

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
ÁREA DE GEOLOGIA DE PETRÓLEO**

Dissertação apresentada ao Instituto de Geociências
como requisito parcial à obtenção do título de
Mestre em Geoengenharia de Reservatório

**ESTIMATIVA DA PERMEABILIDADE INTEGRANDO DADOS
DE PRESSÃO CAPILAR E PERFIS DE POÇOS**

Autor: Gerson Luis Moraes Menezes ⁵²⁴
Orientador: Osvaldo Vidal Trevisan
Co-orientador: Euclides José Bonet

Este exemplar corresponde à
redação final da tese defendida
por Gerson L. M. Menezes
e aprovada pela Comissão Julgadora
em 25/02/94

ORIENTADOR

CAMPINAS
Estado de São Paulo - Brasil
Fevereiro / 1994

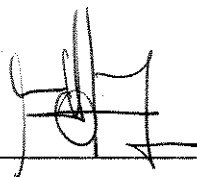
UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
ÁREA DE GEOLOGIA DE PETRÓLEO**

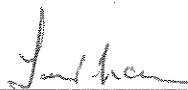
A dissertação "Estimativa da Permeabilidade Integrando Dados de Pressão Capilar e Perfis de Poços" elaborada por Gerson Luis Moraes Menezes e aprovada por todos os membros da Banca Examinadora foi aceita pela Subcomissão de Pós-graduação em Geoengenharia de Reservatório como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Geoengenharia de Reservatório.

Campinas, 25 de fevereiro de 1994.

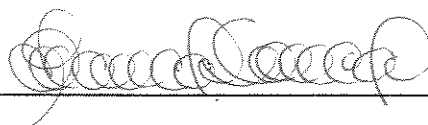
Banca examinadora:



Osvair Vidal Trevisan
(Orientador)



Paulo Tibana
(Examinador)



Antônio Cláudio de França Corrêa
(Examinador)

À minha esposa Maria de Lourdes,

ao meu filho Felipe.

À minha mãe (em memória),

e ao meu pai.

A criatividade, aliada à curiosidade e a perseverança, é a mola mestra do avanço tecnológico.

"O verdadeiro ato da descoberta não consiste em encontrar novas terras mas sim em vê-las com novos olhos"

(Marcel Proust - escritor francês)

AGRADECIMENTOS

A Petróleo Brasileiro S.A. - PETROBRÁS - pela oportunidade oferecida.

Aos professores e funcionários do IG e do DEP-UNICAMP, que contribuíram diretamente neste curso de mestrado.

Ao Dr. Osvaldo Vidal Trevisan pela sua orientação, solidariedade e confiança no desafio proposto.

Ao engenheiro Euclides José Bonet pela co-orientação participativa e amigável.

Ao Dr. Antônio Cláudio de França Corrêa pelos oportunos comentários e sugestões sobre o desenvolvimento da tese.

Ao geólogo Paulo Tibana pelo incentivo, confiança e apoio demonstrados durante o desenvolvimento desse trabalho.

Aos colegas de trabalho que contribuíram para esta dissertação, direta ou indiretamente.

Aos colegas de turma do curso que, num espírito de solidariedade, auxiliaram em momentos difíceis.

A minha esposa, Maria de Lourdes de Araujo Menezes, pelo apoio e confiança demonstrados com atitudes de compreensão, carinho e amizade.

ESTIMATIVA DA PERMEABILIDADE INTEGRANDO DADOS DE PRESSÃO CAPILAR E PERFIS DE POÇOS

Gerson Luis Moraes Menezes

Orientador: Osvair Vidal Trevisan

Co-orientador: Euclides José Bonet

Instituto de Geociências - *Curso de Geoengenharia de Reservatórios*
Convênio UNICAMP/PETROBRÁS

RESUMO

Um dos problemas mais críticos na indústria do petróleo é a estimativa de propriedades petrofísicas devido ao caráter heterogêneo dos reservatórios. Este problema fica mais acentuado quando se trata da permeabilidade, que é um dos parâmetros petrofísicos mais sensíveis à morfologia de poros da rocha.

O presente trabalho, mostra o desenvolvimento de uma metodologia para a estimativa da permeabilidade a partir da integração de dados de pressão capilar de laboratório e dados de perfis de poços. A metodologia é suportada numa equação semi-empírica deduzida com base no modelo de poros de tubos capilares.

O desempenho do novo procedimento foi aferido comparando-o, primeiramente, com estimativas obtidas a partir da curva J de Leverett. Posteriormente, a comparação é feita com a regressão multilinear, uma ferramenta reconhecidamente poderosa para o ajuste de curvas com base puramente matemática. Em geral, a nova ferramenta demonstra capacidade preditiva superior à metodologia da curva J e seu desempenho é próximo ao ajuste por regressão multilinear. Sua eficiência fica evidente quando poucos dados estão disponíveis.

ESTIMATION OF PERMEABILITY BY INTEGRATION OF CAPILLARY PRESSURE AND WELL LOG DATA

(MASTER THESIS: Fev/94)

Gerson Luís Moraes Menezes

Adviser: Osvair Vidal Trevisan

Co-adviser: Euclides José Bonet

Instituto de Geociências - *Curso de Geoengenharia de Reservatórios*
Convênio UNICAMP/PETROBRÁS

ABSTRACT

One of the most critical problems in petroleum engineering is the estimation of petrophysical properties due to heterogeneous characteristic of reservoirs. The problem is more severe when one wants to determine permeability, which is one of the properties most sensitive to the pore morphology of rocks.

This work presents the development of a methodology to estimate the permeability from integrating laboratory capillary pressure data and data from well logs. The methodology is based on the capillary tube porous model.

The new procedure performance was checked, first, against estimates obtained from the Leverett's J curve. The comparison is made also against a just the multilinear regression technique, which is a known powerful tool for adjustment of curves, based solely on mathematical. In general, the new methodology shows a better predictive capacity than J curve technique and it is similar to that of the multilinear regression. The predictive capacity of the proposed method is more evident when few data are available.

SUMÁRIO

DEDICATÓRIA	i
CITAÇÕES	ii
AGRADECIMENTOS	iii
RESUMO	iv
ABSTRACT	v
SUMÁRIO	vi
LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE TABELAS	xiv
LISTA DE SÍMBOLOS	xv
1 INTRODUÇÃO	1
2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS	6
2.1 O Conceito de Distribuição de Tamanho de Poro	7
2.2 Forças Capilares e Superficiais	7
2.2.1 Molhabilidade	8
2.2.2 Pressão Capilar	10
2.3 Obtenção de Curvas de Pressão Capilar em Laboratório	13
2.4 Modelos de Poros	15

2.4.1 Curva J de Leverett	18
2.4.2 Modelo de Purcell	21
2.4.3 Modelo de Burdine	22
2.4.4 Modelo de Fatt	23
3 DESENVOLVIMENTO METODOLÓGICO	24
3.1 A Função E	24
3.1.1 Aplicação da Função E	27
3.2 Ajuste Teórico	28
3.2.1 Avaliação dos Ajustes	35
3.3 Interpretação Física dos Coeficientes A e B	41
3.4 Curvas Seletivas	43
3.5 Correção da Saturação de água	47
3.6 Equação Semi-empírica	55
3.7 Metodologia de ajuste	62
4 COMPARAÇÃO COM REGRESSÃO MULTILINEAR	80
4.1 O Modelo Estatístico	81
4.2 Mínimos Quadrados	84
4.3 Aplicação aos Dados Disponíveis	88
5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	98
BIBLIOGRAFIA	100
APÊNDICE A	103
APÊNDICE B	107
APÊNDICE C	112

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Diagrama de tensões interfaciais	9
Figura 2.2 - Diagrama esquemático do fenômeno da ascensão capilar.	10
Figura 2.3 - Diagrama esquemático do fenômeno da histerese.	13
Figura 2.4 - Curvas típicas de pressão capilar ilustrando o fenômeno da histerese.	14
Figura 3.1 - Função E, Fm. Macaé - POÇO-1.	29
Figura 3.2 - Função E, Fm. Candeias - POÇO-2.	29
Figura 3.3 - Função E, Fm. Candeias - POÇO-3.	29
Figura 3.4 - Função J da Fm. Macaé - POÇO-1.	30
Figura 3.5 - Função J da Fm. Candeias- POÇO-2.	30
Figura 3.6 - Função J da Fm. Candeias- POÇO-3.	30
Figura 3.7 - Funções E e J - POÇO-1.	31
Figura 3.8 - Funções E e J - POÇO-2.	31
Figura 3.9 - Funções E e J - POÇO-3.	31
Figura 3.10 - Gráfico de J contra E - POÇO-1. Ajuste linear	33
Figura 3.11 - Gráfico de J contra E - POÇO-2. Ajuste polinomial	33
Figura 3.12 - Gráfico de J contra E - POÇO-3. Ajuste potencial	33
Figura 3.13 - Curvas J a partir dos ajustes de J contra E, Fm. Macaé - POÇO-1	36
Figura 3.14 - Curvas J a partir dos ajustes de J contra E, Fm. Candeias - POÇO-2	36

Figura 3.15 - Curvas J a partir dos ajustes de J contra E, Fm. Candeias - POÇO-3	36
Figura 3.16 - Estimativas de permeabilidade a partir do ajuste potencial de J x E, Fm. Macaé -POÇO-1	38
Figura 3.17 - Estimativas de permeabilidade a partir da função J, Fm. Macaé - POÇO-1	38
Figura 3.18 - Estimativas de permeabilidade a partir do ajuste potencial de J x E, Fm. Candeias - POÇO-2.	39
Figura 3.19 - Estimativas de permeabilidade a partir da função J, Fm. Candeias POÇO-2.	39
Figura 3.20 - Estimativas de permeabilidade a partir do ajuste potencial de J x E, Fm. Candeias - POÇO-3.	40
Figura 3.21 - Estimativas de permeabilidade a partir da função J, Fm. Candeias - POÇO-3.	40
Figura 3.22 - Curva seletiva de J x E para $P_c = 2$ PSI - POÇO-1.	45
Figura 3.23 - Curva Seletiva de J x E para $P_c = 4$ PSI - POÇO-1.	45
Figura 3.24 - Curva seletiva de J x E para $P_c = 8$ PSI - POÇO-1.	45
Figura 3.25 - Curva seletiva de J x E para $P_c = 15$ PSI - POÇO-1.	45
Figura 3.26 - Curva seletiva de J x E para $P_c = 25$ PSI - POÇO-1.	45
Figura 3.27 - Curva seletiva de J x E para $P_c = 35$ PSI - POÇO-1.	45
Figura 3.28 - Estimativas de permeabilidade a partir das curvas seletivas, POÇO-1.	46
Figura 3.29 - Estimativas de permeabilidade a partir das curvas seletivas, POÇO-2.	46

Figura 3.30 - Estimativas de permeabilidade a partir das curvas seletivas, POÇO-3.	46
Figura 3.31 - Sat. água contra Sat. água teórica- $P_c = 15$ PSI, POÇO-1.	49
Figura 3.32 - Sat. água contra Sat. água teórica- $P_c = 12$ PSI, POÇO-2.	49
Figura 3.33 - Sat. água contra Sat. água teórica- $P_c = 30$ PSI, POÇO-2.	49
Figura 3.34 - Sat. água contra Sat. água teórica- $P_c = 10$ PSI, POÇO-1.	49
figura 3.35 - Sat. água contra Sat. água teórica- $P_c = 42$ PSI, POÇO-2.	49
Figura 3.36 - Sat. água contra Sat. água teórica- $P_c = 6$ PSI, POÇO-3.	49
Figura 3.37 - Modelo de poro com alongamento.	50
Figura 3.38 - Interpretação do modelo para o caso a.	50
Figura 3.39 - Interpretação do modelo para o caso b.	50
Figura 3.40 - Est. de permeabilidade a partir das curvas seletivas com correção de S_w , POÇO-1.	54
Figura 3.41 - Est. de permeabilidade a partir das curvas seletivas com correção de S_w , POÇO-2.	54
Figura 3.42 - Est. de permeabilidade a partir das curvas seletivas com correção de S_w , POÇO-3.	54
Figura 3.43 - Gráfico do parâmetro C contra pressão capilar - POÇO-1.	57
Figura 3.44 - Gráfico do parâmetro C contra pressão capilar - POÇO-2.	57
Figura 3.45 - Gráfico do parâmetro C contra pressão capilar - POÇO-3.	57
Figura 3.46 - Gráfico do parâmetro C contra pressão capilar - POÇO-4.	57
Figura 3.47 - Expoente "n" contra pressão capilar - POÇO-1.	59
Figura 3.48 - Expoente "n" contra pressão capilar - POÇO-2.	59
Figura 3.49 - Expoente "n" contra pressão capilar - POÇO-3.	59

Figura 3.50 - Expoente "n" contra pressão capilar - POÇO-4.	59
Figura 3.51 - Est. da permeabilidade a partir da equação semi-empírica. Ajuste c/ 4, 8 e 15 PSI.	61
Figura 3.52 - Curva de pressão capilar, K = 602,8 mD - POÇO-1.	64
Figura 3.53 - Curva de pressão capilar, K = 309,5 mD - POÇO-1.	64
Figura 3.54 - Curva de pressão capilar, K = 114,5 mD - POÇO-1.	64
Figura 3.55 - Curva de pressão cap[ilar, K = 52,3 mD - POÇO-1.	64
Figura 3.56 - Curva de pressão capilar, K = 35,8 mD - POÇO-1.	64
Figura 3.57 - Estimativa da permeabilidade com a eq. semi-empírica. Ajuste para 4, 8 e 15 PSI.	65
Figura 3.58 - Est. da permeabilidade com a eq. semi-empírica. Ajuste para 4, 8 e 15 PSI, n=1.5.	67
Figura 3.59 - Est. da permeabilidade com a eq. semi-empírica. Ajuste para 4, 8 e 15 PSI, n=3.5.	67
Figura 3.60 - Est. da permeabilidade com a eq. semi-empírica. Ajuste para 4, 8 e 15 PSI, n=2.19.	67
Figura 3.61 - Ajuste da equação semi-empírica K = 309,5 mD, n=2 - POÇO-1 ..	69
Figura 3.62 - Ajuste da equação semi-empírica K = 309,5 mD, n=1 - POÇO-1 ..	69
Figura 3.63 - Ajuste da equação semi-empírica K=309,5 mD, n=3,5 - POÇO-1 ..	69
Figura 3.64 - Ajuste da equação semi-empírica K=114,5 mD, n=2 - POÇO-1 ..	70
Figura 3.65 - Ajuste da equação semi-empírica K=114,5 mD, n=1 - POÇO-1 ..	70
Figura 3.66 - Ajuste da equação semi-empírica K=114,5 mD, n=3,5 - POÇO-1 ..	70
Figura 3.67 - Ajuste da equação semi-empírica K=52,3 mD, n=2 - POÇO-1 ..	71
Figura 3.68 - Ajuste da equação semi-empírica K=52,3 mD, n=1 - POÇO-1 ..	71

Figura 3.69 - Ajuste da equação semi-empírica $K=52,3$ mD, $n=3,5$ - POÇO-1 ..	71
Figura 3.70 - Ajuste da equação semi-empírica $K=35,8$ mD, $n=2$ - POÇO-1 ..	73
Figura 3.71 - Ajuste da equação semi-empírica $K=35,8$ mD, $n=1$ - POÇO-1. ..	73
Figura 3.72 - Ajuste da equação semi-empírica $K=35,8$ mD, $n=3,5$ - POÇO-1 ..	73
Figura 3.73 -Estimativa com função J $K=612,8$ mD - POÇO-1.	74
Figura 3.74 -Estimativa com função J $K=309,5$ mD - POÇO-1	74
Figura 3.75 -Estimativa com função J $K=114,5$ mD - POÇO-1.	74
Figura 3.76 -Estimativa com junção J $K=52,3$ mD - POÇO-1.	74
Figura 3.77 -Estimativa com função J $K=35,8$ mD - POÇO-1.....	74
Figura 3.78 - Aplicação da metodologia a amostra $K=655,8$ mD. Ajuste com 3, 6 e 12 PSI - POÇO-2.	75
Figura 3.79 - Aplicação da metodologia a amostra $K=28,2$ mD. Ajuste com 6,12 e 20 PSI - POÇO-2.	75
Figura 3.80 - Aplicação da metodologia a amostra $K=538,6$ mD. Ajuste com 12, 18 e 24 PSI, $n=3.5$	77
Figura 3.81 - Aplicação da metodologia a amostra $K=538,6$ mD. Ajuste com 12, 18 e 24 PSI, $n=2$	77
Figura 3.82 - Estimativas de permeabilidade a partir da curva J - POÇO-5.	78
Figura 3.83 - Aplicação da metodologia a amostra com $K=1516$ mD e 1,3; 2,7 e 21,4 PSI - POÇO-5.	78
Figura 3.84 - Aplicação da metodologia a amostra com $K=1278$ mD e 1,34; 2,69 e 10,71 PSI - POÇO-5.	78
Figura 3.85 - Aplicação da metodologia a amostra com $K=980$ mD e 1,34; 2,36 e 10,71 PSI - POÇO-5.	78

Figura 4.1 - Estimativa da reg. multilinear modelo exponencial - POÇO-1.	91
Figura 4.2 - Estimativa da reg. multilinear modelo combinado - POÇO-1.	91
Figura 4.3 - Estimativa da reg. multilinear modelo de potência - POÇO-1.91	
Figura 4.4 - Estimativas da reg. multilinear modelo exponencial - POÇO-2.	92
Figura 4.5 - Estimativa da reg. multilinear modelo combinado - POÇO-2.	92
Figura 4.6 - Estimativas da reg. multilinear modelo de potência - POÇO-2.	92
Figura 4.7 - Estimativa da reg. multilinear modelo exponencial - POÇO-3.	93
Figura 4.8 - Estimativa da reg. multilinear modelo combinado - POÇO-3.	93
Figura 4.9 - Estimativa da reg. multilinear modelo de potência - POÇO-3.	93
Figura 4.10 - Estimativa da reg. multilinear utilizando duas amostras - POÇO-1.	97

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1- Coeficientes de determinação das curvas ajustantes de J x E	32
Tabela 3.2- Parâmetros morfológicos de poro das curvas seletivas- POÇO-1	53
Tabela 4.1- Coeficientes de determinação dos modelos estatísticos	94

LISTA DE SÍMBOLOS

θ - ângulo de contato entre dois fluidos imiscíveis (graus)

σ_{os} - tensão interfacial óleo-sólido (dinas/cm)

σ_{ws} - tensão interfacial água-sólido (dinas/cm)

σ_{ow} - tensão interfacial óleo-água (dinas/cm)

σ_A - tensão de adesão (dinas/cm)

r - raio do capilar (cm)

h - altura de coluna de água (cm)

ρ_o - densidade do óleo (g/cm³)

ρ_w - densidade da água (g/cm³)

t - tortuosidade

P_c - pressão capilar (psi)

L_c - comprimento efetivo do capilar (cm)

L - comprimento da amostra (cm)

q' - vazão de um capilar (cm³/s)

Q - vazão do meio poroso (cm³/s)

k - permeabilidade (mD)

A_t - área da seção transversal da amostra (cm²)

Δp - queda de pressão (psi)

ϕ - porosidade (fração)

S_w - saturação de água (fração)

K_{ew} - permeabilidade efetiva à água (mD)

K_{rw} - permeabilidade relativa a água

t_{sw} - tortuosidade do conjunto de capilares saturados com água

Sw_t - saturação de água teórica (fração)

A e B - parâmetros morfológicos de comprimento de poro

a e b - parâmetros morfológicos de alargamento de poro

M_p - função morfológica de poro (função empírica da pressão capilar)

α , β e γ - coeficientes da função morfológica de poros

c = 0.216574 (fator de conversão de unidades)

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

Atualmente, as reservas de petróleo do mundo começam a rarear e, se faz mais do que necessário a exploração dos reservatórios de forma racional, para atingir fatores de recuperação otimizados.

Durante toda a vida produtiva de uma jazida de petróleo altos investimentos são efetuados; desde a fase de desenvolvimento, passando pela implantação de projetos de recuperação secundária e chegando aos projetos de métodos especiais de recuperação. A implantação desses projetos partem de decisões gerenciais que se apoiam em estudos de viabilidade técnico-econômica, que são o instrumento fundamental para esta finalidade.

O sucesso dos estudos está intimamente ligado às previsões de comportamento que, por sua vez, são dependentes do conhecimento dos parâmetros petrofísicos que definem a rocha reservatório. Dentro deste enfoque, um dos segmentos da engenharia de petróleo que, ultimamente, tem despertado interesse especial é o da caracterização de reservatórios, haja visto o rápido desenvolvimento

da Geoestatística cujo sucesso está atrelado à quantidade e qualidade dos dados petrofísicos disponíveis, como permeabilidade, porosidade, saturação de fluidos e outros. Sabe-se, no entanto, que num campo de petróleo apenas alguns poços são testemunhados e, uma boa parte deles não são submetidos aos testes de formação.

A escassez de dados impõe ao engenheiro de reservatórios a necessidade de desenvolver correlações no sentido de integrar dados petrofísicos de laboratório com dados de campo, visando o mapeamento de parâmetros como porosidade, saturação de água, permeabilidade e outros, em toda a jazida.

Pela sua importância e complexidade, a permeabilidade é o parâmetro petrofísico que tem sido alvo de investigações no sentido de buscar um procedimento que melhor a avalie.

Leverett⁽¹²⁾, em 1941, com base no modelo de poros composto por tubos capilares, foi quem primeiro apresentou uma ferramenta integrando dados de pressão capilar, porosidade, saturação de água e permeabilidade, associando-os ao conceito de tortuosidade do meio, que admitiu constante na sua formulação. Com base ainda nas equações de Poiseuille, que associa o fluxo de fluido através de um único capilar, e de Darcy, que avalia o fluxo de fluido num meio poroso, Leverett chegou à função J , que apresentou características de normalização em relação aos parâmetros petrofísicos citados acima. A proposta inicial da ferramenta era promover a integração universal dos dados de pressão capilar. Na realidade existem diferentes perfis de curvas em função do tipo de litologia. Brown⁽³⁾, em suas investigações sobre pressão capilar, observou este aspecto.

Posteriormente, dentro da mesma base teórica, Purcell⁽¹⁷⁾ (1949), Burdine^{(4),(5)}

(1950) e Fatt⁽⁸⁾ (1951) apresentaram equações que avaliam a permeabilidade absoluta e apoiaram o desenvolvimento de metodologias para obtenção de curvas de permeabilidade relativa. Purcell, utilizando o conceito de distribuição de poros, deduziu uma equação para estimar a permeabilidade que levou em consideração a tortuosidade média dos capilares. Burdine e Fatt chegaram à equações que contemplam a avaliação da tortuosidade em função da saturação de água e pressão capilar, respectivamente.

Em termos de integração de dados de laboratório com dados de campo, Heseldin⁽⁹⁾, em 1974, criou um procedimento para determinação de curvas médias de pressão capilar. Essa metodologia é suportada na construção de gráficos de porosidade contra o volume de rocha preenchido pelo fluido não molhante, ($\phi(1-S_w)$), para cada nível de pressão capilar. Segundo Heseldin, a melhor curva ajustante foi uma hipérbole. Embora esse procedimento não avaliasse a permeabilidade, sugeriu a integração de dados petrofísicos através de curvas parametrizadas.

Mais tarde, em 1984, Swanson⁽²⁰⁾ apresentou uma correlação simples, empírica, desenvolvida a partir de um ponto peculiar situado no "cotovelo" da curva de pressão capilar. Esse ponto é representado pela interseção entre uma reta de 45° passando pela origem e a curva de pressão capilar plotada num papel log-log. Nesse ponto, determina-se a razão entre a saturação de fluido não molhante e a pressão capilar correspondente; esse procedimento foi aplicado em conjuntos de amostras de arenitos limpos e carbonatos. A partir dos pontos grafados da razão referida anteriormente, contra a permeabilidade, num papel log-log, determinou-se a reta ajustante que deu origem a uma relação da permeabilidade absoluta com a razão entre a saturação do

fluido não molhante e a pressão capilar. Essa metodologia foi apoiada em trabalhos anteriores desenvolvidos por Thommer⁽²¹⁾ e Pickell et alii⁽¹⁵⁾.

Em 1987, Menezes⁽¹⁴⁾, desenvolveu um trabalho onde construiu mapas de permeabilidade através da aplicação da curva J de Leverett. Nessa oportunidade foi enfatizada a capacidade dessa ferramenta na integração de dados petrofísicos de laboratório e dados de campo.

Em 1988, Jorgesen⁽¹¹⁾, com base nas equações de Kozeny e Archie e o conceito de tortuosidade, obteve uma correlação com base numa equação que associa a permeabilidade a um fator linear da porosidade. A inclinação da função foi determinada a partir da reta ajustante dos pontos oriundos de dados coletados em formações saturadas com água.

Alger et alii⁽¹⁾, em 1989, sugeriram a aplicação da regressão multilinear aos dados oriundos das curvas parametrizadas. Esse trabalho apresenta um caráter muito pragmático, dispondo uma sequência de exemplos práticos para a aplicação da ferramenta.

Recentemente, em 1991, Myers⁽¹⁵⁾ apresentou uma técnica de modelagem chamada PCM (Pore Combination Modeling), onde foram desenvolvidas relações simples entre medidas de resistividade e permeabilidade e ao tipo de morfologia dos poros dos arenitos e carbonatos. Nesta técnica as propriedades petrofísicas são calculadas diretamente a partir do conhecimento da estrutura do poro da rocha. A estrutura de poro da rocha é caracterizada por parâmetros específicos, determinados a partir de medidas do fator de formação e da inspeção de lâminas delgadas.

Todavia, a qualidade das correlações obtidas nem sempre satisfaz e, isto deve-

se ao caráter fortemente heterogêneo das rochas, principalmente quando se trata da micro estrutura porosa. Esse aspecto justifica a aparente lentidão no surgimento de técnicas mais eficientes que promovam a integração dos dados.

Nesse trabalho, a abordagem principal foi a busca de um procedimento visando uma melhor estimativa da permeabilidade a partir de dados de pressão capilar. Sugere-se uma nova metodologia suportada numa equação semi-empírica, baseada em modelo de poros. Essa equação apresenta uma capacidade preditiva da permeabilidade geralmente melhor que a obtida pela técnica da curva J de Leverett. Seu desempenho é semelhante ao oferecido pelo ajuste de curvas através da regressão multilinear, quando se dispõe de muitos dados.

A vantagem da nova metodologia torna-se mais evidente quando poucos dados estão disponíveis. Nesse caso, a regressão multilinear se mostra ineficiente na geração de uma correlação com boa capacidade preditiva.

Capítulo 2

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Dentre as propriedades petrofísicas que definem uma rocha, a permeabilidade absoluta é, sem dúvida, o reflexo direto da morfologia do sistema poroso.

A permeabilidade pode ser definida como a propriedade que mede a capacidade de um meio poroso se deixar atravessar por um fluido, quando este satura totalmente a rocha.

Fazendo analogia com a condutividade de circuitos elétricos, a permeabilidade absoluta pode ser encarada como a condutividade hidráulica do sistema poroso. É função portanto, apenas da estrutura porosa, ou seja, da porosidade, da morfologia e tamanho dos poros.

Quando o meio poroso está parcialmente saturado, a facilidade de ser atravessado por um fluido é inferior àquela se o fluido estivesse saturando todos os poros. Essa menor capacidade de fluxo é definida como permeabilidade efetiva ao fluido que satura parcialmente os poros. Como consequência surge o conceito de permeabilidade relativa, que é a razão entre a permeabilidade efetiva e a

permeabilidade absoluta. Na verdade a permeabilidade relativa é uma normalização da permeabilidade efetiva.

2.1 O Conceito de Distribuição de Tamanho de Poro

Vamos admitir que um ponto dentro do poro faça parte da esfera que pode ser contida dentro do espaço do poro. Neste caso, para cada ponto pode ser associado um diâmetro D_e , como consequência surge o conceito de distribuição de poro.

A partir da definição de que uma fração α do volume poroso tem um diâmetro de poro entre D_e e D_e+dD_e , a distribuição de tamanho de poro, pode ser definida por :

$$\int_{D_e}^{\infty} \alpha(D_e)dD_e = 1 \quad (2.1)$$

Neste caso α é a função distribuição de tamanho de poro (semelhante à função densidade probabilidade); D_e é o diâmetro do poro e o produto $\alpha(D_e)dD_e$ é a fração do espaço poroso preenchidos por poros com um diâmetro entre D_e e D_e+dD_e .

O método utilizado para determinação das funções de poros são as curvas de pressão capilar, obtidas principalmente através do método da injeção de mercúrio.

2.2 Forças Capilares e Superficiais

Nos sistemas onde existem mais de uma fase, é indispensável considerar as forças que atuam na interface quando dois fluidos imiscíveis estão em contato dando origem à tensão interfacial. Considerando, por exemplo, a água e óleo, é assumido que uma tensão interfacial sempre existe na interface desses fluidos.

A tensão interfacial surge a partir de uma força resultante na superfície de contato dos fluidos, proveniente da resultante das forças atrativas entre moléculas de naturezas diferentes⁽²⁾.

Dentre os aspectos mais importantes no tocante ao entendimento do meio poroso destacam-se os fenômenos superficiais e capilares que têm a capacidade de transmitir informações da micro estrutura porosa. Esses fenômenos, diretamente ligados às tensões interfaciais entre fases, são representados pela molhabilidade e pressão capilar, num sistema poroso.

2.2.1 Molhabilidade

A molhabilidade pode ser definida como a afinidade de uma fase molhante em aderir ao sólido. Este fenômeno está associado diretamente com a tensão de adesão, que, por sua vez, sendo uma função direta da tensão interfacial, determina qual fluido preferencialmente molhará a rocha e com que magnitude.

A interpretação feita a seguir, com base na Figura 2.1, esclarece melhor a explicação acima.

Considerando dois líquidos, por exemplo água e óleo, em contato com uma superfície sólida como na Figura 2.1.

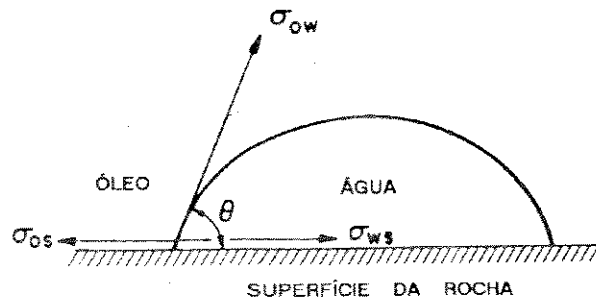


Figura 2.1 - Diagrama de tensões interfaciais.

E sejam:

θ - ângulo de contato que, por convenção, é medido a partir do fluido de maior densidade para o de menor densidade; varia de 0 a 180°;

σ_{os} - tensão interfacial entre o sólido e o fluido menos denso;

σ_{ws} - tensão interfacial entre o sólido e o fluido mais denso;

σ_{ow} - tensão interfacial entre os fluidos.

Por definição a tensão de adesão, σ_A , é

$$\sigma_A = \sigma_{os} - \sigma_{ws} = \sigma_{ow} \cos \theta \quad (2.2)$$

A tensão de adesão pode assumir valores positivo, negativo e nulo. No primeiro caso a rocha é molhável preferencialmente pelo fluido mais denso, no segundo, pelo fluido de menor densidade e no último caso não existe preferência de molhabilidade.

2.2.2 Pressão Capilar

Um melhor entendimento da pressão capilar é alcançado quando analisamos o fenômeno da ascensão capilar e, em seguida, a associamos às forças superficiais. Esse enfoque é de fundamental importância, porque faz a ligação entre os dados de laboratório e os dados de campo.

A Figura 2.2 mostra um tubo capilar imerso num recipiente contendo dois fluidos imiscíveis, que, por conveniência, no exemplo foi admitido ser óleo e água.

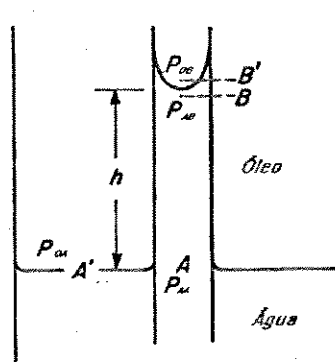


Figura 2.2 - Diagrama esquemático do fenômeno da ascensão capilar.

Pode-se afirmar que a tensão de adesão, σ_A , é a força responsável pela ascensão da coluna de água até a altura h , quando o sistema permaneceu estático em consequência do equilíbrio da força resultante da tensão de adesão e da força resultante do equilíbrio hidrostático.

Então, pode-se avaliar a força responsável pela ascensão capilar pela expressão:

$$F_A = \sigma_A 2\pi r \quad (2.3)$$

A força que equilibra F_A é igual a resultante das forças no ponto B fazendo a análise do ponto de vista de um manômetro diferencial, e é dada por

$$F_p = \pi r^2 h g \rho_w - \pi r^2 h g \rho_o = \pi r^2 h g (\rho_w - \rho_o) \quad (2.4)$$

Na Figura 2.2 destacam-se os seguintes pontos notáveis:

P_{OA} = pressão no óleo no nível do ponto A

P_{OB} = pressão no óleo no ponto B

P_{AA} = pressão na água no ponto A

P_{AB} = pressão na água no ponto B

Admitindo-se que o diâmetro do recipiente seja muito maior que o do tubo capilar, a interface (menisco) é praticamente horizontal e a pressão capilar é zero. Dessa forma a pressão na base da coluna é praticamente a mesma que na região externa ao tubo capilar. Então pode-se escrever:

$$P_{OA} = P_{AA} \quad (2.5)$$

Com base na hidrostática a avaliação da pressão no ponto B, tanto pode ser feita na fase água como na fase óleo, logo,

$$P_{OB} = P_{OA} - \rho_o g h \quad (2.6)$$

e

$$P_{AB} = P_{AA} - \rho_w g h \quad (2.7)$$

P_{OA} é igual a P_{AA} pois estão no mesmo nível onde a pressão capilar é zero.

Por definição a diferença de pressão através da interface (menisco) é a pressão capilar, assim,

$$P_{OB} - P_{AB} = (\rho_w - \rho_o) g h = P_c \quad (2.8)$$

A partir do equilíbrio entre a força de adesão e a resultante do equilíbrio hidrostático, pode-se escrever:

$$2\pi r \sigma_A = \pi r^2 h g (\rho_w - \rho_o) \quad (2.9)$$

logo,

$$h = \frac{2\sigma_A}{r g (\rho_w - \rho_o)} \quad (2.10)$$

Levando a equação (2.2) à equação acima, fica:

$$h = \frac{2\sigma_{wO} \cos\theta}{r g (\rho_w - \rho_o)} \quad (2.11)$$

Reescrevendo a equação (2.11), vem:

$$h g (\rho_w - \rho_o) = \frac{2\sigma_{wO} \cos\theta}{r} \quad (2.12)$$

que comparada com a equação (2.8) chega-se à conclusão:

$$P_c = \frac{2\sigma_{wO}\cos\theta}{r} \quad (2.13)$$

As equações (2.8) e (2.13) são de capital importância na ligação entre os dados medidos em campo e os dados de laboratório.

2.2.3 Obtenção de Curvas de Pressão Capilar em Laboratório

Os métodos laboratoriais mais utilizados na obtenção de curvas de pressão capilar são o método da restauração (membrana) e a injeção de mercúrio, sendo este último ainda mais difundido pela sua rapidez.

A pressão capilar está sujeita ao fenômeno da histerese que consiste na variação do ângulo de contato em função da direção do deslocamento do fluido. A Figura 2.3 ilustra esse fenômeno.

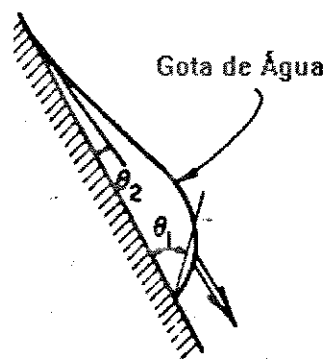


Figura 2.3 - Diagrama esquemático do fenômeno da histerese.

Na ilustração observa-se o ângulo de contato avançado quando a água tem a

tendência de ultrapassar o óleo e, uma retração desse ângulo quando o óleo tem a tendência de avançar através da água.

Em consequência desse aspecto, as curvas de pressão capilar variam em função do histórico de saturação do meio poroso, surgindo assim, os conceitos de drenagem e embebição. Na drenagem, inicialmente o meio poroso está preenchido totalmente com o fluido molhante, sendo dessaturado à medida que outro fluido não molhante é introduzido no sistema através do aumento paulatino da pressão capilar. No processo da embebição acontece o inverso.

A Figura 2.4 mostra as curvas típicas de pressão capilar, por drenagem e embebição, obtidas em laboratório.

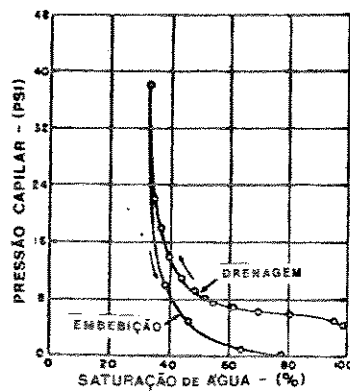


Figura 2.4 - Curvas típicas de pressão capilar ilustrando o fenômeno da histerese.

Uma curva de pressão capilar pode ser convertida de um sistema rocha-fluido para outro através de uma simples relação entre a pressão capilar e a tensão interfacial dos fluidos em questão. Assim, por exemplo, os dados obtidos de uma análise de injeção de mercúrio pode ser convertido para um sistema água-ar a partir da relação:

$$\frac{P_{c_{O-A}}}{\sigma_{O-A}} = \frac{P_{c_{Hg-ar}}}{\sigma_{Hg-ar}} \quad (2.14)$$

donde se conclui que

$$P_{c_{O-A}} = \sigma_{O-A} \left[\frac{P_{c_{Hg-ar}}}{\sigma_{Hg-ar}} \right] \quad (2.15)$$

2.4 Modelos de Poros

Em qualquer ramo da engenharia as interpretações de fenômenos físicos, sempre que possível, são suportadas em modelos. Estes, em muitos casos, apesar de bastante simplificados, permitem formulações matemáticas que mostram como os parâmetros envolvidos estão relacionados.

O desenvolvimento desse trabalho foi suportado no modelo de feixe de tubos capilares, com o intuito de observar como a permeabilidade estaria relacionada com outras propriedades petrofísicas quais sejam: porosidade, saturação de fluidos, pressão capilar e tortuosidade.

Esses modelos não levam em conta o fenômeno da histerese e a existência das saturações irreduzível da fase molhante e residual da fase não molhante. A partir da curva de pressão capilar a função distribuição de tamanho de poro do modelo, $\alpha(D_e)$, já definida na seção 2.1, pode ser determinada.

Seja, então, o volume dV relativo ao conjunto de poros com diâmetros entre De e $De+dDe$:

$$dV = \alpha(De)dDe \quad (2.16)$$

Da equação (2.13), sabendo-se que o raio capilar pode ser expresso em função do diâmetro como $De/2$, tem-se:

$$P_c De = 4\sigma\cos\theta \quad (2.17)$$

Diferenciando a equação acima, fica:

$$P_c dDe + De dP_c = 0 \quad (2.18)$$

então, pode-se escrever:

$$dDe = - \frac{De}{P_c} dP_c \quad (2.19)$$

Levando a equação (2.19) à equação (2.16), obtém-se:

$$\alpha(De) = \frac{P_c}{De} \left(- \frac{dV}{dP_c} \right) \quad (2.20)$$

mas,

$$- dV = d(V_r - V) \quad (2.21)$$

logo,

$$\alpha(De) = \frac{P_c}{De} \frac{d(V_t - V)}{dP_c} \quad (2.22)$$

A equação (2.22) mostra como a função distribuição de tamanho de poros pode ser obtida em função das curvas de pressão capilar⁽⁷⁾.

No caso de V_t ser interpretado como o volume drenável da amostra, a equação (2.22) poderá ser usada para modelar uma curva de pressão capilar por drenagem inicial, quando se leva em conta a saturação do fluido molhante.

Os modelos de poros que serão apresentados na próxima seção são considerados como feixes de capilares isolados, com diâmetros variáveis, podendo ou não levar em consideração a variável tortuosidade desses capilares.

Henderson (1949), observou que a permeabilidade calculada a partir da distribuição de tamanho de poro no modelo de capilares paralelos não funciona. Contudo, segundo Scheidegger⁽¹⁸⁾, a introdução de um parâmetro adicional, t (tortuosidade), pode levar o modelo a descrever o meio poroso pelo simples ajuste desse parâmetro.

Na literatura observa-se que, basicamente, as diferenças entre os modelos de poros compostos por feixes de capilares residem na forma pela qual a tortuosidade é avaliada. Até mesmo aqueles modelos que se apoiam em formulações totalmente empíricas como a lei de Archie, buscam o parâmetro de tortuosidade como elemento de ajuste dos modelos.

Atualmente, na interpretação de perfis elétricos, tem-se ratificado que a modelagem mais adequada é admitir que o sistema poroso seja composto por um circuito de resistências em paralelo. Segundo Crane (1990)⁽⁶⁾, situações em que se

aproximam de um circuito em série são extremamente raras na natureza.

Por conseguinte, outro conceito simples, porém muito importante para o desenvolvimento desse trabalho, é o conceito de tortuosidade, definido como

$$t = \frac{L_c}{L} \quad (2.23)$$

Na verdade, esse conceito ainda estaria longe da realidade, visto que, não tem a capacidade de identificar as distorções devido ao entrelaçamento e a variação morfológica ao longo do comprimento do poro. Pode ser encarada de uma forma mais ampla, como um fator de correção do modelo em relação à situação verdadeira.

Esses modelos de poros são muito importantes porque dão suporte teórico a várias metodologias para determinação de curvas de permeabilidades relativas^{(4),(8)}.

2.4.1 A Curva J de Leverett

A curva J foi a primeira ferramenta que surgiu com o propósito de integração mais ampla dos dados petrofísicos a partir das curvas de pressão capilar.

A partir da equação de Poiseuille, que define a vazão de um capilar com a queda de pressão,

$$q' = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8\mu L_c} \quad (2.24)$$

onde

q' = vazão de fluido através do capilar

r = raio do capilar

Δp = diferencial de pressão

μ = viscosidade do fluido

L_c = comprimento efetivo do capilar

Então, para um feixe de n capilares, a vazão de fluido é assim avaliada

$$Q = \frac{n\pi r^4 \Delta p}{8\mu L_c} \quad (2.25)$$

Pela lei de Darcy a vazão através de uma amostra de material poroso com comprimento L é dada por:

$$Q = \frac{KA_t \Delta p}{\mu L} \quad (2.26)$$

Igualando as equações (2.25) e (2.26), vem:

$$\frac{KA_t}{L} = \frac{n\pi r^2 r^2}{8L_c} \quad (2.27)$$

A porosidade associada ao feixe de tubos capilares é:

$$\phi = \frac{n\pi r^2}{A_t} \quad (2.28)$$

Assumindo que a tortuosidade é constante para um reservatório particular, substituindo a equação (2.28) em (2.27), obtém-se:

$$r^2 = 8 \frac{K L_c}{\phi L} \quad (2.29)$$

logo,

$$r = cte \left(\frac{K}{\phi} \right)^{0.5} \quad (2.30)$$

Substituindo a expressão do raio (2.30) na equação da pressão capilar tem-se:

$$P_c = \frac{2 \sigma \cos\theta}{cte} \left(\frac{\phi}{K} \right)^{0.5} \quad (2.31)$$

Explicitando a constante e o fator numérico da equação (2.31) e inserindo o fator de conversão de unidades, c , finalmente obtém-se:

$$J = c \frac{P_c}{\sigma \cos\theta} \left(\frac{K}{\phi} \right)^{0.5} \quad (2.32)$$

Esta última expressão promove uma normalização da curva de pressão capilar, ficando independente da permeabilidade, porosidade, tensão interfacial e ângulo de contato.

Isto significa que para cada par de propriedades permoporosas (K, ϕ), pode-se obter uma curva de pressão capilar, a partir da função J .

Substituindo a equação (2.23) na equação (2.29) e refazendo os cálculos obtém-se:

$$\sqrt{\frac{1}{2t}} = c \frac{P_c}{\sigma \cos\theta} \sqrt{\frac{K}{\phi}} \quad (2.33)$$

A equação (2.33) explicita o conceito de tortuosidade associando às propriedades petrofísicas.

2.4.2 A Equação de Purcell

Purcell, após estabelecer um procedimento para medição de pressão por injeção de mercúrio, desenvolveu um modelo de poros, também com base nas equações (2.13), (2.24) e (2.26), com o objetivo de estimar a permeabilidade absoluta.

A equação apresenta a seguinte forma

$$K = 14260 \phi \lambda \int_{S=0}^{S=1} \frac{dS}{P_c^2} \quad (2.34)$$

onde:

λ = fator de litologia (adimensional)

S = saturação do fluido (fração)

O fator de litologia, λ , pode ser encarado como uma correção da distorção do modelo em relação à realidade. Pode ser interpretado ainda como a tortuosidade média do meio poroso analisado.

Para as baixas e altas permeabilidades foram observadas leves tendências de hiperestimativa e subestimativa, respectivamente.

O desenvolvimento mais detalhado pode ser visto no Apêndice A.

2.4.3 A Equação de Burdine

A partir do conceito de função distribuição de tamanho de poro, já explanada

na seção 2.4 em função do diâmetro do poro, Burdine a redefiniu em função do raio do capilar, tomando a forma:

$$\alpha(r_i) = \frac{P_{c_i}}{r_i} \frac{dV}{dP_c} \quad (2.35)$$

Com base também nas equações de Poiseuille, Darcy e pressão capilar, originou-se a expressão:

$$K = 100 \frac{\phi}{8C} \sum_{i=1}^{i=n} \frac{V_i \overline{R_i^4}}{X_i^2 \overline{R_i^2}} \quad (2.36)$$

onde:

C = fator de conversão de unidades

X_i = fator de divisão (tortuosidade)

V_i = volume ocupado pelos capilares de raio R_i

R_i = raio de entrada do poro

O desenvolvimento mais detalhado pode ser visto no Apêndice B.

2.4.4 A Equação de Fatt

A equação de Fatt também está fundamentada nas equações de Poiseuille e Darcy e, leva em consideração o conceito de tortuosidade como definido na equação (2.23).

Na sua formulação, Fatt faz a avaliação da tortuosidade através da relação

$$l = \frac{a}{r^b} \quad (2.37)$$

onde a e b são constantes e r é o raio do capilar

A equação final tem a seguinte forma:

$$K = \phi \frac{(2 \sigma \cos \theta)^{2(1+b)}}{8a^2} \int_{S=0}^{S=100} \frac{dS}{P_c^{2(1+b)}} \quad (2.38)$$

As constantes a e b devem variar em função do tipo de rocha.

O desenvolvimento mais detalhado pode ser visto no Apêndice C.

Capítulo 3

DESENVOLVIMENTO METODOLÓGICO

Como mencionado no Capítulo 1, o objetivo do trabalho foi desenvolver uma metodologia que levasse à estimativa da permeabilidade absoluta, a partir da integração dos dados obtidos no campo durante a perfilagem dos poços.

Semelhantemente aos modelos apresentados no Capítulo 2, a função desenvolvida neste trabalho também se apoia nas mesmas bases teóricas apresentadas na seção 2.4, ou seja: no modelo de poros de tubos capilares e nas equações de Poiseuille e Darcy.

3.1 A Função E

Considerando, inicialmente, um modelo de meio poroso formado por um conjunto de capilares isolados que apresentam diâmetros diferentes e mesmos comprimentos.

A vazão atribuída a um conjunto de n capilares é dada pela equação de

Poiseuille

$$Q = \frac{n \pi r^4 \Delta p}{8 \mu L_c} \quad (2.25)$$

A lei de Darcy associa a vazão de fluido através de um meio poroso, com a permeabilidade, pela equação:

$$Q = \frac{K A_i \Delta p}{\mu L} \quad (2.26)$$

Igualando as equações (2.25) e (2.26) obtém-se:

$$\frac{K A_i}{L} = \frac{n \pi r^2 r^2}{8 L_c} \quad (2.27)$$

A porosidade do meio é dada por:

$$\phi = \frac{n \pi r^2 L_c}{A_i L} \quad (3.1)$$

mas, a pressão capilar é assim definida:

$$P_c = \frac{2 \sigma \cos \theta}{r} \quad (2.13)$$

e a tortuosidade pode ser escrita como:

$$t = \frac{L_c}{L} \quad (2.23)$$

então, explicitando $n\pi r^2$ e r das equações (3.1) e (2.13) respectivamente, inserindo o fator de conversão de unidades, c , e, juntamente com a equação (2.23) levadas à equação (2.27), chega-se à expressão:

$$\sqrt{\frac{1}{2t^2}} = c \frac{P_c}{\sigma \cos\theta} \sqrt{\frac{K}{\phi}} \quad (3.2)$$

Comparando as equações (3.2) e (2.33) nota-se uma grande semelhança, a menos de uma diferença no termo da esquerda que apresenta t^2 na equação (3.2), enquanto que na equação (2.33) aparece t . Isto acontece, porque a forma pela qual foi feita a avaliação da porosidade pela equação (2.28), na dedução apresentada por Slider⁽¹⁹⁾, assume que os poros são retilíneos, enquanto deveria contemplar poros igualmente tortuosos como na equação (3.1).

Fixando-se agora, por exemplo, numa curva de pressão capilar por drenagem, a cada saturação de água S_w corresponde uma pressão capilar, P_c , e uma permeabilidade efetiva K_e .

Fazendo-se uma rápida abstração, imagine-se que a cada nível de saturação de água (ou pressão capilar) pode-se simular uma amostra com as seguintes propriedades petrofísicas:

ϕ' é a porosidade da amostra hipotética, definida como:

$$\phi' = \phi S_w \quad (3.3)$$

K' é a permeabilidade absoluta da amostra hipotética, definida como:

$$K' = K_{ew} = K_{rw} K \quad (3.4)$$

e t' é a tortuosidade média do conjunto de capilares considerados (saturados) para a pseudo-amostra, logo,

$$t' = t_{sw} \quad (3.5)$$

Levando as equações (3.3), (3.4) e (3.5) à equação (3.2), obtém-se

$$\sqrt{\frac{1}{2 t_{sw}^2}} = c \frac{P_c}{\sigma \cos\theta} \sqrt{\frac{K'}{\phi S_w}} \quad (3.6)$$

Então, pode-se escrever:

$$\sqrt{\frac{1}{2 t_{sw}^2 K_{rw}}} = c \frac{P_c}{\sigma \cos\theta} \sqrt{\frac{K}{\phi S_w}} \quad (3.7)$$

fazendo,

$$E = \sqrt{\frac{1}{2 t_{sw}^2 K_{rw}}} \quad (3.8)$$

Finalmente chega-se a:

$$E = c \frac{P_c}{\sigma \cos\theta} \sqrt{\frac{K}{\phi S_w}} \quad (3.9)$$

Substituindo $S_w=1$ e $K_{rw}=1$ na equação (3.7), chega-se ao caso particular da função J de Leverett.

3.1.1 Aplicação da Função E

Inicialmente, para avaliação da função E, foram utilizados 3 conjuntos de dados: 1 da Bacia de Campos, Fm. Macaé e 2 da Bacia do Recôncavo, Fm. Candeias. No texto esses conjuntos de dados são referenciados ao POÇO-1 e POÇOS 2 e 3, respectivamente.

No sentido de aferir a qualidade da nova ferramenta durante as diversas fases de sua evolução, as estimativas foram comparadas com aquelas realizadas pela curva J de Leverett, que é a metodologia disponível na literatura com as características e objetivos semelhantes às propostas nesse trabalho. As Figuras 3.1, 3.2 e 3.3 mostram o gráfico de E x Sw e as Figuras 3.4, 3.5 e 3.6 mostram as respectivas curvas J. Nota-se que as curvas da função E apresentam um perfil semelhante à curva J, porém a faixa de variação da função é bem maior que aquela mostrada para a curva J. As Figuras 3.7, 3.8 e 3.9 enfatizam esta observação.

3.2 Ajuste Teórico

Com o propósito de se obter melhores correlações para a integração dos dados, pesquisou-se novas alternativas de ajustes. Das equações (2.3) e (3.9) tem-se

$$\frac{E}{J} = \frac{c \frac{P_c}{\sigma \cos\theta} \sqrt{\frac{K}{\phi S_w}}}{c \frac{P_c}{\sigma \cos\theta} \sqrt{\frac{K}{\phi}}} \quad (3.10)$$

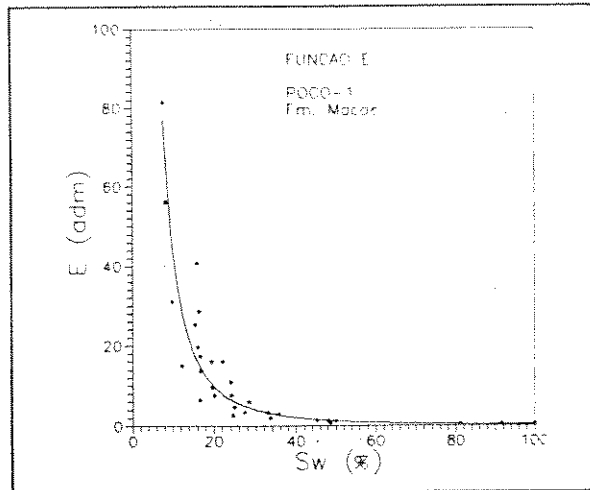


Figura 3.1 - Função E, Fm. Macaé - POÇO-1.

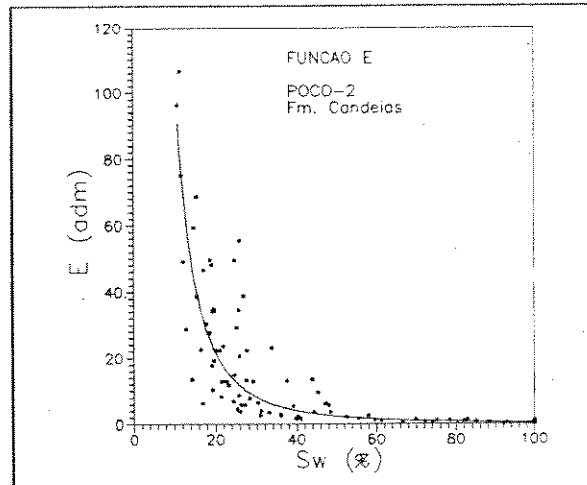


Figura 3.2 - Função E, Fm. Candeias - POÇO-2.

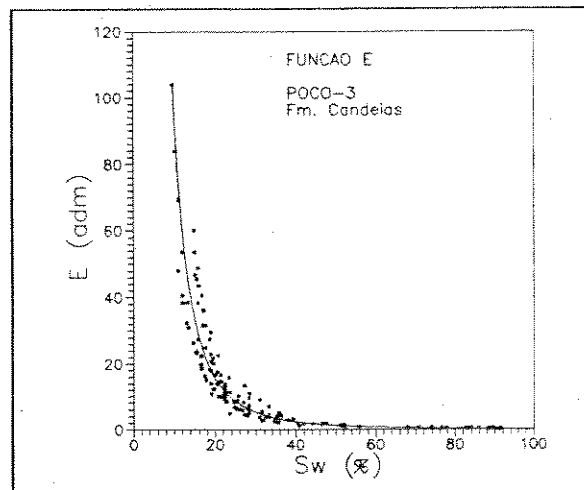


Figura 3.3 - Função E, Fm. Candeias - POÇO-3.

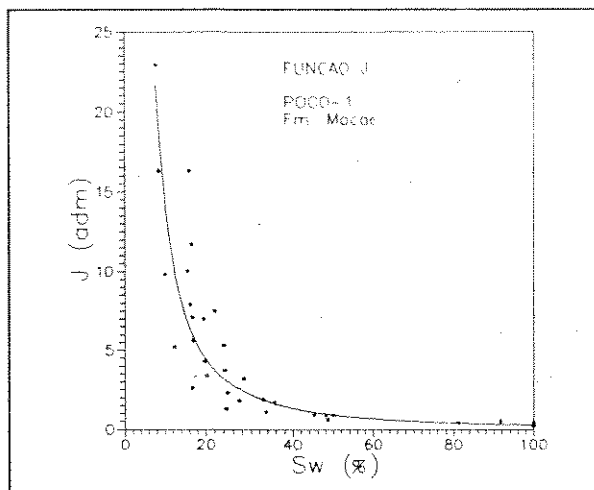


Figura 3.4 - Função J da Fm. Macaé - POÇO-1.

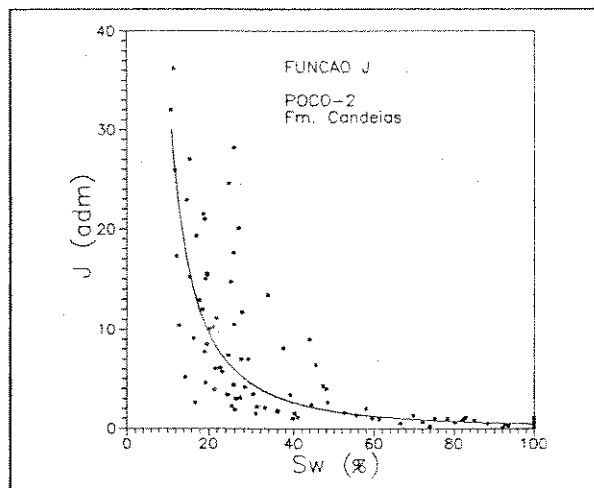


Figura 3.5 - Função J da Fm. Candeias- POÇO-2.

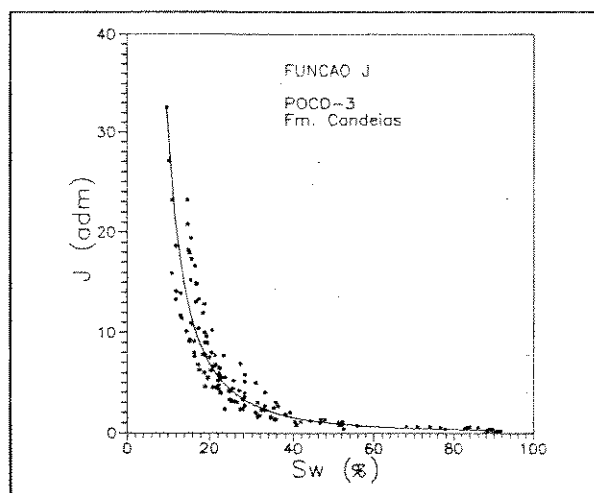


Figura 3.6 - Função J da Fm. Candeias- POÇO-3.

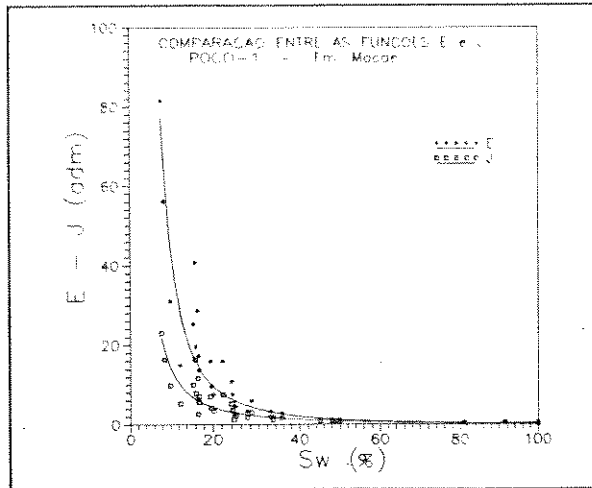


Figura 3.7 - Funções E e J - POÇO-1.

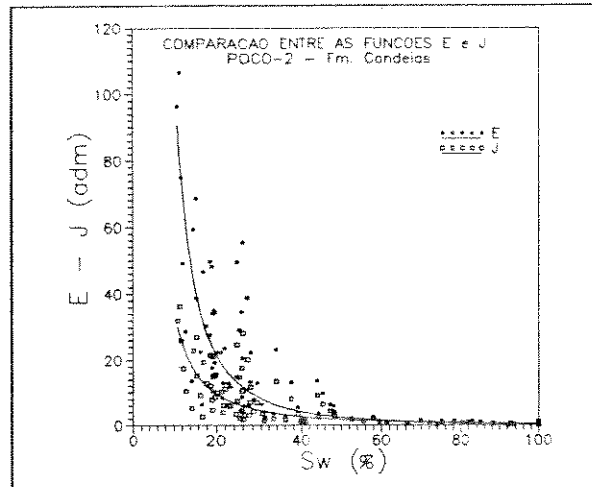


Figura 3.8 - Funções E e J - POÇO-2.

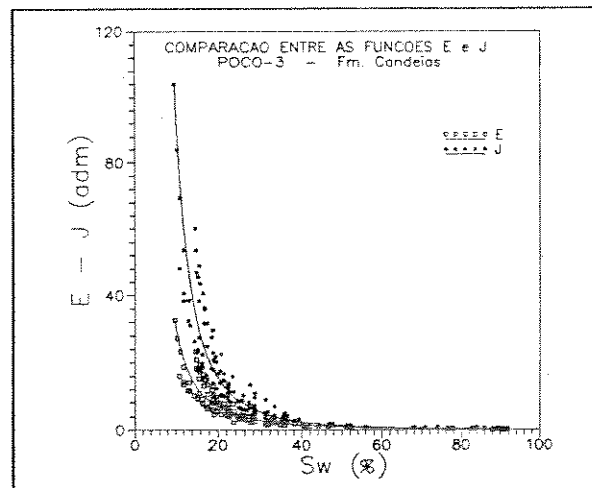


Figura 3.9 - Funções E e J - POÇO-3.

logo,

$$\frac{E}{J} = \frac{1}{\sqrt{S_w}} \quad (3.11)$$

A construção de gráficos J contra E dos três conjuntos de dados analisados, são mostrados nas Figuras 3.10, 3.11 e 3.12. Esses gráficos possibilitaram três tipos de curvas ajustantes: linear, polinomial e potencial. Exemplos desses ajustes podem ser vistos nas Figuras 3.10 a 3.12.

Analisando a Tabela 3.1, nota-se que todas as curvas ajustantes mostraram altos coeficientes de determinação, R^2 , ao mesmo tempo em que, também observa-se que os maiores valores foram atribuídos ao ajuste potencial. Do ponto de vista estatístico esses valores expressam qualitativamente a mesma dispersão de pontos. Nos cálculos foram utilizados $\theta=0^\circ$ e $\sigma=72$ dinas/cm (sistema água-ar).

Tabela 3.1 - Coeficientes de determinação das curvas ajustantes de J x E.

Conjunto de Dados	R^2 (Coeficiente de Determinação)		
	Tipo de Ajuste		
	LINEAR	POLINOMIAL	POTENCIAL
POÇO-1	0.9604	0.9855	0.9952
POÇO-2	0.9615	0.9809	0.9906
POÇO-3	0.9807	0.9926	0.9975

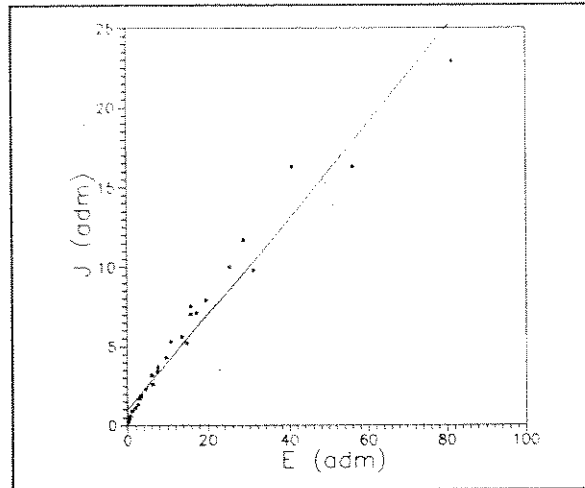


Figura 3.10 - Gráfico de J contra E - POÇO-1. Ajuste linear.

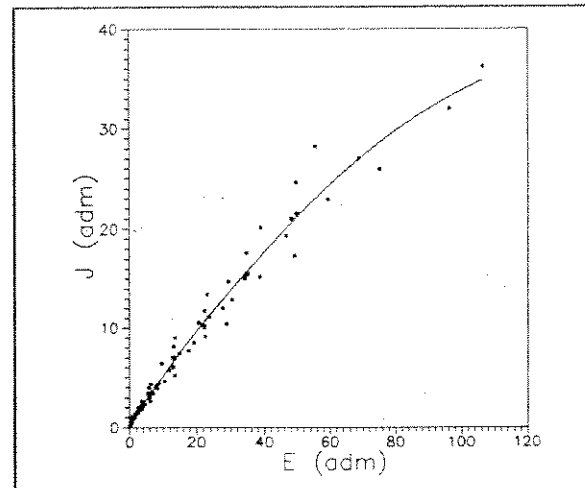


Figura 3.11- Gráfico de J contra E - POÇO-2. Ajuste polinomial.

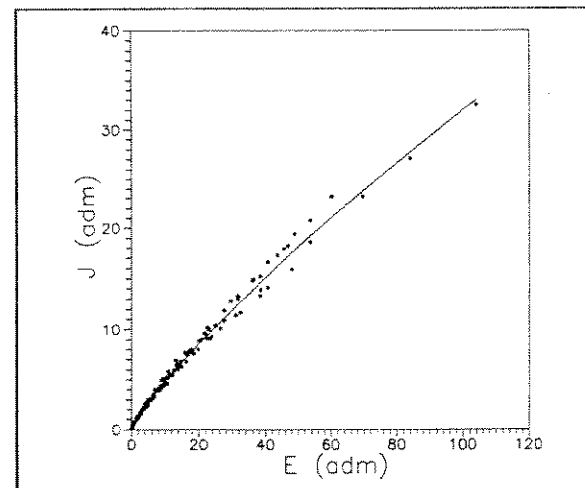


Figura 3.12 - Gráfico de J contra E - POÇO-3. Ajuste potencial.

A preocupação seguinte foi a explicitação da permeabilidade, em função de cada tipo de curva ajustante, o que é mostrado a seguir.

- AJUSTE LINEAR ($Y = A + BX$)

A e B são os coeficientes da reta ajustante . Fazendo $Y=J$ e $X=E$, das equações (2.32) e (3.9) pode-se escrever:

$$\frac{P_c}{\sigma \cos\theta} \sqrt{\frac{K}{\phi}} = A + B \left[\frac{P_c}{\sigma \cos\theta} \sqrt{\frac{K}{\phi S_w}} \right] \quad (3.12)$$

Explicitando K da equação (3.12), origina a expressão que avalia a permeabilidade,

$$K = \phi \left[\frac{A}{\left(1 - \frac{B}{S_w^{0.5}}\right)} \frac{\sigma \cos\theta}{P_c} \right]^2 \quad (3.13)$$

- AJUSTE QUADRÁTICO ($Y = C_2X^2 + C_1X + C$)

C_2 , C_1 , e C são os coeficientes da função quadrática ajustante. Fazendo $Y=J$ e $X=E$, das equações (2.32) e (3.9), obtém-se:

$$\frac{P_c}{\sigma \cos\theta} \sqrt{\frac{K}{\phi}} = C_2 \left[\frac{P_c}{\sigma \cos\theta} \sqrt{\frac{K}{\phi S_w}} \right]^2 + C_1 \left[\frac{P_c}{\sigma \cos\theta} \sqrt{\frac{K}{\phi S_w}} \right] + C \quad (3.14)$$

Rearranjando a equação (3.14), tem-se

$$\left[\frac{P_c}{\sigma \cos\theta} \sqrt{\frac{K}{\phi}} \right]^2 \frac{C_2}{S_w} + \left[\frac{P_c}{\sigma \cos\theta} \sqrt{\frac{K}{\phi}} \right] \left[\frac{C_1}{S_w^{0.5}} - 1 \right] + C = 0 \quad (3.15)$$

onde: $A = C_2/S_w$; $B = C_1/(S_w^{0.5}) - 1$ e $C = \text{cte}$.

Extraindo as raízes da equação (3.15) e explicitando o valor de K, a expressão que avalia a permeabilidade é:

$$K = \phi \left[\frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \frac{\sigma \cos\theta}{P_c} \right]^2 \quad (3.16)$$

- AJUSTE POTENCIAL ($Y = AX^B$)

A e B são os coeficientes da função potencial ajustante. Fazendo $Y=J$ e $X=E$, das equações (2.32) e (3.9), obtém-se:

$$\frac{P_c}{\sigma \cos\theta} \sqrt{\frac{K}{\phi}} = A \left[\frac{P_c}{\sigma \cos\theta} \sqrt{\frac{K}{\phi S_w}} \right]^B \quad (3.17)$$

Explicitando o valor de K da equação (3.17), a expressão que avalia a permeabilidade é dada por:

$$K = \phi \left[\left(\frac{A}{S_w^{0.5B}} \right)^{\frac{1}{(1-B)}} \frac{\sigma \cos\theta}{P_c} \right]^2 \quad (3.18)$$

3.2.1 Avaliação dos ajustes

As Figuras 3.13, 3.14 e 3.15 mostram a função J explicitada a partir das

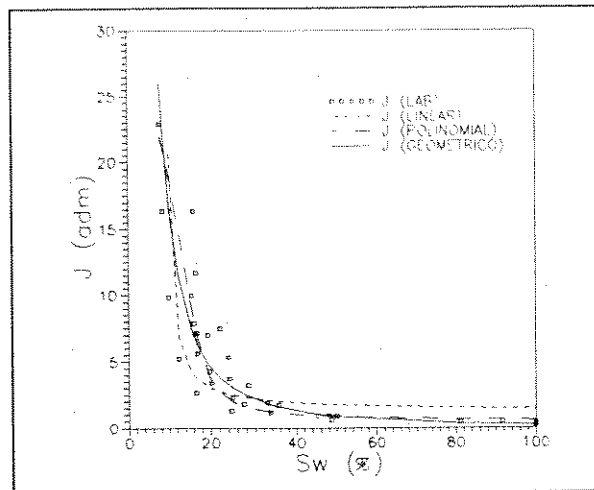


Figura 3.13 - Curvas J a partir dos ajustes de J contra E, Fm. Macaé - POÇO-1.

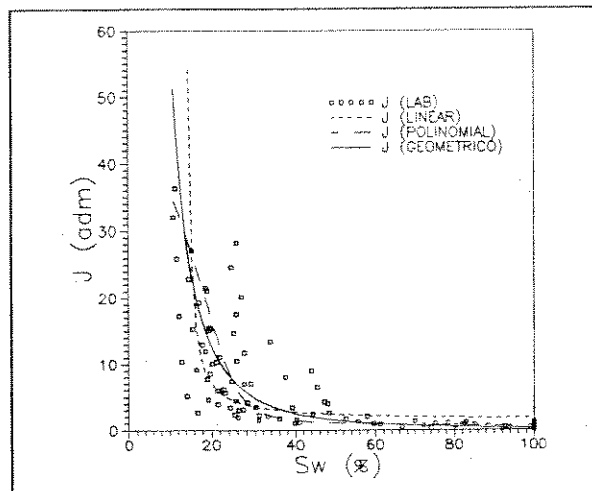


Figura 3.14 - Curvas J a partir dos ajustes de J contra E, Fm. Candeias - POÇO-2.

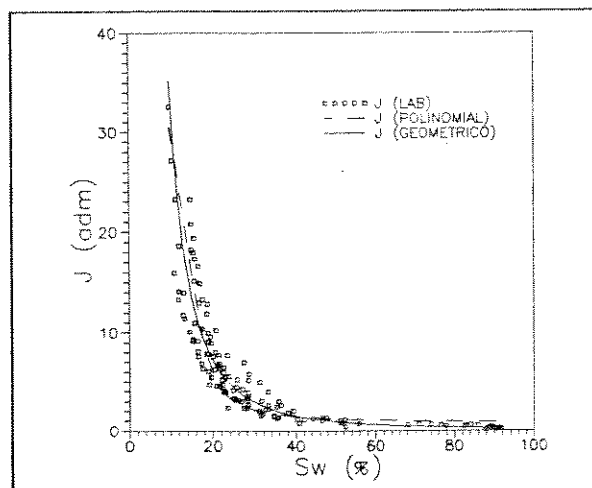


Figura 3.15 - Curvas J a partir dos ajustes de J contra E, Fm. Candeias - POÇO-3.

equações 3.13, 3.16 e 3.18.

Algumas conclusões podem ser observadas:

- A estimativa da permeabilidade a partir dos ajustes linear e polinomial podem levar a erros grandes, principalmente no primeiro caso. A inspeção das Figuras 3.13 e 3.14 ratificam esta última afirmação. Elas apresentam uma tendência à hiperestimativa dos valores de J para as saturações de água mais altas, e, uma tendência à subestimativa para as saturações mais baixas, principalmente próximas à saturação irreduzível;

- o ajuste potencial (geométrico) demonstrou ser o mais eficiente na integração dos dados petrofísicos.

No intuito de aferir a metodologia nos diversos estágios de seu desenvolvimento, optou-se por analisar gráficos do tipo log-log, onde, na abcissa são plotadas as permeabilidades estimadas e na ordenada, a permeabilidade verdadeira da amostra. Deve ser observado que, para um mesmo valor de ordenada (permeabilidade verdadeira) poderão estar associados mais de um valor na abcissa, que correspondem às estimativas da permeabilidade nos pontos de pressão capilar fornecidos pela análise da respectiva amostra.

Então, uma comparação entre as estimativas feitas pela equação (3.18) e a curva J são mostradas nas Figuras 3.16 com 3.17, 3.18 com 3.19 e 3.20 com 3.21.

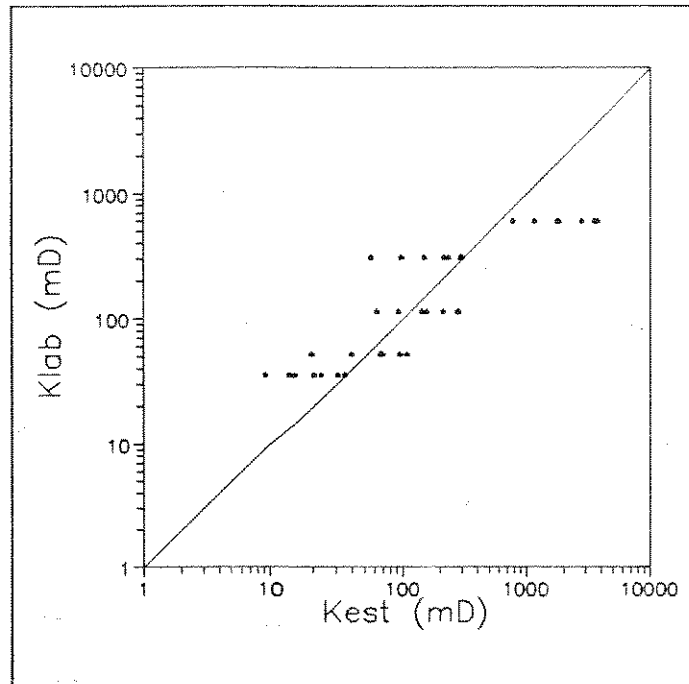


Figura 3.16 - Estimativas de permeabilidade a partir do ajuste potencial de $J \times E$, Fm. Macaé - POÇO-1.

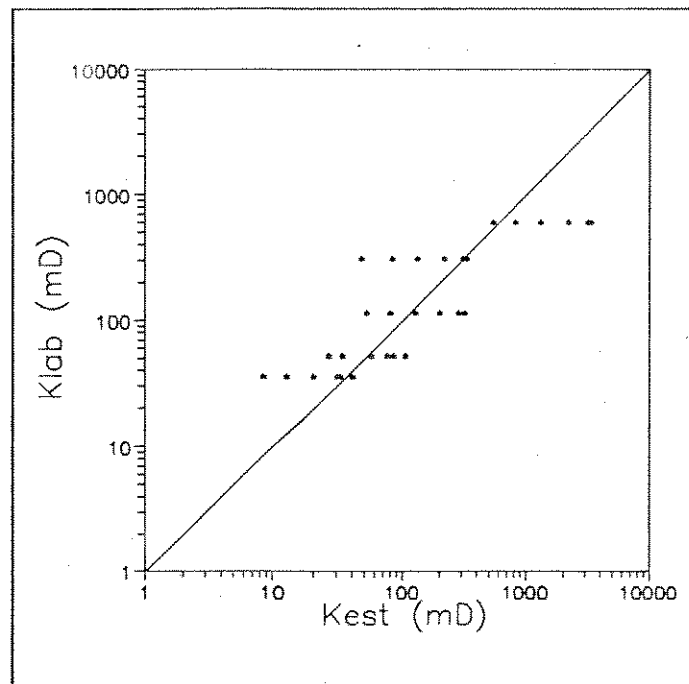


Figura 3.17 - Estimativas de permeabilidade a partir da função J , Fm. Macaé - POÇO-1.

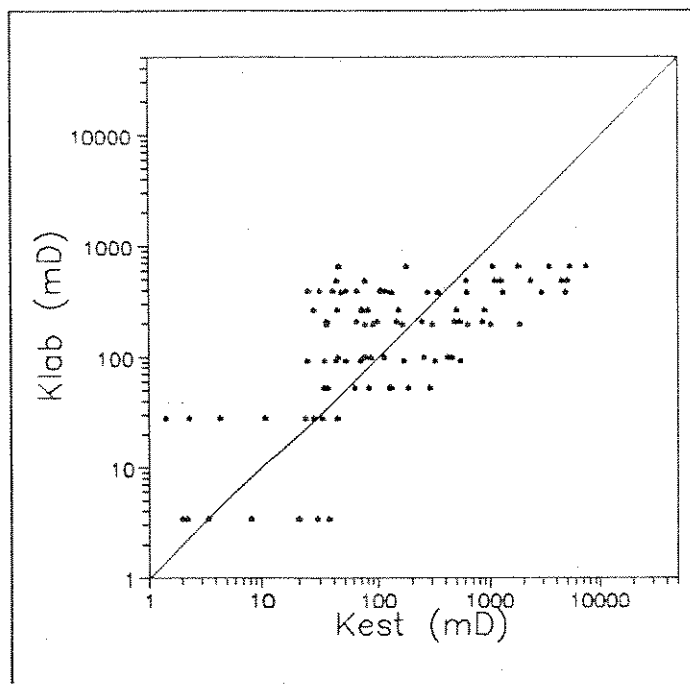


Figura 3.18 - Estimativas de permeabilidade a partir do ajuste potencial de $J \times E$, Fm. Candeias - POÇO-2.

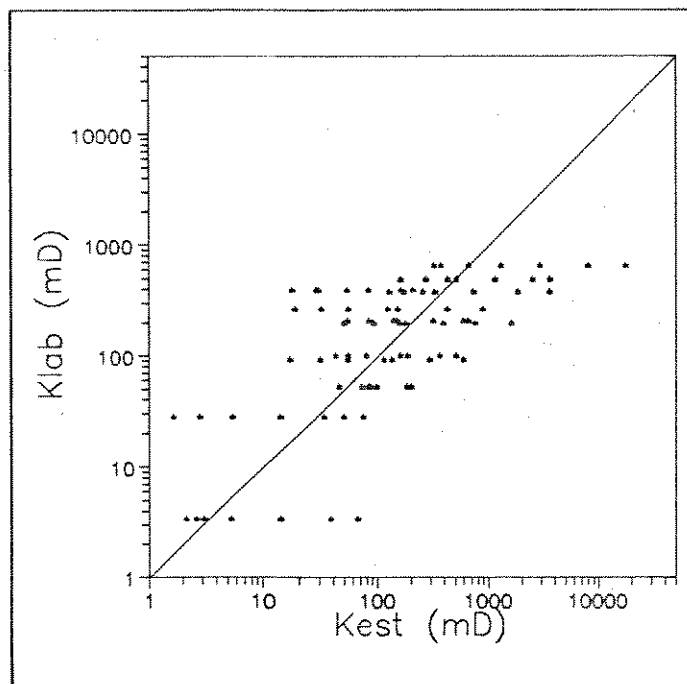


Figura 3.19 - Estimativas de permeabilidade a partir da função J , Fm. Candeias - POÇO-2.

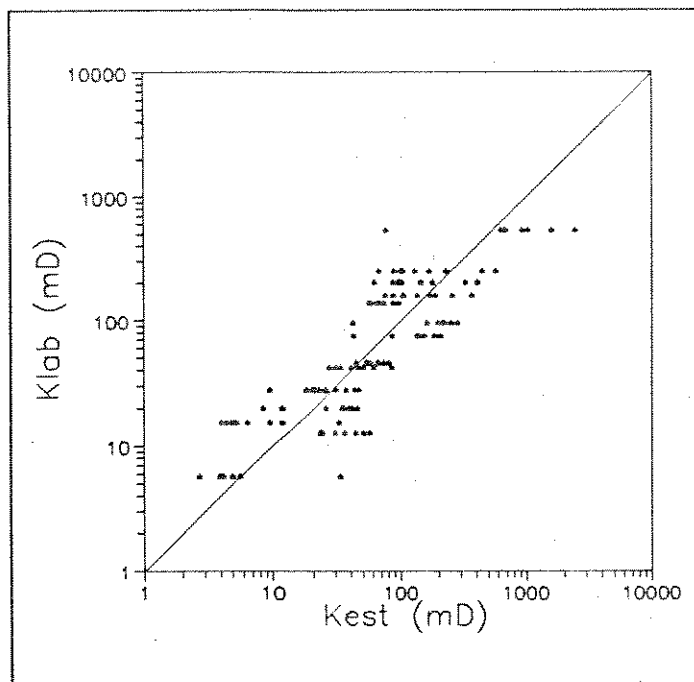


Figura 3.20 - Estimativas de permeabilidade a partir do ajuste potencial de $J \times E$, Fm. Candeias - POÇO-3.

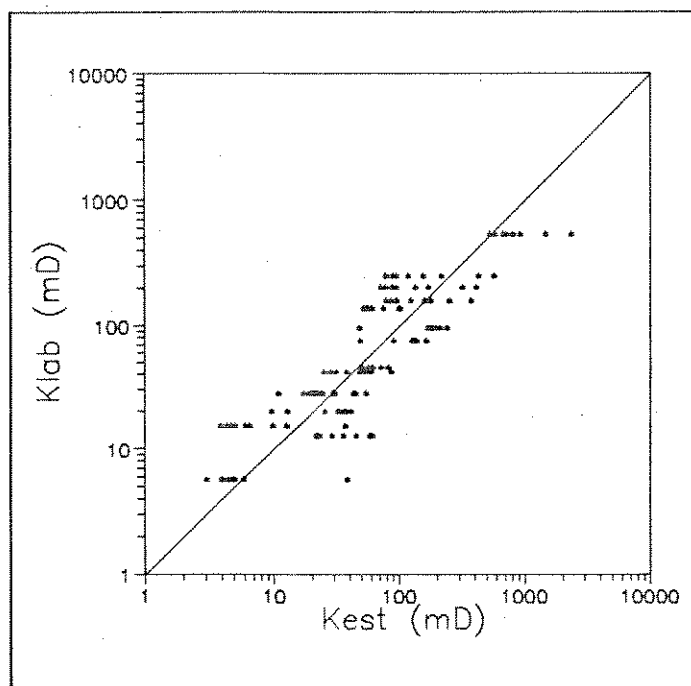


Figura 3.21 - Estimativas de permeabilidade a partir da função J , Fm. Candeias - POÇO-3.

Concentrando-se nas Figuras 3.16, 3.17, 3.18 e 3.19, nota-se que existe uma tendência, ainda que sutil, dos dados ficarem menos dispersos na estimativa feita a partir da equação (3.18). No caso das Figuras 3.20 e 3.21, isto não acontece e praticamente coincidem as duas estimativas, a menos de um ponto mal estimado na amostra de permeabilidade mais alta. Esta coincidência aconteceu, provavelmente, porque os dados se mostraram mais comportados.

Conclui-se então que, a inserção da saturação na equação (3.19) atuou de forma positiva, embora não tão efetiva, no sentido de melhorar a capacidade preditiva da metodologia.

Dentro desse enfoque, o desenvolvimento metodológico será suportado no ajuste potencial da curva $J \times E$.

3.3 Interpretação Física dos Coeficientes A e B

Rearranjando a equação (3.18) numa forma mais conveniente para análise, vem

$$K = \frac{\left[\frac{1}{A^{(1-B)}} \right]^2}{\frac{\frac{B}{S_w^{(1-B)}} P_c^2}{\phi (\sigma \cos\theta)^2}} \quad (3.19)$$

Da equação (3.19) pode-se chegar a:

$$\frac{P_c}{\sigma \cos\theta} \sqrt{\frac{K}{\phi}} = \frac{A^{\frac{1}{(1-B)}}}{S_w^{\frac{B}{2(1-B)}}} \quad (3.20)$$

Comparando as equações (3.20) e (3.2) surge a relação:

$$\sqrt{\frac{1}{2t^2}} = \frac{A^{\frac{1}{(1-B)}}}{S_w^{\frac{B}{2(1-B)}}} \quad (3.21)$$

Explicitando a tortuosidade t da equação (3.21) tem-se:

$$t = \frac{S_w^{\frac{B}{2(1-B)}}}{A^{\frac{1}{(1-B)}}} \sqrt{\frac{1}{2}} \quad (3.22)$$

Da equação (3.22) pode-se concluir que a tortuosidade é função da saturação e dos coeficientes A e B da curva ajustante do gráfico J x E.

Para uma saturação de água igual a 1 a equação (3.22) mostra que a tortuosidade é função apenas dos coeficientes A e B. Essa observação é importante porque fica evidente que os referidos coeficientes estão associados diretamente com o tamanho e forma dos poros e, por esta razão, aqui denominados de parâmetros morfológicos de comprimento de poro.

Fixando-se ainda na interpretação da equação (3.22), nota-se que se forem utilizados os mesmos coeficientes para avaliar a tortuosidade de duas amostras diferentes, mas que apresentem a mesma saturação, chega-se ao cálculo de uma mesma tortuosidade para ambas as amostras.

Como se vê, esta é uma limitação na capacidade preditiva das curvas médias.

Para ilustrar o exposto no parágrafo anterior desenvolveu-se o seguinte exercício:

Sejam duas amostras, 1 e 2. A amostra de número 1 é composta de capilares grandes e a de número 2 de capilares pequenos; admite-se também que a tortuosidade da primeira é menor que a tortuosidade da segunda. O reservatório apresenta variação de nível d'água conseqüente de áreas de permeabilidades diferentes. As amostras foram coletadas nas alturas h_1 e h_2 ($h_1 < h_2$) imediatamente abaixo de cada contato óleo água, logo, com $S_w=1$.

Nesse caso a equação (3.22) calcularia o mesmo valor de tortuosidade para ambas as amostras, incorrendo em erro, que, fatalmente se refletiria no cálculo futuro da permeabilidade.

No entanto, se a equação (3.22) fosse capaz de avaliar as constantes A e B em função da pressão capilar ($\Delta\rho gh$), provavelmente ela calcularia valores mais compatíveis, pois, teria a capacidade de discernir as duas situações.

A suposição acima induziu ao avanço do desenvolvimento da metodologia a partir da aplicação do gráfico J contra E por nível de pressão capilar, dando origem às curvas seletivas. Esta análise é descrita na seção seguinte.

3.4 Curvas Seletivas

A atitude de relacionar dados petrofísicos a partir da discriminação de níveis de pressão capilar não é nova. Heseldin⁽⁹⁾, em 1974, chamou atenção para o problema

e sugeriu a integração dos dados a partir de uma família de curvas paramétricas que representavam hipérbolas quando grafadas na forma, ϕ contra $\phi(1-S_w)$. Nesse trabalho não foi apresentada uma interpretação qualitativa dos parâmetros. Recentemente, em 1989, Alger et Alii⁽¹⁾, suportados no trabalho de Heseldin⁽⁹⁾, desenvolveu correlações multilineares.

O procedimento proposto neste ítem se resume na aplicação do mesmo tipo de metodologia implementada na seção anterior, para cada nível de pressão capilar. Para cada conjunto de dados foram construídas tantas curvas quantas fossem as medidas de pressão capilar por análise. Essas curvas são aqui chamadas de curvas seletivas. O traçado da curva ajustante é suportado por tantos pontos quantos forem o número de amostras.

As Figuras 3.22 a 3.27 mostram os gráficos tipos das curvas seletivas para o conjunto de dados do POÇO-1, composto de 5 amostras.

Cada curva é então definida pelos seus parâmetros morfológicos de comprimento de poro, A e B, relativa a cada pressão capilar. Esse procedimento foi aplicado aos três conjuntos de dados iniciais utilizados.

De posse das curvas seletivas estimou-se as permeabilidades e comparou-se com a estimativa feita com as curvas médias.

A observação dos pares de Figuras 3.28 com 3.16, 3.29 com 3.18 e 3.30 com 3.20, ilustram a comparação dos resultados dos POÇOS-1, 2 e 3, respectivamente. Nota-se uma sensível melhora nos pontos estimados, principalmente nos conjuntos de dados dos POÇOS-1 e 2.

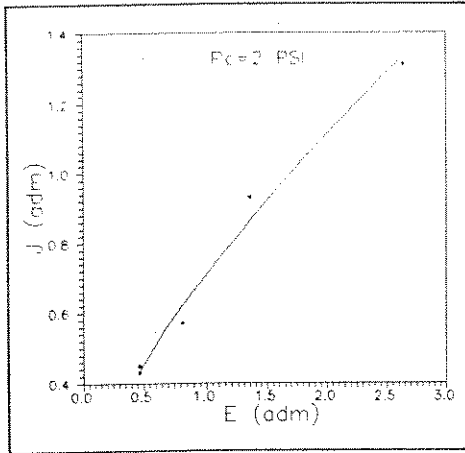


Figura 3.22 - Curva seletiva de J x E para Pc = 2 PSI - POÇO-1.

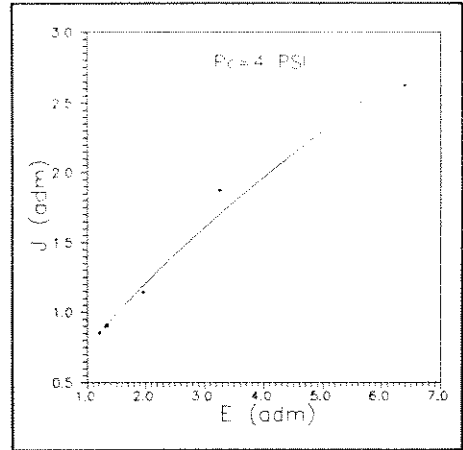


Figura 3.23 - Curva Seletiva de J x E para Pc = 4 PSI - POÇO-1.

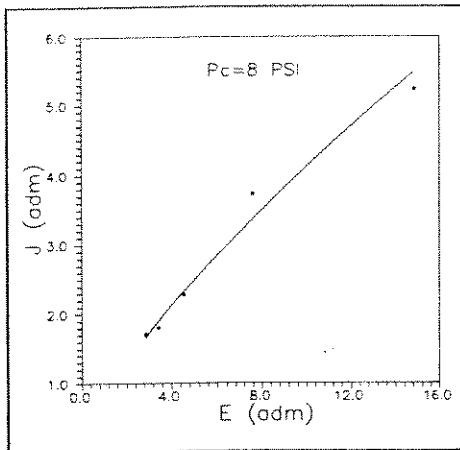


Figura 3.24 - Curva seletiva de J x E para Pc = 8 PSI - POÇO-1.

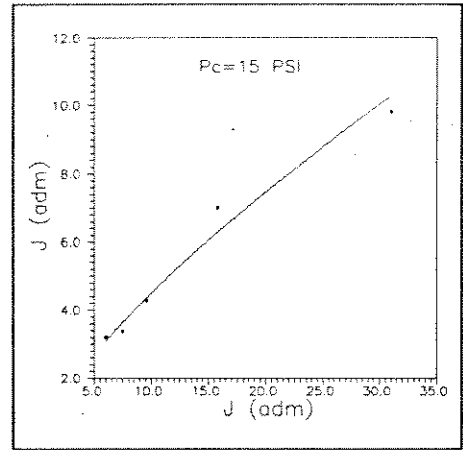


Figura 3.25 - Curva seletiva de J x E para Pc = 15 PSI - POÇO-1.

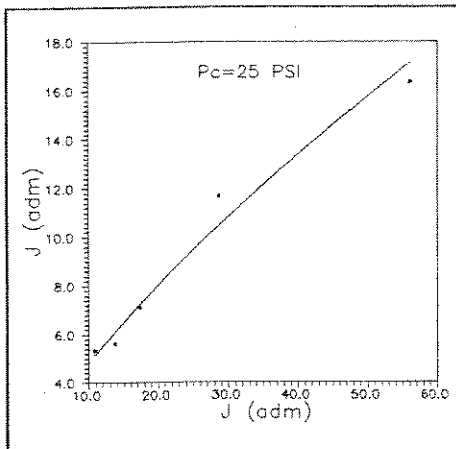


Figura 3.26 - Curva seletiva de J x E para Pc = 25 PSI - POÇO-1.

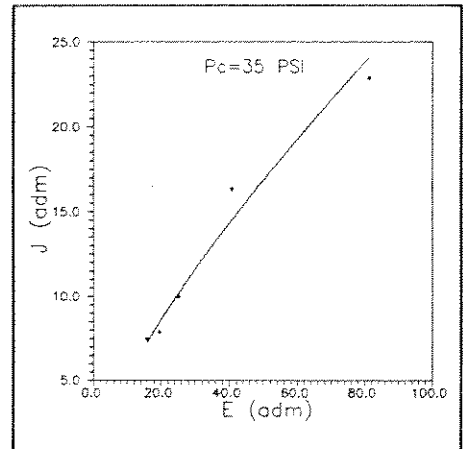


Figura 3.27 - Curva seletiva de J x E para Pc = 35 PSI - POÇO-1.

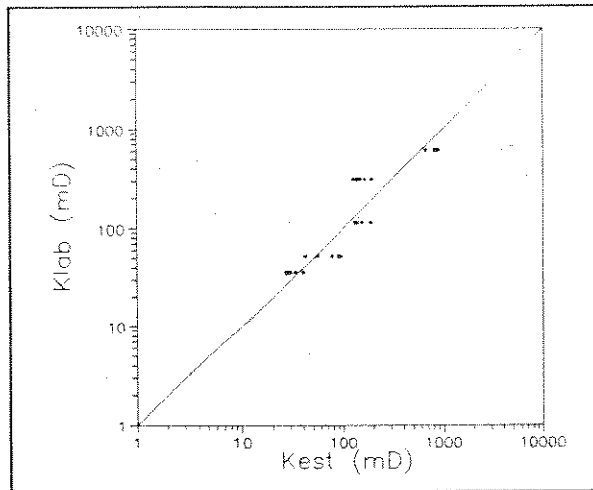


Figura 3.28 - Estimativas de permeabilidade a partir das curvas seletivas. - POÇO-1.

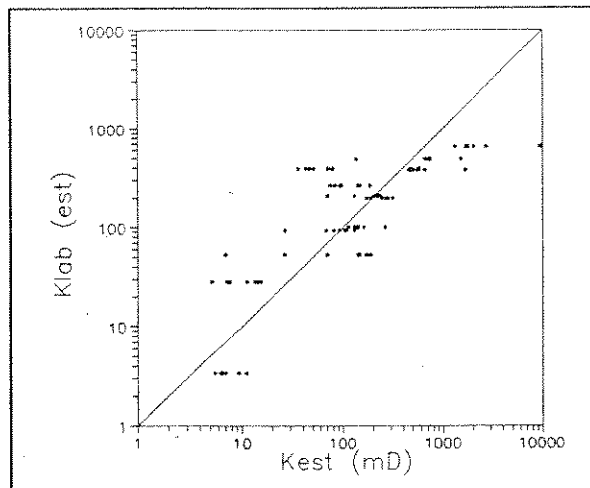


Figura 3.29 - Estimativas de permeabilidade a partir das curvas seletivas, - POÇO-2.

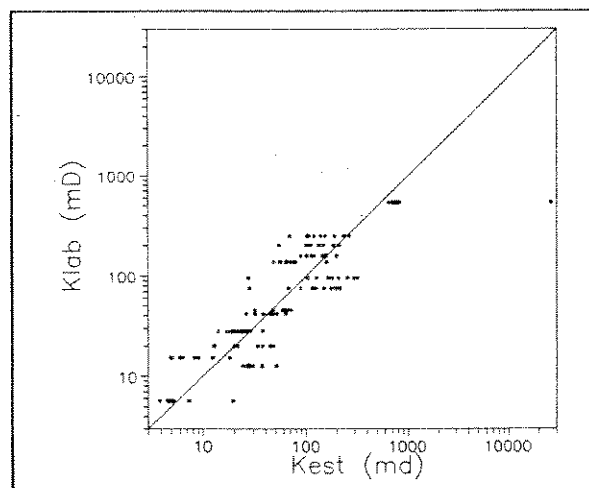


Figura 3.30 - Estimativas de permeabilidade a partir das curvas seletivas. - POÇO-3.

Deduz-se então, que é imperativo um tratamento diferenciado por nível de pressão capilar para se obter melhores resultados, ratificando-se assim a discussão da seção 3.3 .

3.5 Correção da Saturação de Água

Como vimos na seção anterior, a utilização das curvas seletivas de pressão capilar melhorou sensivelmente a capacidade de estimativa da ferramenta.

Nas Figuras 3.1 a 3.6 vê-se que as maiores dispersões estão na zona de transição da curva. Esta observação sugeriu a correção das saturações de água e, esta atitude é justificável quando leva-se em conta a simplicidade do modelo, que assume uma morfologia de poro muito primária.

A modelagem até aqui proposta tem a capacidade de "enxergar" poros isolados com tortuosidades variáveis mas com raio capilar constante. Neste caso, o alargamento de poro não é contemplado de forma correta.

Do exposto, passou-se ao cálculo das saturações de água teóricas, Sw_v , que pode ser interpretada como resposta à seguinte indagação: Qual a saturação de água esperada para que fosse satisfeita a equação (3.19), fixados os demais parâmetros?

A partir da equação (3.19) pode-se explicitar o valor da saturação de água, tomando a forma:

$$S_{w_t} = \left[\frac{A \frac{1}{(1-B)}}{\frac{P_c}{\sigma \cos \theta} \sqrt{\frac{K}{\phi}}} \right]^{\frac{2(1-B)}{B}} \quad (3.23)$$

Portanto, a equação (3.23) é aplicada a cada curva seletiva definida pelos seus parâmetros morfológicos de comprimento de poro, A e B.

As Figuras 3.31 a 3.36 exibem os pontos da saturação de água medida em laboratório contra a saturação de água teórica.

Analisando as figuras e tomando por referência a primeira bissetriz, define-se três classes de pontos: aqueles que ficam acima da reta (superestimados), aqueles que ficam abaixo (subestimados) e os que ficam sobre a reta. A interpretação qualitativa desses pontos, a nível de modelos de poros, é descrita a seguir: Suponha-se o poro hipotético mostrado na Figura 3.37, existem duas maneiras do modelo representar uma mesma saturação de água para uma pressão capilar fixa. São elas:

- a- Fazendo variar o número de capilares para uma tortuosidade fixada;
- b- fazendo variar a tortuosidade para um número fixo de capilares.

Para o caso a, a Figura 3.37 seria "vista" pelo modelo como mostra a Figura 3.38.

Para o caso b, a Figura 3.37 seria "vista" pelo modelo como mostra a Figura 3.39.

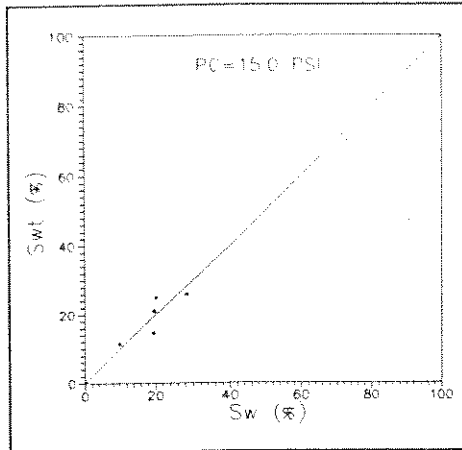


Figura 3.31 - Sat. água contra Sat. água teórica- $P_c = 15$ PSI , POÇO-1.

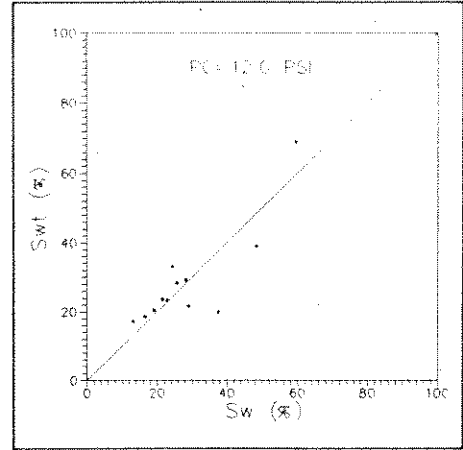


Figura 3.32 - Sat. água contra Sat. água teórica- $P_c = 12$ PSI, POÇO-2.

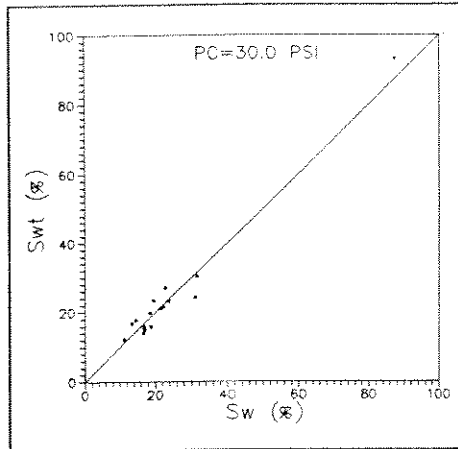


Figura 3.33 - Sat. água contra Sat. água teórica- $P_c = 30$ PSI , POÇO-2.

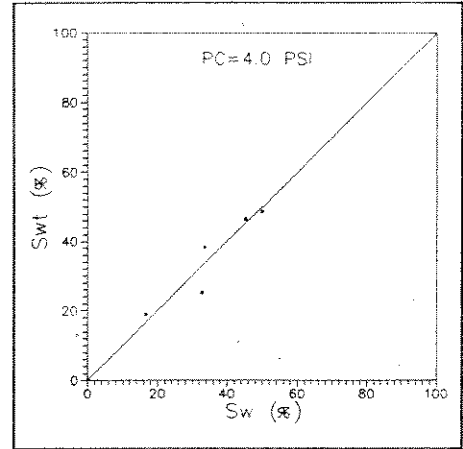


Figura 3.34 - Sat. água contra Sat. água teórica- $P_c = 10$ PSI , POÇO-1.

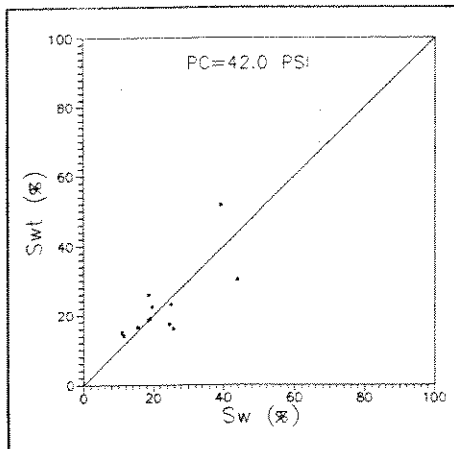


figura 3.35 - Sat. água contra Sat. água teórica- $P_c = 42$ PSI , POÇO-2.

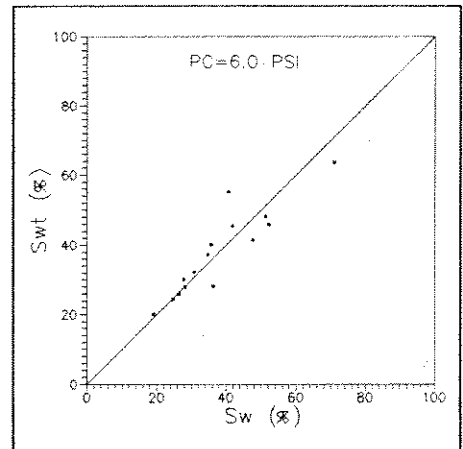


Figura 3.36 - Sat. água contra Sat. água teórica- $P_c = 6$ PSI , POÇO-3.

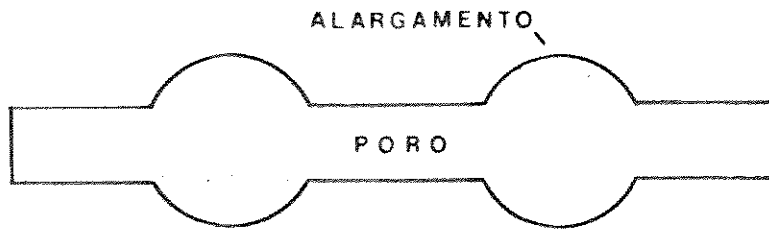


Figura 3.37 - Modelo de poro com alongamento.

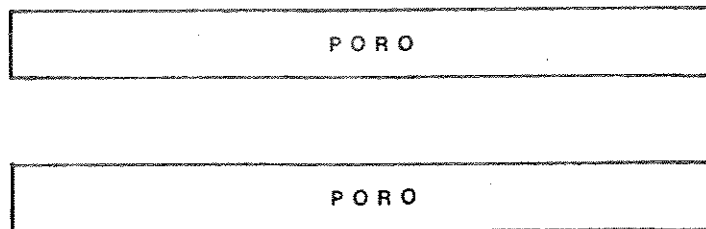


Figura 3.38 - Interpretação do modelo para o caso a.

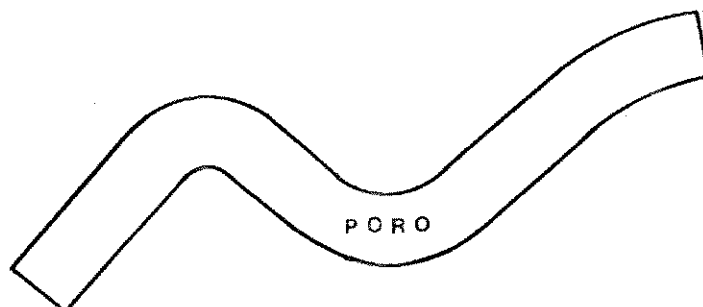


Figura 3.39 - Interpretação do modelo para o caso b.

Na situação a, o modelo hiperestimaria a permeabilidade e na situação b, a subestimaria.

Fixando-se agora nas Figuras 3.31 a 3.36. No momento em que fixam-se os parâmetros A e B (tortuosidade), a permeabilidade, a porosidade e a pressão capilar, o valor calculado da saturação de água teórica deverá se situar acima ou abaixo da primeira bissetriz, a depender da situação a ou b.

Em outras palavras, se, fixados A e B e os demais parâmetros de rocha, o cálculo da saturação de água teórica pode levar a três situações:

1- A saturação de água teórica é igual a saturação de água medida ($Sw_t = Sw_m$). Neste caso os parâmetros ajustantes A e B para aquela amostra estão representando uma situação equivalente à situação verdadeira naquele ponto;

2- A saturação de água teórica é menor que a saturação de água medida ($Sw_t < Sw_m$). Esta é a situação do caso a e o modelo deverá hiperestimar a permeabilidade e, como a tortuosidade está fixada (através das constantes A e B), a única forma de diminuir a permeabilidade é "retirando" capilares, o que implicaria na redução da saturação de água.

3- A saturação de água teórica é maior que a saturação de água medida ($Sw_t > Sw_m$). Esta situação ilustra o caso b e o modelo deverá subestimar a permeabilidade e, como a tortuosidade está fixada (através das constantes A e B), significa que a

mesma está hiperestimada; neste caso, a única forma do modelo compensar a diferença é "colocando" mais capilares idênticos para aumentar a permeabilidade, o que implicaria no aumento da saturação.

A curva teórica que mais se adaptou ao ajuste de pontos foi, mais uma vez, a função potencial, logo, extraiu-se a seguinte relação:

$$S_{w_i} = a S_w^b \quad (3.24)$$

Os coeficientes a e b são aqui denominados de parâmetros morfológicos de alargamento de poro.

Levando (3.24) em (3.19), vem:

$$K = \frac{\left[\frac{1}{A^{(1-B)}} \right]^2}{\left[\frac{B}{(a S_w^b)^{(1-B)} P_c^2} \right]} \quad (3.25)$$

$$\left[\frac{\phi (\sigma \cos\theta)^2}{\phi (\sigma \cos\theta)^2} \right]$$

Agora, cada curva seletiva será definida por uma equação do tipo (3.25), caracterizadas pelos seus respectivos parâmetros A , B , a e b .

A Tabela 3.2 exhibe esses parâmetros para o conjunto de dados do POÇO-1.

Tabela 3.2 Parâmetros morfológicos de poro das curvas seletivas - POÇO-1

Pressão Capilar (PSI)	PARÂMETROS MORFOLÓGICOS DE PORO			
	A	B	a	b
2	0.7086	0.6516	0.9577	0.9250
4	0.7411	0.7035	0.8790	0.8842
8	0.7781	0.7238	0.7975	0.8433
15	0.8323	0.7320	0.7177	0.8020
25	0.8924	0.7340	0.6781	0.7899
35	0.9543	0.7341	0.6532	0.7768

As Figuras 3.40, 3.41 e 3.42 mostram as estimativas feitas a partir da equação 3.25. Comparando-as com as Figuras 3.28, 3.29 e 3.30, respectivamente, percebe-se a evolução da ferramenta em relação às previsões feitas com as curvas seletivas sem a correção de saturação de água. Observa-se que, em geral, houve uma diminuição na dispersão, com os pontos se deslocando e se aglomerando em torno da primeira bissetriz.

Finalmente, as Figuras 3.40, 3.41 e 3.42 enfatizam a eficiência da metodologia quando se comparam suas estimativas com aquelas feitas a partir da curva J, mostradas nas Figuras 3.17, 3.19 e 3.21.

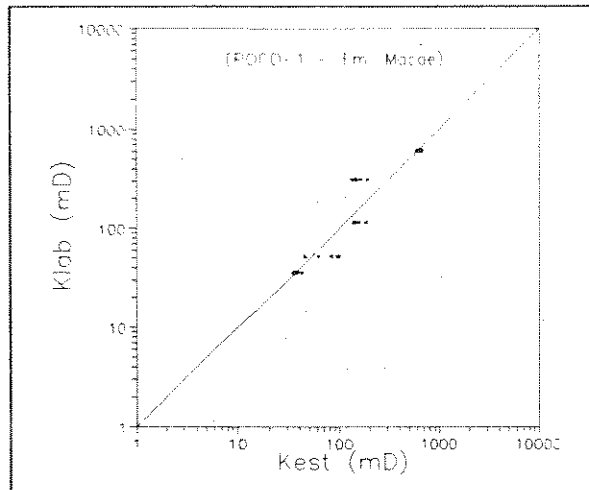


Figura 3.40 - Est. de permeabilidade a partir das curvas seletivas com correção de S_w , POÇO-1.

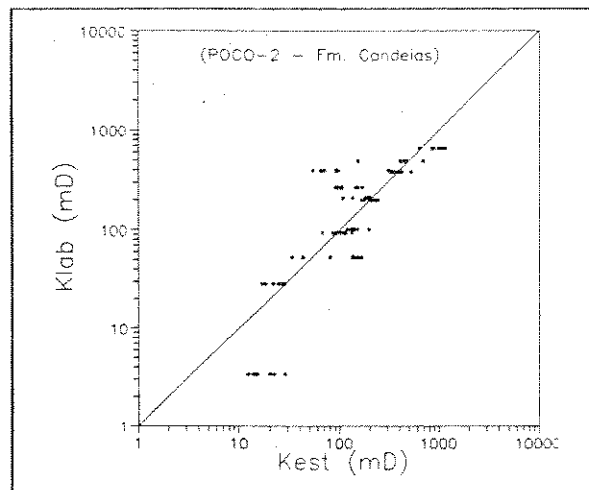


Figura 3.41 - Est. de permeabilidade a partir das curvas seletivas com correção de S_w , POÇO-2.

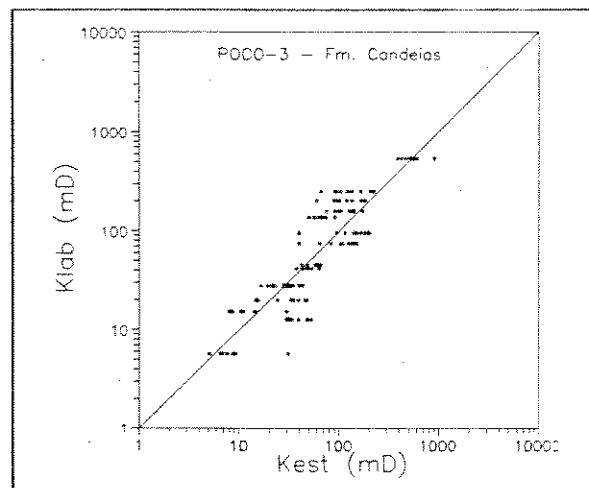


Figura 3.42 - Est. de permeabilidade a partir das curvas seletivas com correção de S_w , POÇO-3.

3.6 Equação Semi-empírica

Em termos práticos, a aplicação da metodologia, até o estágio descrito na seção anterior, requer a disponibilidade de várias amostras e de um implemento computacional, face o número elevado de parâmetros. Este último aspecto não se constitui problema mas, o primeiro nem sempre acontece.

O interessante, no entanto, seria a obtenção de uma equação única capaz de gerar esses parâmetros intrinsecamente, o que tornaria a metodologia uma ferramenta mais poderosa e eficiente. Dentro dessa filosofia, optou-se pela análise de como os parâmetros morfológicos de poro se comportam em relação à pressão capilar.

Rearranjando a equação (3.25) na forma:

$$K = \frac{\left[\frac{1}{A^{(1-B)}} \right]^2}{\frac{\frac{B}{a^{(1-B)}} S_w \frac{bB}{(1-B)} P_c^2}{\phi (\sigma \cos\theta)^2}} \quad (3.26)$$

pode-se escrever:

$$C = \frac{\left(\frac{1}{A^{(1-B)}} \right)^2}{\frac{B}{a^{(1-B)}}} \quad (3.27)$$

e

$$n = \frac{bB}{(1-B)} \quad (3.28)$$

Levando as equações (3.27) e (3.28) em (3.26) obtém-se

$$K = \frac{C}{\left[\frac{S_w^n P_c^2}{\phi (\sigma \cos\theta)^2} \right]} \quad (3.29)$$

Definida a equação (3.29), o próximo passo foi a análise do comportamento dos parâmetros C e n, quando grafados contra a pressão capilar.

Procurando ser ainda mais exaustivo, um novo conjunto de dados foi incorporado às informações já existentes. Esse novo conjunto de dados pertence ao POÇO-4, Fm. Itaparica, Bacia do Recôncavo. As Figuras (3.43) a (3.46) mostram os gráficos de C contra P_c . Nelas observa-se que:

- a- As curvas que melhor se ajustaram aos pontos foram polinômios completos do segundo grau;
- b- todos os ajustes apresentaram altos coeficientes de determinação (R^2), a saber: 0.9992, 0.9822, 0.9449 e 0.9559, segundo a ordem das figuras;
- c- todos os polinômios ajustantes apresentaram as seguintes características:
 - discriminante menor que zero;
 - coeficiente do termo do segundo grau maior que zero e,
 - termo independente maior que zero.

As observações acima, sustentadas pela repetibilidade, evidenciaram que o

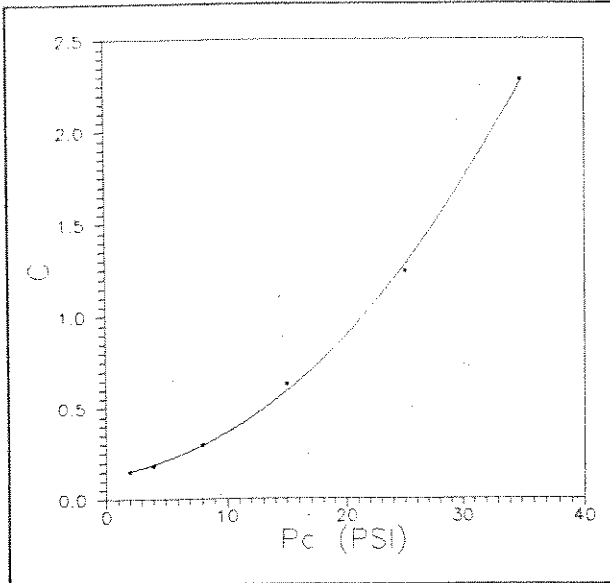


Figura 3.43 - Gráfico do parâmetro C contra pressão capilar - POÇO-1.

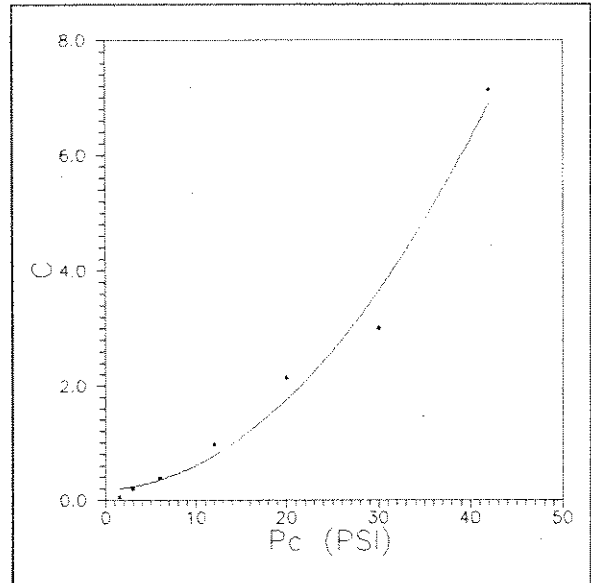


Figura 3.44 - Gráfico do parâmetro C contra pressão capilar - POÇO-2.

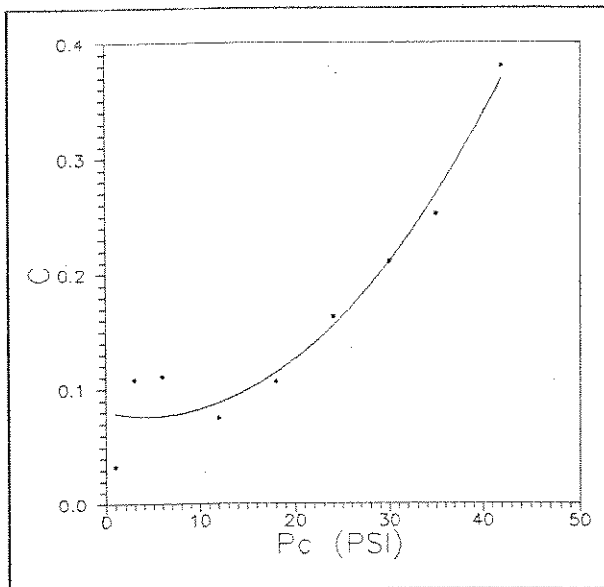


Figura 3.45 - Gráfico do parâmetro C contra pressão capilar - POÇO-3.

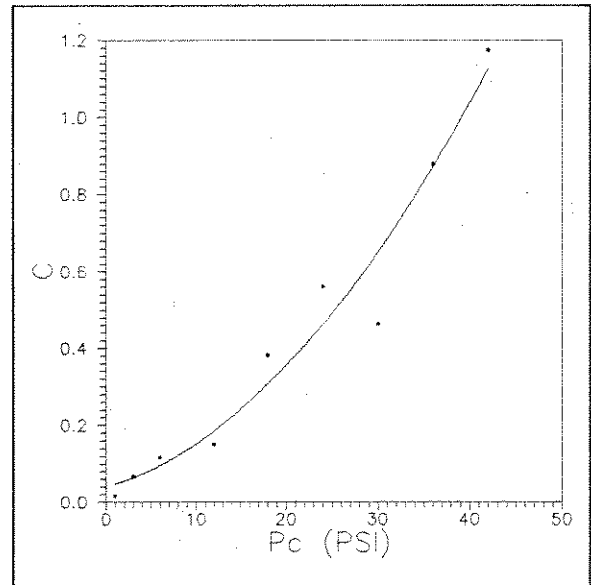


Figura 3.46 - Gráfico do parâmetro C contra pressão capilar - POÇO-4.

parâmetro C poderia ser avaliado através de uma função do segundo grau da pressão capilar, com características discriminadas nos itens a e c.

Assim, surge o conceito da função morfológica de poro, aqui denominada por M_p e definida pela expressão empírica,

$$M_p = \alpha P_c^2 + \beta P_c + \gamma \quad (3.30)$$

As Figuras 3.47 a 3.50 exibem o gráfico de n contra a pressão capilar. Delas nota-se que:

a- dada a aleatoriedade de alguns pontos, não existe uma curva que venha a ajustá-los convenientemente;

b- via de regra, os pontos que estão associados às pressões capilares mais baixas promovem as maiores dispersões, como mostram as Figuras 3.47 a 3.49;

c- a menos dos pontos referidos no item b, os demais variam num intervalo pequeno, sugerindo uma relativa invariabilidade desse parâmetro quando comparado com a variação de C;

d- mesmo na situação apresentada na Figura (3.50) onde houve uma tendência de ajuste linearizado, os valores de n variam numa faixa restrita, tornando plausível a adoção de um valor médio.

Do exposto, decidiu-se admitir que n assumiria valores constantes na nova equação a ser proposta, mesmo com o sacrifício de alguns pontos. Aliás, essa atitude vem de encontro às interpretações atuais da literatura. O expoente da saturação é mantido constante durante as análises de parâmetros petrofísicos que envolvem a saturação de água⁽²²⁾.

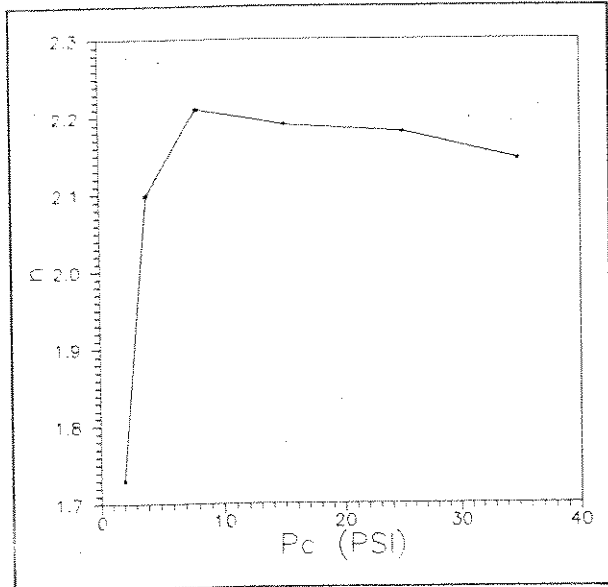


Figura 3.47 - Expoente "n" contra pressão capilar - POÇO-1.

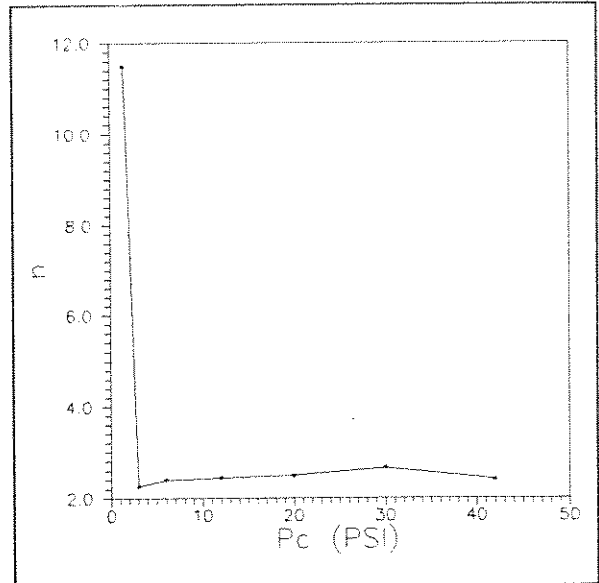


Figura 3.48 - Expoente "n" contra pressão capilar - POÇO-2.

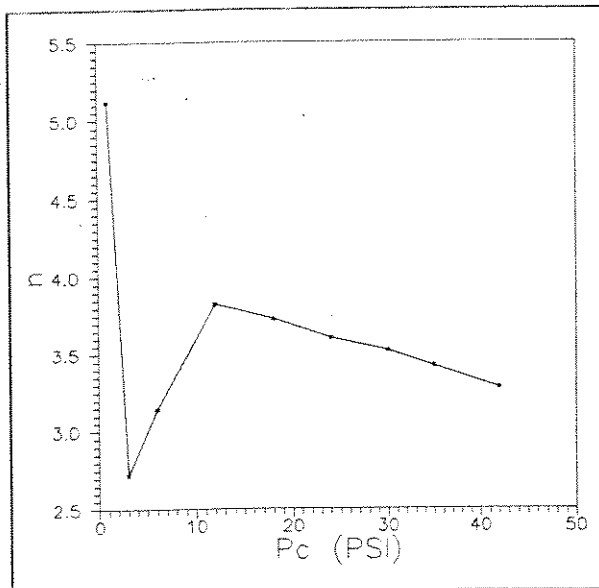


Figura 3.49 - Expoente "n" contra pressão capilar - POÇO-3.

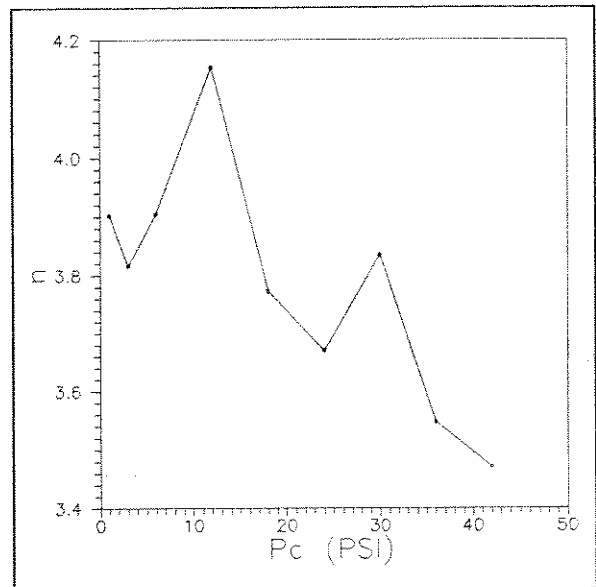


Figura 3.50 - Expoente "n" contra pressão capilar - POÇO-4.

Levando a equação (3.30) à equação (3.29) e assumindo n constante, a nova equação assume um caráter semi-empírico e tem a forma:

$$K = \frac{M_p}{\left(\frac{S_w^n P_c^2}{\phi(\sigma \cos\theta)^2} \right)} \quad (3.31)$$

finalmente,

$$K = \frac{\alpha P_c^2 + \beta P_c + \gamma}{\left(\frac{S_w^n P_c^2}{\phi(\sigma \cos\theta)^2} \right)} \quad (3.32)$$

Um aspecto importante a ser enfatizado é a coerência física e, conseqüentemente, o conteúdo geológico embutidos na equação (3.32) através da função M_p .

Apesar do caráter empírico dessa função, se observados os itens a e c , quando da análise da mesma, feita anteriormente, conclui-se:

- sempre serão avaliados valores positivos para a permeabilidade ($\Delta < 0$ e $a > 0$ e $\gamma > 0$);

- quando a pressão capilar tender a zero a permeabilidade tenderá ao infinito, conferindo assim, boa capacidade interpretativa da propriedade avaliada, K .

A validade da equação (3.32) foi então testada com o conjunto de dados do POÇO-1. Adotou-se o valor de $n=2$ e da curva ajustante da Figura 3.43 foram retirados os coeficientes α , β e γ iguais a $1,5065 \times 10^{-3}$, $8,2979 \times 10^{-3}$ e $0,1303$, respectivamente.

A aplicação da equação (3.32) ao conjunto de dados do POÇO-1 apresentou resultados promissores do ponto de vista da capacidade preditiva da ferramenta.

A Figura 3.51 exibe os valores estimados de permeabilidade contra os valores medidos. A dispersão observada é bem menor que aquela oriunda das estimativas feitas com a curva J mostrada na Figura 3.17.

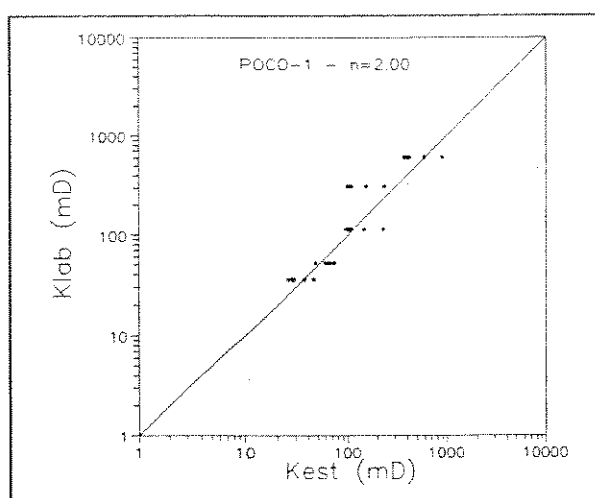


Figura 3.51 - Est. da permeabilidade a partir da equação semi-empírica. Ajuste $c/ 4, 8$ e 15 PSI.

No entanto, essas estimativas não chegam a ser tão eficientes quando comparadas com aquelas feitas com as curvas seletivas corrigidas para a saturação de água, como mostra a Figura 3.40. Esse fato induziu à investigação da possibilidade de um ajuste dos parâmetros n , α , β e γ com o objetivo de melhorar a capacidade preditiva da equação (3.32).

Como resultado propõe-se uma metodologia mais abrangente, descrita na seção seguinte.

3.7 Metodologia de Ajuste

Nessa seção será mostrada uma avaliação mais exaustiva e detalhada da equação (3.32), no sentido de explorar suas reais possibilidades.

Essa fase de investigação metodológica foi suportada no conjunto de dados do POÇO-1. Definida as diretrizes do procedimento, este foi estendido aos demais conjuntos de dados como forma de ratificar o processo.

A metodologia consta dos seguintes passos:

a- Escolhe-se uma amostra qualquer do conjunto de dados considerado e, antes de iniciar o ajuste propriamente dito, deve-se observar as condições restritivas da função M_p , ou seja:

- discriminante menor que zero ($\beta^2 - 4\alpha\gamma < 0$);
- α maior que zero e,
- γ maior que zero;

b- estima-se um valor inicial para n (sugere-se $n=2$ por ser um valor de maior ocorrência) e, com três pontos escolhidos da curva de pressão capilar, monta-se um sistema linear de três equações a três incógnitas (α , β e γ) a partir da equação (3.32);

c- os três pontos escolhidos da curva de pressão capilar não devem estar situados, simultaneamente, no patamar da curva ou no ramo verticalizado assintótico à saturação de água irreducível. O ajuste parece impor que os pontos transmitam ao modelo um indicativo da distribuição de poros que efetivamente contribuem para o fluxo de fluido;

d- para avaliar a qualidade dos parâmetros obtidos no ítem anterior (n , α , β

e γ) estes são levados a equação (3.32) e feitas as estimativas da permeabilidade da amostra a partir dos pontos de pressão capilar da sua análise;

e- várias combinações de três pontos de pressão capilar (S_w, P_c) devem ser testadas e, o conjunto escolhido será aquele que melhor aglutinar os pontos do gráfico log-log em torno da primeira bissetriz;

f- fixados os parâmetros α, β e γ , e de posse dos dados de pressão capilar que determinaram o ajuste, volta-se variando o valor de n para observar se ainda pode-se conseguir alguma melhora na estimativa.

A seguir será mostrada a sequência de ajustes do conjunto de dados do POÇO-1 que, por se revelarem didáticos, puderam evidenciar sutilezas e, conseqüentemente, possibilitaram a criação da nova metodologia.

O conjunto de dados é composto por cinco amostras com as permeabilidades de 602,8, 309,5, 114,5, 52,3 e 35,8 mD e, as Figuras 3.52 a 3.56 mostram as curvas de pressão capilar pelo método da membrana (restauração), respectivamente.

O primeiro ajuste foi efetuado na amostra com permeabilidade igual a 602,8 mD.

Como sugere a metodologia, iniciou-se a estimativa para $n=2$. Observados os critérios restritivos da função M_p , os três pontos escolhidos da curva de pressão capilar que forneceram o ajuste foram 4, 8 e 15 psi. Na Figura 3.52 nota-se que esses pontos estão na zona de transição, dispostos de forma que tenta refletir o arranjo de capilares que compõem o meio poroso e que contribuem para o escoamento de fluido. Ou seja, tenta-se fazer a ligação do patamar da curva com o ramo assintótico à saturação de água irreduzível.

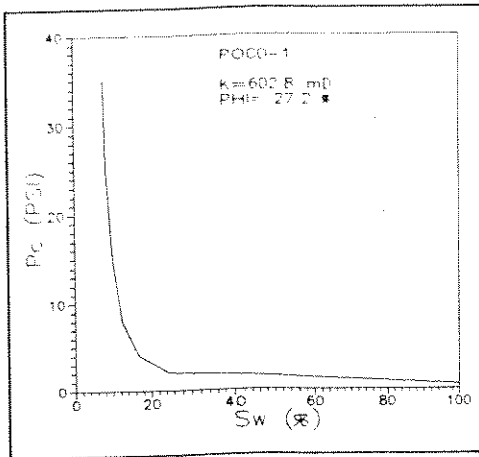


Figura 3.52 - Curva de pressão capilar, $K = 602,8 \text{ mD}$ - POÇO-1.

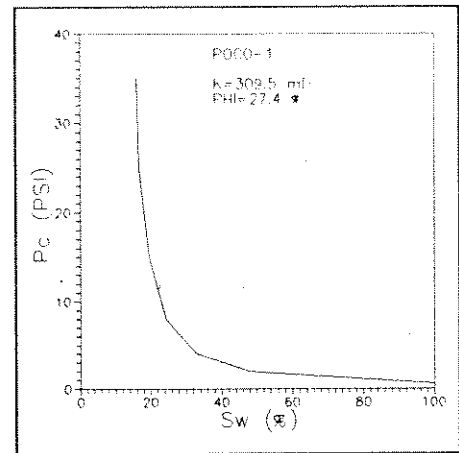


Figura 3.53 - Curva de pressão capilar, $K = 309,5 \text{ mD}$ - POÇO-1.

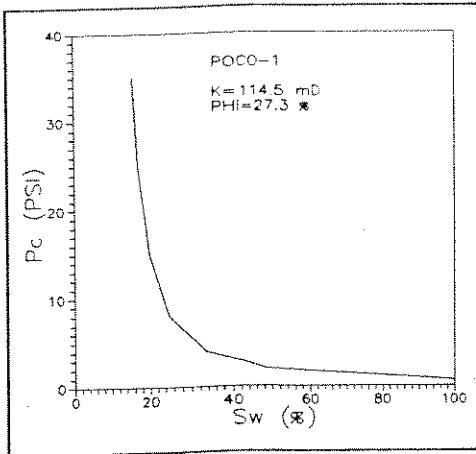


Figura 3.54 - Curva de pressão capilar, $K = 114,5 \text{ mD}$ - POÇO-1.

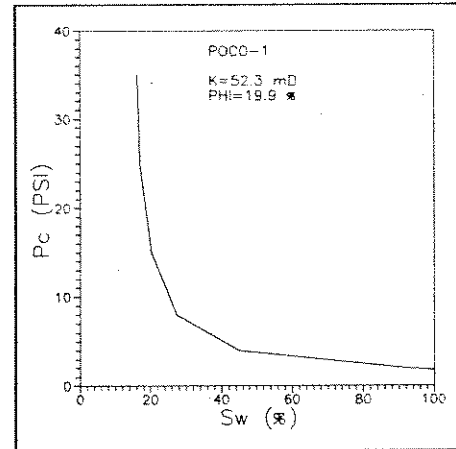


Figura 3.55 - Curva de pressão capilar, $K = 52,3 \text{ mD}$ - POÇO-1.

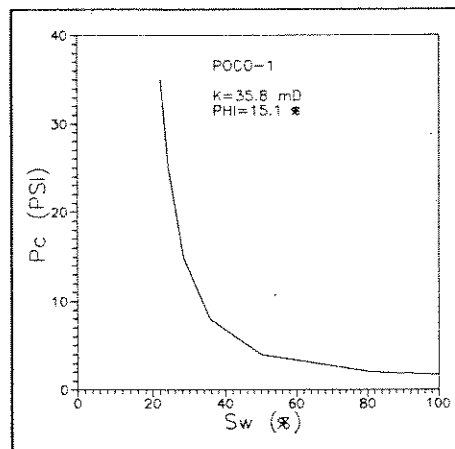


Figura 3.56 - Curva de pressão capilar, $K = 35,8 \text{ mD}$ - POÇO-1.

Os valores calculados para α , β e γ foram $0,1803 \times 10^{-3}$, $0,3585 \times 10^{-1}$ e $0,1852 \times 10^1$, respectivamente.

Por conveniência as figuras mostradas nessa seção manterão o mesmo padrão das anteriores porque exibem simultaneamente o ajuste da amostra em questão, bem como a extrapolação das demais. Dessa forma permite uma análise rápida e abrangente da performance do ajuste.

Observando a Figura 3.57 e, fixando-se apenas no ajuste da amostra em questão, nota-se uma aglutinação dos pontos quase que perfeita em cima da primeira bissetriz, refletindo uma dispersão mínima dos mesmos. As extrapolações para as outras amostras também podem ser consideradas muito boas.

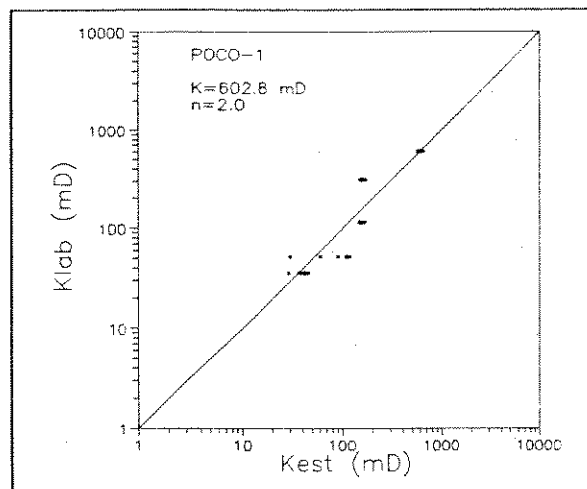


Figura 3.57 - Estimativa da permeabilidade com a eq. semi-empírica. Ajuste para 4, 8 e 15 PSI.

No sentido de ser mais conclusivo sobre a metodologia fêz-se variar o expoente n para os demais parâmetros fixos.

Para $n=1,5$, Figura 3.58, embora os pontos da amostra fiquem ainda bem ajustados, o coeficiente γ é negativo, o que implicou no descarte automático dessa opção. A extrapolação global quando comparada com a anterior, Figura 3.57, é de qualidade inferior ratificando o descarte. As estimativas das amostras com permeabilidades iguais a 114,5, 52,3 e 35,8 mD são deslocadas para a direita da primeira bissetriz e o deslocamento dos pontos da amostra de $K=309,5$ mD para próximo da reta não justifica as discrepâncias referidas anteriormente.

Para $n=3,5$, Figura 3.59, vê-se um aumento na dispersão dos pontos estimados da amostra já indicando que esta opção não deveria ser a melhor solução. Realmente, a estimativa das demais amostras ratifica esta hipótese.

Para $n=2,19$, Figura 3.60, que é o valor sugerido pela Figura 3.47, apresenta um ajuste semelhante aquele com $n=2$.

Comparando então a Figura 3.57 com a Figura 3.17 fica evidente a melhor capacidade preditiva da metodologia proposta em relação a curva J. Esse fato fica enfatizado quando se leva em conta que a nova metodologia usou apenas uma amostra, enquanto a curva J é consequente de um ajuste feito com todos os dados disponíveis.

Esse tipo de investigação foi feita com mesma intensidade e critério para as demais amostras.

Para o ajuste dos demais casos os pontos de pressão capilar utilizados foram os mesmos da primeira amostra, ou seja, 4, 8 e 15 psi.

A seguir serão apresentados os fatos relevantes que veem ratificar a metodologia.

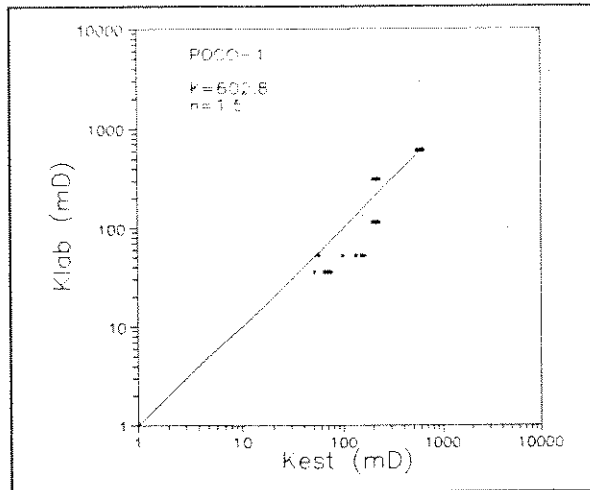


Figura 3.58 - Est. da permeabilidade com a eq. semi-empírica. Ajuste para 4, 8 e 15 PSI, $n=1.5$.

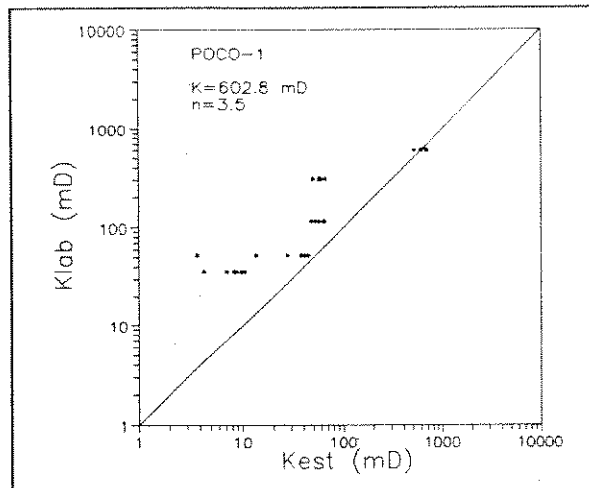


Figura 3.59 - Est. da permeabilidade com a eq. semi-empírica. Ajuste para 4, 8 e 15 PSI, $n=3.5$.

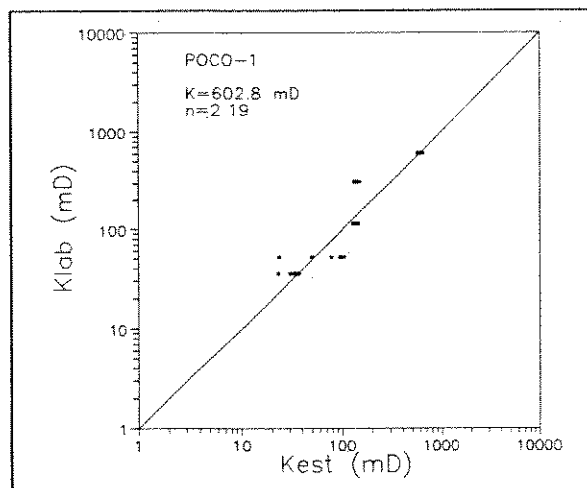


Figura 3.60 - Est. da permeabilidade com a eq. semi-empírica. Ajuste para 4, 8 e 15 PSI, $n=2.19$.

No ajuste feito na amostra de $K=309,5$ mD destacam-se as Figuras 3.61, 3.62 e 3.63, correspondendo aos ajustes feitos para valores de n iguais a 2, 1 e 3,5, respectivamente.

As seguintes observações são feitas:

- o melhor ajuste global foi aquele que apresentou o melhor ajuste para a amostra em foco. No caso para $n=2$.

- para os ajustes com $n=1$ e $n=3,5$ vê-se que há um aumento na dispersão dos pontos da amostra e, no primeiro caso o descarte é automático porque o valor de γ é negativo.

No ajuste da amostra com $K=114,5$ mD destacam-se as Figuras 3.64 a 3.66. As observações são semelhantes às anteriores.

Para a amostra com $K=52,3$ mD os ajustes foram feitos para valores de n iguais a 2, 1 e 3,5 como mostram as Figuras 3.67, 3.68 e 3.69.

Para o ajuste feito com $n=2$, Figura 3.67, a estimativa global é a melhor entre os 3 casos, embora o ajuste particular da amostra apresente uma maior dispersão.

No caso de $n=1$, Figura 3.68, o ajuste particular da amostra se mostrou aparentemente consistente, contudo esta opção é automaticamente descartada porque γ é negativo. A estimativa global justifica o descarte, mostrando uma subestimação para os valores mais altos de permeabilidade.

O ajuste para $n=3,5$ fica totalmente descartado dada a grande dispersão dos pontos (Figura 3.69).

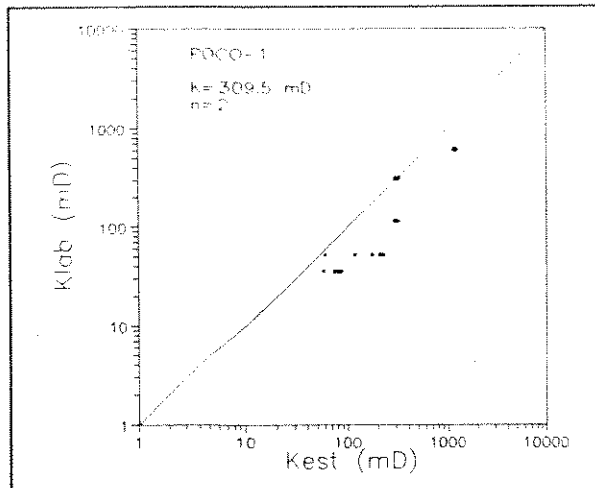


Figura 3.61 - Ajuste da equação semi-empírica $K = 309,5 \text{ mD}$, $n=2$ - POÇO-1.

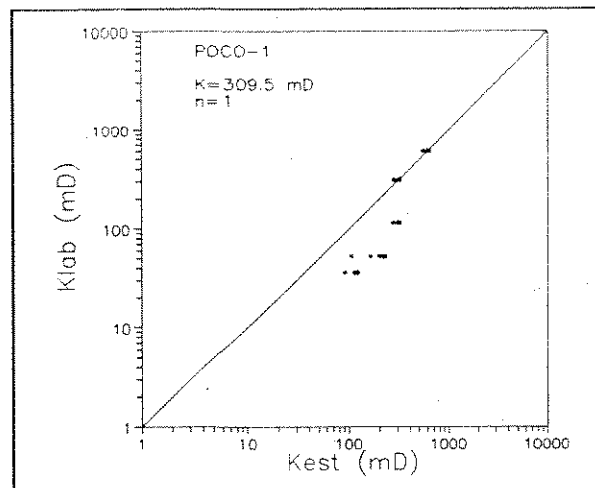


Figura 3.62 - Ajuste da equação semi-empírica $K = 309,5 \text{ mD}$, $n=1$ - POÇO-1.

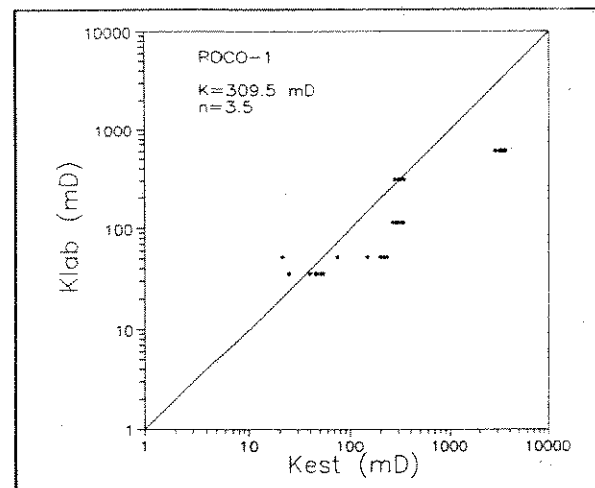


Figura 3.63 - Ajuste da equação semi-empírica $K = 309,5 \text{ mD}$, $n=3,5$ - POÇO-1.

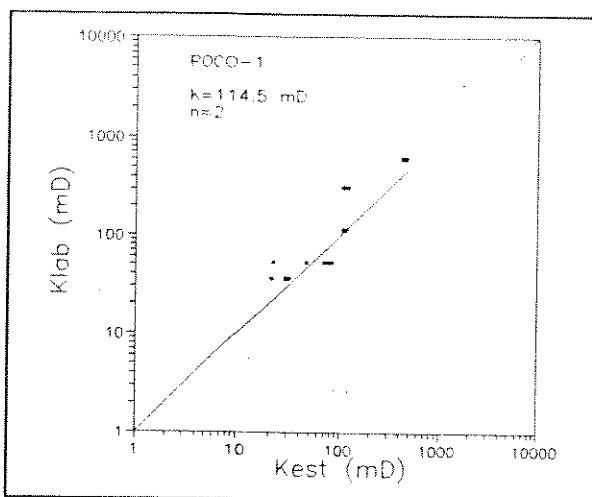


Figura 3.64 - Ajuste da equação semi-empírica $K=114,5 \text{ mD}$, $n=2$ - POÇO-1.

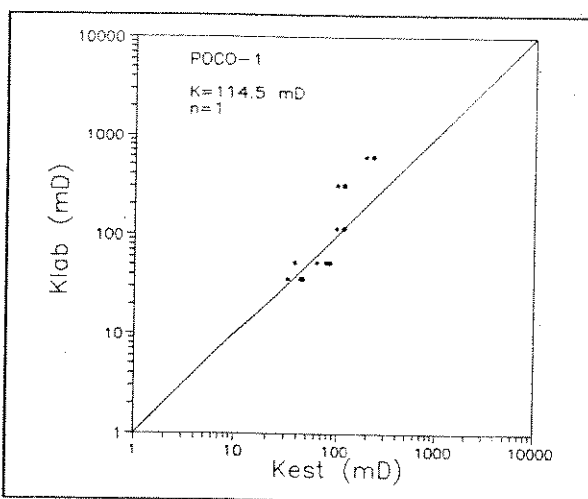


Figura 3.65 - Ajuste da equação semi-empírica $K=114,5 \text{ mD}$, $n=1$ - POÇO-1.

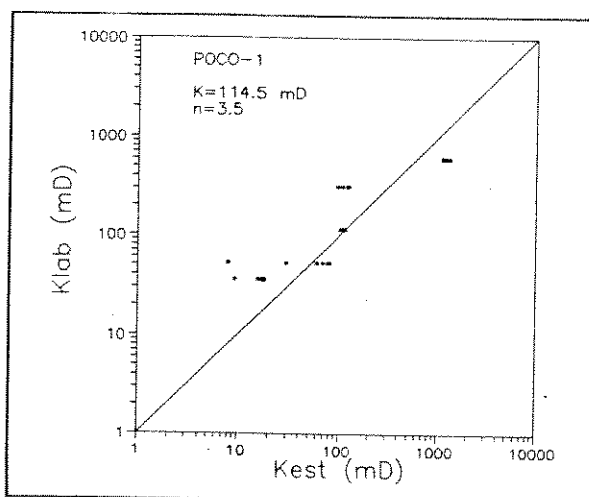


Figura 3.66 - Ajuste da equação semi-empírica $K=114,5 \text{ mD}$, $n=3,5$ - POÇO-1.

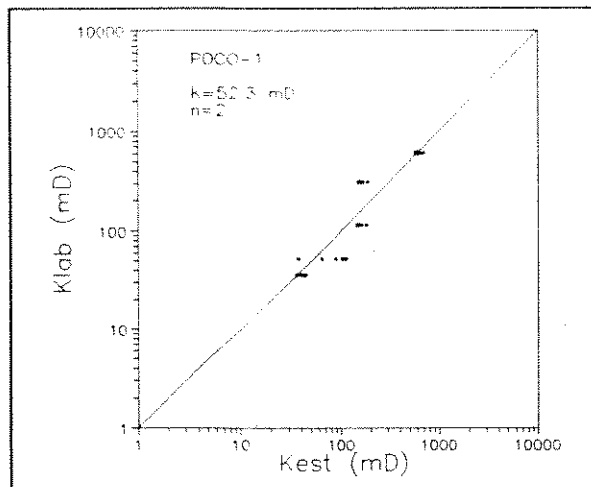


Figura 3.67 - Ajuste da equação semi-empírica $K=52,3 \text{ mD}$, $n=2$ - POÇO-1.

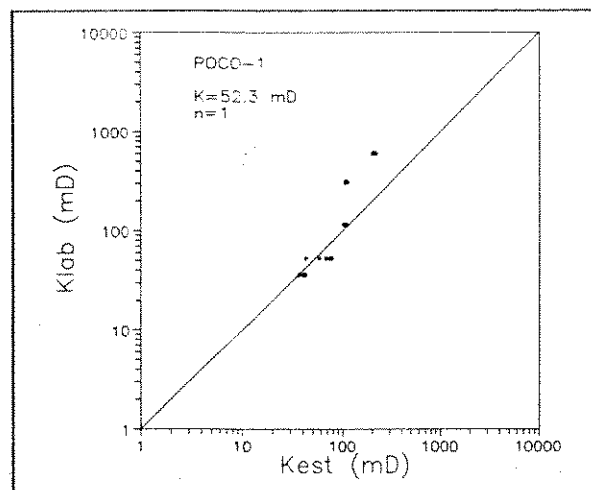


Figura 3.68 - Ajuste da equação semi-empírica $K=52,3 \text{ mD}$, $n=1,0$ - POÇO-1.

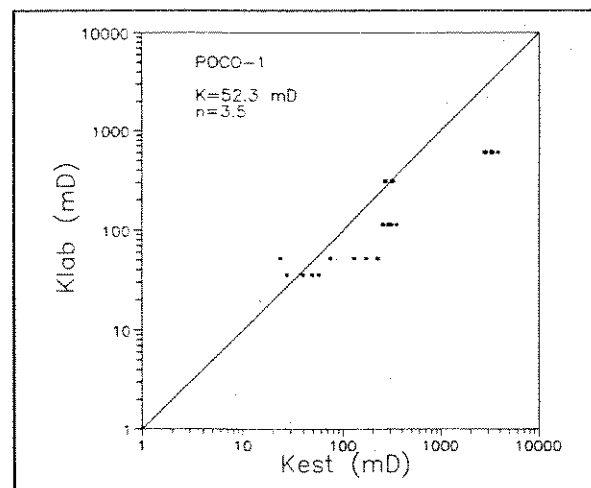


Figura 3.69 - Ajuste da equação semi-empírica $K=52,3 \text{ mD}$, $n=3,5$ - POÇO-1.

Para a última análise desse conjunto de dados, feita para a amostra com $K=35.8$ mD, as Figuras 3.70, 3.71 e 3.72 exibem os ajustes para os mesmos valores de n iguais a 2, 1 e 3.5. As observações feitas nesse caso são semelhantes àquelas feitas na análise da amostra anterior.

Como forma de enfatizar a capacidade preditiva da nova ferramenta, foram feitas estimativas a partir do ajuste da curva J de cada amostra.

As Figuras 3.73 a 3.77 mostram esses ajustes e quando comparados às Figuras 3.57, 3.61, 3.64, 3.67 e 3.70 deixa claro a melhor competência preditiva da nova ferramenta.

Finalmente, com a cultura da nova metodologia desenvolvida, estendeu-se a aplicação da mesma ao conjunto de dados dos poços 2, 3 e 5. A adição do novo conjunto de dados do POÇO-5 visou a ostensividade no teste da ferramenta.

Para o POÇO-2, as Figuras 3.78 e 3.79 ilustram as estimativas feitas a partir das amostras de permeabilidades iguais a 655,6 mD e 28,2 mD, respectivamente.

Comparando essas figuras com a Figura 3.19 nota-se uma marcante diferença na capacidade de estimativa da nova ferramenta em relação a curva J.

Deve-se salientar que esse conjunto de dados é o mais heterogêneo e que, relativamente foi onde se conseguiu o maior incremento na qualidade da estimativa. Esse aspecto é muito importante porque a nova ferramenta pode abrir perspectivas para melhorar as estimativas de arenitos argilosos.

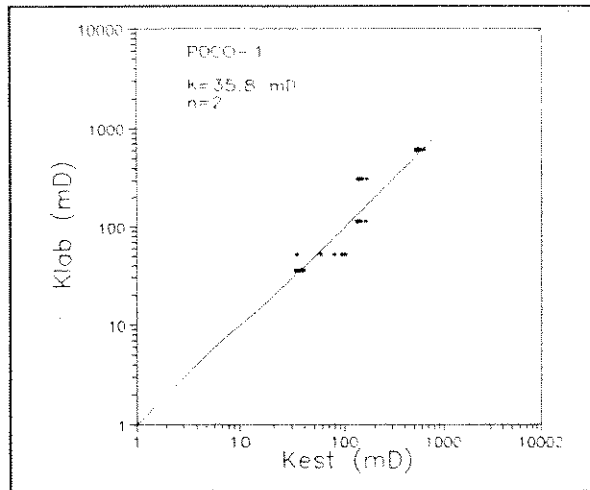


Figura 3.70 - Ajuste da equação semi-empírica $K=35,8$ mD, $n=2$ - POÇO-1.

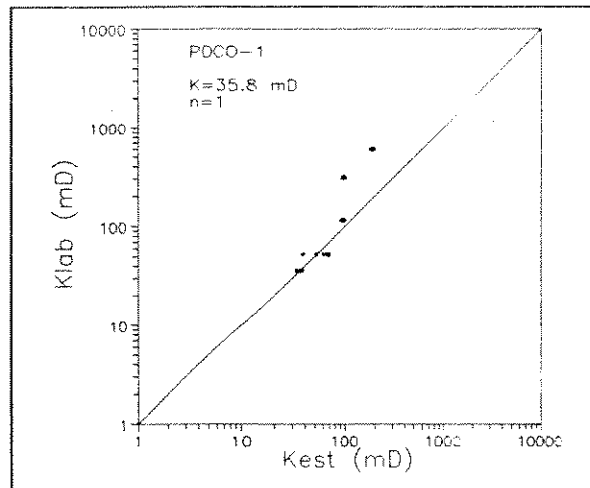


Figura 3.71 - Ajuste da equação semi-empírica $K=35,8$ mD, $n=1$ - POÇO-1.

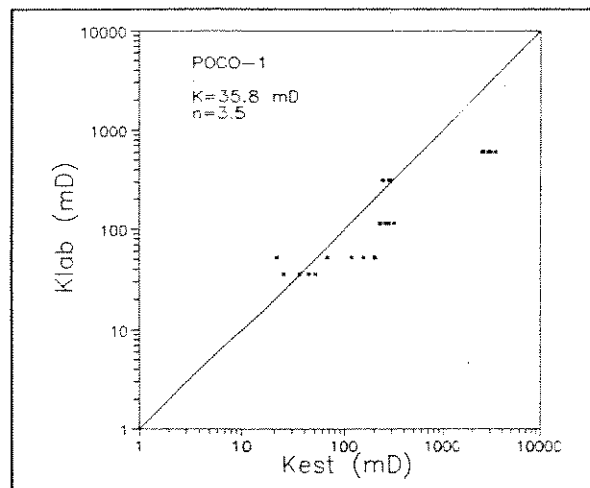


Figura 3.72 - Ajuste da equação semi-empírica $K=35,8$ mD, $n=3,5$ - POÇO-1.

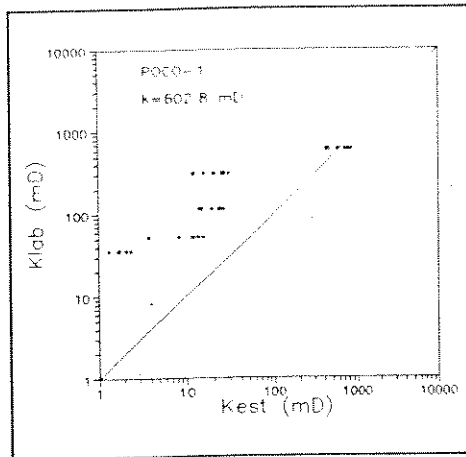


Figura 3.73 -Estimativa com função J
K=612,8 mD - POÇO-1.

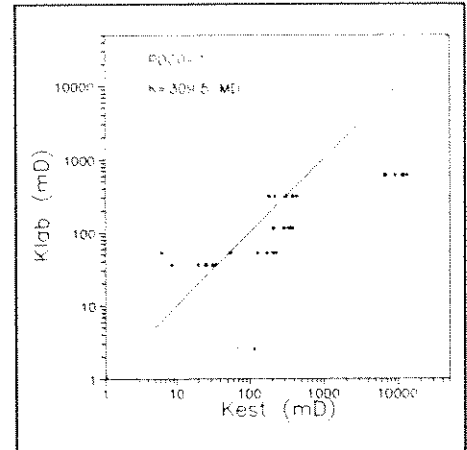


Figura 3.74 -Estimativa com função J
K=309,5 mD - POÇO-1.

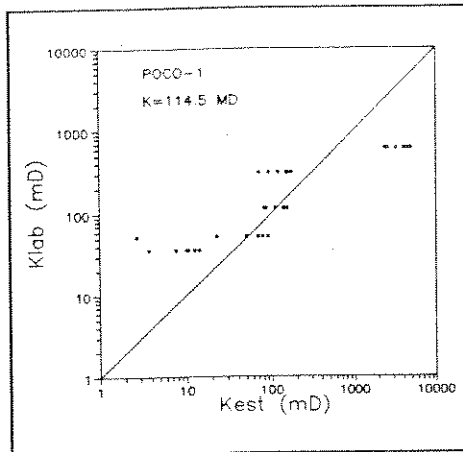


Figura 3.75 -Estimativa com função J
K=114,5 mD - POÇO-1.

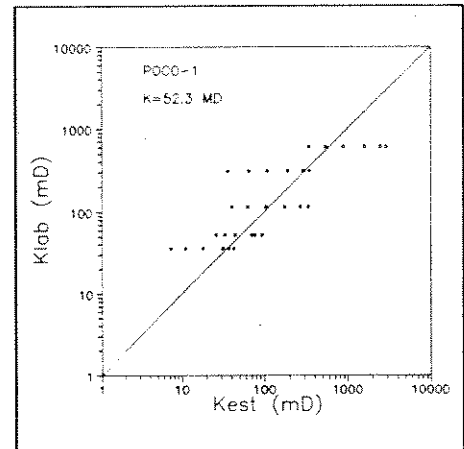


Figura 3.76 -Estimativa com função J
K=52,3 mD - POÇO-1.

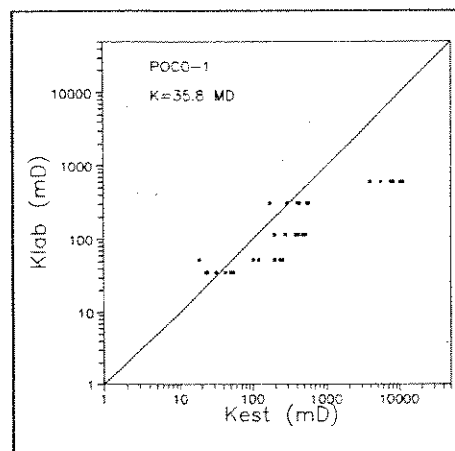


Figura 3.77 -Estimativa com função J
K=35,8 mD - POÇO-1.

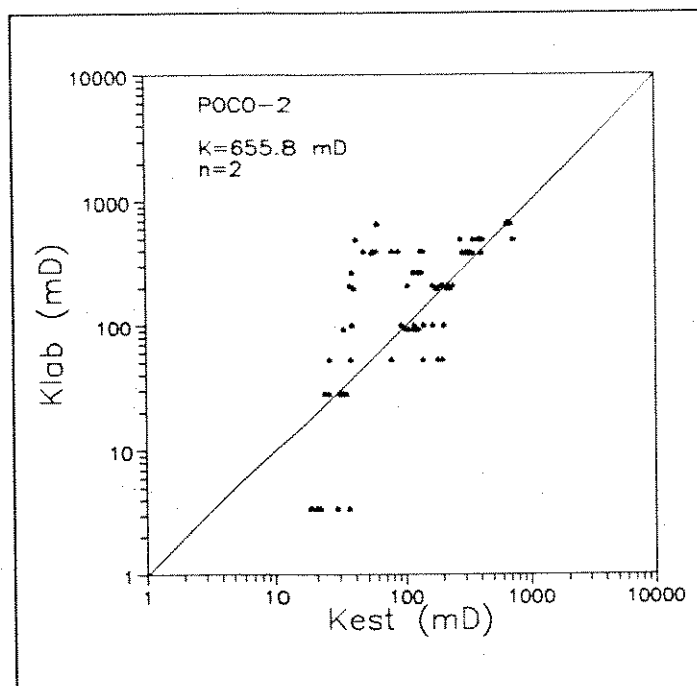


Figura 3.78 - Aplicação da metodologia a amostra K=655,8 mD. Ajuste com 3, 6 e 12 PSI - POÇO-2.

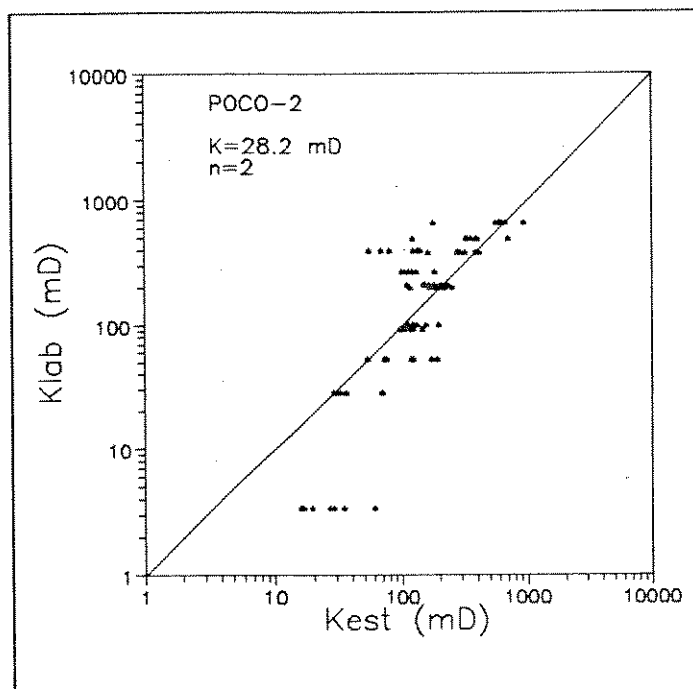


Figura 3.79 - Aplicação da metodologia a amostra K=28,2 mD. Ajuste com 6, 12 e 20 PSI - POÇO-2.

Para o POÇO-3, a Figura 3.80 exhibe as estimativas feitas com apenas uma amostra de permeabilidade igual a 538,6 mD. Esse é um exemplo em que $n=3.5$ é a melhor opção. A estimativa com $n=2$ pode ser observada na Figura 3.81 e ratifica a qualidade ruim da estimativa a nível global.

O ajuste dos parâmetros foi feito com muita rapidez e se fossem tentadas outras amostras, possivelmente resultados melhores surgiriam mas, ainda assim, a qualidade das estimativas é semelhante aquela conseguida a partir da curva J (ver Figura 3.21).

Esse conjunto de dados se mostrou bastante comportado e, provavelmente por isso, não se observam grandes diferenças entre as estimativas feitas com a metodologia e aquelas feitas com a curva J.

Como última ilustração, utilizou-se o conjunto de dados do POÇO-5, Fm. Macaé, Bacia de Campos, a partir de análises com injeção de mercúrio.

Para manipular essas informações foi feita a conversão dos dados de pressão capilar para o sistema água-ar e utilizou-se aqueles pontos da curva que não ultrapassassem a pressão de 50 psi (máxima pressão atingida no método da membrana). Isso porque a análise com injeção de mercúrio atinge valores muito altos de pressão, levando a saturações de água irreduzíveis irreais.

A Figura 3.82 mostra a estimativa feita com a curva J e as Figuras 3.83, 3.84 e 3.85 exibem estimativas feitas a partir da metodologia, com $n=2$ sendo a melhor opção. Mais uma vez fica claro a superioridade da nova ferramenta.

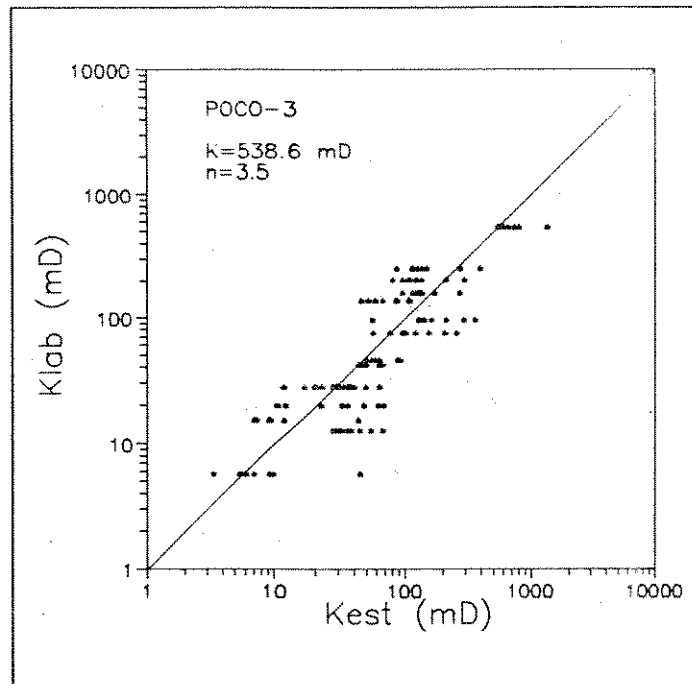


Figura 3.80 - Aplicação da metodologia a amostra K=538,6 mD. Ajuste com 12, 18 e 24 PSI, n=3.5.

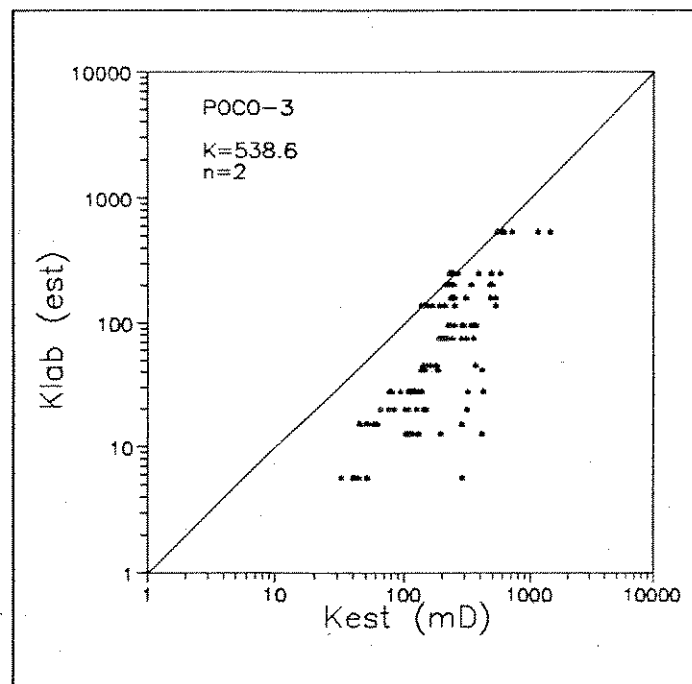


Figura 3.81 - Aplicação da metodologia a amostra K=538,6 mD. Ajuste com 12, 18 e 24 PSI, n=2.

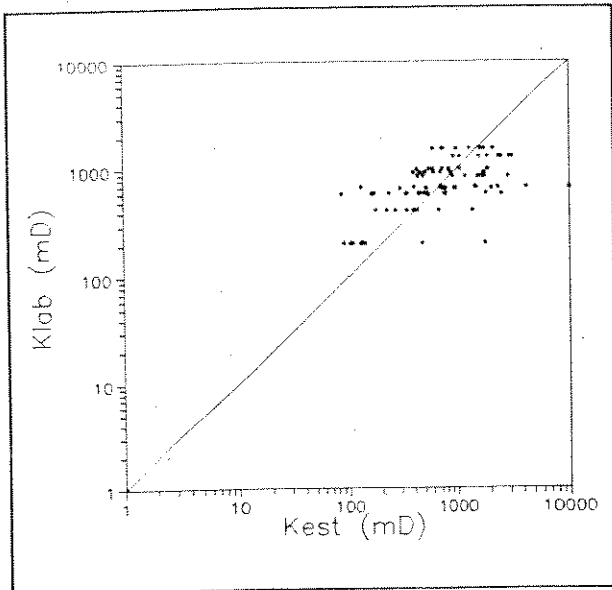


Figura 3.82 - Estimativas de permeabilidade a partir da curva J - POÇO-5.

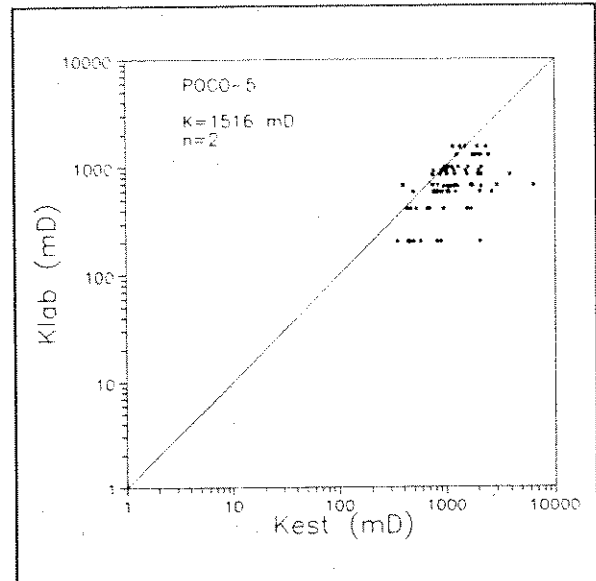


Figura 3.83 - Aplicação da metodologia a amostra com $K=1516$ mD e 1,3; 2,7 e 21,4 PSI - POÇO-5.

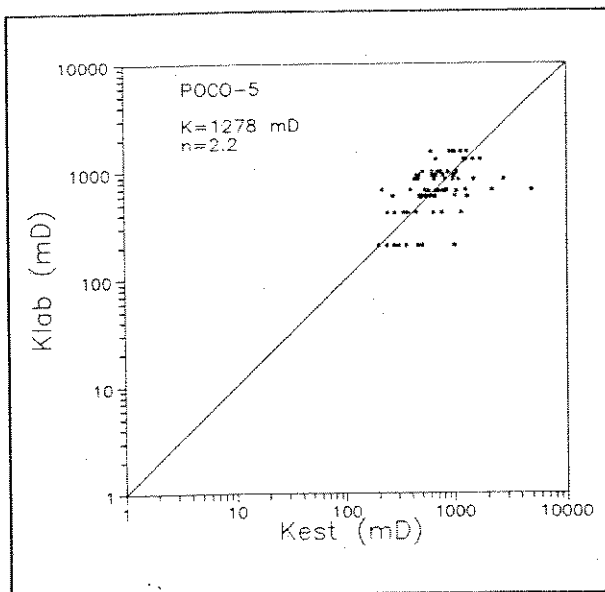


Figura 3.84 - Aplicação da metodologia a amostra com $K=1278$ mD e 1,34; 2,69 e 10,71 PSI - POÇO-5.

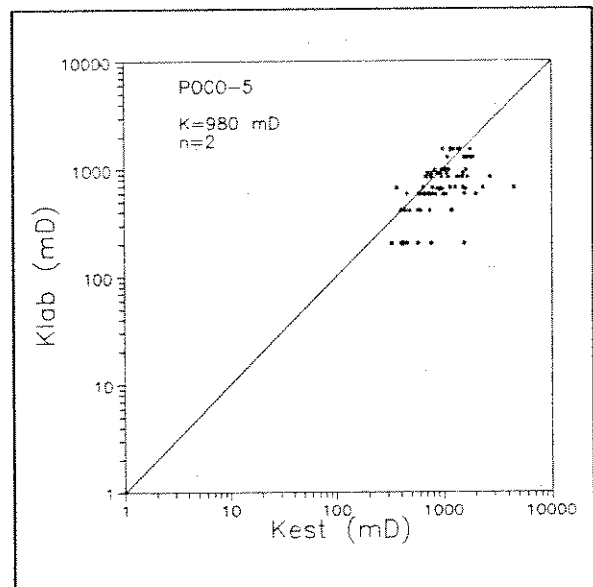


Figura 3.85 - Aplicação da metodologia a amostra com $K=980$ mD e 1,34; 2,36 e 10,71 PSI - POÇO-5.

Do exposto, a equação (3.32), através dessa nova metodologia poderá também auxiliar na determinação de curvas médias de pressão capilar representativas de um reservatório. Deve promover, também, melhores estimativas de curvas de permeabilidade relativa, quando a geração dessas curvas for suportada em modelo de poros. Uma metodologia deve ser desenvolvida com esse objetivo.

Capítulo 4

COMPARAÇÃO COM REGRESSÃO MULTILINEAR

O objetivo desse capítulo é mostrar o desempenho da nova metodologia quando comparada à regressão multilinear que, embora seja uma ferramenta difundida e básica no tratamento estatístico, sua aplicação na integração de dados petrofísicos só foi enfatizada em trabalhos relativamente recentes. Um desses trabalhos foi apresentado por Honapour⁽¹⁰⁾, em 1982 na sua tese de doutoramento, quando propôs a determinação de curvas de permeabilidade relativa a partir de equações totalmente empíricas. Nesse trabalho o autor, utilizando dados de diversas bacias petrolíferas do mundo, desenvolveu funções polinomiais envolvendo vários parâmetros. A metodologia consistiu num processo iterativo através do qual era avaliada a necessidade de inserção de novas variáveis, termos de maior ordem, produtos cruzados das variáveis independentes e outros. Uma análise de sensibilidade foi aplicada com o objetivo de descartar as variáveis irrelevantes. Outro trabalho, desenvolvido por Alger et Alii⁽¹¹⁾ em 1989, já mencionado no Capítulo 1, apresenta um método de integração de dados de pressão capilar de laboratório e

dados oriundos de perfis de poços.

As observações feitas nesse capítulo não têm o objetivo de detalhar aspectos de uma avaliação estatística, mas, comparar os resultados mostrando suas vantagens e desvantagens em relação ao modelo proposto nesse trabalho.

Na seção seguinte é apresentado o desenvolvimento teórico de uma regressão multilinear.

4.1 O Modelo Estatístico

Considere-se que uma variável Y seja dependente de $k+m$ variáveis, isto é,

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_k, X_{k+1}, \dots, X_{k+m}) \quad (4.1)$$

e que por motivos quaisquer não se tenha conseguido medir as variáveis X_{k+1}, \dots, X_{k+m} . Ao se analisar Y como uma função das k primeiras variáveis, deve-se levar em conta um resíduo ou erro.

Assumindo que esse erro seja aditivo, o modelo estatístico fica,

$$Y_i = f(X_{1i}, X_{2i}, X_{3i}, \dots, X_{ki}) + u_i \quad (4.2)$$

onde $i = 1, \dots, n$.

Outra fonte de erro em um modelo estatístico são os erros de medida da variável dependente. Na prática observa-se tanto erros de variáveis não avaliadas quanto de medida, sendo que o erro total será a soma desses erros.

Uma regressão multilinear existe quando admite-se que o valor da variável

dependente é função linear de mais de uma variável independente. O modelo estatístico de uma regressão multilinear com k variáveis independentes é:

$$Y_j = \alpha_r + \beta_1 X_{1j} + \beta_2 X_{2j} + \dots + \beta_k X_{kj} + u_j \quad (4.3)$$

onde $j= 1, \dots, n$

ou ainda

$$Y_j = \alpha_r + \sum_{i=1}^k \beta_i X_{ij} + u_j \quad (4.4)$$

onde:

k é o número de variáveis independentes

j é o número de medidas

Utilizando a notação matricial, tem-se:

$$y = X\beta + u \quad (4.5)$$

onde:

$$y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_n \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \dots & X_{k2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & \dots & X_{kn} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \alpha_r \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_n \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Ao estabelecer o modelo da equação (4.4), pressupõe-se que:

1. A variável dependente Y_i é função linear das variáveis independentes X_{ij} com $i=1,\dots,k$;
2. os valores das variáveis independentes não se alteram;

3. a média dos erros é igual a zero; $E(u_i)=0$, ou seja, $E(\mathbf{u})=\mathbf{0}$, onde $\mathbf{0}$ é um vetor nulo;

4. os erros são homocedásticos, isto é, $E(u_i^2)=\sigma^2$; ou seja, a variância do erro é a mesma, independente do valor da variável;

5. os erros não têm correlação entre si, isto é, $E(u_j u_h)=0$ para $j \neq h$; ou seja, a covariância entre os erros é igual a zero;

6. os erros têm distribuição normal.

4.2 Mínimos Quadrados

Sejam \mathbf{b} e \mathbf{e} vetores das estimativas dos parâmetros e dos desvios, respectivamente, isto é:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} a_r \\ b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_k \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

e

$$e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ e_n \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

A desigualdade $n > k+1$ deve ser observada para que se possa aplicar o tratamento estatístico.

Pode-se escrever então:

$$y = Xb + e = y' + e \quad (4.12)$$

e

$$e = y - Xb = y - y' \quad (4.13)$$

onde

y é o valor medido e y' é o valor estimado pela regressão.

A soma dos quadrados dos desvios é dada por:

$$Z = e'e = (y' - b'X') (y - Xb) = y'y - y'Xb - b'X'y + b'X'Xb \quad (4.15)$$

$$y' = \begin{bmatrix} y'_1 \\ y'_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ y'_n \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

As matrizes $y'Xb$ e $b'X'y$ são iguais, visto que uma é a transposta da outra e cada uma tem apenas um elemento. Então:

$$Z = yy' - 2b'X'y + b'X'Xb \quad (4.16)$$

A função acima apresenta ponto de mínimo para os valores de b que tornem sua diferencial nula, ou seja:

$$dZ = -2(db')X'y + (db')X'Xb + b'X'X(db) = 0 \quad (4.17)$$

Mas, as parcelas $(db')X'Xb$ e $b'X'X(db)$ são matrizes transpostas com um elemento cada uma, vem:

$$dZ = -2(db')X'y + 2(db')X'Xb = 0 \quad (4.18)$$

ou

$$(db')(X'Xb - X'y) = 0 \quad (4.19)$$

Logo, a diferencial de Z será identicamente nula para

$$X'Xb = X'y \quad (4.20)$$

Se $X'X$ é não singular implica que existe a transposta, logo, pode-se escrever:

$$b = (X'X)^{-1} X'y \quad (4.21)$$

Da equação (4.21), nota-se que a primeira etapa para obtenção das estimativas dos parâmetros é a construção das matrizes:

$$X'X = \begin{bmatrix} n & \sum X_{ij} & \sum X_{2j} & \dots & \sum X_{kj} \\ \sum X_{ij} & \sum X_{ij}^2 & \sum X_{ij}X_{2j} & \dots & \sum X_{ij}X_{kj} \\ \sum X_{2j} & \sum X_{ij}X_{2j} & \sum X_{2j}^2 & \dots & \sum X_{2j}X_{kj} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \sum X_{kj} & \sum X_{ij}X_{kj} & \sum X_{2j}X_{kj} & \dots & \sum X_{kj}^2 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

e

$$X'y = \begin{bmatrix} \sum Y_j \\ \sum X_{ij}Y_j \\ \sum X_{2j}Y_j \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \sum X_{kj}Y_j \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Agora, fazendo-se uma análise de variância da regressão multilinear, das equações (4.16) e (4.20) pode-se concluir que a soma de quadrados dos desvios, ou a soma de quadrados residual, é dada por:

$$e'e = y'y - 2b'X'y + b'X'y \quad (4.24)$$

ou

$$S.Q.Res = e'e = y'y - b'X'y \quad (4.25)$$

onde S.Q.Res é a soma dos quadrados dos resíduos.

De (4.25), os termos $y'y$ e $b'X'y$ correspondem, respectivamente, à soma de quadrados da regressão, de maneira que o coeficiente de determinação é:

$$R^2 = \frac{b'X'y}{y'y} \quad (4.26)$$

4.3 Aplicação aos Dados Disponíveis

A regressão multilinear foi aplicada aos conjuntos de dados dos POÇOS-1, 2 e 3 e, foi utilizado para esse objetivo o pacote estatístico SAS, de domínio público.

Esta ferramenta, pelo seu caráter puramente matemático, apresenta uma grande habilidade de ajuste de curvas envolvendo múltiplas variáveis representativas de um conjunto de dados. Por esta razão, a nova metodologia foi comparada com

esta ferramenta para que se pudesse concluir a avaliação do seu desempenho.

Foram analisados três modelos estatísticos aqui denominados de: exponencial, combinado e de potência e, para cada conjunto de dados, pesquisou-se o modelo mais adequado à estimativa da permeabilidade.

O modelo exponencial é adotado com base na tendência do comportamento log-normal da permeabilidade em relação a algumas propriedades petrofísicas, haja visto a frequente utilização dos gráficos do logaritmo da permeabilidade contra a porosidade ou contra a saturação de água irreduzível. O modelo combinado foi incorporado com base nas observações feitas por Alger et Alii⁽¹⁾ e, recentemente, ratificado por Lima⁽¹³⁾ em sua dissertação de mestrado. Finalmente, o modelo de potência é sugerido pela análise da permeabilidade a partir do tratamento analítico com base no modelo de poros (ver seção 3.6).

Os modelos são mostrados a seguir:

EXPONENCIAL:

$$\ln K = cte + \beta_1 S_w + \beta_2 Pc + \beta_3 \phi \quad (4.27)$$

COMBINADO:

$$\ln K = cte + \beta_1 \ln S_w + \beta_2 \ln Pc + \beta_3 \phi \quad (4.28)$$

POTÊNCIA:

$$\ln K = cte + \beta_1 \ln S_w + \beta_2 \ln P_c + \beta_3 \ln \phi \quad (4.29)$$

As comparações feitas entre as estimativas efetuadas com a regressão multilinear e a metodologia proposta mostraram um desempenho global melhor da primeira. As Figuras 4.1 a 4.3 exibem as previsões das permeabilidades a partir dos modelos estatísticos para o conjunto de dados do POÇO-1. No caso desse poço, a estimativa feita através do procedimento proposto, mostrou uma maior aglutinação entre os pontos em torno da primeira bissetriz, a menos das estimativas relativas a amostra de permeabilidade igual a 52.3 mD. Esta observação pode ser constatada através da inspeção das Figuras 3.57 e 4.2. No caso do POÇO-2, embora as estimativas feitas com base na metodologia proposta tenham evoluído de forma marcante, quando comparadas com as estimativas feitas com a curva J (ver seção 3.7), ainda assim foram de qualidade inferior às estivas oriundas da regressão multilinear mostradas nas Figuras 4.4 a 4.6. As Figuras 3.79 e 4.6 ilustram esta observação. No caso do POÇO-3 as estimativas feitas a partir da regressão multilinear (ver Figuras 4.7 a 4.9) e pela metodologia apresentam o mesmo perfil de distribuição de pontos mas, a dispersão apresentada pela primeira é menor. As Figuras 3.80 e 4.9 ratificam esta observação.

Com base na análise dos dados utilizados, uma conclusão ficou evidente: no aspecto geral as estimativas da nova metodologia se aproximaram da regressão multilinear.

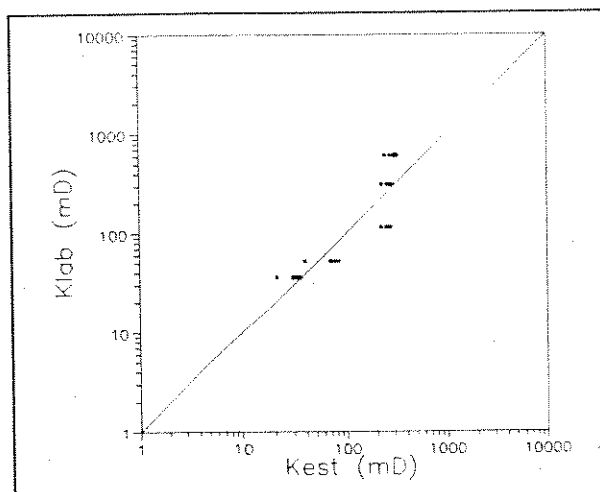


Figura 4.1 - Estimativa da reg. multilinear modelo exponencial - POÇO-1.

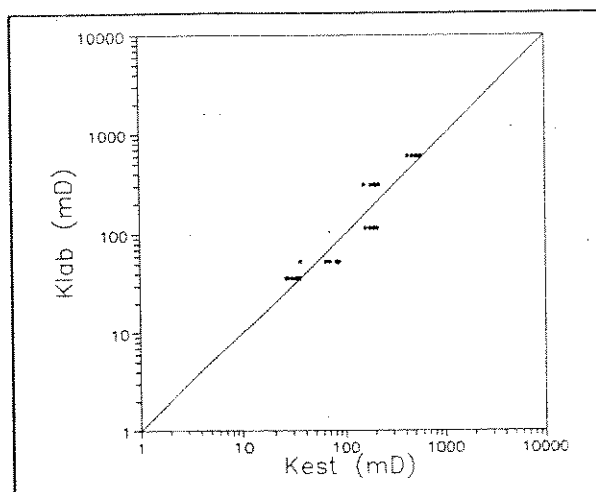


Figura 4.2 - Estimativa da reg. multilinear modelo combinado - POÇO-1.

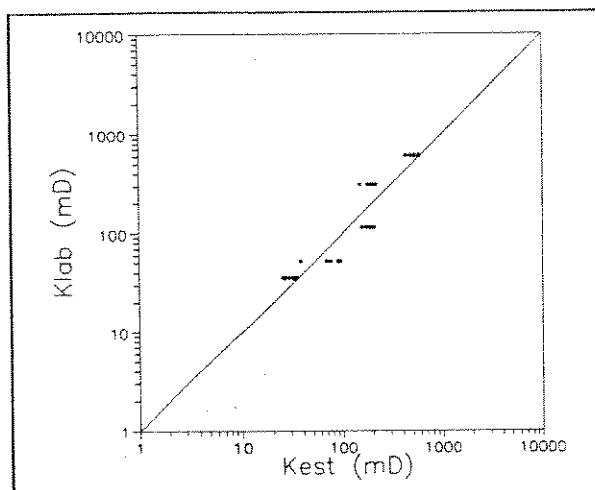


Figura 4.3 - Estimativa da reg. multilinear modelo de potência - POÇO-1.

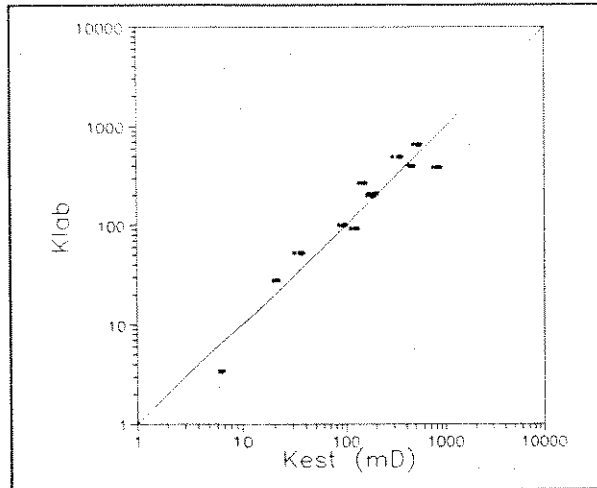


Figura 4.4 - Estimativas da reg. multilinear modelo exponencial - POÇO-2.

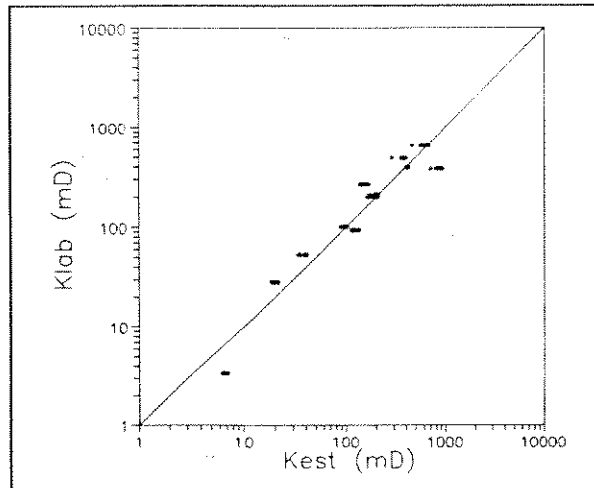


Figura 4.5 - Estimativa da reg. multilinear modelo combinado - POÇO-2.

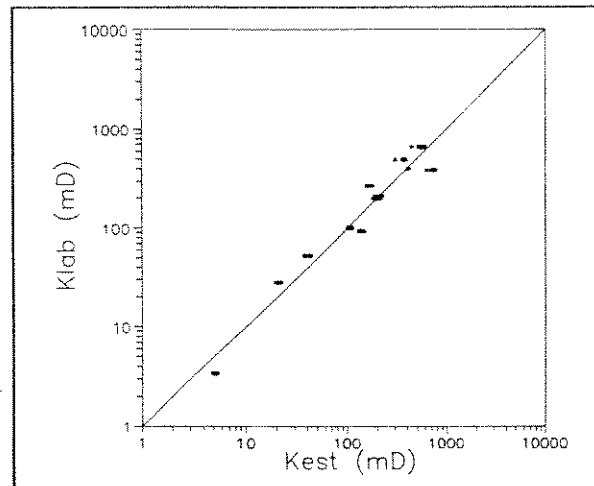


Figura 4.6 - Estimativas da reg. multilinear modelo de potência - POÇO-2.

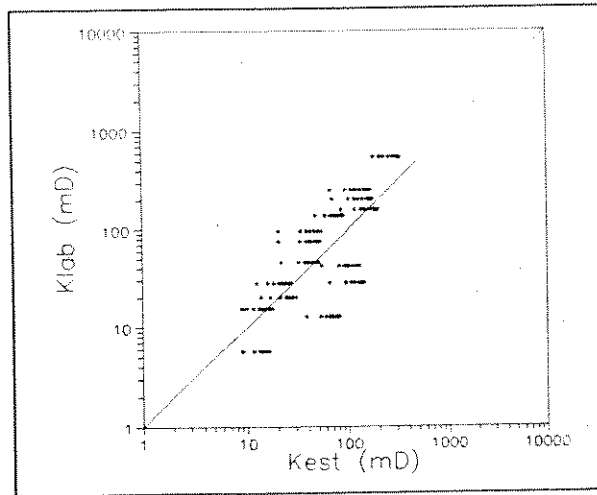


Figura 4.7 - Estimativa da reg. multilinear modelo exponencial - POÇO-3.

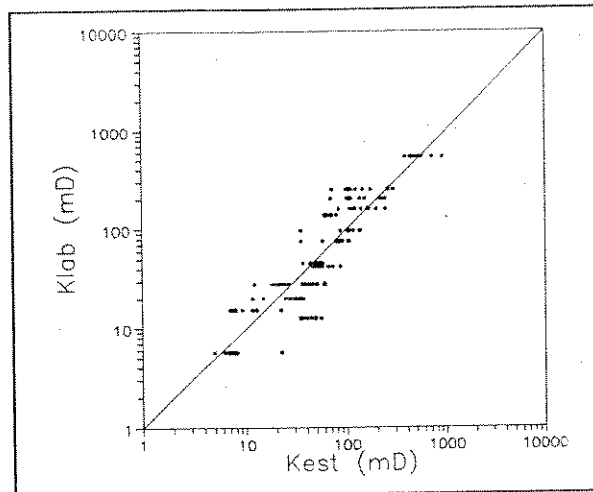


Figura 4.8 - Estimativa da reg. multilinear modelo combinado - POÇO-3.

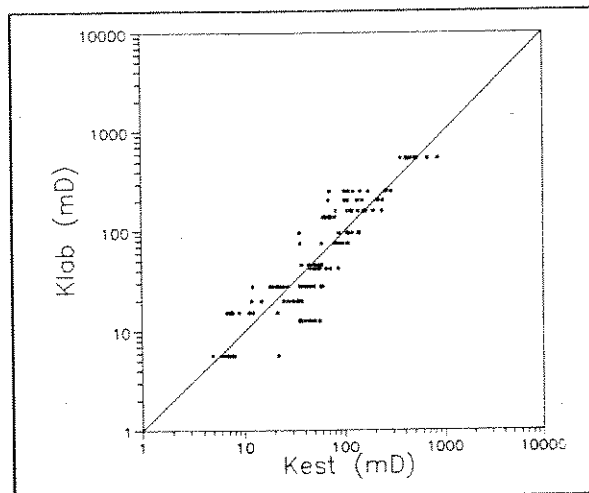


Figura 4.9 - Estimativa da reg. multilinear modelo de potência - POÇO-3.

Uma situação peculiar foi constatada na análise do POÇO-2, onde a permeabilidade mostrou uma relação muito forte com a porosidade, e pouca relação com a saturação de água e a pressão capilar. Os três modelos apresentaram, praticamente, o mesmo perfil preditivo; mesmo assim, do ponto de vista qualitativo, o modelo de potência tende a apresentar melhor estimativa quando se observa os coeficientes de determinação (R^2) que são: 0.9195, 0.9228 e 0.9477 para os modelos exponencial, combinado e de potência (ver Tabela 4.1). As Figuras 4.4, 4.5 e 4.6 ratificam a constatação acima. Uma provável explicação, dentro do enfoque

Tabela 4.1 Coeficientes de determinação dos modelos estatísticos.

Modelo Estatístico	COEFICIENTES DE DETERMINAÇÃO		
	POÇO-1	POÇO-2	POÇO-3
EXPONENCIAL	0.7514	0.9195	0.5674
COMBINADO	0.8687	0.9228	0.7933
POTÊNCIA	0.8587	0.9477	0.7997

estatístico, seria admitir que as variáveis independentes porosidade, saturação de água e pressão capilar estariam com alta colinearidade. Este fenômeno aparece quando, num conjunto de dados, duas ou mais variáveis estão fortemente relacionadas. A ferramenta detectando este aspecto, expressa a variável dependente

em função das variáveis independentes conferindo um peso (coeficiente) bem maior àquela de maior capacidade de correlação. Estas situações podem induzir ao descarte de variáveis importantes levando à conclusões errôneas por parte do investigador a respeito do modelo correto a ser utilizado. Exemplificando: se apenas os dados do POÇO-2 estivessem disponíveis e assumisse que esses dados apresentassem uma tendência universal, poderia se chegar à conclusão que um modelo exponencial associando a permeabilidade com a porosidade seria sempre satisfatório, visto que a saturação de água e a pressão capilar, neste caso, praticamente não interferem na avaliação da permeabilidade (ver Figuras 4.4, 4.5 e 4.6). A função ajustante do modelo exponencial do referido conjunto de dados, mostrou um coeficiente da porosidade 163 e 175 vezes maior que os coeficientes da saturação de água e pressão capilar, respectivamente.

Na análise global dos resultados pode-se observar que o modelo exponencial demonstrou ser o mais pobre e os modelos combinado e de potência apresentaram capacidades preditivas melhores e semelhantes entre si. Esta observação pode ser ratificada através das Figuras 4.1 a 4.9 e da Tabela 4.1. A explicação analítica para esse comportamento dos modelos de potência e combinado pode ser dada quando, tomando-se o logaritmo da equação (3.29) obtém-se a seguinte relação:

$$\ln K = \ln C - n \ln S_w - 2 \ln P_c + \ln \phi + \ln (\sigma \cos \theta)^2 \quad (4.30)$$

fazendo,

$$\ln C + \ln (\sigma \cos \theta)^2 = cte \quad (4.31)$$

vem,

$$\ln K = cte - n \ln S_w - 2 \ln P_c + \ln \phi \quad (4.32)$$

Comparando as equações (4.32) e (4.29) observa-se que a última incorpora também os conceitos do modelo de poros e, provavelmente por isso, apresentou uma capacidade preditiva melhor quando comparada à equação (4.27). A equação (4.28) é semelhante à equação (4.29) a menos da variável porosidade que aparece sem o logaritmo. Nesse caso não apresenta grandes diferenças visto que a faixa de variação desse parâmetro é muito restrita.

Contudo, deve-se lembrar que a regressão multilinear, sendo uma ferramenta estatística, é tanto mais efetiva quanto maior for o número de dados disponíveis para a determinação da curva ajustante. Em situações de escassez de dados, a regressão linear poderá, provavelmente, não apresentar a mesma efetividade na capacidade preditiva. Nessa situação, a metodologia proposta leva uma grande vantagem pois tem um comprometimento com o conteúdo geológico das informações.

Para exemplificar a situação acima descrita, aplicou-se a regressão multilinear às amostras de permeabilidades iguais a 602.8 e 309.4 mD do conjunto de dados do POÇO-1. Como era de se esperar a capacidade preditiva foi das piores como mostra a Figura 4.10. Observando esta ilustração nota-se que a curva ajustante basicamente honrou os dados fornecidos para o ajuste e, esboçou a tentativa de estimativa da permeabilidade para os dados da amostra de permeabilidade igual 114.3 mD. Para as outras duas amostras que completam o conjunto de dados do POÇO-1 estimou valores absurdos (em torno de zero), sem nenhuma compatibilidade física. Outra

tentativa foi feita incorporando uma terceira amostra, a de permeabilidade igual a 114.3 mD, e os resultados foram semelhantes àqueles anteriores.

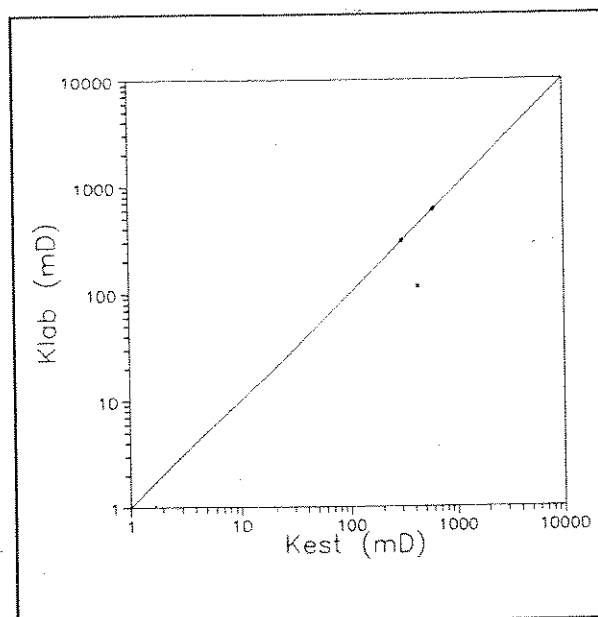


Figura 4.10 - Estimativa da reg. multilinear utilizando duas amostras - POÇO-1.

No entanto, a aplicação da metodologia proposta a uma única amostra, a de permeabilidade igual a 602.8 mD, já mostrado na seção 3.7, apresentou uma capacidade preditiva satisfatória (ver Figura 3.57). Situação semelhante pode-se observar com as demais amostras.

Do exposto, conclui-se que a nova metodologia pode vir a ser aplicada com a expectativa de auxiliar os técnicos que trabalham na área de reservatórios, principalmente em situações mais adversas de escassez de dados.

Capítulo 5

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

1. Uma nova função E, com capacidade de integrar dados petrofísicos, foi desenvolvida a partir de um modelo de poro constituído por um feixe de tubos capilares;
2. Uma procedimento de ajuste a partir do gráfico de J contra E é proposto promovendo opções diferentes de curvas. A função potencial se mostrou a mais eficiente;
3. A estimativa da permeabilidade utilizando curvas por nível de pressão capilar (curvas seletivas) pode levar a valores sensivelmente melhores. A correção da saturação de água a nível de curvas seletivas contribuiu de forma favorável na melhora da estimativa;
4. Uma nova equação de característica semi-empírica, que integra dados de

pressão capilar com os dados petrofísicos convencionais, é proposta. A nova equação permite uma avaliação da permeabilidade com capacidade preditiva superior àquela feita pela curva J de Leverett. Essa supremacia é ainda mais enfatizada quando poucos dados estão disponíveis;

5. A metodologia apresenta uma fácil manipulação na integração de dados de laboratório e dados de perfis de poços;

6. As estimativas da equação semi-empírica em muitos casos se assemelham àquelas obtidas com a regressão multilinear;

7. A superioridade da metodologia em relação à regressão multilinear existe somente quando se leva em consideração a disponibilidade de poucos dados.

8. Uma comparação entre os resultados dos diversos conjuntos de dados e morfologia da estrutura porosa, observada através da inspeção de lâminas delgadas ou até mesmo o MEV, seria importante na tentativa de buscar subsídios visando o melhoramento da metodologia proposta;

9. Sugere-se o desenvolvimento de metodologia com o objetivo de determinar curvas de permeabilidade relativa suportadas na nova equação semi-empírica;

BIBLIOGRAFIA

- (1) Alger, R. P. et alli.: New Unified Method of Integrating Core Capillary Pressure Data With Well Logs, SPE (JUN/1989).
- (2) AMYX, J. W.; BASS Jr, D. R. & WHITTING, R. L.: Petroleum reservoir engennering - Physical properties. New York, Mc Graw Hill Book Co. 1960.
- (3) Brawn, H. W.: Capillary Pressure Investigations, Trans. AIME, vol. 192, 1951.
- (4) Burdine, N. T., L. S. Gournay, and P. O. Reicherty: Pore Size Distribution of Reservoir Rocks. Trans. AIME, 1950.
- (5) Burdine, N. T.: Relative Permeability Calculatios From Pore Size Distribution Data, Trans. AIME, 1953
- (6) Crane, S. D.: Impacts of microporosity, rough pore surfaces and conductive minerals on saturations from eletric measurements: an extended Archie's Law. SPWLA, 31st Annual Logging Symposium, June 24-27.
- (7) Dullien, F. A. L.: Porous Media: Fluid Transport and Pore Struture, 1979.
- (8) Fatt, I., and H. Dykstra.: Relative Permeability Studies. Trans. AIME, 1951.

-
- (9) Heseldin, G. M.: **A Method of Averaging Capillary Pressure Curves.** SPWLA FIFTEENTH ANNUAL LOGGING SYMPOSIUM, june 2-5, 1974.
- (10) Honarpour, M., Koederitz, L. F., Harvey, A. H.: **Empirical Equations for Estimating Two-Phase Relative Permeability in consolidated Rock.** Trans AIME, vol. 273, p.2095-2908, 1982.
- (11) Jorgensen, D. G.: **Estimating Permeability in Water-Saturated Formations.** The Log Analyst, nov-dec,1988.
- (12) Leverett, M. C.: **Capillary Behavior in Porous Solids.** Trans. AIME, 1941.
- (13) Lima, J. L.: **Correlações Para a Determinação da Permeabilidade Relativa.** Tese de mestrado. Campinas-S.P.- Universidade Estadual de Campinas, out-1993.
- (14) Menezes, G. L. M.: **Mapas de Isopermeabilidades a Partir da Curva J de Leverett.** Testemunho, ago-1987, PETROBRÁS.
- (15) Myers, M. T.: **Pore Combinatin Modeling: A Technique for Modeling the Permeability Properties of Complex Pore Systems.** 66th Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers, Dallas. (oct,6-8, 1991).
- (16) Pickell, J. J., Swanson, B. F. and Hiccmán, W. B.: **Aplication of Air-Mercury and**

Oil-Air Capillary Pressure Data in the Study of Pore Structure and Fluid Distribution. SPE,(Março-1966),73-77.

(17) Purcell, W. R.: **Capillary Pressure - Their Measurements Using Meucury and the Calculation of Permeability Thereform.** Trans. AIME, (1949) vol. 186, 39-48.

(18) Schaeidegger, A. E.: **The Phisics of flow Through Porous Média.** Third Edition, University of Toronto Press.

(19) Slider, H. C.: **Pratical Petroleum Reservoir Engineering Methods.** Petroleum Publishing Company, 1975.

(20) Swanson, B. F.: **A Simple Correlatin Between Permeabilities and Mercury Capillary Pressure.** JPT (dec-1981) 2498-2504.

(21) Thomeer, J. H. M.: **Introduction of a Pore Geometrical Factor Defined by the Capillary Pressure Curve .** Trans. AIME, vol.219, p. 354-358, 1960.

(22) Willhite, G. P.: **Waterflooding.** SPE textbook series, vol.3 - 1986

Apêndice A

A EQUAÇÃO DE PURCELL

A vazão de um fluido através de um tubo capilar é dada pela lei de Poiseuille

$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta P}{8 \mu L} \quad (\text{A.1})$$

onde Q é a vazão de fluido, r é o raio do capilar, ΔP é a queda de pressão, μ é a viscosidade do fluido e L é o comprimento do capilar.

Sabendo-se que o volume de um capilar pode ser determinado por

$$V = \pi r^2 L \quad (\text{A.2})$$

e substituindo a equação (A.2) em (A.1), obtém-se:

$$Q = \frac{V r^2 \Delta P}{8 \mu L^2} \quad (\text{A.3})$$

Pela equação de Laplace o raio de um capilar pode ser expresso por

$$r = \frac{2 \sigma \cos \theta}{P_c} \quad (\text{A.4})$$

onde P_c é a pressão capilar, σ é a tensão interfacial entre os fluidos e θ é o ângulo de contato.

Substituindo (A.4) em (A.3) chega-se a

$$Q = \frac{(\sigma \cos \theta)^2 V \Delta P}{2 \mu L^2 P_c^2} \quad (\text{A.5})$$

Considerando que o meio poroso seja constituído por um feixe de n capilares de mesmo comprimento e raios aleatórios, a vazão total de fluido pode ser expressa pela equação:

$$Q_t = \frac{(\sigma \cos \theta)^2 \Delta P}{2 \mu L^2} \sum_{i=1}^{i=n} \frac{V_i}{(P_c)_i^2} \quad (\text{A.6})$$

Pela lei de Darcy o fluxo de fluido no meio poroso é dado por

$$Q_t = \frac{K A \Delta P}{\mu l} \quad (\text{A.7})$$

onde K é a permeabilidade do meio e A é a área transversal ao fluxo.

Combinando as equações (A.6) e (A.7), pode-se obter uma relação

permeabilidade em função do volume de poros e da pressão capilar, dada pela expressão:

$$K = \frac{(\sigma \cos\theta)^2}{2 A L} \sum_{i=1}^{i=n} \frac{V_i}{(P_c)_i^2} \quad (\text{A.8})$$

Mas, o volume de um ou mais capilares pode ser expresso como uma fração S_i do volume total de vazios V_t do meio poroso, logo, pode-se escrever

$$S_i = \frac{V_i}{V_t} \quad (\text{A.9})$$

Sabendo-se ainda que a porosidade do sistema é definido por

$$\phi = \frac{V_t}{A L} \quad (\text{A.10})$$

e substituindo a equação (A.10) em (A.8), chega-se a

$$K = \frac{(\sigma \cos\theta)^2}{2 V_t} \phi \sum_{i=1}^{i=n} \frac{V_i}{(P_c)_i^2} \quad (\text{A.11})$$

Para levar em consideração o desvio do modelo em relação à estrutura

verdadeira dos poros, Purcell introduziu na equação (A.11), um fator de correção, λ , ao qual denominou de fator de litologia. Introduzindo fatores de conversão e generalizando, chega-se a:

$$K = 10.24 (\sigma \cos\theta)^2 \phi \lambda \int_{S=0}^{S=1} \frac{dS}{(P_c)^2} \quad (\text{A.12})$$

Como Purcell trabalhou no desenvolvimento de medidas de pressão capilar por injeção de mercúrio, a equação (A.12) foi particularizada assumindo um ângulo de contato igual a 140° e uma tensão interfacial igual a 480 dinas/cm. Surge então a expressão:

$$K = 14260 \phi \lambda \int_{S=0}^{S=1} \frac{dS}{(P_c)^2} \quad (\text{A.13})$$

A avaliação da integral da equação (A.13) é feita plotando-se os pontos de $(1/P_c^2)$ contra as respectivas saturações de água e calculando-se a área sob a curva.

Apêndice B

A EQUAÇÃO DE BURDINE

A vazão de fluido através de um único capilar é dada pela equação de Poiseuille

$$\frac{Q\mu}{\Delta p} = \frac{\pi R_i^4}{8L} \quad (\text{B.1})$$

onde μ é a viscosidade do fluido, R_i é o raio do capilar, Δp é a queda de pressão responsável pelo deslocamento do fluido e L é o comprimento da amostra. A expressão equivalente para um conjunto de capilares paralelos, cada um tendo o mesmo comprimento mas valores de raios aleatórios, é

$$\frac{Q\mu}{\Delta p} = \frac{\pi}{8L} \sum_i^n n_i \overline{R_i^4} \quad (\text{B.2})$$

onde n_i é o número de poros no intervalo de variação de raio ΔR , R_i é o raio de entrada do poro e

$$\overline{R_i^4} = \sum_i^{i+x} \frac{R_i^4}{n} \quad (\text{B.3})$$

onde n é o número de termos incluídos no somatório.

A porosidade é avaliada por

$$\phi = \frac{\pi}{A} \sum_i^{i+x} n_i \overline{R_i^2} \quad (\text{B.4})$$

onde A é a área da seção transversal e

$$\overline{R_i^2} = \sum_i^{i+x} \frac{R_i^2}{n} \quad (\text{B.5})$$

Substituindo (B.3) em (B.4) obtém-se

$$\frac{Q\mu}{\Delta p} = \frac{\pi}{8L} \sum_{i=0}^n \left[n_i \sum_i^{i+x} \frac{R_i^4}{n} \right] \quad (\text{B.6})$$

e de (B.5) em (B.4) vêm

$$\phi = \frac{\pi}{A} \sum_{i=0}^n \left[n_i \sum_i^{i+x} \frac{R_i^2}{n} \right] \quad (\text{B.7})$$

Agora, ao invés de assumir que os capilares têm comprimentos iguais considere-se cada intervalo de raio com um comprimento capilar efetivo, L_i .

Então surge a relação

$$L_i = x_i L \quad (8.1)$$

então, a equação (B.6) toma a forma

$$\frac{Q\mu}{\Delta p} = \frac{\pi}{8L} \sum_{i=0}^n \left[\frac{n_i}{x_i} \sum_i^{i+x} \frac{R_i^4}{n} \right] \quad (B.9)$$

e, similarmente, (B.7) fica

$$\phi = \frac{\pi}{A} \sum_{i=0}^n \left[x_i n_i \sum_i^{i+x} \frac{R_i^2}{n} \right] \quad (B.10)$$

Pela lei de Darcy, a vazão de fluido através de um sistema poroso é

$$\frac{Q\mu}{\Delta p} = \frac{CA}{100L} K \quad (B.11)$$

onde K é a permeabilidade em Darcy e C é uma constante de conversão de unidades.

Combinando as equações (B.9), (B.10) e (B.11) chega-se a

$$K = \frac{100 \phi}{8C} \frac{\sum_{i=0}^n \left[\frac{n_i}{x_i} \sum_i^{i+x} \frac{R_i^4}{n} \right]}{\sum_{i=0}^n \left[x_i n_i \sum_i^{i+x} \frac{R_i^2}{n} \right]} \quad (\text{B.12})$$

Por definição,

$$v_i = \overline{D(R_i)} \Delta R = \pi x_i L \sum_i^{i+x} \frac{n_i R_i^2}{n} \quad (\text{B.13})$$

onde v_i é uma fração do volume total de poros do sistema entre R_i e R_{i+x} . Logo se conclui

$$n_i = \frac{\overline{D(R_i)} \Delta R}{\pi x_i L \sum_i^{i+x} \frac{R_i^2}{n}} \quad (\text{B.14})$$

Substituindo a equação (B.14) em (B.12),

$$K = \frac{100 \phi}{8C} \frac{\sum_{i=0}^n \overline{D(R_i)} \overline{R_i^4}}{\sum_{i=0}^n \overline{D(R_i)}} \quad (\text{B.15})$$

Da equação (B.13) chega-se a

$$n_i = \frac{v_i}{\pi x_i L \sum_i \frac{R_i^2}{n}} \quad (\text{B.16})$$

e, finalmente, combinando as equações (B.16) e (B.12), obtém-se

$$K = \frac{100 \phi}{8C} \sum_{i=0}^n \frac{v_i R_i^4}{x_i^2 R_i^2} \quad (\text{B.17})$$

Apêndice C

A EQUAÇÃO DE FATT

Seja um feixe de n tubos capilares, a vazão de fluido através de dN capilares será

$$dQ = q_{av} dN \quad (C.1)$$

onde Q é a vazão de fluido total através de todos os tubos e q_{av} é a vazão de fluido média através dos tubos no intervalo dN .

A vazão de um tubo capilar no intervalo dN é dada pela lei de Poiseuille

$$q_{av} = \frac{\pi r^4 \Delta P}{8 \mu l} \quad (C.2)$$

onde ΔP é a queda de pressão através do tubo capilar de comprimento l e raio r , e μ é a viscosidade do fluido. Substituindo a equação (C.2) na equação (C.1), obtém-se

$$dQ = \frac{\pi r^4 \Delta P}{8 \mu l} dN \quad (C.3)$$

A lei de Darcy para fluxo linear de um fluido incompressível em um meio poroso é

$$Q = \frac{K A \Delta P}{\mu L} \quad (\text{C.4})$$

onde K é a permeabilidade e ΔP é a queda de pressão através de um feixe de tubos capilares que compõem o meio poroso de comprimento L e área da seção transversal A . Diferenciando a lei de Darcy com A , ΔP , μ e L constantes, vem

$$dQ = \frac{A \Delta P}{\mu l} dK \quad (\text{C.5})$$

Igualando (C.3) e (C.5),

$$dK = \frac{\pi r^4 L}{8 A l} dN \quad (\text{C.6})$$

Se assume-se que os poros são cilíndricos, pode-se escrever

$$dV = \pi r^2 l dN \quad (\text{C.7})$$

onde V é o volume de fluido que flui nos poros. Explicitando dN e substituindo na equação (C.6), obtém-se

$$dK = \frac{r^2 L}{8 A l^2} dV \quad (\text{C.8})$$

Por definição a saturação, S , da amostra é

$$S = \frac{V}{V_p} = \frac{V}{\phi AL} \quad (\text{C.9})$$

onde V_p é o volume total de poros e ϕ é a porosidade. Diferenciando (C.9) e substituindo dV na equação (C.8) vem

$$dK = \frac{r^2 \phi L^2}{8 l^2} dS \quad (\text{C.10})$$

A equação (C.10) contém o raio do poro, r , e o comprimento do caminho do fluido, l . A razão entre o comprimento do caminho do fluido, l , e o comprimento da amostra, L , definido como tortuosidade, t , é expresso por

$$t = \frac{l}{L} \quad (\text{C.11})$$

Como primeira aproximação, pode-se assumir que t varia inversamente com o raio do capilar, logo

$$t = \frac{a}{r^b} \quad (\text{C.12})$$

onde a e b são constantes. Substituindo as equações (C.11) e (C.12) em (C.10) tem-se

$$dK = \frac{\phi r^{2(1+b)}}{8a^2} dS \quad (\text{C.13})$$

A pressão capilar na interface entre dois fluidos imiscíveis é

$$P_c = \frac{2\sigma \cos\theta}{r} \quad (\text{C.14})$$

onde r é o raio de curvatura, σ tensão interfacial, e θ o ângulo de contato líquido sólido. Explicitando r da equação (C.14) como função da pressão capilar e substituindo em (C.13) chega-se a

$$dK = \frac{\phi (2\sigma \cos\theta)^{2(1+b)}}{8a^2 P_c^{2(1+b)}} dS \quad (\text{C.15})$$

Se as constantes, a e b , são conhecidas, a permeabilidade efetiva, K_e , a qualquer saturação pode ser calculada integrando a equação (C.15) de uma saturação zero à uma saturação S qualquer; finalmente obtém-se

$$K_e = \frac{\phi (2\sigma \cos\theta)^{2(1+b)}}{8a^2} \int_0^S \frac{dS}{P_c^{2(1+b)}} \quad (\text{C.16})$$