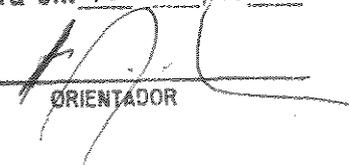


UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
ÁREA DE GEOLOGIA DE PETRÓLEO

Este exemplar corresponde a redação final
da tese defendida por Leandro Costa
REIS e aprovada
pela comissão julgadora em 18.12.1992


ORIENTADOR

Dissertação Apresentada ao
Instituto de Geociências
Como Requisito Parcial à Obtenção do
Título de Mestre em Geoengenharia de Reservatórios

ESTUDO DA EMBEBIÇÃO ESPONTÂNEA
USANDO O CONCEITO DE DIFUSÃO
CAPILAR COM AUXÍLIO DE
TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA

Autor : Leandro Costa Reis
Orientador : Antônio Cláudio de França Corrêa †
Co-orientadores : Antônio Celso de Fonseca Arruda †
: Osvair Vidal Trevisan †

Dezembro de 1992

R278e

18817/BC

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE GEOCIENCIAS
ÁREA DE GEOLOGIA DE PETRÓLEO

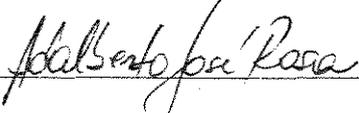
A dissertação "Estudo da Embebição Espontânea Usando o Conceito de Difusão Capilar com Auxílio de Tomografia Computadorizada", elaborada por Leandro Costa Reis e aprovada por todos os membros da Banca Examinadora foi aceita pela Sub-Comissão de Pós- Graduação em Geoengenharia de Reservatórios como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Geoengenharia Reservatórios.

Campinas, 18 de dezembro de 1992.

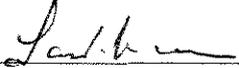
Banca Examinadora



Antônio Celso Fonseca de Arruda, Dr.



Adalberto José Rosa, Ph.D



Paulo Tibana, credenciado

À Helena

à Carmem

e ao Danilo

Agradecimentos

Ao Professor Antônio Cádio pela proposta do tema e orientação,

Aos Professores Celso Arruda, Osvaldo Trevisan e Euclides Bonet pelo apoio e esclarecimentos,

Ao Professor Lotufo pelo interesse,

Aos técnicos do laboratório Pompeo e Nelson pela cooperação ,

Aos analistas Carlos e Raquel pelo apoio computacional,

Aos funcionários do I.G. e da F.E.M./D.E.P pelo apoio logístico,

Aos professores do I.G. e da F.E.M./D.E.P. pelos novos conhecimentos,

Aos colegas pela cooperação ,

Ao CENPES/DIGER/SEAREV pelo apoio material,

À UNICAMP pela infra-estrutura, imprescindível a um trabalho multidisciplinar como este,

e a Petrobrás pelo apoio material.

Conteúdo

1	INTRODUÇÃO	1
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
2.1	DIFUSÃO CAPILAR	3
2.2	TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA	5
3	MODELO DE DIFUSÃO CAPILAR	7
3.1	FUNDAMENTOS	7
3.2	SOLUÇÃO ANALÍTICA DA EQUAÇÃO DA DIFUSÃO	9
3.3	OBTENÇÃO DO COEFICIENTE DE DIFUSÃO CAPILAR	16
4	TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA APLICADA À ENGENHARIA DE PETRÓLEO	22
4.1	FUNDAMENTOS	24
4.2	CALIBRAÇÃO	24
4.3	CÁLCULO DE POROSIDADE E SATURAÇÃO	25
5	DESENVOLVIMENTO	27
5.1	SOLUÇÃO NUMÉRICA	27
5.1.1	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	27
5.1.2	ANÁLISES E RESULTADOS	37
5.2	ENSAIOS EXPERIMENTAIS	56
5.2.1	MATERIAIS E MÉTODOS	56
5.2.2	TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA	60
5.2.3	PROCESSAMENTO DE IMAGENS	65
5.2.4	RESULTADOS E ANÁLISES	68
6	CONCLUSÕES	89
7	RECOMENDAÇÕES	91
A	SOLUÇÃO ANALÍTICA - Meio Horizontal Infinito	99

B SOLUÇÃO ANALÍTICA - Meio Horizontal Limitado	101
C SOLUÇÃO ANALÍTICA - Meio Vertical Limitado	104
D MÉTODO ALTERNATIVO DE OBTENÇÃO DE $D(S^*)$	109
E ESCOAMENTO VERTICAL - MÉTODO BRUCE E KLUTE	110
F ESCOAMENTO VERTICAL - MÉTODO ALTERNATIVO	111

Lista de Tabelas

5.1	Dados das amostras de rocha	68
5.2	D_{equiv} e N_c obtidos da curva de FR	70

Lista de Figuras

3.1	Solução analítica - meio infinito	10
3.2	Volume embebido $x t^{1/2}$	11
3.3	Saturação em meio limitado horizontal	12
3.4	Fator de recuperação em meio finito horizontal	13
3.5	Perfil de saturação em escoamento vertical	15
3.6	Influência de N_c no perfil de saturação.	16
3.7	F.R. em meio finito vertical e horizontal	17
<hr/>		
4.1	Aquisição de sub-imagens tomográficas - Extraído de Paiva [29]	23
4.2	Visão geral do tomógrafo computadorizado	23
5.1	Forma do coeficiente de difusão capilar	29
5.2	Pressão capilar para $D(S^*)$ linear	30
5.3	Permeabilidade relativa por Brooks e Corey	31
5.4	Pressão capilar por Brooks e Corey	32
5.5	Coeficiente de difusão capilar por Brooks e Corey	32
5.6	Permeabilidade relativa para $D(S^*)$ tipo sino	33
5.7	Pressão capilar para $D(S^*)$ tipo sino	34
5.8	Coeficiente de difusão capilar tipo sino	34
5.9	Solução analítica e numérica - horizontal	35
5.10	Solução analítica e numérica - Vertical	36
5.11	Solução analítica e numérica - Fator de recuperação	36
5.12	Fator de recuperação para coeficientes equivalentes	37
5.13	Perfil de saturação para coeficientes equivalentes	39
5.14	Posição da frente para coeficientes equivalentes	39
5.15	Coeficientes equivalentes	40
5.16	Influência da direção para coeficiente linear	41
5.17	Influência da direção para coeficiente crescente	42
5.18	Influência da direção para coeficiente tipo sino	42
5.19	Coeficientes equivalentes - vertical	43
5.20	Influência do grau de difusividade e direção no fator de recuperação	44

5.21	Perfil de saturação para alto grau de difusividade	44
5.22	$D(S^*)$ teórico e calculado por B e K - Horizontal	45
5.23	$D(S^*)$ teórico e calculado por B e K - vertical	46
5.24	Erro normalizado-método B e K - $D(S^*)$ tipo sino	46
5.25	Erro na obtenção do coeficiente de difusão pelo met. B e K	47
5.26	Erro na obtenção de $D(S^*)$ em função de N_c	48
5.27	$D(S^*)$ teórico e calculado por mét. altern. - Horizontal	49
5.28	$D(S^*)$ teórico e calculado por mét. altern. - Vertical	50
5.29	Perfil de saturação para cálculo de $D(S^*)$ com dt finito	51
5.30	$D(S^*)$ teórico e calculado por mét. altern. - dt finito	52
5.31	Erro na obtenção de $D(S^*)$ - dt finito	52
5.32	Erro na obtenção de $D(S^*)$ com aproximação de Reichardt	53
5.33	Efeito da Injeção inicial no perfil de saturação	54
5.34	Efeito da injeção inicial na obtenção de $D(S^*)$	54
5.35	Efeito da mobilidade finita no perfil de saturação	55
5.36	Foto- Visão geral do tomógrafo.	58
5.37	Foto - Conjunto para ensaio de difusão capilar.	59
5.38	Conjunto para ensaio de difusão capilar.	59
5.39	Influência da densidade e da voltagem	62
5.40	Endurecimento do feixe - Conc. de KI - Comp.= 80mm	63
5.41	Endurecimento do feixe - Conc. de KI - Comp.= 140mm	63
5.42	Determinação do CT correto	64
5.43	Imagem da amostra RB751 após 4200 s de escoamento	65
5.44	Imagem da amostra RB228 após 360 s de escoamento	66
5.45	Imagem da amostra RB228 após 4200 s de escoamento	66
5.46	Imagem da amostra RB350 a S_{wi}	67
5.47	Fator de recuperação - RB350	69
5.48	Fator de recuperação - RB451 e RB751	71
5.49	Fator de recuperação - RB395 e RB228	71
5.50	Porosidade por TC - RB228 e RB395	72

5.51	Porosidade por TC - RB451	73
5.52	CT obtido por R.O.I.	74
5.53	Perfil de saturação por R.O.I. e KHOROS- RB350	75
5.54	Perfil de saturação por R.O.I. - RB451	76
5.55	Perfil de saturação normalizada - RB350 a S_{wi}	77
5.56	Perfil de saturação - RB350 à S_{wi} e seco	77
5.57	Coefficiente de difusão calculado pelo método B&K- RB350	78
5.58	Coefficiente de difusão calculado pelo método B&K- RB451	79
5.59	Perfil de saturação normalizada - RB751 a S_{wi}	80
5.60	Coefficiente de difusão calculado pelo método B&K- e altern. RB751	81
5.61	Perfil de saturação - RB228 a S_{wi}	81
5.62	Perfil de saturação normalizada - RB228 a S_{wi}	82
5.63	Coefficiente de difusão calculado pelo método B&K - RB228	82
5.64	Coefficiente de difusão calculado pelo método altern. RB228	83
5.65	Perfil de saturação normalizada - RB395 a S_{wi}	84
5.66	Coefficiente de difusão calculado pelo método B&K- e alter. -RB395	85
5.67	Pressão capilar de drenagem. Arenito Rio Bonito	86
5.68	Pressão capilar de embebição. Arenito Rio Bonito	87
5.69	Permeabilidade relativa - RB228 e RB395	88

Sumário

Em alguns tipos de reservatórios heterogêneos uma parcela significativa do petróleo é recuperado envolvendo um processo de embebição espontânea da água injetada ou da água proveniente de aquífero natural. Este processo pode ser estudado usando o modelo de difusão capilar e, em geral, admite-se que o fenômeno é regido por um coeficiente constante.

Este trabalho teve como objetivo estudar o processo de difusão capilar, considerando o coeficiente dependente da saturação de água. Foram analisadas as influências dos efeitos gravitacionais e da forma da função que relaciona o coeficiente com a saturação, entre outros parâmetros, usando modelos numéricos, analíticos e experimentais.

Especial atenção foi dada aos métodos de obtenção do coeficiente de difusão capilar, tanto nos seus aspectos teóricos como experimentais.

Foi verificada a validade de um modelo aproximado para escoamento vertical. Os resultados sugerem que ele pode ser aplicado na área de análises petrofísicas e abrem caminho para novas abordagens que permitirão um maior entendimento dos processos difusivos e do escoamento em meios porosos em geral.

Para a obtenção experimental do coeficiente de difusão capilar é necessário medir a distribuição das fases na amostra de rocha durante o processo de embebição. A tomografia computadorizada se mostrou uma ferramenta adequada para a medição dos perfis de saturação. Para a interpretação dos resultados foi desenvolvido um procedimento de aquisição e processamento de imagens onde foi utilizado o programa KHOROS.

Abstract

In some kinds of reservoirs a great amount of oil is recovered from a spontaneous imbibition process of the injected or natural aquifer water. This process may be studied with the capillary diffusion model, and it is usual to assume a constant diffusion coefficient.

The purpose of this work was to study the imbibition process with the capillary model, but assuming that the diffusion coefficient depends on the water saturation. The influence of gravitational effects and of the form of the function that relates the coefficient to the saturation was verified using numerical and analytical solutions.

Two methods of evaluating the diffusion coefficient were discussed in their theoretical and experimental aspects.

A new concept of "gravitational diffusion" is taken from soil physics. The application of this concept in the numerical analysis of diffusion processes suggests that it could be applied to petrophysical analysis. This approach opens up new ways of studying porous media flow.

X-ray computer tomography (CT) was used in order to obtain experimentally the phases saturation distributions in air-water imbibition experiments. These distributions are processed to compute the capillary diffusion coefficient. The principles of tomography are presented and some practical aspects related to experimental procedures of capillary diffusion are discussed.

1 INTRODUÇÃO

Reservatórios fraturados, estratificados ou que contém heterogeneidades locais, submetidos a recuperação secundária ou com aquíferos atuantes, apresentam em geral boa produção inicial seguida de longo período com alta relação água-óleo.

Estes reservatórios apresentam regiões de baixa permeabilidade adjacentes a regiões de alta condutividade e tem, em geral, baixa recuperação final. As forças viscosas tendem a formar caminhos preferenciais, deixando boa parte do óleo no reservatório. Este óleo, no entanto, pode ser deslocado por forças capilares devido à infiltração da água se determinadas condições forem favoráveis. Conhecer melhor este fenômeno e controlar estas condições pode resultar em significativo incremento do volume recuperado.

A embebição espontânea da água pode ser analisada como um processo difusivo e o conceito de difusão capilar tem se mostrado adequado para representar o fenômeno.

Na área de física de solos a difusão capilar tem sido amplamente utilizada e, recentemente, diversos autores tem utilizado este conceito no desenvolvimento de modelos de comportamento de reservatórios na engenharia de petróleo, principalmente no caso de reservatórios fraturados. No entanto, a maioria dos autores trabalha a partir de modelos simplificados, os quais considera o coeficiente de difusão capilar constante. Este trabalho visa uma maior compreensão do processo de embebição e, na medida em que considera o coeficiente como uma função da saturação, tenta ser um ponto de partida para modelos mais complexos de novos estudos.

O desenvolvimento deste trabalho foi feito em duas etapas complementares:

1. Análise das variáveis envolvidas no processo de embebição e dos métodos de obtenção do coeficiente de difusão através das soluções analítica e numérica da equação da difusão,
2. Ensaios experimentais de embebição espontânea em sistema água-ar com obtenção do coeficiente de difusão a partir dos perfis de saturação com auxílio de tomografia computadorizada.

Para a primeira etapa, além das soluções analíticas ou semi-analíticas da equação linear, foi elaborado um programa de computador para resolver numericamente a equação da difusão devido a sua forte não linearidade. A partir da solução gerada numericamente foi feito o processo inverso para obtenção do coeficiente de difusão, simulando o procedimento experimental, segundo dois métodos: o de Bruce e Klute [7], usual em física de solos, e um método alternativo, derivado de um método originalmente proposto por Prevedello [37]. Ambos os métodos requerem a medição do perfil de saturação formado no processo de embebição.

Foi então realizada uma série de ensaios experimentais com amostras do arenito Rio Bonito com sistema bifásico água-ar. Para a obtenção da saturação ponto a ponto foi utilizada a tomografia computadorizada, cujos principais conceitos são apresentados neste trabalho e alguns aspectos práticos discutidos.

Foi utilizado o tomógrafo médico do Hospital das Clínicas da UNICAMP e as imagens adquiridas diretamente em fita magnética. Com auxílio do programa KHOROS, as imagens foram processadas, permitindo avaliar, além da distribuição da saturação, a porosidade local das amostras. Os resultados foram analisados e comparados com os esperados segundo a modelagem tradicional da lei de Darcy.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O estudo do modelo de difusão capilar apresentado neste trabalho envolve além da análise teórica do processo, ensaios experimentais com amostras de rochas com sistema água-ar que requereram o uso de tomografia computadorizada. O uso de tomografia e, de certa forma, o modelo de difusão capilar, são relativamente recentes na indústria do petróleo e nos últimos anos muito se tem avançado nestas áreas. Inicialmente restrita à visualização da estrutura interna das rochas, hoje já se faz uso da tomografia na determinação da distribuição de fluidos no interior destas, permitindo o avanço de uma série de pesquisas em petrofísica.

Neste capítulo assim como nos dois seguintes, os dois tópicos são tratados separadamente, com o objetivo de facilitar a apresentação do problema.

2.1 DIFUSÃO CAPILAR

O escoamento em meios porosos tem sido pesquisado em diversos setores da engenharia. Não só nas engenharias de petróleo, mas também na engenharia química, civil, mecânica e a de alimentos, entre outras, desenvolvem-se pesquisas nesta área. Os processos de embebição espontânea, em particular, são de grande interesse na área de física de solos da engenharia agrônômica. É nesta área que se encontram os primeiros artigos no assunto, tratando de forma quantitativa o fenômeno da infiltração da água em solos. Buckingham [14] [8] em 1907 formulou a equação básica do escoamento capilar, onde relacionava o fluxo com o gradiente de potencial matricial (capilar) por um coeficiente constante. Outros autores discutiriam depois a forte dependência deste coeficiente em relação ao potencial matricial [14] [12].

Paralelamente ao desenvolvimento das teorias de escoamento em meios porosos surgiam tentativas de descrever o comportamento com equações similares àquelas de outras áreas de conhecimento. A equação de Richard, equação fundamental do escoamento em meios porosos, vem sendo apresentada então em diversas formas alternativas. A equação da difusão, muito estudada na área de transmissão de calor, mostrou-se bem adequada e diversos autores desenvolveram trabalhos nesta direção. Há referências de artigos publicados a partir de 1921 onde já se utilizava esta abordagem para a descrição do processo de infiltração.

Childs [14] [11] apresentou a formulação para a embebição usando a equação da difusão e Ostashev [14] [28] mostrou que a solução da equação com coeficiente constante para meio semi-infinito com saturação constante na face de entrada é representada pela função erro complementar, e que o volume embebido, assim como a posição da frente de

avanço (ou qualquer saturação fixa), são funções lineares da raiz quadrada do tempo de escoamento.

Quando se incorpora o termo convectivo devido à ação da gravidade no escoamento vertical, a solução da equação é mais complexa. Philip [26] [28] desenvolveu uma solução aproximada que, exceto para tempos longos, se ajustava satisfatoriamente, mesmo com coeficiente variável. Outros autores propuseram diferentes formas de abordagem e solução da equação [15] [30] [35].

Por outro lado, alguns autores questionaram a validade do modelo de difusão capilar. Kirkham [14] realizou alguns ensaios de infiltração de água em solos e verificou que apesar de se confirmar a relação do volume embebido e a posição da frente de avanço com a raiz quadrada do tempo de fluxo, prevista pela teoria, a distribuição da saturação de água dentro do meio poroso não se ajustava ao esperado. Notou que a frente de avanço apresentava uma variação abrupta de saturação, enquanto a teoria da difusão resultava em uma distribuição gradual para todo o espectro de saturação.

Handy [22] argumentou que a fase gasosa deveria ser descontínua atrás da frente de avanço, não tendo, portanto, significado físico o gradiente de pressão capilar como força ativa no processo nesta região. Comparou também o fenômeno em um meio poroso com um feixe de capilares cuja teoria prevê uma maior velocidade de ascensão nos maiores diâmetros [40]. Neste caso não se esperaria um avanço mais rápido nos menores poros, de acordo com a difusão capilar. Desenvolveu então um modelo onde o deslocamento seria tipo pistão e onde se mantinha a relação quadrática do volume com o tempo.

Kirkham e Handy trataram a equação da difusão com coeficiente constante. Gardner e Mayhugh [19] mostraram que adotando um coeficiente de difusão como função exponencial da saturação, o comportamento do fluxo se ajustava à maioria daqueles observados por outros autores, tanto na forma da frente de avanço como na relação do volume com o tempo.

Zimmermann e Bodvarsson [45] apresentaram uma solução analítica aproximada para a equação da difusão com coeficiente não linear. Adotando o modelo de distribuição de tamanho de poros de Brooks e Corey [6] para representar as propriedades petrofísicas correspondentes na modelagem segundo a lei de Darcy, eles obtiveram resultados bem próximos da solução numérica.

Um dos aspectos favoráveis do modelo de difusão é que ele concentra em um só coeficiente as diversas variáveis envolvidas no processo. Se este coeficiente puder ser obtido experimentalmente, a simulação do fenômeno para diversas aplicações ficará bastante simplificada.

Bruce e Klute [7] apresentaram uma formulação para a equação da difusão para escoamento horizontal com coeficiente variável, onde, aplicando transformação similar, chegaram a uma equação ordinária, a partir da qual se consegue explicitar o coeficiente

em função de parâmetros possíveis de serem medidos em laboratório. Este método tem sido bastante utilizado em física de solos devido à sua simplicidade.

Prevedelo, Libardi e Reichardt [37] propuseram uma aproximação na equação da difusão, incluindo o termo gravitacional para escoamento vertical que permite obter o coeficiente de difusão usando um conceito novo de difusividade gravitacional.

Dentro da engenharia de petróleo a embebição espontânea vem sendo estudada com maior interesse no comportamento de reservatórios naturalmente fraturados. Firoozabadi e Ishimoto [18] [17] utilizaram o modelo de difusão capilar para descrever o processo de reinfiltração do óleo em reservatórios sujeitos a injeção de gás. Baseado na hipótese de permeabilidade relativa - função linear da saturação e pressão capilar - função logarítmica, o que resulta em um coeficiente de difusão capilar constante, desenvolveram uma solução semi-analítica para o problema proposto

Bech et alii [2] e Dutra et alii [16] também usaram o modelo de difusão capilar no desenvolvimento de soluções para reservatórios fraturados. Beckner et alii [3] demonstraram que a utilização da equação da difusão adotando coeficiente constante ajustava-se aos resultados experimentais tão bem quanto se fosse considerado função da saturação, com a vantagem de exigir menor esforço computacional.

Uma das hipóteses admitidas no modelo de difusão capilar é a mobilidade infinita da fase deslocada [18] [3] [2]. Beckner [3], analisando o modelo de fluxo cruzado proposto por Blair [4], sugere a incorporação da parcela da mobilidade da fase deslocada no coeficiente de difusão capilar. Esta hipótese será melhor discutida no corpo deste trabalho.

2.2 TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA

O uso de novas tecnologias na engenharia de petróleo tem sido cada vez mais intenso. A tomografia computadorizada, com acelerado avanço nos últimos anos, também foi incorporada como um poderoso recurso em diversos ramos, desde a petrografia até estudos avançados de recuperação terciária.

Um dos primeiros trabalhos a demonstrar todo o potencial desta ferramenta foi publicado por Wellington e Vinegar [42]. Além de resumir a parte conceitual da tomografia, realizaram uma série de ensaios demonstrando as aplicações possíveis na engenharia de petróleo. Entre outras destacam-se: cálculo de porosidade, compressibilidade, saturação, miscibilidade; determinação de razão areia-folhelho e mineralogia; estudo do efeito de invasão de filtrado; digitação viscosa; presença de fraturas e anomalias locais.

Outro trabalho com descrição de várias aplicações da tomografia computadorizada foi apresentado por Hunt et alii [23]. Os autores enfatizaram algumas aplicações

relacionadas à caracterização de rochas e analisaram também a viabilidade de utilização de tomógrafos médicos. Citaram as vantagens e algumas recomendações para minimizar as desvantagens. Vinegar [41] complementa sugerindo uma metodologia para a calibração destes tomógrafos para evitar, desse modo, o efeito de endurecimento do feixe (*beam hardening*). Este fenômeno será melhor detalhado em tópico de outro capítulo. Haja visto que para a elaboração deste trabalho foi utilizado um tomógrafo médico e esta anomalia apresentou-se de forma bem acentuada.

Alguns trabalhos tiveram enfoques mais específicos. Moss et alii [27] analisaram a distribuição de porosidade e a identificação de fraturas em amostras de reservatórios de dupla porosidade. Withjack et alii [43] demonstraram existir uma correlação entre heterogeneidades de pequena escala e a permeabilidade ao analisar ensaios de deslocamento miscível. A importância da visualização da distribuição dos fluidos em ensaios de deslocamento imiscível foi ratificada por Ekwere e Hardham [32]. Os autores lembram que, para a mesma curva de recuperação, processos diferentes daquele idealizado podem estar ocorrendo no meio poroso. A mesma preocupação tiveram MacAllister et alii [24] no estudo de permeabilidade relativa gás-água. Observando que a distribuição dos fluidos não era uniforme conforme o modelo adotado, os autores optaram por adotar uma nomenclatura menos rigorosa e definir uma "permeabilidade relativa aparente". Chegaram inclusive a questionar a validade de modelos baseados em procedimentos experimentais que não levam em conta eventual influência de heterogeneidades. Por último poderia ser citado o trabalho de Auzerais et alii [1] que estudaram o movimento do filtrado de lama de perfuração nas imediações do poço.

Castanier [10] apresentou alguns critérios de seleção do tipo de tomógrafo para as diversas aplicações na engenharia de petróleo e algumas recomendações importantes no desenvolvimento de trabalhos usando a tomografia computadorizada.

No Brasil, um dos primeiros trabalhos de pesquisa de aplicação da tomografia em escoamento de fluidos em meios porosos pode ser atribuído a Crestana [13] e foi apresentado em 1985. Estudando o movimento da água em solos, mostrou a viabilidade de utilização desta técnica na determinação da distribuição das fases em amostras de solos. Na engenharia de petróleo, Paiva [29] realizou o primeiro trabalho com tomografia para caracterização de testemunhos de rocha reservatório.

3 MODELO DE DIFUSÃO CAPILAR

O fenômeno da embebição espontânea envolve um grande número de parâmetros e a utilização do modelo de difusão capilar permite uma visualização do processo de forma sintética, na medida que considera o escoamento como resultado do gradiente de um potencial regido por um coeficiente. No caso, o potencial é a saturação do fluido de maior afinidade com a rocha que compõe o meio poroso, ou de outra forma, que molha preferencialmente a rocha. O coeficiente, chamado aqui de coeficiente de difusão capilar, engloba as demais variáveis envolvidas no fenômeno, tanto aquelas relativas aos fluidos como aquelas relativas ao meio poroso e da interação entre eles. Matematicamente temos:

$$v_{dif} = -D \frac{\partial S}{\partial x} \quad (3.1)$$

3.1 FUNDAMENTOS

O escoamento horizontal de uma fase deslocando outra em um meio poroso, ambas incompressíveis, sujeito apenas às forças interfaciais (*capilares*), portanto imiscíveis, pode ser representado, a partir da lei de Darcy e da equação da continuidade pela expressão :

$$\phi \frac{\partial S_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k}{\left(\frac{\mu_1}{k_{r1}} + \frac{\mu_2}{k_{r2}}\right)} \frac{dP_{cap}}{dx} \right) \quad (3.2)$$

onde o índice 1 refere-se ao fluido deslocante e que molha preferencialmente a rocha, o índice 2 ao fluido deslocado e P_{cap} à diferença de pressão entre os dois fluidos, definida como pressão capilar:

$$P_{cap} = P_2 - P_1$$

Considerando a mobilidade da fase deslocada como infinita, isto é,

$$\frac{\mu_1}{k_{r1}} \gg \frac{\mu_2}{k_{r2}}$$

e lembrando que P_{cap} e k_{r1} são funções das saturações dos fluidos, podemos reescrever a equação 3.2 na forma:

$$\frac{\partial S_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k k_{r1}(S_1)}{\phi \mu_1} \frac{dP_{cap}}{dS_1} \frac{\partial S_1}{\partial x} \right) \quad (3.3)$$

Apesar de considerar a porosidade constante, este parâmetro foi transposto para o lado direito da equação por conveniência que será melhor explicada a seguir.

Adotando o índice w para o fluido 1 como referência à água, considerado o fluido molhante neste trabalho, e definindo o Coeficiente de Difusão Capilar:

$$D(S_w) = \frac{kk_{rw}(S_w)}{\mu_w \phi} \frac{dP_{cap}}{dS_w} \quad (3.4)$$

obtém-se a equação geral da difusão :

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D(S_w) \frac{\partial S_w}{\partial x} \right) \quad (3.5)$$

Alguns autores preferem definir o coeficiente de difusão capilar sem incorporar a porosidade. Neste trabalho optou-se por incluí-la devido à maior simplicidade desta formulação. É conveniente portanto estar atento a este aspecto, principalmente quando forem feitas comparações com valores dimensionais.

A parcela convectiva devido ao efeito gravitacional onde, desprezando a densidade do ar, é dada pela lei de Darcy:

$$v_{grav} = -\frac{kk_{rw}\gamma_w}{\mu_w} \quad (3.6)$$

Lembrando que k_{rw} é função de S_w e usando a equação 3.6 na equação 3.3 obtém-se: a:

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{kk_{rw}(S_w)}{\phi\mu_w} \frac{dP_{cap}}{dS_1} \frac{\partial S_w}{\partial z} \right) + \frac{k\gamma_w}{\phi\mu_w} \frac{\partial k_{rw}}{\partial S_w} \frac{\partial S_w}{\partial z} \quad (3.7)$$

onde a dimensão linear foi trocada para z para indicar a direção vertical do escoamento.

A equação 3.7 é conhecida, com a notação e forma um pouco modificada, como Equação de Richard, proposta por este autor em 1931 [15].

Adotando-se o modelo de difusão capilar, a equação 3.7 pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D(S_w) \frac{\partial S_w}{\partial x} \right) + \frac{k\gamma_w}{\phi\mu_w} \frac{\partial k_{rw}}{\partial S_w} \frac{\partial S_w}{\partial z} \quad (3.8)$$

Este modelo, muito embora considere uma série de simplificações, nem sempre válidas, permite uma abordagem direta do fenômeno, principalmente se o coeficiente de difusão for considerado constante. Um dos objetivos deste trabalho é analisar o comportamento do processo de embebição de forma objetiva, levando em conta a dependência

do coeficiente com a saturação, verificando a validade e as limitações quando se considera aquele coeficiente constante.

3.2 SOLUÇÃO ANALÍTICA DA EQUAÇÃO DA DIFUSÃO

As equações 3.5 e 3.8 não permitem solução analítica por apresentarem o coeficiente dependente de S_w . Uma alternativa muito usual é admitir o coeficiente como constante. Serão apresentadas aqui as soluções para as equações lineares para escoamento horizontal com meio semi-infinito ou com fronteira limitada e para escoamento vertical com fronteira limitada. A idéia é promover uma familiarização com alguns parâmetros e analisar o comportamento assintótico com o tempo. Em capítulo posterior, as equações serão resolvidas numericamente para diversas situações .

Convém aqui lembrar que um coeficiente constante pode ser o resultado, em termos da modelagem tradicional, de uma permeabilidade relativa - função linear da saturação e a pressão capilar - função logarítmica da saturação. Matematicamente teríamos:

$$k_{rw} = k'_{rw} S_w \Rightarrow \frac{dk_{rw}}{dS_w} = k'_{rw} \quad (3.9)$$

e

$$P_{cap} = -P'_{cap}(\log S_w) \Rightarrow S_w \frac{dP_{cap}}{dS_w} = P'_{cap} \quad (3.10)$$

que aplicados na equação 3.4 tornam o coeficiente função uniforme de S_w .

Escoamento horizontal

A equação 3.5 para escoamento horizontal pode ser reescrita então com coeficiente constante na forma:

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 S_w}{\partial x^2} \right) \quad (3.11)$$

A solução geral para meio semi-infinito, inicialmente seco, mantido com saturação máxima de água na face de entrada, para um coeficiente unitário é dada por:¹

$$S_w(x, t) = \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{\sqrt{4t}} \right) \quad (3.12)$$

A figura 3.1 mostra a solução da equação 3.12.

¹A descrição completa das soluções está apresentada nos Apêndices A,B,C e D

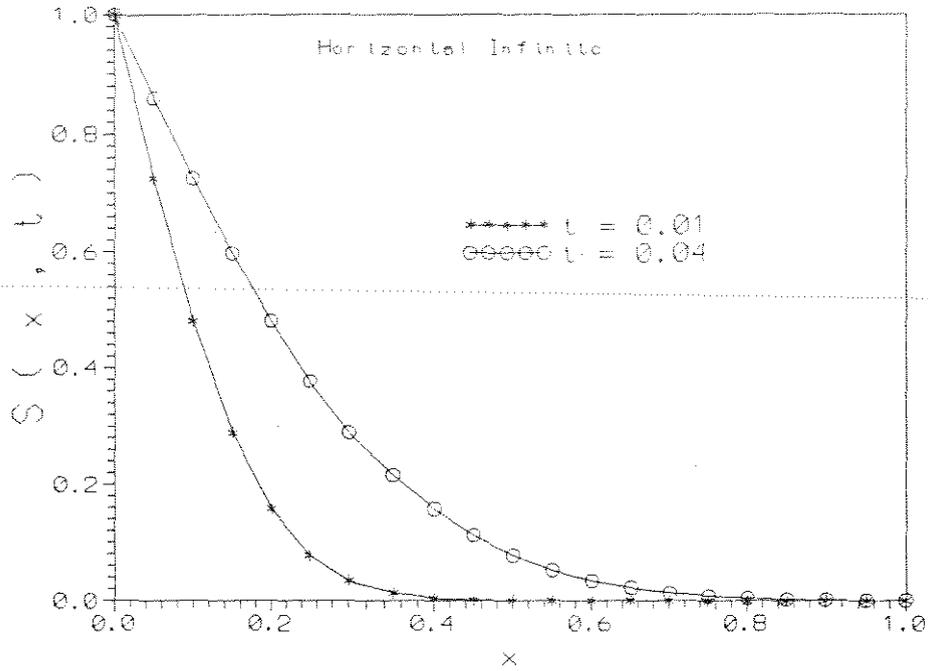


Figura 3.1: Solução analítica - meio infinito

A equação 3.12 pode ser integrada em x para um comprimento arbitrário correspondente a um volume poroso unitário e encontrado o Fator de Recuperação em função do tempo (vide figura 3.2):

$$FR(t) = \sqrt{\frac{4t}{\pi}} \quad (3.13)$$

A equação 3.11 pode ser adimensionalizada definindo-se:

$$S^* = \frac{S_w - S_{wi}}{S_{wj} - S_{wi}} \quad (3.14)$$

onde S_{wj} é a saturação na face de entrada e:

$$x_D = x/L \quad (3.15)$$

$$t_D = \frac{Dt}{L^2} \quad (3.16)$$

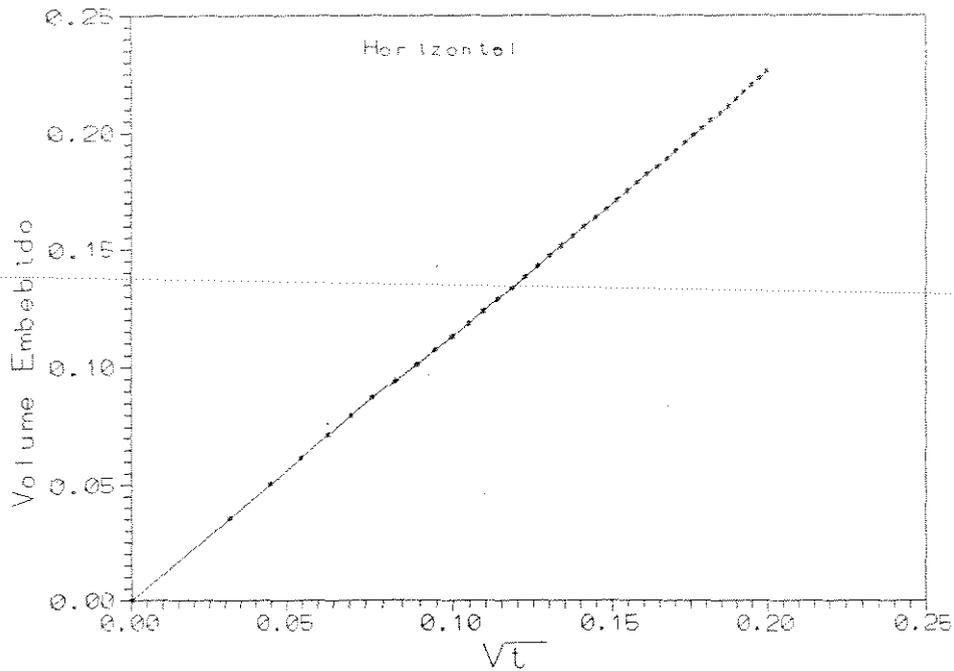


Figura 3.2: Volume embebido x $t^{1/2}$

Substituindo na equação 3.11, resulta:

$$\frac{\partial S^*}{\partial t_D} = \frac{\partial^2 S^*}{\partial x_D^2} \quad (3.17)$$

Para os casos de meio poroso finito as soluções foram obtidas no campo de Laplace e são aqui descritas com a notação correspondente. Foram invertidas numericamente com o algoritmo de Stehfest e são apresentadas graficamente.

No caso de meio finito de comprimento L , inicialmente a S_{wi} , com a face de entrada mantida a S_{wj} e a face oposta com escoamento nulo, a solução fica:

$$\bar{S}^*(x_D, u) = \frac{e^{\sqrt{u}(1-x_D)} + e^{\sqrt{u}(x_D-1)}}{u(e^{-\sqrt{u}} + e^{\sqrt{u}})} \quad (3.18)$$

onde u é o argumento no campo de Laplace. No campo real se apresenta segundo a figura 3.3.

Integrando a equação 3.18 de $x_D = 0$ a $x_D = 1$ encontramos o volume embebido

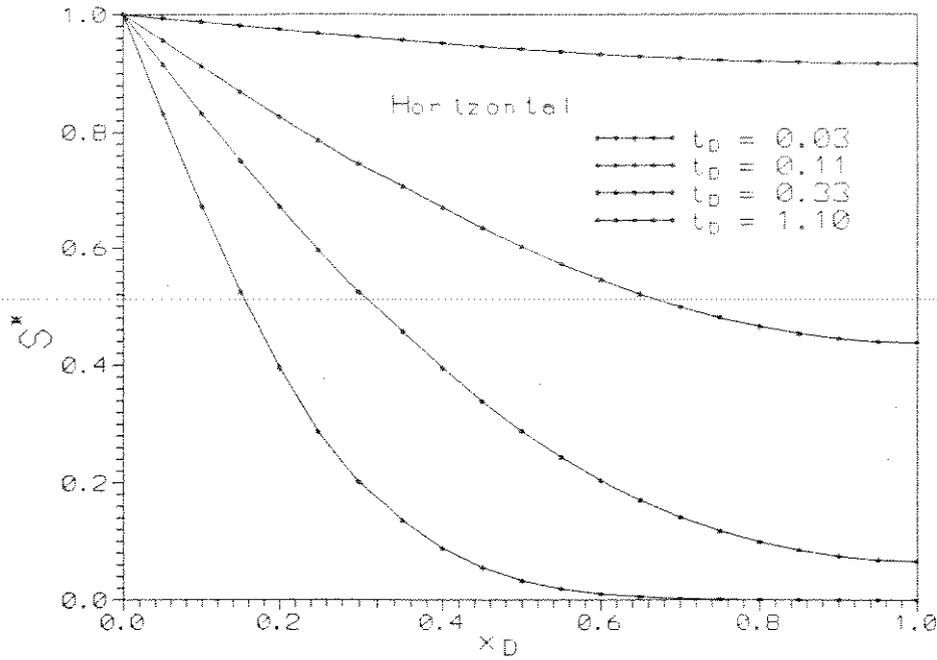


Figura 3.3: Saturação em meio limitado horizontal

por volume deslocável, ou Fator de Recuperação:

$$\overline{FR}(u) = \frac{e^{\sqrt{u}} + e^{-\sqrt{u}}}{u\sqrt{u}(e^{-\sqrt{u}} + e^{\sqrt{u}})} \quad (3.19)$$

A figura 3.4 mostra o Fator de Recuperação com o tempo. Nota-se que para tempo curto há uma relação linear com a raiz do tempo, com um comportamento equivalente a um meio infinito. Matematicamente teríamos que para tempo curto, a variável de Laplace tende para infinito:

$$\overline{FR}(u \rightarrow \infty) = \frac{1}{u\sqrt{u}} \quad (3.20)$$

que invertida analiticamente produz:

$$FR(t_D) = \sqrt{\frac{4t_D}{\pi}} \quad (3.21)$$

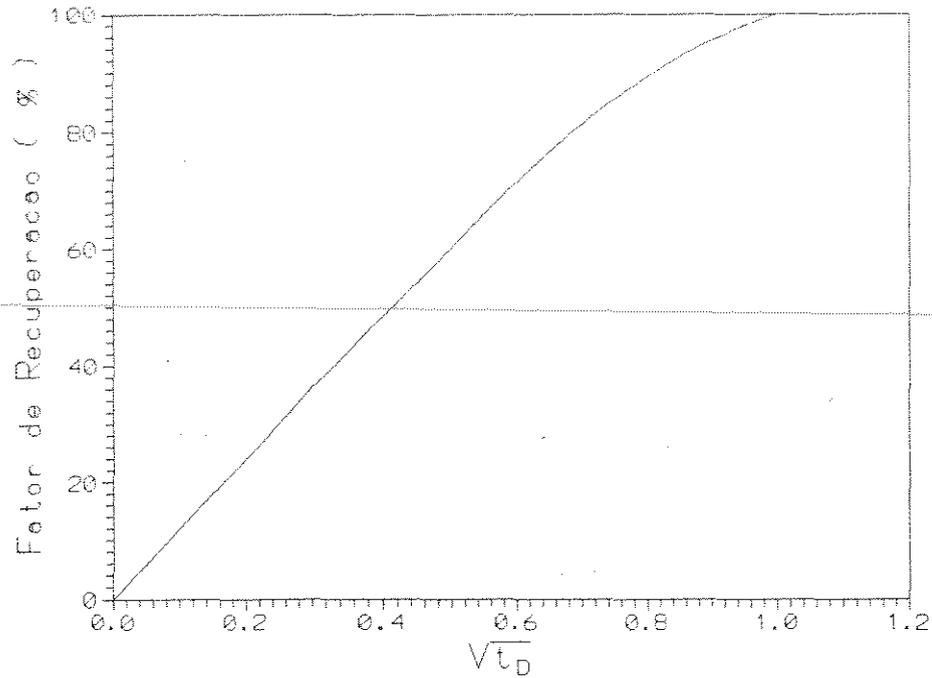


Figura 3.4: Fator de recuperação em meio finito horizontal

ou em variáveis reais:

$$FR(t) = \sqrt{\frac{4Dt}{\pi L^2}} \quad (3.22)$$

Escoamento vertical

Para escoamento vertical podemos definir uma variável adimensional que relaciona as forças capilares com as gravitacionais:

$$N_c = \frac{k\gamma_w k'_{rw} L}{\phi\mu_w D} \quad (3.23)$$

onde admite-se também a permeabilidade relativa linear segundo a equação 3.9.

Substituindo na equação 3.8 e adimensionalizando resulta:

$$\frac{\partial S^*}{\partial t_D} = \frac{\partial^2 S^*}{\partial z_D^2} + N_c \frac{\partial S^*}{\partial z_D} \quad (3.24)$$

O termo N_c pode também ser escrito de outra forma, usando as equações 3.4 e 3.10:

$$N_c = \frac{\gamma_w L}{P'_{cap}} \quad (3.25)$$

Pode-se observar a independência de N_c em relação a permeabilidade relativa. Esta independência no entanto não pode ser generalizada pois o termo k'_{rw} só desaparece para o caso particular. Nesta forma de apresentação do número N_c , fica claro seu significado como uma relação entre o potencial gravitacional e o capilar. Resolvendo a equação 3.24 para um meio finito, com saturação inicial S_{wi} , com face inferior mantida em S_{wj} e escoamento nulo no topo, isto é, admitindo equilíbrio entre as forças capilares e gravitacionais neste ponto, temos, no campo de Laplace:

$$\bar{S}^*(z_D, u) = \frac{(m_2 + N_c)e^{m_2 + m_1 z_D} - (m_1 + N_c)e^{m_1 + m_2 z_D}}{u[(m_2 + N_c)e^{m_2} - (m_1 + N_c)e^{m_1}]} \quad (3.26)$$

onde:

$$m_1 = \frac{-N_c + \sqrt{N_c^2 + 4u}}{2} \quad (3.27)$$

$$m_2 = \frac{-N_c - \sqrt{N_c^2 + 4u}}{2} \quad (3.28)$$

As figuras 3.5 e 3.6 mostram a solução da equação 3.26, no campo real, em variáveis adimensionais.

Se na equação 3.26 tomarmos o limite inferior para a variável de Laplace u , obteremos o perfil de saturação de equilíbrio para tempo longo:

$$\bar{S}^*(z_D, u \rightarrow 0) = \frac{e^{-N_c z_D}}{u} \quad (3.29)$$

que invertida analiticamente resulta em:

$$S^*(z_D, t_D \rightarrow \infty) = e^{-N_c z_D} \quad (3.30)$$

A equação 3.30 pode ser vista como uma distribuição de saturação final em um reservatório onde um aquífero de fundo ascendeu devido à depleção. Conforme foi admitido neste desenvolvimento, esta distribuição corresponde a uma relação logarítmica entre a pressão capilar (altura de ascensão da coluna de água) e a saturação. Nota-se que esta distribuição é diferente da zona de transição existente no início da vida do campo, formada em um processo de drenagem durante a migração do óleo.

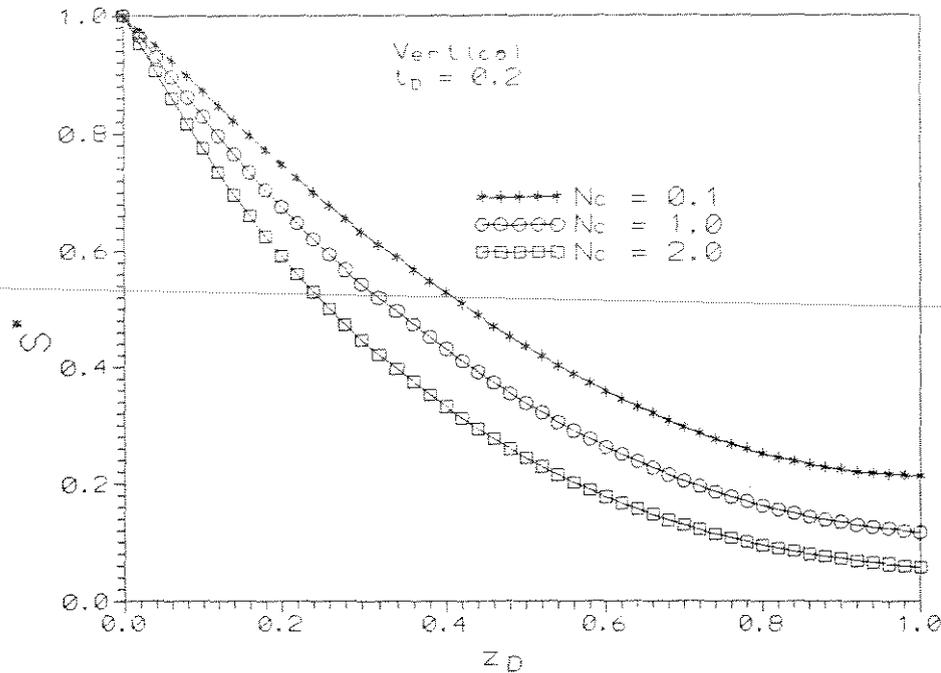


Figura 3.6: Influência de N_c no perfil de saturação.

3.3 OBTENÇÃO DO COEFICIENTE DE DIFUSÃO CAPILAR

Como já foi citado, o modelo de difusão capilar tem a vantagem de englobar em um só parâmetro um conjunto de variáveis relativas ao meio poroso e aos fluidos. Para a obtenção do coeficiente a partir de ensaios experimentais diversos métodos foram propostos. Neste trabalho será dada atenção apenas ao método Bruce e Klute e a outro aqui chamado de Alternativo.

Método Bruce e Klute

O método apresentado por Bruce e Klute [7] é um dos mais utilizados na área de física de solos e se baseia na transformação da equação parcial em equação ordinária. Substituindo-se a variável de Boltzmann na equação 3.5:

$$\lambda = \frac{x}{\sqrt{t}} \quad (3.33)$$

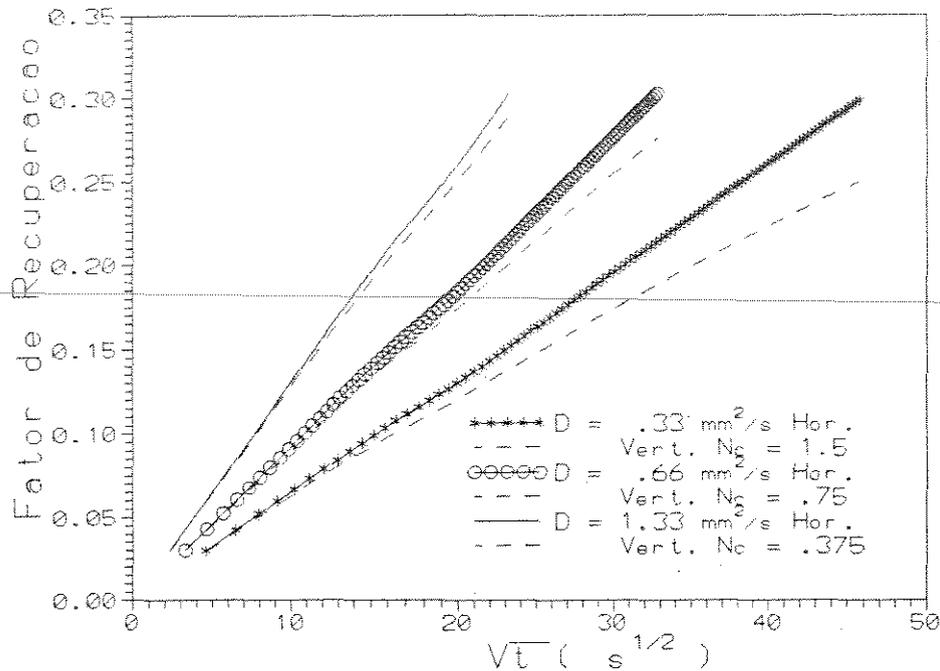


Figura 3.7: F.R. em meio finito vertical e horizontal

obtem-se:

$$-\frac{\lambda}{2} \frac{dS_w}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda} \left(D(S_w) \frac{dS_w}{d\lambda} \right) \quad (3.34)$$

Para um meio poroso infinito com saturação inicial S_{wi} , mantido com S_{wj} na face de entrada, pode-se separar as variáveis e integrar 3.34 em relação a λ :

$$-\int_{S_{wi}}^{S_{wx}} \frac{\lambda}{2} dS_w = \int_{\lambda_i}^{\lambda_x} \frac{d}{d\lambda} \left(D(S_w) \frac{dS_w}{d\lambda} \right) d\lambda \quad (3.35)$$

e ainda:

$$-\int_{S_{wi}}^{S_{wx}} \frac{\lambda}{2} dS_w = D(S_{wx}) \left(\frac{dS_w}{d\lambda} \right)_{S_{wx}} - D(S_{wi}) \left(\frac{dS_w}{d\lambda} \right)_{S_{wi}} \quad (3.36)$$

onde $\left(\frac{dS_w}{d\lambda} \right)_{S_{wx}}$ representa a derivada em S_{wx} , saturação no ponto onde se deseja calcular o coeficiente de difusão.

Para meio poroso infinito é razoável admitir $\left(\frac{dS_w}{d\lambda}\right)_{S_{w1}} = 0$ para x maior que a frente de avanço, resultando:

$$D(S_{wx}) = -\frac{1}{2} \left[\int_{S_{w1}}^{S_{wx}} \lambda dS \right] / \left(\frac{S_w}{d\lambda} \right) \quad (3.37)$$

ou, em termos de x e t , para certo t_0 :

$$D(S_{wx}) = -\frac{1}{2t_0} \left[\int_{S_{w1}}^{S_{wx}} x dS_w \right] / \left(\frac{dS_w}{dx} \right)_x \quad (3.38)$$

Do perfil S_w versus x pode-se calcular a derivada e a integral de S_w em relação a x e se obter o coeficiente de difusão. Caso se disponha dos perfis de saturação em diversos instantes de tempo, pode-se obter um perfil único de maior representatividade.

Método Alternativo

Um método alternativo para a obtenção do coeficiente de difusão capilar foi proposto por Prevedello [36] e é aqui apresentado com uma formulação adaptada para as condições de contorno usuais para engenharia de petróleo. Este método resulta da integração direta da equação 3.5 e admitindo, assim como Bruce e Klute, que $\left(\frac{\partial S_w}{\partial x}\right)_{S_{w1}} = 0$ para $x = L$ maior que a frente de avanço:²

$$D(S_{wx}) = - \left[\int_x^L \frac{\partial S_w}{\partial t} dx \right] / \left(\frac{\partial S_w}{\partial x} \right)_x \quad (3.39)$$

Este método exige, além do perfil de saturação, a derivada temporal ponto a ponto o que aparentava ser uma desvantagem. Em outro capítulo serão discutidos os aspectos práticos de ambos os métodos.

Os dois métodos citados acima foram desenvolvidos a partir da equação da difusão para escoamento horizontal. No escoamento vertical deve ser computado o termo convectivo que torna o manuseio mais complexo. O uso de uma transformação similar adequada pode converter a equação parcial em ordinária, mas impõe condições de contorno pouco práticas.

Prevedello et alii [37] propuseram uma aproximação, inicialmente apresentada por Reichardt em 1977 [38] onde, definindo um novo conceito que chamaram de "difusividade gravitacional", englobaram o termo convectivo ao difusivo, tornando a equação para escoamento vertical semelhante à do escoamento horizontal.

Reescrevendo a equação geral da difusão para escoamento vertical 3.5 em uma forma mais compacta, temos:

²A descrição completa está no Apêndice D

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D(S_w) \frac{\partial S_w}{\partial x} + K(S_w) \right) \quad (3.40)$$

onde:

$$K(S_w) = \frac{\gamma_w k k_{rw}(S_w)}{\mu_w \phi} \quad (3.41)$$

Considerando que a saturação é função de x e t , isto é, $S_w = f(x, t)$ tem-se:

$$dS_w = \frac{\partial S_w}{\partial x} dx + \frac{\partial S_w}{\partial t} dt \quad (3.42)$$

Desprezando a 2ª parcela do lado direito pode-se escrever:

$$\frac{dS_w}{dx} = \frac{\partial S_w}{\partial x} \quad (3.43)$$

Admitindo esta igualdade, pode-se então multiplicar e dividir o termo convectivo da equação 3.40 pelo lado direito da equação 3.43, obtendo-se:

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D(S_w) \frac{\partial S_w}{\partial x} + \left(\frac{K(S_w)}{\partial S_w / \partial x} \right) \frac{\partial S_w}{\partial x} \right] \quad (3.44)$$

Reichardt definiu a difusividade gravitacional como:

$$D_{grav}(S_w) = \frac{K(S_w)}{\partial S_w / \partial x} \quad (3.45)$$

e a difusividade global na forma:

$$D_g(S_w) = D(S_w) + D_{grav}(S_w) \quad (3.46)$$

e, utilizando a definição anterior, a equação 3.5 pode ser reescrita na forma:

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_g(S_w) \frac{\partial S_w}{\partial x} \right) \quad (3.47)$$

A vantagem desta formulação é que, admitindo que o processo de embebição vertical seja sido regido pela equação 3.47, pode-se obter o coeficiente de difusão capilar $D(S_w)$ a partir do coeficiente global definido em 3.43, desde que se conheça a permeabilidade relativa.

O desenvolvimento da equação 3.47, apesar de matematicamente discutível, tem como principal consideração que a saturação tem uma dependência do tempo desprezível quando comparada com a dependência da posição. Em capítulo posterior será analisada a validade desta aproximação para casos envolvendo variáveis com ordem de grandeza compatível com a engenharia de petróleo, já que sua aplicabilidade na área de física de solos foi verificada para uma série de casos.

Uma questão que surgiu ao longo deste trabalho, durante o processo de verificação da validade da aproximação de Reichardt, foi a da aplicabilidade dos dois métodos de obtenção do coeficiente de difusão no escoamento vertical.

O método de Bruce e Klute baseia-se na transformação similar para obter uma equação ordinária. No entanto, se for aplicada esta mesma transformada na equação 3.44, a equação resultante mantém um termo função da raiz quadrada do tempo³ fazendo com que o erro deste método seja crescente com esta variável. Desta forma, quanto maior a componente gravitacional, isto é, quanto maior N_c , menos aplicável é este método para escoamento vertical.

Por outro lado, o método alternativo mostrou-se aplicável mesmo para a equação aproximada 3.47. A única condição requerida é que, para posições adiantadas em relação à frente de avanço a mobilidade da água seja nula, ou de outra forma, que a água não tenha mobilidade na condição inicial, isto é, $K(S_{wi} = 0)$ (Vide demonstração no Apêndice F).

Outra importante vantagem do método alternativo é a possibilidade de determinação de $k_{rw}(S_w)$ e $P_{cap}(S_w)$, ambos de embebição, a partir de dois ensaios de difusão capilar, um horizontal e outro vertical, usando a mesma amostra de rocha. Teríamos então, substituindo 3.4 e 3.45 na equação 3.46:

$$D_g(S_w) = \frac{kk_{rw}(S_w)}{\mu_w \phi} \left(\frac{dP_{cap}}{dS_w} + \frac{\gamma_w}{dS_w/dx} \right) \quad (3.48)$$

onde o valor de $D_g(S_w)$ seria obtido em experimento de escoamento vertical.

O coeficiente de difusão, que pode ser determinado experimentalmente de um escoamento horizontal é dada pela equação 3.4:

$$D(S_w) = \frac{kk_{rw}(S_w)}{\mu_w \phi} \frac{dP_{cap}}{dS_w}$$

O uso das duas equações anteriores permite determinar simultaneamente as curvas de permeabilidade relativa (k_{rw}) e de pressão capilar (P_{cap}).

Um aspecto relevante desta metodologia de medição é que ela permite obter a permeabilidade relativa para baixos valores de saturação de água. No método tradicional

³Vide demonstração no Apêndice E

de injeção usando a equação de Buckley-Leverett, só é possível medir a permeabilidade relativa para valores de saturação superiores aos encontrados na frente de avanço, que no caso da teoria de Buckley-Leverett é maior que no processo de difusão aqui considerado porque no modelo de Buckley-Leverett despreza-se o efeito da capilaridade. Pode ser lembrado ainda que a curva de pressão capilar de embebição, usualmente medida em testes de injeção de mercúrio, pode ser obtida diretamente no sistema de interesse, água-óleo ou água-gás, sendo portanto, mais representativa para casos onde a água é a fase deslocante.

4 TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA APLICADA À ENGENHARIA DE PETRÓLEO

A tomografia computadorizada foi inventada em 1972 por Hounsfield, que em 1979 recebeu o prêmio Nobel de medicina pelo significativo progresso proporcionado pela nova técnica. Ao longo dos anos ela foi rapidamente desenvolvida e hoje existem tomógrafos de quarta geração capazes inclusive de representar com grande precisão regiões do corpo humano pequenas como o ouvido interno ou mesmo partes móveis como válvulas cardíacas.

Há alguns anos a engenharia de petróleo, quando necessitava adquirir certas propriedades das rochas, se valia de ensaios destrutivos ou se contentava com valores médios que desprezavam eventuais heterogeneidades internas nas amostras. A tomografia computadorizada, por permitir a visualização de uma seção interna da rocha, apareceu como uma ferramenta fundamental no desenvolvimento da petrofísica.

A tomografia computadorizada, na essência, é a obtenção de uma imagem por meio de raio-X, reconstruída com auxílio de um computador, a partir de uma série de sub-imagens. Esta série de sub-imagens é obtida de uma única seção com espessura que pode variar de 1.5mm a 10mm e utilizando complexos algoritmos, chega-se em segundos, a uma imagem com detalhes de fração de milímetro.

O processo de geração das imagens se inicia com a aquisição das sub-imagens do corpo que é colocado dentro de um arco com um ou mais emissores de raio-X e diversos detetores. Durante a aquisição, os emissores e detetores executam uma rotação completa em torno do corpo gerando uma série de sub-imagens. A figura 4.1 mostra esquematicamente este processo. Em seguida o computador acoplado ao sistema de aquisição de imagens reconstrói a imagem final. Esta imagem pode ser visualizada no monitor, impressa em filme radiográfico ou mesmo gravada em fita magnética. A figura 4.2 mostra uma foto do conjunto onde aparecem a unidade de aquisição de imagens por raio-X, a unidade de controle com o monitor onde aparece uma imagem obtida durante um ensaio e à direita a unidade de impressão em filme. Tomógrafos com objetivos específicos para a engenharia de petróleo podem ainda incluir outra unidade de computador para o processamento das imagens.

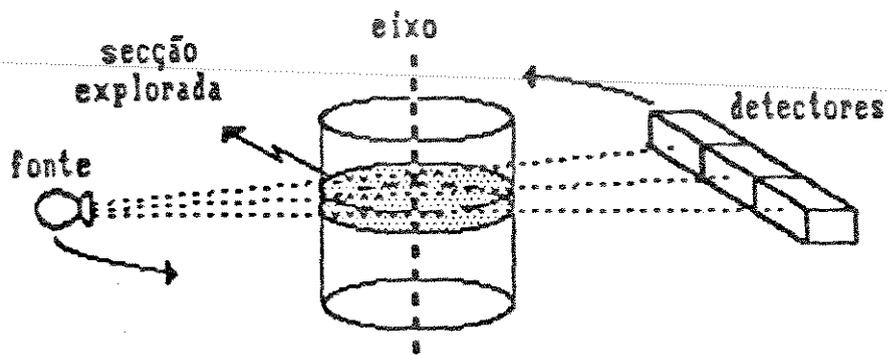


Figura 4.1: Aquisição de sub-imagens tomográficas - Extraído de Paiva [29]



Figura 4.2: Visão Geral do Tomógrafo Computadorizado

4.1 FUNDAMENTOS

De acordo com a lei de Beer, um raio-X monocromático de intensidade I_0 , ao atravessar um corpo de dimensão x sofre uma atenuação e a intensidade detetada I pode ser representada pela relação:

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (4.1)$$

onde o coeficiente μ é definido como:

$$\mu = \rho \mu_m$$

sendo ρ a densidade do corpo e μ_m o coeficiente de atenuação mássico que é função do número atômico do material componente deste e da intensidade do raio transmitido [23].

A atenuação do raio é provocada por dois diferentes fenômenos: a absorção fotoelétrica que é governada pelo coeficiente μ_m , mais significativa para baixos níveis de energia e pelo efeito Compton, que depende basicamente da densidade do corpo e é mais sensível para valores altos de intensidade do raio-X, acima de 100kV, usual em tomógrafos médicos [42].

Conhecidas então a intensidade dos raios incidentes e detetados e a dimensão linear do corpo, se chega ao coeficiente de atenuação. Este coeficiente é apresentado em uma escala em unidades Hounsfield H onde se adota o valor $0H$ para a água e $-1000H$ para o ar. Os tomógrafos médicos requerem portanto um procedimento de calibração para a fixação destes valores. Para maior simplicidade estes tomógrafos apresentam o coeficiente de Hounsfield normalizado para a água na forma:

$$CT = \frac{\mu_{mat} - \mu_w}{\mu_w} 1000$$

onde CT é chamado de número tomográfico (*CTNumber* ou simplesmente *CT*).

O processo de reconstrução da imagem final de uma tomografia representa na verdade o resultado da associação de um coeficiente de atenuação ou CT para cada unidade de área (*pixel*) com que a seção é discretizada. A rigor representa uma unidade de volume (*voxel*) pois a seção tem uma espessura finita. Conforme os parâmetros utilizados na aquisição, cada *pixel* pode chegar a representar um quadrado de cerca de 0.35 mm de lado.

4.2 CALIBRAÇÃO

O processo de reconstrução de imagem se baseia na lei de Beer, equação 4.1, que assume que o feixe de raio-X é monocromático. No entanto os emissores de raio-X utilizam feixes policromáticos, gerando algumas anomalias na imagem reconstruída.

Ao atravessar o corpo, os raios de menor energia tendem a ser absorvidos preferencialmente nas porções periféricas do corpo. A distribuição energética do feixe emergente se desloca para valores mais altos. Diz-se que o feixe sofreu um endurecimento (*beam hardening*) e no processo de reconstrução este fenômeno resulta em valores de CT anormalmente altos nas bordas do corpo e valores baixos no seu interior[23].

O endurecimento do feixe ocorre então sempre que os raios passam de um meio menos denso para outro mais denso. É função tanto da diferença de densidade quanto das dimensões do corpo. Mesmo para uso médico é requerido um processo de correção através de algoritmos próprios usando *phantoms* (calibres) com dimensões e CT's conhecidos. Como normalmente os tomógrafos médicos são utilizados para o corpo humano que tem densidade relativa próxima de 1, a correção é feita usando água destilada para diversos tamanhos de *phantom*, correspondentes às dimensões do corpo humano a serem tomografadas. O processo de ajuste da correção do efeito de endurecimento do feixe é feito concomitante ao processo de calibração

No caso da engenharia de petróleo, onde os corpos de interesse tem densidade relativa superior a 2, o efeito do endurecimento do feixe é bastante acentuado. É conveniente, portanto, efetuar a calibração e a correção para endurecimento do feixe para corpos com densidade próxima a das rochas. Normalmente é utilizado o quartzo fundido que apresenta densidade de 0.0022 kg/m^3 .

Alternativamente Hunt [23] sugere envolver a amostra com areia homogênea ou impermeabilizá-la e imergir em solução de iodeto de potássio. Desta forma o endurecimento do feixe ficaria deslocado para a periferia, reduzindo as anomalias na região de interesse.

4.3 CÁLCULO DE POROSIDADE E SATURAÇÃO

Foi visto que a atenuação sofrida pelo raio-X é proporcional à densidade do corpo, de forma que o CT associado a cada *pixel* representa o somatório dos diversos componentes deste. No caso de uma rocha estes componentes são os grãos e os fluidos presentes no seu volume poroso.

Chamando:

CT_{ma} : CT da rocha saturada com ar

CT_{mw} : CT da rocha saturada com água

CT_{mwa} : CT da rocha contendo água e ar

CT_w : CT da água

CT_a : CT do ar

Ekwere [32] mostrou que valem as relações:

$$\phi = \frac{CT_{mw} - CT_{ma}}{CT_w - CT_a} \quad (4.2)$$

e

$$S_w = \frac{CT_{mwa} - CT_{ma}}{\phi(CT_w - CT_a)} \quad (4.3)$$

ou de outra forma:

$$S_w = \frac{CT_{mwa} - CT_{ma}}{CT_{mw} - CT_{ma}} \quad (4.4)$$

Neste trabalho só será analisado o comportamento do sistema água-ar, mas relações similares podem ser encontradas para sistemas água-óleo. Vale porém lembrar que como o contraste de densidade entre a água e o ar é significativo, a identificação da saturação é bem mais fácil que para outro par de fases. No caso de água-óleo, como as densidades são relativamente próximas, é necessário o uso de dopantes em uma das fases de forma a aumentar seu CT.

5 DESENVOLVIMENTO

O desenvolvimento deste trabalho foi dividido em duas etapas. Na primeira foram analisadas as influências dos diversos parâmetros envolvidos no processo de difusão considerando o coeficiente de difusão dependente da saturação, requerendo portanto a elaboração de um programa de computador para resolver numericamente a equação. Na segunda etapa foram realizados os ensaios experimentais para verificação do comportamento do processo e realização de medições do coeficiente de difusão capilar.

5.1 SOLUÇÃO NUMÉRICA

Serão descritos os critérios e premissas utilizadas na elaboração do programa e apresentadas as soluções e análises correspondentes aos casos estudados.

5.1.1 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Como foi visto no capítulo 3, a equação geral da difusão apresenta um coeficiente função da saturação que faz com que a equação seja não linear. A solução analítica é portanto impossível, com exceção de alguns poucos casos que, com algumas simplificações, resultam em soluções aproximadas [45].

Neste trabalho foi desenvolvido um simulador numérico de fluxo difusivo incorporando ou não a componente gravitacional, usando diferentes tipos de função para o coeficiente de difusão capilar. Os objetivos principais foram promover uma maior familiarização com as variáveis envolvidas, analisando a influência destas no processo e simular os ensaios experimentais para permitir um melhor controle e complementar as conclusões destes. Paralelamente foi feita uma adaptação no programa para, a partir da solução encontrada, simular o procedimento experimental e calcular o coeficiente de difusão em função da saturação. Este coeficiente foi comparado com aquele utilizado na geração do problema, usando os dois métodos de obtenção apresentados no capítulo 3.

Optou-se por uma formulação explícita com nós distribuídos para a solução numérica em diferenças finitas devido à sua maior simplicidade. O inconveniente foi a necessidade de utilização de intervalos de tempo muito pequenos. Entretanto, para os objetivos deste trabalho e para as condições analisadas, não houve comprometimento maior pois o tempo máximo de execução foi de 30 minutos na estação de trabalho SUN.

A equação 3.7, ou sua forma compacta 3.40, escrita em diferenças finitas ex-

plicitada para a saturação fica:

$$S_w^{n+1} = S_w^n + \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} [D_i(S_{w_{i+1}} - S_{w_i}) - D_{i-1}(S_{w_i} - S_{w_{i-1}})] \quad (5.1)$$

$$+ \alpha \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{k\gamma_w}{\phi\mu_w} (k_{rwi} - k_{r_{w_{i-1}}}) \quad (5.2)$$

onde o termo α assume o valor 0 ou 1 conforme o caso estudado seja horizontal ou vertical, respectivamente.

Dois métodos possíveis de ponderação do coeficiente de difusão foram implementados, ponto a montante e média aritmética.

A relação entre Δx e Δt que garante a estabilidade da solução foi estimada, para os casos de D constante, pelo critério de Von Neuman [34], que resulta em:

$$\Delta t \leq \frac{(\Delta x)^2}{D \left(\frac{2}{N_c} + \frac{\Delta x}{L} \right)} \quad (5.3)$$

Foram testados diversos graus de discretização, tendo sido escolhido o de 81 nós por permitir uma boa precisão nos resultados sem comprometer o tempo final de execução. Para a maioria dos casos estudados o intervalo de tempo Δt estimado pela equação 5.3 ou simplesmente encontrado por tentativa foi de cerca de 0.5 s.

As condições de contorno adotadas foram as mesmas utilizadas na solução analítica e a saturação foi normalizada pela relação:

$$S^* = \frac{S_w - S_{w_i}}{1 - S_{arres} - S_{w_i}} \quad (5.4)$$

similar à solução analítica, considerando como saturação na face de entrada a máxima saturação de água, ou de outra forma, que o ar remanescente na face de entrada está na sua saturação residual. Estas condições representam basicamente aquelas observadas nos ensaios experimentais e com esta idéia foram escolhidas as demais variáveis, quais sejam:

Comprimento	= 100 mm
Densidade da água	= 1 g/cm ³
Permeabilidade Absoluta	= 0.1 μm ²
Porosidade	= 20 %
Viscosidade	= 0.001 Pa.s

Escolha da função $D(S^*)$

Uma primeira questão que se coloca é a da forma da função $D(S^*)$ a ser estudada. Como esta grandeza não é usual na engenharia de petróleo, foi necessário processar

uma série de dados de permeabilidade relativa e pressão capilar de testemunhos de reservatórios de óleo. Foram utilizadas as curvas de drenagem pois não havia disponibilidade de dados de embebição. Observou-se que o coeficiente, calculado segundo a equação 3.4 do capítulo 3, adquiria a forma de um sino, isto é, um intervalo crescente seguido por um trecho declinante, ou alternativamente se apresentava apenas crescente. Alguns poucos casos se mostraram com uma tendência de distribuição uniforme. A figura 5.1 apresenta alguns casos de rochas da Bacia de Campos analisados.

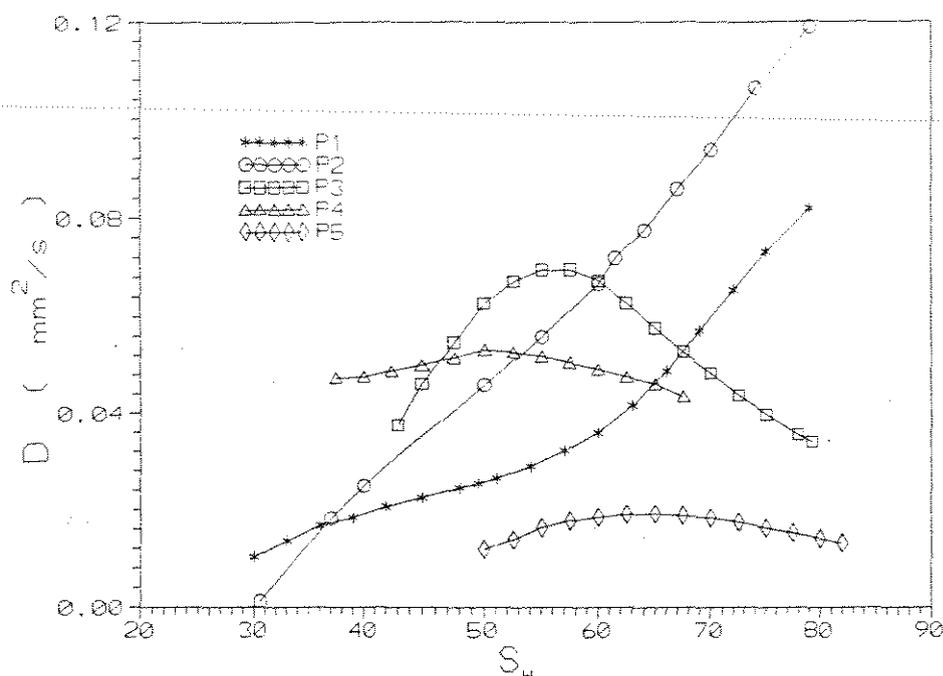


Figura 5.1: Forma do coeficiente de difusão capilar

Com base nestas observações foram definidos três tipos de coeficiente de difusão:

- Uniforme ou Linear
- Crescente
- Tipo Sino

Para gerar os coeficientes foi utilizada a equação 3.4, onde foram mantidos constantes, para todos os casos analisados, os parâmetros independentes da saturação. Foram então escolhidas funções de permeabilidade relativa e pressão capilar adequadas que resultavam em funções com as formas anteriormente citadas.

Para o coeficiente uniforme foram usadas permeabilidade relativa linear e pressão capilar logarítmica com a saturação conforme as equações 3.9 e 3.10.

Diferentes graus de difusividade⁴ foram obtidos variando simplesmente a derivada da pressão capilar pois, conforme a equação 3.25, a relação entre as forças capilares e gravitacionais depende basicamente desta variável. A figura 5.2 mostra as curvas de pressão capilar utilizadas. O fator de aumento de difusividade (fat) representa a inclinação da reta da função na escala logarítmica. Para inclinação da permeabilidade relativa foi adotada a unidade, pois seria indiferente o uso de outro valor.

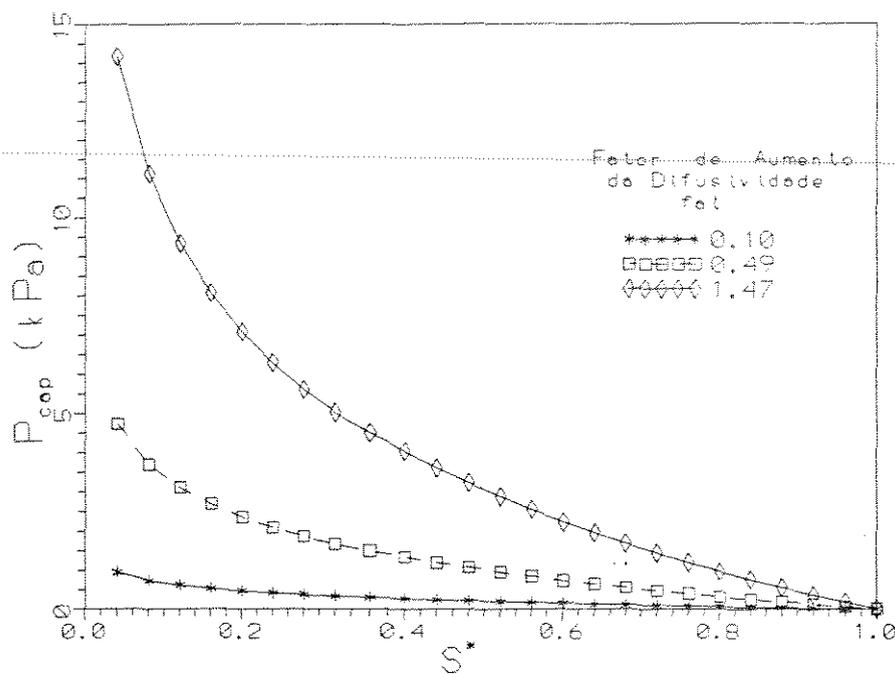


Figura 5.2: Pressão capilar para $D(S^*)$ linear

Verificou-se que adotando o modelo de Bourdine [9] para pressão capilar e permeabilidade relativa, o qual usa o conceito de distribuição de tamanho de poros de Brooks e Corey [6], a forma do coeficiente de difusão é crescente em todo o intervalo de saturação. Apesar de não ser intenção deste trabalho validar qualquer tipo de correlação, esta foi utilizada pois é uma das de maior aceitação na engenharia de petróleo. Outra vantagem deste modelo é que variando um único parâmetro, o coeficiente de distribuição λ , se consegue variar o grau de difusividade.

As figuras 5.3, 5.4 e 5.5 mostram as curvas de pressão capilar, permeabilidade relativa e o coeficiente de difusão para três valores de coeficiente de distribuição de tamanho de poros.

⁴O termo grau de difusividade é usado neste trabalho para indicar qualitativamente a relação entre as forças capilares e as gravitacionais.

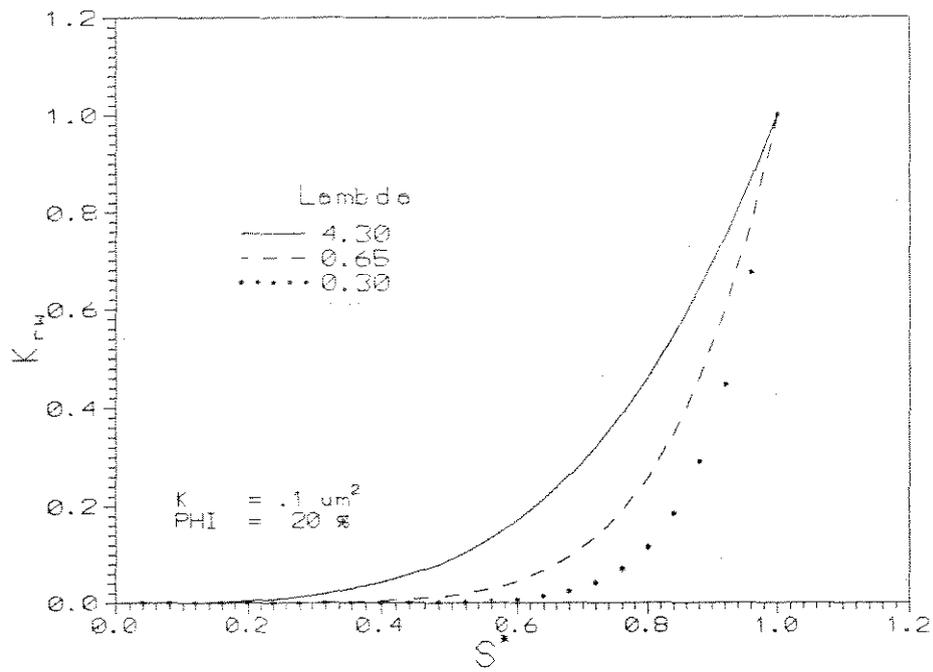


Figura 5.3: Permeabilidade relativa por Brooks e Corey

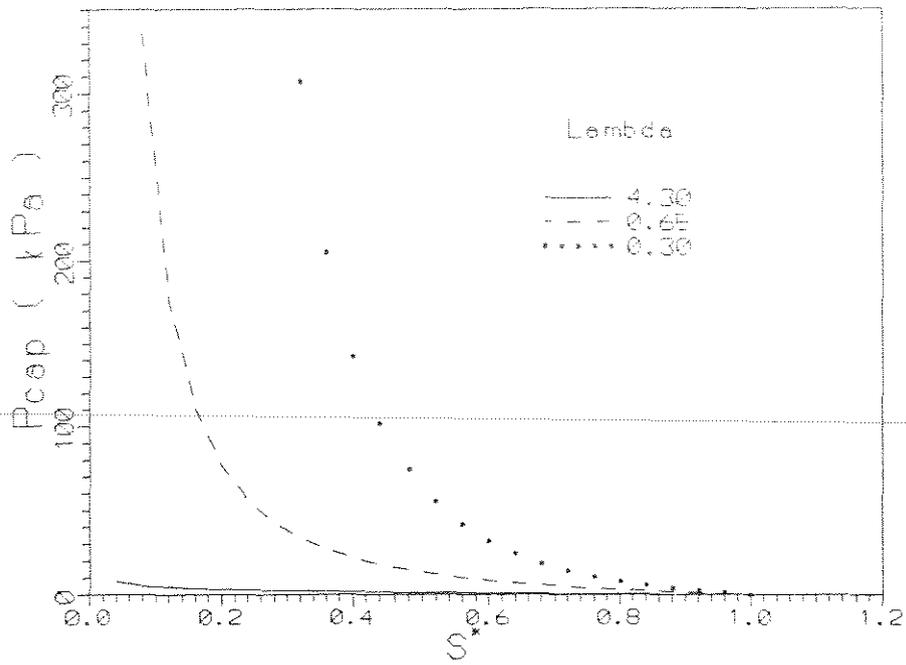


Figura 5.4: Pressão capilar por Brooks e Corey

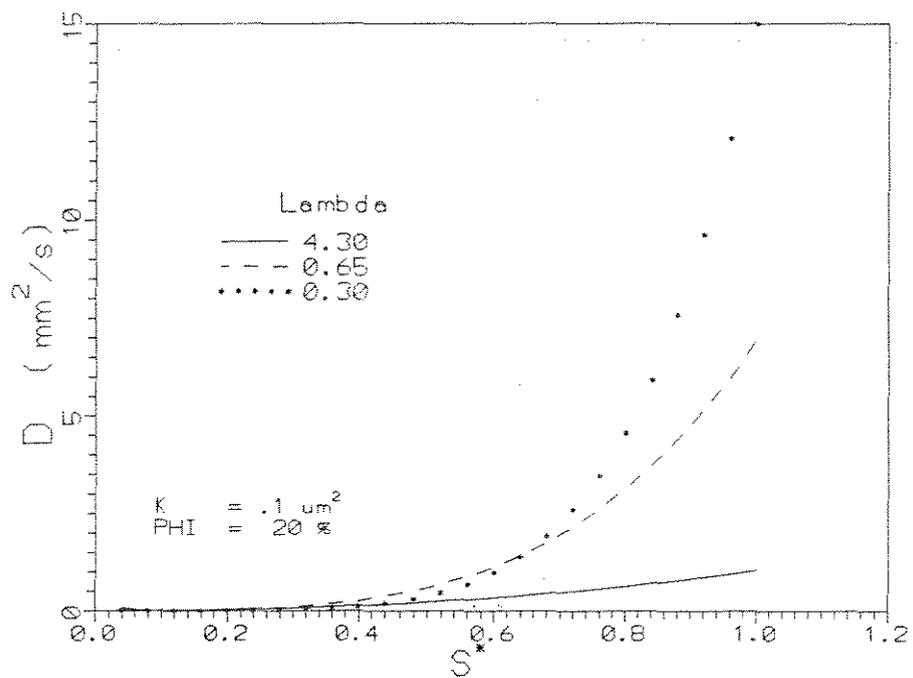


Figura 5.5: Coeficiente de difusão capilar por Brooks e Corey

Para gerar o coeficiente de difusão em forma de sino, várias alternativas eram possíveis. Optou-se por uma função cúbica para a permeabilidade relativa e uma função quadrática para a pressão capilar nas formas:

$$k_{rw} = S^{*3} \quad (5.5)$$

$$P_{cap} = [(S^* - 1)(S^* - 1.1)]fat \quad (5.6)$$

onde o termo *fat* representa um fator para aumentar o grau de difusividade.

Entre outros casos, foi analisada a influência da mobilidade da fase deslocada na solução da equação da difusão cujos resultados serão apresentados mais adiante. Para reproduzir este efeito foi gerada uma curva de permeabilidade relativa representando o comportamento da mobilidade total do sistema. Como o interesse neste caso era apenas qualitativo, a forma final da curva foi arbitrada, porém de forma criteriosa. A curva encontrada está apresentada na figura 5.6 junto com aquela encontrada pela equação 5.5. As figuras 5.7 e 5.8 mostram as curvas de pressão capilar e coeficiente de difusão obtidos pela equação 5.6 e 3.4 respectivamente.

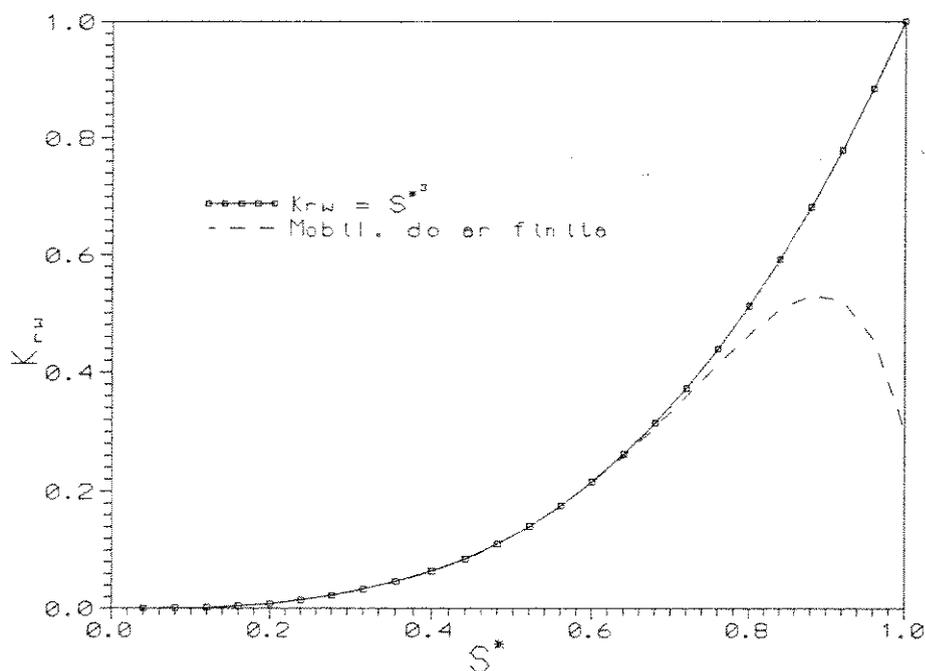


Figura 5.6: Permeabilidade relativa para $D(S^*)$ tipo sino

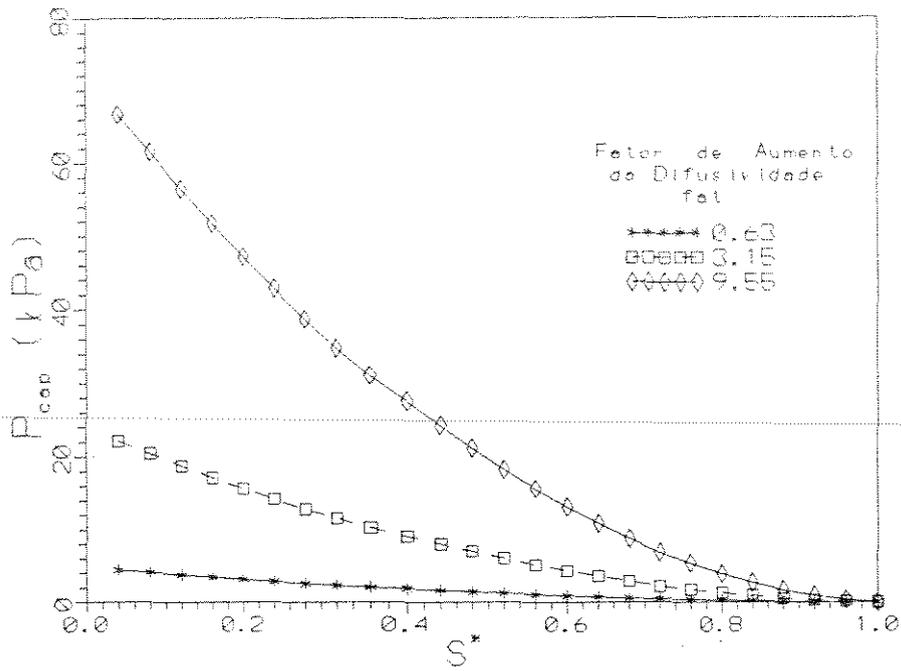


Figura 5.7: Pressão capilar para $D(S^*)$ tipo sino

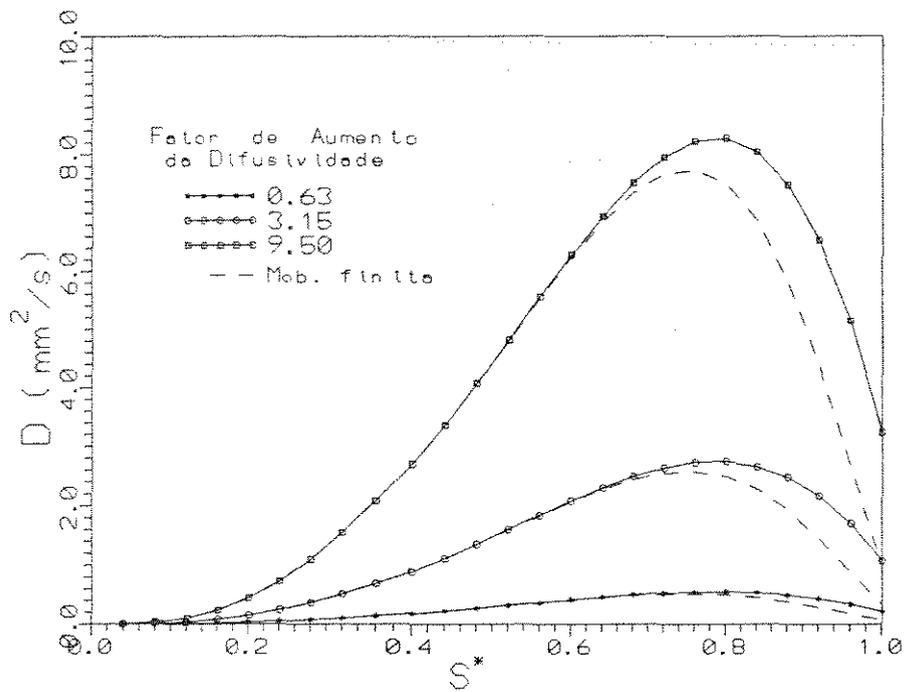


Figura 5.8: Coeficiente de difusão capilar tipo sino

Validação da solução numérica

Com o objetivo de verificar a validade da solução numérica, foram geradas as soluções tanto para o perfil de saturação como para o fator de recuperação para os mesmos casos já apresentados com a solução analítica. Os resultados de ambas soluções estão apresentados nas figuras 5.9, 5.10 e 5.11.

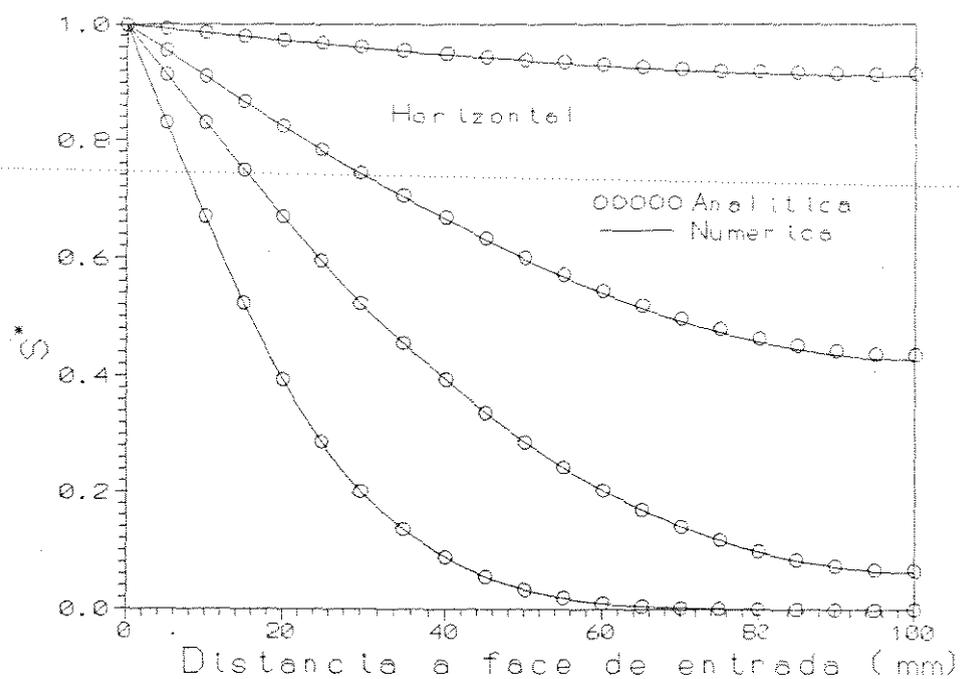


Figura 5.9: Solução analítica e numérica - horizontal

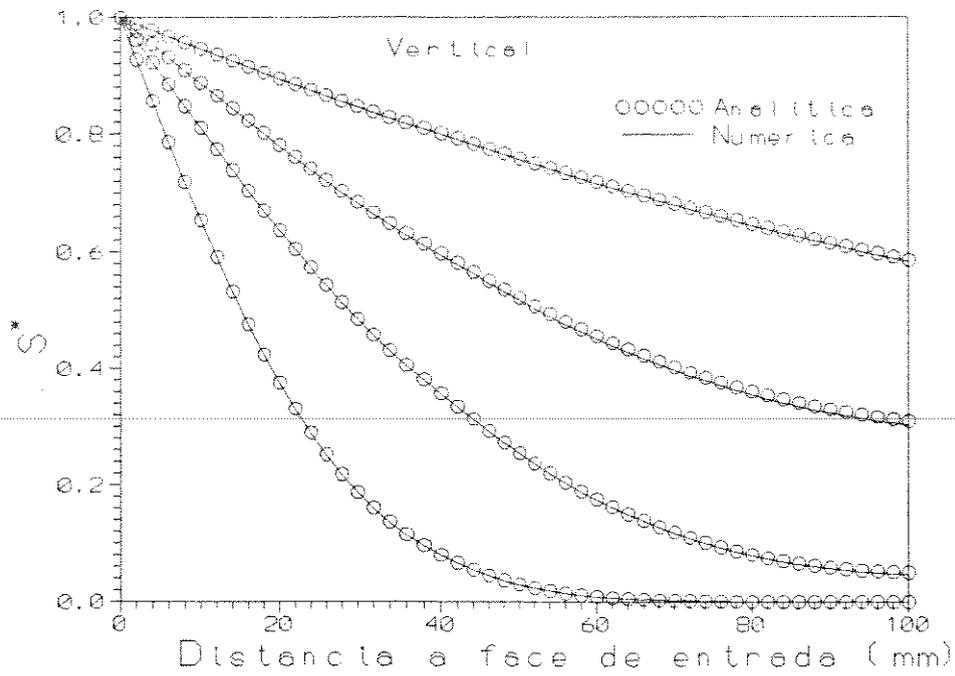


Figura 5.10: Solução analítica e numérica - Vertical

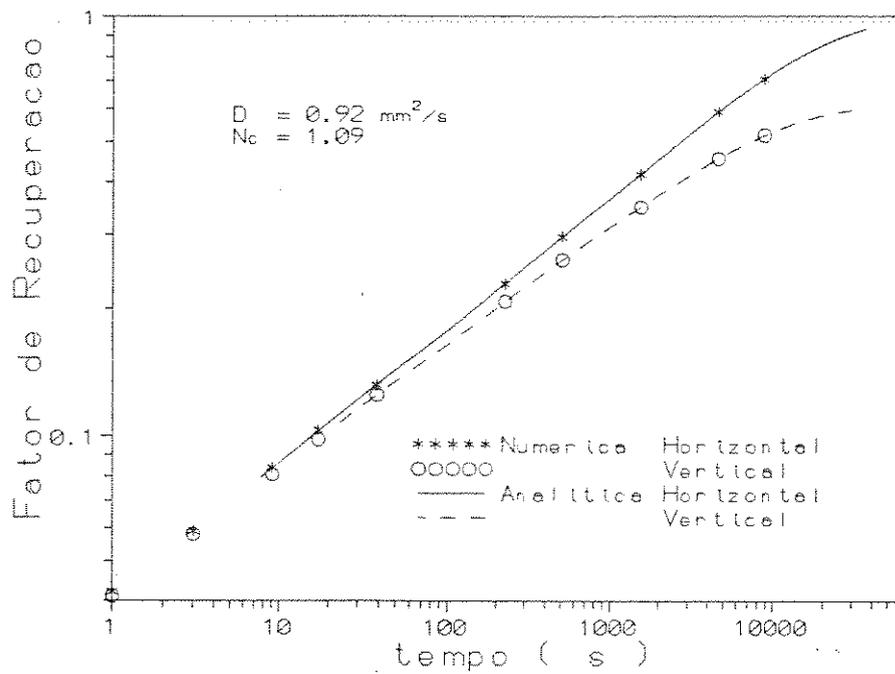


Figura 5.11: Solução analítica e numérica - Fator de recuperação

5.1.2 ANÁLISES E RESULTADOS

Características Gerais e Coeficientes Equivalentes

Inicialmente procurou-se encontrar um parâmetro de equivalência entre os diferentes tipos de coeficiente de difusão capilar que permitisse comparações. Como o interesse final deste trabalho é quantificar a recuperação associada aos fenômenos capilares, foi adotado o fator de recuperação para tempo curto.

A figura 5.12 apresenta a curva de recuperação para as três funções onde os parâmetros determinantes do grau de difusividade de cada tipo de função foi escolhido adequadamente. O processo de escolha foi através de tentativa e erro pois a determinação analítica seria muito particular, sem interesse para outros tipos de função que não aqueles deste trabalho.

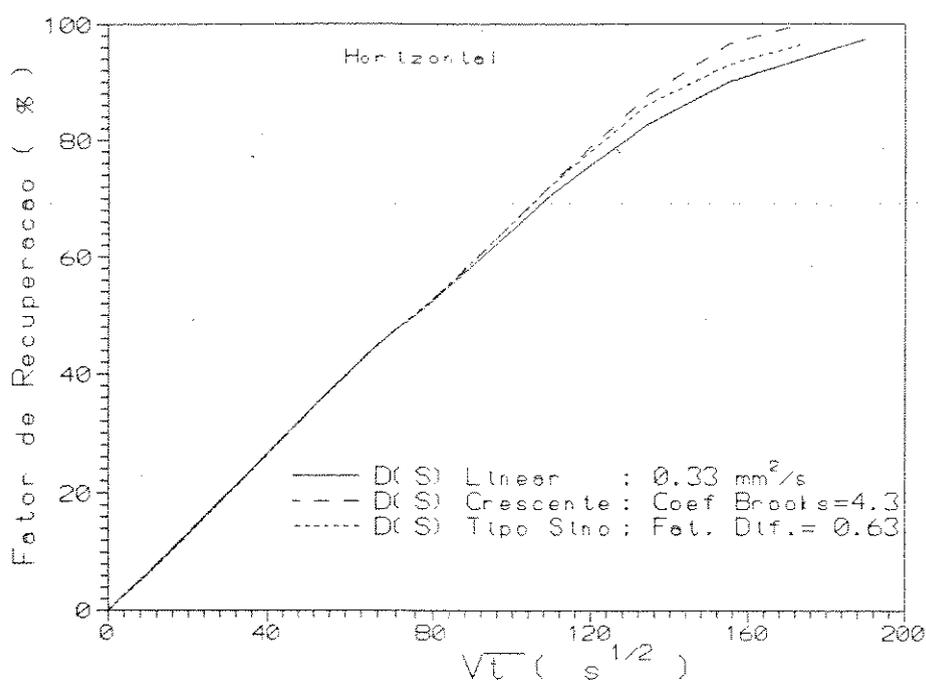


Figura 5.12: Fator de recuperação para coeficientes equivalentes

A forma do perfil de saturação para cada tipo de coeficiente está apresentada na figura 5.13. São mostradas as distribuições de saturação para dois tempos de fluxo com o mesmo volume embebido ou, como este está sendo referido neste trabalho, o mesmo fator de recuperação. Nota-se que quanto menor o coeficiente para baixas saturações, mais abrupta é a frente de avanço. Na figura 5.14 é mostrado o comportamento da posição da frente de avanço com o tempo. Assim como para coeficiente constante, existe

uma relação direta com a raiz quadrada do tempo de fluxo. Vê-se que para coeficiente linear, a frente avança muito mais rápido que para os demais. É importante estar atento para este comportamento quando se estudam modelos de reservatórios usando coeficiente constante. A erupção precoce do fluido deslocante pode influenciar de alguma forma o comportamento geral do modelo e torná-lo menos representativo.

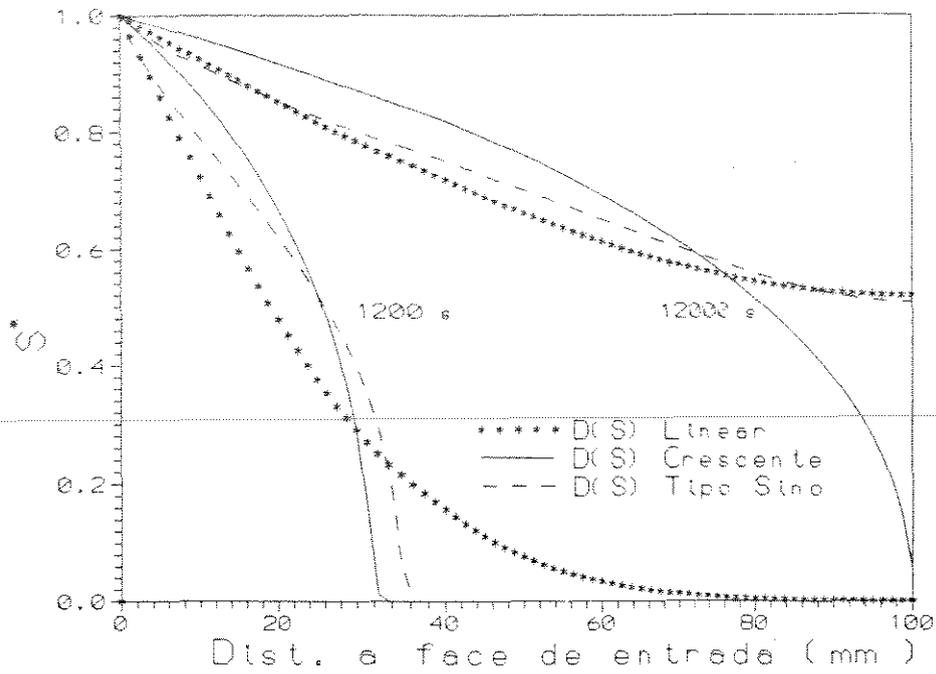


Figura 5.13: Perfil de saturação para coeficientes equivalentes

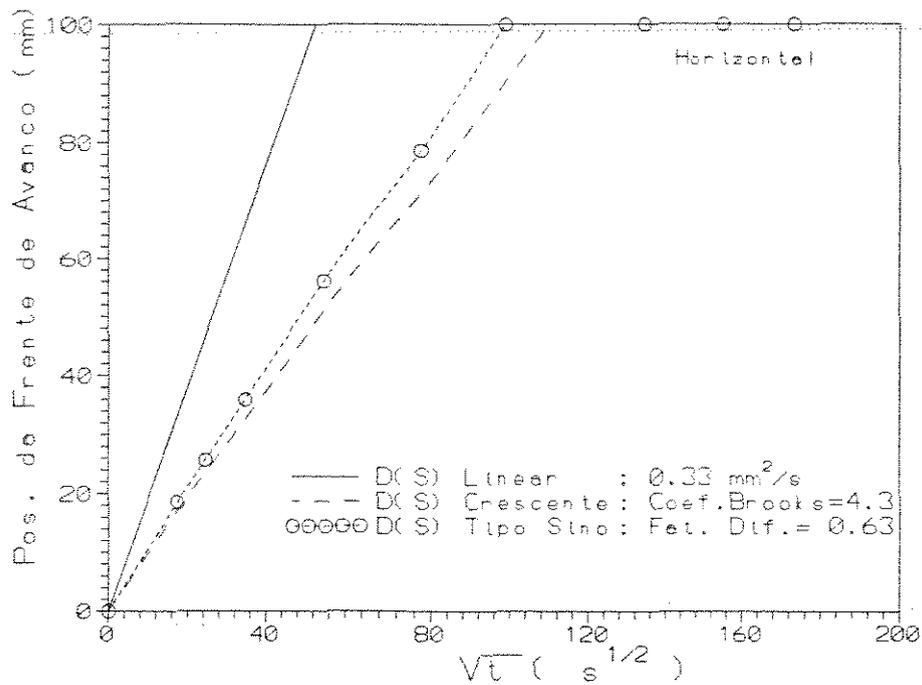


Figura 5.14: Posição da frente para coeficientes equivalentes

Quando a frente alcança o limite oposto do meio poroso, apenas os valores de alta saturação governam o fluxo e a recuperação é tão mais rápida quanto maior o valor do coeficiente próximo da saturação máxima. Este efeito pode ser melhor observado na figura 5.12, anteriormente citada.

Comparando a forma dos coeficientes equivalentes (vide figura 5.15), algumas considerações podem ser feitas. Apesar de não ter significado físico, a área sob as curvas pode ser útil para algumas observações. Por exemplo, o coeficiente de difusão tipo sino apresenta área aproximadamente equivalente ao coeficiente linear. Por outro lado, o coeficiente crescente, tem uma área cerca de 20 % menor mas apresenta valores bem superiores no intervalo de saturação alta. Este tipo de observação, apesar de restrita, pode servir como ponto de partida para comparações mais rigorosas.

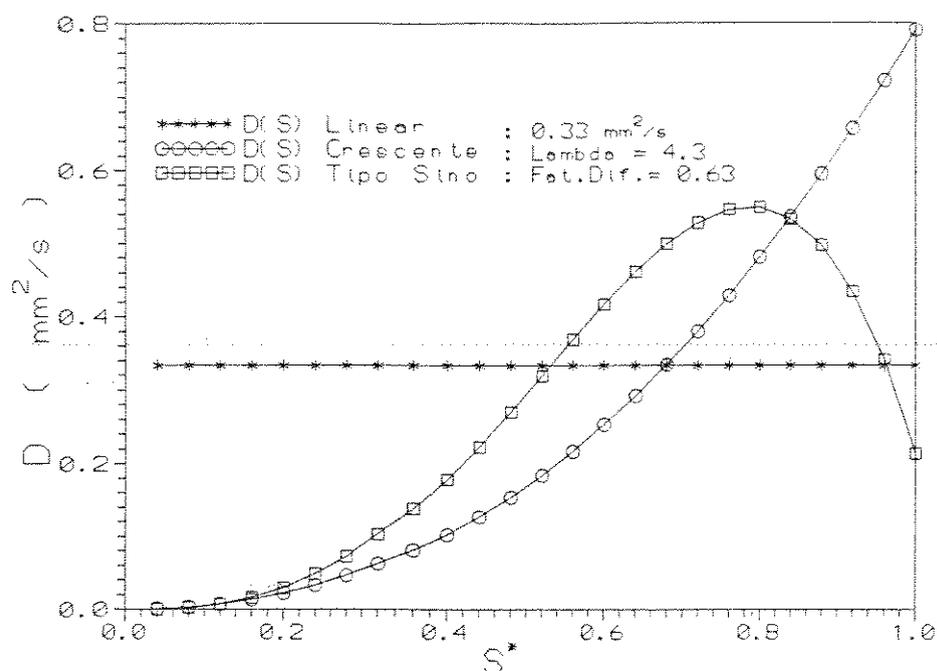


Figura 5.15: Coeficientes equivalentes

Influência da Componente Gravitacional

As figuras 5.16, 5.17 e 5.18 apresentam os perfis de saturação para três tempos de fluxo para cada um dos tipos de coeficiente estudados com ou sem componente gravitacional. Pode-se observar que a defasagem entre os perfis é determinada próximo à face de entrada e se mantém ao longo do perfil. Este comportamento se justifica pela forma crescente da parcela gravitacional, função da permeabilidade relativa. Esta característica também pode ser vista na figura 5.19 onde o comportamento da recuperação é mais afetado pela gravidade no caso de coeficiente linear. A permeabilidade relativa neste caso é a mais alta comparada com os outros dois casos.

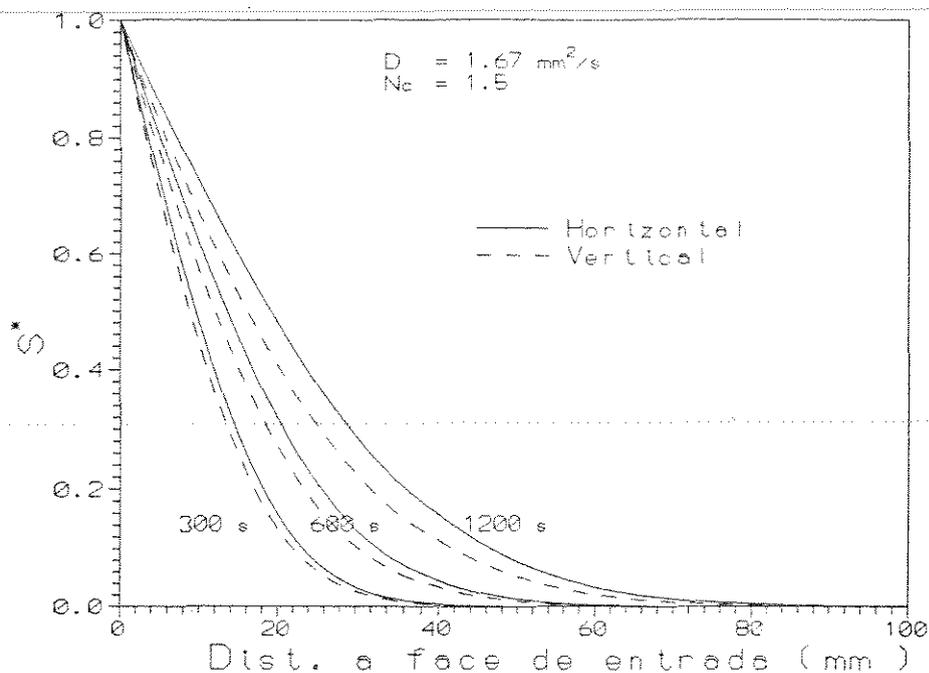


Figura 5.16: Influência da direção para coeficiente linear

A figura 5.20 apresenta o fator de recuperação para coeficiente linear para vários graus de difusividade onde se nota que quanto menor o coeficiente, mais acentuado é o efeito gravitacional e mais lenta é a recuperação. Nota-se também que para valores de N_c maiores que 0.5 aproximadamente, o comportamento do fluxo nas duas direções é indistinto (Vide também figura 3.7). Para os casos de alto grau de difusividade não seria então aplicável a metodologia apresentada no capítulo 3 de determinação da permeabilidade relativa e pressão capilar a partir de dois ensaios de difusão. A figura 5.21 mostra os perfis de saturação para um coeficiente tipo sino com $N_c = 0.1$ onde eles praticamente se superpõem, sendo impossível extrair dois coeficientes diferentes para aplicar o método.

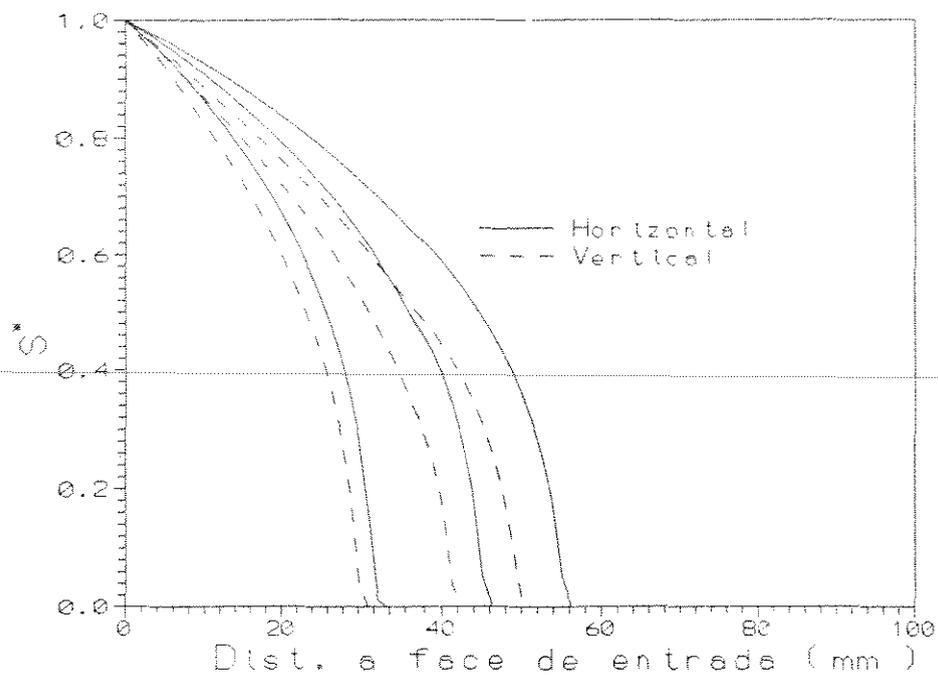


Figura 5.17: Influência da direção para coeficiente crescente

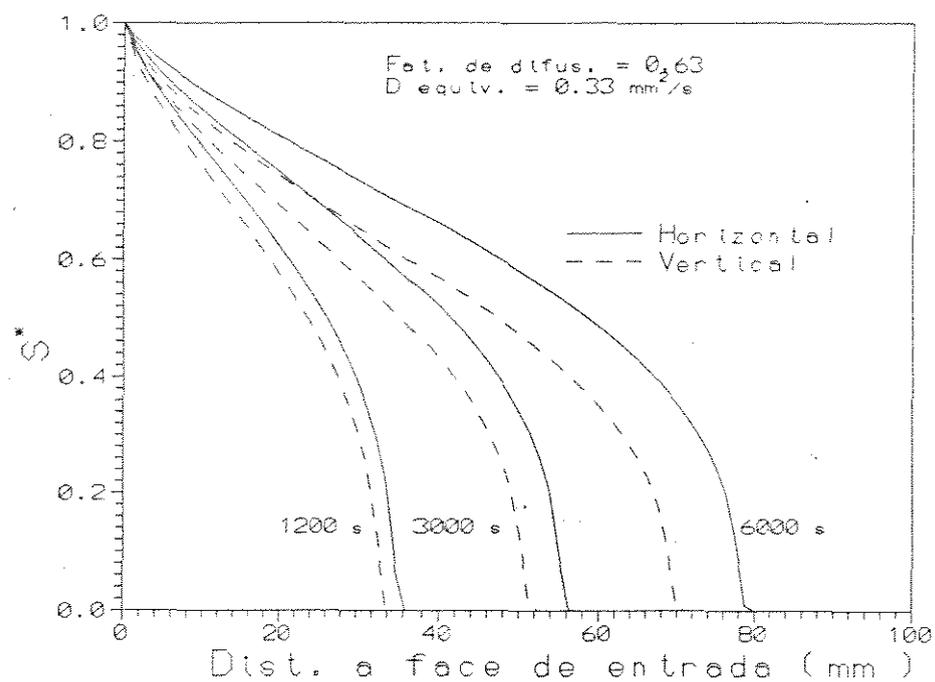


Figura 5.18: Influência da direção para coeficiente tipo sino

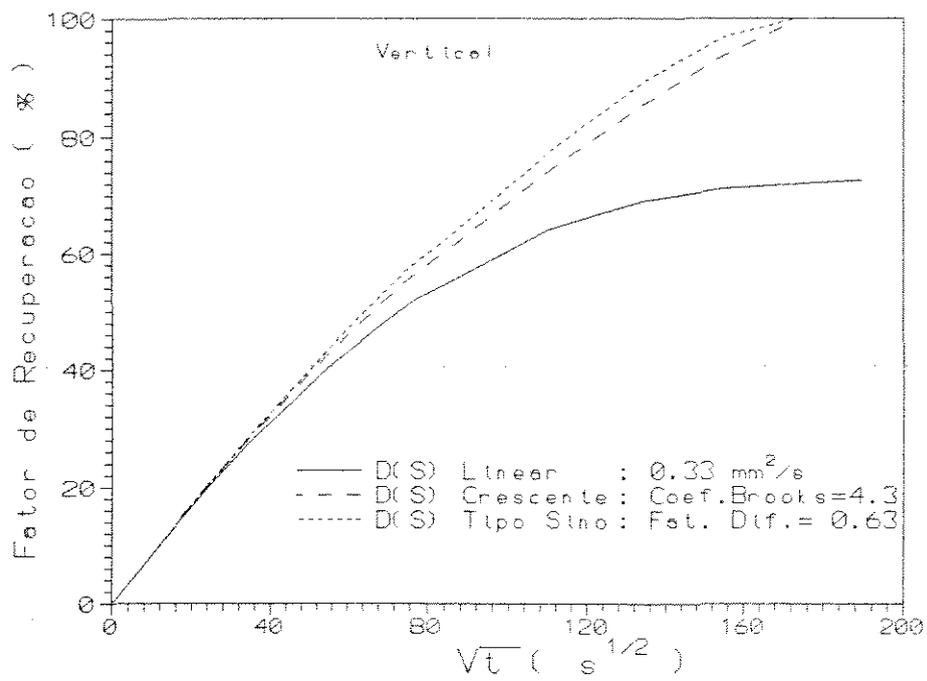


Figura 5.19: Coeficientes equivalentes - vertical

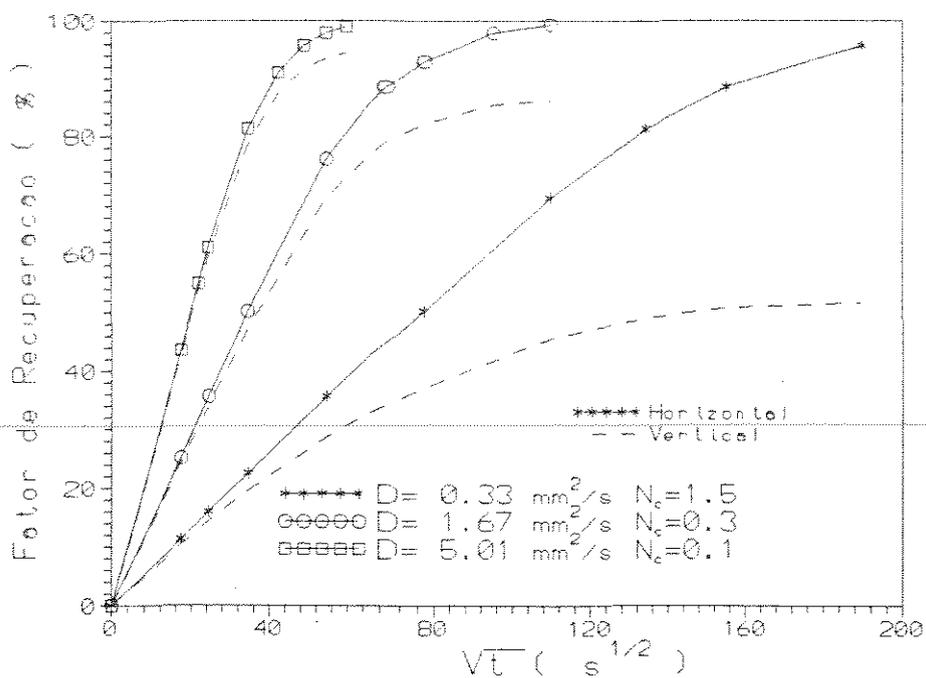


Figura 5.20: Influência do grau de difusividade e direção no fator de recuperação

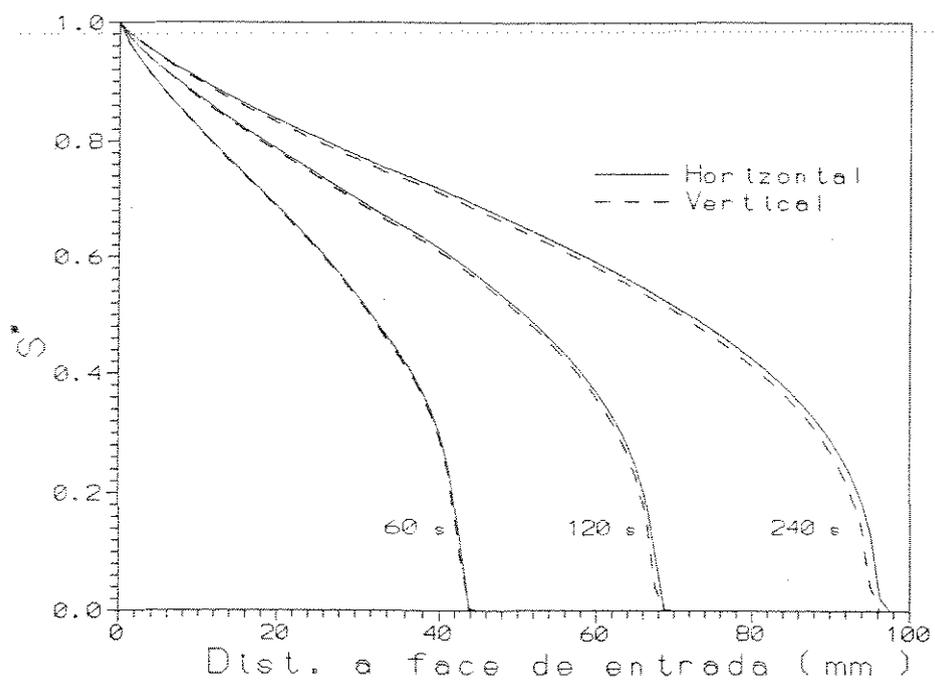


Figura 5.21: Perfil de saturação para alto grau de difusividade

Métodos de Obtenção do Coeficiente de Difusão Capilar.

Os métodos de obtenção do coeficiente de difusão foram analisados simulando os procedimentos experimentais. A partir dos perfis de saturação gerados numericamente, os coeficientes foram calculados usando as equações descritas no capítulo anterior.

Método Bruce e Klute - B e K. Apesar de mais prático em termos experimentais este método se mostrou preciso para fluxo horizontal, mas deve ser utilizado com ressalvas para fluxo vertical. A figura 5.22 mostra a comparação entre o teórico e o calculado para fluxo horizontal onde o ajuste é excelente. Para fluxo vertical -5.23- nota-se uma diferença entre aqueles valores com uma tendência crescente com o tempo. As figuras 5.25 e 5.24 mostram o erro percentual para o caso de coeficiente linear e para tipo sino. Neste último o erro foi normalizado pelo coeficiente correspondente a $S^* = 0.5$. O erro relativo ao valor correto na própria saturação é muito alto percentualmente pois o valor do coeficiente é muito pequeno.

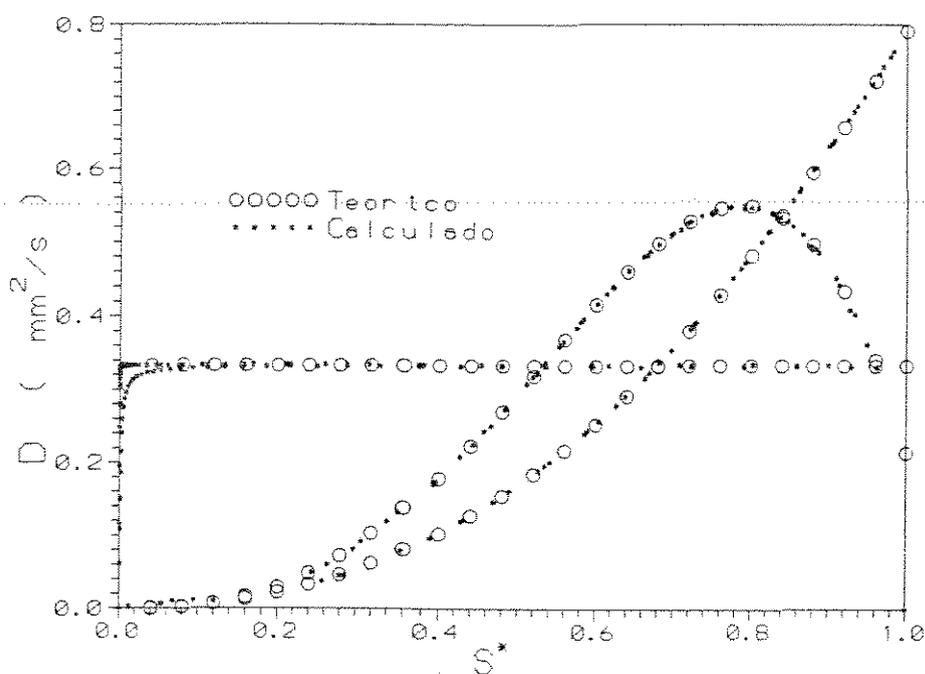


Figura 5.22: $D(S^*)$ teórico e calculado por B e K - Horizontal

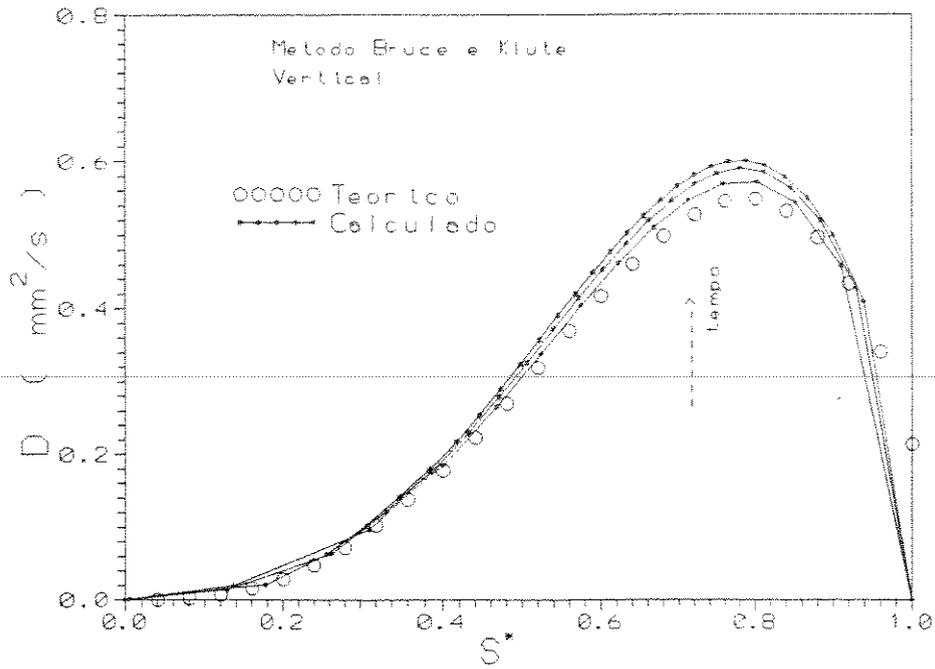


Figura 5.23: $D(S^*)$ teórico e calculado por B e K - vertical

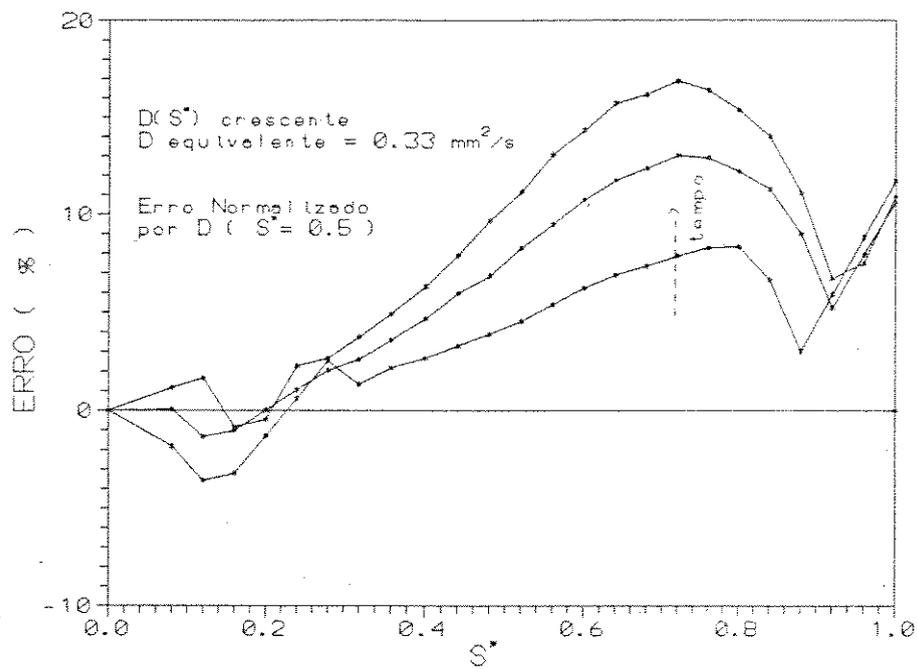


Figura 5.24: Erro normalizado-método B e K - $D(S^*)$ tipo sino

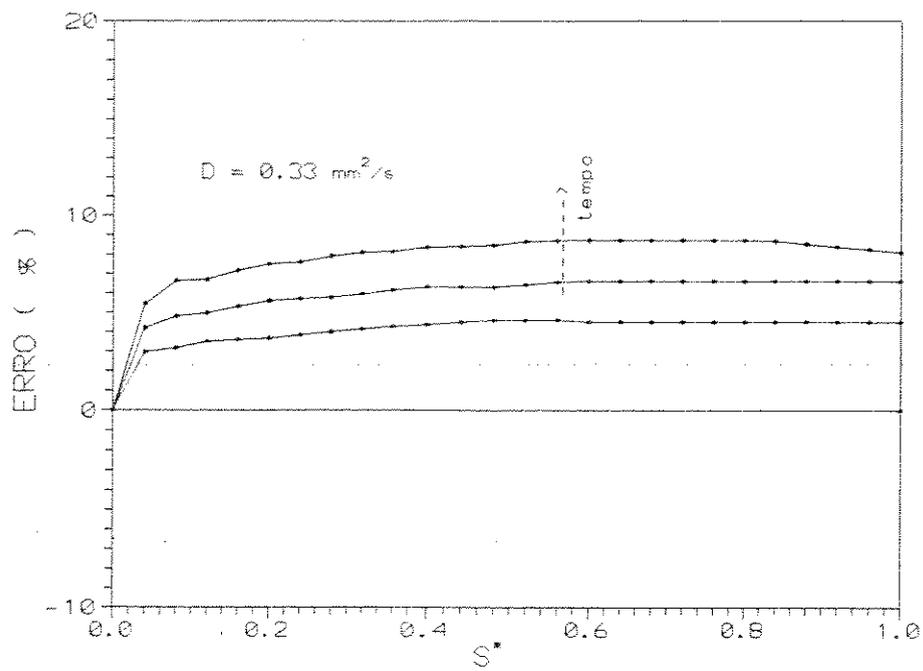


Figura 5.25: Erro na obtenção do coeficiente de difusão pelo met. B e K

Já havia sido comentado no capítulo 3 que este método realmente não era adequado para fluxo vertical. Os resultados da solução numérica confirmaram a previsão. Entretanto foi visto também que, para fluxo muito difusivo, o comportamento praticamente não varia com a direção. Analisando o erro em função do grau de difusividade (vide figura 5.26) se pode observar que para valores de N_c menores que 0.5, o erro máximo começa a ficar muito pequeno e, no caso de coeficiente tipo sino, só é significativo para saturações altas. Esta constatação é interessante pois nos ensaios experimentais, tendo uma estimativa do grau de difusividade a partir do comportamento da curva de recuperação, se pode decidir pela validade de utilizar ou não este método. No próximo capítulo será melhor explicado este comentário.

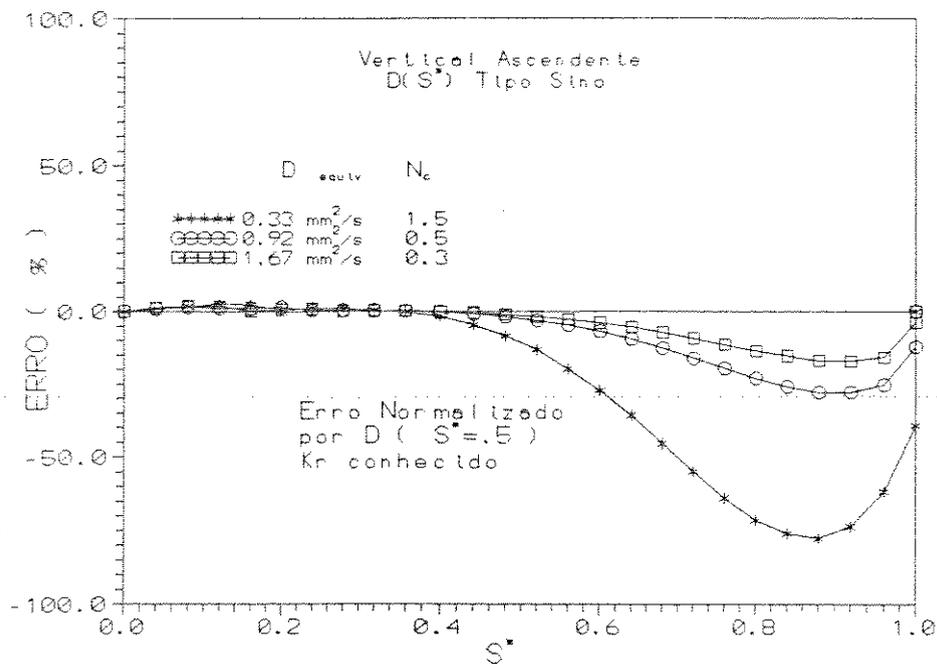


Figura 5.26: Erro na obtenção de $D(S^*)$ em função de N_c

Método Alternativo Este método se mostrou preciso para todos os tipos de função, tanto para fluxo horizontal como vertical de média ou alta difusividade. Para baixa difusividade será mostrado mais adiante que o erro devido à aproximação de Reichardt pode não ser desprezível. As figuras 5.27 e 5.28 mostram que os valores teóricos e os calculados são praticamente idênticos.

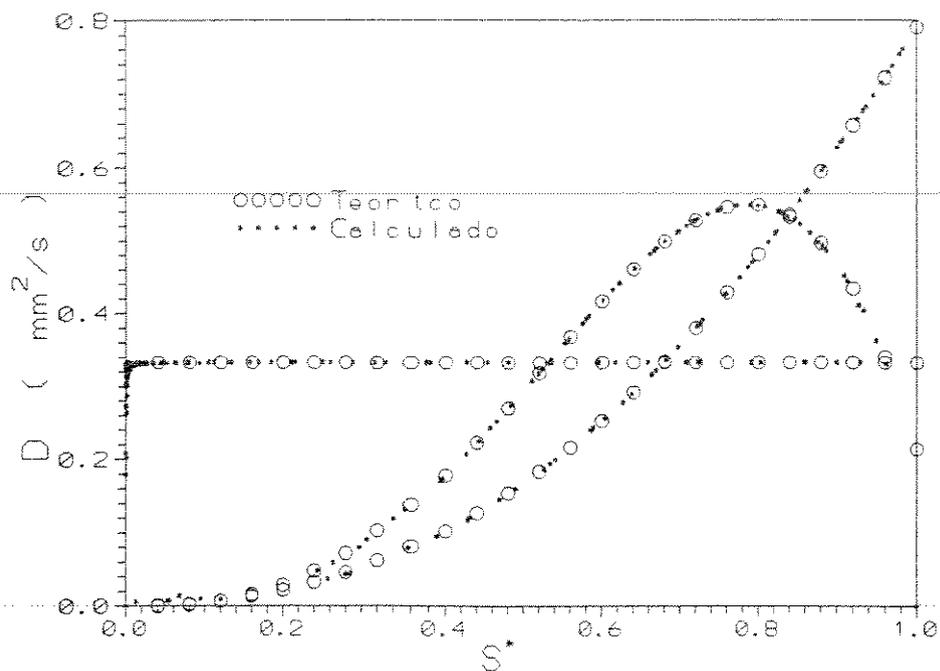


Figura 5.27: $D(S^*)$ teórico e calculado por mét. altern. - Horizontal

Uma questão que se coloca é se o método é aplicável na prática. Na solução numérica foi computada a derivada temporal usando um intervalo de tempo praticamente infinitesimal. Naturalmente isso não é viável. Se houver disponibilidade de recursos de processamento de imagens, este intervalo pode ser bem pequeno⁵ mas, no caso mais geral, ele deve ser suficiente para que se possa distinguir com segurança a diferença de saturação para todo o intervalo pela leitura direta dos perfis de saturação.

Na figura 5.29 são mostrados os perfis para diversos tempos de fluxo com um espaçamento que se supõe suficiente para a identificação. Convém lembrar que a curva teórica é bem mais comportada que a real.

⁵Será melhor explicado no próximo capítulo

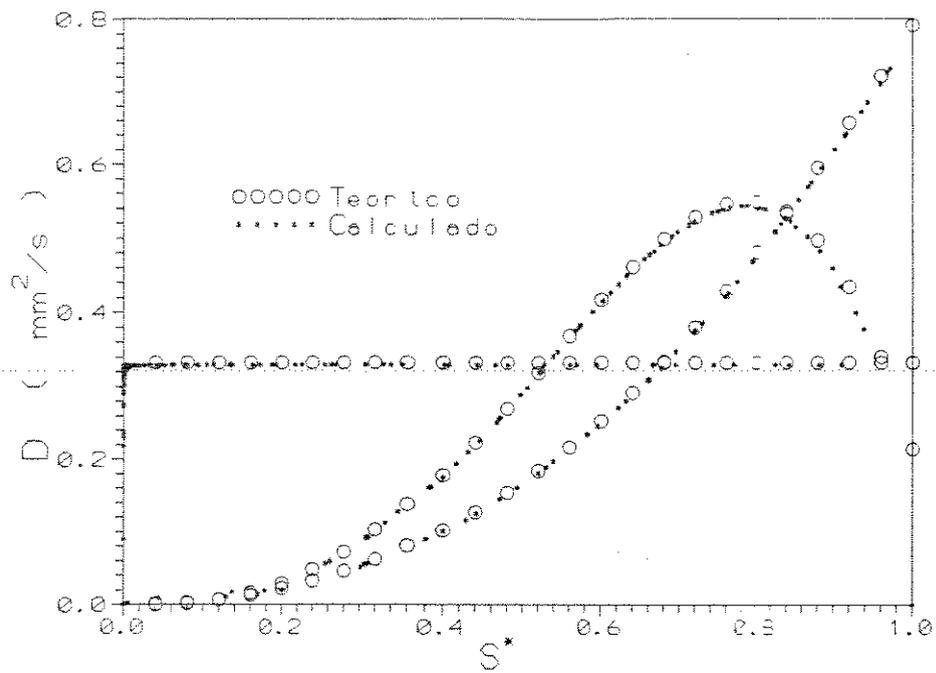


Figura 5.28: $D(S^*)$ teórico e calculado por mét. altern. - Vertical

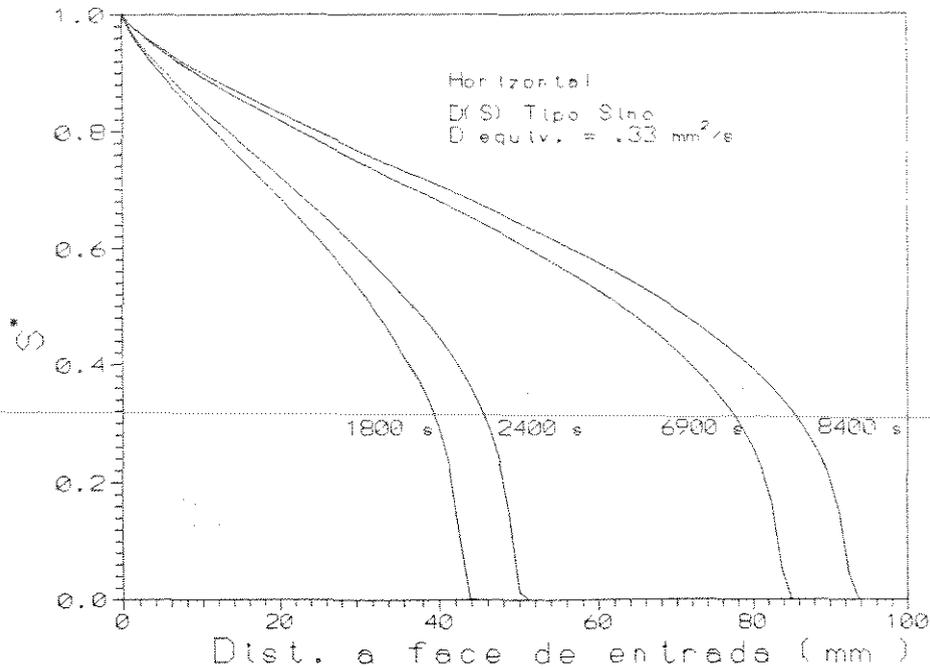


Figura 5.29: Perfil de saturação para cálculo de $D(S^*)$ com dt finito

O coeficiente de difusão calculado a partir da derivada temporal finita e o erro normalizado são mostrados nas figuras 5.30 e 5.31. Observa-se que a precisão é um pouco menor do que aquela mostrada na figura 5.27. Esta precisão está relacionada com o intervalo mínimo de tempo requerido para um cálculo confiável da derivada.

Uma alternativa para aumentar a precisão da derivada é utilizar amostras longas e tomar medidas para tempos de fluxo maiores. Como a frente de avanço caminha proporcionalmente à raiz quadrada do tempo, o perfil lido quando a frente já estiver próxima da face oposta estará bem desenvolvido, permitindo melhores leituras. Outra vantagem é que o intervalo de tempo entre dois perfis distintos terá uma ordem de grandeza maior, resultando em uma derivada temporal menor porém mais precisa. Este efeito pode ser visualizado na própria figura 5.30 onde o erro é menor para o segundo par de perfis de saturação.

Foram analisados alguns casos para verificar se a aproximação proposta por Reichardt (equação 3.47) é aplicável para baixos graus de difusividade como os encontrados na engenharia de petróleo. A figura 5.32 apresenta o erro relativo para coeficiente constante para quatro valores de N_c . Vê-se que o erro é muito pequeno mesmo para alto N_c (baixo grau de difusividade). Além disso o erro tende a diminuir com o tempo, o que era esperado já que a aproximação de Reichardt despreza a componente temporal da variação total da saturação a qual é decrescente com o tempo.

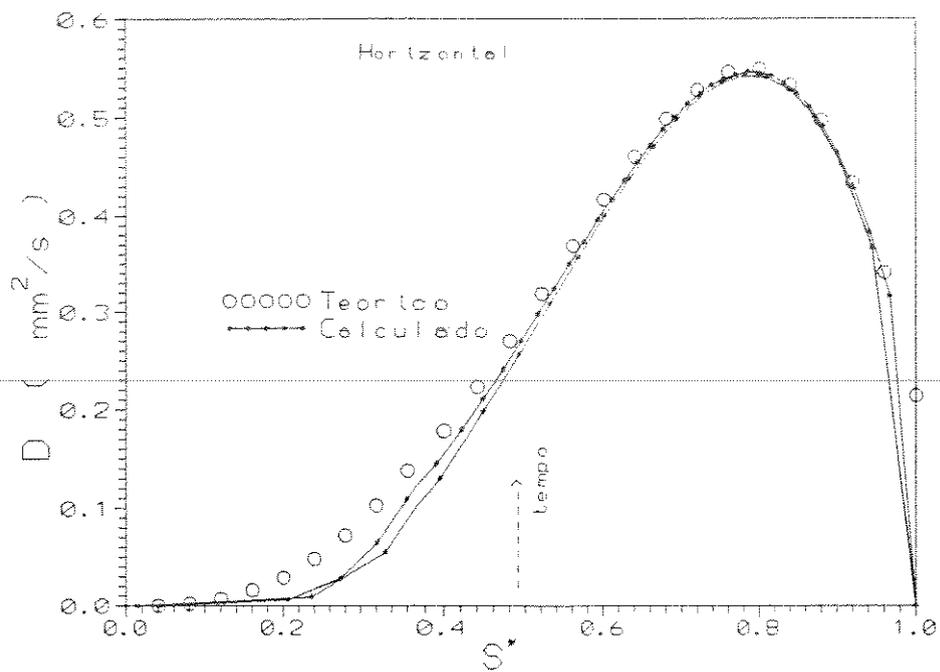


Figura 5.30: $D(S^*)$ teórico e calculado por mét. altern. - dt finito

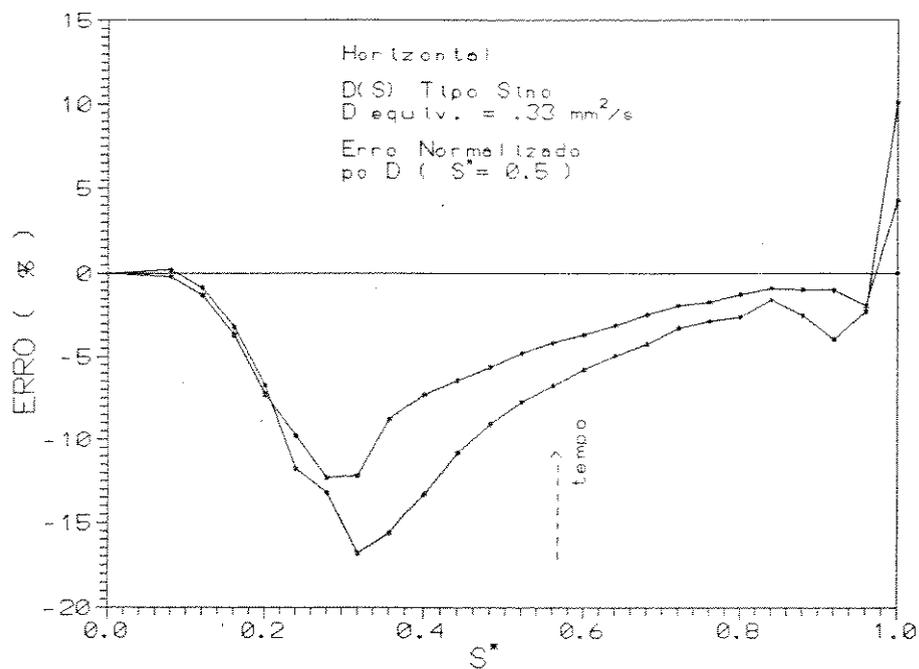


Figura 5.31: Erro na obtenção de $D(S^*)$ - dt finito

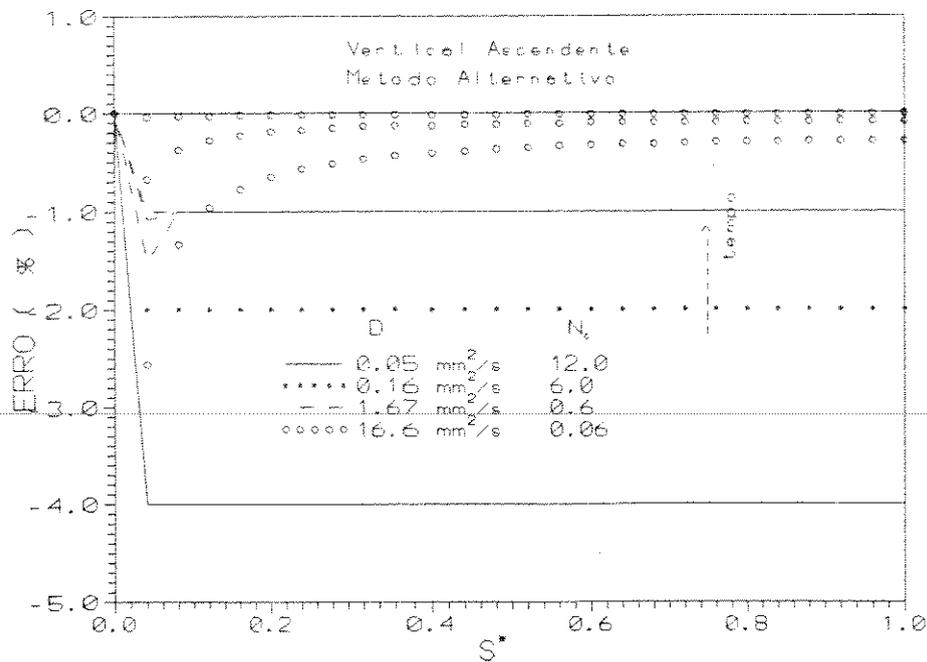


Figura 5.32: Erro na obtenção de $D(S^*)$ com aproximação de Reichardt

Injeção inicial e Mobilidade finita

Uma das dificuldades experimentais é controlar a injeção de água na amostra no início do ensaio. Como é preciso extrair rapidamente o ar do difusor e evitar o fluxo cruzado do ar que sai da amostra no início do processo um certo volume acaba sendo injetado. Foi simulada esta injeção que formou um gradiente nos primeiros milímetros e avaliadas as suas consequências. A figura 5.33 mostra os perfis com ou sem injeção inicial. Nota-se que ela se dissipa não havendo quase diferença após um certo tempo. O coeficiente calculado também só é alterado para tempos curtos conforme a figura 5.34.

O último aspecto analisado foi a influência da mobilidade finita do ar. Como já foi descrito no capítulo três, ela é desprezada no modelo de difusão. Incorporando-a ao coeficiente de difusão capilar conforme a figura 5.6 encontramos como solução o perfil de saturação apresentado na figura 5.35. Comparando com a solução para mobilidade infinita, vê-se que a diferença não é significativa no fluxo horizontal.

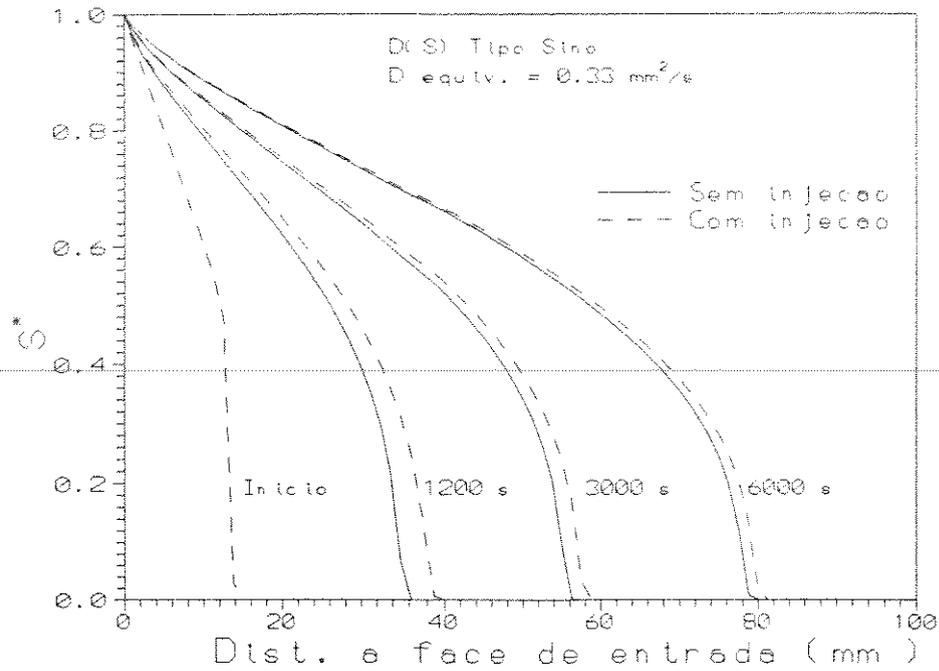


Figura 5.33: Efeito da Injeção inicial no perfil de saturação

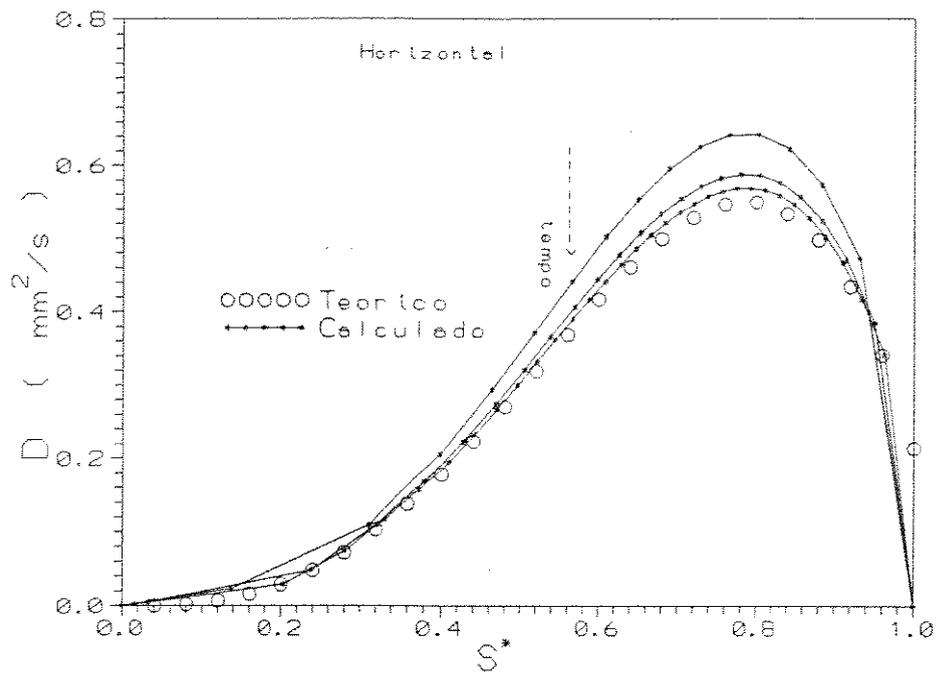


Figura 5.34: Efeito da injeção inicial na obtenção de $D(S^*)$

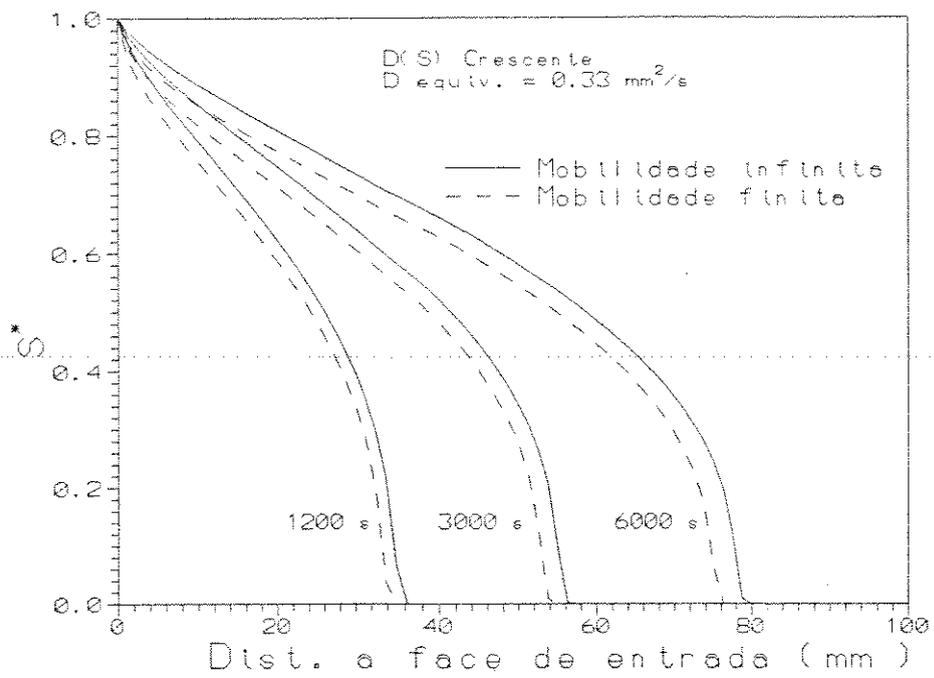


Figura 5.35: Efeito da mobilidade finita no perfil de saturação

5.2 ENSAIOS EXPERIMENTAIS

O objetivo principal desta etapa do trabalho é analisar experimentalmente o fenômeno da difusão capilar, desenvolvendo uma metodologia básica de ensaio para o sistema água-ar com medição da distribuição interna da saturação dos fluidos por meio de tomografia computadorizada.

O coeficiente de difusão capilar é obtido a partir dos perfis de saturação usando os métodos descritos no Capítulo 3. Os resultados são comparados com os encontrados na solução numérica usando coeficientes de difusão calculados a partir de curvas experimentais de permeabilidade relativa e pressão capilar.

5.2.1 MATERIAIS E MÉTODOS

A difusão capilar pode ser estudada em qualquer sistema bifásico. Para a engenharia de petróleo em particular seria interessante analisar o fenômeno para o par óleo-água. No entanto o sistema água-ar tem algumas vantagens importantes. A difusão capilar neste sistema é relativamente rápida e bem caracterizada pois a rocha é em geral fortemente molhada pela água. A simplicidade do aparato experimental e dos procedimentos de aquisição de imagens permitem maior controle das variáveis envolvidas.

Os ensaios foram realizados com amostras de afloramento do arenito Rio Bonito da Bacia do Paraná, cedidos pela Petrobrás/Cenpes. As amostras utilizadas neste trabalho tem dimensões aproximadas de 75 mm de comprimento e 38 mm de diâmetro. As permeabilidades variam de $0.09 \mu m^2$ a $0.76 \mu m^2$ (90 a 760 mD). Para evitar inchamento de argila, foi utilizada solução salina de cloreto de sódio ou cloreto de potássio, ambas com concentração de 30 g/kg.

O ensaio de difusão consiste basicamente em permitir que a água infiltre espontaneamente na rocha devido às forças capilares e, no caso de escoamento vertical, devido também ao potencial gravitacional causado pela diferença de densidade das fases.

A figura 5.38 mostra esquematicamente o conjunto usado nos ensaios.

Para evitar efeitos de injeção forçada, é mantida a pressão atmosférica na face de entrada usando um frasco Mariotti. Este frasco permite um abastecimento contínuo sem introduzir efeitos gravitacionais externos. Para a drenagem rápida do ar da câmara na face de entrada um segundo frasco é ligado em paralelo à linha de abastecimento. A câmara contém dois orifícios: um para entrada da água e outro para a saída do ar no início do processo. Eventuais bolhas que se formam devido ao fluxo cruzado também podem ser removidas.

Com exceção da face de entrada, toda a superfície da amostra fica exposta para permitir a saída do ar e melhor representar a hipótese de mobilidade infinita desta fase. O inconveniente deste procedimento é que há um ressecamento periférico, pois o ambiente na sala de tomografia é climatizado com baixa umidade.

A câmara e todas as peças do conjunto são de acrílico ou outro material não rádio-opaco para evitar qualquer tipo de influência na aquisição das imagens. É importante garantir a repetibilidade das seções tomografadas pois as imagens são adquiridas em dias e condições diferentes e o cálculo da porosidade e da saturação envolve operações aritméticas ponto a ponto. O ajuste do posicionamento é feito com o sistema de centralização por fecho luminoso disponível na mesa de tomografia e com marcas de referência nas amostras.

As fotos 5.37 e 5.36 mostram o conjunto montado durante os ensaios com tomografia computadorizada e uma visão geral da unidade de tomografia.

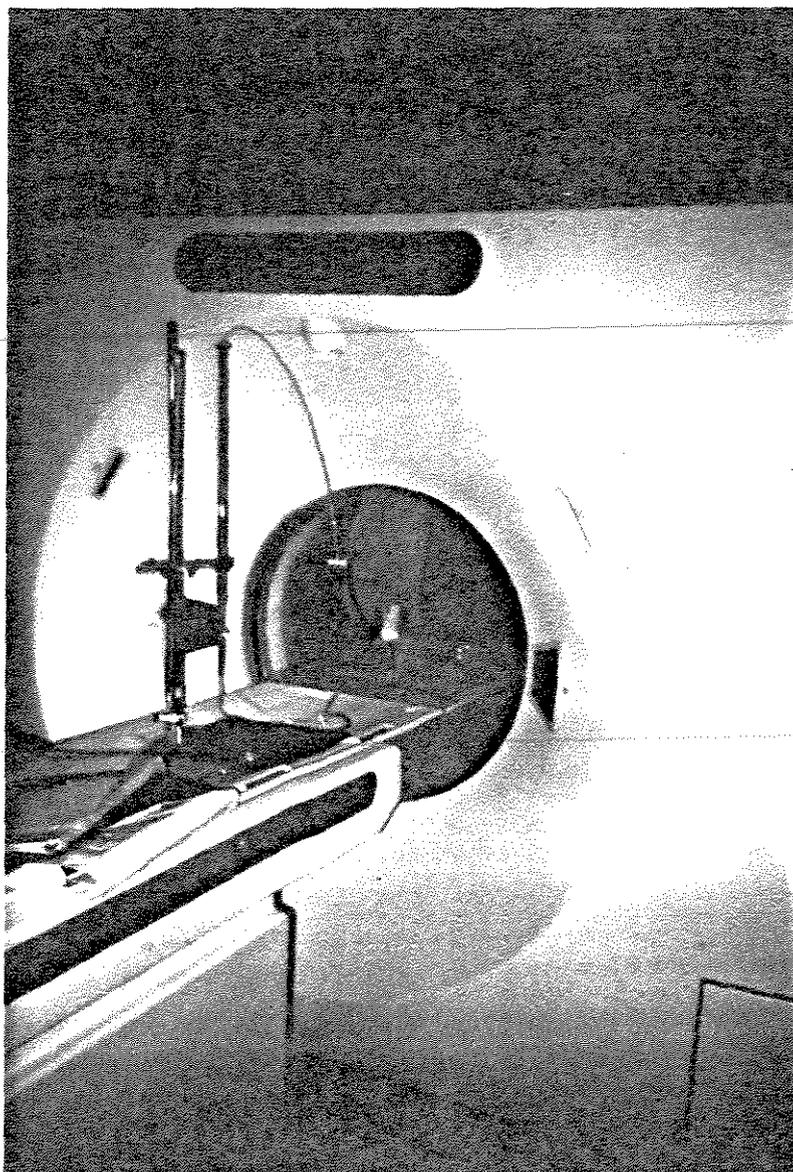


Figura 5.36: Foto- Visão geral do tomógrafo

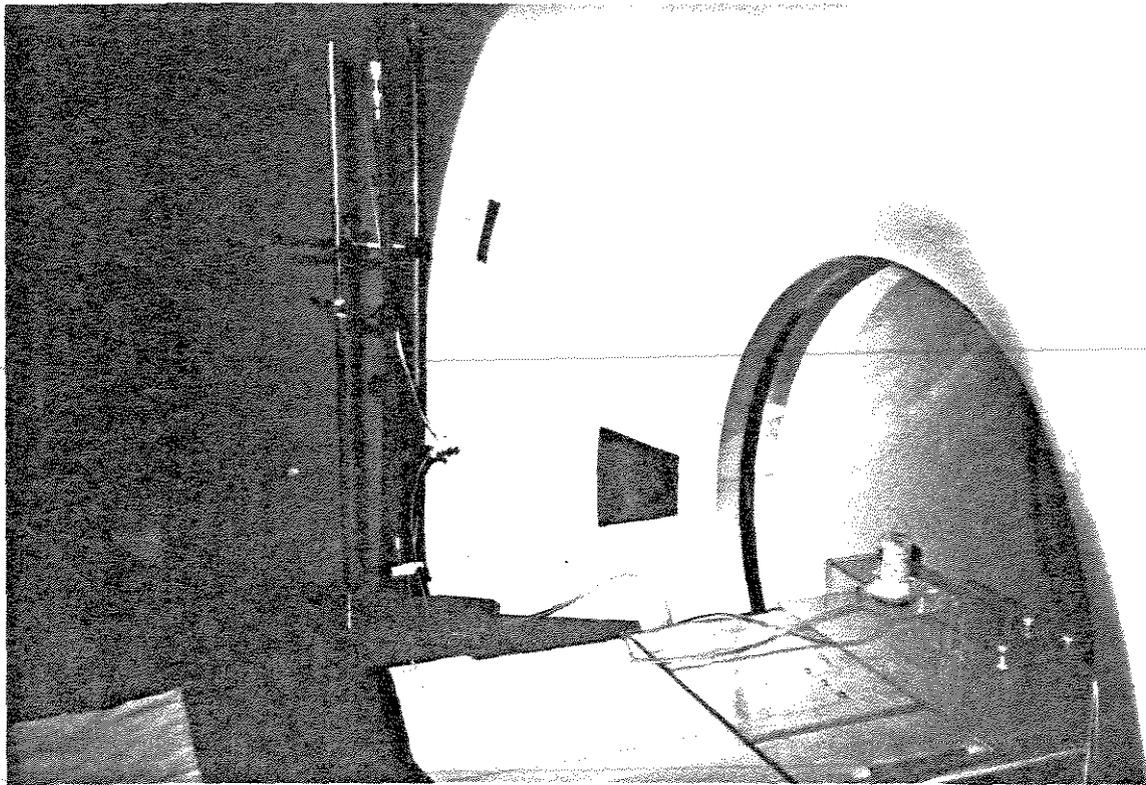


Figura 5.37: Foto - Conjunto para ensaio de difusão capilar

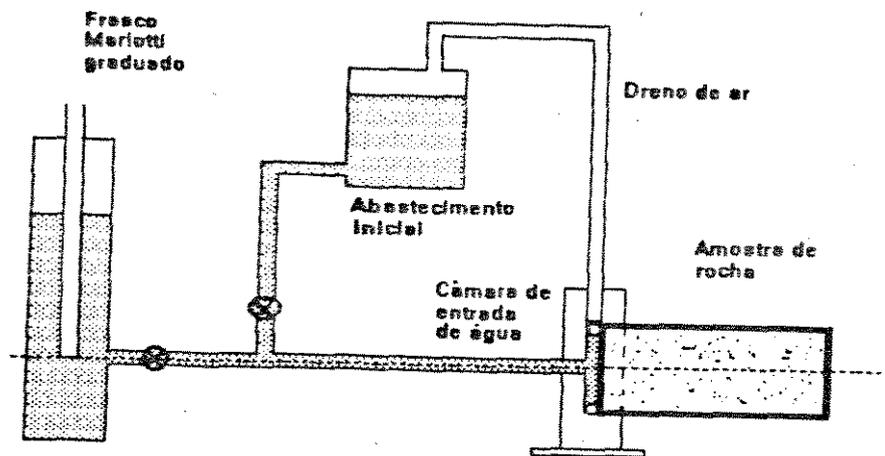


Figura 5.38: Conjunto para ensaio de difusão capilar

Durante o ensaio o volume embebido é lido diretamente no frasco Mariotti e as imagens tomográficas registradas para determinados instantes de tempo. Optou-se por adquirir somente imagens de seções longitudinais de forma a garantir a obtenção do perfil na região da frente de avanço, fundamental na obtenção do coeficiente de difusão capilar. Apesar da seção transversal ser mais representativa, havia o risco de não se conseguir registrar adequadamente a região da frente visualmente. A alternativa seria tentar obter seções menos espaçadas nesta região. Entretanto, devido à evaporação periférica da água, a posição da frente aparecia defasada em relação à posição real. Como agravante, nem sempre era possível distinguir a frente no monitor, usando o monitor do painel de controle porque ela ficava mascarada pelo efeito de endurecimento do feixe.

Além das imagens com os perfis de saturação foram registradas as seguintes imagens de cada amostra: totalmente seca, totalmente saturada, à saturação irreduzível e à saturação residual de ar. Também foram medidos os números tomográficos das soluções salinas usando recipientes plásticos.

Todas as amostras haviam sido previamente calcinadas e foram mantidas secas em estufas e dessecadores. Foram saturadas após serem totalmente evacuadas e a saturação irreduzível obtida ao final do teste de pressão capilar pelo método da membrana semi-permeável. Para se obter a saturação residual de ar, as amostras permaneceram por um longo tempo semi-imersas em recipiente fechado para evitar evaporação na parte exposta.

5.2.2 TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA

Os ensaios experimentais foram realizados no Hospital das Clínicas da UNICAMP onde foi utilizado o tomógrafo GE-9800 de quarta geração, calibrado para uso médico. As imagens foram gravadas em fita magnética e posteriormente processadas em estação de trabalho SUN.

Inicialmente foram feitos diversos testes com o objetivo de encontrar os parâmetros de aquisição que resultassem na melhor imagem possível. Conforme descrito no Capítulo 4, o uso de altos valores de energia permite maior sensibilidade em relação à densidade da amostra examinada. Foi usada a máxima potência disponível: Voltagem- 140 kV e Corrente- 170 mA. O tomógrafo dispõe de um algoritmo usado na reconstrução das imagens apropriado para estruturas ósseas que permite maior resolução. A melhora da nitidez com este recurso é significativa.

A região de interesse pode variar conforme o tamanho do corpo a ser tomografado. É possível também escolher o tamanho da matriz que compõe a imagem. Conjugando estes dois parâmetros obtém-se a dimensão do *pixel*, que é a unidade mínima de área tomografada. Foi usada uma região de 180mm de diâmetro e uma matriz de 512 por 512,

o que resulta em uma unidade de área de 0.352 mm de lado. Apesar deste número já se aproximar em alguns casos da dimensão dos poros, convém lembrar que a espessura da seção tomografada é de no mínimo 1.5 mm, o que reduz o risco de perda de significado físico para a porosidade e saturação como grandezas extensivas. Neste trabalho foram utilizadas espessuras de 1.5 mm e 3 mm.

O registro das imagens foi feito em fita magnética ou anotado manualmente. O tomógrafo dispõe de um recurso (R.O.I) que calcula o CT médio de uma região de interesse da imagem definida na tela do painel de controle. Se forem escolhidas áreas retangulares de pequena largura ao longo de todo o comprimento da amostra, encontrar-se-á o perfil de CT. Desta forma, o processamento dos resultados é feito com vetores onde cada elemento é representativo das áreas definidas. A aplicação deste recurso e a comparação com os resultados calculados a partir da matriz de CT serão detalhadas mais adiante.

No Capítulo 4 foi citado o fenômeno do endurecimento do feixe, causado pela grande diferença de densidade entre o ar e a rocha e que causa uma variação anômala do CT na imagem reconstruída. A figura 5.39 mostra os perfis de CT de duas amostras de densidades (porosidade) equivalentes⁶. Cada amostra foi tomografada duas vezes, primeiro totalmente seca e depois totalmente saturada com solução salina. A defasagem entre as curvas de cada amostra é função, portanto, da diferença de densidade global em cada situação. Nota-se uma curvatura nas curvas que é causada pelo endurecimento do feixe e que é mais acentuada quando se usa voltagem de 120 kV. Conforme citado anteriormente, foi utilizada a voltagem de 140 kV na aquisição das imagens definitivas.

Estas curvaturas aparentemente são iguais, tanto com a rocha seca quanto saturada. O processamento das imagens envolve operações de subtração que praticamente anulam este efeito [27]. Para verificar a influência da densidade nesta curvatura e confirmar a pequena influência, foi idealizado um procedimento de registrar os perfis de CT de amostras homogêneas com diferentes níveis de CT, previamente conhecidos. Foi utilizada, então, solução de iodeto de potássio, pois o CT desta é bastante sensível à concentração do sal. Este sal é uma opção como dopante para aumentar o contraste em ensaios com sistema água-óleo.

A figura 5.40 mostra os perfis de CT para três concentrações em amostras de 80 mm. Nota-se que a curvatura é crescente e é tão mais acentuada quanto maior for a amostra, como pode ser observado comparando-se com as curvas para amostras de 140 mm da figura 5.41.

⁶Cada ponto representa a média de uma coluna de elementos da matriz

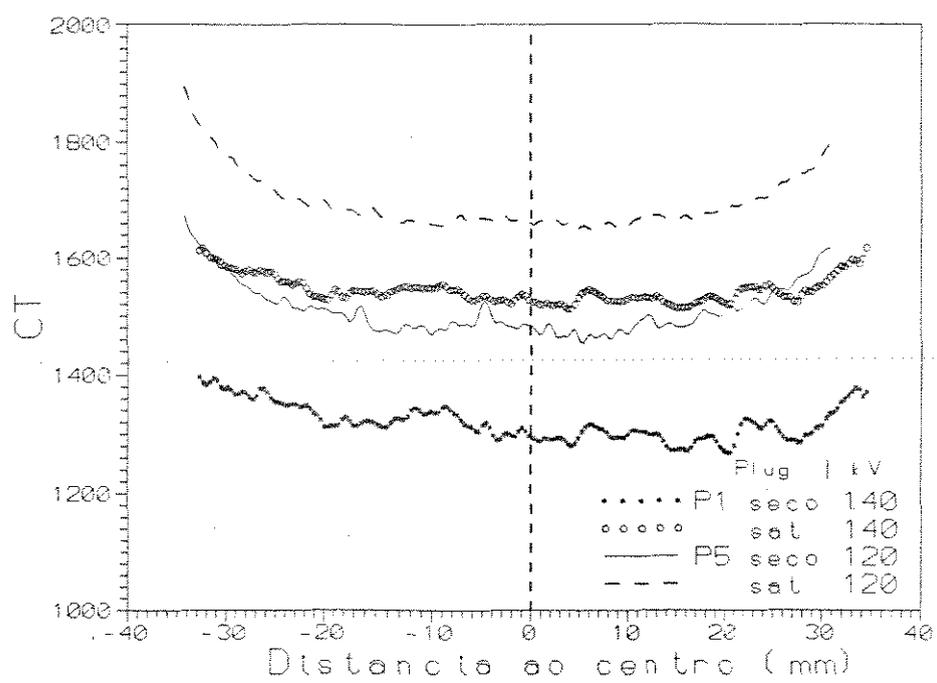


Figura 5.39: Influência da densidade e da voltagem

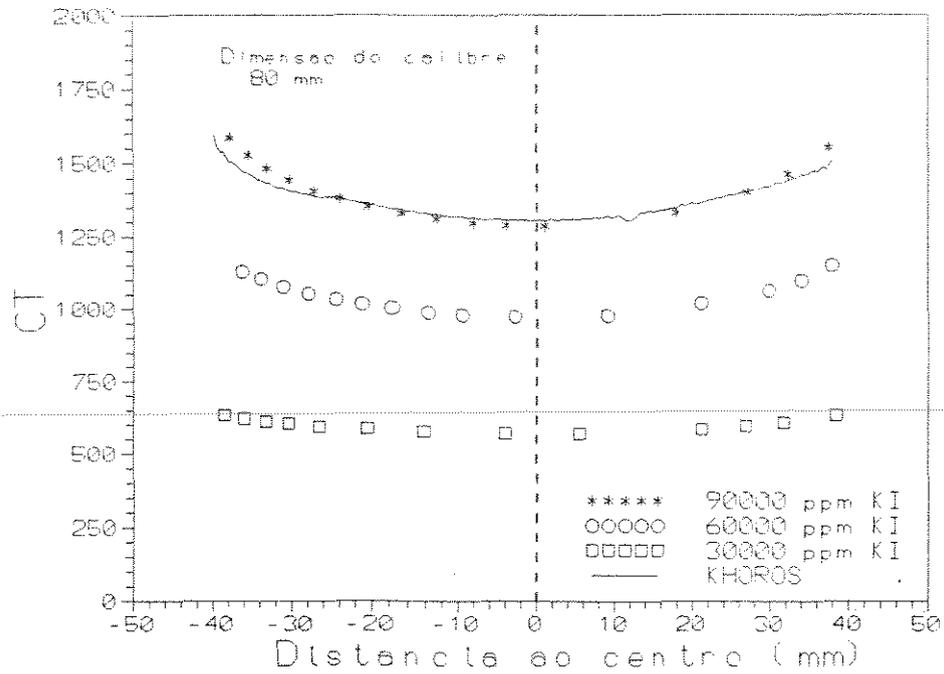


Figura 5.40: Endurecimento do feixe - Conc. de KI - Comp.= 80mm

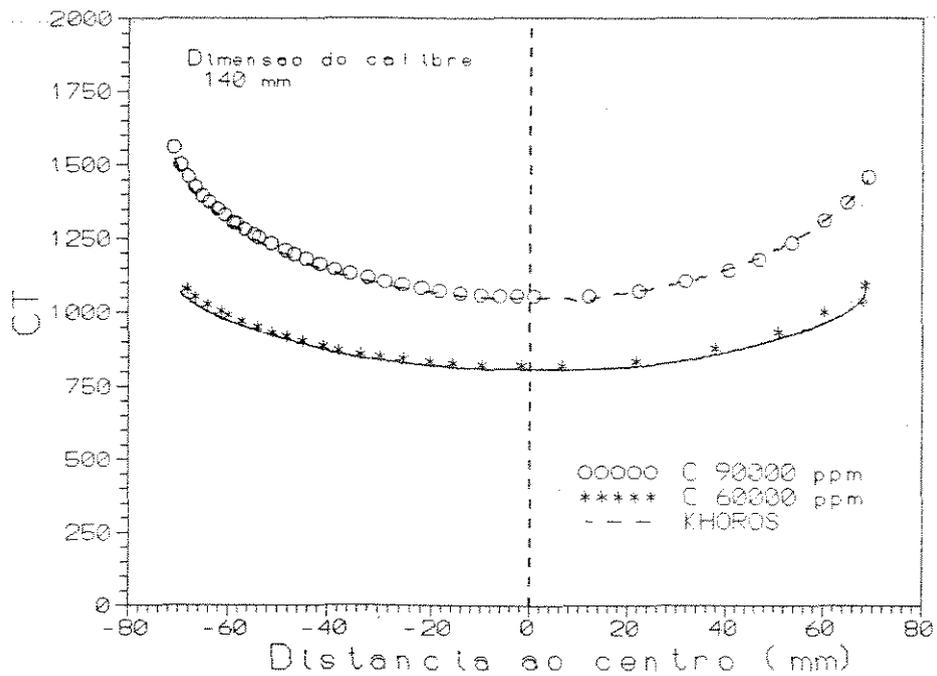


Figura 5.41: Endurecimento do feixe - Conc. de KI - Comp.= 140mm

Apesar de não se dispor do valor correto de CT para cada concentração até a edição deste trabalho, foi feita uma estimativa a partir da relação entre CT e a concentração de iodeto de potássio para diferentes posições relativas, conforme a figura 5.42. O método se baseia na idéia de que os valores mais internos são subestimados enquanto os mais próximos à borda são anormalmente altos. Desta forma deve existir uma posição relativa onde o CT é o correto e os pontos no gráfico estão alinhados. Vê-se que nos casos estudados esta posição é bem próxima à borda. Convém lembrar que este método é limitado e apenas qualitativo, devendo ser melhor pesquisado.

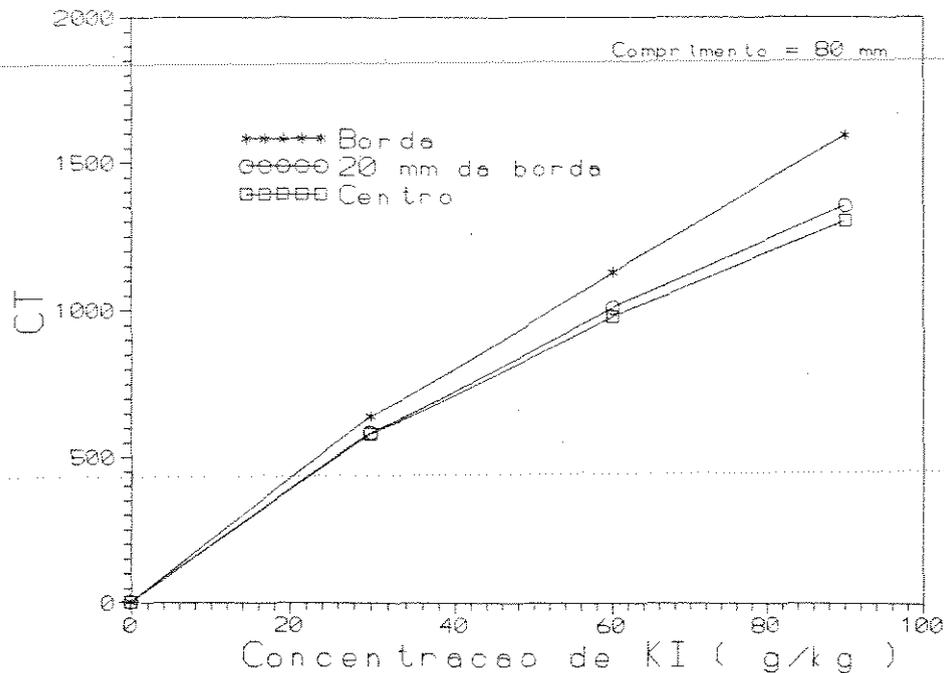


Figura 5.42: Determinação do CT correto

Admitindo então que há uma tendência de redução do valor correto de CT em quase toda amostra, pode-se concluir que o erro devido ao endurecimento do feixe é máximo no centro da amostra. Por exemplo: nas soluções com 60 e 90 g/kg, enquanto a diferença de CT na borda é de 420 unidades, no centro a diferença se reduz para 320 unidades.

O cálculo da porosidade com tomografia envolve a diferença entre as imagens da rocha saturada e seca - equação 4.2. Nos casos das amostras de rochas estudadas neste trabalho esta diferença em termos de CT é da ordem de 200 unidades. Pode haver uma distorção de cerca de 50 unidades, o que poderia gerar um erro em torno de 4 pontos percentuais no valor da porosidade. No cálculo da saturação esta diferença entre o centro e a borda é menos crítica. Pela equação 4.4 vê-se que a saturação é obtida diretamente como uma fração da diferença máxima de CT medida entre a rocha saturada e a rocha seca.

5.2.3 PROCESSAMENTO DE IMAGENS

As imagens gravadas em fita magnética foram decodificadas e processadas usando programas fornecidos pelo professor Lotufo da Faculdade de Engenharia Elétrica. O processamento foi feito com o programa KHOROS que dispõe de diversos algoritmos e a opção de usar um sistema de programação visual denominado "Cantata", que torna a tarefa relativamente simples.

As imagens são formadas essencialmente por matrizes onde a posição de cada elemento está relacionada diretamente com a posição de uma unidade de área tomografada. A cada elemento está associado um número correspondente ao coeficiente de atenuação normalizado, o número tomográfico -CT. Esta matriz pode ser apresentada na forma de um gráfico tridimensional ou, se convertida para o formato adequado, na forma de uma imagem associando tons de cinza ou de qualquer cor ao valor de cada elemento.

As figuras 5.43, 5.46, 5.44 e 5.45 são exemplos de imagens adquiridas com tomografia computadorizada. Quanto mais claro mais densa é a região da amostra. Nota-se a tendência de um clareamento periférico, principalmente próximo às faces menores. Esta anomalia é o resultado do endurecimento do feixe na reconstrução da imagem. Para a melhor visualização destas imagens, o contraste foi dosado adequadamente.

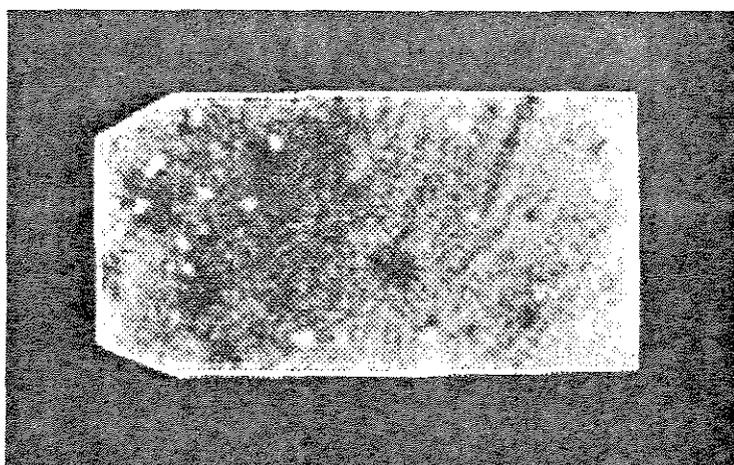


Figura 5.43: Imagem da amostra RB751 após 4200 s de escoamento

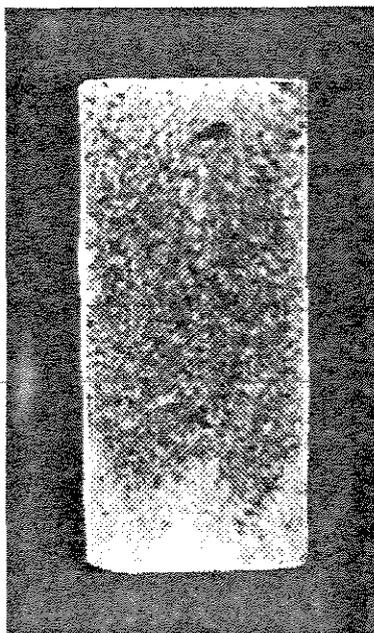


Figura 5.44: Imagem da amostra RB228 após 360 s de escoamento

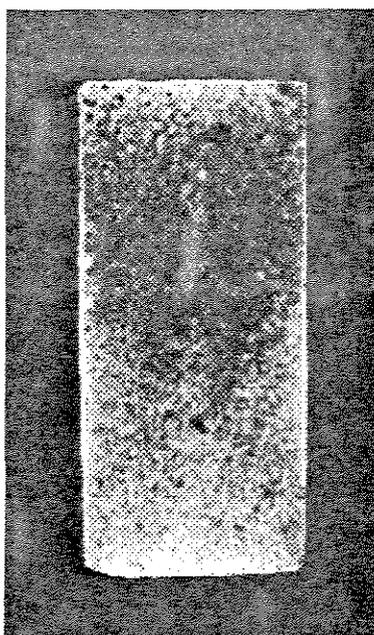


Figura 5.45: Imagem da amostra RB228 após 4200 s de escoamento



Figura 5.46: Imagem da amostra RB350 a S_{wi}

Neste trabalho, o processamento das imagens consiste basicamente em uma sequência de operações aritméticas, que resulta em imagens/matrices cujos elementos contém a saturação de cada elemento de área. Como o modelo matemático analisado é unidimensional, o resultado final é um vetor onde cada elemento representa a média de cada coluna ou linha da matriz de saturação.

Como as imagens foram geradas em dias diferentes, não foi possível garantir, com a precisão requerida, a mesma posição relativa da região de interesse dentro da imagem como um todo. Para contornar este problema o primeiro passo no processamento foi identificar as fronteiras da região de interesse e extrair uma parte da imagem de forma que as operações fossem realizadas entre elementos representativos da mesma posição da amostra. Este procedimento tem ainda a vantagem de reduzir o tamanho dos arquivos e tornar mais rápido o processamento.

Em seguida foram realizadas as operações segundo as equações 4.2 e 4.3 para o cálculo da porosidade e da saturação respectivamente. O valor de CT_w corresponde ao número tomográfico da solução salina utilizada. As medições para as duas soluções usadas indicaram:

- Solução de cloreto de sódio a 30g/kg $CT=52$
- Solução de cloreto de potássio a 30g/kg $CT=90$

A última etapa do processamento consistiu no cálculo da média dos valores de cada linha ou coluna da matriz para escoamento vertical ou horizontal, respectivamente.

5.2.4 RESULTADOS E ANÁLISES

Foram realizados diversos ensaios com aquisição de imagens. Os dados das amostras utilizadas são apresentados na tabela 5.1. Os valores foram medidos no Cenpes ou no laboratório do Departamento de Engenharia de Petróleo. A porosidade referida foi obtida pelo método gravimétrico e as saturações conforme descrito na seção anterior.

Amostra	Comp. mm	Diâmetro mm	K μm	ϕ	S_{umax}	S_{wi}
RB228	8.1	3.78	0.764	0.206	0.71	0.23
RB350	6.9	3.73	0.522	0.190	0.65	-
RB395	7.6	3.78	0.169	0.230	0.59	0.23
RB451	12.9	3.76	0.087	0.200	0.71	-
RB541	13.9	3.81	0.591	0.210	-	0.27
RB626	7.2	3.75	0.109	0.241	0.66	0.31
RB751	7.3	3.78	0.162	0.193	0.67	-
RB757	7.2	3.76	0.075	0.221	0.60	-

Tabela 5.1: Dados das amostras de rocha

Os resultados serão apresentados em tópicos que podem envolver ensaios com diferentes amostras.

Fator de Recuperação

Foi mostrado que processos predominantemente difusivos apresentam uma relação linear do volume embebido com a raiz quadrada do tempo. Com o objetivo de realizar comparações entre os ensaios pode-se adimensionalizar o volume embebido pelo

volume máximo deslocável de cada amostra e referir-se apenas ao fator de recuperação. Foram utilizadas para o cálculo de fator de recuperação as saturações máximas de água dispostas na tabela 5.1.

O comportamento do fator de recuperação é importante pois permite verificar se o experimento transcorreu sem anomalias que prejudiquem a interpretação dos resultados.

A figura 5.47 mostra o comportamento de três ensaios realizados com a amostra RB350. Apenas o primeiro não apresentou problemas. Nos outros dois ensaios houve formação de bolha de ar na câmara de entrada, que resultou em uma menor área de contato da água com a rocha e o processo de embebição ficou mais lento. Para solucionar este problema durante o ensaio foi feita a drenagem forçada da bolha, o que pode ter resultado em injeção na amostra.

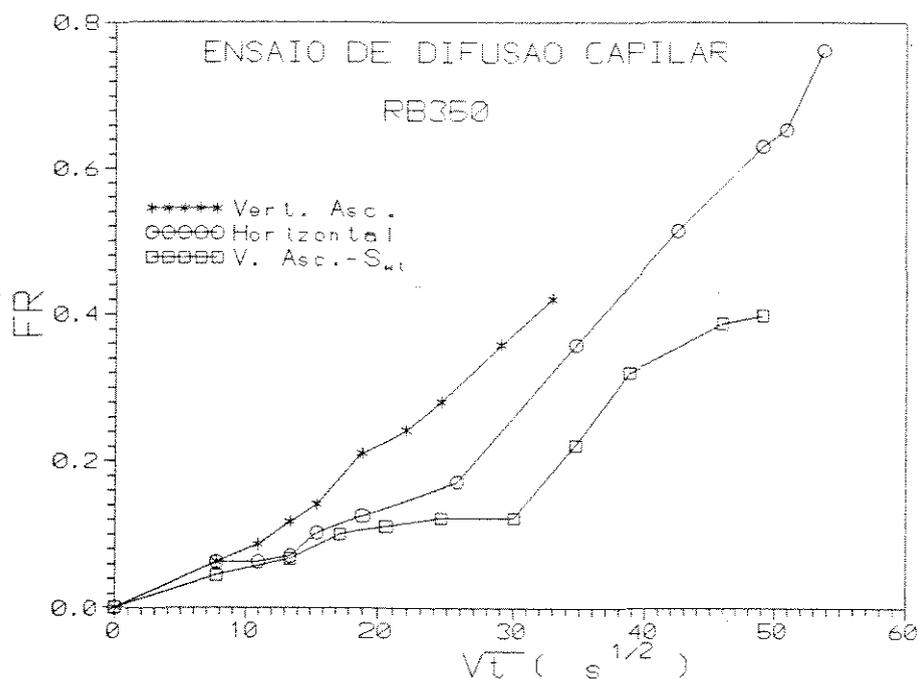


Figura 5.47: Fator de recuperação - RB350

Do gráfico de recuperação com a raiz do tempo pode-se também estimar o coeficiente de difusão capilar. Usando a equação 3.22 do Capítulo 3, explicitada para o coeficiente de difusão:

$$D = \frac{\pi}{4} m^2 L^2 \quad (5.7)$$

onde m é a inclinação da reta, podemos encontrar o valor do coeficiente supondo-o constante. Este valor representa o que foi definido no Capítulo 3 como o coeficiente de difusão equivalente - *Dequiv*.

Se a curva de permeabilidade relativa puder ser aproximada por uma função linear e estimada sua inclinação, pode-se calcular o valor de N_c usando a equação 3.23 do Capítulo 3. Conhecendo este valor pode-se prever o comportamento do escoamento vertical. Isto seria conveniente, por exemplo, para verificar a validade de se usar o método Bruce e Klute no escoamento vertical ou ainda verificar a aplicabilidade da metodologia descrita no Capítulo 3 para medição de pressão capilar e permeabilidade relativa a partir de dois ensaios de difusão capilar.

As figuras 5.48 e 5.49 apresentam as curvas de recuperação para outros quatro ensaios. A tabela 5.2 apresenta os valores de D_{equiv} e N_c obtidos graficamente e onde se admitiu uma inclinação da curva de permeabilidade relativa igual a 0.07 em todos os casos.

Amostra	Direção	D_{equiv} mm^2/s	N_c
RB228	Vert. Asc.	0.63	1.40
RB350	Vert. Asc.	0.62	0.60
RB395	Vert. Desc.	0.39	0.33
RB451	Vert. Desc.	0.32	0.62
RB751	Horizontal	0.33	0.38

Tabela 5.2: D_{equiv} e N_c obtidos da curva de FR

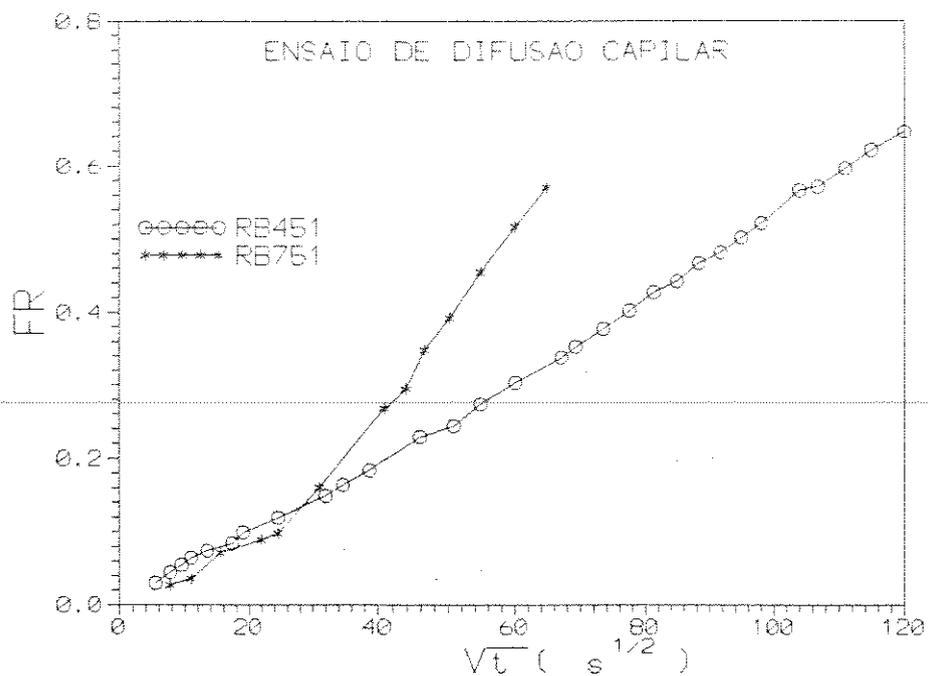


Figura 5.48: Fator de recuperação - RB451 e RB751

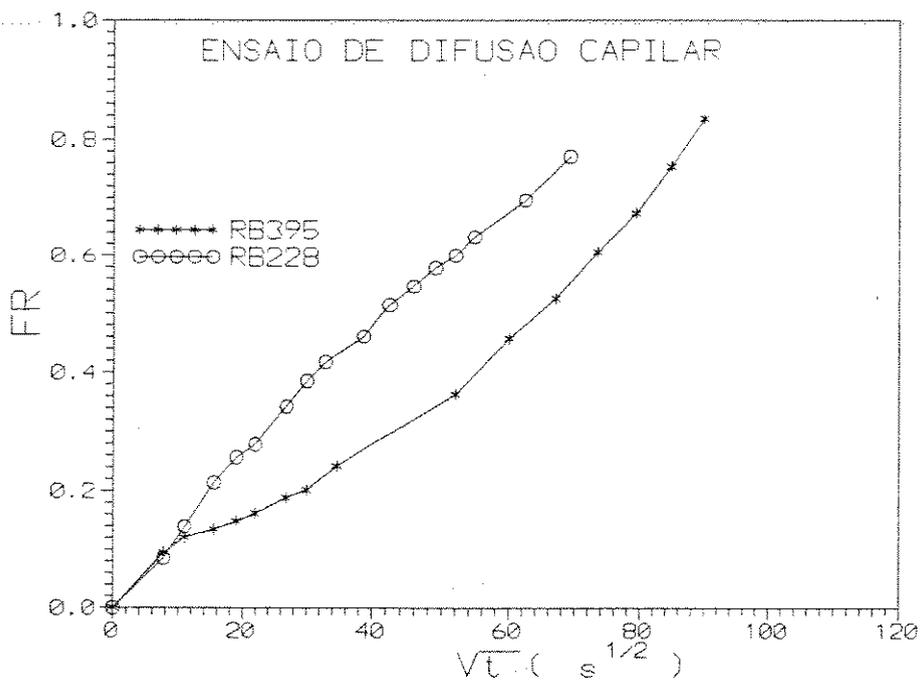


Figura 5.49: Fator de recuperação - RB395 e RB228

Vale antes lembrar que alguns destes ensaios foram na direção vertical, de forma que o coeficiente equivalente calculado graficamente já incorpora a parcela convectiva. Trata-se portanto do coeficiente global como foi definido por Reichardt [37] [38]. Para o caso de escoamento com grau de difusividade alto, a parcela convectiva é muito pequena. Foi mostrado na figura 3.7 do Capítulo 3 que para valores de N_c maiores que 0.5 o escoamento nas duas direções é praticamente o mesmo.

Cálculo da Porosidade

Foi observado que a porosidade média obtida a partir das imagens tomográficas se apresenta, em geral, um pouco menor que a medida pelo método gravimétrico. A figura 5.50 mostra o perfil de porosidade obtido com tomografia de duas amostras. A porosidade média pelo perfil ficou em 17% e 19.6% para as amostras RB228 e RB395 respectivamente. Estes valores são aproximadamente 3% menores que os reportados na tabela 5.1.

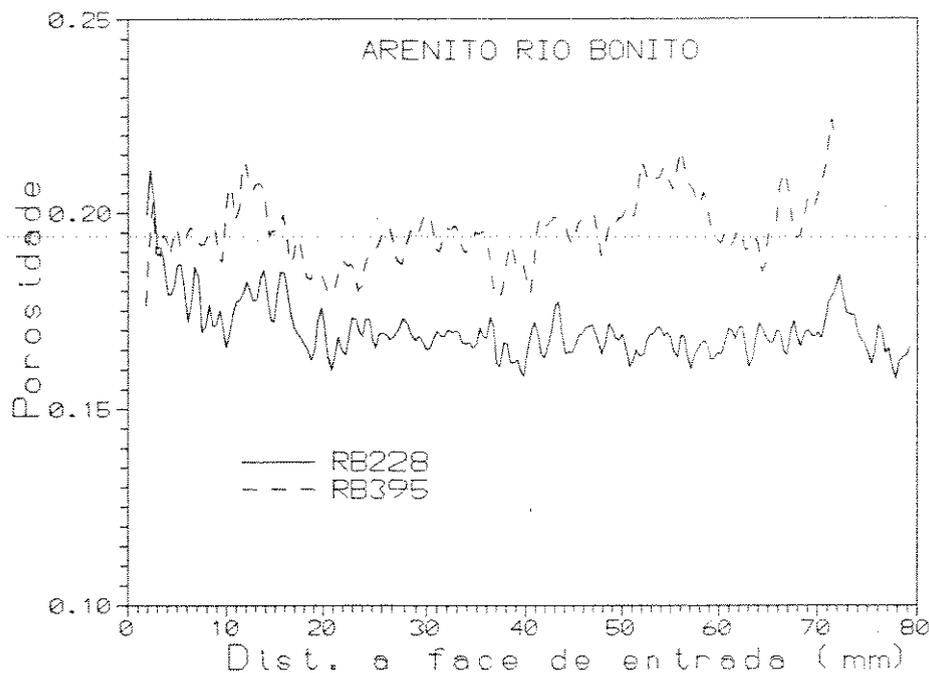


Figura 5.50: Porosidade por TC - RB228 e RB395

A causa desta diferença pode estar relacionada com o fenômeno de endurecimento do feixe descrito na seção anterior. A diferença está na faixa de 2 a 5 %, próximo portanto ao erro previsto. Além desta tendência geral de redução da porosidade, alguns casos particulares reforçam este raciocínio: as amostras que apresentaram maior discrepância foram aquelas calculadas a partir de imagens obtidas com potência menor e a amostra de maior comprimento apresentou um perfil de porosidade com uma curvatura acentuada, como pode ser visto na figura 5.51.

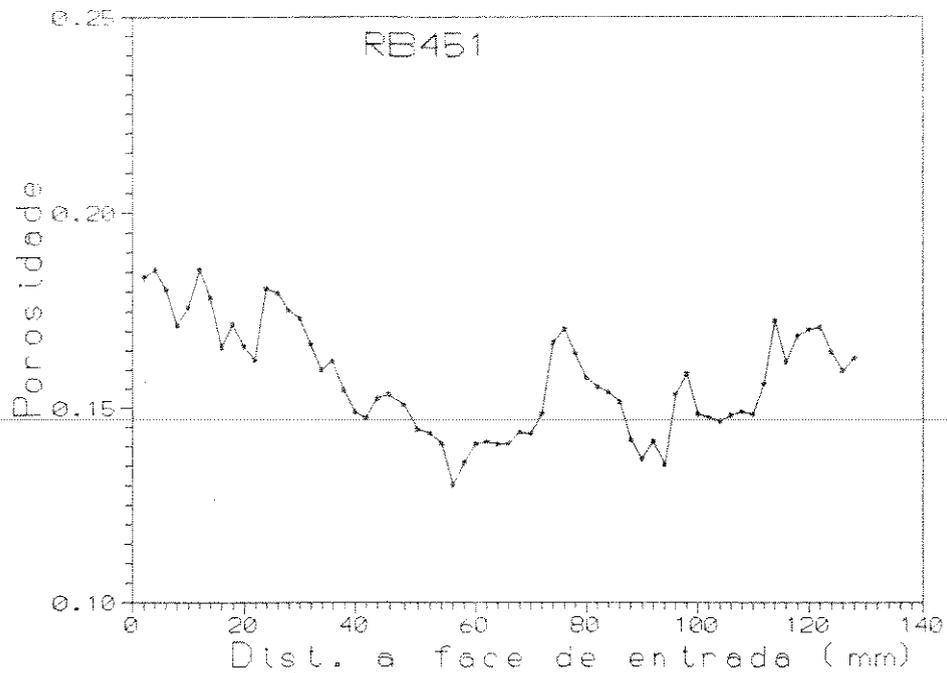


Figura 5.51: Porosidade por TC - RB451

Uma ressalva deve ser feita para este último exemplo: os números tomográficos foram obtidos diretamente no monitor, pois houve problemas no processamento da imagem com esta amostra. A figura 5.52 apresenta o perfil de CT para a amostra seca, saturada e para dois instantes de tempo de um ensaio de difusão. Visualmente não há diferença no afastamento entre as curvas, no entanto a porosidade variou cerca de 4 pontos percentuais entre o centro e a borda.

Apesar destas evidências, o número de ensaios não foi suficiente para conclusões definitivas e novas pesquisas devem ser feitas.

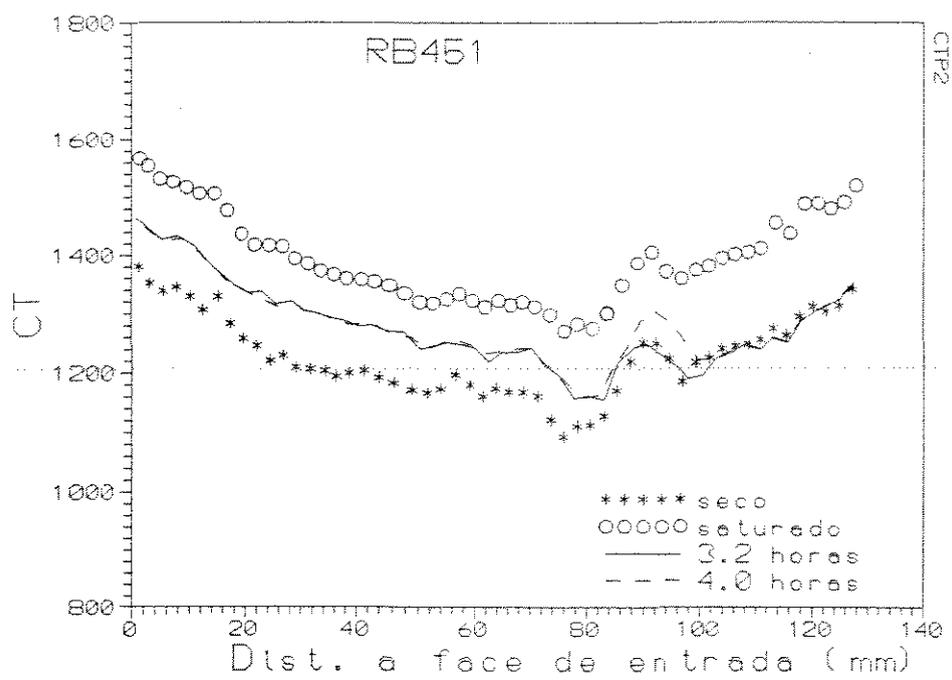


Figura 5.52: CT obtido por R.O.I.

Perfil da Saturação

Os perfis de saturação obtidos com tomografia se mostraram de uma forma geral bem conclusivos. Apesar da dificuldade de identificar a posição da frente durante o ensaio por causa do endurecimento do feixe, após o processamento das imagens foi possível realizar uma série de análises. Algumas anomalias no comportamento da distribuição ainda merecem um estudo mais profundo mas aparentemente não há comprometimento grave nos resultados.

Conforme já mencionado, o número tomográfico pode ser medido diretamente no monitor do painel de controle definindo pequenas regiões de interesse na imagem apresentada. A figura 5.53 mostra os perfis de saturação obtidos por esta forma e os obtidos a partir do processamento de imagens com o programa KHOROS. Observa-se que os valores encontrados são bastante próximos e este procedimento é viável. Naturalmente, que quanto maior o número de pontos medidos e mais homogênea a amostra, melhor o resultado final. A figura 5.54 mostra outro exemplo de perfil medido "manualmente". Estas saturações foram calculadas a partir dos valores de CT apresentados na figura 5.52.

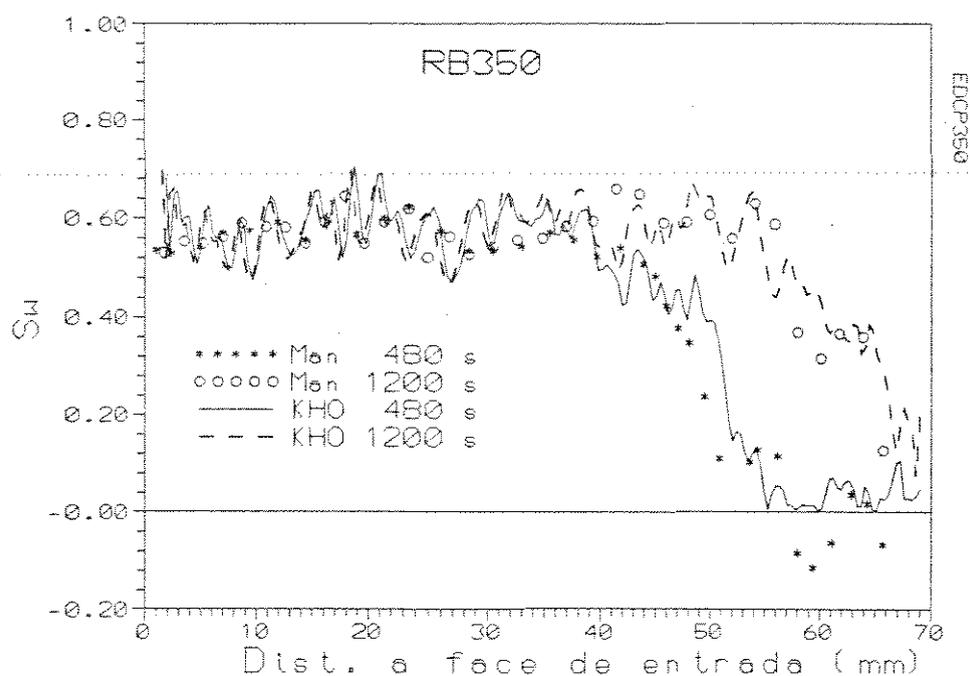


Figura 5.53: Perfil de saturação por R.O.I. e KHOROS- RB350

Para o cálculo do coeficiente de difusão capilar os perfis de saturação devem ser normalizados. A figura 5.55 mostra o mesmo perfil da figura 5.53 normalizado pela saturação máxima de água. No início deste ensaio a amostra se encontrava seca. Esta mesma amostra também foi testada a partir de uma saturação inicial S_{wi} . Foi observado um comportamento diferente da saturação. A figura 5.56 apresenta os valores de saturação inicial e os perfis desenvolvidos após um certo tempo de escoamento para as duas condições

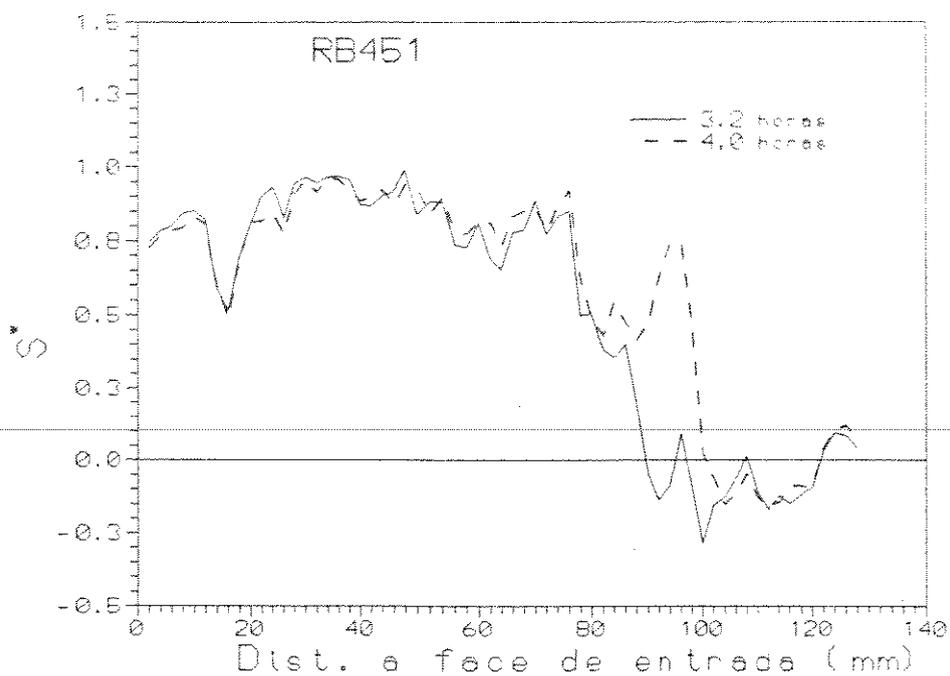


Figura 5.54: Perfil de saturação por R.O.I. - RB451

iniciais. Observa-se que a saturação máxima de água para o caso da amostra à S_{wi} é bem maior que no outro caso. Embora não tenha sido feito o procedimento de testar a mesma amostra com duas condições iniciais, a saturação máxima de água também se mostrou bastante alta em amostras inicialmente à S_{wi} .

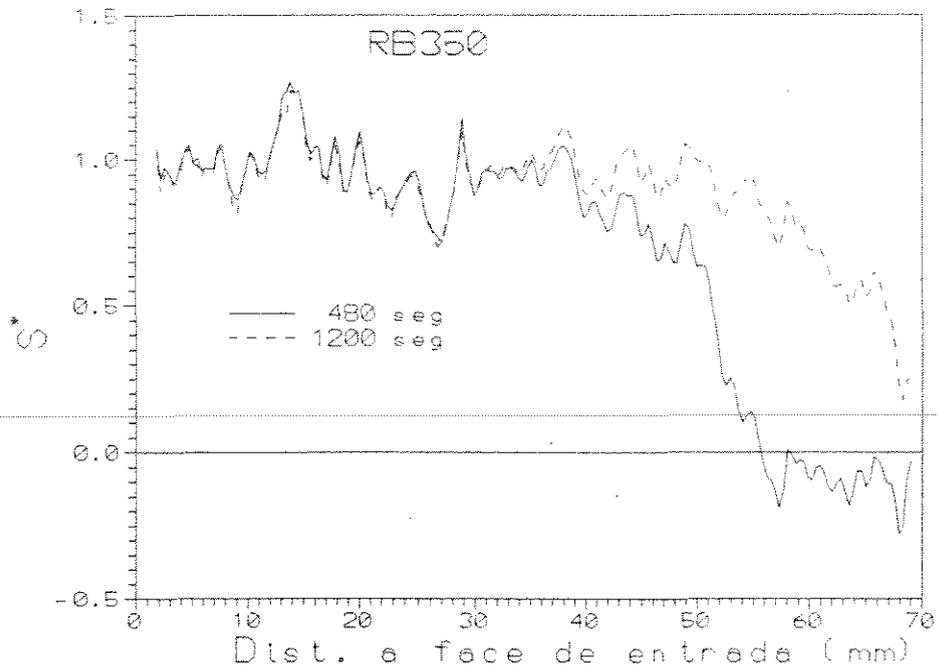


Figura 5.55: Perfil de saturação normalizada - RB350 a S_{wi}

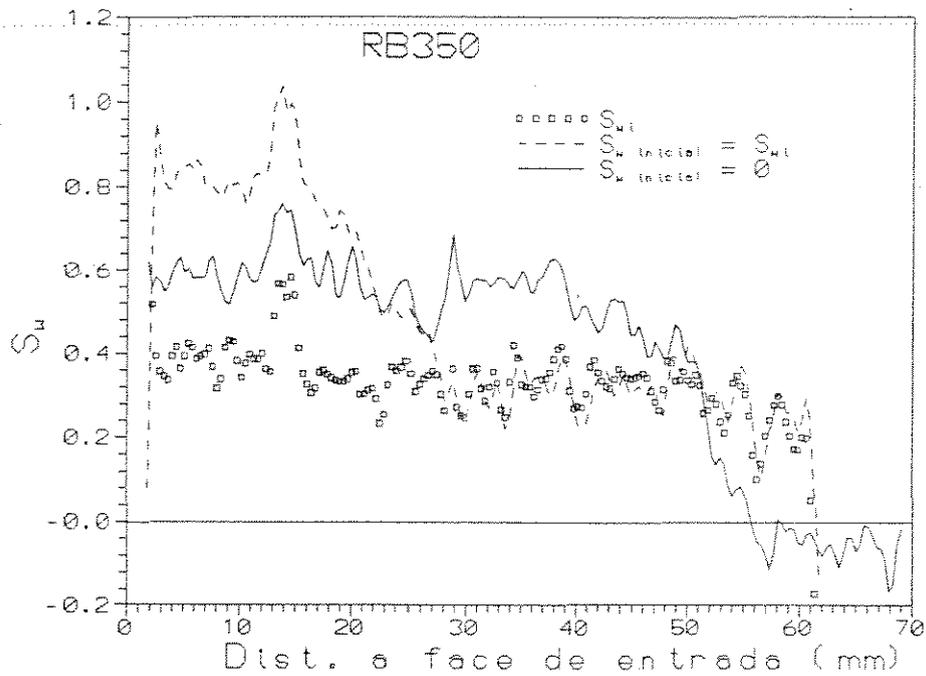


Figura 5.56: Perfil de saturação - RB350 à S_{wi} e seco

Uma hipótese para explicar este comportamento é que a água ao ser embebida pela rocha seca, boa parte do ar fica retida nos poros de tamanho intermediário na rápida

passagem da água. No caso da rocha estar a S_{wi} a água já se encontra nestes menores poros e a passagem da frente de avanço é mais lenta e maior volume de ar é removido dos poros.

A figura 5.57 mostra os coeficientes de difusão capilar calculados para os dois ensaios. Vê-se que para o caso da amostra inicialmente seca o coeficiente é bem menor. Convém no entanto lembrar que o segundo teste foi problemático e os resultados devem ser analisados com restrições.

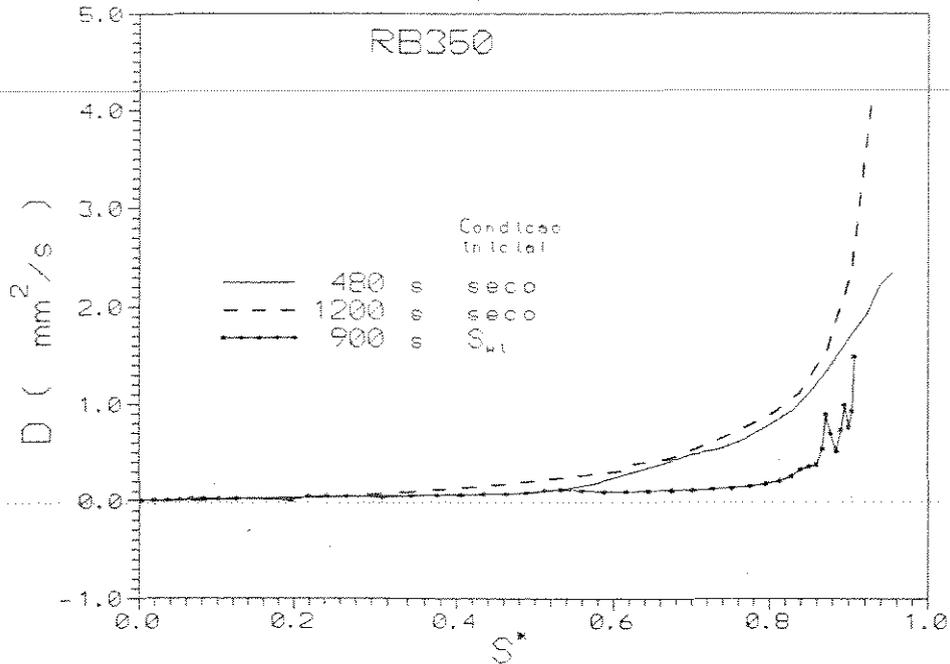


Figura 5.57: Coeficiente de difusão calculado pelo método B&K- RB350

O coeficiente de difusão obtido no ensaio da amostra RB451 é mostrado na figura 5.58. Os perfis de saturação foram mostrados anteriormente e assim como no primeiro caso a amostra se encontrava seca no início do processo. Nota-se uma tendência de crescimento acelerado semelhante à amostra RB350. Uma dificuldade encontrada e que se agrava no caso da rocha inicialmente à S_{wi} , é o cálculo do coeficiente para altas saturações de água. Neste intervalo a saturação praticamente se estabiliza e é difícil definir um critério de determinação do perfil.

Outro exemplo de ensaio com rocha inicialmente à S_{wi} é mostrado na figura 5.59. Neste caso além de encontrar valores de saturação muito altos foram observados durante o escoamento valores inferiores à S_{wi} , o que gerou valores negativos de saturação normalizada. Esta anomalia está provavelmente relacionada à aquisição da imagem. Foi discutido anteriormente que o endurecimento do feixe é proporcional à densidade e às dimensões da amostra. Quando a água começa a embeber em um lado da amostra tem-se um desequilíbrio que pode resultar em diferenças na imagem final. Este problema também

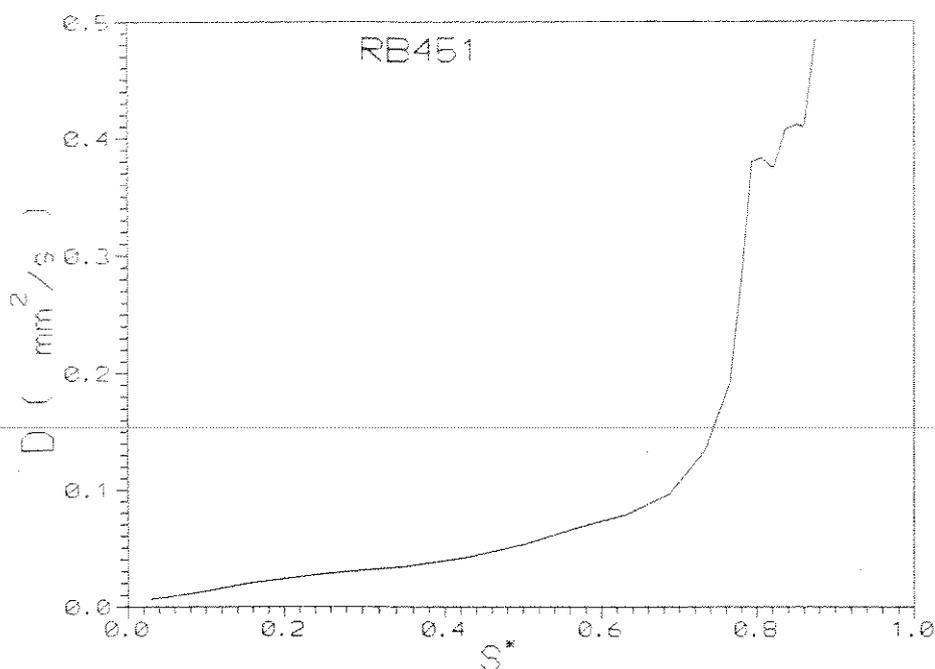


Figura 5.58: Coeficiente de difusão calculado pelo método B&K- RB451

deve ser motivo para novas pesquisas.

Os dois últimos perfis deste ensaio foram adquiridos com um intervalo de tempo entre eles de forma, a permitir a obtenção da derivada temporal para aplicação do método alternativo com alguma confiabilidade. Observou-se que, contrariamente ao que se supunha no início do desenvolvimento deste trabalho, a medição desta derivada é bem simples. Como ela é calculada em cada ponto, ela é resultado da subtração direta de dois perfis, ou se for possível, subtração de duas matrizes que serão depois transformadas em vetor. A vantagem principal é que dispensa um processo de suavização do perfil para os cálculos. Resta ainda o cálculo da derivada espacial e a necessidade de se filtrar as oscilações. Neste trabalho a suavização foi obtida procedendo a integração numérica e em seguida calculando a derivada central com um intervalo adequado.

A figura 5.60 apresenta os coeficientes calculados pelo Método Bruce e Klute e pelo método alternativo.

Todos os casos citados até aqui se referem a alto grau de difusividade conforme foi mostrado na tabela 5.2. Foi planejado realizar dois ensaios com a amostra RB228 para tentar obter as curvas de pressão capilar e permeabilidade relativa a partir de dois ensaios. No entanto, não foi possível realizar o segundo ensaio. Os perfis de saturação medidos para o ensaio com escoamento vertical ascendente estão apresentados nas figuras 5.61 e 5.62.

Também neste caso se observa valores anormalmente altos e baixos de satu-

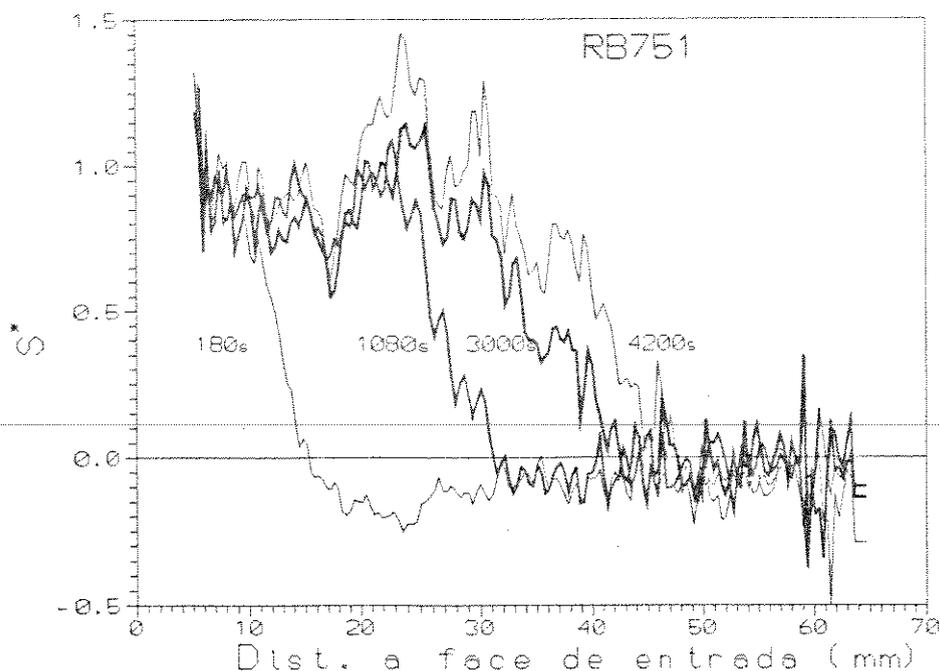


Figura 5.59: Perfil de saturação normalizada - RB751 a S_{wi}

ração. Nota-se ainda que próximo à face de entrada a saturação é bem mais baixa do que um pouco à frente. Supõe-se que a causa seja o ar que ficou aprisionado. Entretanto como a segregação gravitacional atua a favor da expulsão do ar, esta hipótese deve ser reavaliada.

Foi visto na primeira parte deste capítulo que o método alternativo seria mais preciso se fosse aplicado a perfis com pequeno espaçamento para um tempo no qual eles já estivessem bem desenvolvidos. Este procedimento foi seguido neste caso e o coeficiente foi calculado utilizando os três últimos perfis. Vê-se que embora os dois últimos estejam quase superpostos, não há inconveniente para o cálculo do coeficiente de difusão. As figuras 5.63 e 5.64 apresentam o coeficiente de difusão para diversos instantes usando o método Bruce e Klute e o método alternativo.

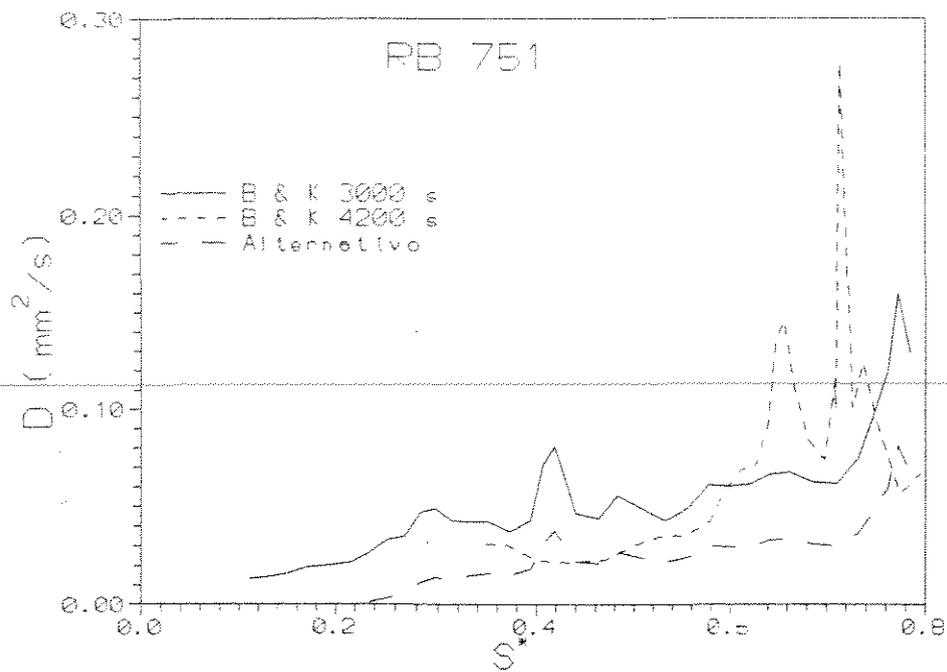


Figura 5.60: Coeficiente de difusão calculado pelo método B&K- e altern. RB751

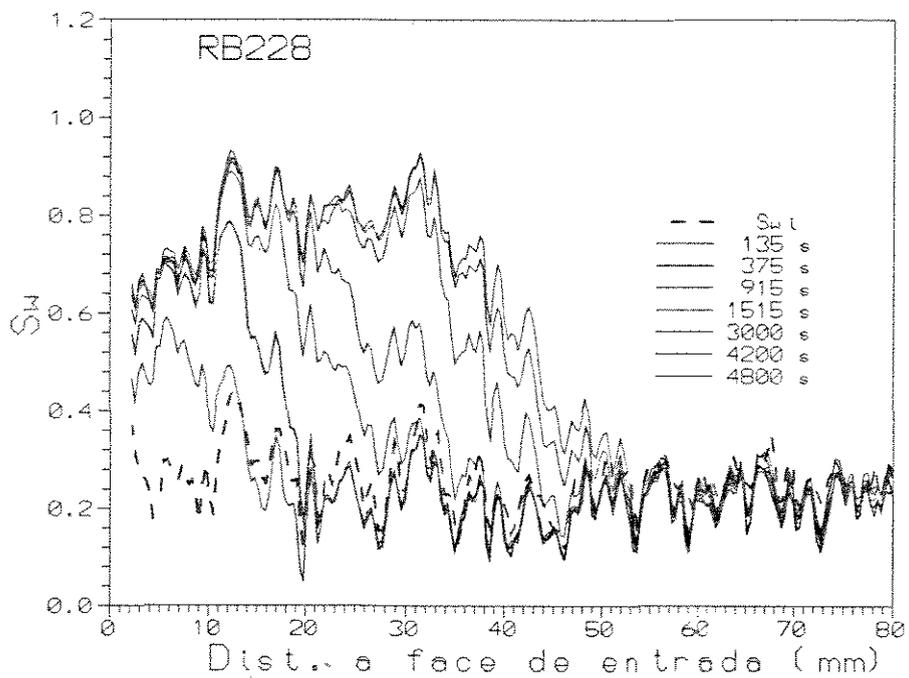


Figura 5.61: Perfil de saturação - RB228 a S_{wi}

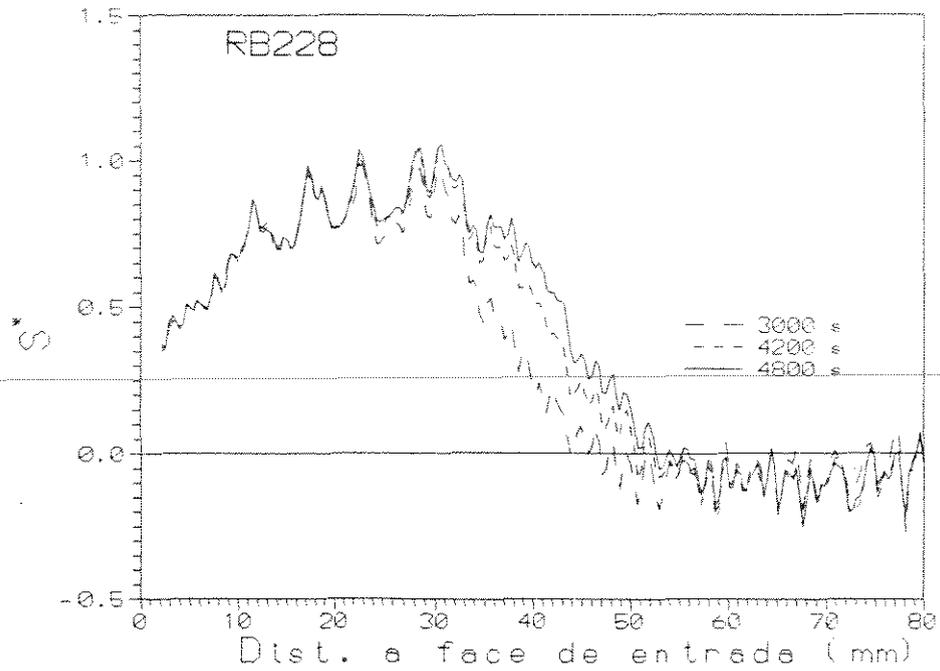


Figura 5.62: Perfil de saturação normalizada - RB228 a S_{wi}

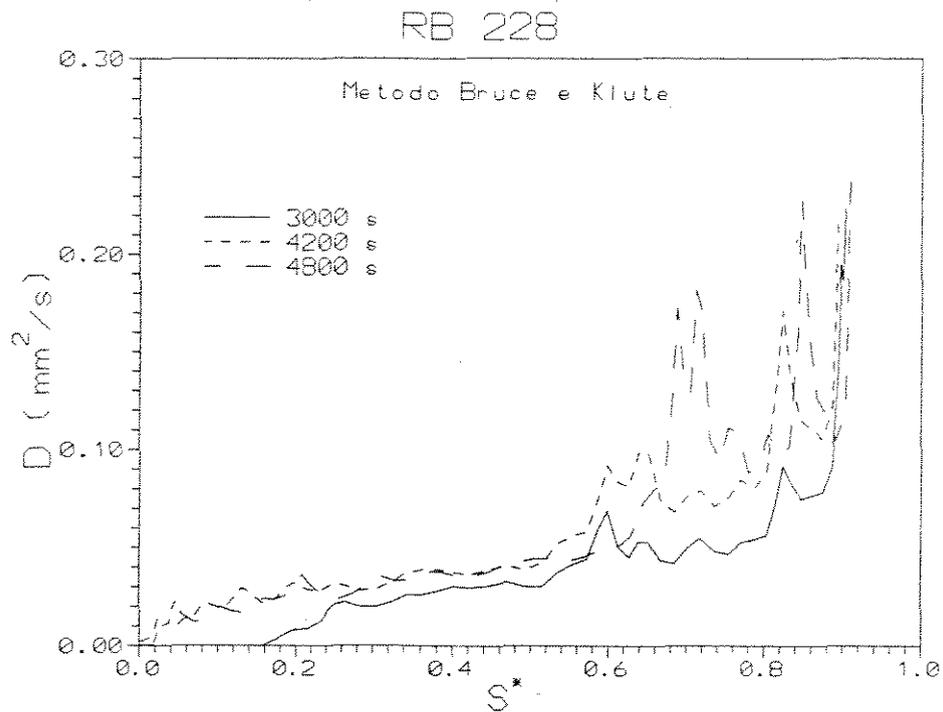


Figura 5.63: Coeficiente de difusão calculado pelo método B&K - RB228

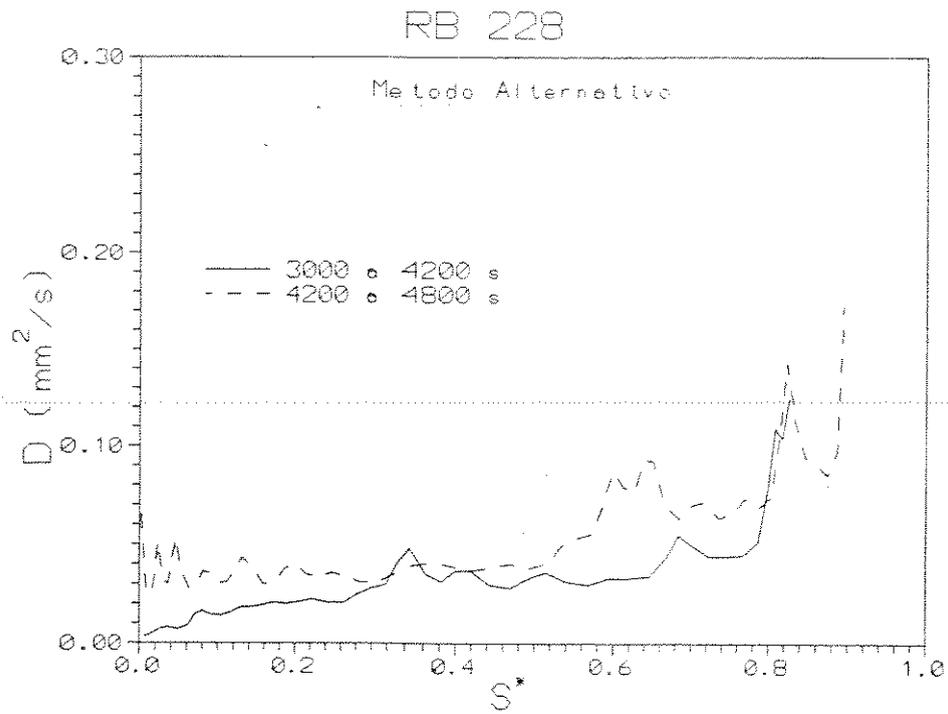


Figura 5.64: Coeficiente de difusão calculado pelo método altern. RB228

Neste caso como nos demais, verifica-se que a obtenção do coeficiente para o intervalo de saturação correspondente à frente de avanço não apresenta maiores problemas. O método Buckley-Leverett não permite medir a permeabilidade relativa para valores abaixo da saturação da frente de avanço onde justamente o modelo de difusão capilar permite avaliar. No entanto pode-se discutir se a distribuição dos fluidos nos poros é a mesma em processos altamente convectivos e nos altamente difusivos.

O último ensaio realizado tem os seus perfis de saturação mostrados na figura 5.65. Além do seu aspecto serrilhado destaca-se o comportamento próximo à face de entrada. A saturação se mostrou crescente durante todo o ensaio. Como o escoamento era vertical descendente, se levantou a hipótese de a causa ser o fluxo cruzado do ar segregado. Pela forma da curva pode-se também supor que o coeficiente tende para uniforme. Na figura 5.66 estão as curvas obtidas pelos dois métodos. Apesar de não ser uniforme, o coeficiente apresenta uma variação ao longo da saturação bem menor que as demais amostras. Observa-se ainda que devido a forma da curva de saturação, o cálculo do coeficiente usando o procedimento numérico descrito anteriormente resulta em uma curva com diversos picos sem significado.

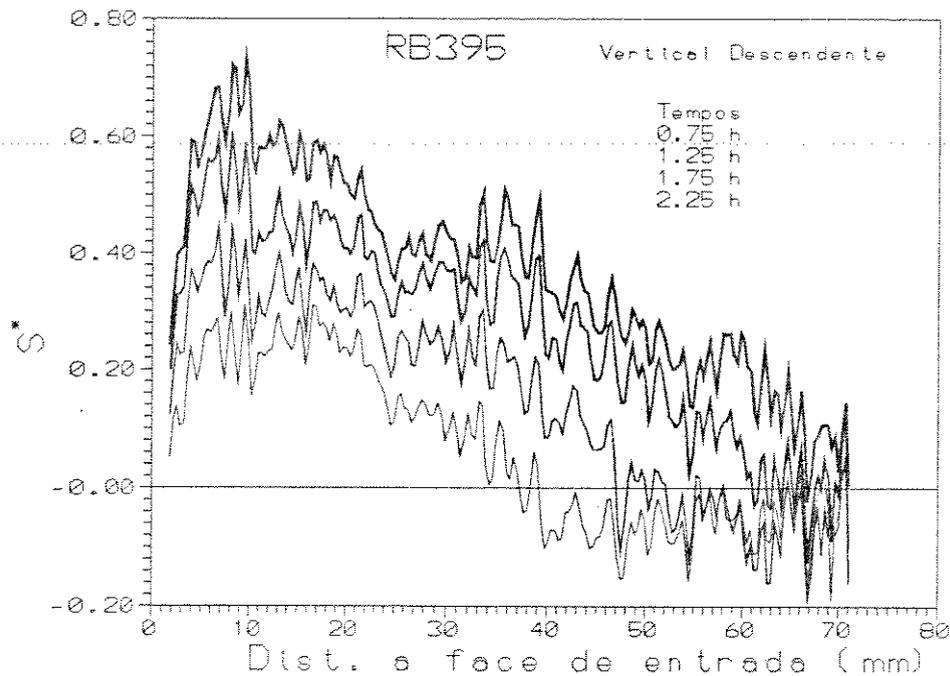


Figura 5.65: Perfil de saturação normalizada - RB395 a S_{wi}

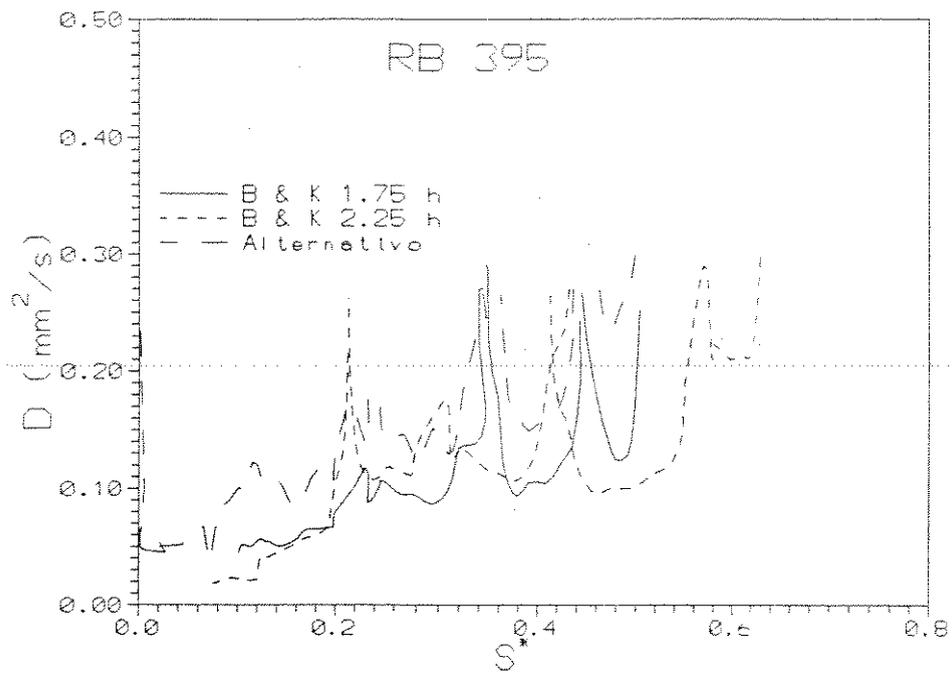


Figura 5.66: Coeficiente de difusão calculado pelo método B&K- e alter. -RB395

Comparação com Solução Numérica

O objetivo desta seção é comparar os resultados experimentais dos ensaios de difusão capilar com o comportamento previsto na solução numérica usando propriedades petrofísicas obtidas em laboratório. Foram escolhidas as amostras RB228 e RB395 pois estas apresentavam originalmente comprimento suficiente para a divisão em três partes. Uma parte foi usada nos ensaios de difusão e as outras utilizadas nos testes de permeabilidade relativa e pressão capilar.

As curvas de pressão capilar foram obtidas no laboratório do Departamento de Engenharia de Petróleo da Faculdade de Engenharia Mecânica. Foram usados os métodos de injeção de mercúrio e da membrana semi-permeável com sistema água-ar. Este último método, apesar de mais representativo para os objetivos deste trabalho tem a limitação de não fornecer a curva de embebição. A alternativa foi realizar testes de drenagem nos dois métodos, correlacionar as duas curvas e encontrar um fator médio para corrigir a diferença de tensão interfacial entre os dois sistemas. Este fator foi então aplicado à curva de embebição do método de injeção de mercúrio e as saturações foram normalizadas pelas saturações residuais das fases correspondentes. Os resultados estão apresentadas nas figuras 5.67 e 5.68.

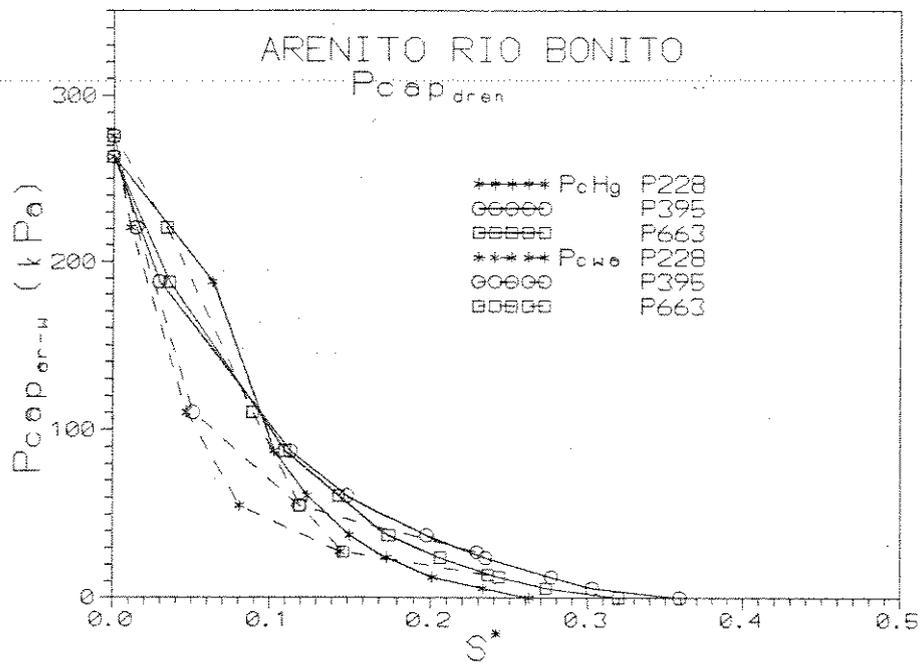


Figura 5.67: Pressão capilar de drenagem. Arenito Rio Bonito

O teste de permeabilidade relativa de embebição com sistema água-ar é de difícil controle devido à forte molhabilidade da água. Assumindo que a permeabilidade relativa da fase molhante depende apenas da sua própria saturação, adotou-se a curva de permeabilidade relativa da água para sistema água-óleo como representativa para o

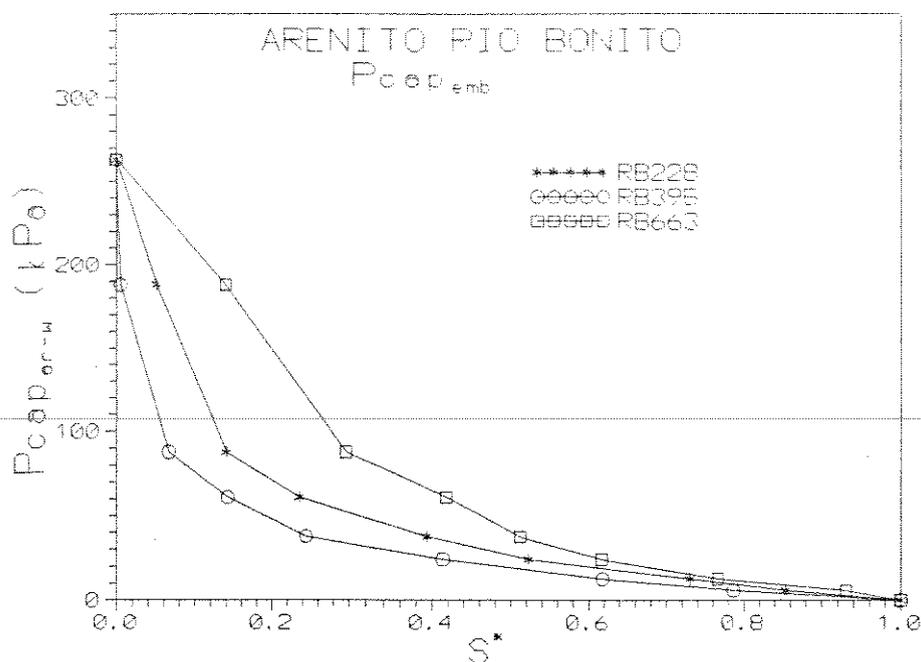


Figura 5.68: Pressão capilar de embebição. Arenito Rio Bonito

sistema água-ar. Os testes de permeabilidade relativa das amostras RB228 e RB395 foram realizados pelo CENPES/DIGER/SEAREV. Os resultados estão apresentados na figura 5.69.

Usando o mesmo programa desenvolvido para a primeira parte deste capítulo, foram geradas as soluções para os mesmos tempos de escoamento registrados com imagens. No entanto a diferença no comportamento foi muito acentuada. O coeficiente de difusão calculado se apresentava com valores altíssimos para baixas saturações. Isto ocorria pois para estas saturações, a permeabilidade era estimada por extrapolação da curva original na escala logarítmica. Ainda assim a solução numérica ficava bem afastada da observada experimentalmente. Foi necessário também fazer alterações para altas saturações além de reduzir a permeabilidade para se aproximar da solução real. A curva final já não podia mais ser considerada como resultado da conjugação das propriedades petrofísicas das amostras. Uma causa possível das discrepâncias seria que as amostras estariam com algum tipo de dano na região próxima à face de entrada.

Embora esta comparação tenha ficado prejudicada, a análise foi bastante útil para o entendimento do comportamento observado nos ensaios.

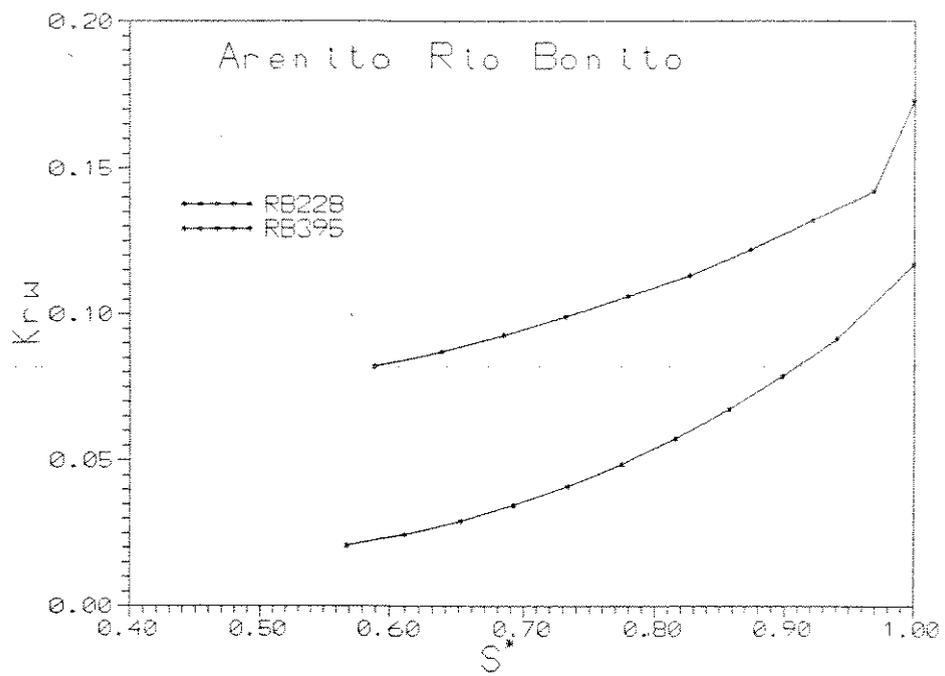


Figura 5.69: Permeabilidade relativa - RB228 e RB395

6 CONCLUSÕES

Do desenvolvimento teórico e experimental foi possível tirar algumas conclusões, entre as quais se destacam:

1. O modelo de difusão é aplicável ao processo de embebição espontânea e é possível medir o coeficiente de difusão com auxílio de tomografia computadorizada.
2. A obtenção experimental do coeficiente de difusão pelo método Bruce e Klute só deve ser aplicada para escoamento vertical se o grau de difusividade for alto ($N_c < 0.5$).
3. O método de obtenção do coeficiente de difusão referido neste trabalho como método alternativo é aplicável em qualquer direção, para grande espectro de grau de difusividade e para qualquer forma do coeficiente de difusão capilar.
4. A incorporação da mobiliade finita do ar no modelo de difusão não altera de forma significativa o comportamento do escoamento.
5. A aproximação proposta por Reichardt para modelagem de escoamento vertical é válida mesmo para graus de difusividade baixos.
6. Uma eventual injeção no início do ensaio não invalida o teste, desde que o volume injetado seja pequeno.
7. O conceito de coeficiente de difusão equivalente se mostrou bastante útil nas análises de casos de coeficiente dependente da saturação.
8. O coeficiente de difusão equivalente pode ser obtido diretamente da curva de volume embebido em função da raiz quadrada do tempo de escoamento. É possível também avaliar o grau de difusividade se a inclinação da curva de permeabilidade relativa for conhecida.
9. As imagens tomográficas devem ser adquiridas com a máxima potência disponível para reduzir as anomalias na reconstrução das imagens (artefatos).
10. O endurecimento do feixe prejudica a interpretação das imagens e provavelmente distorce os cálculos de porosidade.
11. O endurecimento do feixe é função da densidade, da dimensão e da simetria da amostra.
12. A determinação do perfil de saturação a partir do R.O.I. (leitura dos números tomográficos diretamente no monitor do tomógrafo) é uma alternativa quando não houver disponibilidade de recursos de processamento de imagens.

13. A comparação entre o ensaio de difusão e o comportamento previsto a partir das curvas de pressão capilar e permeabilidade relativa é dificultada pela falta de informação desta última para baixos valores de saturação. A extrapolação da reta observada em escala mono-log resulta em valores ainda altos de permeabilidade relativa gerando coeficientes anormalmente altos.
-
-

7 RECOMENDAÇÕES

Com base na experiência adquirida ao longo deste trabalho e com o intuito de promover a continuidade nesta linha de pesquisa, recomenda-se:

1. Realizar ensaios de difusão capilar em duas direções para obtenção da permeabilidade relativa e da pressão capilar conforme procedimento descrito no capítulo 3. Este procedimento tem a vantagem de calcular a permeabilidade para o espectro de saturações abaixo da frente de avanço.
2. Usar amostras de rocha com pequeno comprimento para reduzir o efeito de endurecimento do feixe. O perfil de saturação deve ser registrado quando estiver bem desenvolvido.
3. Aprofundar o estudo sobre a influência do endurecimento do feixe no cálculo da porosidade e da saturação.
4. Analisar as causas das distorções no perfil de saturação quando a rocha se encontra inicialmente à saturação irreduzível de água.

NOMENCLATURA

P = pressão, kPa

S = saturação, fração.

t = tempo, (s).

x = dimensão linear horizontal, mm .

z = dimensão linear vertical, mm .

D = coeficiente de difusão capilar, mm^2/s .

v = velocidade, mm/s .

u = variável no espaço de Laplace.

k = permeabilidade, μm^2 .

L = comprimento, mm .

N_c = conforme definido no Capítulo 3, adimensional.

CT = número tomográfico, adimensional.

Letras gregas

ϕ = porosidade, (fração).

μ = viscosidade, (Pa.s).

λ = variável de Boltzmann, $mm/s^{1/2}$ (para a equação da difusão).

γ = peso específico, gf/cm^3 .

Subscritos

D = adimensional.

w = água.

ar = ar.

m = rocha.

i = inicial.

j = face de entrada

r = relativa .

cap = capilar .

res = residual.

max = máximo.

equiv = equivalente.

dif = difusivo.

grav = gravitacional.

g = global.

Sobrescritos

' = indica derivada.

* = indica normalização.

Referências

- [1] Auzerais, F.M.; Dussan, E.B. e Pelscher, A.J. - Computed Tomography for the Quantitative Characterization of Flow Through a Porous Medium SPE 22595 - 66th A.T.C.E. Dallas - Outubro 1991
- [2] Bech, N.; Jensen O.K. e Nielsen, B.- Modeling of Gravity Imbibition and Gravity - Drainage Process: Analytic and Numerical Solutions SPERE Feb/91 - 129 - 136
- [3] Beckener, B.L.; Ioshimoto, K; Yamaguchi, S.; Firoozabadi, A. e Aziz, K. - Imbibition-Dominated Matrix-Fracture Fluid Transfer in Dual Porosity Simulators SPE 16981 - Apresentado no 62nd - AJCE - SPE - Dallas, TX - Sept. 1987
- [4] Blair, P.M. - Calculation of Oil Displacement by Countercurrent Water Imbibition - SPEJ - SEPT/1964 - 195 - 202
- [5] Bourblaux B.J. e Kalaydjian, F.J. - Experimental Study of Cocurrent and Countercurrent Flows in Natural Porous Media SPERE Aug 1990. 361 -368
- [6] Brooks, R.H. e Corey, A. T. - Hydraulic Properties os Porous Media. - Hydraulic Paper No. 3 Colorado State University 1964
- [7] Bruce, R.R. e Klute, A. - The Measurements of Soil Moisture Difusivity - Soil Science Society Proceedings - 1956 - 453 - 462
- [8] Buckingham, E. - Studies in Soil Moisture Movement - U.S. Dept Agr. Bur. Soils - Bul.38 - 1907
- [9] Burdine, N. T. - Relative Permeability Calculatios from Pore Size Distribution Data - Trans. AIME 198 (1953), 71-78
- [10] Castanier L.M. - An Introduction to Computerized X-Ray Tomography for Petroleum Research - June 89
- [11] Childs, E.C. - The Transport of Water Through Heavy Clay Soils - I, III. Jour. Agr. Sci 26, 114 - 141, 527 - 547 - 1936

- [12] Christensen, H.R. - Permeability - Capillary Potencial Curves for Three Prairie Soils - Soil Sci. 57, 381 - 391 - 1944
- [13] Crestana, Silvio - A Tomografia Computadorizada como um Novo Método para Estudos da Física da Agua no Solo - Tese de Doutorado no IFQSC - Agosto de 1985
- [14] Don Kirkham e Feng C.L. - Journal Paper J.1451 - Iowa Agricultural Experiments Station, Soils Subsection - P.740 - 1948/49
-
- [15] Dullien F.A.L. - Porous Media - Fluid Transport and Pore Structure Academic Press, Inc. - San Diego - 1979
- [16] Dutra, T.V. e Aziz, K. - A New Double-Porosity Reservoir Model for Oil-Water Flow Problems - SPE 21248 - 11th SPE Symposium on Reservoir Simulation - Anaheim. CA - Feb 1991
- [17] Firoozabadi, A. ; Ishimoto, K. e Dindoruk. B. - Theory of Reinfiltration in Fractured Porous Media part 2 - Two Dimensional Model Paper SPE 21798 - WRM - March 1991
-
- [18] Firoozabadi, A. e Ishimoto, K. - Theory of Reinfiltration in Fractued Porous Media: Part 1 - One Dimensional Model Paper SPE - 21796 - WRM - March - 1991
- [19] Gardner, W.R. e Maghugh, M.S. - Solutions and Tests of the Diffusion Equation for the Movement of Water in Soil - Soil Science Society of America Proceedings - 1956 - Pag. 197 - 201
- [20] Gardner, W. e Widtsol, J.A. - The Movement of Soil Moisture -Soil Sci. 11 - 215 - 233 - 1921
- [21] Graham, J.W. e Richardson, J.G. - Theory and Application of Imbibition Phenomena in Recovery of Oil - Petroleum Trans. Aime vol.216 - 1959. 377-381
- [22] Handy L.L - Determination of Effective Cappillary Pressure For Porous Media from Imbibition Data-Petroleum Transactions AIME - 1960 vol 219 - 75 - 80

- [23] Hunt, P.K.; Engler, P. e Bajsarowics C. - Computed Tomography as a Core Analysis Tool: Applications, Instrument Evaluation and Image Improvements Techniques - JPT - Sept. 1988 p. 1203 - 1210
- [24] MacAllister, J.; Miller, K.C.; Graham, S.K. e Yang - Application of X-Ray CT scanning to the Determination of Gas-Water Relative Permeabilities - SPE 20494 - 65th AJCE - New Orleans LA - Sept 1990
- [25] Manfredini, S.; Reichardt, K. e Libardi, P.L. - Absorção Unidirecional da Água em Solos Homogêneos- ~~Revista Brasil Ciência do Solo, 3 - 1979 p. 5-8~~
- [26] Maniakas, S. - Difusão de Água no Solo Durante Processo de Infiltração - Tese de Mestrado - ESALC - Jun/79
- [27] Moss, M.R.; Pepin G.P. e Davis, L.A. - Direct Measurements of the Constituent Porosities in a Dual-Porosity Matrix - The Log Analyst Mar - Abril 1992, 126 - 134
- [28] ~~Ostashev, N.A. - The Law of Distribution of Moisture in Soils and Met~~
- [29] Paiva, Rogerio F. - Estudo da Técnica Tomográfica para Análises em Geologia e Engenharia de Petróleo. Tese de Mestrado - UNICAMP -SP - Dez. 1990
- [30] Parlange, J.Y. - Soil Sci. 111 - 134 e Soil Sci. 112 - 313 1971
- [31] Perez J.M.; Poston, S.W. e Shaif, Q.J. - Carbonated Water Imbibition Flooding: An Enhanced Oil Recovery Process for Fractured Reservoirs- SPE/DOE 24164 - Eight Symposium on Enhanced Oil Recovery - Tulsa - April 1992
- [32] Peters, E.J. e Hardham, W. - Visualization of Fluid Displacement in Porous Media Using Computed Tomography Imaging; Journal of Petroleum Science and Engineering 4 - 1990 p. 155 - 168 - Elsevier Science Publishers B.V. Amsterdam
- [33] Philip, S.R. - Numerical Solution of Equation of the Diffusion Type with Diffusivity Concentration Dependent - II Aust. Souv. of Phys. 10, 29 - 42 1957

- [34] Pinto, A.C.C. - Esquemas de Alta Resolução para Controle de Dispersão Numérica em simulação de Reservatório - Tese de Mestrado, UNICAMP. São Paulo - 1991
- [35] Popi, O. - Determinação e Análise de Escoamentos Unidimensionais e Bidimensionais Transientes em Meios Porosos Não Saturados - Dissertação de mestrado na E.E.SC - USP - Nov/82
- [36] Prevedello C.L. - Teoria do Fluxo da Água em Solos Não Saturados: Novos Conceitos e Aplicações - Tese de Doutorado - ESALC Fev/87
-
- [37] Prevedello, C.L.; Libardi, P.L. e Reichardt, K. - Water Flow in Homogeneous Unsaturated Soils - An Attempt Using a Diffusional Model to Describe Gravitational Flow - Soil Sciency Journal - Sept. 1991 - 184 188
- [38] Reichardt, K.; Libardi, P.L. e Nielsen, D.R. -Infiltração de Água em Solos Homogêneos: Novo Conceito - Científica - 1977 - UNESP
- [39] Terwillinger P.L.; Wilsey L.E. ; Hall H.N.; Bridges P.M.; Morse R.A. - An Experimental and Theoretical Investigation of Gravity Drainage Performance- Trans AIME vol 192 - 1951; P. 285 296
- [40] Van Brakel, J. e Heertjes, P.M. - Cappillary Rise in Porous Media Part 1 - A Problem Powder Technology 16 - 1977 - 75 - 85
- [41] Vinegar, H.J. e Hill, G.E. - Bean Hardening Corrections on the Deltascan 100 CT Scanner - Technical Information Record BRC - 2044
- [42] Wellington, S.L. e Vinegar , H.J. - X-Ray Computerized Tomography JPT - Agosto - 87 - 885 - 898
- [43] Withjack, E.M., Graham S.K. e Yang C.T.- CT Determination of heterogeneities and Miscible Displacement Characteristics SPEFE -Dec 91 - 447-452
- [44] Yokoyama, Y. e Lake, L.W. - The Effects of Capillary Pressure on Immiscible Displacements in Stratified Porous Media SPE 10109 - Apresentado no 56th A.F.T.CE

of SPE San Antonio TX Oct - 5 - 7, 1981

- [45] Zimmerman, R.W. e Badvarsson, G.S.
- A Simple Aproximate Solution for Horizontal Infiltration in a Brooks-Corey Medium - Transport in Porous Media 6 - 1991 - P. 195 - 205
-
-

A SOLUÇÃO ANALÍTICA - Meio Horizontal Infinito

Equação Diferencial Ordinária:

$$\frac{\partial S_w}{\partial t_D} = \frac{\partial^2 S_w}{\partial x_D^2} \quad (\text{A.1})$$

$$S(x_D, 0) = 0 \quad (\text{A.2})$$

$$S(0, t_D) = 1 \quad (\text{A.3})$$

$$S(\infty, t_D) = 0 \quad (\text{A.4})$$

No campo de Laplace (variável = u):

$$\frac{d^2 \bar{S}_w}{dx_D^2} = u \bar{S} + S(x_D, 0) \quad (\text{A.5})$$

$$\bar{S}(0, u) = \frac{1}{u} \quad (\text{A.6})$$

$$\bar{S}(\infty, u) = 0 \quad (\text{A.7})$$

Solução de A.5

$$\bar{S}(x_D, u) = A e^{-\sqrt{u} \cdot x_D} + B e^{-\sqrt{u} \cdot x_D} \quad (\text{A.8})$$

Usando A.6

$$\bar{S}(\infty, u) A e^{-\sqrt{u} \infty} + B e^{-\sqrt{u} \infty=0} \rightarrow \rightarrow B = 0$$

Usando A.7

$$\bar{S}(0, u) = A e^{-\sqrt{u} \infty} = \frac{1}{u} \rightarrow A = \frac{1}{u}$$

então

$$\bar{S}(x_D, u) = \frac{e^{-\sqrt{u} x_D}}{u} \quad (\text{A.9})$$

Invertendo do campo de Laplace:

$$S(x_D, t_D) = \left(\frac{x_D}{\sqrt{4Dt_D}} \right) \quad (\text{A.10})$$

Fator de Recuperação

$$\overline{FR} = \int_0^1 \bar{S}(x_D, u) dx_D = \int_0^1 \frac{e^{-\sqrt{u} x_D}}{u} dx_D = \frac{1 - e^{-\sqrt{u}}}{u\sqrt{u}}$$

ou no campo real:

$$FR = \sqrt{\frac{4Dt}{\pi}}$$

B SOLUÇÃO ANALÍTICA - Meio Horizontal Limitado

Equação Diferencial Ordinária:

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} = D \frac{\partial^2 S_w}{\partial x^2} \quad (\text{B.1})$$

Condição Inicial:

$$S_w(x, 0) = 0 \quad (\text{B.2})$$

Condição de Contorno Interna:

$$S_w(0, t) = 1 \quad (\text{B.3})$$

Condição de Contorno Externa:

$$\left. \frac{\partial S_w}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (\text{B.4})$$

Adimensionalizando:

$$x_D = \frac{x}{L}(S) \quad (\text{B.5})$$

$$t_D = \frac{Dt}{L^2} \quad (\text{B.6})$$

$$S = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi}} \quad (\text{B.7})$$

fica:

$$\frac{\partial S}{\partial t_D} = \frac{\partial S^2}{\partial x_D} \quad (\text{B.8})$$

Condição Inicial:

$$S(x_D, 0) = 0 \quad (\text{B.9})$$

Condição de Contorno Interna:

$$S(0, t_D) = 1 \quad (\text{B.10})$$

Condição de Contorno Externa:

$$\left. \frac{\partial S}{\partial x_D} \right|_{x_D=1} = 0 \quad (\text{B.11})$$

Resolvendo no campo de Laplace:

$$\bar{S}(x_D, u) = A^{-\sqrt{ux_D}} + Be^{\sqrt{ux_D}} \quad (\text{B.12})$$

Condição de Contorno Interna:

$$\bar{S}(0, u) = \frac{1}{u} \quad (\text{B.13})$$

Condição de Contorno Externa:

$$\left. \frac{\partial \bar{S}}{\partial x_D} \right|_{x_D=1} = 0 \quad (\text{B.14})$$

Aplicando as condições de contorno vem:

$$\bar{S}(0, u) = A + B = \frac{1}{u}$$

e

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial x_D}(1, u) = -A\sqrt{u}e^{\sqrt{u}} + B\sqrt{u}e^{\sqrt{u}} = 0$$

Resolvendo para A e B, vem:

$$B = \frac{e^{-\sqrt{u}}}{u(e^{\sqrt{u}} + e^{-\sqrt{u}})}$$

$$A = \frac{e^{\sqrt{u}}}{u(e^{\sqrt{u}} + e^{-\sqrt{u}})}$$

Temos então:

$$\bar{S}(x_{Du}) = \frac{e^{\sqrt{u}(1-x_D)} + e^{\sqrt{u}(x_D-1)}}{u(e^{\sqrt{u}} + e^{-\sqrt{u}})}$$

Fator de Recuperação

$$\overline{FR}(u) = \int_0^1 S_w(x_D, u) dx_D$$

$$\overline{FR}(u) = \frac{1}{u} \frac{-(e^{\sqrt{u}}/\sqrt{u})(e^{-\sqrt{u}} - 1) + (e^{-\sqrt{u}}/\sqrt{u})(e^{\sqrt{u}} - 1)}{(e^{-\sqrt{u}} + e^{\sqrt{u}})}$$

Resolvendo:

$$\overline{FR}(u) = \frac{e^{\sqrt{u}} - e^{-\sqrt{u}}}{u\sqrt{u}(e^{-\sqrt{u}} + e^{\sqrt{u}})}$$

Solução de curto tempo: $u \rightarrow \infty$

$$\overline{FR}(u) = \frac{1}{u\sqrt{u}} \frac{e^{\sqrt{u}}}{e^{\sqrt{u}}} = \frac{1}{u\sqrt{u}}$$

No campo real:

$$FR(t_D) = \sqrt{\frac{4t_D}{\pi}}$$

C SOLUÇÃO ANALÍTICA - Meio Vertical Limitado

Equação Diferencial Parcial:

$$\frac{\partial^2 S_w}{\partial z^2} + \frac{k\gamma_w}{\phi\mu_w D} \frac{\partial k_w}{\partial S_w} \frac{\partial S_w}{\partial z} = \frac{1}{D} \frac{\partial S_w}{\partial t} \quad (\text{C.1})$$

Simplificando e adimensionalizando:

$$\frac{\partial k_w}{\partial S_w} = k'_{rw} \quad (\text{C.2})$$

$$N_e = \frac{k\gamma_w k'_{rw} L}{\phi\mu_w D} \quad (\text{C.3})$$

$$S = \frac{S_w - S_{wi}}{S_{wj} - S_{wi}} \quad (\text{C.4})$$

$$t_D = \frac{Dt}{L^2} \quad (\text{C.5})$$

Substituindo (C.2) a (C.5) em (C.1) vem:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial z_D^2} + N_e \frac{\partial S}{\partial z_D} = \frac{\partial S}{\partial t_D} \quad (\text{C.6})$$

Condição Inicial:

$$S_w(z, 0) = S_{wi} \rightarrow S(z_D, 0) = 0 \quad (\text{C.7})$$

Condição de Contorno Interna:

$$S_w(0, t) = S_{wi} \rightarrow S(0, t_D) = 1 \quad (\text{C.8})$$

Condição de Contorno Externa:

$$\begin{aligned} v|_{z=L} &= v_{\text{dif.}} + v_{\text{grav}} = 0 \\ &= -D \frac{\partial S_w}{\partial z} - \frac{k k_{rw} \gamma_w}{\mu} = 0 \end{aligned}$$

ou na forma adimensionalizada:

$$\left. \frac{\partial S}{\partial z_D} + N_c S \right|_{z_D=1} = 0 \quad (\text{C.9})$$

Então:

$$\frac{d^2 \bar{S}}{dz_D^2} + N_c \frac{d\bar{S}}{dz_D} = u \bar{S}(u) + S(0) \quad (\text{C.10})$$

$$\bar{S}(0, u) = \frac{1}{u} \quad (\text{C.11})$$

$$\left. \frac{d\bar{S}}{dz_D} + N_c \bar{S} \right|_{z_D=1} = 0 \quad (\text{C.12})$$

reescrevendo (10) com $\mathbf{D} \equiv$ operador derivada:

$$\left(\mathbf{D}^2 + N_c \mathbf{D} - u \right) \mathbf{S} = 0$$

$$\text{raizes reais e distintas} \rightarrow m_1 = \frac{-N_c + \sqrt{N_c^2 + 4m}}{2}$$

$$m_2 = \frac{-N_c - \sqrt{N_c^2 + 4m}}{2}$$

Solução no campo de Laplace:

$$\bar{S}(z_D, u) = C_1 e^{m_1 z_D} + C_2 e^{m_2 z_D} \quad (\text{C.13})$$

Aplicando as condições de contorno chega-se a:

$$C_1 = \frac{(m_2 + N_c) e^{m_2}}{u[(m_2 + N_c) e^{m_2} - (m_1 + N_c) e^{m_1}]} \quad (\text{C.14})$$

$$C_2 = \frac{-(m_1 + N_c) e^{m_2}}{u[(m_2 + N_c) e^{m_2} - (m_1 + N_c) e^{m_1}]} \quad (\text{C.15})$$

e substituindo em (C.13) vem:

$$\bar{S}(z_D, u) = \frac{1}{u} \frac{(m_2 + N_c) e^{m_2 + m_1 z_D} - (m_1 + N_c) e^{m_1 + m_2 z_D}}{(m_2 + N_c) e^{m_2} - (m_1 + N_c) e^{m_1}} \quad (\text{C.16})$$

Fator de Recuperação

$$\overline{FR}(u) \int_0^1 \bar{S}(z_D, u) dz_D \quad (\text{C.17})$$

$$\overline{FR}(u) = \int_0^1 \frac{1}{u} \frac{(m_2 + N_c) e^{m_2} e^{m_1 z_D} - (m_1 + N_c) e^{m_1} e^{m_2 z_D}}{(m_2 + N_c) e^{m_2} - (m_1 + N_c) e^{m_1}} dz_D \quad (\text{C.18})$$

$$FR(u) = \frac{\left[(m_2 + N_c) (e^{m_2}/m_1) (e^{m_1} - 1) - (m_1 + N_c) (e^{m_1}/m_2) (e^{m_2} - 1) \right]}{u \left[(m_2 + N_c) e^{m_2} - (m_1 + N_c) e^{m_1} \right]} \quad (\text{C.19})$$

Análise para tempo longo e curto

Tempo longo:

$$t_D \rightarrow \infty \rightarrow u \rightarrow 0$$

As raízes m_1 e m_2 ficam

$$m_1 = \frac{-N_c + \sqrt{N_c^2 + 0}}{2} = 0$$

$$m_2 = \frac{-N_c - \sqrt{N_c^2 + 0}}{2} = -N_c$$

Substituindo na eq. (19) vem:

$$\bar{S}(z_D, u \rightarrow 0) = \frac{e^{-N_c z_D}}{u}$$

Invertendo de Laplace:

$$S(z_D, t_D \rightarrow \infty) = e^{-N_c z_D} \quad (\text{C.20})$$

Fator de Recuperação:

$$\overline{FR}(u) = \int_0^1 S dz_D = \int_0^1 e^{-N_c z_D} dz_D$$

$$= -\frac{1}{N_c} e^{-N_c z_D} \Big|_0^1 = \frac{1}{N_c} [1 - e^{-N_c}]$$

$$\overline{FR}(u) = \frac{1}{N_c} [1 - e^{-N_c}] \quad (\text{C.21})$$

Tempo curto:

$$t \rightarrow 0 \rightarrow u \rightarrow \infty$$

As raízes m_1 e m_2 ficam:

$$m_1 = \sqrt{u}$$

Analogamente:

$$m_2 = -\sqrt{u}$$

Substituindo em (20):

$$\overline{FR}(u) = \frac{1}{u\sqrt{u}}$$

Invertendo do campo de Laplace para o campo real:

$$FR(t_D \rightarrow 0) = \sqrt{\frac{4t_D}{\pi}}$$

D MÉTODO ALTERNATIVO DE OBTENÇÃO DE $D(S^*)$

Equação Diferencial Parcial:

$$\frac{\partial S^*}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D(S^*) \frac{\partial S^*}{\partial x} \right) \quad (\text{D.1})$$

Integrando (1) de 0 a x_0 :

$$\int_0^{x_0} \frac{\partial S^*}{\partial t} dx = \left[D(S^*) \frac{\partial S^*}{\partial x} \right]_{x=x_0} - \left[D(S^*) \frac{\partial S^*}{\partial x} \right]_{x=0} \quad (\text{D.2})$$

$$D(S^*) \Big|_{x=x_0} = \frac{\int_0^{x_0} \frac{\partial S^*}{\partial t} dx + \left[D(S^*) \frac{\partial S^*}{\partial x} \right]_{x=0}}{\frac{\partial S^*}{\partial x} \Big|_{x=x_0}} \quad (\text{D.3})$$

Para $x = L$ grande $\rightarrow \left(\frac{\partial S^*}{\partial x} \right)_{x=L} \rightarrow 0$:

$$\left[D(S^*) \frac{\partial S^*}{\partial x} \right]_{x=L} = \int_0^L \frac{\partial S^*}{\partial t} dx + \left[D(S^*) \frac{\partial S^*}{\partial x} \right]_{x=0} = 0$$

$$\left[D(S^*) \frac{\partial S^*}{\partial x} \right]_{x=0} = - \int_0^L \frac{\partial S^*}{\partial t} dx \quad (\text{D.4})$$

Substituindo (4) em (3) vem:

$$D(S^*) \Big|_{x=x_D} = \frac{\int_0^{x_0} \frac{\partial S^*}{\partial t} dx - \int_0^L \frac{\partial S^*}{\partial t} dx}{\frac{\partial S^*}{\partial x} \Big|_{x=x_0}}$$

ou:

$$D(S^*) \Big|_{x=x_0} = \frac{\int_{x_0}^L \frac{\partial S^*}{\partial t} dx}{\frac{\partial S^*}{\partial x} \Big|_{x=x_0}}$$

E ESCOAMENTO VERTICAL - MÉTODO BRUCE E KLUTE

Equação Diferencia Parcial:

$$\frac{\partial S^*}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial S^*}{\partial x} + \left(\frac{K(S^*)}{\frac{\partial S^*}{\partial x}} \right) \frac{\partial S^*}{\partial x} \right) \quad (E.1)$$

Ao usar a transformação de Boltzmann $\lambda = xt^{\frac{1}{2}}$ se consegue $S_1 = f(x, t) \rightarrow S_2 = f(\lambda, t)$ e neste caso:

$$\frac{\partial S_1^*}{\partial t} = \frac{\partial S_2^*}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial x}$$

$$\frac{\partial S_1^*}{\partial t} = \frac{\partial S_2^*}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial t} + \frac{\partial S_2^*}{\partial t}$$

Substituindo na eq. 1:

$$\frac{\partial S_1^*}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial S_1^*}{\partial x} + K \frac{\partial x}{\partial S_1^*} \frac{\partial S^*}{\partial x} \right)$$

fica:

$$\frac{\partial S_2^*}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial t} + \frac{\partial S_2^*}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(D \frac{\partial S_2^*}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial x} + K \frac{\partial \lambda}{\partial S_2^*} \frac{\partial x}{\partial \lambda} \frac{\partial S_2^*}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial x} \right) \frac{\partial \lambda}{\partial x}$$

$$\frac{-\lambda}{2t} \frac{\partial S_2^*}{\partial \lambda} + \frac{\partial S_2^*}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(Dt^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial S_2^*}{\partial \lambda} + Kt^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial \lambda}{\partial S_2^*} t^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial S_2^*}{\partial \lambda} \right) t^{-\frac{1}{2}}$$

e a equação diferencial parcial fica na forma:

$$\frac{-\lambda}{2t^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial S_2^*}{\partial \lambda} + t^{\frac{1}{2}} \frac{\partial S_2^*}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(Dt^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial S_2^*}{\partial \lambda} + K \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial S_2^*} \cdot \frac{\partial S_2^*}{\partial \lambda} \right)$$

F ESCOAMENTO VERTICAL - MÉTODO ALTERNATIVO

Equação Diferencial Parcial:

$$\frac{\partial S^*}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D \frac{\partial S^*}{\partial x} + \left(\frac{K(S^*)}{\frac{\partial S^*}{\partial x}} \right) \frac{\partial S^*}{\partial x} \right] \quad (\text{F.1})$$

Definindo o Coeficiente de difusão gravitacional:

$$G = \left(\frac{K(S^*)}{\frac{\partial S^*}{\partial x}} \right) \quad (\text{F.2})$$

Integrando de 0 a x :

$$\int_0^x \frac{\partial S^*}{\partial t} = D \frac{\partial S^*}{\partial x} \Big|_x + G \frac{\partial S^*}{\partial x} \Big|_x - D \frac{\partial S^*}{\partial x} \Big|_0 - G \frac{\partial S^*}{\partial x} \Big|_0$$

para $x = L$ grande onde $\frac{\partial S^*}{\partial x} \Big|_L = 0$ e $S^*(x = L) = 0$ e lembrando que:

$$G \frac{\partial S^*}{\partial x} \Big|_L = \left(\frac{K(S^*) \Big|_L}{\frac{\partial S^*}{\partial x} \Big|_L} \right) \frac{\partial S^*}{\partial x} \Big|_L = 0$$

se:

$$K(S^* = 0) = 0$$

então:

$$\int_0^L \frac{\partial S^*}{\partial t} dx = -D \frac{\partial S^*}{\partial x} \Big|_0 - G \frac{\partial S^*}{\partial x} \Big|_0$$

e

$$\int_0^x dx = D \frac{\partial S^*}{\partial x} \Big|_x + G \frac{\partial S^*}{\partial x} \Big|_x + \int_0^L \frac{\partial S^*}{\partial t} dx$$

$$D \frac{\partial S^*}{\partial x} \Big|_x + G \frac{\partial S^*}{\partial x} \Big|_x = - \int_x^L \frac{\partial S^*}{\partial t} dx$$

$$(D + G) \frac{\partial S^*}{\partial x} \Big|_x = - \int_x^L \frac{\partial S^*}{\partial t} dx$$

Definindo o Coeficiente de Difusão Global $D_g = D + G$

chega-se a:

$$D_g(S^*)_x = \frac{- \int_x^L \frac{\partial S^*}{\partial t} dx}{\frac{\partial S^*}{\partial x} \Big|_x}$$