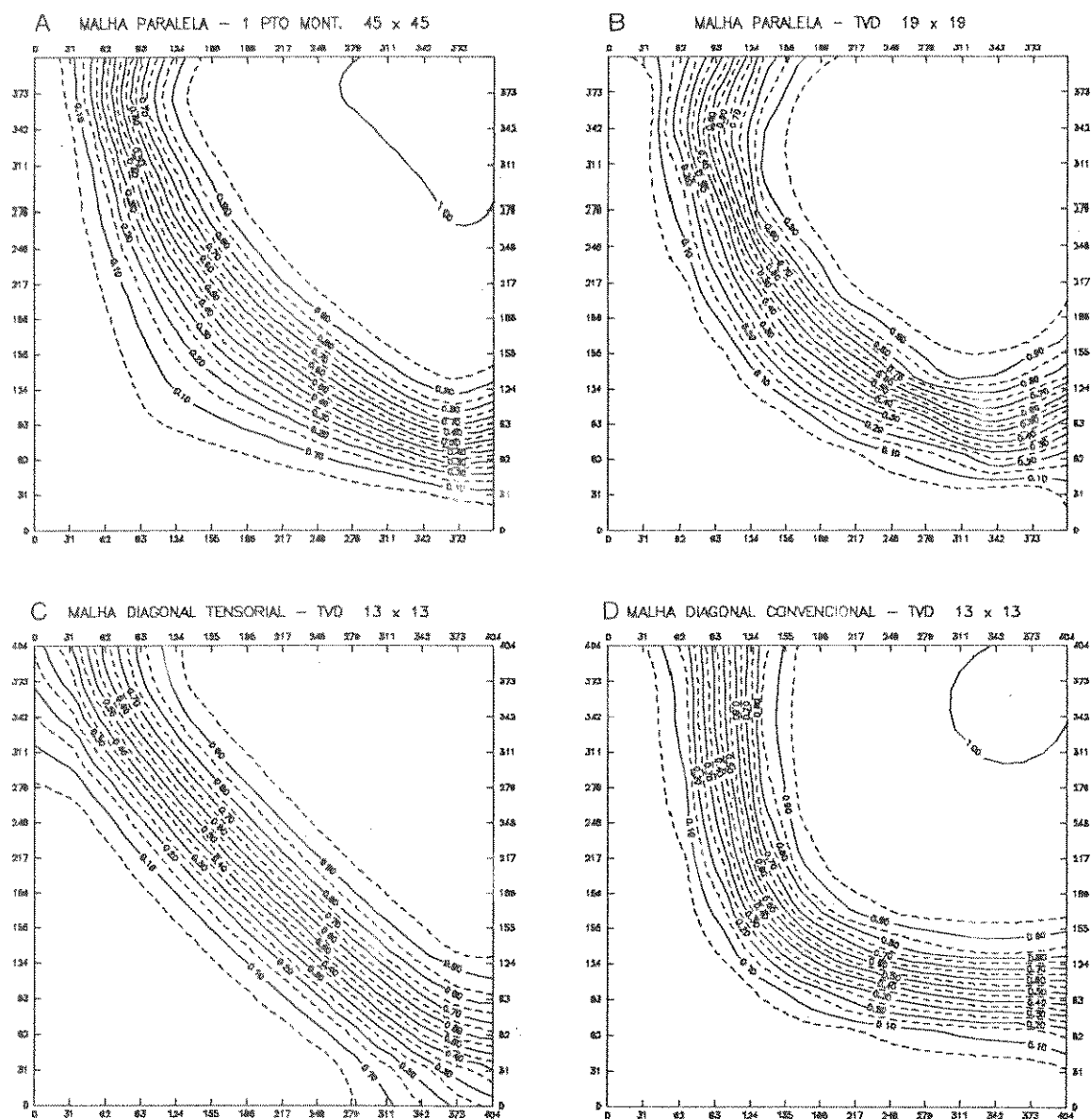


Figura 3.21 : Mapas de saturação - TESTE N.5 com TVD

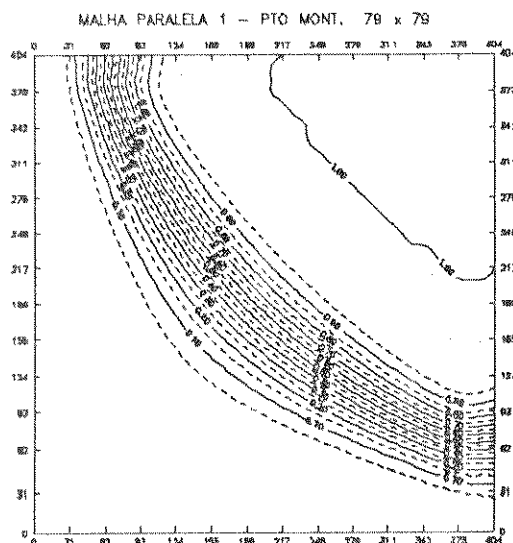


Figura 3.22: Mapa de saturação TESTE N°5
malha paralela 79 x 79

Quanto aos tempos de execução demandados pelas opções testadas, na Tabela 3.3 encontram-se resumidos os tempos médios de CPU¹ exigidos para cada caso.

Tabela 3.3 : Tempos de CPU

	CONVENCIO PTO MONT.	TENSORIAL PTO MONT.	CONVENCIO TVD	TENSORIAL TVD
DIAGONAL 13 x 13	4 min.	5 min.	6 min.	26 min.
DIAGONAL 45 x 45	374 min.	400 min.	—	—

O uso da opção TVD implicou em maior número de iterações e passos de tempo menores em relação à ponderação a montante. Isto

¹ Estação de trabalho SUN SPARC 10

resultou num aumento considerável do tempo de processamento, principalmente quando acompanhado de condições de permeabilidade tensoriais (aumento de 5 min. para 26 min.). Ainda assim, o uso da opção TVD é bem mais vantajoso do que o refinamento de malha, que consome tempos expressivamente superiores (400 min).

3.4 OS PROGRAMAS

Tendo desenvolvido o modelo matemático apresentado nos itens anteriores deste capítulo, construiu-se dois algoritmos em linguagem FORTRAN, a saber:

- **SIMTEN.FOR** : Simulador bifásico tipo "*black oil*", bidimensional, com tratamento tensorial da permeabilidade, isto é, a permeabilidade é representada em cada bloco por um tensor completo. Sistema de solução totalmente implícito. Opção de esquema TVD aplicado à permeabilidade relativa.

- **SIM2D.FOR** : Simulador bifásico tipo "*black oil*", bidimensional, com tratamento convencional da permeabilidade, isto é, a permeabilidade é representada em cada bloco por um tensor puramente diagonal. Sistema de solução totalmente implícito. Opção de esquema TVD aplicado à permeabilidade relativa.

O simulador SIM2D.FOR, com tratamento convencional da permeabilidade, foi desenvolvido com as mesmas características de construção que o simulador tensorial SIMTEN.FOR. Com isso tem-se duas ferramentas cujos desempenhos só se diferenciam pelo tratamento dado à permeabilidade absoluta, tornando o processo de comparação mais significativo.

CAPÍTULO 4

MUDANÇA DE ESCALA:

ESTIMATIVA DO TENSOR EQUIVALENTE

A permeabilidade absoluta é um dos parâmetros mais importantes na definição do fluxo em reservatórios, podendo apresentar um alto grau de anisotropia e heterogeneidade.

Técnicas geoestatísticas estão sendo cada vez mais utilizadas na modelagem das heterogeneidades dos reservatórios, através das quais inúmeras imagens de alta resolução (em escala de amostragem) podem ser geradas. No entanto, estas imagens devem sofrer um processo de "homogeneização" de forma a adequarem-se a uma escala compatível com a discretização utilizada nos simuladores de fluxo. Este processo se denominará aqui de mudança de escala.

A escala das imagens geoestatisticamente geradas (ou escala de alta resolução), será referida ao longo do texto como **pequena escala**. As imagens da pequena escala serão constituídas por células não necessariamente isotrópicas, mas com permeabilidade representada de maneira convencional. Por sua vez, a escala compatível com a simulação de fluxo será denominada **grande escala**.

As propriedades da grande escala são classicamente tratadas como parâmetros médios representativos de cada bloco de simulação. Num processo de mudança de escala, conforme definido acima, um bloco da grande escala se compõe de várias células na pequena escala. O processo tradicionalmente utilizado para se determinar a permeabilidade equivalente, representativa de cada bloco, pode variar desde simples médias (aritmética, harmônica, geométrica, ou combinações destas) até métodos numéricos.

Na formulação tensorial, objeto deste estudo, interessa determinar para cada bloco de simulação um tensor de permeabilidade equivalente. Melhor ainda: interessa determinar os componentes tensoriais em cada interface, conforme demonstrado no capítulo anterior (item 3.3.1)

Devido às condições de fluxo nas quatro interfaces de um bloco, as interfaces perpendiculares ao eixo x só contemplam fluxo nessa direção. Sendo assim, às interfaces do tipo $i \pm 1/2 j$ só interessa o cálculo dos componentes de permeabilidade

$$K_{xx_{i \pm 1/2 j}} \quad e \quad K_{xy_{i \pm 1/2 j}}$$

Do mesmo modo, às interfaces perpendiculares ao eixo y , do tipo $i j \pm 1/2$, só interessa a estimativa de

$$K_{yy_{i j \pm 1/2}} \quad e \quad K_{yx_{i j \pm 1/2}}$$

Num processo de mudança de escala da permeabilidade é mais interessante, portanto, que sejam estimados os componentes tensoriais diretamente em cada interface do que determinar o tensor equivalente para um bloco de simulação propriamente dito. Assim, para cada par de blocos adjacentes é definida uma região de interface compreendida entre os pontos centrais dos dois blocos, conforme metodologia proposta por Gomez Hernandez (1991) e esquematizada na Figura 4.1. Esta região, que será denominada de **interbloco**, contém a interface de interesse e é utilizada na estimativa dos componentes tensoriais dessa interface.

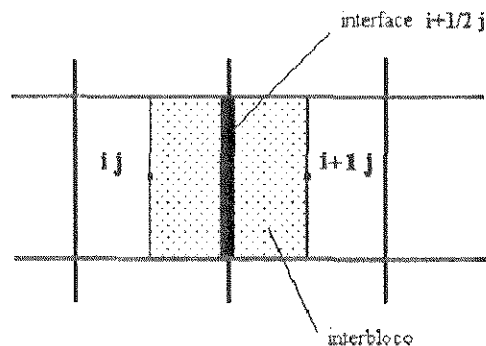


Figura 4.1 - Interbloco da interface $i+1/2 j$

Conforme discutido por Cruz (1991), existem na literatura basicamente dois tipos de propostas para a estimativa dos tensores de permeabilidade num processo de mudança de escala:

analítica e numérica.

Um método analítico eficiente teria a vantagem de apresentar uma forma de solução e aplicação mais simples e direta. Kasap (1989 e 1990) propõe algumas expressões analíticas para a estimativa dos componentes tensoriais da permeabilidade. Uma análise mais cuidadosa das condições impostas por Kasap, no entanto, leva a questionar a eficácia deste método, a exemplo do que foi observado por Cruz (1991).

Um método numérico para a estimativa dos tensores equivalentes de permeabilidade foi originalmente proposto por White (1987). Posteriormente, Gomez-Hernandez (1991) fez um aperfeiçoamento deste método, resultando num processo mais rápido e eficiente quando se trabalha com grande número de blocos.

A seguir serão apresentados e discutidos cada um destes três métodos citados, embora o método de Kasap (1989) não tenha sido efetivamente implantado neste trabalho, devido às razões já citadas e que serão melhor abordadas adiante.

4.1 MÉTODO DE KASAP

A dedução das expressões propostas por Kasap (1989 e 1990) será demonstrada a seguir, a fim de melhor discutir o método por ele proposto.

Considere-se um bloco (ou interbloco) heterogêneo, do qual se quer determinar os componentes tensoriais equivalentes. Aplica-se a este bloco a seguinte condição de contorno: diferencial de pressão¹ aplicado na direção x e fronteiras seladas em y , conforme mostra a Figura 4.2.

Desse modo, tem-se a seguinte expressão para a vazão resultante na direção x :

¹ Também aqui desconsidera-se o efeito gravitacional

$$-q_x = K_{xx} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_x + K_{xy} \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_x \quad (4.1)$$

Como na direção **y** as fronteiras são seladas:

$$-q_y = K_{yx} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_x + K_{yy} \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_x = 0 \quad (4.2)$$

O subscrito **x** nos gradientes de pressão acima refere-se à primeira condição de contorno: fluxo na direção **x**.

Da equação (4.2) tem-se que

$$\frac{\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_x}{\left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_x} = - \frac{K_{yy}}{K_{yx}} \quad (4.3)$$

Conforme expressão sugerida por Desbarats (1987), define-se a permeabilidade aparente na direção **x** como:

$$K_{x_{ap}} = - \frac{q_x}{\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_x} \quad (4.4)$$

Substituindo a expressão (4.4) em (4.1) tem-se:

$$K_{x_{ap}} = K_{xx} + K_{xy} \frac{\left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_x}{\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_x} \quad (4.5)$$

Substituindo agora (4.3) em (4.5), tem-se finalmente uma das expressões apresentadas por Kasap (1990):

$$K_{x_{ap}} = K_{xx} - K_{xy} \frac{K_{yx}}{K_{yy}} \quad (4.6)$$

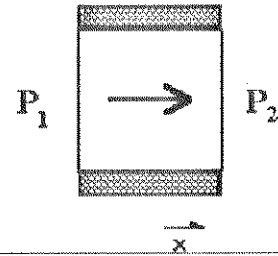
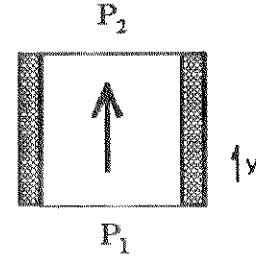


Figura 4.2: 1ª condição de contorno - método de Kasap

A segunda expressão apresentada por Kasap (1990) é obtida de forma similar a anterior, alterando a condição de contorno aplicada: diferencial de pressão aplicado na direção **y** e fronteiras seladas em **x** (Figura 4.3). Desse modo:

$$-q_y = K_{yx} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_y + K_{yy} \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_y \quad (4.7)$$



$$-q_x = K_{xx} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_y + K_{xy} \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_y = 0 \quad (4.8)$$

Figura 4.3 : 2ª
condição de contorno
- método de Kasap

Da equação (4.8) vem

$$\frac{\left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_y}{\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_y} = - \frac{K_{xx}}{K_{xy}} \quad (4.9)$$

Definindo que

$$K_{y_{ap}} = - \frac{q_y}{\left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_y} \quad (4.10)$$

e substituindo as expressões (4.9) e (4.10) em (4.7) tem-se:

$$K_{y_{ap}} = K_{yy} - K_{yx} \frac{K_{xy}}{K_{xx}} \quad (4.11)$$

As equações (4.6) e (4.11) são as duas expressões propostas por Kasap e são perfeitamente válidas para as duas condições de contorno definidas anteriormente.

Na proposta de Kasap (1990), os valores de Kx_{ap} e Ky_{ap} devem ser estimados analiticamente pelo método de Le'Loch (1990), que consiste numa combinação de médias aritméticas em paralelo e harmônicas em série das permeabilidades que compõem o bloco. Este tipo de estimativa é perfeitamente válido para as mesmas condições de contorno impostas por Kasap, conforme comprovado por Cruz (1991).

Entretanto, apenas estas duas equações (4.6) e (4.11) não são suficientes para determinar as quatro incógnitas de interesse, que são os componentes tensoriais da permeabilidade. Kasap propõe, então, que se utilize as equações (4.3) e (4.9), estimando-se previamente os valores de

$$\frac{\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_x}{\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_x} \quad e \quad \frac{\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_y}{\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_y}$$

A maneira como Kasap propõe que se estime estes gradientes, no entanto, é bastante questionável, conforme as observações feitas por Cruz (1991). Primeiramente, ela já parte da limitação do bloco de interesse ser constituído por apenas 4 sub-blocos homogêneos não tensoriais, conforme esquema da Figura 4.4.

Assume também que não há fluxo entre os sub-blocos superiores e inferiores durante a primeira condição de contorno (fronteiras em **y** seladas), e entre os sub-blocos da esquerda e da direita na segunda condição (fronteiras em **x** seladas). Isto significa que não há fluxo cruzado em cada uma das condições de contorno impostas, o que é uma limitação contraditória, uma vez que se quer determinar exatamente o caráter torcional do fluxo no interior do bloco.

Além disso, a primeira limitação

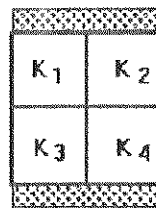


Figura 4.4- Elemento de mudança de escala de Kasap - 1ª condição de contorno

citada deste método (somente 4 sub-blocos de cada vez) não permite uma mudança de escala progressiva, como sugere Kasap, já que a metodologia proposta não inclui um tratamento tensorial para os 4 sub-blocos de interesse.

Apesar destes fortes questionamentos a respeito do método, as expressões (4.6) e (4.11) poderiam ser utilizadas com esse mesmo propósito caso as estimativas dos gradientes das equações (4.3) e (4.9) fossem substituídas por outras de melhor tratamento. Esta foi a proposta experimentada por Cruz (1991), mas que apresentou dificuldades de implementação, pois a validade das equações (4.6) e (4.11) está limitada àquelas condições de contorno para as quais foram concebidas.

Além das limitações citadas, este tipo de metodologia não leva em conta outras situações de fluxo que não aquelas impostas pelas duas condições de contorno utilizadas, quase sempre muito restritivas para casos reais.

Tendo em vista o que foi discutido acima, o Método de Kasap não foi considerado para implementação no processo de mudança de escala a ser investigado neste trabalho.

4.2 MÉTODO DE WHITE

O Método de White (White, 1987) é um método numérico que consiste em realizar uma simulação de fluxo monofásico em toda a malha do reservatório em regime permanente e na pequena escala. Isto corresponde, matematicamente, a resolver um sistema de equações diferenciais lineares.

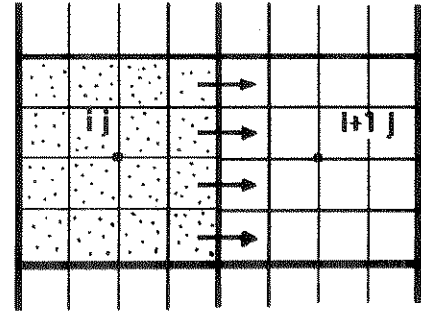
Uma vez encontrada a solução de pressão para determinada condição de contorno, são estimados os valores de fluxo e dos gradientes de pressão resultantes em cada interface da grande escala.

Seja, por exemplo, a interface $i+1/2 \ j$ mostrada na Figura 4.5. A vazão na interface da grande escala $\bar{Q}_{i+1/2 \ j}$ é estimada pela somatória das vazões que a compõem na pequena escala:

$$\bar{Q}_{i+1/2 \ j} = \sum_{\epsilon \text{ interf}} q \quad (4.12)$$

De forma similar, a pressão $\bar{P}$ em um bloco da grande escala é a média ponderada das pressões nas células pertencentes ao bloco:

$$\bar{P}_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{\epsilon \text{ bloco}} p \quad (4.13)$$



Os gradientes de pressão nas interfaces, por sua vez, são aproximados conforme as expressões (3.11) e (3.14) apresentadas no capítulo anterior (item 3.1):

Figura 4.5 - Interface $i+1/2 \ j$ - método de White

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i+1/2 \ j} \approx \frac{\bar{P}_{i+1 \ j} - \bar{P}_{ij}}{\Delta x}$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_{i+1/2 \ j} \approx \frac{\bar{P}_{ij+1} + \bar{P}_{i+1 \ j+1} - \bar{P}_{ij-1} - \bar{P}_{i+1 \ j-1}}{4 \Delta y}$$

Para malhas irregulares, as formas de aproximação indicadas acima podem aumentar os erros de discretização.

Assim, para cada simulação correspondente a uma determinada condição de contorno tem-se uma expressão do tipo:

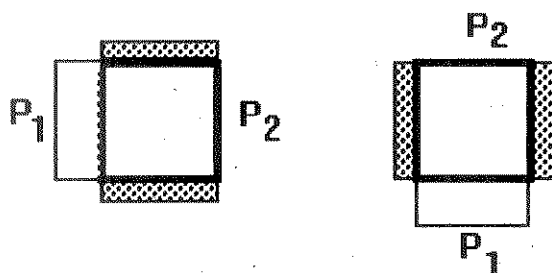
$$-\bar{Q}_{i+1/2 \ j} = \frac{K_{xx_{i+1/2 \ j}}}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i+1/2 \ j} + \frac{K_{xy_{i+1/2 \ j}}}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)_{i+1/2 \ j} \quad (4.14)$$

Se forem simuladas duas ou mais condições de contorno, tem-se duas ou mais equações do tipo (4.14) para cada interface. Desse modo, os componentes tensoriais de permeabilidade podem ser estimados pelo método da regressão linear dos mínimos quadrados (White, 1987 ; Gomez-Hernandez, 1991).

O Método de White calcula, então, os componentes tensoriais diretamente em cada interface.

A versão do método implantada neste trabalho permite escolher entre duas ou quatro condições de contorno, conforme mostra a Figura 4.6 .

OPCAO 1:



OPCAO 2:

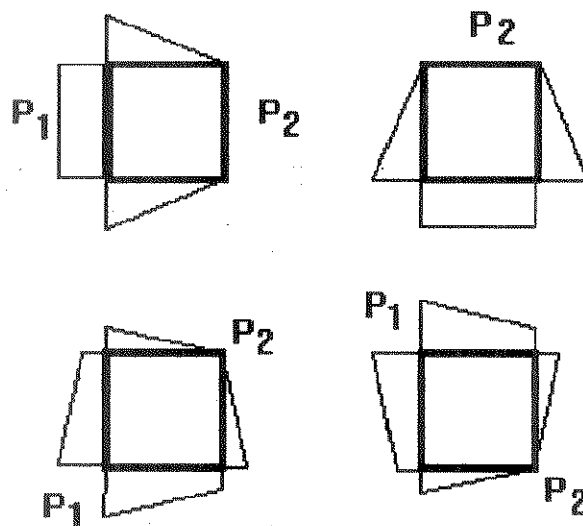


Figura 4.6 : Condições de contorno implementadas

As duas condições de contorno da Opção 1 são idênticas às aquelas inicialmente propostas por White (1987). As quatro condições de contorno da Opção 2 coincidem com aquelas propostas por Gomez-Hernandez (1991). As condições de contorno da opção 2 procuram reproduzir padrões de fluxo paralelos e em diagonal aos eixos de coordenadas.

4.3 MÉTODO DE GOMEZ-HERNANDEZ

O método proposto por Gomez-Hernandez (1991) é semelhante ao Método de White, mas realiza as simulações na pequena escala tomando cada interface separadamente.

Para cada interface é considerada uma **região de interface**, formada pelo interbloco com um número par de células da pequena escala (conforme definido no início deste capítulo) e mais uma área de vizinhança.

A região da interface $i+1/2 \ j$, por exemplo, é mostrada na Figura 4.7, onde a vizinhança foi definida como sendo a metade de um bloco da grande escala.

Submete-se, então, a região de interface à simulação monofásica em regime permanente sob quatro condições de contorno, do mesmo modo que no Método de White.

Os gradientes de pressão na interface são, neste caso, aproximados através das pressões médias avaliadas nos pontos centrais 1, 2, 3, 4, 5 e 6, conforme indicado na Figura 4.7.

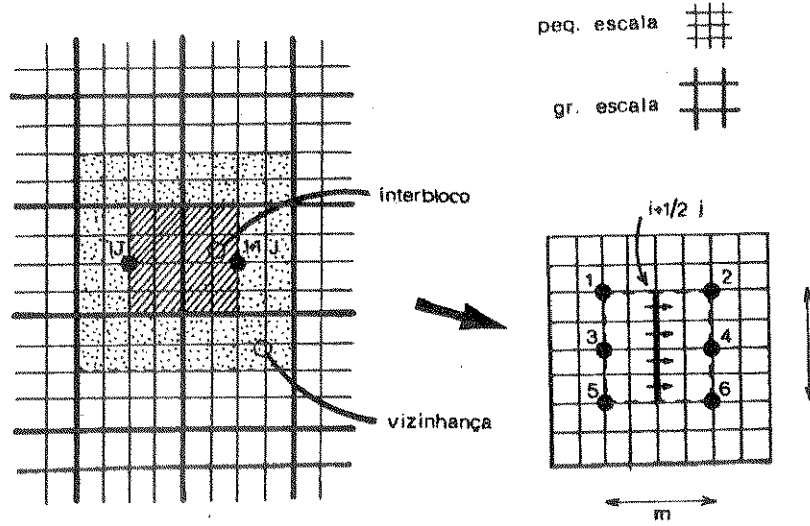


Figura 4.7: Região de interface no Método de Gomez-Hernandes

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{i+1/2 j} \approx \frac{\bar{P}_4 - \bar{P}_3}{m} \quad (4.15)$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_{i+1/2 j} \approx 1/2 \left[\frac{\bar{P}_1 - \bar{P}_5}{l} + \frac{\bar{P}_2 - \bar{P}_6}{l} \right] \quad (4.16)$$

As quatro condições de contorno para simulação, sugeridas por Gomez-Hernandez (1991), são aquelas mesmas mostradas na Opção 2 da Figura 4.6. Desse modo, tem-se novamente quatro equações do tipo (4.14) e pode-se determinar os componentes tensoriais de permeabilidade pelo mesmo método de regressão sugerido por White (1987). O mesmo tipo de tratamento é aplicado às demais interfaces, separadamente. Este método é vantajoso em relação ao método de White quando se trabalha com imagens compostas por muitas células na pequena escala.

Alguns exemplos de estimativa do tensor de permeabilidade equivalente foram executados em blocos hipotéticos, sendo que destacam-se aqui três deles para realçar certos aspectos que

merecem ser comentados. Os três casos a analisar são vistos na Figura 4.8, apresentando diferentes arranjos entre células "muito" permeáveis (1 D) e células "pouco" permeáveis (10^{-5} D). Os valores dos componentes calculados para cada caso estão indicados abaixo das figuras (em D).

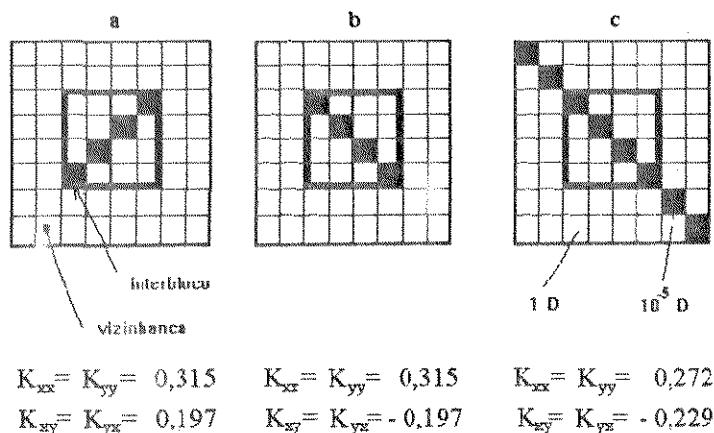


Figura 4.8 : Exemplos de estimativa de tensor equivalente

Coerentemente, os componentes tensoriais dos exemplos a e b resultam nos mesmos valores absolutos de permeabilidade, apenas com os termos cruzados aparecendo negativos no segundo caso.

A importância da vizinhança na estimativa do tensor de permeabilidade é percebida através do exemplo c. Observa-se que o arranjo interno do interbloco neste caso é idêntico ao do caso b. No entanto o tensor calculado resultou significativamente diferente. Isto deveria ocorrer? Um interbloco com determinado arranjo interno de heterogeneidade não deveria ser representado por um único e bem definido tensor de permeabilidade? A princípio uma "falsa lógica" nos diz que sim, uma vez que o arranjo do interbloco não se alterou. No entanto, o problema está no próprio conceito de permeabilidade equivalente e no mecanismo empregado para sua estimativa. Conforme discutido no capítulo 1, é desejável que as condições de fluxo empregadas na determinação da permeabilidade equivalente reproduzam um comportamento similar ao

que será obtido no reservatório. Esta condição será alcançada se escolhermos condições de contorno apropriadas, ou então a consideração de uma vizinhança suficientemente grande para "moldar" o fluxo de acordo com a realidade do reservatório. A situação ideal seria considerar toda a vizinhança possível, o que recai no Método de White. No entanto, a proposta de Gomez-Hernandez (1991) é interessante para grandes reservatórios e procura preservar estes aspectos. O tamanho da vizinhança mais adequado deve ser alvo de investigação, pois certamente dependerá da complexidade do reservatório a ser representado. Esta investigação, porém, não foi considerada nos objetivos deste estudo, fazendo-se apenas uma breve análise no item 4.6.

4.4 MÉTODO DE GOMEZ MODIFICADO

Conforme o método originalmente proposto por Gomez Hernandez (1991), comentado no item anterior, um bloco da grande escala seria composto por um número par de células e o tamanho da vizinhança definido como a metade do interbloco.

Pode-se fazer um aperfeiçoamento dessa proposta de modo a possibilitar o uso de blocos com número ímpar de células e vizinhanças de tamanho variável. Com isso obtém-se um modelo mais flexível e geral para futuras investigações.

Além disso, propõe-se introduzir uma modificação na maneira de aproximar o gradiente de pressão tangente às interfaces consideradas. Em vez de definir os seis pontos de pressão, conforme indicado na Figura 4.7, definem-se apenas os quatro pontos de pressão mostrados na Figura 4.9 .

Esta modificação aproveita a possibilidade de se estimar as pressões médias nos pontos 7 e 8, simplificando o procedimento. A área de abrangência para o cálculo da pressão média em cada um destes pontos é detalhada mais adiante.

Definidas as pressões médias nos pontos de avaliação 3, 4, 7 e 8, os gradientes na interface $i+1/2 j$ da Figura 4.9 são estimados por:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{i+1/2 j} \approx \frac{\bar{P}_4 - \bar{P}_3}{m} \quad (4.17)$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_{i+1/2 j} \approx \frac{\bar{P}_8 - \bar{P}_7}{l} \quad (4.18)$$

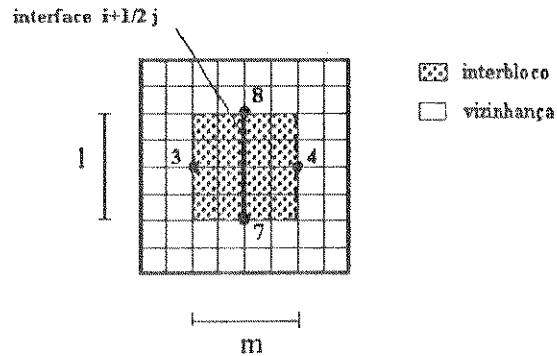


Figura 4.9 - Novos pontos de avaliação da pressão

Alguns detalhes de como foi feita a implementação das modificações sugeridas acima merecem ser discutidos.

- Tamanho do interbloco no caso de blocos com número ímpar de células: a dimensão do interbloco será a dimensão do bloco + 1 (Figura 4.10).

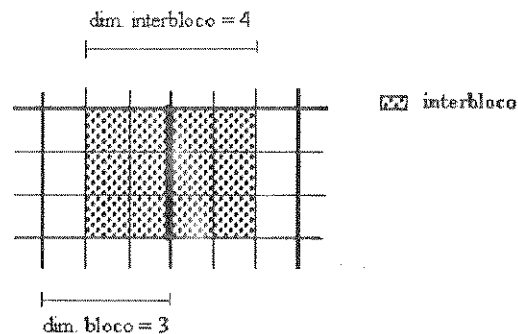


Figura 4.10 - Bloco com número ímpar de células

- Estimativa das pressões médias nos pontos 3, 4, 7 e 8: as áreas de abrangência para estimativa das pressões médias P_3 , P_4 , P_7 e P_8 são mostradas na Figura 4.11. A pressão média em cada ponto é a média volumétrica ponderada das células pertencentes a cada área de abrangência.

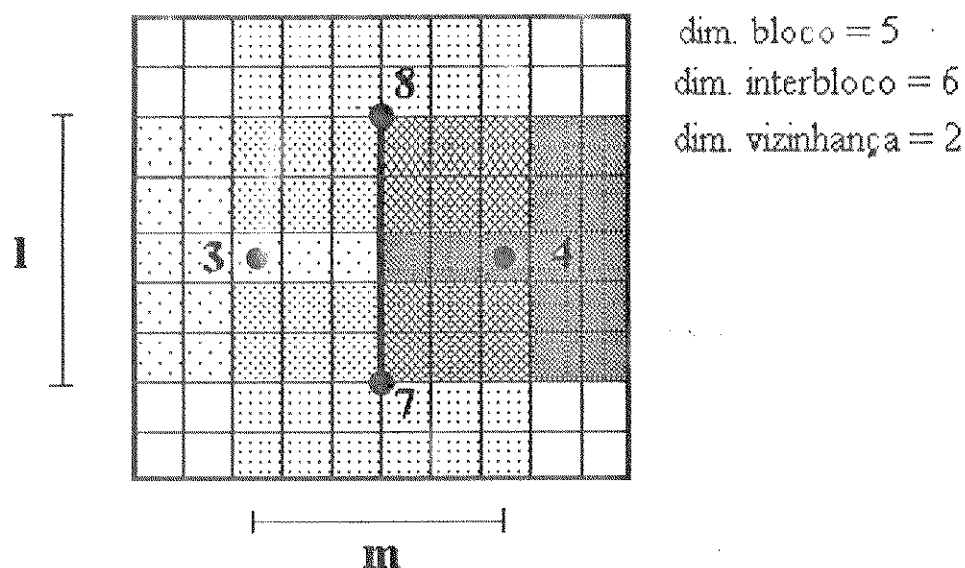


Figura 4.11 - Áreas de abrangência para estimativa de pressões nos pontos 3, 4, 7, e 8

Se o tamanho da vizinhança é menor do que a metade da dimensão de um bloco, como ocorre na Figura 4.12, as áreas de abrangência ficarão reduzidas, devendo-se ter o cuidado de corrigir as distâncias efetivas $\underline{m}$ e $\underline{l}$ utilizadas na estimativa dos gradientes de pressão. No caso mostrado na Figura 4.12, as distâncias $\underline{m}$ e $\underline{l}$ ficam encurtadas em uma dimensão de célula, já que os pontos centrais de avaliação das pressões foram deslocados para o interior da região considerada.

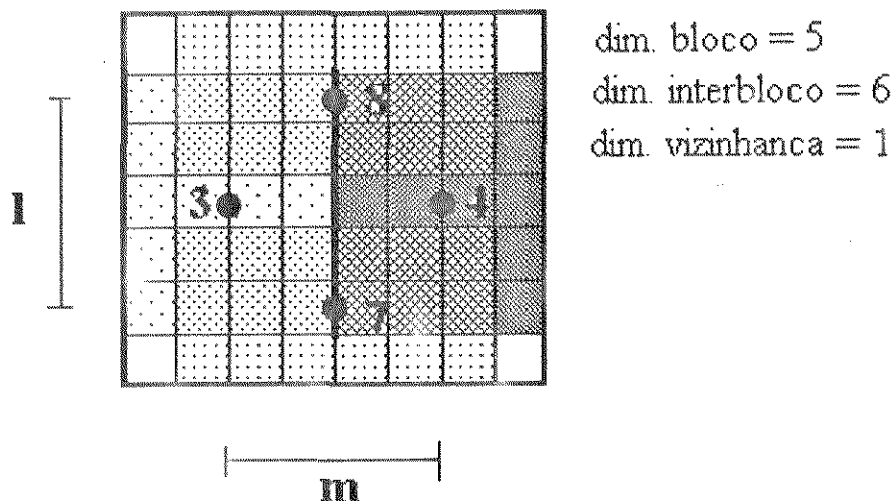


Figura 4.12 - Áreas de abrangência para o caso de vizinhança pequena

4.5 OS PROGRAMAS

Foram desenvolvidos, em linguagem FORTRAN, três algoritmos correspondendo aos métodos de mudança de escala discutidos nos itens anteriores:

- **WHITE.FOR** : corresponde ao Método de White (White, 1987), conforme discutido no item 4.2 .
- **GOMEZ.FOR** : corresponde ao Método de Gomez-Hernandez (1991) , conforme discutido no item 4.3 .
- **GOMEZM.FOR** : inclui modificações no Método de Gomez-Hernandez de modo a torná-lo mais geral e flexível, conforme discutido no item 4.4 .

Além destes três algoritmos de mudança de escala da permeabilidade com tratamento tensorial, foi desenvolvido um quarto algoritmo, o **LELOCH.FOR**, que utiliza o método convencional analítico de Le'Loch (1990). Este algoritmo será utilizado para efeito de comparação, já que ele se mostrou adequado ao processo de mudança de escala para uso em simuladores convencionais, conforme avaliado por Cruz (1991).

Diversos testes foram realizados para avaliar o desempenho de cada um dos algoritmos construídos, em especial o que introduz modificações no Método de Gomez. Os resultados obtidos foram todos julgados coerentes com cada caso testado, inclusive com boa aproximação entre os três métodos tensoriais.

4.6 TESTE PRELIMINAR DE PERFORMANCE

Neste item os algoritmos **WHITE.FOR**, **GOMEZ.FOR**, **GOMEZM.FOR** e **LELOCH.FOR** serão submetidos a um problema preliminar de mudança de escala da permeabilidade absoluta e posterior simulação de fluxo. O teste proposto consiste num modelo hipotético de reservatório, construído arbitrariamente com o objetivo de avaliar a capacidade destes algoritmos em captar as heterogeneidades presentes na pequena escala.

Este teste consiste num reservatório quadrado de fronteiras externas seladas, discretizado na pequena escala em 66 x 66 células, conforme mostra a Figura 4.13.

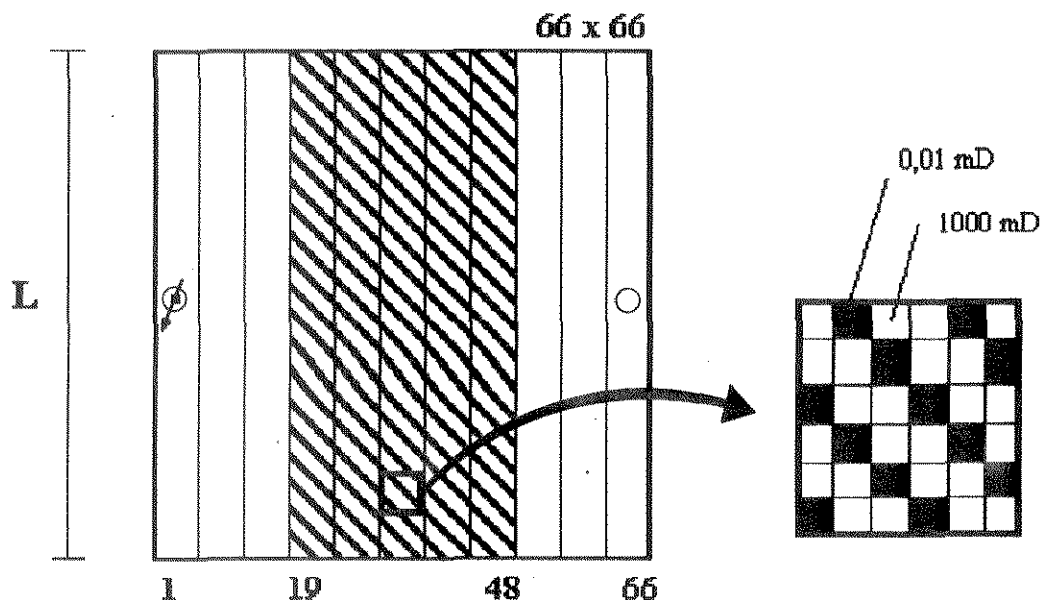


Figura 4.13 : Problema teste proposto

O reservatório apresenta uma região central fortemente heterogênea, composta por células muito permeáveis (10^3 mD) e pouco permeáveis (10^{-2} mD), arranjadas em canais preferenciais alinhados segundo a direção NW-SE e promovendo consequentemente uma forte anisotropia. Um poço injetor é posicionado no lado esquerdo do reservatório e um poço produtor no lado direito.

Os demais parâmetros utilizados na simulação de fluxo são os mesmos da Tabela 3.2 do capítulo anterior, com vazão de produção/injeção de 80 STB/d.

O modelo assim concebido foi primeiramente submetido à simulação convencional de fluxo na pequena escala, cujos resultados serão utilizados como base de comparação. Os mapas de pressão e saturação resultantes a 420 dias de simulação estão mostrados na Figura 4.14.

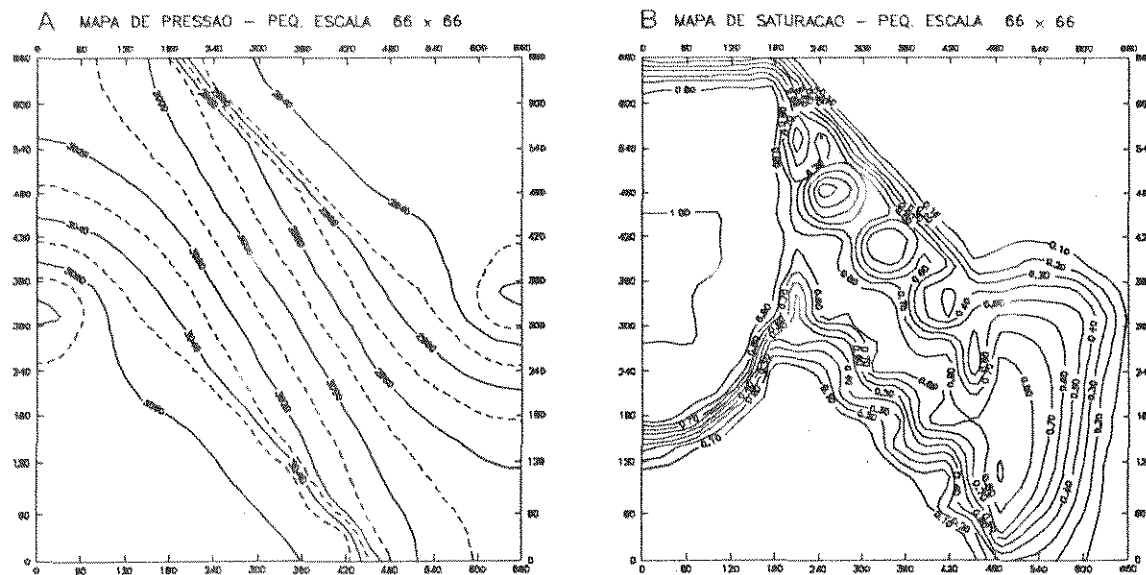


Figura 4.14 - Mapas da simulação na pequena escala do problema teste a 420 dias

A imagem na pequena escala foi submetida a cinco processos de mudança de escala da permeabilidade absoluta, utilizando-se os algoritmos apresentados no item anterior e conforme a relação apresentada na Tabela 4.1. O fator de redução indicado na tabela abaixo refere-se ao número de células na pequena escala que compõem cada bloco da grande escala. Note-se que o algoritmo GOMEZM foi utilizado para testar o uso de vizinhança nula.

Tabela 4.1 : Processos de mudança de escala do problema teste

	ALGORÍTMO	DIM. GRANDE ESCALA	FATOR DE REDUÇÃO
1	LELOCH.FOR	22 x 22	9:1
2	WHITE.FOR	22 x 22	9:1
3	GOMEZ.FOR	11 x 11	36:1
4	GOMEZM.FOR	11 x 11	36:1 (viz=0)
5	GOMEZM.FOR	22 x 22	9:1 (viz=0)

Após realizadas as mudanças de escala indicadas acima, os campos de permeabilidade resultantes na grande escala foram

submetidos à simulação de fluxo já citada. Obviamente as permeabilidades médias não tensoriais resultantes do método LELOCH foram submetidas ao simulador convencional SIM2D.FOR, enquanto que as demais foram submetidas ao SIMTEN.FOR.

Nas Figuras 4.15 a 4.19 estão mostrados os mapas de pressão e saturação resultantes das simulações na grande escala, correspondendo, em sequência, aos cinco casos indicados na Tabela 4.1.

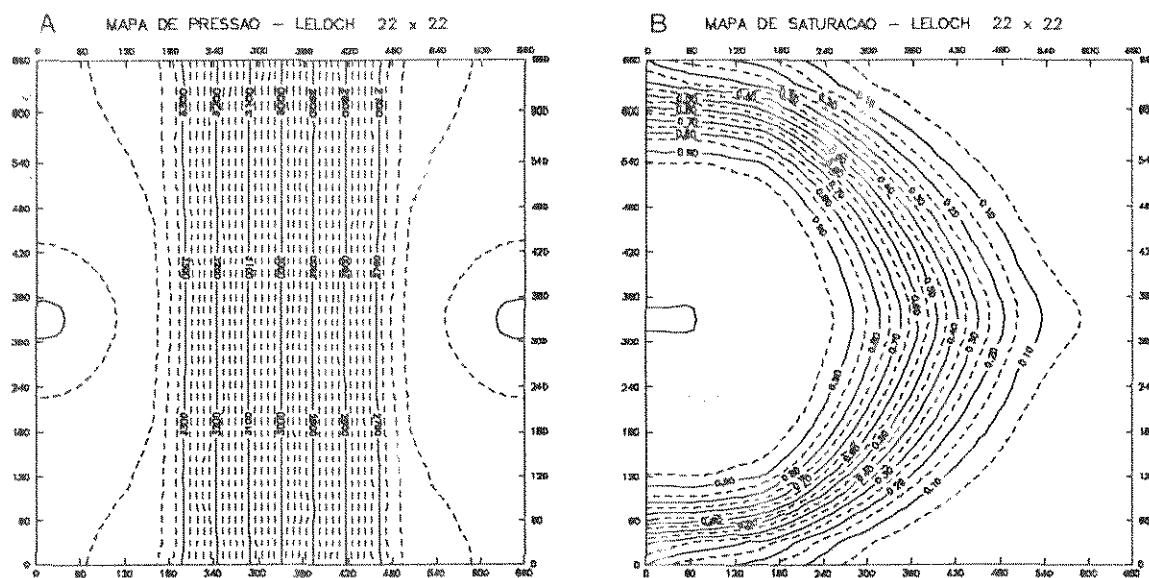


Figura 4.15 - Método LELOCH, simulação convencional 22 x 22

Comparando os mapas obtidos através do tratamento convencional de LELOCH (Figura 4.15) com os resultados obtido na pequena escala (Figura 4.14), constata-se mais uma vez que o tratamento convencional da permeabilidade não consegue captar anisotropias não alinhadas com os eixos de coordenadas. O método de simulação convencional interpreta a região central do modelo testado apenas como uma região de baixa permeabilidade, não identificando os canais preferenciais de fluxo orientados a -45° .

Os algoritmos WHITE e GOMEZ associados a uma simulação tensorial (Figura 4.16 e Figura 4.17) apresentaram um desempenho bastante melhor que o método convencional. Os mapas de pressão e

saturação demonstram que a heterogeneidade do modelo na pequena escala foi interpretada corretamente quando transferida para a grande escala. As diferenças entre um e outro caso decorrem unicamente da maior ou menor discretização empregada.

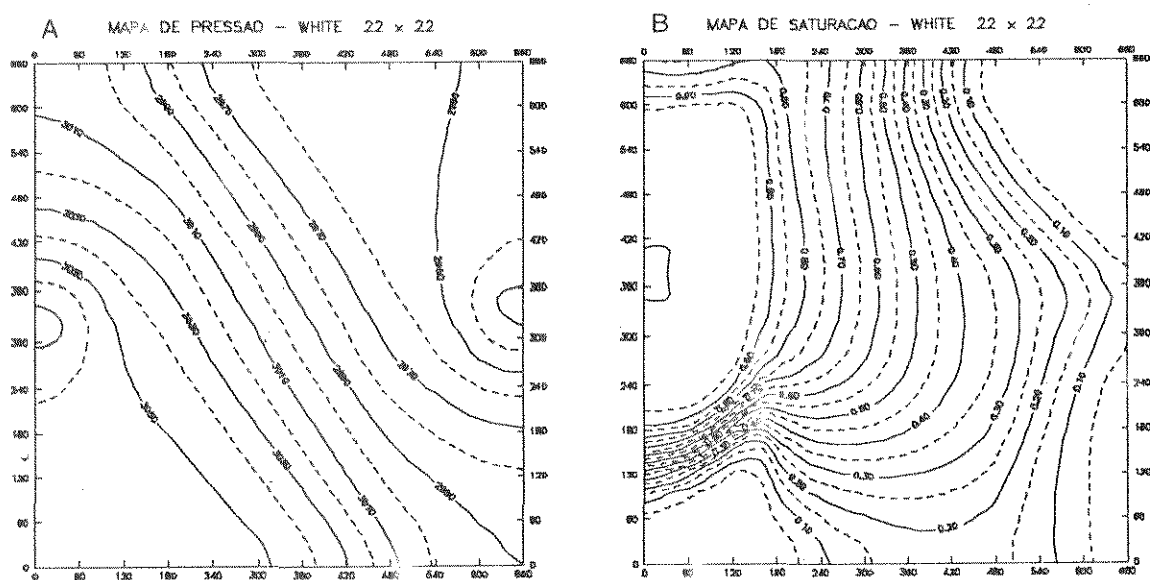


Figura 4.16 - Método WHITE, simulação tensorial 22 x 22

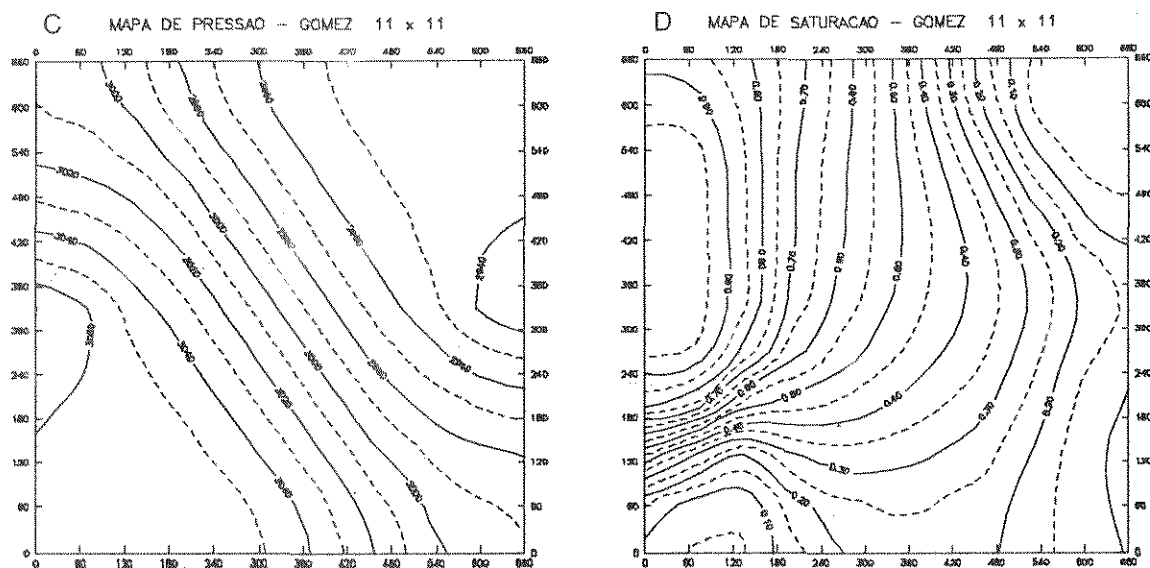


Figura 4.17 - Método GOMEZ, simulação tensorial 11 x 11

Os testes utilizando o algoritmo GOMEZM considerando vizinhança nula não apresentaram bom resultado. A anisotropia captada na grande escala resultou muito fraca, tanto na discretização 11x11 (Figura 4.18) quanto na 22x22 (Figura 4.19).

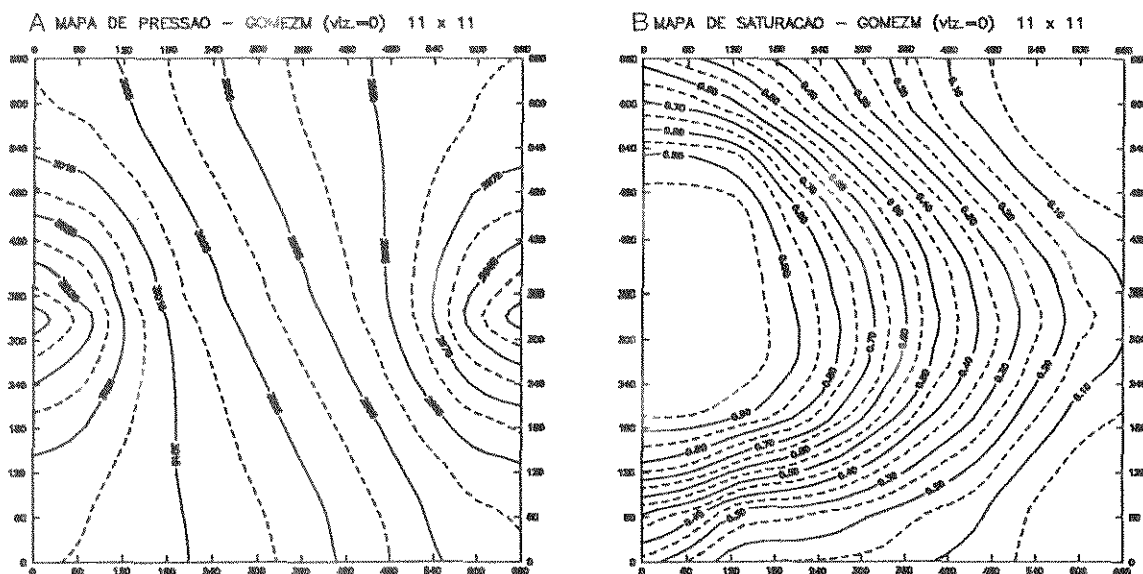


Figura 4.18 - GOMEZM c/ vizinhança nula, simulação 11 x 11

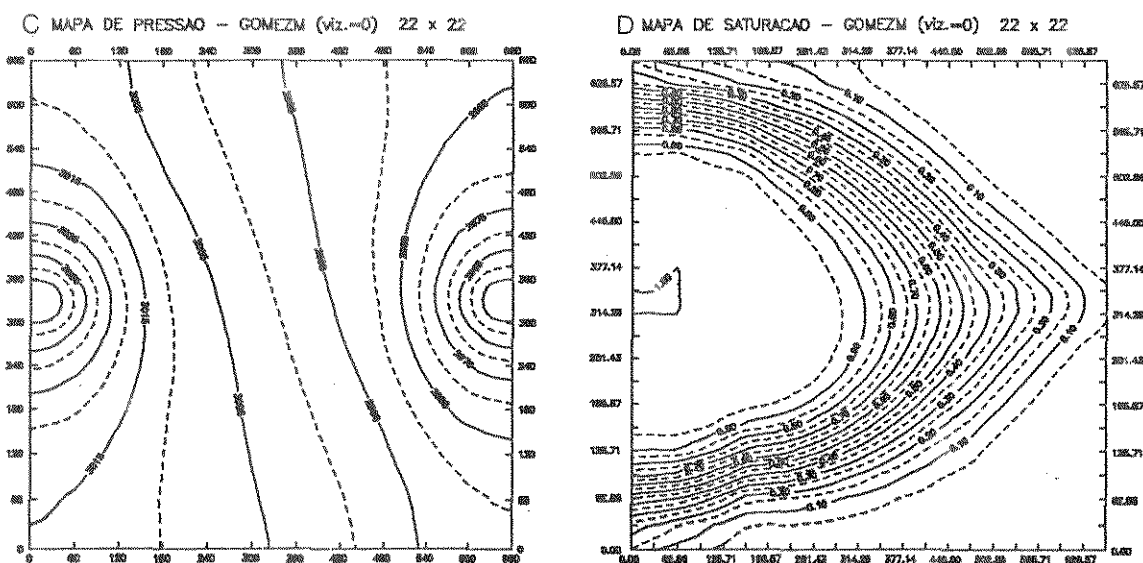


Figura 4.19 - GOMEZM c/ vizinhança nula, simulação 22 x 22

Estranhamente, o caso de menor discretização (11x11) parece ter um resultado ligeiramente melhor que o de maior discretização (22x22). No entanto, quando utilizamos uma vizinhança não nula no algoritmo GOMEZM, os resultados obtidos são equivalentes àqueles obtidos quando utilizamos WHITE e GOMEZ, indicando que não há problema na concepção desse algoritmo.

Pode-se avaliar o porquê do resultado com vizinhança nula foi tão ruim analisando o tensor equivalente calculado para um bloco posicionado no centro da heterogeneidade. Deste modo, compara-se mais objetivamente os resultados obtidos com um e outro processo de mudança de escala.

Seja, por exemplo, a mudança de escala com fator de redução 9:1 (discretização 22x22 na grande escala). O tensor equivalente calculado através de GOMEZM para as interfaces do bloco (8,8) é, variando-se o tamanho da vizinhança utilizada:

VIZINHANÇA NULA	VIZINHANÇA DE 1 CÉLULA	VIZINHANÇA DE 3 CÉLULAS
$K_{8,8} = \begin{bmatrix} 196 & -70 \\ -110 & 166 \end{bmatrix}$	$K_{8,8} = \begin{bmatrix} 168 & -181 \\ -181 & 168 \end{bmatrix}$	$K_{8,8} = \begin{bmatrix} 164 & -167 \\ -167 & 164 \end{bmatrix}$
$K_{xy}/K_{yy} = -0,4$	$K_{xy}/K_{yy} = -1,1$	$K_{xy}/K_{yy} = -1,0$
$K_{yx}/K_{xx} = -0,6$	$K_{yx}/K_{xx} = -1,1$	$K_{yx}/K_{xx} = -1,0$

Percebe-se que a redução do tamanho da vizinhança faz com que não se consiga identificar com eficiência a anisotropia com ângulo de -45° .

O método de WHITE produz, para o mesmo bloco (8,8), o seguinte tensor equivalente:

$$K_{8,8} = \begin{bmatrix} 165 & -163 \\ -175 & 186 \end{bmatrix}$$

$$K_{xy}/K_{yy} = -0,9$$

$$K_{yx}/K_{xx} = -1,1$$

As relações entre os termos cruzados e da diagonal principal do tensor de permeabilidade, obtido através de WHITE e GOMEZM com vizinhança não nula, são bastante próximos do valor teórico esperado (igual a -1,0 para ângulo de -45°). O método GOMEZM se mostrou eficiente com vizinhança igual a 3, produzindo tensores bastante simétricos, como desejado neste caso. O uso de vizinhança nula produz tensores com elementos cruzados demasiadamente pequenos.

Para este mesmo bloco o método LELOCH calcula $K_x = K_y = 4,47$ mD. Os métodos numéricos clássicos, como o de Desbarats (1987), produzem resultados similares, indicando que são inadequados para este tipo de problema.

Na mudança de escala com fator de redução 36:1 (discretização 11x11 na grande escala), o tensor equivalente calculado para o bloco (6,6) é, variando-se também o tamanho da vizinhança:

VIZINHANÇA NULA	VIZINHANÇA DE 1 CÉLULA	VIZINHANÇA DE 3 CÉLULAS
$K_{6,6} = \begin{bmatrix} 184 & -112 \\ -112 & 184 \end{bmatrix}$	$K_{6,6} = \begin{bmatrix} 167 & -167 \\ -167 & 167 \end{bmatrix}$	$K_{6,6} = \begin{bmatrix} 166 & -166 \\ -166 & 166 \end{bmatrix}$
$K_{xy}/K_{yy} = -0,6$	$K_{xy}/K_{yy} = -1,0$	$K_{xy}/K_{yy} = -1,0$
$K_{yx}/K_{xx} = -0,6$	$K_{yx}/K_{xx} = -1,0$	$K_{yx}/K_{xx} = -1,0$

O algoritmo GOMEZ produz, para o mesmo fator de redução e bloco (6,6):

$$K_{6,6} = \begin{bmatrix} 163 & -171 \\ -171 & 163 \end{bmatrix}$$

$$K_{xy}/K_{yy} = -1,0$$

$$K_{yx}/K_{xx} = -1,0$$

Novamente o método GOMEZM com vizinhança não nula calculou tensores mais equilibrados, indicando um melhor tratamento das suas aproximações.

Confirma-se, então, a grande necessidade de consirerar alguma área de vizinhança na determinação dos tensores equivalentes. Os casos analisados não exigiram vizinhança maior que a metade do bloco para se obter bom resultado, mas espera-se que a necessidade de uma maior ou menor vizinhança vá depender do tipo de heterogeneidade e do fator de redução de escala que esteja sendo empregado.

Observa-se ainda que no caso de vizinhança nula com fator de redução de 36:1 consegue-se captar um pouco melhor o efeito torcional da heterogeneidade, em relação à redução 9:1. Daí se explica o porquê desse caso resultar em mapas ligeiramente melhores, apesar da discretização mais grosseira.

CAPÍTULO 5

AVALIAÇÃO DO TRATAMENTO TENSORIAL DA PERMEABILIDADE

O simulador tensorial de fluxo, apresentado no capítulo 3, e os algoritmos de mudança de escala tensorial da permeabilidade, desenvolvidos no capítulo 4, permite aplicar este tratamento a qualquer imagem de reservatório representada em escala suficientemente refinada.

O objetivo deste capítulo é avaliar o impacto do tratamento tensorial da permeabilidade nas respostas de fluxo, aplicando-o a diferentes modelos e graus de heterogeneidade. Pretende-se, com isso, obter sensibilidade do quanto e sob que condições este tipo de tratamento se torna vantajoso em relação ao tratamento convencional.

Antes de passar aos testes de mudança de escala e simulação de fluxo propriamente ditos, é importante definir o conceito aqui denominado de "**fator de torção**". Como será visto adiante, este parâmetro será de grande utilidade na avaliação prévia das condições tensoriais do modelo a ser estudado.

5.1 O CONCEITO DE FATOR DE TORÇÃO

Segundo a forma generalizada da lei de Darcy, apresentada no capítulo 3, a permeabilidade deve ser representada por um tensor que, em duas dimensões, apresenta quatro componentes. A depender da orientação relativa entre as direções principais de

permeabilidade e os eixos de coordenadas, os componentes não-diagonais do tensor de permeabilidade (também chamados "componentes cruzados") apresentam valores com maior ou menor significância.

Seja, por exemplo, um meio anisotrópico onde tem-se na direção de maior permeabilidade um valor $K_{\max}$ e na direção de menor permeabilidade um valor $K_{\min}$ (ortogonais entre si), conforme esquema da Figura 5.1. O ângulo θ é o ângulo formado entre a direção de maior permeabilidade e o eixo de coordenadas x .

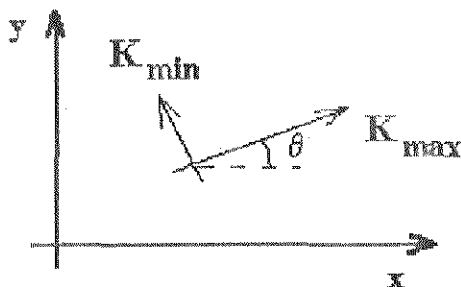


Figura 5.1 - Meio anisotrópico não alinhado com os eixos de coordenadas

Conforme a regra de rotação de tensores (Leung, 1986), o tensor de permeabilidade associado ao sistema de coordenadas x - y é dado por:

$$K = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{\max} \cos^2 \theta + K_{\min} \sin^2 \theta & 1/2 \sin 2\theta (K_{\max} - K_{\min}) \\ 1/2 \sin 2\theta (K_{\max} - K_{\min}) & K_{\max} \sin^2 \theta + K_{\min} \cos^2 \theta \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

A simetria do tensor de permeabilidade observada na equação (5.1) é fisicamente necessária, conforme a teoria tensorial. Num processo de mudança de escala, no entanto, a avaliação dos tensores equivalentes é feita sobre um volume suporte de tamanho limitado e sob condições de contorno pré-estabelecidas. Conforme já discutido no item 1.1, Gelhar e Axness (1983) demonstraram que a simetria do tensor equivalente só será

satisfeita caso o volume de avaliação da permeabilidade satisfaça a hipótese de ergodicidade, isto é, toda a variabilidade do parâmetro estudado esteja representada neste volume. Na prática, isto pode não ocorrer. De qualquer forma, a representação tensorial da permeabilidade se mostrará bastante útil independentemente de ser simétrica ou não.

Os processos convencionais de mudança de escala da permeabilidade absoluta consideram o tensor de permeabilidade equivalente como sendo puramente diagonal, isto é, desprezam os seus componentes cruzados K_{xy} e K_{yx} . O erro cometido neste tipo de simplificação será tanto maior quanto mais significativos forem estes componentes desprezados.

Independentemente da simetria discutida acima, o efeito "torcional" da permeabilidade também será tanto maior quanto maiores forem os componentes K_{xy} e K_{yx} (em relação aos componentes da diagonal principal). O efeito destes elementos é fazer com que o fluxo sofra um desvio em relação à direção de aplicação do gradiente de potencial.

Seja, por exemplo, um gradiente de pressão¹ aplicado na direção x em um meio anisotrópico, conforme esquema da Figura 5.2. Será induzido um componente de velocidade na direção x , proporcional a K_{xx} , e um componente de velocidade na direção y , proporcional a K_{yx} .

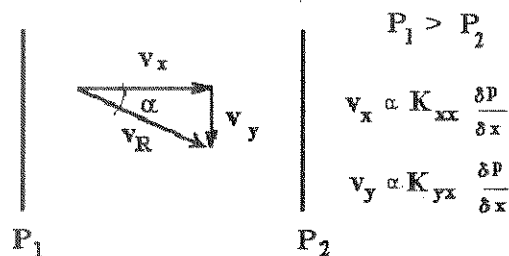


Figura 5.2 - Gradiente de potencial aplicado na direção x .

¹ Efeitos gravitacionais desprezados

O ângulo α na Figura 5.2 representa o desvio sofrido pela velocidade total resultante, em relação à direção de aplicação do gradiente de pressão; sendo definido por:

$$\operatorname{tg} \alpha = \left(\frac{K_{yx}}{K_{xx}} \right) \quad (5.2)$$

Da mesma forma, aplicando um gradiente de pressão na direção y a velocidade resultante sofrerá um ângulo de desvio β , conforme a Figura 5.3:

$$\operatorname{tg} \beta = \left(\frac{K_{xy}}{K_{yy}} \right) \quad (5.3)$$

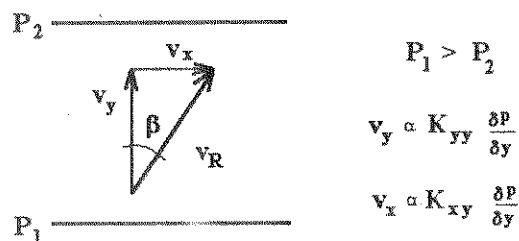


Figura 5.3 - Gradiente de potencial aplicado na direção y .

Pode-se utilizar as expressões (5.2) e (5.3) para avaliar o efeito "torcional" do campo de permeabilidade, definindo-se o "Fator de Torção em x " (TORCX) e o "Fator de Torção em y " (TORCY) respectivamente por

$$\text{TORCX} = \frac{K_{yx}}{K_{xx}} \quad (5.4)$$

$$\text{TORCY} = \frac{K_{xy}}{K_{yy}} \quad (5.5)$$

Os fatores de torção assim definidos devem refletir o grau de importância dos componentes cruzados de permeabilidade na definição da direção de fluxo. Quanto maiores os fatores de torção, maior o desvio sofrido pela velocidade em relação à direção do gradiente de pressão.

Utilizando as expressões analíticas dos componentes tensoriais dadas pela equação (5.1), pode-se escrever:

$$TORCX = \frac{\text{sen}2\theta (K_{\max} - K_{\min})}{2 [K_{\max} \cos^2\theta + K_{\min} \text{sen}^2\theta]} \quad (5.6)$$

Definindo o fator de anisotropia da permeabilidade (FAT) como sendo:

$$FAT = \frac{K_{\min}}{K_{\max}} \quad (5.7)$$

a equação (5.6) pode ser reescrita como:

$$TORCX = \frac{(1-FAT) \text{tg } \theta}{(1 + FAT \text{tg}^2\theta)} \quad (5.8)$$

Analogamente, o fator de torção em y será dado por:

$$TORCY = \frac{(1-FAT) \text{tg } \theta}{(\text{tg}^2\theta + FAT)} \quad (5.9)$$

Analisando as expressões (5.8) e (5.9), constata-se que os fatores de torção dependem do ângulo θ e do fator de anisotropia (FAT). O valor de FAT varia entre zero (meio "totalmente" anisotrópico) e 1 (meio isotrópico). Pode-se considerar o ângulo θ variando de 0 a $\pi/4$, já que outros valores recaem em casos simetricamente equivalentes.

Um meio isotrópico ($K_{\max}=K_{\min} \Rightarrow FAT=1$) resulta, como já esperado, em fatores de torção nulos, pois os componentes fora da

diagonal principal são igualmente nulos.

Para o caso de um meio fortemente anisotrópico ($K_{\max} \gg K_{\min} \Rightarrow \text{FAT} \approx 0$), tem-se que:

$$\text{TORCX} \approx \text{tg } \theta \quad (5.10)$$

$$\text{TORCY} \approx \frac{1}{\text{tg } \theta} \quad (5.11)$$

Neste caso tem-se TORCX crescendo com o ângulo θ e TORCY decrescendo com o ângulo θ .

Para fatores de anisotropia intermediários, o comportamento dos fatores de torção não é monotônico em relação a θ . Os gráficos das Figuras 5.4 e 5.5 apresentam o comportamento do TORCX e do TORCY em função de θ , respectivamente, para alguns valores intermediários de FAT.

Percebe-se que os fatores de torção assumem valores crescentes com θ até atingir um valor máximo, particular para cada caso, a partir do que passam a decrescer. Como foi mencionado anteriormente, o "efeito torcional" da permeabilidade será tanto maior quanto maiores os fatores de torção. Estes, por sua vez, estão vinculados diretamente ao ângulo θ e ao grau de anisotropia.

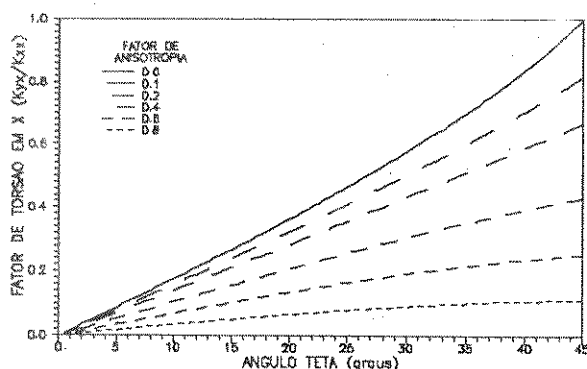


Figura 5.4 - Fator de torção na direção x (TORCX)

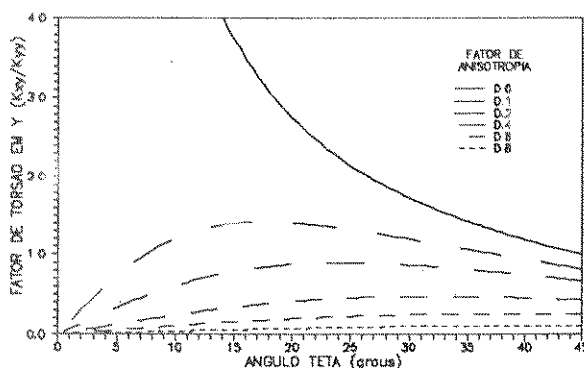


Figura 5.5 - Fator de torção na direção **y** (TORCY)

Os fatores de torção assim definidos poderão ser utilizados como parâmetros de avaliação do efeito dos componentes cruzados de permeabilidade no desvio do fluxo, assim como da importância do tratamento tensorial.

5.2 TESTES DE AVALIAÇÃO DO TRATAMENTO TENSORIAL

Neste item serão apresentados 22 testes de aplicação do tratamento tensorial da permeabilidade, compreendendo as etapas de mudança de escala e simulação de fluxo. Cada teste terá como alvo uma imagem hipotética de campo de permeabilidade gerada em duas dimensões. Cada imagem na pequena escala se compõe de **60 x 60** células homogêneas e isotrópicas.

Para a geração das imagens citadas, foi utilizado o "Simulador Sequencial Gaussiano" (SGSIM) da biblioteca GSLIB². Este simulador possibilita a geração de imagens estocásticas com diferentes estruturas espaciais, e população com distribuição de probabilidade gaussiana (média zero e variância unitária). Em

² GSLIB: "Geoestatistical Software Library" (Deutsch e Journel, 1992)

reservatórios de petróleo, a permeabilidade absoluta costuma apresentar, dentro de uma determinada fácies litológica, uma distribuição probabilística com característica log-normal. Para obter-se valores realistas de permeabilidade, foi aplicada uma transformação inversa em cada imagem originalmente gerada.

Na geração das imagens-teste procurou-se variar os parâmetros de correlação espacial e estatísticos de suas populações, de modo a avaliar o impacto destes parâmetros nas respostas de fluxo. Buscou-se caracterizar as diversas condições de heterogeneidade através da variação dos seguintes parâmetros:

- ★ Coeficiente de variabilidade da(s) população(ões)
- ★ Nível de continuidade espacial
- ★ Nível de anisotropia da continuidade espacial
- ★ Ângulo das estruturas de heterogeneidade em relação aos eixos de coordenadas

A metodologia empregada nos testes de avaliação do tratamento tensorial está esquematicamente representada na Figura 5.6.

Inicialmente, cada imagem será submetida à simulação de fluxo na pequena escala, cujas respostas serão tomadas como referência em futuras comparações.

Cada imagem é então submetida a dois processos convencionais e dois processos tensoriais de mudança de escala, gerando imagens de 20×20 e 10×10 blocos (fator de redução 9:1 e 36:1, respectivamente). Na mudança de escala convencional, cada bloco da grande escala é representado pelas permeabilidades médias nas direções x e y obtidas pelo algoritmo de LELOCH, enquanto que na mudança de escala tensorial cada bloco é representado por um tensor completo de permeabilidade avaliado pelo algoritmo GOMEZM (na realidade as permeabilidades são avaliadas em cada interface, conforme definido no capítulo 4).

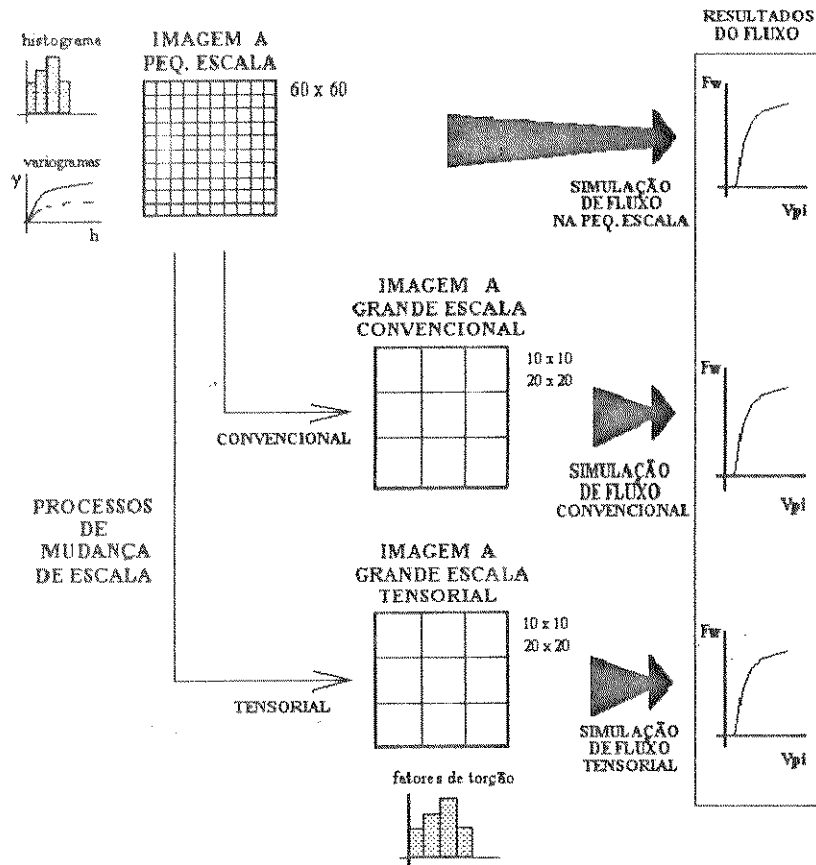


Figura 5.6 – Metodologia de avaliação do tratamento tensorial

As imagens resultantes na grande escala são então submetidas à simulação de fluxo convencional ou tensorial, a depender do caso. As respostas de fluxo são finalmente comparadas com as de referência para avaliar a eficiência do tratamento tensorial da permeabilidade na captação das heterogeneidades presentes na pequena escala.

A configuração dos testes de fluxo aqui realizados procuram imitar a geometria de 1/4 de *five-spot*, embora a anisotropia imposta nem sempre garanta este tipo de equivalência. Um poço produtor será posicionado no canto inferior esquerdo e um poço injetor no canto superior direito de cada imagem.

Os demais parâmetros utilizados nas simulações de fluxo estão mostrados na Tabela 5.1. Estes parâmetros são os mesmos utilizados nos testes anteriores do capítulo 3, procurando realçar os efeitos da permeabilidade absoluta e minimizar a influência das mobilidades dos fluidos, permeabilidades relativas e pressão capilar, ainda que em fluxo bifásico.

Tabela 5.1 - Parâmetros para simulações de fluxo

Razão de viscosidade (μ_o/μ_w)	1.0
Pressão capilar	0.0
Dimensão lateral	600 ft
Espessura	10 ft
Pressão inicial	3000 psi
Porosidade	10 %
Vazão de injeção e produção	20 STB/d
Compressibilidade da rocha	10^{-6} psi $^{-1}$
Compressibilidade dos fluidos	10^{-6} psi $^{-1}$
Perm. relativa à água	$K_{rw}(S_w) = S_w$
Perm. relativa ao óleo	$K_{ro}(S_w) = (1-S_w)$

Os parâmetros básicos escolhidos para a avaliação das respostas de fluxo foram dois: o comportamento do corte de água no poço produtor (F_w) e a diferença da fração recuperada de óleo ao longo da injeção (em relação à resposta da pequena escala, tomada como referência). Quando necessário, serão também avaliados os mapas de pressão e saturação de água.

As 22 imagens a serem investigadas podem ser divididas em três classes: classe das populações unimodais, classe das populações bimodais e classe das populações multimodais. Estas classes serão apresentados separadamente, cada qual procurando discutir algum aspecto em particular.

5.2.1 POPULAÇÕES UNIMODAIS

Neste grupo estão incluídas oito imagens de permeabilidade, geradas com o objetivo de apresentar, cada qual, uma única população com distribuição de probabilidade log-normal. Com isso, procura-se simular níveis admissíveis de heterogeneidade dentro de um mesmo tipo litológico, em se tratando de rocha reservatório.

As oito imagens unimodais simuladas estão representadas esquematicamente na Figura 5.7, todas com permeabilidade média em torno de 200 mD. Os parâmetros estatísticos destas imagens procuram reproduzir populações com baixa variabilidade (IMAGEM 1 e 1a: $\sigma/\bar{k} = 0,8$) até populações de alta variabilidade (IMAGEM 4, 4a e 4b: $\sigma/\bar{k} = 3,6$), isto dentro da faixa de variabilidade tida como típica em rochas reservatório (coeficientes de Dyskstra-Parsons variando de 0,5 a 0,8, segundo Lambert (1981)).

As IMAGEM 1, IMAGEM 2, IMAGEM 3 e IMAGEM 4 apresentam um alcance de continuidade espacial que equivale a 1/3 (200 ft) da dimensão lateral das imagens. O efeito da variação da continuidade espacial é investigado através das IMAGEM 1a (500 ft), IMAGEM 3b (zero), IMAGEM 4a (500 ft) e IMAGEM 4b (60 ft).

A orientação das heterogeneidades a 45° representa a situação mais favorável para um tratamento tensorial, conforme discutido no item 5.1. O efeito da variação deste ângulo será analisado mais a frente.

As análises serão iniciadas pela IMAGEM 1, cujos resultados estão representados em detalhe na Figura 5.8 (as figuras estão apresentadas no final da seção, a partir da página 94). Como se percebe pelo mapa e respectivos variogramas direcionais, a permeabilidade apresenta uma boa continuidade na direção N45°E, com um alcance aproximado de 200 ft. Apresenta ainda uma fortíssima anisotropia, já que na direção N45°W a variabilidade se revelou puramente pepítica (sem correlação espacial).

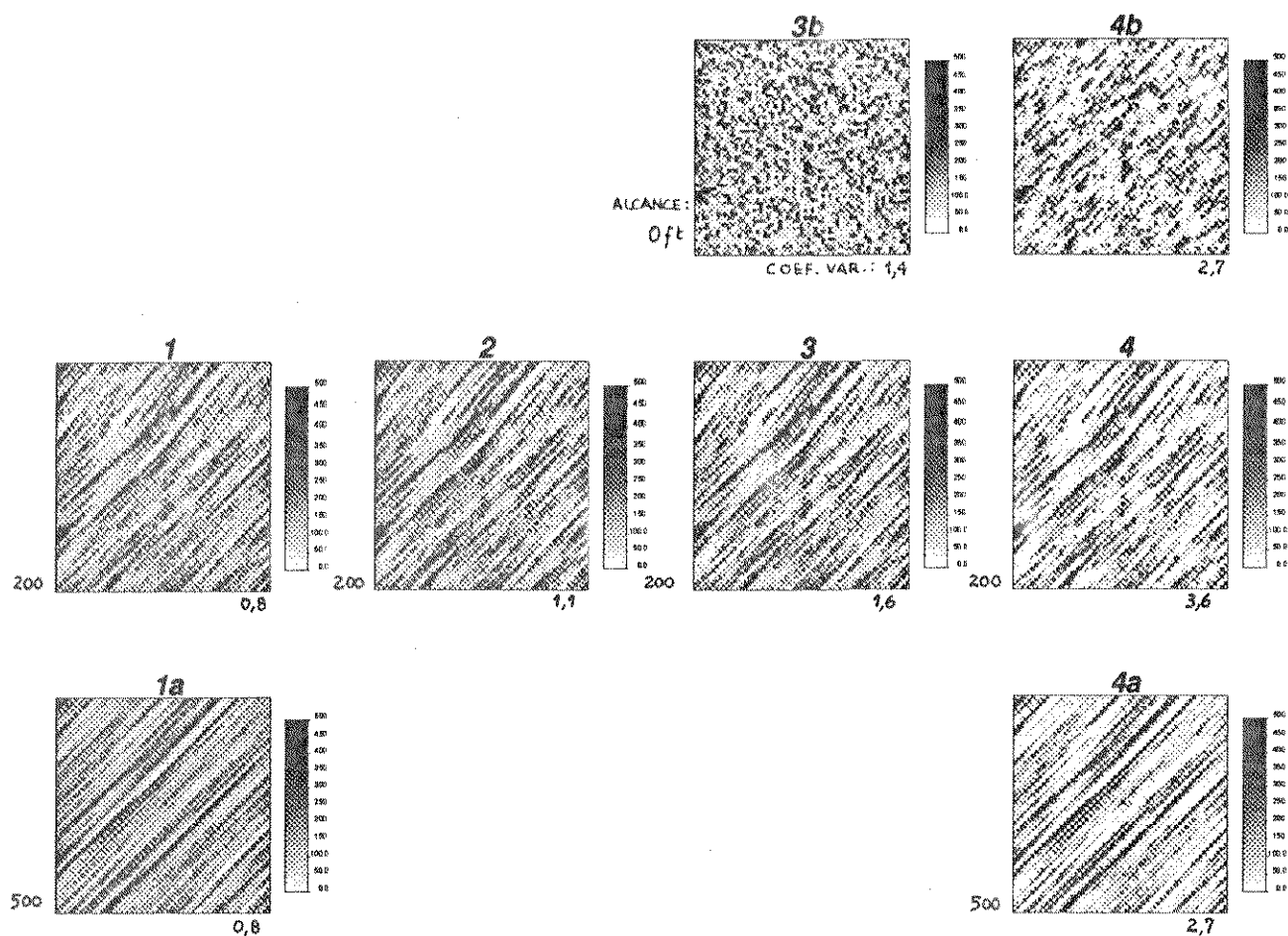


Figura 5.7 – Imagens unimodais de permeabilidade simuladas

Apesar desta forte estruturação espacial orientada a 45° , os fatores de torção resultantes da mudança de escala tensorial (tanto o caso 10×10 quanto o 20×20) apresentam valores bastante baixos. Os histogramas do fator de torção da Figura 5.8 demonstram que mais de 90% dos blocos na grande escala têm fator inferior a 0,25. Como se concluiu no item 5.1, quanto maior o fator de torção, tanto mais acentuado o efeito torcional do campo de permeabilidade.

As respostas das simulações de fluxo comprovam a constatação feita com base nos fatores de torção. Percebe-se que o tratamento tensorial praticamente não alterou as respostas de fluxo, indicando que neste caso o tratamento convencional parece satisfazer. As diferenças na fração recuperada de óleo em relação à resposta da malha refinada não chegam a ultrapassar 2% no caso convencional e 1% no caso tensorial.

A IMAGEM 1a, Figura 5.9, apresenta uma população equivalente a da IMAGEM 1, com baixa variabilidade ($\sigma/\bar{K} = 0,8$), onde é apenas aumentado o alcance da continuidade espacial na direção N45°E, de modo que as estruturas orientadas cruzam praticamente toda a dimensão da imagem. Os fatores de torção ainda assim resultam muito baixos. Novamente neste caso o tratamento tensorial não resultou em melhoras significativas na representação do fluxo, apesar de se mostrar ligeiramente superior.

Destes dois testes iniciais, conclui-se que de nada vale uma forte estruturação da heterogeneidade, mesmo que extremamente contínua e orientada a 45°, se a variabilidade do parâmetro estudado não permite um contraste significativo de permeabilidade que caracterize caminhos preferenciais de fluxo realmente efetivos. Populações com coeficiente de variabilidade igual ou inferior a 0,8 não devem propiciar caminhos de fluxo significativamente orientados, ainda que se constate forte orientação espacial das heterogeneidades. Nestes casos o tratamento tensorial da permeabilidade não se justifica.

As IMAGEM 2, IMAGEM 3 e IMAGEM 4, Figuras 5.10, 5.11 e 5.12, respectivamente, apresentam estruturações espaciais similares às da IMAGEM 1, com alcance de 200 ft. O coeficiente de variabilidade ($\sigma/\bar{K}$) das populações, no entanto, aumenta progressivamente até atingir o valor 3,6 na IMAGEM 4.

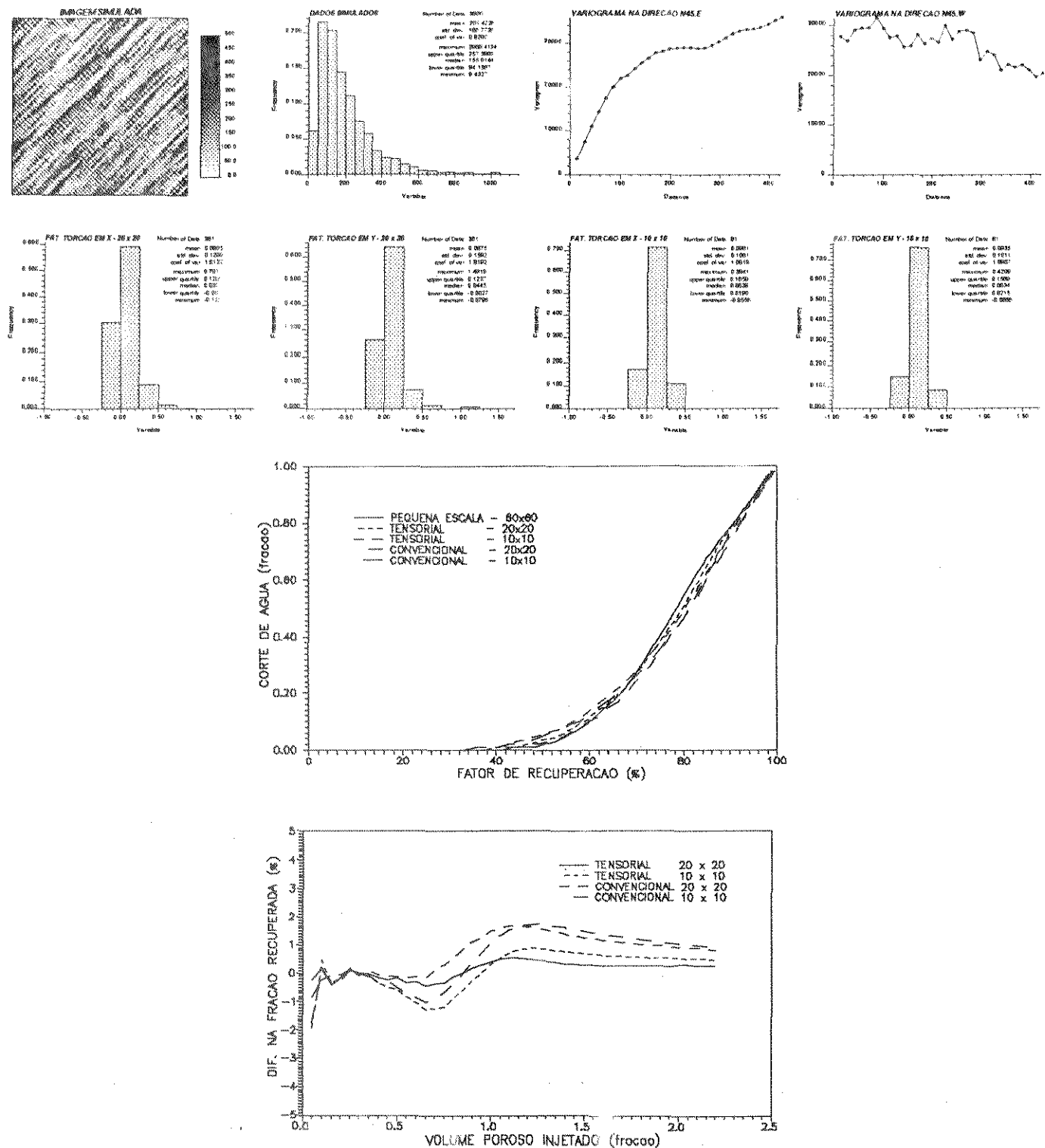
Através dos respectivos histogramas, percebe-se que os fatores de torção aumentam de valor à medida em que o coeficiente de variabilidade também aumenta. Na IMAGEM 4 (Figura 5.12), o fator de torção médio está em torno de 0,5, com cerca de 30% dos

blocos da grande escala apresentando valores superiores a 0,5 e 13% superiores a 1,0 (tanto no caso 10 x 10 quanto 20 x 20). É interessante observar que os fatores de torção assumem valores nitidamente positivos, funcionando como um bom indicativo de que a heterogeneidade detectada está orientada preferencialmente na direção NE-SW.

As respostas de fluxo das IMAGENS 2, 3 e 4 também vão progressivamente demonstrando a maior eficácia do tratamento tensorial para coeficientes de variabilidade mais altos. O benefício do tratamento tensorial se torna significativo para valores absolutos médios do fator de torção acima de 0,2. O desempenho superior do tratamento tensorial fica bem visível na IMAGEM 4, onde as diferenças na fração recuperada de óleo são reduzidos pela metade em relação ao tratamento convencional (diferenças de 6% contra 12% para malha 10 x 10, e de até 4% contra 9% para malha 20 x 20).

A IMAGEM 3b, Figura 5.13, demonstra apenas que a ausência de estruturação espacial (esta distribuição é puramente aleatória) anula o efeito torcional da permeabilidade, ainda que a heterogeneidade apresente altos níveis de variabilidade.

As IMAGEM 4a e IMAGEM 4b, Figuras 5.14 e 5.15 respectivamente, se comparadas à IMAGEM 4, retratam o efeito da continuidade espacial na resposta de fluxo. Percebe-se que, para altos coeficientes de variabilidade, mesmo estruturas pouco contínuas (aproximadamente 60 ft na IMAGEM 4b) produzem efeitos significativos na orientação do fluxo. A IMAGEM 4a evidencia a importância do tratamento tensorial em casos de alta continuidade espacial e alta variabilidade da permeabilidade absoluta. Nestes casos, imprecisões superiores a 15% podem ser reduzidas a menos de 5% com o uso do tratamento tensorial. Observa-se ainda que o efeito combinado de variabilidade e continuidade espacial foi plenamente captado pelo fator de torção, apresentando-se como um bom indicador da importância do tratamento tensorial.

Figura 5.8 - Resultados para a **IMAGEM 1**

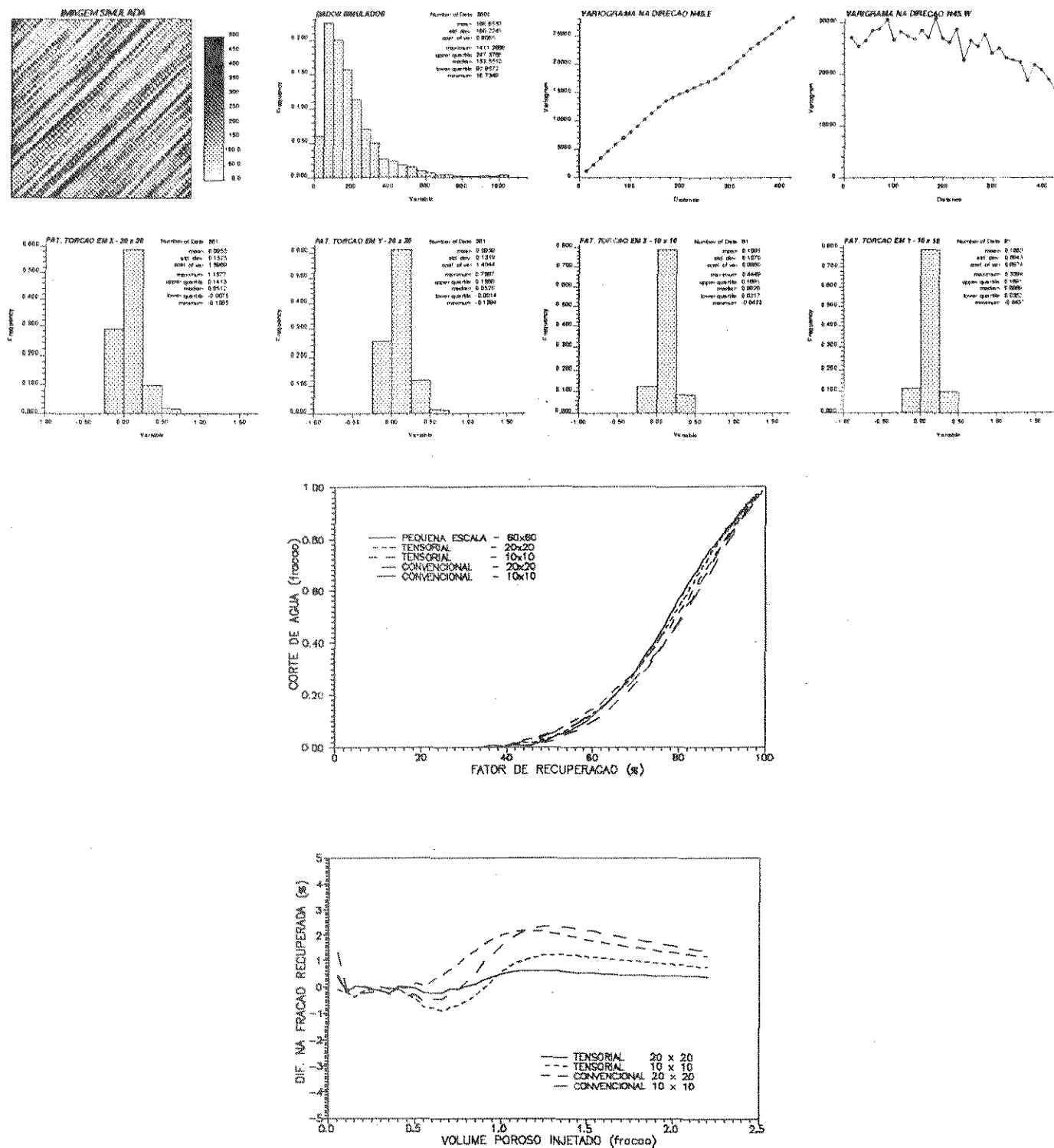


Figura 5.9 - Resultados para a IMAGEM 1a

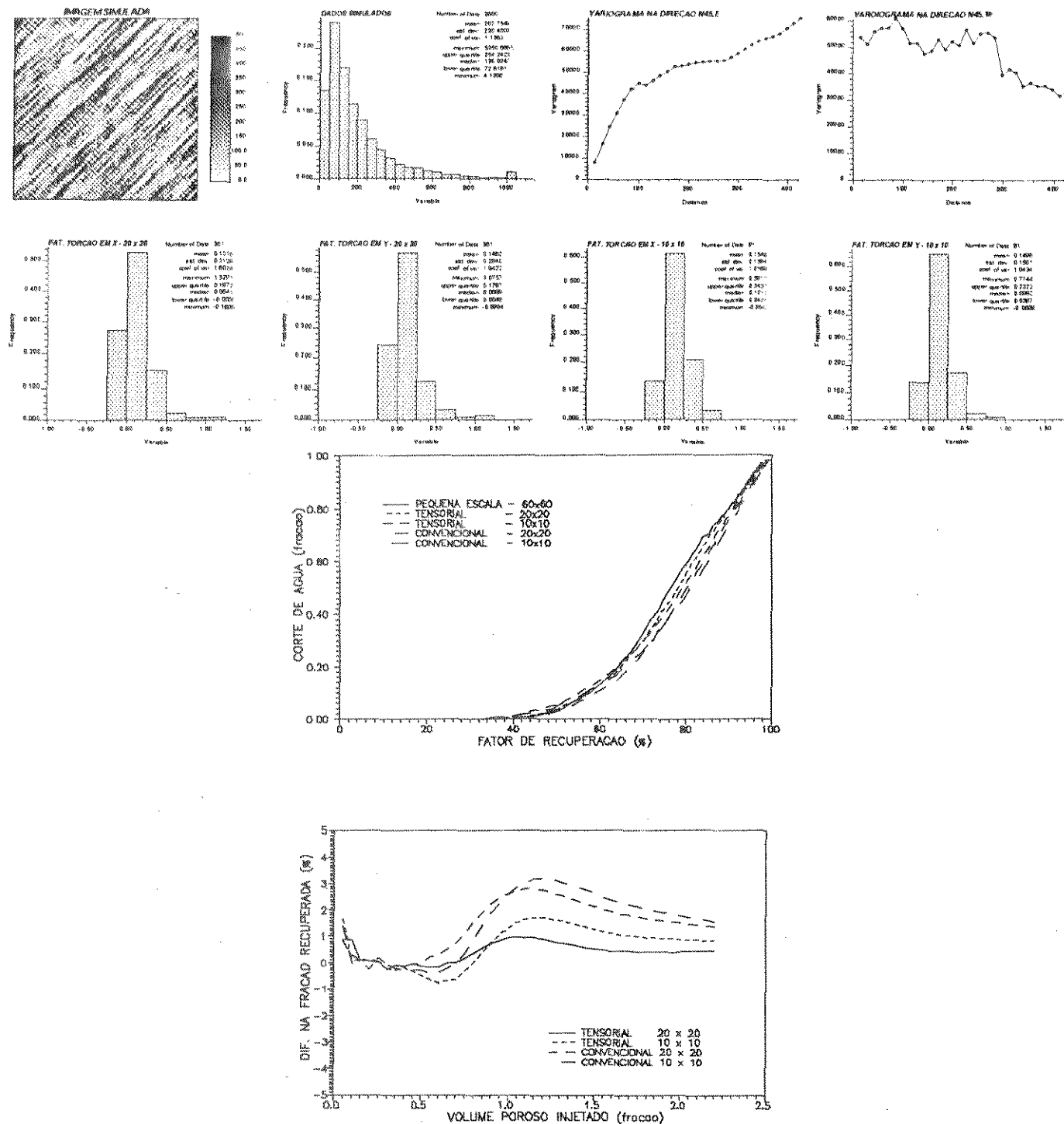


Figura 5.10 - Resultados para a IMAGEM 2

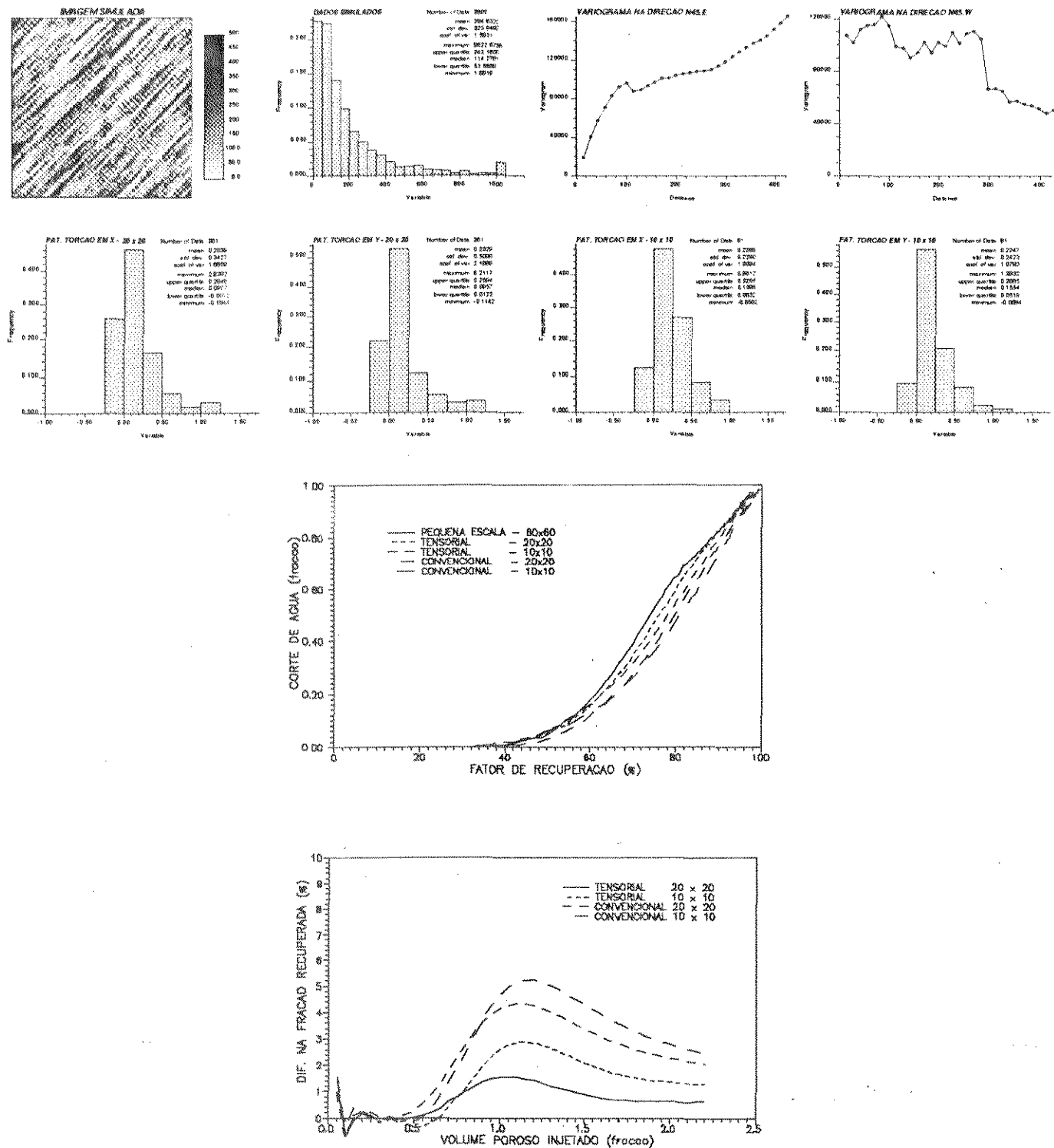
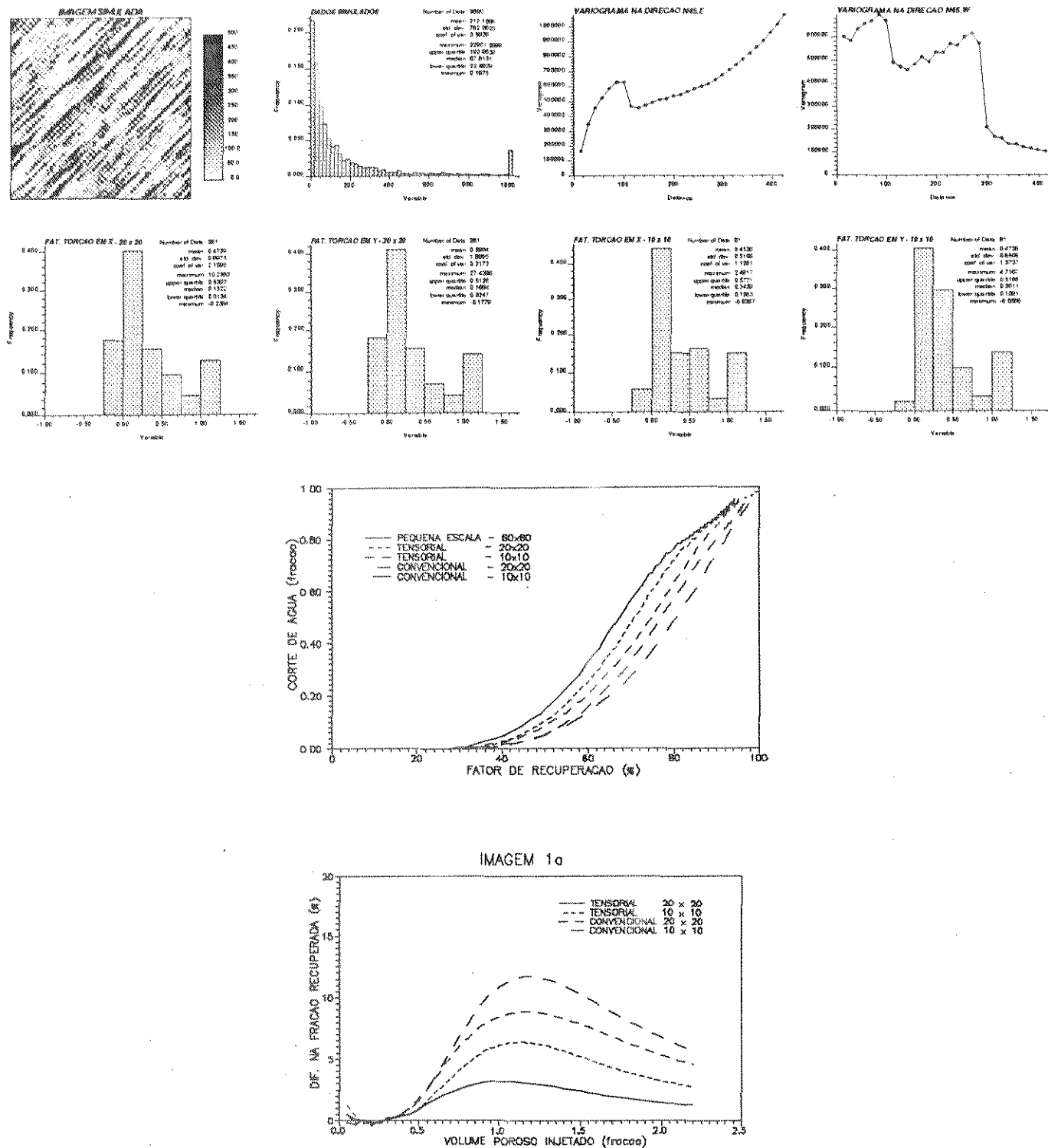
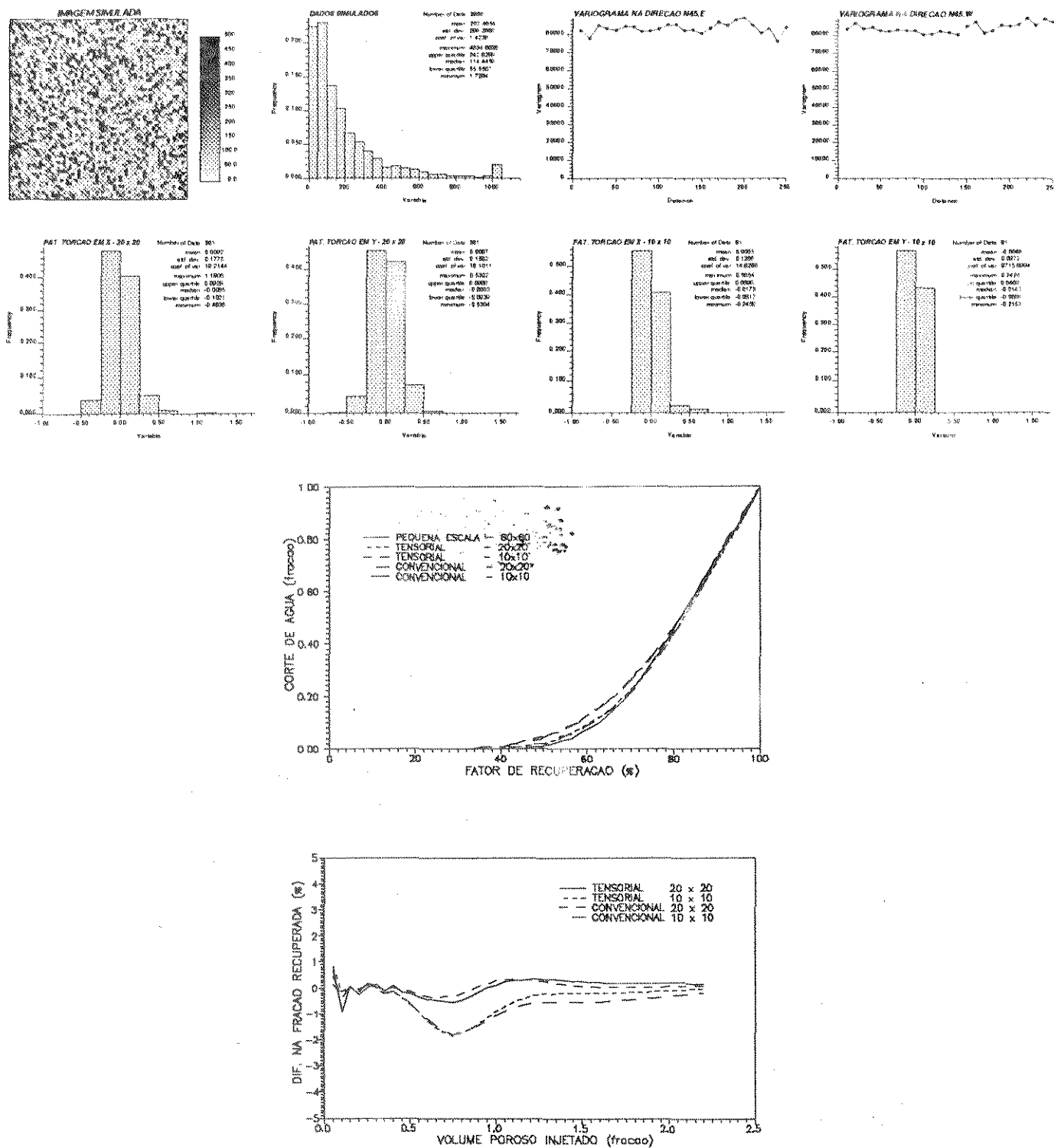
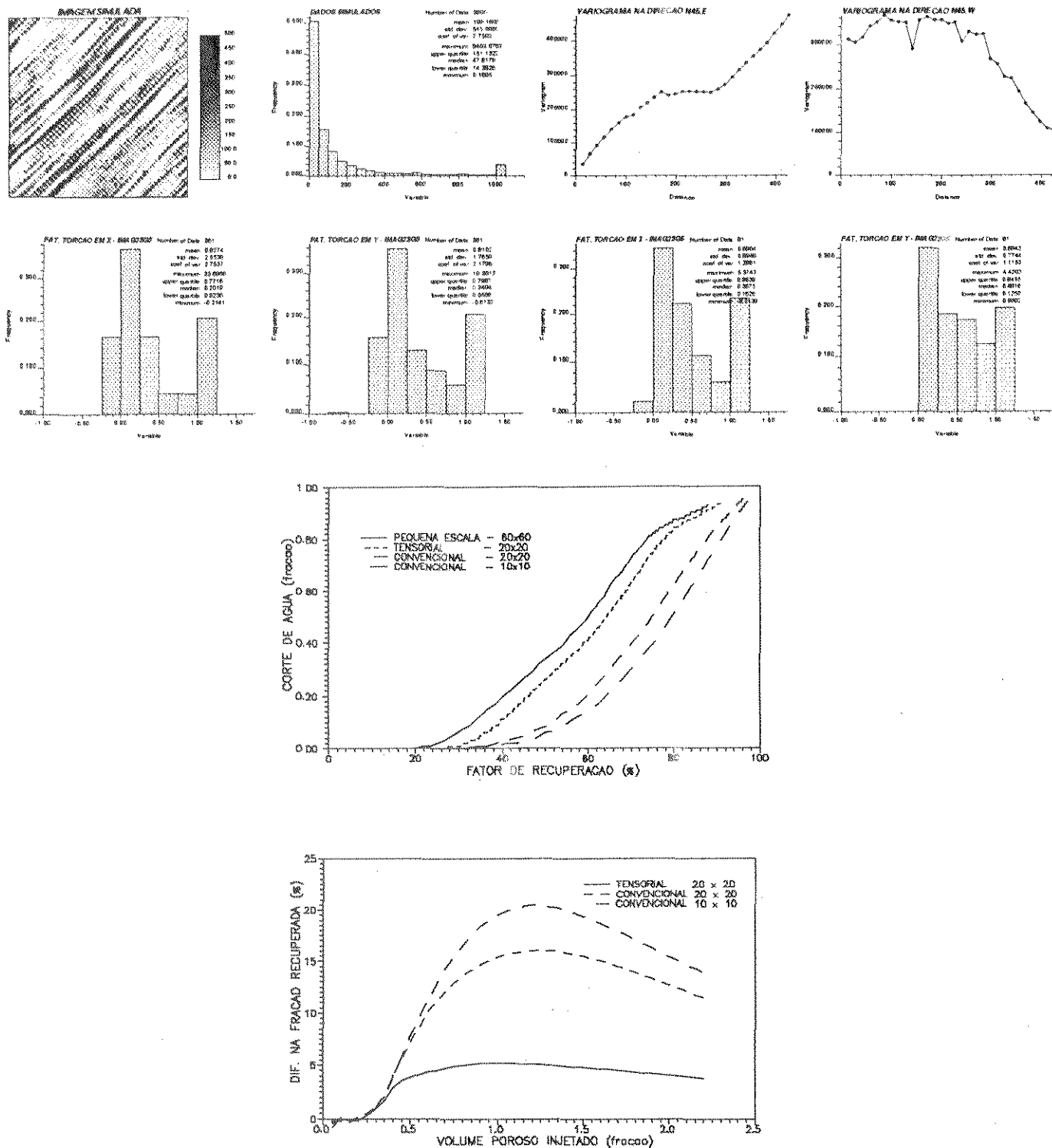


Figura 5.11 - Resultados para a IMAGEM 3

Figura 5.12 - Resultados para a **IMAGEM 4**

Figura 5.13 – Resultados para a **IMAGEM 3a**

Figura 5.14 - Resultados para a **IMAGEM 4a**

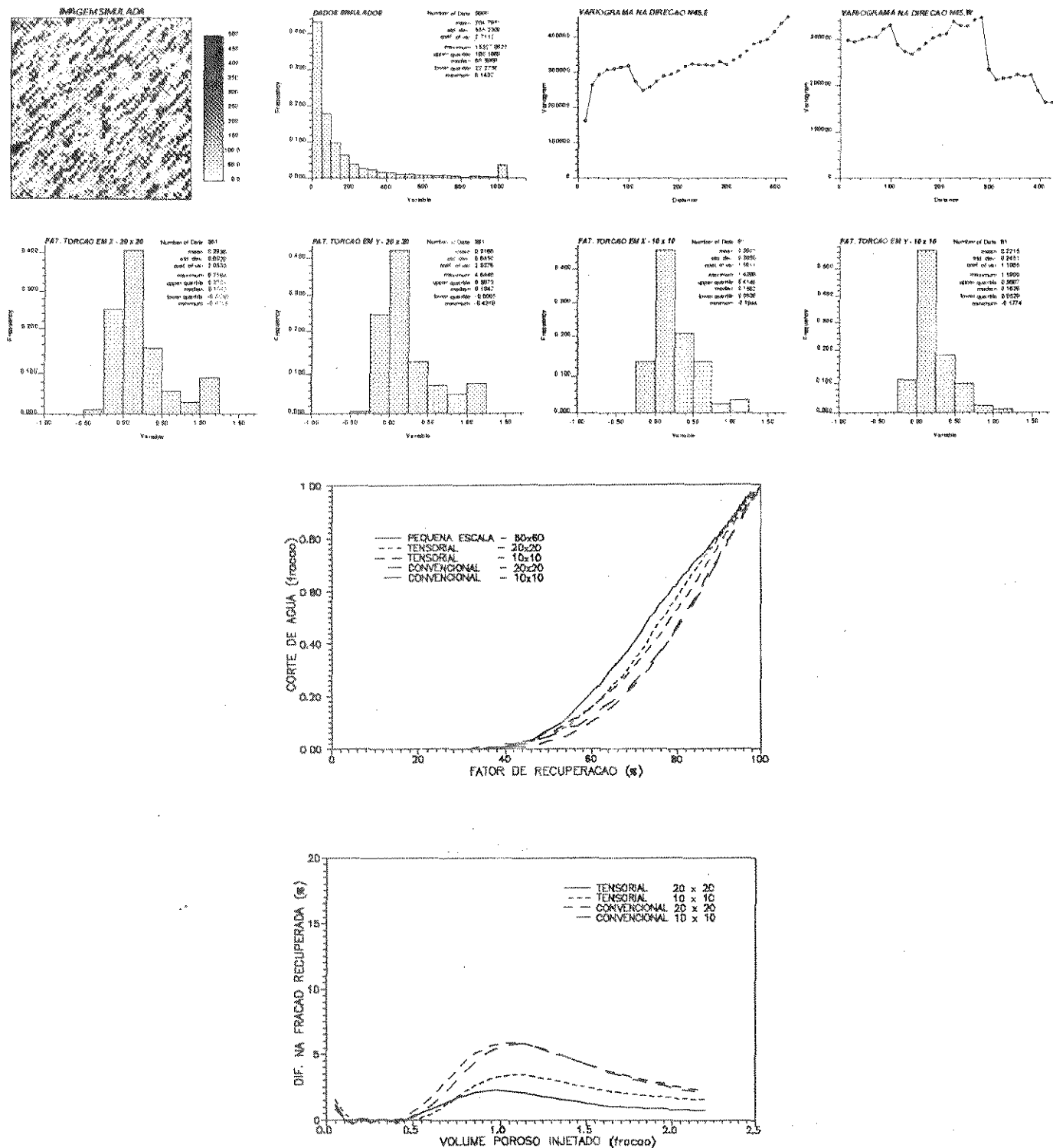


Figura 5.15 - Resultados para a IMAGEM 4b

5.2.2 POPULAÇÕES BIMODAIS

Para a geração de imagens com característica bimodal, isto é, um conjunto amostral que apresenta elementos de duas populações significativamente distintas, utilizou-se de um artifício na transformação inversa do algoritmo de simulação gaussiano empregado na fase anterior. Certamente este não é o método de simulação mais adequado para a modelagem deste fenômeno, devido ao pouco controle sobre os parâmetros simulados. Mas como o interesse é apenas na geração de imagens-teste com variações de continuidade e variabilidade, as imagens resultantes desse processo foram consideradas satisfatórias.

A Figura 5.16 esquematiza as três imagens bimodais simuladas. Estas três imagens apresentam-se idênticas no que se refere à estruturação espacial das heterogeneidades. A continuidade espacial das heterogeneidades está orientada a N45°E, como revelam os mapas e respectivos variogramas. Em se tratando da modelagem de rocha reservatório, a distribuição bimodal de permeabilidade pode ser interpretada como duas fácies permoporosas distintas, uma bastante favorável ao fluxo e outra menos favorável.

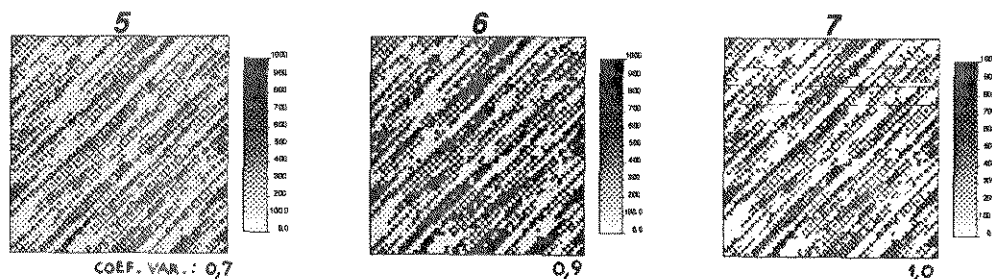


Figura 5.16 - Imagens bimodais simuladas

A IMAGEM 5, em detalhe na Figura 5.17, apresenta um coeficiente médio de variabilidade ($\sigma/\bar{x}$) de 0,7, valor que pode ser considerado bastante baixo. A porção mais permeável apresenta permeabilidade média ao redor de 550 mD, enquanto a menos permeável em torno de 100 mD. Como consequência, os fatores de torção calculados para este caso assumem valores insignificantes, com média em torno de 0,1. A quase totalidade dos blocos da grande escala apresentam fator de torção inferior a 0,5. As respostas de fluxo não poderiam deixar de demonstrar o fraco desempenho do tratamento tensorial, que neste caso praticamente se iguala ao tratamento convencional.

A IMAGEM 6 e a IMAGEM 7 (Figuras 5.18 e 5.19) apresentam coeficientes de variabilidade progressivamente maiores: 0,9 e 1,0, respectivamente. Como a estruturação espacial destas imagens é exatamente a mesma da IMAGEM 5, as diferenças nos resultados serão consequência unicamente do aumento do contraste entre as permeabilidades.

Novamente a análise dos histogramas dos fatores de torção, e posteriormente das respostas de fluxo, revela o forte efeito torcional da permeabilidade à medida em que o contraste de permeabilidade aumenta.

No caso da IMAGEM 7, cerca de 35% dos blocos da grande escala apresentam fator de torção maior que 0,5, e cerca de 20% maior que 1,0, com média de quase 0,8. Considerando os parâmetros analisados, a simulação tensorial em escala 10 x 10 é superior mesmo em relação à simulação convencional em escala 20 x 20.

Os três testes desta seção reforçam a constatação de que a simples existência de heterogeneidades organizadas em estruturas orientadas não garante a formação de caminhos preferenciais efetivos de fluxo. Para que isto ocorra, é necessário que esta estruturação espacial esteja associada a significativos contrastes de permeabilidade (alta variabilidade). Nestas condições, o tratamento tensorial pode ser bastante efetivo para a adequada representação destas heterogeneidades.

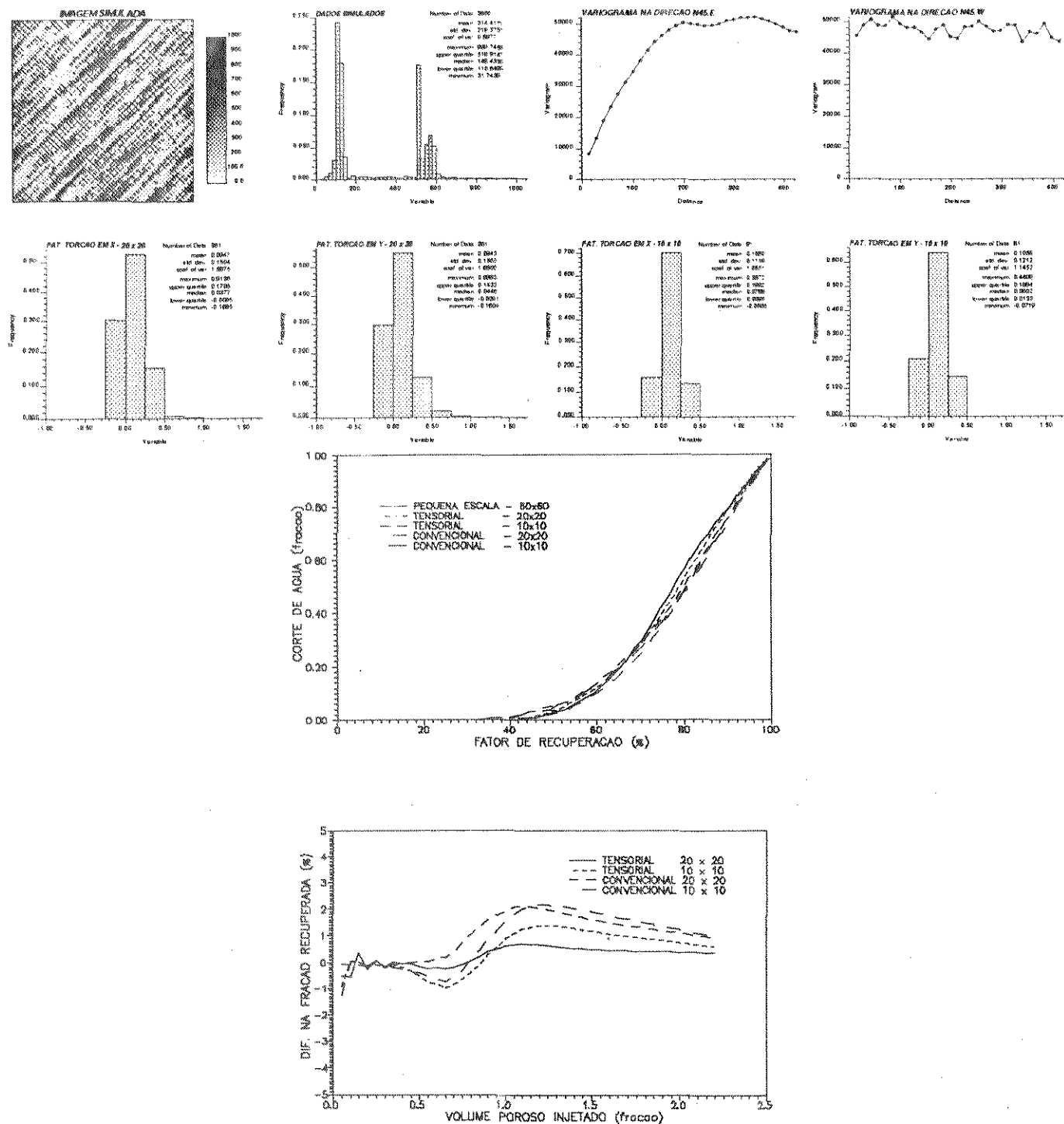


Figura 5.17 - Resultados para a IMAGEM 5

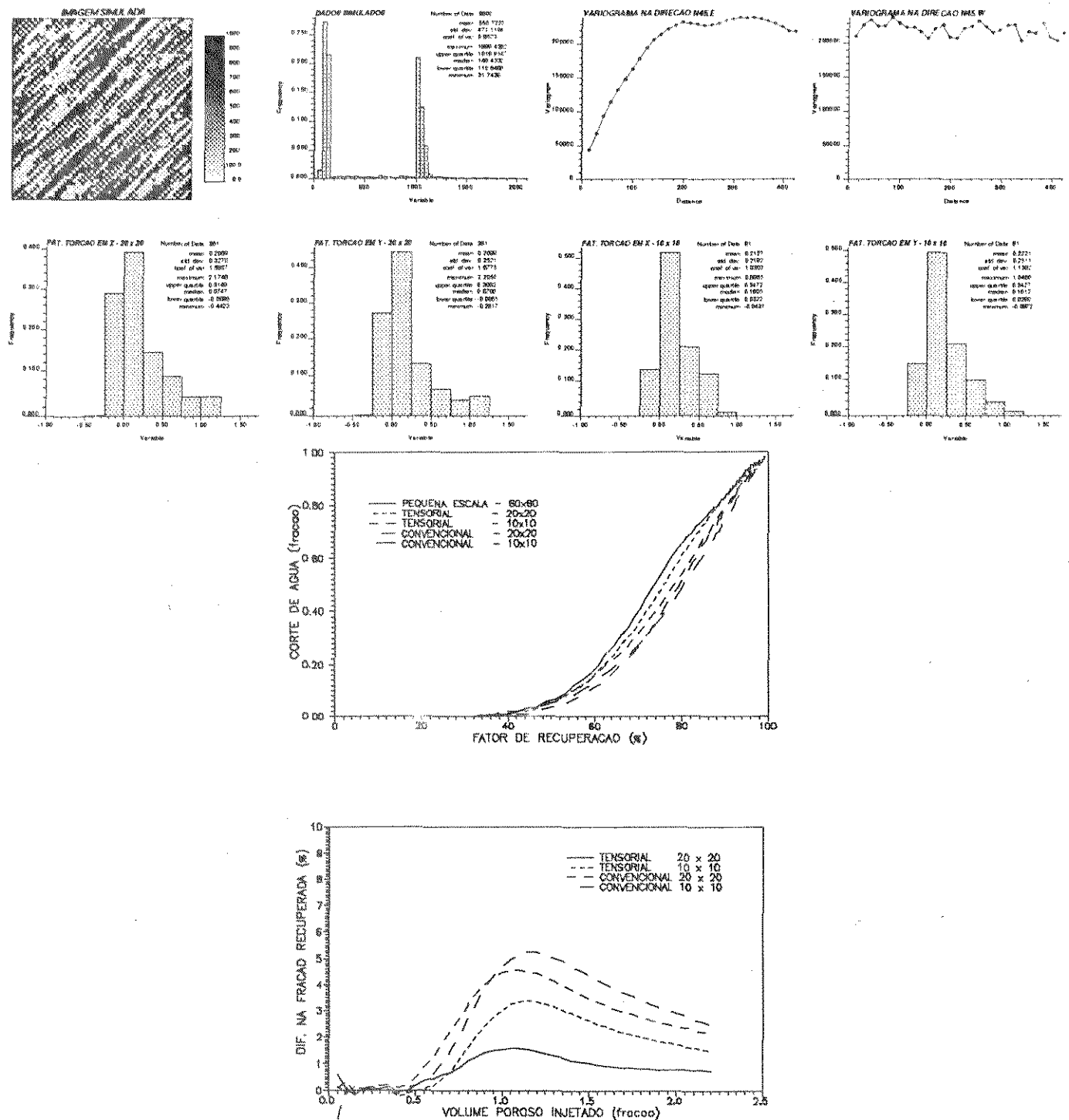


Figura 5.18 - Resultados para a IMAGEM 6

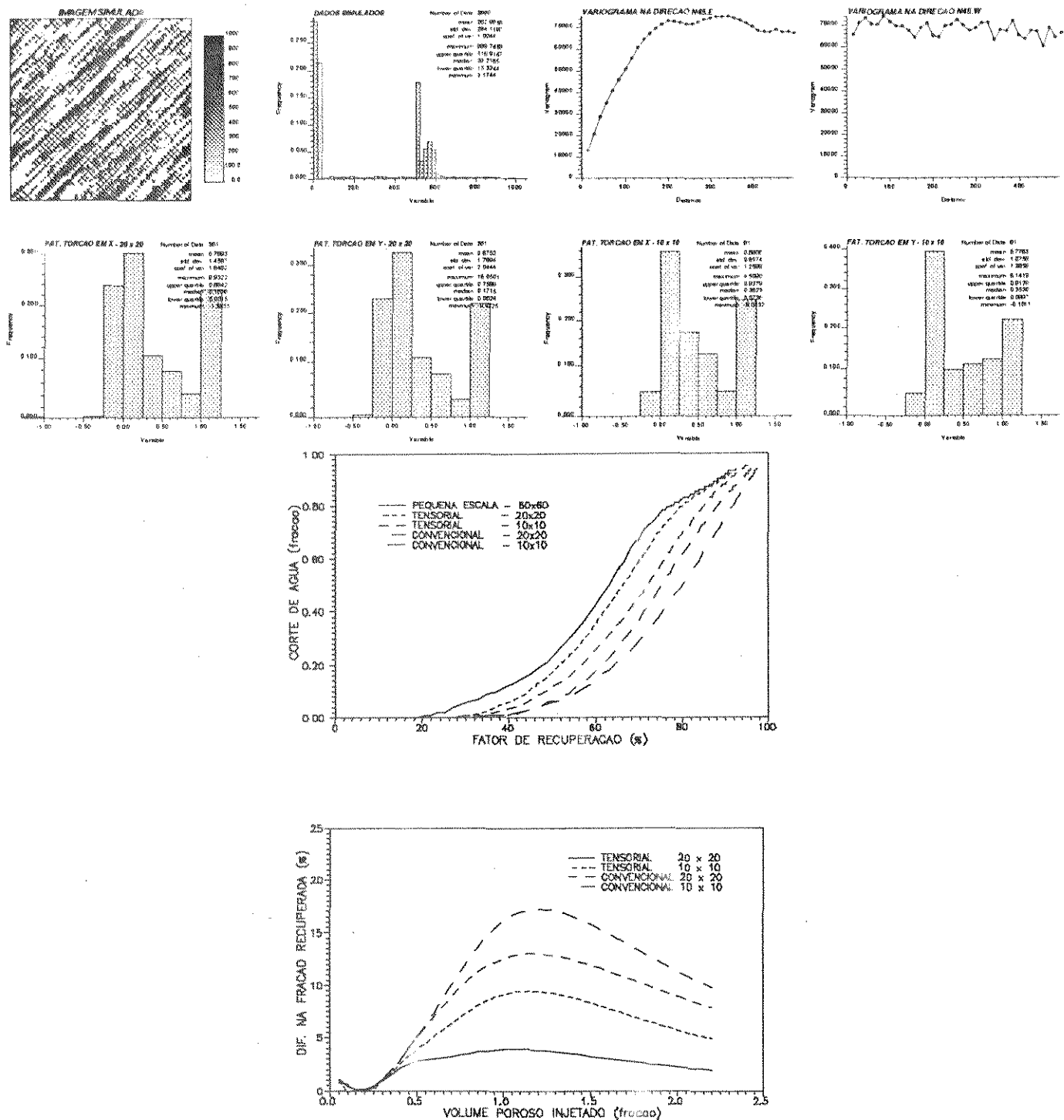


Figura 5.19 - Resultados para a IMAGEM 7

5.2.3 POPULAÇÕES MULTIMODAIS

As onze imagens agrupadas nesta classe foram geradas da mesma forma que as anteriores, apenas apresentam-se compostas, sem rigor estatístico, por indivíduos pertencentes a quatro populações distintas segundo mesmo critério adotado para a distribuição bimodal. A permeabilidade em todas estas imagens apresenta coeficiente de variabilidade similar, em torno de 0,9 (média variabilidade).

As onze imagens encontram-se esquematizadas na Figura 5.20, indicando os principais parâmetros que serão alvo de investigação nesta etapa. A seguir serão abordados os efeitos provocados pela variação de cada um destes parâmetros separadamente.

Variação na Anisotropia da Continuidade Espacial

Partindo do caso base, representado pela IMAGEM 8, sequencialmente até a IMAGEM 12 observa-se um relachamento da anisotropia espacial da permeabilidade. Enquanto a IMAGEM 8 apresenta uma fortíssima anisotropia orientada a 45° (a exemplo das imagens estudadas anteriormente), progressivamente esta anisotropia vai diminuindo até chegar a um meio estatisticamente isotrópico na IMAGEM 12. Note que esta isotropia refere-se ao caráter espacial amplo da IMAGEM 12, e não em características localizadas que podem se apresentar regionalmente anisotrópicas.

Os resultados da IMAGEM 8, vistos na Figura 5.21 no final desta seção (a partir da página 114), mostram que o alcance da continuidade espacial na direção $N45^\circ E$ é de aproximadamente 200 ft (1/3 da dimensão lateral da imagem). Os fatores de torção resultantes da mudança de escala tensorial assumem valores bastante altos e positivos, com média em torno de 0,75. Os resultados das simulações de fluxo acompanham estes indicadores, com a simulação tensorial obtendo desempenho significativamente superior à convencional.

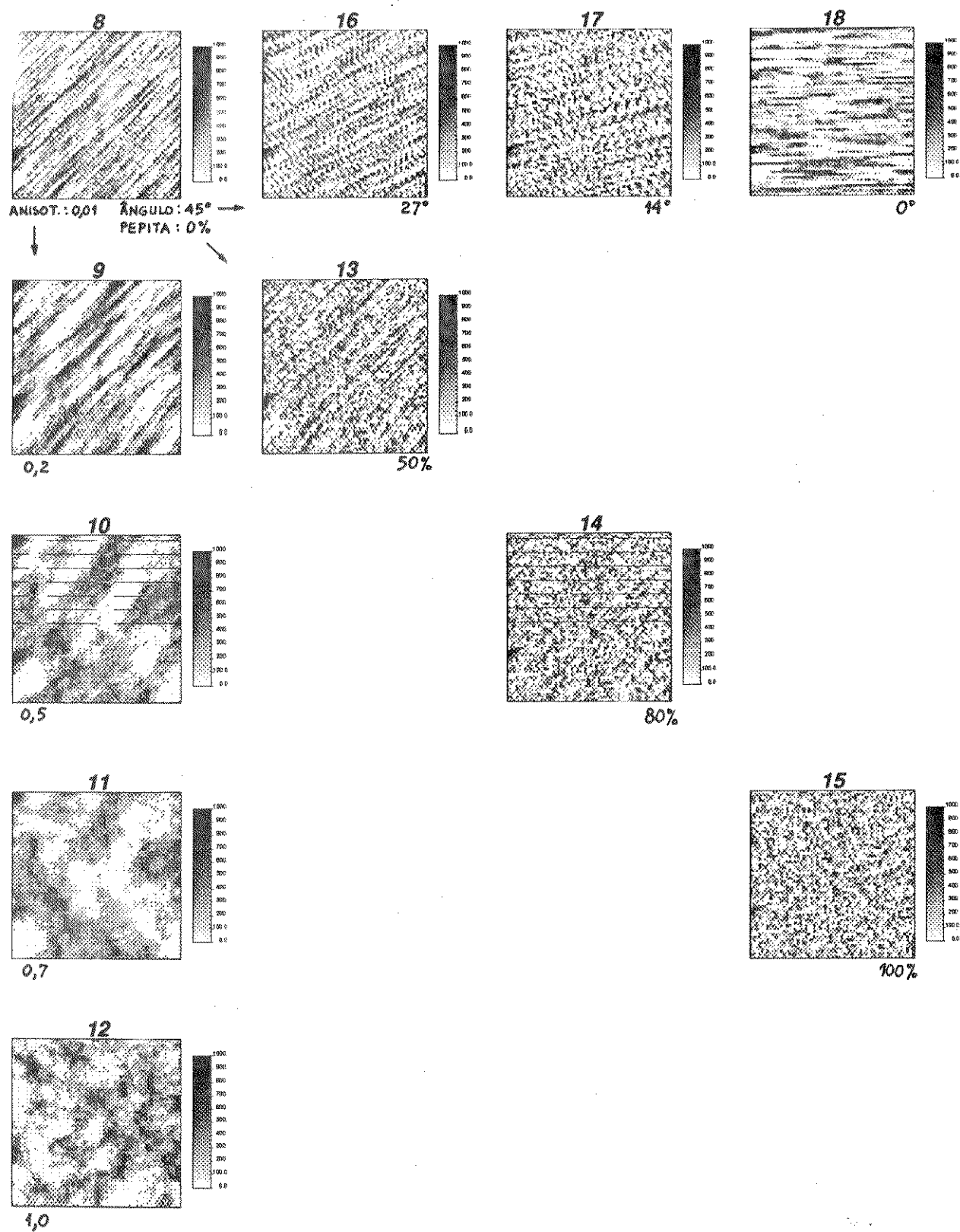


Figura 5.20 - Imagens multimodais simuladas

É interessante notar que o impacto do tratamento tensorial nas respostas da IMAGEM 8 se equivale àquele obtido para a IMAGEM 4a, no item 5.2.1. Aquela imagem se caracterizava por uma variabilidade extremamente alta ($\sigma/\bar{K} = 3,6$) e estruturas bem mais contínuas (alcance ≈ 500 ft), o que deveria favorecer ainda mais o tratamento tensorial. Apesar de ter continuidade e variabilidade média menor, o campo de permeabilidade da IMAGEM 8 apresenta quatro modas: 20 mD, 220 mD, 420 mD e 620 mD (valores aproximados). Esta composição, que pode ser associada a quatro fácies distintas, propicia uma melhor organização da permeabilidade em canais de fluxo preferenciais, gerando contrastes mais efetivos do que numa população unimodal. Mais uma vez fica caracterizada a importância dos contrastes de permeabilidade na definição de caminhos preferenciais efetivos de fluxo. O fator de torção mostrou-se novamente capaz de detectar apropriadamente o nível do efeito tensorial, ao atingir valores médios em torno de 0,8 para ambas as imagens (Figura 5.14 e 5.21).

As IMAGEM 9, IMAGEM 10 e IMAGEM 11, Figuras 5.22, 5.23 e 5.24, respectivamente, apresentam anisotropias de continuidade cada vez mais fracas, conforme já comentado. Consequentemente, o efeito das estruturas orientadas a N45°E vai desaparecendo de forma que os fatores de torção, e por consequência as respostas de fluxo, vão se tornando cada vez menos favoráveis ao tratamento tensorial.

Percebe-se um fato interessante nas respostas da IMAGEM 10 (Figura 5.23). A mudança de escala tensorial com fator de redução 36:1 (um bloco da grande escala é composto por 36 células na pequena escala), produz fatores de torção significativamente maiores que a mudança de escala com fator de redução 9:1, o qual, por sua vez, apresenta fatores de torção relativamente baixos. Isto faz com que a simulação tensorial em malha 20 x 20 gere respostas praticamente similares à simulação convencional 20 x 20, enquanto a simulação tensorial em malha 10 x 10 foi bastante superior em relação à convencional de mesma escala. Esta

Isparidade é ocasionada pela relação entre o tamanho dos blocos e a homogeneização e a dimensão da heterogeneidade presente na imagem a pequena escala. No caso da IMAGEM 10, quando toma-se nove células da pequena escala (3×3) para compor um bloco na grande escala, este "volume" de homogeneização não é suficiente para captar qualquer estrutura orientada a 45° . Como se percebe pelo mapa desta imagem, as estruturas heterogêneas assumem formas e tamanhos relativamente amplos, se comparados aos da IMAGEM 8.

Esta relação entre tamanho de bloco e dimensão de heterogeneidade será melhor discutida no próximo item deste capítulo.

Na IMAGEM 11 (Figura 5.24), ambas as mudanças de escala (fator de redução 9:1 e 36:1) não captaram heterogeneidades significativas, resultando em respostas similares entre a simulação tensorial e a convencional.

A IMAGEM 12, vista em detalhe na Figura 5.25, apresenta uma estruturação globalmente isotrópica, com alcance de continuidade espacial igual a 100 ft em todas as direções, aproximadamente. Nos processos tensoriais de mudança de escala dessa imagem ocorrem os mesmos efeitos observados na IMAGEM 10, onde a malha 10×10 conseguiu captar melhor as heterogeneidades do meio. Conclui-se, desse último teste, que mesmo imagens que não apresentam uma estruturação globalmente orientada, podem apresentar arranjos localizados de heterogeneidade que atuam efetivamente no direcionamento do fluxo. Este é o caso da IMAGEM 12, especialmente na escala 10×10 , onde o tratamento tensorial resulta bastante superior ao tratamento convencional.

Variação no Nível da Continuidade Espacial

As IMAGEM 8, IMAGEM 13, IMAGEM 14 e IMAGEM 15, nesta sequência, apresentam participação crescente de um componente pepítico (aleatório) no comportamento variográfico da permeabilidade a $N45^\circ E$. Isto significa que a continuidade da variável diminui de intensidade (não de alcance) até se tornar

talmente aleatória na IMAGEM 15.

O componente pepítico no variograma da IMAGEM 13 (Figura 5.26) representa 50% da variabilidade total da permeabilidade. Ainda assim é detectado um significativo efeito das estruturas orientadas no cálculo dos tensores equivalentes e nas respostas de fluxo, com resultados positivos da simulação tensorial.

Na IMAGEM 14 (Figura 5.27) o componente aleatório da variabilidade chega a 80% do total. Na IMAGEM 15 (Figura 5.28) esta participação chega a 100% (meio totalmente aleatório). As respostas de fluxo destes dois casos revelam um efeito nulo do tratamento tensorial, isto é, a estruturação da heterogeneidade não é suficientemente forte para produzir canais preferenciais de fluxo. Mas, estranhamente, se nota nos histogramas de fator de torção a ocorrência de valores altos, tanto na malha 10 x 10 quanto na 20 x 20. Esta aparente contradição entre fatores de torção altos mas respostas tensoriais fracas, pode ser explicada novamente pela relação entre o tamanho dos blocos e a dimensão da heterogeneidade. Nestes casos onde a aleatoriedade predomina, os blocos de homogeneização podem resultar altamente heterogêneos, mas aleatoriamente desorganizados. Isto gera fatores de torção altos mas que não refletem uma orientação preferencial das estruturas. Isto fica bem caracterizado nos histogramas, cujos valores se distribuem simetricamente em torno do "zero", resultando em médias baixas.

Variação no Ângulo de Orientação das Heterogeneidades

Partindo do caso base representado pela IMAGEM 8, com estruturas orientadas a N45°E, e passando sequencialmente pela IMAGEM 16, IMAGEM 17 e IMAGEM 18, o ângulo entre a direção de maior continuidade e o eixo x vai diminuindo para 27°, 14° e 0°, respectivamente (veja Figura 5.20 anterior). É de se esperar que o efeito torcional vá progressivamente diminuindo, já que as heterogeneidades tendem a se alinhar com os eixos de coordenadas. De fato, as respostas de fluxo demonstram isso, desaparecendo o

feito do tratamento tensorial já quando este ângulo atinge 14° (IMAGEM 17 na Figura 5.30). A IMAGEM 16, com ângulo de 27° (Figura 5.29), ainda apresenta uma resposta de fluxo favorável ao tratamento tensorial, indicando que o desalinhamento entre as heterogeneidades e os eixos de coordenadas ainda é significativo.

É difícil estabelecer a partir de que ângulo o efeito torcional pode ser considerado desprezível, uma vez que este efeito não depende apenas do ângulo em si, mas do nível de continuidade e principalmente do contraste de permeabilidades, conforme as discussões anteriores. Em alguns testes adicionais, procurou-se aumentar a continuidade das estruturas orientadas a 14° da IMAGEM 17, mas ainda assim o tratamento tensorial não se mostrou vantajoso. Consequentemente, dentro das condições de variabilidade estudadas, ângulos inferiores a 14° não justificam o tratamento tensorial proposto.

Percebe-se que a característica torcional do campo de permeabilidade é influenciada por vários fatores que agem concomitantemente, tornando difícil identificar os limites específicos destes parâmetros onde este efeito ocorre com maior significância. Por outro lado, a análise do fator de torção mostrou-se novamente eficaz para estimar a importância do tratamento tensorial. Salienta-se ainda que, para populações bi e multimodais, os fatores de torção com média acima de 0,12 e com histograma não simétrico são indicados para tratamento tensorial, limite este que é um pouco inferior ao observado para populações unimodais (0,2)

Os tempos computacionais (CPU) demandados em alguns dos testes realizados estão mostrados na Tabela 5.2.

O tempo de CPU gasto na simulação tensorial foi em média 50% superior ao tempo de uma simulação convencional, podendo chegar a 132% nos casos mais críticos. Ainda assim a simulação tensorial se mostrou viável se comparada à simulação em escala refinada.

O tempo gasto nos processos de mudança de escala são significantes diante dos tempos de simulação. Os métodos tensoriais demandaram em média 15 segundos, enquanto o convencional não passou de 1,6 segundos de CPU, em média.

Tabela 5.1 - TEMPOS DE CPU (min.)

IMAGEM	60 x 60	20 x 20			10 x 10		
		CONV.	TENS.	T/C	CONV.	TENS.	T/C
8	649	7,9	12,6	59%	0,59	1,00	69%
10	794	11,7	10,0	-15%	0,64	0,95	48%
12	823	7,9	12,9	63%	0,67	0,95	42%
13	851	8,0	17,9	124%	0,60	0,90	50%
14	833	8,0	15,4	93%	0,63	0,88	40%
15	820	15,7	13,5	-14%	0,58	0,88	51%
16	820	7,9	18,3	132%	0,60	0,93	55%
17	827	7,5	13,0	73%	0,56	1,05	87%
18	680	7,6	9,8	29%	0,61	0,91	49%
MÉDIA	807	9,1	13,7	50%	0,61	0,94	54%

SUN SPARC STATION 10 / 52

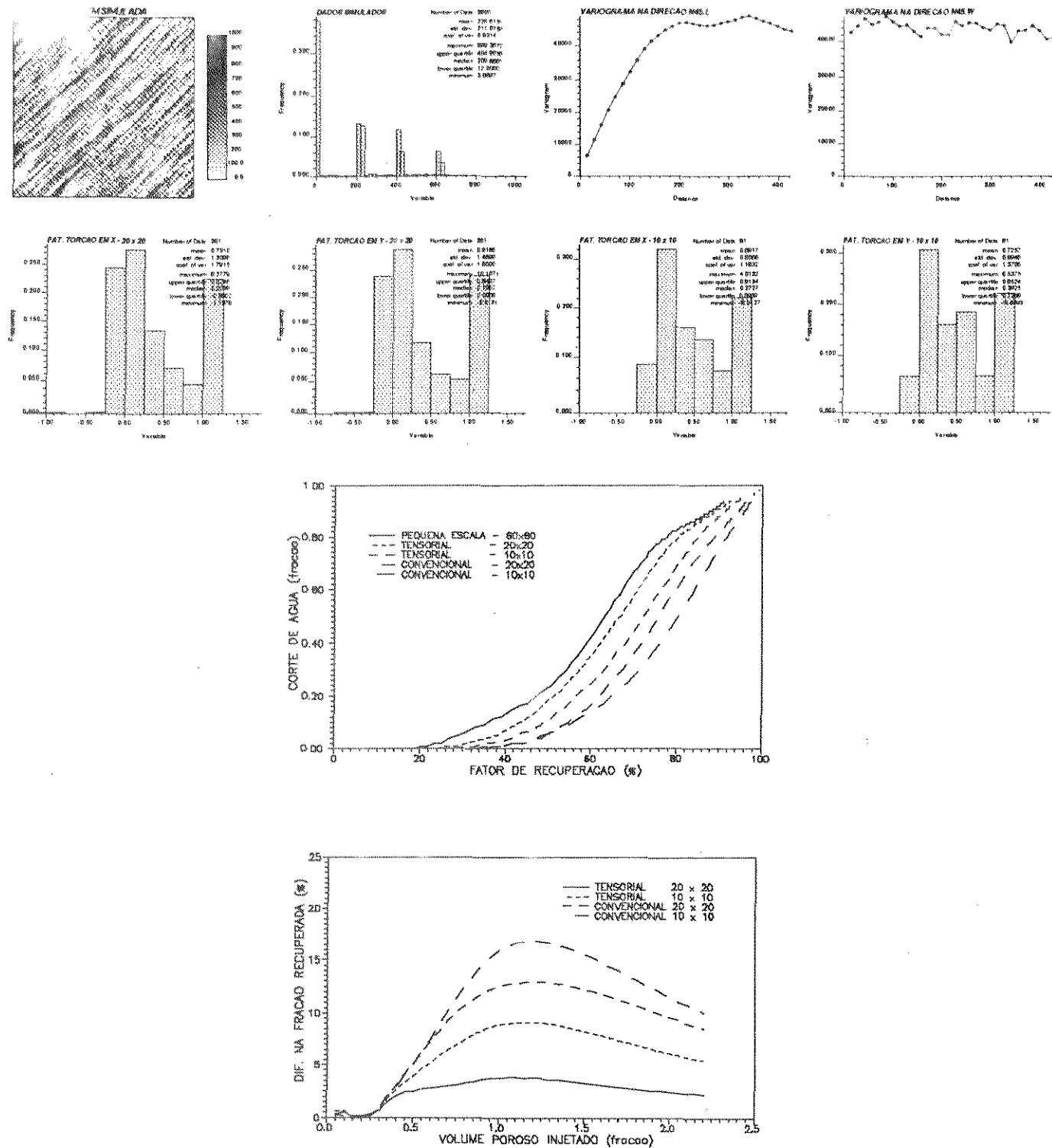


Figura 5.21 - Resultados para a IMAGEM 8

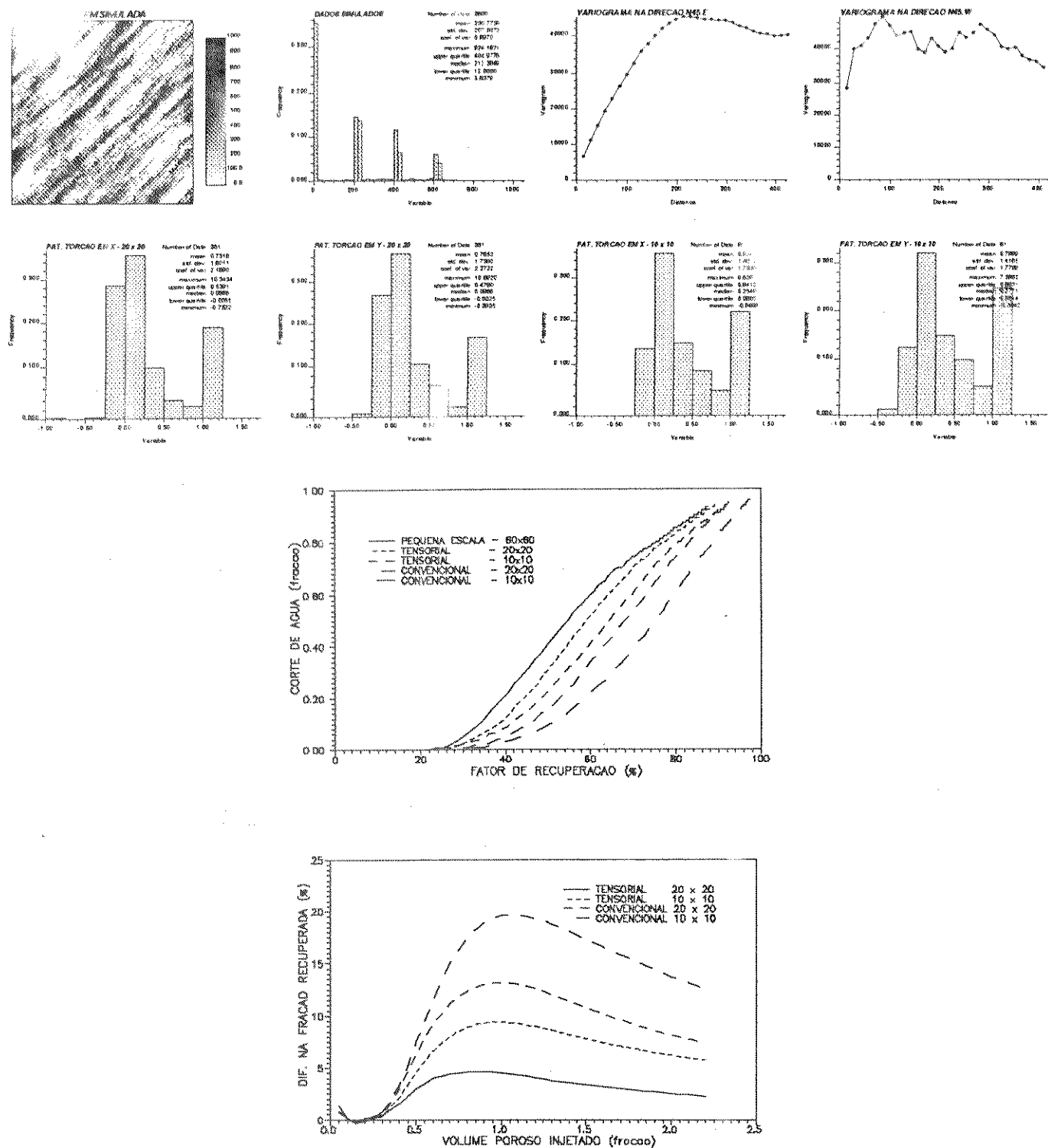
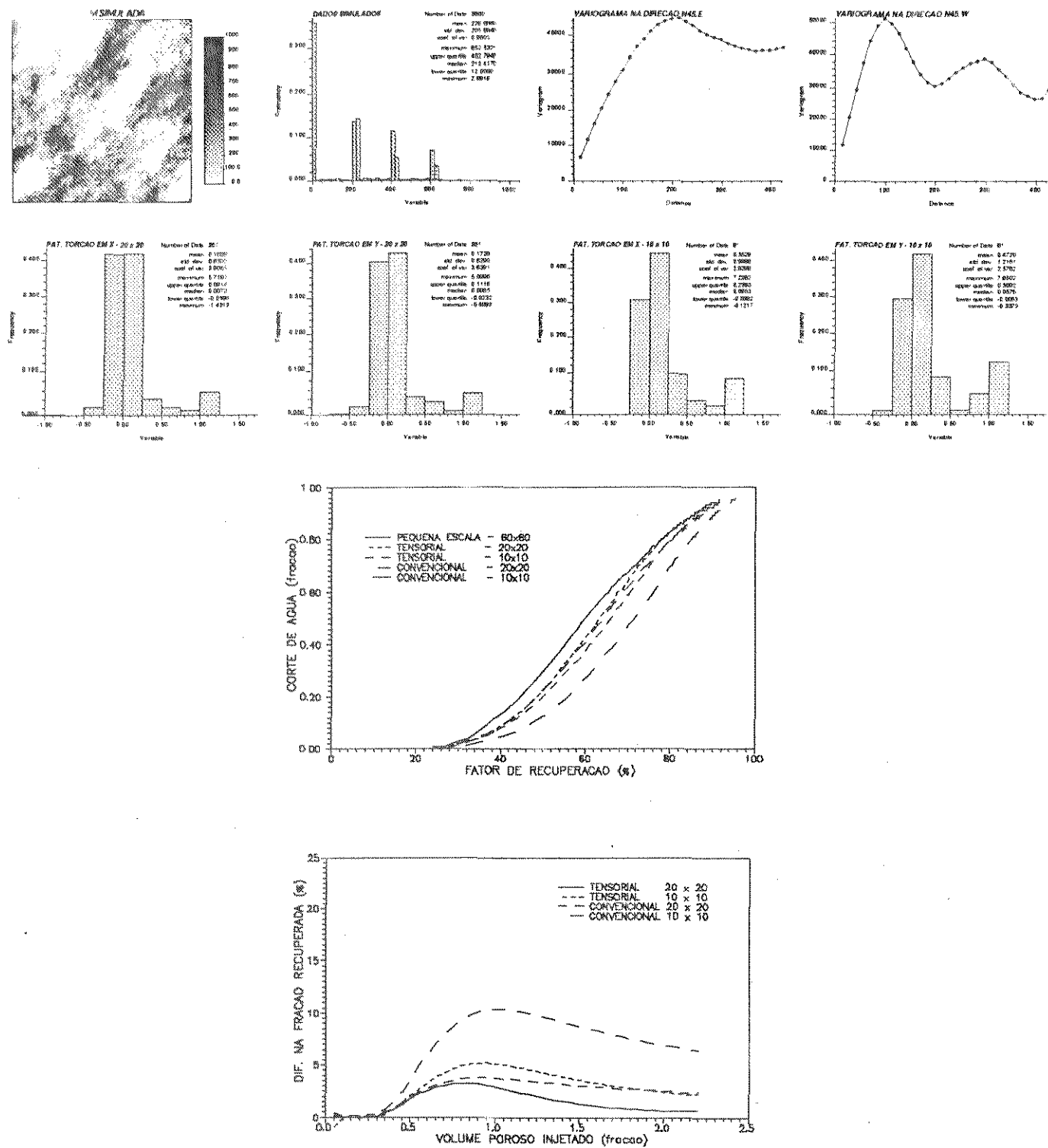
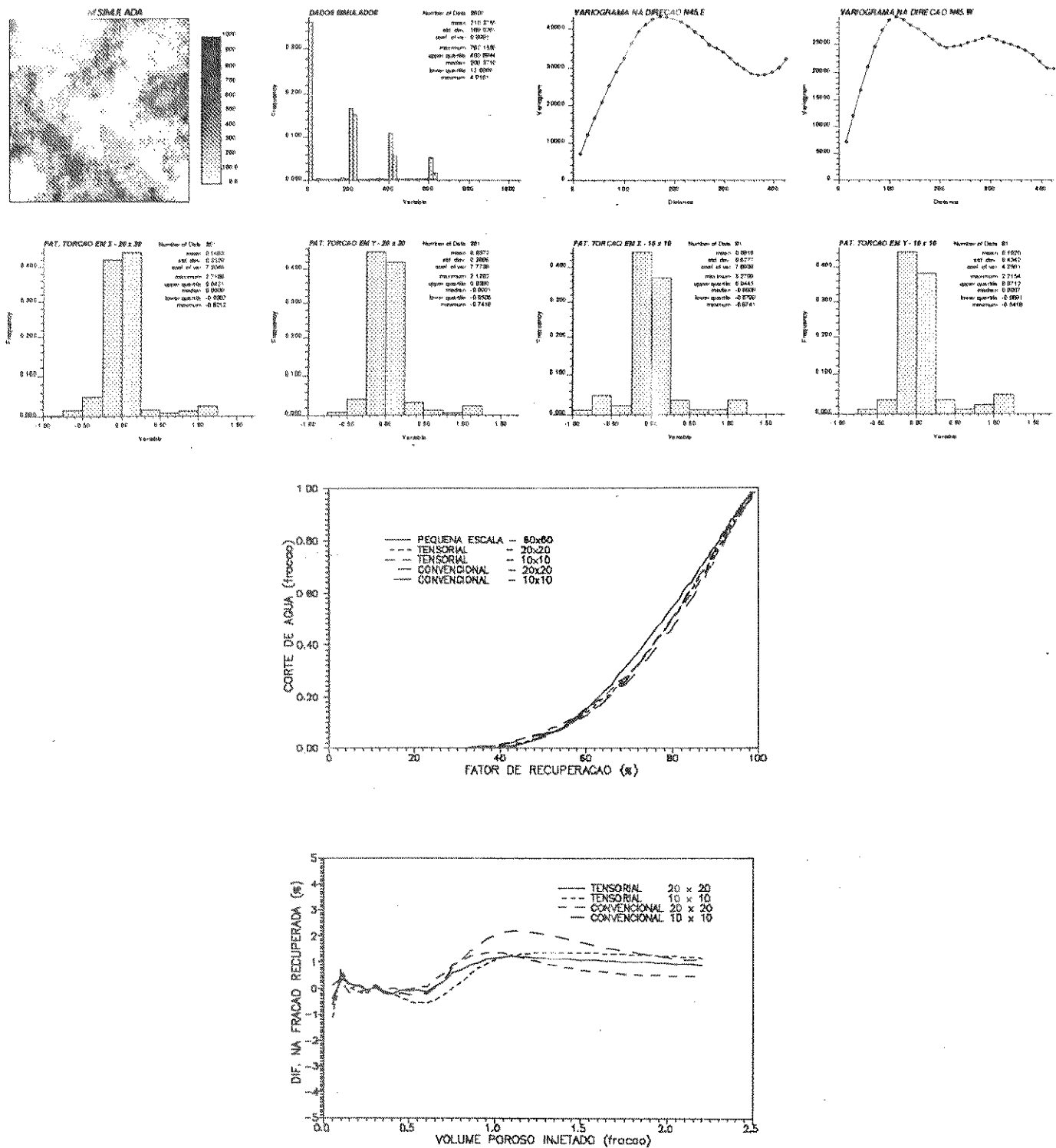
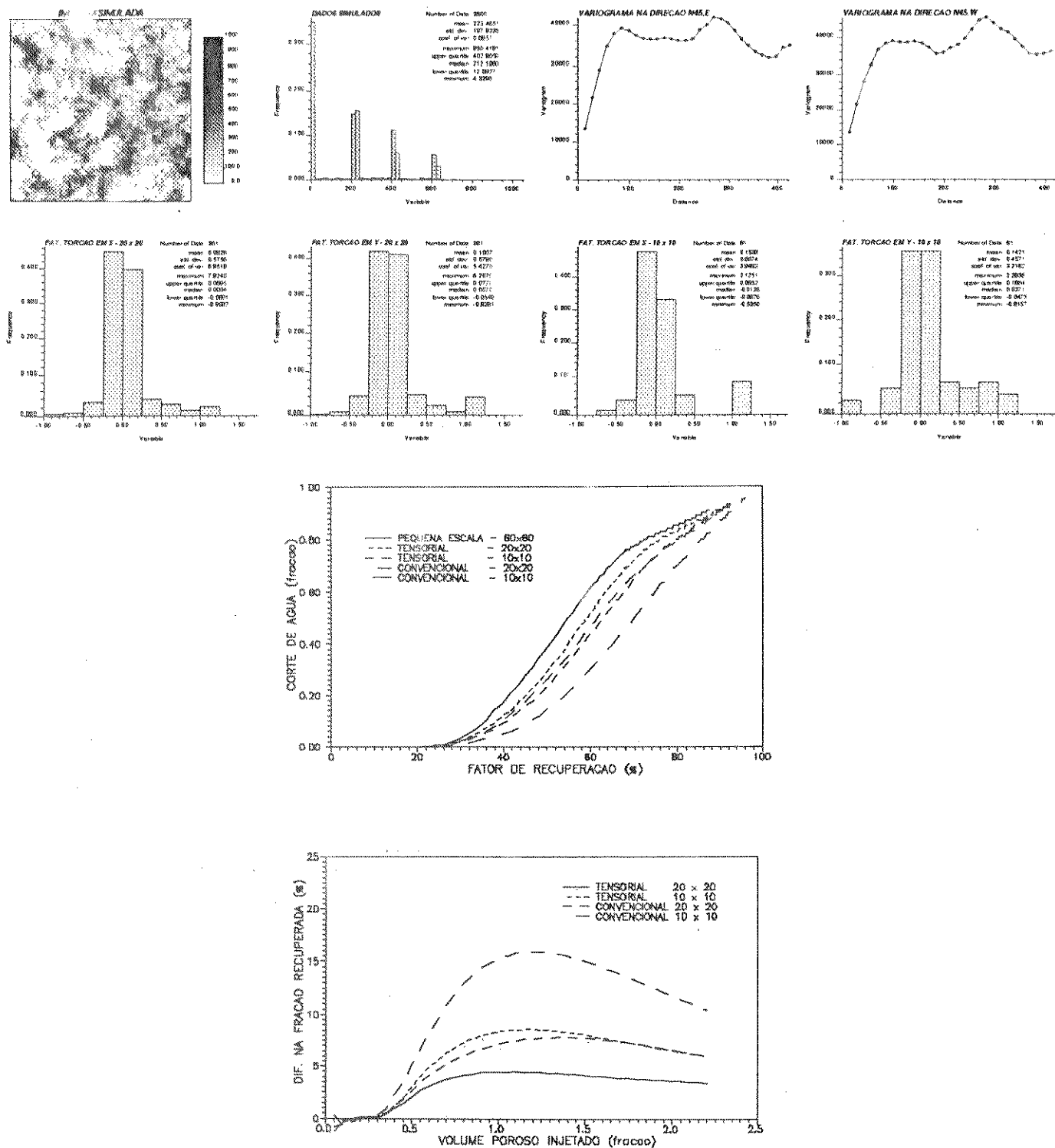


Figura 5.22 - Resultados para a IMAGEM 9

Figura 5.23 - Resultados para a **IMAGEM 10**

Figura 5.24 - Resultados para a **IMAGEM 11**

Figura 5.25 – Resultados para a **IMAGEM 12**

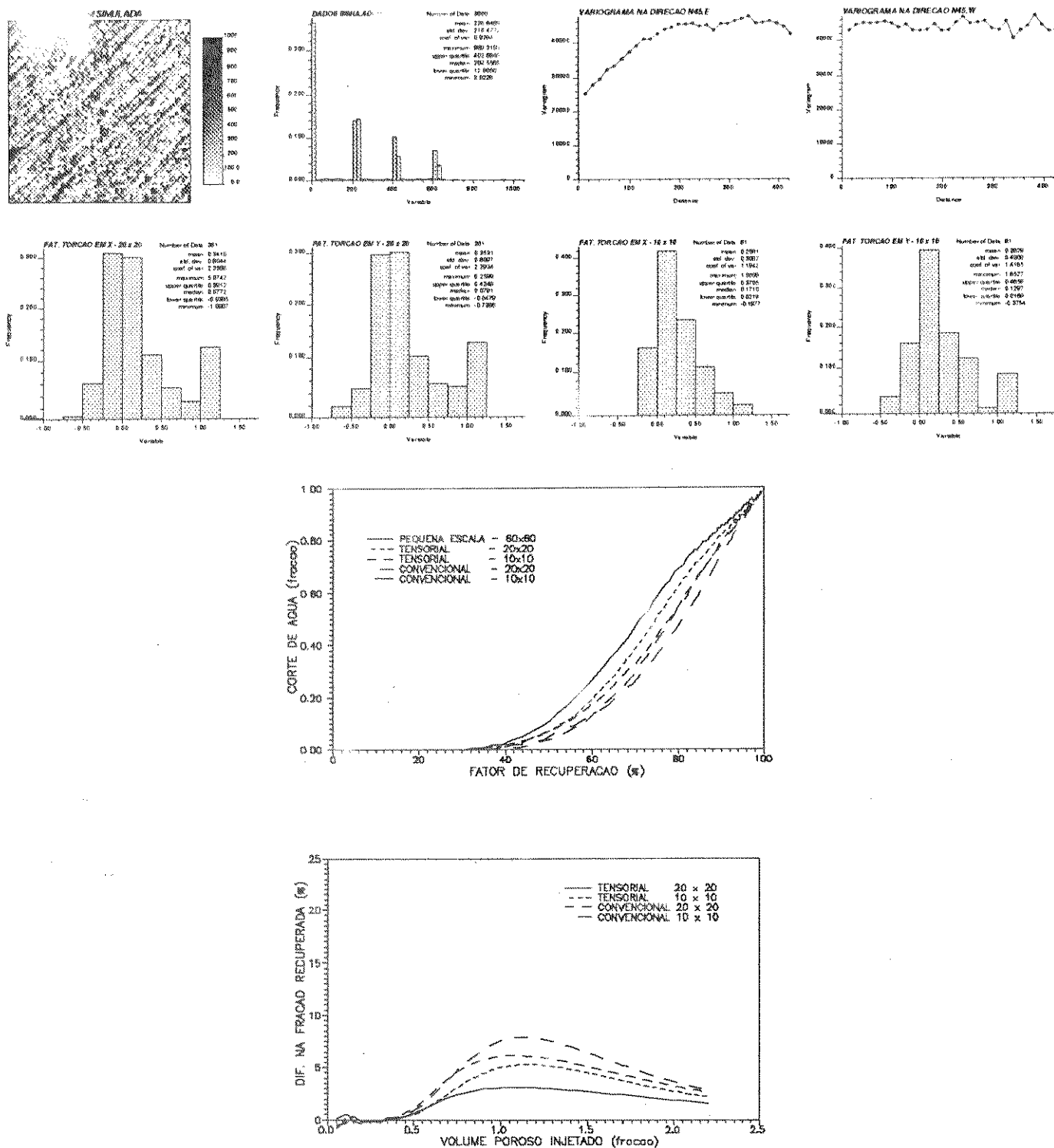


Figura 5.26 - Resultados para a IMAGEM 13

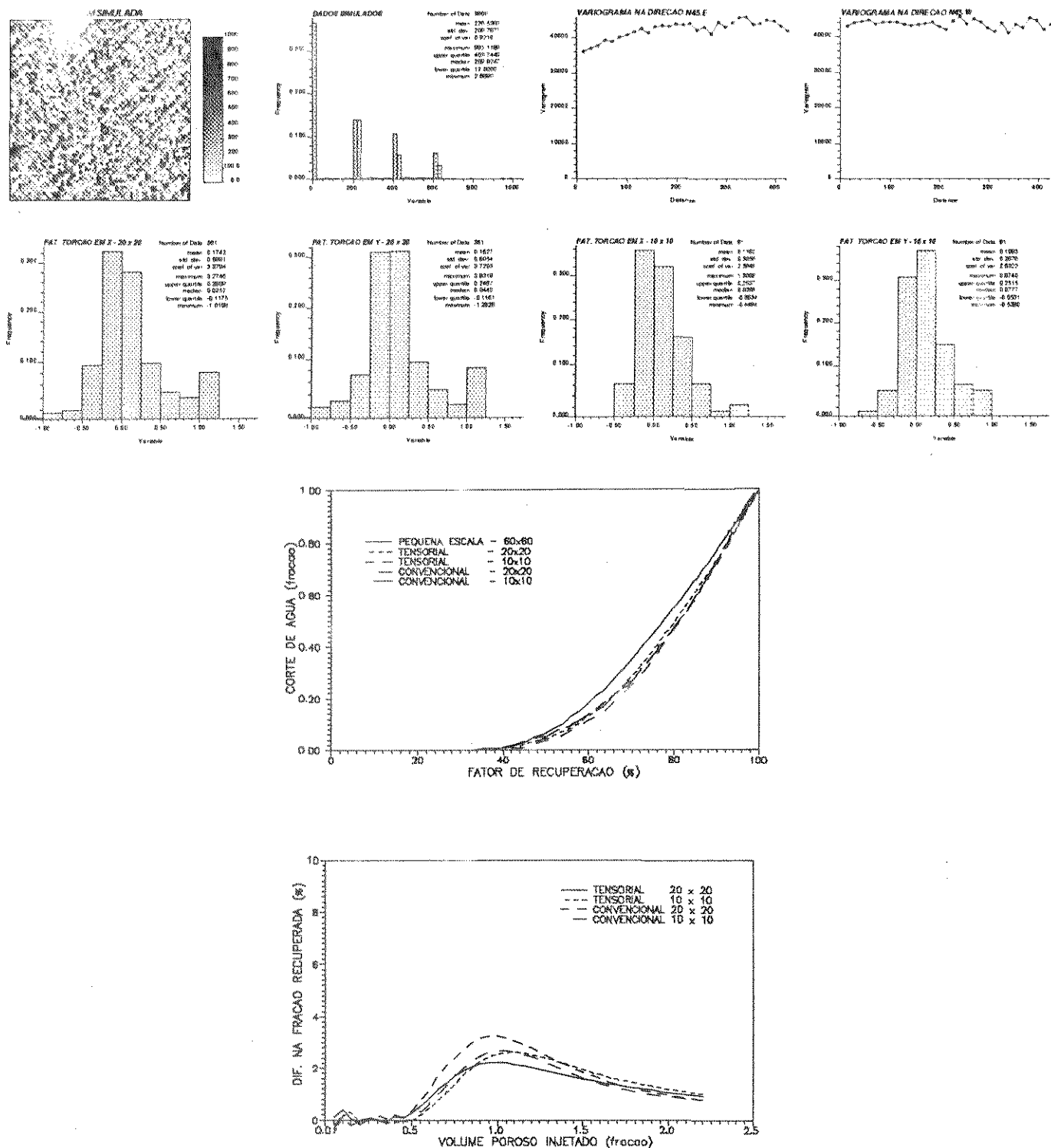


Figura 5.27 - Resultados para a IMAGEM 14

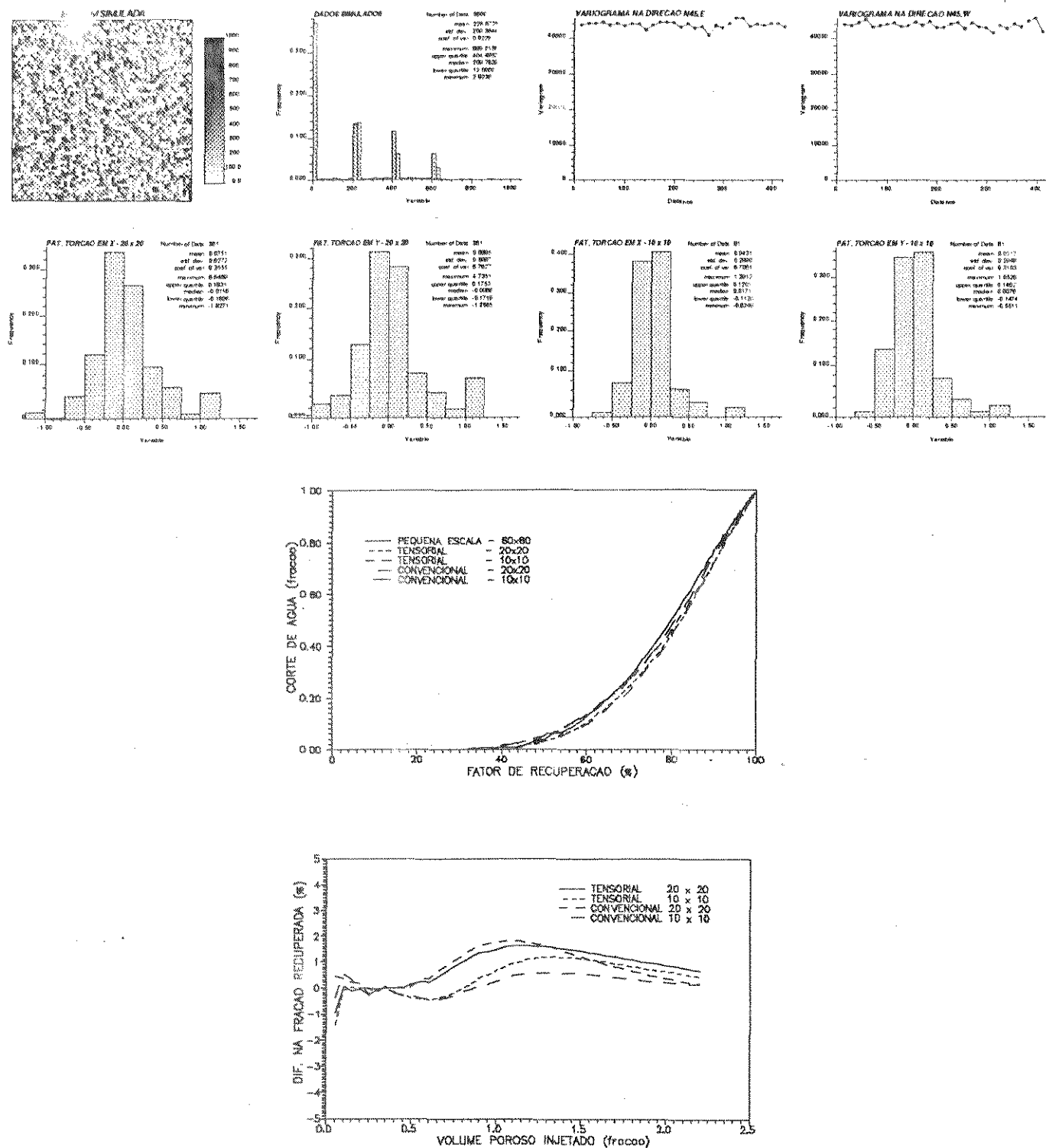


Figura 5.28 - Resultados para a IMAGEM 15

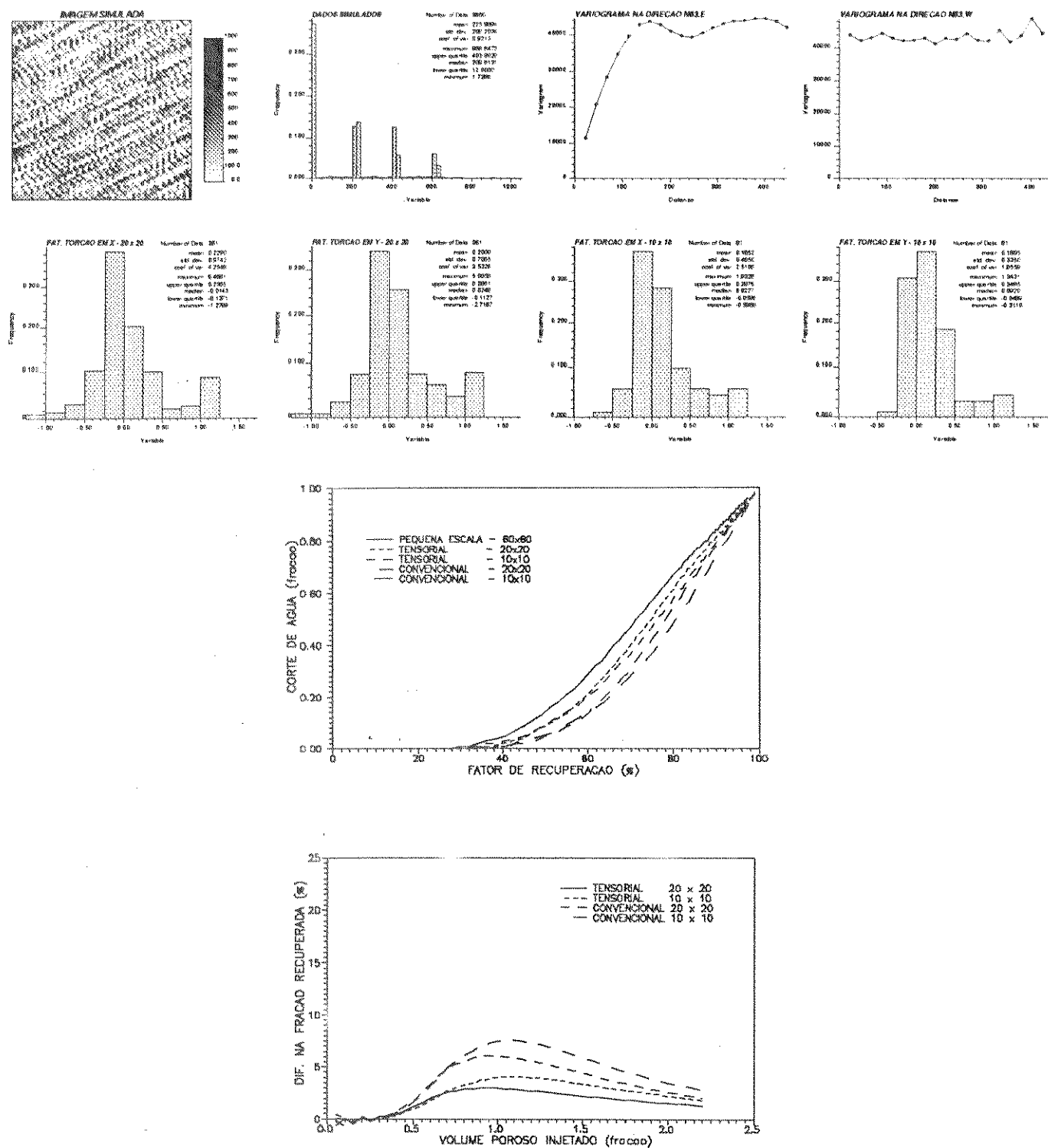


Figura 5.29 – Resultados para a IMAGEM 16

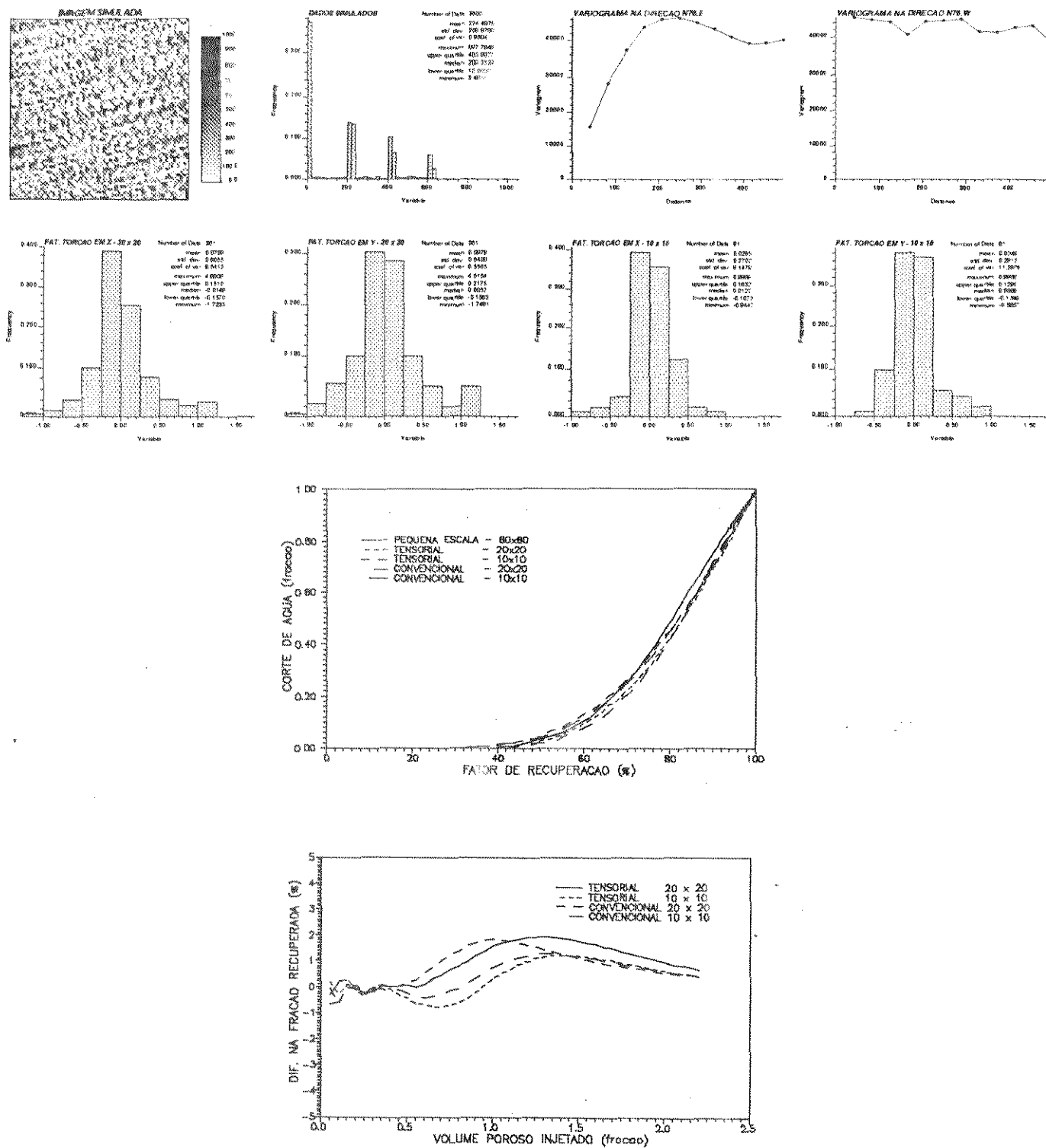
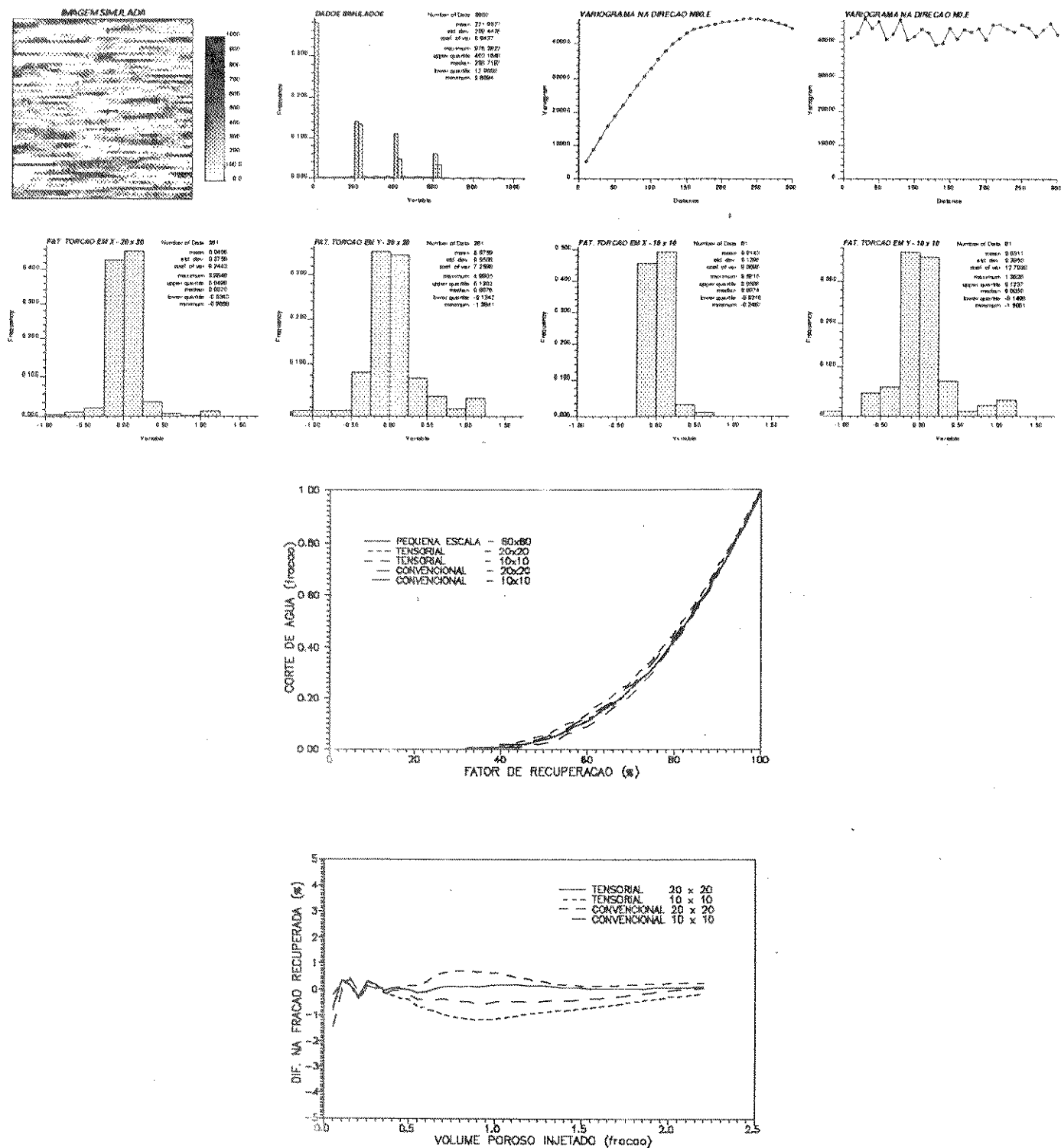


Figura 5.30 - Resultados para a IMAGEM 17

Figura 5.31 – Resultados para a **IMAGEM 18**

5.2.4 FLUXO TRANSVERSAL À DIREÇÃO DE MAIOR CONTINUIDADE

No capítulo 3, item 3.2.4, foi constatado um efeito dispersivo exagerado quando procurava-se simular fluxo bifásico transversal à direção de maior permeabilidade em um meio homogêneo anisotrópico (TESTE N°5). Como consequência foi implantado o esquema TVD, que se mostrou efetivo no controle dessa dispersão numérica.

Com o objetivo de demonstrar este mesmo efeito utilizando agora as imagens heterogêneas geradas nesse capítulo e, neste caso, envolvendo também os processos de mudança de escala, inverteu-se a orientação do fluxo na IMAGEM 8, a qual apresenta uma forte anisotropia a N45°E. O poço produtor será então posicionado no canto inferior direito e o poço injetor no canto superior esquerdo da imagem. Com essa nova configuração, o fluxo tenderá a cortar a direção de maior continuidade das estruturas de heterogeneidade.

Os mapas de pressão resultantes das simulações na pequena escala, tensorial 20 x 20 e convencional 20 x 20, estão mostrados na Figura 5.32. Não há dúvidas, baseado nos campos de pressão resultantes, que o tratamento tensorial na mudança de escala e simulação de fluxo consegue captar de forma mais eficiente as características das heterogeneidades presentes na pequena escala.

As respostas de fluxo bifásico sem uso do TVD, no entanto, sofrem grandes distorções devido à dispersão numérica excessiva. Na Figura 5.33 estão os mapas de saturação correspondentes a 0,5 volume poroso injetado, e na Figura 5.34 estão as respostas do corte de água. Neste caso o desempenho do simulador tensorial fica bastante prejudicado, não representando adequadamente o fluxo bifásico.

5.2.4 FLUXO TRANSVERSAL À DIREÇÃO DE MAIOR CONTINUIDADE

No capítulo 3, item 3.2.4, foi constatado um efeito dispersivo exagerado quando procurava-se simular fluxo bifásico transversal à direção de maior permeabilidade em um meio homogêneo anisotrópico (TESTE N°6). Como consequência foi implantado o esquema TVD, que se mostrou efetivo no controle dessa dispersão numérica.

Com o objetivo de demonstrar este mesmo efeito utilizando agora as imagens heterogêneas geradas nesse capítulo e, neste caso, envolvendo também os processos de mudança de escala, inverteu-se a orientação do fluxo na IMAGEM 8, a qual apresenta uma forte anisotropia a N45°E. O poço produtor será então posicionado no canto inferior direito e o poço injetor no canto superior esquerdo da imagem. Com essa nova configuração, o fluxo tenderá a cortar a direção de maior continuidade das estruturas de heterogeneidade.

Os mapas de pressão resultantes das simulações na pequena escala, tensorial 20 x 20 e convencional 20 x 20, estão mostrados na Figura 5.32. Não há dúvidas, baseado nos campos de pressão resultantes, que o tratamento tensorial na mudança de escala e simulação de fluxo consegue captar de forma mais eficiente as características das heterogeneidades presentes na pequena escala.

As respostas de fluxo bifásico sem uso do TVD, no entanto, sofrem grandes distorções devido à dispersão numérica excessiva. Na Figura 5.33 estão os mapas de saturação correspondentes a 0,5 volume poroso injetado, e na Figura 5.34 estão as respostas do corte de água. Neste caso o desempenho do simulador tensorial fica bastante prejudicado, não representando adequadamente o fluxo bifásico.

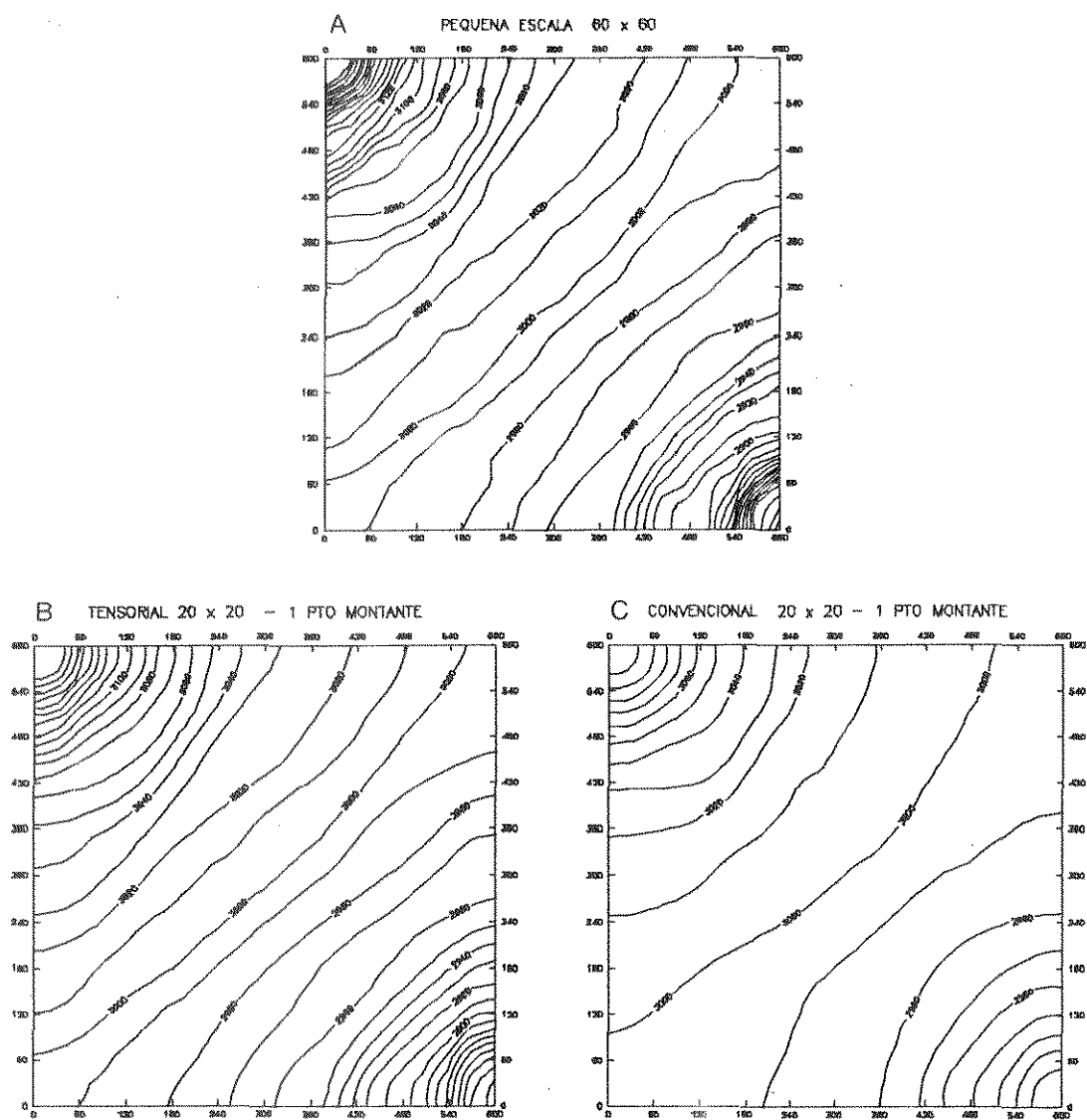


Figura 5.32 - Mapas de pressão da IMAGEM 8

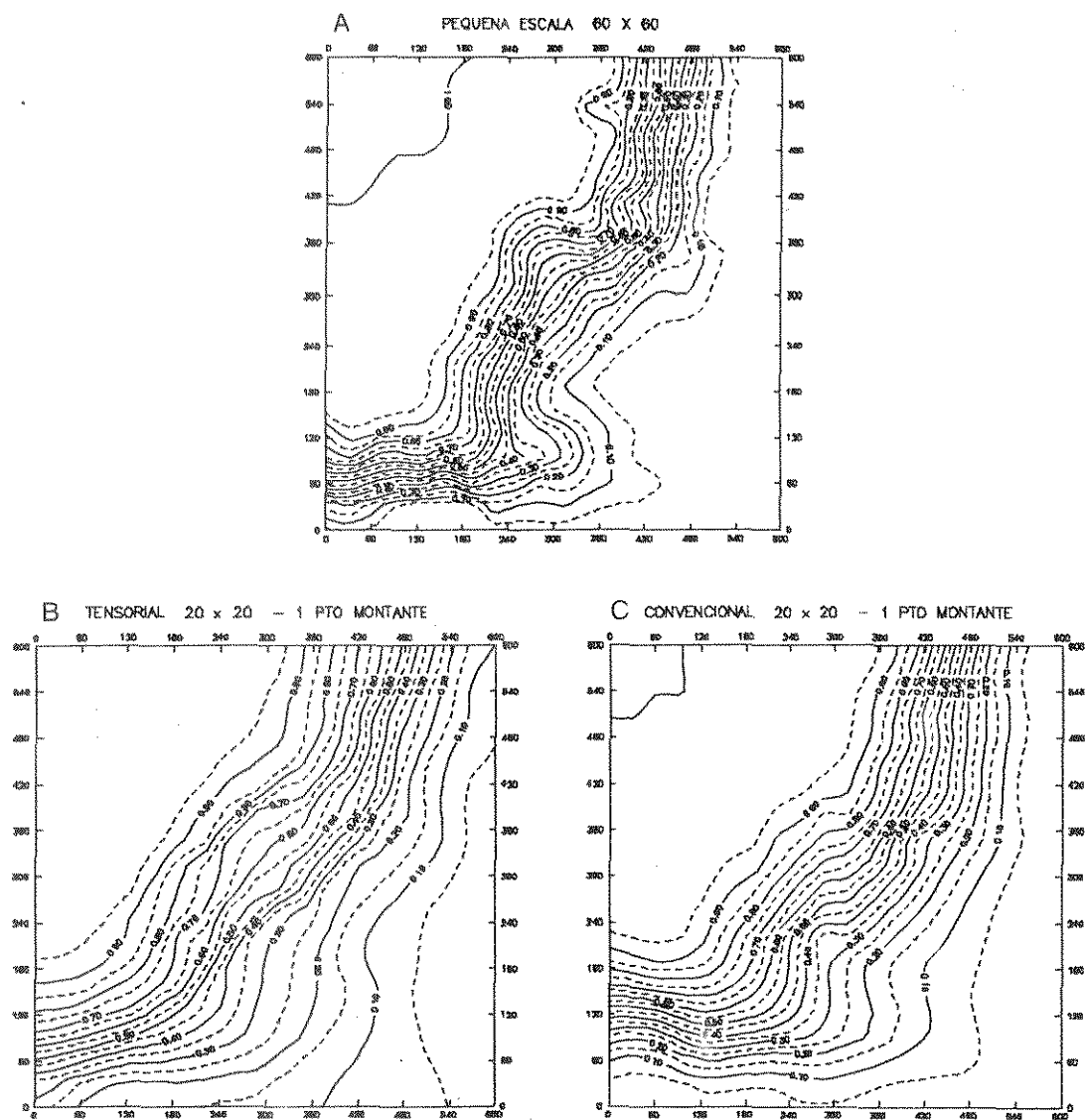


Figura 5.33 - Mapas de saturação da IMAGEM 8
simulação sem TVD

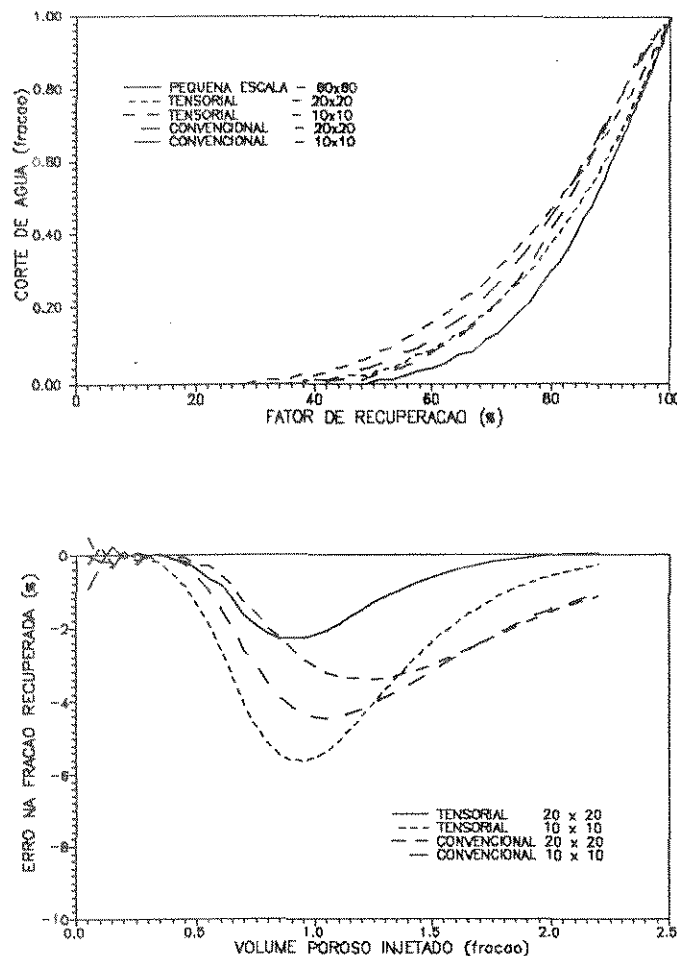


Figura 5.34 - Corte de água e erro na
fração recuperada
IMAGEM 8, simulação sem TVD

O uso do esquema TVD se mostrou bastante efetivo no controle da dispersão numérica também neste caso. O comportamento do corte de água e os mapas de saturação referentes a esta opção estão nas Figuras 5.35 e 5.36, respectivamente. Nota-se agora uma representação bastante fiel da frente de avanço, com nítida vantagem para o tratamento tensorial.

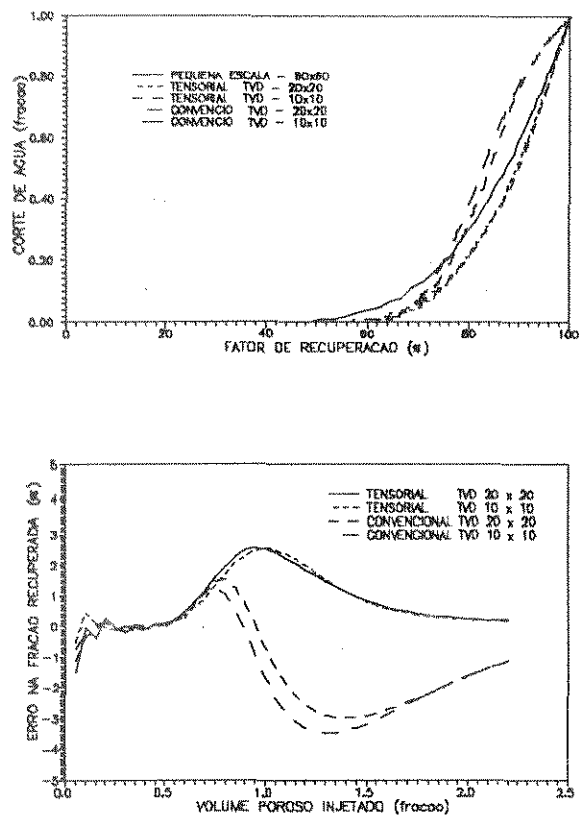


Figura 5.35 - Corte de água e erro na fração recuperada
IMAGEM 8, simulação com TVD

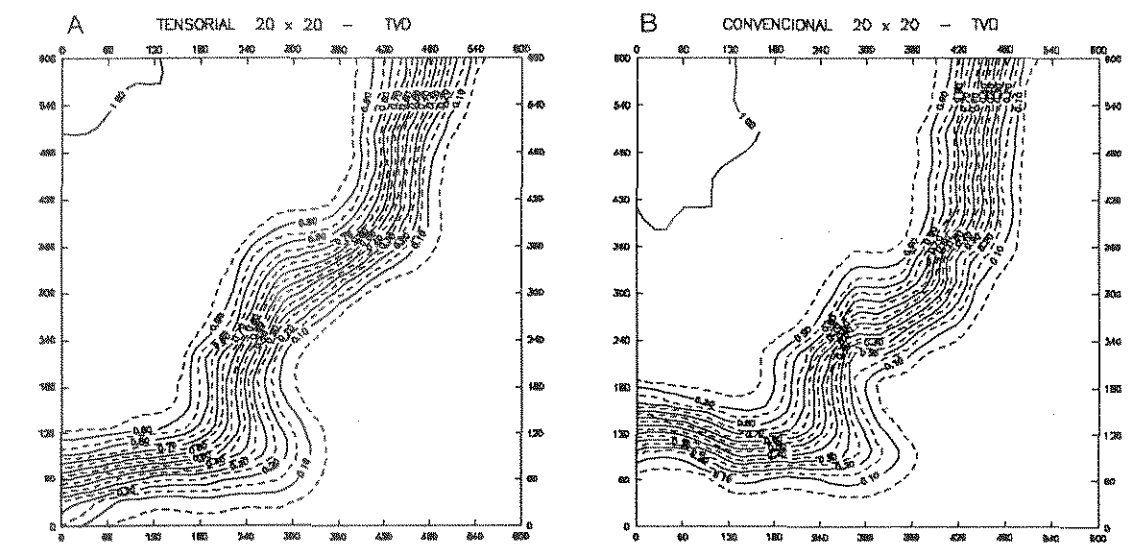


Figura 5.36 - Mapas de saturação da IMAGEM 8
simulação com TVD

5.2.5 A RELAÇÃO ENTRE TAMANHO DE BLOCO E ESCALA DE HETEROGENEIDADE

As análises anteriores, especialmente aquelas referentes à variação da anisotropia espacial (IMAGEM 8 a IMAGEM 12), demonstraram que as heterogeneidades podem ocorrer em diferentes escalas do reservatório.

Num processo de mudança de escala, fica bastante claro que o volume de homogeneização empregado pode ou não captar determinadas heterogeneidades, a depender da relação entre o seu tamanho e a escala da heterogeneidade que se quer representar. É fato também que, quanto mais refinada a representação de um reservatório, mais condições existem de se fazer uma boa reprodução das heterogeneidades através de blocos cada vez menores e internamente mais homogêneos. A Figura 5.37 procura ilustrar estas afirmações.

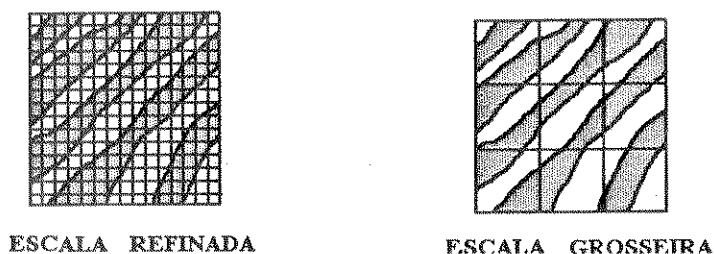


Figura 5.37 - Escala de heterogeneidade e tamanho de bloco

A vantagem do tratamento tensorial é a sua melhor capacidade em representar estruturas orientadas de heterogeneidade que ocorrem internamente aos blocos de homogeneização. Logo, ele se tornará mais efetivo, em relação ao tratamento convencional, quando ocorrerem heterogeneidades numa

escala menor do que a discretização que se quer empregar. Caso contrário, o tratamento tensorial será equivalente ao convencional, pois não terá heterogeneidade orientada a ser captada internamente à escala de discretização.

Grosseiramente falando, a representação de heterogeneidades num tratamento convencional está limitada ao contraste de permeabilidade entre blocos, enquanto que o tratamento tensorial adiciona a isto a capacidade de melhor representar heterogeneidades internas a cada bloco.

Os casos já mencionados da IMAGEM 10 e IMAGEM 15 refletem bem este problema.

Se na IMAGEM 10 forem aplicadas mudanças de escala em malhas progressivamente mais grosseiras, serão obtidos resultados como os mostrados na Figura 5.38. Nesta figura são vistos os histogramas de fatores de torção resultantes da mudança de escala tensorial, com fatores de redução 9:1, 36:1 e 100:1.

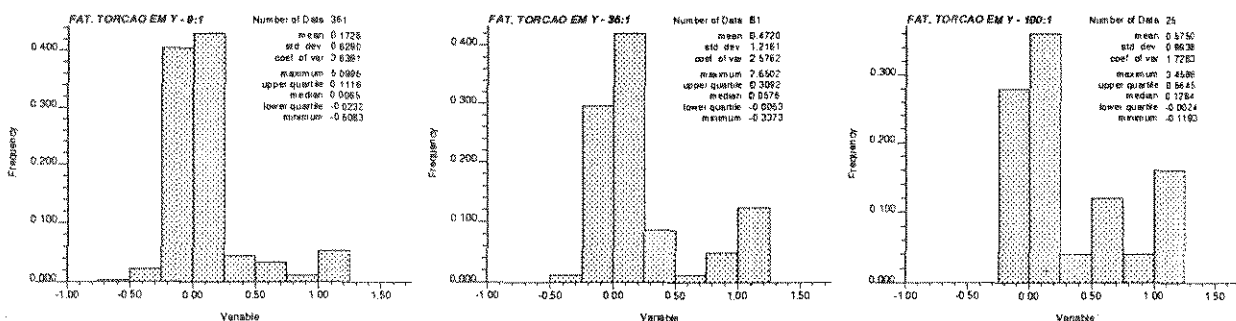


Figura 5.38 - Histogramas de fatores de torção para diferentes fatores de redução de escala - IMAGEM 10

Percebe-se nitidamente que à medida em que cresce o tamanho dos blocos da grande escala, os fatores de torção resultantes assumem valores cada vez mais expressivos. Isto significa que os blocos maiores podem, e devem, ser mais afetados pelas heterogeneidades internas. O efeito disto na simulação de fluxo

já foi verificado anteriormente, revelando que o tratamento tensorial se torna mais eficiente (em relação ao convencional de mesma escala) quando os fatores de torção assumem valores mais altos.

O mesmo processo aplicado na IMAGEM 15 produz outro tipo de resultado, como mostra a Figura 5.39.

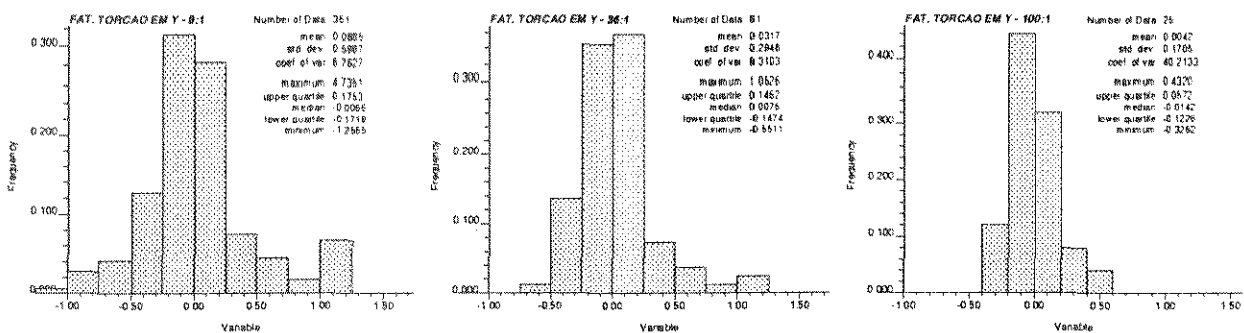


Figura 5.39 - Histogramas de fatores de torção para diferentes fatores de redução de escala - IMAGEM 15

Por se tratar de uma imagem muito heterogênea mas com distribuição espacial aleatória, quando os blocos da grande escala são pequenos (caso 20 x 20), as fortes heterogeneidades internas podem produzir localmente uma forte orientação de fluxo. No entanto, este efeito é aleatório de um bloco para outro, refletindo-se em fatores de torção significativos mas que não identificam globalmente uma orientação preferencial. Daí o caso 20 x 20 produzir o histograma simétrico visto na Figura 5.39. À medida em que o bloco de avaliação aumenta, no entanto, a aleatoriedade da população se reflete dentro da amostragem de cada bloco. Neste caso, o fluxo interno aos blocos não chega a ficar caracterizado por qualquer orientação, resultando em baixos fatores de torção.

5.2.6 O MAPEAMENTO DOS FATORES DE TORÇÃO

Pode-se fazer uma análise ainda mais interessante dos fatores de torção do que simplesmente os avaliar estatisticamente através de seus histogramas, como feito até aqui.

Ao realizar-se um processo de mudança de escala tensorial, pode-se mapear os fatores de torção resultantes em cada bloco da grande escala. Este procedimento pode revelar orientações regionalizadas de heterogeneidade e demonstrar o efeito da mudança de escala realizada na captação ou não de estruturas orientadas.

Tome-se como exemplo o caso da IMAGEM 8. Aplicando a mudança de escala tensorial com fatores de redução 9:1 e 36:1, resulta nos respectivos mapas de fatores de torção vistos na Figura 5.40 (serão analisados apenas os fatores de torção na direção **y**, já que em **x** são similares)

Observa-se nos fatores de torção uma predominância de valores maiores que 0,5 com sinal positivo, dando um padrão de cor vermelha aos mapas. Isto indica a ocorrência de uma forte e uniforme orientação da permeabilidade que aparece na imagem como um todo.

Aplicando este mesmo procedimento para a IMAGEM 15, o resultado está mostrado na Figura 5.41. Neste caso, fica caracterizada a aleatoriedade das orientações de permeabilidade detectadas, principalmente no caso 9:1. Os blocos maiores da mudança de escala 36:1 produzem fatores de torção mais baixos, como comentado no item anterior, e ainda apresentam o caráter aleatório das orientações captadas.

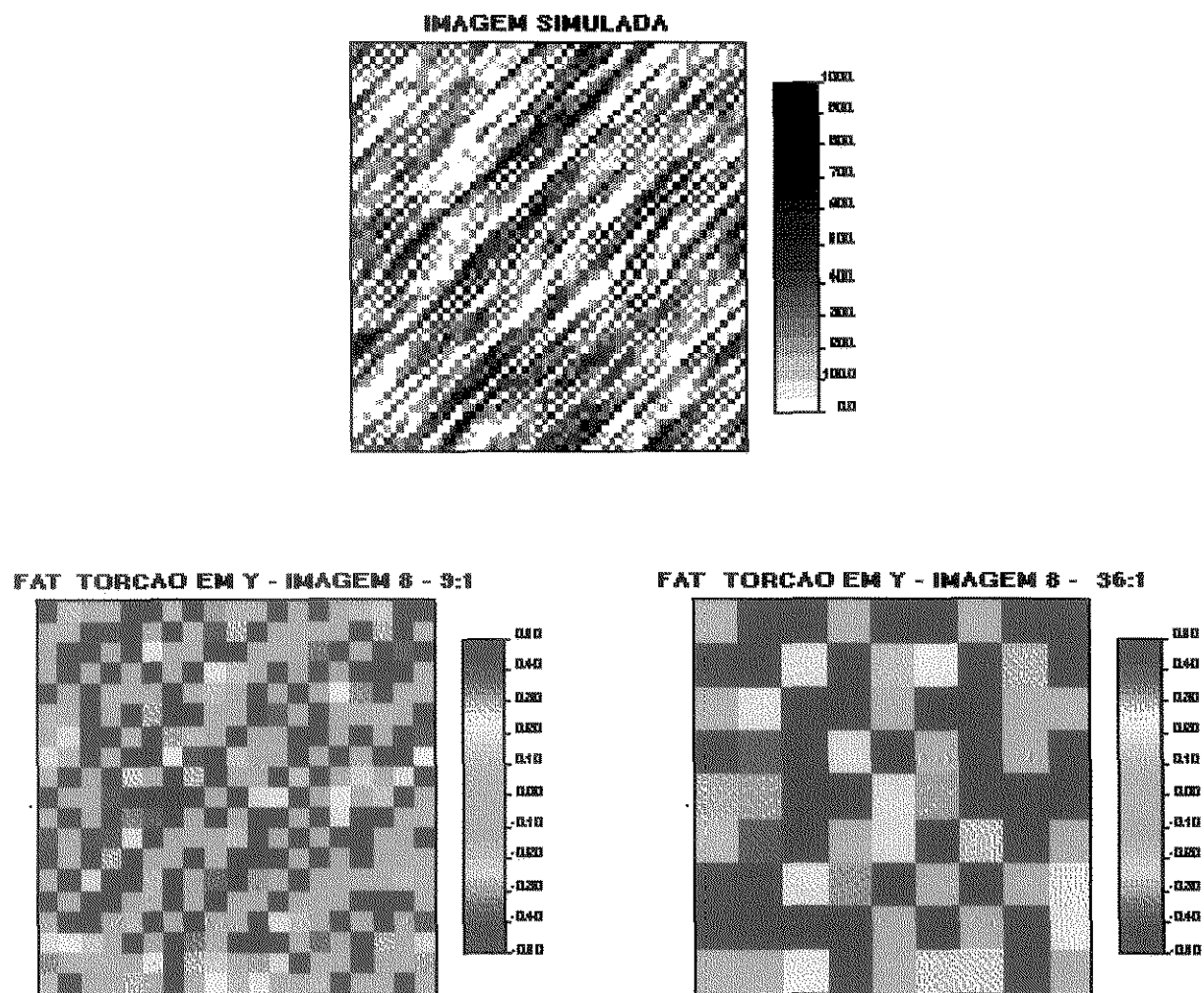


Figura 5.40– Mapas dos fatores de torção em **y** da IMAGEM 8

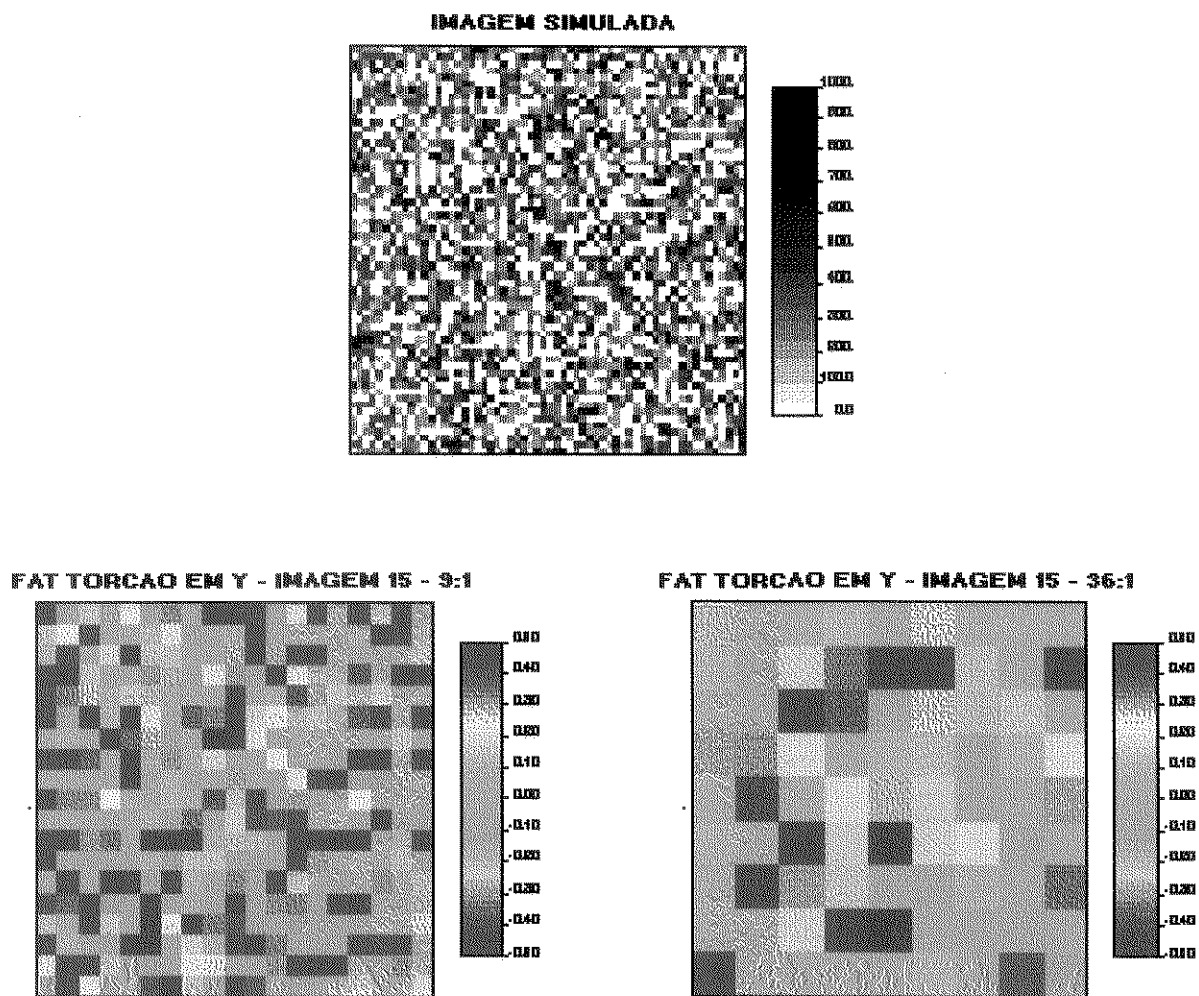


Figura 5.41 - Mapas dos fatores de torção em **y** da IMAGEM 15

Na Figura 5.42 está ilustrado o mapeamento dos fatores de torção em uma imagem criada arbitrariamente pela junção de dois padrões diferentes de heterogeneidade. O lado esquerdo da imagem apresenta estruturas orientadas a N45°W e o lado direito estruturas orientadas a N45°E. Verifica-se claramente a eficiência deste procedimento em detectar a estruturação particular de cada região, dando forte indicativo do melhor tratamento a ser empregado em cada caso.

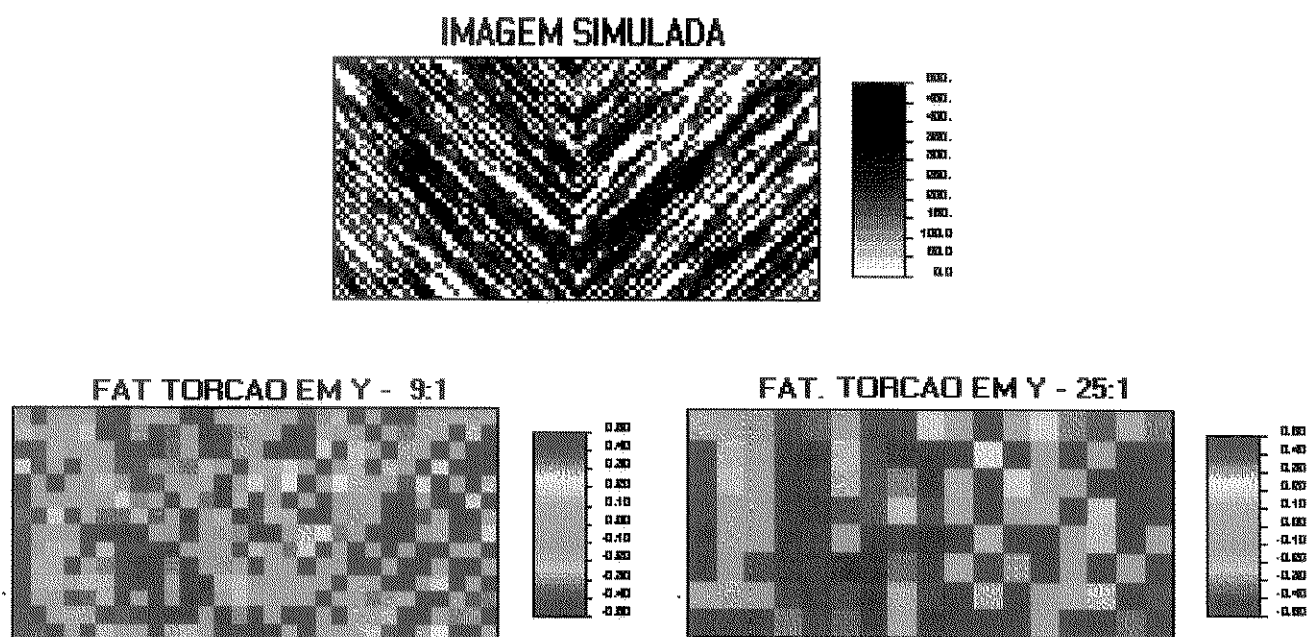


Figura 5.42 – Mapas dos fatores de torção em **y** – IMAGEM COMPOSTA

O mapeamento dos fatores de torção pode se tornar, assim, uma importante ferramenta na definição de qual escala é a mais adequada para determinado objetivo. Este procedimento pode revelar características importantes das heterogeneidades da imagem estudada e indicar a necessidade de utilizar-se ou não um tratamento tensorial da permeabilidade na posterior simulação de fluxo.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

- O simulador de fluxo com tratamento tensorial da permeabilidade se mostrou mais eficiente do que o tratamento convencional na representação de anisotropias não alinhadas com os eixos de coordenadas, captando heterogeneidades não identificadas pelo tratamento convencional.
- Sob condições de fluxo bifásico transversal à direção de maior permeabilidade, o tradicional esquema de ponderação a montante da permeabilidade relativa provoca excessiva dispersão numérica em condições tensoriais. O uso de esquema TVD ("*Total Variation Diminishing*") se mostrou efetivo no controle da dispersão, adequando o modelo a trabalhar também sob estas condições.
- Os métodos de mudança de escala com tratamento tensorial da permeabilidade (White, Gomez-Hernandez e Gomez Modificado), se mostraram eficientes na captação de heterogeneidades presentes na pequena escala, obtendo resultados compatíveis com os modelos propostos.
- As modificações introduzidas no método de Gomez-Hernandez (1991) (algoritmo GOMEZM) tornaram-no mais flexível, permitindo o uso de blocos com número ímpar de células e vizinhança variável (células adicionais externas ao bloco de interesse). O uso de uma região de vizinhança não nula ao bloco de interesse se mostrou essencial ao bom

desempenho do método. Nos testes realizados, uma vizinhança igual ou superior à metade do bloco garantiu a obtenção de resultados confiáveis.

- A existência de heterogeneidades organizadas em estruturas fortemente orientadas não garante a formação de caminhos preferenciais efetivos de fluxo. Para que isto ocorra, é necessário que a estruturação espacial esteja associada a significativos contrastes de permeabilidade (alta variabilidade).
- A ocorrência de populações com distribuição de probabilidade multimodal favoreceu a estruturação das heterogeneidades em caminhos preferenciais de fluxo, resultando num maior efeito tensorial.
- Um campo de permeabilidade que apresenta continuidade espacial globalmente isotrópica pode, ainda assim, gerar efeitos tensoriais significativos. Arranjos localizados de heterogeneidade podem induzir direcionamentos importantes no fluxo.
- A introdução de um componente aleatório (ruído) na continuidade espacial da permeabilidade enfraquece o seu efeito na orientação do fluxo. Foi constatado que componentes pepíticos representando 50% da variabilidade total podem, ainda assim, preservar níveis de organização suficientes para induzir direcionamento de fluxo e promover efeitos tensoriais.
- A vantagem do tratamento tensorial da permeabilidade, em relação ao convencional, é sua melhor capacidade em representar estruturas orientadas de heterogeneidade que ocorrem internamente aos blocos de homogeneização. Desse modo, a relação entre tamanho de bloco e dimesão da

heterogeneidade assume importância crucial na captação ou não de determinadas heterogeneidades.

- Os fatores de torção, conforme definidos no capítulo 5, se mostraram parâmetros úteis na avaliação prévia dos modelos estudados. Os fatores de torção refletem o grau de significância do efeito torcional no fluxo, induzido por heterogeneidades associadas a uma determinada escala menor do que a do bloco de avaliação.
- O fator de torção consegue captar eficientemente o caráter torcional do fluxo, que é influenciado simultaneamente por diversos aspectos da heterogeneidade (continuidade, variabilidade, ângulo, anisotropia). Este parâmetro é um bom indicador da necessidade do tratamento tensorial. Nos casos analisados obteve-se valores de 0,2 para populações unimodais e de 0,12 para multimodais como sendo os limites mínimos de fator médio de torção para justificar o tratamento tensorial.
- O mapeamento dos fatores de torção pode revelar orientações regionalizadas de heterogeneidade e auxiliar na tarefa de definir qual escala é mais apropriada para determinado objetivo. Este procedimento pode indicar a necessidade de se utilizar ou não o tratamento tensorial na posterior simulação de fluxo.
- Nos casos testados, a simulação tensorial consumiu em média cerca de 50% a mais de tempo de CPU do que a simulação convencional. O tempo gasto com o processo de mudança de escala, mesmo os métodos tensoriais, não chega a representar 2% do tempo de uma simulação de fluxo.

- Recomenda-se, nos processos de mudança de escala da permeabilidade absoluta, analisar os fatores de torção conforme apresentado neste trabalho, como forma de avaliar previamente as condições tensoriais da imagem a ser simulada. Este procedimento deve indicar a necessidade ou não do tratamento tensorial da permeabilidade.
- Recomenda-se, para investigações futuras, otimizar a aplicação dos métodos TVD a simuladores de fluxo sob condições tensoriais.
- Recomenda-se desenvolver um simulador de fluxo com tratamento tensorial da permeabilidade utilizando o esquema de discretização por nove pontos (em duas dimensões) com fluxo em diagonal, comparando seu desempenho ao obtido neste trabalho com métodos TVD.
- Recomenda-se investigar com maior profundidade a influência do tamanho da vizinhança ao bloco de interesse nos resultados do método de mudança de escala de Gomez-Hernandez.

REFERÊNCIAS

- [1] AZIZ, K. and SETTARI, A.: "Petroleum Reservoir Simulation", Applied Science Publishers, London and New York, 1979.
- [2] BEGG, S. H.; CHANG, D. M. and HALDORSEN, H. H.: "A Simple Statistical Method for Calculating the Effective Vertical Permeability of a Reservoir Containing Discontinuous Shale", SPE 14271, SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Las Vegas, September, 1985.
- [3] BEGG, S. H. and KING, P.R.: "Modeling the Effects of Shales on Reservoir Performance: Calculation of Effective Vertical Permeability", SPE Symposium on Reservoir Simulation, Dallas, Texas, 1985.
- [4] BEGG, S. H.; CARTER, R. R. and DRANFLELD, P.: "Assigning Effective Values to Simulator Gridblock Parameters for Heterogeneous Reservoirs", SPE Reservoir Engineering, pp. 455-463, November, 1989.
- [5] CRUZ, P. S.: "Análise Crítica dos Métodos de Mudança de Escala Associados à Simulação de Reservatórios", dissertação de mestrado, UNICAMP, 1991.
- [6] DAGAN, G.: "Models of Groundwater Flow in Statistically Homogeneous Porous Formation", Water Resources Research, vol. 15, pp. 47-63, 1979.
- [7] DESBARATS, A. J.: "Numerical Estimation of Effective Permeability in Sand-Shale Formations", Water Resources Research, vol. 23, nº 2, pp. 273-286, February, 1987.
- [8] DEUTSCH, C. V. and JOURNEL, A. G.: "GSLIB - Geoestatistical Software Library and User's Guide", New York, Oxford University Press, 340 p., 1992.

- [9] DURLOFSKY, L. J. and CHUNG, E. Y.: "Effective Permeability of Heterogeneous Reservoir Regions", *2nd European Conference on the Mathematics of Oil Recovery*, pp. 57-64, Paris, 1990.
- [10] DURLOFSKY, L. J.: "Numerical Calculation of Equivalent Grid Block Permeability Tensors for Heterogeneous Porous Media", *Water Resources Research*, vol. 27, n° 5, pp. 699-708, May, 1991.
- [11] DURLOFSKY, L. J.: "Modeling Fluid Flow Through Complex Reservoir Beds", *SPE Formation Evaluation*, pp. 315-322, December, 1992.
- [12] FINLEY, R. J. and TYLER, N.: "Geological Characterization of Sandstone Reservoir", *Reservoir Characterization*, ed. L. W. Lake and H. B. Carroll, pp. 1-38, Academic Press, New York, 1986.
- [13] GELHAR, L. W. and AXNESS, C. L.: "Three-Dimensional Stochastic Analysis of Macrodistribution in Aquifers", *Water Resources Research*, vol. 11, n° 5, pp. 725-741, 1975.
- [14] GOMEZ-HERNANDEZ, J. J.: "A Stochastic Approach to the Simulation of Block Conductivity Fields Conditioned upon Data Measured at a Smaller Scale", PhD Dissertation, Stanford University, 1991.
- [15] GOMEZ-HERNANDEZ, J. J. and JOURNEL, A. G.: "Stochastic Characterization of Grid-Block Permeabilities: from Point Values to Block Tensors", *2nd European Conference on the Mathematics of Oil Recovery*, pp. 83-90, Paris, 1990.
- [16] HALDORSEN, H. H. and LAKE, L.W.: "A New Approach to Shale Management in Field-Scale Models", *SPE Journal of Petroleum Technology*, pp. 447-457, August, 1984.
- [17] HALDORSEN, H. H.: "Simulator Parameter Assignment and the Problem of Scale in Reservoir Engineering", *Reservoir Characterization*, ed. L. W. Lake and H. B. Carroll, Academic Press, Orlando, pp.295-340, 1986a.

-
- [18] HALDORSEN, H. H. and CHANG, D. M.: "Notes on Stochastic Shales; From Outcrop to Simulation Model", *Reservoir Characterization*, ed. L. W. Lake and H. B. Carroll, Academic Press, Orlando, pp.445-485, 1986b.
- [19] HARTEN, A.; LAX, P. D. and VAN LEER, B.: "On Upstream Differencing and Godunov-type Schemes for Hyperbolic Conservation Laws", *SIAM Review*, vol. 25, nº 1, January, 1983.
- [20] HEWETT, T. A. and BEHRENS, R. A.: "Considerations Affecting the Scaling of Displacements in Heterogeneous Permeability Distributions", SPE 20739, *65th Annual Technical Conference and Exhibition of SPE*, New Orleans, September, 1990.
- [21] HOLDEN, L. and LIA, O.: "A Tensor Estimator for the Homogenization of Absolute Permeability", *Transport in Porous Media*, vol. 8, pp. 37-46, 1992.
- [22] JOURNEL, A. G.; DEUTSCH, C. and DESBARATS, A. J.: "Power Averaging for Block Effective Permeability", SPE 15128, *56th California Regional Meeting of SPE*, Oakland, California, April, 1986.
- [23] KASAP, E. and LAKE, L. W.: "An Analytical Method to Calculate the Effective Permeability Tensor of a Grid Block and Its Application in an Outcrop Study", SPE 18434, *SPE Symposium on Reservoir Simulation*, Houston, Texas, February, 1989.
- [24] KING, P. R.: "The Use of Renormalization for Calculating Effective Permeability", *Transport in Porous Media*, vol. 4, pp. 37-58, 1989.
- [25] LAKE, L. W.: "The Origins of Anisotropy", *SPE Journal of Petroleum Technology*, 40(10), pp. 395-396, 1988.
- [26] LAMBERT, M. E.: "A Statistical Study of Reservoir Heterogeneity", M.S. Thesis, University of Texas, Austin, 1981.

- [27] LASSETER, J. T.; WAGGONER, J. R. and LAKE, L. W.: "Reservoir Heterogeneities and Their Influence on Ultimate Recovery", *Reservoir Characterization*, ed. L. W. Lake and H. B. Carrol, Academic Press, Orlando, pp.545-559, 1986.
- [28] LE BLANC, R. J.: "Distribution and Continuity of Sandstone Reservoirs - Part 1", *SPE Journal of Petroleum Technology*, pp. 776-792, July, 1977a.
- [29] LE BLANC, R. J.: "Distribution and Continuity of Sandstone Reservoirs - Part 2", *SPE Journal of Petroleum Technology*, pp. 793-804, July, 1977b.
- [30] LE BLANC, J. L. and CLAUDLE, B. H.: "A Streamline Model for Secondary Recovery", *SPE Journal*, pp. 7-12, March, 1971.
- [31] LE LOC'H, G.: "An Efficient Strategy for Combining the Permeabilities: Pratical Application on a Simulated Reservoir", *Geoestatistics*, 2, pp. 557-568, 1989.
- [32] LEUNG, W. F.: "A Tensor Model for Anisotropic and Heterogeneous Reservoirs With Variable Directional Permeabilities", SPE 15134, *56th California Regional Meeting of the SPE*, Oakland, California, April 1986.
- [33] MATHERON, G.: "Struture et Composition des Perméabilités", *Revue de l'IFP et Annales des Combustibles Liquides*, 21(4), pp. 564-580, Abril, 1966a.
- [34] MATHERON, G.: "Genèse et Signification Énergétique de la Loi de Darcy", *Revue de l'IFP Rueuil*, 21(11), pp. 1697-1706, 1966b.
- [35] MATHERON, G.: "Composition des Perméabilités en Milieu Poreux Hétérogène: Critique de la Règle de Pondération Géométrique", *Revue de l'IFP et Annales des Combustibles Liquides*, 23(2), pp. 201-218, Février, 1968.
- [36] PINTO, A. C. C.: "Esquemas de Alta Resolução para Controle da Dispersão Numérica em Simulação de Reservatórios", dissertação de mestrado, UNICAMP, 1991.

-
- [37] QUINTARD, M. and WHITAKER, S.: "Single Phase Flow in Porous Media: the Effect of Local Heterogeneities", *2nd IFP Exploration Research Conference*, Carcans, France, June, 1987.
- [38] ROCHA, P. S. M. V.: "Efeito de Orientação de Malha na Simulação Numérica de Reservatórios de Petróleo - Esquemas de Solução por Nove Pontos", dissertação de mestrado, Ouro Preto, 1987.
- [39] RUBIN, B. and BLUNT, M. J.: "Higher-Order Implicit Flux Limiting Schemes for Black-Oil Simulation", SPE 21222, February, 1991.
- [40] SHIRALKAR, G. S.: "Reservoir Simulation of Generally Anisotropic Systems", *SPE Reservoir Engineering*, pp. 409-414, August, 1990.
- [41] STEHFEST, H.: "Numerical Inversion of Laplace Transforms", *Communication of ACM*, pp. 47-49, January 1970.
- [42] WARREN, J. E. and PRICE, H. S.: "Flow in Heterogeneous Porous Media", *SPE Journal*, pp. 153-169, September 1961.
- [43] WEBER, K. J.: "Influence of Common Sedimentary Structures on Fluid Flow in Reservoir Models", *SPE Journal of Petroleum Technology*, pp. 665-672, March, 1982.
- [44] WEBER, K. J.: "How Heterogeneity Affects Oil Recovery", *Reservoir Characterization*, ed. L. W. Lake and H. B. Carroll, Academic Press, Orlando, pp.487-544, 1986.
- [45] WHITE, C. D.: "Representation of Heterogeneity for Numerical Reservoir Simulation", PhD Dissertation, Stanford University, Stanford, 1987.
- [46] WHITE, C. D. and HORNE, R. N.: "Computing Absolute Transmissibility in the Presence of Fine-Scale Heterogeneity", SPE 16011, *Ninth SPE Symposium on Reservoir Simulation*, San Antonio, Texas, February, 1987.

APÊNDICES

A. EQUACIONAMENTO DO FLUXO PARA BLOCOS DE FRONTEIRA

Conforme discutido no item 3.1.2, os blocos situados nas fronteiras do modelo tensorial desenvolvido apresentam um equacionamento particular. A seguir tem-se as equações de fluxo resultantes para cada caso.

● Para blocos pertencentes à fronteira esquerda:

$$I = 1$$

$$J = 2 \text{ a } N_y - 1$$

$$\begin{aligned}
 R_{1ij} = & \left[T_{yy1_{i,j-1/2}} - \frac{T_{xy1_{i+1/2,j}}}{4} + \frac{T_{yx1_{i,j-1/2}}}{4} \right] (p_{i,j-1} - p_{ij}) + \\
 & + \left[T_{yy1_{i,j+1/2}} - \frac{T_{yx1_{i,j+1/2}}}{4} + \frac{T_{xy1_{i+1/2,j}}}{4} \right] (p_{i,j+1} - p_{ij}) + \\
 & + \left[-\frac{T_{xy1_{i+1/2,j}}}{4} - \frac{T_{yx1_{i,j-1/2}}}{4} \right] (p_{i+1,j-1} - p_{ij}) + \\
 & + \left[T_{xx1_{i+1/2,j}} - \frac{T_{yx1_{i,j-1/2}}}{4} + \frac{T_{xy1_{i,j+1/2}}}{4} \right] (p_{i+1,j} - p_{ij}) + \\
 & + \left[\frac{T_{xy1_{i+1/2,j}}}{4} + \frac{T_{yx1_{i,j+1/2}}}{4} \right] (p_{i+1,j+1} - p_{ij}) + \\
 & - \frac{\Delta V_{ij}}{\Delta t} \left[\left(\frac{\phi S_l}{B_l} \right)^{n+1} - \left(\frac{\phi S_l}{B_l} \right)^n \right]_{ij} - Q_{1ij}
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

● Para blocos pertencentes à fronteira direita:

$$I = N_x$$

$$J = 2 \text{ a } N_y - 1$$

$$\begin{aligned}
 R_{1ij} = & \left[\frac{T_{xyl_{i-1/2j}}}{4} + \frac{T_{yxl_{ij-1/2}}}{4} \right] (p_{i-1j-1} - p_{ij}) + \\
 & + \left[T_{xxl_{i-1/2j}} - \frac{T_{yxl_{ij-1/2}}}{4} + \frac{T_{yxl_{ij-1/2}}}{4} \right] (p_{i-1j} - p_{ij}) + \\
 & + \left[-\frac{T_{xyl_{i-1/2j}}}{4} - \frac{T_{yxl_{ij+1/2}}}{4} \right] (p_{i-1j+1} - p_{ij}) + \\
 & + \left[T_{yy l_{ij-1/2}} - \frac{T_{yxl_{ij-1/2}}}{4} + \frac{T_{xyl_{i-1/2j}}}{4} \right] (p_{ij-1} - p_{ij}) + \\
 & + \left[T_{yy l_{ij+1/2}} - \frac{T_{xyl_{i-1/2j}}}{4} + \frac{T_{yxl_{ij+1/2}}}{4} \right] (p_{ij+1} - p_{ij}) + \\
 & - \frac{\Delta V_{ij}}{\Delta t} \left[\left(\frac{\phi S_l}{B_l} \right)^{n+1} - \left(\frac{\phi S_l}{B_l} \right)^n \right]_{ij} - Q_{1ij}
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

● Para blocos pertencentes à fronteira inferior:

$$I = 2 \text{ a } N_x - 1$$

$$J = 1$$

$$\begin{aligned}
 R_{1ij} = & \left[T_{xxl_{i-1/2j}} - \frac{T_{yxl_{ij+1/2}}}{4} + \frac{T_{xyl_{i-1/2j}}}{4} \right] (p_{i-1j} - p_{ij}) + \\
 & + \left[-\frac{T_{xyl_{i-1/2j}}}{4} - \frac{T_{yxl_{ij+1/2}}}{4} \right] (p_{i-1j+1} - p_{ij}) + \\
 & + \left[T_{yy l_{ij+1/2}} - \frac{T_{xyl_{i-1/2j}}}{4} + \frac{T_{xyl_{i+1/2j}}}{4} \right] (p_{ij+1} - p_{ij}) + \\
 & + \left[T_{xxl_{i+1/2j}} - \frac{T_{xyl_{i+1/2j}}}{4} + \frac{T_{yxl_{ij+1/2}}}{4} \right] (p_{i+1j} - p_{ij}) + \\
 & + \left[\frac{T_{xyl_{i+1/2j}}}{4} + \frac{T_{yxl_{ij+1/2}}}{4} \right] (p_{i+1j+1} - p_{ij}) + \\
 & - \frac{\Delta V_{ij}}{\Delta t} \left[\left(\frac{\phi S_l}{B_l} \right)^{n+1} - \left(\frac{\phi S_l}{B_l} \right)^n \right]_{ij} - Q_{1ij}
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

● Para blocos pertencentes à fronteira superior:

$$I = 2 \text{ a } N_x - 1$$

$$J = N_y$$

$$\begin{aligned}
 R_{l_{ij}} = & \left[\frac{T_{xyl_{i-1/2 \ j}}}{4} + \frac{T_{yx l_{i \ j-1/2}}}{4} \right] (p_{i-1 \ j-1} - p_{ij}) + \\
 & + \left[T_{xx l_{i-1/2 \ j}} - \frac{T_{xyl_{i-1/2 \ j}}}{4} + \frac{T_{yx l_{i \ j-1/2}}}{4} \right] (p_{i-1 \ j} - p_{ij}) + \\
 & + \left[T_{yy l_{i \ j-1/2}} - \frac{T_{xyl_{i+1/2 \ j}}}{4} + \frac{T_{xyl_{i-1/2 \ j}}}{4} \right] (p_{i \ j-1} - p_{ij}) + \\
 & + \left[-\frac{T_{xyl_{i+1/2 \ j}}}{4} - \frac{T_{yx l_{i \ j-1/2}}}{4} \right] (p_{i+1 \ j-1} - p_{ij}) + \\
 & + \left[T_{xx l_{i+1/2 \ j}} - \frac{T_{yx l_{i \ j-1/2}}}{4} + \frac{T_{xyl_{i+1/2 \ j}}}{4} \right] (p_{i+1 \ j} - p_{ij}) + \\
 & - \frac{\Delta V_{ij}}{\Delta t} \left[\left(\frac{\phi S_l}{B_l} \right)^{n+1} - \left(\frac{\phi S_l}{B_l} \right)^n \right]_{ij} - Q_{l_{ij}}
 \end{aligned} \tag{A.4}$$

● Para o bloco do canto inferior esquerdo:

$$I = 1$$

$$J = 1$$

$$\begin{aligned}
 R_{l_{ij}} = & \left[T_{yy l_{i+1/2 j}} - \frac{T_{yx l_{i+1/2 j}}}{4} + \frac{T_{xy l_{i+1/2 j}}}{4} \right] (p_{i+1 j} - p_{ij}) + \\
 & + \left[T_{xx l_{i+1/2 j}} - \frac{T_{xy l_{i+1/2 j}}}{4} + \frac{T_{yx l_{i+1/2 j}}}{4} \right] (p_{i+1 j} - p_{ij}) + \\
 & + \left[\frac{T_{xy l_{i+1/2 j}}}{4} + \frac{T_{yx l_{i+1/2 j}}}{4} \right] (p_{i+1 j+1} - p_{ij}) + \\
 & - \frac{\Delta V_{ij}}{\Delta t} \left[\left(\frac{\phi S_l}{B_l} \right)^{n+1} - \left(\frac{\phi S_l}{B_l} \right)^n \right]_{ij} - Q_{l_{ij}}
 \end{aligned} \tag{A.5}$$

● Para o bloco do canto inferior direito:

$$I = N_x$$

$$J = 1$$

$$\begin{aligned}
 R_{l_{ij}} = & \left[T_{xx l_{i-1/2 j}} - \frac{T_{yx l_{i-1/2 j}}}{4} + \frac{T_{xy l_{i-1/2 j}}}{4} \right] (p_{i-1 j} - p_{ij}) + \\
 & + \left[-\frac{T_{xy l_{i-1/2 j}}}{4} - \frac{T_{yx l_{i-1/2 j}}}{4} \right] (p_{i-1 j+1} - p_{ij}) + \\
 & + \left[T_{yy l_{i+1/2 j}} - \frac{T_{xy l_{i+1/2 j}}}{4} + \frac{T_{yx l_{i+1/2 j}}}{4} \right] (p_{i+1 j+1} - p_{ij}) + \\
 & - \frac{\Delta V_{ij}}{\Delta t} \left[\left(\frac{\phi S_l}{B_l} \right)^{n+1} - \left(\frac{\phi S_l}{B_l} \right)^n \right]_{ij} - Q_{l_{ij}}
 \end{aligned} \tag{A.6}$$

● Para o bloco do canto superior esquerdo:

$$I = 1$$

$$J = N_y$$

$$\begin{aligned}
 R_{lij} = & \left[T_{yy l_{i j-1/2}} - \frac{T_{xy l_{i+1/2 j}}}{4} + \frac{T_{yx l_{i j-1/2}}}{4} \right] (p_{i j-1} - p_{ij}) + \\
 & + \left[-\frac{T_{xy l_{i+1/2 j}}}{4} - \frac{T_{yx l_{i j-1/2}}}{4} \right] (p_{i+1 j-1} - p_{ij}) + \\
 & + \left[T_{xx l_{i+1/2 j}} - \frac{T_{yx l_{i j-1/2}}}{4} + \frac{T_{xy l_{i+1/2 j}}}{4} \right] (p_{i+1 j} - p_{ij}) + \\
 & - \frac{\Delta V_{ij}}{\Delta t} \left[\left(\frac{\phi S_l}{B_l} \right)^{n+1} - \left(\frac{\phi S_l}{B_l} \right)^n \right]_{ij} - Q_{lij}
 \end{aligned} \tag{A.7}$$

● Para o bloco do canto superior direito:

$$I = N_x$$

$$J = N_y$$

$$\begin{aligned}
 R_{lij} = & \left[\frac{T_{xy l_{i-1/2 j}}}{4} + \frac{T_{yx l_{i j-1/2}}}{4} \right] (p_{i-1 j-1} - p_{ij}) + \\
 & + \left[T_{xx l_{i-1/2 j}} - \frac{T_{xy l_{i-1/2 j}}}{4} + \frac{T_{yx l_{i j-1/2}}}{4} \right] (p_{i-1 j} - p_{ij}) + \\
 & + \left[T_{yy l_{i j-1/2}} - \frac{T_{yx l_{i j-1/2}}}{4} + \frac{T_{xy l_{i-1/2 j}}}{4} \right] (p_{i j-1} - p_{ij}) + \\
 & - \frac{\Delta V_{ij}}{\Delta t} \left[\left(\frac{\phi S_l}{B_l} \right)^{n+1} - \left(\frac{\phi S_l}{B_l} \right)^n \right]_{ij} - Q_{lij}
 \end{aligned} \tag{A.8}$$

B. SOLUÇÃO ANALÍTICA: FLUXO MONOFÁSICO UNIDIRECIONAL

● REGIME PERMANENTE

A equação diferencial que governa o fluxo monofásico em um meio unidimensional, na situação representada na Figura B.1, pode ser escrita como:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\phi \mu C_t}{K} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{B.1})$$

onde C_t é a compressibilidade total do sistema rocha-fluido.

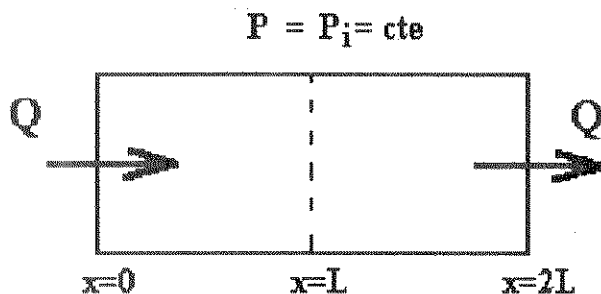


Figura B.1 - Fluxo monofásico em regime permanente

Aproveitando a simetria do problema, será considerada para efeito de solução apenas a metade esquerda do meio, sabendo-se que exatamente na metade do volume considerado a pressão deverá se manter inalterada, já que as vazões de produção e injeção são iguais.

Definindo as variáveis adimensionais:

$$x_D = x/L \quad (B.2)$$

$$t_D = \frac{K}{\phi \mu C_t L^2} t \quad (B.3)$$

$$p_D = \frac{p_i - p}{\frac{q \mu L}{KA}} \quad (B.4)$$

A equação (B.1) em sua forma adimensionalizada fica, então:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial x_D^2} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (B.5)$$

As condições de contorno e inicial são dadas por:

Condição inicial:

$$p_D(x_D, t_D=0) = 0 \quad (B.6)$$

Condições de contorno:

$$\left. \frac{\partial p_D}{\partial x_D} \right|_{x_D=0} = -1 \quad (B.7)$$

$$p_D(x_D=1, t_D) = 0 \quad (B.8)$$

Aplicando a Transformada de Laplace nas equações (B.5) até (B.8), tem-se o sistema representado no domínio de Laplace:

$$\frac{\partial^2 \bar{p}_D}{\partial x^2} - s \bar{p}_D = 0 \quad (\text{B.9})$$

$$\left. \frac{\partial \bar{p}_D}{\partial x_D} \right|_{x_D=0} = -1/s \quad (\text{B.10})$$

$$\bar{p}_D(x_D=1, s) = 0 \quad (\text{B.11})$$

A solução da equação (B.9) é dada por:

$$\bar{p}_D = C_1 e^{\sqrt{s} x_D} + C_2 e^{-\sqrt{s} x_D} \quad (\text{B.12})$$

onde C_1 e C_2 são constantes a serem determinadas.

Aplicando as condições de contorno (B.10) e (B.11) chega-se nas seguintes expressões para C_1 e C_2 :

$$C_1 = - \frac{e^{-2\sqrt{s}}}{s\sqrt{s} (e^{-2\sqrt{s}} + 1)} \quad (\text{B.13})$$

$$C_2 = \frac{1}{s\sqrt{s} (e^{-2\sqrt{s}} + 1)} \quad (\text{B.14})$$

Com isso, a solução da equação (B.9), no campo de Laplace, é dada por:

$$\bar{p}_D(x_D, s) = \frac{[e^{-\sqrt{s} x_D} - e^{-2\sqrt{s}} \cdot e^{\sqrt{s} x_D}]}{[s\sqrt{s} (e^{-2\sqrt{s}} + 1)]} \quad (\text{B.14})$$

A solução no tempo real pode ser obtida através da inversão da equação (B.14), utilizando o algoritmo de Stehfest (1970).

● REGIME PSEUDO-PERMANENTE

A equação diferencial que governa o fluxo monofásico em um meio unidimensional, na situação representada na Figura B.2, é exatamente a mesma expressão (B.1) do caso anterior.

Apenas as condições de contorno são alteradas, já que a face é selada em x igual a zero e a vazão de produção especificada em x igual a L .

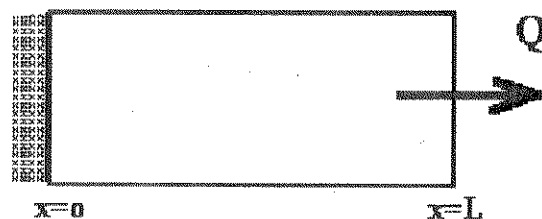


Figura B.2 - Fluxo monofásico em regime pseudo-permanente

Dessa forma, a equação e condições de contorno já representada no campo de Laplace são dadas por:

$$\frac{\partial^2 \bar{p}_D}{\partial x^2} - s \bar{p}_D = 0 \quad (\text{B.15})$$

$$\left. \frac{\partial \bar{p}_D}{\partial x_D} \right|_{x_D=0} = 0 \quad (\text{B.16})$$

$$\left. \frac{\partial \bar{p}_D}{\partial x_D} \right|_{x_D=1} = 1 \quad (\text{B.17})$$

A solução de (B.15) é a mesma apresentada na equação (B.12):

$$\bar{p}_D = C_1 e^{\sqrt{s} x_D} + C_2 e^{-\sqrt{s} x_D} \quad (\text{B.18})$$

onde C_1 e C_2 são constantes a serem determinadas.

Aplicando as condições de contorno (B.16) e (B.17), chega-se nas seguintes expressões para C_1 e C_2 :

$$C_1 = \frac{1}{s\sqrt{s} (e^{\sqrt{s}} - e^{-\sqrt{s}})} \quad (\text{B.19})$$

$$C_2 = C_1$$

Com isso, a solução da equação (B.15), no campo de Laplace, é dada por:

$$\bar{p}_D(x_D, s) = \frac{(e^{\sqrt{s} x_D} + e^{-\sqrt{s} x_D})}{s\sqrt{s} (e^{\sqrt{s}} - e^{-\sqrt{s}})} \quad (\text{B.20})$$

Da mesma forma, a solução no tempo real pode ser obtida através da inversão da equação (B.20), utilizando o algoritmo de Stehfest (1970).