

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FÍSICA GLEB WATAGHIN

Desenvolvimento de pentes de frequências ópticas para metrologia e espectroscopia de precisão

Giovana Trevisan Nogueira

Tese apresentada ao Instituto de Física da Universidade Estadual de Campinas para obtenção do título de Doutora em Ciências.

Orientador: Prof. Dr. Flávio Caldas da Cruz

Campinas
15 de fevereiro de 2007

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DO IFGW - UNICAMP**

N689d

Nogueira, Giovana Trevisan

Desenvolvimento de pentes de frequências ópticas para metrologia e espectroscopia de precisão / Giovana Trevisan Nogueira. -- Campinas, SP : [s.n.], 2007.

Orientador: Flávio Caldas da Cruz.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física "Gleb Wataghin".

1. Lasers. 2. Laser de femtossegundos. 3. Laser de estado sólido. 4. Pente de frequências. 5. Medição. 6. Análise espectral. I. Cruz, Flávio Caldas da. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física "Gleb Wataghin". III. Título.

(vsv/ifgw)

- **Título em inglês:** Development of optical frequency combs for precision metrology and spectroscopy
- **Palavras-chave em inglês (Keywords):**
 - 1. Lasers
 - 2. Femtosecond laser
 - 3. Solid-state laser
 - 4. Frequency comb
 - 5. Measurement
 - 6. Spectroscopy
- **Área de concentração:** Ótica
- **Titulação:** Doutora em Ciências
- **Banca examinadora:**
 - Prof. Flávio Caldas da Cruz
 - Prof. Lúcio Hora Acioli
 - Prof. Sérgio Carlos Zílio
 - Prof. José Antônio Roversi
 - Prof. Newton Cesário Frateschi
- **Data da defesa:** 15.02.2007
- **Programa de Pós-Graduação em:** Física



40
ANOS



Secretaria de Pós-Graduação - Tel: (19) 3521-5305 - FAX: (19) 3521-4142

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE DOUTORADO DE **GIOVANA TREVISAN NOGUEIRA – RA 950727**, APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN" DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 15/02/2007.

COMISSÃO JULGADORA:

Flávio Caldas da Cruz

Prof. Dr. Flávio Caldas da Cruz (Orientador da Candidata)
DEQ/IFGW/UNICAMP

Lúcio Hora Acioli

Prof. Dr. Lúcio Hora Acioli – DF/UFPE

Sérgio Carlos Zilio

Prof. Dr. Sérgio Carlos Zílio – IF/USP/SÃO CARLOS

José Antonio Roversi

Prof. Dr. José Antonio Roversi – DEQ/IFGW/UNICAMP

Newton Cesário Frateschi

Prof. Dr. Newton Cesário Frateschi – DFA /IFGW/UNICAMP

*Ao meu marido Júlio
e aos meus pais
José Candido e Elena.*

Agradecimentos

Agradeço primeiramente ao meu marido Júlio pelo carinho, compreensão e incentivo, principalmente nos momentos mais críticos deste doutorado. Sem o seu apoio eu certamente não chegaria até o fim deste trabalho.

Aos meus pais, José e Elena, e aos meus irmãos, Márcia e André, pelo apoio que me deram durante todo o doutorado.

Ao meu orientador Flávio Caldas da Cruz pela paciência, pela confiança, pela atenção e, em especial, pela orientação, pela oportunidade de participar do workshop na academia de ciências da Dinamarca, em Copenhague, e pela estadia no NIST, em Boulder, inclusive com suporte financeiro parcial destas instituições.

À todos os membros e ex-membros do Grupo de Lasers e Aplicações: Augusto, Luciano, Silvania, Daniel, Danilo, Leverson, Janssen, André, Daniela, David, Davi, Ronaldo; aos professores Daniel Pereira e Luis Araujo; em especial ao Reinaldo Cavasso Filho pela grande ajuda, ensinamentos e incentivo no início do meu trabalho de doutorado, ao Marcos pelo carinho, amizade, conversas sobre animes e mangas e ajuda com a eletrônica e ao João Batista pela paciência e excelente trabalho na confecção das peças mecânicas dos lasers.

Aos meus colegas dos corais, em especial, Lucas, Socorro, Carina, Elisa, Paulo, Fabi, Giuliana, Volnei, Márcio e Maria Cláudia pelos momentos de "desestresse".

A todos os meus amigos de Boulder, em especial ao Michael, ao Fábio e à Lorna, pela amizade e convívio que foram fundamentais na minha estadia fora do país.

Ao pessoal do NIST pelas discussões e pela recepção calorosa. Em especial, ao Scott Diddams pela oportunidade de desenvolver parte de minha tese no NIST, ao Math pela ajuda com o interferômetro de luz branca e à Tara pelas dicas sobre laser de modos travados.

Aos professores Sérgio Carlos Zilio e Lino Misoguti da USP de São Carlos pelo empréstimo do FROG e auxílio nas medidas da duração do pulso do laser.

Aos professores José Antonio Roversi, Lúcio Acioli, Sérgio Carlos Zilio e Newton Frateschi pelos comentários e sugestões feitos durante a defesa desta tese.

À CAPES pela bolsa de doutorado e à FAPESP e CEPOF pelo suporte financeiro ao grupo de Lasers e Aplicações para o desenvolvimento desse projeto no Brasil. Ao meu marido Júlio que deu-me suporte financeiro para participação no Second Workshop on Cold Alkaline-Earth Atoms, no ano de 2003, na cidade de Copenhague

(Dinamarca) e a minha viagem a Boulder. Ao NIST (Boulder,CO-USA) pela boa recepção durante a estadia de 4 meses. Ao Prof. Daniel Pereira pelo apoio financeiro nos meses finais da tese, em um período já sem bolsa.

À comissão de Pós-graduação deste instituto, pelo apoio oferecido durante todo o doutorado e, em particular, às participações nos Congressos de Física da Matéria Condensada de 2003, 2004 e 2006, ao 2005 IEEE/LEOS Summer Topical Meetings em 2005, San Diego, CA, USA.

Resumo

No final da década de 90, pentes de frequências ópticas baseados em lasers de Ti:safira *de modos travados* tornaram-se uma importante ferramenta na área de metrologia. Eles têm sido usados, por exemplo, em medidas diretas de frequências de várias centenas de THz e em relógios atômicos ópticos.

Para a implementação de dois sistemas de pentes de frequências ópticas, desenvolvemos neste trabalho dois lasers de Ti:safira de femtossegundos de alta taxa de repetição, que usam espelhos de varredura (*chirped mirrors*) no lugar de prismas para compensar a dispersão em velocidade de grupo.

Um dos lasers tem taxa de repetição em 770 MHz que pode ser facilmente ajustada entre 750 MHz and 1 GHz. A dispersão total da cavidade é de -60 fs^2 , produzindo um espectro centrado em 780 nm com largura a meia altura em torno de 10 nm e pulsos de 150 fs. Este laser teve seu espectro alargado por duas fibra de microestrutura, cobrindo um intervalo de 510 à 1100 nm.

O outro laser possui cavidade com taxa de repetição sintonizável entre 1 e 2,12 GHz, e um espectro que se estender de 585 até 1200 nm a -20 dB abaixo do máximo em 986 nm sem o uso de fibra de microestrutura. A cavidade do laser tem dispersão total próxima de zero, porém com oscilações entre -50 a $+100 \text{ fs}^2$ entre 700 nm e 900 nm, que foi medida por interferometria de luz branca. Nós mostramos que cerca de 17 % (76 %) da potência intracavidade (de saída) é gerada basicamente por efeitos não lineares em passagem única no cristal de Ti:safira, observada na região verde do espectro e entre 960 nm e 1200 nm, fora da banda da cavidade laser e onde o ganho do cristal de Ti:safira é baixo.

Ambos os lasers tiveram suas taxas de repetição medidas e estabilizadas em relação a osciladores estáveis, podendo ser sintonizados em um intervalo de 30 kHz através do oscilador de referência.

Construímos interferômetros de Michelson e Mach-Zender para a medida do deslocamento entre onda portadora e envelope do pulso do sistema do laser cujo espectro é ampliado pela fibra. O batimento entre frequências do pente próximas a 520 nm e o segundo harmônico da parte do espectro em 1040 nm é medido em um fotodetector rápido.

Estes sistemas serão inicialmente utilizado em um relógio atômico óptico baseado na transição de intercombinação de átomos de cálcio frios e aprisionados. Entretanto,

além de aplicações em metrologia de tempo e frequência, os pentes de frequências ópticas podem ser ferramentas atrativas para uso em espectroscopia atômica e molecular de precisão e estudos de dinâmicas rápidas que exploram a combinação de alta resolução e cobertura espectral larga fornecidas pelo pente de frequências.

Abstract

Optical frequency combs based on femtosecond Ti:sapphire lasers and introduced at the end of the 90s have revolutionized the optical metrology field. They have allowed ultraprecise optical spectroscopy, by direct measurement of frequencies of several hundred THz, and the development of optical atomic clocks . To implement optical frequency combs, we have to stabilize both the repetition rate and the carrier-to-envelope offset frequency of the femtosecond laser.

We have developed two versions of optical frequency combs based on high-repetition rate femtosecond Ti:sapphire lasers, which use chirped mirrors instead of prisms for compensating the group velocity dispersion. The combs will be initially used in an optical atomic clock based on the intercombination transition of cold and trapped calcium atoms.

One of our fsec Ti:sapphire lasers has a repetition rate that can be easily adjusted between 750 MHz and 1 GHz. The total dispersion of the cavity is -60 fs^2 . It produces pulses of 150 fs with a spectrum centered at 780 nm, with a width of 10 nm. The spectrum of this laser has been broadened with a microstructure fiber, and covers an optical octave extending from 520 and 1040 nm.

The other fsec Ti:sapphire laser has a repetition rate that can be changed from 1 to 2.12 GHz, and a spectrum that extends from 585 nm to 1200 nm, without use of microstructure fibers. These wavelengths are points in the spectrum at -20 dB below the maximum at 986 nm. The laser cavity has total intracavity dispersion near zero, but with oscillations from -50 to $+100 \text{ fs}^2$ between 700 to 900 nm, that have been measured by white light interferometry. We showed that 17 % (76 %) of the intracavity (output) power is generated by nonlinear effects in a single pass through the crystal, and with a spectral distribution concentrated between 960 nm and 1200 nm, thus outside the laser cavity bandwidth and where the Ti:sapphire gain is lower. Emission in the green has also been observed, which is also outside the laser cavity bandwidth and the emission gain profile of the Ti:sapphire crystal.

The repetition rate of both lasers have been phase-locked to stable microwave oscillators, and could also be frequency tuned in a range of 30 kHz with respect to the reference oscillator. We have built f-2f interferometers to measure the carrier-to-envelope offset frequency of the laser whose spectrum is broadened by the microstructure fiber. Comb frequencies near 540 nm are heterodyned in a fast photodetector

with the second harmonic of the comb light at 1080 nm.

In addition to applications in optical time and frequency metrology, the optical frequency combs should be attractive tools for use in precision atomic and molecular spectroscopy, coherent control which exploits the coherent accumulation effect, and studies of fast time dynamics that take advantage of the combination of the ultra high resolution and broadband spectral coverage provided by the comb.

Sumário

1	Introdução	1
2	Metrologia de tempo, frequência e comprimento e relógios atômicos ópticos	5
2.1	Dificuldade em medidas de frequências ópticas	6
2.2	Medidas de frequências ópticas usando lasers de modos travados . . .	8
2.3	Relógios Atômicos Ópticos	10
2.4	Trabalhos importantes na literatura	11
2.4.1	Medida de frequência da linha D_1 do átomo de césio e determi- nação da constante de estrutura fina	11
2.4.2	Medida de f_0 por “auto-referência”	12
2.4.3	Medida de razão de frequências	13
3	Geração e propagação de pulsos de femtossegundos	15
3.1	Características de pulsos de luz	16
3.2	Propagação de um pulso em um meio transparente	17
3.3	Geração de pulsos de femtossegundos: Lasers de modos acoplados . .	20
3.4	Propriedades ópticas não lineares acessíveis com lasers pulsados . . .	24
3.4.1	Efeito de lente Kerr	24
3.4.2	Auto-modulação de fase	25
3.5	Caracterização de pulsos curtos	25
3.5.1	FROG (<i>Frequency resolved optical gating</i>)	26
3.5.2	Interferometria de luz branca	27
4	Laser de Titânio:safira	31
4.1	Cristal de Ti:safira	32
4.2	Cavidade de lasers de estado sólido: região de estabilidade e cintura do feixe intracavidade.	33
4.3	Astigmatismo	37
4.4	Laser de Ti:safira em regime de modos travados (<i>mode-locked</i>)	39

5	Pente de frequências ópticas	47
5.1	Geração de um espectro supercontínuo	48
5.1.1	Geração de supercontínuo a partir de fibras microestruturadas	49
5.1.2	Lasers de Ti:safira com espectro cobrindo uma oitava óptica .	51
5.2	Esquema de estabilização	52
6	Resultados	55
6.1	Taxa de repetição, estabilidade e alinhamento das cavidades	61
6.2	Laser com GVD próxima de zero, cavidade de quatro espelhos	62
6.3	Laser com GVD negativa, cavidade de seis espelhos	71
6.4	Geração de supercontínuo com laser e fibra	75
6.5	Estabilização de f_{rep} e f_o	80
6.5.1	Estabilização da taxa de repetição	81
6.5.2	Medida de f_o	84
7	Conclusão	91
	Referências Bibliográficas	94
	Apêndices	100
A	Espelhos Utilizados	101
B	Fontes dos programas para cálculo de curvas de estabilidade usando o programa <i>Mathematica 5.0</i>	103
B.1	Cálculo de ângulos para compensar astigmatismo em cavidades	104
B.2	Cálculo de curvas de estabilidade e cintura do feixe intracavidade . .	105
B.3	Cálculo do parâmetro δ	111
C	Publicações	117

Lista de Figuras

1.1	Espectro típico de um laser de modos travados , formados por modos igualmente espaçados pela taxa de repetição do laser (f_{rep}) somados a um deslocamento por uma frequência f_0 devido a diferença entre a velocidade de grupo e de fase dos pulsos [1; 2].	2
2.1	Diagrama de uma cadeia de frequência tradicional, utilizada para medir a frequência da transição $^1S_0 - ^3P_1$ do cálcio, em 456 THz, em relação ao padrão de Césio em 9.2 GHz [3].	7
2.2	Ganhadores do Prêmio Nobel de 2005.	9
2.3	Esquema de um relógio atômico. f_o é ajustado para zero, pelo ajuste em potência do laser de bombeamento e f_{rep} é estabilizado em relação a um padrão de frequência óptico.	12
2.4	Medida de frequência com pente de frequência auto-estabilizado [4].	13
3.1	Campo elétrico (equação 3.2) de um pulso <i>chirped</i> com envelope gaussiano (tabela 3.1) para o caso de $\phi(t) = (\alpha t)^2/2$, onde $\alpha = \text{constante}$, $\omega_o = 8\alpha$ e $t_o = 5/(2\alpha)$	17
3.2	Efeito do número de modos acoplados na duração e intensidade do pulso, utilizando a equação 3.22, para: (a) considerando fase fixa e nula com $N = 1, 2, 5$ e 100 ; (b) considerando fase aleatória e com $N = 100$	22
3.3	Correspondência entre tempo e frequência e relação entre $\Delta\phi$ e f_o . (A) No domínio do tempo, a fase relativa entre a onda portadora (sólido) e o envelope (tracejado) evolui de pulso para pulso pela quantidade $\Delta\phi$. (B) No domínio de frequência, os elementos do pente de frequência de uma cadeia de pulsos são separados por uma frequência f_{rep} . O pente inteiro (sólido) é deslocado dos múltiplos inteiros de f_{rep} por uma frequência $f_o = \Delta\phi f_{rep}/2\pi$	23
3.4	Princípio do funcionamento de um FROG (<i>Frequency resolved optical gating</i>) baseado em geração de segundo harmônico.	26
3.5	Interferômetro de Michelson. D: detector (p. ex., analisador de espectro óptico); A: amostra (p. ex., espelho <i>chirped</i> ou cristal seguido de um espelho de metal).	27

3.6	(a) Interferograma espectral entre dois pulsos gaussianos; (b) Transformada inversa de Fourier do interferograma acima; (c) fase espectral (curva sólida) e amplitude (curva tracejada) obtida tomando-se a transformada de Fourier da curva (b), onde os pontos em tempos negativos foram ajustados a zero.	28
4.1	Curvas de absorção e emissão de um cristal de Ti:safira [5].	32
4.2	Cavidades (a) em anel e (b) linear não simétrica, com <i>free spectral range</i> de 1 GHz, e respectivas curvas da cintura do feixe no centro do cristal em função da distância entre os espelhos curvos. E_1 e E_2 : espelhos com raio de curvatura de 3 cm; E_3 : espelho plano; E_4 : espelho de saída plano; $d_3 = 5$ cm; $d_4 = 7$ cm; $d = d_1 + d_2$	36
4.3	(a), (b) e (c): cintura do feixe infravermelho no centro do cristal como função da distância d entre os espelhos curvos para a cavidade em anel da figura 4.2, considerando $d_1 = d_2$, $l_c = 3$ cm e (a) $R = 3$ cm, para três valores do <i>free spectral range</i> (ou tamanho total da cavidade), (b) o mesmo que (a) porém com $R = 5$ cm e (c) cavidade com $FSR = 1$ GHz e dois valores de raio de curvatura dos espelhos; (d) gráfico de curvas de linhas para a desigualdade 4.1, variando as distâncias dos espelhos curvos em relação ao centro do cristal, d_1 e d_2 . Curvas calculadas pelo programa listado no apêndice B.2.	37
4.4	Cavidade de quatro espelhos com meio de ganho de índice de refração n e espessura t . Os ângulos dos espelhos curvos devem ser ajustados para compensar o astigmatismo introduzido pelo cristal.	38
4.5	Propagação de um feixe por um cristal. (a) vista de lado. (b) Vista de cima.	38
4.6	Ângulos dos espelhos curvos de uma cavidade laser que obedecem a relação 4.4, onde $t = 3$ mm, $n = 1,7$ e $R = 3$ cm (apêndice B.3).	40
4.7	(a) Cavidade de um laser de Ti:safira pulsado típico usando prismas para a compensar dispersão de velocidade de grupo introduzida pelos elementos ópticos. (b) Configuração de um par de prismas para compensação de dispersão. (c) Esquema de um espelho de varredura utilizado para substituir ou complementar a atuação dos pares de prismas.	41
4.8	Efeito de um absorvedor saturável provocado pela associação de uma fenda a um meio Kerr.	42
4.9	Curva de nível para o parâmetro δ no centro do cristal, calculado numericamente (apêndice B.3) para uma cavidade em anel, conforme a figura 4.2, variando a distância (d_1 e d_2) dos espelhos curvos em relação ao cristal. Em vermelho: borda da região de estabilidade da cavidade (equação 4.1). Em azul: curva onde $\delta = 0$. Em verde: curva onde $d_1 = d_2$	44
4.10	Parâmetro δ calculado numericamente (apêndice B.3) para uma cavidade em anel da figura 4.2, variando a distância (d) entre os espelhos curvos, mantendo $d_1 = d_2$ (correspondente à linha em verde da figura 4.9).	45

5.1	Contínuo gerado por uma fibra microestruturada a partir de laser de Ti:safira de modos travados de 90 MHz de taxa de repetição [4].	48
5.2	Fibra de fibra estrutura fornecida pela Lucent Technology ao grupo de Laser e Aplicações - IFGW - Unicamp (2000) [6].	50
5.3	Espectro largo do laser de Ti:safira descrito na referência [7] em escala (a) logarítmica e (b) linear. O espectro de um laser típico de femtossegundos é mostrado com um deslocamento de -20 dB na curva (c).	52
5.4	Pente de frequência cobrindo uma oitava do espectro visível. Sendo $f_m = mf_{rep} + f_0$ a frequência da m -ésima linha que está no lado infravermelho do espectro (próximo a 1100 nm), a linha correspondente a $2m$ terá frequência de $f_{2m} = 2mf_{rep} + f_0$ (em a 550 nm). Dobrando a frequência f_m e subtraindo f_{2m} , obtemos $2f_m - f_{2m} = f_0$	53
5.5	Esquema experimental para a estabilização do pente de frequência. F:filtro; MAO: modulador acustico-óptico; PLL: sistema de retro-alimentação para travamento em fase (<i>phase-lock loop</i>).	54
6.1	Cavidade em anel de um laser de Ti:safira. E_1 e E_2 são espelhos curvos de raio de curvatura $R = 3$ cm. E_3 e E_4 são espelhos planos, sendo que E_4 é o espelho de saída.	56
6.2	Curvas de potência correspondentes aos espectros da figura 6.3 para a cavidade de quatro espelho com cristal de 1.8 mm.	57
6.3	Espectros correspondentes às curvas de potências da figura 6.2 para a cavidade de quatro espelhos com cristal de 1.8 mm. Nos dois casos, o laser esta em regime CW.	58
6.4	Curva de potência para a cavidade de quatro espelhos, com cirstal de 3 mm.	59
6.5	Cavidade de seis espelhos.	60
6.6	Cintura do feixe infravermelho no centro do cristal para a cavidade mostrada na figura 6.1 variando o <i>free spectral range</i> da cavidade (FSR) e mantendo a distância dos espelhos curvos em 3,3 cm.	62
6.7	Curva de estabilidade definida na equação 4.1 para a cavidade mostrada na figura 6.1 variando o <i>free spectral range</i> da cavidade (FSR) e mantendo a distância dos espelhos curvos em 3,3 cm.	62
6.8	Parâmetro δ calculado para cavidade da figura 6.1 com FSR de (a) 2 GHz, (b) 1 GHz e (c) 760 MHz.	63
6.9	GVD total da cavidade de quatro espelhos, incluindo o cristal e excluindo o espelho de saída. Curva a , medida por interferometria de luz branca conforme a figura 6.10, sendo o espelho convexo no lugar de E_3 ; b e c , GVD total calculada da cavidade baseada nas curvas fornecidas pelo fabricante, sendo E_3 no primeiro caso o espelho plano e no segundo o espelho convexo, combinado com uma dispersão plana de 174 fs ² [8] do cristal de Ti:safira de 3 mm; d é a GVD calculada do espelho de saída também fornecida pelo fabricante.	64

6.10	Interferômetro de luz branca utilizado para medidas de dispersão mostradas no gráfico 6.9. M: espelho metálico; BS: divisor de feixe; OSA: analisador de espectro óptico; C: espelho de varredura.	65
6.11	Espectro de saída para os lasers de Ti:safira de modos travados. Curva (a), laser com espectro usual, feito com cavidade em anel de seis espelhos e GVD em torno de -60 fs^2 . Curva (b), espectro obtido com a cavidade de quatro espelhos e GVD próxima de zero. (c) e (d), espectro obtido com a cavidade de quatro espelhos quando o espelho convexo é colocado no lugar do espelho plano para duas condições de alinhamento diferentes. Curvas de emissão (e) e absorção (f) do cristal de Ti:safira. (g) Reflexão do espelho de saída. Barras verticais, banda de confinamento da cavidade.	65
6.12	Potência de saída do laser para a cavidade de quatro espelhos. Curva (a), operação cw; (b), regime de modos travados correspondente à curva (c) da figura 6.11; (d), operação em regime de modos travados correspondente à curva (d) da figura 6.11. Gráfico pequeno, batimento correspondente à taxa de repetição do laser.	67
6.13	Perfil do feixe do laser de 4 espelhos em regime de modos travados para o feixe circulando (a) na direção contrária e (b) na mesma direção que o laser de bombeamento.	68
6.14	Espectros obtidos ao aumentar gradativamente a taxa de repetição do laser de 4 espelhos, de 1 GHz para 2,12 GHz.	68
6.15	Potência obtida vs. taxa de repetição do laser de quatro espelhos. Os pontos assinalados com letras correspondem aos espectros mostrados na figura 6.14.	69
6.16	Curva de potência para o laser com taxa de repetição de 2,12 GHz. Ao variar a potência de bombeamento, eventualmente o laser perde o acoplamento dos modos, sendo necessário movimentar ligeiramente um dos espelhos curvos. Nesta figura, a mudança no símbolo significa que esse ajuste foi necessário.	70
6.17	Correspondência entre espectros do laser e potência de bombeamento para o laser de 4 espelhos com 1 GHz de taxa de repetição.	70
6.18	Formato do pulso e fase temporal ((a), (c) e (e)) e espectro ((b), (d) e (f)) do laser de 6 espelhos, para três posições do cristal, cobrindo toda a região em que o laser pode entrar em regime de modos travados: (a) e (b), cristal no limite dessa região mais próximo do espelho de entrada (E_1 , figura 6.5); (c) e (d), cristal deslocado em 0,12 mm em direção ao espelho E_2 ; (e) e (f), cristal deslocado em 0,86 mm em relação a posição em (a) e (b), em direção ao espelho E_2	72
6.19	Espectros obtidos para diferentes posições do cristal para o laser de seis espelhos. Curva tracejada possui largura a meia altura de 8 nm.	73

6.20	Perfil espacial para o laser de seis espelhos, onde (a) laser cw, cada um dos traços representam uma direção de propagação do laser; (b) propagação do laser na mesma direção que o laser de bombeio, em regime de modos travados; (c) propagação no outro sentido, em regime de modos travados.	74
6.21	Curva de potência para o laser de seis espelhos. Curva (a): laser em operação cw, porém com a cavidade alinhada na borda da região de estabilidade; curvas (b): laser em operação pulsada, com o feixe oscilando na cavidade na direção contrária ao laser de bombeamento; curvas (c): o mesmo que a curva (b), porém na mesma direção que o laser de bombeamento.	75
6.22	Fotografia da seção reta da fibra microestruturada da Lucent Technology. Foto tirada no departamento de Eletrônica Quântica (2003).	77
6.23	Espectros obtidos com um laser comercial centrado em 806 nm com largura a meia altura de 26 nm (espectro apresentado do gráfico menor) para as fibras descritas na tabela 6.2: curva (a): fibra 1, porém com 30 m de comprimento; curva (b), fibra 1, 1 m de comprimento; curva (c), fibra 2, 15 cm de comprimento.	78
6.24	Supercontínuo gerado por dois espectros diferentes do mesmo laser, gerados pela fibra microestruturada 2 descrita na tabela 6.2. Gráfico (a): potência incidente na fibra = 700 mW, potência saindo da fibra = 280 mW, comprimento de onda central do laser = 760 nm, largura do laser = 40 nm. Gráfico (b): potência incidente na fibra = 650 mW, potência saindo da fibra = 300 mW, comprimento de onda central do laser = 789 nm, largura do laser = 10 nm. Os gráficos gerados começam em 600 nm por limitação do analisador de espectro utilizado para a medida.	79
6.25	Espectros gerados com o laser de seis espelhos e a fibra 2 da tabela 6.2, para diferentes taxas de repetição do laser. Em cinza claro, a taxa de repetição do laser é de 750 MHz; em preto, a taxa de repetição do laser é de 940 MHz.	80
6.26	Efeito da fibra microestruturada no laser de quatro espelhos, mostrando que a fibra não causa alargamento espectral.	81
6.27	Comparação entre o supercontínuo produzido pela fibra microestruturada 1 (6.2) e o laser de seis espelhos e GVD da cavidade negativa (curva b) com espectro do laser de quatro espelhos e GVD da cavidade próxima de zero (curva c). Curva (a): espectro do laser de seis espelhos utilizado para a geração da curva (b).	82
6.28	Esquema experimental da montagem dos lasers para a medida e estabilização da taxa de repetição e de f_o . PD: fotodetector; DBS: divisor de feixe dicróico; SHG: cristal duplicador de frequência; OSA: analisador de espectro óptico; L: lâmina de vidro; F: espelho removível; G: grade de difração; E ₁ : espelho metálico.	83

6.29	Taxa de repetição do laser observada em um analisador de espectro sem (a) e com (b) estabilização em relação ao gerador de sinal HP8648B. Em ambos os casos o centro da taxa de repetição é em 757 MHz.	85
6.30	Interferômetros para medida de f_o . ED:espelho dicróico; P: polarizador; F: filtro; SHG: cristal para gerar segundo harmônico na região de 1140 nm; FD: fotodetector. E , E_1 e E_2 : espelhos comuns. (a) Interferômetro de Mach-Zehnder. (b) Interferômetro de Michelson. O espelho E está abaixo do nível do feixe de entrada. (c) o mesmo que (b), porém utilizando-se prismas para separar o feixe em duas partes em vez de um espelho dicróico.	86
6.31	Sinal de saída do interferômetro observado em um analisador de espectro com 300 kHz de resolução (resolution bandwidth, RBW). (a) o pico maior é a taxa de repetição do laser e os dois menores são o resultado do batimento entre $2f_m$ e f_{2m} . Eixo vertical: amplitude em dBm. Eixo horizontal: frequência 100 MHz/divisão. (b) f_o observado em uma escala menor. Eixo vertical: amplitude em dBm. Eixo horizontal: frequência 5 MHz/divisão	87
6.32	Esquema simplificado para medida de f_o	88
6.33	f_o estabilizado em relação a um gerador de função. Curva medida com 1 KHz de resolução do analisador de espectro. Os picos laterais aparecem devido ao batimento do feixe de bombeamento em 532 nm com os modos do pente.	88

Lista de Tabelas

2.1	Cadeias de frequências realizadas por diversos laboratórios.[9]	6
2.2	Resultados obtidos por Th. Udem e colaboradores [10], utilizando laser de femtossegundos estabilizado. EHF: estrutura hiper-fina.	12
3.1	Valores de K na desigualdade 3.5 para alguns formatos de pulso. E_o e t_o são constantes que definem respectivamente a amplitude do campo elétrico do pulso e sua largura temporal.	16
4.1	Matriz ABCD para elementos ópticos de uma cavidade de um laser.	34
4.2	Correspondência entre espessura do cristal, raio de curvatura e ângulo dos espelhos curvos para compensar astigmatismo.	40
6.1	Configuração da cavidade de seis espelhos (figura 6.5). O espelho E_2 da segunda configuração não possui GVD fornecida pelo fabricante.	71
6.2	Dados das fibras microestruturadas utilizadas para a geração de supercontínuo.	76
6.3	Eficiência dos cristais duplicadores testados.	89

Capítulo 1

Introdução

O desenvolvimento de lasers de modos travados (*mode-locked*) de femtossegundos¹ na década de 90 [12] abriu novas possibilidades em áreas científicas e tecnológicas baseadas em propriedades singulares de pulsos de luz de femtossegundos: energia concentrada em um intervalo temporal da ordem de 10^{-15} s correspondendo a poucos ciclos ópticos na região da luz visível, potência de pico extremamente alta e espectro no domínio de frequência largo.

As aplicações mais imediatas de lasers de femtossegundos relacionam-se a efeitos que ocorrem no domínio temporal, tais como estudos de efeitos não lineares devido a alta intensidade de pico, ou mesmo ao estudo de fenômenos que ocorrem na escala de femtossegundos.

Entretanto, a partir do final da década de 90, lasers de modos travados passaram a ser utilizados na geração de "pentes de frequências ópticas", os quais consistem em um espectro de radiação formados por uma série de linhas finas igualmente espaçadas com frequências conhecidas, tornando-se importantes ferramentas que revolucionaram as áreas de metrologia de frequências ópticas e tem sido responsável pela demonstração de relógios atômicos ópticos [1; 2].

O conceito central para estes avanços é que o trem de pulso gerado por um laser de modos travados tem um espectro de frequências que consiste em uma série de linhas discretas, finas e regularmente espaçadas, conforme mostra a figura 1.1. A frequência da m -ésima linha é dada por $f_m = mf_{rep} + f_0$, onde f_{rep} é a taxa de repetição do laser e f_0 representa um deslocamento do espectro do laser que ocorre devido a diferença entre as velocidades da onda portadora e do envelope do pulso [1; 2].

¹Nesta tese usaremos a grafia “femtossegundo”, embora a grafia “fentossegundo” também seja correta. A instrução do Inmetro em sua página na internet (<http://www.inmetro.gov.br/>) é que “fento” é aceito apenas em textos não técnicos. No site da Academia Brasileira de Letras (<http://www.academia.org.br/>) e no dicionário Aurélio [11], encontram-se os prefixos “femto” e “fento” com igual significado. Em nenhuma dessas fontes existe a palavra “femtossegundo” em qualquer grafia explicitamente. Entretanto, nas páginas do Inmetro e da Academia Brasileira de Letras existem, respectivamente, “milissegundo” e “milissegundo”.

Se o espectro de um laser de modos travados for suficientemente largo, cobrindo um oitava óptica, é possível medir diretamente as duas frequências de microondas que o descrevem, ou seja, f_{rep} e f_0 [1; 2]. O conhecimento exato desses dois parâmetros faz com que cada linha do espectro de um laser de modos travados seja bem determinada, permitindo que esse espectro seja usado como uma régua para medir frequências ópticas. Pode-se medir, por exemplo, a diferença entre duas frequências ópticas observando-se o batimento de cada uma delas com o modo do pente mais próximo. A diferença entre estas frequências será dada pela soma da frequência destes batimentos com o número de modos do pente entre estas frequências multiplicado pela taxa de repetição do laser.

Dentre outras aplicações, pentes de frequência ópticas tem permitido o desenvolvimento de relógios atômicos baseados em transições ópticas, cuja estabilidade supera a dos relógios baseados em transições em microondas [9; 13]. O pente de frequência é utilizado nesses sistemas para transferir a estabilidade de um padrão de frequência óptica (laser estabilizado a uma transição atômica óptica estreita) para uma frequência na faixa de microondas (taxa de repetição do laser de Ti:safira). Pentes de frequências também tem sido utilizados em espectroscopia atômica de alta precisão, onde várias transições atômicas podem ser acessadas em um único experimento [14; 15; 16].

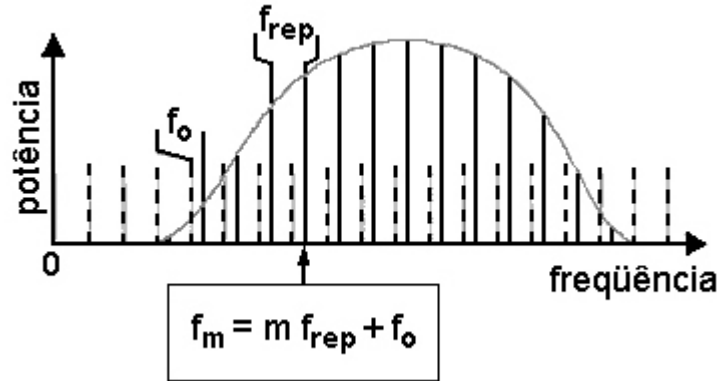


Figura 1.1: Espectro típico de um laser de modos travados, formados por modos igualmente espaçados pela taxa de repetição do laser (f_{rep}) somados a um deslocamento por uma frequência f_0 devido a diferença entre a velocidade de grupo e de fase dos pulsos [1; 2].

Nesta tese, apresentaremos o desenvolvimento de sistemas para geração de pentes de frequências ópticas a partir da construção de dois lasers de Ti:safira de modos travados de femtossegundos de alta taxa de repetição. Um deles, é composto por um laser de Ti:safira de taxa de repetição variável entre 750 MHz and 1 GHz e com espectro em torno de 10 nm de largura que é alargado por meio de uma fibra microestruturada, cobrindo um intervalo de 568 à 1130 nm. O outro sistema, baseia-se em um laser com taxa de repetição sintonizável entre 1 e 2,12 GHz. Este laser

gera um espectro que se estende de 585 até 1200 nm a -20 dB abaixo do máximo em 986 nm, sem o uso da fibra microestruturada.

Esta tese está organizada no seguinte formato: o capítulo 2 faz uma contextualização do desenvolvimento de pentes de frequências para medidas de frequências ópticas; no capítulo 3 apresentaremos os principais aspectos relacionados a fenômenos de pulsos ultracurtos, inclusive o princípio de operação de lasers de modos travados; no capítulo 4 apresentaremos a descrição dos nossos lasers de Ti:safira de modos travados; no capítulo 5 descreveremos a geração de supercontínuo e esquemas de estabilização das grandezas f_{rep} e f_0 ; no capítulo 6 apresentaremos os resultados obtidos na implementação de pentes de frequências ópticas: construção de lasers de femtossegundos de Ti:safira, medida e estabilização da taxa de repetição (f_{rep}) e da fase entre a onda portadora e envelope dos pulsos (f_0). Estes sistemas serão utilizados inicialmente em um esquema para medir diretamente frequência óptica e em um relógio atômico de cálcio baseado na transição de intercombinação em 457 THz. Estes esquemas também devem ser utilizados em espectroscopia em lâmpada de cátodo de cálcio e em átomos frios.

Capítulo 2

Metrologia de tempo, frequência e comprimento e relógios atômicos ópticos

Medidas precisas de frequências na parte visível do espectro eletromagnético são de fundamental importância em pesquisa básica e metrologia. Medidas de frequência são usadas por exemplo, na determinação de constantes fundamentais da física [17], tal como a constante de Rydberg, permitindo checar a validade da teoria eletrodinâmica quântica com enorme precisão. Dirac, entre outros, especulou que constantes fundamentais podem na verdade variar com o tempo [18]. Em 1999, Jonh Webb e colaboradores encontraram um indício que a constante de estrutura fina [19] está mudando. Na precisão alcançada até a década de 90 por este grupo, se as medidas forem feitas de agora em diante por 10 anos, seria observada uma mudança da ordem de 10^{-15} por ano [17; 18].

No campo da metrologia, as técnicas de medidas de frequência ópticas provêm a base para o desenvolvimento de relógios atômicos baseados em transições atômicas ópticas, isto é, transições com frequência da ordem de centenas de Terahertz. O caminho para se fazer melhores relógios é o de usar frequências ópticas, simplesmente porque a estabilidade do relógio é proporcional à frequência [20]. Já na década de 60, algumas transições ópticas atômicas e moleculares que deveriam ser apropriadas como referências para relógios chegaram a ser investigadas. Entretanto, uma enorme barreira existia: nenhum aparato era rápido o suficiente para contar os ciclos ópticos para gerar uma unidade de tempo. Este problema foi praticamente superado recentemente com a demonstração de que lasers de femtossegundo podem ser utilizados para medir frequências que variam do infravermelho ao ultravioleta.

2.1 Dificuldade em medidas de frequências ópticas

Até recentemente, medidas de frequências ópticas com alta precisão requeriam esforços heróicos. Dispositivos elétricos permitem a medida de frequências da ordem de GigaHertz (10^9 Hz), mas não na faixa de TeraHertz (10^{12} Hz) e PetaHertz (10^{15} Hz), correspondendo a frequências nas regiões do infravermelho, visível e ultravioleta. Ao invés disso, foram construídas elaboradas cadeias de geradores harmônicos e lasers travados em frequência com padrão de microondas, de modo a gerar harmônicos de ordem cada vez mais alta para permitir a comparação entre a frequência óptica a ser medida e este padrão de frequência de microondas, tal como o Césio. Uma das primeiras cadeias foi realizada em 1972 no NIST (na época NBS) e propiciou uma medida da velocidade da luz com precisão cerca de 100 vezes maior que a precisão anterior. Devido à precisão alcançada, em 1983 o Comitê Internacional de Pesos e Medidas decidiu que a velocidade da luz passaria a ser uma grandeza definida ($c = 299\,792\,458$ m/s) e o “metro” seria derivado através desta definição de c e do segundo. Um exemplo de uma cadeia de frequência, realizada no PTB-Alemanha para medir pela primeira vez a frequência da transição de intercombinação do Cálcio [3] é apresentada na figura 2.1. A tabela 2.1 lista várias cadeias de frequências realizadas em diferentes laboratórios [9].

Laboratório	Frequência de referência	Frequência medida
NIST National Institute of Standards and Technology	Relógio de Cs	CH ₄ - HeNe
	CH ₄ - HeNe	I ₂ - HeNe
INMS/NRC - Institute for National Measurement Standards of the National Research Council Canada	Relógio de Cs	CH ₄ - HeNe, I ₂ - HeNe, Sr ⁺
PTB - Physikalisch Technische Bundesanstalt	Relógio de Cs	CH ₄ - HeNe OsO ₄ , Ca
LPTF Laboratoire Primaire du Temps et des Frequences	Relógio de Cs	OsO ₄ CO ₂
	OsO ₄	CH ₄ - HeNe
	OsO ₄ CO ₂	I ₂ - HeNe
NPL - National Physical Laboratory	Relógio de Rb	CH ₄ - HeNe
ILP - Institute of Lasers Physics of SB RAS, Novosibirsk	Relógio de Rb	CH ₄ - HeNe
VNIIFTRI - National Research Laboratory of Metrology for Physical-Technical and Radiotechnical Measurements	Relógio de Cs	CH ₄ - HeNe
NRLM National Research Laboratory of Metrology	Relógio de Cs	CH ₄ - HeNe

Tabela 2.1: Cadeias de frequências realizadas por diversos laboratórios.[9]

Em 1978, Theodor Hänsch do Max Planck Institute, Alemanha, e seus colaboradores demonstraram que um trem de pulsos periódicos de um laser de modos travados comporta-se no domínio de frequência como um conjunto preciso de modos

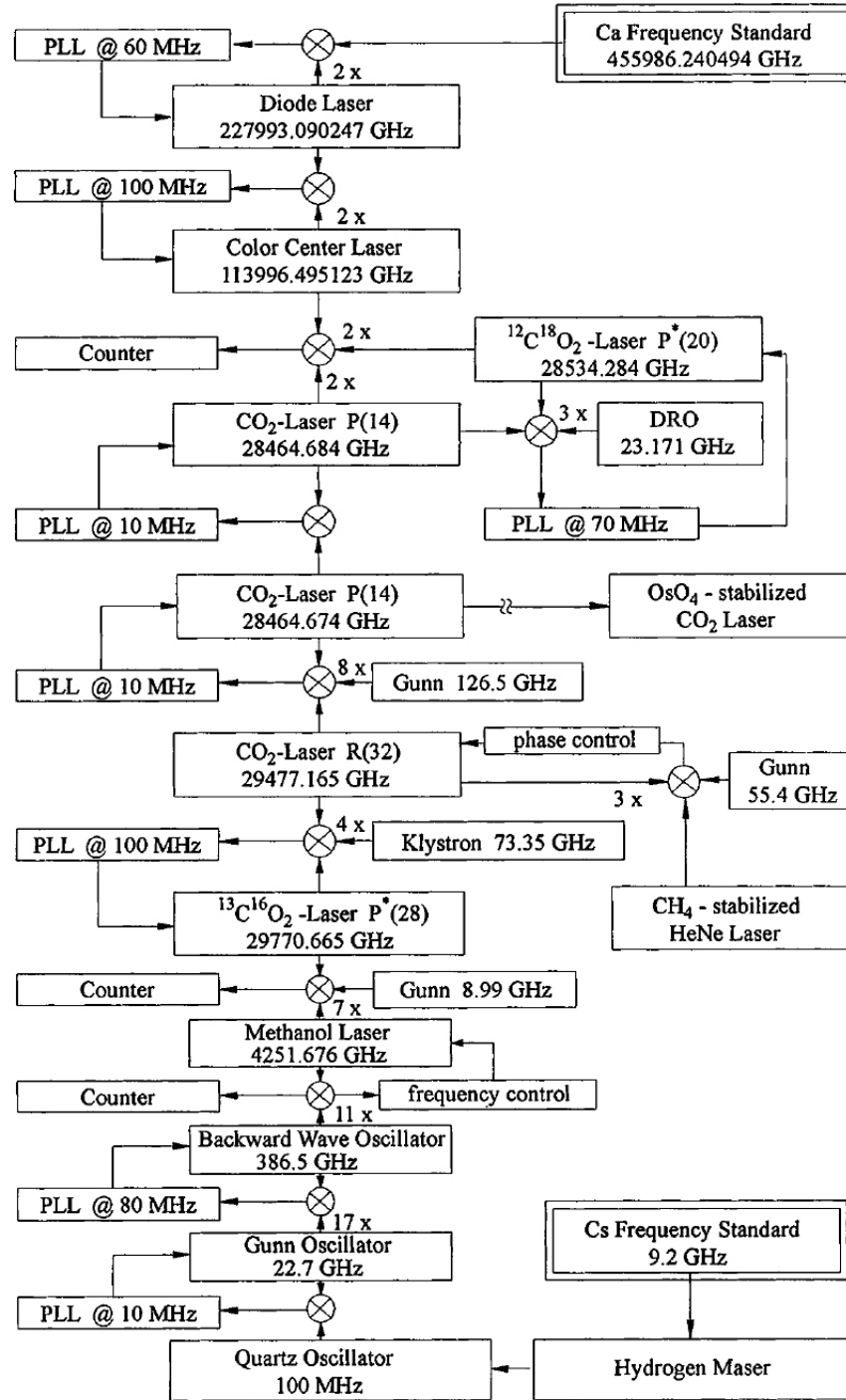


Figura 2.1: Diagrama de uma cadeia de frequência tradicional, utilizada para medir a frequência da transição $^1S_0 - ^3P_1$ do cálcio, em 456 THz, em relação ao padrão de Césio em 9.2 GHz [3].

igualmente espaçados, parecendo-se com os dentes de um pente [21]. O espaço entre os modos é justamente a taxa de repetição do pulso. Com tais pentes de frequência, eles acreditavam que a cadeia de frequência poderia eventualmente ser eliminada. Entretanto, há duas décadas atrás, somente lasers de picossegundos estavam disponíveis. Uma vez que a largura espectral destes lasers de pulsos curtos varia inversamente com a duração do pulso, somente com a invenção dos lasers de femtossegundo foi possível alcançar diretamente a faixa de terahertz.

Em 1999, Hänsch e seus colaboradores demonstraram pela primeira vez o uso de um laser de femtossegundo como um gerador do pente de frequência para a medida de frequências ópticas absolutas [10]. Eles mostraram que, controlando a posição entre os dentes e também a posição absoluta do pente, a saída do laser de femtossegundos torna-se uma régua de frequências muito bem definidas. Esta demonstração coincidiu, em 1999, com a invenção, por Jinendra Ranka, Robert Windeler e Andrew Stentz nos laboratórios da Lucent Technologies (Bell Labs), de uma fibra microestruturada com zero de dispersão na região do visível que permite, através de processos não-lineares, a geração coerente de novas frequências [6]. Estas fibras permitem um considerável alargamento do espectro do pente de frequência gerado pelo laser de femtossegundo. Isto possibilitou que uma oitava óptica fosse coberta no espectro do laser, o que abriu novas possibilidades, entre elas a medida absoluta de frequências ópticas.

Em 2005, devido às suas contribuições para a área espectroscopia de precisão, inclusive pela técnicas baseadas em pentes de frequências ópticas, Theodor Hänsch e John Hall, ganharam o prêmio Nobel de Física de 2005 juntamente com Roy Glauber (figura 2.2) [22; 23].

2.2 Medidas de frequências ópticas usando lasers de modos travados

Medidas de frequências ópticas são comumente feitas para determinar-se a frequência de uma transição de um átomo, molécula ou íon. Nesses casos, um laser de frequência única é estabilizado na transição em questão e então a frequência deste laser é medida. Isto é feito pelo batimento deste laser com a linha do espectro do laser de modos travados mais próxima (digamos que este seja o n -ésimo modo), resultando em um sinal de rf dado por:

$$f_b = |f_l - f_m| = |f_l - (mf_{rep} + f_o)|, \quad (2.1)$$

onde f_l é a frequência do laser de frequência única, m é um número inteiro.

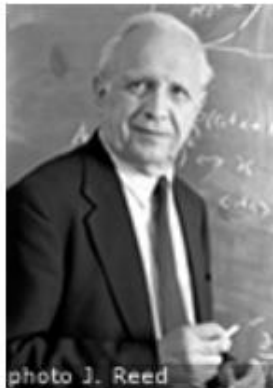
Isso produz no fotodetector uma par de batimentos, sendo um deles entre o laser e o modo onde $f_m > f_l$ e o outro onde $f_m < f_l$. Estes dois sinais e a taxa de repetição podem ser facilmente medidos com equipamentos de rf usuais.

O número inteiro m pode ser estimado com o conhecimento prévio de f_l com precisão de $\pm f_{rep}/2$, que pode ser obtido com medidores de comprimento de onda



The Nobel Prize in Physics 2005

"for his contribution to the quantum theory of optical coherence"



Roy J. Glauber

1/2 of the prize

USA

Harvard University
Cambridge, MA, USA

b. 1925, PhD-Harvard-1949

"for their contributions to the development of laser-based precision spectroscopy, **including the optical frequency comb technique**"



John L. Hall

1/4 of the prize

USA

University of Colorado, JILA;
National Institute of Standards and
Technology
Boulder, CO, USA

b. 1934, PhD-Carnegie Institute of
Technology, Pittsburgh,
Pennsylvania.-1961



Theodor W. Hänsch

1/4 of the prize

Germany

Max-Planck-Institut für
Quantenoptik
Garching, Germany; Ludwig-
Maximilians-Universität
Munich, Germany

b. 1941, PhD-Heidelberg-1969,
Professor at Stanford 1975-1986

Figura 2.2: Ganhadores do Prêmio Nobel de 2005.

comerciais, uma vez que estes possuem precisão da ordem de 25 MHz e a taxa de repetição é geralmente maior que 80 MHz, chegando até a 1 GHz. Alternativamente, m pode ser determinado variando-se f_{rep} e analisando-se a mudança resultante no batimento. Lasers de femtossegundos de alta taxa de repetição são mais adequados para pentes de frequência pois diminuem a exigência do conhecimento prévio da frequência a ser medida e produzem batimentos com sinais mais fortes uma vez que a potência de cada modo individual é maior.

A necessidade do uso de medidores de comprimento de onda nos leva a perguntar qual a diferença entre medida de frequência e de comprimento de onda, uma vez que essas quantidades são relacionadas. Medidas de comprimento de onda são feitas através de interferômetros e produzem resultados com precisão da ordem de uma parte em 10^9 . Medidas de frequência envolvem a contagem direta dos ciclos de um

oscilador e tem em princípio precisão ilimitada.

A medida de f_0 já não é tão direta. A maneira mais simples de se obter esta quantidade é expandir o espectro do laser de modos travados de forma que este passe a cobrir uma oitava óptica inteira, ou seja, de uma dada frequência f_m até seu dobro f_{2m} . Comparando o segundo harmônico de frequência f_m (ou seja, $2f_m = 2mf_{rep} + 2f_0$), com f_{2m} temos:

$$2f_m - f_{2m} = 2(mf_{rep} + f_0) - (2mf_{rep} + f_0) = f_0 \quad (2.2)$$

Apesar do conhecimento de f_{rep} e f_0 ser suficiente para a medida de frequências, estes parâmetros estão sujeitos a instabilidades provocadas por ruído térmico, acústico e mecânico (incluído sísmico). Portanto, para se medir frequências ópticas é necessário que se meça f_{rep} e f_0 simultaneamente ou que estas sejam estabilizadas.

2.3 Relógios Atômicos Ópticos

Padrões de frequência atômicos [24] baseados em transições ópticas (infravermelhas ou visíveis, geralmente maiores que 100 THz) são potencialmente muito melhores do que os padrões baseados em transições na faixa de RF ou microondas. A razão básica para isto é que a grandeza que mede a instabilidade de um padrão de frequência, a chamada variância de Allan [25], é inversamente proporcional à frequência do oscilador. Por isto a estabilidade de um padrão óptico ($f \approx$ centenas de THz) seria ordens de grandeza superior à de padrões convencionais como os de Césio ($f = 9.2$ GHz) e Rubídio ($f = 6.8$ GHz). Esta diferença é muito relevante, pois significa que uma dada precisão numa medida pode ser alcançada em um tempo ordens de magnitude menor (por exemplo uma precisão de uma parte em 10^{15} poderia ser obtida em segundos ao invés de meses!). Entretanto a implementação de um padrão óptico envolvia, até recentemente, um sério obstáculo tecnológico, vindo da dificuldade de se medir uma frequência na casa de centenas de Terahertz. Essa dificuldade foi superada com o desenvolvimento dos pentes de frequências para medidas de frequências ópticas [26]. Relógios baseados em íons aprisionados (por exemplo, $^{199}\text{Hg}^+$ [27; 28]), moléculas (iodo molecular [29]) ou átomos frios (Cálcio [28; 30]) tem sido demonstrados nos últimos anos.

Um relógio atômico óptico consiste em um padrão de frequência óptico [24] (laser estabilizado a uma transição atômica estreita e de frequência na região óptica do espectro) combinado a um pente de frequência, que atua como um contador de frequências ópticas.

A Figura 2.3 mostra um diagrama esquemático de um relógio atômico, embora esta abordagem não seja única. A posição do pente no espectro de frequência é ajustada de forma que o seu deslocamento seja nulo ($f_0 = 0$), fazendo com que cada um dos modos do pente seja exatamente um múltiplo inteiro da taxa de repetição deste laser ($f_m = mf_{rep}$). Feito isso, um dos modos do pente é ajustado para que seja

igual á frequência do padrão óptico de frequência (f_{opt}). Desta forma, a frequência do m -ésimo modo passa a ser dada por:

$$f_m = m f_{rep} = f_{opt}$$

e conseqüentemente a taxa de repetição passa a ser um submúltiplo da frequência do padrão:

$$f_{rep} = f_{opt}/m.$$

Como o modo m do pente está estabilizado em relação à esse padrão, toda a estabilidade do padrão é transmitida à taxa de repetição [31]. Teremos assim uma "saída" de RF, associada à taxa de repetição do laser, cuja estabilidade será dada pelo padrão óptico. Esta saída é conveniente pois pode ser medida, manipulada e utilizada por meios eletrônicos. Este sinal de RF é obtido na saída de um fotodetector que detecta o batimento entre os modos longitudinais do laser de femtossegundos. Tem-se assim um verdadeiro relógio atômico óptico que representa um exemplo do que deve vir a ser a próxima geração de relógios atômicos.

Estes dispositivos devem abrir uma nova era envolvendo medidas de precisão, com impacto em ciência básica, em tecnologia e na indústria. Hoje já se fala, por exemplo, na realização de sintetizadores ópticos de frequência, análogos aos de radiofrequências disponíveis atualmente. Outra possibilidade muito interessante que decorre do uso de lasers é justamente o fato de que em princípio pode-se enviar esta frequência estável por fibra óptica a usuários distantes. Isto seria particularmente atrativo se pensarmos na utilização da rede de fibras ópticas já implantada para telecomunicações.

2.4 Trabalhos importantes na literatura

Nesta seção descreveremos resumidamente alguns trabalhos encontrados na literatura que contribuíram para o desenvolvimento de pentes de frequência.

2.4.1 Medida de frequência da linha D_1 do átomo de césio e determinação da constante de estrutura fina

A primeira demonstração de medida de frequência óptica utilizando laser de femtossegundos foi realizada em 1999 por Th. Udem e seus colaboradores [10], onde foi medida a Linha D_1 do átomo de césio em 335 THz (894 nm), comparando-a com o quarto harmônico de um laser de HeNe estabilizado na linha do metano em 88,4 THz ($3,39 \mu\text{m}$).

O experimento produziu resultados com uma precisão que foi três ordens de grandeza maior que medidas anteriores. Combinado com outras medidas, este resultado proporcionou um valor para a constante de estrutura fina α . A tabela 2.2 mostra os resultados encontrados e resultados obtidos em medidas anteriores. Podemos ver

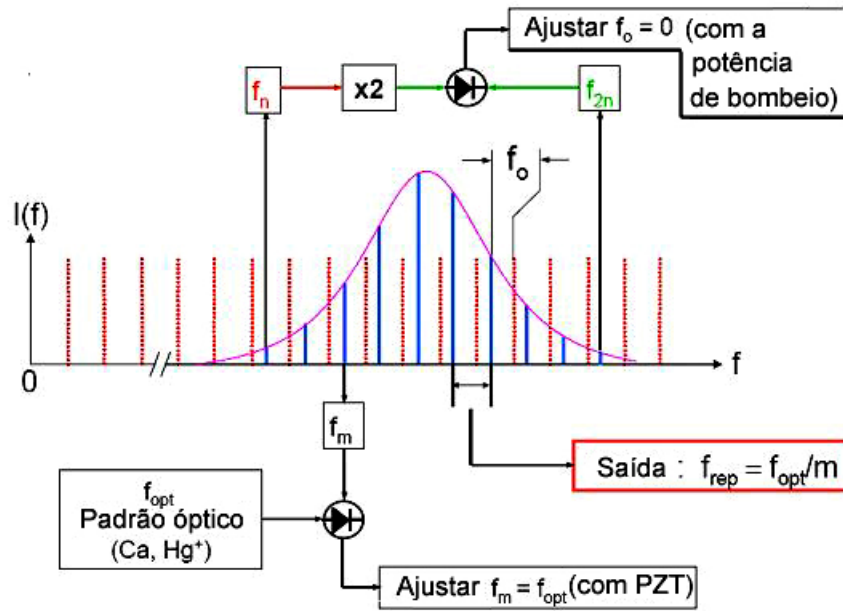


Figura 2.3: Esquema de um relógio atômico. f_0 é ajustado para zero, pelo ajuste em potência do laser de bombeamento e f_{rep} é estabilizado em relação a um padrão de frequência óptico.

que as incertezas obtidas pelas medidas deles foram da ordem de kHz, enquanto que nas medidas anteriores as incertezas eram da ordem de MHz.

	Resultados obtidos	Resultados anteriores
D_1	335 116 048 807 (41) (kHz)	335 116 062 (15) (MHz)
EHF $6P_{1/2}$	1 167 688 (81) (kHz)	1 167,54 (32) (MHz)
α^{-1}	137,035 992 4(41)	137,035 999 93(52)

Tabela 2.2: Resultados obtidos por Th. Udem e colaboradores [10], utilizando laser de femtossegundos estabilizado. EHF: estrutura hiper-fina.

2.4.2 Medida de f_0 por “auto-referência”

A técnica de auto-referência consiste em medir o valor de f_0 comparando-se harmônicos de dois modos do próprio laser como, por exemplo, o M -ésimo harmônico do modo f_m e o N -ésimo harmônico do modo f_n . Encolhendo-se estes modos de forma que $Mm = Nn$, o batimento destes dois harmônicos resulta em $(M - N)f_0$. Uma outra maneira de se determinar f_0 seria comparar um dos modos do espectro do laser com um segundo padrão de frequência.

Em 2000 os grupos do JILA e do NIST publicaram um trabalho [4] sobre a técnica de auto-referência para a estabilização do laser de femtossegundos, usando pela primeira vez a fibra de microestrutura para alcançar um espectro que cobre uma oitava óptica, de modo a medir f_0 comparando-se as duas bordas deste espectro, one $2m = n$, $M = 2$ e $N = 1$.

Como aplicação deste método, eles mediram a frequência de um laser CW de Ti:S operando em 778 nm e travado na transição de dois fótons $^5S_{1/2} (F=3) \rightarrow ^5D_{5/2} (F=5)$ do rubídio. A figura 2.4 mostra o esquema experimental utilizado. Uma porção do pente de frequência estabilizada é combinada com o laser de Ti:safira e espectralmente resolvido em uma grade de difração. O batimento entre o pente de frequência e o laser CW é medido com um fotodiodo posicionado atrás de uma fenda. Determinando-se f_{rep} , f_0 e a frequência de batimento entre o pente e o Ti:safira CW, encontra-se a frequência desconhecida. O valor médio obtido sobre vários dias foi de $385.285.142.373,2 \pm 1,3$ kHz, sendo $385.285.142.378 \pm 5,5$ kHz o valor recomendado pelo Comitê Internacional de Pesos e Medidas para a transição óptica do rubídio.

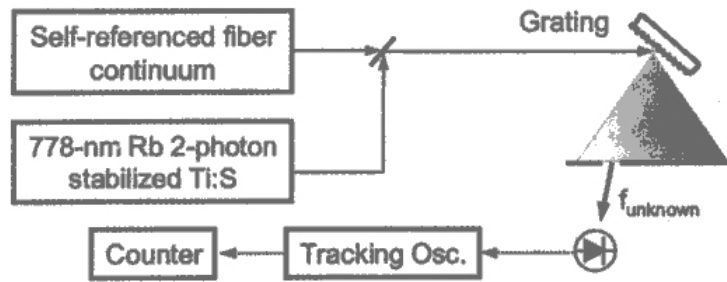


Figura 2.4: Medida de frequência com pente de frequência auto-estabilizado [4].

2.4.3 Medida de razão de frequências

Em fevereiro de 2002, foi publicado um trabalho onde J. Stenger e colaboradores [32] descrevem uma técnica para medição de frequência baseada na operação de um gerador de pente de frequência como um oscilador de transferência. Neste sistema, o pente de frequência é utilizado para determinar a razão entre a frequência de dois lasers, sem a necessidade da medição de f_{rep} ou f_0 . O resultado medido é livre das flutuações inerentes a f_{rep} ou f_0 e tem o potencial de ser mais preciso do que técnicas de medição de frequência com pentes de frequência mais comuns. Com esta técnica, eles mediram a razão entre o segundo harmônico ($\nu_{SH} = 532$ nm) e a frequência fundamental ($\nu_o = 1064$ nm) de um laser Nd:YAG, resultando em uma incerteza relativa de 10^{-18} para 100 s de tempo de medição e $\nu_{SH}/\nu_o = 2,000\,000\,000\,000\,000\,001$ ($1 \pm 7 \times 10^{-19}$).

Capítulo 3

Geração e propagação de pulsos de femtossegundos

Em regime de baixa intensidade, obtidos por lâmpadas incandescentes, LEDs, e o sol, predominam efeitos envolvendo interação radiação - matéria onde parâmetros característicos tais como índice de refração e coeficientes de absorção e reflexão não dependem da intensidade da luz, mas apenas da natureza do meio.

Em lasers, a intensidade pode ser maior que kW/cm^2 . Lasers de pulsos curtos podem gerar potências de pico da ordem de GW. Nessas condições, os parâmetros ópticos podem passar a ser dependentes da intensidade da luz incidente, dando origem aos efeitos de óptica não-linear. Essa dependência da intensidade da luz pode ser expressa através da expansão em série de Taylor da polarização macroscópica de um meio quando iluminada por uma radiação de campo elétrico $\mathbf{E}$:

$$\begin{aligned} P &= \chi^{(1)} E && \text{Óptica linear} \\ &+ \chi^{(2)} E^2 && \text{Óptica não linear} \\ &&& \text{geração de segundo harmônico} \\ &&& \text{efeitos paramétricos} \\ &+ \chi^{(3)} E^3 && \text{geração de terceiro harmônico} \\ &+ \dots \end{aligned} \tag{3.1}$$

O desenvolvimento de lasers de pulsos ultracurtos permitiu o surgimento de uma nova classe de efeitos os quais estão relacionados à largura espectral dos pulsos e aparecem quando o pulso se propaga em um meio dispersivo cujo índice de refração depende do comprimento de onda.

3.1 Características de pulsos de luz

Uma maneira prática de representar um pulso de luz é multiplicar a solução da equação de onda plana [33] por uma função bem delimitada (gaussiana por exemplo). Supondo um pulso centrado em uma frequência média ω_o , e que tenha valores não desprezíveis apenas em dentro de um intervalo $\Delta\omega$ pequeno comparado com ω_o , podemos escrever este pulso no domínio temporal como:

$$\epsilon(t) = \text{Re} \left\{ \tilde{\epsilon}(t) e^{i\omega_o t + i\phi(t)} \right\} \quad (3.2)$$

onde $\tilde{\epsilon}(t)$ é envoltória do pulso e $\phi(t)$ é uma fase que pode depender do tempo.

Em um caso geral, os espectros do pulso no domínio de frequência e no domínio temporal estão relacionados um com o outro através da transformada de Fourier:

$$E(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \epsilon(t) e^{i\omega t} dt \quad (3.3)$$

$$\epsilon(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (3.4)$$

Isso implica uma relação entre a duração temporal do pulso e sua largura espectral relacionadas por:

$$\Delta t \Delta \omega \geq K, \quad (3.5)$$

onde K é uma constante que depende do formato do envelope do pulso. A tabela 3.1 mostra alguns valores desta constantes para funções mais utilizadas para descrever o envelope de pulsos.

Função do envelope	$\tilde{\epsilon}(t)$	K
Gaussiana	$E_o \exp[-(t/t_o)^2/2]$	0,441
Exponencial	$E_o \exp[-t/t_o/2]$	0,140
Secante hiperbólica	$E_o 1/\cosh[t/t_o]$	0,892
Lorentziana	$E_o [1 + (t/t_o)^2]^{-1}$	0,142

Tabela 3.1: Valores de K na desigualdade 3.5 para alguns formatos de pulso. E_o e t_o são constantes que definem respectivamente a amplitude do campo elétrico do pulso e sua largura temporal.

Essa relação implica que, para se obter um pulso com maior largura espectral, é necessário obter-se um pulso de duração temporal curta. Um pulso onde esta igualdade é alcançada é chamado de pulso "limitado por transformada de Fourier".

Vamos agora analisar o significado da função de fase $\phi(t)$. A decomposição da onda portadora na equação 3.2 em ω_o e $\phi(t)$ obviamente não é única. Uma prática

comum é escolher ω_0 de forma que $d\phi(t)/dt$ possua o menor valor na parte mais intensa do pulso. A derivada temporal do fator de fase da equação 3.2 estabelece uma frequência portadora dependente do tempo (frequência instantânea):

$$\omega(t) = \omega_o + \frac{d}{dt}\phi(t). \quad (3.6)$$

Para $d\phi(t)/dt = b = \text{constante}$, um valor não nulo de b apenas significa um deslocamento no valor da frequência portadora ω_0 . Se $d\phi(t)/dt = f(t)$, a frequência portadora varia com o tempo e se diz que o pulso é "modulado em frequência" ou "*chirped*". Para $d^2\phi(t)/dt^2 < (>) 0$, a frequência portadora diminui (aumenta) ao longo do pulso, sendo este chamado de "*down (up) chirped*". A figura 3.1 mostra um pulso gaussiano com $\phi(t) \propto t^2$, onde a frequência da onda portadora aumenta com o tempo.

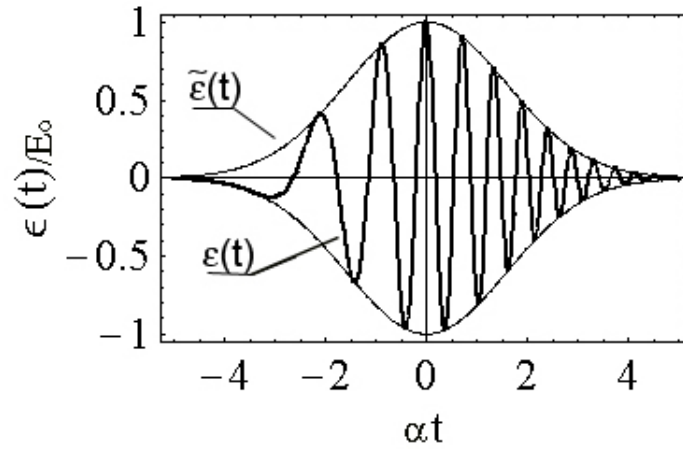


Figura 3.1: Campo elétrico (equação 3.2) de um pulso *chirped* com envelope gaussiano (tabela 3.1) para o caso de $\phi(t) = (\alpha t)^2/2$, onde $\alpha = \text{constante}$, $\omega_o = 8\alpha$ e $t_o = 5/(2\alpha)$.

3.2 Propagação de um pulso em um meio transparente

Devido a sua largura espectral e à dispersão da velocidade de grupo, um pulso ao se propagar em um meio transparente sofre distorção em sua fase que leva ao aumento de sua duração. Por simplicidade, vamos considerar o caso em que o envelope do pulso $\tilde{\epsilon}(t)$ na equação 3.2 tem um formato gaussiano. Para este caso, a equação que descreve o pulso no domínio temporal torna-se:

$$\epsilon = \Re\left\{\mathbf{E}_o e^{-\Gamma t^2 + i\omega_o t + i\phi(t)}\right\}, \quad (3.7)$$

onde Γ é um fator inversamente proporcional ao quadrado da duração do pulso t_o ($\Gamma = t_o^{-2}$).

A transformada de Fourier de um pulso gaussiano dado pela equação 3.7 é dado por:

$$E(\omega) = \exp \left[\frac{-(\omega - \omega_o)^2}{4\Gamma} \right]. \quad (3.8)$$

Depois de se propagar por uma distância x , seu espectro é modificado para:

$$E(\omega, x) = E_o(\omega) \exp [\pm i k(\omega) x], \quad k(\omega) = n\omega/c, \quad (3.9)$$

onde $k(\omega)$ é agora um fator dependente da frequência. Para podermos fazer um estudo analítico dos efeitos dessa dependência da frequência, vamos expandir este fator em série de Taylor:

$$k(\omega) = k(\omega_o) + k'(\omega - \omega_o) + k''(\omega - \omega_o)^2 + \dots, \quad (3.10)$$

onde

$$k' = \left(\frac{dk(\omega)}{d\omega} \right)_{\omega_o}$$

e

$$k'' = \left(\frac{d^2k(\omega)}{d\omega^2} \right)_{\omega_o}.$$

Para o pulso da equação 3.9, o espectro do pulso torna-se:

$$E(\omega, x) = \exp \left[-ik(\omega_o)x - ik'(\omega - \omega_o)x - \left(\frac{1}{4\Gamma} + \frac{i}{2}k''x \right) (\omega - \omega_o)^2 \right]. \quad (3.11)$$

A evolução temporal de um pulso dado pela equação 3.11 é obtida pela transformada inversa desta função, sendo dada por:

$$\epsilon(t) = \sqrt{\frac{\Gamma(x)}{\pi}} \exp \left[i\omega_o \left(t - \frac{x}{v_\phi(\omega_o)} \right) \right] \times \exp \left[-\Gamma(x) \left(t - \frac{x}{v_g(\omega_o)} \right)^2 \right], \quad (3.12)$$

onde

$$v_\phi(\omega_o) = \left(\frac{\omega}{k} \right)_{\omega_o}, \quad v_g(\omega_o) = \left(\frac{d\omega}{dk} \right)_{\omega_o}, \quad \frac{1}{\Gamma(x)} = \frac{1}{\Gamma} + 2ik''x. \quad (3.13)$$

Na primeira exponencial da equação 3.12, observa-se que a fase da frequência central ω_o é atrasada por uma quantidade x/v_ϕ , v_ϕ sendo a velocidade de fase, depois de se propagar por uma distância x . O segundo termo da equação 3.12 mostra que, depois de se propagar por uma distância x , o pulso mantém um envelope gaussiano.

Este envelope sofre um atraso por uma quantidade dada por x/v_g , v_g sendo a velocidade de grupo. Da expressão para o fator de propagação $k = 2\pi/\lambda$ e da expressão para o comprimento de onda em um meio, $\lambda = 2\pi c/(\omega n(\omega))$, onde $n(\omega)$ é o índice de refração, temos:

$$v_\phi = \frac{c}{n(\omega)}, \quad (3.14)$$

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{(dk/d\omega)}, \quad \frac{dk}{d\omega} = \frac{1}{c} \left(n(\omega) + \omega \frac{dn(\omega)}{d\omega} \right) \quad (3.15)$$

$$v_g \approx v_\phi \left(1 - \frac{\omega}{n(\omega)} \frac{dn(\omega)}{d\omega} \right) \quad (3.16)$$

Assim, um pulso cuja onda portadora ω viaja com velocidade $v_\phi = c/n$ possui uma diferença entre a velocidade de fase e de grupo ($\Delta\varphi$) depois de se propagar por uma distância L dada por:

$$\Delta\varphi = \omega \left(\frac{L}{v_g} - \frac{L}{v_\phi} \right) = \frac{L\omega}{c} \left(n + \omega \frac{dn}{d\omega} - n \right) = \frac{L\omega^2}{c} \left(\frac{dn}{d\omega} \right) = 2\pi L \left(\frac{dn}{d\lambda} \right) \quad (3.17)$$

O segundo fator na equação 3.12 também mostra que o pulso é distorcido durante sua propagação por causa do fator $\Gamma(x)$, equação 3.13, o qual depende da frequência angular ω através de $k''(\omega)$:

$$k'' = \left(\frac{d^2k}{d\omega^2} \right)_{\omega_0} = \frac{d}{d\omega} \left(\frac{1}{v_g(\omega)} \right)_{\omega_0} = \frac{1}{c} \left(2 \frac{dn}{d\omega} + \omega \frac{d^2n}{d\omega^2} \right) = \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \frac{d^2n}{d\lambda^2}. \quad (3.18)$$

O inverso da velocidade de grupo, $\frac{\partial k}{\partial \omega}$, é chamado de dispersão. A segunda derivada é chamada de dispersão da velocidade de grupo (GVD). Esta é uma medida do alargamento do pulso quando este viaja e é geralmente expressa em fs^2/cm .

Reescrevendo $\Gamma(x)$ como

$$\Gamma(x) = \frac{\Gamma}{1 + \xi^2 x^2} - i \frac{\xi x}{1 + \xi^2 x^2}, \quad \xi = 2\Gamma k''$$

e substituindo esta expressão no segundo termo da equação 3.12, temos:

$$\exp \left[-\frac{\Gamma}{1 + \xi^2 x^2} \left(t - \frac{x}{v_g(\omega_o)} \right)^2 + i \frac{\xi x}{1 + \xi^2 x^2} \left(t - \frac{x}{v_g(\omega_o)} \right)^2 \right]. \quad (3.19)$$

A segunda parte da expressão 3.19 ainda representa uma função gaussiana, porém com um fator multiplicativo

$$\frac{\Gamma}{1 + \xi^2 x^2}$$

que é sempre menor que o fator original, o que implica em um alargamento temporal do pulso.

A parte imaginária na expressão 3.19 contém um termo quadrático temporal que cria uma modulação linear em frequência no pulso, conforme discutido na seção 3.7.

Em resumo, a propagação de um pulso em um meio transparente resulta em um atraso do pulso, um alargamento na duração e uma modulação na frequência.

3.3 Geração de pulsos de femtossegundos: Lasers de modos acoplados

O funcionamento de lasers de modos acoplados para a geração de pulsos ultra-curtos baseia-se no controle dos modos de oscilação da cavidade ressonante. Esses lasers requerem um meio de ganho com banda de emissão larga que irá sustentar mais de 100.000 modos longitudinais em uma cavidade de laser típica. No domínio de frequência, lasers de modos acoplados podem ser descritos como a superposição destes modos longitudinais, oscilando com relação entre as fases fixa.

Se o comprimento da cavidade do laser é L , então somente é possível a oscilação dos modos longitudinais do campo eletromagnético cujas frequências, desprezando a dispersão de velocidade de grupo no meio, são dadas por [34]:

$$f_m = m \frac{1}{\tau_0} = m f_{rep}, \quad (3.20)$$

onde f_{rep} é a taxa de repetição do laser, τ_0 é o tempo que o pulso leva para dar uma volta completa na cavidade, sendo igual a $2L/c$ para cavidades lineares e L/c para cavidades em anel, c é a velocidade da luz e m é um número inteiro. Quanto e quais desses modos irão oscilar depende do tipo de cavidade, dos eventuais elementos de eliminação dos modos existentes e da largura de faixa do ganho do meio laser utilizado. O campo na saída do laser é dado pela soma dos campos existentes em cada uma das frequências permitidas pelo ressonador:

$$E(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} E_m(t) \exp[i(2\pi f_m t + \theta(t))] \quad (3.21)$$

Quando não há nenhum tipo de controle sobre os modos do laser, tanto a amplitude como a fase de cada um dos modos pode variar no tempo devido às perturbações externas, de forma que a fase relativa entre cada um dos modos pode ser considerada um número aleatório. Isso se reflete no espaço de tempo como um espectro de luz contínua com um ruído de amplitude aleatório.

Para a geração de pulsos ultracurtos, é necessário o estabelecimento de uma situação de acoplamento dos modos onde as fases relativas e as amplitudes dos vários modos oscilantes sejam mantidos constantes no tempo. Neste caso, os modos do laser

interferem-se dentro da cavidade, de modo que a diferença de fase entre os modos seja um múltiplo de 2π . Dessa forma, o acoplamento de N modos longitudinais leva a uma formação de um trem de pulsos, onde a separação entre os pulsos é dada pelo tempo de circulação do pulso na cavidade, τ_0 .

A realização do acoplamento do maior número de modos possível é geralmente feita através do uso de duas técnicas alternativas: o acoplamento de modos ativo e o acoplamento de modos passivo. No caso ativo, é inserido um modulador acústico-óptico na cavidade, controlado por um circuito externo conveniente. No caso passivo, insere-se na cavidade um elemento óptico não linear que tenha a propriedade de tornar as perdas menores para intensidades circulantes maiores como, por exemplo, um elemento autofocalizador acoplado a uma abertura.

Para exemplificar o surgimento dos pulsos, vamos supor a situação onde as fases de todos os N modos do laser sejam constantes e identicamente nulas, enquanto que a amplitude $E_m(t) = \text{constante} = 1$. Neste caso, o campo resultante na saída pode ser calculado pela soma mostrada na equação 3.21, como sendo:

$$E(t) = E_0(t) \exp[iN2\pi f_{rep}t] \left[\frac{\sin(N\pi f_{rep}t)}{N \sin(\pi f_{rep}t)} \right] \quad (3.22)$$

onde $f_{rep} = 1/\tau_0$. A intensidade correspondente é proporcional a $|E(t)|^2$ e será:

$$I(t) = I_o \left[\frac{\sin(N\pi f_{rep}t)}{N \sin(\pi f_{rep}t)} \right]^2 \quad (3.23)$$

A figura 3.2 mostra dois gráficos para a intensidade do campo em função do tempo, (a) através da equação 3.23, com fase fixa entre os modos, para $N = 1, 2, 5$ e 100 e (b) utilizando a equação 3.21, considerando $N = 100$ e fase entre os modos aleatória. Observamos pela figura 3.2 (a) que, para $N = 1$ temos uma intensidade de luz constante no tempo, sem ruído. Para $N = 2$, temos uma oscilação senoidal no tempo. Quando $N = 5$, observamos um pulso relativamente largo acompanhado de oscilações de pequena intensidade durante o intervalo de tempo entre os pulsos. Para $N = 100$, a largura do pulso encurta bastante e a intensidade cresce ao mesmo tempo em que o intervalo entre os pulsos torna-se bastante limpo. Quando a fase é aleatória (3.2 (b)), temos uma intensidade com um ruído aleatório no tempo.

O resultado final do acoplamento desses modos em um laser de modos acoplados (figura 3.3) é que, no domínio do tempo, temos um trem de pulsos espaçados entre si pelo tempo que cada pulso demora para viajar dentro da cavidade do laser (τ_0).

Uma vez que os modos do laser que interferem construtivamente dentro da cavidade são aqueles cuja diferença de fase é um múltiplo inteiro de 2π , a fase do m -ésimo modo é dada por $\phi_m = 2\pi f_m \tau_0 = 2\pi m$, ou seja, $f_m = m f_{rep}$, onde $f_{rep} = 1/\tau_0$ é a taxa de repetição do laser e f_m é a frequência do m -ésimo modo.

Devido à dispersão que o pulso sofre ao viajar dentro da cavidade do laser, a velocidade de grupo e de fase são diferentes, fazendo com que os sucessivos pulsos

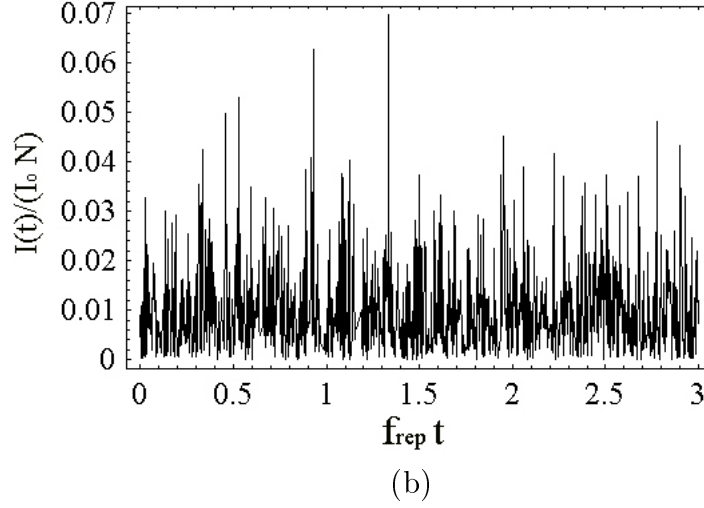
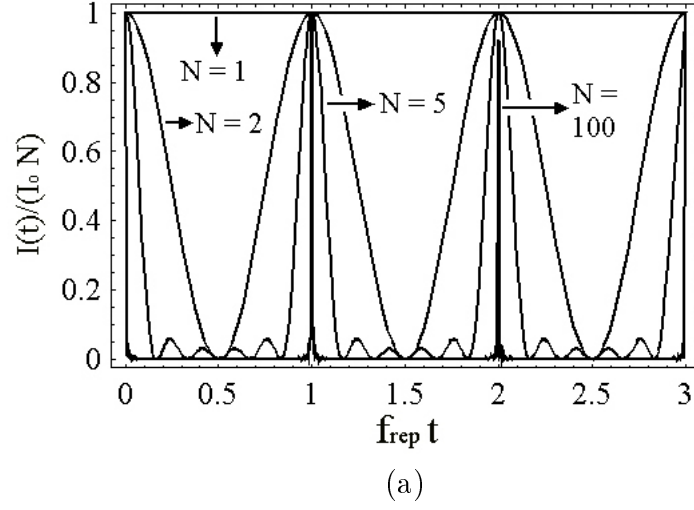


Figura 3.2: Efeito do número de modos acoplados na duração e intensidade do pulso, utilizando a equação 3.22, para: (a) considerando fase fixa e nula com $N = 1, 2, 5$ e 100 ; (b) considerando fase aleatória e com $N = 100$.

possuam relação entre a fase da onda portadora e do envelope diferentes (equação 3.17, figura 3.3). Ao considerarmos essa diferença de fase que existe de pulso para pulso ($\Delta\varphi$), a fase do m -ésimo modo será dada por $\phi_m = 2\pi f_m \tau_0 = 2\pi m + \Delta\varphi$. Neste caso, temos que $f_m = m/\tau_0 + f_0$, onde $f_0 = \Delta\varphi/2\pi\tau$. Ou seja, a variação de $\Delta\varphi$ de um pulso para outro se reflete no espectro de frequência pelo deslocamento desse espectro por um fator f_0 dado por:

$$f_0 = \frac{f_{rep}}{2\pi} \Delta\varphi, \quad (3.24)$$

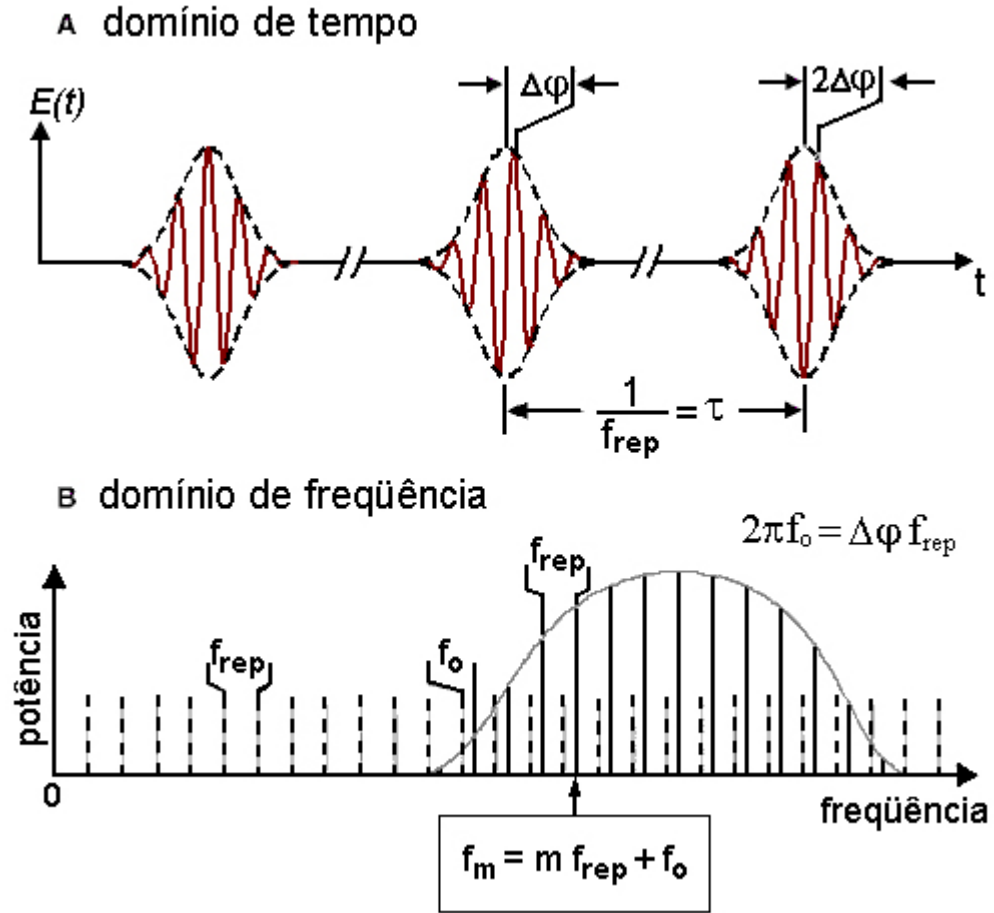


Figura 3.3: Correspondência entre tempo e frequência e relação entre $\Delta\phi$ e f_0 . (A) No domínio do tempo, a fase relativa entre a onda portadora (sólido) e o envelope (tracejado) evolui de pulso para pulso pela quantidade $\Delta\phi$. (B) No domínio de frequência, os elementos do pente de frequência de uma cadeia de pulsos são separados por uma frequência f_{rep} . O pente inteiro (sólido) é deslocado dos múltiplos inteiros de f_{rep} por uma frequência $f_0 = \Delta\phi f_{rep}/2\pi$

de modo que o m -ésimo modo passa a ser escrito por:

$$f_m = m f_{rep} + f_0, \quad (3.25)$$

$\Delta\phi$ muda de uma maneira não determinística de um pulso a outro [4] de modo que f_0 é uma quantidade dinâmica, que é sensível à perturbação do laser [35].

3.4 Propriedades ópticas não lineares acessíveis com lasers pulsados

Devido a alta intensidade de pico de um pulso, efeitos não lineares tornam-se importantes quando tratamos de propagação de pulsos em meios transparentes. Nesta seção apresentaremos de forma resumida os fenômenos mais importantes para o desenvolvimento desta tese.

3.4.1 Efeito de lente Kerr

Quando uma onda eletromagnética intensa passa em um meio isotrópico sua permissividade elétrica muda:

$$\epsilon_t = \epsilon + \epsilon_2 \langle \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \rangle,$$

onde $\langle \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \rangle = \frac{1}{2} |\mathbf{E}|^2$ é a média temporal do quadrado do campo elétrico. Desta forma, polarização pode ser escrita como:

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi^{(1)} \mathbf{E} + \epsilon_0 \chi^{(3)} \langle \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \rangle \mathbf{E},$$

onde $\epsilon = 1 + \chi^{(1)}$ e $\epsilon_2 = 1 + \chi^{(3)}$. $\chi^{(2)}$ é zero pela escolha de um meio simétrico.

Como o índice de refração é dado pela raiz quadrada da constante dielétrica, é fácil encontrar que:

$$n = \sqrt{\epsilon_t} = \sqrt{\epsilon + \epsilon_2 \langle \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \rangle} \approx n_0 + \frac{1}{2} n_2 I,$$

onde I é a intensidade da luz.

Em geral, um feixe de luz laser possui dependência espacial da intensidade na direção transversal (por exemplo, um feixe com perfil espacial gaussiano). Essa dependência pode levar à variação do índice de refração com o raio do feixe, que leva a uma focalização deste feixe.

Seja um feixe com dependência de intensidade espacial gaussiana se propagando em um material com $\chi^{(3)}$. Este feixe é descrito por uma função gaussiana na direção radial com um fator de forma g . Neste caso, temos:

$$n(r) = n_o + \frac{1}{2} n_2 I(r), \quad \text{onde} \quad I(r) = e^{-gr^2}. \quad (3.26)$$

A variação da intensidade com o raio leva à um índice de refração maior no centro do feixe do que nas bordas, produzindo um efeito de auto-focalização do feixe, formando uma lente convergente.

Em resumo, devido ao índice de refração não linear, a variação espacial da intensidade de um feixe laser de pulsos curtos provoca um efeito de focalização, conhecido como lente Kerr.

3.4.2 Auto-modulação de fase

De maneira semelhante, o índice de refração de um material apresenta dependência temporal devido ao formato do envelope de um pulso propagante:

$$n(r) = n_o + \frac{1}{2}n_2 I(t), \quad \text{onde} \quad I(t) = e^{-\Gamma t^2}. \quad (3.27)$$

Para simplificar a análise de como essa dependência temporal influencia na frequência da luz, vamos considerar uma onda plana:

$$E(t, x) = E_0 e^{i(\omega_0 t - kx)}, \quad k = \frac{\omega_0}{c} n(t).$$

A frequência instantânea pode ser escrita como a derivada da fase:

$$\omega(t) = \frac{\partial}{\partial t} \phi(t) = \omega_0 - \frac{\omega_0}{c} \frac{\partial n(t)}{\partial t} x$$

e a variação na frequência :

$$\delta\omega(t) = \omega(t) - \omega_0 = \frac{\omega_0 n_2}{2c} x \frac{\partial I(t)}{\partial t}.$$

Como uma consequência geral da dualidade de Fourier entre tempo e frequência, sempre que uma amplitude periódica ou modulação na fase é aplicada em um sinal periódico, novas componentes de frequência são criadas neste espectro de frequência.

Em resumo, devido a um índice de refração não linear, pulsos curtos intensos provocam uma automodulação da fase que pode levar ao surgimento de novas frequências.

3.5 Caracterização de pulsos curtos

A escala temporal de femtossegundos não é acessível com eletrônica padrão, sendo necessário o desenvolvimento de métodos ópticos para fazer a ponte entre essa escala e a de equipamentos eletrônicos. Nesse sentido métodos medidas de largura de pulso por autocorrelação foram desenvolvidos e suas descrições podem ser encontradas na literatura [36; 37; 38].

Nesta seção faremos uma introdução a dois métodos importantes para a caracterização de lasers pulsados que foram utilizados nesta tese: o primeiro deles, *Frequency resolved optical gating* (FROG) [38], foi utilizado para a medida do perfil temporal, da fase e o respectivo espectro do pulso com um equipamento comercial. O segundo, interferometria de luz branca [37], permitiu a medida de dispersão de elementos intracavidade do laser.

3.5.1 FROG (*Frequency resolved optical gating*)

FROG (*Frequency Resolved Optical Gating*) [38], é uma técnica para caracterizar um pulso de femtossegundos no tempo que combina um auto-correlador com um espectrômetro, fornecendo diretamente uma representação do pulso como uma função bidimensional de frequência e tempo.

Na montagem experimental, conforme ilustra a figura 3.4, o envelope do pulso a ser medido $E(t)$ é dividido em dois caminhos, sendo que um deles possui ajuste de comprimento. A seguir os pulsos são sobrepostos novamente e incidem sobre um meio não linear (por exemplo, um cristal gerador de segundo harmônico) que emite uma quantidade de luz proporcional ao produto das intensidades dos dois pulsos incidentes. Deslocando-se o espelho de um dos braços do autocorrelator varia-se o atraso relativo entre os dois pulsos, e assim muda a quantidade de luz gerada no cristal de segundo harmônico.

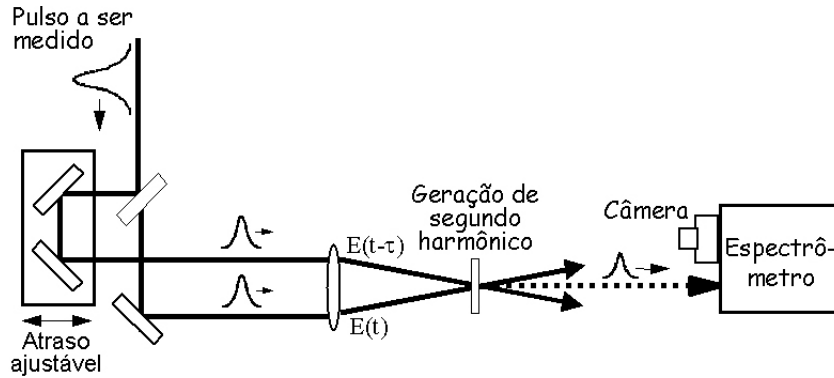


Figura 3.4: Princípio do funcionamento de um FROG (*Frequency resolved optical gating*) baseado em geração de segundo harmônico.

O campo resultante vai ser proporcional a

$$E_{sig}(t, \tau) = E(t)E(t - \tau) \quad (3.28)$$

Este sinal é enviado para um espectrômetro, onde o atraso relativo τ entre os dois braços é representado ao longo de um eixo. O espectrômetro dispersa a luz por uma direção perpendicular a esse eixo, resultando em uma imagem bi-dimensional com o atraso temporal e a frequência como eixos. Um detector linear (uma câmera CCD) detecta a intensidade resultante:

$$I_{FROG}(\omega, \tau) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} E_{sig}(t, \tau) \exp(i\omega t) dt \right|^2. \quad (3.29)$$

É possível obter $E(t)$ do espectrograma 3.29, através de algoritmos de *problema de reconstrução de fase bidimensional* [36] [39], que leva a frequência instantânea versus tempo e ao espectro do pulso (intensidade vs frequência e/ou intensidade vs tempo).

3.5.2 Interferometria de luz branca

Nesta seção discutiremos um método baseado em interferometria de luz branca (capítulo 2 de [36] e [37]) para medida de dispersão que elementos ópticos provocam em pulsos de luz. O método discutido aqui foi utilizado para determinação da dispersão total da cavidade do laser descrito na seção 6.2 (figura 6.9) [40].

Considere o interferômetro de Michelson da figura 3.5. Um dos braços contém com um espelho metálico, com distância ajustável. No outro braço é colocado o material óptico a ser estudado (um espelho dielétrico ou uma placa de material transparente seguido de um espelho metálico). Pode-se usar uma fonte de luz branca, incoerente ou um laser pulsado com espectro largo.

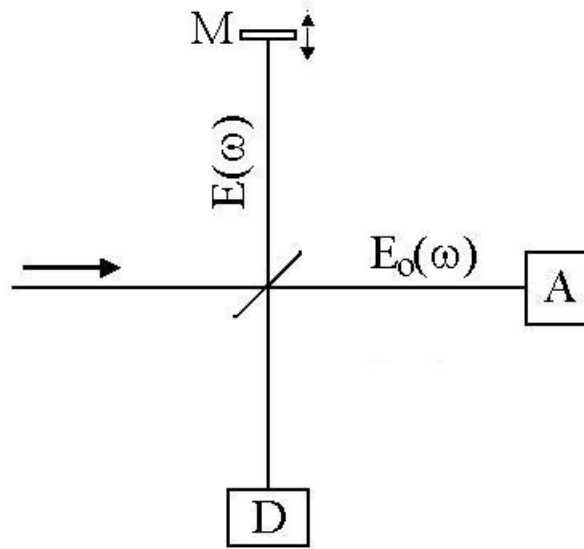


Figura 3.5: Interferômetro de Michelson. D: detector (p. ex., analisador de espectro óptico); A: amostra (p. ex., espelho *chirped* ou cristal seguido de um espelho de metal).

Para um interferômetro cujo comprimento dos braços diferem por uma distância $d = c\tau$, o resultado obtido pelo espectrômetro são franjas de interferências dadas por [37]:

$$\begin{aligned} S_o(\omega) &= |E(\omega) \exp(i\omega\tau) + E_o(\omega)|^2 \\ &= |E(\omega)|^2 + |E_o(\omega)|^2 + 2\Re\{E(\omega)E_o(\omega) \exp(i\omega\tau)\}, \end{aligned} \quad (3.30)$$

onde $E(\omega)$ e $E_o(\omega)$ são respectivamente os campos elétricos no domínio de frequência resultantes da viagem pelos braços sem e com a amostra.

Medindo o espectro de cada braço individualmente, podemos retirar de $S_o(\omega)$ a intensidade de fundo $|E(\omega)|^2 + |E_o(\omega)|^2$ (figura 3.6 (a)):

$$S(\omega) = 2\Re E(\omega)E_o(\omega) \exp(i\omega\tau), \quad (3.31)$$

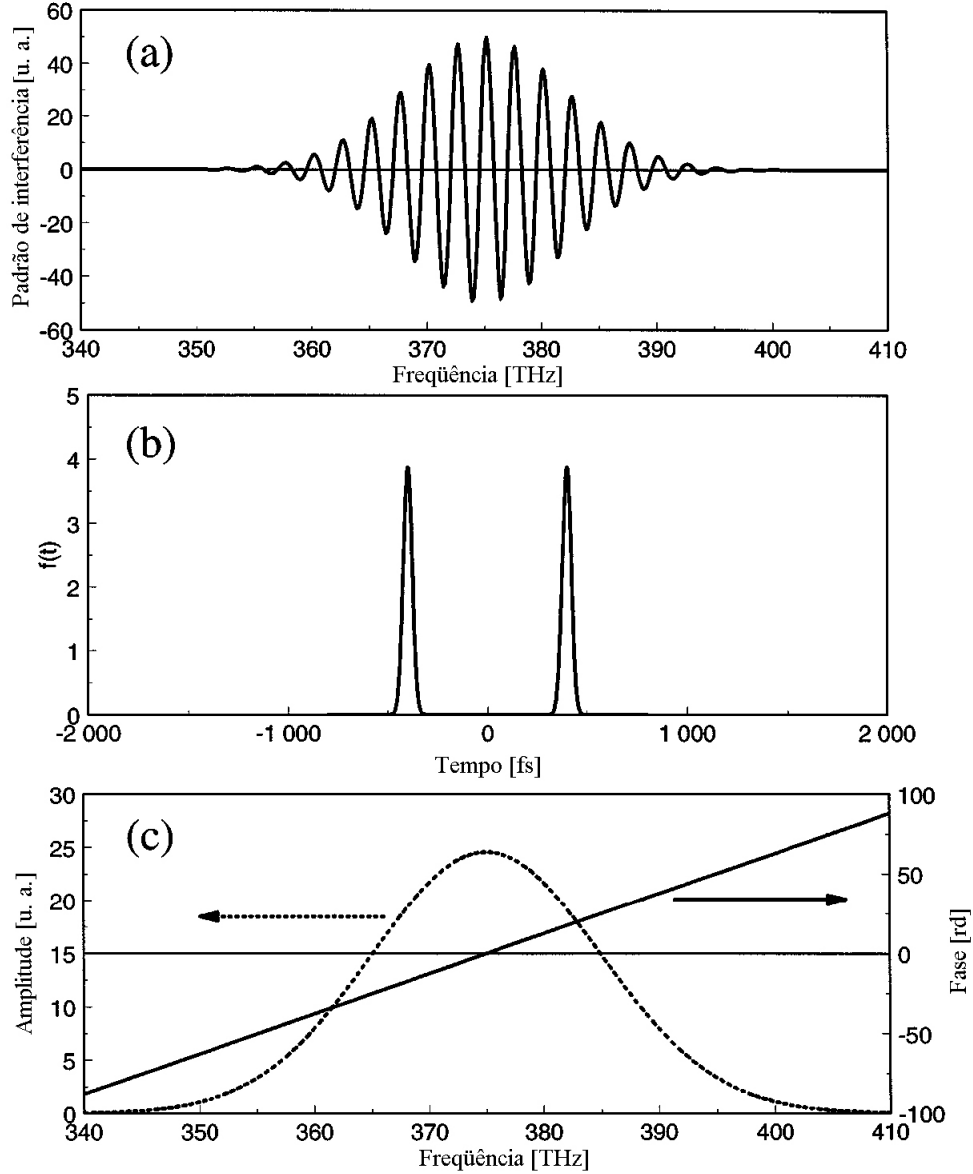


Figura 3.6: (a) Interferograma espectral entre dois pulsos gaussianos; (b) Transformada inversa de Fourier do interferograma acima; (c) fase espectral (curva sólida) e amplitude (curva tracejada) obtida tomando-se a transformada de Fourier da curva (b), onde os pontos em tempos negativos foram ajustados a zero.

Uma vez que o sinal medido $S(\omega)$ é real, ou seja, igual à soma do produto $E(\omega)E_o(\omega) \exp(i\omega\tau)$ e seu complexo conjugado, sua transformada de Fourier inversa

resulta em dois termos revertidos temporalmente um em relação ao outro, cuja separação no tempo aumenta com τ (figura 3.6 (b)):

$$F^{-1}S(\omega) = \tilde{f}(t - \tau) + \tilde{f}(-t - \tau), \quad (3.32)$$

onde $\tilde{f}(t) = E^*(t)E_o(t) \exp(i\omega\tau)$.

Escolhendo τ suficientemente grande para que as duas funções temporais não se sobreponham, podemos recuperar a amplitude e a fase de $E(\omega)$ pela transformada de Fourier de $\tilde{f}(t - \tau)$. Multiplicando $F^{-1}S(\omega)$ pela função de em Heaviside $\Theta(t)$ e extraindo a transformada de Fourier, temos:

$$F(\Theta(t)F^{-1}S(\omega)) = F(\tilde{f}(t - \tau)) = E^*(\omega)E_o(\omega) \exp(i\omega\tau), \quad (3.33)$$

Desse modo, o campo $E_o(\omega)$ pode ser escrito como:

$$E_o(\omega) = \frac{F(\Theta(t)F^{-1}S(\omega))}{E^*(\omega) \exp(i\omega\tau)} \quad (3.34)$$

Assumindo que o único efeito da amostra A é causar dispersão e supondo que o divisor de feixe do interferômetro seja de 50%, o campo elétrico E_o pode ser escrito como [36]:

$$E_o(\omega) = E^*(\omega) \exp[i\Phi(\omega)], \quad (3.35)$$

onde Φ é uma fase (real) que surge no campo elétrico quando o feixe passa pelo material dispersivo. De modo que a equação 3.34 torna-se (figura 3.6 (c)):

$$|E(\omega)| \exp[i\Phi(\omega)] = F(\Theta(t)F^{-1}S(\omega)) \exp(-i\omega\tau) \quad (3.36)$$

A equação 3.36 fornece a modificação na fase do campo elétrico do feixe incidente causada pela amostra A . A derivada segunda de Φ em relação à ω fornece a dispersão de velocidade de grupo sofrida por um pulso ao passar pela amostra.

Capítulo 4

Laser de Titânio:safira

Lasers de Titânio:safira (Ti:safira) com oscilação contínua (CW) foram primeiramente demonstrado na década de 80 [5] e desde então tem sido amplamente utilizado, devido a sua relativa simplicidade e sua excelente desempenho (produz um feixe de boa qualidade com perfil muito próximo de um gaussiano, é altamente sintonizável e possui boa estabilidade mecânica).

Por outro lado, a introdução do laser de femtossegundos de Titânio-Safira, no início dos anos 90 [12], fez com que os sistemas de lasers de femtossegundos deixassem de ser um complicado e temperamental instrumento que requeria horas de preparação e ajuste, passando a ser um instrumento muito mais confiável e simples de usar.

A máxima eficiência de um laser de Ti:safira CW é obtida próximo ao máximo de ganho em torno de 800 nm, mas ele pode emitir em um intervalo entre 650 nm e 1100 nm devido à largura de banda do cristal de Ti:safira (Figura 4.1).

Lasers de Ti:safira pulsado e CW possuem características muito distintas tanto no modo de operação quanto na estrutura física. Os lasers CW são construídos com cavidade em anel ou linear, utilizando elementos intracavidade para deixá-lo com um único modo (etalons), com ajuste de sintonia (filtros birrefringentes) e unidirecional (diodo óptico). Os lasers de Ti:safira pulsados também são encontrados com cavidades lineares e ou em anel, porém é mais comum encontrar lasers de baixa taxa de repetição (em torno de 100 MHz) com cavidade linear e lasers de alta taxa de repetição (em torno de 1 GHz) com cavidade em anel. Como são lasers multimodos por natureza, estes lasers em regime pulsado não possuem filtros birrefringentes e nem etalons. Também não há a necessidade de uso de diodo óptico em lasers pulsados, pois neste regime a emissão laser já é unidirecional. Entretanto, em lasers de Ti:safira pulsados (principalmente os que possuem cavidade linear) podem ser colocados prismas para compensar a dispersão do cristal.

Os principais aspectos na construção de lasers de Ti:safira são:

- dopagem do meio ativo: ajustável de acordo com o laser de bombeamento a ser utilizado, sua sintonia e a potência útil de saída;

- cavidade óptica: no caso dos lasers pulsados, define a taxa de repetição e os modos do laser;
- casamento de modo com o laser de bombeamento;
- região de estabilidade da cavidade óptica;
- astigmatismo introduzido pelo cristal;
- elementos intracavidade: diodo óptico, etalon e filtro birrefringente, para laser CW; prismas para laser pulsado.

Nas próximas seções apresentaremos os principais aspectos a serem considerados na construção de lasers de Ti:safira, dando ênfase ao laser pulsado e fazendo comparações com o laser CW. Uma introdução à física de lasers pode encontrada na referência [41]. Informações mais profundas sobre laser de estado sólidos podem ser encontradas em [42] e sobre lasers de modos travados em [36] e [42].

4.1 Cristal de Ti:safira

Cristal de titânio:safira (Ti:safira) tem sido um importante meio de ganho de laser devido a sua banda de emissão larga na região do espectro infravermelho ($\approx 0,7 - 1,1\mu\text{ m}$, figura 4.1 [5]). Essa enorme largura de banda associada ao desenvolvimento dos espelhos com compensação de varredura de frequência (espelhos tipo "*chirped*") trouxeram a possibilidade de se obter pulsos menores que 10 fs e alta taxa de repetição.

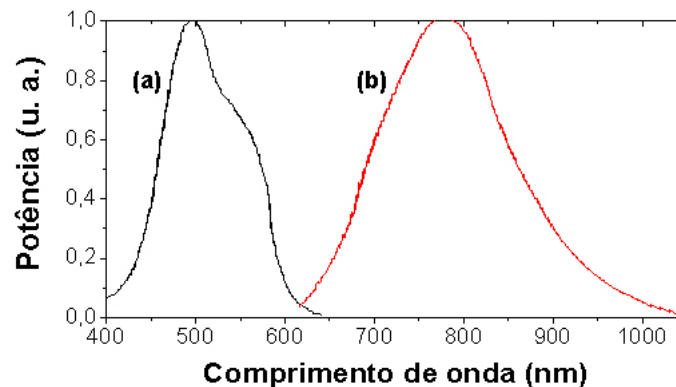


Figura 4.1: Curvas de absorção e emissão de um cristal de Ti:safira [5].

Sua banda de absorção (4.1, curva (a)) encontra-se na região do visível, sendo que os lasers mais utilizados para bombeamento são o laser de argônio multilinha, cujas

linhas mais fortes estão em 488 nm e 514 nm e o Nd:YVO4 dobrado em frequência que emite em 532 nm, sendo a absorção do cristal maior nas linhas do laser de argônio do que nas linhas do laser de Nd:YVO4. Para boa eficiência na conversão do laser de bombeamento para infravermelho, é geralmente utilizada uma dopagem do cristal tal que este absorva 70% do laser de bombeamento.

Outro fator importante em lasers de Ti:safira é que a maior parte da perda introduzida na cavidade pelo cristal é devida a chamada absorção parasita do cristal. A presença de íons Ti^{+4} no cristal (íon ativo é Ti^{+3}) que provoca absorção de infravermelho pelo próprio cristal. A qualidade do cristal é caracterizada em termos da figura de mérito de absorção (FOM), definida como a razão entre a absorção em 490 nm e a absorção parasita em 800 nm. Cristais com $\text{FOM} > 100$ (para luz com polarização π) são disponíveis comercialmente, embora a FOM geralmente decresça quando a concentração de Ti cresce.

A boa condutividade térmica da safira minimiza o aparecimento de efeitos térmicos e permite o uso de alta potência no feixe de bombeamento. Entretanto, lasers de modos travados utilizam cristais mais finos de Ti:safira que lasers CW, sendo de até 3 mm de espessura no primeiro caso e de cerca de 2 cm no segundo. Isso por que o cristal introduz dispersão positiva na cavidade proporcionalmente a sua espessura que deve ser compensada de alguma forma para permitir a formação do pulso. Por outro lado, um cristal mais fino exige dopagem mais alta e possui área disponível para dissipação de calor menor. Isso implica na necessidade de refrigeração à água para evitar problemas como de lente térmica. Lasers CW com cristais de 2 cm de comprimento e bombeados com cerca de 5 W de potência (514 nm ou 532 nm) podem dispensar o uso de refrigeração a água com um bom contato térmico com algum material que seja bom condutor de calor, como o cobre.

4.2 Cavidade de lasers de estado sólido: região de estabilidade e cintura do feixe intracavidade.

Lasers de Ti:safira são encontrados com cavidades tipo linear ou em anel, tais como as da figura 4.2. Entretanto, é comum lasers pulsado com alta taxa de repetição (em torno de 1 GHz) possuir cavidade em anel e lasers pulsados com baixa taxa de repetição (em torno de 100 MHz) possuir cavidade linear. Na construção deste tipo de laser, devemos observar a região de estabilidade e a cintura do feixe infravermelho, parâmetros importantes para adequar a cavidade ao regime pulsado e otimizar a potência do laser com um bom casamento de modos com o feixe de bombeamento [42].

Antes de iniciar a construção de um laser de estado sólido CW ou pulsado, é essencial calcular a curva de estabilidade de modo a identificar os limites em que seja possível mover os elementos da cavidade sem a perda de operação laser. Para um

laser CW esse estudo é determinante para a otimização da potência de saída. Porém, para um laser de modos travados, a curva de estabilidade adquire um aspecto mais importante. É possível alcançar o regime de modos travados ajustando o alinhamento da cavidade de forma a favorecer este regime em detrimento da oscilação CW [43; 44].

A maneira mais simples de fazer este tipo de análise é utilizar matrizes ABCD [41; 45]. A tabela 4.1 contém as matrizes correspondentes aos principais elementos de uma cavidade laser.

Elemento ótico	Matriz ABCD
Distância d no espaço livre	$\begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Lente fina com distância focal f	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$
Espelho de raio R com ângulo θ em relação ao eixo de propagação no plano longitudinal	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2\cos(\theta)/R & 1 \end{pmatrix}$
Espelho de raio R com ângulo θ ao eixo de propagação no plano paralelo	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-2}{R\cos(\theta)} & 1 \end{pmatrix}$
Placa sobre ângulo de Brewster com espessura t , plano longitudinal	$\begin{pmatrix} 1 & d/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Placa sobre ângulo de Brewster com espessura d , plano transversal	$\begin{pmatrix} 1 & d/n^3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Tabela 4.1: Matriz ABCD para elementos ópticos de uma cavidade de um laser.

Neste formalismo, a cintura do feixe $\omega(z_1)$ do laser em um determinado plano em z_1 é dado por [41]:

$$\omega^2(z_1) = \frac{\lambda_0}{\pi} \frac{B}{\sqrt{1 - (\frac{A+D}{2})^2}}$$

onde λ_0 é o comprimento de onda central do feixe, e A , B , e D são os elementos da matriz abdc da cavidade, calculada começando-se no plano z_1 . Desta expressão, verifica-se que $\omega(z_1)$ só tem valor finito e bem definido quando os elementos de matriz A e D obedecem a seguinte relação:

$$\left(\frac{A+D}{2}\right)^2 > 1 \quad \rightarrow \quad -2 < A+D < 2 \quad (4.1)$$

Os elementos de matriz da cavidade dependem da posição dos espelhos curvos em relação ao cristal e do tamanho da cavidade. Para a análise da estabilidade da cavidade, definimos então a seguinte função:

$$\text{est}(d_1, d_2, FRS) = A + D,$$

onde d_1 e d_2 são as distâncias de cada um dos espelhos curvos em relação ao cristal e FRS é o "*free spectral range*" da cavidade (igual a c/L ou $c/2L$ se a cavidade for em anel ou linear, respectivamente, e L é o comprimento total da cavidade). O laser é estável em uma configuração de d_1 , d_2 e FRS na qual esta função assume valores dados por

$$-2 < \text{est}(d_1, d_2, FSR) < 2$$

A região de estabilidade de uma cavidade e a cintura do feixe intracavidade dependem, além de seus componentes ópticos, de seu formato (linear ou em anel), tamanho e do grau de astigmatismo imposto ao feixe. A figura 4.2 mostra duas cavidades lasers, uma linear e outra em anel, e os respectivos gráficos da cintura do feixe dentro do cristal em função da distância entre os espelhos curvos. Em ambos os casos, o comprimento do cristal considerado foi de 3 mm e o raio de curvatura dos espelhos curvos foi de 3 cm para a cavidade em anel e de 10 cm para a cavidade linear. Nota-se que cavidades em anel ou linear simétricas possuem apenas uma região estável, enquanto que cavidades lineares não simétricas possuem duas. Em nenhum dos casos, o centro da região de estabilidade corresponde exatamente à distância focal dos espelhos curvos devido à presença do cristal.

A figura 4.3 mostra três gráficos da cintura do feixe infravermelho no centro do cristal em função da distância entre os espelhos curvos d (figuras (a), (b) e (c)) e um gráfico de curvas de linhas para a desigualdade 4.1, variando as distâncias dos espelhos curvos em relação ao centro do cristal, d_1 e d_2 (figura d).

As figuras 4.3 (a) e (b) referem-se à curva calculada para três valores diferentes do FRS (*free spectral range*), 100 MHz, 500 MHz e 1 GHz (ou, de forma equivalente, do comprimento total da cavidade L de 3 m, 60 cm e 30 cm, respectivamente, para a cavidade em anel) e correspondem a $R = 3$ cm e $R = 5$ cm, respectivamente. Observamos que com a diminuição do FSR (ou o aumento de L), para os mesmos espelhos curvos, a largura da região de estabilidade diminui. Em cavidades lasers de 100 MHz feitas com espelhos de 3 cm, a largura da região de estabilidade é de apenas 0,05 cm, em quanto que usando um espelho de 5 cm a largura é de 0,1 cm. Portanto, para cavidades grandes, com FSR pequeno, é preferível usar espelhos com distância focal maiores de forma a aumentar a região de estabilidade e fazer com que a cavidade não seja tão sensível ao alinhamento.

Outro ponto importante é que o aumento do FSR aumenta a cintura do feixe infravermelho. Isso pode fazer com que o casamento de modos com o laser de bombeamento e, em consequência, a potência do laser e/ou a estabilidade do regime de

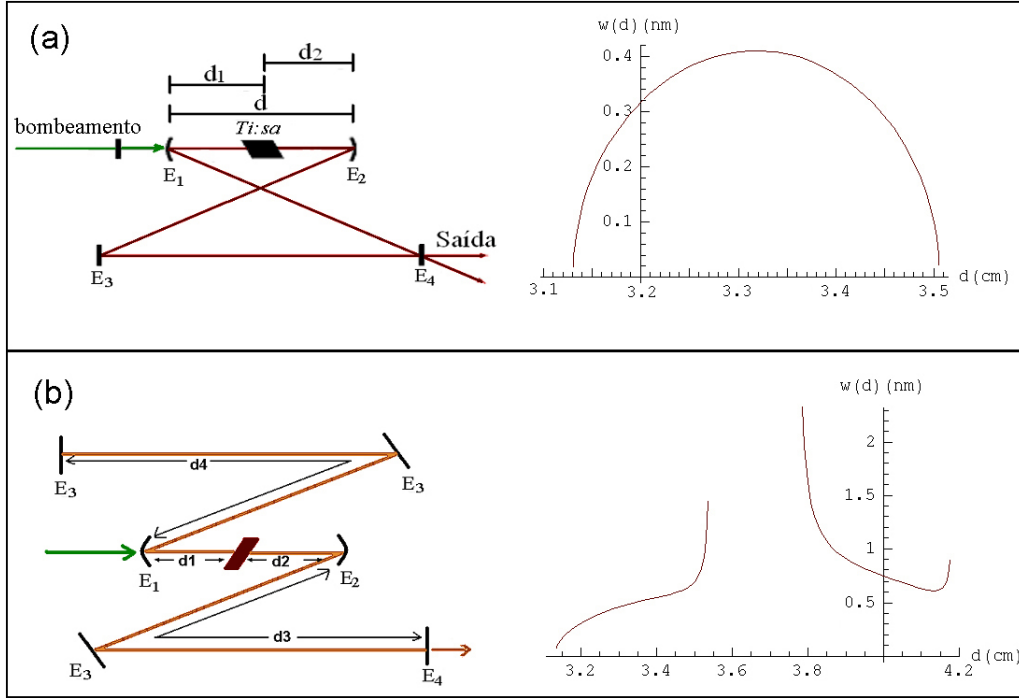


Figura 4.2: Cavidades (a) em anel e (b) linear não simétrica, com *free spectral range* de 1 GHz, e respectivas curvas da cintura do feixe no centro do cristal em função da distância entre os espelhos curvos. E_1 e E_2 : espelhos com raio de curvatura de 3 cm; E_3 : espelho plano; E_4 : espelho de saída plano; $d_3 = 5$ cm; $d_4 = 7$ cm; $d = d_1 + d_2$.

modos travados sejam prejudicados, implicando na necessidade do ajuste da lente de bombeamento.

A figura 4.3 (c) mostra um gráfico da cintura do feixe infravermelho em função da distância entre os espelhos curvos, para uma cavidade de 1 GHz com $R = 3$ cm e $R = 5$ cm. Observamos que a mudança dos espelhos curvos da cavidade de 3 cm para 5 cm, mas mantendo o FSR, também provoca o aumento da cintura do feixe e a necessidade do ajuste da lente de bombeamento.

A figura 4.3 (d) mostra um gráfico de curvas de linhas para a desigualdade 4.1, variando as distâncias dos espelhos curvos em relação ao centro do cristal, d_1 e d_2 . Na prática, quando procuramos a posição do laser em regime de modos travados, deslocamos um dos espelhos e mantemos o outro espelho e o cristal parados. Isso significa que a cavidade “anda” em uma linha paralela a um dos eixos do gráfico da figura 4.3 (d), dando a impressão de que a região de estabilidade é maior do que a apresentada nos gráficos 4.3 (a), (b) e (c), onde o cristal permanece em posição simétrica em relação aos espelhos.

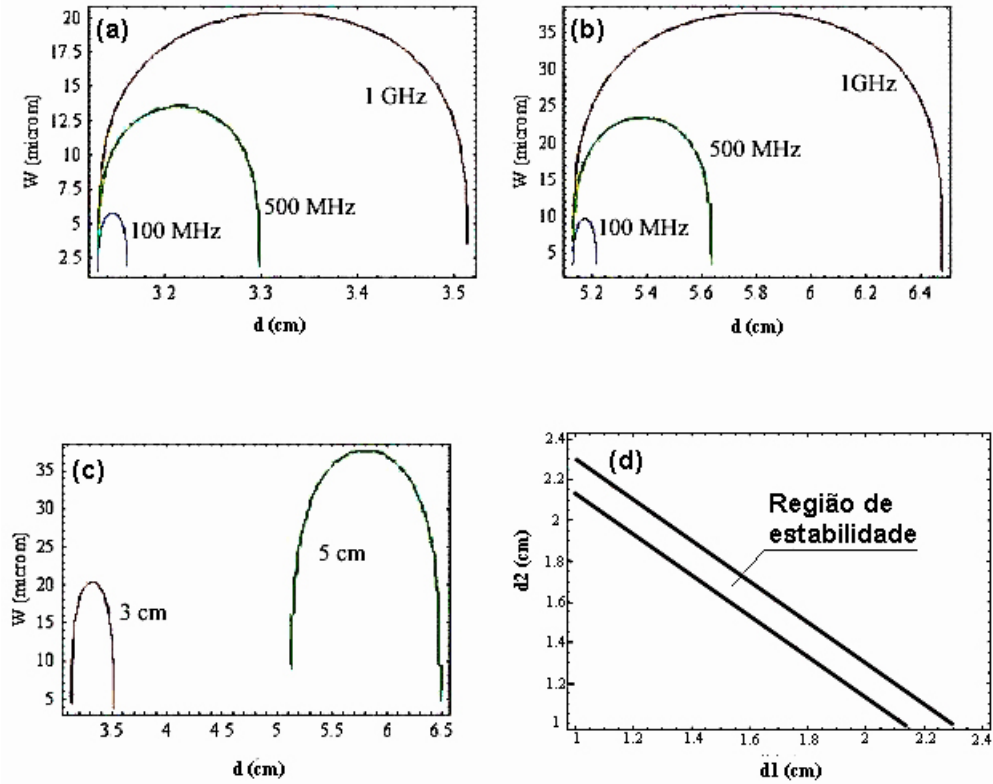


Figura 4.3: (a), (b) e (c): cintura do feixe infravermelho no centro do cristal como função da distância d entre os espelhos curvos para a cavidade em anel da figura 4.2, considerando $d_1 = d_2$, $l_c = 3$ cm e (a) $R = 3$ cm, para três valores do *free spectral range* (ou tamanho total da cavidade), (b) o mesmo que (a) porém com $R = 5$ cm e (c) cavidade com $FSR = 1$ GHz e dois valores de raio de curvatura dos espelhos; (d) gráfico de curvas de linhas para a desigualdade 4.1, variando as distâncias dos espelhos curvos em relação ao centro do cristal, d_1 e d_2 . Curvas calculadas pelo programa listado no apêndice B.2.

4.3 Astigmatismo

Qualquer elemento intracavidade colocado em ângulo gera astigmatismo. Para o caso de laser de Ti:safira, as duas maiores fontes de astigmatismo são os espelhos curvos [46] e o próprio cristal de Ti:safira [47], uma vez que este é colocado na cavidade em ângulo de Brewster.

Para laser CW, a não compensação do astigmatismo introduzido pelo cristal gera um feixe com perfil elíptico em vez de circular e pode causar uma perda de potência devido a um desarranjo no casamento entre o laser de bombeamento e o feixe infravermelho dentro do cristal. Para laser de Ti:safira de modos travados, a não compensação do astigmatismo além de modificar o formato do feixe, pode inibir o início da operação pulsada ou provocar um regime de modos travados instável por gerar

regiões de estabilidade distintas para cada um dos dois planos ortogonais ao eixo de propagação.

Para uma cavidade composta apenas pelos espelhos e pelo meio de ganho, conforme a figura 4.4, podemos compensar o astigmatismo introduzido pelo cristal ajustando o ângulo dos espelhos curvos (θ_1 e θ_2).

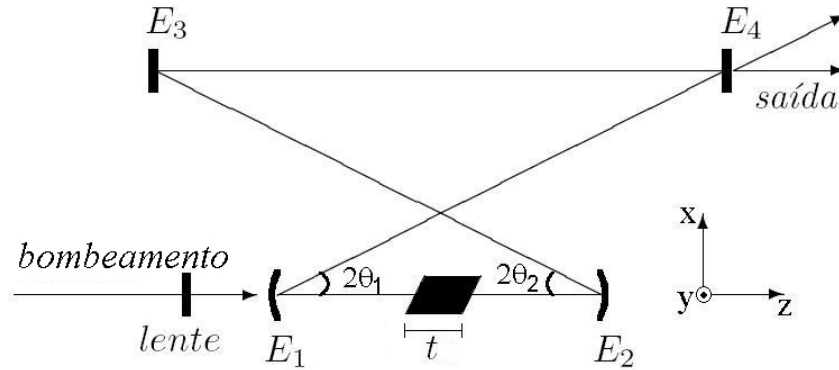


Figura 4.4: Cavidade de quatro espelhos com meio de ganho de índice de refração n e espessura t . Os ângulos dos espelhos curvos devem ser ajustados para compensar o astigmatismo introduzido pelo cristal.

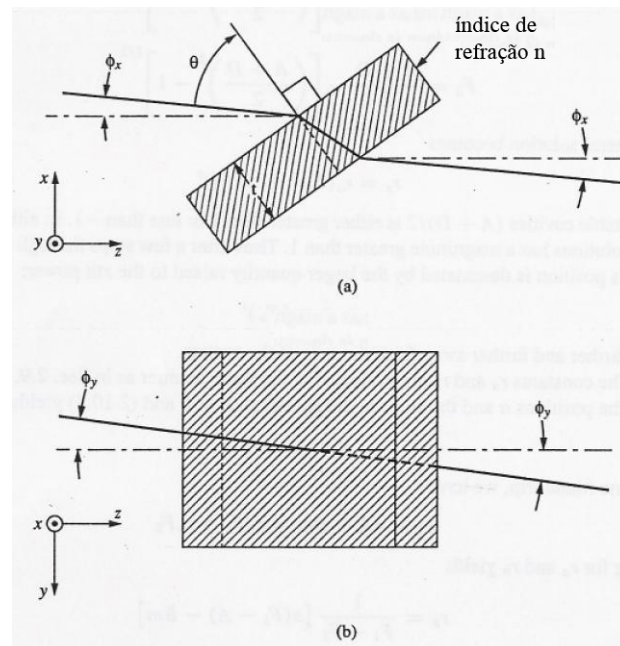


Figura 4.5: Propagação de um feixe por um cristal. (a) vista de lado. (b) Vista de cima.

Considerando um feixe gaussiano se propagando através de uma placa com índice de refração n , espessura t e colocada em ângulo de Brewster na cintura do feixe entre

os dois espelhos curvos, conforme as figuras 4.4 e 4.5, pode-se mostrar que os caminhos ópticos efetivos propagados pelo feixe nos planos tangencial (xz) e sagital (yz) são, respectivamente, [41]:

$$d_x = t \frac{\sqrt{1+n^2}}{n^4} \quad d_y = t \frac{\sqrt{1+n^2}}{n^2} \quad (4.2)$$

Para um espelho de raio de curvatura R em ângulo, o foco nas duas direções passa a ser [41]:

$$f_x = \frac{R}{2} \cos(\theta) \quad f_y = \frac{R}{2} \frac{1}{\cos(\theta)}. \quad (4.3)$$

Os ângulos dos espelhos curvos para compensar o astigmatismo não precisam ser iguais, mas devem ser tal que a diferença do caminho óptico de cada plano gerada pelo cristal deve ser igual à diferença da distância focal dos dois espelhos em cada plano. Considerando a cavidade da figura 4.4, onde os dois espelhos curvos (E_1 e E_2) possuem raio de curvatura igual a R , temos:

$$d_y - d_x = f_{y1} - f_{x1} + f_{y2} - f_{x2}$$

que leva à seguinte equação [36]:

$$t \frac{\sqrt{1+n^2}}{n^4} (n^2 - 1) = \frac{R}{2 \cos(\theta_1)} (1 - \cos^2(\theta_1)) + \frac{R}{2 \cos(\theta_2)} (1 - \cos^2(\theta_2))$$

ou seja:

$$t \frac{\sqrt{1+n^2}}{n^4} (n^2 - 1) = \frac{R \sin^2(\theta_1)}{2 \cos(\theta_1)} + \frac{R \sin^2(\theta_2)}{2 \cos(\theta_2)} \quad (4.4)$$

O gráfico da figura 4.6 mostra os ângulos para os quais a equação 4.4 é válida, calculados para um laser em cavidade em anel, onde t é o comprimento do cristal (2,0 cm), n é o índice de refração do cristal de Ti:safira (1,7) e R é o raio de curvatura dos espelhos (15 cm). Os ângulos dos dois espelhos não precisam ser idênticos, desde que obedeçam a relação 4.4.

A tabela 4.2 mostra alguns ângulos calculados para algumas cavidades que iremos analisar em seções posteriores.

4.4 Laser de Ti:safira em regime de modos travados (*mode-locked*)

Em lasers de estado sólido com modos travados dois fatores importantes devem ser sempre considerados: primeiramente, o laser deve possuir um mecanismo para o

t (mm)	R (cm)	$2\theta_1$ (graus)	$2\theta_2$ (graus)
1,8	3	18,6	18,6
3	3	24,0	24,0
3	3	21,0	26,7
20	15	27,8	27,8

Tabela 4.2: Correspondência entre espessura do cristal, raio de curvatura e ângulo dos espelhos curvos para compensar astigmatismo.

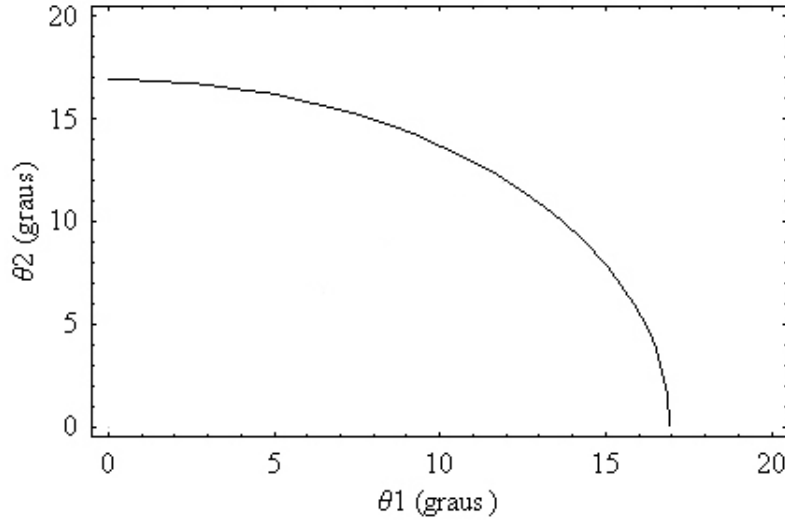


Figura 4.6: Ângulos dos espelhos curvos de uma cavidade laser que obedecem a relação 4.4, onde $t = 3$ mm, $n = 1,7$ e $R = 3$ cm (apêndice B.3).

travamento dos modos do laser levando a formação dos pulsos; em segundo lugar, mas tão importante quanto, a dispersão de velocidade de grupo introduzida na cavidade por componentes ópticos, tais como os espelhos e o próprio meio de ganho, devem ser compensadas de alguma maneira para permitir a formação e propagação do pulso.

Em uma primeira geração de lasers de femtossegundos, a compensação da dispersão introduzida pelos elementos ópticos da cavidade foi feita usando-se pares de prismas, conforme mostram a figura 4.7 (a) e (b). Embora o par de prismas possua dispersão normal, sua configuração geométrica pode ser feita de tal forma que as componentes do pulso de comprimentos de onda menor viaje pelos prismas por um tempo mais curto que a parte de comprimento de onda maiores [42], ou seja, adicionando uma dispersão negativa.

Uma segunda geração de lasers de femtossegundos de Ti:safira fez uso do desenvolvimento na fabricação de espelhos dielétricos de varredura (*chirped mirrors* [38]) com alta refletividade numa grande largura de banda e ao mesmo tempo cujo efeito dispersivo seja limitado, previsível e controlável. Estes espelhos são constituídos por

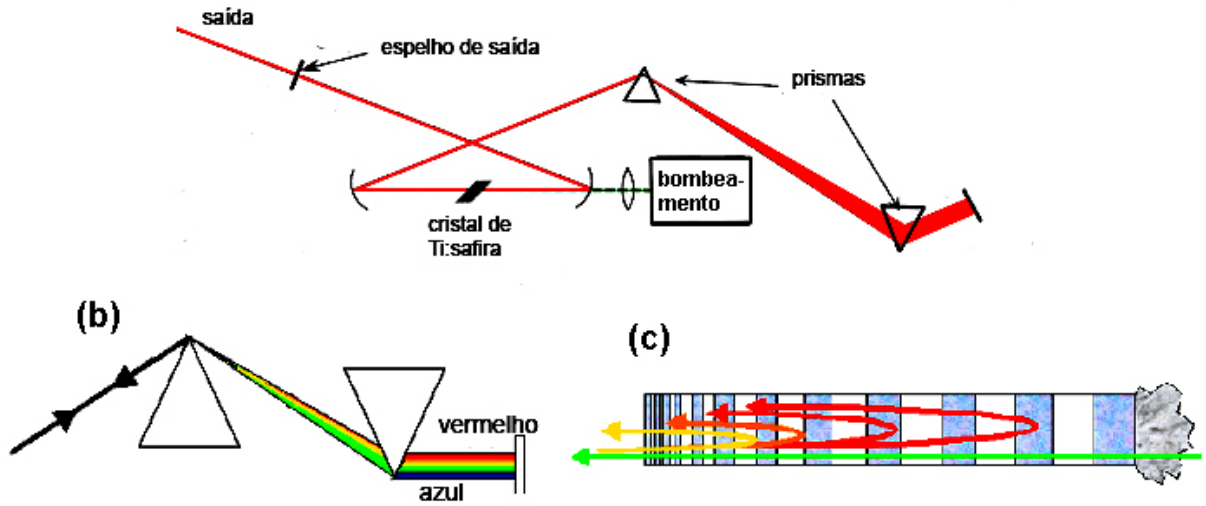


Figura 4.7: (a) Cavity de um laser de Ti:safira pulsado típico usando prismas para a compensação de dispersão de velocidade de grupo introduzida pelos elementos ópticos. (b) Configuração de um par de prismas para compensação de dispersão. (c) Esquema de um espelho de varredura utilizado para substituir ou complementar a atuação dos pares de prismas.

diversas camadas dielétricas (cerca de 50) conforme mostra a figura 4.7 (c) de modo que comprimentos de onda maiores sejam refletidos nas camadas mais internas e andem por um caminho óptico maior que a parte do pulso com comprimento de onda menor.

O uso de prismas em lasers de femtossegundos permite um maior controle da dispersão dentro da cavidade, permitindo um maior controle do perfil do pulso e uma sintonia do comprimento de onda central do espectro e são utilizados geralmente em lasers de cavidade linear e baixa taxa de repetição (em torno de 100 MHz). Por outro lado, os espelhos de varredura permitem a construção de cavidades mais simples, em anel e menores, tornando possível o desenvolvimento de lasers de Ti:safira de alta taxa de repetição, ou seja, de 1 GHz ou mais.

No laser de Ti:safira o mecanismo da geração do pulso ultracurto é o efeito de lente-Kerr [48] que ocorre no cristal de Ti:safira devido à intensidade dos pulsos propagantes. Esse efeito faz com que o cristal de Ti:safira atue como uma lente convergente cujo foco depende da intensidade intracavidade. Em alguns lasers de modos travados, utiliza-se uma fenda intracavidade, geralmente próxima a um espelho curvo para provocar, junto com o efeito de lente Kerr, um efeito de absorvedor saturável na cavidade, conforme mostra a figura 4.8 [44]. Quando o laser está em regime CW, não há focalização devido à lente Kerr e a fenda barra parte do feixe intracavidade, introduzindo perdas para este regime. Por outro lado, quando o laser entra em regime

pulsado, a alta intensidade de pico provoca uma focalização deste feixe pelo cristal, fazendo com que ele passe inteiramente pela fenda, reduzindo as perdas e deixando a cavidade mais adequada ao regime de modos travados. Este processo de acoplamento de modos foi denominado “*Kerr-lens mode-locking*” (travamento de modos por lente Kerr, KLM) [48].

Entretanto, lasers de Ti:safira podem entrar em regime de modos travados sem a necessidade da introdução desta fenda na cavidade [44; 48]. Uma “fenda” pode ser criada pelo perfil espacial do ganho no cristal. Em lasers bombeados longitudinalmente, o ganho tem um perfil gaussiano cujo pico está no centro do feixe de bombeamento onde a intensidade deste é mais alta. Desta forma, feixes com cinturas menores experimentarão ganhos maiores [42].

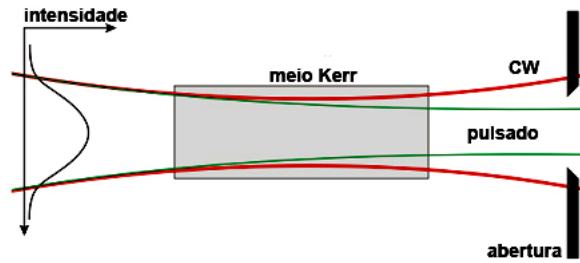


Figura 4.8: Efeito de um absorvedor saturável provocado pela associação de uma fenda a um meio Kerr.

Entretanto, o processo de auto-focalização depende fortemente da configuração da cavidade, principalmente da posição do cristal em relação ao foco dos espelhos curvos e da distância entre esses dois espelhos. Para analisar em quais condições o efeito de lente Kerr é forte, definimos o seguinte parâmetro [44; 49] chamado algumas vezes de “sensitividade de lente Kerr” (*Kerr-lens sensitivity*) [42] ou “força de travamento de modos por lente Kerr” (*KLM strength*) [50]:

$$\delta = \frac{1}{\omega} \left(\frac{d\omega}{dP} \right)_{P=0}, \quad (4.5)$$

onde ω é a cintura do feixe no centro do cristal e P é a potência circulante na cavidade.

Esse parâmetro é uma medida do efeito da potência circulante na cavidade sobre a cintura do feixe, [7; 42; 51]. Para um regime de modos travados estável, este parâmetro deve ser negativo, de forma que um aumento na potência circulante induza a diminuição da cintura do feixe, iniciando o processo de lente Kerr e, em consequência, o regime de modos travados. O valor de δ é extremamente sensível à posição do cristal em relação aos espelhos curvos e da separação entre eles. Uma análise detalhada mostra que esse parâmetro assume valor negativo perto da borda da região de estabilidade da cavidade.

Para calcular este parâmetro utilizamos o formalismo de matriz ABCD, considerando o cristal como uma lente de distância focal dada por [50]:

$$f_{kerr} = \frac{\omega^2}{4n_2 I_0 L} \quad (4.6)$$

ou

$$f_{kerr} = \frac{\pi \omega^4}{4n_2 P L}, \quad (4.7)$$

onde ω é a cintura do feixe, n_2 é o índice de refração não linear, I_0 é a intensidade de pico, P é a potência correspondente e L é o comprimento do cristal. Considerando uma potência intracavidade de 150 kW e cintura do feixe de 20 μ em um cristal de Ti:safira de 3 mm para o qual $n_2 = 3,45 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2/\text{W}$, obtemos uma distância focal de 8 mm. Para uma cintura de 35 μ , o valor da distância focal sobe para 75 mm.

A figura 4.9 mostra uma curva de nível calculada numericamente (apêndice B.3) de δ no centro do cristal como função da distância dos espelhos curvos em relação ao cristal, para a cavidade em anel mostrada na figura 4.2, de *free spectral range* de 1 GHz, cristal de 3 mm de espessura e espelhos curvos de raio de curvatura de 3 cm. A curva vermelha delimita a região de estabilidade (equação 4.1). Em azul, a curva onde $\delta = 0$. Em verde, a curva onde $d_1 = d_2$, correspondendo ao gráfico da figura 4.10.

Dentro da região de estabilidade, existe apenas uma pequena região onde o parâmetro δ vai a $\pm$ infinito, próxima à região de estabilidade interna (onde os espelhos estão mais próximos do cristal). Para uma cavidade simétrica (cristal no centro da cavidade), a região onde $\delta < 0$ é de aproximadamente 0,3 mm conforme mostra a figura 4.10. Quando a cavidade de um laser de Ti:safira é ajustada para estar nesta região, o laser entra em regime de modos travados estável com pequenas perturbações em algum elemento da cavidade, sem a necessidade da introdução de fendas ou qualquer outro elemento para causar absorção saturada [52].

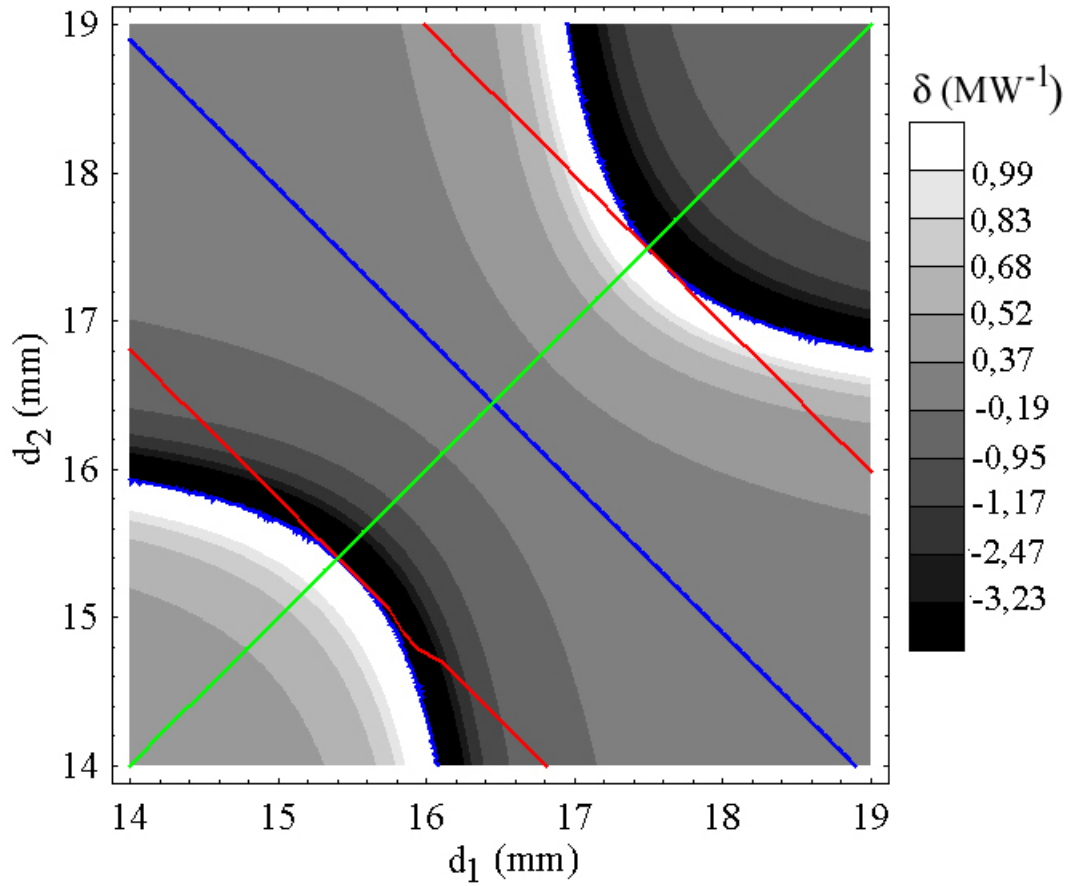


Figura 4.9: Curva de nível para o parâmetro δ no centro do cristal, calculado numericamente (apêndice B.3) para uma cavidade em anel, conforme a figura 4.2, variando a distância (d_1 e d_2) dos espelhos curvos em relação ao cristal. Em vermelho: borda da região de estabilidade da cavidade (equação 4.1). Em azul: curva onde $\delta = 0$. Em verde: curva onde $d_1 = d_2$.

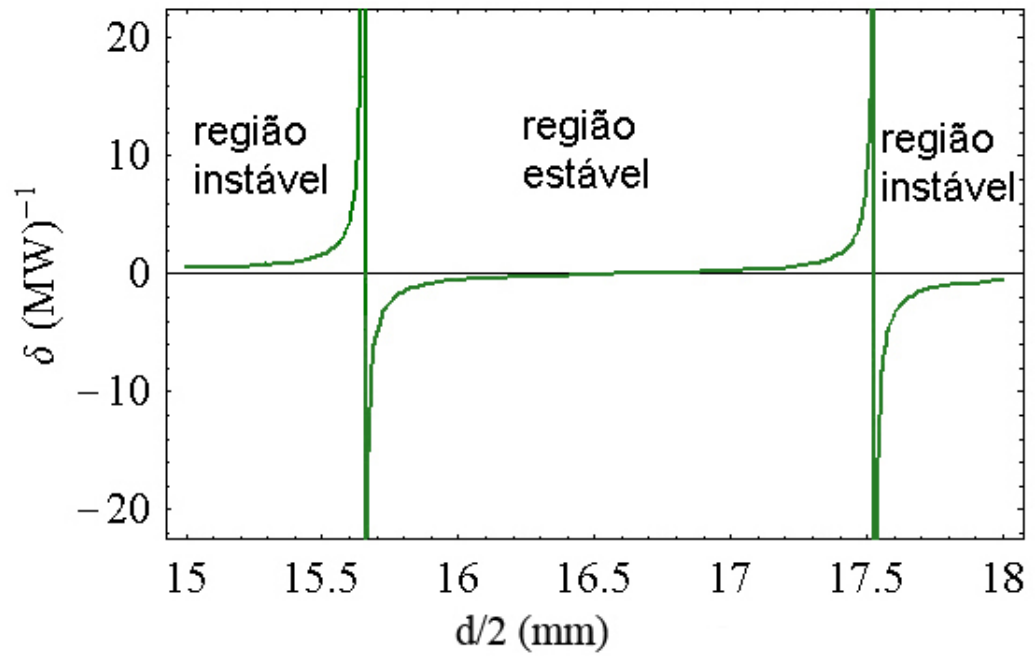


Figura 4.10: Parâmetro δ calculado numericamente (apêndice B.3) para uma cavidade em anel da figura 4.2, variando a distância (d) entre os espelhos curvos, mantendo $d_1 = d_2$ (correspondente à linha em verde da figura 4.9).

Capítulo 5

Pente de frequências ópticas

Um *pente de frequências* consiste em um espectro de radiação formado por uma série de linhas finas igualmente espaçadas e com frequências conhecidas. Uma maneira de gerar um pente de frequências é injetar um laser CW de frequência única em uma cavidade óptica com alto fator de qualidade que contém um modulador eletro-óptico (EOM) excitado por uma frequência igual ao FSR da cavidade [2; 1]. Neste caso, bandas laterais e modulação em frequência são gerados e amplificados pela cavidade. Este tipo de sistema pode gerar pentes com largura da ordem de dezenas de THz [2]. Neste esquema tem-se conhecimento a priori das frequências do pente, definidas pelo laser CW e pela modulação do EOM.

De acordo com o que foi apresentado no capítulo 3, um laser de modos travados também gera um pente de frequências, com duas ressalvas: (1) o conhecimento de cada uma das linhas depende da medida de f_{rep} e f_0 ; (2) tanto f_{rep} como f_0 são variáveis dinâmicas sensíveis a perturbações no laser, e precisam ser estabilizadas [35].

O valor de f_{rep} é tipicamente entre 100 MHz e 1 GHz e pode ser medido diretamente por um fotodetector rápido. Por sua vez, f_0 não pode ser medido diretamente. A maneira mais simples de se obter esta quantidade é expandir o espectro do laser de modos travados de forma que este passe a cobrir uma oitava óptica inteira, ou seja, de uma dada frequência f até $2f$.

A expansão do pente de frequências no maior intervalo possível é também desejável pois, além de permitir a medida de f_0 , possibilita medida de intervalos de frequência maiores. Quando o espectro de frequência é suficientemente largo, é possível determinar a frequência óptica absoluta das linhas do pente diretamente de um oscilador de microondas.

Lasers de Ti:safira possuem geralmente um espectro de cerca de 20 THz de largura, que corresponde em comprimento de onda à uma largura de cerca de 30 nm. Uma maneira de conseguir produzir um pente de frequência cobrindo uma oitava é associar o laser de femtossegundos a uma fibra microestruturada. Como será discutido na seção 5.1, essas fibras podem ser fabricadas para aumentar os efeitos não lineares, tais

como auto-modulação de fase, permitindo a geração de novas frequências em torno da frequência central do laser de femtossegundos. A figura 5.1 mostra um espectro típico de um laser de Ti:safira de femtossegundos e o supercontínuo gerado por uma fibra microestruturada.

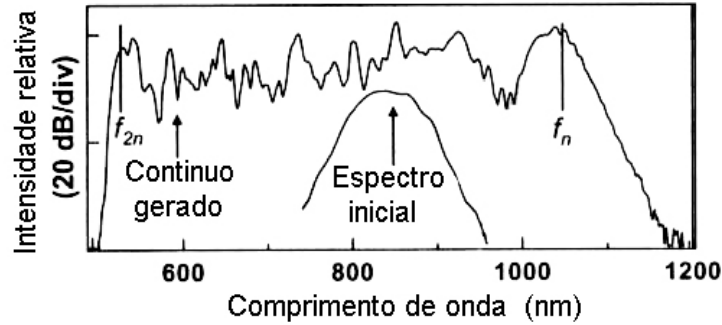


Figura 5.1: Contínuo gerado por uma fibra microestruturada a partir de laser de Ti:safira de modos travados de 90 MHz de taxa de repetição [4].

Os efeitos que levam uma fibra microestruturada a expandir o espectro de laser de modos travados tem sido bastante estudados recentemente. Auto-modulação de fase é apenas um dos vários efeitos que contribuem para isso. Na seção 5.1 apresentaremos uma discussão sobre isso. Um esquema de estabilização de f_{rep} e f_0 será apresentado na seção 5.2.

5.1 Geração de um espectro supercontínuo

Geração de contínuo é um dos efeitos mais impressionantes conseguidos com lasers de femtossegundos. Focalizando um pulso com intensidade de pico suficientemente alta em um material transparente, é possível obter um alargamento espectral significativo. A geração de contínuo foi descoberta primeiramente com pulsos de picossegundos por Alfano e Shapiro [53] e desde então tem sido aplicada a numerosos experimentos.

Alargamento espectral foi observado em diferentes materiais (preferencialmente transparentes) incluindo líquidos, sólidos e gases. Diversos processos podem contribuir para a geração de supercontínuo em cada um desses materiais. Com pulsos de femtossegundos, o processo dominante é automodulação de fase devido à dependência com a intensidade do índice de refração. Entretanto, um número de outros efeitos não lineares contribuem para a formação do contínuo, tais como *parametric four-photon mixing* e espalhamento Raman.

Considerando o processo de automodulação de fase, as diferentes componentes do espectro contínuo não são uniformemente distribuídas, mesmo se a dispersão de velocidade de grupo não tiver influência. O pulso é fortemente “*chirped*” e não é

limitado por transformada de Fourier. Entretanto, um contínuo ideal possui relação entre largura espectral e temporal próxima ao do pulso original, resultando em um pulso mais estreito temporalmente que o original.

5.1.1 Geração de supercontínuo a partir de fibras microestruturadas

Apesar do baixo índice de refração não linear da sílica ($n_2 = 2,6 \times 10^{-16} \text{ cm}^2/\text{W}$), fibras óticas em geral possuem um limiar para efeitos não lineares relativamente baixo. Isso pode ser uma importante desvantagem em comunicações óticas onde efeitos não lineares podem degradar significativamente a capacidade de transmitir informação do sistema. Entretanto, existe uma série de outras aplicações de fibras óticas, como a geração de supercontínuo e regeneração de pulsos, que fazem uso dessa característica [54].

Efeitos não lineares são favorecidos em fibras óticas basicamente por dois motivos: o tamanho do núcleo e o comprimento da fibra. Um núcleo pequeno e baixas perdas podem favorecer o aparecimento de não linearidades óticas. Um outro parâmetro de grande importância para o aparecimento de não linearidades óticas, é a dispersão de velocidade de grupo (GVD) na fibra dada pela equação 3.18. O caso em que $k'' > 0$ e $k'' < 0$ correspondem a dispersão normal e dispersão anômala, respectivamente. No regime de dispersão normal, comprimentos de onda maiores viajam com velocidade maiores enquanto que no regime de dispersão anômala são os comprimentos de onda menores que viajam mais rápido. Em sílica pura, $k'' = 0$ em 1310 nm.

A fim de utilizar esses efeitos não lineares de maneira vantajosa, novas fibras tem sido desenvolvidas. Fibras óticas altamente não lineares podem ser obtidas reduzindo-se a área efetiva do núcleo e aumentando o contraste entre o índice de refração do núcleo e da capa. Neste sentido a invenção das fibras microestruturadas foi de grande importância para aplicações envolvendo de efeitos não lineares.

Fibras microestruturadas ou fibras de cristal fotônico são fibras formadas por um pequeno núcleo de sílica (diâmetro da ordem de 1,5 a 2 μm) cercado por tubos de ar (figura 5.2). Esta rede de tubo de ar provoca uma alta diferença de índice de refração efetivo em relação ao núcleo, confinando a luz acoplada na fibra em um núcleo muito pequeno. Em fibras tradicionais, a diferença típica entre o índice de refração entre o núcleo e a casca é da ordem de 1,48:1,46, enquanto que para fibras microestruturadas é significativamente maior, chegando a 1,00:1,46. Esta característica e a capacidade de se produzir fibras com configurações diferentes dos buracos de ar proporcionam a possibilidade de produção de fibras com características muito particulares.

Essas fibras podem, por exemplo, ser produzidas de modo a ser *single mode* em todo o espectro da luz visível e infravermelho. Na prática, isso ocorre quando $d/\Lambda \leq 0,45$ [54], onde d é o diâmetro dos buracos e Λ é a separação entre eles. Se $d/\Lambda > 0,45$, essas fibras se comportam como *single mode* para comprimentos de

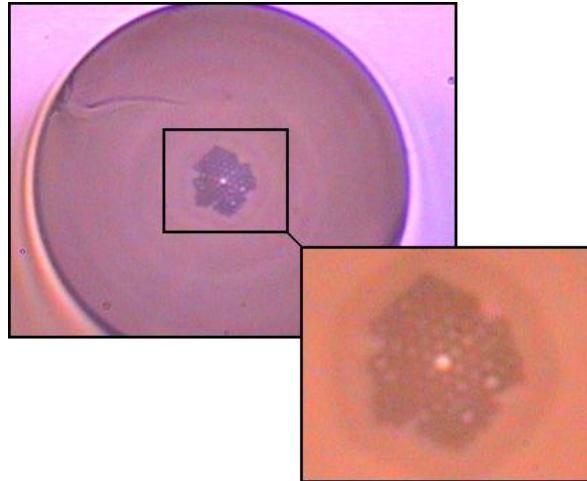


Figura 5.2: Fibra de fibra estrutura fornecida pela Lucent Technology ao grupo de Laser e Aplicações - IFGW - Unicamp (2000) [6].

onda maiores que um comprimento de onda de corte.

Outra característica importante, é que dispersão de velocidade de grupo (GVD) em fibras microestruturadas é muito diferente de fibras convencionais, nas quais a dispersão do material é o fator determinante para a dispersão total da fibra. Fibras *single mode* convencionais só vão possuir GVD anômala quando a dispersão do material for anômala, que no caso da sílica seria em comprimentos de onda superiores a $1,28 \mu\text{m}$ [55]. Em fibras microestruturadas, a dispersão depende também da configuração dos buracos ao redor do núcleo (geometria, tamanho e espaçamento entre os buracos), permitindo o desenho de fibras com dispersão normal, zero ou anômala em qualquer comprimento de onda.

Desta forma, em fibras microestruturadas, a dispersão total pode ser anômala enquanto que a fibra permanece estritamente *single mode*. Isto traz a possibilidade de produzir sólitons em qual quer comprimento de onda dentro da sintonia do laser de Ti:safira pulsado no infravermelho próximo [55]. A propagação de sólitons no núcleo permite a propagação de pulsos ultra-curtos sobre longa distâncias em fibras ópticas sem que ocorra um alargamento por dispersão.

Essas propriedades especiais das fibras microestruturadas (confinamento de alta intensidade de luz em um núcleo muito pequeno e zero de dispersão em qualquer comprimento de onda) as tornam muito adequadas para a observação de efeitos não lineares. Um dos mais impressionantes efeitos é a geração de supercontínuo a partir da propagação de pulsos ultracurtos pela fibra, devido a vários efeitos não lineares que ocorrem simultaneamente [56].

O efeito de aumento de potência acoplada na fibra aumenta efeitos como automodulação de fase (SPM), mudando a forma do pulso e fazendo com que este se estreite [55]. Outros efeitos podem aparecer, tais como espalhamento Brillouin estimulado

(SBS), espalhamento Raman estimulado, modulação de fase cruzada (XPM) ou na mistura de várias ondas e geração de novas frequências (instabilidades de modulação e processos paramétricos, tais como *four-wave mixing*). Sob potências maiores, vários desses efeitos não lineares aparecem simultaneamente produzindo muitas componentes espectrais que se estendem do ultravioleta até o infravermelho [6].

Para aplicação em áreas como metrologia de frequência, telecomunicações, compressão de pulso e espectroscopia coerente, a escolha da fibra correta e da fonte laser é crítica. No caso de sistemas de pente de frequência, onde a expansão em uma oitava óptica é necessária, lasers de femtossegundos com comprimento de onda central na região anômala da fibra são mais adequados. A potência do laser também deve ser otimizada para se obter o espectro mais largo com o menor comprimento da fibra possível. O uso de laser com comprimento de onda no regime de GVD normal de uma fibra microestruturada também produz um supercontínuo com boas propriedades de coerência, porém com menor alargamento espectral. Assim, o alargamento espectral depende criticamente da proximidade do comprimento de onda acoplado com o zero de dispersão da fibra. Uma largura ótima com um espectro plano pode ser conseguido com comprimentos de onda injetado próximo ao zero de dispersão [57].

5.1.2 Lasers de Ti:safira com espectro cobrindo uma oitava óptica

Obter uma oitava diretamente de um laser de Ti:safira parece impossível devido à limitação na curva de ganho do laser, que é de aproximadamente de 300 nm. Entretanto, nos últimos anos tem-se observado lasers de Ti:safira emitindo fora da sua região de ganho do cristal.

Existe uma certa discussão sobre as características fundamentais nesse tipo de um laser para se gerar um espectro largo. R. Ell *et al* demonstraram em 2001 [58] um laser em cavidade em anel de 65 MHz de taxa de repetição cujo espectro cobre um intervalo entre 600 e 1200 nm. Os autores atribuem o espectro largo com um cuidadoso controle de dispersão, através de espelhos de varredura especialmente desenhados e pares de prismas, e a uma lâmina de vidro colocada na cavidade. A. Bartels and H. Kurz em um artigo de 2002 [7] descrevem um laser de 1 GHz de taxa de repetição, utilizando espelhos de varredura no lugar de prismas. De acordo com os autores, o elemento chave para a geração de supercontínuo é um espelho convexo colocado na cavidade, de modo a aumentar a automodulação de amplitude do pulso intracavidade. Dispersão negativa e sem oscilação é necessária apenas na parte central do espectro. A figura 5.3 mostra o espectro obtido com este laser.

Em 2003 T. M. Fortier, David J. Jones, and S. T. Cundiff publicaram um artigo onde descrevem um laser de 88 MHz de taxa de repetição que produz diretamente um espectro que cobre uma oitava óptica [59]. Neste caso, ao contrário do que foi descrito por R. Ell, os autores dizem que não foram necessários espelhos especiais

(usaram espelhos de varredura comerciais e prismas na cavidade) ou um segundo foco dentro da cavidade.

No capítulo 6 apresentaremos os resultados do desenvolvimento de um laser de Ti:safira pulsado com espectro largo de 1 GHz de taxa de repetição desenvolvido como parte desta tese, publicados em 2006 [40]. A dispersão na cavidade é ligeiramente negativa e possui oscilações em toda extensão do espectro, chegando a ser positiva perto do pico de emissão do cristal. Neste caso, também foram utilizados espelhos de varredura comerciais.

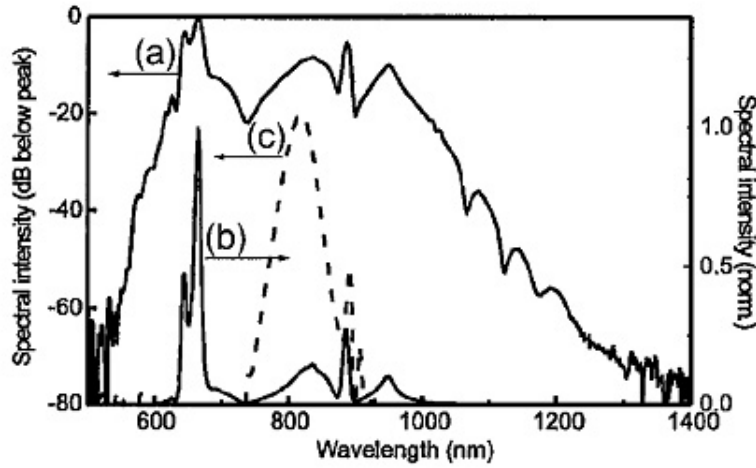


Figura 5.3: Espectro largo do laser de Ti:safira descrito na referência [7] em escala (a) logarítmica e (b) linear. O espectro de um laser típico de femtossegundos é mostrado com um deslocamento de -20 dB na curva (c).

5.2 Esquema de estabilização

Como visto nos capítulos 2 e 3, o espectro de um laser de modos travados consiste de modos (f_m) igualmente, espaçados pela taxa de repetição (f_{rep}), deslocados por uma frequência f_0 devido à diferença entre a velocidade de grupo e a de fase, de modo que a frequência do m -ésimo modo pode ser escrito como:

$$f_m = m f_{rep} + f_0, \quad (5.1)$$

onde

$$f_0 = \frac{f_{rep}}{2\pi} \Delta\varphi \quad (5.2)$$

sendo v_g é a velocidade de grupo e L é o caminho total percorrido pelo pulso dentro da cavidade do laser.

f_{rep} é medido diretamente em um fotodetector devido ao batimento de modos adjacentes do espectro:

$$f_m - f_{m-1} = mf_{rep} + f_0 - [(m-1)f_{rep} + f_0] = f_{rep}.$$

f_0 é medido a partir de um espectro supercontínuo que cobre uma oitava óptica inteira, ou seja, de uma dada frequência f_m até seu dobro f_{2m} . Comparando o segundo harmônico de frequência f_m (ou seja, $2f_m = 2mf_{rep} + 2f_0$), com $f_{2m} = 2mf_{rep} + f_0$ temos [4] (figura 5.4):

$$2f_m - f_{2m} = 2(mf_{rep} + f_0) - (2mf_{rep} + f_0) = f_0 \quad (5.3)$$

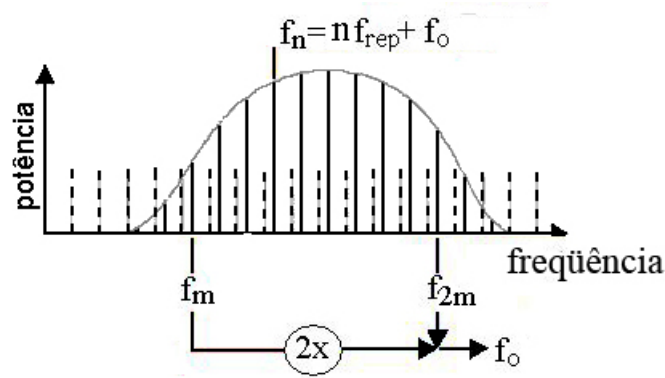


Figura 5.4: Pente de frequência cobrindo uma oitava do espectro visível. Sendo $f_m = mf_{rep} + f_0$ a frequência da m -ésima linha que está no lado infravermelho do espectro (próximo a 1100 nm), a linha correspondente a $2m$ terá frequência de $f_{2m} = 2mf_{rep} + f_0$ (em a 550 nm). Dobrando a frequência f_m e subtraindo f_{2m} , obtemos $2f_m - f_{2m} = f_0$.

A posição do pente (determinada por f_0) depende do atraso em fase, t_ϕ , e do atraso de grupo t_g e cada uma dessas quantidades depende do comprimento da cavidade. Além disso, f_0 depende do espectro da onda portadora através de $\Delta\varphi$ (equação 3.17).

Em um laser com cavidade linear e que utiliza prismas para controle de dispersão, um controle da velocidade de grupo pode ser obtido através da rotação do espelho que fica próximo ao prisma em torno do eixo vertical no braço que contém os prismas. Isto porque as diferentes componentes espectrais estão espalhadas espacialmente ao longo da superfície do espelho. A dispersão no prisma resulta em uma relação linear entre a coordenada espacial e o comprimento de onda. Assim, uma rotação no espelho provoca uma fase linear com a frequência, que é equivalente a um atraso no grupo. Para ângulos de rotação pequenos, este atraso é linear com este ângulo. O ângulo de rotação do espelho necessário para este controle é pequeno (da ordem de 10^{-4} rad) de modo que podemos considerar que a cavidade não muda de comprimento [2].

Uma outra maneira de estabilizar f_0 é controlando a potência do laser de bombeamento, que por sua vez modifica a potência do pulso circulante dentro da cavidade.

Empiricamente tem sido mostrado que esta variação na potência do pulso muda a fase entre um pulso e outro e conseqüentemente varia o valor de f_0 [2].

A figura 5.5 mostra um esquema experimental para a estabilização do laser de femtossegundos [4]. Dentro do retângulo, temos o laser de Ti:safira. O feixe infravermelho é enviado para a fibra microestruturada que expande seu espectro de forma a gerar uma oitava óptica. O feixe de saída é dividido em dois: uma parte é dirigida para um circuito que estabiliza a taxa de repetição f_{rep} ; a outra é dirigida para um interferômetro para a medida de f_0 .

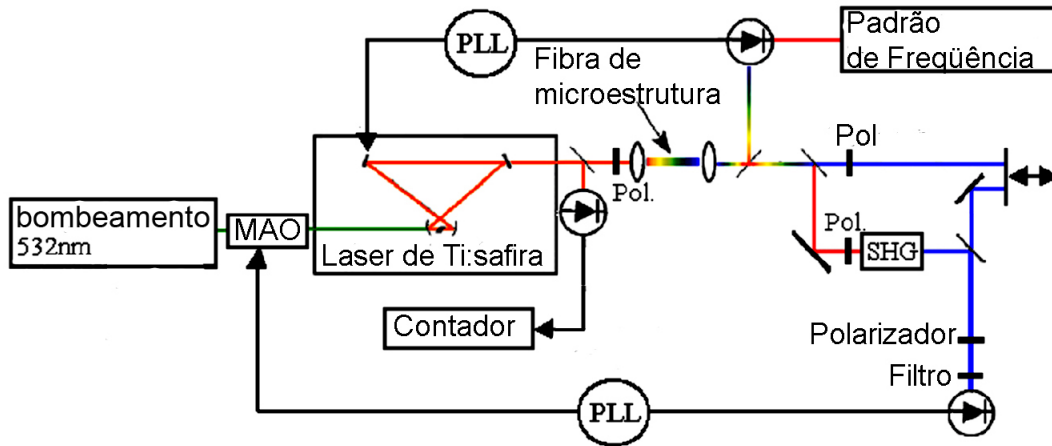


Figura 5.5: Esquema experimental para a estabilização do pente de frequência. F:filtro; MAO: modulador acústico-óptico; PLL: sistema de retro-alimentação para travamento em fase (*phase-lock loop*).

O sinal de f_{rep} obtido em um fotodetector rápido é comparado a um oscilador estável (um padrão de frequência de césio por exemplo). O sinal resultante é enviado a um sistema de retro-alimentação que ajusta o tamanho da cavidade através de um material piezzo-elétrico montado em um dos espelhos mantendo f_{rep} na frequência deste oscilador. Estabilizando f_{rep} , o espaçamento entre os modos do pente de frequência torna-se fixo.

A saída da fibra microestruturada é espectralmente dividida no interferômetro por meio de um divisor de feixe dicróico. A parte do visível (500 a 900 nm, ou seja, f_{2m}) é enviada para um dos braços. O espectro próximo ao infravermelho (900 a 1100 nm, ou seja, f_m) é dirigido ao outro braço do interferômetro que possui um cristal dobrador de frequência. O cristal é ajustado em ângulo para dobrar frequência eficientemente em 1040 nm. Os feixes dos dois caminhos, que agora possuem a mesma frequência, são então recombinados e em seguida passam por um filtro de 520 nm e são focalizados em um fotodetector. O resultado do batimento é igual a f_0 e é enviado para um conjunto de eletrônica que controla a inclinação do espelho ou a potência do feixe de bombeamento, mantendo f_0 fixo.

Capítulo 6

Resultados

Com o objetivo de implementar um pente de frequências ópticas, desenvolvemos no decorrer deste trabalho dois lasers de femtossegundos de Ti:safira, ambos com alta taxa de repetição, que utilizam espelhos de varredura em vez de prismas para compensar a dispersão intracavidade introduzida pelo cristal. A maior diferença entre estes dois lasers está no espectro gerado que é resultado da dispersão total dentro da cavidade.

Para chegar na configuração final de ambos os lasers, trabalhamos com diversos tipos de cavidades. Embora em algumas delas não tenhamos tido sucesso em obter laser em regime *mode-locked*, essas várias mudanças trouxeram novas experiências que devem ser reportadas. Faremos então um resumo das diversas cavidades utilizadas e em seguida apresentaremos os resultados obtidos com as configurações finais.

Todas as cavidades estudadas foram montadas em anel (figura 6.1), sendo os dois espelhos côncavos de raio de curvatura de $R = 3$ cm. Dependendo da quantidade de dispersão que se quer colocar na cavidade, utilizamos 2 ou 4 espelhos planos (listados no apêndice A). No início deste projeto, haviam disponíveis comercialmente apenas espelhos de varredura com GVD entre -40 fs² e -70 fs². Hoje em dia já existem espelhos com GVD de até -120 fs².

Utilizamos inicialmente um cristal de Ti:safira fino (1,8 mm de espessura e $+108$ fs² de GDV) e com alta dopagem que foi substituído posteriormente por um espesso (3 mm de espessura, $+180$ fs² de GDV) e menos dopado. Em todos os casos listados abaixo os lasers foram bombeados por um laser de Nd:YVO4 dobrado em frequência emitindo em 532 nm, que fornece até 10 W de potência (Verdi da Coherent).

Conforme foi discutido na seção 4.4, o alinhamento destes lasers é feito procurando-se uma posição do cristal e do espelho curvo E_2 onde o processo de lente Kerr é favorecido. Isso ocorre levando a cavidade à borda interna da região de estabilidade da cavidade.

1. *Cavidade em anel de quatro espelhos com GVD total de -52 fs², “Free spectral range” de 1 GHz, usando um cristal altamente dopado de*

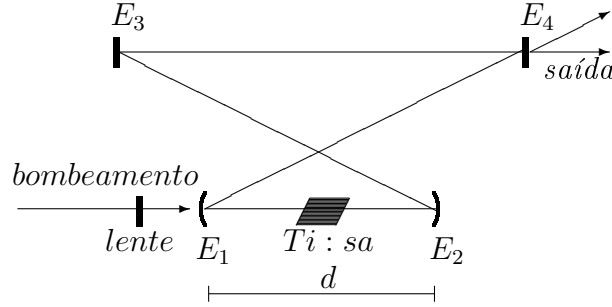


Figura 6.1: Cavidade em anel de um laser de Ti:safira. E_1 e E_2 são espelhos curvos de raio de curvatura $R = 3$ cm. E_3 e E_4 são espelhos planos, sendo que E_4 é o espelho de saída.

1,8 mm de espessura

A primeira cavidade construída é composta por 4 espelhos de varredura e um cristal com alta dopagem ($\alpha = 8,1 \text{ cm}^{-1}$) cortado em ângulo de Brewster, com espessura de 1,8 mm, conforme a figura 6.1. Os espelhos e o cristal introduzem respectivamente dispersão de velocidade de grupo (GVD) total de -160 fs^2 e 108 fs^2 ($60 \text{ fs}^2/\text{mm}$). A idéia era de construir uma cavidade mais simples, utilizando apenas 4 espelhos com um cristal mais fino que o usual. Essa cavidade foi construída com os seguintes componentes:

- Lente de entrada: 3 cm
- Cristal de Ti:safira $\Rightarrow$ 1,8 mm de espessura, 80% de absorção de laser de argônio multilinha e 75% de laser frequência única em 532 nm (Verdi)
- $E_1 \Rightarrow$ Espelho de entrada, plano-concavo, $r = 3$ cm, HR (720 - 820 nm) $> 99.9\%$, R (514 - 532 nm) $> 5\%$, $\text{GVD} = -40 \pm 20 \text{ fs}^2$
- $E_2 \Rightarrow$ plano - concavo, $r = 30$ mm, HR (670 - 1000 nm) $> 99.8\%$, $\text{GVD}(700 - 970 \text{ nm}) = -60 \pm 20 \text{ fs}^2$
- $E_3 \Rightarrow$ plano, HR (670 - 1000 nm) $> 99.8\%$, $\text{GVD} (700 - 970 \text{ nm}) = -60 \pm 20 \text{ fs}^2$
- $E_4 \Rightarrow$ Espelho de saída, plano, R (750 - 850 nm) $> 98.0 \pm 0.5\%$, $\text{GVD} < 20 \pm 20 \text{ fs}^2$

Embora a GVD total da cavidade fosse negativa, não foi possível encontrar o regime de modos travados. Devido à alta dopagem do cristal e pouca área de contato com o suporte, houve um aquecimento excessivo do cristal e, mesmo com refrigeração a água, o dissipador de calor não foi suficiente para evitar o aparecimento de lente térmica que suprimiu o efeito de lente Kerr.

As figuras 6.2 e 6.3 mostram duas curvas da potência de saída como função da potência de bombeamento e o espectro correspondente. Para ambos os casos, a

cavidade foi alinhada para maximizar a potência CW. Nas curvas (a) de ambas as figuras, a potência de saída foi medida com os dois feixes contrapropagantes que circulam na cavidade incidindo no medidor de potência. Nas curvas (b), um dos feixes foi retro-refletido para o laser, eliminando toda luz laser neste feixe, resultando em oscilação unidirecional. Nós podemos observar um baixo limiar de 380 mW, com uma potência máxima de 500 mW para 5 W de bombeamento. Esta potência relativamente baixa é atribuída a efeitos térmicos. A retro-reflexão foi feita como uma tentativa de iniciar o regime de modos travados, como descrevem as referências [60; 61]. Apesar do espectro mostrado na figura 6.3 obtido com a retro-reflexão cobrir 20 nm de largura, este regime ainda é CW. Nas configurações de cavidades testadas em que o laser entra em regime de modos travados, a retro-reflexão inibe o acoplamento dos modos e impede o início do regime de modos travados.

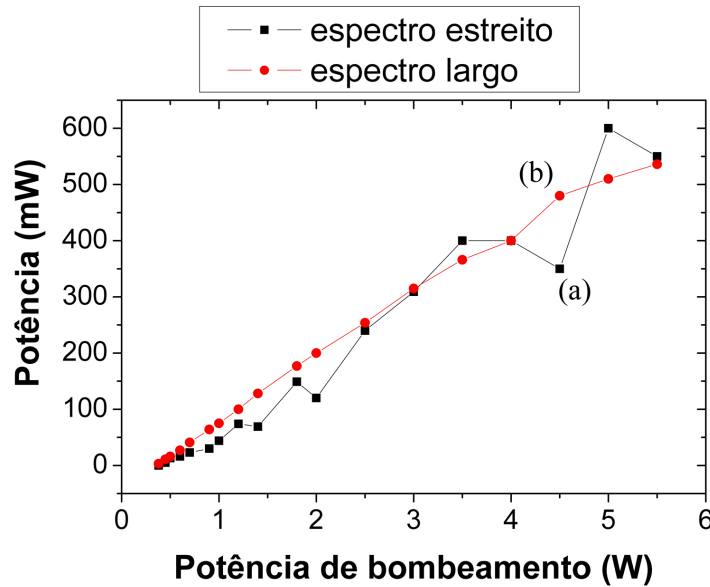


Figura 6.2: Curvas de potência correspondentes aos espectros da figura 6.3 para a cavidade de quatro espelho com cristal de 1.8 mm.

2. Cavidade de quatro espelhos com GVD total de $+20 \text{ fs}^2$, “Free spectral range” de 1 GHz, usando um cristal menos dopado de 3,0 mm de espessura.

Para evitar problemas com efeitos térmicos, trocamos o cristal pelo mais longo e menos dopado, com 3 mm de espessura e $\alpha = 4.5 \text{ cm}^{-1}$, que absorve 70% da potência do laser Verdi.

Neste caso, o cristal passou a introduzir 180 fs^2 de dispersão positiva, enquanto os espelhos ainda contribuem com -160 fs^2 . Com esta cavidade ainda não foi

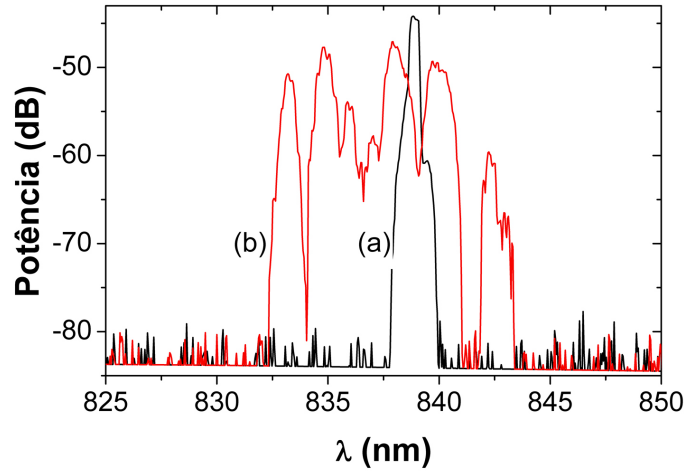


Figura 6.3: Espectros correspondentes às curvas de potências da figura 6.2 para a cavidade de quatro espelhos com cristal de 1.8 mm. Nos dois casos, o laser está em regime CW.

possível obter o regime de modos travados devido à dispersão positiva total da cavidade.

A figura 6.4 mostra um gráfico da potência de saída como função da potência de bombeamento. Neste caso ainda temos um baixo limiar de 370 mW e alta eficiência, produzindo uma potência de saída máxima de 1.5 W para 5 W de bombeamento. Nesta cavidade, não observamos qualquer efeito térmico e as oscilações mostradas na figura 6.2 (linha preta). Nós também utilizamos um espelho de saída com transmissão maior ($R(680 - 1100 \text{ nm}) > 97 \pm 3\%$). Nesse caso porém, a potência de saída decresceu para 1.10 W com 5 W de bombeamento. O baixo limiar e a alta eficiência desta cavidade para laser cw deve-se ao cristal curto e bastante dopado, cintura do feixe curta e bom casamento de modo com o laser de bombeamento [62].

3. *Cavidade de seis espelhos com GVD total de -60 fs^2 , “Free spectral range” variando de 760 MHz a 1 GHz, usando o cristal menos dopado de 3 mm de espessura.*

Para alcançar o regime de modos travados, adicionamos mais dois espelhos na cavidade, conforme mostra a figura 6.5. Variamos a taxa de repetição desta cavidade entre 760 MHz a 1 GHz, sem perder o regime de modos travados. Os espelhos utilizados foram os mesmos da cavidade listados no item 1, com exceção de M1, M2 e E5 que passaram a ser:

- M1, M2 $\Rightarrow$ Plano, HR (620 - 1030 nm) $> 99.8\%$, GVD (700 - 900 nm) =

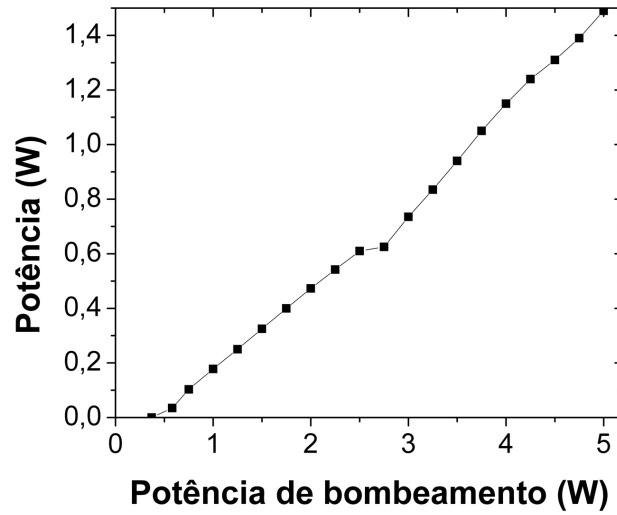


Figura 6.4: Curva de potência para a cavidade de quatro espelhos, com cristal de 3 mm.

$-70 \pm 20 \text{ fs}^2$, par com oscilação de GVD compensada¹

- E5 $\Rightarrow$ Plane, HR (620 - 1030 nm) $> 99.8\%$ (também tentamos o espelho E3 $\Rightarrow$ Plano, HR (670 - 1000 nm) $> 99.8\%$, GVD (700 - 970 nm) $= -60 \pm 20 \text{ fs}^2$, mas os resultados foram semelhantes)

Neste caso, a dispersão negativa total introduzida pelos espelhos (-240 fs^2) foi suficiente para compensar a dispersão no cristal (180 fs^2). Para laser CW, o limiar foi mais alto (720 mW) e a potência de saída máxima para 5 W de bombeamento foi menor (950 mW). Com esta cavidade, foi possível alcançar o regime de modos travados com potência de saída de 550 mW para 5 W de bombeamento. Este laser será descrito com mais detalhes na seção 6.3.

4. *Cavidade de quatro espelhos com GVD total próxima de zero, “Free spectral range” entre 1 GHz e 2,12 GHz, usando um cristal menos dopado de 3,0 mm de espessura.*

A cavidade de quatro espelhos apresentada no item 2 é particularmente interessante pois apresenta baixo limiar para laser cw e alta eficiência. Por isso, voltamos a trabalhar com esta configuração e trocamos o espelho de entrada

¹espelhos de varredura possuem GVD que oscilam com o comprimento de onda. Um par de espelho com oscilação de GVD compensada, é um conjunto de dois espelhos fabricado para que a GDV total dos oscile o mínimo possível, embora a dispersão de cada espelho continue oscilando com o comprimento de onda.

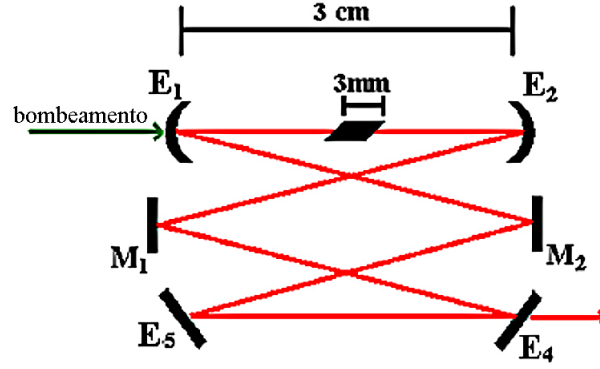


Figura 6.5: Cavidade de seis espelhos.

(com -40 fs^2) por um outro com mesmo raio de curvatura e um pouco mais de dispersão negativa² (-60 fs^2):

- $E_1 \Rightarrow$ Espelho de entrada, plano-concavo, $r = 3 \text{ cm}$, S1: $\text{AR}(0^\circ, 532 \text{ nm}) < 0.25\%$, S2: $r_2 = 30 \text{ mm}$, $\text{HR}(0^\circ, 700\text{-}900 \text{ nm}) > 99.8\% + \text{R}(0^\circ, 532\text{nm}) < 10 \%$, $\text{GVD}(770\text{-}970 \text{ nm}) = -70 \pm 20 \text{ fs}^2$.

Neste caso a GVD total da cavidade ficou ligeiramente negativa. Esta configuração produziu um laser de modos travados, com um espectro largo, cobrindo de 540 nm a 1200 nm a 20 dB abaixo do máximo. Os resultados detalhados obtidos com este laser serão discutidos na seção 6.2.

A cavidade de quatro espelhos e cristal menos dopado ($\alpha = 4.5 \text{ cm}^{-1}$) forneceu, em operação cw, um limiar de 370 mW e uma potência de saída de 1.5 W para 5 W de bombeamento em 532 nm . A performance da cavidade com o cristal mais dopado ($\alpha = 8.1 \text{ cm}^{-1}$) pode ser melhorada com um dissipador de calor mais eficiente.

A introdução de mais dois espelhos de varredura na cavidade aumentou o limiar e decresceu a potência de saída, mas isso foi necessário para compensar a GVD do cristal e alcançar o regime de modos travados.

Considerando estes resultados, uma cavidade de baixo limiar poderia ser construída com a cavidade de quatro espelhos e o cristal mais dopado e mais fino com resfriamento adequado. A combinação de espelhos de varredura e o cristal altamente dopado com cavidade mais curta é uma possibilidade atraente para um laser compacto de baixo limiar.

Desta forma, montamos dois lasers de modos travados para serem utilizados em um sistema de pente de frequências ópticas. Um deles, com a cavidade de quatro

²Cronologicamente, esta foi a última configuração montada, pois este espelho curvo com GVD de -60 fs^2 foi gentilmente emprestado por Scott Diddams (NIST - USA) depois que já havíamos trabalhado com a cavidade de seis espelhos.

espelhos, cristal de 3 mm e GVD total próxima de zero, que produz um espectro que cobre mais de 500 nm na região entre verde e infravermelho e o outro laser com seis espelhos, cristal de 3 mm e GVD total próxima de -60 fs². Os resultados obtidos com estes dois lasers serão apresentados nas próximas seções.

6.1 Taxa de repetição, estabilidade e alinhamento das cavidades

Uma das características dos lasers construídos nesta tese foi a facilidade em mudar a taxa de repetição. Como fora discutido no capítulo 2, aumentar a taxa de repetição (ou seja, a diminuir o tamanho da cavidade) é importante para aumentar a distância entre os modos do pente de frequência e a potência de cada modo. Por outro lado, o aumento da taxa de repetição implica na diminuição da intensidade de pico do pulso, minimizando os efeitos desejáveis que dependem da intensidade, o que pode prejudicar a geração de supercontínuo [35].

Como mencionado no capítulo 4, tanto o parâmetro δ (equação 4.5) como a região de estabilidade dependem dos parâmetros que definem a cavidade, inclusive do FSR. Para laser de modos travados, há dois aspectos a serem observados quando se aumenta a taxa de repetição (diminuição do tamanho da cavidade): aumento no tamanho da cintura do feixe, o que afeta o casamento de modo com o laser de bombeamento e mudança na região em que o parâmetro δ é negativo.

O capítulo 4 também descreve como o aumento do FSR aumenta a cintura do feixe infravermelho no cristal. Uma mudança de 200 MHz para 1 GHz aumenta o valor da cintura de 8 μm para cerca de 13 μm , como mostra a (figura 6.6), devendo-se ajustar o casamento de modos. Entretanto essa variação é mais sensível em cavidades menores. Para cavidades com FSR da ordem de 1 GHz, uma variação de 200 ou 300 MHz não provoca grandes mudanças na cintura do feixe.

A figura 6.7 mostra as bordas da região de estabilidade, definida na equação 4.1, para a cavidade da figura 6.1, variando o FRS, movendo-se apenas os espelhos E_3 e E_4 . Um laser cw otimizado precisa ser alinhado de forma que a cavidade permaneça sempre no centro da região de estabilidade. Para este caso, uma diminuição do FSR sem alteração na posição dos espelhos curvos eventualmente leva a cavidade para a região de instabilidade. Um laser de modos travados por sua vez deve ser alinhado próximo a região interna de estabilidade a qual não se altera com a mudança no FSR. Podemos observar também pela figura 6.8 que a mudança do tamanho da cavidade não altera significativamente o valor do parâmetro δ quando a cavidade está na borda interna da região de estabilidade. Portanto, é possível alterar a taxa de repetição de um laser pulsado sem perder as condições propícias para o regime de modos travados.

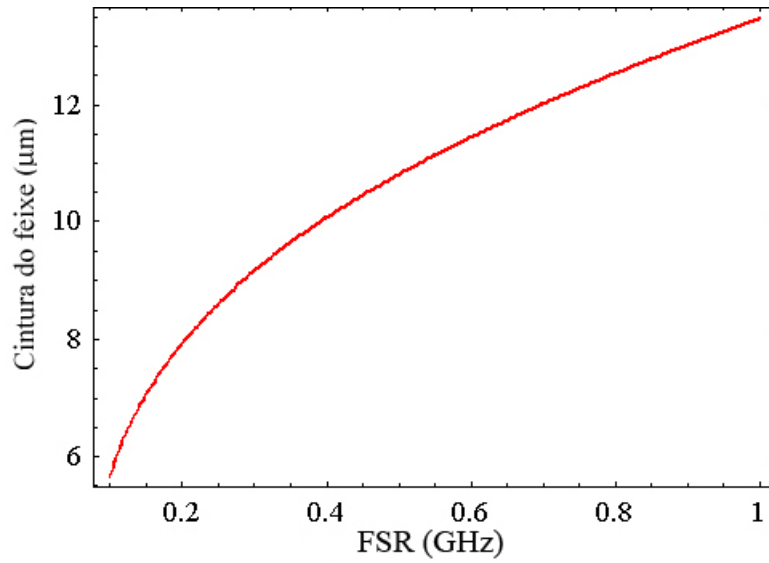


Figura 6.6: Cintura do feixe infravermelho no centro do cristal para a cavidade mostrada na figura 6.1 variando o *free spectral range* da cavidade (FSR) e mantendo a distância dos espelhos curvos em 3,3 cm.

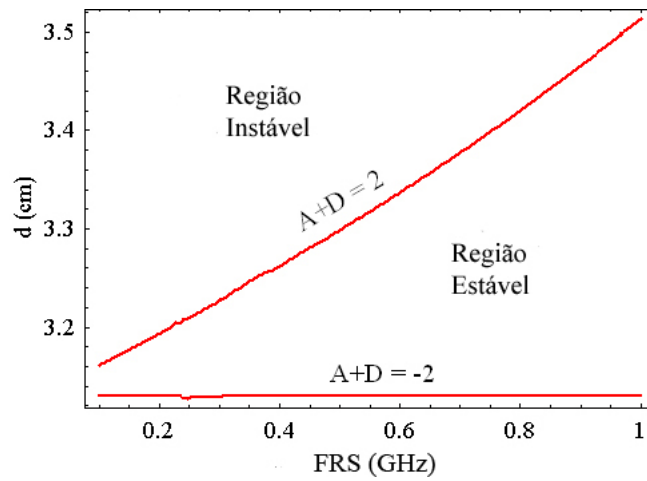


Figura 6.7: Curva de estabilidade definida na equação 4.1 para a cavidade mostrada na figura 6.1 variando o *free spectral range* da cavidade (FSR) e mantendo a distância dos espelhos curvos em 3,3 cm.

6.2 Laser com GVD próxima de zero, cavidade de quatro espelhos

O laser descrito nesta seção corresponde ao laser em cavidade em anel com quatro espelhos, mostrado na figura 6.1, composto por dois espelhos curvos (incluindo o

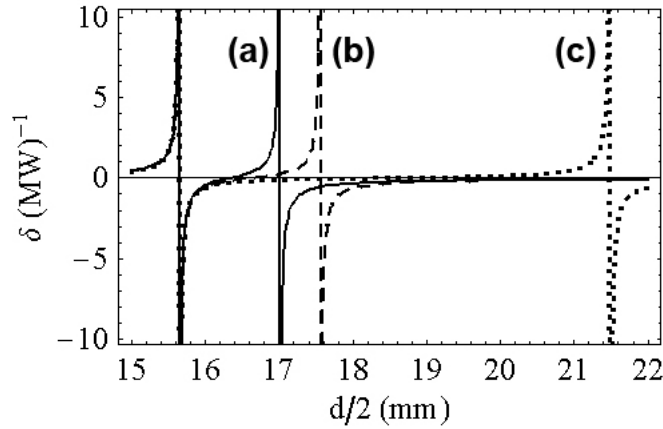


Figura 6.8: Parâmetro δ calculado para cavidade da figura 6.1 com FSR de (a) 2 GHz, (b) 1 GHz e (c) 760 MHz.

espelho de entrada) com raio de curvatura de 3 cm e banda de reflexão larga, um espelho plano que posteriormente foi trocado por um convexo de raio de curvatura de -1 m, e um espelho de saída plano com 2% de transmissão no intervalo de 730 a 870 nm. Os elementos ópticos utilizados nesta configuração foram os seguintes:

- Lente de bombeamento: 3 cm
- Cristal de Ti:safira $\Rightarrow$ 3 mm de espessura
- E1 $\Rightarrow$ Espelho de entrada, plano-côncavo, $r = 3$ cm, S1: $AR(0^\circ, 532\text{nm}) < 0.25\%$, S2: $r_2 = 30$ mm, $HR(0^\circ, 700\text{-}900\text{nm}) > 99.8\%$ + $R(0^\circ, 532\text{nm}) < 10\%$, $GVD(770\text{-}970\text{nm}) = -70 \pm 20 \text{ fs}^2$
- E2 $\Rightarrow$ plano - côncavo, $r = 30\text{mm}$, $HR(670 - 1000 \text{ nm}) > 99.8\%$, $GVD(700 - 970 \text{ nm}) = -60 \pm 20 \text{ fs}^2$
- E3 $\Rightarrow$ plano, $HR(670 - 1000\text{nm}) > 99.8\%$, $GVD(700 - 970 \text{ nm}) = -60 \pm 20 \text{ fs}^2$
ou
 $\Rightarrow$ plano-convexo, $r = 1000\text{mm}$, $HR(0^\circ, 670\text{-}1000\text{nm}) > 99.8\%$, $GVD(700\text{-}970\text{nm}) = -60 \pm 20 \text{ fs}^2$
- E4 $\Rightarrow$ Espelho de saída, plano, $R(750 - 850 \text{ nm}) > 98.0 \pm 0.5\%$, $GVD < 20 \pm 20 \text{ fs}^2$

A cavidade é similar à usada nas referências [7] e [59], porém foram utilizados espelhos diferentes e um cristal mais longo. Todos os espelhos são disponíveis comercialmente e de varredura, com exceção do espelho de saída. Em uma outra configuração, o espelho plano foi trocado por um convexo de $R = -1$ m para aumentar a auto-modulação de fase.

A figura 6.9 mostra a GVD total desta cavidade, sem o espelho de saída. A curva *a* é uma média de quatro traços obtidas por interferometria de luz branca (figura 6.10, [37]). A curva *b* é a GVD calculada fornecida pelo fabricante dos espelhos, com o espelho plano no lugar de E_3 . A curva *c* é a mesma que *b*, porém com o espelho convexo em E_3 . A curva *d* é a curva calculada para o espelho de saída, também fornecida pelo fabricante. Alguns comentários podem ser feitos sobre a figura 6.9: (1) A GVD positiva do cristal é compensada pela GVD ‘negativa introduzida pelos espelhos de varredura, sendo a dispersão total levemente negativa para certos comprimentos de onda (é sabido que GVD levemente negativa produz pulsos curtos [63; 64; 65]); (2) a compensação de oscilação não é importante para a geração de um espectro largo; e (3) a GVD chega até a ser positiva perto do pico de emissão do cristal de Ti:safira, entre 760 e 800 nm.

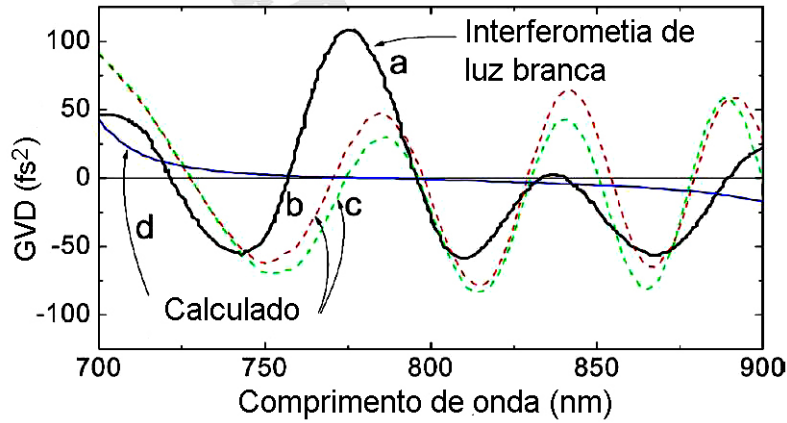


Figura 6.9: GVD total da cavidade de quatro espelhos, incluindo o cristal e excluindo o espelho de saída. Curva *a*, medida por interferometria de luz branca conforme a figura 6.10, sendo o espelho convexo no lugar de E_3 ; *b* e *c*, GVD total calculada da cavidade baseada nas curvas fornecidas pelo fabricante, sendo E_3 no primeiro caso o espelho plano e no segundo o espelho convexo, combinado com uma dispersão plana de 174 fs^2 [8] do cristal de Ti:safira de 3 mm; *d* é a GVD calculada do espelho de saída também fornecida pelo fabricante.

Para esta cavidade de quatro espelhos, usando o espelho convexo e 6 W de bombeamento, ao movermos o espelho curvo E_2 (figura 6.1) em direção ao cristal, observamos três regiões distintas perto da borda interna região de estabilidade. Na primeira, o laser oscila em regime de modos travados em uma direção da cavidade. Em uma região intermediária mais sensível ao alinhamento, o laser alterna entre as duas direções de oscilação, sem componente CW. A terceira região é semelhante à primeira, porém ele oscila na outra direção. Nós notamos que há similaridades entre esta descrição e aquela apresentada na referência [7]. As curvas (b) e (c) na figura 6.11 são os espectros típicos para a operação deste laser na primeira ou na terceira região. Estes espectros são semelhantes aos apresentados nas referências [7] e [59] e são obtidos

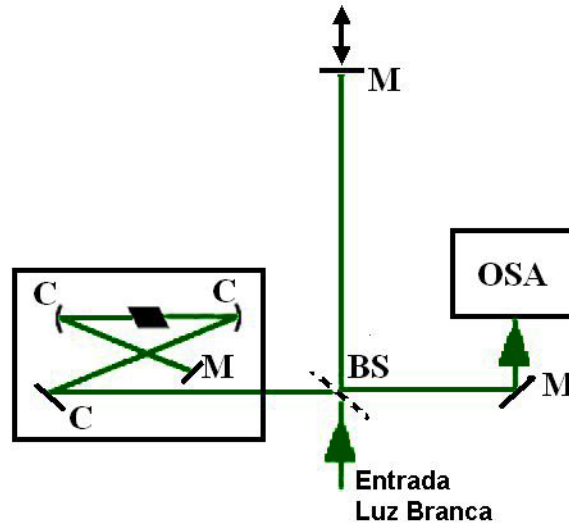


Figura 6.10: Interferômetro de luz branca utilizado para medidas de dispersão mostradas no gráfico 6.9. M: espelho metálico; BS: divisor de feixe; OSA: analisador de espectro óptico; C: espelho de varredura.

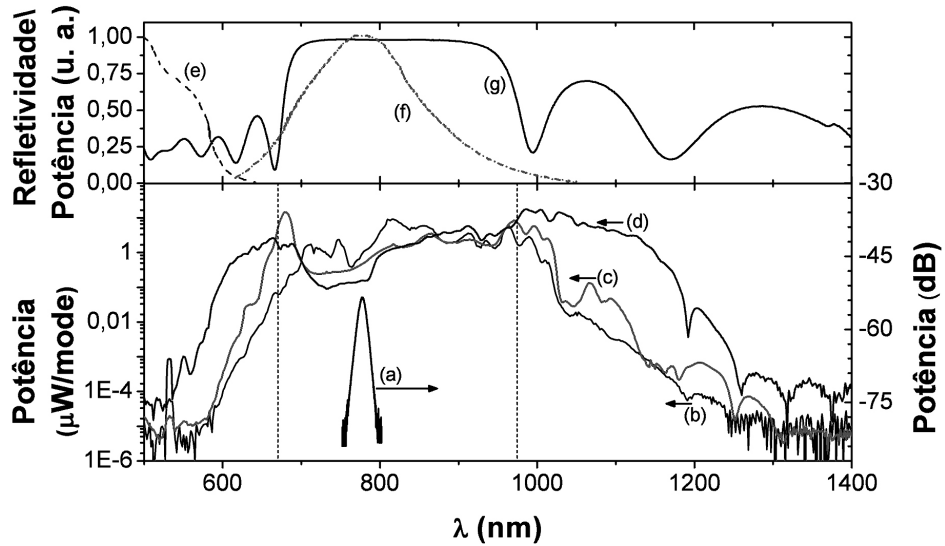


Figura 6.11: Espectro de saída para os lasers de Ti:safira de modos travados. Curva (a), laser com espectro usual, feito com cavidade em anel de seis espelhos e GVD em torno de -60 fs^2 . Curva (b), espectro obtido com a cavidade de quatro espelhos e GVD próxima de zero. (c) e (d), espectro obtido com a cavidade de quatro espelhos quando o espelho convexo é colocado no lugar do espelho plano para duas condições de alinhamento diferentes. Curvas de emissão (e) e absorção (f) do cristal de Ti:safira. (g) Reflexão do espelho de saída. Barras verticais, banda de confinamento da cavidade.

tanto com o espelho plano ou com o convexo na cavidade, mostrando que o espectro largo é obtido basicamente quando a GVD negativa total da cavidade é pequena. A curva (d) na figura 6.11 corresponde à operação na segunda região, usando o espelho convexo, o qual adiciona um alargamento maior. Não é possível afirmar que estas três regiões estão associadas ao uso do espelho convexo. Para potências abaixo de 6 W, apenas a primeira e a terceira regiões são observadas.

O espectro da curva (d) da figura 6.11 possui uma largura considerável, estendendo desde 585 a 1200 nm no nível de -20 dB do máximo em 986 nm, ou em -10 dB com respeito à potência em 800 nm. Uma vez que nas nossas medidas a direção de oscilação do laser tem sido oposta à direção do laser de bombeamento, a luz que deixa o cristal reflete no espelho de entrada é transmitida através do espelho de saída. Os picos do espectro do laser em 660, 680, and 986 nm nas curvas (c) e (d) da figura 6.11 ocorrem dentro do máximo do espectro do espelho de saída e os buracos em 1190 and 1250 nm são simplesmente devido aos mínimos de reflexão do espelho de entrada. Supondo que a luz fora da banda de confinamento da cavidade e da região de ganho do cristal de Ti:safira é gerada por passagem única no cristal, principalmente por auto-modulação de fase, um considerável aumento na potência de saída nessa região do espectro seria possível pela otimização da transmissão ou reflexão dos espelhos de entrada e saída.

Se o espectro da curva (d) na figura 6.11 é corrigido pela refletividade dos espelhos de saída e de entrada (6.11, curvas (e) e (f)), nós obtemos o espectro intracavidade. Definindo a banda de confinamento da cavidade entre 685 e 960 nm, correspondendo aos pontos onde a transmissão do espelho de saída cai em 20% (linhas verticais na figura 6.11), integramos o espectro intracavidade para calcular a porcentagem total de potência gerada fora da banda da cavidade (ou seja, por passagem única no cristal). Obtivemos que 17% da potência intracavidade é gerada por passagem única no cristal. Esta fração aumenta para 75% quando consideramos a potência disponível fora da cavidade. A maioria desta potência está na região do infravermelho entre 960 e 1200 nm. É possível que os espelhos de varredura com banda larga, onde a banda de reflexão e a dispersão negativa alcançam 990 nm e o foco pequeno em um cristal relativamente longo tenham um papel importante no aumento da potência gerada no infravermelho.

Também foi utilizado um espelho com transmissão reduzida para 1% sobre a mesma extensão espectral. Neste caso, a potência de saída foi basicamente a mesma e o espectro ficou ligeiramente mais estreito. Usando uma fibra microestruturada previamente usada para a geração de supercontinuo com o laser de seis espelhos não observamos alteração no espectro.

A figura 6.12 mostra a curva de potência para esta cavidade. A curva (a) é referente a cavidade otimizada para operação CW, alinhada no centro da sua região de estabilidade. A alta eficiência de 32% (1.5 W para 5 W de bombeamento) e o baixo limiar (350 mW) são consequência do desenho compacto com cintura do feixe dentro do cristal pequena. A curva (b) corresponde ao espectro da curva (c) na figura 6.11,

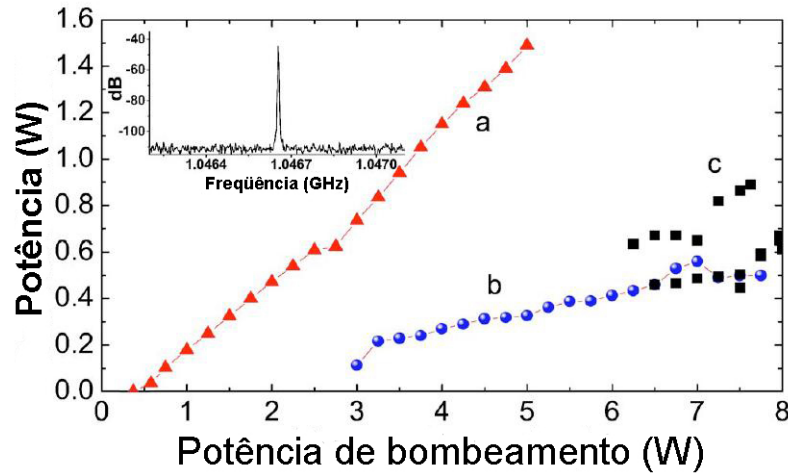


Figura 6.12: Potência de saída do laser para a cavidade de quatro espelhos. Curva (a), operação cw; (b), regime de modos travados correspondente à curva (c) da figura 6.11; (d), operação em regime de modos travados correspondente à curva (d) da figura 6.11. Gráfico pequeno, batimento correspondente à taxa de repetição do laser.

obtido na primeira região discutida acima. Foi obtida uma eficiência de 7% (330 mW e 560 mW para 5 W e 7 W de bombeamento, respectivamente) e um limiar próximo de 3 W para o regime de modos travados. Embora oscilação CW possa ocorrer para potências de bombeamento abaixo de 3 W, isto não é observado para potências de bombeamento maiores. As Curvas (a), (b) e (c) da figura 6.11 foram obtidas com 5 W de bombeamento, e a curva (d) com 8 W. Entretanto, não há variação significativa no espectro com a variação da potência de bombeamento. A curva (c) na figura 6.12 corresponde ao maior espectro obtido (curva d, figura 6.12), correspondente à segunda região discutida acima. Esta curva mostra um regime biestável semelhante à histerese com a potência mudando algumas vezes descontinuamente e de maneira que depende se a potência de bombeamento está aumentando ou decrescendo. Mudando somente a potência de bombeamento, podemos observar duas potências de saída para a mesma potência de bombeamento. Entretanto, neste caso, obtemos regime de modos travados com bombeamento maior que 6W.

As figuras 6.13 mostram fotografias do feixe do laser de quatro espelhos. As figuras (a) e (b) correspondem respectivamente aos feixes que oscilam na cavidade na direção contrária e na mesma direção do feixe de bombeamento. A diferença entre os dois feixes é gritante. No primeiro caso, o feixe tem um formato quase que elíptico alongado na vertical. O outro feixe tem um formato alongado para a horizontal. Outra diferença é a divergência dos feixes. O primeiro possui um tamanho da ordem de 1 a 2 mm de largura/altura a uma distância de 30 cm do espelho de saída. O segundo possui largura da ordem de 7 mm nesta mesma distância.

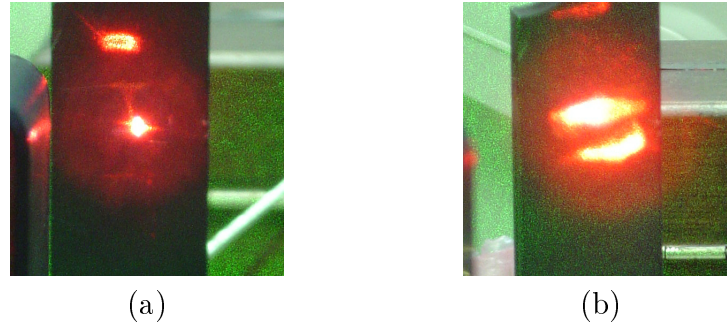


Figura 6.13: Perfil do feixe do laser de 4 espelhos em regime de modos travados para o feixe circulando (a) na direção contrária e (b) na mesma direção que o laser de bombeamento.

Nesta cavidade também mudamos a taxa de repetição de 1 GHz até 2,12 GHz em 15 passos intermediários. Havia dúvida se isso seria possível, pois quando se aumenta a taxa de repetição, diminui-se a intensidade de pico do pulso e isso poderia diminuir o efeito de lente Kerr. Alguns dos espectros obtidos e as correspondentes potências alcançadas são mostradas nas figuras 6.14 e 6.15. O aumento da taxa de repetição não mudou sensivelmente o formato do espectro. A mudança da potência apresentada ao variar f_{rep} deve-se basicamente a mudanças produzidas no alinhamento dos espelhos, não sendo necessariamente um valor otimizado.

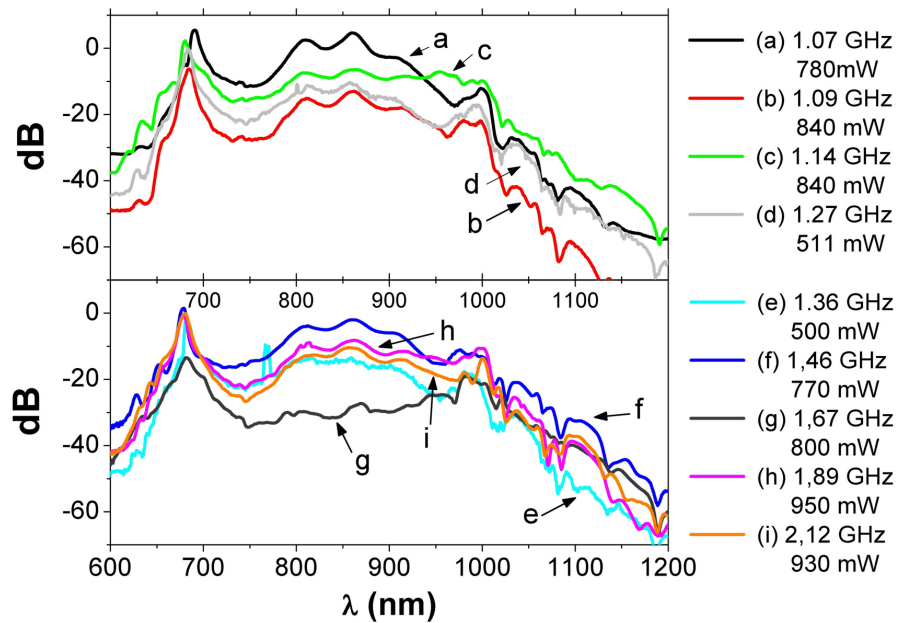


Figura 6.14: Espectros obtidos ao aumentar gradativamente a taxa de repetição do laser de 4 espelhos, de 1 GHz para 2,12 GHz.

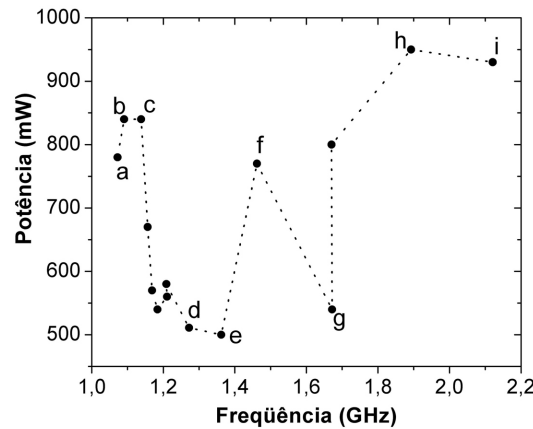


Figura 6.15: Potência obtida vs. taxa de repetição do laser de quatro espelhos. Os pontos assinalados com letras correspondem aos espectros mostrados na figura 6.14.

O aumento da taxa de repetição para 2,12 GHz, não mudou sensivelmente o limiar para laser de modos travados, sendo agora de 3,5 W de bombeamento (figura 6.16). Porém a eficiência parece ter aumentado, produzindo agora cerca de 950 mW, sem o comportamento de biestabilidade apresentado pela cavidade nas condições descrita para a figura 6.12. Embora cavidades pequenas tenham a tendência de apresentar eficiências maiores, a melhora na curva de potência neste caso pode ter sido decorrência apenas de um alinhamento diferente dos espelhos curvos, cristal e lente de entrada. Em lasers de modos travados, que são sensíveis a esses parâmetros e apresentam dependência não linear de vários fatores, não é trivial identificar e separar a contribuição de cada elemento em seu comportamento. Entretanto, devido ao fato da potência não ter variado de forma constante com o aumento da taxa de repetição (figura 6.15) é mais provável que essa melhora tenha ocorrido por um melhor alinhamento da cavidade e não pela diminuição de seu tamanho.

O espectro desse laser também não muda sensivelmente com a mudança na potência de bombeamento, conforme mostra a figura 6.17. Isso indica que, a partir de um certo limiar de potência intracavidade, os efeitos que geram o acoplamento dos modos (lente Kerr) e provocam o alargamento do espectro dependem (e de maneira crítica) de dois fatores principais: (1) a dispersão total da cavidade estar próxima de zero e (2) configuração da cavidade ser tal que $\delta < 0$ (equação 4.5), que é ajustado pela posição relativa entre os espelhos curvos e o cristal e pela compensação de astigmatismo.

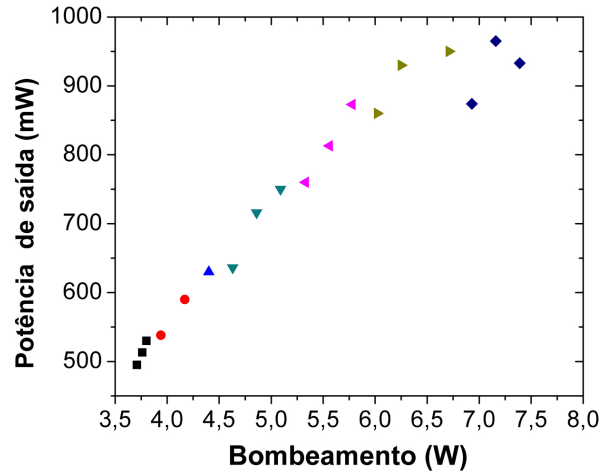


Figura 6.16: Curva de potência para o laser com taxa de repetição de 2,12 GHz. Ao variar a potência de bombeamento, eventualmente o laser perde o acoplamento dos modos, sendo necessário movimentar ligeiramente um dos espelhos curvos. Nesta figura, a mudança no símbolo significa que esse ajuste foi necessário.

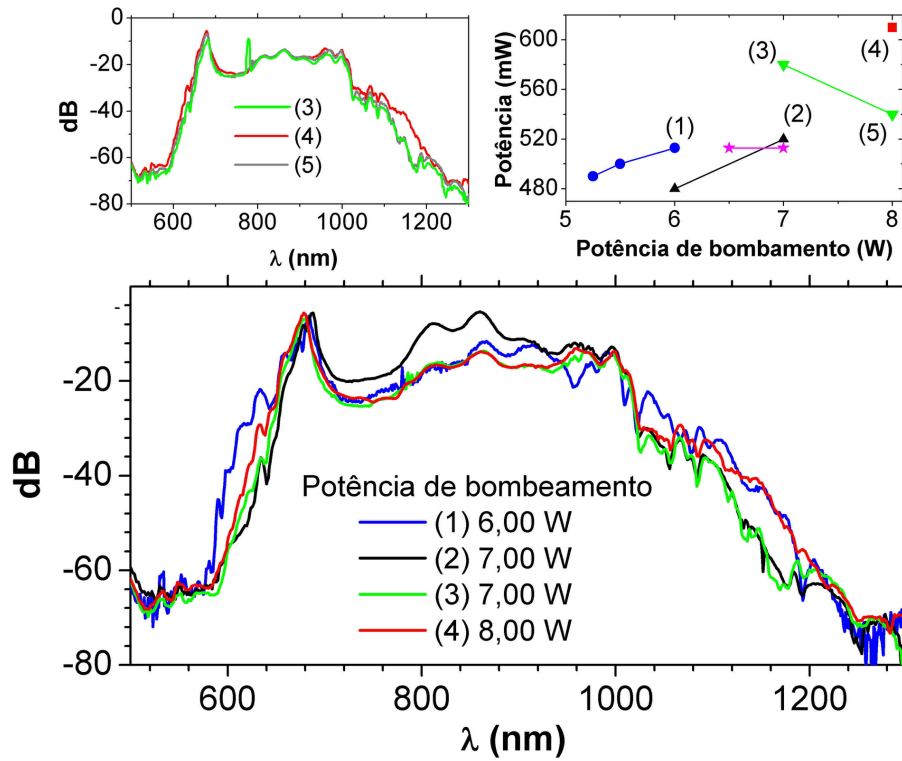


Figura 6.17: Correspondência entre espectros do laser e potência de bombeamento para o laser de 4 espelhos com 1 GHz de taxa de repetição.

6.3 Laser com GVD negativa, cavidade de seis espelhos

O laser de cavidade de seis espelhos foi construído em duas configurações de espelhos, ambas com dispersão negativa e que produziram resultados semelhantes. As duas configurações são apresentadas na tabela 6.1, tendo como base a figura 6.5. Por possuir dispersão total intracavidade bastante negativa (-60 fs^2), o espectro produzido com este laser cobre no máximo poucas dezenas de nm, sendo necessário o uso de fibra microestruturada para produzir um espectro de uma oitava óptica.

Espelhos	Configuração 1 GVD	Configuração 2 GVD
E_1 , Curvo, $R=3\text{cm}$	40fs^2	40fs^2
E_2 , Curvo, $R=3\text{cm}$	60fs^2	-
E_3 , Plano	60fs^2	60fs^2
E_4 , Espelho de saída $T=2\%$	$< 20\text{fs}^2$	$< 20\text{fs}^2$
M_1 e M_1 , espelhos com compensação de oscilação de GVD	70fs^2	70fs^2

Tabela 6.1: Configuração da cavidade de seis espelhos (figura 6.5). O espelho E_2 da segunda configuração não possui GVD fornecida pelo fabricante.

De forma análoga ao que acontece com o laser de 4 espelhos, a posição do cristal em relação aos espelhos curvos também é fundamental para o regime de operação do laser. Entretanto, o comportamento observado para ambos os lasers é sensivelmente diferente. Assim como no laser de 4 espelhos, existe apenas uma pequena região ($0,86 \text{ mm}$ de largura) em que podemos mover o cristal em relação aos espelhos curvos onde o laser entra em regime de modos travados. Entretanto, neste caso a oscilação do laser em uma ou outra direção ocorre de maneira mais ou menos aleatória. A posição do espelho curvo muda o espectro do laser e a quantidade de "chirping", implicando em diferentes formatos do pulso no domínio temporal.

A figura 6.18 mostra os gráficos do formato do pulso no domínio temporal ((a), (c) e (e)) e os respectivos espectros ((b), (d) e (f)) obtidos por um FROG [39]. As três situações correspondem a diferentes posições do cristal em relação ao espelho curvo de entrada, cobrindo toda a região onde o laser entra em regime de modos travados: (a) e (b), cristal no limite dessa região mais próximo do espelho de entrada (E_1 , figura 6.5); (c) e (d), cristal deslocado em $0,12 \text{ mm}$ em direção ao espelho E_2 ; (e) e (f), cristal deslocado em $0,86 \text{ mm}$ em relação a posição em (a) e (b), em direção ao espelho E_2 . Quanto mais próximo o cristal está do espelho de entrada, mais largo é o espectro. Além disso, temos a formação de um segundo pulso no domínio temporal. Quando afastamos o cristal deste espelho, um dos picos tende a desaparecer e o espectro tende a ficar mais fino, porém mais simétrico. Esses dados também nos

mostram que podemos mover o cristal dentro de uma distância de apenas 0,86 mm sem sair da região onde o laser entra em regime de modos travados, o que indica como o alinhamento deste laser é crítico.

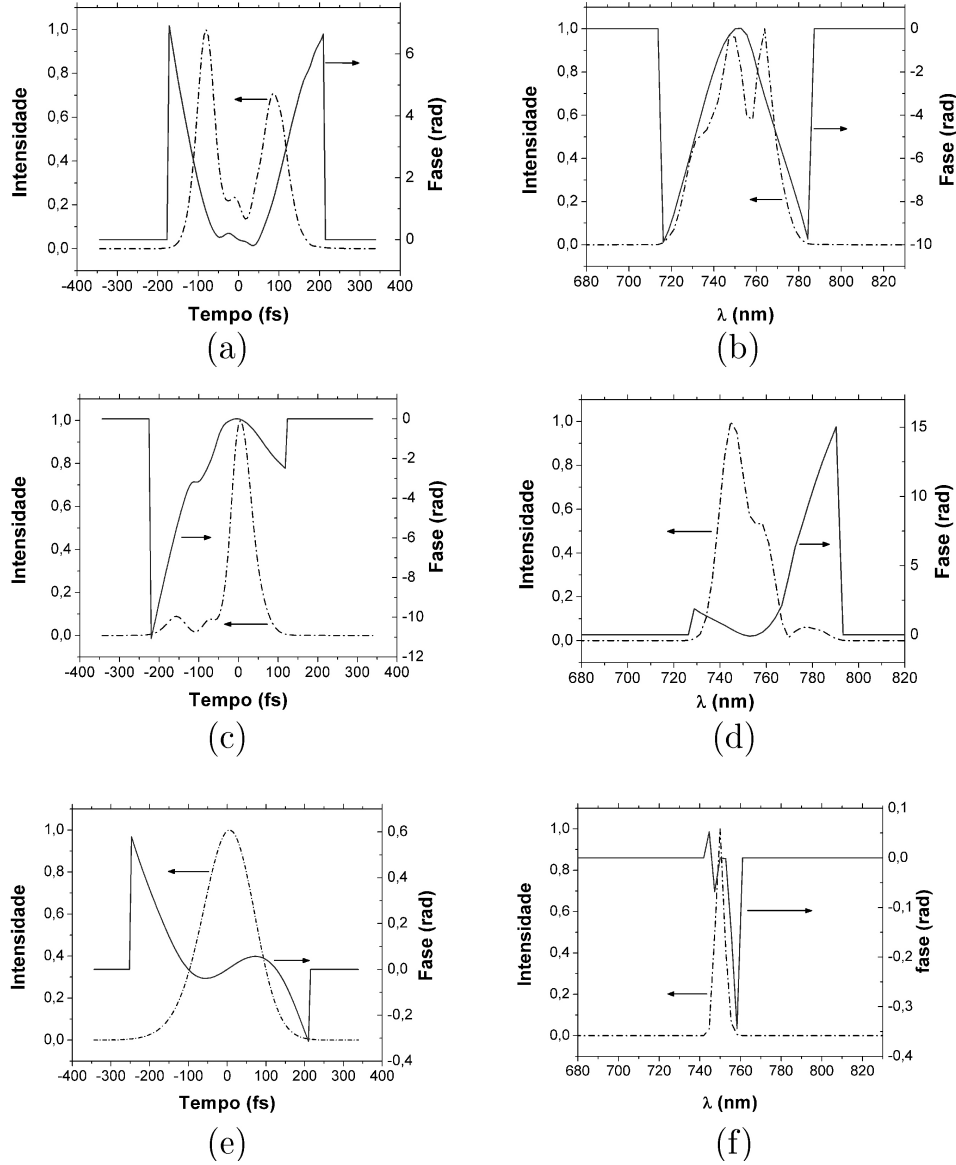


Figura 6.18: Formato do pulso e fase temporal ((a), (c) e (e)) e espectro ((b), (d) e (f)) do laser de 6 espelhos, para três posições do cristal, cobrindo toda a região em que o laser pode entrar em regime de modos travados: (a) e (b), cristal no limite dessa região mais próximo do espelho de entrada (E_1 , figura 6.5); (c) e (d), cristal deslocado em 0,12 mm em direção ao espelho E_2 ; (e) e (f), cristal deslocado em 0,86 mm em relação a posição em (a) e (b), em direção ao espelho E_2 .

Os gráficos dos espectros mostrados na figura 6.18, calculados através do formato do pulso medido, assemelham-se muito ao que é obtido com um analisador de espectro óptico (OSA), figura 6.19. A curva em linha sólida refere-se a um espectro correspondente à formação de dois pulsos, conforme mostram as figuras 6.18 (a) e (b) e a curva em linha tracejada representa a formação de um único pulso com largura a meia altura de aproximadamente 150 fs, conforme mostra a figura 6.18 (e) e (f). Neste último caso, o regime de modos travados é mais sensível a desalinhamento e a retroalimentação óptica e exige um cuidado maior principalmente no ajuste dos ângulos dos espelhos curvos. Apesar disso e de possuir a menor largura espectral, esta situação é a mais desejada, pois toda a intensidade está concentrada em um único pulso.

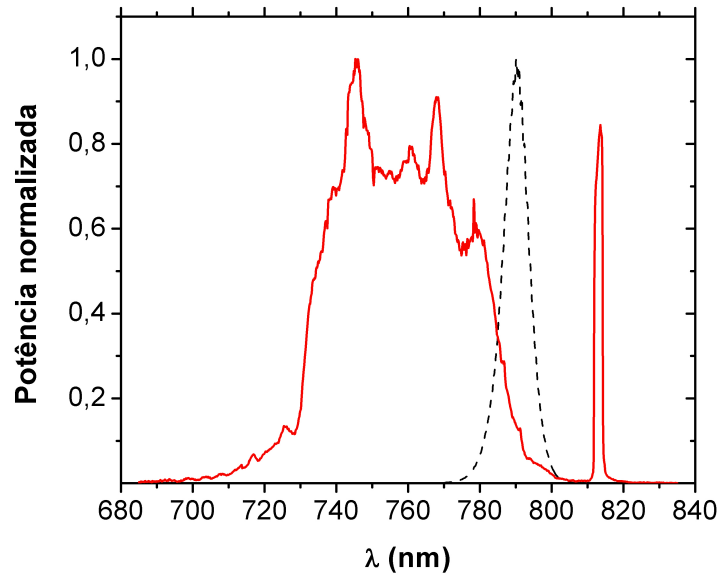


Figura 6.19: Espectros obtidos para diferentes posições do cristal para o laser de seis espelhos. Curva tracejada possui largura a meia altura de 8 nm.

O perfil espacial de ambos os lasers também muda sensivelmente. As figuras 6.20 são fotografias do perfil do laser de seis espelhos em três condições: (a) os dois feixes circulantes na cavidade quando o laser encontra-se em regime cw. Ambos os feixes ficam ligeiramente alongados pois a cavidade encontra-se próxima a borda da região de estabilidade. No centro desta região, o formato do feixe é circular; (b) e (c) laser em regime de modos travados, oscilando na mesma direção (b) e na direção contrária (c) ao laser de bombeamento. Diferentemente do que ocorre com o laser de quatro espelhos (figura 6.13), o feixe do laser em regime de modos travados torna-se bem circular, embora apresente também uma “coroa vermelha” em torno do feixe central.

Estas figuras correspondem à mesma situação de alinhamento que as figuras 6.18 (a) e (b). Quando levamos o laser para a situação das figuras 6.18 (c) e (d), esta “coroa vermelha” desaparece e ficamos com um feixe bem circular. De maneira semelhante ao laser de 4 espelhos, o feixe na direção do laser de bombeamento possui diâmetro maior que o feixe na direção contrária. A 30 cm do espelho de saída, o feixe na direção do laser de bombeamento possui diâmetro entre 1 e 1,5 mm de diâmetro, enquanto o feixe na direção contrária apresenta diâmetro menor que 1 mm. Isso se deve ao fato que o cristal não está em uma posição simétrica em relação aos espelhos curvos.

A coloração e o formato dos feixes em regime de modos travados e cw (cw com cavidade alinhada para o regime de modos travados) são fatores importantes para o alinhamento da cavidade. Estes parâmetros indicam quando a cavidade do laser está em um alinhamento bom para regime de modos travados, próximo ou longe desta condição. Em um laser cw, a otimização do laser é feita observando a potência de saída. Quanto mais alta a potência, melhor o alinhamento. Em lasers de modos travados, alta potência não significa necessariamente bom alinhamento. Neste caso, deve-se primeiramente mudar os parâmetros da cavidade observando-se o formato e coloração do feixe e/ou o espectro em um analisador de espectro óptico e/ou o pulso em um autocorrelador e, por último, a potência. Estes indicadores, são mais qualitativos do que quantitativos, implicando em uma maior dificuldade na otimização de um laser de modos travados do que de um laser cw.

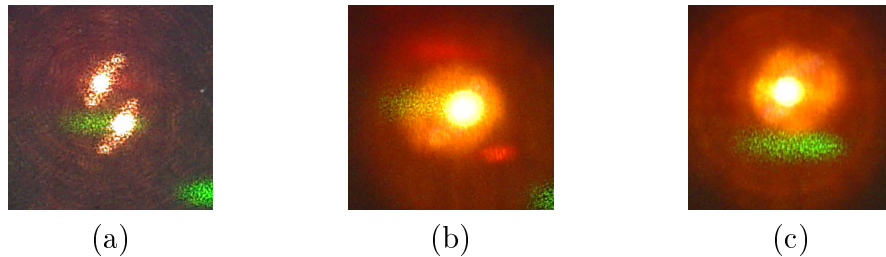


Figura 6.20: Perfil espacial para o laser de seis espelhos, onde (a) laser cw, cada um dos traços representam uma direção de propagação do laser; (b) propagação do laser na mesma direção que o laser de bombeio, em regime de modos travados; (c) propagação no outro sentido, em regime de modos travados.

A figura 6.21 mostra a curva de potência para o laser de seis espelhos. A curva (a) refere-se ao laser em operação cw, porém com a cavidade alinhada na borda da região de estabilidade; as curvas (b) e (c) referem-se respectivamente ao laser em operação pulsada, com o feixe oscilando na cavidade na direção contrária e na mesma direção que o laser de bombeamento, respectivamente. Nesta figura, observa-se que o laser possui um limiar em torno de 700 mW para o regime de modos travados. A potência do laser em regime de modos travados cai consideravelmente em relação ao regime cw. Os picos da curva (b) ocorrem devido ao fato de que, ao variarmos a potência de bombeamento, algumas vezes o laser sai do regime de modos travados,

sendo necessário fazer pequenos ajustes no espelho curvo E_2 , figura 6.5. As setas nesta figura indicam os pontos onde isso ocorreu. O mesmo acontece com a curva (c). Porém, neste caso, a transição entre cada parte da curva é mais suave.

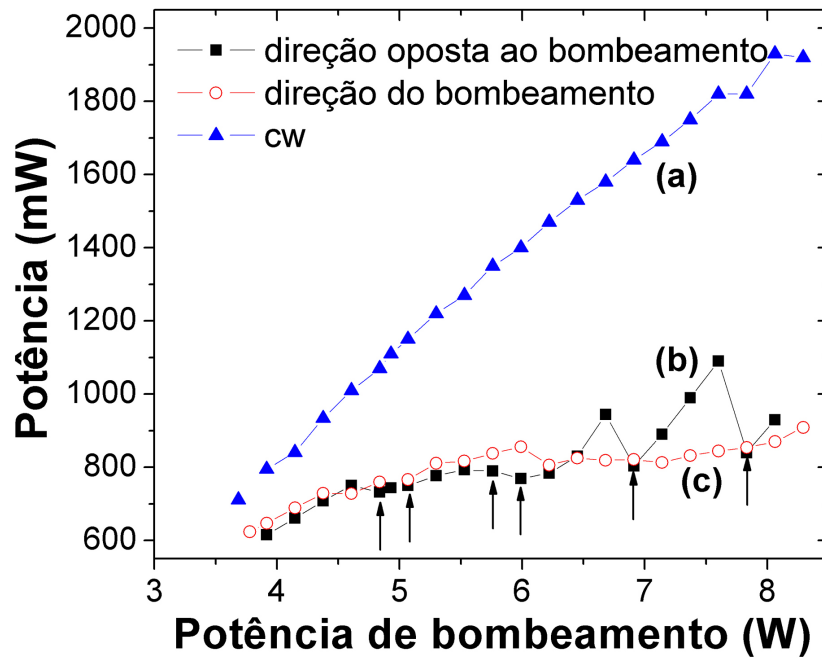


Figura 6.21: Curva de potência para o laser de seis espelhos. Curva (a): laser em operação cw, porém com a cavidade alinhada na borda da região de estabilidade; curvas (b): laser em operação pulsada, com o feixe oscilando na cavidade na direção contrária ao laser de bombeamento; curvas (c): o mesmo que a curva (b), porém na mesma direção que o laser de bombeamento.

6.4 Geração de supercontínuo com laser e fibra

Para gerarmos o supercontínuo com a fibra microestruturada, utilizamos o laser de seis espelhos e duas fibras distintas. Nesta seção mostraremos alguns resultados obtidos com este laser e ambas as fibras para aumentar a largura do supercontínuo. Os aspectos mais importantes que influenciam na largura deste espectro são:

1. largura inicial do espectro do laser
2. comprimento de onda central do laser

3. formato do pulso
4. potência do laser incidente
5. taxa de repetição do laser
6. zero de dispersão da fibra
7. diâmetro do núcleo central da fibra
8. comprimento da fibra
9. acoplamento da luz incidente (lentes de acoplamento)
10. polarização do laser

Observamos que os cinco primeiros itens referem-se a características do laser e implicam na necessidade de modificar seu alinhamento para otimizar a largura do supercontínuo. Os itens 1, 3, 4 e 5 estão relacionados com a intensidade de pico do laser. Uma maior intensidade em uma região muito pequena (item 7 e 8) aumenta os efeitos não lineares na fibra. Os itens 1, 2 e 6 estão relacionados à dispersão que o pulso sofre ao propagar na fibra. Em geral, fibras microestruturadas usadas em sistemas de pente de frequências possuem dispersão positiva para comprimentos de onda na região do visível, dispersão nula em algum ponto na região do infravermelho próximo e negativa para comprimento de onda maiores. Na região em que essa dispersão for positiva, o pulso pode se alargar antes de gerar frequências adicionais.

Neste trabalho estudamos o uso de duas fibras microestruturadas comerciais. Uma da Blaze Photonics, com 15 cm de comprimento, zero de dispersão em 735 nm e diâmetro do núcleo central de 2,0 μm (fibra 1) e outra da Lucent Technology, com 1 m de comprimento, zero de dispersão em 767 nm e diâmetro do núcleo central de 1,7 μm (fibra 2, figura 6.22). A tabela 6.2 resume as características de cada fibra.

	Fibra 1	Fibra 2
Fabricante	Blaze Photonics	Lucent Technology
Comprimento	15 cm	1 m
Zero de dispersão	735 nm	767 nm
Diâmetro do núcleo	2,0 μm	1,7 μm

Tabela 6.2: Dados das fibras microestruturadas utilizadas para a geração de supercontínuo.

Na figura 6.24, temos dois espectros gerados pela fibra microestruturada 2 descrita na tabela 6.2. No primeiro (gráfico (a)) o espectro gerado pelo laser é centrado em 760 nm e possui cerca de 40 nm de largura. No segundo caso (gráfico (b)), o espectro gerado pelo laser é centrado em 789 nm e possui cerca de 10 nm de largura. Apesar do

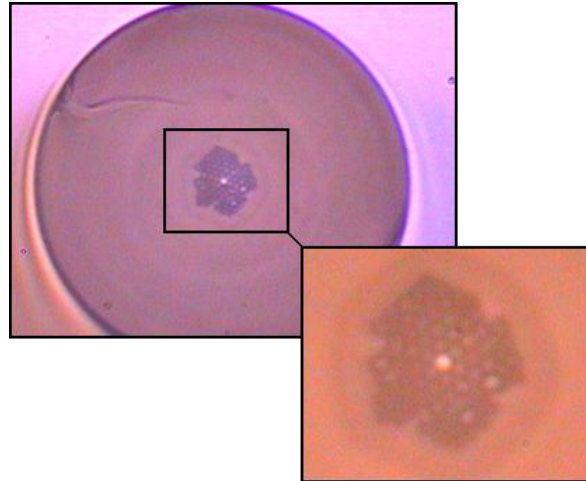


Figura 6.22: Fotografia da seção reta da fibra microestruturada da Lucent Technology. Foto tirada no departamento de Eletrônica Quântica (2003).

espectro do laser do gráfico (a) possuir uma largura maior em comprimento de onda, dando a impressão de uma largura menor no espaço temporal e, em consequência, um intensidade de pico maior, o espectro gerado na fibra por este laser atingiu apenas 1050 nm, enquanto que o espectro do laser apresentado no gráfico (b) atingiu 1100 nm na região do infravermelho. Existem dois fatores que podem implicar na maior eficiência no caso do espectro apresentado do gráfico (b). O primeiro deles é o formato do pulso. De acordo com os dados apresentados na figura 6.18, o pulso do caso (b) por ser mais simétrico no espaço de frequência deve ser formado por apenas um único pulso no domínio de tempo. No caso (a) por sua vez, o pulso deve ser formado por dois picos. Assim, a energia do pulso é dividida em dois, proporcionando uma intensidade de pico efetiva menor. Outro fator importante, é que o laser do caso (b) possui comprimento de onda central (789 nm) na região de dispersão anômala da fibra, enquanto que em (a) o comprimento de onda (760 nm) estava próximo ao seu zero de dispersão (767 nm), porém na região de dispersão normal.

A figura 6.23 mostra o espectro obtido com a fibra 2, tabela 6.2, para diferentes taxas de repetição do laser. Nós verificamos experimentalmente que a diminuição da taxa de repetição implica no alargamento do espectro. Isso ocorre simplesmente porque, para a mesma potência média do feixe, a diminuição da taxa de repetição aumenta a intensidade de pico do pulso, aumentando os efeitos não lineares.

Curiosamente, o espectro do laser de 4 espelhos e espectro largo, descrito na seção 6.2, não sofre nenhuma mudança ao passar pela fibra (figura 6.26). Assim como ocorre com o laser de seis espelhos nos casos apresentados na figura 6.18, seu espectro largo pode representar múltiplos pulsos no domínio temporal. Isso significa que a intensidade de pico de cada um dos pulsos seria muito pequena em relação ao que seria se toda a potência estivesse concentrada em um único pulso. Outro problema é

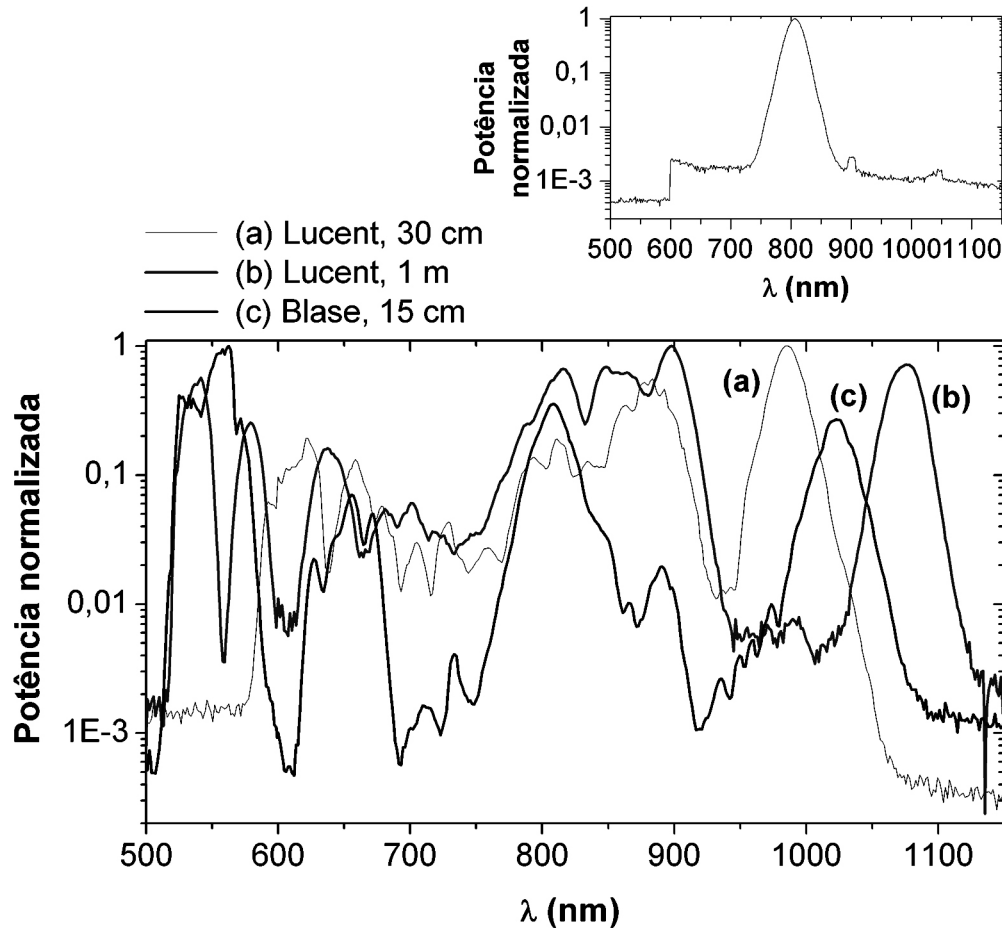


Figura 6.23: Espectros obtidos com um laser comercial centrado em 806 nm com largura a meia altura de 26 nm (espectro apresentado do gráfico menor) para as fibras descritas na tabela 6.2: curva (a): fibra 1, porém com 30 m de comprimento; curva (b), fibra 1, 1 m de comprimento; curva (c), fibra 2, 15 cm de comprimento.

que uma grande parte do espectro deste laser encontra-se na região onde a dispersão da fibra é positiva, fazendo com que o pulso se alargue rapidamente.

Cada um dos sistemas discutidos aqui, ou seja, o laser com espectro largo e o laser com espectro expandido pela fibra de microestrutura, possuem características próprias que torna interessante o desenvolvimento de ambos. A figura 6.27 mostra a comparação do supercontínuo gerado pela fibra microestruturada e o laser de seis espelhos apresentado na seção 6.3 e o espectro largo produzido diretamente pelo laser de quatro espelhos apresentado na seção 6.2. A curva (a) mostra o espectro

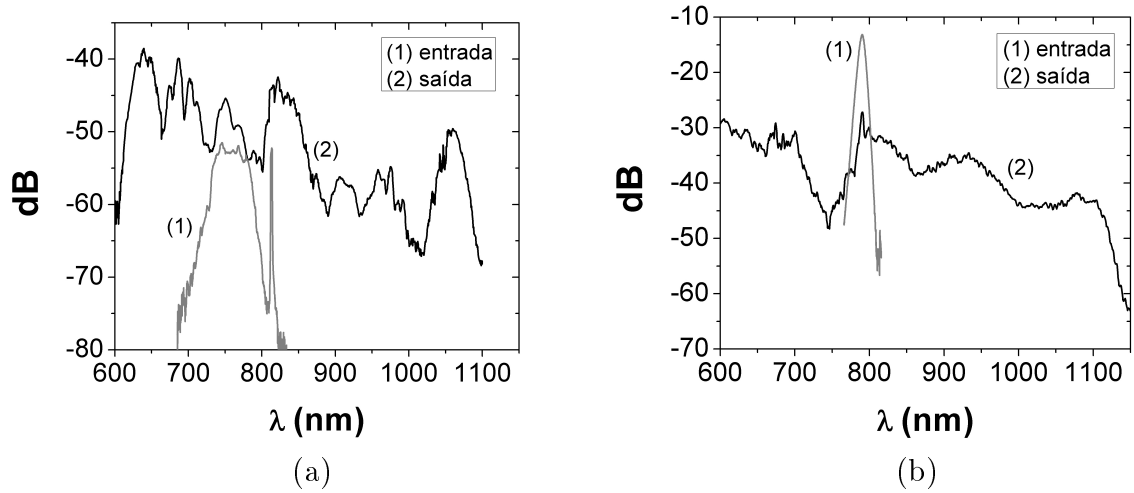


Figura 6.24: Supercontínuo gerado por dois espectros diferentes do mesmo laser, gerados pela fibra microestruturada 2 descrita na tabela 6.2. Gráfico (a): potência incidente na fibra = 700 mW, potência saindo da fibra = 280 mW, comprimento de onda central do laser = 760 nm, largura do laser = 40 nm. Gráfico (b): potência incidente na fibra = 650 mW, potência saindo da fibra = 300 mW, comprimento de onda central do laser = 789 nm, largura do laser = 10 nm. Os gráficos gerados começam em 600 nm por limitação do analisador de espectro utilizado para a medida.

do laser utilizado para gerar o supercontínuo mostrado na curva (b) com a fibra microestruturada 1, apresentada na tabela 6.2. A curva (c) é o espectro produzido diretamente com o laser de quatro espelhos. Embora tenhamos um espectro que cobre uma oitava óptica em ambos os casos, o sistema com a fibra microestruturada produz maior potência na região do verde (565 nm) e na região do infravermelho (1130 nm) permitindo a obtenção de f_0 mais facilmente. Esse sistema também permite a medida de frequências ópticas em praticamente toda a região do visível. Por outro lado, o sistema com a fibra microestruturada possui algumas desvantagens. Primeiramente, com o uso constante dessa fibra, pode ocorrer a queima das pontas da fibra, devido à alta intensidade de luz concentrada naquela região, havendo a necessidade de uma nova clivagem e novo alinhamento. Além disso, pequenas alterações na polarização do laser pela fibra provocam pequenas flutuações na largura do espectro expandido, dificultando medidas de longa duração. O laser de quatro espelhos é uma alternativa viável para medidas de longa duração uma vez que seu espectro não sofre alterações perceptíveis ao longo de um dia inteiro, apesar da obtenção de f_0 ser mais difícil e permitir medidas de frequências em um intervalo menor de comprimento de onda.

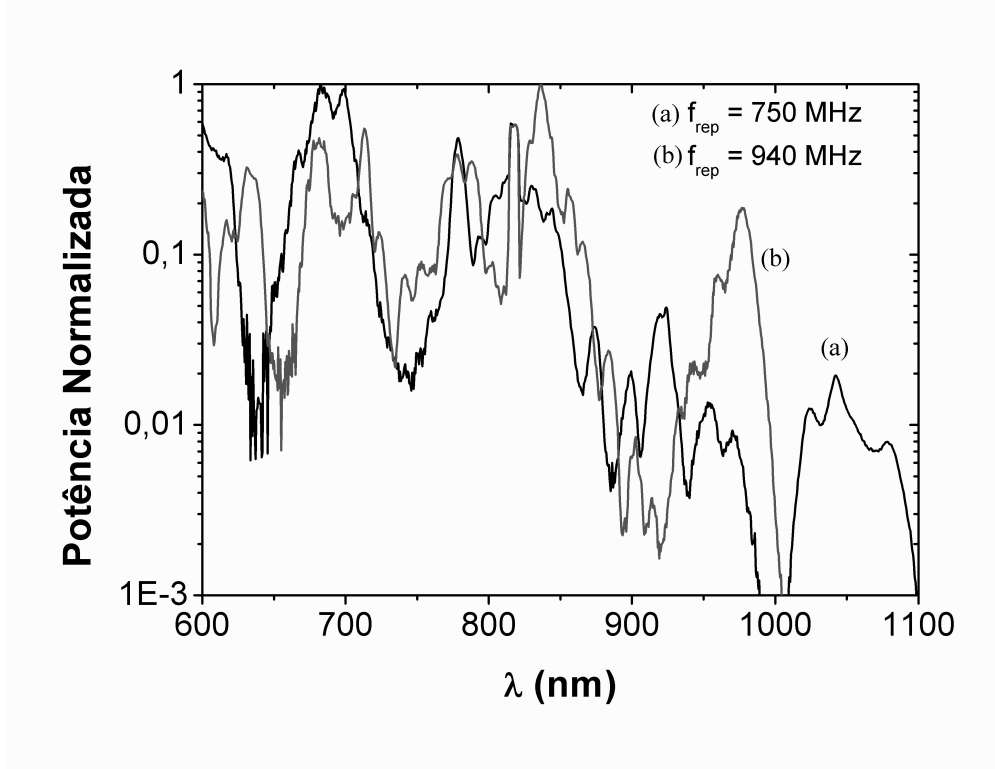


Figura 6.25: Espectros gerados com o laser de seis espelhos e a fibra 2 da tabela 6.2, para diferentes taxas de repetição do laser. Em cinza claro, a taxa de repetição do laser é de 750 MHz; em preto, a taxa de repetição do laser é de 940 MHz.

6.5 Estabilização de f_{rep} e f_o

A figura 6.28 mostra a montagem experimental em que se encontram ambos os lasers discutidos nas seções 6.2 e 6.3. A montagem foi feita para permitir a troca fácil do laser utilizado. Um laser de Nd:YVO4 dobrado em frequência em 532 nm é utilizado para bombear alternadamente os dois lasers de Ti:safira.

Na saída de ambos os lasers há uma lâmina de vidro que desvia cerca de 10 mW do feixe para um analisador de espectro óptico (OSA) ou para um fotodetector (FD) rápido. O sinal deste fotodetector é enviado para um analisador de espectro ou para um sistema de retro-alimentação, que estabiliza a taxa de repetição do laser em questão em relação a um gerador de rf de precisão.

Cerca de 650 mW do feixe do laser de seis espelhos é enviado para uma fibra microestruturada, onde seu espectro é alargado até atingir uma oitava óptica. O feixe obtido desta maneira ou o feixe gerado diretamente pelo laser de 4 espelhos é enviado para um interferômetro montado para medirmos o deslocamento entre o envelope e a onda portadora do pulso (f_o).

Neste interferômetro, a parte infravermelha e a visível são separadas por um divi-

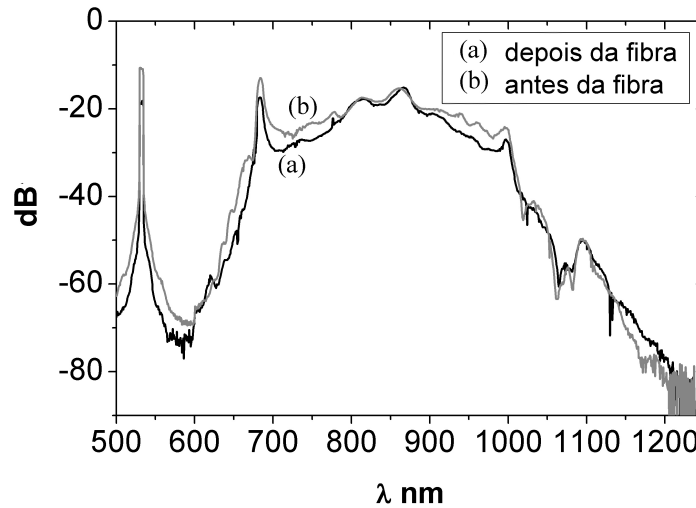


Figura 6.26: Efeito da fibra microestruturada no laser de quatro espelhos, mostrando que a fibra não causa alargamento espectral.

sor de feixe dicróico e enviadas para braços distintos, sendo um deles com ajuste de comprimento. Os feixes provenientes de cada um dos braços são sobrepostos em um mesmo caminho e enviados para um cristal duplicador de frequência (SHG) ajustado para gerar segundo harmônico apenas da parte infravermelha em 1040 nm. O feixe resultante incide em uma grade de difração que envia a parte em 540 nm resultante diretamente para um fotodetector conectado a um analisador de espectro. No analisador de espectro vemos o sinal da taxa de repetição proveniente dos dois braços com a mesma amplitude.

6.5.1 Estabilização da taxa de repetição

A estabilização da taxa de repetição é feita através de um sistema de retroalimentação onde ela é comparada ao sinal de referência fornecido por um oscilador de frequência estável.

O batimento dos vários modos do feixe produz no fotodetector (figura 6.28) um sinal composto por uma onda senoidal com a frequência da taxa de repetição. Este sinal é enviado para um *mixer* onde é multiplicado ao sinal do oscilador de referência. A saída do *mixer* fornece um sinal com frequência igual a diferença das frequências de entrada do *mixer*. Este sinal é enviado para um filtro ativo. Para pequenas frequências, o sinal de saída é diretamente proporcional à diferença entre a taxa de repetição e a frequência de referência.

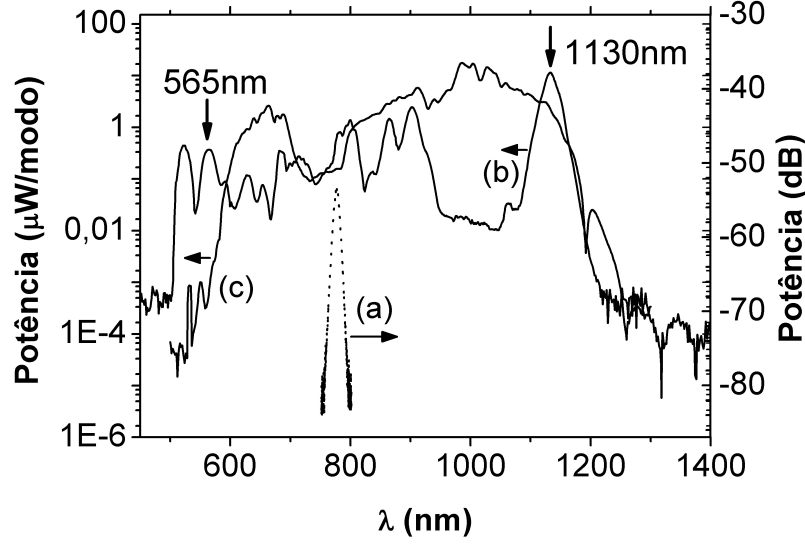


Figura 6.27: Comparação entre o supercontínuo produzido pela fibra microestruturada 1 (6.2) e o laser de seis espelhos e GVD da cavidade negativa (curva b) com espectro do laser de quatro espelhos e GVD da cavidade próxima de zero (curva c). Curva (a): espectro do laser de seis espelhos utilizado para a geração da curva (b).

Seja

$$V_l(t) = V_{ol} \sin(2\pi f_{rep}t + \phi_l)$$

e

$$V_r(t) = V_{or} \sin(2\pi f_r t + \phi_r),$$

a tensão obtida no fotodetector e o sinal fornecido pelo gerador de referência respectivamente, V_{ol} e V_{or} amplitudes independentes do tempo, ϕ_l e ϕ_r fases arbitrária e f_{rep} e f_r são a taxa de repetição do laser e a frequência de referência.

Na saída do "mixer" ($V(t)$) temos um sinal proporcional à seguinte soma:

$$V(t) = A \sin[2\pi(f_{rep} - f_r)t + \phi_l - \phi_r] + B \sin[2\pi(f_{rep} + f_r)t + \phi_l + \phi_r]$$

Passando este sinal por um filtro passa baixa e considerando pequenas diferenças entre a taxa de repetição e o sinal de referência temos:

$$V(t) = A \sin[2\pi(f_{rep} - f_r)t + \phi_l - \phi_r] \approx 2\pi(f_{rep} - f_r)t + \phi_l - \phi_r.$$

Portanto, a saída do circuito é um sinal proporcional à diferença entre f_{rep} e f_r , que, ao ser enviado ao PZT da cavidade, corrige o tamanho desta de forma a manter f_{rep}

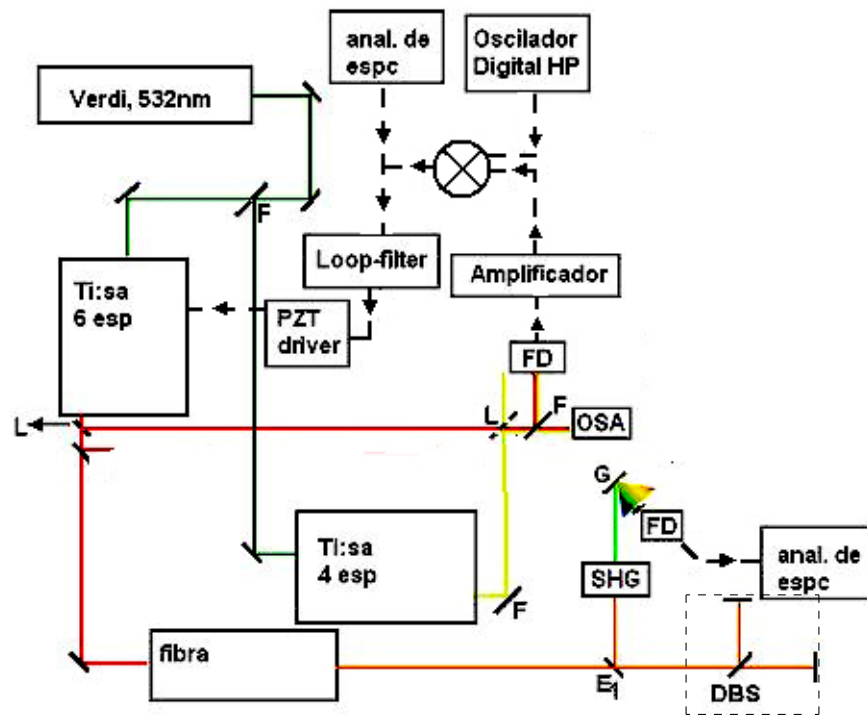


Figura 6.28: Esquema experimental da montagem dos lasers para a medida e estabilização da taxa de repetição e de f_o . PD: fotodetector; DBS: divisor de feixe dicróico; SHG: cristal duplicador de frequência; OSA: analisador de espectro óptico; L: lâmina de vidro; F: espelho removível; G: grade de difração; E_1 : espelho metálico.

igual a f_r . Assim, podemos utilizar o oscilador de referência para sintonizar da taxa de repetição.

Para estabilizarmos a taxa de repetição de ambos os lasers testamos dois geradores como referência:

1. Sintetizador de frequências HP8341B;
2. Gerador de sinal HP8648B.

Diferenças no usos dos dois geradores como referência:

No caso do sintetizador HP8341B:

1. fornece sinal com frequência de 760 MHz com precisão de 1 Hz.
2. permite varredura da frequência com passos maiores ou iguais a 1 Hz.

3. conseguimos varrer a taxa de repetição dos lasers de seis e quatro espelhos em um intervalo de 35 KHz e 30 KHz, centrados em 760,980675 MHz e 2,122065433, respectivamente. Estes intervalos estão limitados pela excursão máxima dos pzts.
4. intervalo de amplitude do sinal do sintetizador que produz um batimento com intensidade adequada para o travamento de fase: menores que -15 dBm para um sinal da taxa de repetição de -27 dBm.

No caso do gerador HP8648B:

1. fornece sinal com frequência da ordem de 760 MHz com precisão de 10 Hz;
2. permite varredura da frequência com passos maiores ou igual a 10 Hz;
3. embora o gerador permita varrer no tempo a taxa frequência do sinal de saída, não conseguimos usá-lo para varrer a taxa de repetição do laser. Usando este gerador como referência, o sistema de retroalimentação não conseguiu fazer a frequência do laser seguir uma varredura no gerador.
4. apesar de não conseguirmos sintonizar a taxa de repetição do laser através do gerador, foi possível estabilizar este laser em relação a um frequência fixa do gerador.
5. intervalo de amplitude do sinal do sintetizador que produz um batimento com intensidade adequada para o travamento de fase: amplitude entre -29 dBm e 1 dBm para um sinal da taxa de repetição de -27 dBm.

A figura 6.29 mostra a taxa de repetição do laser de seis espelhos sem estabilização ativa (a) e estabilizada (b) em relação ao gerador de sinal HP8648B. Mesmo sem estabilização, o ruído na taxa de repetição em prazo curto é pequeno. Em prazos longos, este sinal possui um “*drift*” da ordem de 10 MHz por minuto. Portanto, para medidas com resolução/precisão da ordem de 1 MHz que sejam rápidas, com duração de poucos segundos, não há a necessidade de estabilização do laser.

6.5.2 Medida de f_o

A medida de f_o a partir de um espectro de uma oitava (equação 5.3) pode ser feita com vários tipos de interferômetros, onde em um dos braços é enviado a parte visível (520 nm) e no outro a parte infravermelha (1020 nm). Com fibras específicas, é possível medir de f_o sem a divisão do supercontínuo em dois braços, enviando o feixe da saída da fibra diretamente para um cristal duplicador de frequência [66]. Entretanto, a maioria das fibras causa atrasos diferentes para a parte do infravermelho e do visível, sendo necessário o uso do interferômetro de dois braços para ajuste do caminho óptico dos feixes.

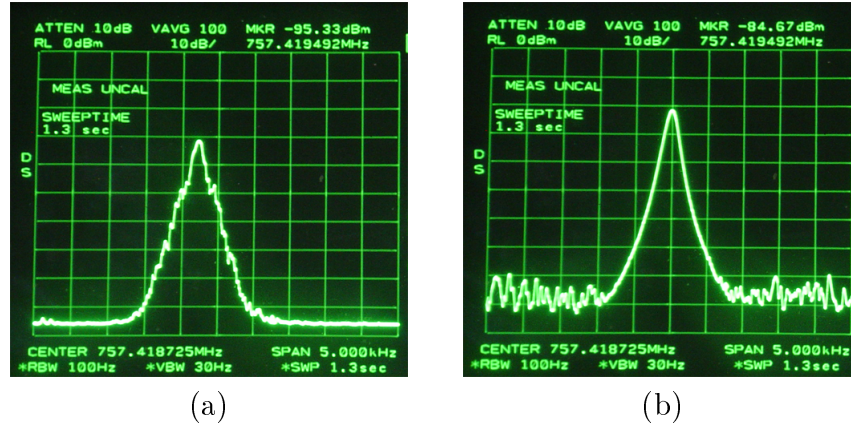


Figura 6.29: Taxa de repetição do laser observada em um analisador de espectro sem (a) e com (b) estabilização em relação ao gerador de sinal HP8648B. Em ambos os casos o centro da taxa de repetição é em 757 MHz.

Três exemplos de interferômetros são mostrados na figura 6.30. Em todos eles, a parte do infravermelho (perto de 1040 nm) é separada da parte em verde (em torno de 520 nm) por um espelho dicróico ou por prismas, formando dois braços do interferômetro. No esquema da figura (a), a parte do infravermelho passa por um cristal duplicador de frequência e em seguida é recombinada com a parte visível e enviada para um fotodetector. Nos esquemas (b) e (c), o feixe com a luz visível e o infravermelho se recombinam em um espelho colocado em um plano abaixo do feixe de entrada, passam juntos para um cristal orientado para duplicar apenas a parte em 1040 nm e incidem em um fotodetector.

Embora todos estes esquemas sejam equivalentes, cada um deles possui características próprias. O interferômetro (b) é o mais simples e mais fácil de alinhar. O interferômetro (a) permite um maior controle do caminho percorrido em cada feixe. O interferômetro (c) permite separar a parte do feixe em comprimentos de ondas que não são necessários para medir f_o , porém introduz maior perda de potência.

A figura 6.31 mostra o sinal obtido em um fotodetector rápido na saída do interferômetro de uma montagem para medir e estabilizar f_o de um laser comercial de Ti:safira de femtossegundos, realizada durante um estágio no NIST (*National Institute of Standard and Technology*, CO-EUA). O pico maior da figura (a) é o sinal da taxa de repetição do laser (em 800 MHz). Os dois picos menores são resultados do batimento entre os dois braços do interferômetro, ou seja, f_o e seu segundo harmônico. Na figura (b) temos o mesmo sinal de f_o que em (a), sem estabilização ativa, em escala diferente. Vemos que, sem estabilização, este sinal possui um ruído considerável de curto termo, tendo largura espectral de cerca de 2 MHz. Para essa medida, foi construído o interferômetro da figura 6.30 (b), utilizando um cristal BBO, cortado para gerar segundo harmônico em 1076 nm com incidência normal. A potência dos feixes dos braços com as partes em 538 nm e em 1076 nm e a potência do segundo harmônico

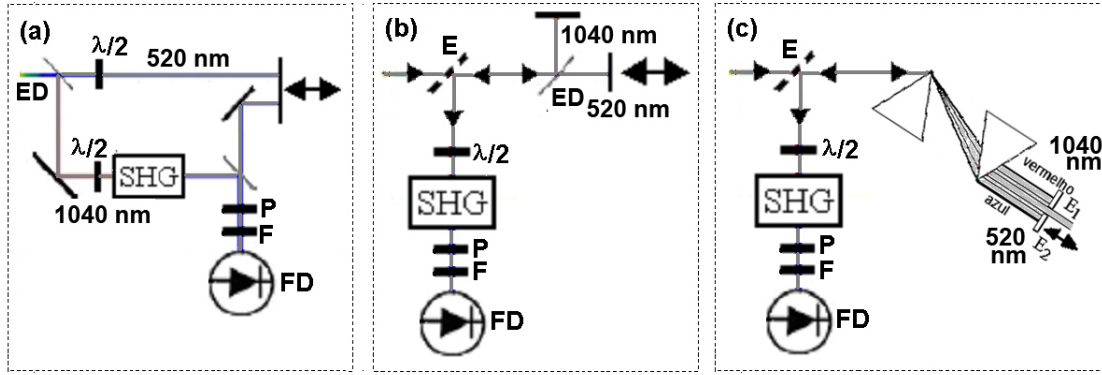


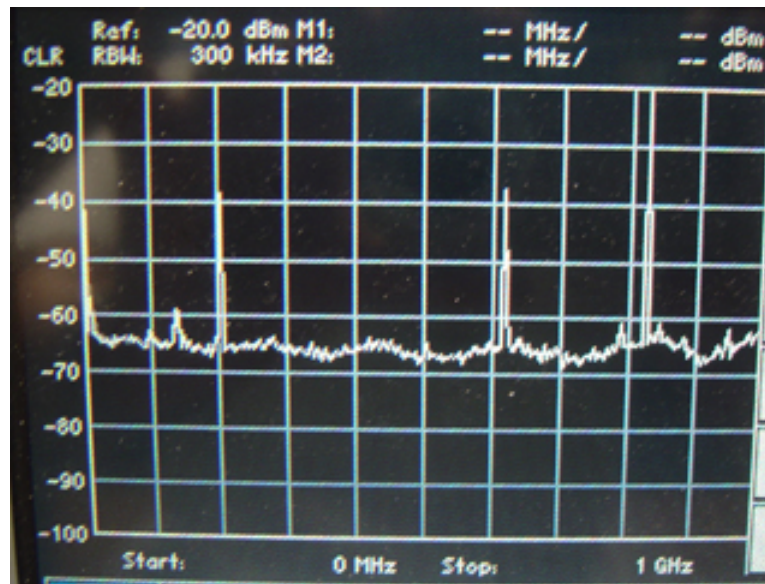
Figura 6.30: Interferômetros para medida de f_o . ED:espelho dicróico; P: polarizador; F: filtro; SHG: cristal para gerar segundo harmônico na região de 1140 nm; FD: fotodetector. E , E_1 e E_2 : espelhos comuns. (a) Interferômetro de Mach-Zehnder. (b) Interferômetro de Michelson. O espelho E está abaixo do nível do feixe de entrada. (c) o mesmo que (b), porém utilizando-se prismas para separar o feixe em duas partes em vez de um espelho dicróico.

na saída do interferômetro eram de $280 \mu\text{W}$, $160 \mu\text{W}$ e $45 \mu\text{W}$, respectivamente.

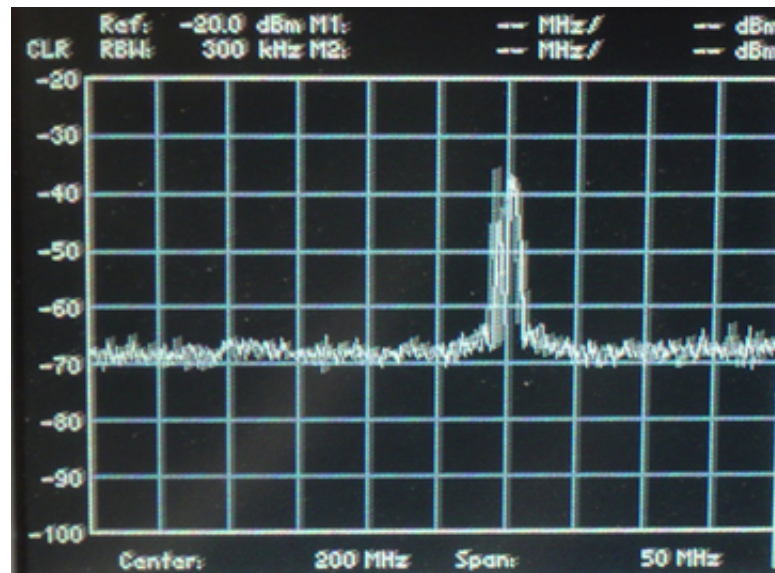
Este sinal foi estabilizado em relação a um gerador de função da *Stanford Research Systems* modelo DS345, conforme o esquema mostrado na figura 6.32, que fornece sinal com frequência de até 30 MHz com precisão de 10^{-3} Hz. A saída do interferômetro passa por um filtro passa-banda e por um divisor de frequência ($\div 16$) de modo a cair para um valor em torno de 17 MHz. Em seguida é enviado a um *mixer*, onde é combinado com o sinal do oscilador de referência (mesmo princípio da estabilização de f_{rep} seção 6.5.1). O sinal resultante é usado para controlar um modulador acústico óptico que muda a potência de bombeio de modo a manter f_o fixo (figura 6.33).

Para medir f_o do laser de seis espelhos, montamos o interferômetro (b), utilizando BBO ou BIBO para a geração do segundo harmônico (tabela 6.3). Por ser geração de segundo harmônico com casamento de fase crítico, um ajuste na frequência duplicada é feito mudando-se a orientação do cristal em relação ao feixe incidente. O BBO e o BIBO foram cortados para duplicar 1060 nm e 850 nm em incidência normal, respectivamente.

Como estamos trabalhando com comprimento de onda em torno de 1040 nm para duplicação (figura 6.25), é necessário um pequeno giro de ambos os cristais. Em geral, quando o feixe a ser duplicado incide em ângulo no cristal, o feixe do segundo harmônico sai em ângulo em relação ao feixe no comprimento de onda fundamental. Isso provoca um desalinhamento no interferômetro que impossibilita o batimento entre as duas partes em 520 nm. Neste sentido, o corte do cristal no comprimento de onda correto ou o uso de um cristal que provoca um desvio mínimo é importante. Para



(a)



(b)

Figura 6.31: Sinal de saída do interferômetro observado em um analisador de espectro com 300 kHz de resolução (resolution bandwidth, RBW). (a) o pico maior é a taxa de repetição do laser e os dois menores são o resultado do batimento entre $2f_m$ e f_{2m} . Eixo vertical: amplitude em dBm. Eixo horizontal: frequência 100 MHz/divisão. (b) f_o observado em uma escala menor. Eixo vertical: amplitude em dBm. Eixo horizontal: frequência 5 MHz/divisão

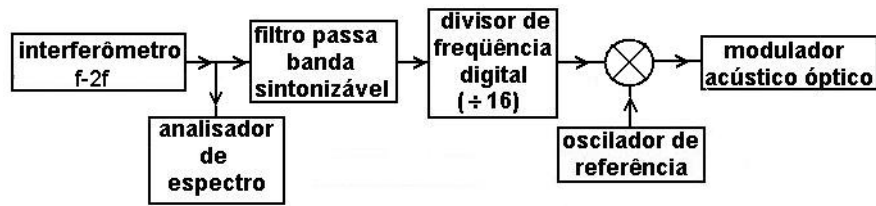


Figura 6.32: Esquema simplificado para medida de f_o .

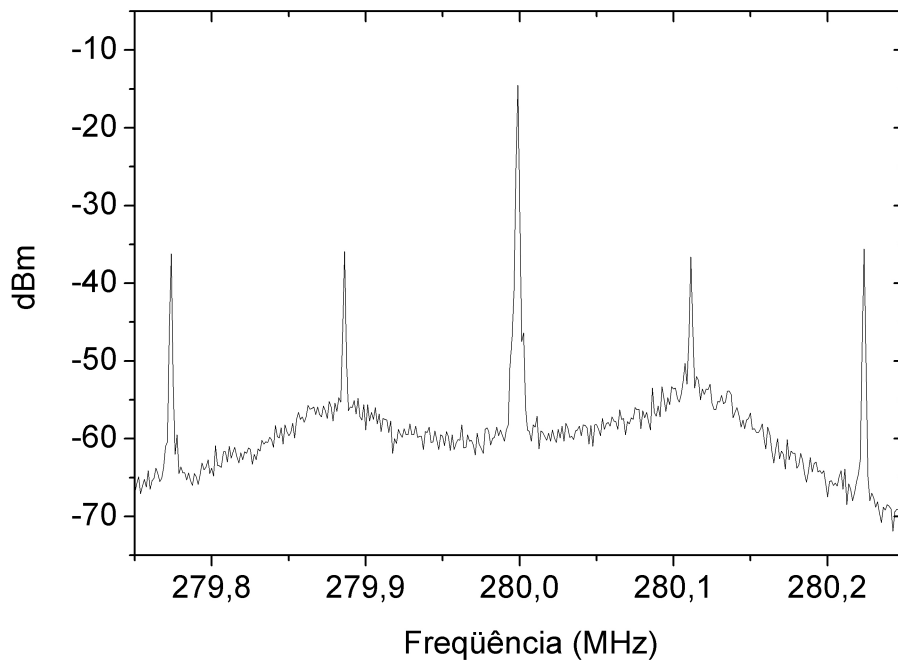


Figura 6.33: f_o estabilizado em relação a um gerador de função. Curva medida com 1 KHz de resolução do analisador de espectro. Os picos laterais aparecem devido ao batimento do feixe de bombeamento em 532 nm com os modos do pente.

os dois cristais que testamos (tabela 6.3), o mais adequado é o BIBO. Este cristal apresenta maior eficiência de conversão de segundo harmônico e provoca um desvio menor do feixe do segundo harmônico.

Apesar de termos obtido potência da parte na região do visível e do segundo harmônico da parte do infravermelho semelhantes ao obtido na montagem com o laser comercial, não conseguimos medir f_0 neste caso. O sinal ruído da taxa de repetição medida através do interferômetro também possuía valores de amplitude

Cristal	BBO	BIBO
Espessura	4 mm	2 mm
Potência total na saída da fibra	300 mW	280 mW
Potência em 520 nm gerado pela fibra	400 μ W	650 μ W
Segundo harmônico gerado em torno de 520 nm	30 μ W	78 μ W

Tabela 6.3: Eficiência dos cristais duplicadores testados.

bastante semelhante ao caso do laser comercial (razão sinal-ruído de 40 dB medidos com resolução de 300 KHz), indicando que não havia problema com os detectores ou amplificadores desta montagem. A única diferença estava no comprimento de onda para o qual os cristais foram cortados, indicando que os desvios gerados no segundo harmônico foram decisivo para impedir a medida de f_o com este sistema. Uma alternativa viável seria trocar o interferômetro pelo tipo Mach-Zehnder, figura 6.30 (a), e corrigir o ângulo do segundo harmônico com dois espelhos independentes.

Capítulo 7

Conclusão

Neste trabalho desenvolvemos pentes de frequências ópticas para uso em Metrologia e espectroscopia de alta resolução e precisão. Duas versões de pentes de frequências foram desenvolvidas: uma baseada em um laser de Titânio:safira com espectro alargado por uma fibra fotônica, e outra baseada em um laser de Titânio:safira que produz diretamente um espectro largo, que cobre uma oitava óptica e dispensa o uso da fibra. Ambos os lasers foram desenvolvidos e construídos em nossos laboratórios sendo os primeiros deste tipo a serem desenvolvidos no Brasil. Eles possuem alta taxa de repetição, que pode ser sintonizável, e usam espelhos de varredura (*chirped mirror*) no lugar de prismas para compensar a dispersão da velocidade de grupo (GVD) e garantir oscilação em regime de modos acoplados (*mode-locked*) através do efeito de lente Kerr. A alta taxa de repetição é preferível em lasers utilizados em medidas de frequência ópticas, pois possibilita o aumento da intensidade dos modos longitudinais, facilitando assim o batimento com o laser cuja frequência se quer medir, e também reduzindo a exigência no conhecimento prévio desta frequência.

Um dos lasers (seção 6.3) foi construído com cavidade em anel contendo seis espelhos de varredura (*chirped mirrors*), de forma a ter dispersão total intracavidade de -60 fs^2 . O formato do espectro gerado é bastante dependente do alinhamento da cavidade e, em especial, da posição do cristal em relação aos espelhos curvos, com largura variando entre 10 nm e 40 nm e duração do pulso tipicamente de 150 fs. A taxa de repetição foi variada entre 750 MHz e 1 GHz, mas escolhemos mantê-la em 760 MHz em um compromisso para que seja suficientemente alta de forma que os modos sejam resolvidos em um *wavemeter*, porém sem diminuir demasiadamente a potência de pico do pulso [35], o que limitaria os efeitos não-lineares na fibra.

O espectro deste laser foi alargado por dois tipos de fibras de microestrutura, sendo que a mais eficiente foi aquela com comprimento de onda de zero de dispersão (734 nm) menor que o comprimento de onda central do laser (780 nm).

A geração de supercontínuo feita com este laser numa fibra de microestrutura depende de aspectos inerentes ao laser e a fibra. Comprimento e zero de dispersão da fibra, potência, formato, largura e comprimento de onda central do laser devem ser

ajustados para se obter a maior largura de supercontínuo e o aparecimento de picos em comprimento de onda adequados à medida a ser realizada.

O segundo laser de Ti:safira construído (seção 6.2) é particularmente interessante pois produz um espectro que se estende de 585 até 1200 nm, a -20 dB abaixo do máximo em 986 nm, sem uso da fibra de microestrutura. Isto ocorre devido a dispersão total da cavidade ser próxima de zero. Entretanto, esta dispersão (GVD) apresenta oscilações entre -50 e +100 fs², chegando a ser positiva próximo ao pico de ganho do cristal em 800 nm, o que implica que a compensação precisa da dispersão parece não ser importante. Nós mostramos que cerca de 17 % (76 %) da potência intracavidade (de saída), concentrada entre 960 nm e 1200 nm, é gerada por efeitos não lineares em passagem única no cristal de Ti:safira, portanto fora da banda da cavidade laser e onde o ganho do cristal é baixo. A taxa de repetição deste laser foi variada entre 1 e 2,12 GHz, sem alteração na largura do espectro. A largura temporal deste laser não pôde ser medida pois a técnica de autocorrelação, utilizada com o primeiro laser, exigiria a geração de segundo harmônico ao longo de todo o espectro, o que não é possível dada a grande largura de aproximadamente 700 nm.

O uso do laser de Ti:safira com a fibra de microestrutura tem algumas desvantagens, tais como instabilidades devido a pequenas mudanças na polarização do laser pela fibra que dificultam uma operação prolongada. Além disso, a taxa de repetição do laser não pode ser muito elevada, como já mencionado, para não diminuir a intensidade de pico dos pulsos e conseqüentemente os efeitos não-lineares. O laser com espectro largo surge como uma alternativa viável por produzir um espectro largo sem a necessidade desse tipo de fibra, não estando sujeito a essas instabilidades e tendo a taxa de repetição limitada apenas pelo tamanho dos componentes da cavidade. Em contrapartida, a fibra permite a geração de supercontínuo em um intervalo de comprimento de onda muito maior, abrangendo quase todo o espectro de luz visível, possibilitando medidas de frequência em uma extensão maior e facilitando a medida de f_0 .

A taxa de repetição de ambos os lasers foi estabilizada em relação a sintetizadores de frequência estáveis (seção 6.5.1) e puderam ser sintonizadas através deles em um intervalo de 30 KHz, limitado pela excursão máxima do PZT. Entretanto, a taxa de repetição possui uma relativa estabilidade que, mesmo sem um controle ativo, possibilita que medidas feitas em curto tempo (< 1 segundo) sejam feitas com precisão < 1 MHz.

A medida do deslocamento entre o envelope do pulso e a onda portadora (f_0 , seção 6.5.2) envolve a construção cuidadosa de um interferômetro para o batimento entre a parte visível do supercontínuo com o segundo harmônico da parte infravermelha. A polarização de ambos os feixes e a sobreposição entre eles são fatores críticos. Na montagem com o laser de seis espelhos e a fibra de microestrutura, construímos interferômetros de Michelson e de Mach-Zender onde comprimentos de onda de 1040 nm e 520 nm gerados pela fibra e também por um cristal duplicador de frequência são

direcionados para braços diferentes, seguindo então para um fotodetector rápido cuja função é detectar f_0 , como um batimento entre as componentes visíveis.

Em uma estadia de quatro meses no NIST, foram realizadas a medida e a estabilização de f_0 de um laser de Ti:safira comercial utilizando uma fibra de microestrutura. As potências em 538 nm direto da fibra e daquele gerado por duplicação em frequência de 1076 nm obtidas com este laser eram semelhantes aos valores obtidos com o laser de seis espelhos discutido nesta tese. Isto indica que o sinal de f_o do laser de seis espelhos pode ser obtido com a troca do cristal gerador de segundo harmônico por um outro cortado para duplicar frequência em 1040 nm em incidência normal ou com a reconstrução do interferômetro de forma que os caminhos dos feixes em 520 nm vindo da fibra e o gerado por duplicação em frequência possam ser ajustados de maneira independente.

A implementação de sistemas de pentes de frequências ópticas, discutida nesta tese, é a primeira a ser realizada no Brasil. Estes sistemas serão utilizados inicialmente para medir diretamente frequências ópticas e na implementação de um relógio atômico óptico baseado na transição de intercombinação do átomo de cálcio, em 457 THz (657 nm). Estes pentes também poderão ser utilizados em espectroscopia atômica [16], em experimentos de controle coerente [14] e na geração de altos harmônicos [67; 68]. Uma possibilidade em estudo é o uso dos pentes para calibração da frequência de lasers metrológicos, possivelmente como laboratório credenciado para tal pelo Inmetro.

Referências Bibliográficas

- [1] Steven T. Cundiff and Jun Ye. Colloquium: Femtosecond optical frequency combs. *Rev. Mod. Phys.*, 75(1):325 – 342, 2003.
- [2] Steven T. Cundiff, Jun Ye, and John L. Hall. Optical frequency synthesis based on mode-locked lasers. *Rev. Sci. Instrum.*, 72(10):3749 – 3771, 2001.
- [3] H. Schnatz, B. Lipphardt, J. Helmcke, F. Riehle, and G. Zinner. First phase-coherent frequency measurement of visible radiation. *Phys. Rev. Lett.*, 76(1):18, January 1996.
- [4] David J. Jones, Scott A. Diddams, Jinendra K. Ranka, Andrew Stentz, Robert S. Windeler, John L. Hall, and Steven T. Cundiff. Carrier-envelope phase control of femtosecond mode-locked lasers and direct optical frequency synthesis. *Science*, 288(28):635 – 639, 2000.
- [5] P. F. Moulton. Spectroscopic and laser characteristics of $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$. *J. Opt. Soc. Am. B*, 3(1):125–133, 1986.
- [6] Jinendra K. Ranka, Robert S. Windeler, and Andrew J. Stentz. Visible continuum generation in air-silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800 nm. *Opt. Lett.*, 25(1):25 – 27, 2000.
- [7] A. Bartels and H. Kurz. Generation of a broadband continuum by a ti:sapphire femtosecond oscillator with a 1-GHz repetition rate. *Opt. Lett.*, 27(20):1839, October 15, 2002.
- [8] S. Barkus, C. G. Durfee III, M. M. Murnane, and H. C. Kapteyn. *Rev. Sci. Instrum.*, 69:1207, 1998.
- [9] Jun Ye, Harald Schnatz, and Leo W. Hollberg. Optical frequency combs: From frequency metrology to optical phase control. *IEEE J. Sel. Top. Quant. Elec.*, 9(4):1041 – 1058, 2003.
- [10] Th. Udem, J. Reichert, R. Holzwarth, and T. W. Hänsch. Absolute optical frequency measurement of the cesium D_1 line with a mode-locked laser. *Phys. Rev. Lett.*, 82(18):3568, 1999.

- [11] Aurélio Buarque de Holanda Ferreira. *Novo Aurélio Século XXI*. Editora Nova Fronteira, Rio de Janeiro, 3a. edition, 1999.
- [12] Ferenc Krausz, Martin E. Fermman, Thomas Brabec, Peter F. Curley, Martin Hofer, Manfred H. Ober, Christian Spielmann, Ernest Wintner, and A. J. Schmidt. Femtosecond solid-state lasers. *IEEE Journal of Quant. Elect.*, 28(10):2097 – 2122, 1992.
- [13] S. A. Diddams, J. C. Bergquist, S. R. Jefferts, and C. W. Oates. Standards of time and frequency at the outset of the 21st century. *Science*, 306:1318, 19 2004.
- [14] Adela Marian, Matthew C. Stowe, John R. Lawall, Daniel Felinto, and Jun Ye. United time-frequency spectroscopy for dynamics and global structure. *Science*, 306:2063 – 2068, 2004.
- [15] M. J. Thorpe et al. Broadband cavity ringdown spectroscopy for sensitive and rapid molecular detection. *Science*, 311(5767):1595–1599, Mar 2006.
- [16] T.M. Fortier, Y. Le Coq, J.E. Stalnaker, D.Ortega, S.A. Diddams, C.W. Oates, and L. Hollber. Kilohertz-resolution spectroscopy of cold atoms with an optical frequency comb. *arXiv:physics/ 0605034 v1 3*, May 2006.
- [17] S. Bize, S. A. Diddams, U. Tanaka, C. E. Tanner, W. H. Oskay, R. E. Drullinger, T. E. Parker, T. P. Heavner, S. R. Jefferts, L. Hollberg, W.M. Itano, and J. C. Bergquistx. Testing the stability of fundamental constants with the $^{199}\text{Hg}^+$ single-ion optical clock. *Phys. Rev. Lett.*, 90(15), 2003.
- [18] G. B. Lubkin. Femtosecond comb technique vastly simplifies optical frequency measurements. *Physics Today*, page 19, 2000.
- [19] Toichiro Kinoshita. The fine structure constant. *Rep. Prog. Phys.*, 59:1459, 1996.
- [20] S. R. Jefferts J. C. Bergquist and D. Wineland. Time measurement at the millennium. *Physics Today*, page 37, March 2001.
- [21] J. N. Eckstein, A. I. Ferguson, and T. W. Hänsch. High-resolution two-photon spectroscopy with picosecond light pulses. *Phys. Rev. Lett.*, 40:847–850, (1978).
- [22] Roy J. Glauber. Nobel lecture: One hundred years of light quanta. *Rev. Mod. Phys.*, 78(4):1267, 2006.
- [23] Theodor W. Hänsch. Nobel lecture: Passion for precision. *Rev. Mod. Phys.*, 78(4):1297, 2006.
- [24] A Bauch and H R Telle. Frequency standards and frequency measurement. *Rep. Prog. Phys.*, 65:789, 2002.

- [25] D.W.Allan. Statistics of atomic frequency standards. *Proc. IEEE*, 54:221, 1966.
- [26] Th. Udem, R. Holzwarth, and T. W. Hänsch. Optical frequency metrology. *Nature*, 416:233, 2002.
- [27] U Tanaka, S Bize, C E Tanner, R E Drullinger, S A Diddams, L Hollberg, W M Itano, D J Wineland, and J C Bergquist. The $^{199}\text{Hg}^+$ single ion optical clock: recent progress. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, 36:545, 2003.
- [28] K. R. Vogel, S. A. Diddams, C. W. Oates, E. A. Curtis, R. J. Rafac, W. M. Itano, J. C. Bergquist, R. W. Fox, W. D. Lee, J. S. Wells, and L. Hollberg. Direct comparison of two cold-atom-based optical frequency standards by using a femtosecond-laser comb. *Opt. Lett.*, 26(2):102, 2001.
- [29] Jun Ye, Long Sheng Ma, and John L. Hall. Molecular iodine clock. *Phys. Rev. Lett.*, 87:270801, 2001.
- [30] C. Degenhardt U. Sterr J. Helmcke G.Wilpers, T. Binnewies and F. Riehle. Optical clock with ultracold neutral atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 89:230801–1, 2002.
- [31] Scott A. Diddams, Leo Hollberg, Long-Sheng Ma, and Lennart Robertsson. Femtosecond-laser-based optical clockwork with instability $\leq 16.3 \times 10^{-16}$ in 1 s. *Opt. Lett.*, 27(1):58, 2002.
- [32] J. Stenger, H. Schnatz, C. Tamm, and H. R. Telle. Ultraprecise measurement of optical frequency ratios. *Phys. Rev. Lett.*, 88:073601, (2002).
- [33] Claude Rullière (ed.). *Femtosecond Laser Pulses: Principle and Experiments*. Springer - Verlag, Berlin - Germany, 1998.
- [34] Carlos Henrique de Brito Cruz and Hugo Luis Fragnito. Fenômenos ultrarápidos: Geração de pulsos laser ultracurtos e suas aplicações. Technical report, NexFot, Núcleo de Excelência em Fotônica, Instituto de Física, Unicamp, 2000.
- [35] Kevin W. Holman, R. Jason Jones, Adela Marian, Steven Cundiff, and Jun Ye. Detailed studies and control of intensity - related dynamics of femtosecond frequency combs from mode-locked Ti:sapphire lasers. *IEEE Journal of Selec. Topics in Q. E.*, 9(4):1018 – 1024, 2003.
- [36] Jean-Claude Diels and Wolfgang Rudolph. *Ultrashort laser pulse phenomena: fundamentals, techniques, and applications on a femtosecond time scale*. Academic Press, San Diego, California, USA, 1996.
- [37] L. Lepetit, G. Chériaux, and M. Joffre. Linear techniques of phase measurement by femtosecond spectral interferometry for applications in spectroscopy. *J. Opt. Soc. Am. B*, 12(12):2467 – 2474, December 1995.

- [38] Günter Steinmeyer. A review of ultrafast optics and optoelectronics. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, 5:R1 – R15, 2003.
- [39] K. W. DeLong, Rick Trebino, J. Hunter, and W. E. White. Frequency-resolved optical gating with the use of second-harmonic generation. *J. Opt. Soc. Am. B*, 11(11):2206 – 2215, 1994.
- [40] Giovana T. Nogueira and Flavio C. Cruz. Efficient 1 GHz Ti:sapphire laser with improved broadband continuum in the infrared. *Opt. Lett.*, 31(13):2069, July 2006.
- [41] Joseph Thomas Verdeyen. *Laser Eletronics*. Englewood Cliffs : Prentice-Hall, 2o. edition, 1981.
- [42] Walter Koechner. *Solid-State Laser Engineering*. Springer, Berlin, 5o. edition, 1999.
- [43] Vittorio Magni, Sandro De Silvestri, and Cybo-Ottone. On the stability, mode properties, and misalignment sensitivity of femtosecond dye laser resonators. *Opt. Comm.*, 82(1, 2):137 – 144, 1991.
- [44] G. Cerullo, S. De Silvestri, V. Magni, and L. Pallaro. Resonators for kerr-lens mode-locked femtosecond ti:sapphire lasers. *Opt. Lett.*, 19(11):807 – 809, 1994.
- [45] H. KOGELNIK and T. LI. Laser beams and resonators. *App. Opt.*, 5(10):1550, 1966.
- [46] Herwig W. Kogelnik, Erich P. Ippen, Andrew Dienes, and Charles V. Shank. Astigmatically compensated cavities for CW dye lasers. *IEEE Journal of Quantum Eletronics*, QE-8(3):373 – 379, March 1972.
- [47] David C. Hanna. Astigmatic gaussian beams produced by axially asymmetric laser cavities. *IEEE Journal of Quantum Eletronics*, QE-5(10):483 – 488, October 1969.
- [48] Joachim Herrmann. Theory of kerr-lens mode locking: role of self-focusing and radially varying gain. *J. Opt. Soc. Am. B*, 11(3):498, 1994.
- [49] Edward J. Grace. *Optimising Kerr-lens mode-locked lasers*. PhD thesis, University of London - Imperial College of Science, Technology and Medicine, September 2 2002.
- [50] Jinan Xia and Min Hee Lee. Analysis of cavities for self-starting kerr-lens mode-locked lasers. *App. Opt.*, 41(3):453, 2002.

- [51] M. J. P. Dymott and A. I. Ferguson. Self-mode-locked diode-pumped Cr:LiSAF laser. *Opt. Lett.*, 19(23):1988 – 1990, 1994.
- [52] D. E. Spence, P. N. Kean, and W. Sibbett. 60-fsec pulse generation from a self-mode-locked ti:sapphire laser. *Opt. Lett.*, 16(1):42 – 44, 1991.
- [53] R. R. Alfano and S. L. Shapiro. Observation of self-phase modulation and small-scale filaments in crystals and glasses. *Phys. Rev. Lett.*, 24:592–594, 1970.
- [54] J. Toulouse. Optical nonlinearities in fibers: Review, recent examples, and systems applications. *Journal of Lightwave Technology*, 23(11):3625–3641, 2005.
- [55] W. J. Wadson, J. C. Knight, A. Ortigosa-Blank, J. Arrigaga, E. Silvestre, and P. St. J. Russel. Soliton effects in photonic crystal fibers at 850 nm. *Electronics Letters*, 36(1):53 – 55, 2000.
- [56] D. A. Akimov, M. Schmitt, R. Maksimenka, K. V. Dukel'skii, Y.N. Kondrat'shev, A. V. khokhlov, V. S. Shevandin, W. Kiefer, and A. M. Zheltikov. Supercontinuum generation in a multiple-submicron-core microstructure toward limiting waveguide enhancement of nonlinear-optical processes. *Appl. Phys. B*, 77:299 – 305, 2003.
- [57] John M. Dudley, Goëry Genty, and Stéphane Coen. Supercontinuum generation in photonic crystal fiber. *Rev. Mod. Phys.*, 78(4):1135 – 1184, 2006.
- [58] R. Ell, U. Morgner, F. X. Kärtner, J. G. Fujimoto, E. P. Ippen, G. Angelow V. Scheuer, T. Tschudi, M. J. Lederer, A. Boiko, and B. Luther-Davies. Generation of 5-fs pulses and octave-spanning spectra directly from a Ti:sapphire laser. *Opt. Lett.*, 26(6):373–375, 2001.
- [59] T. M. Fortier, David J. Jones, and S. T. Cundiff. Phase stabilization of an octave-spanning Ti:sapphire laser. *Opt. Lett.*, 28(22):2198, November 15, 2003.
- [60] W. S. Pelouch, P. E. Powers, and C. L. Tang. Self-starting mode-locked ring cavity Ti:sapphire laser. *Opt. Lett.*, 17(22):1581, 1992.
- [61] J. M. Shieh, F. Ganikhanov, K. H. Lin, W. F. Hsieh, and Ci-Ling Pan. Completely self-starting picosecond and femtosecond kerr-lens mode-locked Ti:sapphire laser. *J. Opt. Soc. Am. B*, 12(5):945 – 949, 1995.
- [62] David M. Rines Glen A. Rines James Harrison, Andrew Finch and Peter F. Moulton. Low-threshold, CW, all-solid-state Ti:Al₂O₃ laser. *Opt. Lett.*, 16(8):581 – 583, 1991.
- [63] T. Brabec, Ch. Spielmann, and F. Krausz. *Opt. Lett.*, 17:748, 1992.

- [64] Y. Chen, F. X. Kärtner, U. Morgner, S. H. Cho, H. A. Haus, E. P. Ippen, and J. G. Fujimoto. *J. Opt. Soc. Am. B*, 16:1999, 1999.
- [65] J. Jasapara, W. Rudolph, V. L. Kalashnikov, D. O. Krimer, I. G. Poloyko, and M. Lenzner. Automodulations in kerr-lens mode-locked solid-state lasers. *J. Opt. Soc. Am. B*, 17(2):319, 2000.
- [66] Hyeyoung Ahn, Ren-Huei Shu, Robert S. Windler, and Jin-Long Peng. Building a frequency-stabilized mode-locked femtosecond laser for optical frequency metrology. *IEEE Trans. Inst. Meas.*, 54(2):767 – 770, 2005.
- [67] I. P. Christov, R. Bartels, H. C. Kapteyn, and M. M. Murnane. Attosecond time-scale intra-atomic phase matching of high harmonic generation. *Phys. Rev. Lett.*, 85:5458 – 5461, 2001.
- [68] Markus Drescher, Michael Hentschel, Reinhard Kienberger, Gabriel Tempea, Christian Spielmann, Georg A. Reider, Paul B. Corkum, and Ferenc Krausz. X-ray pulses approaching the attosecond frontier. *Science*, 291(5510):1923 – 1927, 2001.

Apêndice A

Espelhos Utilizados

Espe- lhos	Especificações	GVD	Laser atual
E_{O1}	Output Coupler: FS, plane, wedge = 30min, S1: AR(0°,750-850nm) < 0.2%, S2: PR(0°,750-850nm) = 98±0.5%,	GVD < 20fs ²	4 e 6 esp
E_{O2}	Output Coupler: FS, plane, wedge=30min, S1:L AR(0°,680-1100nm) < 0.6%, S2: PR(0°,680-1100nm) = 97 ± 1 %		
E_{CX}	Laser Mirror: FS, pl-convex, r2 = 1000mm, HR(0°,670-1000nm)>99.8%,	GVD(700-970nm) = -60 ± 20 fs ²	4 esp
NIST E_{C1}	Pump Mirror: FS, pl-concave, S1:AR(0°,532nm) < 0.25%, S2: r2 = 30mm, HR(0°,700-900nm) > 99.8% + R(0°,532nm) < 10 %	GVD(770-970nm) = -70 ± 20 fs ²	4 esp
E_{C2}	Laser Mirror: FS, pl-concave, r2 = 30mm, HR(0°,670-1000nm) > 99.8%,	GVD(700-970nm) = -60 ± 20 fs ² fs ²	4 esp

Espe- lhos	Especificações	GVD	Laser atual
E_{C3}	Pump Mirror: FS, pl-concave, S1: AR(0° ,514-532nm) < 0.25%, S2: r2 = 30mm, HR(0° ,720-820nm) > 99.9% + R(0° ,514-532nm) < 5%,	GVD = -40 ± 10 fs ²	6 esp
E_{C4}	Pump Mirror: FS, pl-concave, S1:AR(0° ,488-532nm) < 0.25%, S2: r2 = 30mm, HR(0° ,650-1100nm) > 99.9% + R(0° ,488-532nm) < 5%		6 esp
E_{P1}	Laser Mirror: FS, plane, HR(0° ,670-1000nm) > 99.8%	GVD(700-970nm) = -60 ± 20 fs ²	6 esp
E_{P2}	Pump Mirror: FS, plane, S1:AR(0° ,532nm)<0.25%, S2: HR(0° ,620-1030nm)>99.9% + R(0° ,514-532nm) < 5%,	GVD(700-900nm) = -70 fs ² , (pair oscilation comp.)	6 esp

Apêndice B

Fontes dos programas para cálculo de curvas de estabilidade usando o programa *Mathematica 5.0*

B.1 Cálculo de ângulos para compensar astigmatismo em cavidades

Programa utilizado para o cálculo do gráfico da figura 4.6 e os valores da tabela 4.2.

```

In[14]:= R = 3 (*raio de curvatura, cm*)
          t = 0.18; (*comprimento do cristal, cm*)
          n = 1.76; (*indice de refração*)
          Cz = 2 t (n^2 - 1) Sqrt[n^2 + 1] / (n^4 R);

          Clear[y, θ, θ1, θ2]

In[16]:= NSolve[2 Tan[θ π / 360] Sin[θ π / 360] == Cz, θ] (*ângulo em graus,
          para os dois ângulos iguais, 6 angulo cheio*)

          (*ângulos que compensam o astigmatismo,
          para valores de θ2 e θ1 diferentes*)

In[4]:= y[θ2_] := θ1 /.
          NSolve[Tan[θ1] Sin[θ1] + Tan[θ2] Sin[θ2] == Cz, θ1]

In[10]:= Plot[{y[θ2 π / 180][[2]] 180 / π, θ2}, {θ2, 0, 20}, Frame → True,
          Axes → False, FrameLabel → {"θ1 (graus)", "θ2 (graus)"},
          TextStyle → {FontFamily → "Times", FontSize → 16}]
          (*resultado em graus, ângulo cheio*)

```

B.2 Cálculo de curvas de estabilidade e cintura do feixe intracavidade

Programa utilizado para o cálculo do gráfico da figura 4.3, 6.6 e 6.7.

```
(* Calculo da estabilidade de uma cavidade,
variando a taxa de repetição e mantendo a distância entre
os espelhos curvos constante em 3 cm.
* Calculo da estabilidade de uma cavidade,
variando a distância entre os espelhos curvos e mantendo
a taxa de repetição constante em 500 MHz.
* Cálculo do waise em ambos os casos. Gráfico comparativo
entre o waist para 3 diferentes valores da taxa de
repetição.
* Confirmar se o spot aumenta muito se R=3 cm e d=5 cm*)

<<Graphics`Legend`
<<Graphics`ImplicitPlot`
Clear[n, M, M2, mm, A, B, d, d1, d2, d3, d4, d5, f, R, lc, nc, n,
rep, a, b, c, x, x1, y, y1, est, wo, wtemp, wl, wc, w, wf, wfoco]
```

Esquema

$$d = d_1 + d_2$$

d_3 = caminho pelos espelhos planos

d_1 - cristal (centro) - d_2

$$\text{rep} = c/(d + d_3) \rightarrow d_3 = c/\text{rep} - d$$

Parametros

```
nc = 1.772;
c = 3 10; (cm GHz)
L = 0.3; (*cm*)
λ = 775 10-7; (*cm*)

cm GHz
```

Matrizes

```
(*espelho curvo: {{1,0},{-2/R,1}}
 espaço livre: {{1,d},{0,1}}
 matriz para interface n1 → n2: {{1,0},{0,n1/n2}}
 matriz para interface ar → cristal: {{1,0},{0,1/nc}}
 cristal → ar: {{1,0},{0,nc}}*)
M = {{1, L/2}, {0, 1}}.{{1, 0}, {0, 1/nc}}.{{1, d/2 - L/2}, {0, 1}}.
    {{1, 0}, {-2/R, 1}}.{{1, c/rep - d}, {0, 1}}.{{1, 0}, {-2/R, 1}}.
    {{1, d/2 - L/2}, {0, 1}}.{{1, 0}, {0, nc}}.{{1, L/2}, {0, 1}};
```

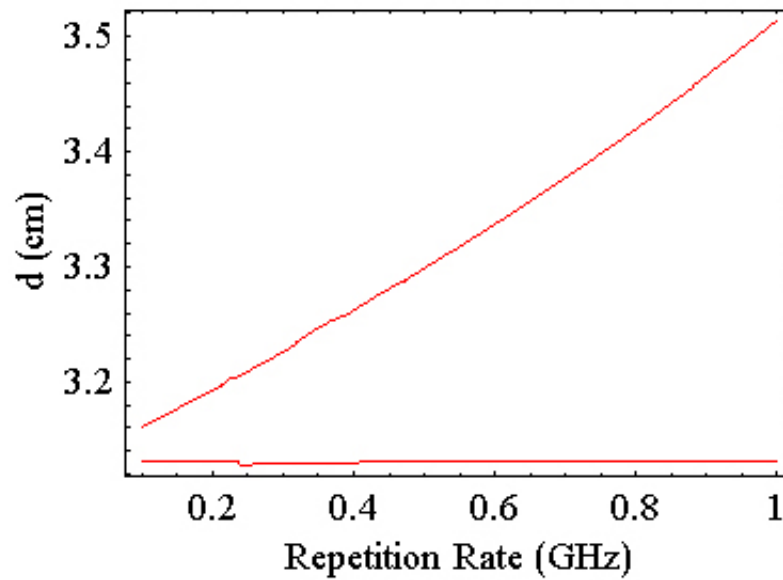
```
(*cavidade é estável se  $-2 \leq a+d \leq 2$ *)

est[R_, rep_, d_] = M[[1, 1]] + M[[2, 2]];

NSolve[est[3, 1, d] == -2]

{{d -> 3.1307}, {d -> 27.}}
```

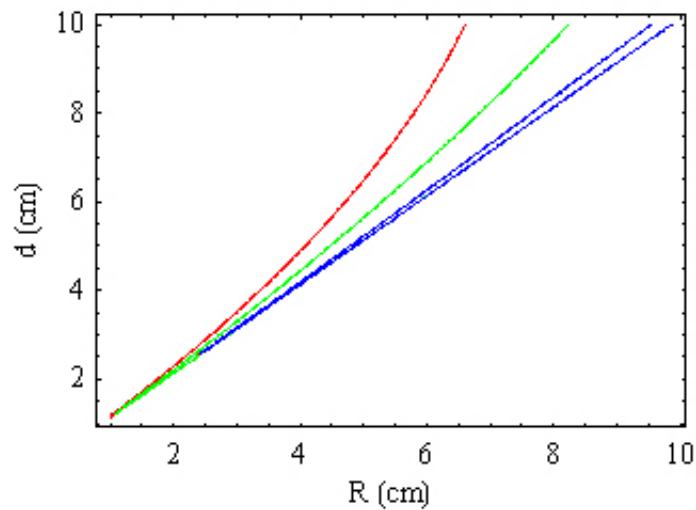
```
ImplicitPlot[{(est[3, a, b])^2 == 4}, {a, 0.1, 1}, {b, 1, 10},
  AspectRatio -> 0.7,
  PlotStyle -> {{Thickness[0.005], RGBColor[1, 0, 0]}},
  PlotRange -> All, Frame -> True, Axes -> False,
  FrameLabel -> {"Repetition Rate (GHz)", "d (cm)"},
  AxesLabel -> {"R (cm)", "d (cm)"},
  TextStyle -> {FontFamily -> "Times", FontSize -> 18}, PlotPoints -> 300]
```



```

ImplicitPlot[{(est[a, 1, b])^2 == 4, (est[a, 0.5, b])^2 == 4,
  (est[a, 0.1, b])^2 == 4}, {a, 1, 10}, {b, 1, 10}, AspectRatio -> 0.7,
PlotStyle -> {RGBColor[1, 0, 0], RGBColor[0, 1, 0], RGBColor[0, 0, 1],
  RGBColor[1, 0, 1], RGBColor[0, 0, 0],
  {RGBColor[0, 0, 0], Dashing[{0.05, 0.05]}], RGBColor[0, 0, 0]},
PlotRange -> All, Frame -> True, Axes -> False,
FrameLabel -> {"R (cm)", "d (cm)"},
AxesLabel -> {"R (cm)", "d (cm)"},
TextStyle -> {FontFamily -> "Times", FontSize -> 14},
PlotLegend -> {"sin", "cos", "", ""}, PlotPoints -> 300]

```



Spot entre os dois espelhos curvos

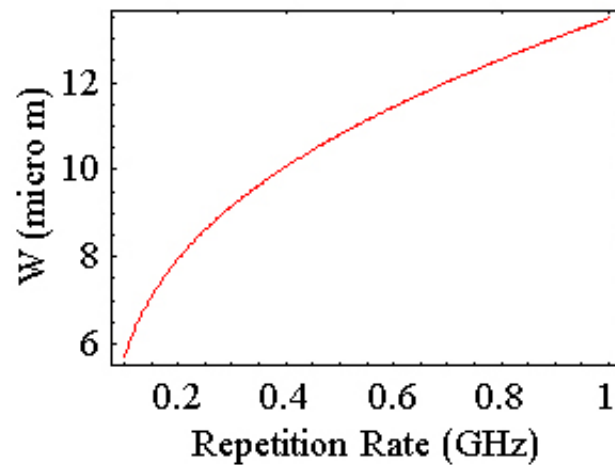
```

Clear[w]

w[R_, rep_, d_] =
  Sqrt[λ / π Sqrt[M[[1, 2]] ^ 2] / Sqrt[1 - (est[R, rep, d] / 2) ^ 2]];

Plot[{w[3, b, 3.15] 104}, {b, 0.1, 1}, AspectRatio → 0.7,
  PlotRange → All, PlotStyle → {{Thickness[0.005], RGBColor[1, 0, 0]}},
  Frame → True, Axes → False,
  FrameLabel → {"Repetition Rate (GHz)", "W (micro m)"},
  TextStyle → {FontFamily → "Times", FontSize → 18}, PlotPoints → 300]

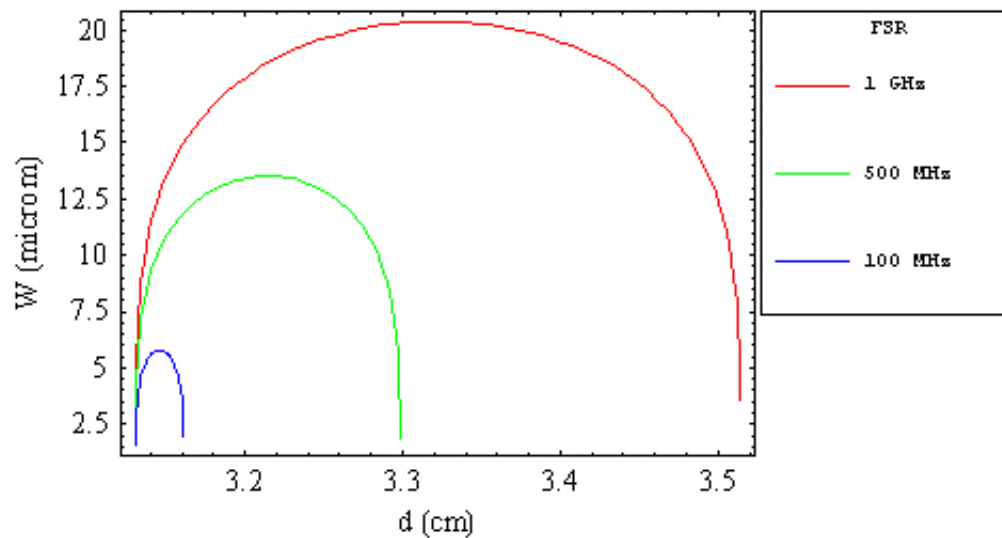
```



```

a1 = 3;
k1 = 3;
k2 = 5;
Plot[{w[a1, 1, b] 104, w[a1, 0.5, b] 104, w[a1, 0.1, b] 104},
  {b, k1, k2}, AspectRatio → 0.7, PlotRange → All,
  PlotStyle → {RGBColor[1, 0, 0], RGBColor[0, 1, 0], RGBColor[0, 0, 1],
    RGBColor[1, 0, 1]}, Frame → True, Axes → False,
  FrameLabel → {"d (cm)", "W (micro m)"},
  TextStyle → {FontFamily → "Times", FontSize → 14},
  PlotLegend → {"1 GHz", "500 MHz", "100 MHz"},
  LegendPosition → {1, -0.1}, LegendLabel → "FSR",
  LegendLabelSpace → .3, LegendOrientation → Vertical,
  LegendBackground → GrayLevel[1], LegendShadow → {0, 0},
  Background → GrayLevel[1], PlotPoints → 300]

```



B.3 Cálculo do parâmetro δ

Programa utilizado para o calculo do gráfico da figura 4.9, 4.10 e 6.8.

```

→      R ( x // y ) R
      d3      d5
      Rc |      d4      | →

<<Graphics`Legend`
<<Graphics`ImplicitPlot`
<<Graphics`Graphics3D`
<<Graphics`InequalityGraphics`

Parâmetros

Clear[n, M, M2, mm, A, B, d, d1, d2, d3, d4, d5, f, R, lc, nc,
n, foco, a, b, c, x, x1, y, y1, est, wo, wtemp, wl, wc, w, wf,
δ, ww, wn]
nc = 1.772;
Clear[c]
(*n2= 8 π 10^5 13 10^-14 10^(2); (*mm^2/W*)*)
n2 = 3 10^-14; (*mm^2/W*) (*3 10^-20 m^2 W^-1, *)
(*wo=16 10^(-6); (*m*)*)
λ = 775 10^-6; (*mm*)
d3 = 90; (*mm*)
(*d4:=2 Cos[13.8 π/180] (Cos[13.8 π/180] 75-(x+y)/2) ; (*mm*)*)
d4 = 90;
d5 = 90; (*mm*)
lc = 3 ; (*mm*)
R = 30; (*mm*)
frep[x_, y_] = 3 10^11 / (d3 + d4 + d5 + x + y);
Pp[x_, y_] = 0.5 1.2 / (frep[x, y] 2 / (sqrt(π) 10^-12 Erf[1 / (frep[x, y] 10^-12)]));

```

Estabilidade, waist, δ

$k = 0 \rightarrow$ sem lente
 $k = 1 \rightarrow$ com lente
 $\epsilon = 0 \rightarrow R_c =$ espelho plano
 $\epsilon = 1 \rightarrow R_c =$ espelho convexo

Cavidade sem efeito kerr

```

Clear[Rc, M, k,  $\epsilon$ , k1,  $\epsilon$ 1, w,  $\delta$ , x, y, w0, x1, y1, w01, M, Mn]
Rc = 1000(*mm*);
Mn = FullSimplify[{{1, lc / (2 nc)}, {0, 1}}, {{1, y - lc / 2}, {0, 1}},
  {{1, 0}, {-2 / Rc, 1}}, {{1, d5}, {0, 1}}, {{1, 0}, {-2  $\epsilon$  / Rc, 1}},
  {{1, d3 + d4}, {0, 1}}, {{1, 0}, {-2 / Rc, 1}}, {{1, x - lc / 2}, {0, 1}},
  {{1, lc / (2 nc)}, {0, 1}}, {x  $\geq$  0, y  $\geq$  0, n  $\geq$  0}];
estn[x1_, y1_,  $\epsilon$ 1_] =
  Simplify[Mn[[1, 1]] + Mn[[2, 2]] /. {x -> x1, y -> y1,  $\epsilon$  ->  $\epsilon$ 1}];
wn[x1_, y1_,  $\epsilon$ 1_] =  $\left[ \left( (\lambda / \pi) \frac{Mn[[1, 2]]}{\text{Sqrt}[1 - (\frac{Hn[[1, 1]] \cdot Hn[[2, 2]]}{2})^2]} \right)^2 \right]^{1/4} /.$ 
  {x -> x1, y -> y1,  $\epsilon$  ->  $\epsilon$ 1};

```

Cavidade com efeito kerr

$k = 0 \rightarrow$ sem lente

$k = 1 \rightarrow$ com lente

$\epsilon = 0 \rightarrow R_c =$ espelho plano

$\epsilon = 1 \rightarrow R_c =$ espelho convexo

Rc = 1000;

**M = FullSimplify[{{1, lc / (2 nc)}, {0, 1}}.{{1, y - lc / 2}, {0, 1}}.
 {{1, 0}, {-2 / R, 1}}.{{1, d5}, {0, 1}}.{{1, 0}, {-2 ϵ / Rc, 1}}.
 {{1, d3 + d4}, {0, 1}}.{{1, 0}, {-2 / R, 1}}.{{1, x - lc / 2}, {0, 1}}.
 {{1, lc / (2 nc)}, {0, 1}}.{{1, 0}, {-k $\left(\frac{4 n^2 P lc}{\pi w_0^4} \right)$, 1}}},
 {x $\geq$ 0, y $\geq$ 0, n $\geq$ 0}];**

estv[w1_, x1_, y1_, ϵ 1_, k1_] =

Simplify[M[[1, 1]] + M[[2, 2]] /.

{x -> x1, y -> y1, k -> k1, ϵ -> ϵ 1, w0 -> w1, P -> Pp[x1, y1]}];

wv[P_, w1_, x1_, y1_, ϵ 1_, k1_] =

$\left((\lambda / \pi)^2 \frac{M[[1, 2]]^2}{1 - \left(\frac{H[[1, 1]] \cdot H[[2, 2]]}{2} \right)^2} \right)^{(1/4)} /.$

{x -> x1, y -> y1, k -> k1, ϵ -> ϵ 1, w0 -> w1, P -> P1};

dv[x_, y_, ϵ _] :=

Limit[1 / wv[P, wn[x, y, ϵ], x, y, ϵ , 1]

D[wv[P, wn[x, y, ϵ], x, y, ϵ , 1], P], P -> 0] // N;

NSolve[estv[wn[x, x, 0], x, x, 0, 0]^2 == 4, x]

NSolve[estv[wn[x, x, 1], x, x, 0, 1]^2 == 4, x]

{{x -> 15.6535}, {x -> 17.5285}}

```

min = 14;
max = 19;
prec = 500;
Timing[
Do[
  {a[1,  $\epsilon$ ] = ContourPlot[ $\phi_v[x, y, \epsilon] 10^6$ , {x, min, max},
    {y, min, max}, ContourLines  $\rightarrow$  False, PlotPoints  $\rightarrow$  prec,
    FrameLabel  $\rightarrow$ 
      {"distância entre o espelho de entrada e o cristal (mm)",
       "distância entre espelho curvo e o cristal (mm)", "", ""},
    TextStyle  $\rightarrow$  {FontFamily  $\rightarrow$  "Times", FontSize  $\rightarrow$  24}},
  a[2,  $\epsilon$ ] = ContourPlot[ $\phi_v[x, y, \epsilon] 10^6$ , {x, min, max},
    {y, min, max}, ContourShading  $\rightarrow$  False, Contours  $\rightarrow$  {0},
    PlotPoints  $\rightarrow$  prec,
    FrameLabel  $\rightarrow$ 
      {"distância entre o espelho de entrada e o cristal (mm)",
       "distância entre espelho curvo e o cristal (mm)", "", ""},
    TextStyle  $\rightarrow$  {FontFamily  $\rightarrow$  "Times", FontSize  $\rightarrow$  24},
    ContourStyle  $\rightarrow$  {RGBColor[0, 0, 1], Thickness[0.005]}},
  a[3,  $\epsilon$ ] = ContourPlot[estv[ $\omega_n[x, y, \epsilon]$ , x, y,  $\epsilon$ , 1],
    {x, min, max}, {y, min, max}, Contours  $\rightarrow$  {-2, 2},
    PlotPoints  $\rightarrow$  20, ContourShading  $\rightarrow$  False,
    ContourStyle  $\rightarrow$  {RGBColor[1, 0, 0], Thickness[0.005]},
    FrameLabel  $\rightarrow$ 
      {"distância entre o espelho de entrada e o cristal (mm)",
       "distância entre espelho curvo e o cristal (mm)", "", ""},
    TextStyle  $\rightarrow$  {FontFamily  $\rightarrow$  "Times", FontSize  $\rightarrow$  24}},
  a[4,  $\epsilon$ ] = ContourPlot[x - y, {x, min, max}, {y, min, max},
    Contours  $\rightarrow$  {0}, PlotPoints  $\rightarrow$  20, ContourShading  $\rightarrow$  False,
    ContourStyle  $\rightarrow$  {RGBColor[0, 1, 0], Thickness[0.005]},
    FrameLabel  $\rightarrow$ 
      {"distância entre o espelho de entrada e o cristal (mm)",
       "distância entre espelho curvo e o cristal (mm)", "", ""},
    TextStyle  $\rightarrow$  {FontFamily  $\rightarrow$  "Times", FontSize  $\rightarrow$  24}}], { $\epsilon$ , 0, 1}]

Do[Show[a[1, i], a[2, i], a[3, i], a[4, i]], {i, 0, 1}]

```

δ com freq variável

```

M = FullSimplify[{{1, lc / (2 nc)}, {0, 1}}.{{1, y - lc / 2}, {0, 1}}.
  {{1, 0}, {-2 / R, 1}}.{{1, d5}, {0, 1}}.{{1, 0}, {-2 ε / Rc, 1}}.
  {{1, c / fr - d5 - x - y}, {0, 1}}.{{1, 0}, {-2 / R, 1}}.{{1, x - lc / 2}, {0, 1}}.
  {{1, lc / (2 nc)}, {0, 1}}.{{1, 0}, {-k (  $\frac{4 n^2 P lc}{\pi wo^4}$  ), 1}}],
  {x ≥ 0, y ≥ 0, n ≥ 0}];
estv[frep_, w1_, x1_, y1_, ε1_, k1_] =
  Simplify[M[[1, 1]] + M[[2, 2]] /.
    {fr → frep, x → x1, y → y1, k → k1, ε → ε1, wo → w1, P → Pp[x1, y1]}];
wv[frep_, P1_, w1_, x1_, y1_, ε1_, k1_] =
  
$$\left( (\lambda / \pi)^2 \frac{M[[1, 2]]^2}{1 - \left( \frac{H[[1, 1]] \cdot H[[2, 2]]}{2} \right)^2} \right)^{(1/4)} /.$$

  {fr → frep, x → x1, y → y1, k → k1, ε → ε1, wo → w1, P → P1};
óv[frep_, x_, y_, ε_] :=
  Limit[1 / wv[frep, P, wn[frep, x, y, ε], x, y, ε, 1]
    D[wv[frep, P, wn[frep, x, y, ε], x, y, ε, 1], P], P → 0] // N;
Plot[{óv[2, x, x, 0] 106, óv[1, x, x, 0] 106, óv[0.760, x, x, 0] 106},
  {x, 15, 22}, PlotPoints → 20, Frame → True,
  FrameLabel → {"distância entre os espelhos curvos e o cristal (mm)",
    "δ (MW)-1", "", ""},
  PlotStyle → {{RGBColor[1, 0, 0], Thickness[0.01]},
    {RGBColor[0, 0, 1], Thickness[0.01]},
    {RGBColor[0, 0, 0], Thickness[0.01]},
    {RGBColor[0, 0, 0], Thickness[0.005]}},
  TextStyle → {FontFamily → "Times", FontSize → 24}]

```


Apêndice C

Publicações

1. G. T. Nogueira L. A. Padilha, C. H. Brito Cruz, D. Pereira, F. C. Cruz, "Super continuum generation with an air-silica microstructure optical fiber and application to optical frequency measurements", Anais de Óptica do XXVII Encontro Nacional de Física da Matéria Condensada, 2004, Poços de Caldas, MG.
2. G. T. Nogueira, L. A. Padilha, C. H. Brito-Cruz, D. Pereira, and F. C. Cruz, "A femtosecond frequency comb for a calcium optical clock", Proc. XIX International Conference on Atomic Physics, Rio de Janeiro, Brazil, 25-30 July, pg. 27 (2004)
3. G. T. Nogueira, D. Pereira, and F. C. Cruz, "A homemade femtosecond Ti:sapphire laser and super continuum generation with an air-silica microstructure optical fiber", Proceedings of the 2005 IEEE/LEOS Summer Topical Meetings, 2005, San Diego, CA, EUA.
4. Giovana T. Nogueira and Flavio C. Cruz, "High repetition rate ultra-broadband prismless femtosecond Ti:sapphire", Anais de Óptica do XXIV Encontro Nacional de Física da Matéria Condensada, 2006, São Lourenço, MG.
5. G. T. Nogueira, F. C. Cruz, "Efficient 1 GHz Ti:sapphire laser with improved broadband continuum in the infrared", Opt. Lett. 31, 2069-2071 (2006), e em Virtual Journal of Ultrafast Science, 5 (8),(August, 2006)
6. F.C. Cruz, L.S. Cruz, S.A. Carvalho, G.T. Nogueira, L.E.E de Araújo, A. Mirage, and D. Pereira, "Exploring new routes for cooling and trapping lighter alkaline-earth elements: theory and experiments with calcium", Proc. of III Workshop on Cold Alkaline-Earth Atoms, 2006, Boston.