

Estudo da atenuação de luz ultravioleta  
Cerenkov produzida por cascatas  
eletromagnéticas na atmosfera

Exemplar definitivo  
da tese

J. Chinellato  
JOSÉ AUGUSTO CHINELLATO  
10/04/91

Antônio Renato Perissinotto Biral

Este exemplar corresponde à  
redação final da tese  
defendida pelo aluno Antonio  
Renato P. Biral  
aprovada pela comissão  
julgarora

J. Chinellato  
10/04/91

Monografia apresentada no Instituto  
de Física "Gleb Wataghin" para defesa  
de tese de mestrado

Orientador: Prof. Dr. José Augusto Chinellato  
Co-orientador: Prof. Dr. Armando Turtelli Junior

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>3</b>
1.1	Etapas da simulação . . . . .	4
<b>2</b>	<b>A simulação da cascata eletromagnética</b>	<b>5</b>
2.1	O desenvolvimento longitudinal da cascata . . . . .	5
2.2	O espectro de energia das partículas carregadas . . . . .	6
2.2.1	As equações paramétricas originais segundo Hillas . . . . .	6
2.2.2	A simulação da energia dos secundários . . . . .	7
2.3	A distribuição angular das partículas carregadas . . . . .	7
2.3.1	A abordagem proposta por Hillas . . . . .	7
2.3.2	O valor de $\langle w \rangle$ . . . . .	8
2.3.3	A distribuição ao redor de $\langle w \rangle$ . . . . .	8
2.3.4	A simulação do ângulo zenital dos secundários . . . . .	9
2.4	A distribuição lateral das partículas carregadas . . . . .	9
2.4.1	As equações apresentadas por Hillas . . . . .	9
2.4.2	A simulação da distância radial dos secundários . . . . .	12
2.5	A influência do campo magnético terrestre . . . . .	12
<b>3</b>	<b>A produção de luz Cerenkov</b>	<b>15</b>
3.1	Breve descrição do processo de produção de luz . . . . .	15
3.2	Propriedades da radiação Cerenkov . . . . .	16
3.3	A computação da emissão de luz Cerenkov em nossa simulação . . . . .	17
3.3.1	A energia de limiar . . . . .	17
3.3.2	O fator $(1 - (\beta n)^{-2})$ . . . . .	18
3.3.3	O número de fótons Cerenkov produzidos . . . . .	18
3.3.4	A determinação de $\theta_c$ . . . . .	19
3.4	Os parâmetros geométricos do fóton Cerenkov . . . . .	19
3.4.1	O vetor ponto de emissão do fóton Cerenkov . . . . .	20
3.4.2	O vetor direção da partícula carregada . . . . .	21
3.4.3	O vetor direção de fóton Cerenkov . . . . .	21
3.4.4	O ponto de intersecção do fóton Cerenkov no plano de observação . . . . .	24

<b>4</b>	<b>A atenuação dos fótons ultravioleta na atmosfera</b>	<b>25</b>
4.1	Introdução . . . . .	25
4.2	A atmosfera terrestre . . . . .	25
4.2.1	Parâmetros médios . . . . .	26
4.2.2	Composição . . . . .	26
4.2.3	A concentração dos aerossóis na atmosfera . . . . .	26
4.3	Os processos de extinção de luz na atmosfera (1800 - 2400 Å) . . . . .	26
4.4	Aproximações . . . . .	27
4.5	Cálculos da atenuação . . . . .	28
4.5.1	Seções de choque . . . . .	28
4.5.2	A integral "profundidade" . . . . .	28
4.6	Análise da atenuação dos fótons ultravioleta na atmosfera . . . . .	29
<b>5</b>	<b>A divisão da atmosfera em camadas (a adaptação do caso real)</b>	<b>32</b>
5.1	O conceito de "fatias" atmosféricas . . . . .	32
5.2	A utilização das fatias atmosféricas no equacionamento dos fenômenos de emissão Cerenkov e atenuação de luz . . . . .	33
5.3	A grandeza "profundidade" na atmosfera . . . . .	33
5.4	Descrição da simulação . . . . .	33
<b>6</b>	<b>Resultados</b>	<b>36</b>
6.1	Os parâmetros básicos . . . . .	36
6.2	Resultados da simulação . . . . .	37
<b>7</b>	<b>Conclusões</b>	<b>53</b>
<b>A</b>	<b>A divisão da atmosfera em camadas</b>	<b>55</b>
A.1	A matriz ATM . . . . .	55
A.2	A matriz S . . . . .	56
<b>B</b>	<b>A simulação pelo método de Monte Carlo</b>	<b>58</b>
<b>C</b>	<b>A simulação do espectro de energia dos secundários</b>	<b>60</b>
C.1	A função integral de energia ( $T(>E)$ ) . . . . .	60
C.2	A simulação de E . . . . .	61
C.3	Aproximação para E pequeno . . . . .	62
<b>D</b>	<b>A simulação do ângulo zenital</b>	<b>63</b>
D.1	O algoritmo para $0 \leq u \leq 3$ . . . . .	64
D.2	O algoritmo para valores de $u > 3$ . . . . .	64
D.3	O programa . . . . .	66
<b>E</b>	<b>A simulação da distância radial dos secundários</b>	<b>68</b>
E.1	A distribuição utilizada . . . . .	68
E.2	A simulação pelo método de Monte Carlo . . . . .	69
E.3	A fórmula aproximada para a distribuição radial dos secundários . . . . .	69

<b>F</b>	<b>A obtenção dos parâmetros geométricos de emissão do fóton Cerenkov</b>	<b>70</b>
F.1	O sistema $x_2y_2z_2$ . . . . .	70
F.2	A transformação para o sistema $x_1y_1z_1$ . . . . .	70
F.3	A mudança para coordenadas polares . . . . .	72
F.4	A obtenção da intersecção do fóton no plano $xy$ . . . . .	72
F.4.1	O sistema $x^*y^*z^*$ . . . . .	73
F.4.2	O sistema $x^*y^*z^*$ . . . . .	74
F.4.3	O ângulo azimutal de propagação da partícula $\phi_i$ . . . . .	74
F.5	A obtenção das coordenadas $(x,y)$ . . . . .	75
F.6	A simulação de um ponto de emissão do fóton Cerenkov sobre a trajetória da partícula . . . . .	75
<b>G</b>	<b>A otimização dos cálculos de absorção</b>	<b>78</b>
G.1	A atenuação representada por matrizes . . . . .	78
G.2	A organização da matriz TAU . . . . .	78
<b>H</b>	<b>A Atmosfera Terrestre</b>	<b>80</b>
H.1	Parâmetros médios . . . . .	80
H.1.1	Pressão . . . . .	80
H.1.2	Densidade, Número de partículas . . . . .	81
H.1.3	A temperatura e a divisão da atmosfera . . . . .	81
H.1.4	A Atmosfera Padrão . . . . .	83
H.1.5	Índice de refração . . . . .	84
H.1.6	A correlação entre a profundidade atmosférica e a pressão . . . . .	87
H.2	Composição . . . . .	88
H.2.1	Distinção entre Homosfera e Heterosfera . . . . .	88
H.2.2	Distinção entre gases permanentes e variáveis . . . . .	91
H.2.3	Perfil de Ozônio na atmosfera . . . . .	92
H.3	Aerossóis na atmosfera . . . . .	92
H.3.1	Composição . . . . .	94
H.3.2	Distribuição de tamanhos . . . . .	95
H.3.3	Perfil vertical dos aerossóis . . . . .	99
H.4	Atenuação da luz na atmosfera . . . . .	99
H.4.1	Grandezas Radiométricas . . . . .	99
H.4.2	A lei de Bouguer - Lambert . . . . .	101
H.4.3	O conceito de seção eficaz de choque . . . . .	102
H.4.4	A lei de Bouguer-Lambert escrita como função da secção de choque de atenuação . . . . .	102
H.4.5	A atmosfera plana . . . . .	103
<b>I</b>	<b>Processos de extinção de luz na atmosfera</b>	<b>107</b>
I.1	Os fenômenos de absorção . . . . .	107
I.1.1	Considerações a respeito da seção de choque de absorção de gases . . . . .	107

I.1.2	Identificação dos gases atmosféricos absorvedores . . . . .	108
I.1.3	O conceito de Reduced height . . . . .	108
I.1.4	A obtenção do Reduced height para a atmosfera terrestre . . . . .	114
I.1.5	Extensão aos gases na atmosfera . . . . .	115
I.1.6	Estimativa da absorção provocada pelos gases atmosféricos . . . . .	115
I.2	Os processos de espalhamento . . . . .	117
I.2.1	Conceito de espalhamento simples e múltiplo . . . . .	117
I.2.2	Aproximações feitas ao tratamento da luz Cerenkov . . . . .	118
I.2.3	Espalhamento Rayleigh (considerações) . . . . .	119
I.2.4	Seção de choque integral para o espalhamento Rayleigh . . . . .	120
I.2.5	O espalhamento Mie . . . . .	121
I.2.6	O Meteorological Range e sua relação com a quantidade de aerossóis na atmosfera . . . . .	124
<b>J</b>	<b>Atenuação na atmosfera</b>	<b>127</b>
J.1	Cálculos de $\tau$ . . . . .	127
J.1.1	O Cálculo de $\tau$ para o $O_2$ . . . . .	127
J.1.2	O cálculo de $\tau$ para o $O_3$ . . . . .	128
J.1.3	O cálculo de $\tau$ para o espalhamento Rayleigh . . . . .	129
J.1.4	O cálculo de $\tau$ para o espalhamento Mie . . . . .	129
<b>K</b>	<b>Processos de espalhamento de luz</b>	<b>135</b>
K.1	Introdução . . . . .	135
K.2	Distinção entre os tipos de espalhamento . . . . .	135
<b>L</b>	<b>Espalhamento Rayleigh</b>	<b>137</b>
L.1	Tratamento teórico . . . . .	137
L.2	Extensão ao feixe não polarizado . . . . .	139
L.3	Características e conseqüências do espalhamento Rayleigh . . . . .	140
L.4	O Fator de despolarização . . . . .	142
L.5	Limite da validade da formulação do espalhamento Rayleigh . . . . .	142
<b>M</b>	<b>Espalhamento Mie</b>	<b>144</b>
M.1	Fundamentos . . . . .	144
M.2	Cuidados à aplicação da teoria em óptica atmosférica . . . . .	145
M.3	O Size parameter . . . . .	145
M.4	O Fator de eficiência . . . . .	145
M.5	A distribuição angular . . . . .	146
M.6	O paradoxo da extinção . . . . .	148

# Lista de Figuras

2.1	Espectro de energia integral segundo Hillas para chuveiros com idade 0.5, 1.0 e 1.5 . . . . .	7
2.2	Distribuição angular das partículas carregadas para secundários com energia “baixa” . . . . .	10
2.3	Distribuição angular das partículas carregadas para secundários com energia “alta” . . . . .	10
2.4	Distribuição lateral para uma cascata eletromagnética com $s = 0.5$ , 1.0 e 1.5 . . . . .	13
2.5	A função $\text{sech}^2$ . . . . .	14
3.1	A simulação do espectro de luz Cerenkov . . . . .	20
3.2	Trajatória de uma partícula dentro de uma fatia atmosférica no sistema de eixos do chuveiro . . . . .	21
3.3	O vetor direção da partícula no sistema $x_1y_1z_1$ . . . . .	22
3.4	O cone de luz Cerenkov no referencial $x_1y_1z_1$ . . . . .	22
3.5	As coordenadas do fóton no sistema $x_2y_2z_2$ (o ângulo zenital de emissão) . . . . .	23
3.6	As coordenadas do fóton no sistema $x_2y_2z_2$ (o ângulo azimutal de emissão) . . . . .	23
3.7	O fóton no referencial do chuveiro . . . . .	24
4.1	Profundidade óptica total em percursos horizontais de $5 \text{ g/cm}^2$ para várias alturas . . . . .	29
4.2	Livre caminho médio dos fótons ultravioleta em função da altura . . . . .	30
6.1	Distribuição radial e espectro integral para chuveiros de 100 GeV iniciados a 25 km . . . . .	38
6.2	Distribuição radial para chuveiros de 1 TeV iniciados a 25 km . . . . .	39
6.3	Distribuição radial para chuveiros de 1 TeV iniciados a 18,21,30 e 34 km . . . . .	40
6.4	Comparação entre as distribuições laterais obtidas a partir de cascatas de 1 TeV para os casos de presença ou não de atenuação atmosférica . . . . .	41
6.5	Espectro integral para chuveiros de 1 TeV iniciados a 25 km . . . . .	42
6.6	Espectro integral para chuveiros de 1 TeV iniciados a 18,21,30 e 34 km . . . . .	43
6.7	Distribuição radial média para chuveiros de 1 TeV . . . . .	44

6.8	Espectro integral médio para chuueiros de 1 TeV . . . . .	44
6.9	Distribuição radial para chuueiros de 10 TeV iniciados a 18,25 e 34 km . . . . .	45
6.10	Espectro integral para chuueiros de 10 TeV iniciados a 18,25 e 34 km	46
6.11	Distribuição radial média para chuueiros de 10 TeV . . . . .	47
6.12	Espectro integral médio para chuueiros de 10 TeV . . . . .	47
6.13	Comparação entre a distribuição radial de chuueiros iniciados por primários de 1 TeV e 10 TeV . . . . .	48
6.14	Distribuição dos fótons Cerenkov, produzidos por uma cascata eletromagnética de 1 TeV iniciada a 25 km de altura, em um plano "xy" de observação situado a 0 Km acima do nível do mar . . . . .	49
6.15	Distribuição dos fótons Cerenkov, produzidos por uma cascata eletromagnética de 1 TeV iniciada a 25 km de altura, em um plano "xy" de observação situado a 1 Km acima do nível do mar . . . . .	49
6.16	Distribuição dos fótons Cerenkov, produzidos por uma cascata eletromagnética de 1 TeV iniciada a 25 km de altura, em um plano "xy" de observação situado a 2 Km acima do nível do mar . . . . .	50
6.17	Distribuição dos fótons Cerenkov, produzidos por uma cascata eletromagnética de 1 TeV iniciada a 25 km de altura, em um plano "xy" de observação situado a 3 Km acima do nível do mar . . . . .	50
6.18	Distribuição dos fótons Cerenkov, produzidos por uma cascata eletromagnética de 1 TeV iniciada a 25 km de altura, em um plano "xy" de observação situado a 4 Km acima do nível do mar . . . . .	51
6.19	Distribuição dos fótons Cerenkov, produzidos por uma cascata eletromagnética de 10 TeV iniciada a 25 km de altura, em um plano "xy" de observação situado a 0 Km acima do nível do mar . . . . .	51
6.20	Distribuição dos fótons Cerenkov, produzidos por uma cascata eletromagnética de 10 TeV iniciada a 25 km de altura, em um plano "xy" de observação situado a 2 Km acima do nível do mar . . . . .	52
A.1	Divisão da atmosfera em camadas de mesma pressão . . . . .	55
A.2	Deslocamento $g_0$ entre o topo da atmosfera e o início da cascata . . . . .	57
B.1	O método de Monte Carlo . . . . .	59
F.1	Rotação entre os sistemas $x_2y_2z_2$ e $x_1y_1z_1$ . . . . .	71
F.2	Obtenção de $\theta_{fot}$ e $\phi'$ . . . . .	73
F.3	O sistema $x^{**}y^{**}z^{**}$ . . . . .	74
F.4	O sistema $x^*y^*z^*$ . . . . .	75
F.5	A intersecção do fóton Cerenkov no plano (referencial do chuueiro)	76
F.6	Construção de um vetor ponto de emissão sobre a trajetória da partícula . . . . .	77
G.1	A matriz de atenuação atmosférica TAU . . . . .	79
H.1	Estratificação do envelope atmosférico . . . . .	82

H.2	Variação de temperatura na atmosfera . . . . .	83
H.3	Perfil médio de temperatura (USSA 1962) . . . . .	84
H.4	Perfil médio de pressão (USSA 1962) . . . . .	86
H.5	Perfil médio de densidade (USSA 1962) . . . . .	86
H.6	Perfil da massa molecular média dos gases atmosféricos . . . . .	90
H.7	Perfil médio de ozônio obtido por Kirchoff em Natal . . . . .	93
H.8	Variação sazonal da concentração de ozônio tomada em várias latitudes . . . . .	94
H.9	Distribuição de tamanhos exponencial de aerossóis . . . . .	95
H.10	Distribuição de tamanhos potência de aerossóis . . . . .	96
H.11	“Overlap” entre a distribuição de tamanhos exponencial e potência . . . . .	97
H.12	Distribuição de tamanhos usada . . . . .	98
H.13	Representação esquemática do percurso de um fóton de luz do espaço exterior na atmosfera . . . . .	103
H.14	Representação esquemática do percurso de um fóton através de uma atmosfera plana . . . . .	104
H.15	Comparação entre valores de $m_r$ obtidos de uma atm plana e através de cálculos . . . . .	105
I.1	Seção de choque de absorção para o $O_2$ . . . . .	108
I.2	Seção de choque de absorção para o $O_3$ . . . . .	109
I.3	Seção de choque de absorção para o $CO_2$ . . . . .	109
I.4	Seção de choque de absorção para o $CO$ . . . . .	110
I.5	Seção de choque de absorção para o $H_2O$ . . . . .	110
I.6	Seção de choque de absorção para o $N_2O$ . . . . .	111
I.7	Seção de choque de absorção para o $NH_3$ . . . . .	111
I.8	Seção de choque de absorção para o $NO$ . . . . .	112
I.9	Seção de choque de absorção para o $SO_2$ . . . . .	112
I.10	Seção de choque de absorção para o $NO_2$ . . . . .	113
I.11	Seção de choque de absorção para o $H_2S$ . . . . .	113
I.12	Perfil médio de ozônio em latitudes tropicais . . . . .	117
I.13	Perfis verticais do coeficiente de atenuação do ar devido à aerossóis . . . . .	119
I.14	O Meteorological Range . . . . .	124
J.1	Profundidade óptica versus comprimento de onda obtido em um caminho horizontal de $5 \text{ g/cm}^2$ na atmosfera, localizado a 30 km de altura . . . . .	132
J.2	Profundidade óptica versus comprimento de onda obtido em um caminho horizontal de $5 \text{ g/cm}^2$ na atmosfera, localizado a 20 km de altura . . . . .	133
J.3	Profundidade óptica versus comprimento de onda obtido em um caminho horizontal de $5 \text{ g/cm}^2$ na atmosfera, localizado a 10 km de altura . . . . .	133
J.4	Profundidade óptica versus comprimento de onda obtido em um caminho horizontal de $5 \text{ g/cm}^2$ na atmosfera, localizado a 0 km de altura . . . . .	134

L.1	Representação de uma esfera dielétrica colocada em um campo elétrico uniforme . . . . .	137
L.2	Diagrama polar da radiação de dipolo elétrico . . . . .	140
L.3	Diagrama polar do espalhamento de um feixe de luz não polarizado	141
L.4	Dependência do espalhamento Rayleigh com o comprimento de onda	141
L.5	Mudanças dos índices de refração de um meio dielétrico nas frequências de ressonância . . . . .	143
M.1	Fator de eficiência de espalhamento para $n=1.33$ . . . . .	147
M.2	Visão tridimensional da função fator de eficiência $K(\alpha, n)$ . . . . .	147
M.3	Função fator de eficiência para $n=1.33$ e $n=1.55$ . . . . .	148
M.4	Dependência da distribuição angular do feixe espalhado com as dimensões da partícula (1) . . . . .	149
M.5	Dependência da distribuição angular do feixe espalhado com as dimensões da partícula (2) . . . . .	150
M.6	O princípio de Babinet . . . . .	151

# Lista de Tabelas

3.1	Energia de limiar para várias partículas em diferentes meios . . . .	17
H.1	Valores de pressão, temperatura e densidade de uma atmosfera tropical (segundo USSA - 1962) . . . . .	85
H.2	Composição da atmosfera . . . . .	89
H.3	Composição da atmosfera (gases permanentes) . . . . .	91
H.4	Composição da atmosfera (gases variáveis) . . . . .	91
H.5	Perfil vertical da concentração de aerossóis . . . . .	100
H.6	Valores de $m_r$ como função do ângulo zenital . . . . .	104
I.1	Estimativa da absorção ultravioleta provocada por gases atmosféricos	116
I.2	Índices de refração de aerossóis que apresentam estrutura cristalina (visível) . . . . .	122
I.3	Índices de refração de aerossóis (discriminados entre higroscópicos e não higroscópicos) . . . . .	123
I.4	Relação entre o Meteorological Range, as condições meteorológicas e o coeficiente de espalhamento (1) . . . . .	125
I.5	Relação entre o Meteorological Range, as condições meteorológicas e o coeficiente de espalhamento (2) . . . . .	126
J.1	Integral de "profundidade" para ozônio e aerossóis na atmosfera .	128
J.2	Função fator de eficiência para o espalhamento Mie . . . . .	131

# Homenagens

Penso que talvez não seja muito apropriada a elaboração de uma lista de agradecimentos, mesmo porque ela talvez se mostrasse relativamente “curta”.

Assim, como alternativa, optei por fazer uma “homenagem” aos amigos e pessoas que estiveram presentes comigo. A toda essa gente de quem, através da convivência e da amizade, eu recebi tanto ânimo e alegria. Pois afinal, sem esses “pequenos” ingredientes, esse trabalho não teria saído.

Segue assim uma homenagem:

- À minha família; meu pai e minha mãe, mas sobretudo meus irmãos: a Rosan (“Flor”), o Robe (“Binho”) e a Quel (“U-mã”), que são pessoas muito legais;

- Aos meus parentes em geral, em particular aos primos mais “chegados”: a Tina, o Beto, a Clau, a Ma, a Stela e a Maíra;

- Aos meus amigos mais próximos: o Montanha (“velho e bom..tanha”), o Edu (“Eduuuuuuu”), a Carmem, a Emília, o Sérgio (Cubatão), o Zé Chico (“Scarpano”), o Alexandre (“Xandão”), o Alexandre (Camilo), a Leila, a Sílvia (“Siiiiiiiiii”), o Cesinha e a Ana Paula;

- Aos amigos de todos os dias aqui no departamento: o Gustavo (“Tatá”), o Nilton (“Nini”), o Edmilson (“J.T.”), o Anderson, o Hélio, o Ernestão e o Alex (integrantes da banda “Quasímodo traça Jaguadarte”), o Sérgio (Valinhos), o Luiz (“pantanal’s man”) e o Demilson;

- Ao pessoal da física e UNICAMP: a Mary, a Sandra, o Marião, a “dona” Sebastiana, a Antonela, a Ana Matos, a Nilza, a Lori, a Maria Inês, o Vasco, a Lúcia, o Charles (brigadão pelo “favorzão”) e o Marcão e a Ivete (pela paciência que tiveram comigo);

- Aos professores amigos, não só por motivos profissionais, mas também pelas risadas dadas: o Armando, a Reiko, o Zé e o Júlio (o Zé e o Armando foram de fato meus orientadores, e realmente agradeço a eles toda a ajuda);

Ao pessoal da Itália:

- O Walter (que me deu a maior força "all'estero") e a Mara (eu ainda acho "Renato" um bom nome!);

- O Menzione (o "capo" do experimento CLUE) por ter me recebido em Pisa (e também "per il divertimento");

- O Benedetto, o Enrico, a Marina, a Sandra ("Drajssan"), o Alessandro, a Tania e o Fabrizio, "buoni amici dell'INFN";

- O Bigazzi (gente "finíssima") e o Badino (meio "babaca", mas no bom sentido);

- À minha antiga "turminha do frisbee": o Rubens (grão-mestre da antiga ordem dos "Taranta"), o Henrique, o Fessel, o Liba, o Cunha (in memoriam), o Lauro e o Hécio;

- Àquelas que tiveram os meus amores mais sinceros (não falarei quem são, mas já se encontram citadas "peleá" acima);

- E a um monte de gente que não se enquadra em nenhuma das categorias anteriores: o Tony ("Sony"), o "seu" Luiz (pai do Luiz), o Pierre, o João (professor de inglês e grande "mestre"), o "seu" Manuel (meu zelador), o capitão James (Tiberius) Kirk, o Rogerião (da "república"), o Simão ("o sinistro") e o astrônomo Rogério de Freitas Mourão (de uma certa forma "responsável" pela minha vida acadêmica).

# Capítulo 1

## Introdução

O experimento C.L.U.E. (Cerenkov light ultraviolet experiment) visa a observação de fontes  $\gamma$  de alta energia através da técnica de detecção de luz Cerenkov. Com essa técnica, uma cascata iniciada por um  $\gamma$  primário é observada indiretamente através da luz Cerenkov produzida por suas partículas carregadas [1].

Usualmente as observações de cascatas usando luz Cerenkov são feitas no visível. O CLUE se propõe no entanto a realizar a detecção de fótons Cerenkov no ultravioleta, usando para isso uma câmara de fotoionização à base de TMAE, com sensibilidade localizada na faixa de 1800 - 2400 Å. Essa mudança de faixa espectral traz a princípio muitas vantagens.

De fato o ultravioleta solar não atinge a terra. Isso se dá principalmente devido à existência de ozônio na atmosfera, que, numa primeira aproximação, pode ser considerado como localizado em uma camada a cerca de 35 km de altura. Um dos objetivos do CLUE é se aproveitar desse fato para a eliminação do ultravioleta de fundo, de origem cósmica.

Por outro lado, sabe-se que em média para a faixa de energia em questão, uma cascata atinge o seu máximo a uma altura de aproximadamente 8 km acima do nível do mar. A luz ultravioleta da cascata eletromagnética estaria assim sendo continuamente produzida abaixo da camada de ozônio, chegando virtualmente "livre" de quaisquer absorções aos laboratórios terrestres.

A idéia do CLUE é portanto aproveitar a existência da camada de ozônio, que: 1) Blindaria a experiência contra o ultravioleta de fundo; 2) Não influiria no fluxo de luz Cerenkov ultravioleta que viesse a ser emitido posteriormente à camada.

Espera-se ainda um aumento no tempo efetivo de observação, pois, no caso da astronomia  $\gamma$  usando Cerenkov no visível, a observação é limitada à noites de atmosfera clara e sem lua. Espera-se também um aumento natural do fluxo de fótons Cerenkov quando em comparação com o fluxo emitido no visível, uma vez que a probabilidade de emissão dos fótons Cerenkov é proporcional a  $1/\lambda^2$ .

Para estudar as condições em que tais fótons Cerenkov chegariam a laboratórios terrestres após terem sofrido processos de atenuação na atmosfera, foi feita uma simulação, que é o tema desta tese.

## 1.1 Etapas da simulação

A simulação está dividida em 3 partes:

1. Simulação de uma cascata eletromagnética vertical;
2. Produção de luz Cerenkov ultravioleta;
3. Absorção dos fótons ultravioleta pela atmosfera.

Os fótons que não são absorvidos na atmosfera tem computados seu ponto de intersecção em um dado plano de observação, desconsiderando a princípio o seu ângulo de incidência. Uma estatística com esses fótons é assim elaborada.

# Capítulo 2

## A simulação da cascata eletromagnética

A cascata eletromagnética é um fenômeno complexo, tendo sido desenvolvidos diversas soluções e métodos pra a sua solução.

Podemos destacar aqui duas abordagens usadas: 1) A solução analítica de equações diferenciais de difusão associadas à cascata; 2) A simulação pelo método de Monte Carlo. Essa última abordagem, apesar de eficiente, apresenta o inconveniente de requerer um tempo muito grande de CPU.

Uma alternativa porém é o uso de equações paramétricas. Por esse método diversas grandezas associadas às partículas carregadas da cascata são expressas através de curvas médias, elaboradas a partir de simulações numéricas pelo método de Monte Carlo e apresentadas em função de certas variáveis de parametrização. Tal desenvolvimento apresenta como vantagem uma economia significativa de tempo de CPU em relação a simulação pura pelo método de Monte Carlo.

Nós optamos por essa alternativa, e para isso usamos as equações paramétricas propostas por Hillas [2]. Desse modo certas grandezas associadas às partículas da cascata (tais como o desenvolvimento longitudinal, o espectro integral de energia e as distribuições angular e radial das partículas) se encontram parametrizadas em função da idade do chuveiro ( $s$ ) e da energia do primário ( $E_{prim}$ ).

Para o nosso estudo necessitamos de dados referentes a partículas individuais da cascata. Assim, tomaremos as diversas curvas paramétricas médias como “curvas base”, e sobre essas curvas base serão feitas simulações pelo método de Monte Carlo.

Nas próximas seções serão discutidas em mais profundidade as equações em si, assim como as mesmas foram adaptadas para o nosso uso.

### 2.1 O desenvolvimento longitudinal da cascata

Hillas verificou em seu trabalho que, para uma cascata eletromagnética, a dependência do número de partículas carregadas (pósitrons e elétrons) em função do caminho percorrido dentro do meio em que ela se desenvolve é bem descrito por

uma fórmula aproximada desenvolvida por Greisen [3]. Esse valor, parametrizado em função da energia do primário e da idade do chuveiro, é dado pela expressão

$$N_e = \frac{0.31}{\sqrt{\ln(E_{prim}/E_{crit})}} * \exp [t(1 - 1.5 \ln s)] \quad (2.1)$$

onde

$$s = \frac{3}{1 + 2 \left( \frac{\ln(E_{prim}/E_{crit})}{t} \right)} \quad (2.2)$$

é a idade do chuveiro,  $E_{prim}$  é a energia do fóton primário,  $E_{crit}$  é a energia crítica (no ar tomada como 80 MeV) e  $t$  é a profundidade atmosférica, medida em comprimentos de radiação (no ar igual a 36.2 g/cm<sup>2</sup>) e tomada a partir do ponto da primeira interação do fóton primário na atmosfera (todas as energias aqui, bem como nas demais fórmulas apresentadas por Hillas, são dadas em MeV).

Hillas discute em seu artigo que na realidade essa curva não é bem reproduzida na maioria das simulações de cascata, pois em geral nessas simulações não são computados secundários de energia suficientemente baixa. Assim, em seus cálculos, Hillas estabelece um limiar inferior de energia de 0.05 MeV, e com isso a curva é bem reproduzida.

Fixaremos a energia do primário e a profundidade atmosférica. A partir da equação 2.2 obtemos a idade do chuveiro e da equação 2.1 chegamos ao número de partículas carregadas àquela profundidade.

## 2.2 O espectro de energia das partículas carregadas

### 2.2.1 As equações paramétricas originais segundo Hillas

A expressão

$$T(E) = \left( \frac{0.89E_a - 1.2}{E_a + E} \right)^s (1 + 10^{-4} s E)^{-2} \quad (2.3)$$

onde

$$E_a = \begin{cases} 26 & s < 0.4 \\ 44 - 17(s - 1.46)^2 & s \geq 0.4 \end{cases}$$

se refere ao espectro integral das partículas secundárias (mais precisamente, em nosso caso, ao número de partículas com energia maior que "E" sobre o número total de partículas a uma dada idade de chuveiro "s")

Vemos aqui a parametrização se apresenta apenas em função da idade do chuveiro. De fato, Hillas conclui que dentro de suas estatísticas essa fórmula não apresenta dependências com a energia do primário (as cascatas foram simuladas tomando-se primários na faixa de 10<sup>10</sup> a 10<sup>11</sup> eV, sendo algumas simulações feitas com primários de até 10<sup>12</sup> eV).

## 2.2.2 A simulação da energia dos secundários

Através dessa expressão, obtivemos pelo método de simulação previamente descrito as energias dos secundários. Como grandes flutuações naturalmente ocorrem logo nos primeiros estágios da cascata, estabelecemos que nossas cascatas tem efetivamente seu início somente após  $s=0.2$ .

Optamos também por extrapolar a energia dos primários. Foram feitas assim simulações com primários de até  $10^{13}$  eV.

Por último, a energia máxima dos secundários foi também extrapolada. Essa energia é apresentada por Hillas (embora não explicitamente) como sendo 2000 MeV. Em nossas simulações porém, essa energia foi estendida até  $10^4$  MeV, ou  $E_{prim}/50$ , quando da simulação de secundários com energias comparáveis com a do primário (figura 2.1).

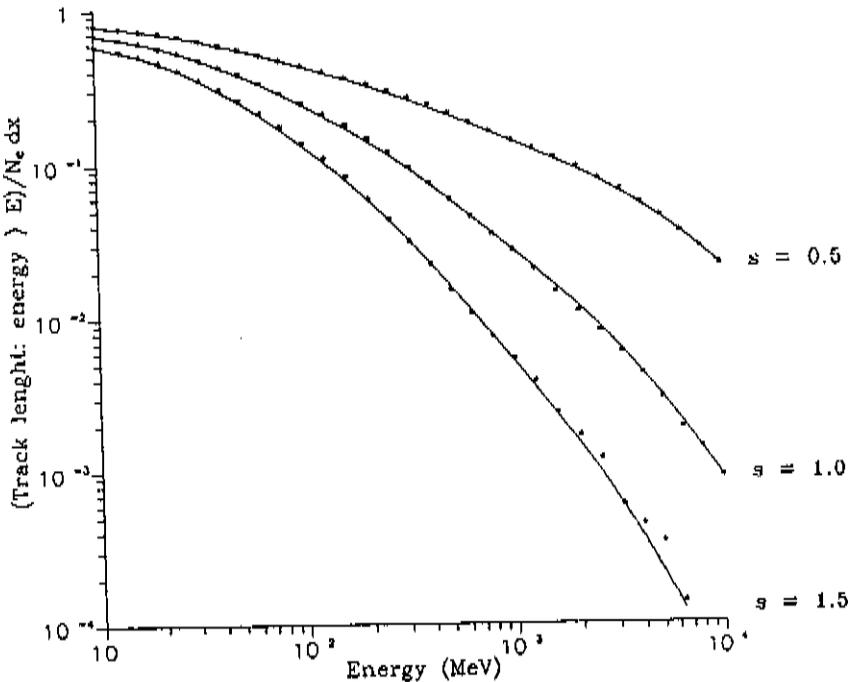


Figura 2.1: Espectro de energia integral segundo Hillas para chuvers com idade 0.5, 1.0 e 1.5. Linha cheia: espectro obtido a partir da equação 2.3; estrelas: as curvas simuladas

## 2.3 A distribuição angular das partículas carregadas

### 2.3.1 A abordagem proposta por Hillas

Hillas em seu artigo aborda o problema através de outros conjuntos de variáveis mais convenientes. Uma vez que o ângulo zenital dos secundários em

relação ao eixo do chuveiro apresenta uma dependência com a sua energia, foi empregada a variável "w", tal que

$$w = 2(1 - \cos\theta)(E/21)^2 \quad (2.4)$$

ou

$$w = \left( \frac{\theta E}{21} \right)^2 \quad (2.5)$$

no caso de ângulos pequenos

O problema foi dividido em duas partes: 1) A procura de um  $\langle w \rangle$  ( $w$  médio), que seria representativo para um determinado conjunto de partículas secundárias de mesma energia tomadas a uma mesma idade do chuveiro e 2) A elaboração de uma distribuição ao redor de  $\langle w \rangle$ .

### 2.3.2 O valor de $\langle w \rangle$

Hillas apresenta duas expressões paramétricas para  $\langle w \rangle$ :

$$\langle w \rangle = \frac{0.563}{\left(1 + \frac{108}{E}\right)} \quad (2.6)$$

independente da idade do chuveiro, ou

$$\langle w \rangle = 0.0054 E \left( \frac{1 + \nu}{1 + 13\nu + 8.3\nu^2} \right) \quad (2.7)$$

onde

$$\nu = E/E_2 \quad \text{e} \quad E_2 = (1150 + 454 \ln s)$$

que inclui essa última dependência. Segundo Hillas, essa última expressão descreve melhor o comportamento das partículas de baixa energia. Em nossa simulação será usada essa última expressão.

### 2.3.3 A distribuição ao redor de $\langle w \rangle$

Hillas constatou que, ainda que isso não fosse esperado, essa distribuição não apresenta fortes dependências com as energias de secundários em questão ou da idade do chuveiro.

Mais uma vez foi realizada uma nova mudança de variáveis, sendo agora usada a variável "u" ( $= w/\langle w \rangle$ ). Segundo Hillas, a grandeza  $dn/du$  é proporcional ao número de partículas por ângulo sólido, e a distribuição ao redor de  $\langle w \rangle$  é dada pela fórmula

$$\frac{dn}{du} = A \exp \left[ \frac{-(z - z_0)}{\lambda_i} \right] \quad (2.8)$$

onde  $z = \sqrt{u}$  e  $i = 1, 2$ . Hillas nos diz que essa distribuição é na realidade mais “aguda” em torno de  $\langle w \rangle$  que a distribuição gaussiana. A expressão se divide ainda em duas conforme valores de  $z_0$ . Assim, no caso de  $z < z_0$ , usa-se  $\lambda_1$ , e no caso de  $z > z_0$  usa-se  $\lambda_2$ .

Uma nova divisão ocorre segundo a faixa de energia de secundários a ser descrita. Segundo o critério de secundários de baixa energia ou secundários de alta energia, um conjunto de constantes diferentes é usado. Desse modo, temos que para secundários de baixa energia (denominados originalmente como tendo “energia da ordem de 50 MeV”), teremos que

$$\begin{cases} A = 0.777; & z_0 = 0.59 \\ \lambda_1 = 0.478; & \lambda_2 = 0.380 \end{cases}$$

No caso de secundários de alta energia (denominados originalmente como tendo “energia entre 350 e 2000 MeV”), teremos

$$\begin{cases} A = 1.318; & z_0 = 0.37 \\ \lambda_1 = 0.413; & \lambda_2 = 0.380 \end{cases}$$

Assim, a expressão da distribuição angular ao redor de  $\langle w \rangle$  efetivamente se divide em quatro.

### 2.3.4 A simulação do ângulo zenital dos secundários

Simulamos essas distribuições. Partículas que apresentassem  $u > 10$  eram excluídas da simulação (figuras 2.2 e 2.3).

Segundo a exposição no artigo original, as energias onde ocorreria a mudança do valor das constantes das expressões de distribuição ao redor de  $\langle w \rangle$  se apresentam de uma forma um tanto vaga, fato que nos causou dificuldades. Desse modo, resolvemos assumir que, em nosso trabalho:

- Para  $E < 100$  MeV usar-se-ão as constantes para partículas de energia baixa;
- Para  $E > 350$  MeV usar-se-ão as constantes para partículas de alta energia;
- No caso de secundários com energia situada na faixa  $100 < E < 350$  MeV, escolher-se-á um dos dois conjuntos de constantes, aleatoriamente.

## 2.4 A distribuição lateral das partículas carregadas

### 2.4.1 As equações apresentadas por Hillas

Hillas aponta para o fato de que apenas o conhecimento da distribuição lateral nos levaria a uma solução parcial do problema. De fato, a emissão de luz Cerenkov é dependente também da energia das partículas secundárias, e para a

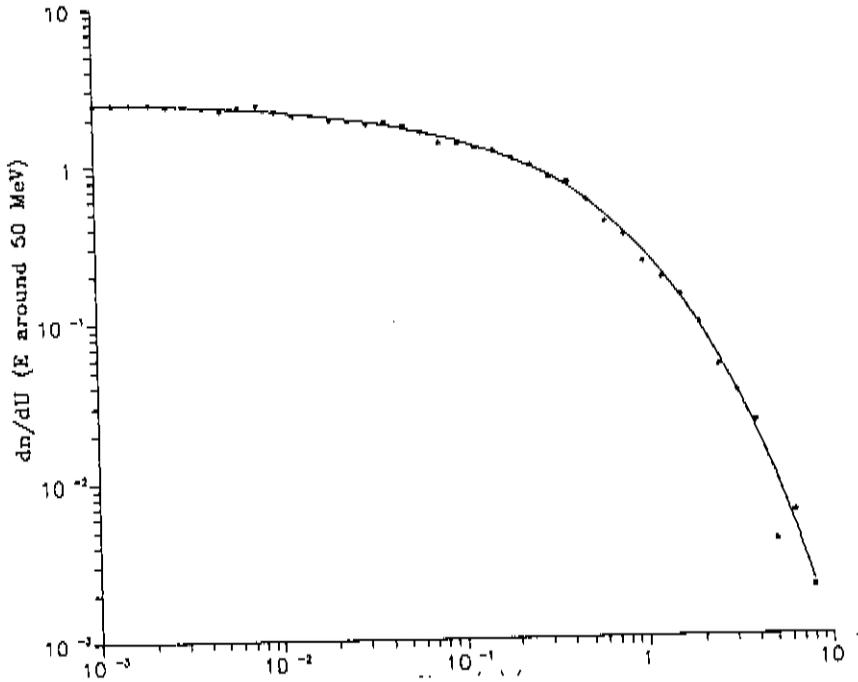


Figura 2.2: Distribuição angular das partículas carregadas para secundários com energia “baixa”. Linha cheia: Distribuição obtida a partir da equação 2.8; estrelas: as curvas simuladas

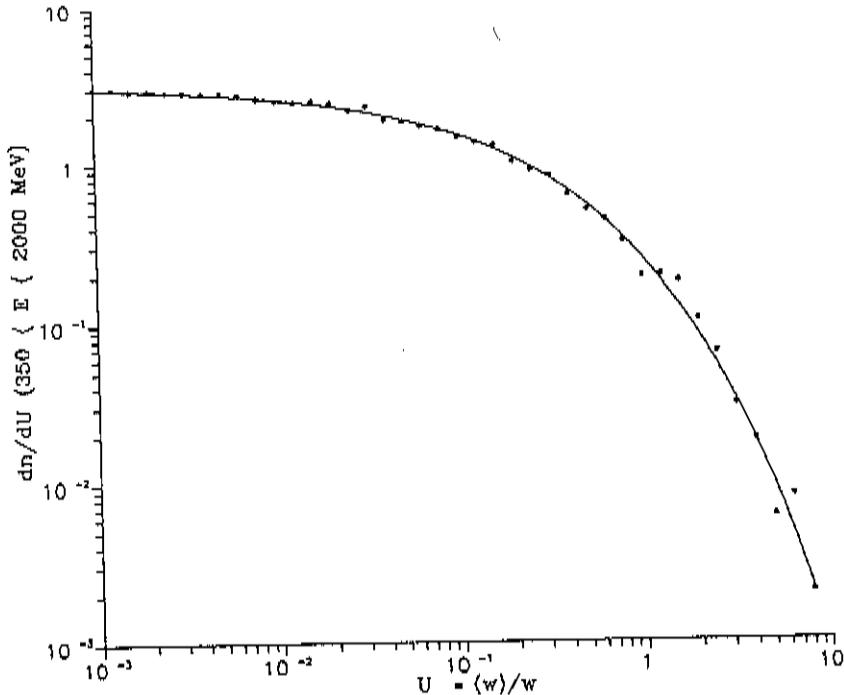


Figura 2.3: Distribuição angular das partículas carregadas para secundários com energia “alta”. Linha cheia: Distribuição obtida a partir da equação 2.8; estrelas: as curvas simuladas

solução completa devem ser usadas equações que descrevam a distribuição lateral das partículas em função da energia dos secundários.

É sugerida assim uma parametrização simplificada, onde a distância da partícula ao eixo do chuveiro seja na verdade dada pela decomposição do vetor posição nos chamados "eixo-x" e "eixo-y", orientados segundo o vetor direção da partícula.

Dado um plano perpendicular ao eixo do chuveiro, os eixos "x" e "y" são definidos como pertencentes a esse plano, estando o "eixo-x" orientado com a projeção do vetor direção da partícula nesse plano e o "eixo-y" perpendicular ao "eixo-x".

O valor de  $\langle y \rangle$  (média sobre o "eixo-y") é igual a zero, por simetria. Já o valor de  $\langle x \rangle$  é dado pela expressão

$$\langle x \rangle = (2.05 + 2.56s^2) (E - 7)^{1/4} w^{1/2} (21/E) \quad (2.9)$$

(equação deduzida tomando-se  $E > 11$  MeV e  $0.3 < s < 1.5$ ).

Podemos observar que o valor de  $\langle x \rangle$  se apresenta dependente da energia do secundário, da idade do chuveiro e do ângulo zenital da partícula em relação ao eixo do chuveiro. De fato, espera-se que  $\langle x \rangle$  diminua à medida que a energia dos secundários aumente, e que  $\langle x \rangle$  cresça com a idade do chuveiro e com o ângulo zenital da partícula devido a tendência de dispersão intrínseca a esses dois fatores.

Além das expressões para  $\langle x \rangle$  e  $\langle y \rangle$ , Hillas apresenta os desvios ao redor da média  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$ , dadas por

$$\sigma_y = (21/E) \ln(1 + \frac{1}{6}E) \exp(0.1 \ln(w) - 0.633 + s/0.56) \quad (2.10)$$

e

$$\sigma_x = (1 + 0.64 \sqrt{w}) \sigma_y \quad (2.11)$$

Existem dois problemas relacionados com a interpretação dessas últimas equações paramétricas. Com efeito, o valor das dispersões é da ordem de magnitude das médias. Tal fato não nos traz preocupações quando trabalhamos sobre o "eixo-y", uma vez que a distribuição está centrada em 0 e, devido a simetria do problema, valores positivos e negativos de y ocorrem com a mesma probabilidade.

Porém para a distribuição sobre o "eixo-x", encontramos complicações. Essa distribuição está centrada sobre um  $\langle x \rangle$  sempre positivo, consoante com a definição inicial de que o "eixo-x" está alinhado com a direção da partícula. Porém  $\sigma_x$  apresenta valores comparáveis a  $\langle x \rangle$ , e assim através da simulação dos valores de  $x_i$  nos deparamos várias vezes com valores negativos, para os quais não temos uma interpretação precisa.

De qualquer maneira, esse problema nos possibilita o uso de duas abordagens: 1) Descartar os valores de  $x_i$  negativos; 2) "Rebater" tais  $x_i$  para o lado positivo do "eixo-x", através da tomada de seus módulos.

Foram feitas algumas comparações de perfis da distribuição lateral obtidos considerando-se as 2 alternativas acima citadas com uma distribuição lateral analítica aproximada encontrada na literatura [4]. Através dessa comparação, escolhemos essa última alternativa (figura 2.4).

Podemos notar uma forte discrepância entre as curvas simuladas e analítica para grandes valores de  $r$ . Entendemos que o fato se deve ao limiar mínimo de energia de 21 MeV por nós fixado, uma vez que abaixo dessa energia tais secundários não irradiam luz Cerenkov na atmosfera. Como espera-se que as partículas de menor energia se localizem relativamente longe do eixo do chuveiro, nessa região nossas simulações apresentariam uma densidade de partículas menor, conforme efetivamente pudemos constatar.

Outro problema surge quando do uso de uma distribuição estatística para descrever a dispersão em torno da média. No artigo original nenhuma distribuição é citada, embora segundo Hillas "a distribuição normal possa ser utilizada" [5].

### 2.4.2 A simulação da distância radial dos secundários

Em nossa simulação a simulação da distância " $r$ " de uma partícula secundária até o eixo do chuveiro obedeceu os seguintes passos:

- Para uma dada partícula tomada a uma idade " $s_i$ " do chuveiro atmosférico, e com energia e ângulo zenital dados por  $E_i$  e  $w_i$  calcula-se  $\langle x_i \rangle$ ,  $\sigma_{x_i}$  e  $\sigma_{y_i}$  (o valor de  $\langle y_i \rangle$  é tomado como zero);

- Simulam-se posições  $x_i$  e  $y_i$  para a partícula através do método de Monte Carlo. Para isso foi usada uma função alternativa semelhante a distribuição normal, porém facilmente simulável [6] (figura 2.5). Essa distribuição é representada por

$$g(x - \bar{x}; \sigma) = \frac{1}{2\sigma a} \operatorname{sech}^2\left(\frac{x - \bar{x}}{\sigma a}\right) \quad (2.12)$$

onde

$$a = \frac{2\sqrt{3}}{\pi}$$

- Após o rebatimento dos valores de  $x_i$  negativos para o lado positivo do "eixo-x" (caso seja necessário), obtemos o valor de  $r_i$ . Esse é tomado como igual a

$$r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$$

De fato esse valor representa na realidade  $r_{rms}$  ( $= \sqrt{\langle r^2 \rangle}$ ).

## 2.5 A influência do campo magnético terrestre

Hillas apresenta equações paramétricas relacionadas ao desvio na direção das partículas carregadas da cascata provocado pelo campo magnético da Terra.

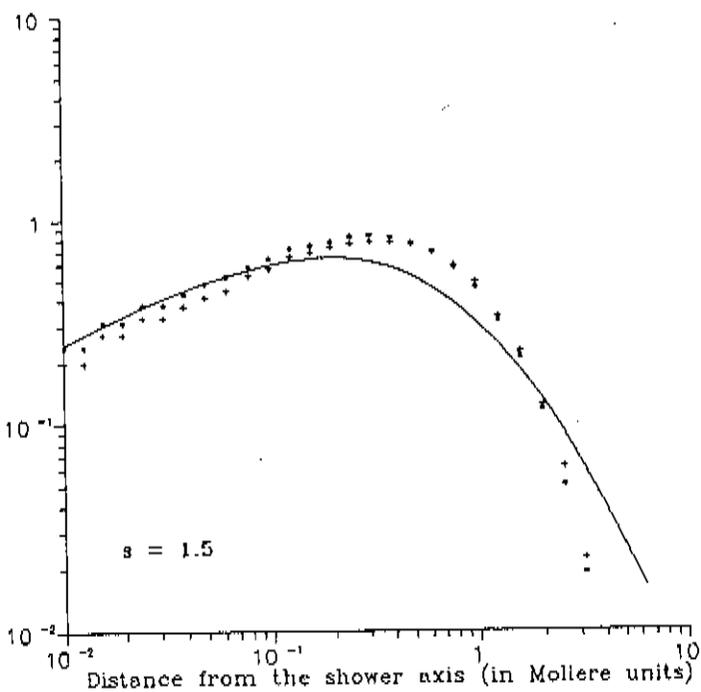
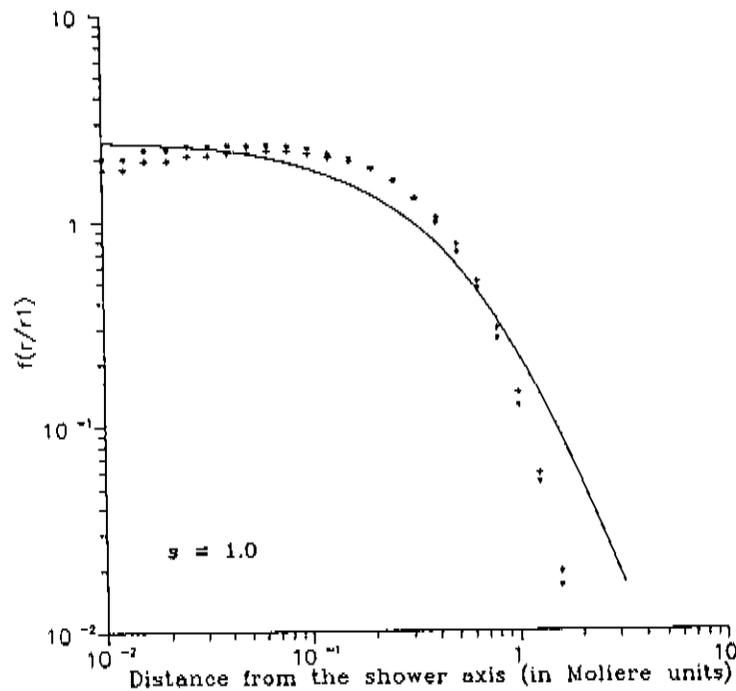
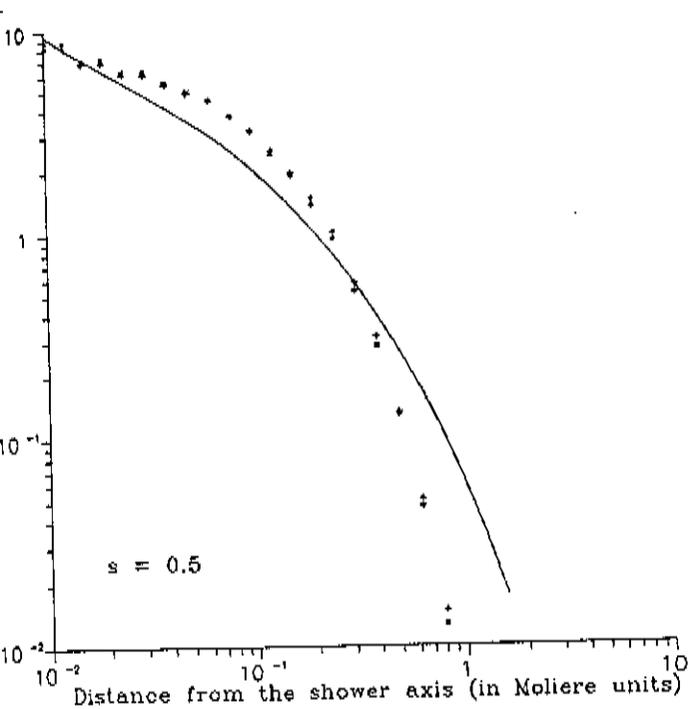


Figura 2.4: Distribuição lateral para uma cascata eletromagnética com  $s = 0.5$ ,  $1.0$  e  $1.5$ . Linha cheia: Distribuição lateral segundo a fórmula aproximada dada por Greisen ( E.1); estrelas: curva simulada a partir das equações de Hillas (para  $x_i$  negativo foi tomado o módulo); cruces: curva simulada a partir das equações de Hillas ( $x_i$  com valores negativos foram descartados)

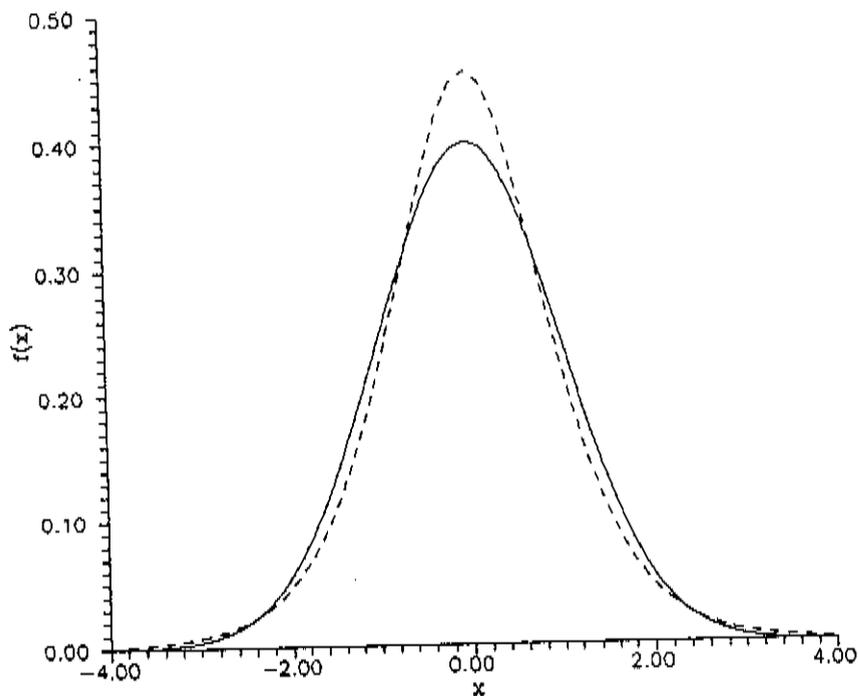


Figura 2.5: Linha cheia: distribuição normal ( $\langle x \rangle = 0$  e  $\sigma = 1$ ); linha tracejada: a função alternativa usada na simulação ( $\langle x \rangle = 0$  e  $\sigma = 1$ )

Espera-se a princípio o surgimento de uma assimetria azimutal em relação ao eixo do chuveiro, principalmente devido ao desvio sofrido pelos secundários de mais baixa energia.

Apesar disso, em artigos posteriores [7,8], Hillas conclui que esse desvio consistiria de fato em um efeito menor, e que poderia ser a princípio completamente desprezado.

# Capítulo 3

## A produção de luz Cerenkov

Entre os diversos processos de perda de energia que uma partícula carregada pode sofrer, há um processo menor ocasionado pela emissão de luz Cerenkov. Esse fenômeno ocorre quando uma partícula cruza um meio dielétrico a uma velocidade maior do que a velocidade da luz no próprio meio.

Não entraremos em detalhes sobre o fenômeno em si, pois tais detalhes se encontram na literatura [9]. Mostraremos apenas como tais fótons serão produzidos e usados em nossa simulação.

### 3.1 Breve descrição do processo de produção de luz

Da teoria clássica desenvolvida por Frank e Tamm temos que a perda de energia sofrida por uma partícula através de radiação Cerenkov (portanto com velocidade  $v$  maior do que a velocidade da luz no meio) é dada por

$$\frac{d^2 E}{dl d\omega} = \frac{e^2}{c^2} \left( 1 - \frac{1}{\beta^2 n^2} \right) \omega \quad (3.1)$$

$(\beta n > 1)$

onde  $\beta$  é dado por  $v/c$  e  $n$  é o índice de refração do meio dielétrico que está sendo atravessado.

Porém podemos escrever essa fórmula de uma maneira diferente. Uma vez que  $\omega = 2\pi/\lambda$  e  $E = N\hbar\omega$ , obtém-se

$$\frac{d^2 N}{dl d\lambda} = -2\pi\alpha \left( 1 - \frac{1}{\beta^2 n^2} \right) \frac{1}{\lambda^2} \quad (3.2)$$

$(\beta n > 1)$

onde  $\alpha$  é a constante de estrutura fina ( $e^2/\hbar c = 1/137$ ).

Pela expressão acima podemos perceber uma das principais características da emissão de luz Cerenkov: O número de fótons produzidos é proporcional a  $\lambda^{-2}$ . Resulta assim serem vantajosas, como em nosso caso, observações de fótons Cerenkov no ultravioleta, uma vez que a diminuição do comprimento de onda implica em uma maior produção de fótons.

A perda de energia por radiação no entanto é finita, o que indica um limite no espectro eletromagnético para a emissão Cerenkov. O que acontece na realidade é uma mudança no comportamento das propriedades do meio dielétrico quando nos dirigimos a comprimentos de onda mais curtos.

De fato, a ocorrência do fenômeno é vinculada à condição  $n(\lambda) > 1/\beta$ , e à medida que nos deslocamos para comprimentos de onda mais curtos o meio começa a apresentar absorções, representada por uma componente imaginária do índice de refração. Na região de raios-X em geral um meio dielétrico apresenta fortes absorções;  $n(\lambda)$  é sempre menor que 1 e a emissão de radiação Cerenkov não ocorre.

Da equação 3.2 podemos facilmente observar que o número de fótons emitidos por uma partícula carregada que atravessa uma extensão "l" dentro de um meio dielétrico isotrópico sem perda de velocidade e entre os comprimentos de onda  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  é dado por

$$N = 2\pi\alpha l \left( \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) \left( 1 - \frac{1}{\beta^2 n^2} \right) \quad (3.3)$$

## 3.2 Propriedades da radiação Cerenkov

Uma das principais características da luz Cerenkov é que as perturbações eletromagnéticas induzidas pela partícula carregada relativística no meio obedecem a uma forte relação de coerência. Caso seja satisfeita a condição  $\beta n > 1$ , temos que a somatória dessas perturbações resultará em uma frente de onda com geometria cônica ao redor da trajetória da partícula.

O surgimento dessa frente de onda é o que chamamos de "radiação Cerenkov". Os fótons Cerenkov são emitidos com ângulos  $\theta_c$  (o ângulo de abertura do cone de luz Cerenkov) em relação à direção de propagação da partícula.

O ângulo de abertura  $\theta_c$  se relaciona com  $\beta$  e  $n$  através da fórmula

$$\cos\theta_c = \frac{1}{\beta n} \quad (3.4)$$

Essa fórmula, ainda que simples, nos revela várias das características da luz Cerenkov:

i) Para partículas ultra-relativísticas (tal que  $\beta \approx 1$ ) a abertura máxima do cone de luz Cerenkov é função apenas do índice de refração do meio, onde  $\theta_{max}$  é dado por

$$\theta_{max} = \arccos(1/n) \quad (3.5)$$

Partícula	Massa de repouso (MeV/c <sup>2</sup> )	$E_{thres_{\mu\alpha}}$ (MeV)	$E_{thres_{ar}}$ (MeV)
Elétron	0.51	0.756	21
Méson $\mu$	105.7	160	$4.4 * 10^3$
Próton	938.3	$1.5 * 10^3$	$39 * 10^3$

Tabela 3.1: Energia de limiar para várias partículas em diferentes meios

ii) Há uma velocidade de limiar, abaixo da qual a partícula não irradia luz Cerenkov. Essa velocidade é obtida de  $\beta_{thres}$ , tal que

$$\beta_{thres} = \frac{1}{n} \quad (3.6)$$

Com efeito, através da fórmula 3.2 vemos que uma partícula que possua  $\beta_{thres}$  não irradia luz Cerenkov. Da fórmula 3.5 vemos também que nessa condição a direção do fóton Cerenkov emitido coincide exatamente com a trajetória da partícula.

Assim, para uma partícula que pode inicialmente ser considerada ultra-relativística temos que esta se encontra produzindo a maior quantidade possível de fótons Cerenkov, estando esses com o maior ângulo de abertura em relação a trajetória da partícula.

A medida que  $\beta$  se aproxima de  $\beta_{thres}$  (por processos de perda de energia) o cone de luz Cerenkov começa a se fechar e o número de fótons Cerenkov produzidos por unidade de caminho percorrido diminua. Finalmente, quando a partícula atinge a velocidade de limiar, o cone se encontra totalmente fechado e a emissão de luz Cerenkov cessa completamente.

### 3.3 A computação da emissão de luz Cerenkov em nossa simulação

#### 3.3.1 A energia de limiar

É preferível, ao invés de conhecer o  $\beta_{thres}$  das partículas carregadas, saber qual é na realidade a sua energia de limiar. Essa última quantidade porém é função da massa de repouso da partícula carregada em questão.

Da relatividade restrita temos que

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (3.7)$$

Uma vez que  $\beta_{thres} = 1/n$ , obtemos que a energia de limiar pode ser escrita como

$$E_{thres} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - n^{-2}}} \quad (3.8)$$

Vemos assim que haverá diferentes energias de limiar conforme a mesma partícula carregada passe em meios diferentes.

Em nossas simulações assumiremos que apenas os pósitrons e elétrons irão irradiar luz Cerenkov. De fato essas duas partículas são as principais componentes de uma cascata eletromagnética. Aliado a esse fato, temos também que as energias de limiar dessas duas partículas é algumas ordens de magnitude menor que a energia de limiar de outras partículas carregadas (tabela 3.1).

Foi feita uma aproximação aproveitando o fato de que o meio dielétrico a ser atravessado pelas partículas é a atmosfera terrestre. O ar possui um índice de refração muito próximo de 1, e usualmente é dado por

$$n = 1 + \delta$$

onde  $\delta \ll 1$  (de fato, para o ar nas CNTP e para comprimentos de onda na região do visível  $\delta = 2.9 * 10^{-4}$ ).

Assim, com uma boa aproximação, a energia de limiar para o ar pode ser escrita como

$$E_{thres} \approx \frac{m_0 c^2}{\sqrt{2\delta}} \quad (3.9)$$

Verificamos que essa fórmula aproximada nos dá uma energia de limiar ligeiramente menor que a obtida pela fórmula 3.8, razão pela qual a incrementamos em nossas simulações de 1 MeV.

### 3.3.2 O fator $(1 - (\beta n)^{-2})$

Esse fator nos aparece diversas vezes durante os cálculos relacionados com a luz Cerenkov, e procuramos uma forma mais cômoda de representá-lo.

Uma vez que  $\beta^2 = 1 - \frac{m_0^2 c^4}{E^2}$  e  $n = 1 + \delta$ , podemos aproximar  $(1 - (\beta n)^{-2})$  por

$$1 - \frac{1}{\beta^2 n^2} \approx 2\delta \left( 1 - \frac{m_0^2 c^4}{2\delta E^2} \right)$$

e usando a fórmula 3.9 finalmente obtemos

$$1 - \frac{1}{\beta^2 n^2} \approx 2\delta \left( 1 - \frac{E_{thres}^2}{E^2} \right) \quad (3.10)$$

### 3.3.3 O número de fótons Cerenkov produzidos

Tendo em mente a simplificação acima obtida, podemos escrever que o número de fótons Cerenkov produzidos no intervalo espectral compreendido entre  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  por uma partícula carregada que percorre um caminho de comprimento "l" em um meio dielétrico e isotrópico pode ser dado por

$$N \approx 4\pi\alpha l \delta \left( \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) \left( 1 - \frac{E_{thres}^2}{E^2} \right) \quad (3.11)$$

Obviamente assume-se que  $\beta$  permanecerá constante durante todo o percurso.

### 3.3.4 A determinação de $\theta_c$

Apesar da fórmula simples ( $\cos\theta_c = \frac{1}{\beta n}$ ), a determinação do valor de  $\beta$  em si nos traz dificuldades. Com efeito, em nosso caso  $\beta$  sempre assume valores muito próximos de 1, o que favorece o surgimento de erros de arredondamento em nossos cálculos.

No entanto, podemos aproveitar o fato de que nossas cascatas se desenvolverão em meio à atmosfera, onde o índice de refração assume sempre valores muito próximos de 1, e obter uma expressão aproximada alternativa.

Uma vez que  $\beta = (1 - \frac{m_0^2 c^4}{E^2})^{1/2}$  e  $n = 1 + \delta$ , podemos reescrever  $\theta_c$  como

$$\begin{aligned}\cos\theta_c &= \frac{1}{\beta n} = \left(1 - \frac{m_0^2 c^4}{E^2}\right)^{-1/2} (1 + \delta)^{-1} \\ &\simeq 1 - \delta + \frac{1}{2} \frac{m_0^2 c^4}{E^2} - \frac{\delta}{2} \frac{m_0^2 c^4}{E^2} + \dots\end{aligned}$$

desprezando agora os termos de ordem superior, obtemos que

$$\cos\theta_c \simeq 1 - \delta + \frac{1}{2} \frac{m_0^2 c^4}{E^2}$$

Uma vez que a emissão de luz se dê na atmosfera, teremos  $\theta_c$  sempre muito pequeno. Assim vale a aproximação

$$\cos\theta_c \simeq 1 - \frac{\theta_c^2}{2}$$

e portanto

$$\theta_c \simeq \sqrt{2} \left( \delta - \frac{1}{2} \frac{m_0^2 c^4}{E^2} \right)^{1/2} \quad (3.12)$$

## 3.4 Os parâmetros geométricos do fóton Cerenkov

Devemos calcular os parâmetros geométricos dos fótons se queremos saber onde este incidirá no nosso plano de observação. Estes porém devem ser obtidos de uma combinação apropriada entre o ângulo de abertura do cone Cerenkov,  $\theta_c$ , do vetor posição do ponto de emissão do fóton e do vetor direção da partícula.

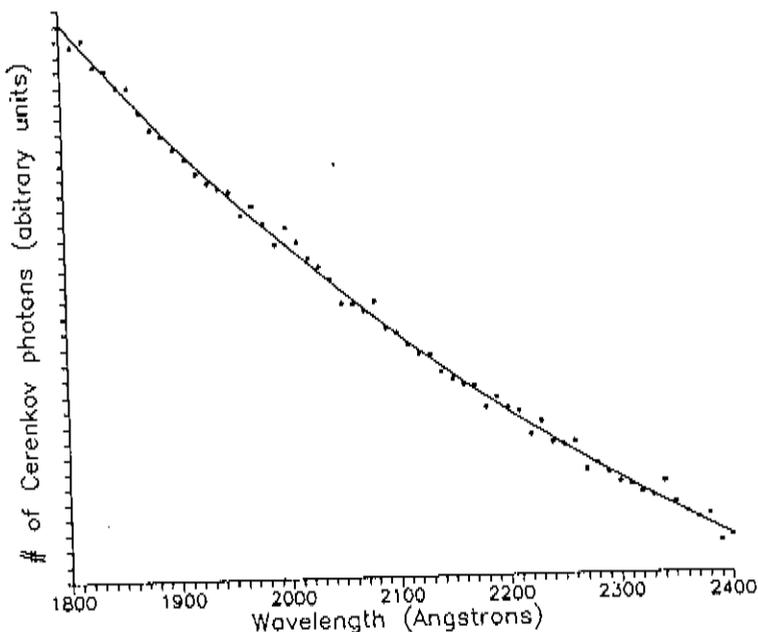


Figura 3.1: A simulação do espectro de luz Cerenkov. Linha cheia: curva  $\lambda^{-2}$ ; cruzes: espectro simulado dos fótons (sem absorção atmosférica)

### 3.4.1 O vetor ponto de emissão do fóton Cerenkov

Consideremos a existência de um sistema de eixos  $xyz$ , tal que este tenha o eixo  $z$  paralelo ao eixo do chuveiro. Consideramos a orientação dos eixos  $x$  e  $y$  como arbitrárias, pois conforme já exposto não devemos nos preocupar a priori com anisotropias causadas pelo campo magnético terrestre. Uma vez que tratamos em nossas simulações de cascatas verticais, temos que o plano  $xy$  será efetivamente o nosso plano de observação.

A emissão do fóton de luz Cerenkov se dá sobre a trajetória da partícula carregada. Sendo assim, devemos procurar pelos parâmetros geométricos da partícula.

Seja o segmento  $P_1P_2$ , que representa a trajetória da partícula do ponto  $P_1$  na atmosfera ao ponto  $P_2$  (figura 3.2). Esse segmento nos é descrito pelo vetor direção  $\vec{NP}$  da partícula, que obtivemos da nossa simulação de cascata, e por um ponto que devemos saber estar colocado sobre  $P_1P_2$ . Em nosso caso esse ponto será dado por  $h_0$  (a altura média desse segmento), por  $r_0$  (a distância radial da partícula ao eixo do chuveiro) e  $\phi_0$  (o ângulo azimutal da partícula, obtido de uma distribuição uniforme).

O ponto de emissão dos fótons Cerenkov pode agora ser determinado. O ápice do cone Cerenkov não se encontra fixo sobre um ponto em particular da trajetória da partícula, e a medida que a partícula percorre o segmento  $P_1P_2$  os fótons Cerenkov são emitidos em diferentes lugares desse segmento. Assim o ponto de emissão dos fótons Cerenkov é obtido através do uso de uma distribuição aleatória sobre o segmento  $P_1P_2$ .

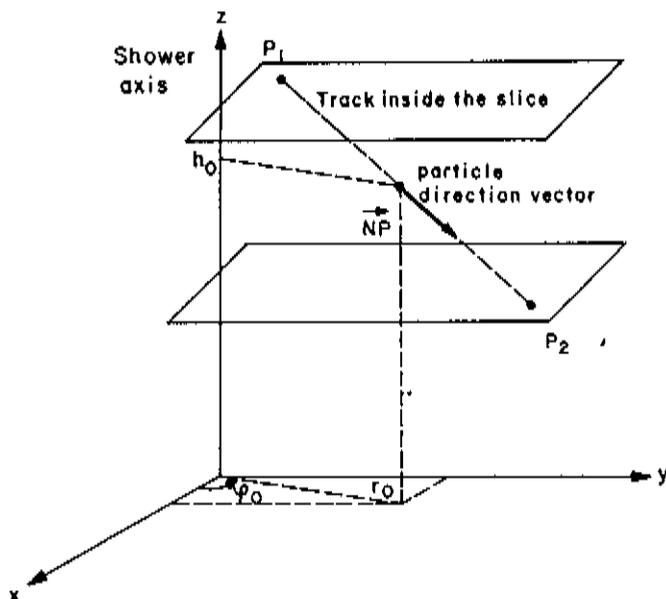


Figura 3.2: Trajetória de uma partícula dentro de uma fatia atmosférica no sistema de eixos do chuveiro

### 3.4.2 O vetor direção da partícula carregada

Como foi dito acima, o vetor direção da partícula,  $\vec{NP}$  é obtido da simulação da cascata, através de grandezas simuladas características de cada partícula. Em nosso caso fazemos uso do ângulo zenital  $\theta_i$ , obtido das fórmulas de Hillas.

A determinação do vetor direção no entanto encontra-se incompleta, e para solucionar esse problema fazemos uso do sistema de eixos  $x_1y_1z_1$ , paralelo ao sistema original, mas colocado sobre a trajetória da partícula. Uma vez que estamos interessados na determinação da posição do fóton no plano de observação,  $x_1y_1z_1$  se encontra precisamente sobre o ponto de emissão de cada fóton Cerenkov, o qual será denominado ponto P.

Através do sistema de eixos  $x_1y_1z_1$  tomamos o valor de  $\phi_i$ , o ângulo azimutal do vetor direção da partícula carregada e que obedece, segundo Hillas, uma distribuição uniforme ao redor de  $z_1$  (figura 3.3).

### 3.4.3 O vetor direção de fóton Cerenkov

Como já vimos, a emissão de luz Cerenkov se dá sobre o chamado "cone de luz Cerenkov", com uma abertura dada por  $\theta_c$  e tendo como eixo o vetor direção da partícula carregada (figura 3.4).

Deve-se efetuar então os cálculos referentes ao cone de luz Cerenkov. Para isso usamos um sistema de eixos denominados por  $x_2y_2z_2$ , ainda com origem sobre o ponto P, mas com  $z_2$  alinhado com  $\vec{NP}$  (figura 3.5). Nesse sistema de eixos, o ângulo de abertura do cone Cerenkov torna-se um "ângulo zenital de emissão Cerenkov". Já o "ângulo azimutal de emissão Cerenkov",  $\phi_c$ , é tomado de uma distribuição uniforme ao redor de  $z_2$ , a partir do eixo  $x_2$  arbitrariamente orientado

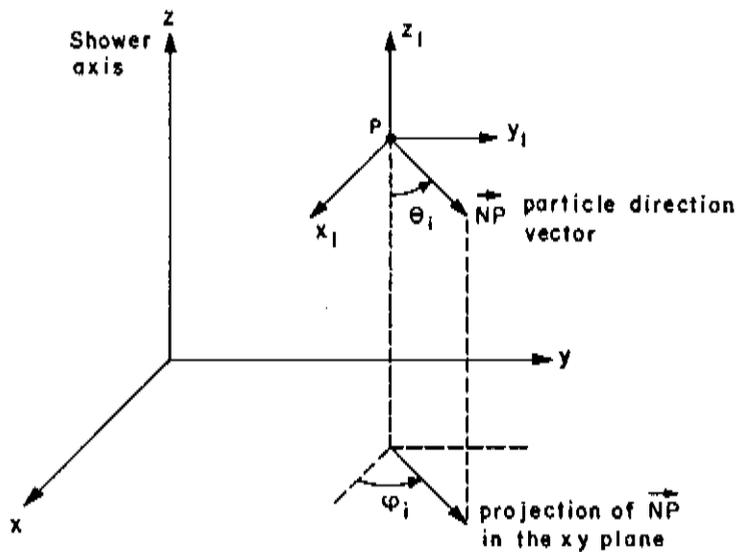


Figura 3.3: O vetor direção da partícula no sistema  $x_1y_1z_1$  (paralelo ao referencial do chuveiro, mas colocado sobre um ponto  $P$  arbitrário de emissão do fóton Cerenkov)

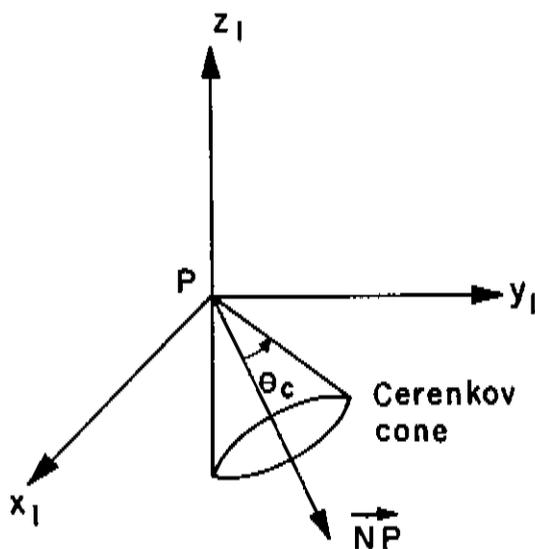


Figura 3.4: O cone de luz Cerenkov no referencial  $x_1y_1z_1$

(figura 3.6).

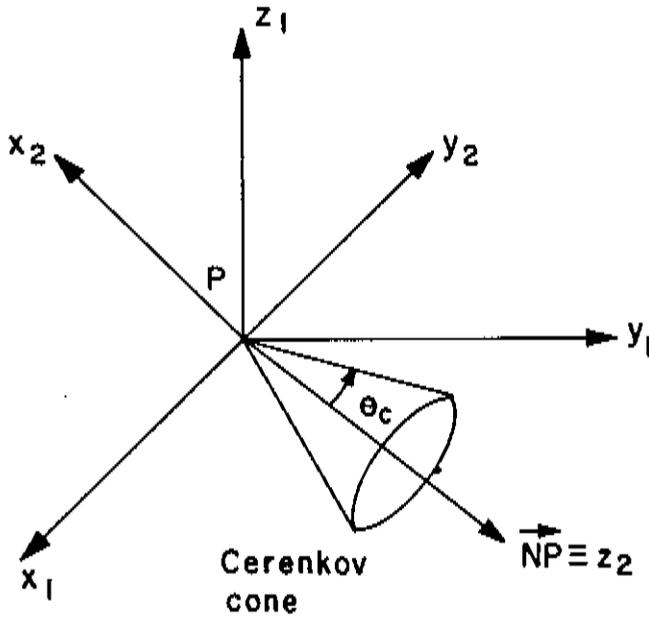


Figura 3.5: As coordenadas do fóton no sistema  $x_2y_2z_2$  (o ângulo zenital de emissão)

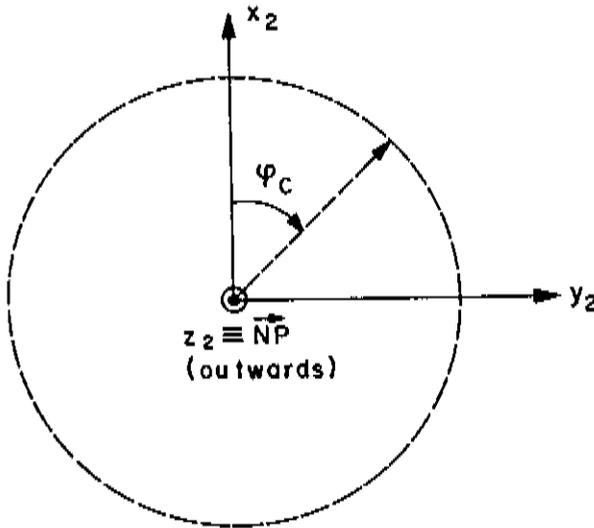


Figura 3.6: As coordenadas do fóton no sistema  $x_2y_2z_2$  (o ângulo azimutal de emissão)

Transladando esses ângulos para o sistema de eixos  $x_1y_1z_1$  finalmente obtemos o vetor direção do fóton Cerenkov, dado pelos ângulos  $\theta_{fot}$  e  $\phi_{fot}$  (figura 3.7).

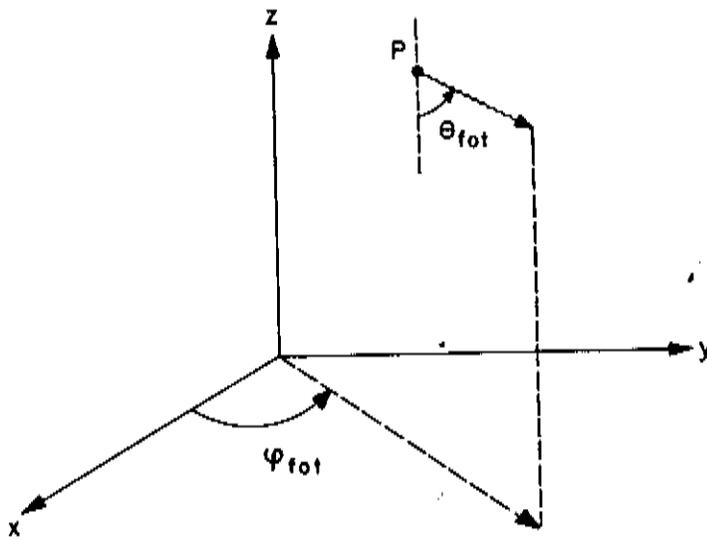


Figura 3.7: O fóton no referencial do chuveiro

#### 3.4.4 O ponto de intersecção do fóton Cerenkov no plano de observação

Transladando mais uma vez os vetores para o sistema xyz, chegamos às coordenadas do ponto P no eixo do chuveiro. De posse desses parâmetros, e juntamente com o vetor direção do fóton Cerenkov, o ponto de intersecção do fóton Cerenkov no plano de observação é obtido imediatamente.

# Capítulo 4

## A atenuação dos fótons ultravioleta na atmosfera

### 4.1 Introdução

Uma das principais características do experimento CLUE é a utilização de fótons Cerenkov na faixa do ultravioleta médio para a pesquisa e procura de fontes  $\gamma$ . A utilização dessa faixa espectral ocasiona de imediato um aumento natural no fluxo de fótons produzidos por emissão Cerenkov, e, uma vez que o ozônio atmosférico se comporta como um filtro aos fótons ultravioleta de origem cósmica, esperaria-se que os fótons Cerenkov produzidos pelos chuviros atmosféricos iniciados por gamas chegassem até a superfície terrestre virtualmente sem nenhuma absorção. De fato, podemos considerar o ozônio atmosférico como localizado em uma camada a 35 km de altura, enquanto que as cascatas atmosféricas de nosso interesse tem o seu desenvolvimento abaixo dessa altura.

A detecção dos fótons ultravioletas é feita através de uma câmara de fotoionização contendo uma atmosfera saturada com TMAE, sensível a fótons compreendidos entre 1800 - 2400 Å. Porém, apesar da maior proximidade com a banda de absorção do ozônio quando comparada com outros dispositivos de fotoionização, a utilização de tal faixa espectral sujeita a experiência a uma apreciável absorção atmosférica, que deve ser avaliada.

### 4.2 A atmosfera terrestre

Tivemos a necessidade de acumular conhecimentos sobre a atmosfera terrestre e de como se comportam os seus parâmetros. Discorreremos rapidamente sobre cada um deles, uma vez que informações mais completas sobre a atmosfera e a computação dos processos de absorção serão apresentados nos apêndices.

### 4.2.1 Parâmetros médios

Parâmetros tais como a pressão, a temperatura e a densidade foram tomados da US Standard Atmosphere 1962 [10], para latitudes tropicais. Apesar de antiga, a tabela ainda se mantém atual com respeito aos parâmetros médios a altitudes menores que 100 km.

### 4.2.2 Composição

Abaixo de 100 km de altura a concentração relativa dos gases na atmosfera se mostra constante.

Isso só é válido porém para os gases denominados “gases permanentes” (ex:  $N_2$ ,  $O_2$ , Ar). Gases que apresentem concentração relativa função da altura e/ou outros parâmetros são denominados “gases variáveis” (ex:  $O_3$ ,  $H_2O$ ,  $NH_3$ ).

Os gases variáveis geralmente são compostos por espécies químicas bastante ativas, e que geralmente apresentam absorções na nossa faixa espectral de interesse. Porém a concentração na atmosfera da maioria desses gases é muito pequena [11] e tal fator deve ser levado em conta na discriminação dos gases que realmente serão importantes absorvedores na nossa faixa espectral de estudo.

### 4.2.3 A concentração dos aerossóis na atmosfera

Formalmente falando, aerossóis são sistemas de partículas em suspensão no ar, que podem se apresentar como partículas sólidas (ex: pó) ou como gotículas líquidas (ex: neblina).

Nosso interesse aqui reside no fato de que os aerossóis são responsáveis por um tipo especial de atenuação de um feixe de luz, o espalhamento Mie.

Para equacionar o espalhamento Mie, devemos conhecer várias propriedades referentes aos aerossóis, a saber: o perfil da concentração na atmosfera, a sua distribuição de tamanhos (size-distribution) e o índice de refração. Essas propriedades são sujeitas a enormes variações, uma vez que elas são tão variáveis quanto o clima.

## 4.3 Os processos de extinção de luz na atmosfera (1800 - 2400 Å)

Após uma seleção preliminar, onde a atenuação devida aos vários gases atmosféricos foi avaliada segundo dados de suas seções de choque para a absorção e suas respectivas concentrações, concluímos que a extinção de luz na atmosfera em nossa faixa espectral de estudos é principalmente devida aos seguintes processos:

- Absorção devido ao  $O_2$ : Apesar da baixa seção de choque de absorção, o oxigênio corresponde a 21% das moléculas na atmosfera. A absorção assim se torna significativa.

- Absorção devido ao  $O_3$ : O ozônio na atmosfera é responsável pela absorção de 5 a 7% da radiação solar emitida na faixa do ultravioleta médio. Apesar disso, sua concentração na atmosfera é muito baixa (aproximadamente 1 ppm na camada de ozônio).
- O Espalhamento Rayleigh: Esse tipo de espalhamento é normalmente associado ao espalhamento devido a moléculas em geral. Isso porque sua ocorrência é limitada a alvos espalhadores com dimensões muito menores que o comprimento de onda do feixe incidente.
- O Espalhamento Mie: É o espalhamento associado a aerossóis, ou mais especificamente, a alvos cujas dimensões sejam comparáveis ao comprimento de onda do feixe incidente. Matematicamente é muito complexo e função de parâmetros atmosféricos altamente variáveis. Diversas aproximações serão feitas para o tratamento desse espalhamento.

Quanto aos outros gases atmosféricos, geralmente se apresentam em concentrações desprezíveis (exceção feita a atmosferas poluídas) ou absorvem em bandas muito restritas da nossa faixa espectral de estudos. Por último, vale a pena salientar que tanto o  $N_2$  como o Ar não apresentam absorções nessa faixa.

## 4.4 Aproximações

Diversas aproximações foram feitas referentes à computação dos espalhamentos. Assim:

- A luz Cerenkov não é considerada polarizada para efeitos de espalhamento;
- O espalhamento é simples, isto é, o fenômeno em si só deve ocorrer uma vez durante o percurso do fóton. Evitamos qualquer inclusão de meios onde a densidade de alvos favorece o espalhamento múltiplo, tal como acontece em nuvens;
- O fóton espalhado é considerado um fóton “perdido”;

Referentes ainda ao espalhamento Mie, assumimos que:

- As condições atmosféricas são “claras” (meteorological range = 23 km), pois a princípio não interessariam observações em noites de condição atmosférica “com névoa”;
- Não há umidade no ar, e assim os aerossóis são tomados como partículas sólidas completamente desprovidas de qualquer envelope líquido;
- Os aerossóis apresentam somente índices de refração real, isto é, não apresentam absorções;
- Os aerossóis são tomados como esferas homogêneas.

## 4.5 Cálculos da atenuação

Seja  $E_{0_\lambda}$  a irradiância (fluxo de energia/unidade de área) de entrada e  $E_\lambda$  a irradiância de saída de um feixe colimado e monocromático que atravessa um certo meio atenuador de comprimento "x".

A relação entre essas duas irradiâncias é dada pela lei de Bouguer-Lambert, escritas como

$$E_\lambda = E_{0_\lambda} * \exp(-\beta_\lambda x) \quad (4.1)$$

ou

$$E_\lambda = E_{0_\lambda} * \exp(-\tau(x)) \quad (4.2)$$

onde  $\beta_\lambda$  é o "volume attenuation coefficient" e  $\tau$  é a profundidade óptica.

Porém  $\beta_\lambda$  pode ser igualado a

$$\sigma(\lambda) * n$$

onde  $\sigma(\lambda)$  é a seção de choque de atenuação do meio (em unidades de área) e  $n$  é o número de alvos atenuadores/volume.

Assim, para o caso de meio atenuador não homogêneo (tal como a atmosfera nos apresenta num caminho vertical), a atenuação será dada pela expressão

$$E_\lambda = E_{0_\lambda} * \exp\left(\int_0^x -\beta_\lambda(x') dx'\right) \quad (4.3)$$

e conhecendo-se o valor da seção de choque e o valor da integral podemos equacionar a atenuação.

### 4.5.1 Seções de choque

No caso do  $O_2$  e do  $O_3$  estas se encontram tabeladas [12]; para o espalhamento Rayleigh usa-se a expressão derivada da teoria eletromagnética [13].

Para o espalhamento Mie, porém, a seção de choque para atenuação é função de um size-distribution em particular e do índice de refração. Assumiremos o size-distribution apresentado no Handbook of Optics [14], bem como o índice de refração  $n \approx 1.5$  [15].

### 4.5.2 A integral "profundidade"

Para efeitos da simulação da cascata eletromagnética, a atmosfera foi verticalmente dividida em camadas de  $5 \text{ g/cm}^2$  ( $\approx 5$  milibares).

Dentro de cada camada, os parâmetros médios (pressão e temperatura) são assumidos constantes. Assim, usando a lei dos gases perfeitos obtemos o número de moléculas/volume e portanto o valor da integral de profundidade para o  $O_2$  e para o espalhamento Rayleigh.

Porém o ozônio e os aerossóis não se apresentam uniformemente distribuídos na atmosfera. Nesse caso a integral deve ser feita algebricamente, a partir de perfis de concentração [16,17].

## 4.6 Análise da atenuação dos fótons ultravioleta na atmosfera

Nas figuras J.1 a J.4 temos o valor da profundidade óptica para fótons ultravioleta que percorram  $5 \text{ g/cm}^2$  à 30, 20, 10 e 0 km de altura respectivamente. Em tais curvas, os efeitos da absorção pelo oxigênio, pelo ozônio, bem como pelos espalhamentos Rayleigh e Mie são mostrados separadamente.

Vemos que a altura de 30 km o ozônio é o principal responsável pela profundidade óptica total na nossa faixa espectral de estudos. Porém, como ao nível do mar a concentração de ozônio é substancialmente menor, o principal absorvedor se torna o oxigênio.

A absorção devido ao oxigênio realmente não pode ser desprezada. Com efeito, abaixo de  $2200 \text{ \AA}$  os valores da seção de choque de absorção para o oxigênio apresentam um forte aumento, face ao decréscimo da seção de choque de absorção pelo ozônio.

O efeito da absorção devido ao oxigênio é a contínua atenuação dos fótons de luz ultravioleta mesmo abaixo da camada de ozônio, o que causa uma indesejável opacidade atmosférica ao fótons ultravioleta, e vai contra as expectativas do CLUE (figura 4.1).

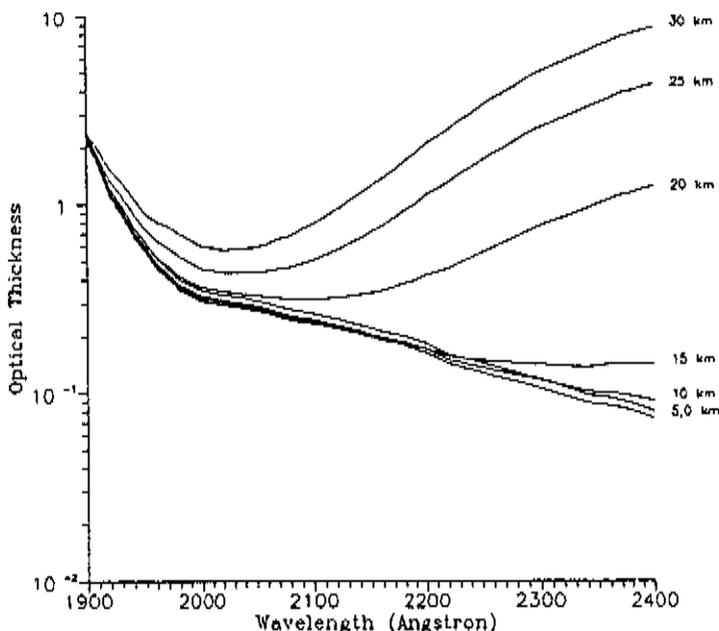


Figura 4.1: Profundidade óptica total em percursos horizontais de  $5 \text{ g/cm}^2$  para várias alturas

Na figura 4.2 temos ilustrado o comportamento do livre caminho médio dos fótons ultravioleta em função da altura. Deste gráfico podemos tirar as seguintes conclusões:

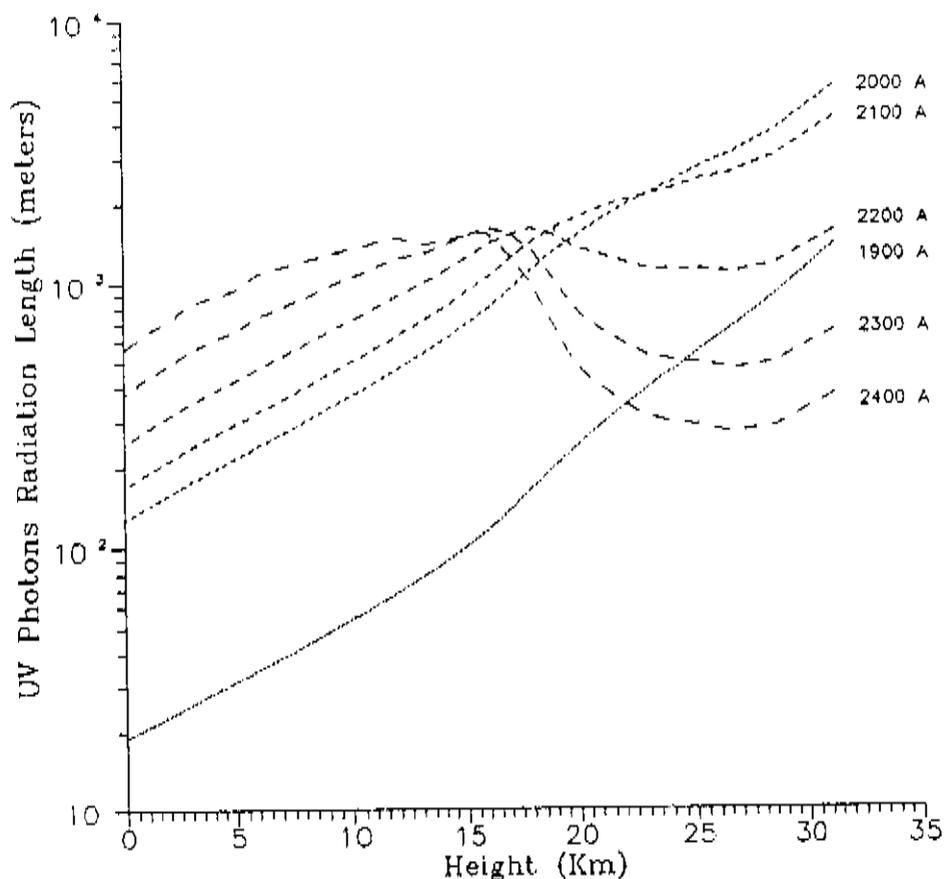


Figura 4.2: Livre caminho médio dos fótons ultravioleta em função da altura

- Para comprimentos de onda menores que 2200 Å (e.g. 1900 Å) a absorção na atmosfera se dá principalmente devido ao oxigênio. Assim o livre caminho médio diminui à medida que nos aproximamos do nível do mar, função do aumento da densidade do ar e do conseqüente aumento de densidade de moléculas de oxigênio.
- Para comprimentos de onda maiores que 2200 Å (e.g. 2400 Å) percebe-se claramente a influência do ozônio na atenuação do feixe. O livre caminho médio é mínimo perto da camada de ozônio; porém a medida que nos distanciamos da camada a concentração de ozônio diminui e o livre caminho médio começa a crescer.
- O oxigênio também apresenta absorções para comprimentos de onda maiores que 2200 Å, ainda que muito pequenas. Com efeito, na altitude de 15 km a absorção devido ao ozônio praticamente é mascarada pela absorção devida

ao grande número de moléculas de oxigênio. Assim, abaixo dessa altitude o livre caminho médio para fótons com comprimento de onda maiores que 2200 Å também diminui a medida que nos aproximamos do nível do mar.

# Capítulo 5

## A divisão da atmosfera em camadas (a adaptação do caso real)

### 5.1 O conceito de “fatias” atmosféricas

As equações paramétricas elaboradas por Hillas nos dão apenas curvas representando o comportamento médio das partículas da cascata em um determinado nível. No entanto, a geração de luz Cerenkov requer que as partículas carregadas da cascata percorram um certo trajeto de comprimento “ $l$ ” pelo meio dielétrico (em nosso caso a atmosfera).

A rigor necessitaríamos de uma descrição completa dos fenômenos sofridos pela partícula durante esse percurso, pois em uma cascata atmosférica as partículas carregadas são continuamente criadas e destruídas. Contornamos parcialmente esses problemas porém através da utilização das chamadas “fatias atmosféricas”, através das quais a atmosfera é representada por uma superposição de várias camadas homogêneas “finas” e uniformemente espaçadas. Assumimos assim que as partículas carregadas simuladas em uma dada “fatia” atmosférica não sofrerão quaisquer mudanças em seus parâmetros, conservando assim o valor de  $\beta$  constante durante seu percurso em meio a camada.

Do mesmo modo que não podemos descrever os processos físicos a serem sofridos pelas partículas dentro de uma fatia atmosférica, não temos nenhuma indicação do que aconteceria a tais partículas assim que cruzassem a fronteira entre as fatias atmosféricas. Devemos nos lembrar no entanto que as equações paramétricas foram elaboradas a partir de distribuições médias obtidas pelo método de Monte Carlo.

Em nossa simulação estabelecemos que um dado conjunto de partículas simulado para uma dada fatia atmosférica “ $i$ ” só é válido enquanto dentro dessa fatia. Assim, uma vez terminada a produção de fótons Cerenkov por todas as partículas carregadas ali presentes, avançamos para a fatia atmosférica seguinte, onde um novo conjunto de partículas carregadas será simulado. No que diz respeito ao conjunto de partículas anteriormente simulado, este é totalmente esquecido.

## 5.2 A utilização das fatias atmosféricas no equacionamento dos fenômenos de emissão Cerenkov e atenuação de luz

A atmosfera terrestre não pode ser considerada como um meio isotrópico. Tanto a pressão como o índice de refração variam conforme percorremos um caminho vertical.

Além disso, muitas vezes o valor de  $\beta$  de uma dada partícula carregada não poderia ser considerado constante ao longo desse percurso, o que acarretaria uma mudança dos parâmetros de emissão dos fótons Cerenkov produzidos por uma mesma partícula.

A divisão da atmosfera em camadas é estritamente necessária sob o ponto de vista da geração da cascata eletromagnética através de equações paramétricas. Porém, essa divisão se revela também muito útil sob o ponto de vista de produção de luz Cerenkov e o equacionamento dos fenômenos de atenuação na atmosfera.

Assim, dentro das fatias atmosféricas (elaboradas a princípio em função do equacionamento da cascata eletromagnética) assumiremos também que diversas grandezas associadas à atmosfera (pressão, temperatura, índice de refração, etc.) serão consideradas constantes.

## 5.3 A grandeza “profundidade” na atmosfera

Uma grandeza muito conveniente para estabelecer o espaçamento das camadas é a “profundidade”, dada em  $\text{g}/\text{cm}^2$ . Em nossos cálculos escolhemos o valor de  $5 \text{ g}/\text{cm}^2$  para o comprimento dessas camadas.

De fato tal grandeza nos é conveniente pois a profundidade é usualmente empregada na descrição do fenômeno de cascata, possibilitando assim uma utilização mais direta das equações paramétricas.

Conforme assinalado nos apêndices, no caso da atmosfera terrestre o valor de  $5 \text{ g}/\text{cm}^2$  corresponde a um comprimento vertical de aproximadamente 5 milibares. Isso ocasiona uma dependência do comprimento linear da camada com a altura na atmosfera, conforme podemos observar na tabela J.1.

## 5.4 Descrição da simulação

1. É feito o “input” de dados referentes a energia do gama primário  $E_{prim}$  e da altura de interação inicial no topo da atmosfera,  $h_0$  (onde consideramos  $s=0$ );
2. Impõe-se, como condições iniciais, que a atmosfera será dividida em fatias horizontais de  $5 \text{ g}/\text{cm}^2$  a partir da altura onde a idade do chuveiro tem o valor  $s=0.2$  até o nível do mar;

3. As propriedades das partículas são assumidas constantes dentro de um intervalo compreendido entre  $h_i + dh$  e  $h_i - dh$ . Esse intervalo, sempre com uma espessura de  $5 \text{ g/cm}^2$  ( $\approx 5$  milibares) é denominado fatia atmosférica;
4. Faz-se a correlação entre as grandezas idade do chuva relacionada com as camadas "i" ( $s_i$ ), a profundidade atmosférica local ( $t_i$ ) e a altura na atmosfera dessas camadas ( $h_i$ );
5. Inicia-se o chuva. Dentro de cada camada "i", assume-se que a idade do chuva ( $s_i$ ) permanecerá constante;
6. Para uma dada fatia atmosférica "i":
  - (a) Um certo número de partículas  $N_i$  é tomado conforme as equações referentes ao desenvolvimento longitudinal da cascata na atmosfera;
  - (b) Uma energia de limiar para emissão de luz Cerenkov  $E_{thres}$  (função do índice de refração "local" da atmosfera) é calculada;
  - (c) Para cada partícula "j" presente no nível "i":
    - i. É simulada uma energia  $E_j$ ;
      - A. Assume-se que a energia de secundário máxima a ser simulada é  $10^4 \text{ MeV}$  (ou  $E_{prim}/50$ , conforme o caso);
      - B. Caso  $E_j$  seja menor que  $E_{thres}$  simula-se outra partícula;
    - ii. É simulado um ângulo zenital  $\theta_j$ :
      - A. De posse de  $E_j$  é simulado  $u_j$ ;
      - B. É calculado  $\langle w \rangle$  e  $w_j$ ;
      - C. É calculado  $\theta_j$ ;
    - iii. É simulada uma distância radial da partícula ao eixo do chuva:
      - A. Usando  $E_j$ ,  $w_j$  e  $s_i$  é calculado  $\langle x_j \rangle$ ,  $\sigma_{x_j}$  e  $\sigma_{y_j}$  ( $\langle y_j \rangle$  é tomado como igual a zero);
      - B. A partir de uma distribuição semelhante à distribuição gaussiana simula-se  $x_j$ ,  $y_j$  e  $r_j$ ;
      - C.  $r_j$ , originalmente em  $\text{g/cm}^2$ , é convertido em metros (a partir da densidade do ar do nível  $s_i$  em particular);
    - iv. É simulado um ângulo azimutal para a partícula em relação ao eixo do chuva a partir de uma distribuição uniforme simétrica;
    - v. São compostos os vetores posição e direção para a partícula;
7. A existência do conjunto de partículas é restrita ao intervalo definido pela fatia atmosférica em que o conjunto foi simulado. Dentro dessa fatia atmosférica se dará a produção de fótons Cerenkov associados às partículas carregadas do conjunto;
8. Para cada secundário "j" é calculada a emissão de  $N_j$  fótons Cerenkov compreendidos na faixa  $1900 - 2400 \text{ \AA}$ ;

9. Para cada fóton "k" associado a partícula "j":
  - (a) É simulado um comprimento de onda  $\lambda_k$ ;
  - (b) É simulado um vetor posição uniformemente distribuído sobre a trajetória da partícula "j";
  - (c) É elaborado um vetor direção para o fóton a partir dos vetores de propagação da partícula "j" e do ângulo de abertura do cone Cerenkov  $\theta_j(E_j, n_i)$  ( $n_i$  - índice de refração do ar na camada "i");
  - (d) Aplica-se a absorção atmosférica até os níveis de observação;
    - i. É computada a profundidade óptica do fóton (função das propriedades ópticas das fatias "i" a serem percorridas, de  $\lambda_k$  e do ângulo de incidência do fóton em relação à vertical) aos níveis de observação (situados a 4,3,2,1 e 0 km acima do nível do mar);
    - ii. Simula-se a aplicação da lei de Bouguer-Lambert ao fóton "k";
10. Com os fótons "sobreviventes" são elaboradas estatísticas nos níveis de observação;
11. Terminada as computações um novo conjunto de partículas carregadas é simulado para a fatia atmosférica seguinte. Esse novo conjunto é totalmente independente do conjunto de partículas da camada precedente, sendo esse, por sua vez, descartado;
12. Repete-se a simulação até que a cascata atinja o último nível de observação e/ou que tenham sido computadas as absorções de todos os fótons produzidos pela cascata;

# Capítulo 6

## Resultados

Foi exposto como os fótons Cerenkov foram emitidos e atenuados pela nossas cascatas eletromagnéticas verticais. Nessa seção apresentaremos algumas das características dos fótons Cerenkov coletados em nossos “planos de detecção”: a distribuição radial e o espectro integral.

Pela distribuição radial podemos apreciar o número de fótons Cerenkov por unidade de área que chegaram aos níveis de detecção. Já no espectro integral temos o espectro de todos os fótons Cerenkov que atingiram o nosso “plano de detecção” (na realidade um círculo de 1122 metros de raio centrado no eixo do chuveiro).

É importante informar que em qualquer lugar deste trabalho foram completamente desprezadas informações referentes ao ângulo de chegada dos fótons, isto é, o fóton será observado independentemente da sua direção de incidência no detector.

### 6.1 Os parâmetros básicos

As curvas são dependentes de 3 parâmetros básicos: A energia do gama primário ( $E_{prim}$ ), a altura de interação do gama primário na atmosfera ( $h_0$ ) e a altura do nível de observação ( $h$ ).

As estatísticas foram elaboradas a partir de três energias de primário básicas: 100 GeV, 1 TeV e 10 TeV. Nós consideramos a energia de 100 GeV como nosso “limiar inferior” pois, como veremos a seguir, a densidade de fótons Cerenkov é praticamente desprezível em qualquer nível de observação. Por outro lado, os primários de 10 TeV nos fazem um “limiar superior” principalmente devido a limitações existentes no método de simulação usado em si. De fato, primários com energias mais altas nos conduziram a grandes extrapolações das equações usadas.

As alturas de interação dos gama primários foram escolhidas usando-se um comprimento de radiação de  $36.2 \text{ g/cm}^2$ . Esse comprimento de radiação na faixa de altas energias seria independente da energia do  $\gamma$  primário incidente, e, usando um modelo de atmosfera tropical, as alturas de 34, 30, 25, 21 e 18 km na atmosfera correspondem a casos onde 17%, 28%, 51%, 73% e 89% dos gamas

primários já teriam interagido na atmosfera e iniciado o fenômeno de cascata, respectivamente.

## 6.2 Resultados da simulação

Caso 1:  $E_{prim} = 100 \text{ GeV}$

Na figura 6.1 podemos observar a distribuição radial dos fótons Cerenkov e o respectivo espectro integral para cascatas iniciadas a 25 km por primários de 100 GeV, nos níveis de observação situados a 2 e 4 km acima do nível do mar. Foi escolhida a altura de interação primária de 25 km pois esta é bastante representativa da curva final obtida após efetuada a média ponderada das simulações iniciadas em outros  $h_0$ .

Apesar das grandes flutuações presentes na curva média tomada a 2 km de altura (ao nível do mar praticamente não chega nenhum fóton Cerenkov) podemos notar que de qualquer forma a densidade de fótons ocasionada por essas cascatas é muito baixa. Mesmo a 4 quilômetros de altura a densidade máxima de fótons Cerenkov é da ordem de 1 fóton por metro quadrado. Uma vez que 1 metro quadrado é aproximadamente a área sensível da experiência, tais cascatas não conseguiriam ser detectadas pelo CLUE. Por essa razão não foram feitas simulações complementares para outras alturas iniciais de cascata  $h_0$ .

Caso 2:  $E_{prim} = 1 \text{ TeV}$

As figuras 6.2 e 6.3 mostram a distribuição radial dos fótons Cerenkov emitidos por chuviros de 1 TeV em vários  $h_0$ .

Talvez o principal ponto a ser observado aqui é o contínuo crescimento da densidade de fótons conforme nos deslocamos para níveis de observação mais altos. De fato, conforme nos deslocamos para o alto chegamos mais próximos do máximo da cascata, e assim detectamos mais fótons. Pela mesma razão os chuviros que começam mais abaixo na atmosfera têm uma densidade de fótons maior que os iniciados mais perto do “topo”.

Podemos notar claramente também o efeito da atenuação da atmosfera nos fótons da faixa espectral de estudos. Na figura 6.4 temos como seriam as distribuições radiais caso a atmosfera não apresentasse qualquer atenuação nos fótons Cerenkov. Ao contrário das expectativas iniciais, a atmosfera abaixo da camada de ozônio não pode ser considerada mais como “transparente ao ultravioleta”.

Nas figuras 6.5 e 6.6 podemos ver o espectro integral para vários níveis de observação. Podemos ver claramente a forte atenuação causada pela absorção devido ao oxigênio, para comprimentos de onda inferiores a 2200 Å. De fato, a atmosfera se mostra praticamente opaca para fótons com comprimentos de onda situados abaixo de 1900 Å, motivo pelo qual esses fótons não foram incluídos em nossa simulação.

Através do uso das curvas de espectro integral perdemos a informação

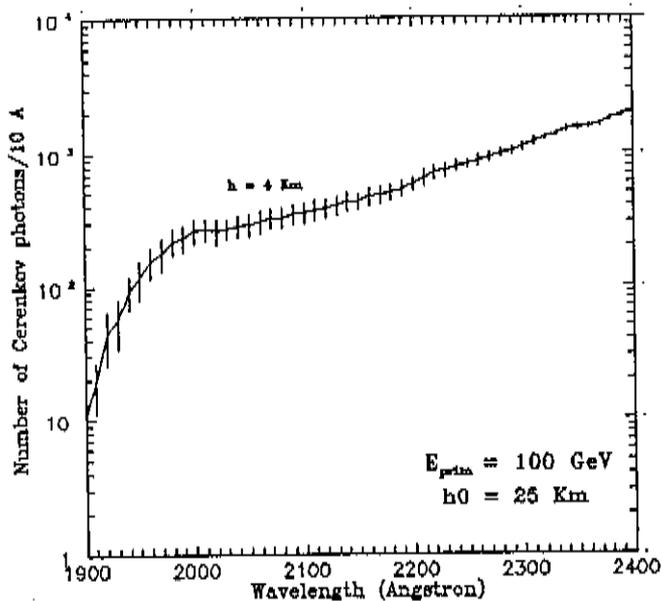
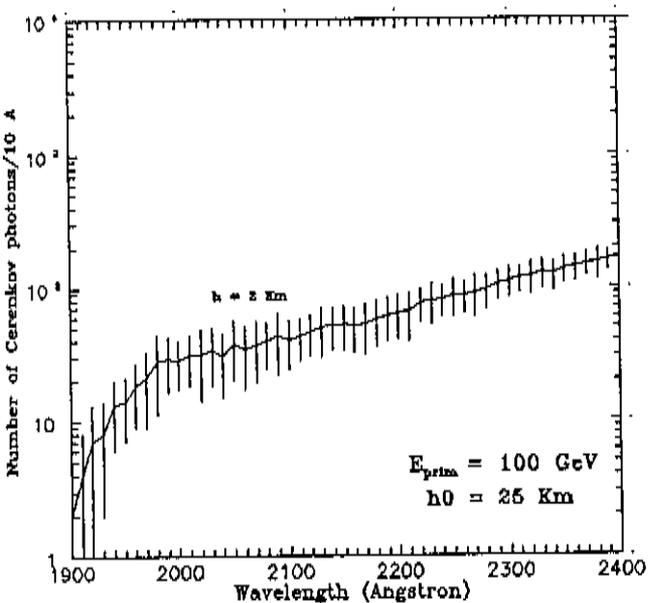
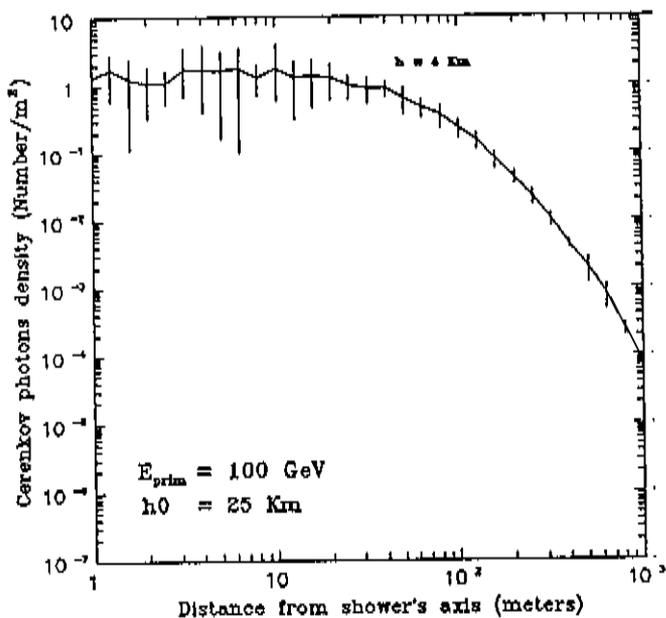
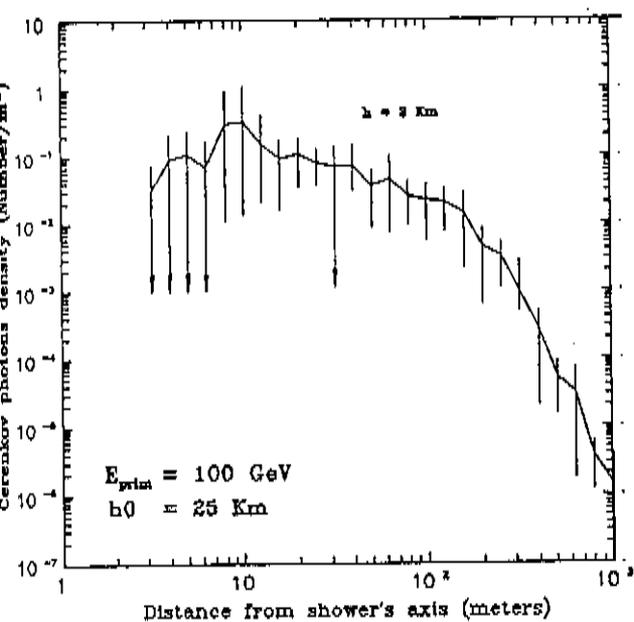


Figura 6.1: Distribuição radial e espectro integral para chuvaros de 100 GeV iniciados a 25 km, observados a 4 e a 2 km acima do nível do mar (média sobre 11 curvas)

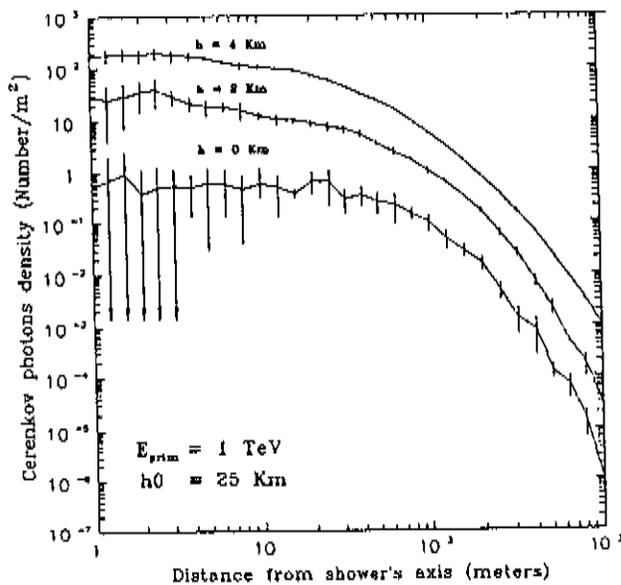


Figura 6.2: Distribuição radial para chuvereiros de 1 TeV iniciados a 25 km (média sobre 5 curvas)

com respeito ao “espectro local” dos fótons em regiões particulares do plano de detecção. No entanto a absorção devido ao oxigênio causa uma predominância de fótons ultravioleta de comprimento de onda mais longos conforme nos dirigimos para regiões afastadas do eixo do chuvereiro.

Outro aspecto interessante é a densidade de fótons aproximadamente plana nas vizinhanças do centro de nosso plano de observação que surge quando da utilização de um gráfico log x log. Esse fato é mais efetivo em níveis de observação mais baixos, e realmente ao nível do mar a densidade de fótons pode ser considerada plana até uma distância de 100 metros do centro do plano de observação. Mesmo para outros níveis de observação a inclinação da curva de densidade dos fótons é bastante suave.

Nas figuras 6.7 e 6.8 temos a distribuição radial e espectro integral médio para um chuvereiro de 1 TeV “médio”. Essas curvas foram obtidas através da média ponderada das diversas curvas obtidas para vários  $h_0$ , somadas com fatores de peso apropriados.

### Caso 3: $E_{prim} = 10$ TeV

Apesar da energia de primário mais alta, as características principais aqui mostradas são as mesmas já apresentadas no caso 2. Aqui temos mais partículas carregadas, estando o máximo do chuvereiro mais próximo dos níveis de observação.

O efeito total é um aumento na densidade de fótons em todos os níveis de observação. Podemos observar que agora temos uma boa densidade de fótons mesmo ao nível do mar (figuras 6.9 a 6.12).

Na figura 6.13 temos uma comparação entre a distribuição radial obtida

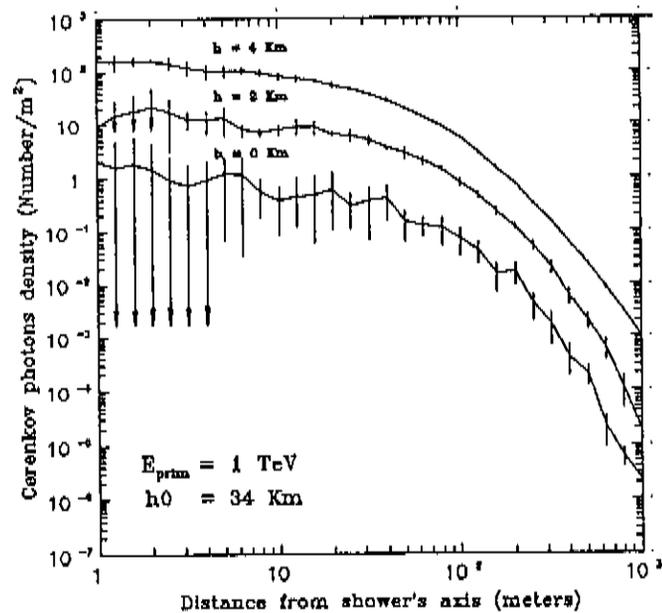
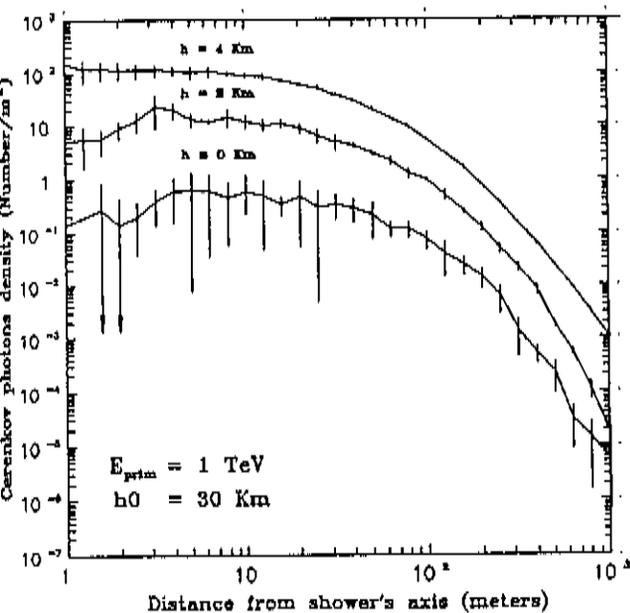
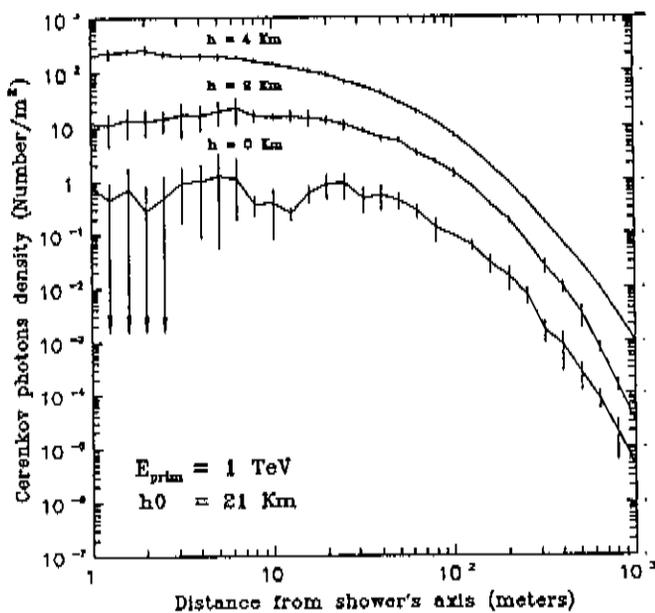
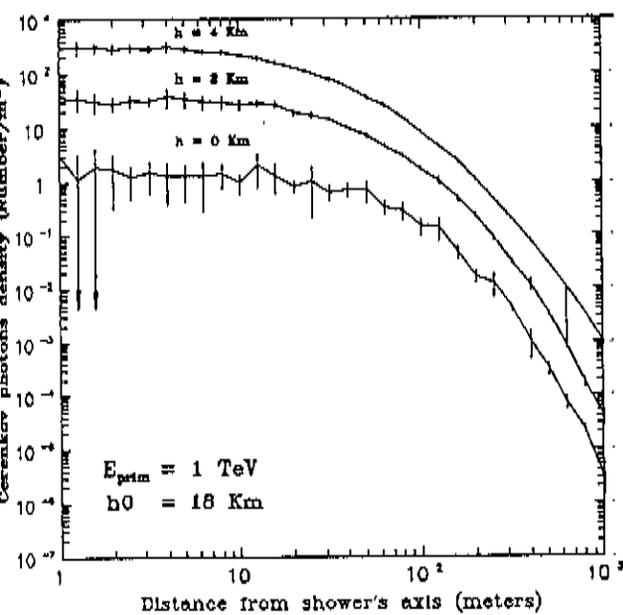


Figura 6.3: Distribuição radial para chuvisos de 1 TeV iniciados a 18,21,30 e 34 km (média sobre 5 curvas)

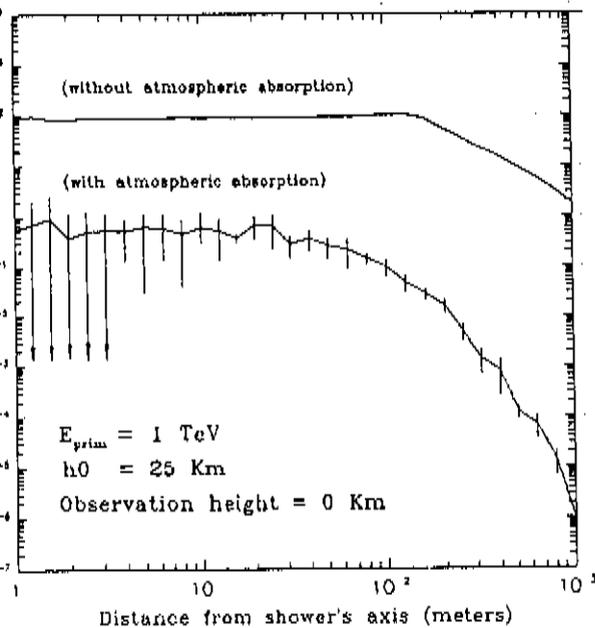
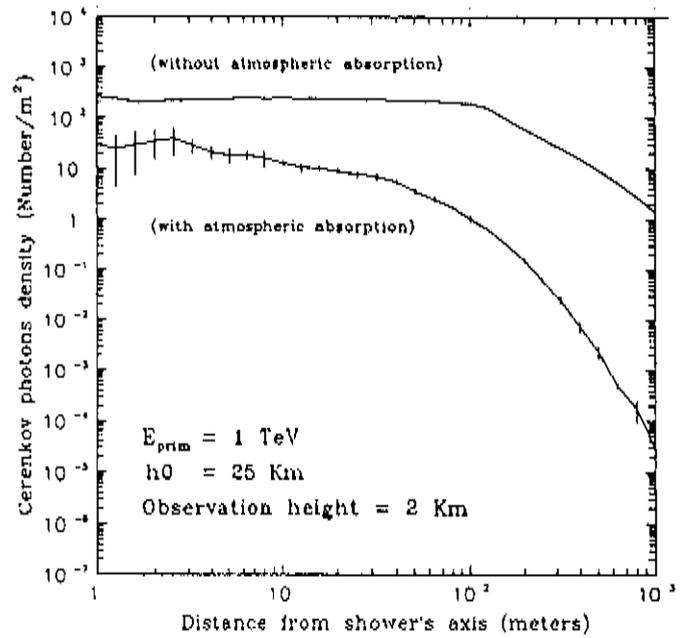
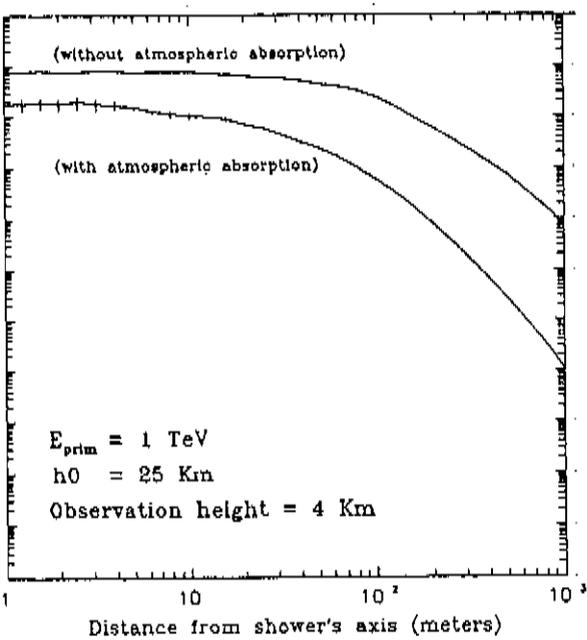


Figura 6.4: Comparação entre as distribuições laterais obtidas a partir de cascatas de 1 TeV para os casos de presença ou não de atenuação atmosférica

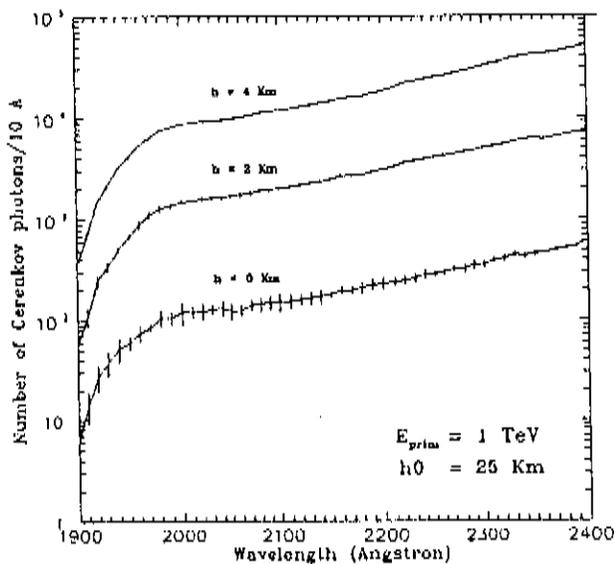


Figura 6.5: Espectro integral para chuviros de 1 TeV iniciados a 25 km (média sobre 5 curvas)

por primários de 1 TeV e de 10 TeV.

Por fim, nas figuras 6.14 a 6.20 podemos ver a distribuição da luz Cerenkov produzida por diferentes primários em diferentes planos "xy" de observação. Nessas figuras temos representado um plano de 100 x 100 metros centrado no eixo do chuviro, sendo que a cada ponto no plano é associado a "detecção" (incidência) de pelo menos um fóton Cerenkov "sobrevivente" à absorção atmosférica).

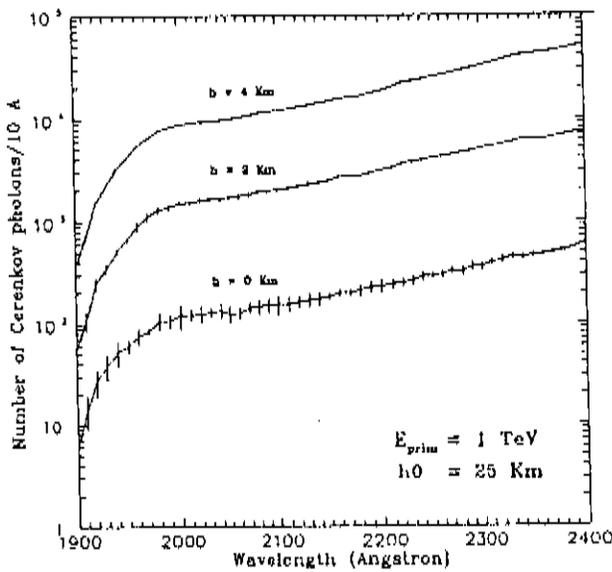


Figura 6.5: Espectro integral para chuviros de 1 TeV iniciados a 25 km (média sobre 5 curvas)

por primários de 1 TeV e de 10 TeV.

Por fim, nas figuras 6.14 a 6.20 podemos ver a distribuição da luz Cerenkov produzida por diferentes primários em diferentes planos “xy” de observação. Nessas figuras temos representado um plano de 100 x 100 metros centrado no eixo do chuviro, sendo que a cada ponto no plano é associado a “detecção” (incidência) de pelo menos um fóton Cerenkov “sobrevivente” à absorção atmosférica).

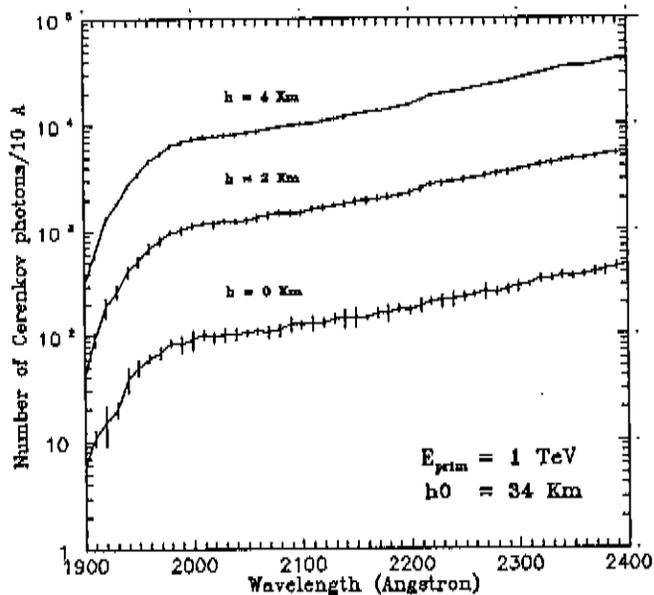
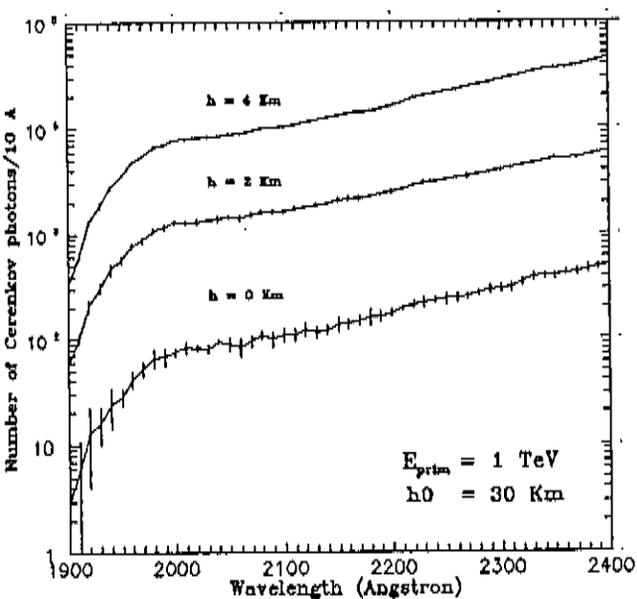
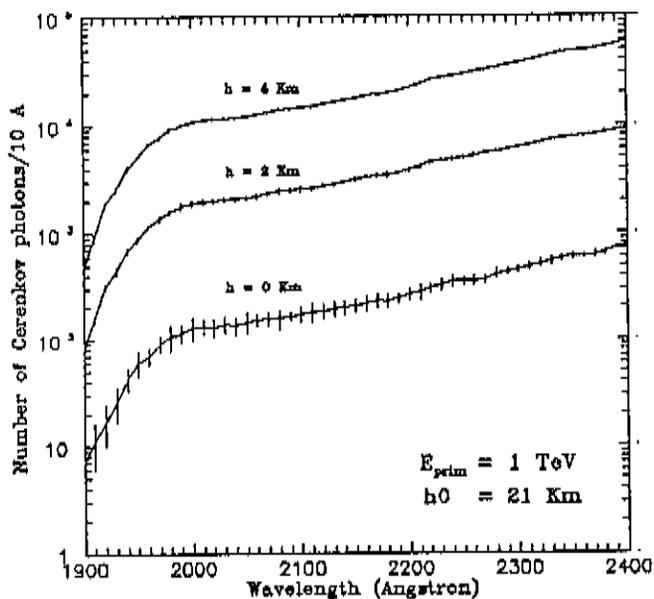
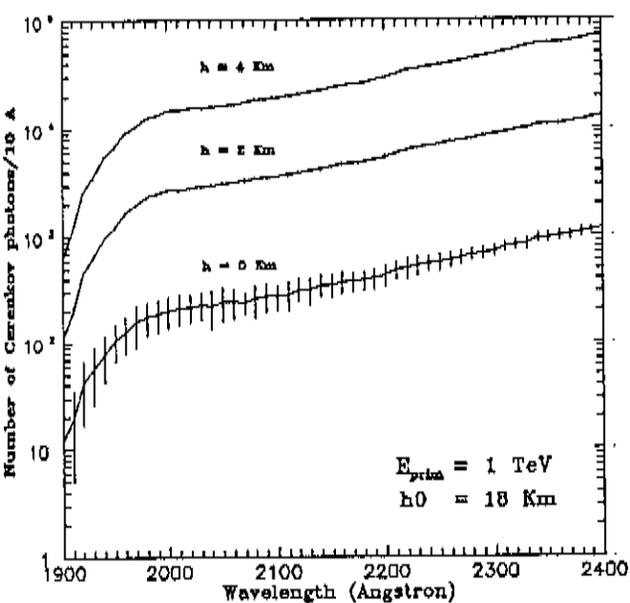


Figura 6.6: Espectro integral para chuvcios de 1 TeV iniciados a 18,21,30 e 34 km (média sobre 5 curvas)

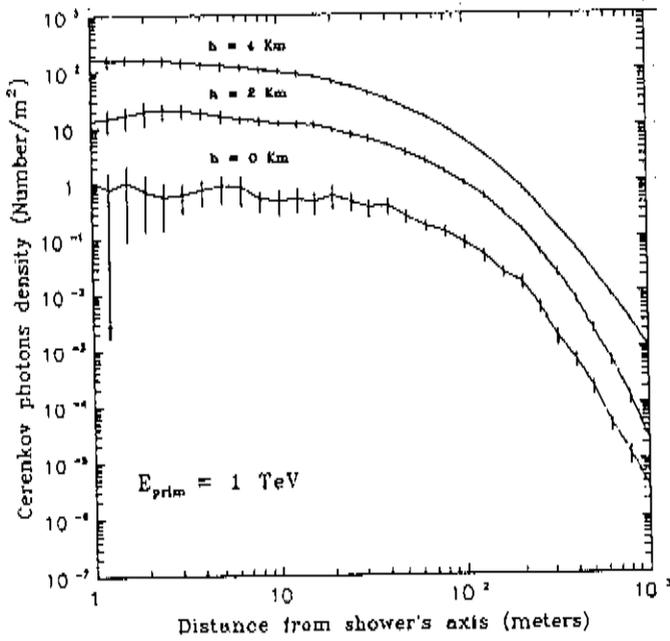


Figura 6.7: Distribuição radial média para chuueiros de 1 TeV

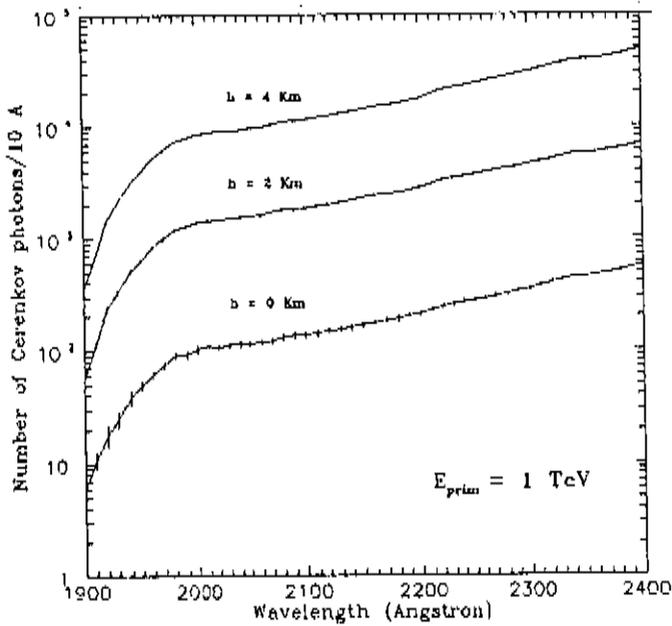


Figura 6.8: Espectro integral médio para chuueiros de 1 TeV

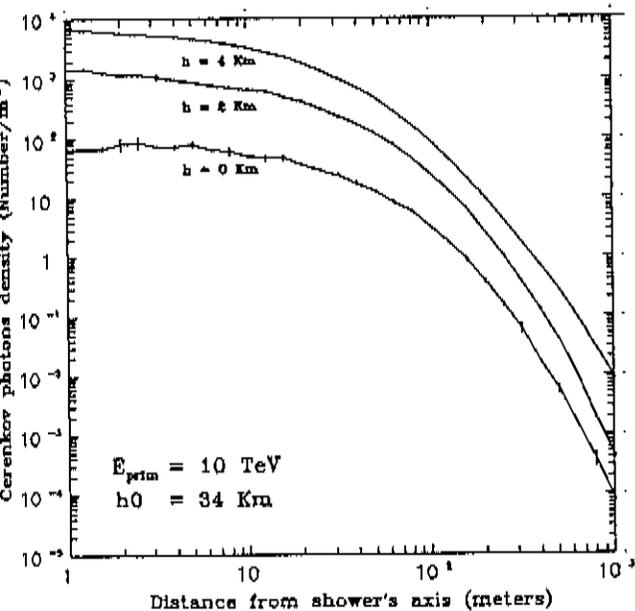
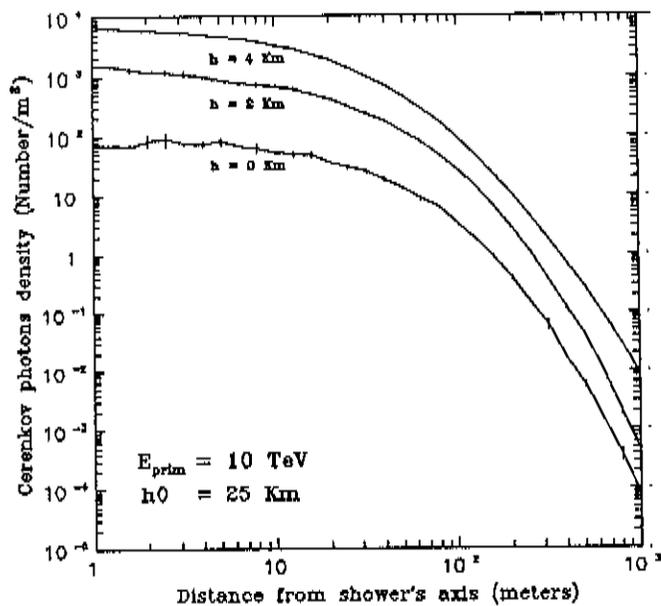
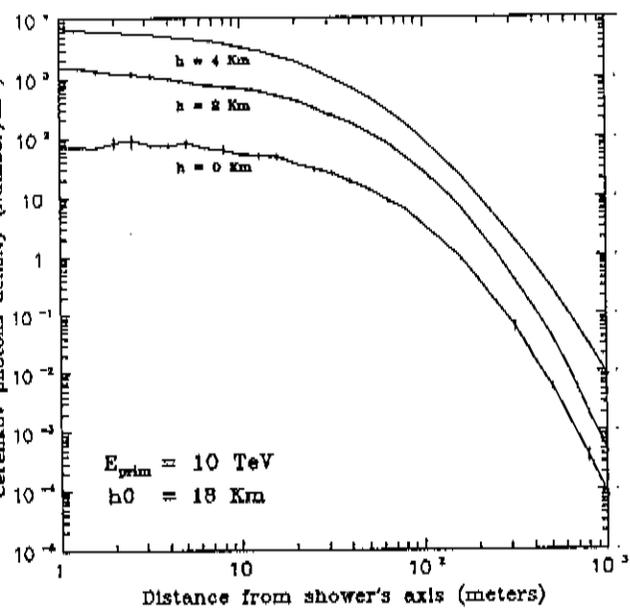


Figura 6.9: Distribuição radial para chuviscos de 10 TeV iniciados a 18,25 e 34 km (média sobre 2 curvas)

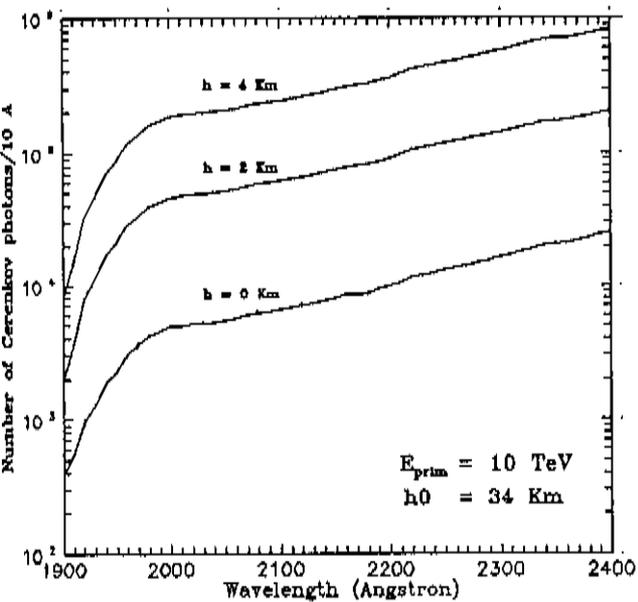
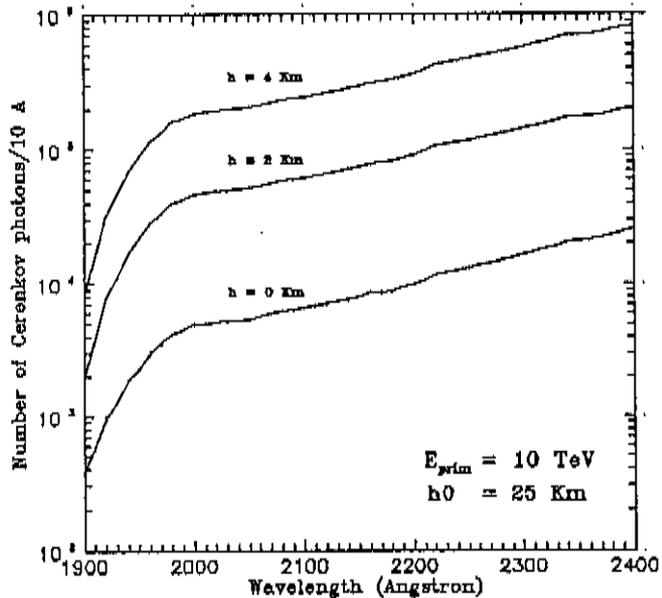
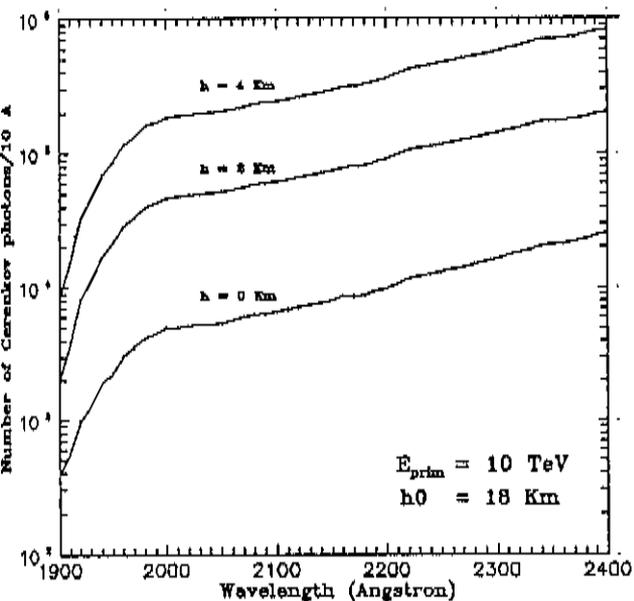


Figura 6.10: Espectro integral para chuviros de 10 TeV iniciados a 18,25 e 34 km (média sobre 2 curvas)

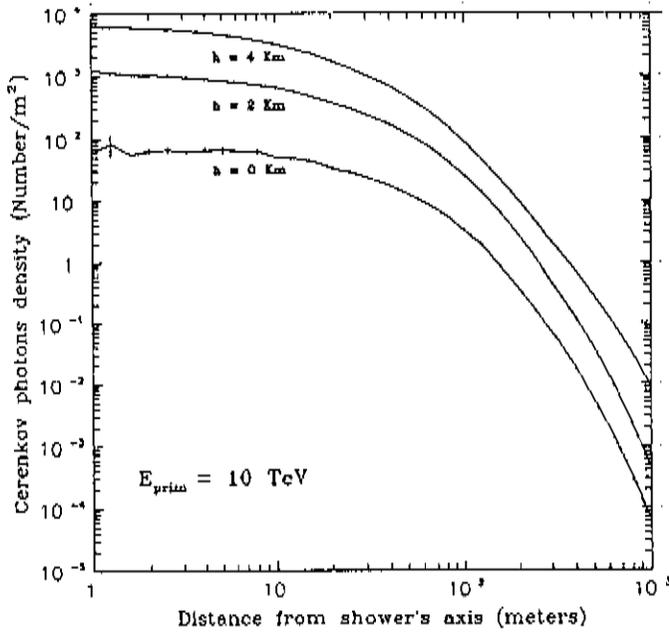


Figura 6.11: Distribuição radial média para chuveis de 10 TeV

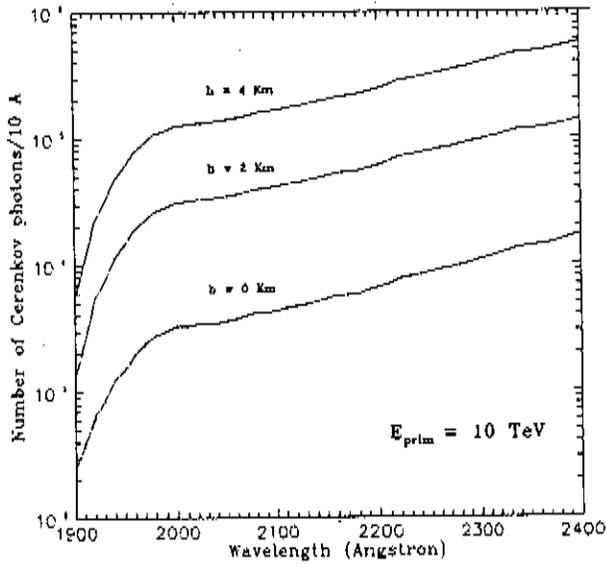


Figura 6.12: Espectro integral médio para chuveis de 10 TeV

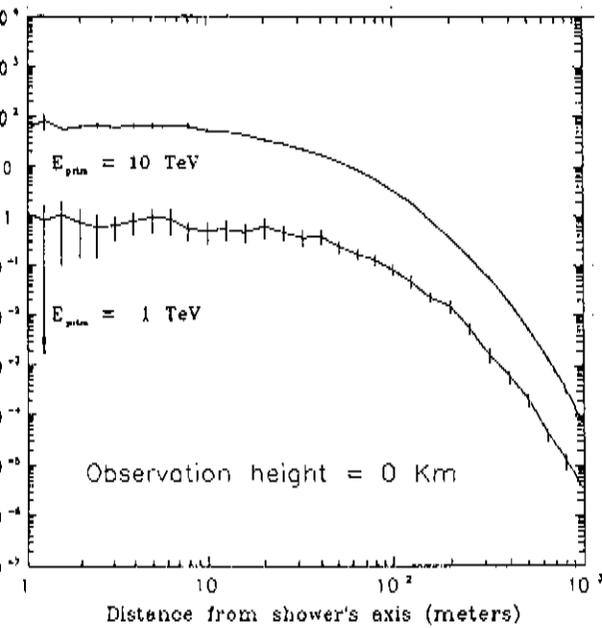
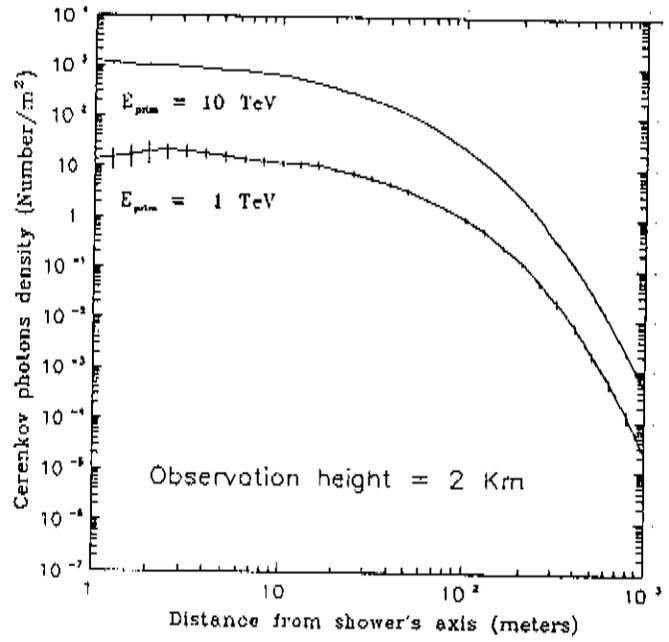
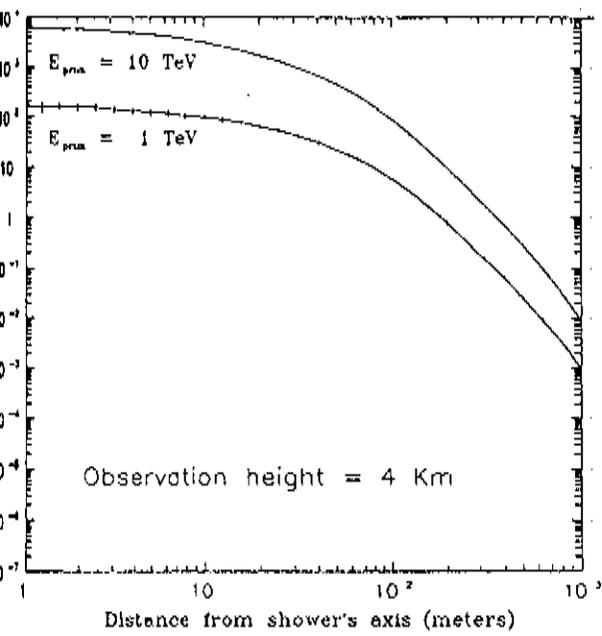


Figura 6.13: Comparação entre a distribuição radial de chuveiros iniciados por primários de 1 TeV e 10 TeV

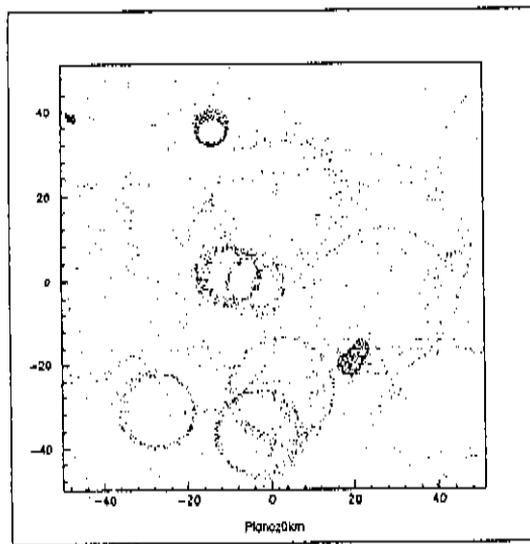


Figura 6.14: Distribuição dos fótons Cerenkov, produzidos por uma cascata eletromagnética de 1 TeV iniciada a 25 km de altura, em um plano “xy” de 100 x 100 metros centrado no eixo do chuveiro e situado a 0 Km acima do nível do mar (vide texto)

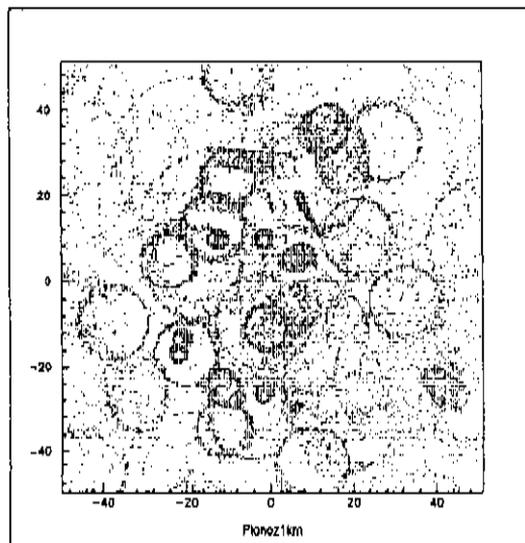


Figura 6.15: Distribuição dos fótons Cerenkov, produzidos por uma cascata eletromagnética de 1 TeV iniciada a 25 km de altura, em um plano “xy” de 100 x 100 metros centrado no eixo do chuveiro e situado a 1 Km acima do nível do mar (vide texto)

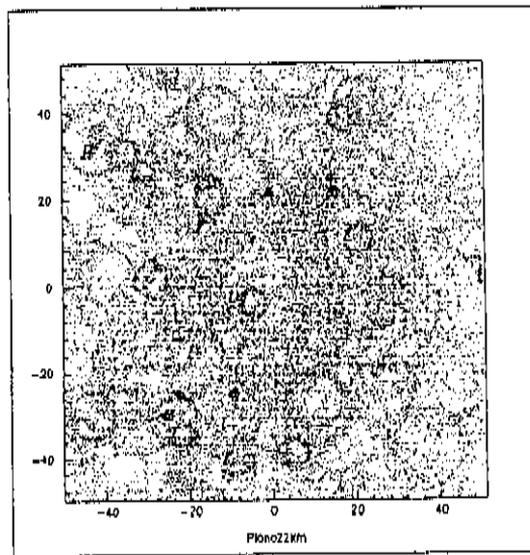


Figura 6.16: Distribuição dos fótons Cerenkov, produzidos por uma cascata eletromagnética de 1 TeV iniciada a 25 km de altura, em um plano “xy” de 100 x 100 metros centrado no eixo do chuveiro e situado a 2 Km acima do nível do mar (vide texto)

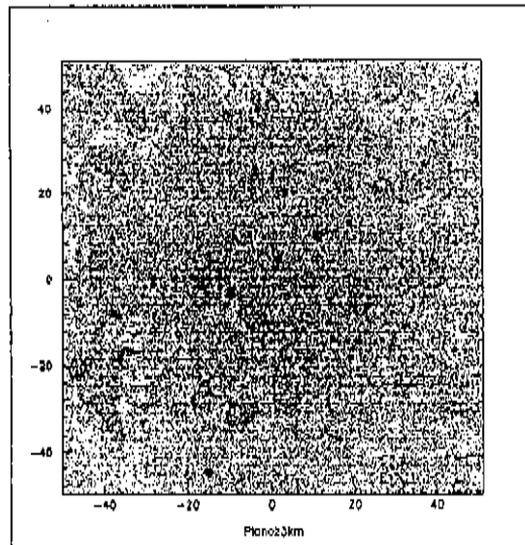


Figura 6.17: Distribuição dos fótons Cerenkov, produzidos por uma cascata eletromagnética de 1 TeV iniciada a 25 km de altura, em um plano “xy” de 100 x 100 metros centrado no eixo do chuveiro e situado a 3 Km acima do nível do mar (vide texto)

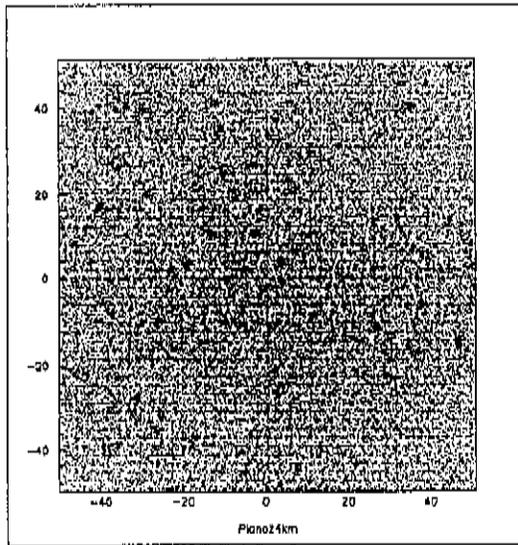


Figura 6.18: Distribuição dos fótons Cerenkov, produzidos por uma cascata eletromagnética de 1 TeV iniciada a 25 km de altura, em um plano “xy” de 100 x 100 metros centrado no eixo do chuveiro situado a 4 Km acima do nível do mar (vide texto)

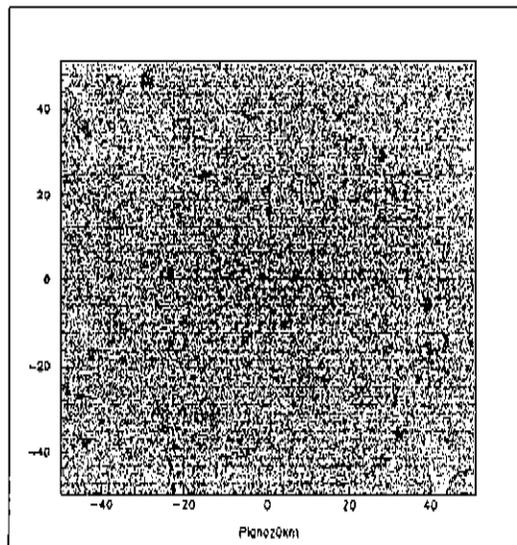


Figura 6.19: Distribuição dos fótons Cerenkov, produzidos por uma cascata eletromagnética de 10 TeV iniciada a 25 km de altura, em um plano “xy” de 100 x 100 metros centrado no eixo do chuveiro situado a 0 Km acima do nível do mar (vide texto)

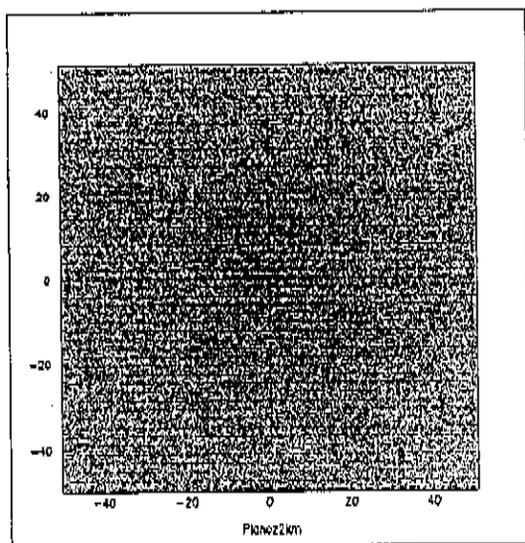


Figura 6.20: Distribuição dos fótons Cerenkov, produzidos por uma cascata eletromagnética de 10 TeV iniciada a 25 km de altura, em um plano “xy” de 100 x 100 metros centrado no eixo do chuveiro situado a 2 Km acima do nível do mar (vide texto)

# Capítulo 7

## Conclusões

A atenuação devido à atmosfera tem um grande papel na performance total do experimento. Como nós já dissemos, várias aproximações foram feitas para a computação dos fenômenos de espalhamento. No entanto, na maioria das vezes, a esses efeitos parece caber um papel secundário quando comparados à forte absorção devido ao oxigênio.

Como foi também anteriormente apresentado, o oxigênio se encontra uniformemente misturado na atmosfera, estando sua absorção principalmente localizada em comprimentos de onda inferiores a 2200 Å. Desse modo a absorção devido ao oxigênio age de uma forma diferente da absorção devido ao ozônio, que numa primeira aproximação pode ser considerado como localizado em uma camada.

Nesse trabalho vimos que o livre caminho médio dos fótons Cerenkov não é tão longo quanto seria desejável. Na faixa de sensibilidade da fotocâmara de ionização a base de TMAE vimos que o livre caminho médio na atmosfera é da ordem de 200 metros. Isso faz com que a densidade de fótons detectada em nossos níveis de observação seja dependente do número de partículas carregadas da cascata nas vizinhanças dos níveis de observação.

De fato, como podemos notar, à medida que nos deslocamos para níveis de observação mais altos temos um aumento na densidade de fótons Cerenkov. Isso se deve ao fato que, à medida que nos deslocamos para cima encontramos a cascata eletromagnética mais próxima do seu máximo. O mesmo se aplica quando aumentamos a energia do primário, ou quando a cascata se inicia mais baixo na atmosfera.

No entanto, como podemos observar nos vários espectros integrais, à medida que nos deslocamos em direção a comprimentos de onda maiores mais fótons sobrevivem à absorção atmosférica. De fato, desse modo estamos nos deslocando em direção à banda de absorção do ozônio no ultravioleta.

Concluindo, faz-se necessário que a experiência seja instalada em um local tão alto quanto possível. Com relação a faixa espectral de sensibilidade da experiência, seria desejável que no futuro o TMAE, que atualmente é usado na fotocâmara de descarga e que localiza a sensibilidade do experimento na faixa espectral compreendida entre 1800 - 2400 Å, fosse substituído por um outro componente, precisamente sensível à faixa espectral de absorção do ozônio (centrada em 2550 Å). Isso por si só asseguraria uma melhora no desempenho total da experiência.

Além do estudo da atenuação da luz Cerenkov gerada por chuviros extensos (necessário para se definir a altitude de onde se pretende colocar a experiência), este trabalho teve como objetivo a geração de software para posterior uso na avaliação do desempenho da montagem experimental e na análise de dados. Desse modo, a simulação (ou ainda, partes dela) serão utilizadas no futuro, na colaboração CLUE.

# Apêndice A

## A divisão da atmosfera em camadas

O objetivo é efetuar a divisão da atmosfera em camadas de  $5 \text{ g/cm}^2$  de espessura (na vertical) a partir de uma tabulação dos parâmetros básicos da atmosfera em incrementos de 1 quilômetro.

Uma vez que a atmosfera apresenta uma inhomogeneidade vertical, haverá uma concentração de níveis de  $5 \text{ g/cm}^2$  à medida que se desloca em direção ao nível do mar. É bom lembrar mais uma vez que esse percurso vertical na atmosfera terrestre corresponde aproximadamente a um gradiente de pressão de 5 milibares (a “baixas” altitudes), fazendo com que as fatias apresentem comprimentos (em unidades lineares) diferentes conforme se considera diferentes altitudes (figura A.1).

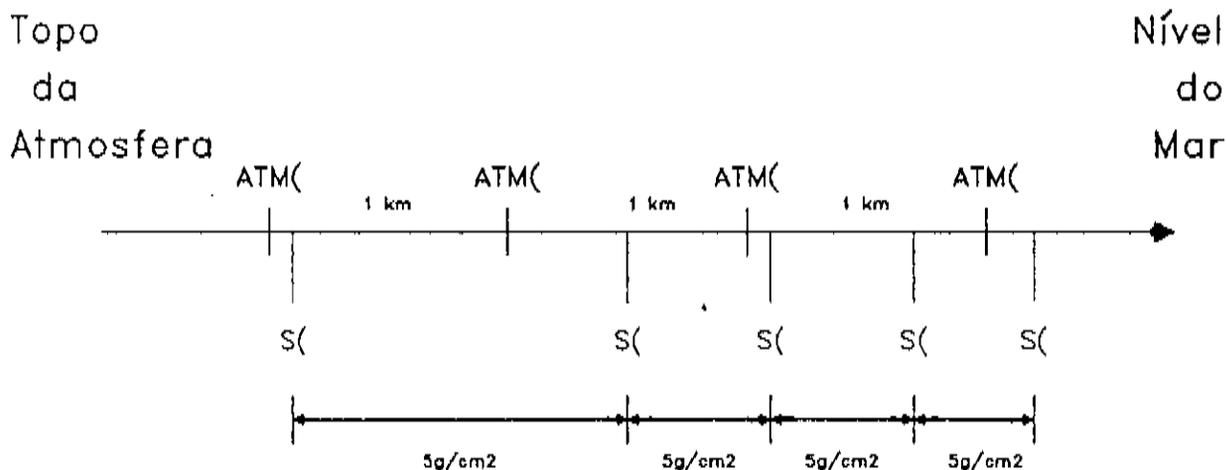


Figura A.1: Divisão da atmosfera em camadas de mesma pressão

## A.1 A matriz ATM

Na matriz ATM estão contidos certos parâmetros relativos a grandezas associadas à atmosfera. Em nossa simulação, a atmosfera usada foi a U.S. Standard Atmosphere of 1962 [10], para latitudes tropicais. A matriz se encontra organizada em incrementos de 1 quilômetro segundo esquematizado abaixo:

ATM(0,	-	Altura (km)
ATM(1,	-	Pressão (milibar)
ATM(2,	-	Temperatura (kelvin)
ATM(3,	-	Concentração de ozônio ( $10^{12}$ molecs/cm <sup>3</sup> )

Os dados referentes ao ozônio foram obtidos do trabalho de Kirchoff sobre Natal (Brasil) [16,17], e tomado representativo de condições tropicais/equatoriais.

## A.2 A matriz S

Na matriz S encontramos agora a atmosfera particionada em camadas de  $5 \text{ g/cm}^2$ . Uma vez que essa matriz é usada também na simulação da cascata, ela contém dados relativos ao chuva atmosférico.

Um certo cuidado teve que ser tomado em relação ao "início" da matriz. Com efeito, consideramos arbitrariamente nossas fórmulas de simulação como "boas" a partir de uma idade de cascata  $s = 0.2$ .

Esse ponto na atmosfera é porém função da energia do primário incidente ( $E_{prim}$ ) e da altura da primeira interação desse primário na atmosfera ( $h_0$ ). Com efeito, na altura de interação do primário na atmosfera,  $s = 0$ .

A idade do chuva se relaciona com a pressão através da fórmula 2.2, para cascatas eletromagnéticas. Essa fórmula se utiliza da grandeza "radiation length", que corresponde, para a nossa faixa de energia de primários e na atmosfera terrestre, a  $36.2 \text{ g/cm}^2$  (aproximadamente 36.2 milibares).

A fórmula 2.2, no entanto, nos dá a relação entre a idade do chuva e a pressão a partir do ponto de interação na atmosfera. Desse modo, deve-se ter em mente que a relação entre a idade do chuva e a pressão atmosférica está deslocada de um fator  $g_0$ , correspondente à profundidade atmosférica medida do "topo" até a altura  $h_0$  (em  $\text{g/cm}^2$ ) (figura A.2).

A matriz S se encontra organizada conforme segue:

S(0,	-	$s_i$ (idade da cascata nessa camada)
S(1,	-	$h_i$ (altura da borda "superior" (km))
S(2,	-	$P_i$ (pressão (milibar))
S(3,	-	$T_i$ (temperatura (kelvin))
S(4,	-	$\Delta_{oz_i}$ (número de moléculas de ozônio/cm <sup>2</sup> )
S(5,	-	$\Delta_{aer_i}$ (número de aerossóis/cm <sup>2</sup> )

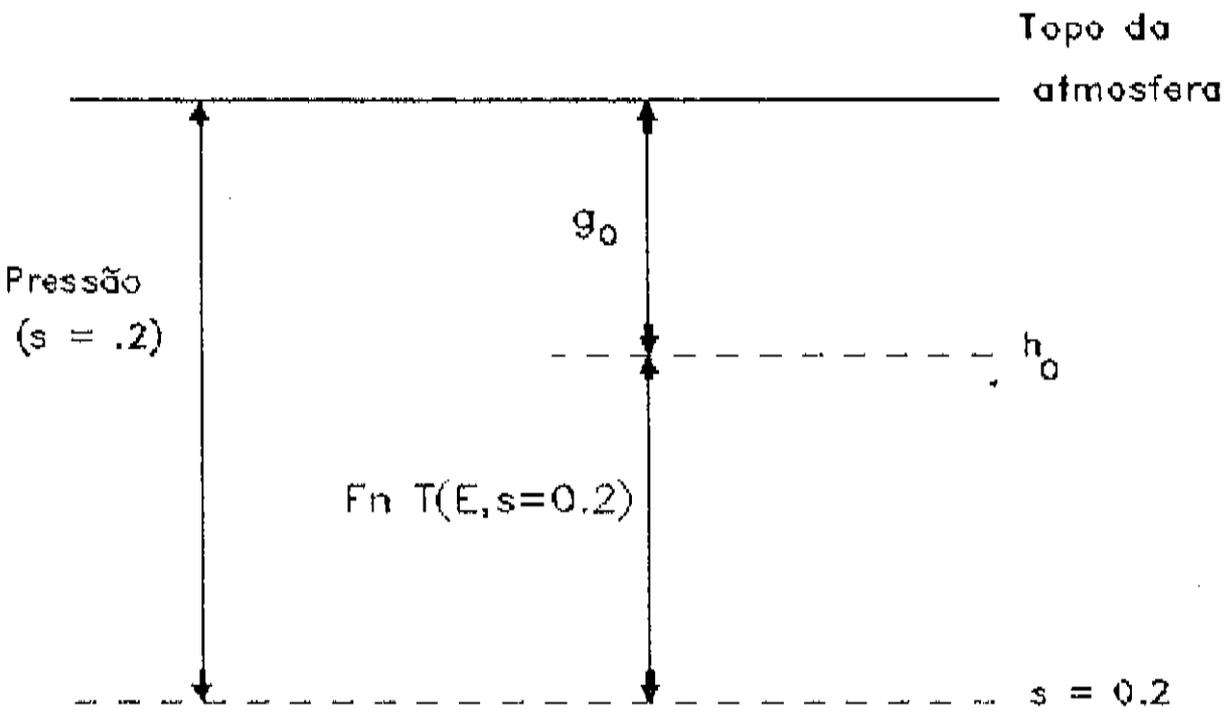


Figura A.2: Deslocamento  $g_0$  entre o topo da atmosfera e o inicio da cascata

As colunas 4 e 5 se referem à integral da concentração de ozônio e do perfil de aerossóis da camada em um caminho vertical. Isso é feito porque esses dois componentes não estão uniformemente distribuídos na atmosfera.

Os dados referentes ao perfil de aerossóis na atmosfera foram tomados do Handbook of Optics [14].

# Apêndice B

## A simulação pelo método de Monte Carlo

O método de Monte Carlo nada mais é do que um procedimento de sorteio ao qual são impostas certas restrições.

Seja uma distribuição de probabilidade associada a processos físicos (que denominaremos como curva base) descrita por  $f(x)$ . Fazamos pois a simulação dessa distribuição (obtenção de valores  $x_s$  relacionados com  $f(x)$ ).

Primeiramente se impõem limites (superior e inferior) para o eixo  $x$ . Esse procedimento é necessário pois trabalharemos com áreas, conforme veremos adiante.

Em uma simulação faz-se uso de uma variável aleatória, obtida de uma distribuição uniformemente distribuída entre um intervalo definido. O significado preciso dessa variável será exposto mais adiante, e no momento será imposto que essa variável esteja uniformemente distribuída no intervalo  $[0,1]$ .

A simulação de eventos  $x_s$  relacionados a uma curva base  $f(x)$  é feito, em nosso caso, a partir do algoritmo base

$$\frac{\int_{x_i}^{x_s} f(x) dx}{\int_{x_i}^{x_f} f(x) dx} = y \quad (\text{B.1})$$

onde  $y$  é a nossa variável randômica já exposta, e  $x_i$  e  $x_f$  são os limites inferior e superior permitidos ao nosso evento simulado.

Seja  $F(x)$  a função integral obtida a partir de  $f(x)$ . Resolvendo a equação acima, teremos

$$F(x_s) = (F(x_f) - F(x_i)) * y + F(x_i)$$
$$x_s = F^{-1}(A_{tot} * y + F(x_i))$$

onde  $F^{-1}(y)$  representa a função inversa da função  $F(x)$  e  $A_{tot} = F(x_f) - F(x_i)$ .

O mecanismo base de simulação pelo método de Monte Carlo pelo procedimento por nós adotado é a associação da variável randômica  $y$  a uma proporção entre áreas, obtidas a partir da curva base  $f(x)$ . O método em si se resume na obtenção de um valor de  $y$  e na posterior procura de um valor  $x_s$  que satisfaça essa proporção (figura B.1).

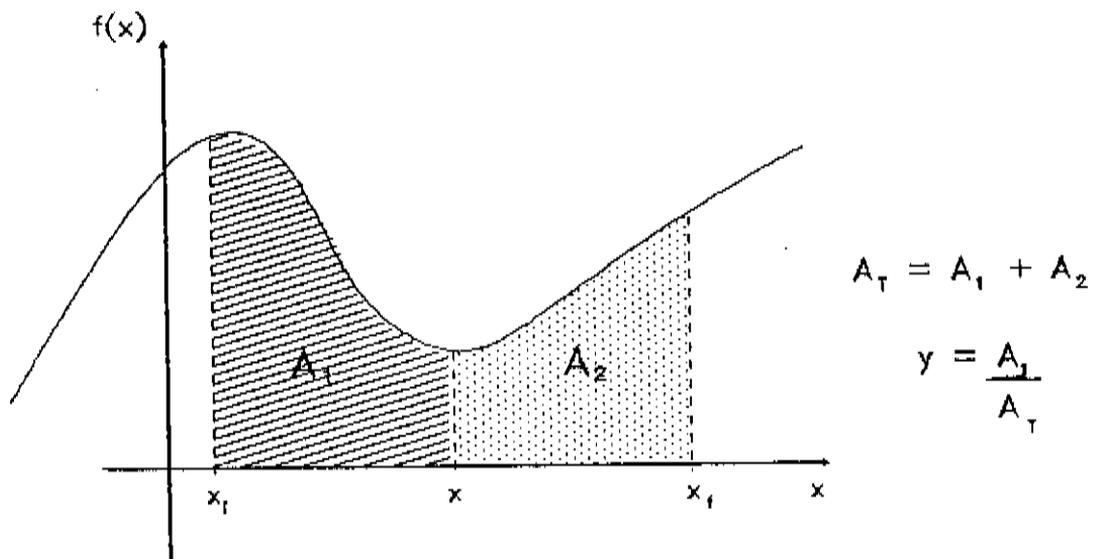


Figura B.1: O método de Monte Carlo

# Apêndice C

## A simulação do espectro de energia dos secundários

Hillas em seu artigo nos fornece uma expressão para a função integral de energia dos secundários ( $TE(>E)$ ). O uso dessa função, aparentemente uma complicação, nos será muito conveniente.

Devemos no entanto recordar que a expressão derivada por Hillas é válida para secundários com energia compreendida entre 10 e 2000 MeV. Nós, no entanto, efetuaremos a simulação de secundários até  $10^4$  MeV, extrapolando a faixa de energia original.

### C.1 A função integral de energia ( $T(>E)$ )

Antes porém, devemos dar atenção ao fato de que a função integral empregada é uma função que compreende eventos com valores maiores que "x". Isso nos acarretará um problema de interpretação, o qual será exposto agora. Buscando uma simplificação, assumiremos que estamos trabalhando com um valor definido de  $s_i$ , e que por isso a função só se encontra depende de E.

Seja uma função primitiva  $f(x)$  e a sua correspondente função integral  $F(x)$ . Da teoria estatística temos que ambas estão relacionadas através de

$$\frac{dF(< x)}{dx} = f(x) \quad (C.1)$$

onde por  $F(<x)$  denotamos uma função integral que descreve a estatística para eventos menores que "x".

O uso direto da função  $F(>x)$  nos acarretará problemas. Tais problemas são no entanto superados lembrando que as funções  $F(>x)$  e  $F(<x)$  se relacionam por

$$F(> x) + F(< x) = A_{tot}$$

onde  $A_{tot}$  é a área total de  $f(x)$  integrada entre certos limites (inferior e superior) relacionados com  $F(>x)$  e  $F(<x)$ .

Diferenciando a expressão acima, teremos que

$$\frac{F(> x)}{dx} = \frac{A_{tot}}{dx} - \frac{F(< x)}{dx}$$

e como a segunda diferencial vale zero (pois  $A_{tot}$  é uma constante) teremos que

$$\frac{F(> x)}{dx} = -\frac{F(< x)}{dx}$$

Finalmente, através da expressão C.1, chega-se a relação

$$f(x) = -\frac{F(> x)}{dx}$$

## C.2 A simulação de E

Seja o espectro de energia dado através das funções  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$ , de tal forma que se obedeça a condição de normalização dada por

$$\int_0^{10} f_1 dE + \int_{10}^{10^4} f_2 dE + \int_{10^4}^{E_{max}} f_3 dE = 1 \quad (C.2)$$

Conforme exposto acima, associamos a função  $f_2$  à  $-\partial TE(E)/\partial E$ , onde  $TE(E)$  é a função dada por Hillas.

Não temos dados referentes as funções  $f_1$  e  $f_3$ . Porém serão impostas uma série de considerações a fim de que possamos efetuar a simulação pelo método de Monte Carlo (equação B.1).

Seja esta escrita como

$$\frac{\int_0^{10} f_1 dE' + \int_{10}^E f_2 dE'}{\int_0^{10} f_1 dE + \int_{10}^{10^4} f_2 dE + \int_{10^4}^{E_{max}} f_3 dE} = y \quad (C.3)$$

Como exposto na equação C.2, a soma das integrais do denominador é igual a 1.

Desse modo podemos escrever a equação C.3 como

$$F_1(10) - F_1(0) + F_2(E) - F_2(10) = y \quad (C.4)$$

onde  $F_1$  e  $F_2$  se referem as funções integrais de  $f_1$  e  $f_2$ .

Não temos informações matemáticas referentes a  $F_1(x)$ , porém no nosso caso  $F_1(x)$  e  $F_2(x)$  tem um significado físico bastante definido: representam a fração de secundários da cascata com energia menor que "x" (equação C.1).

Desse modo, podemos fazer algumas associações. Por exemplo, a fração de partículas com energia menor que 10 MeV deve ser a mesma quando obtida das funções  $F_1$  e  $F_2$ . Desse modo, através de uma condição de continuidade

$$F_1(10) = F_2(10) \quad (C.5)$$

Do mesmo modo, fisicamente espera-se que a fração de secundários com energia menor que 0 MeV seja igual a 0. Portanto

$$F_1(0) = 0 \quad (C.6)$$

Fazendo uso das igualdades C.5 e C.6 na equação C.4, teremos que

$$F_2(E) = y$$

Como já foi exposto porém,  $F_2(E)$  representa a fração de partículas com energia menor que  $E$ . Mas esta se relaciona com a função  $TE(E)$  (fração de partículas com energia maior que  $E$ , segundo Hillas) através de  $1 - TE(E)$ . Desse modo, a equação básica de nossa simulação se torna

$$1 - TE(E) = y \quad (C.7)$$

(válido entre os limites  $y_{min} = 1 - TE(10)$  e  $y_{max} = 1 - TE(10^4)$ ).

### C.3 Aproximação para $E$ pequeno

A equação C.7 é uma equação transcendental, uma vez que a função integral  $TE(E)$  não permite uma inversão analítica.

Podemos, no entanto, fazer uso de aproximações que nos possibilitem tal inversão.

Se considerarmos que o termo  $(1 + 10^{-4}sE)$  da equação 2.3 possa ser aproximado por "1", poderemos efetuar a inversão. Para isso estipula-se um valor arbitrário de energia, que chamaremos de  $E_{max}$  e que provocará no produto  $10^{-4}sE$  um valor máximo  $10^{-2}$ . Teremos assim que

$$10^{-4}sE_{max} = 10^{-2} \Rightarrow E_{max} = 10^{-2} * s^{-1}$$

Como podemos ver, o valor de  $E_{max}$  depende da idade do chuveiro em questão.

Através desse aproximação e nos recordando da equação 2.3 podemos reescrever a equação C.7 como

$$\left( \frac{0.89E_a - 1.2}{E_a + E} \right)^s = 1 - y$$

e assim

$$E_i = \frac{0.89E_a - 1.2}{(1 - y)^{1/s}} - E_a$$

(válido para  $y$  compreendido entre  $1 - TE(10)$  e  $y_{max2}$ , função de  $E_{max}$  e escrito como

$$y_{max2} = \frac{0.89E_a - 1.2}{E_a + 10^2s^{-1}}$$

# Apêndice D

## A simulação do ângulo zenital

Segundo Hillas,  $dn/du$  é uma grandeza proporcional ao número de partículas por ângulo sólido e expresso como

$$\frac{dn}{du} = A \exp\left(-\frac{(\sqrt{u} - z_0)}{\lambda_i}\right)$$

onde, para energias “baixas” (em torno de 50 MeV)

$$A = 0.777 \quad ; \quad z_0 = 0.59 \quad \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{u} < z_0 \rightarrow \lambda_1 = 0.479 \\ \sqrt{u} > z_0 \rightarrow \lambda_2 = 0.38 \end{array} \right.$$

e para energias “altas” (entre 350 e 2000 MeV)

$$A = 1.318 \quad ; \quad z_0 = 0.37 \quad \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{u} < z_0 \rightarrow \lambda_1 = 0.413 \\ \sqrt{u} > z_0 \rightarrow \lambda_2 = 0.38 \end{array} \right.$$

Para efetuar a simulação dessa função, devemos partir da equação B.1. Desse modo

$$\int_0^u A \exp\left(-\frac{(\sqrt{u} - z_0)}{\lambda_i}\right) du = A_{tot} * y$$

onde  $A_{tot}$  é dado por

$$A_{tot} = \int_0^{z_0^2} f(u) du + \int_{z_0^2}^{\infty} f(u) du = A_1 + A_2$$

onde

$$A_1 = 2A\lambda_1^2 \left( \exp z_0/\lambda_1 - \frac{(z_0 + \lambda_1)}{\lambda_1} \right)$$

e

$$A_2 = 2A\lambda_2(z_0 + \lambda_2)$$

A simulação se dá através de duas fórmulas, conforme o valor de  $u$  a ser simulado. Para  $u < z_0^2$  temos

$$\int_0^u A \exp\left(-\frac{(\sqrt{u'} - z_0)}{\lambda_1}\right) du' = A_{tot} * y$$

e efetuando a integral obtém-se a expressão

$$y = \frac{2A\lambda_1^2 \exp z_0/\lambda_1 (1 - \frac{(\sqrt{u} + \lambda_1)}{\lambda_1} \exp -\frac{\sqrt{u}}{\lambda_1})}{A_{tot}} \quad (D.1)$$

e para  $u > z_0^2$  temos que

$$\int_0^{z_0^2} f(u') du' + \int_{z_0^2}^u f(u') du' = A_{tot} * y$$

nos fornecendo

$$y = \frac{A_1 - 2A\lambda_2 (\exp \frac{(z_0 - \sqrt{u})}{\lambda_2} (\sqrt{u} + \lambda_2) - (z_0 + \lambda_2))}{A_{tot}} \quad (D.2)$$

## D.1 O algoritimo para $0 \leq u \leq 3$

Tanto nas expressões D.1 como D.2 não há como obter uma expressão analítica para a função inversa de  $u(y)$ . Porém, ao invés de uma abordagem pela solução da equação transcendental, optamos por efetuar uma tabulação de valores de “ $u$ ” em função de “ $y$ ”. Assim, no programa de simulação, seguido de um sorteio para a variável aleatória “ $y$ ” começaremos a procura de valores para “ $u$ ” através do uso de tabelas previamente geradas.

Optamos por aplicar esses método para valores de “ $u$ ” compreendidos na faixa entre  $[0,3]$ . O tamanho do “bin” para a função  $u(y)$  foi determinado segundo as nossas necessidades. Desse modo no intervalo  $[0,1]$ , onde a função  $u(y)$  apresenta um crescimento abrupto, optamos por trabalhar com um bin de  $10^{-3}$  unidades de  $y$ . Procurando uma economia de memória e otimização do programa, no intervalo  $[1,3]$  foi usado um bin de  $10^{-2}$  unidades de  $y$ , uma vez que o comportamento da função  $u(y)$  se mostra mais suave. O valor de  $u$ , é obtido posteriormente por interpolação linear.

## D.2 O algoritimo para valores de $u > 3$

Uma vez que nessa faixa a função  $u(y)$  apresenta um comportamento muito suave, optamos por tentar obter uma função analítica inversível aproximando em intervalos pequenos a função  $u(y)$  por um polinômio do segundo grau, e desse modo obter uma expressão direta para a simulação pelo método de Monte Carlo.

De fato, para  $u > 3$  estaremos sempre trabalhando na região onde  $u > z_0^2$ . Busquemos pois uma fórmula aproximada da expressão

$$y = \frac{A_1 - 2A\lambda_2 \left( \exp \frac{(z_0 - \sqrt{u})}{\lambda_2} (\sqrt{u} + \lambda_2) - (z_0 + \lambda_2) \right)}{A_{tot}}$$

ou mais especificamente, do termo

$$f(u) = (\sqrt{u} + \lambda_2) \exp \frac{(z_0 - \sqrt{u})}{\lambda_2}$$

que contém as dependências em  $u$ .

Seja  $f(u)$  descrita de uma forma aproximada pela função de segundo grau  $i(u)$ , obtida por aproximações em série de Taylor a partir de expansões em torno de um valor "a" tal que

$$i(u) = a_0 + a_1(u - a) + a_2(u - a)^2$$

tal que

$$a_0 = f(a) = (\sqrt{u} + \lambda_2) \exp \frac{(z_0 - \sqrt{u})}{\lambda_2} \Big|_{u=a}$$

$$a_1 = f'(a) = -\frac{1}{2\lambda_2} \exp \frac{(z_0 - \sqrt{u})}{\lambda_2} \Big|_{u=a}$$

$$a_2 = \frac{f''(a)}{2} = \frac{1}{2} \frac{1}{4\lambda_2^2 \sqrt{u}} \exp \frac{(z_0 - \sqrt{u})}{\lambda_2} \Big|_{u=a}$$

Desse modo a expressão para  $y$  poderá ser escrita como

$$y \simeq \frac{A_1 - 2A\lambda_2 (i(u) - (z_0 + \lambda_2))}{A_{tot}}$$

ou

$$i(u) = a_0 + a_1(u - a) + a_2(u - a)^2 = \frac{-yA_{tot} - A_1}{2A\lambda_2} + (z_0 + \lambda_2) = K$$

Uma vez que tenhamos o valor de "y" em mãos, a expressão a esquerda pode ser igualada a uma constante "K". Podemos assim obter o valor de "u<sub>i</sub>" da expressão acima através da solução da equação de segundo grau

$$cu^2 + du + f = 0 \quad \begin{cases} c = a_2 \\ d = a_1 - 2aa_1 \\ f = a_2a^2 + aa_1 + i(a) - K \end{cases}$$

note que o termo "f" é função de "K", e portanto de "y". Temos assim dois valores possíveis para "u<sub>i</sub>":

$$u_{i_1} = \frac{-d + \sqrt{d^2 - 4cf}}{2c} \quad ; \quad u_{i_2} = \frac{-d - \sqrt{d^2 - 4cf}}{2c}$$

e escolhemos aquele que estiver mais próximo do centro de expansão "a".

Na realidade, optamos por realizar a expansão sempre à esquerda de "a", pois segundo nossas observações, sempre nesse caso, a raiz mais próxima será a obtida através de  $u_{i_2}$ .

Foi verificado também que o melhor bin entre os centros de expansão teria o valor 0.2 unidades de  $u$ . Assim subdividimos a função  $u(y)$  para valores maiores que  $u = 3$ , e para cada subdivisão será efetuado uma expansão por série de Taylor, sempre à esquerda, e com centros de expansão distribuídos entre 3.2 e 10 unidades de  $u$  em incrementos de .2 unidades de  $u$ .

Para valores de  $u \geq 10$ , temos que o valor de  $y$  é muito próximo de 1, sendo relativamente improváveis tais ângulos. Assim, estabelecemos arbitrariamente que  $u = 10$  define nosso limite superior.

### D.3 O programa

Os valores da função  $u(y)$  para secundários com energia "baixa" e "alta" se encontram nos arquivos Y\_U0050.DAT e Y\_U1000.DAT respectivamente, gerados pelo programa GERAUI.FOR. Conforme já exposto, é obedecido um certo critério na escolha do bin, sendo esse  $10^{-3}$  na faixa entre (0,1] e  $10^{-2}$  na faixa (1,3]. O valor de  $u(y)$  quando  $y=0$  é 0 para ambas faixas de energia de secundário.

No programa principal tais valores são armazenados nos vetores

Y50(	-	A função $u(y)$ para secundários de energia "baixa";
Y1000(	-	A função $u(y)$ para secundários de energia "alta";
POS1(	-	Fornece a "posição" dos valores de $u(y)$ para "y"
imediatamente inferior à	0.1; 0.2; ... ; 0.9	para secundários com energia "baixa";
POS2(	-	Fornece a "posição" dos valores de $u(y)$ para "y"
imediatamente inferior à	0.1; 0.2; ... ; 0.9	para secundários com energia "alta";

Pelo "método da expansão", usado no intervalo de  $u$  (3,10], usamos as seguintes matrizes fornecidas pelo programa ARQAUX.FOR :

YEXP1(	-	Fornece a "posição" dos valores de $u(y)$ nos centros de expansão , para secundários com energia "baixa";
YEXP2(	-	Fornece a "posição" dos valores de $u(y)$ nos centros de expansão , para secundários com energia "alta";

Tanto os vetores POS\* como YEXP\* são utilizados na otimização do tempo de procura dos valores de  $u(y)$ . Já as matrizes INTERP\* fornecem os índices da expansão por série de Taylor conforme o centro de expansão escolhido, sendo que a matriz INTERP1 se refere a expansões que tratam de secundários de "baixas" energias e a INTERP2 para os de "alta" energia.

INTERP1(-,1)	$a_2 (= c)$
INTERP1(-,2)	$a_1 - 2 a a_1 (= d)$
INTERP1(-,3)	$a_2 a^2 + a a_1 + i(a)$

A matriz INTERP2 fornece os mesmos índices, mas para energias "altas".

Note que o valor do coeficiente "f" ainda não se encontra determinado nas matrizes INTERP\*, sendo necessário ainda a obtenção na simulação do valor simulado de "y" e a obtenção de "K".

# Apêndice E

## A simulação da distância radial dos secundários

### E.1 A distribuição utilizada

Visando algumas simplificações no algoritmo de simulação da distribuição normal, nos utilizamos de uma distribuição semelhante, função de  $\text{sech}^2$  [6].

Com efeito, a função

$$g(x - \bar{x}; \sigma) = \frac{1}{2\sigma a} \text{sech}^2 \left( \frac{x - \bar{x}}{\sigma a} \right)$$

apresenta um comportamento semelhante ao da distribuição normal. Pode-se verificar facilmente que esta distribuição satisfaz a condição de normalização

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(x - \bar{x}, \sigma) dx = 1$$

sendo o momento de primeira ordem (a média) dado por

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x * g(x - \bar{x}, \sigma) dx = \bar{x}$$

Da imposição de que  $\sigma^2$  represente a variância temos, da resolução da equação

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 * g(x - \bar{x}, \sigma) dx = \sigma^2$$

que a constante "a" seja igualada à

$$a = \frac{2\sqrt{3}}{\pi}$$

## E.2 A simulação pelo método de Monte Carlo

Simula-se essa equação a partir da equação B.1. Desse modo

$$\int_{-\infty}^x \frac{1}{2\sigma a} \operatorname{sech}^2\left(\frac{x' - \bar{x}}{\sigma a}\right) dx' = y$$

$$\tanh\left(\frac{x - \bar{x}}{\sigma a}\right) + 1 = 2y$$

$$\frac{x - \bar{x}}{\sigma a} = \operatorname{arc\,tanh}(2y - 1)$$

$$\frac{x - \bar{x}}{\sigma a} = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1 + (2y - 1)}{1 - (2y - 1)}\right)$$

$$x = \frac{\sigma a}{2} \ln\left(\frac{y}{1 - y}\right) + \bar{x}$$

onde “y” deve satisfazer a condição  $y \neq 0$  e  $y \neq 1$ .

## E.3 A fórmula aproximada para a distribuição radial dos secundários

Segundo a fórmula proposta por Greisen [4], a distribuição radial dos secundários produzidos por uma cascata eletromagnética pode ser aproximadamente representada pela expressão

$$f(r/r_1) = c(s)(r/r_1)^{s-2} \left(1 + \frac{r}{r_1}\right)^{s-4.5} \quad (\text{E.1})$$

onde  $f(r/r_1)$  diz respeito à função estrutura (densidade de probabilidade de partículas por unidade de área (normalizada)),  $r_1$  é o raio de Molière (no ar tomado como igual a  $9.5 \text{ g/cm}^2$ ) e  $c(s)$  é um fator de normalização, dado para  $s < 1.6$  pela fórmula aproximada

$$c(s) = 0.443s^2(1.90 - s)$$

A expressão E.1 fornece uma boa concordância com a distribuição obtida pela solução das equações de Nishimura - Kamata para um intervalo de idade do chuveiro  $0.5 \leq s \leq 1.5$ .

# Apêndice F

## A obtenção dos parâmetros geométricos de emissão do fóton Cerenkov

Apresentaremos aqui as várias transformações entre sistemas de coordenadas que devem ocorrer desde a emissão do fóton Cerenkov no sistema de referência colocado sobre a partícula carregada e a obtenção das suas coordenadas no sistema colocado sobre o plano de observação e alinhado com o eixo da cascata.

### F.1 O sistema $x_2y_2z_2$

No sistema  $x_2y_2z_2$  (com origem no ponto de emissão do fóton Cerenkov pela partícula carregada, encontrando-se esta propagando sobre o eixo  $z_2$ ) sorteamos, usando uma distribuição uniforme, um ângulo azimutal para a emissão Cerenkov. O ângulo de abertura do cone Cerenkov já foi previamente calculado (função da energia da partícula e do índice de refração do meio), e os eixos  $x_2$  e  $y_2$  estão a princípio “soltos” no espaço (figura 3.6).

### F.2 A transformação para o sistema $x_1y_1z_1$

A primeira transformação diz respeito ao sistema  $x_1y_1z_1$ , cuja origem ainda se localiza no ponto de emissão do fóton, mas tem o eixo  $z_1$  perpendicular ao plano de observação (e portanto paralelo ao eixo de nossas cascatas verticais). A princípio  $x_1$  e  $y_1$  também estão “soltos” no espaço.

Uma vez que  $x_2, y_2, x_1$  e  $y_1$  estão “soltos”, assumiremos que  $y_2 \equiv y_1$ , para que a transformação entre os sistemas possa se dar a partir de uma rotação entre sistemas de coordenadas.

Assumiremos também que o eixo  $z_2$  está deslocado de um ângulo  $\theta_1$  em relação ao eixo  $z_1$  (figura F.1). Desse modo,  $\theta_i$ , que representa o ângulo que a

partícula faz com o eixo do chuvaire, e  $\theta_1$ , o ângulo de rotação entre os sistemas, se relacionam através de

$$\theta_1 = \pi - \theta_i \quad (F.1)$$

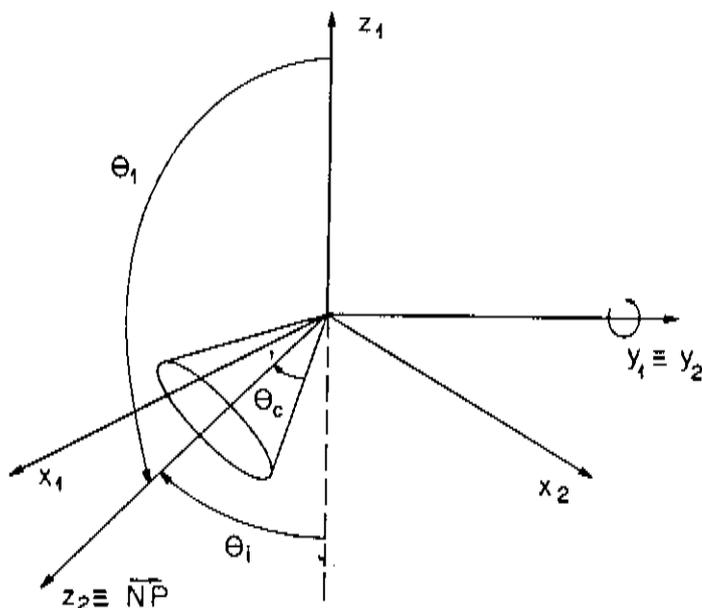


Figura F.1: Rotação entre os sistemas  $x_2y_2z_2$  e  $x_1y_1z_1$

Sejam as coordenadas do fóton Cerenkov no sistema  $x_2y_2z_2$  dadas pelas coordenadas cartesianas  $(x_2, y_2, z_2)$ . Estas se relacionam com as coordenadas polares  $(r_2, \theta_c, \phi_c)$ , ainda no sistema  $x_2y_2z_2$  através de

$$\begin{cases} x_2 = r_2 \text{sen} \theta_c \cos \phi_c \\ y_2 = r_2 \text{sen} \theta_c \text{sen} \phi_c \\ z_2 = r_2 \cos \theta_c \end{cases} \quad (F.2)$$

Podemos identificar aqui alguns dos parâmetros de emissão do fóton Cerenkov. Com efeito,  $\theta_c$  se refere ao ângulo de abertura do cone Cerenkov, e  $\phi_c$  ao ângulo azimutal de emissão.

Uma vez que temos uma rotação entre sistemas a partir dos eixos "y", as coordenadas cartesianas  $(x_2, y_2, z_2)$  se relacionam com as coordenadas  $(x_1, y_1, z_1)$  através de

$$\begin{cases} x_1 = x_2 \cos \theta_1 + z_2 \text{sen} \theta_1 \\ y_1 = y_2 \\ z_1 = z_2 \cos \theta_1 - x_2 \text{sen} \theta_1 \end{cases} \quad (F.3)$$

Substituindo as expressões F.2 nas equações F.3, teremos que

$$\begin{cases} x_1 = r_2 \text{sen} \theta_c \cos \phi_c \cos \theta_1 + r_2 \cos \theta_c \text{sen} \theta_1 \\ y_1 = r_2 \text{sen} \theta_c \text{sen} \phi_c \\ z_1 = r_2 \cos \theta_c \cos \theta_1 - r_2 \text{sen} \theta_c \cos \phi_c \text{sen} \theta_1 \end{cases}$$

Mas como  $\text{sen}\theta_1 = \text{sen}\theta_i$  e  $\text{cos}\theta_1 = -\text{cos}\theta_i$ , teremos que

$$\begin{cases} x_1 = r_2(\text{cos}\theta_c \text{sen}\theta_i - \text{sen}\theta_c \text{cos}\phi_c \text{cos}\theta_i) \\ y_1 = r_2(\text{sen}\theta_c \text{sen}\phi_c) \\ z_1 = -r_2(\text{cos}\theta_c \text{cos}\theta_i + \text{sen}\theta_c \text{cos}\phi_c \text{sen}\theta_i) \end{cases} \quad (\text{F.4})$$

Analisando as transformações, temos como consequência do alinhamento  $y_1 \equiv y_2$  que a componente horizontal do eixo  $z_2$ , que representa a direção de propagação da partícula, se encontra projetada sobre o eixo  $x_1$ . Desse modo, por construção, a partícula está se propagando no plano delineado pelos eixos  $x_1$  e  $z_1$  (perpendicular à vertical).

### F.3 A mudança para coordenadas polares

As componentes cartesianas no sistema  $x_1 y_1 z_1$  não nos são de muita valia, sendo mais interessante que saibamos quais são as coordenadas do fóton Cerenkov nas coordenadas polares tomadas sobre o sistema  $x_1 y_1 z_1$  ( $r', \theta', \phi'$ ).

Tais transformações são dadas a partir das equações

$$\begin{cases} r' = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} \\ \theta' = \text{arc cos} \frac{z'}{r'} \\ \phi' = \text{arc tan} \frac{y'}{x'} \end{cases} \quad (\text{F.5})$$

e desse modo, substituindo as equações F.4 em F.5 teremos que

$$\begin{cases} r' = r_2 \\ \theta' = \text{arc cos}(-\text{cos}\theta_c \text{cos}\theta_i - \text{sen}\theta_c \text{sen}\theta_i \text{cos}\phi_c) \\ \phi' = \text{arc tan} \left( \frac{\text{sen}\theta_c \text{sen}\phi_c}{\text{cos}\theta_c \text{sen}\theta_i - \text{sen}\theta_c \text{cos}\theta_i \text{cos}\phi_c} \right) \end{cases} \quad (\text{F.6})$$

Não estamos preocupados com a coordenada  $r'$  (igual a 1, pois  $r_2$  é um vetor unitário). O que nos interessa na realidade não é o ângulo  $\theta'$ , mas o ângulo  $\theta_{\text{tot}} (= \pi - \theta')$  (figura F.2). Desse modo, obtemos que

$$\begin{cases} \theta_{\text{tot}} = \text{arc cos}(\text{cos}\theta_c \text{cos}\theta_i + \text{sen}\theta_c \text{sen}\theta_i \text{cos}\phi_c) \\ \phi' = \text{arc tan} \left( \frac{\text{sen}\theta_c \text{sen}\phi_c}{\text{cos}\theta_c \text{sen}\theta_i - \text{sen}\theta_c \text{cos}\theta_i \text{cos}\phi_c} \right) \end{cases} \quad (\text{F.7})$$

### F.4 A obtenção da intersecção do fóton no plano xy

O sistema  $xyz$  é o sistema do eixo do chuva. O eixo do chuva se encontra sobre o eixo  $z$  (embora em orientado ao contrário), o plano  $xy$  é o plano de observação com a origem colocada na intersecção do eixo do chuva e o eixo  $x$  se encontra alinhado a uma dada direção privilegiada no plano de observação. Sobre esse último ponto, convém lembrar que Hillas concluiu que o efeito do

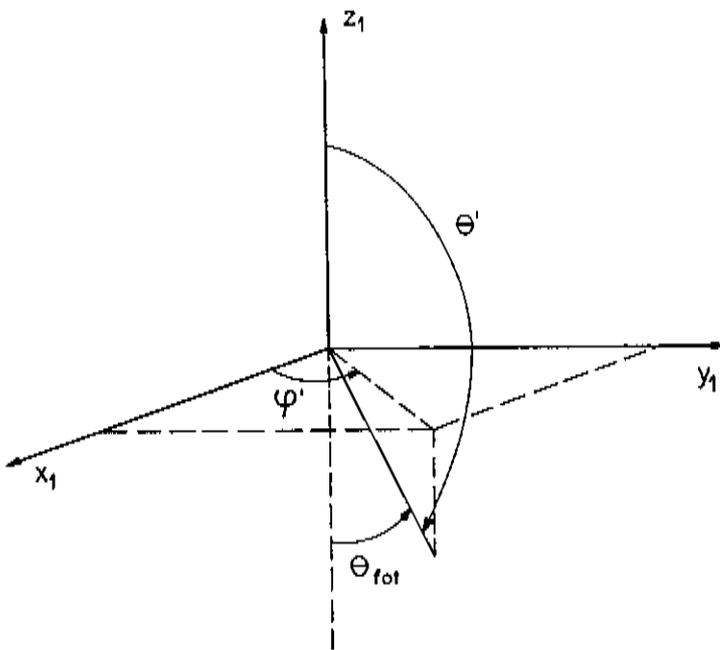


Figura F.2: Obtenção de  $\theta_{fot}$  e  $\phi'$

campo magnético terrestre nas “cascatas médias” é um efeito “menor”, e desse modo, para todos os efeitos, o eixo x não aponta para nenhuma direção “a priori”.

O nosso objetivo é a obtenção das coordenadas (x,y) da intersecção do fóton Cerenkov em nosso plano de observação. Já temos o valor dos ângulos  $\theta_{fot}$  e  $\phi'$ , que nos dão o vetor direção do fóton em relação ao sistema x'y'z' (o sistema “da partícula”).

Para a solução completa, necessitamos ainda conhecer os vetores direção da partícula no sistema xyz (para que possamos fazer o transporte dos ângulos  $\theta_{fot}$  e  $\phi'$  ao sistema xyz ) e posição do ponto de emissão do fóton no sistema xyz.

Falaremos agora sobre esses passos finais, mas de uma maneira mais “lenta” do que a oferecida pela convolução geométrica dos vários vetores. Isso se faz para que não se perca de vista os diversos passos presentes nessas transformações.

#### F.4.1 O sistema x\*\*y\*\*z\*\*

Esse sistema é paralelo ao sistema anterior, mas tem a sua origem colocada sobre o plano de observação (figura F.3). Desse modo, sendo  $h_0$  o valor da altura da emissão do fóton Cerenkov, teremos que no plano x\*\*y\*\* a distância do fóton ao eixo do chuveiro será dada por

$$\left\{ \begin{array}{l} r^* = h_0 \text{sen} \theta_{fot} \end{array} \right. \quad (\text{F.8})$$

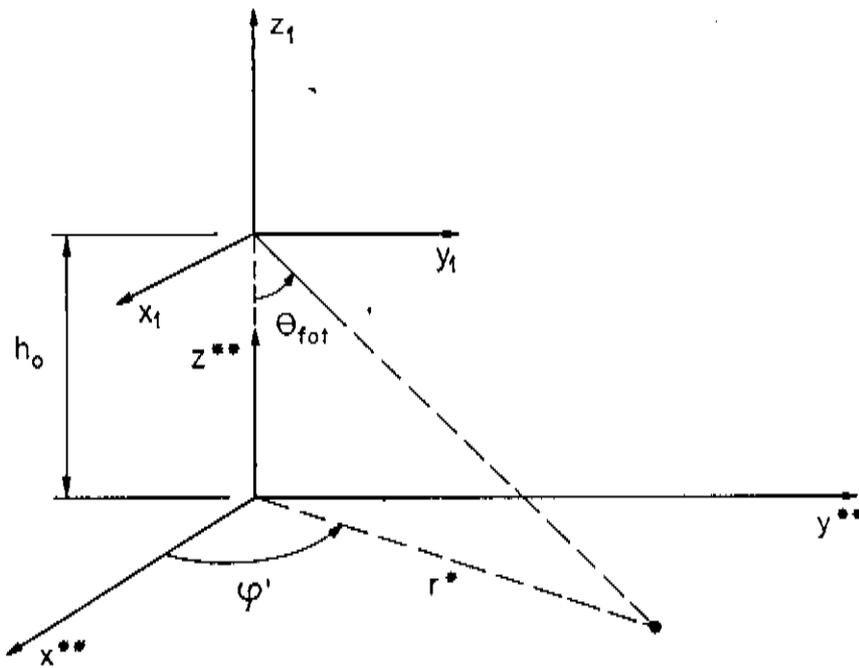


Figura F.3: O sistema  $x''y''z''$

#### F.4.2 O sistema $x^*y^*z^*$

Esse sistema já se encontra com a origem colocada sobre a intersecção do eixo do chuveiro com o plano de observação, porém ainda possui o eixo  $x^*$  alinhado com a componente horizontal do vetor direção da partícula (eixo  $x'$ ).

O que queremos obter desse sistema na realidade é o vetor posição do ponto de emissão do fóton Cerenkov quando projetado no plano de observação. Segundo a parametrização de Hillas para a distância radial da partícula carregada ao eixo do chuveiro, a partícula se encontrará a uma distância  $r_0$  do eixo do chuveiro<sup>1</sup>. Temos o valor de  $r_0$ , nos faltando o valor de um ângulo azimutal que localize totalmente a posição da intersecção desse ponto de emissão. Esse ângulo azimutal será chamado de  $\phi_0$ , e é tomado a partir de uma distribuição uniforme, uma vez que as partículas estão distribuídas uniformemente ao redor do eixo do chuveiro (figura F.4).

#### F.4.3 O ângulo azimutal de propagação da partícula $\phi_i$

A obtenção das coordenadas finais da intersecção do fóton no plano  $xy$  se encontram quase completas. Falta porém informações sobre o ângulo azimutal de propagação que a partícula faz com o sistema de eixos do chuveiro, uma vez que o ângulo  $\phi'$  se refere ao ângulo azimutal da direção do fóton, mas em relação ao eixo  $x_1$ , que está alinhado com a componente horizontal do vetor direção de propagação da partícula.

Denominamos assim o ângulo azimutal  $\phi_i$  como o ângulo azimutal do seu vetor de direção da partícula, que segundo Hillas se encontra uniformemente

<sup>1</sup>tomada na altura  $h_0$  de nossa fatia atmosférica

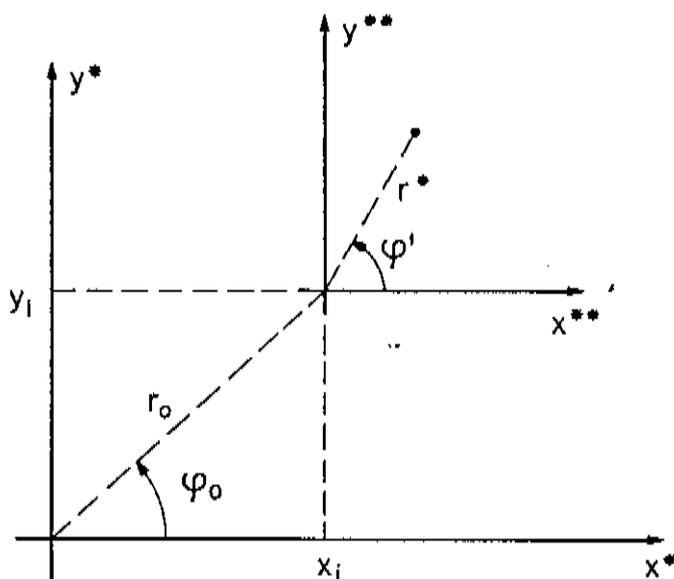


Figura F.4: O sistema  $x^*y^*$

distribuído ao redondo de  $z_1$  (figura 3.3).

## F.5 A obtenção das coordenadas $(x,y)$

Uma vez de posse desses dados, e reconhecendo que:

$(r_0, \phi_0, h_0)$  - são as coordenadas do vetor do ponto médio da trajetória da partícula no sistema de eixos  $xyz$ ;

$(\theta_i, \phi_i)$  - são as coordenadas do vetor unitário direção da partícula carregada no sistema de eixos  $xyz$ ; e

$(\theta_{fot}, \phi')$  - são as coordenadas do vetor unitário direção do fóton Cerenkov no sistema de eixos  $x_1y_1z_1$ ;

teremos finalmente que

$$\begin{cases} x = r_0 \cos \phi_0 + r^* \cos(\phi' + \phi_i) \\ y = r_0 \sin \phi_0 + r^* \sin(\phi' + \phi_i) \end{cases} \quad (F.9)$$

lembrando que  $r^*$  é obtido da expressão F.8 (figura F.5).

## F.6 A simulação de um ponto de emissão do fóton Cerenkov sobre a trajetória da partícula

Embora tenhamos os parâmetros do vetor posição da partícula carregada quando essa se encontra no meio da nossa "fatia atmosférica", devemos

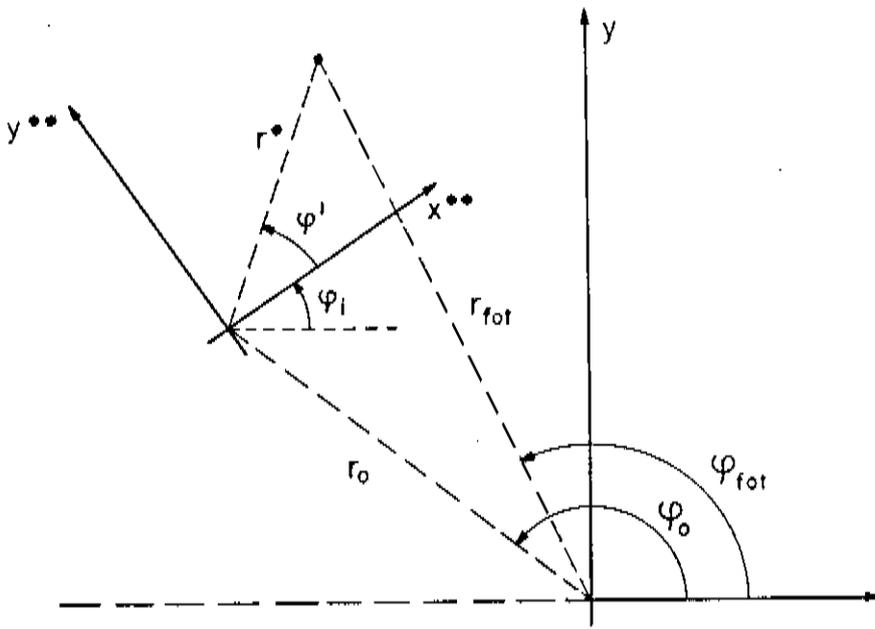


Figura F.5: A intersecção do fóton Cerenkov no plano (referencial do chuvaeiro)

lembrar que a emissão de luz Cerenkov se dá ao longo da trajetória da partícula no meio. Assim, a rigor, teremos diversos pontos de emissão de fótons Cerenkov conforme estes vão sendo emitidos.

Nós conhecemos o vetor posição da partícula carregada no ponto médio da fatia atmosférica, bem como o comprimento de cada fatia. Desse modo, podemos gerar, usando uma distribuição uniforme, diversos pontos de emissão sobre a trajetória da partícula.

Seja  $\vec{X}_{h_0}$  o vetor do ponto médio da trajetória da partícula tomado no sistema de eixos  $xyz$ . Seja  $\hat{n}$  o vetor unitário que represente a direção dessa partícula.

Podemos obter diversos pontos de emissão de fótons Cerenkov (denominados por  $\vec{X}_P$ ) se usarmos a relação

$$\vec{X}_P = \vec{X}_{h_0} + s\hat{n} \quad (F.10)$$

onde "s" é um escalar (figura F.6).

Deveremos estabelecer limites para os valores que "s" pode assumir. Fazemos isso lembrando que já são de nosso conhecimento as alturas dos limites superior e inferior das camadas atmosféricas.

Tomando somente a equação da componente "z" da igualdade F.10, teremos que

$$Z_{max} = Z_{h_0} + s_{max} * Z_{\hat{n}}$$

onde  $Z_{max}$  é a altura da borda superior da camada,  $Z_{h_0}$  a altura calculada do "ponto médio" (representativo da altura da camada) e  $Z_{\hat{n}}$  é o valor da componente z do vetor  $\hat{n}$ .

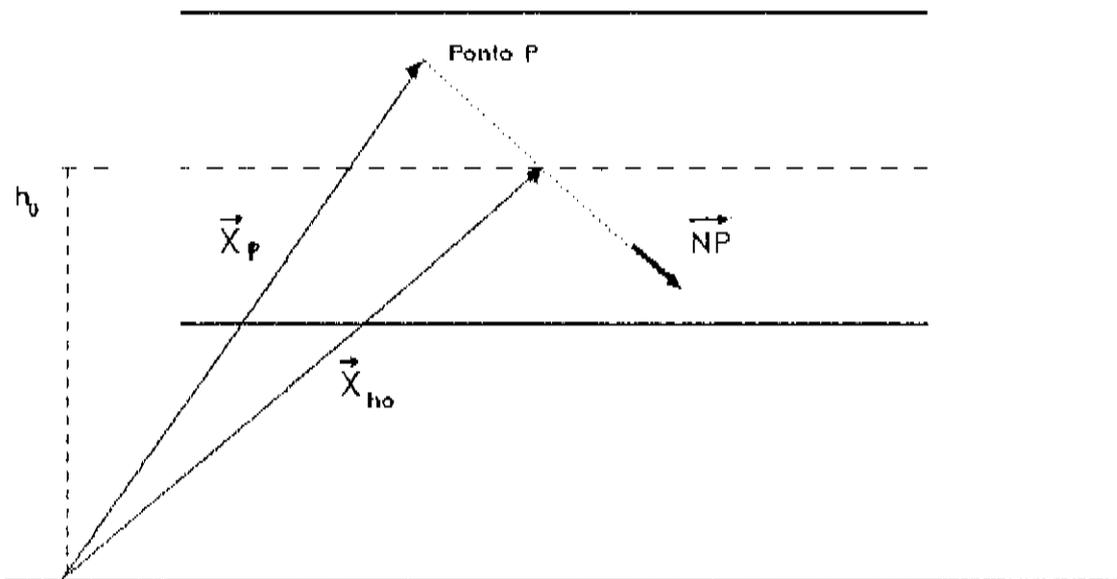


Figura F.6: Construção de um vetor ponto de emissão sobre a trajetória da partícula

Desse modo, teremos que  $s_{max}$  será dado pela expressão

$$s_{max} = \frac{Z_{max} - Z_{h_0}}{Z_{\hat{n}}}$$

Em nosso caso temos que as bordas superior e inferior da camada atmosférica estão equidistantes do ponto médio. Desse modo, fazemos uma simulação de diferentes pontos de emissão de fótons Cerenkov nos utilizando da expressão F.10 e sorteando valores compreendidos entre  $-s_{max}$  e  $+s_{max}$ .

# Apêndice G

## A otimização dos cálculos de absorção

### G.1 A atenuação representada por matrizes

A matriz TAU contém os valores de  $\beta_\lambda * \Delta l$  (o volume total attenuation coefficient multiplicado pelo comprimento vertical da camada atmosférica) relacionados com a atenuação sofrida pelos fótons Cerenkov ultravioleta emitidos da partir das diversas fatias atmosféricas até os níveis de detecção por nós estabelecidos.

Seja um fóton Cerenkov criado em uma camada atmosférica "I" acima do plano de observação denominado por NV. O elemento TAU(I,J) contém as informações da atenuação de fótons que tenham comprimento de onda "J" (o valor de  $\tau_\lambda$ ) referente ao percurso vertical desse fóton até o plano de detecção NV.

Uma vez que os fótons são emitidos com um certo ângulo zenital em relação a normal do plano de observação, se faz necessária a computação do aumento da trajetória que esses fótons iram sofrer. Isso é conseguido pela multiplicação do elemento TAU(I,J) pela secante do ângulo zenital (vide apêndice).

### G.2 A organização da matriz TAU

É importante salientar que, no que diz respeito ao percurso dos fótons Cerenkov quando relacionados à atenuação atmosférica, este se dá a partir da borda superior da camada "I", como se o fóton de fato tivesse percorrido inclusive a totalidade da camada de onde ele foi originado. Assim, para efeitos de atenuação, os fótons são considerados emitidos sempre da parte superior da fatia atmosférica (porém, como já foi visto, para efeito das computações geométricas são obtidos diversos pontos de emissão para os fótons originados sobre a trajetória da partícula carregada na camada).

Esse fato nos acarreta algumas imprecisões, embora de pequena ordem. Por outro lado, nos permite efetuar uma grande otimização referente aos cálculos de atenuação atmosférica.

De fato, denominemos a última camada atmosférica responsável pelo fornecimento de fótons ao plano de observação NV por NV-1. Essa camada, com a atenuação representada por  $\text{TAU}(\text{NV}-1)$ , tem como seu limite superior o estrato mais próximo do nível de observação NV, e como limite inferior o próprio nível de observação NV. Desse modo, não nos faria sentido a computação do elemento  $\text{TAU}(\text{NV})$ , . Isso porque ele estaria relacionado com fótons produzidos abaixo do plano de observação NV.

Mas uma vez que estamos avaliando diversos níveis de observação ao mesmo tempo, usamos o elemento  $\text{TAU}(\text{NV})$ , para uma otimização. Seja NV' o próximo nível de observação, localizado abaixo de NV após um certo número de camadas atmosféricas. Será atribuído a  $\text{TAU}(\text{NV})$ , a atenuação total encontrada por um fóton que esteja se dirigindo até o nível NV' (figura G.1).

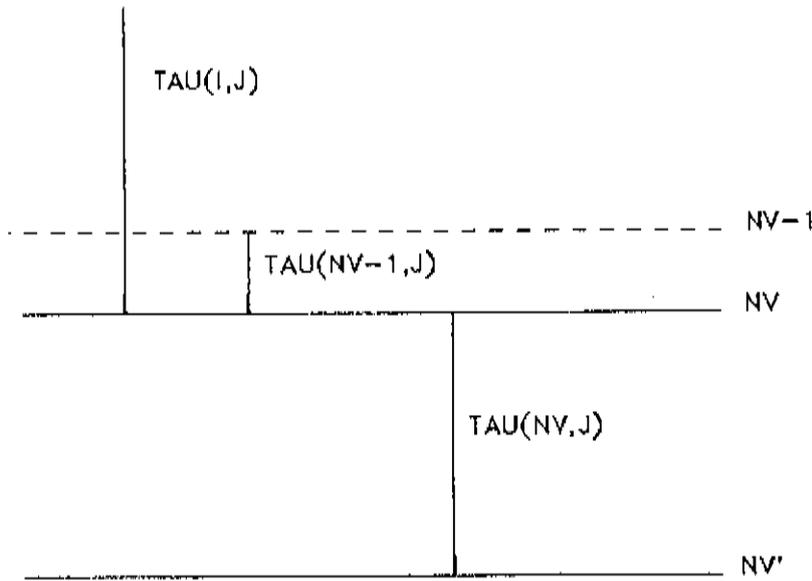


Figura G.1: A matriz de atenuação atmosférica TAU

Desse modo, assim que um fóton que chegue a um determinado nível de observação, são primeiramente elaboradas estatísticas referentes ao esse nível em particular. Logo em seguida, usando o elemento  $\text{TAU}(\text{NV})$ , é computada a probabilidade de atenuação desse mesmo fóton até o próximo nível de observação. Isso é feito até que o fóton seja absorvido, ou até que se atinja o último nível de observação.

# Apêndice H

## A Atmosfera Terrestre

### H.1 Parâmetros médios

No estudo da extinção de luz através da atmosfera [10-49] é necessário o conhecimento da concentração dos vários constituintes em função da altura. A concentração destes, no entanto, é derivada do perfil de pressão, que será apresentado nessa sessão. Também é interessante apresentar o perfil de temperatura, usado na definição das várias camadas da atmosfera e que nos dá uma idéia qualitativa dos processos de absorção da luz solar.

#### H.1.1 Pressão

Uma vez que a atmosfera não é isotérmica e não se comporta como um fluido incompressível, o perfil médio de pressão se mostra complicado. Buscam-se, então, aproximações.

No modelo de densidade constante, por exemplo, uma vez que

$$dP = -\rho g dZ$$

e  $\rho$  independe de T ou Z, chegamos a

$$P(Z) = P_0 - \rho g Z$$

onde  $P_0$  é a pressão ao nível do mar.

Se considerarmos que  $\rho$  é dependente de T, através de  $\rho = P/RT$ , chegamos a expressão da atmosfera isotérmica:

$$P(Z) = P_0 * \exp - \frac{gZ}{RT}$$

ou

$$P(Z) = P_0 * \exp - \frac{Z}{H}$$

onde H é chamado Escala de Altura.

Uma opção prática é a adoção da fórmula acima para faixas de alturas, associando a cada faixa uma escala de altura distinta.

## H.1.2 Densidade, Número de partículas

Essas grandezas, por serem proporcionais à pressão, tem seu equacionamento de forma semelhante.

Assim

$$\rho(Z) = \rho_0 * \exp -\frac{Z}{H}$$

e

$$N(Z) = N_0 * \exp -\frac{Z}{H}$$

onde  $\rho_0$  é a densidade ao nível do mar, e  $N_0$  é o número de partículas ao nível do mar.

Tal como a pressão, pode-se adotar a representação onde se usam diferentes escalas de altura conforme a faixa de atmosfera a ser representada.

## H.1.3 A temperatura e a divisão da atmosfera

O perfil médio de temperatura na atmosfera também se mostra complexo. A atmosfera se aquece através da absorção da luz solar, absorção esta função de fenômenos e reações fotoquímicas particulares a diversas alturas.

A variação da temperatura com a altura é descrita pelo lapse rate <sup>1</sup> que é definido como

$$\gamma = -\frac{dT}{dZ}$$

Assim,  $\gamma$  é positivo se a temperatura decresce com a altura.

A atmosfera se divide em camadas, e essas camadas são delimitadas pelo sinal de  $\gamma$  (figura H.1).

Na Troposfera (0 - 11 km) a maior parte da radiação solar está no visível ou no infravermelho. Essa radiação aquece o chão, que por sua vez aquece o ar junto a ele. Assim, um equilíbrio térmico tende a ser atingido na atmosfera inferior por meio de diversos processos, tais como processos de radiação, correntes de convecção, ventos, trocas de calor entre o vapor de água e o dióxido de carbono (efeito estufa), etc.

O resultado final é o surgimento do gradiente de temperatura encontrado na troposfera: O ar tem a temperatura máxima junto ao solo, mas a temperatura diminui com a altura. Temos assim  $\gamma > 0$ .

A medida que nos deslocamos para cima, a atmosfera começa a se aquecer devido principalmente a absorção da radiação solar pelo ozônio, o que faz com que  $\gamma$  diminua progressivamente até que este atinga o valor igual a 0. Essa altura é definida como tropopausa, limite da troposfera, e, apesar de variar sazonalmente e também conforme a latitude, é assumida como estando a aproximadamente 11 km de altura.

<sup>1</sup> Usaremos o nome em inglês para várias grandezas usadas no estudo da atmosfera

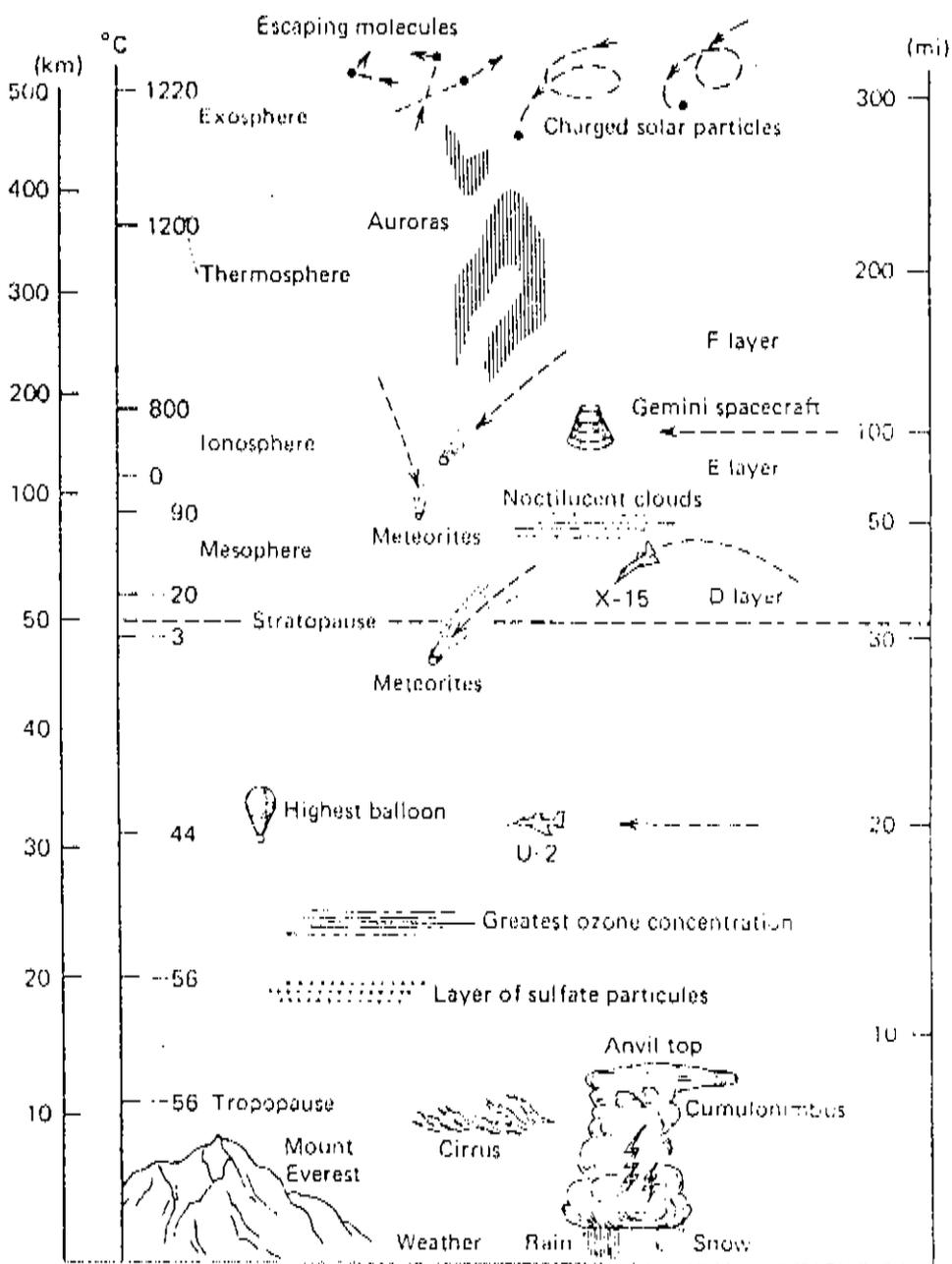


Figura H.1: Estratificação do envelope atmosférico

Continuando a subida, acima da tropopausa, se encontra a Estratosfera (11 - 50 km), onde agora  $\gamma < 0$ . A atmosfera continua a se aquecer pela absorção da radiação ultravioleta compreendida entre  $2000 < \lambda < 3000 \text{ \AA}$  pelo ozônio (5 - 7 % da radiação solar) (figura H.2).

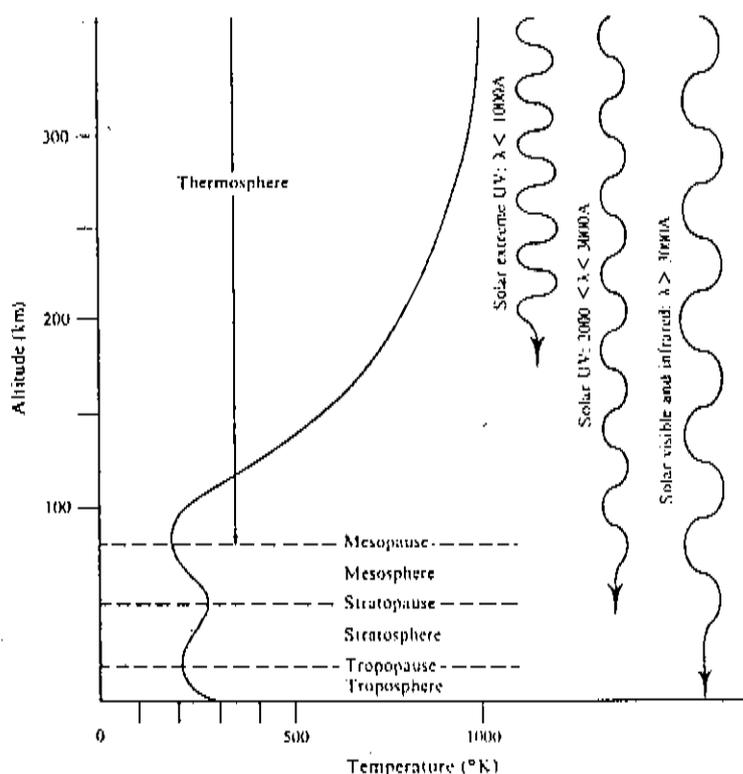


Figura H.2: Variação de temperatura na atmosfera. O aumento na temperatura reflete sempre a absorção da radiação solar de um certo comprimento de onda

Na Mesosfera (50 - 80 km) a temperatura volta a cair com a altura, e mais acima, na Termosfera (que compreende a Ionosfera e a Exosfera) a temperatura se eleva devido à absorção quase completa de toda a radiação solar “dura” ( $\lambda < 1000 \text{ \AA}$ ). Devido a isso, nessa região, ocorre o aparecimento de íons e elétrons, que ficam aprisionados no campo magnético terrestre, e tem livres caminhos médios da ordem de quilômetros.

### H.1.4 A Atmosfera Padrão

Visando uma representação mais realística da atmosfera, foram criadas as “Atmosferas Padrão”, com valores médios obtidos experimentalmente através de balões e sondas espaciais, e inferidos ou extrapolados, quando da falta de dados.

Uma das atmosferas padrão existentes é a US Standard Atmosphere of 1962 (USSA - 1962), que fornece parâmetros médios em função da latitude geográfica e estação do ano. Apesar da idade, ela não está desatualizada para os

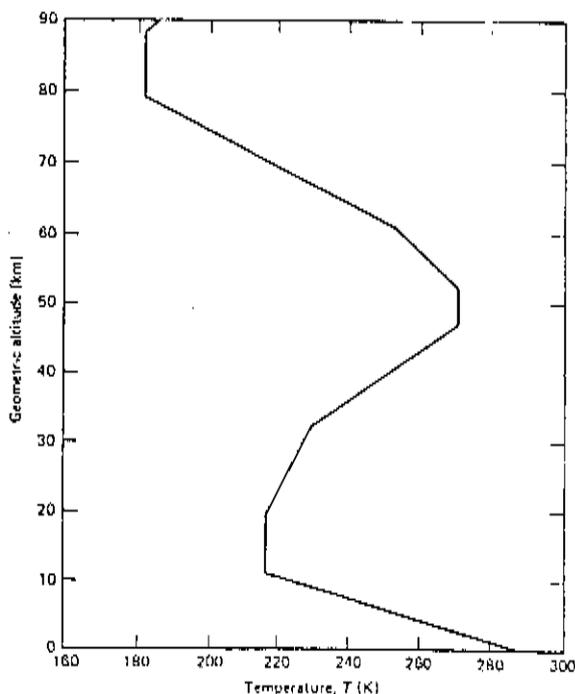


Figura H.3: Perfil médio de temperatura (USAA 1962)

parâmetros básicos tais como temperatura, pressão, etc (tabela H.1 e figuras H.3 a H.5).

## H.1.5 Índice de refração

O índice de refração do ar é muito próximo de 1. Usualmente ele é escrito como

$$n = 1 + \delta(\lambda, h)$$

onde  $\delta$  é função de  $\lambda$  (devido à dispersão) e  $h$  é a altitude em relação ao nível do mar. Para  $\lambda = 5500 \text{ \AA}$  (luz amarela) e  $h=0$  (nível do mar, nas condições normais de temperatura e pressão)  $\delta = 2.9 \cdot 10^{-4}$ .

A dependência com a altura surge devido a  $\delta$  ser diretamente proporcional à densidade atmosférica. Se empregarmos o mesmo raciocínio já visto na formulação da atmosfera isotérmica, teremos que  $\delta$  pode ser aproximadamente expresso por

$$\delta(h) = \delta_0 * \exp \left( -\frac{h}{H} \right)$$

onde  $\delta_0$  é o valor de  $\delta$  para um dado  $\lambda$  nas condições STP e  $H$  é a escala de altura, já estudada atrás.

No entanto, usando os dados da atmosfera padrão, podemos obter uma estimativa de  $\delta(h)$  mais precisa. A proporcionalidade com a densidade atmosférica faz com que encontremos freqüentemente  $\delta$  expresso como

Temp (°K)	Press (mb)	Density (g m <sup>-3</sup> )	Temp (°K)	Press (mb)	Density (g m <sup>-3</sup> )
Tropical (15°N)			61	219,677	0,291711
299,650	0,101325	0,116655	62	216,254	0,102715
293,662	0,901131	0,106143	63	212,828	0,159358
287,680	0,801790	0,968878	64	239,105	0,138737
283,651	0,714754	0,875708	65	235,985	0,120564
276,980	0,633206	0,795068	66	232,562	0,104537
270,307	0,559266	0,719873	67	229,142	0,901640
263,631	0,492402	0,650142	68	225,726	0,781276
256,961	0,432099	0,585483	69	222,307	0,673425
250,291	0,377918	0,525811	70	218,891	0,579697
243,620	0,329330	0,470827	71	215,475	0,496334
236,961	0,285890	0,420269	72	212,062	0,42479
230,302	0,247211	0,373951	73	208,646	0,362160
223,642	0,212859	0,331571	74	205,231	0,308670
216,982	0,182151	0,292928	75	201,825	0,262029
210,322	0,155637	0,257790	76	198,416	0,224889
203,669	0,132109	0,225967	77	195,007	0,187357
197,023	0,111548	0,197234	78	191,520	0,151467
191,810	0,937010	0,167566	79	188,189	0,132375
198,778	0,788798	0,138211	80	184,783	0,110762
202,746	0,666272	0,114482	81	181,150	0,924748
206,714	0,564623	0,951540	82	181,150	0,772164
210,678	0,480069	0,793821	83	181,150	0,644757
214,642	0,409413	0,664484	84	181,150	0,538372
217,619	0,350059	0,564852	85	181,150	0,449540
219,229	0,299734	0,476296	86	181,150	0,375136
221,407	0,257079	0,401195	87	181,150	0,313547
223,583	0,220859	0,341121	88	181,150	0,264860
225,761	0,189993	0,293175	89	181,150	0,218734
227,936	0,163701	0,250193	90	181,150	0,182741
230,112	0,141217	0,213835			
232,286	0,122061	0,183059			
234,459	0,105621	0,156940			
236,633	0,915237	0,134739			
238,807	0,791080	0,115839			
240,978	0,689953	0,997425			
243,149	0,600237	0,859978			
245,319	0,522906	0,742560			
247,490	0,456029	0,644909			
249,659	0,398236	0,555687			
251,826	0,348221	0,481748			
253,993	0,304839	0,418106			
256,162	0,267127	0,363279			
258,327	0,234404	0,316106			
260,494	0,205886	0,275339			
262,659	0,181056	0,240137			
264,824	0,159389	0,209674			
266,986	0,140478	0,183298			
269,149	0,123937	0,160116			
270,150	0,109438	0,144124			
270,150	0,966452	0,124627			
270,150	0,853587	0,110073			
270,150	0,753903	0,972185			
269,236	0,665795	0,864481			
267,274	0,587601	0,765886			
265,312	0,518113	0,680308			
263,350	0,456416	0,603762			
261,390	0,401737	0,535446			
259,430	0,353269	0,474377			
257,470	0,310346	0,419912			
255,510	0,272369	0,371353			
253,564	0,238822	0,328711			

Tabela H.1: Valores de pressão, temperatura e densidade de uma atmosfera tropical (segundo USSA - 1962)

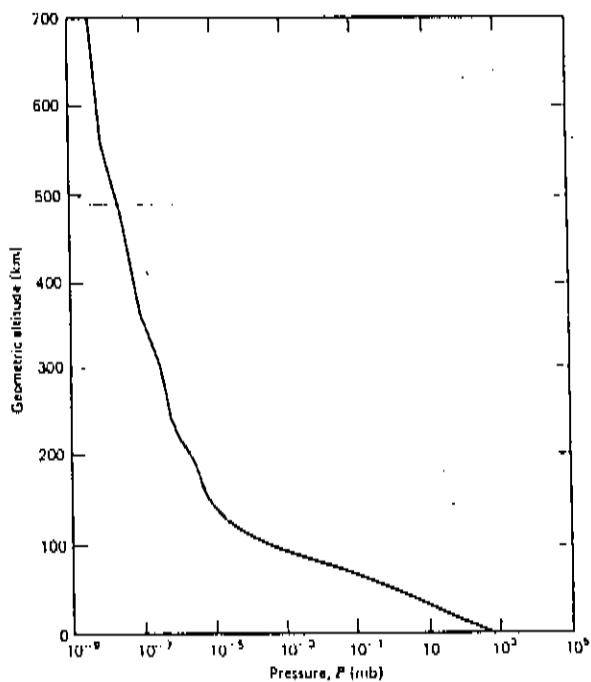


Figura H.4: Perfil médio de pressão (USSA 1962)

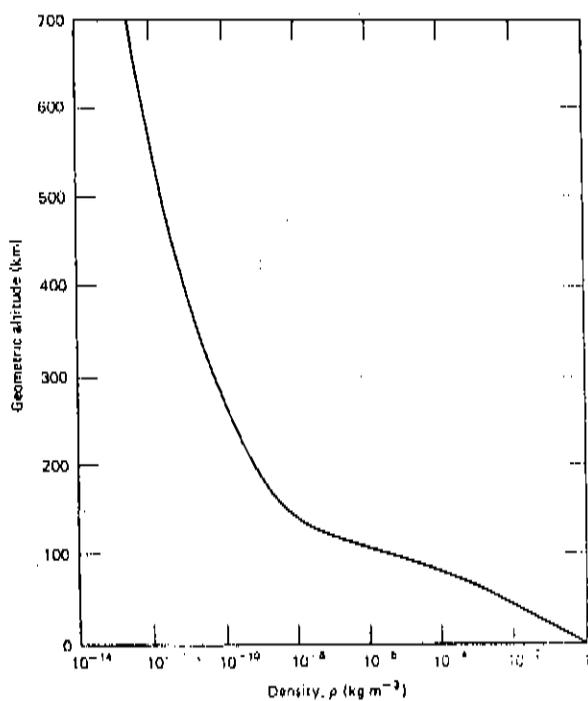


Figura H.5: Perfil médio de densidade (USSA 1962)

$$\delta(h) = \delta_0 * \frac{\rho(h)}{\rho_0}$$

onde  $\rho(h)$  e  $\rho_0$  são a densidade atmosférica a uma altura  $h$  e ao nível do mar, respectivamente.

Da teoria de gases perfeitos, no entanto, obtem-se que

$$\rho = \frac{P * \bar{m}}{k * A * T}$$

onde  $P$  é a pressão,  $\bar{m}$  é a massa molar média (no caso de se tratar de uma mistura de gases),  $A$  é o número de Avogrado,  $k$  é a constante de Boltzman e  $T$  a temperatura. Uma vez que  $\bar{m}$  é praticamente constante dentro da homosfera (que será definida mais a frente),  $\delta(h)$  pode ser escrito como

$$\delta(h) = \delta_0 * \frac{T_0}{P_0} * \frac{P(h)}{T(h)}$$

$P_0$  e  $T_0$  se referem aos valores de pressão e temperatura nas condições standard, e os valores de  $P(h)$  e  $T(h)$  são obtidos atmosfera padrão.

## H.1.6 A correlação entre a profundidade atmosférica e a pressão

De uso corrente em física de altas energias, a grandeza profundidade de um meio (geralmente dada em unidades de  $\text{g}/\text{cm}^2$ ) e obtida da integral da densidade do meio ao longo de um trajeto feito entre dois pontos extremos  $x_1$  e  $x_2$ .

Em se tratando de física atmosférica geralmente busca-se a profundidade a uma certa altura  $h_1$ , matematicamente dada por

$$\Delta_{h_1} = \int_{h_1}^{\infty} \rho(h) dh$$

A pressão atmosférica ao nível  $h_1$  é porém definida como

$$P_{h_1} = \int_{h_1}^{\infty} \rho(h) g dh$$

onde  $g$  é a aceleração da gravidade.

Se considerarmos a aceleração da gravidade como constante sob todo o intervalo compreendido pela integral, teremos que

$$P_{h_1} = g \int_{h_1}^{\infty} \rho(h) dh$$

Na prática o valor de  $\rho(h)$  é muito baixo a alturas onde  $g$  assume valores muito diferentes do que  $g$  ao nível do mar. Assim, podemos relacionar diretamente a profundidade atmosférica com a pressão pela fórmula

$$\Delta_{h_1} = \frac{P_{h_1} - P_{\infty}}{g}$$

( $P_{\infty}$  igual a zero)

Se usarmos o sistema CGS, teremos que  $g = 980 \text{ cm/s}^2$  e  $1 \text{ milibar} = 10^3 \text{ dyn/cm}^2$ . Isso nos leva a uma coincidência interessante; de fato, medindo a pressão em milibares

$$\Delta_{h_1} = \frac{P_{h_1} * 10^3}{980} \simeq P_{h_1} * 1.02$$

Assim para um certo nível atmosférico, podemos usar quase que equivalentemente a grandeza pressão (em milibares) ou a grandeza profundidade atmosférica (em  $\text{g/cm}^2$ ). Similarmente, a profundidade atmosférica entre dois níveis  $h_1$  e  $h_2$  pode do mesmo modo ser expressa pela diferença entre as suas pressões.

Essa grandeza será usada depois na simulação quando da divisão da atmosfera em fatias de  $5 \text{ g/cm}^2$ . Entenda-se assim que cada divisão terá aproximadamente 5 milibares de "comprimento" ( $\simeq 45$  metros ao nível do mar;  $\simeq 3300$  metros a 30 km de altura).

## H.2 Composição

Um certo cuidado deve ser tomado se vamos discutir a composição da atmosfera, pois esta apresenta uma dependência com a altura. De fato, a composição relativa média a muitos quilômetros da superfície pode ser radicalmente diferente da composição ao nível do mar. Faz-se necessário a introdução dos conceitos de homosfera e heterosfera.

### H.2.1 Distinção entre Homosfera e Heterosfera

Na Homosfera, a composição é a usualmente adotada (tabela H.2). Nessa faixa, que se estende do nível do mar até a altura de aproximadamente 100 km, estão contidos mais de 90% da atmosfera terrestre.

Através de processos de mistura, temos que a concentração relativa dos gases se apresenta constante (exceção feita aos gases variáveis, os quais serão tratados mais abaixo). Uma medida da concentração relativa média é a massa molar média. Na homosfera a massa molar média permanece constante.

Na Heterosfera, que compreende a camada logo acima da homosfera até o topo, a massa molar média diminui com a altura, devido a processos de difusão (figura H.6).

Os processos de difusão, predominantes sob condições de atmosfera estável, tendem a estabelecer um Diffuse Equilibrium, onde a concentração dos diversos gases obedeceria uma distribuição exponencial decrescente com a altura. Tal processo tende a fazer com que, nos gases com maior massa molecular, essa

CONSTITUENT	CHEMICAL FORMULA	MOLECULAR WEIGHT ( <sup>12</sup> C = 12)	PERCENT BY VOLUME IN DRY AIR	TOTAL MASS (gm)
<i>Total atmosphere</i>				$(5.136 \pm 0.007) \times 10^{21}$
<i>Water vapor</i>	H <sub>2</sub> O	18.01534	variable	$(0.017 \pm 0.001) \times 10^{21}$
<i>Dry air</i>		28.9644	100.0	$(5.119 \pm 0.008) \times 10^{21}$
<i>Nitrogen</i>	N <sub>2</sub>	28.0134	$78.084 \pm 0.004$	$(3.866 \pm 0.006) \times 10^{21}$
<i>Oxygen</i>	O <sub>2</sub>	31.9988	$20.948 \pm 0.002$	$(1.185 \pm 0.002) \times 10^{21}$
<i>Argon</i>	Ar	39.948	$0.934 \pm 0.001$	$(6.59 \pm 0.01) \times 10^{19}$
<i>Carbon dioxide</i>	CO <sub>2</sub>	44.00995	$0.0315 \pm 0.0010$	$(2.45 \pm 0.08) \times 10^{18}$
<i>Neon</i>	Ne	20.183	$(1.818 \pm 0.004) \times 10^{-3}$	$(6.48 \pm 0.02) \times 10^{16}$
<i>Helium</i>	He	4.0026	$(5.24 \pm 0.05) \times 10^{-4}$	$(3.71 \pm 0.04) \times 10^{15}$
<i>Krypton</i>	Kr	83.80	$(1.14 \pm 0.01) \times 10^{-4}$	$(1.69 \pm 0.02) \times 10^{16}$
<i>Xenon</i>	Xe	131.30	$(8.7 \pm 0.1) \times 10^{-6}$	$(2.02 \pm 0.02) \times 10^{15}$
<i>Methane</i>	CH <sub>4</sub>	16.04303	$\sim 1.5 \times 10^{-4}$	$\sim 4.3 \times 10^{13}$
<i>Hydrogen</i>	H <sub>2</sub>	2.01594	$\sim 5 \times 10^{-5}$	$\sim 1.8 \times 10^{14}$
<i>Nitrous oxide</i>	N <sub>2</sub> O	44.0128	$\sim 3 \times 10^{-5}$	$\sim 2.3 \times 10^{15}$
<i>Carbon monoxide</i>	CO	28.0106	$\sim 1.2 \times 10^{-5}$	$\sim 5.9 \times 10^{14}$
<i>Ammonia</i>	NH <sub>3</sub>	17.0306	$\sim 1 \times 10^{-6}$	$\sim 3 \times 10^{13}$
<i>Nitrogen dioxide</i>	NO <sub>2</sub>	46.0055	$\sim 1 \times 10^{-7}$	$\sim 8.1 \times 10^{12}$
<i>Sulfur dioxide</i>	SO <sub>2</sub>	64.063	$\sim 2 \times 10^{-8}$	$\sim 2.3 \times 10^{12}$
<i>Hydrogen sulfide</i>	H <sub>2</sub> S	34.080	$\sim 2 \times 10^{-8}$	$\sim 1.2 \times 10^{12}$
<i>Ozone</i>	O <sub>3</sub>	47.9982	variable	$\sim 3.3 \times 10^{15}$

Tabela H.2: Composição da atmosfera

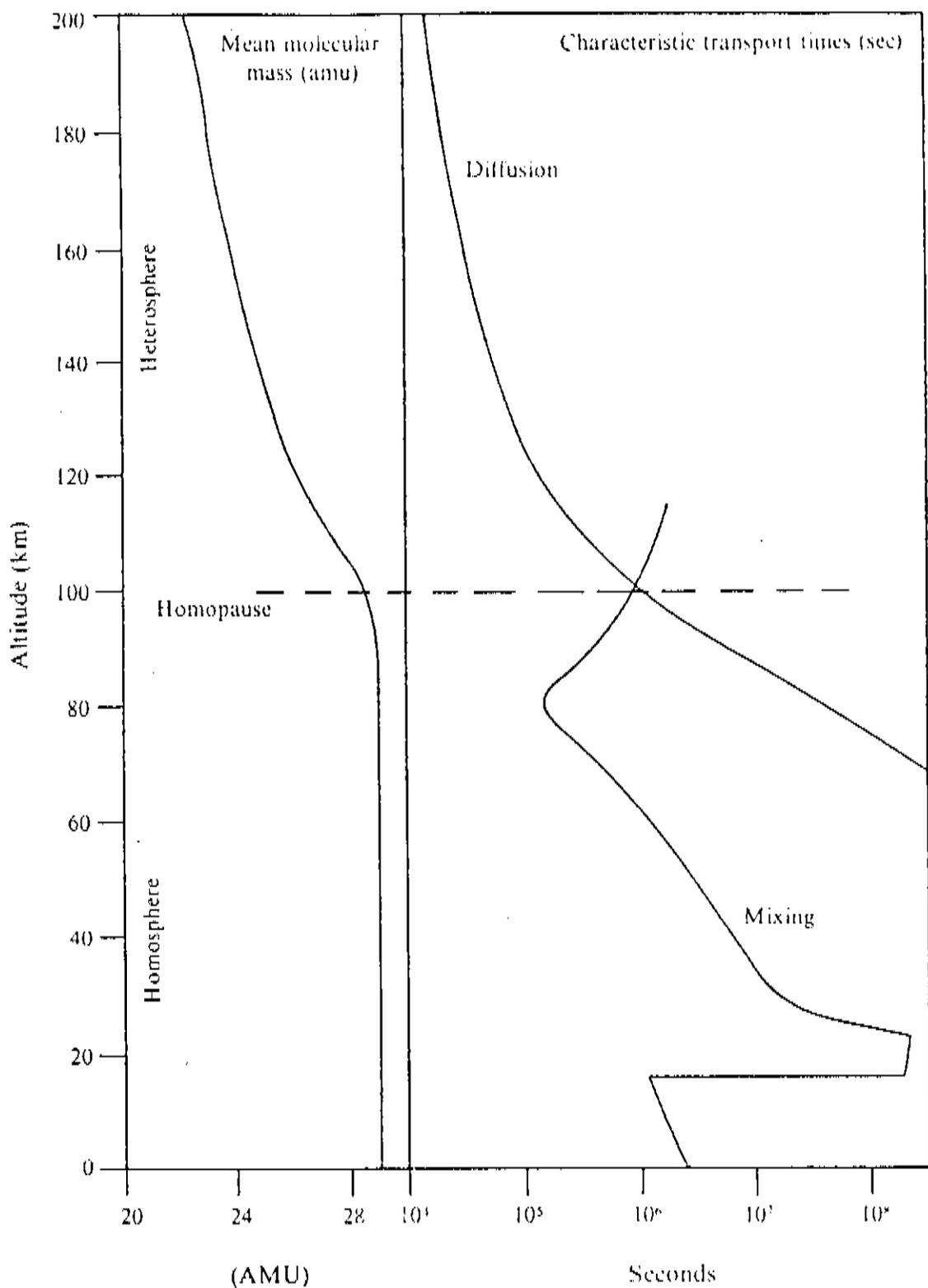


Figura H.6: Perfil da massa molecular média dos gases atmosféricos. Note que a homosfera e a heterosfera são determinadas pela dominância dos processos de mistura/difusão

distribuição exponencial negativa seja mais acentuada. O resultado final seria um decréscimo da massa molecular média com a altura.

Nos processos de mistura, movimentos de pacotes de ar entre os diversos níveis da atmosfera, típicos de condições de instabilidade, terminam por ocasionar uma uniformização da concentração dos gases, fazendo com que a massa molecular média mantenha-se constante.

## H.2.2 Distinção entre gases permanentes e variáveis

Certos gases não apresentam concentrações relativas fixas mesmo na homosfera, sendo essas vinculadas a uma série de fatores variáveis no tempo e em posição geográfica (condições climáticas, movimentos da atmosfera, poluição, reações químicas, etc). Esses constituintes são classificados como componentes gasosos variáveis. Caso contrário, esses gases são considerados constituintes permanentes (tabela H.3 e H.4).

Constituent	Volume ratio (%)	Parts per million	Total amount in vertical column (atm-cm)
Nitrogen, N <sub>2</sub>	78.084	—	$6.244 \times 10^3$
Oxygen, O <sub>2</sub>	20.948	—	$1.675 \times 10^3$
Argon, Ar	0.934	—	$7.47 \times 10^2$
Carbon dioxide, CO <sub>2</sub>	0.314 · 10 <sup>-4</sup>	—	$2.51 \times 10^2$
Neon, Ne	—	18.18	14.5
Helium, He	—	5.2	4.2
Krypton, Kr	—	1.1	0.9
Xenon, Xe	—	0.09	0.07
Hydrogen, H <sub>2</sub>	—	0	0.4
Methane, CH <sub>4</sub>	—	2.0	1.6
Nitrous oxide, N <sub>2</sub> O*	—	0.5	0.4
Carbon monoxide, CO*	—	1.1	0.9

\*Has varying concentration in polluted air.

Tabela H.3: Composição da atmosfera (gases permanentes)

Constituent	Volume ratio (%)	Parts per million
Ozone, O <sub>3</sub>	—	0-0.07 (ground)
	—	1-3 (20-30 km)
Water vapor, H <sub>2</sub> O	0-2	—
Nitric acid vapor, HNO <sub>3</sub>	—	$(0-10) \times 10^{-3}$
Ammonia, NH <sub>3</sub>	—	Trace
Hydrogen sulfide, H <sub>2</sub> S	—	$(2-20) \times 10^{-3}$
Sulfur dioxide, SO <sub>2</sub>	—	$(0-20) \times 10^{-3}$
Nitrogen dioxide, NO <sub>2</sub>	—	Trace
Nitric oxide, NO	—	Trace

Tabela H.4: Composição da atmosfera (gases variáveis)

O Ozônio (O<sub>3</sub>) e o vapor de água (H<sub>2</sub>O<sub>v</sub>) são os principais gases com concentração variável.

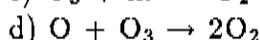
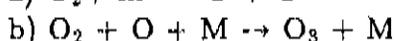
É importante notar que os diversos outros constituintes variáveis, apesar de na composição atmosférica média aparecerem como traço, participam de reações químicas importantes na atmosfera (exceção feita aos gases nobres).

### H.2.3 Perfil de Ozônio na atmosfera

A concentração de ozônio na atmosfera ainda hoje é motivo de estudos (vide a questão do buraco de ozônio). A importância do ozônio reside no fato que, apesar de apresentar bandas de absorção no visível e no infravermelho, ele é responsável sozinho pela absorção total da radiação solar situada no ultravioleta próximo/médio (2300 - 3200 Å), que se revela danosa aos tecidos orgânicos.

A concentração de ozônio não obedece uma distribuição exponencial com a altura, devido ao fato que é criado e destruído continuamente por reações fotoquímicas na atmosfera

Entre as principais reações, destacam-se:



onde M é um terceiro corpo ao qual é transferido energia excedente como energia cinética.

Como a matéria-prima do ozônio são as moléculas de oxigênio, o oxigênio atômico e um terceiro corpo M, temos que a distribuição do ozônio na atmosfera será função das distribuições desses constituintes.

Com efeito, a concentração de oxigênio atômico é crescente a medida que se dirige para o topo da atmosfera, onde a radiação ultravioleta do sol é mais forte, favorecendo a reação a). As colisões com o terceiro corpo M, necessário à reação b) só se tornarão mais significativas na média estratosfera (15 - 30 km), onde, de fato, se localiza a camada de ozônio.

A altitudes mais baixas, há falta de oxigênio atômico fornecido por reações como a a), e, em todas as altitudes ocorrem também reações de destruição do ozônio, c) e d), e destruição do oxigênio atômico, b) d) e e).

O equilíbrio entre essas principais reações, juntamente com outras reações menores e a dinâmica das massas de ar na estratosfera determinam a camada de ozônio, situada a aproximadamente 30 quilômetros de altura e onde o número de moléculas de ozônio é da ordem de 10 vezes maior do que ao nível do mar (figuras H.7 e H.8).

## H.3 Aerossóis na atmosfera

A atmosfera não é exclusivamente composta por gases. Mesmo em condições "extremamente claras", ela nunca está livre de pequenas partículas,

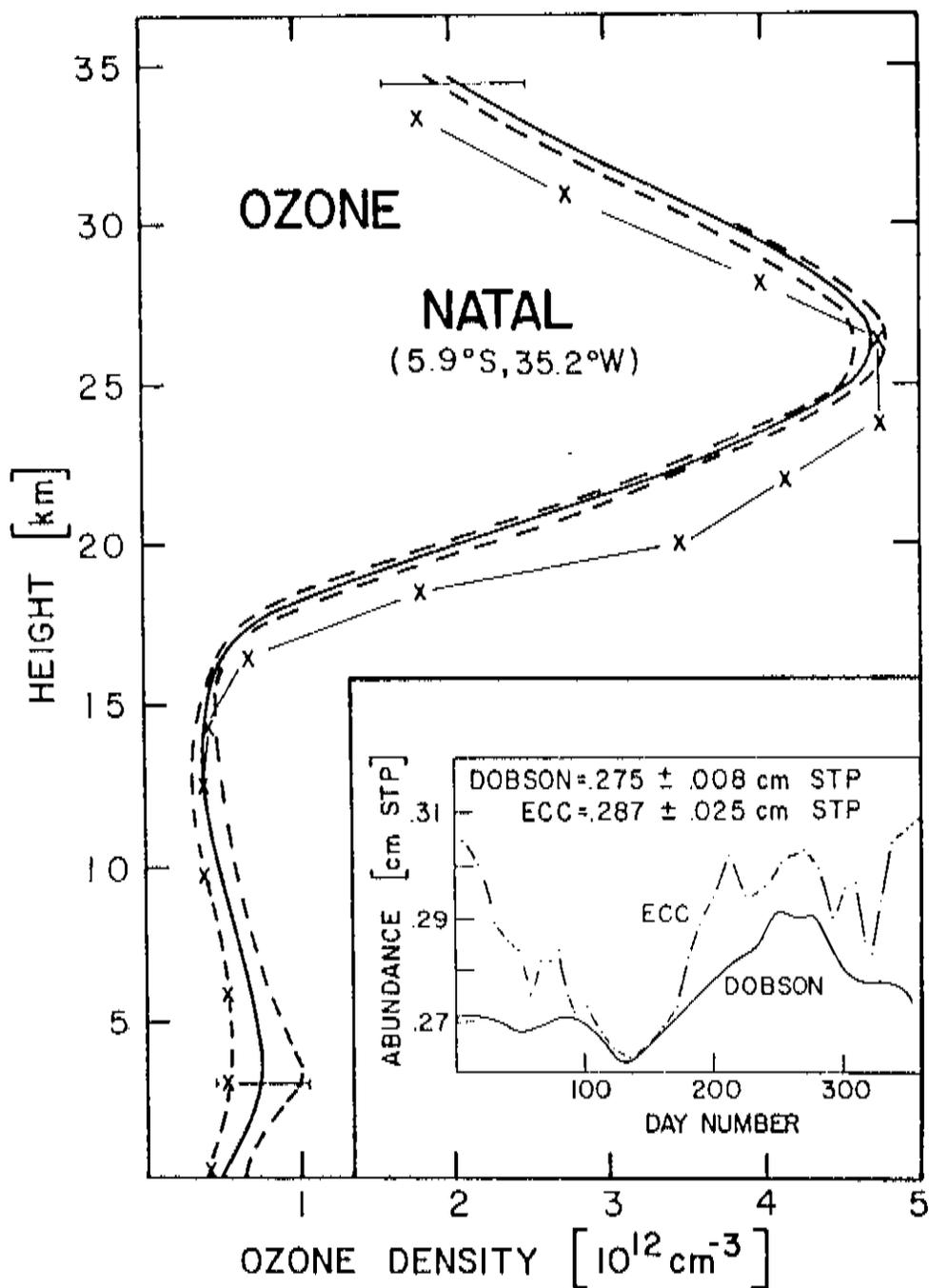


Figura H.7: Perfil médio de ozônio obtido por Kirchoff em Natal

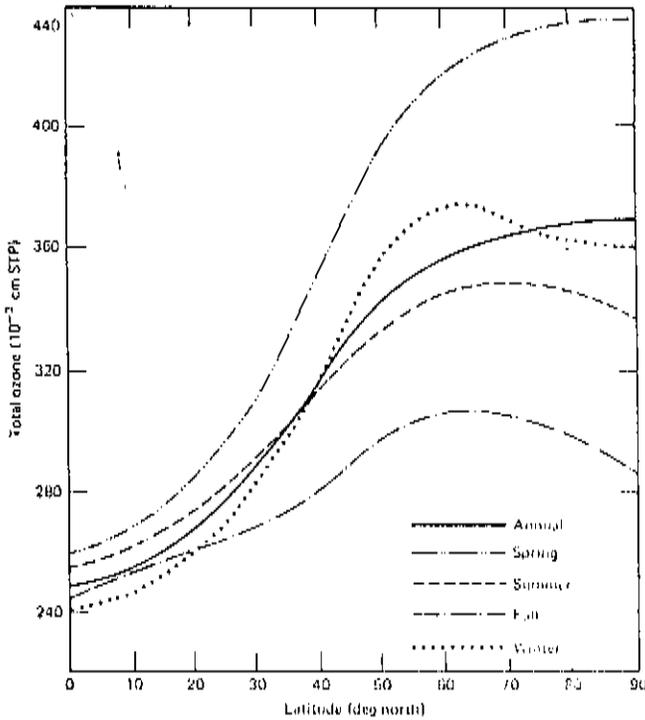


Figura H.8: Variação sazonal da concentração de ozônio tomada em várias latitudes

aglomerados de moléculas de origem diversa. Elas podem estar no estado líquido ou sólido, e são responsáveis por uma série de fenômenos, entre eles um tipo particular de espalhamento de luz (espalhamento Mie).

O termo Aerossol define um sistema de partículas disperso em gás. E um estudo sobre aerossóis se faz necessário em óptica atmosférica.

### H.3.1 Composição

Duas classes, segundo a composição das partículas do aerossol, se delineiam: Os Haze-aerosols e os Fog-aerosols. Os haze-aerosols são compostos por partículas sólidas tais como pó, fuligem, sal marinho, poeira cósmica, etc.

Podem ser não-higroscópicos (pó), ou higroscópicos (sal marinho). Uma proporção média estimada seria 30% não-higroscópicos e 70% higroscópicos.

Essa última classe está intimamente ligada com o processo de formação de nuvens, por serem centros de formação de núcleos de condensação de vapor de água.

Os fog-aerosols, por outro lado, são constituídos por gotículas de água em suspensão no ar supersaturado, que compõem as nuvens, neblinas, etc.

Devido às extremas variações nas concentrações e propriedades dos fog-aerosols, só trataremos aqui dos haze-aerosols.

### H.3.2 Distribuição de tamanhos

Existem duas distribuições principais que descrevem os resultados experimentais:

i) a distribuição exponencial, dada por

$$n(r) = a * r^\alpha * \exp(-b * r^\gamma)$$

onde  $n(r)dr$  é a função diferencial número de aerossóis compreendido entre  $r$  e  $r+dr$ , e  $a, b, \alpha$  e  $\gamma$  são constantes positivas a serem ajustadas, conforme a natureza do aerossol, através dos dados experimentais (fig H.9); e

ii) a distribuição potência, dada por

$$n(r) = c * r^{-\gamma}$$

onde  $c$  e  $\gamma$  são constantes positivas.

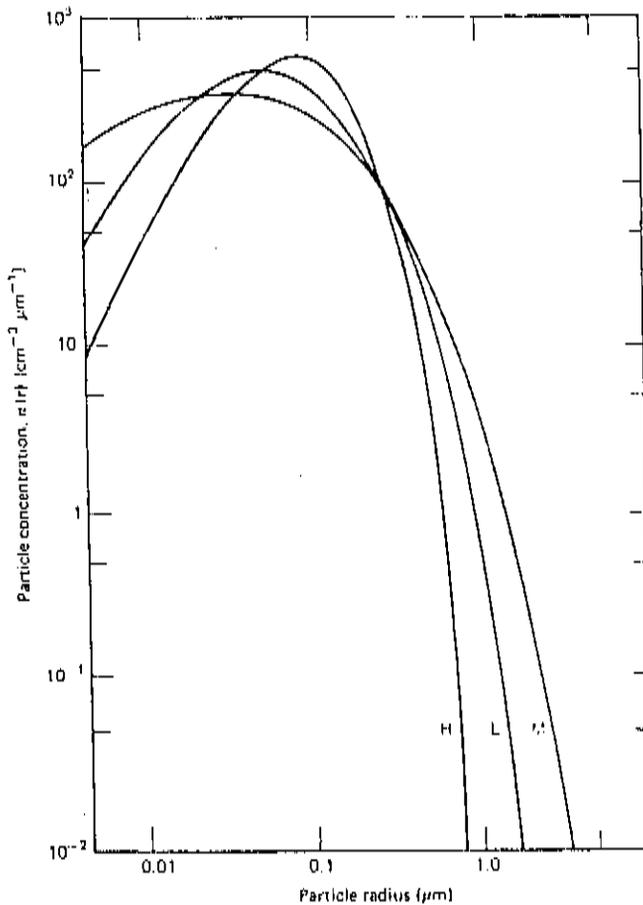


Figura H.9: Distribuição de tamanhos exponencial de aerossóis

A função lei de potência representa uma gama de tamanhos mais restrita que a da distribuição exponencial, sendo a faixa de validade deduzida experimentalmente, conforme a natureza do aerossol (figuras H.10 e H.11).

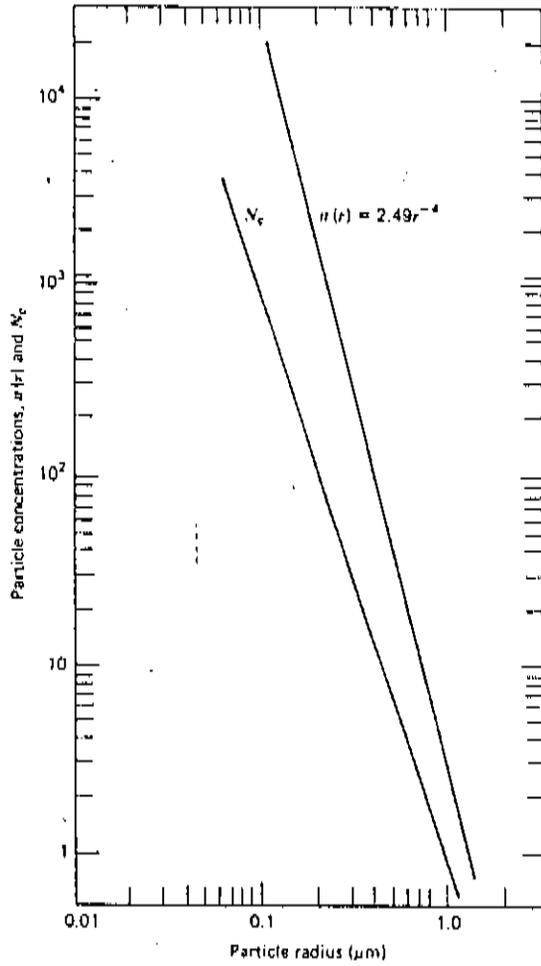


Figura H.10: Distribuição de tamanhos potência de aerossóis

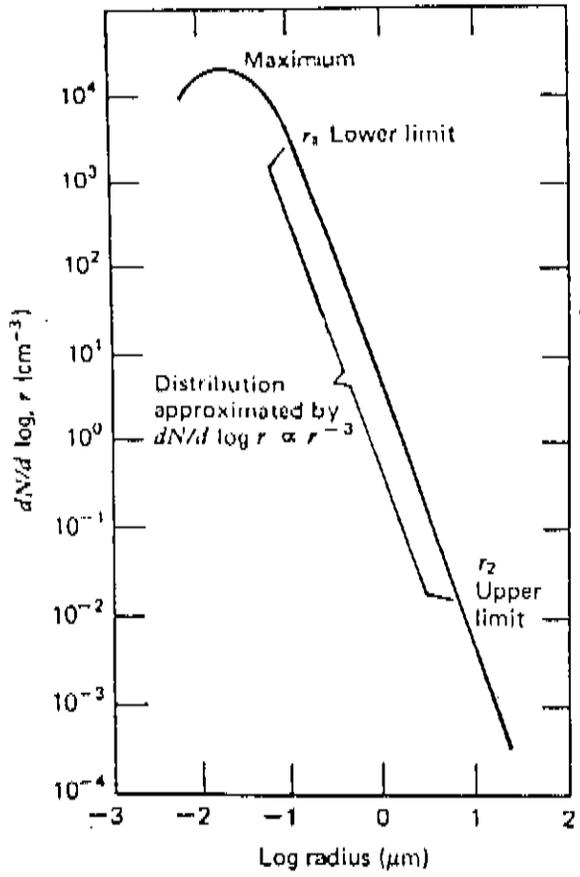


Figura H.11: "Overlap" entre a distribuição de tamanhos exponencial e potência

Aproveitando a simplicidade da distribuição de potência, foi elaborada uma distribuição aproximada, presente no Handbook of Optics. Nessa distribuição, onde  $n(r)dr$  representa a fração de aerossóis presente no intervalo entre  $r$  e  $r+dr$ , temos que

$$n(r) = \begin{cases} 0 & r > 100\mu \\ C * r^{-4} & 0.1 < r < 100\mu \\ C * 10^4 & 0.02 < r < .1\mu \\ 0 & r < .02\mu \end{cases}$$

onde  $C$  é uma constante positiva. A distribuição de tamanho surge do produto entre  $n(r)$  definido acima e o total de partículas presentes no nível de interesse (figura H.12).

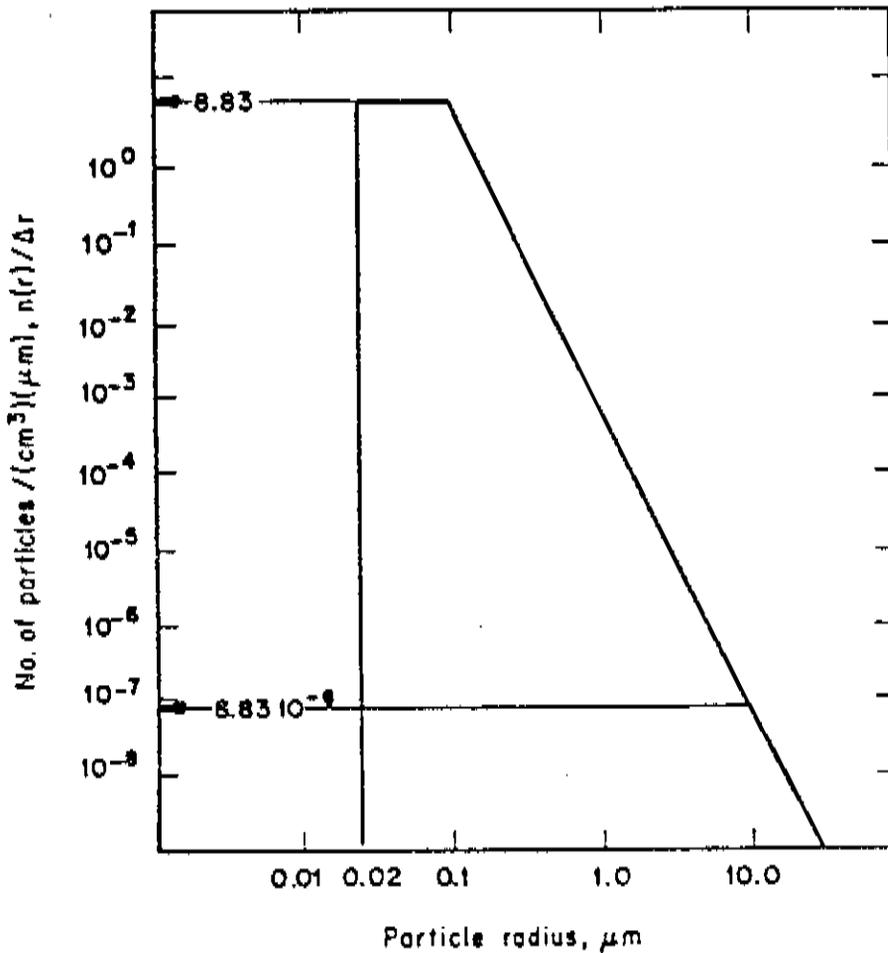


Figura H.12: Distribuição de tamanhos usada

Em nosso tratamento, assumiremos como aproximação que a distribuição de tamanhos definida acima é a mesma para quaisquer altitudes e que é a mesma para os aerossóis higroscópicos e não-higroscópicos.

### H.3.3 Perfil vertical dos aerossóis

Apesar das extremas variações a que a concentração de aerossóis está sujeita, tabulações médias são disponíveis, sendo obtidas através de métodos diretos (experiências em balões e aviões) ou de métodos indiretos (Searchlight Beams e Lidar).

Devido à dinâmica da troposfera inferior: 1) a concentração de aerossóis é dependente da concentração ao nível do chão/mar, e 2) ela obedece a uma distribuição aproximadamente exponencial.

Na tabulação por nós usada, temos que a altura onde se consideram importantes os processos de mistura é tomada como 5 km. Assim, acima de 5 km, a concentração média não depende das condições meteorológicas ao nível do solo/mar, e um perfil único é tomado.

Abaixo de 5 km, porém, essa dependência é correlacionada com o Meteorological Range, (indicador da transparência da atmosfera, que é relacionado com a distância máxima na qual um corpo negro pode ser avistado a luz do dia através de uma massa de ar atmosférico e que será melhor definido adiante). Assim, na tabulação usada, encontramos dados para condições de atmosfera limpa (meteorological range = 23 km) e para condições de Haze (meteorological range = 5 km) (tabela H.5).

## H.4 Atenuação da luz na atmosfera

Embora de aplicação simples, a lei de Bouguer-Lambert, que fornece a atenuação de um feixe de luz em um determinado meio, é objeto de nossa discussão. No tratamento do problema da atenuação de luz na atmosfera, faz-se ainda necessário uma introdução sobre os vários modos com que a atmosfera pode ser tratada teoricamente, culminando com a introdução do conceito de atmosfera plana.

### H.4.1 Grandezas Radiométricas

Consideremos um feixe de luz colimado, monocromático, com comprimento de onda  $\lambda$ , que tenha emitido um número  $N_0$  de fótons. Uma medida desse número de fótons pode ser dada classicamente pela grandeza Energia Radiante,  $Q$ , que representa a energia transmitida por ondas eletromagnéticas e que se relaciona com o número de fótons pela expressão

$$Q = N_0 h\nu = N_0 \frac{hc}{\lambda}$$

$Q$  tem unidade de energia e pode ser dado em Joules.

O Fluxo Radiante,  $\Phi$ , é definido como a taxa de transferência de energia radiante por unidade de tempo. É representado pela expressão

$$\Phi = \frac{dQ}{dt}$$

Altitude, km	Particle density $N$ , particles/cm <sup>3</sup>	
	23-km visibility clear	5-km visibility hazy
0	2,828	13,780
1	1,244	5,030
2	537.1	1,844
3	225.6	673.1
4	119.2	245.3
5		89.87
6		63.37
7		58.90
8		60.69
9		58.18
10		56.75
11		53.17
12		55.85
13		51.56
14		50.48
15		47.44
16		45.11
17		44.58
18		43.14
19		36.34
20		26.67
21		19.33
22		14.55
23		11.13
24		8.82
25		7.429
30		2.238
35		0.5890
40		0.1550
45		0.04082
50		0.01078
70		0.0000555
100		0.0000001969

Tabela H.5: Perfil vertical da concentração de aerossóis nas condições de “névoa” ( $R_m = 5$  km) e “muito claras” ( $R_m = 23$  km)

e dado, por exemplo, em unidades de trabalho. Assim, um fluxo de  $N_0$  fótons de comprimento de onda  $\lambda$  por segundo se traduz, por exemplo, em um fluxo de  $N_0hc/\lambda$  Watts.

Por último, define-se a grandeza Irradiância,  $E$ , como a razão do fluxo radiante que incide sobre uma superfície pela área  $A$  dessa superfície. Ela é dada pela expressão

$$E = \frac{d\Phi}{dA}$$

e medida, em unidades MKS, em Watts/m<sup>2</sup>.

Se o fluxo de energia radiante, ao invés de incidir sobre uma superfície de área  $A$ , abandona essa superfície, definimos a grandeza Emitância, que é análoga a irradiância.

## H.4.2 A lei de Bouguer - Lambert

Através de experimentos realizados no século passado, primeiramente por Bouguer e posteriormente por Lambert, conclui-se que um feixe de luz colimado e monocromático com comprimento de onda  $\lambda$  e irradiância  $E_0$ , ao entrar num volume atenuador de luz de extensão dada por  $x$ , emerge com uma emitância  $E$ , relacionada com a irradiância de entrada pela fórmula

$$E_\lambda = E_{0_\lambda} * \exp(-\beta_\lambda x) \quad (H.1)$$

onde  $\beta_\lambda$  é o Volume Total Attenuation Coefficient, que dá a atenuação causada pelo meio absorvedor e é função do comprimento de onda. Teremos uma fórmula análoga para número de fótons se a área de entrada e de saída do volume atenuador forem iguais e se a medida da irradiância de entrada e a emitância forem tomadas no mesmo tempo. Obtemos portanto

$$N_\lambda = N_{0_\lambda} * \exp(-\beta_\lambda x)$$

onde  $N_{0_\lambda}$  é o número de fótons que atravessou a superfície  $A$  de entrada num determinado intervalo de tempo, e  $N$  é o número de fótons que saiu do volume atenuador no mesmo intervalo de tempo.

Se o volume a ser atravessado não é homogêneo, de tal forma que  $\beta_\lambda$  é função da distância atravessada,  $x$ , reescrevemos a lei como

$$E_\lambda = E_{0_\lambda} * \exp\left(\int_0^x -\beta_\lambda(x') dx'\right) \quad (H.2)$$

O argumento da exponencial, tanto no caso de meio atenuador homogêneo como não homogêneo, é chamado de Profundidade Óptica e representado por  $\tau(x)$ . E a lei de Bouguer - Lambert fica, nesse caso, reescrita como

$$E_\lambda = E_{0_\lambda} * \exp(-\tau(\lambda, x)) \quad (H.3)$$

É necessário um esclarecimento de ordem conceitual sobre o conceito da emitância do feixe de luz atenuado no caso da aplicação da lei de Bouguer - Lambert. A emitância, no caso, se refere à uma parte transmitida do feixe colimado de entrada. Assim, não está sendo considerada a fração do feixe de luz que porventura emergja da superfície de saída com direções outras que o definido pelo feixe colimado de entrada.

Essa componente é chamada de Diffuse Transmission, e é particularmente significativa quando o meio atenuador é formado por aerossóis cujo diâmetro é da ordem do comprimento de onda do feixe de luz monocromático (espalhamento Mie).

### H.4.3 O conceito de seção eficaz de choque

Em se falando da atenuação de um feixe incidente qualquer através de uma porção de matéria, é normal o uso do conceito de seção eficaz de choque.

A suposição é que cada constituinte da porção de material que irá realmente interagir com o nosso feixe incidente (ou seja, cada alvo) tem uma probabilidade de interação definida.

Essas probabilidades individuais, no entanto, são expressas em unidades de área. Isso porque é atribuída a cada um dos alvos uma área fictícia, de tal modo que a interação do feixe em questão seja considerada como devido a interceptação direta do feixe por alvos que apresentem essa área - a chamada área efetiva, ou seção eficaz de choque.

A atenuação de luz não é um fenômeno único, mas o resultado de fenômenos de absorção e espalhamento, fenômenos esses distintos causados por alvos às vezes também distintos.

Para diferentes interações, são consideradas diferentes seções de choque. Existem assim seção de choque para absorção por moléculas (que por sua vez consiste na soma das seção de choque de rotação, vibração e excitação eletrônica), seção de choque para absorção por aerossóis (que não serão consideradas nesse trabalho), seção de choque para espalhamento por moléculas (espalhamento Rayleigh) e seção de choque para espalhamento por aerossóis (espalhamento Mie).

### H.4.4 A lei de Bouguer-Lambert escrita como função da seção de choque de atenuação

Podemos igualar o Volume Total Attenuation Coefficient,  $\beta_\lambda$ , por  $\sigma(\lambda) * n$ , onde  $\sigma(\lambda)$  é a seção eficaz de choque para a atenuação de luz com comprimento de onda  $\lambda$  e  $n$  é o Density Number (número de alvos = moléculas, átomos, etc/volume). Assume-se assim que a seção eficaz de choque é só função de  $\lambda$ , se bem que na literatura encontramos s dependente de outros fatores (pressão, temperatura, etc).

A lei de Bouguer - Lambert pode assim ser reescrita como

$$E_\lambda = E_{0\lambda} * \exp(-\sigma(\lambda)nx) \quad (11.4)$$

ou, se o meio a ser atravessado não for homogêneo, isto é, se  $n$  for função de  $x$

$$E_{\lambda} = E_{0_{\lambda}} * \exp\left(-\sigma(\lambda) \int_0^x n(x') dx'\right) \quad (11.5)$$

#### H.4.5 A atmosfera plana

Como vimos, a atenuação que uma fonte com irradiância  $E$  sofre ao atravessar um meio atenuador depende da distância a ser atravessada nesse meio,  $x$ . Quando tratamos da atmosfera terrestre, no entanto, surgem complicações.

Se a fonte considerada não se encontra no zênite, o caminho percorrido por um feixe de luz através da atmosfera tem valor maior do que a altitude entre o ponto de emissão e o nível de detecção, ou seja, é dependente do ângulo zenital. Esse fator de aumento é chamado massa óptica de ar,  $m_r$ .

Na atmosfera terrestre, a geometria a ser usada na determinação da massa óptica de ar deve levar em conta a curvatura da superfície da terra (figura H.13).

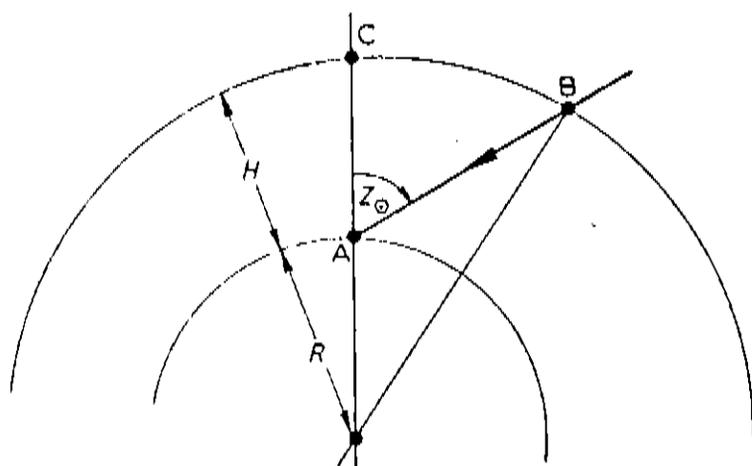


Figura H.13: Representação esquemática do percurso de um fóton de luz do espaço exterior na atmosfera

Porém, surgem complicações de difícil equacionamento ao se considerar o aumento na trajetória de um feixe de luz devido a refração da atmosfera terrestre (esta dependente da temperatura e densidade da atmosfera nos vários níveis interceptados pelo feixe). As flutuações desses dois últimos parâmetros, aliada ao fato que a atmosfera não apresenta uma composição uniforme, acarreta imprecisões.

Baseados em medidas experimentais, porém, podemos aproximar a atmosfera real por uma atmosfera plana. Temos assim que, se o ângulo zenital,  $z_0$ , estiver compreendido entre  $0 < z_0 < 80^\circ$ , poderemos desprezar os efeitos de refração e a massa óptica de ar poderá ser dada pela  $\sec(z_0)$ , isto é, como se a atmosfera fosse plana e a massa óptica de ar fosse apenas a relação entre a distância atravessada pelo feixe inclinado dividido pela altura na vertical de seu início na atmosfera. (figuras H.14, H.15 e tabela II.6).

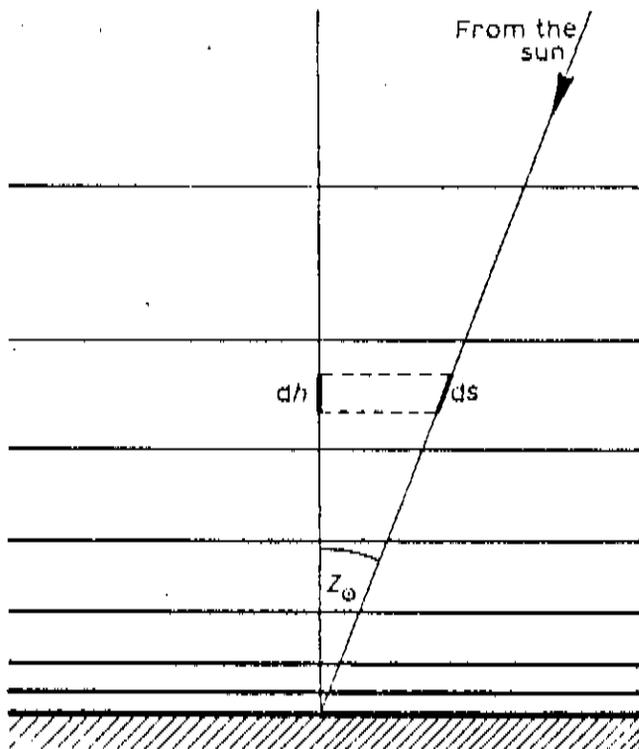


Figura H.14: Representação esquemática do percurso de um fóton através de uma atmosfera plana

$z_0$	$\sec z_0$	$m_{gr}$	$m_r$ (Bemporad)
0	1.00	1.00	1.00
30	1.15	1.15	1.15
60	2.00	2.00	2.00
70	2.92	2.92	2.90
80	5.76	5.63	5.60
85	11.47	10.69	10.39
86	14.34	12.87	12.44
87	19.10	16.04	15.36
88	28.65	20.87	19.79
89	57.30	28.35	26.96
90	$\infty$	39.94	39.70

Tabela H.6: Valores de  $m_r$  como função do ângulo zenital (coluna 2: atm plana; coluna 3: atm real (teórico); coluna 4: atm real (medido))

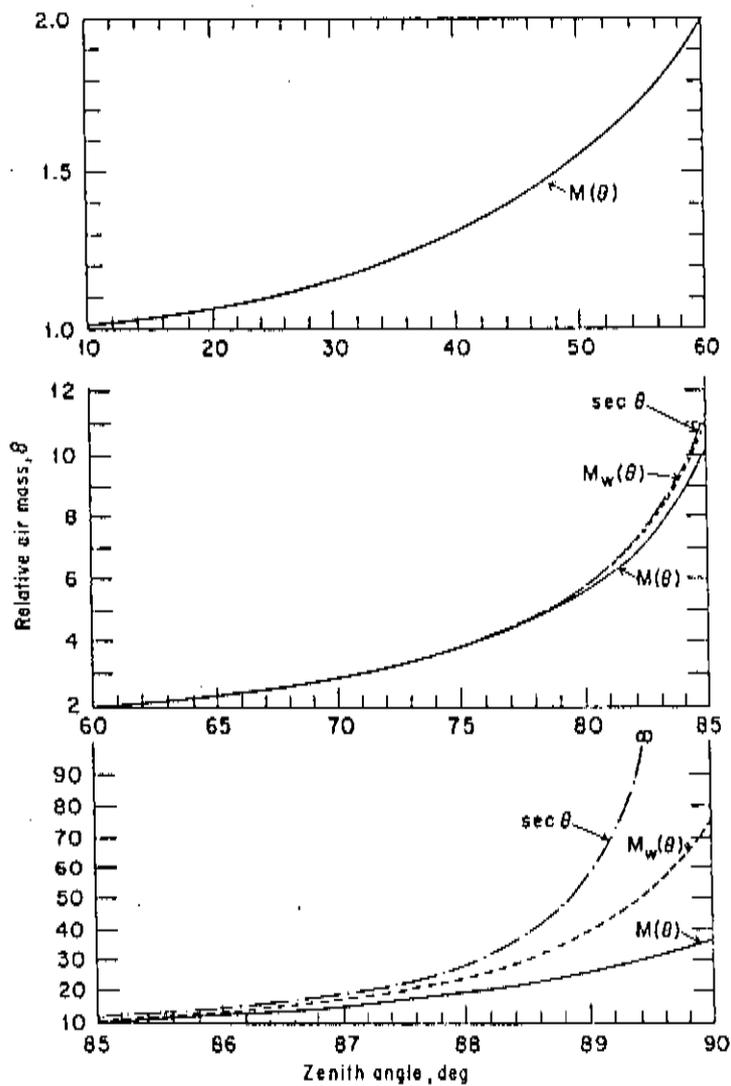


Figura H.15: Comparação entre valores de  $m_p$  obtidos de uma atm plana e através de cálculos

Uma vez que a nossa fonte de luz Cerenkov estará geralmente localizada abaixo da estratosfera, na realidade a aproximação de atmosfera plana é válida para ângulos zenitais ainda mais rasantes. Uma avaliação do valor do ângulo zenital limite é difícil, mas, devido à geometria de nosso problema, fótons que possuam tal ângulo zenital são altamente improváveis.

A aproximação de atmosfera plana assim se mostra suficiente para os nossos propósitos.

# Apêndice I

## Processos de extinção de luz na atmosfera

### I.1 Os fenômenos de absorção

O tratamento da absorção de luz por gases atmosféricos requer, primeiramente, que identifiquemos quais os gases que apresentam seções de choque relevantes na nossa faixa espectral de interesse (no caso com o comprimento de onda localizado entre 1800 - 2400 Å). Mais tarde devemos isolar aqueles que, principalmente por questão de suas concentrações, venham a nos interessar.

#### I.1.1 Considerações a respeito da seção de choque de absorção de gases

A seção de choque de absorção por moléculas é na verdade a soma de diversas seções de choque de outros fenômenos distintos além da atribuída à foto-absorção propriamente dita. Todas elas contribuem para a extinção do feixe incidente. Esses outros fenômenos são a foto-excitação, a foto-dissociação, a foto-ionização e o espalhamento.

Poderíamos pensar em algumas dificuldades que seriam acarretadas pela inclusão natural do espalhamento na seção de choque total; como por exemplo se não haveria uma repetição do tratamento do espalhamento ao o incluirmos num estágio posterior. Porém, veremos que isso não acontecerá no nosso caso, uma vez que lidamos com uma mistura de gases, e não apenas com o gás absorvedor em questão. Além do que, normalmente, o espalhamento molecular em si vem a ser algumas ordens de magnitude menor que as seções de choque de absorção.

Outra consideração deve ser feita ao lembrarmos que na prática a seção de choque de absorção não é constante, mas apresenta dependências de fatores que influenciam o estado quântico das moléculas, tais como a temperatura e a pressão.

A elevação da temperatura provoca um aumento de população dos níveis vibracionais mais altos. Isso favorece transições que ocorrem com baixa probabilidade à temperatura ambiente, o que modifica a seção de choque.

A elevação da pressão, por outro lado, pode ocasionar o surgimento de estados moleculares diferentes (quase-moléculas). Esses apresentam propriedades próprias, que no final podem também levar à alterações nas seções de choque.

No entanto consideraremos nesse estudo as seções de choque como virtualmente constantes, visto que geralmente na literatura estas são geralmente apresentadas em intervalos restritos de temperatura e pressão.

### I.1.2 Identificação dos gases atmosféricos absorvedores

Os gases atmosféricos que apresentam seções de choque relevantes na região de interesse são o  $O_2$ ,  $O_3$ ,  $CO_2$ ,  $CO$ ,  $H_2O_v$ ,  $N_2O$ ,  $NH_3$ ,  $NO$ ,  $SO_2$ ,  $NO_2$  e  $H_2S$ , entre outros (figuras I.1 a I.11).

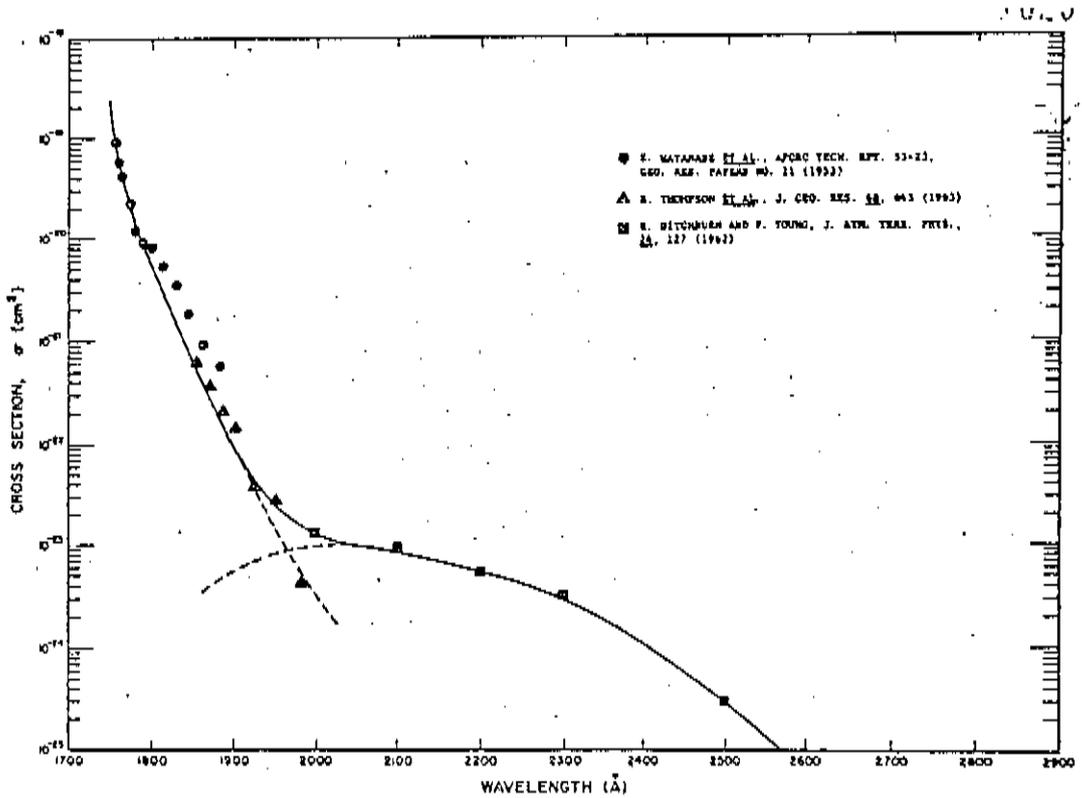


Figura I.1: Seção de choque de absorção para o  $O_2$

Porém, como já apresentado, apenas o valor da seção de choque não é suficiente. É preciso considerar também as concentrações para saber quais são as espécies químicas absorvedoras relevantes na faixa espectral de interesse.

### I.1.3 O conceito de Reduced height

O tratamento mais direto sobre a absorção de luz por gases que inclua o problema das suas concentrações se faz usando o conceito de Reduced height.

O raciocínio, em se tratando de física atmosférica, é isolar do envelope atmosférico o gás a ser tratado, e reduzir todo o seu volume às condições normais de

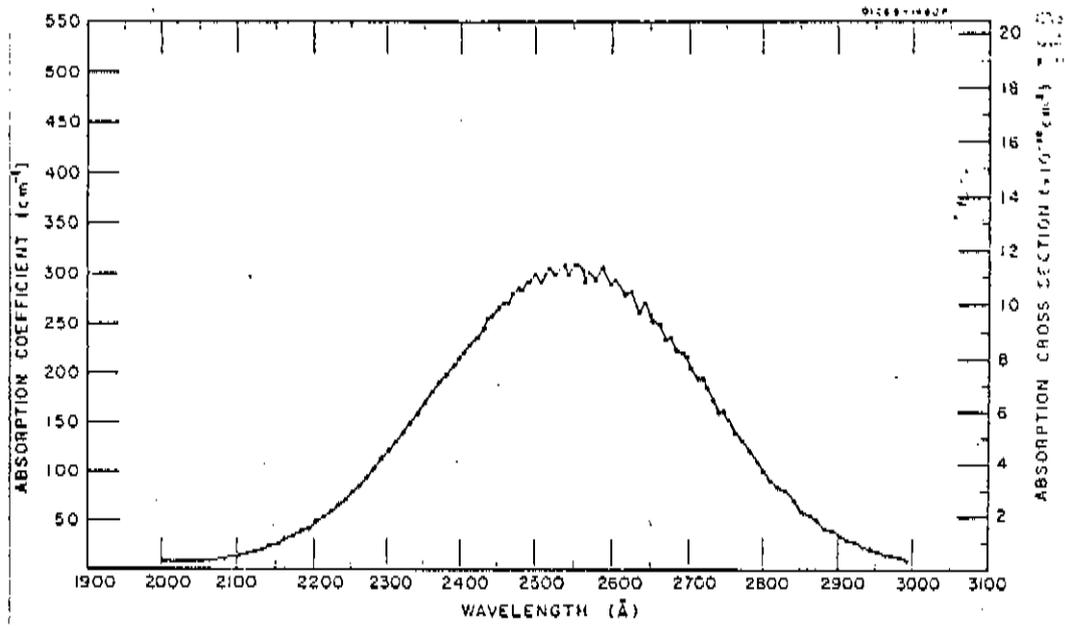


Figura 1.2: Seção de choque de absorção para o O<sub>3</sub>

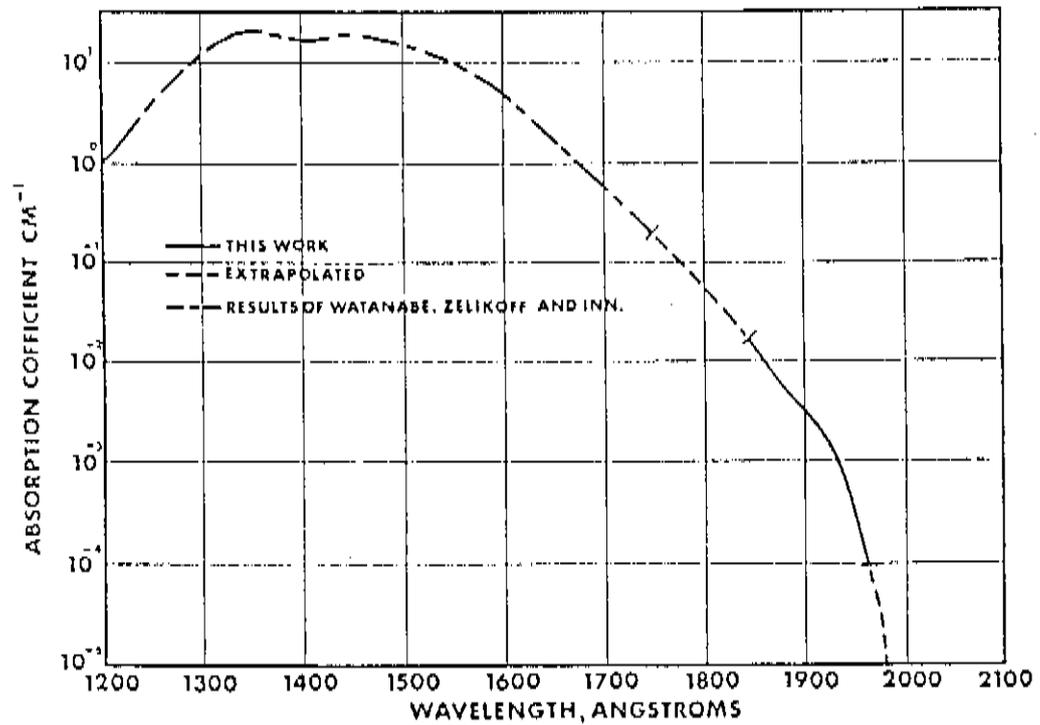


Figura 1.3: Seção de choque de absorção para o CO<sub>2</sub>

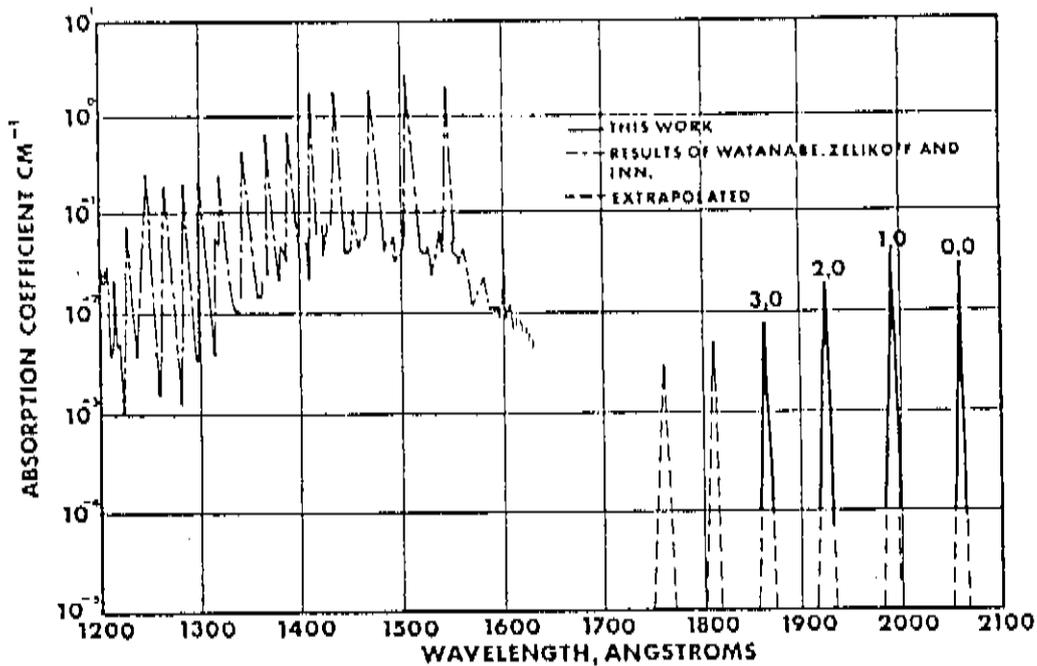


Figura I.4: Seção de choque de absorção para o CO

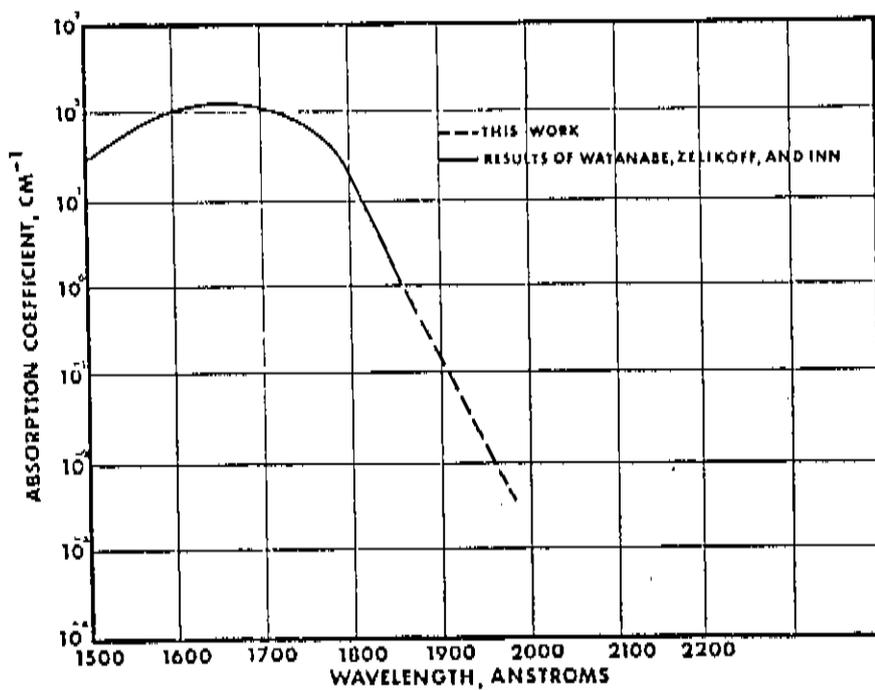


Figura I.5: Seção de choque de absorção para o H<sub>2</sub>O

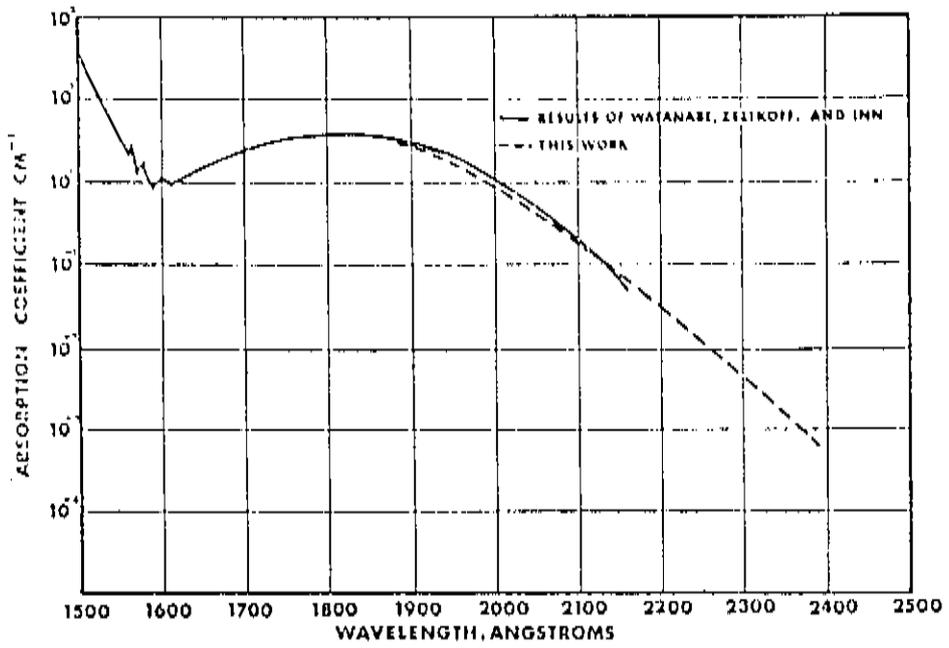


Figura 1.6: Seção de choque de absorção para o  $\text{N}_2\text{O}$

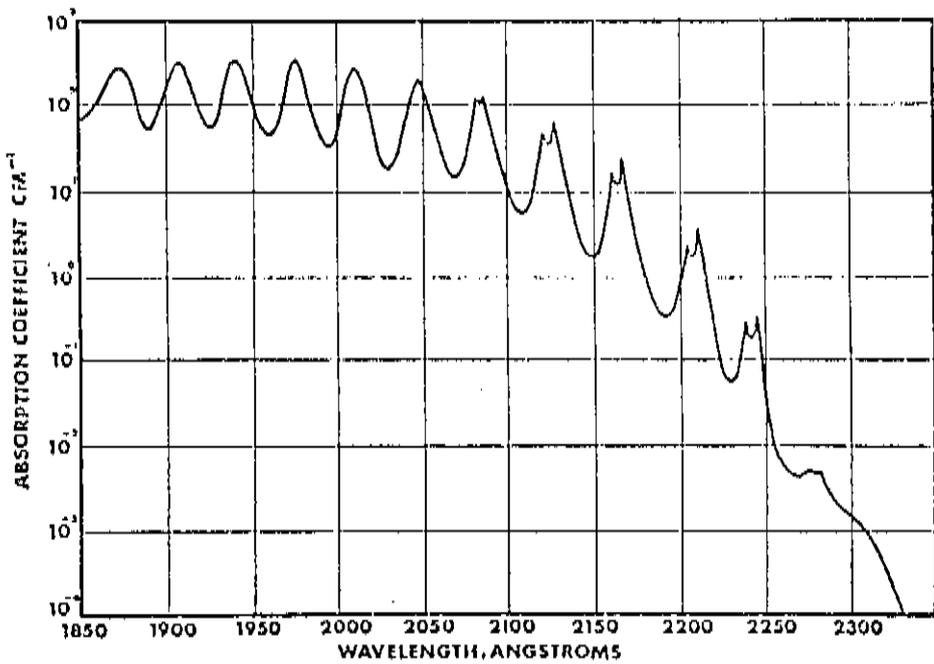


Figura 1.7: Seção de choque de absorção para o  $\text{NH}_3$

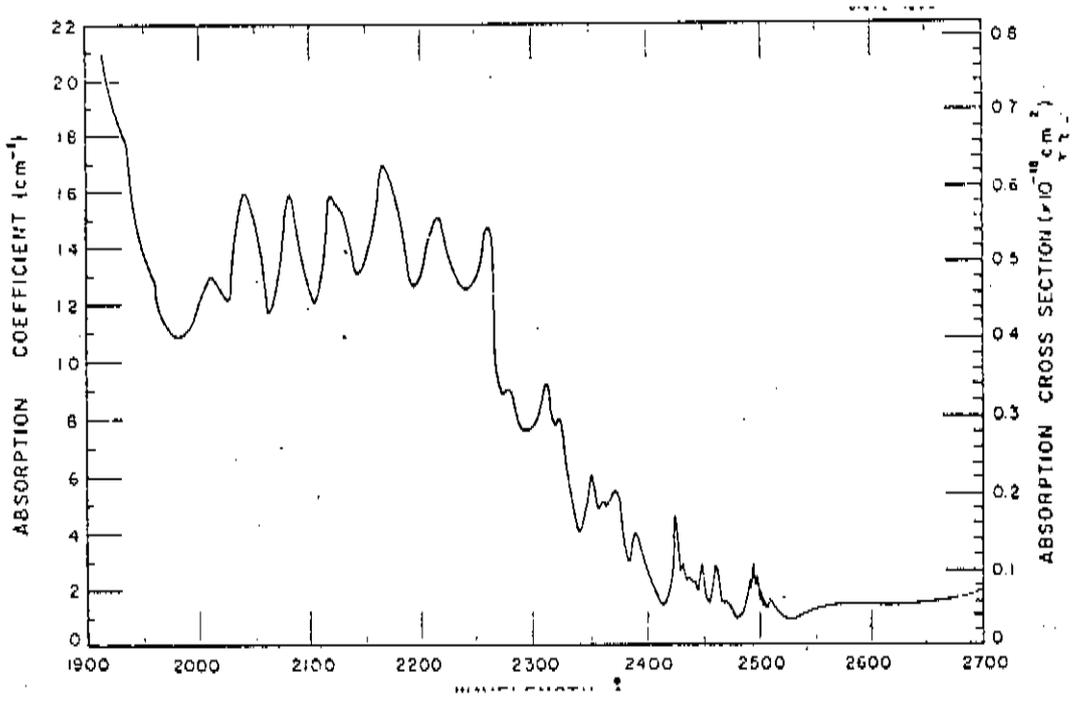


Figura I.10: Seção de choque de absorção para o NO<sub>2</sub>

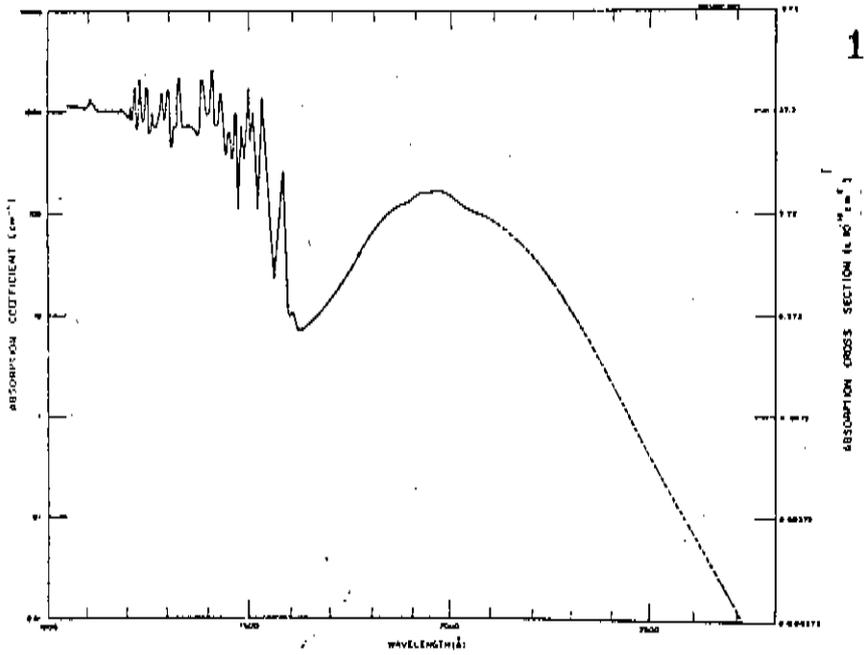


Figura I.11: Seção de choque de absorção para o H<sub>2</sub>S

temperatura e pressão (STP). A altura total desse envelope hipotético em relação à superfície da terra será dada pelo Reduced height.

A utilidade desse conceito vem da facilidade em se fazer estimativas sobre a absorção. Na absorção

$$E_{\lambda} = E_{0_{\lambda}} * \exp(-n * \sigma(\lambda) * \Delta l)$$

onde  $E_{0_{\lambda}}$  é a irradiância incidente centrada no comprimento de onda  $\lambda$ ,  $n$  é o número de moléculas do gás por unidade de volume,  $\sigma(\lambda)$  é a seção de choque para absorção em unidades de área e  $\Delta l$  é o comprimento do volume atenuador.

Porém, em substituição à seção de choque, podemos fazer uso do coeficiente de absorção,  $K_t$ . Ele tem dimensão de  $[L^{-1}]$  (usualmente  $cm^{-1}$ ) e é dado por

$$K_t = n_0 * \sigma$$

onde  $n_0$  é o número de Loschmidt ( $= 2.69 * 10^{19}$  e que é o número de moléculas na STP contidos em  $1 \text{ cm}^3$ ). Podemos assim reescrever a fórmula como

$$E_{\lambda} = E_{0_{\lambda}} * \exp\left(-\frac{n}{n_0} * K_t * \Delta l\right)$$

Se estamos trabalhando com volumes de gás reduzidos à STP,  $n$  assume o valor de  $n_0$ . A razão  $n/n_0$  fica portanto igual à 1; e se  $\Delta l$  for o Reduced height em questão, poderemos estimar facilmente a absorção através de

$$E_{\lambda} = E_{0_{\lambda}} * \exp(-K_t * \Delta l)$$

#### I.1.4 A obtenção do Reduced height para a atmosfera terrestre

O Reduced height vem diretamente da formulação de atmosfera de densidade constante. Naquela formulação obtínhamos que a dependência da pressão com a altura podia ser expressa pela fórmula

$$P(z) = P_0 - \rho g Z$$

onde  $P_0$  é a densidade ao nível do mar.

Porém, assumindo que a atmosfera é um fluido incompressível e isotérmico, existiria uma altura onde  $P(z)$  seria igual a zero. Essa altura é dada por

$$Z'_0 = \frac{P_0}{\rho g}$$

que é nossa Reduced height. Embora seja uma grandeza linear, a Reduced height é costumeiramente dada em unidades de  $(\text{atm} * \text{cm})_{STP}$ . A atmosfera terrestre assim teria uma Reduced height de  $7,99 * 10^6 (\text{atm} * \text{cm})_{STP}$ .

Assim, se a atmosfera fosse reduzida às condições normais de temperatura e pressão, a luz solar deveria atravessar um trajeto vertical de 8 km até atingir o nível do mar.

Usa-se esse conceito, no entanto, em situações conceitualmente diferentes. Pode-se tratar uma coluna de gás a uma altura  $h$ , porém horizontal; uma coluna de gás vertical que se estende de uma altura  $h$  para cima ou a coluna vertical na mesma altura  $h$ , porém estendido-se para baixo.

Se estamos a uma altura  $h$  e queremos reduzir à STP a coluna que se estende até o topo da atmosfera, a altura reduzida na altura  $h$  é dada por

$$(Z'(h))_{STP} = \frac{P(h)}{\rho g} \frac{T_0}{P_0 T(h)}$$

onde  $P_0$  é a pressão ao nível do mar e  $T_0 = 273$  K.

Do mesmo modo, a atmosfera reduzida contida entre 2 níveis atmosféricos é dada pela diferença das alturas reduzidas dos dois níveis.

### I.1.5 Extensão aos gases na atmosfera

Se o gás é classificado como permanente, sua reduced height é simplesmente a multiplicação da fração volumétrica desse gás pela reduced height da atmosfera (tabela H.3).

Caso contrário, estima-se a altura reduzida atribuída à um gás variável fazendo-se uma integração do número de moléculas com a altura, e depois dividindo pelo número de Loschimit.

Como estamos interessados aqui apenas numa estimativa da absorção, tomaremos para o ozônio o valor de altura reduzida de  $0.285 \text{ (atm*cm)}_{STP}$  (figura I.12).

### I.1.6 Estimativa da absorção provocada pelos gases atmosféricos

Os dados são apresentados na tabela I.1. Não estamos levando em conta os gases que i) apresentem seções de choque de absorção pequenas na faixa espectral de estudo, ii) com concentrações muito pequenas ou iii) que apresentem seções de choque "descontínuas", ou seja, apenas com poucas bandas de absorção na região de interesse.

Excluimos assim o  $\text{CO}$ ,  $\text{H}_2\text{O}_v$ ,  $\text{NO}_2$ ,  $\text{NH}_3$ ,  $\text{NO}$ ,  $\text{H}_2\text{S}$  e o  $\text{SO}_2$ .

Trabalharemos assim apenas com o  $\text{O}_2$ ,  $\text{O}_3$ ,  $\text{CO}_2$  e  $\text{N}_2\text{O}$  para efeito de comparação.

Vemos da tabela assim que, embora as seções de choque de absorção do  $\text{O}_2$  sejam muito pequenas na faixa espectral considerada, ele não pode ser desprezado face ao enorme montante existente na atmosfera.

Vemos também que a extinção atribuída ao ozônio é muito grande. Porém não devemos esquecer que o ozônio não está distribuído uniformemente

O<sub>2</sub> (reduced height = 1.67 \* 10<sup>5</sup> cm)

$\lambda$ (angstroms)	$\sigma$ (cm <sup>2</sup> )	$K_t$ (cm <sup>-1</sup> )	livre caminho médio (cm)	$\tau$
1900	1.0 * 10 <sup>-22</sup>	2.7 * 10 <sup>-3</sup>	3.7 * 10 <sup>2</sup>	451
2000	1.3 * 10 <sup>-23</sup>	3.5 * 10 <sup>-4</sup>	2.9 * 10 <sup>3</sup>	58.5
2100	9.5 * 10 <sup>-24</sup>	2.6 * 10 <sup>-4</sup>	3.8 * 10 <sup>3</sup>	43.4
2200	6.0 * 10 <sup>-24</sup>	1.6 * 10 <sup>-4</sup>	6.3 * 10 <sup>3</sup>	26.7
2300	3.0 * 10 <sup>-24</sup>	8.1 * 10 <sup>-5</sup>	1.2 * 10 <sup>4</sup>	13.5
2400	1.0 * 10 <sup>-24</sup>	2.7 * 10 <sup>-5</sup>	3.7 * 10 <sup>4</sup>	4.5

O<sub>3</sub> (reduced height = 0.285 cm)

$\lambda$ (angstroms)	$\sigma$ (cm <sup>2</sup> )	$K_t$ (cm <sup>-1</sup> )	livre caminho médio (cm)	$\tau$
1900	6.0 * 10 <sup>-19</sup>	16.1	6.1 * 10 <sup>-2</sup>	4.6
2000	3.23 * 10 <sup>-19</sup>	8.61	1.2 * 10 <sup>-1</sup>	2.5
2100	5.51 * 10 <sup>-19</sup>	14.7	6.8 * 10 <sup>-2</sup>	4.2
2200	1.82 * 10 <sup>-18</sup>	48.4	2.1 * 10 <sup>-2</sup>	13.8
2300	4.58 * 10 <sup>-18</sup>	122	8.2 * 10 <sup>-3</sup>	34.8
2400	8.10 * 10 <sup>-18</sup>	216	4.6 * 10 <sup>-3</sup>	61.6

N<sub>2</sub>O (reduced height = 0.4 cm)

$\lambda$ (angstroms)	$K_t$ (cm <sup>-1</sup> )	livre caminho médio (cm)	$\tau$
1900	3.1	0.3	1.2
2000	1.0	1	0.4
2100	2.1 * 10 <sup>-1</sup>	4.8	8.4 * 10 <sup>-2</sup>
2200	2.9 * 10 <sup>-2</sup>	3.4 * 10 <sup>1</sup>	1.2 * 10 <sup>-2</sup>
2300	4.3 * 10 <sup>-3</sup>	2.3 * 10 <sup>2</sup>	1.7 * 10 <sup>-3</sup>

CO<sub>2</sub>(reduced height = 254.2 cm)

$\lambda$ (angstroms)	$K_t$ (cm <sup>-1</sup> )	livre caminho médio (cm)	$\tau$
1900	2.9 * 10 <sup>-3</sup>	3.4 * 10 <sup>2</sup>	7.3 * 10 <sup>-1</sup>

Tabela I.1: Estimativa da absorção provocada por gases que apresentam absorções dentro da faixa espectral de interesse (vide texto)

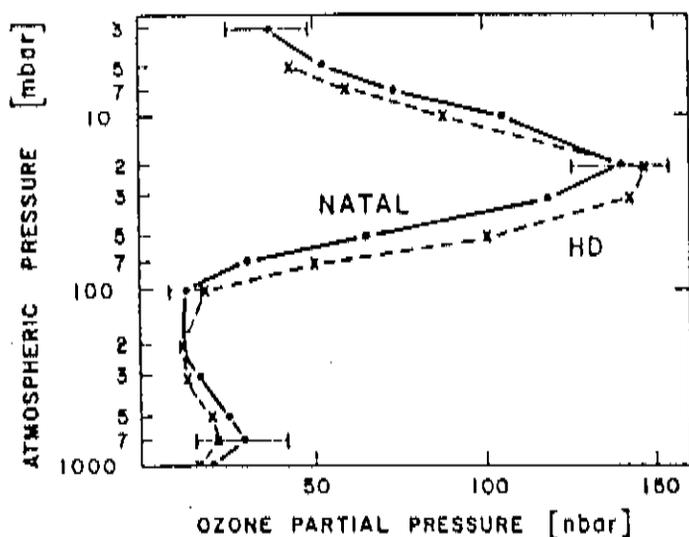


Figura 1.12: Perfil médio de ozônio (linha cheia: obtido por Kirchoff em Natal; linha tracejada: perfil de  $0.285 \text{ (atm}\cdot\text{cm)}_{STP}$  obtido de várias estações situadas entre  $\pm 30^\circ$  de latitude)

na atmosfera, mas preferencialmente localizado numa camada a aproximadamente 30 km de altura, de modo que esses números devem ser tomados apenas como “estimativas” com relação ao objetivo do nosso trabalho (uma vez que a grande maioria dos chuueiros atmosféricos se desenvolvem abaixo dessa camada).

O  $\text{CO}_2$  e o  $\text{N}_2\text{O}$  exercem apenas um efeito menor numa fração da nossa faixa espectral de estudo, e não serão considerados como gases absorvedores importantes. Nossas atenções assim se voltam totalmente às absorções devido ao  $\text{O}_2$  e ao  $\text{O}_3$ .

Por último informamos que os gases  $\text{N}_2$  e  $\text{Ar}$  são totalmente transparentes à radiação ultravioleta do nosso estudo.

## I.2 Os processos de espalhamento

Apresentamos aqui o equacionamento dos fenômenos de espalhamento Rayleigh e Mie. Esse último, por se mostrar relativamente complexo, será tratado de maneira aproximada.

### I.2.1 Conceito de espalhamento simples e múltiplo

Dizemos que trabalhamos com espalhamento simples quando os fótons espalhados de um feixe de luz incidente tenham sofrido em geral apenas 1 espalhamento durante seu percurso dentro de um meio atenuador. Caso contrário, trabalha-se com espalhamento múltiplo.

Apesar da definição simples, os efeitos causados pelos tipos de espalhamento são radicalmente distintos.

O espalhamento múltiplo (que se apresenta quando temos uma concentração de alvos espalhadores relativamente alta) é um problema de difícil tratamento, mesmo nos casos mais simples.

Usualmente esse problema é chamado de transferência radiativa, e é encontrado no tratamento da transmissão da luz solar através de uma concentração de aerossóis muito alta, como em nuvens, por exemplo.

Sua característica principal, no entanto, é que o comprimento de atenuação,  $\tau$ , não é mais proporcional à densidade de alvos espalhadores do meio atenuador.

Somos levados assim a considerar o espalhamento de luz Cerenkov na atmosfera com um fenômeno de espalhamento simples. Na prática significa que o tratamento está limitado a condições de céu limpo, sem núvens. Entretanto, como veremos mais adiante, o termo céu limpo não significa a ausência de aerossóis.

## I.2.2 Aproximações feitas ao tratamento da luz Cerenkov

Um das características principais da luz Cerenkov é seu alto grau de polarização.

Isso nos traz desvantagens em relação ao tratamento de seu espalhamento na atmosfera em relação ao tratamento normalmente empregado ao espalhamento da luz solar, pois essa última é não-polarizada. Ambos os fenômenos de espalhamento apresentam uma dependência com a polarização do feixe incidente original, dependência essa muito forte no caso do espalhamento Mie.

Em nosso tratamento consideraremos a luz Cerenkov como sendo um feixe de luz não-polarizado.

Acreditamos no entanto que a inclusão desse item em nosso tratamento não nos levaria a um refinamento muito significativo. O espalhamento Mie, por exemplo, apresenta fortes dependências de outros parâmetros (perfil de concentração de partículas, distribuição de tamanhos, etc), dos quais somos também forçados a usar médias, embora até mesmo a variação diária desses parâmetros possa se mostrar muito drástica (figura I.13).

Outra aproximação diz respeito à direção final do fóton espalhado propriamente dito. As complicações na distribuição angular do feixe espalhado, embora poucas no caso do espalhamento Rayleigh, são enormes quando falamos de espalhamento Mie.

Optamos assim, por considerar, dada também a geometria do nosso problema, os fótons espalhados como fótons "perdidos".

Mesmos assim é preciso lembrar também que, apesar das aproximações para os processos de espalhamento, esses fenômenos são secundários quando comparados à enorme absorção a que estarão sujeitos os fótons pertencentes a nossa faixa espectral de estudo na atmosfera, como será visto adiante.

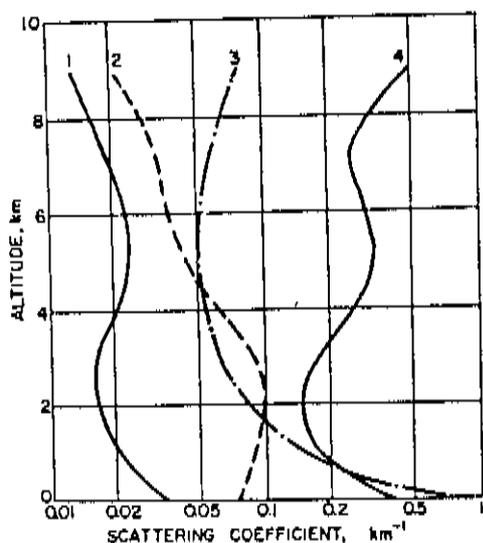
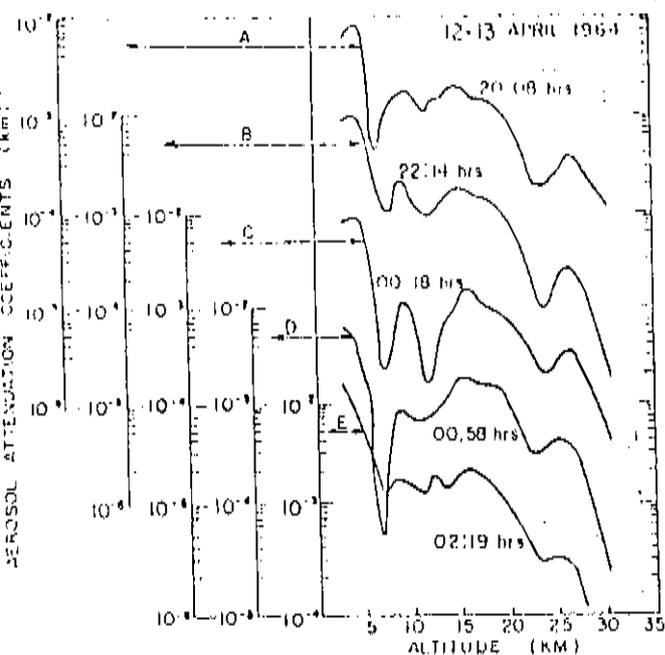


Figura I.13: Perfis verticais do coeficiente de atenuação do ar devido à aerossóis. As várias curvas, obtidas em intervalos de tempo da ordem de horas, refletem as drásticas mudanças a que estão sujeitas as propriedades dos aerossóis

### I.2.3 Espalhamento Rayleigh (considerações)

Quando foi discutida a absorção, vimos que durante o processo de medição da seção de choque forçosamente incluía-se também outras seções de choques de outros fenômenos de atenuação, entre eles o espalhamento Rayleigh.

Isso nos poderia conduzir à idéia que o tratamento do espalhamento não é mais necessário, pois as seções de choque do mesmo já estariam incluídas, e que uma nova redefinição desse espalhamento seria redundante.

Devemos lembrar porém que isso pode ser verdade quando consideramos uma amostra pura de um determinado gás absorvedor. No caso da atmosfera temos que ela é, no entanto, constituída por uma mistura de moléculas, muitas das quais, ainda que não ofereçam quaisquer contribuições à absorção, devem ainda ser consideradas como alvos espalhadores.

O exemplo é justamente o fato de todo o montante de nitrogênio e argônio não apresentarem absorções na faixa espectral de estudo, embora constituam juntos quase 78% das moléculas presentes na atmosfera.

Além desse, outro problema surge ao tratarmos do índice de refração do meio atenuador. No tratamento do espalhamento Rayleigh se faz necessário o seu conhecimento a fim de que sejam calculadas as seções de choque.

O problema aqui se apresenta quando lembramos que o ar atmosférico constitui um meio dispersivo, ou seja, o índice de refração não é constante sobre a nossa faixa espectral de estudos.

Prefiriu-se nesse trabalho escolher, no entanto, um valor fixo e representativo para o índice de refração. Assim,  $n$  vale  $1 + \delta_0$ , onde  $\delta_0$ , ao nível do mar

e a  $T = 300 \text{ K}$ , tem o valor de  $3.08 \cdot 10^{-4}$  (a rigor o valor para  $\lambda = 2300 \text{ \AA}$ ).

## I.2.4 Seção de choque integral para o espalhamento Rayleigh

Já foi dito que consideraremos nesse trabalho a luz espalhada como efetivamente "absorvida" (não detectável).

Assim, como no tratamento do espalhamento Mie, é conveniente o uso de uma grandeza que nos dê a quantidade total de luz espalhada por espalhamento Rayleigh, desprezando informações à respeito da sua distribuição angular.

A distribuição de intensidade de luz espalhada de um feixe incidente não polarizado com campo elétrico de amplitude  $E_0$  é dada por

$$I(\phi) = \frac{\pi^3 c a^6}{\lambda^4} \left( \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2 |E_0|^2 (1 + \cos^2 \phi) f$$

(vide apêndice).

Da definição de seção de choque de atenuação, temos que esta é a relação entre a intensidade total do feixe a ser subtraído dividido pela irradiância do feixe incidente que atinge nosso alvo.

Relembrando assim que a irradiância do feixe incidente é dado pelo valor do módulo do vetor de Poyting do mesmo, que é no caso de uma onda plana igual a

$$E = c \frac{|E_0|^2}{8\pi}$$

teremos que a seção eficaz de choque de espalhamento será dada por

$$\sigma_{\text{espray}}(\phi) = \frac{8\pi^4 a^6}{\lambda^4} \left( \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2 (1 + \cos^2 \phi) f$$

Uma simplificação pode ser feita se tratamos de gases atmosféricos, onde o índice de refração é aproximadamente 1. Se tomamos  $n^2 + 2 \approx 3$ , a seção de choque é reescrita como

$$\sigma_{\text{espray}}(\phi) = \frac{8\pi^4 a^6}{9\lambda^4} (n^2 - 1)^2 (1 + \cos^2 \phi) f$$

Como vemos, a seção de choque aqui se apresenta dependente do ângulo  $\phi$  de observação. Se queremos a seção de choque total de espalhamento, independente de  $\phi$ , devemos efetuar uma integração sob todos os ângulos sólidos. A seção de choque total será assim dada por

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{espray}} &= \int_0^{4\pi} \sigma(\phi) d\omega = 2\pi \int_0^{4\pi} \sigma(\phi) \sin\phi d\phi \\ &= \frac{16\pi^5 a^6}{9\lambda^4} (n^2 - 1)^2 f \int_0^\pi (1 + \cos\phi) \sin\phi d\phi \end{aligned}$$

a integral vale  $8/3$ , e assim

$$\sigma_{\text{espr.uy}}(\lambda) = \frac{128\pi^5 a^6}{27\lambda^4} (n^2 - 1)^2 f$$

A seção de choque obtida apresenta uma dependência do raio do alvo espalhado elevado a sexta potência.

Uma forma mais conveniente de apresentação da mesma, no entanto, é conseguida se consideramos que o número de moléculas por unidade de volume em uma mistura de gases,  $N$ , é inversamente proporcional ao volume médio que essas moléculas apresentam. Assim

$$N = \frac{3}{4\pi a^3}$$

e

$$\sigma_{\text{espr.uy}}(\lambda) = \frac{8\pi^3}{3} \frac{(n^2 - 1)^2}{N^2 \lambda^4} f$$

Importante notar que pela relação de Lorenz - Lorentz  $(n^2 - 1)^2$  é proporcional a  $N$ , de tal forma que o valor da seção de choque deve ser obtido com  $n$  e  $N$  determinados sob as mesmas condições. Se temos  $n_0$  (o índice de refração nas condições STP), o cálculo deve ser feito com  $N_0$ , que é o número de moléculas presente numa amostra por unidade de volume nas condições normais de temperatura e pressão.

Na forma completa, a seção de choque é finalmente dada por

$$\sigma_{\text{espr.uy}}(\lambda) = \frac{8\pi^3}{3} \frac{(n_0^2 - 1)^2}{N_0^2 \lambda^4} f$$

## 1.2.5 O espalhamento Mie

O tratamento do espalhamento causado por aerossóis apresenta duas dificuldades: A matemática e a observacional.

Conforme apresentado no apêndice, matematicamente o problema pode ser bastante simplificado se usarmos a grandeza integrada fator de eficiência, nos dando assim a seção eficaz de choque total para o espalhamento Mie. O fator de eficiência, no entanto, é função do parâmetro  $\alpha$  (que nos dá a relação entre a dimensão da partícula e o comprimento de onda do feixe incidente) e do índice de refração, que na sua forma mais geral compreende o caso de partículas absorvedoras.

Como foi dito no apêndice, consideraremos que as partículas não apresentam absorções na nossa faixa espectral de estudo, devido, entre outras coisas, aos poucos dados observacionais existentes.

Se a absorção não é significativa, o índice de refração é expresso por um número real, que dependerá exclusivamente da composição do aerossol.

Tratando-se de fog-aerosols (ou seja, gotículas de água em suspensão) somos levados ao valor  $n=1.33$  (visível). Já no caso dos haze-aerosols (pó), adota-se o valor  $n=1.5$  (visível), que é um índice de refração médio apresentado por diversos materiais cristalinos.

A tabela 1.2 mostra valores do índice de refração médio no visível para aerossóis não-higroscópicos e higroscópicos. Esses últimos apresentam propriedades extremamente mutáveis pois são geralmente núcleos formadores de gotículas de água e, a não ser que o ar esteja seco, o envelope de água que se agrega sobre a sua superfície faz com que o índice de refração vá tendendo assintoticamente à  $n=1.33$ . Se o envelope tem um raio muito grande, o índice de refração esperado se iguala de qualquer forma ao valor do índice de refração da água, independente da composição do núcleo primário de condensação.

Particle composition	Refractive index	Particle composition	Refractive index
NH <sub>4</sub> Cl	1.64	CaSO <sub>4</sub>	1.57
NH <sub>4</sub> NO <sub>3</sub>	1.60	KCl	1.49
(NH <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	1.52	Na <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	1.48
MgCl <sub>2</sub>	1.54	SiO <sub>2</sub>	1.49
NaNO <sub>2</sub>	1.59	K <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	1.49

Tabela 1.2: Índices de refração de aerossóis que apresentam estrutura cristalina (visível)

Entretanto, não devemos esquecer que nossa faixa espectral de estudos se localiza no ultravioleta médio, e que devido ao fenômeno de dispersão o índice de refração apresenta valores diferentes dos obtidos no visível.

O que se nota porém é que a variação não é assim tão grande, de modo que ainda podemos adotar, com boa aproximação, o índice de refração dos haze-aerosols como igual a 1.5, e dos fog-aerosols com valor igual a 1.4 (tabela 1.3). Devemos no entanto salientar mais uma vez que o problema do espalhamento Mie na atmosfera é muito complexo, e que só podemos fazer estimativas se a concentração dos aerossóis for relativamente baixa, de modo a minimizar esse efeito na atenuação total do feixe de luz.

Não só devemos buscar baixas concentrações de aerossóis, como também optamos nesse trabalho a desconsiderar a presença de gotículas líquidas quaisquer de nosso modelo. Na prática isso significa não só desconsiderar a presença de névens ou névoa densa (que apresentam o inconveniente de anular as vantagens proporcionadas pelo espalhamento simples), como restringir nosso tratamento a condições de atmosfera seca, sem névoa (esta última tomada no seu no sentido mais amplo, que inclui a forma de um véu tênue que esbranquece o céu).

A atmosfera do nosso estudo portanto é limpa e seca; uma condição não facilmente encontrada, porém crucial se queremos evitar as complicações.

Por último, inclui-se também os aerossóis higroscópicos, porém exigindo que eles estejam completamente desprovidos de qualquer envelope líquido, de modo que se comportem em relação ao espalhamento Mie da mesma forma que os aerossóis não-higroscópicos.

Wave-length, $\mu\text{m}$	Refractive index	
	Water-soluble	Dustlike
0.20000	1.530 - 0.070i	1.530 - 0.070i
0.25000	1.530 - 0.030i	1.530 - 0.030i
0.30000	1.530 - 0.008i	1.530 - 0.008i
0.33710	1.530 - 0.005i	1.530 - 0.008i
0.48800	1.530 - 0.005i	1.530 - 0.008i
0.51450	1.530 - 0.005i	1.530 - 0.008i
0.63280	1.530 - 0.006i	1.530 - 0.008i
0.69430	1.530 - 0.007i	1.530 - 0.008i
0.86000	1.520 - 0.012i	1.520 - 0.008i
1.06000	1.520 - 0.017i	1.520 - 0.008i
1.53600	1.510 - 0.023i	1.400 - 0.008i
2.00000	1.420 - 0.008i	1.260 - 0.008i
2.50000	1.420 - 0.012i	1.180 - 0.009i
2.70000	1.400 - 0.055i	1.180 - 0.013i
3.00000	1.420 - 0.022i	1.160 - 0.012i
3.20000	1.430 - 0.008i	1.220 - 0.010i
3.39230	1.430 - 0.007i	1.260 - 0.013i
3.50000	1.450 - 0.005i	1.280 - 0.011i
3.75000	1.452 - 0.004i	1.270 - 0.011i
4.00000	1.455 - 0.005i	1.260 - 0.012i
4.50000	1.460 - 0.013i	1.260 - 0.014i
5.50000	1.440 - 0.018i	1.220 - 0.021i
6.00000	1.410 - 0.023i	1.150 - 0.037i
6.50000	1.460 - 0.033i	1.130 - 0.042i
7.20000	1.400 - 0.070i	1.400 - 0.055i
7.90000	1.200 - 0.065i	1.150 - 0.040i
8.20000	1.010 - 0.100i	1.130 - 0.074i
8.50000	1.300 - 0.215i	1.300 - 0.090i
8.70000	2.400 - 0.290i	1.400 - 0.100i
9.00000	2.560 - 0.370i	1.700 - 0.140i
9.20000	2.200 - 0.420i	1.720 - 0.150i
9.50000	1.950 - 0.160i	1.730 - 0.162i
10.00000	1.820 - 0.090i	1.750 - 0.162i
10.59100	1.760 - 0.070i	1.620 - 0.120i
11.00000	1.720 - 0.050i	1.620 - 0.105i
13.00000	1.620 - 0.055i	1.470 - 0.100i
14.80000	1.440 - 0.100i	1.570 - 0.100i
15.00000	1.420 - 0.200i	1.570 - 0.100i
17.20000	2.080 - 0.240i	1.630 - 0.100i
18.50000	1.850 - 0.170i	1.640 - 0.120i
20.00000	2.120 - 0.220i	1.680 - 0.220i
25.00000	1.880 - 0.280i	1.970 - 0.240i
27.90000	1.840 - 0.290i	1.890 - 0.320i
30.00000	1.820 - 0.003i	1.800 - 0.420i
35.00000	1.920 - 0.400i	1.900 - 0.500i
40.00000	1.860 - 0.600i	2.100 - 0.600i

Tabela I.3: Índices de refração de aerossóis (discriminados entre higroscópicos e não higroscópicos)

## I.2.6 O Meteorological Range e sua relação com a quantidade de aerossóis na atmosfera

No processo de observação à luz do dia de um objeto qualquer imerso na atmosfera, a sua imagem aparece misturada com os fótons da radiação solar difusa, que também incidem na direção do observador. Isso ocorre devido ao espalhamento provocado pelas moléculas presentes entre o observador e o objeto (aqui consideramos apenas o espalhamento já que o conceito envolve apenas a luz visível. Mas essa afirmação falha se tratamos de atmosferas poluídas por exemplo, onde a absorção já se torna relevante).

O resultado final é uma diminuição do contraste entre o corpo e um fundo neutro ao seu redor. Se a quantidade de espalhamento vai aumentando, o contraste vai progressivamente diminuindo, até que deixamos de ver o objeto, pois a sua imagem se confunde com o fundo (figura I.14).

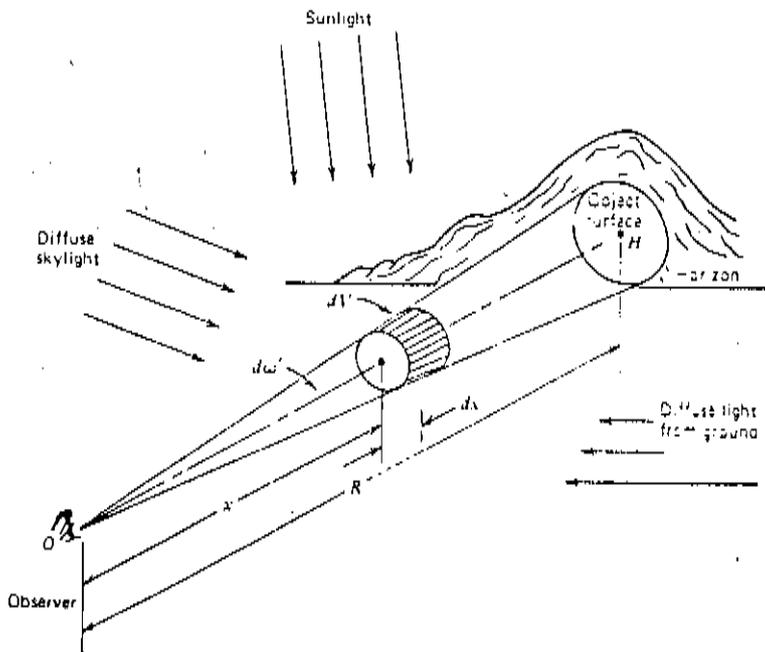


Figura I.14: Representação esquemática de como a luz espalhada pelo ar entre um observador e um objeto contribui para que este se apresente relativamente menos contrastado em relação ao fundo de céu

O conceito de Meteorological Range ( $R_m$ ), um parâmetro meteorológico, é definido como a distância máxima em que é possível ver e identificar, a olho nu e na horizontal, um corpo negro grande (onde grande quer dizer maior que  $0.5^\circ$ , para que sejam evitados efeitos de difração) durante o dia contra um fundo de céu.

Esse conceito, por sua vez, está vinculado ao conceito de contraste limite, que é o contraste mínimo que deve existir para que o corpo negro acima seja distinguido do fundo de céu. O conceito em si envolve algumas dificuldades, uma vez que esse é um conceito subjetivo e dependente de cada observador. Em média,

porém, é assumido que um corpo negro é virtualmente invisível se a diferença entre a quantidade de luz recebida da direção do corpo negro e a de luz de fundo for de 2%.

Constrói-se assim uma tabela correlacionando o conceito de Meteorological Range com as condições atmosféricas presentes (tabela 1.4).

Code no.	Weather condition	Meteorological range, $R_m$		Scattering coefficient, $\beta$ , ( $\text{km}^{-1}$ )
		metric	English	
0	Dense fog	< 50 m	< 50 yd	> 78.2
1	Thick fog	50 m	50 yd	78.2
		200 m	219 yd	19.6
2	Moderate fog	200 m	219 yd	19.6
		500 m	547 yd	7.82
3	Light fog	500 m	547 yd	7.82
		1000 m	1095 yd	3.91
4	Thin fog	1 km	1095 yd	3.91
		2 km	1.1 nmi	1.96
5	Haze	2 km	1.1 nmi	1.96
		4 km	2.2 nmi	0.954
6	Light haze	4 km	2.2 nmi	0.954
		10 km	5.4 nmi	0.391
7	Clear	10 km	5.4 nmi	0.391
		20 km	11 nmi	0.196
8	Very clear	20 km	11 nmi	0.196
		50 km	27 nmi	0.078
9	Exceptionally clear	> 50 km	> 27 nmi	0.078
—	Pure air	277 km	149 nmi	0.0141 (3.1)

Tabela 1.4: Relação entre o Meteorological Range, as condições meteorológicas e o coeficiente de espalhamento (1)

Porém, uma das principais vantagens do uso do meteorological range é a possibilidade de extrair diretamente o valor do Volume total scattering coefficient,  $\beta_{SC}$ . Através de um raciocínio que não será exposto aqui, o valor de  $\beta_{SC}$  pode ser obtido da simples relação

$$R_m = \frac{3.912}{\beta_{SC}}$$

( $\beta_{SC}$  em  $\text{km}^{-1}$ )

Somos levados assim aos valores apresentados na coluna um da tabela 1.5. Note porém que, das equações para o espalhamento Rayleigh conjugadas com os dados sobre a atmosfera, somos conduzidos à um valor de  $\beta_{SC}$  para o caso de atmosfera puramente molecular, igual à  $0.0141 \text{ km}^{-1}$ . Esse valor, com pequenas oscilações na literatura, é muito baixo frente ao  $\beta_{SC}$  encontrado em condições atmosféricas normais.

Com efeito, mesmo em condições atmosféricas restritas, como as por nós usadas (com  $R_m = 23 \text{ km}$ , classificadas como “muito claras”), a contribuição do aerossol para a atenuação total no visível ainda é muito grande se comparada ao espalhamento puramente molecular (a profundidade óptica é aumentada de 12 vezes, aproximadamente).

$\beta$ PER KM	$b/h$ FOR $d = 3.3$ KM	$\tau$ $\eta = 0.02$		$\beta/\beta_0$	ATMOSPHERIC CONDITION
		KM	NAUTICAL MILE		
42.6	—	0.09	0.05	3030	Dense fog
21.3	—	0.18	0.10	1510	
7.13	—	0.55	0.30	505	
4.27	—	0.92	0.50	303	Fog
2.14	—	1.83	1.00	151	
1.42	—	2.7	1.50	101	Light fog
1.22	0.98	3.2	1.75	86.5	
1.07	0.96	3.7	2	75.6	Haze
0.533	0.82	7.3	4	37.8	
0.354	0.67	11.0	6	25.1	
0.268	0.57	14.6	8	19.0	Clear
0.214	0.50	18.3	10	15.1	
0.142	0.37	27.4	15	10.1	
0.107	0.29	36.6	20	7.56	
0.0713	0.22	54.9	30	5.05	
0.0427	0.14	92	50	3.03	Exceptionally clear
0.0304	0.09	128	70	2.16	
0.0214	0.07	183	100	1.51	
0.0171	0.05	229	125	1.21	
0.0141	0.04	277	151	1.00	
					Pure air

Tabela I.5: Relação entre o Meteorological Range, as condições meteorológicas e o coeficiente de espalhamento (2)

# Apêndice J

## Atenuação na atmosfera

### J.1 Cálculos de $\tau$

Uma vez que a atmosfera não é um meio homogêneo, a atenuação, conforme já visto, será dada por

$$E_\lambda = E_{0,\lambda} * \exp(-\tau(\lambda, x))$$

onde  $\tau(\lambda, x)$ , a profundidade óptica, é dada por

$$\tau(\lambda, x) = \sigma(\lambda) \int_{x_1}^{x_2} n(x') dx'$$

onde  $n(x)$  é o valor do número de moléculas por unidade de volume e  $x_1$  e  $x_2$  são as alturas inicial e final da nossa massa atenuadora.

No caso das absorções, o único problema é efetuar a integração, uma vez que as seções de choque se encontram tabeladas. Já nos espalhamentos somos levados a mais algumas complicações.

#### J.1.1 O Cálculo de $\tau$ para o $O_2$

Em nossa simulação  $x_1$  e  $x_2$  foram sempre escolhidos de modo que a profundidade atmosférica entre esses dois níveis fosse  $5 \text{ g/cm}^2$  de ar. Esse fato, conveniente do ponto de vista do tratamento da simulação da cascata eletromagnética em si, nos traz simplificações no caso do oxigênio.

O problema aqui se resolve calculando qual o número de moléculas de oxigênio contidas na massa atenuadora de  $5 \text{ g/cm}^2$  de ar; para isso nos utilizamos do fato de que a relação entre o número de moléculas de  $O_2$  e o número de moléculas de ar numa amostra da homosfera é de 0.209.

Pela lei dos gases perfeitos

$$P = nkT$$

onde  $P$  é pressão,  $T$  a temperatura,  $n$  é o número de moléculas por unidade de volume e  $k$  é a constante de Boltzman, teremos que o número de moléculas por unidade de volume presente na camada será dado por

$$n = \frac{P}{kT} = \frac{N_0 T_0 P}{P_0 T}$$

relembrando que  $k = P_0/(N_0 T_0)$ .

Uma vez que sabemos qual é o comprimento na vertical das camadas, podemos obter facilmente o número de moléculas por unidade de área (a que nós nos referimos como profundidade). Dentro da camada a densidade é assumida constante, e como a profundidade é expressa por

$$\Delta T_{moleculas} = \int_{x_1}^{x_2} n(h) * dl = n(h) * (x_2 - x_1) \quad (J.1)$$

o feixe de luz encontrará uma profundidade de moléculas de oxigênio de

$$\Delta T_{ox} = .209 n(h) * (x_2 - x_1)$$

Utilizando os dados de seção de choque de absorção para o  $O_2$ , somos levados às curvas a dos gráficos J.1 a J.4.

### J.1.2 O cálculo de $\tau$ para o $O_3$

Uma vez que a distribuição de ozônio na homosfera não é homogênia, somos obrigados a efetuar algebricamente a integral.

Esta ainda é feita ainda entre os dois níveis  $x_1$  e  $x_2$  que compreendem sempre 5 g/cm<sup>2</sup> de ar. Logicamente a atenuação resultante para o ozônio não será mais independente da altura de onde se tomam os níveis  $x_1$  e  $x_2$  (curvas b dos gráficos J.1 a J.4).

A profundidade de ozônio obtida nos 5 g/cm<sup>2</sup> de ar relacionados com as alturas indicadas em cada gráfico está na tabela J.1.

x(km)	$x_1$ (km)	$x_2$ (km)	$\Delta x$ (km)	$\Delta_{oz}$ (moléculas/cm <sup>2</sup> )	$\Delta_{aero}$ (partículas/cm <sup>2</sup> )
30	32.8909	29.5940	3.2969	$0.10898 * 10^{19}$	$0.60861 * 10^6$
25	25.8025	24.5510	1.2515	$0.53851 * 10^{18}$	$0.91034 * 10^6$
20	20.5140	19.9474	0.5666	$0.14814 * 10^{18}$	$0.14154 * 10^7$
15	15.0700	14.8570	0.2130	$0.12775 * 10^{17}$	$0.10126 * 10^7$
10	10.0915	9.9690	0.1225	$0.61233 * 10^{16}$	$0.69356 * 10^6$
5	5.0324	4.9631	0.0693	$0.41515 * 10^{16}$	$0.62322 * 10^6$
"0"	0.0493	0.0043	0.0450	$0.31468 * 10^{16}$	$0.12522 * 10^8$

Tabela J.1: Parâmetros da integral  $\int_{x_1}^{x_2} n_i(x) dx = \Delta T_i$ , onde "i" se refere ao ozônio ou aos aerossóis

### J.1.3 O cálculo de $\tau$ para o espalhamento Rayleigh

Todas as moléculas existentes na atmosfera contribuem para a extinção devido ao espalhamento Rayleigh.

Já deduzimos que a seção de choque para o espalhamento Rayleigh é dada por

$$\sigma_{\text{espray}}(\lambda) = \frac{8\pi^3}{3} \frac{(n_0^2 - 1)^2}{N_0^2} \frac{1}{\lambda^4} f$$

Portanto a espessura óptica é simplesmente obtida multiplicando-se a seção de choque pela profundidade dada pela equação J.1.

Já vimos que  $x_1$  e  $x_2$  sempre são tomados de modo a haverem 5 g/cm<sup>2</sup> de moléculas de ar. O índice de refração ao nível do mar,  $n_0$ , para o comprimento de onda de 2300 Å tem o valor  $1 + \delta_0$ , onde  $\delta_0 = 3.08 * 10^{-4}$  ( $T = 300$  K; como já discutido  $n_0$  foi tomado constante ao longo de toda a faixa espectral de estudo);  $f$ , o fator de despolarização, vale 1.061 para o ar (segundo Penndorf). A densidade de moléculas ao nível do mar ( $T = 300$  K),  $N_0$ , vale  $2.54743 * 10^{19}$  moléculas/cm<sup>3</sup>. (curva  $\underline{c}$  dos gráficos J.1 a J.4).

### J.1.4 O cálculo de $\tau$ para o espalhamento Mie

Se estamos lidando com uma amostra com  $N$  aerossóis por cm<sup>3</sup> que apresentem o mesmo índice de refração e com apenas um tamanho fixo (de modo que  $\alpha$  e  $r$  sejam constantes), teremos que a seção de choque para o espalhamento Mie da monodispersão será simplesmente dado por

$$\sigma_{\text{esp mie}} = \pi r^2 K$$

e

$$\tau_{\text{esp mie}} = N \pi r^2 K \Delta l$$

onde  $K$  é o fator de eficiência e  $\Delta l$  é o percurso do feixe pela amostra e dado nas mesmas unidades de  $r$  (vide apêndice).

Se porém, como no caso da atmosfera, se trabalha com polidispersões, essa seção de choque será dada por

$$\sigma_{\text{esp mie}} = \int_{r_0}^{r_1} \pi r^2 K(\alpha) \frac{dn}{dr} dr$$

onde  $dn/dr$  se refere a uma função representativa do size distribution das partículas e  $\alpha$  é o size parameter, já discutido atrás e com valor  $\alpha = 2\pi r/\lambda$ .

A função  $dn/dr$  a ser usada será aquela já apresentada quando na discussão sobre os aerossóis, normalizada, dada por

$$\frac{dn}{dr} = \begin{cases} C * r^{-4} & 0.1 < r < 100\mu \\ C * 10^4 & 0.02 < r < .1\mu \\ 0 & r < .02\mu \text{ ou } r > 100\mu \end{cases}$$

( $C = 0.883 * 10^{-3}$ ).

A função  $K(\alpha)$  será tomada para  $n=1.5$ , (tabela J.2). Para valores de  $\alpha$  maiores que 30 será simplesmente assumido que  $K(\alpha)=2$  (segundo o princípio de Babinet).

De posse desses dados,  $\sigma_{esp_{mic}}$  fica

$$\sigma_{esp_{mic}} = \int_{.02}^{.1} \pi r^2 K(\alpha) C 10^4 dr + \int_{.1}^{100} \pi r^2 K(\alpha) C r^{-4} dr$$

Reescrevendo as integrais em termos de  $\alpha$ , através das relações

$$\alpha = \frac{2\pi r}{\lambda} \quad ; \quad dr = \frac{\lambda}{2\pi} d\alpha \quad \text{e} \quad r^{-2} = \frac{4\pi^2}{\lambda^2 \alpha^2}$$

ficamos com

$$\sigma_{esp_{mic}} = \frac{C 10^4 \lambda^3}{8\pi^2} \int_{.02 \frac{2\pi}{\lambda}}^{.1 \frac{2\pi}{\lambda}} K(\alpha) \alpha^2 d\alpha + \frac{2\pi^2 C}{\lambda} \int_{.1 \frac{2\pi}{\lambda}}^{100 \frac{2\pi}{\lambda}} K(\alpha) \alpha^{-2} d\alpha$$

Essa última integral pode ainda ser simplificada se considerarmos  $K(\alpha)=2$  para valores maiores que  $\alpha=30$ .

Com efeito, para a nossa faixa espectral, os limites de integração em  $\alpha$  terão os seguintes valores

	.02 $\mu$	.1 $\mu$	100 $\mu$
1900Å	$\alpha \simeq .66$	$\alpha \simeq 3.31$	$\alpha \simeq 3307$
2400Å	$\alpha \simeq .52$	$\alpha \simeq 2.62$	$\alpha \simeq 2618$

e vemos portanto que a simplificação para  $\alpha > 30$  sempre se localiza na segunda integral. Juntando tudo isso,  $\sigma$  fica escrito como

$$\sigma_{esp_{mic}} = \frac{C 10^4 \lambda^3}{8\pi^2} \int_{.02 \frac{2\pi}{\lambda}}^{.1 \frac{2\pi}{\lambda}} K(\alpha) \alpha^2 d\alpha + \frac{2\pi^2 C}{\lambda} \left( \int_{.1 \frac{2\pi}{\lambda}}^{30} K(\alpha) \alpha^{-2} d\alpha + 2 \int_{30}^{100 \frac{2\pi}{\lambda}} \alpha^{-2} d\alpha \right)$$

Essa última integral pode ser resolvida analiticamente, nos fornecendo o valor

$$\frac{4\pi^2 C}{30\lambda} - \frac{\pi C}{50}$$

Finalmente, s resulta na expressão

$$\sigma_{esp_{mic}} = i_1 \lambda^3 + i_2 \lambda^{-1} - i_3$$

onde

$$i_1 = \frac{C 10^4}{8\pi^2} \int_{.02 \frac{2\pi}{\lambda}}^{.1 \frac{2\pi}{\lambda}} K(\alpha) \alpha^2 d\alpha \quad ;$$

$$i_2 = 2\pi^2 C \left( \int_{.1 \frac{2\pi}{\lambda}}^{30} K(\alpha) \alpha^{-2} d\alpha + \frac{1}{15} \right) \quad \text{e}$$

Refractive index			Refractive index			Refractive index			Refractive index		
$\alpha$	1.33	1.50	$\alpha$	1.33	1.50	$\alpha$	1.33	1.50	$\alpha$	1.33	1.50
0.1	0.00001090	0.000021084	3.0	1.7534	3.4181	13.8	2.1797	1.9725	18.0	2.5836	2.4603
0.2	0.00017704	0.00037007	3.1	1.8769	3.4581	13.9	2.3299	1.9411	18.1	2.6035	2.4620
0.3	0.00089246	0.0018787	3.2	1.9900	3.5317	14.0	2.4271	1.9818	18.2	2.5202	2.4032
0.4	0.0028019	0.0059551	3.3	2.0909	3.6733	14.1	2.4462	1.9022	18.3	2.5463	2.4588
0.5	0.0067731	0.014567	3.4	2.1833	3.8788	14.2	2.4538	1.8285	18.4	2.5243	2.7143
0.6	0.013847	0.031043	3.5	2.2747	4.0785	14.3	2.4323	1.8280	18.5	2.3995	2.4218
0.7	0.025151	0.056099	3.6	2.3726	4.1849	14.4	2.3933	1.9817	18.6	2.3011	2.3471
0.8	0.041764	0.093635	3.7	2.4811	4.1842	14.5	2.3780	2.0205	18.7	2.2574	2.2767
0.9	0.064544	0.14648	3.8	2.5979	4.1264	14.6	2.4248	2.0204	18.8	2.2202	2.2247
1.0	0.0943924	0.21510	3.9	2.7142	4.0671	14.7	2.5611	2.0364	18.9	2.3812	2.1771
1.1	0.12977	0.29869	4.0	2.8197	4.0525	14.8	2.6795	2.1235	19.0	2.2745	2.1819
1.2	0.17138	0.39496	4.1	2.9089	4.1187	14.9	2.6939	1.9897	19.1	2.2947	2.2687
1.3	0.21771	0.50159	4.2	2.9845	4.2555	15.0	2.7095	1.9847	19.2	2.3203	2.2299
1.4	0.26786	0.61897	4.3	3.0545	4.3593	15.1	2.6976	2.0342	19.3	2.1986	2.1603
1.5	0.32171	0.75287	4.4	3.1283	4.3326	15.2	2.6461	2.2960	19.4	2.0930	2.1026
1.6	0.38045	0.91435	4.5	3.2125	4.2025	15.3	2.8442	2.2679	19.5	2.0390	2.0423
1.7	0.44654	1.1142	4.6	3.3070	4.0413	15.4	2.8442	2.2544	19.6	2.0718	1.9971
1.8	0.52306	1.3489	4.7	3.4034	3.8997	15.5	2.8442	2.2544	19.7	2.1793	1.9757
1.9	0.61113	1.5901	4.8	3.4878	3.8191	15.6	2.8442	2.2544	19.8	2.0565	2.0533
2.0	0.71295	1.7984	4.9	3.5502	3.8381	15.7	2.8527	2.2675	19.9	2.0662	2.1018
2.1	0.82096	1.9553	5.0	3.5910	3.9278	15.8	2.8527	2.2675	20.0	2.1401	2.0358
2.2	0.92912	2.0753	5.1	3.6200	3.9375	15.9	2.8537	2.4850	20.1	2.0397	2.0127
2.3	1.0312	2.1916	5.2	3.6505	3.7832	16.0	2.7926	2.4199	20.2	1.9349	1.9769
2.4	1.1752	2.3383	5.3	3.6935	3.5684	16.1	2.7240	2.5164	20.3	1.8823	1.9415
2.5	1.2135	2.5395	5.4	3.7535	3.5667	16.2	2.6967	2.5646	20.4	1.8970	1.9162
2.6	1.3023	2.7924	5.5	3.8238	3.1816	16.3	2.7517	2.5517	20.5	2.0431	1.9373
2.7	1.3985	3.0512	5.6	3.8868	3.0835	16.4	2.8844	2.5026	20.6	1.9178	2.0574
2.8	1.5068	3.3510	5.7	3.9254	3.1101	16.5	2.8712	2.4884	20.7	1.9192	2.0418
2.9	1.6270	3.2648	5.8	3.9295	3.1905	16.6	2.8561	2.5121	20.8	2.0239	2.0241
						16.7	2.8704	2.5584	20.9	1.9645	2.0442
						16.8	2.8068	2.6350	21.0	1.8625	2.0823
						16.9	2.7140	2.6973	21.1	1.8179	2.1176
						17.0	2.6565	2.6762	21.2	1.8258	2.0154
						17.1	2.6690	2.6221	21.3	1.9922	2.0826
						17.2	2.7993	2.5811	21.4	1.8825	2.1960
						17.3	2.7811	2.5536	21.5	1.8821	2.1321
						17.4	2.7324	2.6128	21.6	1.9937	2.1517
						17.5	2.7561	2.5835	21.7	1.9918	2.1126
						17.6	2.7033	2.6652	21.8	1.8920	2.1920
						17.7	2.5901	2.6702	21.9	1.8555	2.1986
						17.8	2.5086	2.5812	22.0	1.8614	2.2241
						17.9	2.4876	2.5164	22.1	2.0217	2.2526

Refractive index			Refractive index		
$\alpha$	1.33	1.50	$\alpha$	1.33	1.50
5.9	3.9122	3.1117	9.8	2.3130	2.6454
6.0	3.8892	2.9039	9.9	2.2866	2.8567
6.1	3.8777	2.6852	10.0	2.2063	2.8820
6.2	3.8889	2.4861	10.1	2.1000	2.7829
6.3	3.9226	2.3300	10.2	1.9939	2.7575
6.4	3.9623	2.2713	10.3	1.9119	2.9621
6.5	3.9824	2.3673	10.4	1.8772	2.9680
6.6	3.9647	2.4480	10.5	1.9026	2.8014
6.7	3.9127	2.3145	10.6	1.9603	2.9159
6.8	3.8442	2.1462	10.7	1.9812	3.1116
6.9	3.7806	1.9949	10.8	1.9395	2.9812
7.0	3.7396	1.8483	10.9	1.8616	2.8732
7.1	3.7299	1.7456	11.0	1.7741	2.8763
7.2	3.7428	1.7720	11.1	1.7002	3.1493
7.3	3.7498	1.9722	11.2	1.6657	2.7988
7.4	3.7214	2.0010	11.3	1.6943	2.7509
7.5	3.6311	1.8848	11.4	1.7793	2.9338
7.6	3.5547	1.8318	11.5	1.8487	2.9538
7.7	3.4554	1.7642	11.6	1.8501	2.7597
7.8	3.3745	1.6723	11.7	1.8082	2.6751
7.9	3.3275	1.6367	11.8	1.7488	2.8112
8.0	3.3158	1.7777	11.9	1.6909	2.6360
8.1	3.3156	2.0283	12.0	1.6604	2.4760
8.2	3.2881	1.9519	12.1	1.6869	2.4949
8.3	3.2145	1.9488	12.2	1.7847	2.7365
8.4	3.1070	2.0127	12.3	1.8951	2.5066
8.5	2.9899	1.9849	12.4	1.9343	2.3791
8.6	2.8866	1.9263	12.5	1.9242	2.3395
8.7	2.8166	1.9569	12.6	1.8930	2.4582
8.8	2.7904	2.2264	12.7	1.8519	2.1643
8.9	2.7939	2.3240	12.8	1.8255	2.1101
9.0	2.7831	2.2384	12.9	1.8459	2.2405
9.1	2.7231	2.3708	13.0	1.9413	2.2814
9.2	2.6201	2.4753	13.1	2.0807	2.1088
9.3	2.5004	2.4231	13.2	2.1512	2.0463
9.4	2.3892	2.3817	13.3	2.1619	1.9359
9.5	2.3087	2.4791	13.4	2.1533	2.2768
9.6	2.2766	2.7985	13.5	2.1238	1.8688
9.7	2.2918	2.6198	13.6	2.0949	1.8887
			13.7	2.1018	2.2079

Refractive index			Refractive index		
$\alpha$	1.33	1.50	$\alpha$	1.33	1.50
22.2	1.9452	2.3216	26.2	2.5101	2.1094
22.3	1.9475	2.3129	26.3	2.4787	2.0087
22.4	2.0495	2.3961	26.4	2.5066	2.0299
22.5	2.1178	2.3861	26.5	2.6199	2.0270
22.6	2.0120	2.3771	26.6	2.5497	2.1395
22.7	1.9815	2.3898	26.7	2.4987	1.9592
22.8	1.9856	2.4266	26.8	2.4640	1.9347
22.9	2.1163	2.3320	26.9	2.4441	1.9910
23.0	2.0799	2.4169	27.0	2.4447	2.0201
23.1	2.0833	2.4623	27.1	2.4019	2.0284
23.2	2.1696	2.5185	27.2	2.4182	2.0713
23.3	2.2984	2.4711	27.3	2.4953	2.0770
23.4	2.1849	2.4698	27.4	2.4574	2.0550
23.5	2.1576	2.4659	27.5	2.4037	2.0140
23.6	2.1585	2.5597	27.6	2.3641	2.0234
23.7	2.2507	2.4631	27.7	2.3321	2.1915
23.8	2.2473	2.4165	27.8	2.3211	2.1022
23.9	2.2467	2.4974	27.9	2.2713	2.1757
24.0	2.3164	2.4649	28.0	2.2781	2.2048
24.1	2.4836	2.4224	28.1	2.3310	2.2893
24.2	2.3614	2.4111	28.2	2.3176	2.1677
24.3	2.3329	2.4046	28.3	2.2661	2.1603
24.4	2.3286	2.4586	28.4	2.2264	2.2067
24.5	2.3852	2.3079	28.5	2.1901	2.2342
24.6	2.4003	2.3075	28.6	2.1716	2.2799
24.7	2.3916	2.3881	28.7	2.1217	2.3475
24.8	2.4454	2.2908	28.8	2.1232	2.3687
24.9	2.6206	2.2730	28.9	2.1650	2.3233
25.0	2.4981	2.2498	29.0	2.1713	2.3993
25.1	2.4634	2.3196	29.1	2.1273	2.3955
25.2	2.4500	2.1704	29.2	2.0918	2.4394
25.3	2.4762	2.1161	29.3	2.0566	2.3459
25.4	2.4960	2.1758	29.4	2.0347	2.4209
25.5	2.4765	2.1595	29.5	1.9902	2.4390
25.6	2.5167	2.1149	29.6	1.9903	2.4177
25.7	2.6690	2.1103	29.7	2.0301	2.3738
25.8	2.5638	2.0911	29.8	2.0555	2.3481
25.9	2.5217	2.0898	29.9	2.0254	2.3663
26.0	2.4968	1.9861	30.0	1.9984	2.3528
26.1	2.4970	1.9792			

Tabela J.2: Função fator de eficiência para o espalhamento Mie

$$i_3 = \frac{\pi C}{50}$$

sendo que as integrais presentes em  $i_1$  e  $i_2$  devem ser feitas numericamente.

Dimensionalmente falando poderia parecer estranho a presença dos termos  $\lambda^3$ ,  $\lambda^{-1}$  e  $\lambda^0$ , uma vez que se espera que  $s$  tenha dimensões de  $[L^2]$ . O que acontece, de fato, é que as integrais não nos dão resultados adimensionais, como poderia parecer. A seção de choque continua com dimensões de  $[L^2]$ .

A espessura óptica será dada pela multiplicação da seção de choque assim obtida pela integral do número de aerossóis por unidades de volume (encontrado entre os níveis  $x_1$  e  $x_2$ ) com a altura. Assim como as integrais atrás, essa também deve ser resolvida numericamente. Para isso, são usados os dados da concentração média de aerossóis em condições de atmosfera muito clara (meteorological range de 23 km). Os resultados estão nas curvas  $d$  dos gráficos J.1 a J.4.

A profundidade de aerossóis obtida nos  $5 \text{ g/cm}^2$  de ar relacionados com as alturas indicadas em cada gráfico está na tabela J.1.

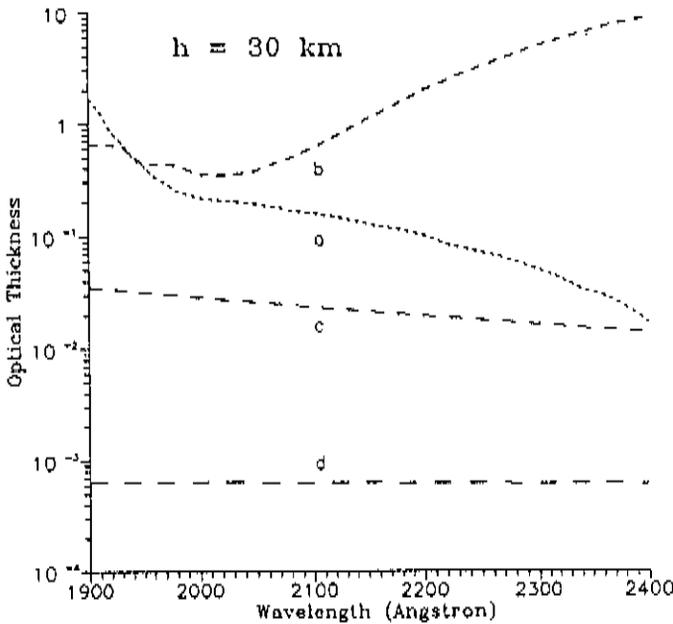


Figura J.1: Profundidade óptica versus comprimento de onda obtido em um caminho horizontal de  $5 \text{ g/cm}^2$  na atmosfera, localizado a 30 km de altura (curva a: absorção pelo  $\text{O}_2$ ; curva b:  $\text{O}_3$ ; curva c: espalhamento por moléculas e curva d: espalhamento por aerossóis)

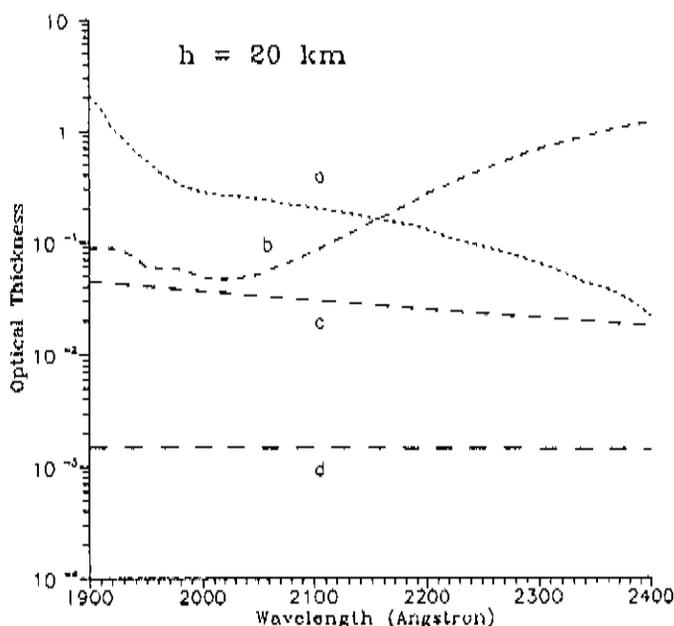


Figura J.2: Profundidade óptica versus comprimento de onda obtido em um caminho horizontal de  $5 \text{ g/cm}^2$  na atmosfera, localizado a 20 km de altura (curva a: absorção pelo  $\text{O}_2$  ; curva b: absorção pelo  $\text{O}_3$  ; curva c: espalhamento por moléculas e curva d: espalhamento por aerossóis)

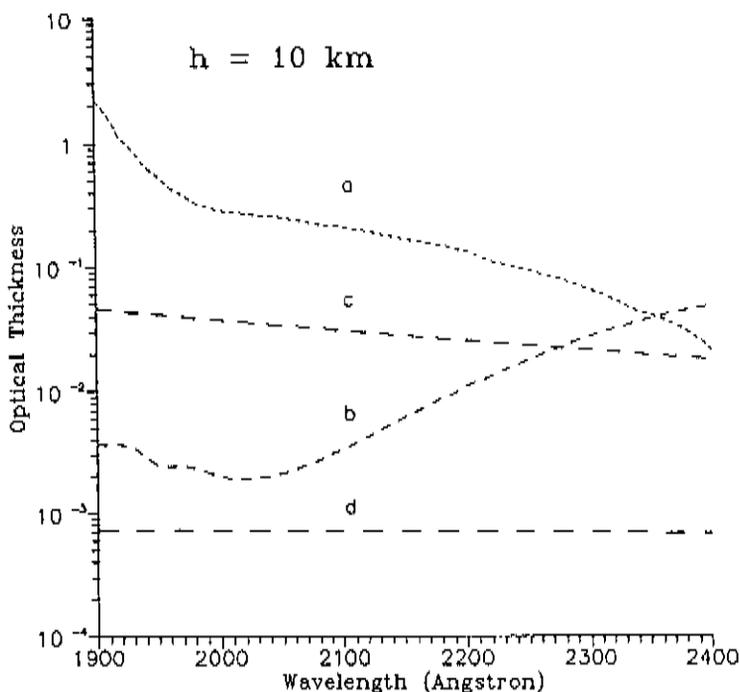


Figura J.3: Profundidade óptica versus comprimento de onda obtido em um caminho horizontal de  $5 \text{ g/cm}^2$  na atmosfera, localizado a 10 km de altura (curva a: absorção pelo  $\text{O}_2$  ; curva b: absorção pelo  $\text{O}_3$  ; curva c: espalhamento por moléculas e curva d: espalhamento por aerossóis)

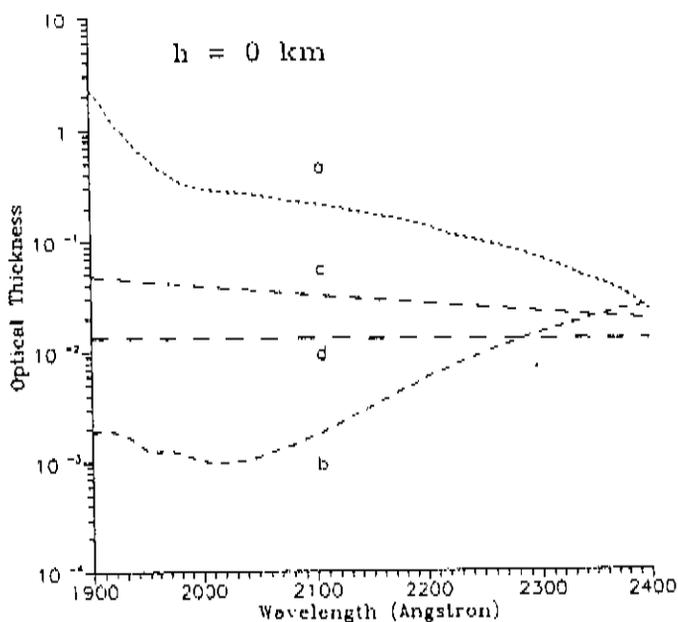


Figura J.4: Profundidade óptica versus comprimento de onda obtido em um caminho horizontal de  $5 \text{ g/cm}^2$  na atmosfera, localizado a 0 km de altura (curva a: absorção pelo  $\text{O}_2$  ; curva b: absorção pelo  $\text{O}_3$  ; curva c: espalhamento por moléculas e curva d: espalhamento por aerossóis)

# Apêndice K

## Processos de espalhamento de luz

### K.1 Introdução

Ao atravessar a atmosfera, a luz pode ser absorvida e reemitida. Uma vez que essa reemissão pode se dar em qualquer direção, o fenômeno é denominado espalhamento.

Aqui nós tratamos de processos de espalhamento onde o comprimento de onda do feixe incidente permanece constante. Processos de espalhamento onde o comprimento de onda se altera (como o espalhamento Raman) são menos importantes no estudo de óptica atmosférica.

Para que haja uma caracterização completa da luz espalhada, se faz necessária a determinação de suas diversas grandezas físicas, tais como direção da reemissão, intensidade, fase (em relação ao feixe original), polarização, etc. Porém de todas essas grandezas, a distribuição de intensidade angular é a que mais nos interessa nesse trabalho.

### K.2 Distinção entre os tipos de espalhamento

Desde já devemos separar entre os dois tipos de espalhamento a serem tratados.

No espalhamento Rayleigh temos que as dimensões do alvo espalhador são muito menores que a do comprimento de onda do feixe de luz incidente. Isso nos leva a uma série de simplificações sobre a interação luz x alvo espalhador.

Já no espalhamento Mie as dimensões do alvo espalhador são comparáveis à do comprimento de onda da luz incidente. As simplificações já não são mais permitidas, pois diferentes parte do nosso alvo espalhador interagem com diferentes partes do feixe incidente.

É necessário, porisso, conhecermos de antemão as dimensões típicas de nossos alvos espalhadores frente ao comprimento de onda a ser tratado.

Em se falando de luz visível (ou comprimentos de onda adjacentes) separa-se nitidamente o espalhamento devido a moléculas (muito menores que o comprimento de onda da luz visível e denominado espalhamento Rayleigh) e o

espalhamento devido à partículas em suspensão no ar, os aerossóis (de dimensões usualmente comparáveis ou muito maiores que o comprimento de onda da luz visível e denominado espalhamento Mie).

# Apêndice L

## Espalhamento Rayleigh

### L.1 Tratamento teórico

Considere uma molécula sob a ação de um campo eletromagnético oscilante (no caso nosso feixe incidente).

Para tratar desse problema iremos assumir que a molécula pode ser considerada como uma esfera rígida (tal como na teoria cinética dos gases), porém dielétrica e isotrópica.

Assumiremos também que instantaneamente o campo elétrico que a molécula sofre é uniforme. Isso devido às dimensões da molécula, que, lembrando as condições para o espalhamento Rayleigh, devem ser muito menores que o comprimento de onda da onda eletromagnética a ser espalhada.

No caso estático, onde uma esfera dielétrica está colocada em um campo elétrico uniforme, ocorreria a indução de um momento de dipolo,  $\vec{p}$ , tal que

$$\vec{p} = \alpha * \vec{E}$$

onde  $\alpha$  seria o tensor de polarização. Assumindo que a esfera é isotrópica,  $\alpha$  se torna um escalar (figura L.1).

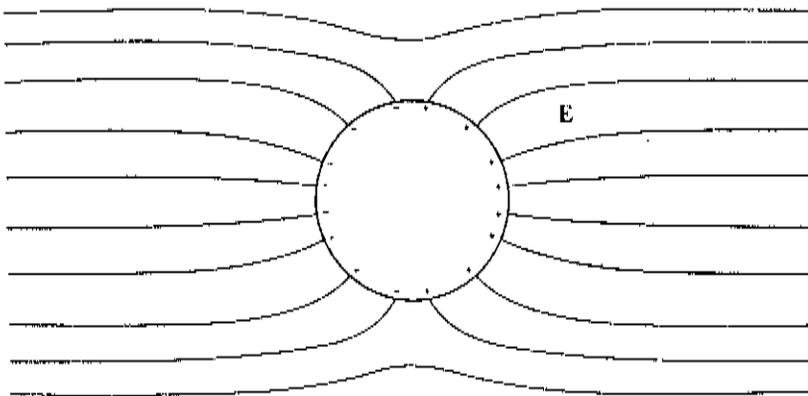


Figura L.1: Representação de uma esfera dielétrica colocada em um campo elétrico uniforme

Uma vez que o campo eletromagnético é variável, ocorre a indução de um momento de dipolo variável. Esse, por sua vez, irradia uma onda secundária.

Consideremos  $[\vec{p}]$  o momento de dipolo induzido, variável e atrasado em relação à fase da onda eletromagnética incidente, de tal modo que

$$[\vec{p}] = \vec{p}_0 * \exp(-i\omega t')$$

e

$$t' = t - \frac{r}{c}$$

Se considerarmos  $[\ddot{\vec{p}}]$  (a derivada segunda de  $[\vec{p}]$  em relação ao tempo) sobre o eixo z, em coordenadas polares teremos que o campo eletromagnético induzido num ponto do espaço a uma distância r ( $r \gg \lambda$  para que possamos trabalhar na zona de radiação) será dado por

$$\vec{E}_{rad} = \frac{[\ddot{\vec{p}}]}{c^2 r} \text{sen}\theta \hat{e}_\theta = -\frac{\omega^2}{c^2 r} \text{sen}\theta [\vec{p}] \hat{e}_\theta$$

$$\vec{B}_{rad} = \frac{[\ddot{\vec{p}}]}{c^2 r} \text{sen}\theta \hat{e}_\phi = -\frac{\omega^2}{c^2 r} \text{sen}\theta [\dot{\vec{p}}] \hat{e}_\phi$$

O vetor de Poynting médio nesse ponto, que representa o fluxo de energia médio do campo eletromagnético por unidade de área durante um período de oscilação (ou a irradiância média da onda secundária num período de oscilação) é dado por:

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{c}{8\pi} \text{Re}(\vec{E}_{rad} \times \vec{B}_{rad})$$

$$= \frac{\omega^4}{c^3 r^2} \frac{p_0^2}{8\pi} \text{sen}^2\theta \hat{e}_r$$

e como  $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{2\pi^3 c}{r^2 \lambda^4} p_0^2 \text{sen}^2\theta \hat{e}_r$$

Da teoria eletromagnética, porém, deduz-se que o momento de dipolo induzido é função do campo elétrico uniforme aplicado, e é dado por

$$p_0 = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_0}{\epsilon_1 + 2\epsilon_0} a^3 E_0$$

onde  $E_0$  é o valor do campo externo uniforme,  $a$  é o raio da esfera dielétrica e  $\epsilon_0$  e  $\epsilon_1$  são os valores das constantes dielétricas da esfera e do meio onde a esfera se encontra, respectivamente.

Se o meio é o ar, podemos tomar  $\epsilon_0 = 1$ . Como, no sistema de unidades gaussianas, o índice de refração é dado por  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ , o valor de  $\epsilon_1$  será dado, se às nossas hipóteses for acrescentado que a esfera dielétrica não tem propriedades magnéticas ( $\mu=1$ ), por  $n_1^2 = \epsilon_1$ . O resultado é que poderemos escrever  $p_0$  como

$$p_0 = \frac{n_1 - 1}{n_1 + 2} a^3 E_0$$

e assim a irradiância média da onda espalhada a uma distância  $r$  da nossa esfera será escrita como

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{2\pi^3 c}{r^2 \lambda^4} \left( \frac{n_1 - 1}{n_1 + 2} \right)^2 a^6 |E_0|^2 \text{sen}^2 \theta \hat{e}_r$$

De mais utilidade que a irradiância é a grandeza radiométrica intensidade, que é o fluxo de energia radiante por ângulo sólido. A conversão entre essas duas grandezas radiométricas se faz lembrando que

$$\hat{n} dA = \hat{n} r^2 d\omega$$

onde  $\hat{n}$  é a normal ao elemento de área  $dA$ , e  $d\omega$  é o elemento infinitesimal de ângulo sólido. Tomando  $\hat{n} = \hat{e}_r$  (se queremos medir o fluxo radial da onda secundária), a intensidade da onda secundária será dada por

$$\begin{aligned} \langle I \rangle &= \left\langle \frac{d\Phi}{dA} \right\rangle = \left\langle \frac{d\vec{\Phi}}{d\Omega} \right\rangle * r^2 * \hat{e}_r \\ &= (\langle \vec{S} \rangle * \hat{e}_r) * r^2 \\ &= \frac{2\pi^3 c a^6}{\lambda^4} \left( \frac{n_1 - 1}{n_1 + 2} \right)^2 |E_0|^2 \text{sen}^2 \theta \end{aligned}$$

Note que o termo  $\text{sen}^2 \theta$  faz com que a distribuição angular de intensidade da luz espalhada seja, como esperado, a mesma distribuição angular da radiação de dipolo. A intensidade é zero ao longo do eixo definido pela direção de  $[\vec{p}]$ , e máxima sobre o plano perpendicular com origem em  $[\vec{p}]$ . Note também que o espalhamento é simétrico com respeito à direção do feixe incidente (figura L.2).

## L.2 Extensão ao feixe não polarizado

No caso tratado atrás, achou-se a intensidade média da onda espalhada em função do ângulo de observação,  $\theta$ . Deve-se porém notar que nos cálculos foi empregado um feixe de luz incidente polarizado.

Assim, o nosso ângulo de observação foi definido em função da direção de  $[\vec{p}]$ , que refletia diretamente a direção do campo elétrico da onda incidente.

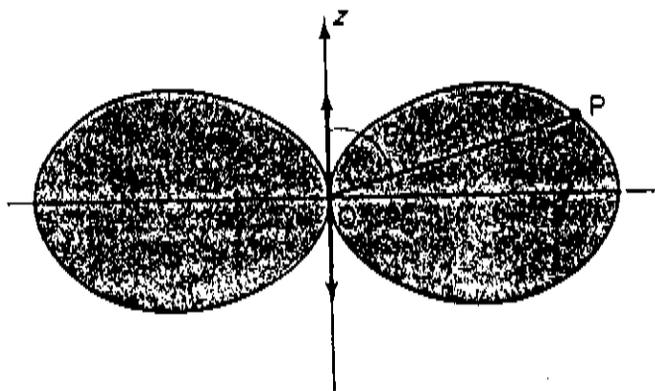


Figura L.2: Diagrama polar da radiação de dipolo elétrico

Para tratar do caso de luz não polarizada (luz natural), devemos recordar que esta pode ser considerada como a soma de duas ondas polarizadas, ortogonais entre si, porém sem nenhuma relação de coerência; e a relação básica entre elas é dada por

$$E = \frac{1}{2}(E_{\perp} + E_{//})$$

onde  $E$  é a irradiância do feixe não polarizado e  $E_{\perp}$  e  $E_{//}$  são as irradiâncias das componentes polarizadas com o vetor campo elétrico perpendicular e paralelo a um plano arbitrário, respectivamente.

Não entraremos em detalhes sobre os cálculos. Suficiente dizer que a distribuição angular de intensidade da luz espalhada será composta por diferentes contribuições dessas duas componentes, o que resultará enfim na distribuição angular descrita pela fórmula

$$I(\phi) = \frac{\pi^3 c a^6}{\lambda^4} \left( \frac{n_1 - 1}{n_1 + 2} \right)^2 |E_0^2| (1 + \cos^2 \phi)$$

onde  $|E_0^2|$  se refere a soma do quadrado dos campos elétricos da componente paralela e perpendicular, e  $\phi$  se refere ao ângulo de espalhamento, feito entre a direção de propagação do feixe de luz e o vetor posição do observador, com origem sobre a esfera espalhadora (figura L.3).

### L.3 Características e conseqüências do espalhamento Rayleigh

Talvez a conseqüência mais direta da existência do espalhamento Rayleigh seja o azul do céu. Isso porque a intensidade da luz espalhada varia com  $\lambda^{-4}$ , o que faz com que comprimentos de onda menores (azul) sejam muito mais espalhados do que comprimentos de onda mais longos (vermelho, figura L.4).

O resultado final é que, em condições de atmosfera “limpa”, o sol nos aparece mais “vermelho” do que seria, enquanto a componente azul, subtraída,

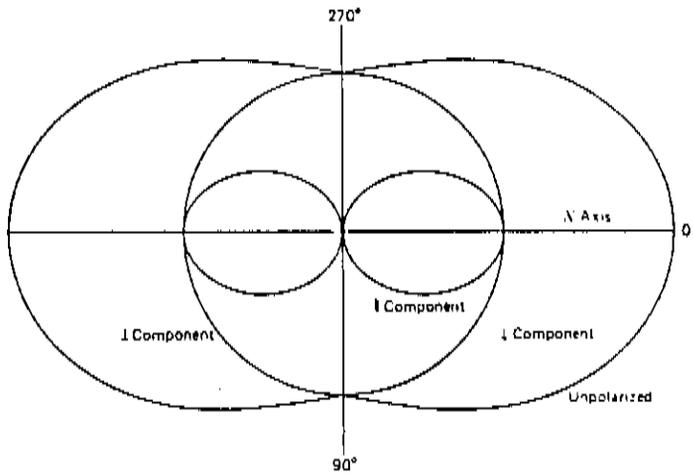


Figura L.3: Diagrama polar do espalhamento de um feixe de luz não polarizado

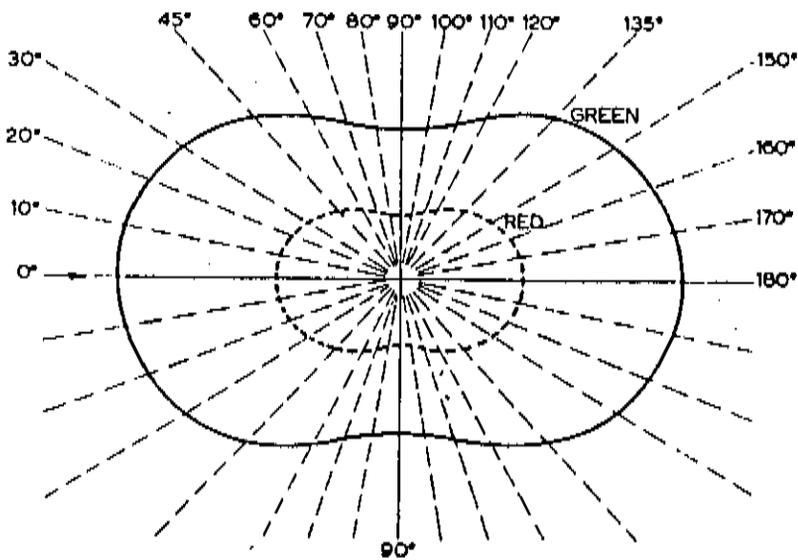


Figura L.4: Dependência do espalhamento Rayleigh com o comprimento de onda

chega aos nossos olhos proveniente de todas as outras direções, espalhadas pelas moléculas de ar.

Outra característica se refere a simplicidade na distribuição angular de intensidade. O espalhamento é sempre simétrico em relação à direção de propagação do feixe incidente. Isso faz com que a fração de luz espalhada para frente seja igual à intensidade espalhada pra trás. Além disso a distribuição não apresenta estruturas secundárias complexas, como aparece no espalhamento Mie.

Ainda, a intensidade da onda espalhada é proporcional ao raio da esfera elevado à 6. Por último, vemos que a intensidade de luz espalhada depende de  $|E_0^2|$ , diretamente proporcional à intensidade do feixe de luz incidente; que nos reafirma o resultado esperado de que a intensidade de luz espalhada é diretamente proporcional a intensidade de luz incidente.

## L.4 O Fator de despolarização

É necessário uma pequena correção quando nos cálculos do espalhamento Rayleigh por moléculas, uma vez que as moléculas não são esferas dielétricas homogêneas, mas apresentam uma geometria e distribuição de carga particular.

Essa anisotropia, que impede que o momento de dipolo induzido se alinhe, em média, precisamente com o campo elétrico do feixe incidente, é incluída na formulação através de uma constante, o termo de despolarização,  $f$ . A intensidade de luz espalhada assim é escrita como

$$I(\phi) = \frac{\pi^3 c a^6}{\lambda^4} \left( \frac{n_1 - 1}{n_1 + 2} \right)^2 |E_0^2| (1 + \cos^2 \phi) f$$

onde  $f$  é para os gases atmosféricos, em média, igual à 1.061 .

## L.5 Limite da validade da formulação do espalhamento Rayleigh

A medida que nos deslocamos para comprimentos de onda menores, o modelo de molécula usado (esfera dielétrica homogênea) apresenta falhas.

Isso porque as moléculas apresentam “frequências naturais de oscilação”, que seriam a contrapartida clássica para alguns dos diversos fenômenos quânticos de absorção. Uma onda incidente que apresente uma dessas frequências naturais induziria um dipolo elétrico oscilante que causaria ressonâncias internas e levaria, ultimamente, a molécula ao fenômeno de absorção. Existiriam assim frequências naturais relacionadas com absorção por rotação, por vibração, etc.

Deve-se tomar cuidado para que não se inclua o espalhamento Rayleigh na vizinhança dessas frequências naturais, mesmos porque mudanças bruscas do índice de refração são esperadas (figura L.5).

Para as moléculas do ar, essas frequências se localizam no ultravioleta médio/longínquo, principalmente porque são relacionadas à fenômenos de transições eletrônicas.

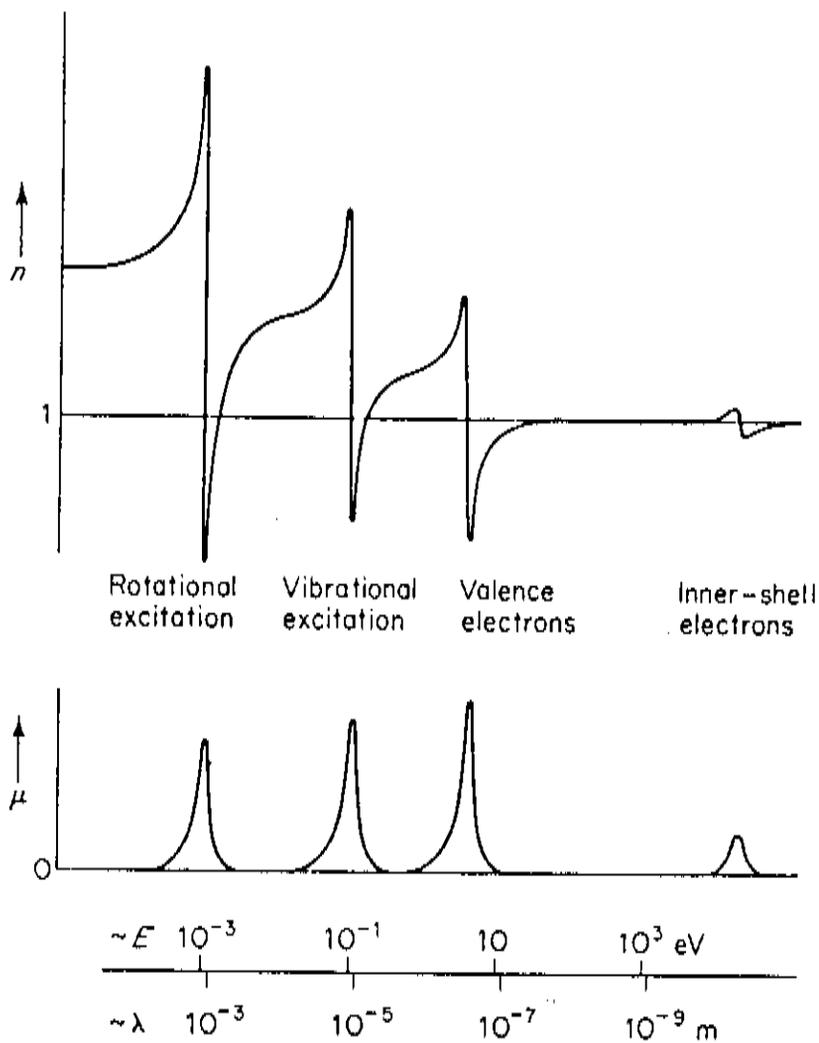


Figura L.5: Mudanças dos índices de refração de um meio dielétrico nas freqüências de ressonância

# Apêndice M

## Espalhamento Mie

Como já foi mencionado, o espalhamento Rayleigh tem lugar quando o alvo espalhador tem dimensões muito pequenas em comparação com o comprimento de onda do feixe incidente.

Para partículas grandes (ou melhor, para alvos espalhadores com raio maior ou igual a  $0.03 \lambda$ ) complicações surgem devido à impossibilidade de considerarmos o campo elétrico da onda incidente como uniforme em toda a extensão da partícula.

Acrescenta-se o fato de que, uma vez que o feixe incidente sofrerá efeitos de refração, difração e reflexão, as condições de contorno devem ser levadas em conta detalhadamente.

Esse tipo de espalhamento particular é chamado de espalhamento Mie, e é usualmente associado ao espalhamento de luz provocado por aerossóis.

### M.1 Fundamentos

Mie resolveu o problema do espalhamento de uma onda plana monocromática incidente sobre uma esfera dielétrica homogênea de raio  $r$  no início do século.

A solução porém se mostra complicada. É necessário que se abandone a simplicidade da indução de um dipolo elétrico, e, ao invés, se considere a indução de multipolos elétricos e magnéticos. Esses por sua vez darão origem às chamadas Partial Waves.

Determina-se então a fase e a intensidade das várias partials waves, e se obtém a intensidade da onda espalhada através da soma de todas elas.

Não repetiremos aqui a solução formal do problema. Apenas discutiremos a teoria e seus aspectos essenciais.

## M.2 Cuidados à aplicação da teoria em óptica atmosférica

Uma vez que estamos usando os resultados obtidos por Mie devemos considerar que, no caso os aerossóis, estes possam ser representados por partículas esféricas e isotrópicas.

É uma boa aproximação para gotículas líquidas em suspensão. Também o é para aerossóis higroscópicos que apresentem um “envelope líquido” sobre sua superfície.

Porém, como já visto, esses aerossóis tem propriedades tão variáveis quanto o tempo, de modo que tentaremos excluí-los do nosso estudo.

Se nos referimos no entanto à aerossóis não-higroscópicos (partículas de pó), ou a cristais de gelo, vemos que esses não podem ser considerados como esferas homogêneas devido à estrutura cristalina sempre presente.

Existem teorias mais complexas elaboradas para partículas não esféricas (elipsóides, cilindros, discos, etc) e não homogêneas (constituídas por camadas com índice de refração diferentes, com superfície refletora, etc). No entanto, diversos estudos mostram que os resultados da teoria elaborada por Mie nos levam a boas aproximações quando consideramos espalhamentos por partículas não homogêneas, porém de formato irregular e orientadas randomicamente no espaço.

## M.3 O Size parameter

A teoria prevê uma dependência dos parâmetros do feixe espalhado da forma, do tamanho, e do índice de refração da partícula; além da já esperada dependência com o comprimento de onda e a polarização do feixe incidente.

A dependência ocasionada pelos parâmetros raio do aerossol e comprimento de onda são mais sinteticamente expressos pelo size parameter  $\alpha$ . Este é dado pela fórmula

$$\alpha = \frac{2\pi r}{\lambda}$$

De fato, da teoria obtem-se que não é a magnitude de  $r$  ou  $\lambda$  que nos dirão algo sobre o espalhamento, mas o tamanho relativo da partícula comparada ao comprimento da onda incidente.

Interessante apontar que no limite  $\alpha \rightarrow 0$  as previsões da teoria de Mie se reduzem às previsões obtidas da teoria para o espalhamento Rayleigh.

## M.4 O Fator de eficiência

Da teoria de Mie obtemos descrições detalhadas da função distribuição angular, de intensidade, polarização da onda espalhada, etc. Existem porém parâmetros integrados que são de uso mais simples e mais direto.

O mais importante é o chamado fator de eficiência, ou coeficiente de Mie,  $K$ . Ele nós dá, para uma partícula esférica de raio  $r$ , a relação entre a seção eficaz de choque de espalhamento Mie (integrada para todos os ângulos sólidos) sobre a seção de choque geométrica da partícula ( $\pi r^2$ ).

A quantidade fator de eficiência é adimensional, e dependente do size parameter e do índice de refração. O fluxo total de luz espalhada de um feixe incidente com irradiância  $E_0$  por uma partícula esférica de raio  $r$  será dado por

$$\Phi_{esp} = K(\alpha, n) * \pi r^2 * E_0$$

A teoria de Mie permite que esse fluxo seja retirado por absorção ou por espalhamento. Uma vez que a extinção do feixe incidente é relacionada com a soma desses dois efeitos, formalmente define-se fatores de eficiência para absorção, espalhamento e extinção.

Uma ressalva deve ser feita com respeito ao fenômeno de absorção de luz por aerossóis. Este depende da composição química do mesmo, mas não o levaremos em conta. Existem poucos dados experimentais elaborados para aerossóis na faixa de comprimentos de onda tema desse estudo. Assim daremos atenção ao fator de eficiência para espalhamento, e será sempre a ele que nos referiremos daqui para frente.

Para um dado  $n$ , a função  $K$  se apresenta oscilante com  $\alpha$ . As oscilações tem grande amplitude para  $\alpha$  pequeno, mas vão diminuindo à medida que  $\alpha$  aumenta. Para valores grandes de  $\alpha$  a função tende assintoticamente à 2 (figuras M.1 e M.2). Sobreposto às oscilações principais está uma estrutura fina, causada principalmente por ressonâncias entre os vários multipolos induzidos (figura M.3).

Dos gráficos de  $K(\alpha, n)$ , vemos que é possível que uma partícula retire do feixe até 4 vezes mais energia do que no caso onde fosse levado em conta somente a sua seção eficaz de choque geométrica.

O comportamento assintótico da curva para  $K=2$  nos leva ao paradoxo de que, no limite de partículas muito maiores que o comprimento de onda, haveria uma retirada de energia do feixe incidente igual ao dobro da luz que poderia ser interceptada diretamente pela partícula. Na verdade o paradoxo é aparente, e o discutiremos mais adiante.

## M.5 A distribuição angular

Ao contrário do espalhamento Rayleigh, onde a distribuição angular é relativamente simples, a distribuição angular presente no espalhamento Mie é complexa, e apresenta uma forte dependência de  $\alpha$  e  $n$ .

Quando consideramos  $\alpha$  muito pequeno, a distribuição angular se apresenta semelhante à distribuição  $(1 + \cos^2\theta)$ , simétrica, encontrada no espalhamento Rayleigh. Porém, à medida que  $\alpha$  vai crescendo, o lóbulo frontal (a fração que está dirigida na direção do observador) vai se tornando proeminente. O lóbulo tra-

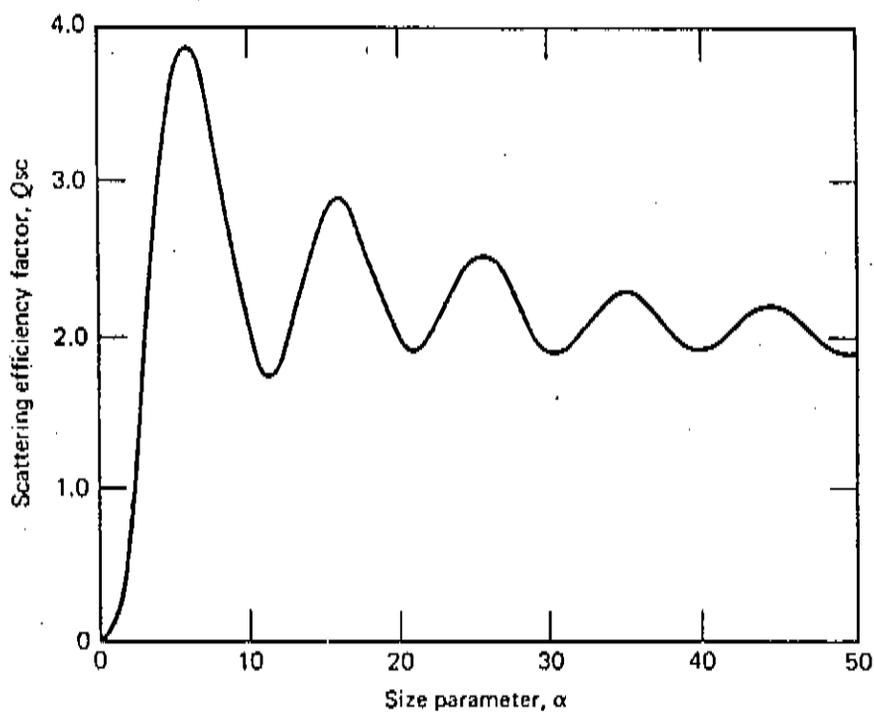


Figura M.1: Fator de eficiência de espalhamento para  $n=1.33$

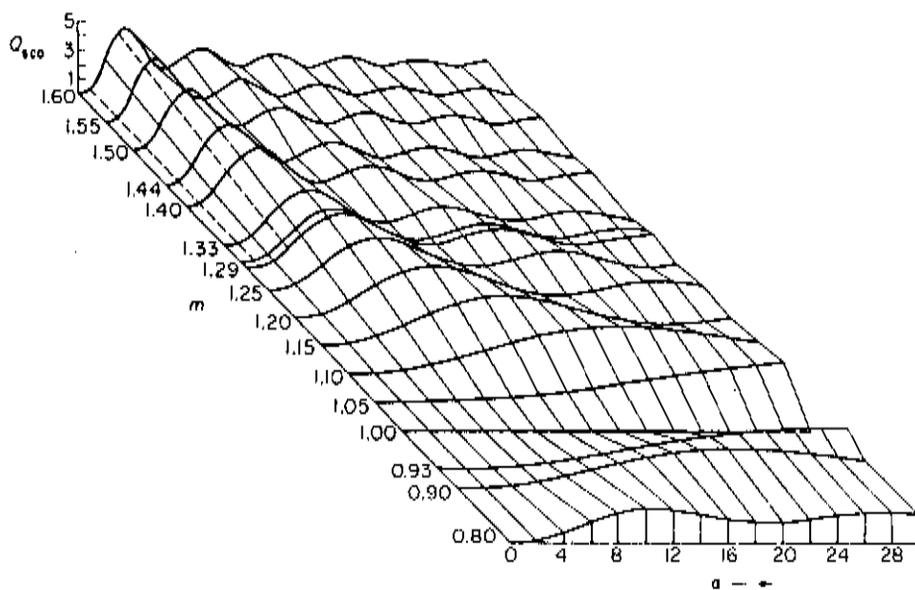


Figura M.2: Visão tridimensional da função fator de eficiência, mostrando as dependências com  $\alpha$  e  $n$

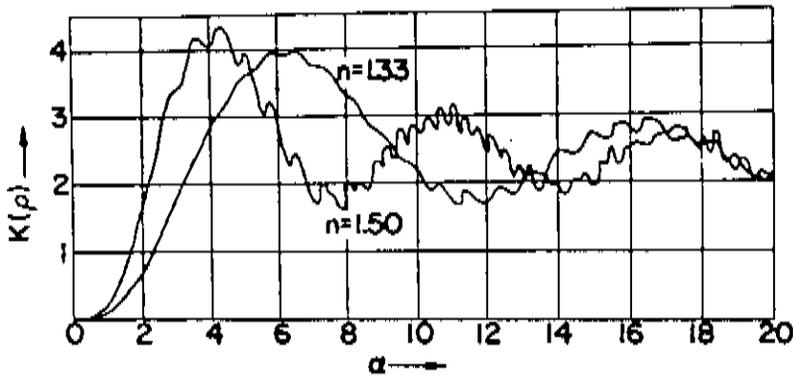


Figura M.3: Função fator de eficiência para  $n=1.33$  e  $n=1.55$ . Note a presença de estruturas finas

seiro, por sua vez, diminui, de forma que progressivamente o espalhamento se torna preferencialmente “para frente”.

Acompanhando o aumento de  $\alpha$ , começam a surgir picos secundários, que produzem uma estrutura complexa e de difícil equacionamento na distribuição angular (figuras M.4 e M.5).

Finalmente,  $\alpha$  muito grande é caracterizado principalmente por um lóbulo frontal bastante agudo, que causa um forte espalhamento em direções próximas à propagação do feixe incidente. Parte desse efeito é devido à difração de fótons que passam muito próximos mas não penetram na partícula.

## M.6 O paradoxo da extinção

Para valores altos de  $\alpha$  a aproximação assintótica de  $K$  para 2 pode parecer estranha. Como uma partícula, quase situada no limite macroscópico (onde se aplica a ótica geométrica), pode retirar do feixe incidente praticamente o dobro de energia do que o esperado apenas pela interceptação direta do feixe pela sua seção de choque geométrica?

Conforme visto atrás, o lóbulo frontal proeminente e agudo espalha os fótons do feixe incidente em direções muito próximas ao sentido do próprio feixe incidente. Esses fótons, porém, são fótons espalhados, apesar dos pequenos ângulos feitos com a direção de incidência do feixe.

Já vimos atrás que esses fótons serão responsáveis pela chamada Difuse Transmission. No entanto, se tomamos um distanciamento muito grande da partícula espalhadora, pouquíssimos desses fótons chegarão ao nosso detector. O fator de eficiência, que poderíamos considerar antes igual a 1 (ou seja, só devido à sombra “direta” da partícula) agora assumiria um valor próximo a 2 (figura M.6).

Assim vemos que no limite de partículas grandes, podemos assumir  $K=2$ , desde que a resolução angular do nosso detector seja, por alguma razão, muito estreita de modo a excluir a diffuse transmission. Isso ocorreria, por exemplo, na extinção da luz proveniente do centro da galáxia causada pela poeira cósmica presente nos braços espirais.

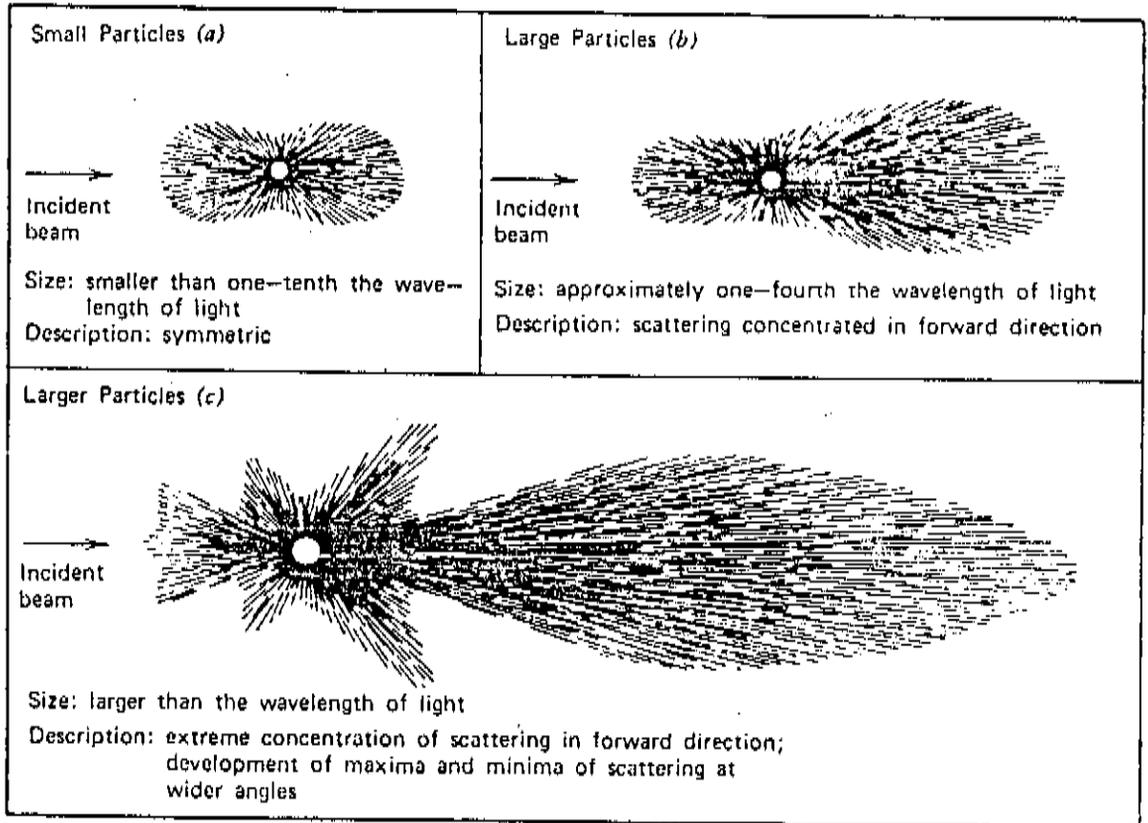


Figura M.4: Dependência da distribuição angular do feixe espalhado com as dimensões da partícula (1)

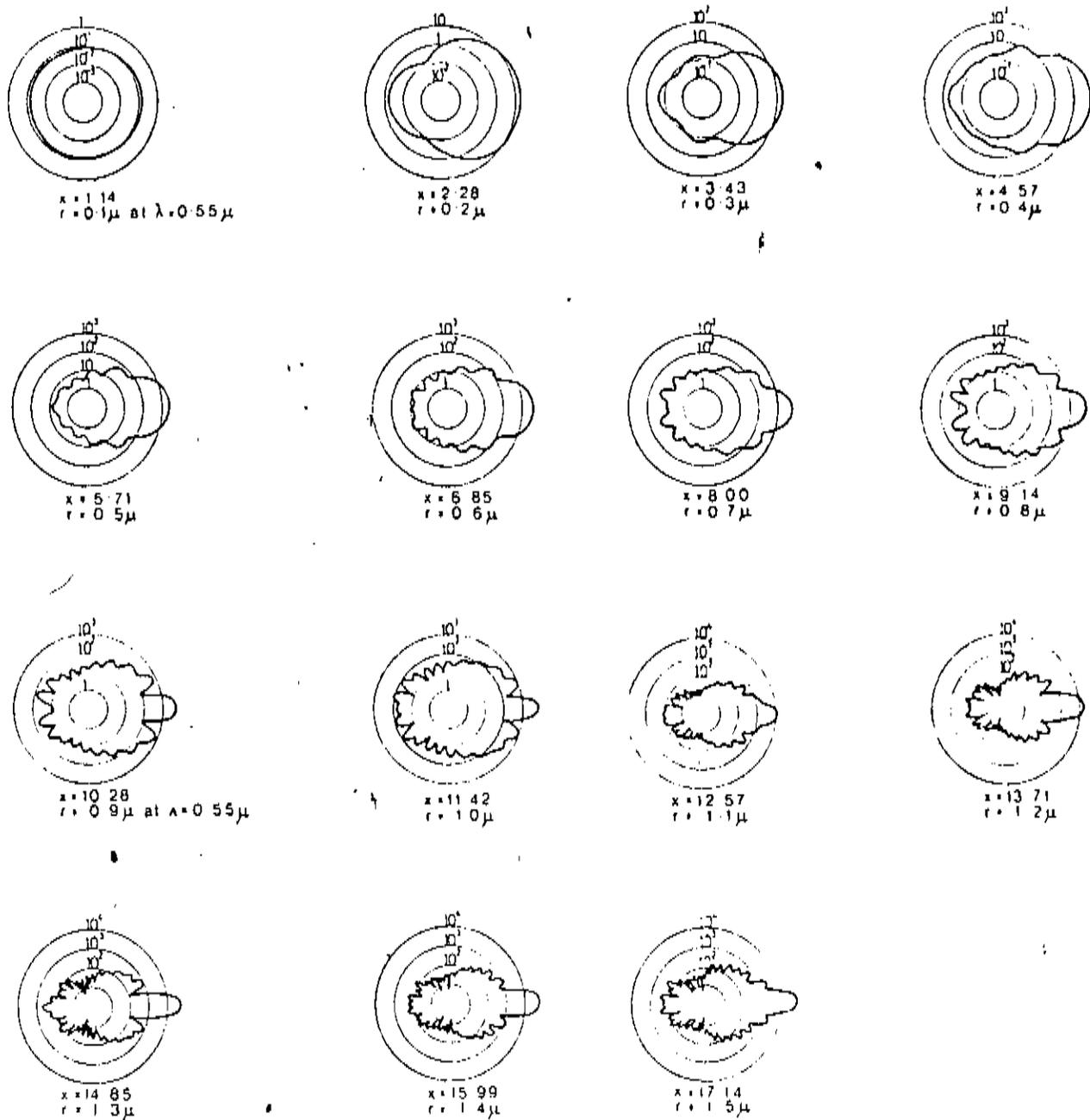


Figura M.5: Dependência da distribuição angular do feixe espalhado com as dimensões da partícula (2)

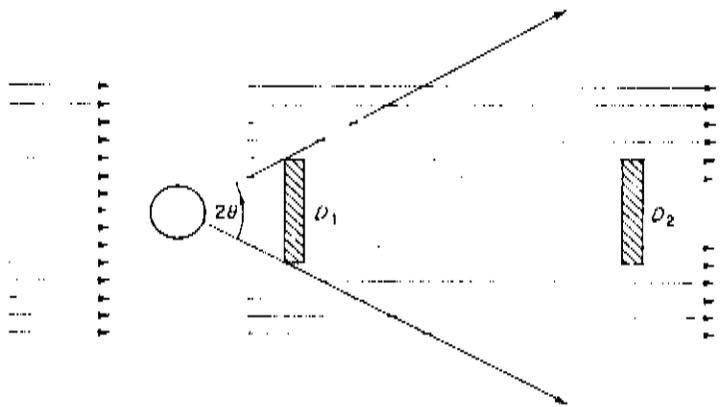


Figura M.6: O princípio de Babinet. O detector D1 intercepta a luz espalhada a ângulos muito pequenos, e nos fornece  $K = 1$ . O detector D2 não recebe esses feixes espalhados, nos indicando  $K = 2$

# Bibliografia

- [1] A. Menzione et al, "A Wide Dynamic Range Experiment to Measure High Energy  $\gamma$ -Showers in Air by Detecting Cerenkov Light in the Middle Ultraviolet". Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. **A263**, 255 (1988)
- [2] A.M. Hillas, "Angular and Energy Distributions of Charged Particles in Electron-Photon Cascades in Air". J. Phys. G: Nucl. Phys. **8**, 1461-1473 (1982)
- [3] K. Greisen, "The Extensive Air Showers". Prog. Cosmic Ray Phys. vol III, 3-141 (1956) pag 17
- [4] K. Greisen in J. Nishimura e K. Kamata, "The Lateral and the Angular Structure Functions of Electron Showers". Suppl. Prog. Teor. Phys. n<sup>o</sup>6 (1958) pag 140
- [5] Hillas, comunicação privada
- [6] C. Dobrigkeit, tese de doutorado (IFGW/UNICAMP - 1982)
- [7] A.M. Hillas, "The Sensitivity of Cerenkov Radiation Pulses to Longitudinal Development of Cosmic Ray". J. Phys. G: Nucl. Phys. **8**, 1475-1492 (1982) pag 1490
- [8] J.R. Patterson and A.M. Hillas, "The Relation of the Lateral Distribution of Cerenkov Light from Cosmic-Ray Showers to the Distance of Maximum Development". J. Phys. G: Nucl. Phys. **9**, 1433-1452 (1983) pag 1443
- [9] J.V. Jelley, "Cerenkov Radiation and It's Applications" (Pergamom Press, London, 1966)
- [10] Handbook of Geophysics and Space Environments (Ed Shea L. Valley - Air Force Cambridge Laboratories, Office of Aerospace Research, 1965)
- [11] E.J. McCartney, "Optics of the Atmosphere - Scattering by Molecules and Particles" (John Wiley & Sons, 1976)
- [12] J.O. Sullivan and A.C. Holland, "A Congeries of Absorption Cross Sections for Wavelengths less than 3000 Å". (Nasa Contractor Report 371, National Aeronautics and Space Admistration, 1966)

- [13] R. Penndorf, "Tables of the Refractive Index for Standard Air and the Rayleigh Scattering Coefficients for the Spectral Region between 0.2 and 20.0  $\mu$  and Their Application to Atmospheric Optics". *J. Opt. Soc. Am.* **47**, 176-182 (1957)
- [14] Handbook of Optics (MacGraw-Hill Company, 1978)
- [15] R. Penndorf, "New Tables of Total Mie Scattering Coefficients for Spherical Particles of Real Refractive Indexes ( $1.33 < n < 1.50$ )". *J. Opt. Soc. Am.* **47**, 1010-1015 (1957)
- [16] V.W.J.H. Kirchhoff e A.G. Motta, "Medidas de Ozônio na Troposfera e Estratosfera de Natal". *Revista Brasileira de Geofísica*, **2**, 25-30 (1983)
- [17] V.W.J.H. Kirchhoff et all, "Equatorial Ozone Characteristics as measured at Natal (5.9 S, 35.2 W)". *J. Geophys. Res.* **88** n<sup>o</sup> C11, 6812-6818 (1983)
- [18] K.L. Coulson, "Solar Radiation" (Academic Press, 1975)
- [19] K.YA. Kondratyev, "Radiation in the Atmosphere" (Academic Press, 1969)
- [20] N. Robinson, "Solar Radiation" (Elsevier Publishing Company, 1966)
- [21] P. Sokolsky, "Introduction to Ultrahigh Energy Cosmic Ray Physics", Chapter 15 (Addison-Wesley Publishing Company, 1989)
- [22] J.C.G.Walker, "Evolution of the Atmosphere" (Macmillan Publishing Company, 1977)
- [23] R.D. Hudson, "Critical Review of Ultraviolet Photoabsorption Cross Sections for Molecules of Astrophysical and Aeronomic Interest". *Rev. Geophys. and Spac. Phys.* **9**, 305-406 (1971)
- [24] R.W. Ditchburn and P.A. Young, "The Absorption of Molecular Oxygen between 1850 and 2500 Å". *J. Atmos. Terr. Phys.* **24**, 127-139 (1962)
- [25] H.S. Johnston, M. Paige and F. Yao, "Oxygen Absorptions Cross Sections in the Herzberg Continuum and between 206 and 327 K". *J. Geophys. Res.* **89** n<sup>o</sup> D7, 11661-11665 (1984)
- [26] M. Ogawa, "Absorption Cross Sections of O<sub>2</sub> and CO<sub>2</sub> Continua in the Schumann and Far-uv Regions". *J. Chem. Phys.* **54**, 2550-2556 (1971)
- [27] B.A. Thompson, P. Harteck and R.R. Reeves Jr, "Ultraviolet Absorption Coefficients of CO<sub>2</sub>, CO, O<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O, N<sub>2</sub>O, NH<sub>3</sub>, NO, SO<sub>2</sub>, and CH<sub>4</sub> between 1850 and 4000 Å". *J. Geophys. Res.* **68**, 6431-6436 (1963)
- [28] A.T. Young, "Revised Depolarization Corrections for Atmospheric Extinction". *Appl. Opt.* **19**, 3427-3428 (1980)

- [29] L. Elterman, "Rayleigh and Extinction Coefficients to 50 Km for the Region 0.27  $\mu$  to 0.55  $\mu$ ". *Appl. Opt.* **3**, 1139-1147 (1964)
- [30] L. Elterman, "Vertical-Attenuation Model with Eight Surface Meteorological Ranges 2 to 13 Kilometers" (Air Force Cambridge Research Laboratory - Report 70-0200, Office of Aerospace Research, 1970)
- [31] L. Elterman, "Aerosol Measurements in the Troposphere and Stratosphere". *Appl. Opt.* **5**, 1769-1776 (1966)
- [32] R.G. Eldridge and J.C. Johnson, "Distribution of Irradiance in Haze and Fog". *J. Opt. Soc. Am.* **52**, 787 (1962)
- [33] S.K. Friedlander, "Smoke, Dust and Haze - Fundamentals of Aerosol Behavior" (John Wiley & Sons, 1977)
- [34] A.E.S. Green, "The Middle Ultraviolet: Its Science and Tecnology". (John Wiley & Sons, 1966)
- [35] A.E.S. Green, "The Penetration of Ultraviolet Radiation on the Ground". *Physiol. Plant.* **58**, 351-359 (1983)
- [36] A.E.S. Green, T. Sawada and E.P. Shettle, "The Middle Ultraviolet Reaching the Ground". *Photochem. Photobiol.* **19**, 251-259 (1974)
- [37] A.E.S. Green, J.C. Wagner and A. Mann, "Analytic Spectral Functions for Atmospheric Transmittance Calculations". *Appl. Opt.* **27**, 2266-2272 (1988)
- [38] G.M. Hale and M.R. Querry, "Optical Constants of Water in the 200 nm to 200  $\mu$ m Wavelength Region". *Appl. Opt.* **12**, 555-563 (1973)
- [39] E.O. Hulburt, "Optics of Atmospheric Haze". *J. Opt. Soc. Am.* **31**, 467-476 (1941)
- [40] M.L. Nack and A.E.S. Green, "Influence of Clouds, Haze, and Smog on the Middle Ultraviolet Reaching the Ground". *Appl. Opt.* **13**, 2405-2415 (1974)
- [41] R.B. Penndorf, "Scattering and Extinction Coefficients for Small Absorbing and Nonabsorbing Aerosols". *J. Opt. Soc. Am.* **52**, 896 (1962)
- [42] R.B. Penndorf, "Approximation Formula for Forward Scattering". *J. Opt. Soc. Am.* **52**, 797-800 (1962)
- [43] T.A. Rich, "Particles and Air Pollution". *Aeros. Sci.* **2**, 185-192 (1971)
- [44] S. Twoney, "Developments in Atmospheric Science, 7 - Atmospheric Aerosols" (Elsevier Publishing Company, 1977)
- [45] J. Marion, "Classical Eletromagnetic Radiation" (Academic Press, 1970)
- [46] F.H. Read, "Electromagnetic Radiation" (John Wiley & Sons, 1980)

- [47] H.C. Van de Hulst, "Light Scattering by Small Particles" (John Wiley & Sons, 1957)
- [48] M. Kerker, "The Scattering of Light and other Electromagnetic Radiation" (Academic Press, 1969)
- [49] G. Herzberg, "The Molecular Spectra and Molecular Structure" (Van Nostrand Reinhold Company, 1945)