

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE FÍSICA GLEB WATAGHIN**

O perfil longitudinal de chuviros atmosféricos extensos de altíssimas energias no cálculo da energia calorimétrica e no estudo da composição química dos primários

Fernando Catalani

**Tese apresentada ao Instituto de Física Gleb Wataghin para obtenção do título de
Doutor em Ciências**

Este exemplar corresponde à redação final da tese de doutorado defendida pelo aluno Fernando Catalani e aprovada pela Comissão Julgadora 8/julho/2008

J. A. Chinellato
**Orientador: Prof. Dr. José Augusto Chinellato
DRCC - IFGW**

Campinas, 2008

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DO IFGW - UNICAMP

C28p	<p>Catalani, Fernando O perfil longitudinal de chuueiros atmosféricos extensos de altíssimas energias no cálculo da energia calorimétrica e no estudo da composição química dos primários / Fernando Catalani. -- Campinas, SP : [s.n.], 2008.</p> <p style="text-align: center;">Orientador: José Augusto Chinellato. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física "Gleb Wataghin".</p> <p style="text-align: center;">1. Raios cósmicos de altíssima energia. 2. Perfil longitudinal. 3. Energia calorimétrica. 4. Energia perdida. 5. Composição química. I. Chinellato, José Augusto. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física "Gleb Wataghin". III. Título.</p> <p style="text-align: right;">(vsv/ifgw)</p>
------	--

- **Título em inglês:** The ultra high energy extensive air shower longitudinal profile on the calorimetric energy calculation and primaries chemical composition studies
- **Palavras-chave em inglês (Keywords):**
 1. Ultra high energy cosmic rays
 2. Longitudinal profile
 3. Calorimetric energy
 4. Missing energy
 5. Chemical composition
- **Área de concentração:** Física das Partículas Elementares e Campos
- **Titulação:** Doutor em Ciências
- **Banca examinadora:**
 - Prof. José Augusto Chinellato
 - Prof. Phillippe Gouffon
 - Prof. Ronald Cintra Shellard
 - Prof. Ernesto Kemp
 - Prof. Jun Takahashi
- **Data da defesa:** 12/02/2008
- **Programa de Pós-Graduação em:** Física



Secretaria de Pós-Graduação - Tel: (19) 3521-5305 FAX: (19) 3521-4142

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE DOUTORADO DE **FERNANDO CATALANI - RA 945810**, APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN" DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 12/02/2008.

COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Dr. José Augusto Chinellato – DRCC/IFGW/UNICAMP
(Orientador do Candidato)

Prof. Dr. Philippe Gouffon – DFE/IF/USP

Prof. Dr. Ronald Cintra Shellard – CBPF

Prof. Dr. Ernesto Kemp – DRCC / IFGW/UNICAMP

Prof. Dr. Jun Takahashi – DRCC /IFGW/UNICAMP

Universidade Estadual de Campinas - Instituto de Física Gleb Wataghin – Secretaria da Pós-Graduação
CP 6165 – CEP 13083-970 - Campinas - SP –
Fone: +55 19 3521-5305 / 3521-5279 / 3521-5280
e-mail: secpos@fi.unicamp.br

*Dedico essa tese aos meus pais, Judite e Floriano,
pela dedicação e amizade.*

“Em outras palavras, entre o especialista que atinge pelo cálculo uma realidade inimaginável e o público ávido de captar algo dessa realidade cuja evidência matemática desmente todos os dados da intuição sensível, o pensamento mítico volta a ser um intercessor, único meio para os físicos de se comunicar com os não-físicos.”

“História de Lince”, Claude Lévi-Strauss

Agradecimentos

Inicialmente gostaria de agradecer a todos que de alguma forma me auxiliaram nesse trabalho. Como foram muitas pessoas ao longo de todos esses anos, peço desculpas aos que, por falha da memória, não estiverem nessas linhas. A todos Muito Obrigado.

Agradeço ao meu orientador Prof. José Augusto pela dedicação, orientação, amizade e infinita paciência.

A todos os professores do DRCC que sempre estiveram dispostos a discutir o trabalho. Agradeço aos professores Anderson, Carola, Edison Shibuya, Ernesto Kemp e em especial ao prof. Jun e ao prof. Escobar pelas valiosas discussões, idéias, opiniões, etc.

A todos os colegas de pós-graduação. Foram tantos os amigos que passaram e outros ainda presentes! Aqui talvez cometa algumas injustiças, mas vamos lá... Agradeço aos amigos Álvaro, Jeferson, Luiz Américo, Sérgio Barroso, Marcelo Leigui, Carlos Toderó, Walter, Rafael e Geraldo. Aos amigos Ricardo Sato, Henrique e Vitor, um agradecimento especial!

Aos meus amigos Luiz Adriano (Batfino), Renato (Kan), Charles (Tonho), Mário (Bu), Fábio (Beronha) e Tatá: valeu pela força!

A todo o pessoal do DRCC, ao pessoal da pós-graduação, muito obrigado!

Por fim, agradeço ao CNPQ e FAPESP pelo apoio financeiro.

Resumo

Essa tese tinha como objetivo estudar o perfil longitudinal de chuviros atmosféricos extensos de forma completa. Nós simulamos chuviros atmosféricos utilizando o programa CORSIKA para diferentes primários e energias acima de 10^{17} eV e procuramos relações entre vários parâmetros extraídos do perfil longitudinal, como X_{\max} , X_0 , $X_{\max}-X_0$, FWHM entre outros. Utilizamos os modelos de interação hadrônica QGSJET01 e SIBYLL2.1 nesses estudos.

Um resultado obtido foi a contribuição de diferentes componentes de um chuviro atmosférico no depósito de energia na atmosfera, para diferentes ângulos, primários e modelos de interação hadrônica. Calculamos, pela primeira vez, explicitamente as quantidades de energia calorimétrica e energia perdida que são necessárias para a reconstrução da energia do primário. Pudemos, então, parametrizar a fração de energia perdida em termos da energia calorimétrica e da energia do primário. Essa parametrização varia menos de 1 % com o ângulo zenital e com o nível de observação. Já a dependência com o primário é menor que 5 % e com o modelo de interação hadrônica é menor que 2 %. Calculamos como menor que 3 % o erro sistemático de corrigir a energia perdida usando uma parametrização mista de 50 % de chuviros de ferro e 50 % chuviros de próton.

Aplicamos métodos estatísticos no estudo da composição de raios cósmicos. Como resultado, propomos a utilização de vários parâmetros do perfil longitudinal como X_{\max} , N_{\max} , Sigma, Assimetria, Skewness and Kurtose. Através do método de análise de componentes principais (PCA) nós estudamos a relevância de cada um desses parâmetros na caracterização do perfil longitudinal. Aplicamos, então, a análise de discriminantes lineares (LDA) para encontrar uma combinação linear dos parâmetros usados que melhor classifique um chuviro como sendo originado por próton, ferro e fótons. Mostramos que LDA permite uma melhor separação entre chuviros de hádrons e fótons e entre chuviros de prótons e ferro que métodos baseados apenas na medida de X_{\max} .

Abstract

The aim of this thesis was to study in a thoroughly way the longitudinal profile of air showers. We simulated air showers for different primaries and energies with the CORSIKA program and searched for relations between several parameters extracted from longitudinal profile, like X_{\max} , X_0 , $X_{\max}-X_0$, FWHM and others. Hadronic interaction models QGSJET01 and SiBYLL2.1 were used in these studies. One result was the contribution for different components of an air shower to the energy deposit in the atmosphere, considering different angles, primary particles and hadronic interaction models was studied.

We calculated, for the first time, the amounts of calorimetric energy and missing energy which are essential to reconstruct the primary energy. Thus, we could parameterize the fraction of missing energy in terms of the primary energy as a function of calorimetric energy. This parametrization varies less than 1% with angle and observation level. We showed that the dependence with primary mass is less than 5 % and with hadronic interaction model is below 2%. Using a parametrization with a mixture of 50 % of proton and 50 % iron showers at 45° to correct the missing energy the systematic error found was less than 3 %.

Finally, we applied statistical methods in the composition studies of air showers. As a result, we propose the utilization of several features of air shower longitudinal profiles such as X_{\max} , N_{\max} , Sigma, Asymmetry, Skewness and Kurtosis. First we studied the relevance of each parameter for the overall shower features using principal component analysis (PCA). Then, we applied linear discriminant analysis (LDA) to find a linear combination of the shower parameters that best classifies a shower as an iron, proton or photon originated shower. We showed that LDA provides a better separation between iron and proton showers than using only X_{\max} -based methods.

Sumário

Lista de Figuras	XVI
Lista de tabelas	XVIII
Capítulo 1. Introdução: Raios Cósmicos de Altíssima Energia	1
1.1 História	2
1.2 As Técnicas de Detecção	4
1.3 Detectores de raios cósmicos de altíssima energia	6
1.4 Astrofísica dos Raios Cósmicos	11
1.5. O Observatório Auger: uma nova era para a física de raios cósmicos	29
Capítulo 2. Caracterização do perfil longitudinal de partículas	30
2.1 Cascata Eletromagnética	30
2.2 Desenvolvimento longitudinal de chuviscos Eletromagnéticos e Hadrônicos	32
2.3 Simulações	36
2.4 Resultados	37
2.5 Modelos de Interação Hadrônica	47
2.6 Conclusão	51
Capítulo 3. Análise de Discriminantes lineares e novos parâmetros do desenvolvimento longitudinal	52
3.1. Perfil Longitudinal e o parâmetro X_{max}	53
3.2. Novos parâmetros para estudo de Composição	56
3.3. Análise de Componentes Principais (PCA)	61
3.4. Análise de Discriminantes Lineares (LDA)	63
3.5. Simulação do campo de visão do telescópio	68
3.6. Conclusão	70
Capítulo 4. A estimativa de energia do primário através de calorimetria na atmosfera: energia das partículas da frente do chuvisco e a chamada “Energia Perdida	72
4.1 Calorimetria através da observação da luz de fluorescência	72
4.2 As estimativas de energia depositada e de energia perdida	74
4.3 Balanço de Energia	77
4.4 Resultados	83
4.5 Conclusão	90
5. Conclusão	91
Referências	95
Apêndice: PCA e LDA	99

Lista de Figuras

Capítulo 1:

Figura 1. 1 Distribuições laterais simuladas de energia depositada por elétrons, fótons e múons em um tanque de cherenkov na água [1.14].	5
Figura 1. 2 Telescópio de Fluorescência do Observatório Pierre Auger, Los Leones, Malargüe. www.Auger.org	10
Figura 1. 3: o espectro de energia dos raios cósmicos.....	11
Figura 1. 4. Comprimento de atenuação de fótons, prótons e ferro em várias radiações de fundo como função da energia. A linha pontilhada do limite de “red shift” representa o limite superior de distância que uma partícula pode viajar até a Terra [1.39].	20
Figura 1. 5. O diagrama de Hillas. Os segmentos de reta vermelhos representam o limite para primário próton e o verde para ferro [1.14].	23

Capítulo 2:

Figura 2. 1. Desenho esquemático de uma cascata eletromagnética.	32
Figura 2. 2. Profundidade do Máximo do chuvaireo (X_{max}) em função da energia do primário. Dados experimentais e previsões teóricas usando diversos modelos [8]...35	35
Figura 2. 3. Perfil longitudinal dividido pela energia do primário, média de 500 chuvaireos de primário Próton, Thinning 10^{-5} , ângulo zenital de 30°	38
Figura 2. 4. Perfil longitudinal dividido pela energia do primário, média de 500 chuvaireos de primário ferro, Thinning 10^{-5} , ângulo zenital 30°	38
Figura 2. 5. Desenvolvimento longitudinal de ferro (verde) e próton (vermelho), 200 chuvaireos para cada primário.....	39
Figura 2. 6. Comparação entre perfis longitudinais de partículas carregadas para chuvaireos de Próton, energias de 10^{19} eV, usando os modelos QGSJET01 e SIBYLL2.1.....	50
Figura 2. 7. Perfil longitudinal de Múons + em função da profundidade, chuvaireos de Próton, energias de 10^{19} eV, usando os modelos QGSJET01 e SIBYLL2.1.	50

Capítulo 3:

Figura 3. 1. Perfil longitudinal de 100 chuvaireos de ferro e 100 de próton, todos deslocados de forma que seu X_{max} seja coincidente.....	54
Figura 3. 2. Distribuições de X_{max} para primários ferro, próton e fótons.	54
Figura 3. 3. Taxa de alongação para chuvaireos de ferro, próton e fótons. As barras de erro são dadas pelos RMS das distribuições.	55
Figura 3. 4 (a) Dependência do erro do Fator de Mérito com o número de eventos. (b) Dependência do erro do FM com a fração relativa de prótons e ferro[5].	56
Figura 3. 5. Distribuições de X_{max} , N_{max} , Sigma, Assimetria, <i>Skewness</i> e <i>kurtose</i> para chuvaireos de $E_0=1$ EeV.....	60
Figura 3. 6. Peso das variáveis X_{max} , N_{max} , Sigma, Assimetria, <i>Skewness</i> e <i>kurtose</i> na composição dos autovetores da PCA f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 e f_6 , para chuvaireos de ferro (esquerda) e próton (direita) de energia 10^{18} eV.	63

Figura 3. 7. Parâmetro LDA (f_1-f_2) para chuviros de primários ferro, próton e fótons usando como conjuntos de treino dados de ferro e de próton.	66
Figura 3. 8. Parâmetro LDA (f_1-f_2) para chuviros de primários ferro, próton e fótons usando como conjuntos de treino dados de hádrons (ferro e próton).	66
Figura 3. 9 Média dos parâmetros LDA (f_1-f_2) em função da energia. As barras de erro são os desvios padrões de cada distribuição (em cada energia).....	67
Figura 3. 10. Comparação entre os fatores de mérito do parâmetro LDA (f_1-f_2) e de X_{max} em função da energia.....	67
Figura 3. 11. Comparação entre os fatores de mérito do parâmetro LDA com as variáveis Sigma, Assimetria, <i>Skewness</i> e <i>Kurtose</i> em função da parte do chuviro observada.	69

Capítulo 4:

Figura 4. 1. Energia calorimétrica (E_{Cal}) como fração de E_0 , como função de E_{Cal} . As curvas são para prótons e ferro para quatro diferentes ângulos.	86
Figura 4. 2. Energia calorimétrica em relação à energia do primário calculada para ângulo de 45° , obtida por nós (linha), comparada com as parametrizações de Linsley (triângulo) e de Song (círculos).	88
Figura 4. 3. Energia calorimétrica em relação à energia do primário (45°), calculada para dois níveis de observação (nível do mar e 300 m acima).	89
Figura 4. 4. Energia calorimétrica com relação à E_0 (45°), comparando-se os modelos QGSjet01 e SIBYLL2.1.	89

Lista de Tabelas

Tabela 2. 1. Médias e desvios padrão para variáveis do perfil longitudinal (g/cm^2) de chuviros iniciados por ferro e próton, modelo de interação hadrônica QGSJET01... 40	40
Tabela 2. 2. Médias e desvios padrão para variáveis do perfil longitudinal (g/cm^2) de chuviros iniciados por ferro e próton, modelo de interação hadrônica SIBYLL2.1... 41	41
Tabela 2. 3 Relações (em porcentagem) entre grandezas do perfil para chuviros de mesmo primário. Modelo de interação hadrônica QGSJET01. 45	45
Tabela 2. 4 Relações (em porcentagem) entre grandezas do perfil comparando chuviros de Ferro com chuviros de Próton. Modelo de interação hadrônica QGSJET01..... 45	45
Tabela 2. 5 Relações (em porcentagem) entre grandezas do perfil para chuviros de mesmo primário. Modelo de interação hadrônica SIBYLL2.1..... 46	46
Tabela 2. 6 Relações (em porcentagem) entre grandezas do perfil comparando chuviros de Ferro com chuviros de Próton. Modelo de interação hadrônica SIBYLL2.1..... 46	46
Tabela 3. 1. Fatores de Mérito das 6 variáveis isoladas na análise 61	61
Tabela 3. 2. Fator de Mérito da separação conseguida pelo parâmetro LDA (f_1 - f_2) pra várias combinações de variáveis. 70	70
Tabela 4. 1 Partículas descartadas no ar: Energia Cinética média, contribuições relativas e fração da energia perdida por ionização. As frações f_{em} , f_{μ} e f_h são médias sobre todas as partículas ponderadas pelas respectivas contribuições..... 82	82
Tabela 4. 2. Hádrons no solo. Energia Cinética média, contribuições relativas e fração da energia perdida por ionização. A fração f'_h é a média sobre todas as partículas ponderada pelas respectivas contribuições. 82	82
Tabela 4. 3. Contribuição média para a energia depositada das diferentes componentes de um chuviro. Cada grupo de três linhas corresponde a uma escolha de ângulo e energia, discriminadas: (ION) ionização no ar, (CORTE) cortes da simulação e (SOLO) partículas que chegam ao solo. O primeiro valor (primeiro/segundo) refere-se a chuviros iniciados por prótons enquanto que o segundo refere-se a chuviros de ferro. 84	84
Tabela 4. 4. Parâmetros de ajuste para diferentes condições de simulação, apresentadas na Figura 4.1. As colunas centrais correspondem a uma mistura de ferro e próton 50% / 50%. Os valores em negrito correspondem ao ângulo de 45° 87	87

Capítulo 1. Introdução: Raios Cósmicos de Altíssima Energia

Continuamente a atmosfera da Terra é atingida por partículas e radiação eletromagnética provenientes do espaço. Em meados do século passado, costumava-se designar como raios cósmicos a componente nuclear (núcleos atômicos, com abundância próxima daquela observada na cavidade solar), elétrons, neutrinos de altas energias e eventualmente outras partículas “exóticas”. Mais recentemente, o conceito de raios cósmicos tem-se expandido pela observação de outros mecanismos de produção e propagação de partículas e radiação no espaço. Englobam-se, assim, em instituições de pesquisa já multidisciplinares, estudos visando mapear o céu e estudar espectros em raio-X, ondas de rádio, gama etc, além daquelas partículas acima citadas. Podemos citar aqui como referencia geral, a página eletrônica sobre experiências em Raios Cósmicos, Raios Gama e Neutrinos mantida por K. Bernlöhr [1.1]. Recentemente, cunhou-se o termo: física de astropartículas (usado em revistas especializadas) para designar as atividades nessa área. A energia dessas partículas pode variar desde poucos MeV até 10^{20} eV. Para partículas com energia até aproximadamente 10^{12} eV por núcleon o fluxo que atinge o planeta é alto o suficiente para que sejam coletadas em satélites ou balões. Acima dessa energia, a medição direta é muito difícil, mas, por uma feliz coincidência, raios cósmicos com energias superiores a 10^{14} eV produzem reações nucleares na atmosfera que dão origem a cascatas de partículas secundárias, permitindo a observação indireta no solo.

Essa cascata de partículas secundárias recebe o nome de chuva atmosférica e pode conter bilhões e bilhões de partículas que percorrem a atmosfera e chegam até a superfície do planeta. Um chuva pode ser representado por um disco de partículas relativísticas que percorre a atmosfera. Podemos observar o seu desenvolvimento na atmosfera, através da luz de fluorescência emitida pela atmosfera com a passagem das partículas do chuva, e depois detectar esse disco de partículas e fótons na superfície da Terra. É possível medir a densidade de partículas em função da distância ao eixo do chuva, também chamada distribuição lateral. Já o número de partículas em função da profundidade, enquanto o chuva se desenvolve, é chamado de desenvolvimento ou perfil

Capítulo 1

longitudinal. A posição na atmosfera onde ocorre o número máximo de partículas, chamada de X_{\max} , é uma variável importante no estudo desse fenômeno.

O foco dessa tese dirige-se para a região de mais alta energia do espectro de Raios Cósmicos. Nessa região, encontramos os raios cósmicos de ultra-alta energia (RCUAE, em inglês UHECR), partículas com energias macroscópicas cuja origem ainda é desconhecida e que, certamente, estão envolvidas nos processos mais energéticos do universo. Dessa forma, podem proporcionar informações acerca de fenômenos físicos e astrofísicos cujas energias são impossíveis de serem atingidas em laboratório. A solução dos mistérios envolvendo essas partículas fantásticas pode aumentar a compreensão sobre possíveis corpos celestes envolvidos em sua produção ou até mesmo ampliar os horizontes da física de partículas para além do modelo padrão.

1.1 História

Em 1912, num vôo de balão até uma altitude de 5000 metros, o austríaco Victor Hess (considerado o pai da física de raios cósmicos) descobriu uma radiação penetrante aparentemente vinda do espaço. Posteriormente, essa misteriosa radiação passou a ser estudada utilizando-se câmaras de nuvens e, usando um desses instrumentos, Dimitry Skobelzyn, em 1929, observou pela primeira vez “rastros” deixados por raios cósmicos. Também utilizando uma câmara de nuvens, Carl Anderson descobriu em 1932 a primeira partícula de antimatéria, o anti-elétron, que ganhou o nome de pósitron. Ainda nessa época, fervilhava um debate na comunidade científica a respeito do fato de serem de fato partículas ou raios gama, hipótese defendida pelo famoso físico norte-americano Robert Millikan. Contudo, era cada vez mais evidente a natureza corpuscular da radiação cósmica, como, pouco tempo depois, provou a descoberta do múon na radiação cósmica por Anderson e Neddermeyer; marcando o nascimento da física de partículas elementares.

Mais uma importante descoberta viria em 1938, com Pierre Auger [1.2]. Posicionando detectores de partículas nos Alpes Franceses, ele notou que detectores distantes vários metros um do outro, assinalavam a chegada de partículas exatamente no mesmo tempo. Supôs corretamente, então, que havia ocorrido uma “chuva” de partículas secundárias originadas por um mesmo primário que colidira com moléculas do ar: Pierre Auger acabara de descobrir os Chuveiros Atmosféricos Extensos. E foi além: estimou que a

Capítulo 1

energia desse primário era de 10^{15} eV, uma energia dez milhões de vezes maior do que qualquer energia conhecida à sua época! Vale a pena lembrar aqui o início das atividades experimentais em raios cósmicos no Brasil, com a publicação de trabalhos pioneiros de Gleb Wataghin e Marcelo Damy de Souza Santos, nesse mesmo período (1938-1941). São resultados de observações de chuueiros atmosféricos (ainda não chamados “chuueiros atmosféricos extensos”), em revistas indexadas de divulgação internacional e outras publicações de alcance nacional. É notável como Wataghin e Damy faziam um trabalho pioneiro juntamente a P. Auger e B. Rossi. Para exemplificar, essa intensa atividade em raios cósmicos no Brasil, mais precisamente na Universidade de São Paulo, mencionamos os artigos [1.3-1.8].

Alguns anos depois surgiram os primeiros experimentos que buscavam estudar esses chuueiros atmosféricos extensos, montados separadamente por Bruno Rossi e Georgi Zatsepin (montaram os primeiros “*arrays*” de detectores). A questão sobre a origem e os mecanismos de aceleração dessas partículas teve, então, a importante abordagem de Enrico Fermi, em 1949 [1.9]. Ele propôs um mecanismo de aceleração para os raios cósmicos, no qual as partículas são aceleradas chocando-se com nuvens magnéticas no espaço. Supernovas deveriam ser tais aceleradores cósmicos.

Em 1962, uma importante descoberta: John Linsley e colaboradores descobriram o primeiro raio cósmico com energia de cerca de 10^{20} eV, em Volcano Ranch, Novo México, nos Estados Unidos [1.10]. Nessa mesma época, Arno Penzias e Robert Wilson, no *Bell Labs*, descobriram a radiação de fundo de microondas e logo após Kenneth Greisen, Vadim Kuzmin e Georgi Zatsepin [1.11, 1.12] propuseram que as partículas da radiação cósmica interagiriam com essa radiação de fundo de tal forma que partículas de origem extragaláctica, chegando à Terra, não poderiam ter energias maiores que $6 \cdot 10^{19}$ eV.

Em 1991, o grupo de pesquisa do Observatório *Fly’s Eye*, nos EUA, observou um evento cuja energia medida foi de $3 \cdot 10^{20}$ eV, até hoje considerado o evento de maior energia já observado [1.13]. Após essa fantástica descoberta, vários outros eventos de energia extrema têm sido detectados. Em 1992, um grupo de pesquisadores começou a planejar um novo observatório de raios cósmicos, o Observatório Pierre Auger, em homenagem ao descobridor dos chuueiros atmosféricos. O novo observatório consistirá em dois gigantescos conjuntos de detectores, um no hemisfério norte (ainda a ser construído) e

Capítulo 1

outro no hemisfério sul, já praticamente concluído contando com 1600 módulos espalhados numa área de 3.000 km² e 4 telescópios de fluorescência que permitem visão estereoscópica dos eventos.

1.2 As Técnicas de Detecção

Para energias menores que 10¹⁴ eV, o fluxo de Raios Cósmicos (RC) é alto o suficiente para que as partículas primárias sejam detectadas diretamente por balões e satélites. Acima dessa energia, o fluxo passa a ser baixo (abaixo de 10 partículas por m² por dia) e sua detecção direta torna-se inviável em termos práticos. Todavia, a partir dessa energia, as cascatas produzidas pela interação do primário com a atmosfera passam a ser grandes o suficiente para serem detectadas no solo (ou vistas na atmosfera), os detectores passam, então a ser baseados no solo e grandes áreas são necessárias (principalmente se o objetivo seja estudar os raios cósmicos de mais alta energia).

O objetivo de todos os experimentos é medir a direção de chegada dos raios cósmicos primários, sua energia e a natureza dessa partícula.

Na detecção de raios cósmicos de altíssimas energias são usadas duas técnicas principais: amostragem das partículas secundárias que chegam ao solo e a observação do perfil longitudinal do chuveiro na atmosfera.

A primeira técnica é a mais usada e baseia-se na construção de detectores no solo e sua dispersão por grandes áreas. Tais detectores podem ser cintiladores, tanques de água (Cherenkov) e detectores de múons. A área de detecção aumenta com o intervalo de energia observado e conseqüente diminuição no fluxo. Já a segunda técnica consiste na observação da luz de fluorescência produzida pela excitação das moléculas de nitrogênio do ar pela passagem das partículas carregadas do chuveiro.

1.2.1 A técnica de detectores de solo (SD)

Um chuveiro produz um grande número de partículas espalhadas por uma grande área ao nível de observação (por exemplo, um chuveiro de energia de 1.10¹⁸ eV, tem cerca de 1.10⁸ partículas ao nível do mar), e tais partículas são detectadas ao atravessarem os detectores espalhados em uma grande área. Em geral, a distância que separa esses

Capítulo 1

detectores é de centenas de metros e, normalmente, são medidas densidades de partículas carregadas e fótons cherenkov no ar.

A direção do chuveiro e, conseqüentemente do primário, é determinada a partir dos tempos de chegada dos sinais em detectores diferentes e posteriormente da determinação da função de distribuição lateral do chuveiro, que dá a densidade de partículas em função da distância ao eixo do chuveiro (supondo-se uma simetria axial). A estimativa da energia do primário para energias até 10^{16} eV é feita tradicionalmente através de ajuste de curvas tipo Nishimura-Kamata-Greisen, com diferentes fatores de escala. Mais recentemente, para energias maiores que 10^{18} eV, outras formas de estimar a energia do primário têm sido usadas [1.14].

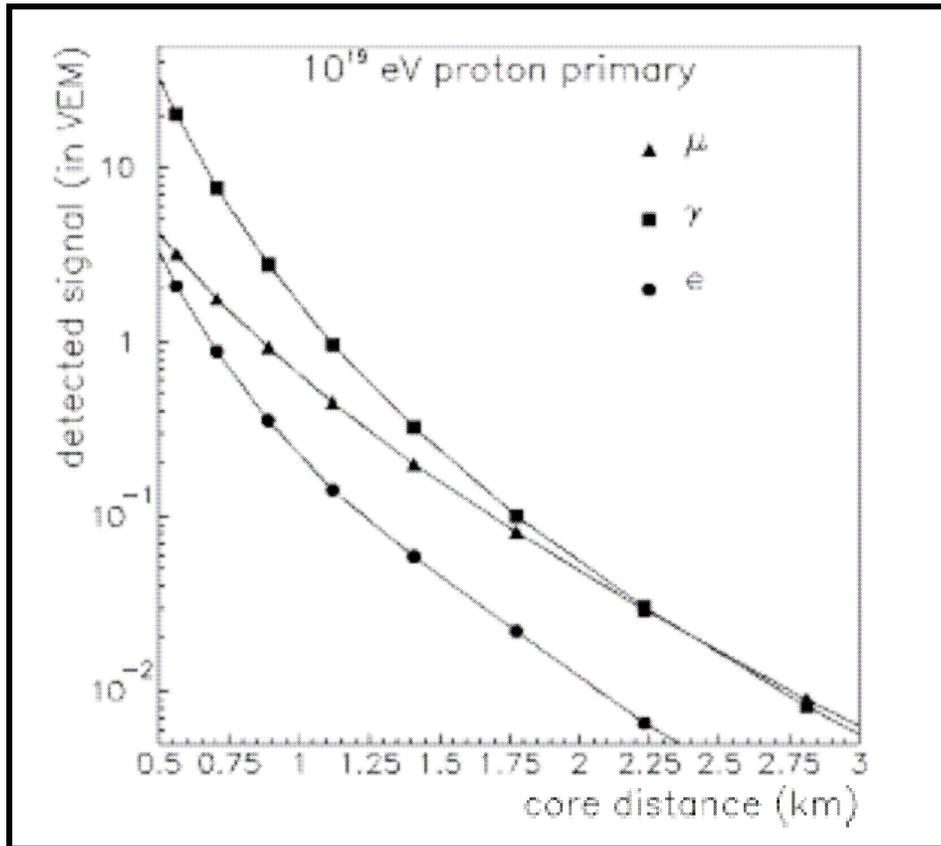


Figura 1. 1 Distribuições laterais simuladas de energia depositada por elétrons, fótons e múons em um tanque de cherenkov na água [1.14].

1.2.2 A técnica de fluorescência

Fótons de ultravioleta, no intervalo de 300 nm a 400 nm, são produzidos pela excitação de moléculas de nitrogênio através passagem de partículas carregadas de um chuveiro pela atmosfera. Cerca de quatro fótons por metro são produzidos para cada partícula carregada do chuveiro [1.15].

Com um conjunto de fotomultiplicadoras focalizadas em uma porção do céu, o desenvolvimento longitudinal de um chuveiro pode ser medido diretamente. Dessa forma, é possível medir a posição do máximo do chuveiro diretamente, que tem importância no estudo da composição química dos primários, como veremos mais tarde (capítulo 2). Além disso, através do perfil é possível calcular a energia total do chuveiro de forma mais precisa que em outras técnicas (capítulo 4). Entretanto, essa técnica só pode ser usada em noites escuras, sem lua, e sem nuvens (aproximadamente 10% do tempo).

1.3 Detectores de raios cósmicos de altíssima energia

O primeiro dos grandes conjuntos de detectores foi construído por Linsley, Scarsi e Rossi em 1959, em Volcano Ranch, Novo México, EUA. Possuía uma área de 8,1 km² contando com 19 cintiladores plásticos de 3,3 m² cada e foi responsável pela primeira medida do espectro acima de 1 EeV (1 EeV = $1 \cdot 10^{18}$ eV) da história. Também foram os primeiros a detectar um evento de energia maior que 100 EeV e até hoje permanece como um dos maiores eventos já detectados. Após esse trabalho pioneiro, outros observatórios foram construídos, como Haverah Park, Sugar, Yakutsk, Fly's Eye e AGASA. Discutiremos brevemente alguns deles.

1.3.1 Haverah Park

O conjunto de detectores de RC de Haverah Park [1.16] deixou de operar em julho de 1987 depois de operar por vinte anos, coordenado pela universidade de Leeds, em North Yorkshire, Inglaterra. O conjunto de detectores consistia de tanques Cherenkov de água de 1,2 m de profundidade, com estações que variavam de 1 m² a 54 m². Apresentando um conjunto central de 4 detectores espaçados 500 m um do outro e outros seis subconjuntos

Capítulo 1

de tanques com espaçamentos que variavam entre 50 m e 150 m, totalizando uma área de aproximadamente 12 km^2 . Durante seus anos de operação, milhares de eventos foram detectados, incluindo 4 eventos de energia superior a 100 EeV . O observatório Auger está utilizando a mesma técnica de tanques Cherenkov utilizada em Haverah Park.

1.3.2 SUGAR

Até a construção do observatório Auger, o único grande conjunto de detectores a operar no hemisfério sul foi o detector da Universidade de Sidney (SUGAR- Sidney University Giant Air Shower Recorder) operou entre 1968 e 1979, em Narrabri na província de Nova Gales do Sul, $149^\circ 43' \text{ L}$ e $30^\circ 32' \text{ S}$, Austrália [1.17], e consistia em um conjunto de 54 estações espalhadas por uma área de aproximadamente 60 km^2 . Cada estação era autônoma, com sua própria fonte de energia (gás). As estações eram compostas de cintiladores de 6 m^2 enterrados 1,7 m abaixo da superfície, respondendo preferencialmente a múons. Infelizmente, seus dados de mais alta energia não apresentam precisão confiável o suficiente em virtude do grande espaçamento entre as estações e problemas de tempo com as fotomultiplicadoras usadas durante toda a vida do experimento. Mesmo assim, recentemente a colaboração apresentou uma nova análise de seus dados, cujos resultados são semelhantes ao experimento AGASA [1.18].

1.3.3 Yakutsk

O observatório de Yakutsk, localizado na Sibéria, cobre uma área de 18 km^2 e compõe-se de três camadas de detectores: a primeira usa cintiladores plásticos, dispostos sobre uma área de $0,026 \text{ km}^2$, sendo cercada por detectores similares de $43 \times 2 \text{ m}^2$ de área, que ocupam uma área de 10 km^2 . Em torno do segundo do conjunto, há um terceiro conjunto de cintiladores espaçados 1 km cada. Num raio de 1 km do centro do conjunto estão dispostos detectores de múons com limiar de energia de $0,5 \text{ GeV}$. Na medida de tempo obtém-se uma resolução de 10^{-7} segundos. O observatório também possui 35 detectores de luz Cherenkov, fornecendo informações sobre o perfil longitudinal e que são úteis para a calibração das medidas de energia. A sua configuração permite o estudo da estrutura de chuviscos de energia em torno de 10^{19} eV . [1.19]

1.3.4 AGASA (Akeno Giant Air Shower Array)

Até a construção do observatório Auger, o conjunto de detectores de chuueiros atmosféricos gigantes de Akeno (AGASA) era o maior observatório de raios cósmicos já construído. Cobrindo uma área de 100 km^2 , consistia de 111 detectores (cintiladores) de $2,2 \text{ m}^2$ cada e, em 27 destes, também estão instalados detectores de múons. Atualmente fora de operação, teve iniciada a aquisição de dados em 1990, mas na parte sudeste do conjunto há um conjunto de detectores que cobrem densamente uma área de 1 km^2 e estão em operação desde 1979. Desde então, medidas do espectro de energia têm sido realizadas na região de altas energias, seção de choque inelástica *p-ar* (próton-atmosfera) e espectro de energia de múons. Seus dados de espectro de mais alta energia apresentam resultados que se chocam com os dados de outro grande experimento, HiRes, representando uma das grandes questões de física de raios cósmicos da atualidade [1.20].

1.3.5 Fly's Eye e Hires

O primeiro detector bem sucedido a usar a técnica de fluorescência foi instalado no deserto de Utah, EUA e operou entre 1981 e 1992 [1.21]. Tratando-se de dois telescópios de fluorescência separados por uma distância de 3,4 km, Fly's Eye I era constituído de 67 espelhos de 1,6 m de diâmetro, contando com 12 a 14 fotomultiplicadoras em cada um dos focos; totalizando 880 fotomultiplicadoras cobrindo todo o céu. O detector Fly's Eye II consistia de 36 espelhos e 464 fotomultiplicadoras que cobriam metade do céu na direção do primeiro detector. Dados coletados simultaneamente por ambos os telescópios eram considerados eventos “estéreo”, do contrário eram eventos “monoculares”. O Fly's Eye observa o desenvolvimento de um chuueiro atmosférico ao atravessar a atmosfera e ionizar o nitrogênio da atmosfera. Como consequência, é possível observar diretamente o ponto da atmosfera onde o chuueiro atinge o seu máximo. Em 1998, o experimento Fly's Eye foi substituído pelo HiRes [1.22] (do acrônimo em inglês de “*High resolution Fly's Eye*”), uma nova geração de experimento de fluorescência, com o objetivo de aumentar em 10 vezes a sensibilidade no intervalo de energia acima de 10 EeV. As fotomultiplicadoras do HiRes têm abertura de $1^\circ \times 1^\circ$ em comparação aos $5^\circ \times 5^\circ$ do Fly's Eye, aumentando sua abertura e capacidade de resolução da profundidade do máximo do chuueiro.

1.3.6 Observatório Auger

Aos pés da cordilheira dos Andes, na província de Mendoza, Argentina, um gigantesco observatório de raios cósmicos está sendo construído. O projeto Pierre Auger (em homenagem ao descobridor dos chuveis atmosféricos) combina as duas técnicas mais importantes na detecção de chuveis atmosféricos: um conjunto de 1600 detectores de Cherenkov na água e 24 telescópios de fluorescência espalhados por uma área de 3000 km² [1.23].

O conjunto de detectores de solo (em inglês “*surface detector*” ou SD) é constituído de tanques de água, cilíndricos de 10 m² de área e 1,2 m² de altura, distantes 1,5 km uns dos outros. Quando múons, elétrons ou fótons atravessam um dos tanques produzem radiação Cherenkov na água que é detectada por 3 fotomultiplicadoras. Os dados coletados pelos tanques são enviados via rádio para uma central de aquisição de dados. A energia consumida na eletrônica de cada tanque é fornecida por 2 painéis solares e cada estação possui um relógio GPS para medidas de tempo.

O observatório conta com 24 telescópios de fluorescência, dispostos em 4 “olhos” localizados nas bordas do conjunto de detectores de solo. Os olhos, posicionados em pontos mais elevados que os detectores de superfície, possuem 6 telescópios Schmidt. A luz de fluorescência é refletida por um espelho esférico de 3,5 m x 3,5 m em uma câmera com 440 fotomultiplicadoras, cada uma cobrindo 1,5° do céu, de tal forma que um olho (6 telescópios) cobre 180° em azimute e 28,6° em elevação. Antes de atingir os espelhos a luz passa por lentes corretoras, desenvolvidas na Unicamp [1.24], que duplicam a área de coleta de luz efetiva. A abertura final do observatório, para chuveis de energia maiores que 10 EeV será aproximadamente 7400 km² sr. Uma vez que a intensidade do sinal de fluorescência é muito baixa, o detector coleta dados apenas em noites de céu limpo e sem lua, operando em cerca de 10 % do tempo (“*duty cycle*”).



**Figura 1. 2 Telescópio de Fluorescência do Observatório Pierre Auger, Los Leones, Malargüe.
www.Auger.org.**

As medidas realizadas com o conjunto de detectores de superfície e de fluorescência ao mesmo tempo, chamadas de medidas híbridas, apesar de constituírem um subconjunto de todas as medidas, têm importância fundamental, pois permitem a calibração da energia dos chuveiros obtida através da técnica de solo pelas medidas calorimétricas da técnica de fluorescência. Além da alta qualidade na reconstrução da energia dos chuveiros, os eventos híbridos também permitirão o aumento na qualidade das reconstruções geométrica e da composição química.

O projeto Auger tem como objetivo responder algumas das questões mais fundamentais da física de raios cósmicos, entre elas, a existência, ou não, do corte GZK e o mistério acerca das possíveis fontes astrofísicas capazes de acelerar os raios cósmicos até essas energias.

1.4 Astrofísica dos Raios Cósmicos

Os raios cósmicos aos quais nos referimos aqui são, em sua maioria, presumivelmente, núcleos atômicos (dentre os quais o próton é o mais abundante), com uma composição química que se assemelha à encontrada na cavidade solar. Há dificuldades na determinação na natureza do primário, que, em altíssimas energias, só pode ser feita em termos estatísticos e não evento a evento, devido a limitações nas medidas desses eventos.

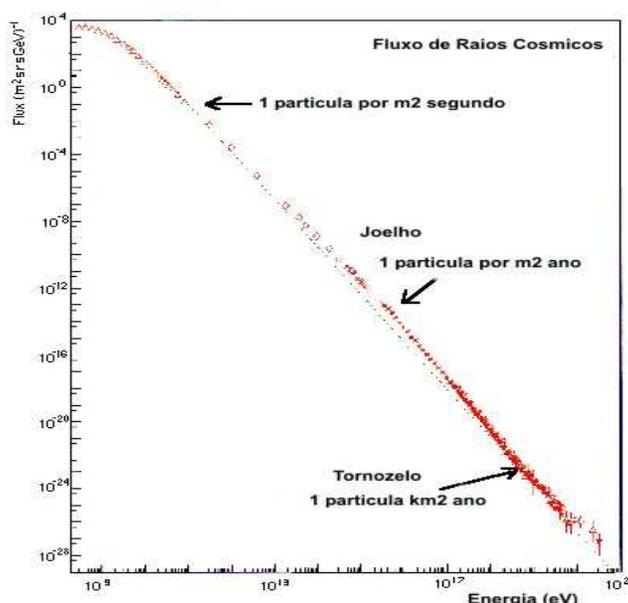


Figura 1. 3: o espectro de energia dos raios cósmicos.

Um dos aspectos relacionados a esses raios cósmicos que mais despertam a atenção é seu espectro de energia, no qual o intervalo de energia dessas partículas vai de menos de 1 MeV até 10^{20} eV. O fluxo diferencial acima de 10 GeV (quando já não sofre a influência do sol) em relação à energia é descrito por uma lei de potência do tipo :

$$\frac{dN}{dE} \propto E^{-\alpha}, \tag{1.1}$$

cujo índice espectral α é aproximadamente 2,7. O fluxo de raios cósmicos varia de $1/\text{cm}^2/\text{seg}$ na região de 100 MeV até $1/\text{km}^2/\text{século}$ por volta de 100 EeV ($1 \text{ EeV} = 10^{18} \text{ eV}$).

Capítulo 1

Apesar de caracterizar-se por uma lei de potência praticamente fixa em torno do índice espectral 2,7, existem, nesse espectro, algumas estruturas muito interessantes, que correspondem a mudanças na inclinação do espectro e carregam importantes informações físicas e astrofísicas: dois “joelhos” (em inglês, “*knee*”) e um “tornozelo” (“*ankle*”) (Figura 1). O primeiro joelho aparece em torno de $3 \cdot 10^{15}$ eV, onde o espectro torna-se mais inclinado, com o índice da lei de potência mudando de 2,7 para 3,1 e o segundo joelho, um pequeno aumento na inclinação no qual o índice muda de 3,1 para 3,3, ocorre entre 10^{17} eV e 10^{18} eV. O tornozelo é visto na região de $1 \cdot 10^{19}$ eV, onde a inclinação espectral retorna para algo em torno de 2,7.

Na região de menor energia, o fluxo de raios cósmicos é alto o suficiente, permitindo que o estudo de composição química seja feito através de medidas diretas, usando-se detectores em balões e satélites. É nessa região que se concentram as informações mais detalhadas acerca dos raios cósmicos e, conseqüentemente, de sua origem.

Nessa região do espectro, prótons dominam a composição química. Em decorrência de processos de espalçamento de núcleos primários abundantes, como carbono e oxigênio, há uma superabundância de elementos secundários como lítio, berílio e boro em relação a sua abundância relativa no sistema solar. Para energias menores que 1 GeV/núcleon ocorre a modulação solar: o espectro de energia mostra uma grande atenuação em relação à lei de potência observada em altas energias. Nesse intervalo de energias, os raios cósmicos sofrem influência do ciclo solar de maneira que o fluxo de partículas com energias menores que 1 GeV apresenta uma correlação temporal com a atividade solar, indicando uma origem solar. Para energias maiores, o fluxo apresenta uma anticorrelação temporal (decrece) o que indica uma origem fora do sistema solar. Aparentemente, alterações no campo magnético interplanetário, decorrentes dessa atividade solar, interferem na propagação dessas partículas até a Terra [1.25].

Para energias até a região do joelho, há fortes evidências (raios gamas produzidos em colisões nucleares [1.26]) de que os raios cósmicos têm origem na Galáxia e que se propagam por difusão através dela. A hipótese mais provável é de que esses RC sejam acelerados nas camadas externas de ondas de choque de remanescentes de Supernovas (em inglês, SNR).

Capítulo 1

Os argumentos que fundamentam a hipótese de que a maior parte dos raios cósmicos galácticos é acelerada em ondas de choque de remanescentes de supernovas (SNR), levando naturalmente a uma lei de potência foram sugeridos pela primeira vez por Baade e Zwicky [1.27] e se baseiam na constatação de que a energia necessária para manter o fluxo de raios cósmicos corresponde a apenas 10% da energia mecânica liberada nas explosões de Supernovas.

Acredita-se que a densidade média de energia dos raios cósmicos (u_{rc}) é relativamente uniforme pela maior parte da galáxia e apresenta o mesmo valor que a densidade local de raios cósmicos de 1 eV/cm^3 . Dessa forma a potência necessária para suprir todos os raios cósmicos da galáxia é dada por [1.29]:

$$L_{RC} = \frac{V_{dg} u_{RC}}{t_c} \sim 5.10^{40} \text{ erg/s} , \quad (1.2)$$

na qual, V_{dg} é o volume do disco da galáxia:

$$V_{dg} = \pi R^2 d \cong \pi (15 \text{ kpc})^2 (200 \text{ pc}) \sim 4.10^{66} \text{ cm}^3 \quad (1.3)$$

t_c é o tempo de confinamento das partículas na galáxia e é aproximadamente 6.10^6 anos.

É interessante notar que a densidade de energia dos raios cósmicos é comparável à densidade de energia da radiação de fundo de microondas, o que pode ser uma coincidência. Também é equivalente à densidade de energia encontrada nos campos magnéticos galácticos e no movimento turbulento de gases na galáxia, provavelmente em virtude do equilíbrio entre as pressões dessas componentes.

A difusão de partículas carregadas em campos magnéticos turbulentos que acompanham plasmas que se deslocam pelo espaço é o mecanismo capaz de acelerar os raios cósmicos na galáxia; proposto inicialmente por Enrico Fermi, em 1949. Nesse processo, uma partícula carregada atravessa uma nuvem de plasma e, em cada choque, ganha, em média, uma quantidade de energia ΔE proporcional a sua energia E :

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{4}{3} \beta^2, \quad (1.4)$$

onde $\beta=v/c$ refere-se à velocidade da onda de choque. Daí também ser chamado de mecanismo de Fermi de segunda ordem. No final da década de 70, o mecanismo de Fermi foi modificado para descrever processos de aceleração mais eficientes (primeira ordem em β) que ocorrem em ondas de choque planas de Supernovas ou em outros objetos astrofísicos (hotspots, por exemplo) [1.29], nesse caso o ganho médio de energia em cada choque é dado por:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{4}{3} \beta, \quad (1.5)$$

Partículas que permanecem mais tempo na onda de choque adquirem mais energia, de tal forma que depois de um tempo T a energia máxima possível de ser atingida é:

$$E_{\max} \approx ZeB\beta_c TV_c, \quad (1.6)$$

na qual B é campo magnético na região do choque, $\beta_c=V_c/c$ é a velocidade da onda de choque. Se usarmos números típicos da supernova do tipo II teremos uma energia máxima $E_{\max} \sim 100.Z \text{ TeV}$ (1 TeV= 1.10^{12} eV). Recentes medidas mostram que essa energia pode ser uma ordem de grandeza maior para alguns tipos de supernovas, atingindo até $5.Z \text{ PeV}$ (1 PeV= 1.10^{15} eV) [1.27].

A energia máxima depende da carga Ze , o que faz com que núcleos mais pesados sejam acelerados até energias maiores. Conseqüentemente, devem surgir cortes (“*cut-offs*”) no espectro de energia para elementos proporcionalmente a seu número atômico. Núcleos leves apresentam cortes primeiro e mais pesados depois. Medidas recentes do experimento HESS [1.27] têm dado suporte a essa teoria, que observou raios gama de energias TeV da SNR RXJ1713.7-3946. Esses resultados são compatíveis com uma teoria de aceleração de raios cósmicos em SNR.

Para que energias maiores sejam atingidas, em geral, são introduzidos campos

Capítulo 1

magnéticos mais intensos, fontes de dimensões maiores, choques quase perpendiculares, aceleração difusiva não linear e re-aceleração por múltiplas fontes, onde o processo deve continuar enquanto a partícula se move pelo espaço interestelar e sofre o mesmo processo cada vez que interaja com remanescentes de supernovas espalhados pela galáxia. Contudo, essas abordagens estão ainda sujeitas a debate [1.30]. Para cada partícula, seu corte corresponderia a um Joelho no espectro correspondente a essa partícula, que no espectro de todas as partículas não é visível uma vez que temos a somatória de todos os cortes. O Joelho do espectro de todas as partículas seria causado pelo primeiro dos cortes, o corte dos prótons. Cada partícula apresentaria seu próprio Joelho, se observássemos apenas o seu próprio espectro.

Além do modelo apresentado acima, de aceleração, a posição do Joelho também pode ser explicada pelo confinamento magnético das partículas de RC no halo galáctico. O campo magnético galáctico possui uma componente regular e outra aleatória, a componente regular do campo magnético galáctico faz com que as partículas de carga Ze e momento p descrevam trajetórias helicoidais com raio de Larmor dado por:

$$R_L = \frac{p}{ZeB}, \quad (1.7)$$

enquanto que a componente aleatória faz com que se difundam pela Galáxia. Como o raio de Larmor aumenta com a energia, fica cada vez mais difícil confinar magneticamente uma partícula na Galáxia. Como R_L é inversamente proporcional a Z , espera-se que as partículas de carga menor escapem primeiro, com os prótons escapando primeiro. Nesse caso, a região de energia no espectro onde ocorre o Joelho de um núcleo de carga Z localiza-se no espectro em $E_z = ZEp$, onde $E_p = 3.10^{15}$ eV é a energia do espectro correspondente à perda de confinamento do próton. O Joelho de mais alta energia deve ser o correspondente ao ferro e localiza-se por volta de $E_{Fe} = 8.10^{16}$ eV. Em energias maiores que essa o fluxo galáctico torna-se mais inclinado e deve ser constituído basicamente de ferro.

Ambos os modelos, de aceleração e confinamento, vêm sendo confirmados pelos dados de KASCADE. De fato, medidas recentes feitas por esse experimento, decompondo o espectro de todas as partículas em espectros de alguns grupos de partículas, próton, hélio,

Capítulo 1

carbono, nitrogênio e oxigênio (CNO) e ferro, mostram que existem diferentes joelhos para cada componente; iniciando com próton em direção à núcleos mais pesados [1.31]. Assim, o joelho do espectro de todas as partículas pode ser correspondente ao joelho do próton. Além dessas hipóteses também foi sugerida a possibilidade de ocorrerem novas interações hadrônicas no meio interestelar, ou na própria atmosfera terrestre, como interações de primários com neutrinos relíquias que poderiam produzir esse efeito.

1.4.1 O Tornozelo ($E > 10^{18}$)

Acima de 1.10^{19} eV, o campo magnético galáctico não aprisiona nenhuma partícula, nem mesmo os núcleos mais pesados. Por exemplo, o raio de Larmor de um próton de energia 10^{19} eV é 10 kpc, maior que as dimensões da galáxia interior. Além disso, não são conhecidas fontes astrofísicas dentro da Via Láctea capazes de acelerar partículas até essas energias. Portanto, acredita-se que os raios cósmicos de ultra alta energia (RCUAE) tenham origem extragaláctica. Nasce, naturalmente, a questão: Em qual momento, no espectro de energia, tem início a componente extragaláctica?

Basicamente dois modelos tentam explicar a transição entre a componente galáctica (G) e a extragaláctica (EG): o modelo do tornozelo [1.32], o modelo da depressão (“*dip*”)[1.33].

No primeiro cenário, a transição entre as populações deve ocorrer em torno de 1.10^{19} eV, exatamente onde tem início o tornozelo do espectro, quando uma componente espectral mais inclinada (galáctica), de índice -3,1, encontra uma componente menos inclinada (extragaláctica), cujo índice fica em torno de -2. Essa interpretação foi proposta por Hill e Schramm em 1985, após essa estrutura ter sido descoberta por Haverah Park. É interessante notar que o tornozelo aparece no espectro acima de 3.10^{18} eV e é precisamente nessa faixa de energia que os campos magnéticos galácticos devem perder sua eficiência de confinamento (pois o raio de Larmor de uma partícula de carga Ze passa a ter as dimensões da Galáxia). Essa é uma das razões pelas quais interpreta-se o tornozelo como sendo um indício dessa transição. De acordo com esse cenário, a composição química nessa faixa de energia deve ser dominada por núcleos de ferro (ou núcleos mais pesados), uma vez que o joelho no espectro para os núcleos de ferro ocorre entorno de 8.10^{16} eV [1.34].

No final dos anos 80, Berezhinsky e seus colaboradores, mostraram que se a

Capítulo 1

componente extragaláctica for dominada por prótons, além do corte GZK, esses prótons sofreriam perdas por produção de pares ($e^+ e^-$) nos fótons da radiação de fundo de microondas. Isso resultaria numa modulação do espectro entre 1.10^{18} e 4.10^{19} eV, chamada de depressão (“*dip*”). Dessa forma, os raios cósmicos na região do tornozelo devem ser interpretados como uma componente extragaláctica composta unicamente de prótons. Portanto, se a depressão está associada à perda de energia na propagação desses prótons, a componente extragaláctica deve ser composta exclusivamente de prótons e a transição G/EG não deve ocorrer no tornozelo, mas sim em energias mais baixas, na região do segundo joelho (entre 4.10^{17} eV e 8.10^{17} eV, dependendo do experimento)[1.33]. O modelo da depressão encaixa-se facilmente no contexto da hipótese de confinamento-rigidez, descrevendo a transição como a intersecção de um espectro galáctico inclinado em energias maiores que $6,5.10^{16}$ eV com um espectro pouco inclinado em energias menores que 1.10^{18} eV, com os fluxos igualando-se em 5.10^{17} eV.

A energia na qual ocorre a transição G/EG é determinada pela igualdade entre a taxa de perdas por produção de pares e a taxa por perdas adiabáticas, correspondentes à expansão do universo (“red-shift”).

Os dois modelos apresentam vantagens e desvantagens; ambos conseguem reproduzir o espectro de raios cósmicos, embora com diferentes índices nas fontes e diferentes interpretações do tornozelo. O modelo do tornozelo fornece uma explicação natural para a transição G/EG como sendo a intersecção de uma componente inclinada do espectro com outra menos inclinada, extragaláctica; compatível com os modelos de aceleração mais usados (E^{-2} para aceleração em choques não relativísticos e $E^{-2.2}$ para choques relativísticos [1.33]). Esses espectros não têm nenhum problema em termos de balanço de energia.

Contudo, o modelo requer que a componente galáctica se prolongue até 1.10^{19} eV, em aparente contradição com os dados de KASCADE e com os modelos de aceleração em fontes galácticas (SN).

Já o modelo do “dip” exige fontes mais energéticas, com um espectro nas fontes mais inclinado (algo entorno de $E^{-2.6}$), portanto é mais difícil de ser enquadrado nos atuais modelos de aceleração [1.34]. Além disso, o modelo da depressão, prevê uma componente pura de prótons a partir do tornozelo, exigindo uma mudança abrupta de composição

Capítulo 1

química nessa região, o que parece não estar de acordo com os recentes dados obtidos por HiRes-Mia, na região de 10^{18} eV. Todavia, o conhecimento acerca da composição química nessa faixa do espectro ainda é repleto de incertezas, e a escolha do cenário de transição correto depende necessariamente de medidas mais precisas da composição de massa dos RC entre 10^{17} eV e 10^{19} eV.

Allard, Olinto e outros [1.35] propõem uma alternativa aos modelos anteriores, que, contudo, se assemelha ao modelo do tornozelo uma vez que mantém a transição entre as componentes G/EG na região do tornozelo. Segundo esse modelo, a componente galáctica torna-se negligível a partir de $3 \cdot 10^{18}$ a $6 \cdot 10^{18}$ eV, com os fluxos galácticos e extragalácticos igualando-se em torno de $2 \cdot 10^{18}$ eV. A diferença com o modelo tradicional do tornozelo é que propõem que a composição química da componente extragaláctica seja constituída por uma mistura de elementos que vão desde prótons até núcleos de ferro. Esse modelo consegue ajustar bem o espectro de energia observado. Não tendo dificuldades energéticas quanto às fontes.

O mecanismo de Fermi de primeira ordem consegue explicar razoavelmente a produção das duas primeiras populações por objetos astrofísicos como remanescentes de supernovas. Já a existência da terceira população (além do tornozelo) traz algumas questões ainda não respondidas por completo: como atingem tais energias? Quais objetos astrofísicos capazes de acelerá-los? Onde termina o espectro?

1.4.2 Propagação no espaço intergaláctico: O corte GZK

Para se compreender o espectro observado de raios cósmicos de altas energias, é muito importante conhecer a sua propagação – suas perdas de energia, suas interações ao longo do caminho percorrido pelo primário até a Terra. As interações com campos magnéticos galácticos e intergalácticos necessitam de enfoque detalhado, uma vez que devemos levar em conta a estrutura e magnitude desses campos uma vez que têm grande influência na trajetória das partículas carregadas.

Após a histórica descoberta da radiação de fundo de microondas (em inglês, CMB) de 2,7 K, feita por Arno Penzias e Robert Wilson nos laboratórios Bell em 1965, Greisen [1.11], nos EUA, e Zatsepin e Kuzmin [1.12], na antiga URSS, em 1966, previram que prótons de energia acima $6 \cdot 10^{19}$ eV deveriam interagir com essa radiação e, se as fontes

Capítulo 1

desses raios cósmicos forem distribuídas universalmente, deveríamos observar uma supressão em seu fluxo a partir dessa energia. Esse efeito foi nomeado de corte GZK, em homenagem a seus descobridores. As principais reações de prótons com os fótons da radiação de microondas são [1.14]:

$$p + \gamma_{2,7K} \rightarrow n + \pi^+ \quad (1.8)$$

$$p + \gamma_{2,7K} \rightarrow p + \pi^0$$

$$p + \gamma_{2,7K} \rightarrow p + e^+ + e^-. \quad (1.9)$$

A radiação predominante é a de microondas, que possui um pico em torno de $6 \cdot 10^{-4}$ eV e com uma densidade de fótons de 400 por cm^3 . O processo da equação 1.9 (Produção de pares) é energeticamente menos importante que a fotoprodução de píons (1.8). Apesar do limiar de energia para produção de pares ser de 10^{18} eV e o livre caminho médio ser de aproximadamente 1 Mpc a perda de energia por reação é de 0,1% em comparação com os 20% de perdas da fotoprodução de píons, que tem como limiar $6 \cdot 10^{19}$ eV e 6 Mpc de livre caminho médio [1.14]. No caso, de núcleos de massa A , os processos importantes são fotodesintegração [1.36] e produção de pares [1.37]:

$$\begin{aligned} A + \gamma_{2,7K} &\rightarrow (A-1) + N \\ A + \gamma_{2,7K} &\rightarrow (A-2) + 2N, \\ A + \gamma_{2,7K} &\rightarrow A + e^+ + e^- \end{aligned} \quad (1.10)$$

onde N é um núcleon (próton ou neutron). A taxa de perda de energia por emissão de dois núcleons, por exemplo, é uma ordem de grandeza menor que emissão de um único núcleon. Além da interação com a radiação de microondas, os núcleos também perdem energia devido à interações com a radiação de infravermelho, que se torna efetiva a partir de $5 \cdot 10^{19}$ eV, enquanto a perda em interações com fótons de microondas torna-se significativa acima de $2 \cdot 10^{20}$ eV [1.38]. Embora um núcleo não se desintegre através da produção de pares ele

perde energia, mais notavelmente na região entre $5 \cdot 10^{19}$ eV e $2 \cdot 10^{20}$ eV. Como pode ser visto na figura 1.2.

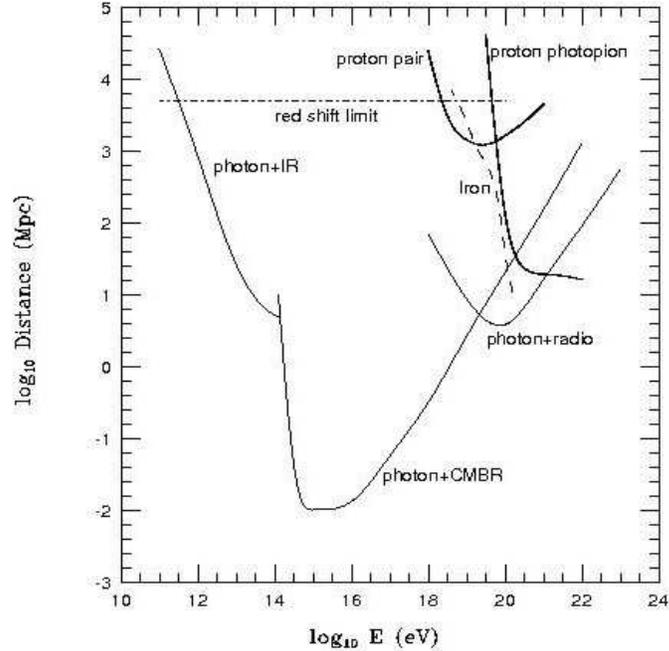


Figura 1. 4. Comprimento de atenuação de fótons, prótons e ferro em várias radiações de fundo como função da energia. A linha pontilhada do limite de “red shift” representa o limite superior de distância que uma partícula pode viajar até a Terra [1.39].

No caso de primários fótons, a reação mais importante é a produção de pares na interação com a radiação de fundo, iniciando-se a partir de $4 \cdot 10^{14}$ eV,

$$\gamma + \gamma_{2,7K} \rightarrow e^+ + e^-, \quad (1.11)$$

Para os fótons, a atenuação devida à interação com a radiação de fundo de rádio torna-se dominante sobre o fundo de microondas a partir de $2 \cdot 10^{19}$ eV.

Contudo, vários eventos com energias acima de 10^{20} eV têm sido observados. Os dois detectores de maior abertura até o momento (desconsiderando-se o observatório Auger) -AGASA e HiRes- apresentaram resultados conflitantes a esse respeito. Enquanto AGASA não observava a existência do corte GZK [1.40], os dados do HiRes parecem confirmar a supressão de eventos acima de 10^{19} eV [1.41]. Contudo, em 2006, AGASA

Capítulo 1

refez algumas análises e reduziu a energia de alguns de seus eventos de mais alta energia em 15%, afirmando que não possui estatística suficiente em favor de nenhuma hipótese [1.42]. De qualquer forma, o problema do corte GZK é um dos problemas centrais da física de raios cósmicos e espera-se que o observatório Auger solucione definitivamente esse mistério.

1.4.3 Campos Magnéticos

Os raios cósmicos percorrem vastas distâncias no espaço interestelar e intergaláctico, atravessando campos magnéticos pouco conhecidos.

Campos magnéticos cósmicos estão intimamente relacionados com raios cósmicos. Primeiro, porque são importantes no mecanismo de Fermi, depois campos magnéticos extragalácticos de grande escala podem causar defleções na trajetória de partículas carregadas, dificultando a identificação das fontes.

A Via Láctea possui uma componente de campo magnético regular, provavelmente associada com os braços espirais, e outra componente turbulenta, aleatória, difícil de medir. A intensidade do campo magnético da galáxia é da ordem de poucos microgauss; e, como para um próton de 10^{17} eV em um campo magnético de $1\mu\text{G}$ o raio de Larmor é de 100 parsec, até essa energia o percurso das partículas tenderia a ser influenciado por espalhamentos nesse campo turbulento. Contribui para essa hipótese o fato das maiores estruturas galácticas (remanescentes de supernovas) possuírem dimensões da mesma ordem de grandeza. Como a propagação é difusiva, o tempo efetivo de propagação e o fluxo observado são maiores do que seria esperado caso a propagação fosse feita em linha reta. É possível que o joelho no espectro seja causado por esse efeito [1.43].

Já partículas de energias maiores tendem a percorrer trajetórias aproximadamente retas dentro de nossa galáxia. Então a taxa de perda de partículas do disco aumenta com a energia e alguma anisotropia deve ser esperada acima de 1 EeV, se os primários esperados forem prótons.

Ao contrário dos campos magnéticos galácticos, os campos magnéticos extragalácticos são pouco conhecidos. Estima-se que sejam da ordem de 10^{-9} G, em média, mas medidas de rotação de Faraday indicam campos magnéticos da ordem de μG em

Capítulo 1

regiões centrais de aglomerados de galáxias, dados recentes têm mostrado que esses campos da ordem de μG se estendem por cerca de 1Mpc a partir do centro do aglomerado. Medidas de campos em regiões mais distantes são mais difíceis uma vez que medidas de Rotação de Faraday perdem a sensibilidade em regiões menos densas. Nesse caso, podem ser adotadas simulações de larga escala (LSS), mas que, dependendo dos dados iniciais podem fornecer resultados tão diversos quanto defleções que podem ir de menos de 1 grau a até mais de uma dezena de graus. Tais campos podem contribuir para tornar isotrópica a direção de chegada dos raios cósmicos [1.43]. Além disso, causariam um aumento no tempo de propagação de milhões de anos. Sigl calculou que o tempo de atraso para prótons de energia de 10-100 EeV em um campo de 0,3 μG que se estendesse por 10 Mpc seria de 10^8 anos. Dessa forma é necessário observar cuidadosamente se uma possível fonte além de 10 Mpc possui um tempo de vida maior que o tempo de atraso devido à difusão em campos magnéticos [1.29].

A necessidade de explicar o mecanismo pelo qual os raios cósmicos alcançam tão extremas energias e a falta de uma conclusão a respeito do corte GZK geraram dois tipos de cenários com abordagens diferentes: os cenários “*top-down*” e “*bottom-up*”. No cenário “*bottom-up*” procura-se encontrar fontes aceleradoras entre os objetos astrofísicos conhecidos que sejam capazes de lançar os raios cósmicos até ultra-altas energias, tais corpos são chamados de *Zevatrons* ($1 \text{ ZeV} = 1.10^{21} \text{ eV}$). Já o cenário “*top-down*” envolve a existência de partículas remanescentes do início do universo, tratando-se de física além do modelo padrão.

1.4.4 Possíveis Fontes dos RCUAE

1.4.4.1 Modelos “*bottom-up*”

Em 1984, Hillas propôs um diagrama simples (figura 1.3) que exemplifica com clareza as dificuldades em encontrarmos os objetos astrofísicos capazes de acelerar os raios cósmicos de maiores energias. Nesse diagrama, compara-se o tamanho de corpos celestes e seus campos magnéticos.

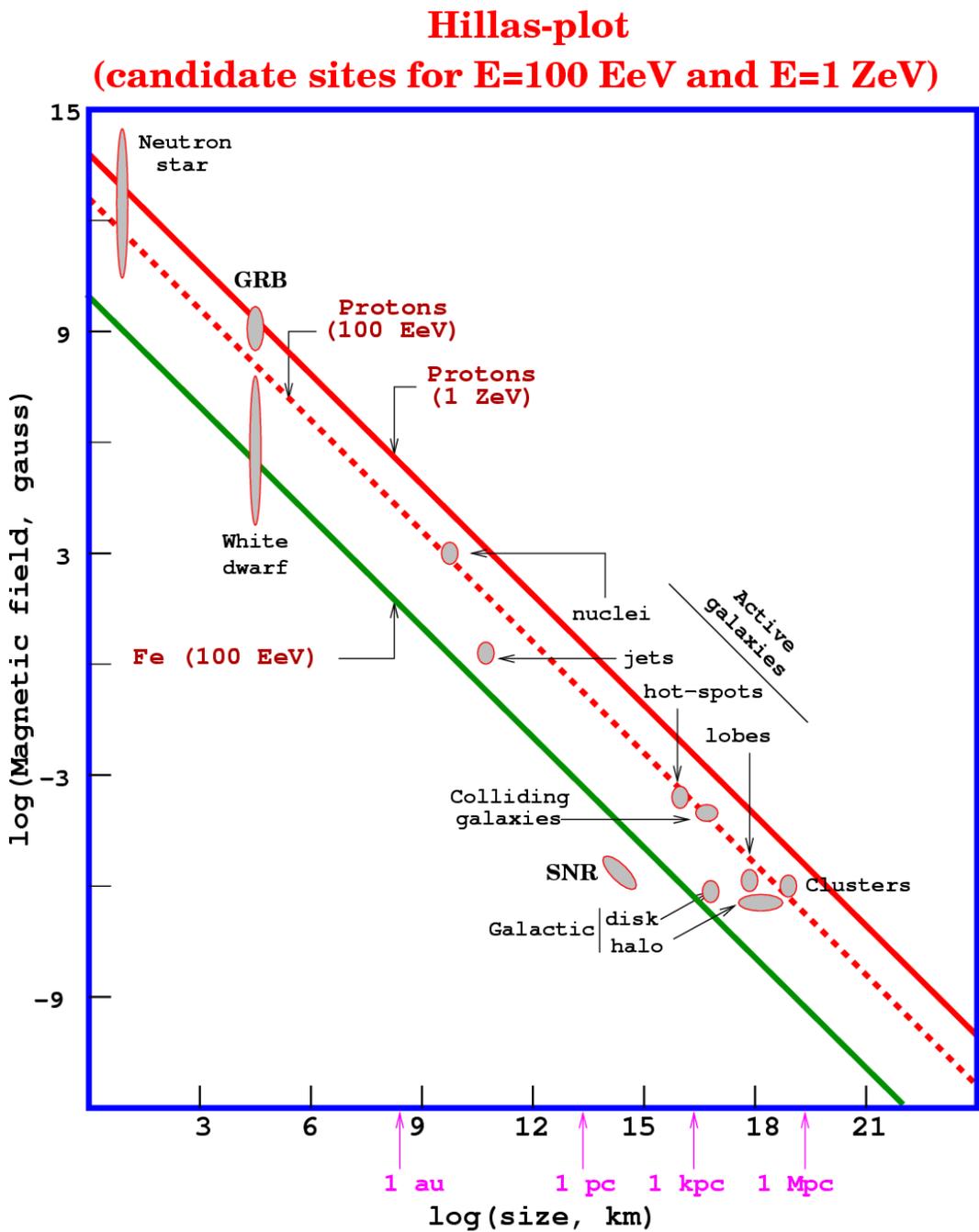


Figura 1. 5. O diagrama de Hillas. Os segmentos de reta vermelhos representam o limite para primário próton e o verde para ferro [1.14].

Capítulo 1

O campo magnético precisa ser intenso o suficiente para aprisionar as partículas e o tamanho da fonte precisa ser grande o bastante para que as partículas ganhem energia antes de escapar. A maior parte dos objetos galácticos é excluída ou por serem pequenos demais ou por não possuírem campos magnéticos suficientemente intensos. Mesmo os objetos que surgem como possíveis candidatos apresentam grandes dificuldades quando são observados com mais cuidado, em virtude das possíveis perdas de energia no local de aceleração ou pela grande distância entre essas fontes e nossa galáxia. Em vários desses objetos, o mecanismo primário de aceleração é aceleração por choques difusivos, que dificilmente conseguiria atingir energias da ordem de 10^{20} eV.

Estas exigências simples já eliminam a maior parte dos objetos astronômicos do universo (figura 1.3). A maior parte dos objetos galácticos é excluída simplesmente porque ou são pequenos ou porque seus campos não são intensos o suficiente. Apenas alguns poucos objetos extragalácticos como Núcleos Ativos de Galáxias (na sigla em inglês, AGN), aglomerados de galáxias, rádio galáxias e Bursts de Raios Gama (GRB, em inglês) permanecem como possíveis candidatos. Em um sítio de aceleração os mecanismos de perda de energia sempre competem com o ganho. Com aceleração de primeira ordem de Fermi, o tempo de aceleração é proporcional ao livre caminho médio de espalhamento na onda de choque, que é inversamente proporcional ao campo magnético. Portanto, uma certa intensidade de campo é requerida não apenas para confinar as partículas dentro do sítio, mas também para acelerá-las. Contudo, um campo magnético muito intenso também causa perdas de energia via radiação síncrotron.

A energia máxima possível num processo de aceleração deve ser avaliada comparando-se o tempo de aceleração das partículas (normalmente no mecanismo de Fermi de primeira ordem) em comparação com o tempo de vida das fontes, escape das partículas e perdas de energia por radiação ou adiabáticas. Igualmente importante é o balanço energético das fontes. Aparentemente, apenas AGN (Núcleos Ativos de Galáxias, em inglês) e aglomerados de galáxias apresentam balanços energéticos que permitem acomodar a produção de RCUAE. Os GRB (“*Gamma Ray Bursts*”), fenômenos transientes altamente energéticos (emissão de radiação gama que pode durar de poucos segundos até alguns minutos) que ejetam matéria em cones estreitos em velocidades relativísticas poderiam acelerar prótons até ultra-altas energias. Contudo, há controvérsia sobre a possibilidade de

serem fontes de RCUAE, uma vez que apresentam um balanço energético menor que os AGN e aglomerados de galáxias.[1.44, 1.45]. De acordo com cálculos de Hillas, a potência total necessária para acelerar os RCUAE seria de $2,5 \cdot 10^{55}$ ergs Gpc⁻¹ ano⁻¹ enquanto que os GRB produziriam $1,1 \cdot 10^{53}$ ergs Gpc⁻¹ ano⁻¹[1.44].

Dar e De Rújula [1.46] apresentaram a hipótese de que GRB são produzidos na maioria das supernovas, sendo identificados como tais apenas quando as ejeções ultra-relativísticas em cones estreitos fossem direcionadas para a Terra. Nessa hipótese, propõem que a maior parte das explosões de SN ejetaria “balas de canhões” (*cannon balls*) que seriam responsáveis pela geração da maior parte dos raios cósmicos observados enquanto se deslocam pelo gás interestelar. Hipótese que é contestada por Hillas [1.44].

Há muitas e grandes dificuldades em encontrar possíveis sítios aceleradores para partículas de energias tão extremas. Revendo o diagrama de Hillas, analisaremos com um pouco mais de profundidade algumas possíveis fontes:

1.4.4.2 Núcleos ativos de galáxias (AGN)

São os principais candidatos a fontes de RCUAE [1.44, 1.47]. Galáxias extremamente potentes, que provavelmente possuem em seu centro um Buraco Negro (BN) supermassivo. Grandes quantidades de matéria caem nesses gigantescos buracos negros, produzindo um disco de acreção, configurando assim o núcleo ativo. Galáxias Seyferts, Quasars e Blazars são tipos de AGN; sendo que a primeira possui um BN de massa média enquanto os outros dois possuem BN supermassivos. Jatos de plasma altamente energéticos e com intensos campos magnéticos são ejetados perpendicularmente ao plano do disco, caracterizando os AGN. Rádio Galáxias, Quasars e Blazars são núcleos ativos de galáxias com poderosos jatos que atravessam grandes regiões do espaço intergaláctico. Esses jatos que emergem do núcleo da galáxia terminam em uma onda de choque que, interagindo com o meio intergaláctico formam os radio lóbulos e “*hotspots*”. Destacam-se os mais poderosos núcleos ativos de galáxias, os objetos da classe Fanaroff-Riley I, II e BL Lac [1.29, 1.48]. Partículas aceleradas pelo mecanismo de Fermi de primeira ordem podem atingir energias bem maiores que 1 EeV. Possíveis fontes próximas poderiam, então, ser

Capítulo 1

responsáveis por partículas acima do corte GZK [1.29]. Esses jatos de AGN podem acelerar prótons até altíssimas energias e produzir sinais de neutrinos e raios gama.

Rachen e Biermann [1.49] demonstraram que “*hotspots*” de rádio galáxias do tipo Fanaroff-Riley classe II podem acelerar raios cósmicos até 100 EeV, Protheroe e Johnson mostraram que o fluxo de neutrinos que deve acompanhar o fluxo de raios cósmicos de energias acima do corte GZK poderia também ser uma fonte de raios cósmicos acima do GZK na interação com neutrinos cosmológicos no halo galáctico (Z-burst). A confirmação desses corpos celestes como fontes de RCUAE provavelmente deve ocorrer acompanhada da detecção de sinais eletromagnéticos, como Raios X não-térmicos e emissões gama difusas e de sinais de neutrinos (mais difíceis de detectar) [1.29, 1.45]

A rádio galáxia gigante M87, no aglomerado de Virgo, é considerada uma possível fonte de raios cósmicos a bastante tempo. Entretanto, a maior dificuldade para isso é a ausência de correlação entre os eventos de mais alta energia e a posição da galáxia. Mesmo que os campos magnéticos intergalácticos sejam capazes de curvar de tal modo as trajetórias ainda assim estariam sujeitos ao efeito do corte GZK. Uma possibilidade é a existência de ventos galácticos (contudo de parâmetros incertos) que seriam capazes de curvar as trajetórias em até 20° de tal forma que a maior parte dos eventos de ultra-alta energia teriam sido originados no aglomerado de Virgo [1.48].

É interessante destacar o estudo de Protheroe [1.29] sobre a propagação de raios cósmicos da galáxia M87. Usando um modelo no qual o campo magnético intergaláctico está distribuído em uma rede de aglomerações de matéria, onde se encontram as galáxias, denominadas muralhas (“*walls*”) separadas por vazios chamados (“*voids*”). Nas muralhas o campo seria da ordem de micro Gauss enquanto nos vazios ficaria em torno de 10^{-10} G. Considerando M87 como uma galáxia do tipo BL Lac (embora não alinhado com o nosso campo de visão) e que tanto M87 quanto nossa galáxia estão na mesma muralha, encontram que o fluxo devido à galáxia seria cerca de 20 vezes menor se a propagação se desse sem difusão. Assim, se tais condições forem possíveis, M87 é uma forte candidata a fonte dos raios cósmicos de altíssima energia observados.

1.4.4.3 Estrelas de Nêutrons

Na figura 1.3, os últimos objetos capazes de acelerar os RCUAEs são as estrelas de nêutrons (campos magnéticos na superfície em torno de 10^{13} G) e os magnetares (estrelas de nêutrons com campos magnéticos maiores que 10^{15} G). No início de seu estágio evolutivo, essas estrelas apresentam velocidades angulares elevadas (maiores que 3000 rad/s) como fontes de raios gama, estrelas de nêutrons possuem campos magnéticos fortes o suficiente para atingir a energia máxima requerida. Enquanto desaceleram seu movimento rotacional a energia das partículas aceleradas também diminui [1.48]. Nesse caso, os RCUAEs teriam origem galáctica e deveriam ser núcleos pesados, principalmente ferro, produzidos durante a explosão da super nova.

1.4.4.4 Modelos “*top-down*”

A dificuldade em encontrar os possíveis Zevatrões e a existência de eventos com energias acima do corte GZK levaram ao surgimento de modelos nos quais os RCUAEs já são produzidos com energias acima do corte GZK.

Nos primeiros estágios da evolução do universo, após o período da inflação, poderiam ter sido criados defeitos topológicos (DT), como cordas cósmicas, monopolos, monopolos conectados por cordas (“*necklaces*”) etc. A interação ou decaimento desses defeitos topológicos produziria as partículas X: partículas supermassivas supersimétricas, bósons de Higgs supermassivos e bósons de Gauge.

Defeitos topológicos como cordas cósmicas e *necklaces* são extragalácticos e produziria um sinal extragaláctico, através do decaimento de partículas X de vida curta. Já DT como monopolos e pares monopolo-antimonopolo acumular-se-iam nos halos galácticos. Partículas X originadas desses DT decairiam, e seus subprodutos (partículas do modelo padrão) poderiam produzir jatos de hádrons (aproximadamente 5%), raios γ , elétrons e neutrinos [1.29].

Também produzidas após o período de inflação, haveria partículas quase-estáveis que sobreviveriam até o período atual, constituindo parte da matéria escura fria (CDM, em inglês) aglomerada nos halos galácticos. Essas partículas teriam tempos de vida da ordem da idade do universo e também decairiam em jatos de hádrons. Se essas partículas

Capítulo 1

remanescentes supermassivas fizeram parte da matéria escura acumulada nos halos galácticos, deveríamos observar uma fraca anisotropia no centro galáctico e o corte GZK não seria observado. Contudo se DT também estiverem associados com a matéria escura, deveriam estar uniformemente distribuídos pelo universo e sujeitos, portanto ao corte GZK. Há um problema: nesse caso surgiria um sinal de raios γ proveniente da interação com a radiação cósmica de fundo e campos magnéticos maior que o “*background*” de raios- γ de 100 MeV observado por EGRET [1.29]. Todos esses modelos prevêem uma grande quantidade de fótons como raios cósmicos primários.

1.4.4.5 “Z-Bursts”

Neutrinos podem ser fortes candidatos a primários de altíssimas energias, contudo a probabilidade de interação na atmosfera terrestre é pequena, o que torna essa hipótese pouco viável, principalmente quando levamos em conta as características de chuveis atmosféricos normais. Essa dificuldade pode ser evitada se os neutrinos interagirem antes de alcançarem a atmosfera, no espaço interestelar. Tais interações poderiam ocorrer com a radiação cósmica de fundo de neutrinos de $1,9 \text{ K}$ [1.50]. Neutrinos relíquias poderiam se acumular no halo galáctico, aumentando ainda mais a possibilidade de interação [1.51]. Haveria a produção de Z^0 ressonante, quando a energia dos neutrinos fosse da ordem de 10^{21} eV , que depois viriam a decair em léptons ou hádrons (núcleons), que por sua vez dariam origem aos chuveis detectados. Todavia, juntamente deveria haver a produção de raios gama de alta energia, maior que a intensidade do fluxo de raios gama (GeV) observado por EGRET [1.29]. Além disso, o fluxo de neutrinos de altíssima energia atingindo a Terra deveria ser grande e detectável, em princípio, pelos detectores de neutrinos existentes. Se tais fluxos existirem, devem ser passíveis de detecção pelo observatório Auger [1.29].

1.5. O Observatório Auger: uma nova era para a física de raios cósmicos

Na época do final dessa tese o observatório Auger está muito perto de completar sua instalação: mil e seiscentos tanques de cherenkov na água e quatro telescópios de fluorescência estarão operando em sua plenitude. Entretanto, o observatório vem operando de forma estável (porém incompleto) desde 2004 e a quantidade de dados já acumulados supera todos os demais observatórios anteriores. Dessa forma, já começam a surgir respostas para várias questões que incentivaram sua criação. Em recente artigo publicado na conferência de raios cósmicos (ICRC) 2007 [1.52], realizada no México, a colaboração mostra fortes evidências da existência do corte GZK, que se espera será confirmado com o aumento na quantidade de dados.

Em artigo publicado, também em 2007, na revista “*Astroparticle Physics*” a colaboração determinou um limite de 16 % de fótons como primários de energias superiores a 10^{19} eV [1.53]. Esse limite na fração de fótons como raios cósmicos de altíssima energia desfavorece os modelos “*top-down*”, uma vez que todos esses cenários prevêm um grande fluxo de fótons.

Fortalecendo os modelos “*bottom-up*”, a colaboração publicou na prestigiosa revista “*Science*” [1.54], em novembro de 2007, um artigo que mostra correlações entre a direção de 27 eventos de energia maior que 57 EeV com AGNs próximos, dentro de alguns milhões de anos-luz. Rejeitando assim, a hipótese de distribuição isotrópica de fontes e favorecendo a hipótese de que os AGN são provavelmente as fontes dessas partículas de mais alta energia. Com esse artigo, vislumbra-se a possibilidade do início de uma era de astronomia de raios cósmicos, a partir da enorme quantidade de dados que o observatório Auger ainda irá coletar.

Capítulo 2. Caracterização do perfil longitudinal de partículas

Acima de 10^{15} eV o fluxo de raios cósmicos primários é muito baixo, tornando impraticável a sua detecção direta. Contudo, a partir desse limiar de energia, as interações desses primários com a atmosfera criam cascatas suficientemente grandes para serem detectadas no solo ou através da técnica de fluorescência. Milhões de partículas secundárias são criadas enquanto a cascata se desenvolve na atmosfera (um chuva com energia 1.10^{18} eV chega a ter mais de 600 milhões de partículas). São os chuvas atmosféricas extensas, descobertos por Pierre Auger. O número de partículas de um chuva em função da profundidade é chamado de desenvolvimento ou perfil longitudinal do chuva. Através do perfil, pode-se determinar a energia da partícula primária e estudos de composição química são realizados utilizando-se a posição na atmosfera do máximo do perfil do chuva.

A posição do máximo no desenvolvimento dos chuvas atmosféricas e suas flutuações estatísticas são indicadores da composição química do primário. Adicionalmente, o perfil longitudinal pode fornecer informações a respeito de parâmetros básicos das interações entre partículas em energias maiores que as atingidas pelos aceleradores de partículas atuais.

A observação direta do desenvolvimento longitudinal do chuva é possível graças à emissão de luz de fluorescência do nitrogênio, produzida pela passagem das partículas carregadas pela atmosfera; e, desde a experiência pioneira do Fly's Eye, o interesse nessa técnica tem aumentado.

2.1 Cascata Eletromagnética

Muitas das características de um chuva atmosférico iniciado por um hádron podem ser extraídas de um modelo bastante simples de chuva puramente eletromagnético (seguindo um *'toy model'* de Heitler) [2.1, 2.2]: Um fóton de alta energia gera um par elétron-pósitron e cada um, por sua vez, gera fótons de alta energia por bremsstrahlung e assim por diante. No limite de altíssimas energias, os comprimentos de radiação para produção de pares e por bremsstrahlung são praticamente os mesmos. Dessa

Capítulo 2

forma, a probabilidade de que um desses processos ocorra em uma distância t é $1/2$ e é dada por:

$$\begin{aligned}\exp(-t/\lambda) &= 1/2 \text{ e} & (2.1) \\ t &= \lambda \ln 2,\end{aligned}$$

sendo λ o comprimento de radiação.

Assim, se iniciarmos a cascata com um γ de energia E_0 , depois de uma distância média t , um par elétron-pósitron é produzido e a energia do fóton é dividida pelo par, $E_0/2$ cada um. No próximo comprimento t , o elétron e o pósitron perdem, em média, metade de sua energia, emitindo um fóton de energia $E_0/4$ cada um. Assim, após uma distância $2t$ temos dois fótons e duas partículas com energia $E_0/4$, respectivamente. Dessa forma, a uma distância nt , o número de elétrons, pósitrons e fótons será de 2^n e suas energias médias de $E_0/2^n$. Esse processo multiplicativo continua até que as perdas por ionização superem as perdas por bremsstrahlung. Nesse ponto, as partículas atingem um limiar de energia, chamado de energia crítica, E_c , e a multiplicação cessa, exceto pela produção de pares de elétrons e íons de baixa energia. Para os fótons, a energia crítica corresponde ao momento no qual o espalhamento Compton torna-se mais importante que produção de pares. Dessa forma, o chuvaire atinge o seu número máximo de partículas quando a energia média das partículas se iguala à energia crítica. O número de fótons e elétrons no máximo do chuvaire é, então, E_0/E_c . O número n de distâncias t necessárias para atingir o máximo de partículas do chuvaire (N_{max}) é dado pela expressão:

$$n = \ln(E_0/E_c)/\ln 2. \quad (2.2)$$

Portanto, a profundidade do máximo (X_{max}) tem uma dependência logarítmica com a energia inicial, enquanto o número de partículas no máximo é igual a E_0/E_c , portanto, depende linearmente da energia do primário. O perfil longitudinal de chuvaire iniciados por fótons e elétrons também pode ser explicitamente calculado resolvendo equações de difusão [2.3]. Na figura 2.1, vemos a representação do “toy model” para um chuvaire originado por um elétron. Cujas soluções são as conhecidas Aproximação A, que apenas

leva em conta os processos Compton e bremsstrahlung descrevendo-os com fórmulas assintóticas, e Aproximação B, que leva em conta a perda por ionização espalhamento Compton de fótons.

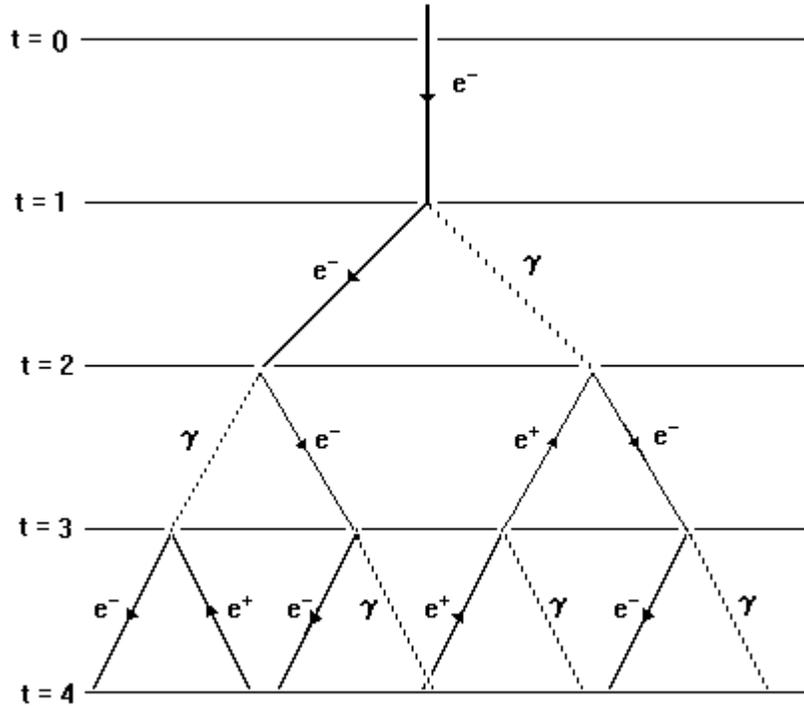


Figura 2. 1. Desenho esquemático de uma cascata eletromagnética.

2.2 Desenvolvimento longitudinal de chuviros Eletromagnéticos e Hadrônicos

O perfil das cascatas eletromagnéticas pode ser descrito usando-se um parâmetro s chamado 'idade', utilizado nas soluções das equações de difusão que descrevem o desenvolvimento dos chuviros [2.4]:

$$s = \frac{3t}{t + 2 \ln \left(\frac{E_0}{E_c} \right)} \quad (2.3)$$

Capítulo 2

Na qual t é a profundidade do chuveiro em termos de matéria atravessada, dado em g/cm^2 . O valor de s varia de zero na primeira interação para um no máximo do chuveiro e tem um valor máximo de 3. K. Greisen, em 1956 [2.5], chegou a uma expressão para o desenvolvimento longitudinal de chuveiros eletromagnéticos:

$$N_e(t) = \frac{0,31}{\sqrt{\ln \frac{E_0}{E_c}}} \exp[t(1 - 1,5 \ln s)], \quad (2.4)$$

na qual N_e é o número de elétrons no chuveiro, t é a profundidade em comprimentos de radiação e s é o parâmetro idade

Um chuveiro gerado por um hádron comporta-se em grande medida como um chuveiro eletromagnético, uma vez que os processos eletromagnéticos têm grande importância em seu desenvolvimento; pode ser considerado como uma superposição de chuveiros eletromagnéticos produzidos pelo decaimento de π_0 , alimentados pelo núcleo hadrônico, transferindo, assim, energia da componente hadrônica para a componente eletromagnética.

A profundidade da primeira interação (X_0), que é o ponto onde o primário interage inelasticamente pela primeira vez com um núcleo alvo, depende do comprimento de interação hadrônica que é aproximadamente 70 g/cm^2 para prótons e 15 g/cm^2 para núcleos de Ferro em energias superiores a 10^{15} eV .

A posição do máximo do chuveiro (X_{\max}) é fortemente influenciada por flutuações na posição da primeira interação e por perdas de energia que ocorrem nessa interação, portanto, depende da seção de choque inelástica e da inelasticidade K [2.4], definida por:

$$K = \frac{E_0 - E'}{E_0 + M_N}, \quad (2.5)$$

onde E_0 é a energia do primário, E' é a energia da partícula após a colisão e M_N é massa do alvo. Ambos K e seção de choque dependem da energia.

Capítulo 2

Como, então, se diferenciam chuviscos gerados por hádrons leves (prótons, por exemplo) de pesados (ferro)? Para isso utiliza-se o modelo de superposição, no qual um núcleo de massa A e energia E_0 é considerado como A núcleons independentes de energia E_0/A . Assume-se que a distribuição de pontos de primeira interação seria a mesma se entrassem na atmosfera A núcleons separadamente. Dessa forma, a profundidade onde ocorre o máximo do chuvisco fica:

$$X_{\max} \propto \lambda \ln \left(\frac{E_0}{AE_C} \right). \quad (2.6)$$

Ou seja, chuviscos de hádrons mais pesados desenvolvem-se mais alto na atmosfera, em média, mas esse efeito é logarítmico, o que permitiria, em tese, distinguir apenas entre grupos de núcleos de massas muito diferentes. Os detalhes dependem do modelo de interações hadrônicas usado (que serão discutidos em seguida). Como o desenvolvimento longitudinal dos chuviscos hadrônicos é fortemente influenciado pelas seções de choque inelásticas de colisões núcleo-núcleo, ele pode fornecer informações sobre a inelasticidade destas colisões em altíssimas energias.

Gaisser e Hillas [2.6] encontraram uma expressão analítica aproximada para o perfil longitudinal (relacionando número de partículas carregadas $N(X)$ com a profundidade X) de um chuvisco hadrônico baseada em cálculos de Monte Carlo que é bastante utilizada em experimentos de Fluorescência:

$$N(X) = N_{\max} \left(\frac{X - X_0}{X_{\max} - X_0} \right)^{\frac{(X_{\max} - X_0)}{\lambda}} \exp \left(- \frac{(X_{\max} - X)}{\lambda} \right), \quad (2.7)$$

na qual X_0 é ponto da primeira interação e λ comprimento de interação hadrônica, N .

Nós vimos que uma cascata puramente eletromagnética teria um X_{\max} que aumenta com o logaritmo da energia do primário. Define-se, então, a conhecida Taxa de Elongação [2.4] como:

$$D_{EL} = \frac{dX_{\max}}{d \ln E}, \quad (2.8)$$

que foi introduzida por Linsley e é uma medida da variação do X_{\max} com a energia. Ainda é uma forma muito usada de organizar e descrever os dados. Vários estudos de composição química do HiRes [2.7] têm feito uso da taxa de alongação, aproveitando-se do fato que as médias de X_{\max} do ferro e próton diferem em torno de 70-80 g/cm², independente de modelos de interação hadrônica. Na figura 2.2, estão apresentados dados de vários experimentos.

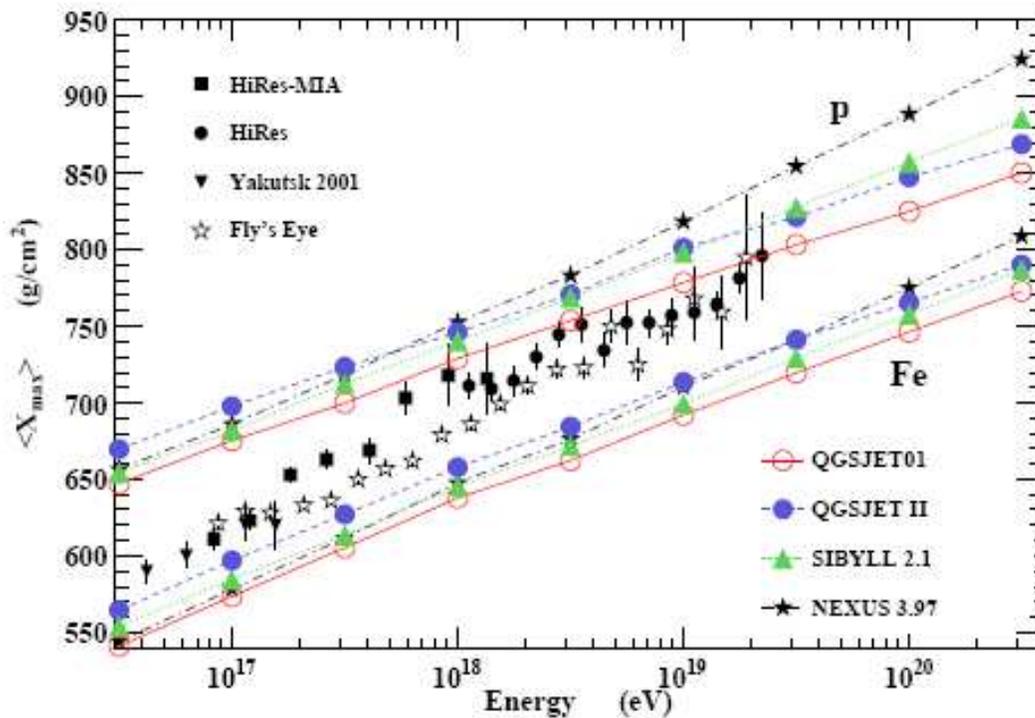


Figura 2. 2. Profundidade do Máximo do chuvaire (X_{\max}) em função da energia do primário. Dados experimentais e previsões teóricas usando diversos modelos [2.8].

As flutuações na profundidade do máximo do chuvaire também são usadas em estudos de composição química: Ao analisar um grupo de eventos escolhidos num intervalo

Capítulo 2

estreito de energia as flutuações em torno da média de X_{\max} devem ser maiores para chuviros de próton que para os chuviros de ferro. Assim, através da taxa de alongação e do estudo de suas flutuações podem distinguir a evolução da composição química com a energia.

2.3 Simulações

Nesse trabalho, estudamos vários aspectos do perfil longitudinal dos CAE. Em primeiro lugar, apresentaremos algumas características gerais dos perfis extraídas das simulações.

As simulações dos chuviros atmosféricos extensos foram realizadas usando-se o código CORSIKA [2.9], que é um programa de simulação de Monte Carlo, o mais usado (e testado) pela comunidade de física de raios cósmicos. É capaz de simular chuviros atmosféricos extensos gerados por prótons, fótons, núcleos ou várias outras partículas primárias. Atinge um intervalo de energia que vai de 10^{12} eV (próprio para experimentos de telescópios de Cherenkov) até mais que 10^{20} eV. Todos os processos conhecidos que influenciam o desenvolvimento de um chuviro atmosférico estão incluídos desde o transporte da partícula primária através da atmosfera até sua interação com átomos do ar. As partículas secundárias são seguidas explicitamente ao longo de suas trajetórias e seus parâmetros são armazenados quando atingem um nível de observação, de tal forma que tanto os valores médios das observáveis quanto suas flutuações são simulados com o máximo de precisão possível.

As interações eletromagnéticas de um chuviro atmosférico são tratadas pela bem testada rotina EGS4 [2.10]. A simulação das interações hadrônicas é a parte mais crítica em todo o processo de simulação, sobretudo pela necessidade de extrapolação das interações hadrônicas para altíssimas energias, para as quais não existem dados experimentais. O CORSIKA apresenta vários diferentes modelos de interação hadrônica disponíveis, dentre esses, usamos nesse trabalho, os modelos QGSJET01 [2.11, 2.12, 2.13] e SIBYLL2.1 [2.14, 2.15]. Na simulação de interações de baixas energias, o código usado é o GHEISHA [2.16].

O tempo de simulação de chuviros atmosféricos extensos é proporcional à sua energia, tornando-se excessivo em energias maiores que 10^{16} eV. Uma das formas de contornar esse problema é o algoritmo de “*thinning*” (*thin sampling*) [2.17]. Todas as

Capítulo 2

partículas secundárias abaixo de um nível de *thinning* ajustável (fração da energia do primário $\epsilon_{th} = E/E_0$) ficam sujeitas a esse procedimento. Se a energia de todas as partículas j cai abaixo de ϵ_{th} , apenas uma das partículas será seguida, escolhida aleatoriamente de acordo com a probabilidade $p_i = E_i / \sum_j E_j$, enquanto as demais serão descartadas. Um peso $w_i = 1/p_i$ será atribuído a essa partícula para que a energia seja conservada. O processo de *thinning* pode ser otimizado (“*optimum thinning*”), o que consiste em atribuir um peso máximo que uma partícula pode adquirir. A partir desse peso, ela volta a ser seguida em detalhes pela simulação.

2.4 Resultados

Apresentamos comparações de perfis longitudinais de chuviros de primários: próton e ferro, para energias de 10^{18} , 10^{19} , 10^{20} eV. Foram simulados para esse estudo 500 chuviros de cada primário e cada energia com fator de *Thinning* de 10^{-5} . Apresentamos as médias desses chuviros.

O número de partículas no máximo dos perfis longitudinais dos chuviros é proporcional à energia do primário, de tal forma que chuviros de energias diferentes apresentam números de partículas diferentes por ordens de grandeza. Dessa forma, é útil comparar os perfis dividindo-os pela energia do primário, revelando assim suas semelhanças e diferenças. Nas figuras 2.3 e 2.4 comparamos perfis chuviros gerados por primários próton e ferro nas energias 10^{18} , 10^{19} e 10^{20} eV.

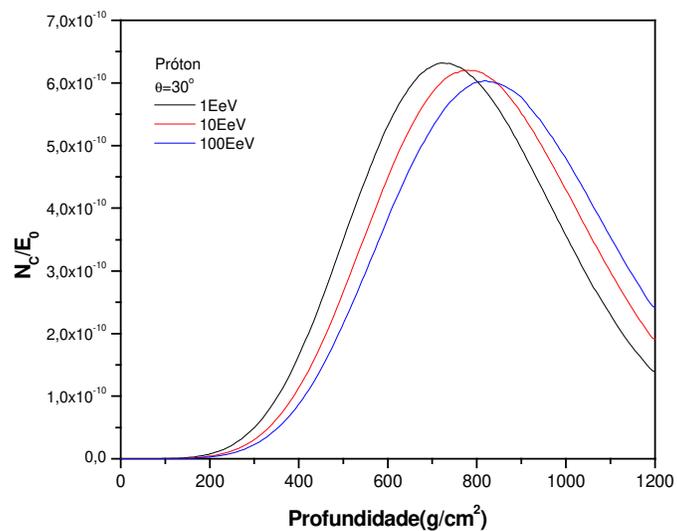


Figura 2. 3. Perfil longitudinal dividido pela energia do primário, média de 500 chuvezos de primário Próton, Thinning 10^{-5} , ângulo zenital de 30° .

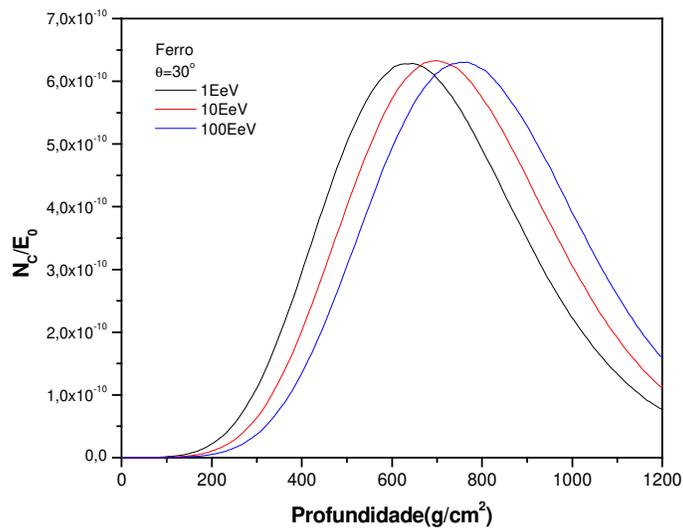


Figura 2. 4. Perfil longitudinal dividido pela energia do primário, média de 500 chuvezos de primário ferro, Thinning 10^{-5} , ângulo zenital 30° .

Entretanto, analisar apenas o perfil médio pode esconder uma grande quantidade de informações relevantes, de fato ao observarmos a figura 2.5, podemos constatar a diferença

entre os desenvolvimentos de ferro e próton. Com destaque para a flutuação no desenvolvimento do próton, muito maior que nos chuweiros de ferro.

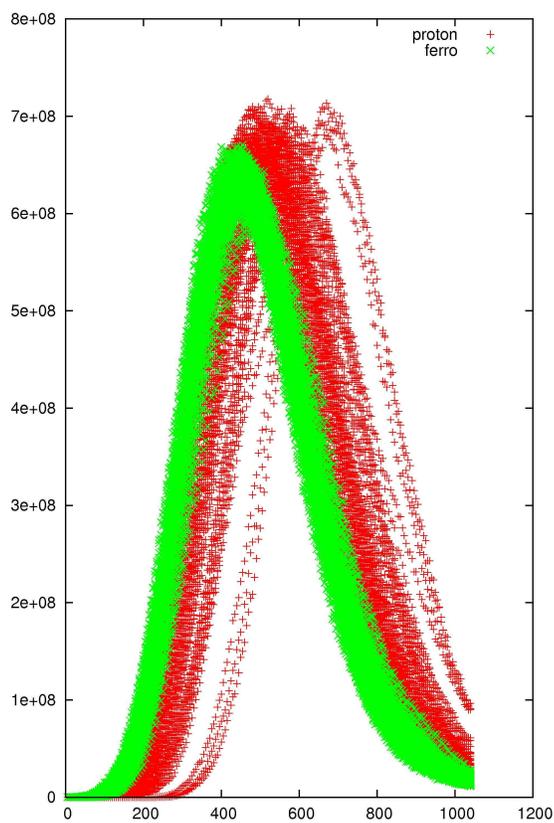


Figura 2. 5. Desenvolvimento longitudinal de ferro (verde) e próton (vermelho), 200 chuweiros para cada primário.

2.4.1 Flutuações nos Desenvolvimentos Longitudinais

Como pode ser visto na figura 2.5, as flutuações nos desenvolvimentos têm um papel importante; assim, buscaremos encontrar informações adicionais dos desenvolvimentos longitudinais, na tentativa de melhor compreender as semelhanças e diferenças entre chuweiros de próton e de ferro, analisaremos as distribuições de algumas variáveis do perfil longitudinal e seu potencial como indicadores de composição química.

Capítulo 2

Estudamos relações entre a profundidade da primeira interação (X_0), X_{\max} e a largura do perfil a meia altura (em inglês, FWHM). Uma vez que a profundidade da primeira interação (X_0) não é detectável experimentalmente, utilizamos uma nova variável, X_{10} , que se trata da profundidade onde o chuveiro atinge 10 % do número total de partículas do perfil. As simulações referem-se a chuveiros de prótons e de ferro, com energias 1, 10 e 100 EeV e ângulo zenital 45° e modelos de interação hadrônica QGSJET01 e SIBYLL2.1. O nível de thinning aplicado foi de 10^{-5} . Os resultados estão apresentados nas tabelas abaixo.

Tabela 2. 1. Médias e desvios padrão para variáveis do perfil longitudinal (g/cm^2) de chuveiros iniciados por ferro e próton, modelo de interação hadrônica QGSJET01.

X_{\max}	Ferro		Próton	
Energia	média	Desvio padrão	média	Desvio padrão
1 EeV	633,3	29,5	713,8	61,8
10 EeV	696,7	27,24	784,2	74,2
100 EeV	752	26,8	823,8	64,8

X_0	Ferro		Próton	
Energia	média	Desvio padrão	média	Desvio padrão
1 EeV	14,1	11,3	48,7	44,4
10 EeV	12,3	9,7	50,9	37,7
100 EeV	12,6	12,4	42,3	37,5

X_{10}	Ferro		Próton	
Energia	média	Desvio padrão	média	Desvio padrão
1 EeV	419	20,1	476,9	37,8
10 EeV	460,8	17,3	520,2	43,7
100 EeV	500,1	15,33	537,3	43,5

$X_{\max} - X_0$	Ferro		Próton	
------------------	-------	--	--------	--

Energia	média	Desvio padrão	média	Desvio padrão
1 EeV	621,8	29,8	667,1	49,3
10 EeV	685	20,37	735	63,7
100 EeV	744,4	26,5	784,4	52,1

$X_{\max} - X_{10}$	Ferro		Próton	
Energia	média	Desvio padrão	média	Desvio padrão
1 EeV	216,2	19,2	235,8	33,1
10 EeV	237,8	18,9	263,3	33,2
100 EeV	253,8	17,1	288,2	35,2

$X_{10} - X_0$	Ferro		Próton	
Energia	média	Desvio padrão	média	Desvio padrão
1 EeV	405,2	18,3	430,8	25,7
10 EeV	448	13,7	469	30,4
100 EeV	489,8	16,1	496,2	25,3

FWHM	Ferro		Próton	
Energia	média	Desvio padrão	média	Desvio padrão
1 EeV	508	14	515	23
10 EeV	522	11	537	22
100 EeV	543	15	563	24

Tabela 2. 2. Médias e desvios padrão para variáveis do perfil longitudinal (g/cm^2) de chuueiros iniciados por ferro e próton, modelo de interação hadrônica SIBYLL2.1.

X_{\max}	Ferro		Próton	
Energia	média	Desvio padrão	média	Desvio padrão
1 EeV	641,5	35	745,1	65,4
10 EeV	696,8	32	798,8	58,6
100 EeV	761,6	28	864,4	52,8

X_0	Ferro		Próton	
Energia	média	Desvio padrão	média	Desvio padrão
1 EeV	14	10,4	44,5	37,6
10 EeV	13	9,6	38,8	31,3
100 EeV	12,8	12,8	40,8	36,7

X_{10}	Ferro		Próton	
Energia	média	Desvio padrão	média	Desvio padrão
1 EeV	423,5	23,3	501	49,3
10 EeV	460,5	18,2	533	39
100 EeV	499,5	15,6	568,2	37,6

$X_{\max} - X_0$	Ferro		Próton	
Energia	média	Desvio padrão	média	Desvio padrão
1 EeV	631,8	34	695,4	44,2
10 EeV	690,5	31,2	761,5	46
100 EeV	751	27,3	826	48

$X_{\max} - X_{10}$	Ferro		Próton	
Energia	média	Desvio padrão	média	Desvio padrão
1 EeV	221,6	21,2	242,6	27
10 EeV	238,2	24,8	265,8	31
100 EeV	259,6	21	299,4	30,7

$X_{10} - X_0$	Ferro		Próton	
Energia	média	Desvio padrão	média	Desvio padrão
1 EeV	410,5	21,7	451	25
10 EeV	449	15,9	494	33
100 EeV	490,4	15,5	527,3	27,5

FWHM	Ferro		Próton	
	Energia	média	Desvio padrão	média
1 EeV	514	12	519	20
10 EeV	525	13	539	21
100 EeV	541	14	574	27

Apresentamos a seguir alguns comentários sobre as tabelas apresentadas, com o objetivo de indicar possíveis investigações futuras.

Várias comparações podem ser feitas a partir desses dados e elas se encontram resumidas nas tabelas 2.3 a 2.6. Inicialmente, observaremos relações entre chuviros de mesmos primários. A razão entre X_0 / X_{\max} para chuviros de ferro mantém-se em torno de 2% entre 1 EeV e 100 EeV, enquanto que para os chuviros de próton fica em torno de 7%, para 1 EeV, e 5% em 100 EeV. A razão entre X_{10} / X_{\max} fica por volta de 66% tanto para ferro quanto para prótons. Portanto, uma relação mais estável entre os primários que a razão entre X_0 / X_{\max} .

Comparando FWHM e $(X_{\max}-X_0)$, obtemos que a razão $\text{FWHM}/(X_{\max}-X_0)$ diminui com a energia: Para os chuviros de ferro fica entre 0,81 em 10^{18} eV e 0,73 em 10^{20} eV enquanto que para chuviros de próton vai de 0,77 a 0,71. Já a razão FWHM/X_{\max} para os chuviros de ferro fica entre 0,8 e 0,72 enquanto que para chuviros de próton vai de 0,72 a 0,68, também caindo com a energia.

Observando $(X_{\max}-X_{10})/\text{FWHM}$ obtemos de 0,42 em 1 EeV até 0,47 em 100 EeV, para ferro, e, para prótons, de 0,46 a 0,51 aumentando com a energia. Finalmente, analisando $(X_{\max}-X_{10})/X_{\max}$ obtemos o resultado de 0,34 para primários ferro e 0,33 para próton de 1 EeV a 10 EeV e 0,35 para 100 EeV.

Devemos observar como essas mesmas variáveis se comportam quando comparamos chuviros de primário ferro com chuviros de primário próton, analisando $(X_{0-\text{Ferro}}/X_{0-\text{Próton}})$ a média da profundidade da primeira interação do ferro é cerca de 24% a 30% da média de X_0 dos chuviros de próton . A razão entre os X_{\max} de chuviros de ferro e de próton $(X_{\max-\text{Fe}}/X_{\max-\text{P}})$ varia de 88 %, em 1 EeV, a 91 % para 100 EeV. As razões entre as larguras $(\text{FWHM}_{\text{Ferro}}/\text{FWHM}_{\text{próton}})$ vão de 98 % em 1 EeV a 96 % em 100 EeV. Importante notar que enquanto os valores de X_{\max} dos perfis de chuviros de ferro e próton se

Capítulo 2

aproximam com o aumento da energia, suas larguras (FWHM) diferenciam-se mais. As razões entre $X_{\max} - X_0$ para os 2 tipos de chuveiros também se aproximam em 10^{20} eV: de 93 % a 95 %.

Entretanto, é necessário compararmos as flutuações entre os dois tipos de chuveiros, sobretudo porque os chuveiros de próton apresentam maiores flutuações que os demais. As razões entre os rms de chuveiros de ferro e de próton são importantes de serem analisadas. As flutuações em torno da média de X_0 para os chuveiros de ferro ficam entre 25% a 33% das flutuações dos chuveiros de próton, enquanto que as flutuações em torno da média para a profundidade do máximo do chuveiro de ferro são cerca de 36 % a 47 % das flutuações para os chuveiros de próton. As flutuações das larguras FWHM para o ferro ficam entre 50% a 62 % das flutuações das larguras dos chuveiros de próton. Analisando as flutuações de $X_{\max} - X_0$ do ferro temos de 32 % a 60% dos chuveiros de próton.

Fizemos o mesmo estudo com o modelo de interação hadrônica SIBYLL2.1, as razões X_0 / X_{\max} e $FWHM / X_{\max}$ entre perfis de mesmos primários têm resultados semelhantes aos de QGSJET01.

Comparando as variáveis de desenvolvimentos longitudinais de ferro e próton de obtivemos que a razão entre as profundidades da primeira interação X_0 , ficam em torno de 32 % e 33%, a posições médias de X_{\max} para chuveiros de ferro ficam em torno de 87 % de X_{\max} para próton. A razão entre FWHM de perfis de ferro e próton varia de 99 % a 97 % e $X_{\max} - X_0$, 91 %. Importante notar que em X_{\max} os perfis simulados com SIBYLL2.1 apresentaram resultados ligeiramente diferentes que os obtidos com QGSJET01, indo de 86% em 1 EeV a 88% em 100 EeV, obviamente as flutuações são muito grandes, sobretudo quando se trata de chuveiros de próton: as flutuações de X_0 para o ferro são aproximadamente 40 % das flutuações para o próton, para X_{\max} ficam em torno de 53 %, FWHM, 60% e $X_{\max} - X_0$, de 76 % (1 EeV) a 56 % (100 EeV).

Tabela 2. 3 Relações (em porcentagem) entre grandezas do perfil para chuueiros de mesmo primário. Modelo de interação hadrônica QGSJET01.

	Ferro			Próton		
	1 EeV	10 EeV	100 EeV	1 EeV	10 EeV	100 EeV
X_0/X_{max}	2	2	2	7	7	5
X_{10}/X_{max}	66	66	66	67	66	65
$\frac{FWHM}{X_{max} - X_0}$	81	76	72	77	73	72
$\frac{FWHM}{X_{max}}$	80	74	72	72	77	73
$\frac{X_{max} - X_{10}}{FWHM}$	43	46	47	46	49	51
$\frac{X_{max} - X_{10}}{X_{max}}$	34	34	34	33	34	35

Tabela 2. 4 Relações (em porcentagem) entre grandezas do perfil comparando chuueiros de Ferro com chuueiros de Próton. Modelo de interação hadrônica QGSJET01.

	1 EeV	10 EeV	100 EeV
$\frac{X_{0-Ferro}}{X_{0-Pr oton}}$	29	24	30
$\frac{X_{Max-Ferro}}{X_{Max-Pr oton}}$	89	89	91
$\frac{X_{10-Ferro}}{X_{10-Pr oton}}$	88	89	93
$\frac{FWHM_{-Ferro}}{FWHM_{-Pr oton}}$	98	97	96
$\frac{X_{max} - X_{0-Ferro}}{X_{max} - X_{0-Pr oton}}$	93	93	95
$\frac{X_{max} - X_{10-Ferro}}{X_{max} - X_{10-Pr oton}}$	92	90	88

Tabela 2. 5 Relações (em porcentagem) entre grandezas do perfil para chuveiros de mesmo primário. Modelo de interação hadrônica SIBYLL2.1.

	Ferro			Próton		
	1 EeV	10 EeV	100 EeV	1 EeV	10 EeV	100 EeV
X_0/X_{max}	2	2	2	6	5	5
X_{10}/X_{max}	66	66	66	67	67	66
$\frac{FWHM}{X_{max} - X_0}$	81	76	72	75	71	70
$\frac{FWHM}{X_{max}}$	80	75	70	69	67	66
$\frac{X_{max} - X_{10}}{FWHM}$	43	45	48	47	49	52
$\frac{X_{max} - X_{10}}{X_{max}}$	34	34	34	33	34	35

Tabela 2. 6 Relações (em porcentagem) entre grandezas do perfil comparando chuveiros de Ferro com chuveiros de Próton. Modelo de interação hadrônica SIBYLL2.1.

	1 EeV	10 EeV	100 EeV
$\frac{X_{0-Ferro}}{X_{0-Pr oton}}$	31	33	32
$\frac{X_{Max-Ferro}}{X_{Max-Pr oton}}$	86	87	88
$\frac{X_{10-Ferro}}{X_{10-Pr oton}}$	85	86	87
$\frac{FWHM_{-Ferro}}{FWHM_{-Pr oton}}$	99	97	94
$\frac{X_{max} - X_{0-Ferro}}{X_{max} - X_{0-Pr oton}}$	91	91	91
$\frac{X_{max} - X_{10-Ferro}}{X_{max} - X_{10-Pr oton}}$	91	90	87

2.5 Modelos de Interação Hadrônica

Na tarefa de reconstrução de chuveiros atmosféricos extensos (CAE), os dados experimentais precisam ser comparados com simulações teóricas (normalmente através de modelos em Monte Carlo que tratam o transporte e interações entre partículas empregando o conhecimento atual de física de partículas). A interpretação de uma medida de CAE depende, portanto, dos modelos teóricos utilizados na simulação¹. Enquanto as interações eletromagnéticas (responsáveis pela componente eletromagnética, ionização, produção de fluorescência e luz Cherenkov entre outras) e interações fracas (decaimentos de partículas instáveis) são bem estabelecidas pela QED, as interações hadrônicas ainda são as maiores fontes de incertezas desses modelos.

As energias alcançadas pelos raios cósmicos de altíssima energia (10^{20} eV) são muito maiores que as atingidas pelos mais potentes aceleradores em operação. Mesmo o LHC, quando entrar em operação vai atingir uma energia de ordem de $E_{\text{lab}} = 10^{17}$ eV, ainda abaixo das energias alcançadas por esses eventos cósmicos. Assim, os experimentos de raios cósmicos de altíssima energia não podem ser calibrados pelos dados de aceleradores. A maior parte dos modelos de interação hadrônica, utilizados nas simulações de chuveiros, foram construídos sobre resultados experimentais, predominantemente de colisões $p-p$ (dados de energias mais altas) e a partir disso foram feitas extrapolações para maiores energias, menores ângulos e para colisões núcleo-núcleo. Ainda assim, os dados existentes (obtidos em energias mais baixas) em sua maior parte não correspondem às partículas emitidas na direção do feixe (*'forward direction'*), que são de grande importância no desenvolvimento de um chuveiro, pois carregam a maior parte da energia profundamente na atmosfera, influenciando o desenvolvimento dos chuveiros. Atualmente os modelos de interação hadrônica mais usados na simulação de chuveiros atmosféricos de altíssimas energias são QGSJET01, QGSJET-II [2.13] e SIBYLL2.1. Nos últimos anos, grande quantidade de trabalho tem sido realizada com o objetivo de se compreender as diferenças entre esses modelos e seus sobre os chuveiros atmosféricos simulados. Uma pequena amostra desses trabalhos pode ser encontrada nas seguintes referências [2.8, 2.18, 2.19, 2.20].

¹ Um dos objetivos da técnica de fluorescência é diminuir ao máximo essa dependência, contudo ainda há influência de modelos de interação hadrônica no perfil de depósito de energia na atmosfera.

O modelo QGSJET (Quark Gluon String Model with Jets) baseia-se na teoria de Gribov-Regge (TGR), que trata as interações hadrônicas baseadas na troca de pomerons supercríticos e os processos inelásticos são descritos pelo corte de pomerons que formam “strings” de cor que fragmentam originando hádrons. As “strings” são fragmentadas por um procedimento similar ao Algoritmo de Lund. Adicionalmente, QGSJET inclui minijatos para descrever interações duras, importantes em altas energias. Nas colisões núcleo-núcleo, utiliza o modelo de Glauber, assumindo uma distribuição de densidade nuclear gaussiana para núcleos com massa atômica menor que 10 e uma distribuição do tipo Woods-Saxon para núcleos mais pesados. A colisão é tratada pela aplicação do mecanismo de fragmentação com percolação-evaporação dos núcleos espectadores [2.9].

SIBYLL2.1 é um modelo de minijatos intermediário entre os puramente fenomenológicos e os baseados na teoria Gribov-Regge, desenvolvido para uso de programas de Monte Carlo. Também utiliza um modelo de fragmentação de “strings” similar ao algoritmo de Lund e trata as colisões núcleo-núcleo através do modelo de Glauber [2.9].

2.5.1 Desenvolvimento do Chuveiro Atmosférico

O desenvolvimento de um chuveiro para um primário específico depende em grande medida de dois fatores fundamentais: a seção de choque inelástica (σ_{inel}) do primário e das partículas secundárias com os núcleos de ar e a fração de energia transferida para as partículas secundárias (inelasticidade, k). Uma regra bastante simplificada contabiliza que um terço da inelasticidade, ou seja, um terço da energia disponível para as partículas secundárias, vai para a componente eletromagnética em cada interação hadrônica. Para um valor médio de k de 0,6, típico para interações de alta energia isto corresponde a aproximadamente 20% da energia por interação hadrônica que será transferida para a componente eletromagnética. Portanto, a energia que permanece na componente hadrônica é dada por:

$$E_h(X) = E_0 \left(1 - \frac{k}{3}\right)^{X/\lambda_H} \quad (2.9)$$

Capítulo 2

na qual, X é a profundidade em g/cm^2 e λ_H é a comprimento de interação hadrônica [2.21].

O modelo QGSJET01 tem maior inelasticidade, restando mais energia para as partículas secundárias que no modelo SIBYLL2.1; como consequência, a multiplicidade é maior em QGSJET01 que em SIBYLL2.1. Em decorrência, chuviros gerados usando o modelo QGSJET desenvolvem-se mais cedo na atmosfera que os chuviros SIBYLL. Contudo, SIBYLL apresenta seção de choque inelástica maior, portanto menores caminhos de interação hadrônica de tal forma que essas diferenças podem se compensar, de tal forma que chuviros que viveram várias gerações, gerados tanto com QGSJET01 quanto com SIBYLL2.1, podem ter desenvolvimentos longitudinais semelhantes [2.22]. A posição do máximo do chuviro (X_{max}) pode variar cerca de 40 g/cm^2 [2.8], entre os modelos. Contudo, se considerarmos os desvios das distribuições, os modelos praticamente prevêem os mesmos resultados, como podemos observar na figura abaixo. Diferenças maiores entre os modelos podem ser encontradas no número de múons, com QGSJET prevendo acima de 15% de múons a mais que SIBYLL [2.8]. Com a nova versão QGSJET-II, passou a gerar chuviros mais penetrantes, assemelhando-se mais com SIBYLL2.1 [2.23].

Abaixo algumas comparações entre QGSJET01 e SIBYLL 2.1. Nas figuras abaixo, comparamos o desenvolvimento longitudinal de partículas carregadas para ambos os modelos. Observamos que o perfil SIBYLL desenvolve-se mais tardiamente na atmosfera. Mas, nesses casos, levando em conta o erro estatístico, os perfis praticamente se superpõem. Entretanto quando comparamos o perfil de múons, podemos observar uma grande diferença entre os modelos.

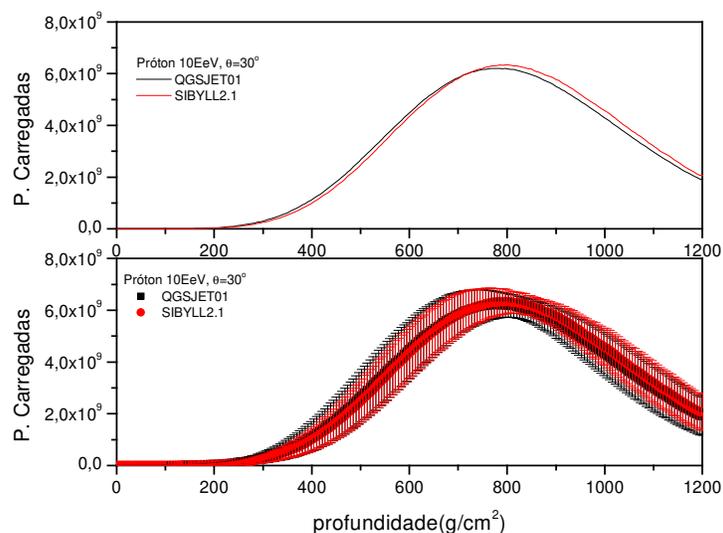


Figura 2. 6. Comparação entre perfis longitudinais de partículas carregadas para chuviros de Próton, energias de 10^{19} eV, usando os modelos QGSJET01 e SIBYLL2.1. Acima: perfil médio de 500 chuviros. Abaixo: perfil médio com os desvios padrão.

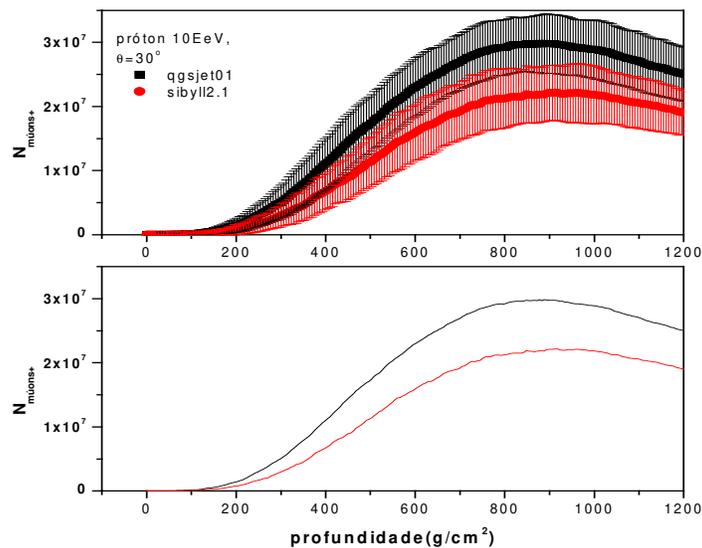


Figura 2. 7. Perfil longitudinal de Múons + em função da profundidade, chuviros de Próton, energias de 10^{19} eV, usando os modelos QGSJET01 e SIBYLL2.1. Acima: perfil médio de 500 chuviros. Abaixo: perfil médio com os desvios padrão.

2.6 Conclusão

Várias comparações podem ser feitas a partir desses dados, inicialmente, observemos relações entre variáveis dos próprios primários.

Estudamos o comportamento das razões X_0 / X_{\max} , X_{10} / X_{\max} , $\text{FWHM}/(X_{\max}-X_0)$ e $(X_{\max}-X_{10})/ \text{FWHM}$ tanto para chuvisos de próton quanto para ferro em função da energia.

Comparamos também essas variáveis entre chuvisos de próton e chuvisos de ferro, nesse caso comparamos X_0 , X_{\max} , $X_{\max} - X_0$ e FWHM entre chuvisos desses primários. Também comparamos as flutuações dessas variáveis. Em resumo pudemos observar que os chuvisos de ferro e de próton se assemelham mais a medida que a energia aumenta. Também analisamos as mesmas grandezas com o modelo SIBYLL2.1, apresentando resultados semelhantes. Importante notar que em X_{\max} os perfis simulados com SIBYLL2.1 apresentaram resultados relativamente diferentes que os obtidos com QGSJET01.

Capítulo 3. Análise de discriminantes lineares e novos parâmetros do desenvolvimento longitudinal

Apesar do crescente número de experimentos, utilizando técnicas diferentes, a composição química dos RCUAE ainda é incerta. Os experimentos mais importantes, em geral, fazem seus estudos de composição a partir de dados coletados com detectores de solo ou de telescópios de fluorescência. Basicamente são usados dois métodos para estimar a massa da partícula: medidas da profundidade do máximo do chuveiro na atmosfera e medidas da proporção de múons em relação ao número de elétrons (N_{μ}/N_e) no chuveiro quando ele atinge o solo. Ambas as técnicas usam o princípio da superposição no qual a partícula primária de energia E_0 constituída de A núcleos produz A chuveiros com energia E_0/A . Os detectores de solo também utilizam técnicas de estudo de composição que se baseiam na geometria do frente do chuveiro quando ela chega ao nível de observação, como as formas da função de distribuição lateral (LDF) e da frente de chegada do chuveiro.

Como já foi discutido na introdução, atualmente existem três modelos que tentam explicar a transição entre a componente galáctica (G) e a extragaláctica (EG): o modelo do tornozelo, o modelo da depressão e o modelo de composição mista (“*mixed composition model*”). No primeiro cenário, a transição entre as populações deve ocorrer em torno de 1.10^{19} eV, exatamente onde tem início o tornozelo do espectro, quando uma componente espectral galáctica (inclinada) encontra a componente extragaláctica (menos inclinada). Segundo o modelo da depressão, a transição ocorre no segundo joelho, abaixo de 1.10^{18} eV e de acordo com o modelo misto a transição ocorre um pouco acima desse valor, algo em torno de 3.10^{18} eV. Os três modelos diferem muito em termos de suas previsões a respeito da composição química: O modelo do tornozelo prevê uma predominância de núcleos de ferro na região de transição, enquanto que o modelo do dip prevê nessa região exclusivamente prótons enquanto que o modelo misto prevê composição similar à encontrada nos remanescentes de Supernovas. Portanto, o conhecimento preciso da composição química dos raios cósmicos é a chave mais importante na confirmação de um desses modelos e é de extrema relevância na determinação das fontes astrofísicas dos raios

cósmicos de mais alta energia.

Vários experimentos vêm publicando estudos de composição química. Haverah Park encontrou uma fração de ferro de 66% em torno do intervalo de energia de 0.2 - 1 EeV [3.1], resultados similares aos encontrados por Akeno [3.2]. Em energias acima de 10^{19} eV, os estudos de composição química ainda são bastante inconclusivos, sobretudo porque AGASA mediu um limite superior na fração de ferro de 35% no intervalo de 10^{19} - $10^{19.5}$ eV e 76% no intervalo de $10^{19.5}$ - 10^{20} eV [3.3]. Em oposição, HiRes têm medido a transição de uma componente mais pesada para uma mais leve no intervalo de 0.1 EeV-1 EeV e a manutenção de uma componente leve acima de 1 EeV [3.4].

No caso específico da técnica de fluorescência, a profundidade do máximo do chuveiro (X_{\max}) e suas flutuações são as medidas usadas para estudar a composição do primário. A posição do X_{\max} sofre maiores flutuações para chuveiros de próton que para os chuveiros de ferro. Em estudos recentes da colaboração HiRes, a análise de chuveiros observados numa faixa estreita de energia, tem mostrado grandes flutuações em X_{\max} , compatíveis com chuveiros de próton. Independente de modelos, essa comparação das larguras das distribuições de X_{\max} dos eventos reais com as distribuições dos dados simulados sugere que a composição química no intervalo entre 10^{17} eV a 10^{18} eV é dominada por núcleos leves, principalmente prótons [3.4].

Contudo, a identificação da partícula primária de cada evento é muito difícil em virtude das flutuações no desenvolvimento dos chuveiros, o número pequeno de parâmetros mensuráveis e a incerteza nos modelos de interação hadrônica. Podemos fazer estimativas em termos da região de número atômico à qual o primário pertence.

3.1. Perfil Longitudinal e o parâmetro X_{\max}

Com a finalidade de evidenciar as diferenças entre vários perfis a Figura 3.1 mostra o perfil longitudinal de 100 chuveiros de ferro e 100 de próton, energia 10^{18} eV, ângulo zenital de 60° . Para uma melhor comparação da forma dos perfis, estes foram desviados de tal forma que seus X_{\max} coincidam.

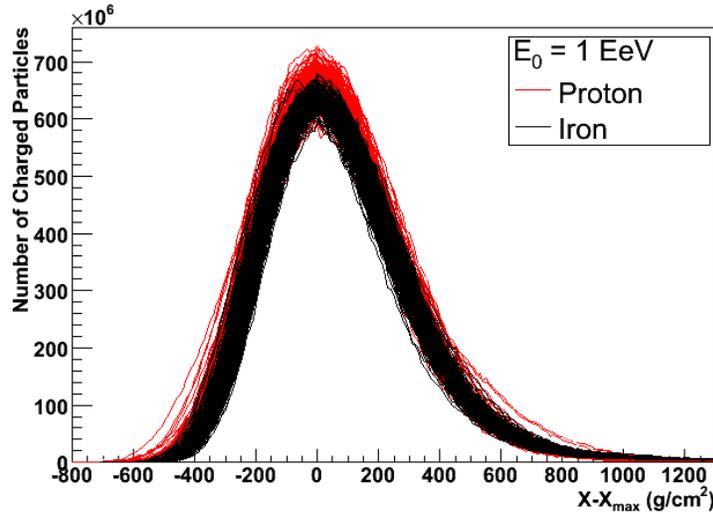


Figura 3. 1. Perfil longitudinal de 100 chuvereiros de ferro e 100 de próton, todos deslocados de forma que seu X_{\max} seja coincidente.

A Figura 3.2 mostra a distribuição de X_{\max} para primários ferro, próton e fóton de chuvereiros simulados à energia de 1 EeV. Podemos ver que o parâmetro X_{\max} é um bom parâmetro para distinguir primários hádrons de primários fótons enquanto que sua capacidade de distinguir entre prótons e núcleos de ferro é bastante limitada pela superposição das duas distribuições.

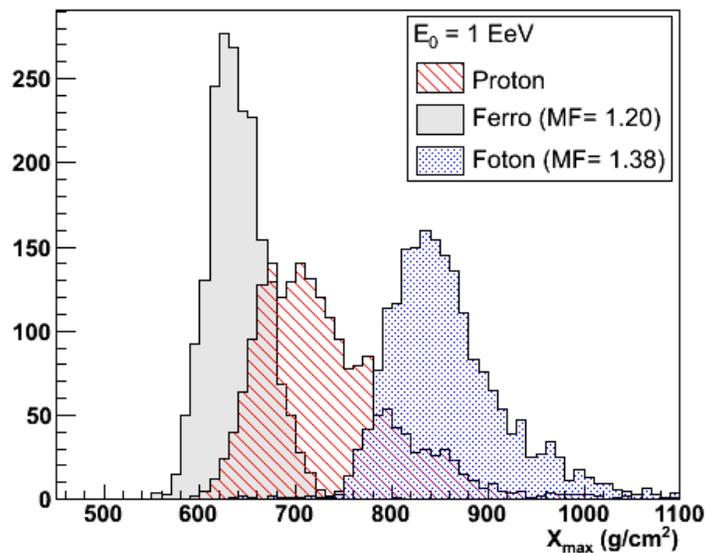


Figura 3. 2. Distribuições de X_{\max} para primários ferro, próton e fótons.

A variação de X_{\max} em função da energia, conhecida como taxa de alongação (“*elongation rate*”), que é usada como indicador da evolução da composição química com a energia, pode ser vista na figura 3.3. Nessa figura, as barras de erros são dadas pelos RMS das distribuições. A superposição das barras de erro mostra claramente que a discriminação entre prótons e núcleos de ferro piora com a energia.

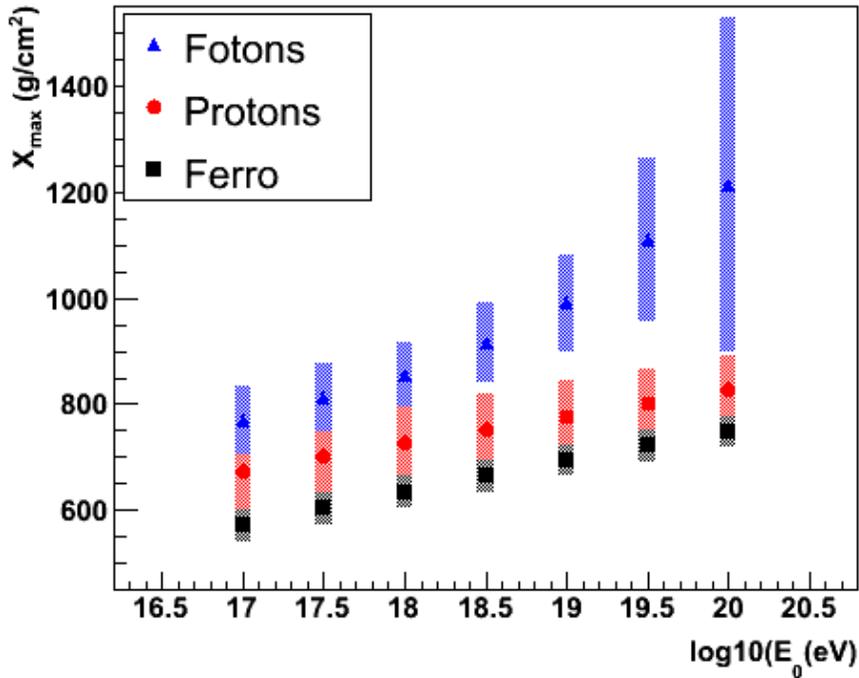


Figura 3. 3. Taxa de alongação para chuueiros de ferro, próton e fótons. As barras de erro são dadas pelos RMS das distribuições.

Para quantificar a capacidade de separação entre as diferentes distribuições A e B, usaremos o parâmetro estatístico fator de mérito, definido como:

$$FM = \frac{\bar{A} - \bar{B}}{\sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2}}, \quad (3.1)$$

na qual \bar{A} e \bar{B} são as médias das distribuições e σ_A e σ_B os respectivos desvios padrões.

A Figura 3.4a mostra o comportamento do fator de mérito como uma função do número de eventos. Nós usamos a distribuição de X_{\max} de primários ferro e próton como mostrado na figura 3.2. Valores aleatórios foram sorteados seguindo essas distribuições várias vezes e os fatores de mérito foram calculados para cada uma das vezes. Dessa forma a flutuação do fator de mérito pode ser calculada. Figura 3.4a mostra que os resultados apresentados aqui possuem erros em torno de 3% uma vez que estamos comparando populações de 2000 eventos cada, totalizando 4000 eventos. Também estudamos a variação das incertezas com relação a fração de ferro no total de eventos. A figura 3.4b mostra que para qualquer fração de ferro a incerteza no fator de mérito fica em torno de 3% [3.5].

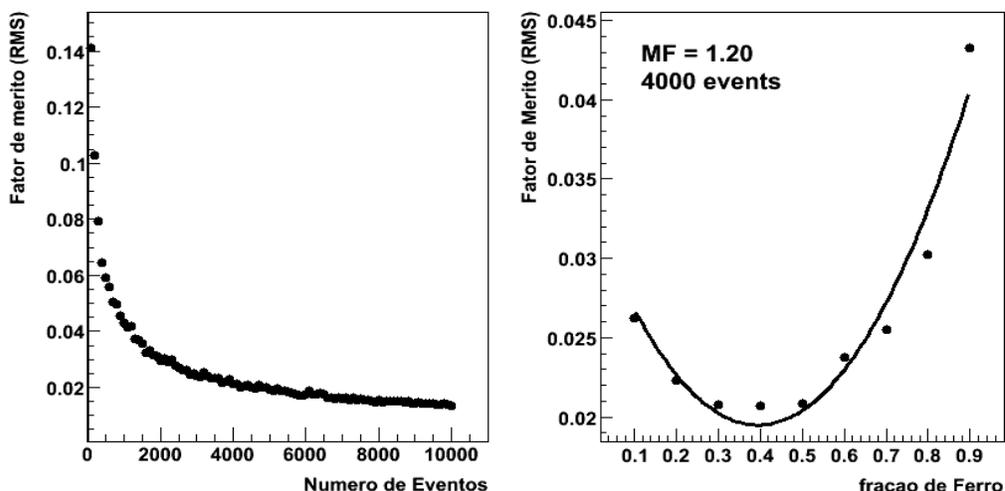


Figura 3. 4 (a) RMS relativo do Fator de Mérito em função do número de eventos. (b) RMS relativo do Fator de Mérito em função da fração relativa de prótons e ferro[3.5].

O fator de mérito calculado para a distribuição de X_{\max} entre ferro e próton é de 1,20 e entre próton e fóton 1,38, respectivamente. Os valores serão comparados com os fatores de mérito encontrados para as variáveis propostas em nossa análise.

3.2. Novos parâmetros para estudo de Composição

Teria o perfil longitudinal condições de oferecer novas variáveis que auxiliem em estudos de composição química, ao lado do X_{\max} ? Aqui, nosso objetivo, é propor outras

variáveis do perfil longitudinal que auxiliem na discriminação entre chuveiros de primários. *M. Ambrosio et al* [3.6] também tentaram adicionar novas informações do desenvolvimento longitudinal com o objetivo de estudar composição química. O número de partículas no máximo do chuveiro (N_{\max}) foi a principal variável adicional nesse estudo. Entre outras técnicas de análise de dados, usaram Análise Topológica Multiparamétrica (MTA) e análise com redes neurais.

Os resultados desse trabalho, aqui apresentados, estão publicados na revista *Astroparticle Physics* [3.5]. Comparando as formas dos perfis longitudinais entre si mostrados na figura 3.1, é fácil notar que há diferenças entre os perfis de primários diferentes. Procuramos, então, parâmetros matemáticos, além do X_{\max} , que descrevessem essa diferença na esperança de que aumentem a capacidade de discriminação entre os primários. Vários novos parâmetros foram testados e apenas alguns mostraram possuir capacidade de separação. Os mais efetivos entre eles estão relacionados com a assimetria do perfil longitudinal.

Nesse estudo simulamos conjuntos de 2000 chuveiros para cada primário: ferro, fóton e próton, para cada uma das energias 10^{17} eV, $10^{17.5}$ eV, 10^{18} eV, $10^{18.5}$ eV, 10^{19} eV, $10^{19.5}$ eV, 10^{20} eV, usando o código CORSIKA 6.203 e o modelo de interação hadrônica QGSJET01. O fator de *thinning* utilizado de 10^{-4} com peso máximo de 10^5 , múons e hádrons foram seguidos na simulação até 0,05 GeV enquanto que elétrons e fótons até 50 KeV. O perfil longitudinal fornece o número de partículas em passos de 5 g/cm^2 . Os dados apresentados no texto referem-se a energia 10^{18} eV, mas todo estudo foi realizado para todas as energias acima. Além de X_{\max} , usamos os parâmetros N_{\max} , largura do perfil, assimetria do perfil, skewness e kurtose, que serão analisados em seguida, incluindo seus respectivos fatores de mérito.

3.2.1 N_{\max}

O número de partículas na profundidade do X_{\max} , parâmetro calculado em análises de telescópios de fluorescência, diretamente proporcional à energia. Se o erro na reconstrução da energia é grande a inclusão desse parâmetro levaria incertezas dependentes da energia difíceis de determinar. Entretanto, os telescópios de fluorescência reconstróem a

Capítulo 3

energia com um erro de 15% o que acreditamos ser uma margem segura, uma vez que variações nessa ordem na energia não devem afetar hipóteses a respeito da composição química do primário. FM=1,00.

3.2.2 Assimetria e Sigma

Além de N_{\max} e X_{\max} , a largura da curva de desenvolvimento longitudinal e a assimetria dessa curva podem passar informações a respeito da composição química, como já foi visto no capítulo 2.

No lugar da FWHM, que foi estudada no capítulo 2, usamos a largura da curva gaussiana que ajusta o perfil, sigma, sobretudo porque, em geral, procede-se um ajuste de curvas aos dados experimentais. Também no capítulo 2, estudamos quantidades como $X_{\max} - X_0$ e suas relações com FWHM, que poderiam ser um indicador de assimetria, de qualquer forma, os dados de assimetria do desenvolvimento longitudinal podem ser aperfeiçoados.

A assimetria foi obtida a partir de uma série de ajustes no perfil, primeiramente ajustando gaussianas simétricas na parte inicial do perfil (incluindo o máximo) e na parte final do perfil (também incluindo o máximo), para extrair os parâmetros de partida do ajuste final que é dado por:

Se ($X < X_{\max}$)

$$N_{part} = N_{\max} \exp\left(\frac{X - X_{\max}}{\text{Sigma}^2}\right) \quad (3.2)$$

Se ($X > X_{\max}$)

$$N_{part} = N_{\max} \exp\left(\frac{X - X_{\max}}{\text{Assimetria}^2 * \text{Sigma}^2}\right)$$

Na qual N_{part} é o número de partículas carregadas em função da profundidade X.

Capítulo 3

X_{\max} e N_{\max} foram fixados no ajuste, os únicos parâmetros que variaram no ajuste foram assimetria e sigma. A variável assimetria é uma medida direta da diferença entre as partes inicial e final do perfil longitudinal, ou seja, antes e depois do máximo do chuva. Os fatores de mérito obtidos foram: assimetria: 1,08. sigma: 1,07.

3.2.3 Skewness e Kurtose

Usamos o também parâmetro *skewness*, que também é uma medida do grau de assimetria de uma distribuição, como também definimos e usamos o parâmetro assimetria anteriormente, continuaremos usando o nome em inglês *skewness*. Apesar de encontrarmos várias definições para *skewness*, podemos defini-la para um conjunto de dados x_1, x_2, \dots, x_N a, como [3.7]:

$$Skewness = \frac{\sqrt{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3}{\left[\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \right]^{3/2}} \quad (3.3)$$

na qual, \bar{x} é a média, N o número de pontos e s o desvio padrão.

É o terceiro momento da distribuição e é também uma medida da assimetria da distribuição longitudinal. Uma distribuição normal tem *skewness* zero, enquanto que uma distribuição assimétrica para a esquerda (apresentando uma cauda mais acentuada para a esquerda) terá valores negativos e se for assimétrica para a direita terá valores positivos. FM=2,13.

O último parâmetro incluído na análise foi a *kurtose*, o quarto momento da distribuição, que é uma medida do “achatamento” desta com relação à uma distribuição normal. Em geral, *kurtose* para dados x_1, x_2, \dots, x_N pode ser definida como [3.7]:

$$Kurtose = \frac{N \cdot \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^4}{\left[\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \right]^2}, \quad (3.4)$$

Capítulo 3

a *kurtose* para uma distribuição Normal padrão é 3, por essa razão pode-se definir também a *kurtose* na seguinte forma:

$$Kurtose = \frac{N \cdot \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^4}{\left[\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \right]^2} - 3, \quad (3.5)$$

de tal forma que uma distribuição Normal tenha *kurtose* zero. Se atingir valores positivos indica uma distribuição com um pico pronunciado, já uma distribuição achatada apresentará valores negativos. FM=1,69. Os fatores de mérito de cada um dos parâmetros estão apresentados na tabela 3.1.

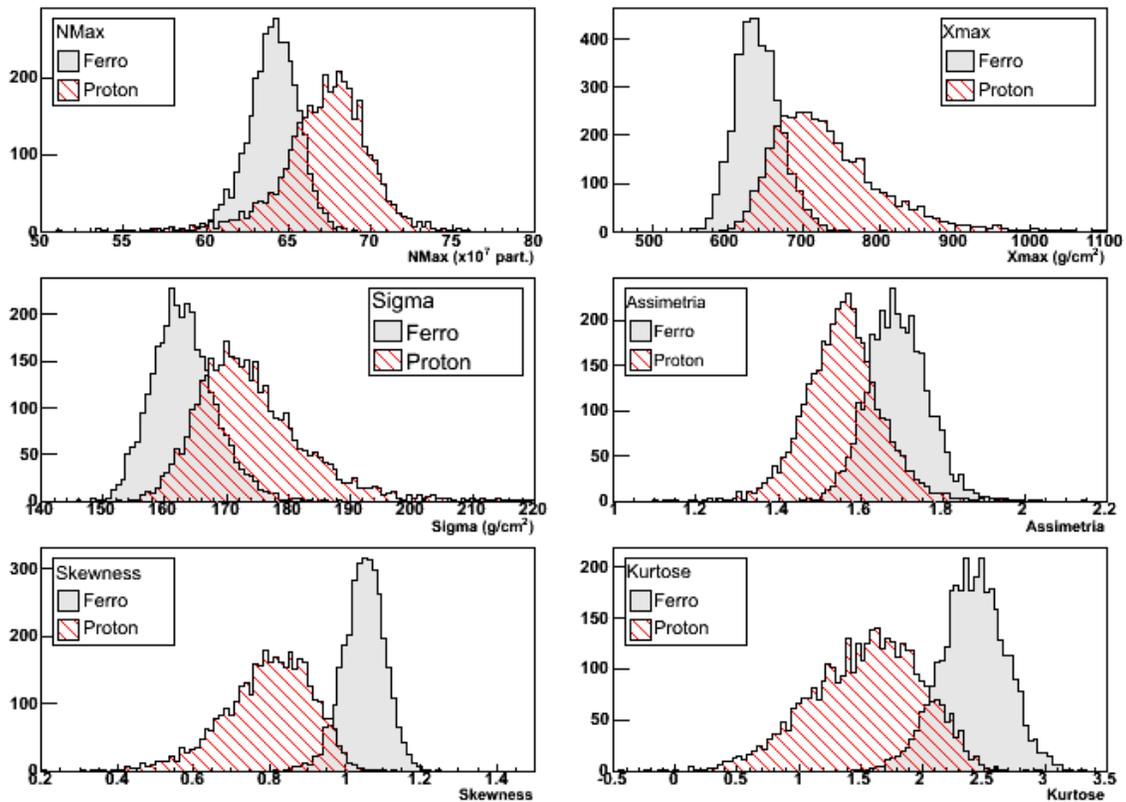


Figura 3. 5. Distribuições de X_{max} , N_{max} , Sigma, Assimetria, Skewness e kurtose para chuvisos de $E_0=1$ EeV.

Tabela 3. 1. Fatores de Mérito das 6 variáveis isoladas na análise

Parâmetros	Fator de Mérito
X_{\max}	1,20
N_{\max}	1,00
Sigma	1,07
Assimetria:	1,08
Skewness	2,13
kurtose	1,69

Outros parâmetros foram testados e rejeitados, como por exemplo, a inclinação de ajustes lineares da parte anterior e posterior ao máximo. As distribuições dos seis parâmetros para primários próton e ferro usados nos estudos de composição estão na figura 3.5.

3.3. Análise de Componentes Principais (PCA)

Análise de componentes principais (PCA) é uma ferramenta amplamente utilizada nas mais variadas áreas - da neurociência a meteorologia, originada da álgebra linear aplicada, seu objetivo é re-expressar um conjunto de dados complexo em um novo conjunto, reduzindo o ruído, as dimensões e a redundância do conjunto inicial. Uma apresentação detalhada de PCA pode ser encontrada na referência [3.8] e de forma mais concisa no apêndice dessa tese.

A PCA busca uma nova base, que é uma combinação linear da base original, que melhor descreva o conjunto de dados e utiliza para isso a estrutura de variância e covariância dos dados originais.

A análise de componentes principais pode descrever o sistema original de uma forma mais simples e revelar características e relações entre os dados que poderiam passar despercebidas e, portanto, permitir interpretações que antes não seriam possíveis. Por isso, muitas vezes a PCA é usada como passo intermediário numa cadeia de análise mais

Capítulo 3

complexa. A variabilidade total de um sistema requer todas as variáveis que o compõem, mas em geral, apenas algumas componentes podem carregar a maior parte dessa variabilidade. Nesse caso, essas poucas componentes guardam a maior parte da informação desse sistema e, portanto, podem substituí-lo, reduzindo a dimensão do conjunto de dados original.

A análise de componentes principais tem sido aplicada com frequência crescente em vários campos da ciência, incluindo física e astrofísica, destacando-se entre elas pesquisas de galáxias [3.9, 3.10], análise de espectro de Gama Ray Bursts [3.11] e redução de parâmetros em estudos de Energia Escura [3.12] e na pesquisa de diferenças sistemáticas entre populações de estrelas [3.13]. Em física de raios cósmicos já foi aplicada como método para distinguir chuveis de fótons de chuveis iniciados por hádrons aplicada a distribuição de partículas secundárias no solo produzidas por esses chuveis [3.14]. Em outro trabalho, foi usada na análise de dados de telescópios de Cherenkov [3.15].

A PCA foi utilizada para estudar a relevância de cada parâmetro na determinação das características gerais dos chuveis.

Nós aplicamos PCA nos chuveis de próton e ferro e definimos os autovetores que caracterizam seu perfil longitudinal. A primeira componente principal é o autovetor com a maior variância, associado ao autovalor de maior valor. A segunda componente principal está associada com o segundo autovalor e, portanto, carrega a segunda maior variância do sistema e assim por diante. Figura 3.6a mostra a contribuição de cada parâmetro para cada componente principal quando aplicada aos chuveis iniciados por ferro; a figura 3.6b é o mesmo gráfico para chuveis iniciados por próton. Os pesos mostrados na figura estão normalizados em 100%. É interessante notar que o peso relativo de parâmetros como skewness e kurtose são bastante diferentes para os dois conjuntos de dados utilizados. Analisando a participação de cada variável do chuveiro nas componentes principais do ferro e do próton, notamos que apresentam pesos relativos bastante diferentes para os parâmetros utilizados, como, por exemplo, a participação de kurtose e skewness em f_1 ; indicando que, em geral, há claras diferenças entre os perfis de próton e ferro e que podem ser usadas na identificação do primário.

Como podemos utilizar essas diferenças na identificação do tipo do primário que gerou o chuveiro? Utilizamos a técnica de Análise de Discriminantes Lineares para tentar

Capítulo 3

separar eventos gerados por prótons dos eventos gerados por ferro aproveitando-se do potencial de todas essas variáveis.

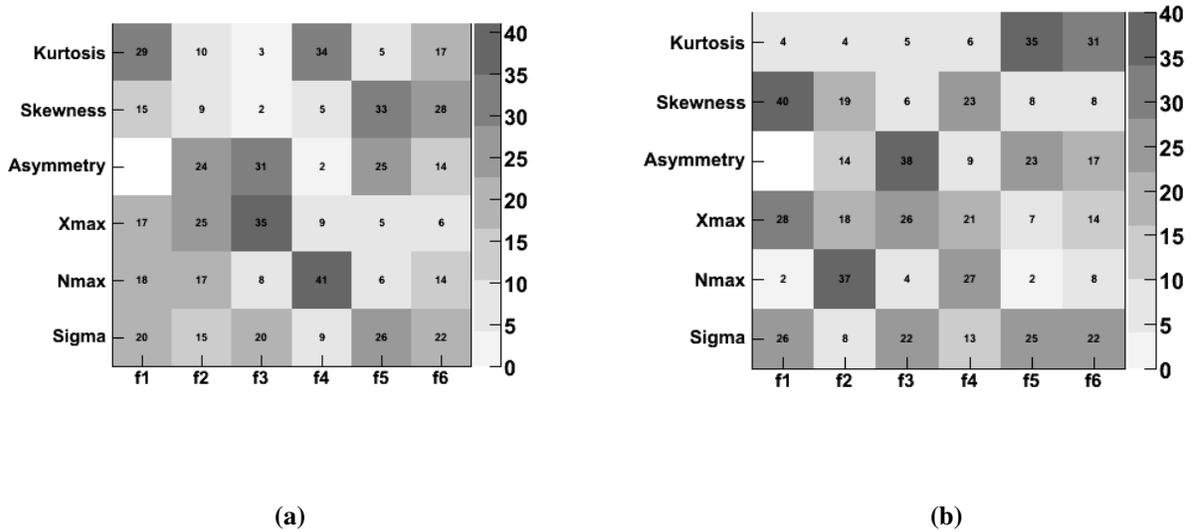


Figura 3. 6. Peso das variáveis X_{max} , N_{max} , Σ , Assimetria, Skewness e kurtose na composição dos autovetores da PCA f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 e f_6 , para chuviros de ferro (a) e próton (b) de energia 10^{18} eV.

3.4. Análise de Discriminantes Lineares (LDA)

A LDA foi usada para encontrar a combinação linear dos 6 parâmetros usados que apresente a melhor discriminação entre chuviros gerados por ferro de chuviros gerados por próton. Na referência [3.8] também pode ser encontrada uma apresentação detalhada de LDA e de forma mais resumida no apêndice dessa tese.

A análise de discriminantes lineares (em inglês, LDA) procura combinações lineares de variáveis de observações que separem objetos de classes diferentes o máximo possível. As técnicas de LDA tratam da classificação de uma nova observação em grupos pré-determinados.

Partindo da probabilidade condicional de classificar erroneamente um evento que pertence à uma dada população como sendo de outra, definindo um custo associado à essa classificação errada e associando à cada população uma função de densidade de probabilidades, a LDA define funções de pontuação (discriminantes) que são combinações

Capítulo 3

lineares das variáveis que minimizam a probabilidade de classificar um evento erroneamente.

Essas funções de pontuação são obtidas a partir de um processo de “treinamento”, onde são usadas amostras dos eventos. A partir disso são definidos os coeficientes das funções discriminantes. Seguindo esse procedimento, chegamos às seguintes funções de pontuação para a população 1 e para a população 2, respectivamente:

$$f_1(x) = \bar{x}_1^t \mathbf{S}_{pool}^{-1} x - \frac{1}{2} \bar{x}_1^t \mathbf{S}_{pool}^{-1} \bar{x}_1 + \ln p_1, \quad (3.6)$$

$$f_2(x) = \bar{x}_2^t \mathbf{S}_{pool}^{-1} x - \frac{1}{2} \bar{x}_2^t \mathbf{S}_{pool}^{-1} \bar{x}_2 + \ln p_2,$$

nas quais \bar{x}_1 e \bar{x}_2 são os vetores das médias dos parâmetros obtidos através dos grupos de treino e p_1 e p_2 são probabilidades a priori de encontrar um evento da população 1 ou 2, respectivamente. Em nosso estudo, usamos $p_1=p_2=0,5$. S_{pool}^{-1} é a matriz de covariância “pooled”, dada por:

$$\mathbf{S}_{pool} = \left[\frac{n_1 - 1}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)} \right] \mathbf{S}_1 + \left[\frac{n_2 - 1}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)} \right] \mathbf{S}_2. \quad (3.7)$$

Na qual, $n_{1,2}$ são os números de observações das populações 1 e 2, respectivamente. $\mathbf{S}_{1,2}$ são as matrizes de covariância para as populações 1 e 2. Se o valor de f_1 for maior que f_2 classifica-se o evento na população 1, do contrário classifica-se como sendo pertencente ao grupo 2.

Todos os seis parâmetros foram incluídos levando em conta sua capacidade de distinção entre as partículas primárias. Dois conjuntos de dados de treino, um para chuveiros de próton e outro para ferro foram usados para calcular o conjunto de coeficientes das funções discriminantes. Aplicando esses coeficientes sobre os dados a serem classificados obtemos as pontuações LDA, f_1 e f_2 , para cada evento. Os resultados da classificação foram apresentados pela diferença entre os dois pontuadores ($f_1 - f_2$).

Capítulo 3

Aplicando esse método sobre os dados, obtemos uma separação entre as distribuições de chuviros de ferro e próton de 2,59 para energia de 1 EeV. Incluindo chuviros gerados por fótons na população estudada e mantendo os mesmos coeficientes calculados anteriormente, chegamos a um fator de mérito de 2,03 entre fótons e prótons (Fig 3.7). Para melhorar a separação entre fótons e hádrons, repetimos o processo, mas usando agora novos conjuntos de treino: um para chuviros gerados por gamas e outro para chuviros hadrônicos (50% prótons e 50% ferro). Novas pontuações f_1 e f_2 foram calculadas e um novo fator de mérito obtido: 3,36. Aqui vale lembrar que o FM de X_{\max} sozinho é igual a 1,20 para chuviros de prótons e ferro e de 1,38 entre distribuições de fótons e hádrons (Fig. 3.8).

A capacidade de discriminação das variáveis LDA foi testada como função da energia, onde as novas combinações lineares foram calculadas para cada energia. A Figura 3.9, mostra a evolução de $f_1 - f_2$ em função da energia calculada para prótons e ferro. Essa figura pode ser comparada com a taxa de alongação de X_{\max} (figura 3.3), que apresenta uma sobreposição em todo o intervalo de energia, enquanto que a figura 3.9 mostra uma clara separação do parâmetro LDA no mesmo intervalo. A comparação de ambos os métodos pode ser vista na figura 3.10, onde comparamos a evolução com a energia dos fatores de mérito relativos às variáveis LDA e à X_{\max} . O maior FM foi obtido com energia de 0.1 EeV, caindo suavemente até 10 EeV e depois mais acentuadamente para energias superiores a 10 EeV. Entretanto, mesmo para energia de 10^{20} eV, o FM ainda fica acima de 2, bastante maior que o FM de X_{\max} sozinho que fica pouco acima de 1,2 para essa energia. Uma possível explicação para essa queda do fator de mérito com a energia pode ser extraída do capítulo 1, onde, analisando algumas características como as razões entre X_{\max} de chuviros de próton e ferro, $X_{\max}-X_0$, entre outras, de chuviros de próton e ferro, entre outras, percebemos que os desenvolvimentos longitudinais de chuviros desses primários ficam mais parecidos entre si com o aumento da energia, principalmente quando usamos o modelo de interação hadrônica QGSJET01.

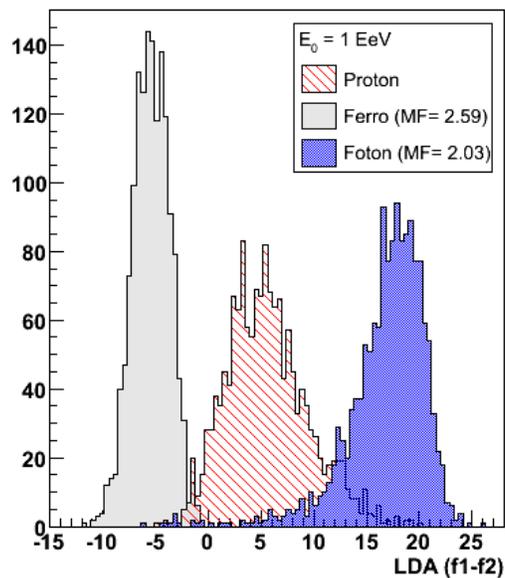


Figura 3. 7. Parâmetro LDA (f_1-f_2) para chuviscos de primários ferro, próton e fótons usando como conjuntos de treino dados de ferro e de próton.

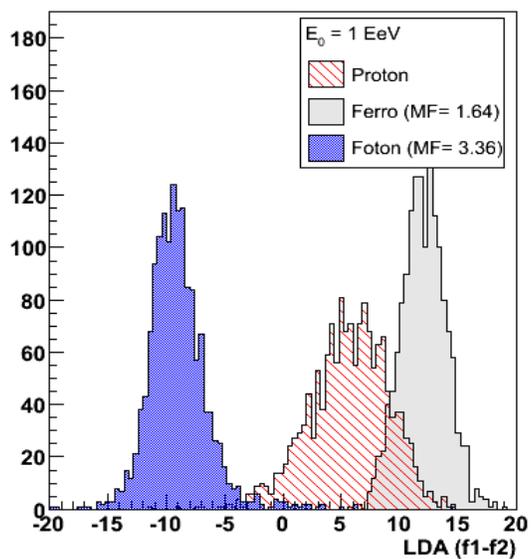


Figura 3. 8. Parâmetro LDA (f_1-f_2) para chuviscos de primários ferro, próton e fótons usando como conjuntos de treino dados de hádrons (ferro e próton).

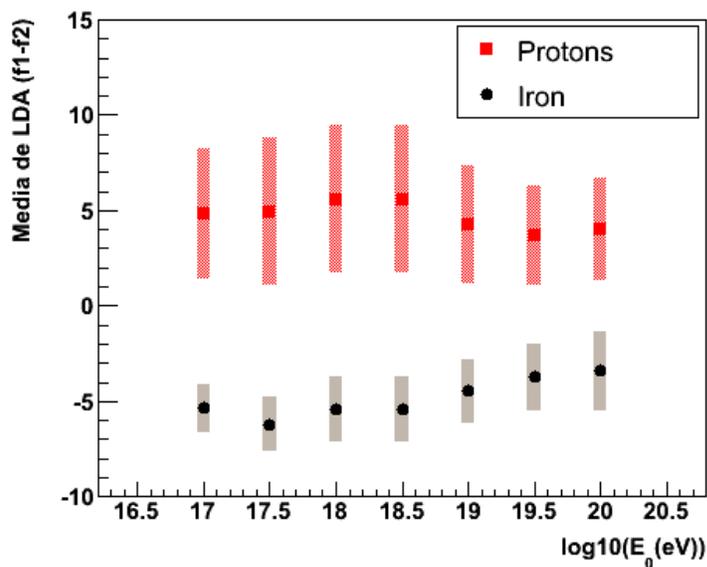


Figura 3. 9 Média dos parâmetros LDA ($f_1 - f_2$) em função da energia. As barras de erro são os desvios padrões de cada distribuição (em cada energia).

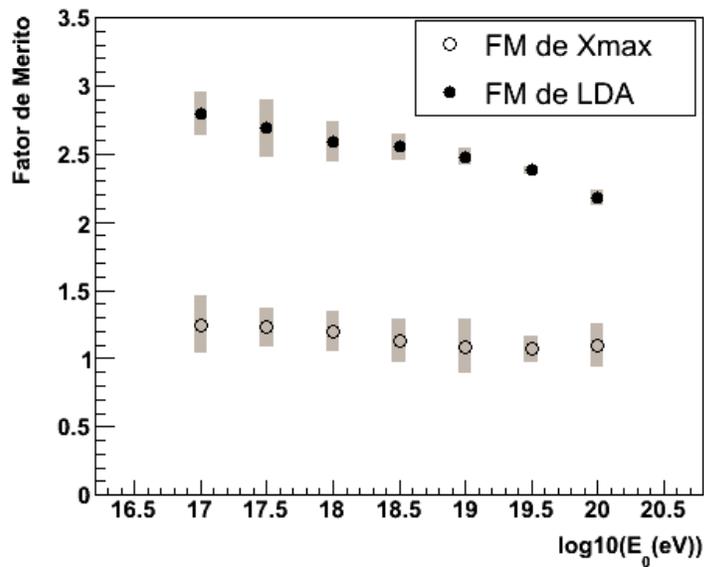


Figura 3. 10. Comparação entre os fatores de mérito do parâmetro LDA ($f_1 - f_2$) e de X_{max} em função da energia.

3.5. Simulação do campo de visão do telescópio

Com o objetivo de testar a eficácia da análise numa situação real com chuveiros detectados por telescópios de fluorescência, nós reduzimos o tamanho do chuveiro observado (“*track length*”) dos chuveiros testados em nossa análise e verificamos qual o efeito na capacidade de discriminação. Repetimos o procedimento de análise para chuveiros com apenas partes do desenvolvimento longitudinal. Os chuveiros tiveram seus comprimentos reduzidos, iniciando em 2000 g/cm^2 até 400 g/cm^2 em torno de seu máximo (X_{\max}).

Como os telescópios possuem campo de visão limitado e o método apresentado é baseado nas propriedades do perfil longitudinal é importante quantificar quais os efeitos da detecção de apenas partes do desenvolvimento dos chuveiros na qualidade dos resultados. Entretanto os valores dos novos parâmetros de discriminação devem ser calculados para cada configuração experimental e correspondente procedimento de análise.

A influência dos erros e das flutuações inerentes ao processo de detecção e das incertezas na reconstrução deverá ser calculada em próximos trabalhos.

Figura 3.11 mostra fator de mérito de cada parâmetro como função do “*track length*” observado do chuveiro. Os cálculos foram feitos para chuveiros com energia igual a 10^{18} eV, mas resultados similares foram obtidos para todas as energias. Como esperado a kurtose e skewness são eficientes apenas quando grandes frações do chuveiro são vistas, em virtude de sua dependência das extremidades (caudas) das distribuições longitudinais. Assimetria e sigma continuam a ser bons parâmetros, mesmo quando o tamanho visível do chuveiro é de 1000 g/cm^2 , mas perdem a capacidade de discriminação rapidamente para campos de visão menores que 1000 g/cm^2 . Já o fator de mérito para as variáveis LDA mantêm-se acima de 2 em todo o intervalo de considerado, claramente mostrando melhor capacidade de separação do que observando as variáveis isoladamente.

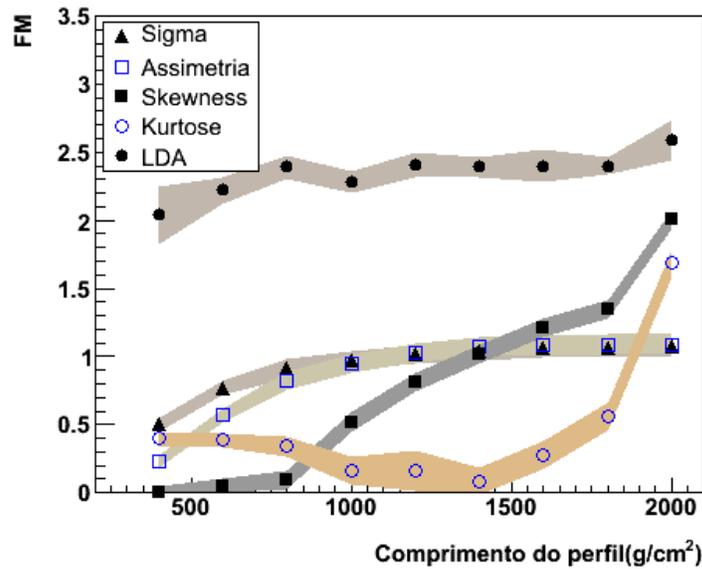


Figura 3. 11. Comparação entre os fatores de mérito do parâmetro LDA com as variáveis Sigma, Assimetria, *Skewness* e *Kurtose* em função da parte do chuveiro observada.

Refizemos o mesmo procedimento de análise de LDA para energia 10^{17} eV, mas reduzindo a dimensão do sistema inicialmente para 4 variáveis. Os resultados estão na tabela 3.2. O maior valor de Fator de Mérito alcançado, acima de 2,7, é muito próximo do obtido pela análise com todas as variáveis disponíveis, mostrando que nessa faixa de energia podemos conseguir bons resultados mesmo observando apenas um conjunto dessas variáveis. As combinações que atingiram maiores FM em geral contavam com a participação de N_{max} , mostrando que essa variável tem capacidade de discriminação importante. Quando combinamos, X_{max} , Assimetria, *Kurtose* e *Skewness* obtivemos o menor fator de mérito, provavelmente porque assimetria e *skewness* são variáveis muito semelhantes, indicando redundância de informação. Mesmo quando analisamos apenas três variáveis apenas os FM ficaram acima de 2, destacando-se a combinação de X_{max} , N_{max} e Sigma, com FM de 2,27. Essas variáveis são bastante estáveis, mesmo quando apenas partes do chuveiro são observadas, e dependem apenas de um ajuste simples de curva para serem obtidas, permitindo que a análise seja feita sob condição em que o perfil detectado não está completo.

Tabela 3. 2. Fator de Mérito da separação conseguida pelo parâmetro LDA (f_1 - f_2) pra várias combinações de variáveis.

Energia 10^{17} eV	
Variáveis	Fator de Mérito
X_{\max} , N_{\max} , Sigma, Assimetria	2,74
X_{\max} , N_{\max} , Kurtose, Assimetria	2,72
X_{\max} , N_{\max} , Kurtose, Skewness	2,74
X_{\max} , Sigma, Kurtose, Assimetria	2,38
X_{\max} , Assimetria, Kurtose, Skewness	2,08
N_{\max} , Kurtose, Skewness, Assimetria	2,74
X_{\max} , N_{\max} , Sigma	2,27
Kurtose, Skewness, Assimetria	2,09

3.6. Conclusão

Estudamos novos parâmetros extraídos do perfil longitudinal com o objetivo de buscar novas informações que permitam a identificação da partícula primária. Além de X_{\max} e N_{\max} , também incluímos em nossa análise a largura da gaussiana que ajusta o perfil (Sigma), assimetria do ajuste, skewness e kurtose.

Usamos Análise de Componentes Principais (PCA) para estudar a relevância de cada uma desses parâmetros na composição das características gerais de um perfil longitudinal, encontrando diferenças para chuveiros de ferro e próton no peso relativo de cada um desses parâmetros na composição das características gerais dos perfis.

Analisando chuveiros com perfis completos (60°), mostramos que Skewness e Kurtose, isoladamente, apresentam melhor capacidade de discriminação que X_{\max} tradicionalmente usada no estudo de composição química. Para quantificar essa separação usamos o fator de mérito, que avalia a distância entre as médias de duas distribuições. Uma combinação linear desses parâmetros obtida através da Análise de Discriminantes Lineares (LDA) mostrou-se um parâmetro muito mais eficiente na tarefa de discriminação entre chuveiros de ferro e de prótons, e entre chuveiros hadrônicos e eletromagnéticos. A LDA é uma técnica estatística que busca a máxima separação entre dados de dois ou mais grupos

Capítulo 3

diferentes e, com a sua aplicação em chuviros de energia de 1 EeV, por exemplo, conseguimos fatores de mérito acima de 2 separando distribuições de chuviros de ferro e próton e acima 3,3 sigma para discriminar chuviros de hádrons e de fótons. Se considerarmos uma situação mais realista, onde apenas parte do perfil é vista, mesmo assim a LDA consegue melhores fatores de mérito que X_{\max} isoladamente. Os próximos passos dessa análise devem seguir na direção de uma simulação mais realista e completa do perfil observado por um detector, a influência da atmosfera e, em seguida, a utilização de dados reais.

Capítulo 4. A estimativa de energia do primário através de calorimetria na atmosfera: energia das partículas da frente do chuva e a chamada “Energia Perdida”

4.1 Calorimetria através da observação da luz de fluorescência

A Técnica de Fluorescência distingue-se de várias técnicas utilizadas em física de raios cósmicos pela sua capacidade de observar diretamente o perfil longitudinal de chuvas atmosféricas: com ele, temos uma medida calorimétrica da energia do primário. Além disso, a partir da forma do perfil longitudinal, podemos investigar outras grandezas relacionadas à natureza do primário, como por exemplo o tipo de partícula primária.

A medida calorimétrica é feita a partir da energia depositada pelo chuva na atmosfera: a luz emitida em diferentes profundidades pelo fenômeno de fluorescência das moléculas de nitrogênio é observada no solo, por telescópios especialmente preparados para essa tarefa.

No processo de reconstrução da energia do primário pela técnica de fluorescência, o objetivo é converter a quantidade de luz emitida em uma dada profundidade atmosférica em número de partículas carregadas, N_C , e para isso, é necessário levar-se em conta os processos de produção da luz de fluorescência e transporte desta na atmosfera, a determinação da trajetória do chuva e a calibração do detector. O cálculo do número de partículas depende da suposição de que o número de fótons por unidade de comprimento dN_{fl}/dl (“*photon yield ou fluorescence light yield*”) produzido em uma dada profundidade, a uma pressão p e temperatura T , é proporcional à energia depositada (dE/dX) no local por ionização (e excitação de moléculas) pelas partículas carregadas do chuva [4.1]:

$$\frac{dN_{fl}}{dl} = \frac{p}{RT(h\nu)} Y_{\gamma}(p) \left(\frac{dE}{dX} \right), \quad (4.1)$$

na qual, R é a constante específica do gás (para o ar, $287,1 \text{ m}^2\text{s}^{-2}\text{K}^{-1}$), $h\nu$ é energia do fóton, Y_{γ} , é a eficiência da fluorescência do ar, uma grandeza importante na medição da energia

calorimétrica. Tanto a dependência de dN_{fl}/dl com a pressão e temperatura atmosféricas quanto a relação exata entre a energia depositada por processos eletromagnéticos e a produção da luz de fluorescência não são exatamente conhecidas e várias experiências estão sendo realizadas com o objetivo de determinar essas grandezas com maior precisão. Nagano et al [4.2] obteve o valor de $4,05 \pm 0,14$ fótons por elétron por metro, para o ar à pressão de 1013 hPa e 20° C, e confirmou a dependência dessa grandeza com o depósito de energia. Recentemente a colaboração MACFLY obteve resultados que confirmam a proporcionalidade do “*yield*” de fluorescência é proporcional ao depósito de energia e que as propriedades da fluorescência permanecem constantes com a energia do feixe de elétrons [4.3]. Novos resultados do experimento AIRFLY mostram que o erro sistemático devido à dependência do espectro de fluorescência com relação às variações de pressão na determinação da energia do chuveiro é de 1% [4.4].

Seguindo o processo de reconstrução, é necessário subtrair a componente de luz Cherenkov que contamina o sinal detectado; pois a luz de fluorescência é proporcional ao número de partículas carregadas em uma dada profundidade. Esse processo é complexo uma vez que a componente Cherenkov é composta tanto por luz direta produzida por elétrons na direção do detector quanto por luz espalhada pela atmosfera, dependente das condições atmosféricas. Depois de subtraídas as componentes da luz Cherenkov, ajusta-se, em geral, ao sinal uma curva que descreva o perfil longitudinal de partículas carregadas, normalmente a função Gaisser-Hillas [4.5].

O perfil de partículas carregadas, $N_c(X)$, então, é integrado sobre todas as profundidades e multiplicado pela taxa média de perda de energia por ionização dE/dX .

$$E_{cal} = \frac{dE}{dX} \int_0^{\infty} N_c(X) dX . \quad (4.2)$$

Entretanto, uma fração da energia do primário não é observada, levada principalmente por neutrinos e múons que chegam ao solo. À essa fração dá-se o nome de Energia Perdida (“*missing energy*”). Assim, a determinação precisa da energia do primário passa necessariamente pelo conhecimento exato dessa fração de energia perdida.

4.2 As estimativas de energia depositada e de energia perdida

A primeira parametrização da energia perdida, como uma função da energia calorimétrica foi feita por J.Linsley [4.6 , 4.7] e pelo Grupo Fly's Eye [4.8]. Linsley, em busca de quantificar a incerteza na determinação da energia de um chuveiro, estudou as incertezas relacionadas ao conhecimento da energia perdida, que ele chamava de $E_{\mu\nu h}$, já relacionando essa fração com múons(μ), neutrinos(ν) e hádrons(h). Para isso utilizou medidas de números de múons (N_{μ}) no nível de observação e número de elétrons no máximo do chuveiro (N_{max}), relacionando-os respectivamente com energia perdida e com energia eletromagnética (essencialmente energia calorimétrica). Dessa maneira, tratando N_{max} e N_{μ} obtidos experimentalmente obteriam fatores de conversão independentes universais.

Alguns anos atrás Chiwa Song e outros [4.9] recalcularam a energia perdida usando simulações de chuveiros atmosféricos. A integral do perfil era calculada utilizando uma taxa média de energia depositada (através de ionização) $\langle\alpha\rangle$, para encontrar uma estimativa da energia total depositada pelo chuveiro:

$$E_{dep} = \langle\alpha\rangle \int_0^{\infty} N_C(X) dX . \quad (4.3)$$

O valor de $\langle\alpha\rangle$ foi calculado em função do parâmetro idade a partir de simulações, sendo encontrado o valor $2,19 \text{ MeV}/(\text{g}/\text{cm}^2)$ como média de chuveiros eletromagnéticos e hadrônicos. Inicialmente realizaram esse procedimento, calculando a energia depositada para chuveiros puramente eletromagnéticos e verificaram que o valor de energia calorimétrica ficava 10% abaixo do esperado. Adicionaram, então, esses 10% para obter a energia calorimétrica total e estenderam esse procedimento aos chuveiros hadrônicos. Para confirmar esse valor médio de 10% (já usado na literatura) fizeram um estudo das partículas eliminadas pelo corte de energia e afirmaram que essa energia era carregada por elétrons e fótons abaixo do limiar (que será explicado abaixo) de 0,1 MeV por eles utilizado.

Após a publicação do trabalho de Song et al, tornou-se disponível no programa CORSIKA uma simulação bastante detalhada do depósito de energia. Nós passamos, então, a utilizá-lo para estudar a contribuição das diferentes componentes de um chuveiro na energia depositada total. Essa abordagem é diferente das anteriores uma vez que usamos diretamente a energia depositada na atmosfera para cada componente do chuveiro. Conhecer detalhadamente esses processos de deposição de energia na atmosfera torna-se importante devido ao papel da energia total depositada por ionização e excitação na produção da luz de fluorescência.

O programa CORSIKA [4.10] foi adaptado para especificar as contribuições de diferentes tipos de partículas na energia depositada por um chuveiro atmosférico. O código CORSIKA é capaz de simular o desenvolvimento de chuveiros atmosféricos extensos produzidos por diferentes tipos de primários, num largo espectro energético que atinge até altíssimas energias. Interações eletromagnéticas de elétrons, pósitrons e gamas são simuladas usando-se o código EGS4 [4.11], incluindo o efeito Landau-Pomeranchuk-Migdal [4.12].

Na simulação de Monte Carlo de chuveiros do programa CORSIKA adota-se um limiar de energia E_{thr} , cujos valores podem ser escolhidos, desde que dentro de limites de validade dos algoritmos do programa. Assim, as partículas são seguidas explicitamente até atingirem esse limiar (também chamaremos de corte de energia), sendo então descartadas quando atingem energias menores que E_{thr} . Do contrário, uma simulação completa seria praticamente inviável em termos de tempo de processamento. Contudo, essas partículas de baixa energia também contribuem para a excitação molecular, produzindo, portanto, luz de fluorescência. Desse modo, para a liberação de energia, são consideradas duas categorias distintas de partículas:

- Partículas acima do limiar de energia, que são seguidas detalhadamente.
- Partículas abaixo do limiar, descartadas da simulação detalhada.

A energia liberada total será a soma das duas contribuições.

4.2.1 Ionização por partículas acima do limiar escolhido

A perda de energia por ionização dE_i/dX de um hádron ou múon atravessando uma camada de matéria dX é calculada pela fórmula de Bethe-Bloch (“*Bethe-Bloch stopping power*”):

$$\frac{dE_i}{dX} = \frac{z^2}{\beta^2} \kappa_1 \left(\ln(\gamma^2 - 1) - \beta^2 + \kappa_2 \right), \quad (4.4)$$

onde $\beta = v/c$, γ é o fator de Lorentz; z é a carga das partículas ionizadas em unidades de e , $\kappa_1 = 0,153287 \text{ MeVg}^{-1}\text{cm}^2$ e $\kappa_2 = 9,386417$ são derivados das tabelas para ar seco [4.1]. A perda de energia por ionização de elétrons e pósitrons, é tratada no CORSIKA, pelo código EGS4. As contribuições para perda de energia vêm de soft-bremsstrahlung (que produz fótons muito abaixo do limiar de energia) e de transferência de energia para elétrons atômicos por energias abaixo do corte. Para as demais contribuições EGS4 usa o tratamento recomendado por Berger e Seltzer, que calcularam e montaram tabelas de perdas de energia por ionização em diferentes intervalos de energia para elétrons e pósitrons [4.13]. Além disso, também é levada em conta a correção Sternheimer, que trata do efeito de densidade em perdas de energia por ionização para partículas com energias altas[4.14].

4.2.2 Tratamento das partículas abaixo do limiar

Apesar do CORSIKA não seguir as partículas abaixo do limiar de energia, a energia depositada por essas partículas precisa ser computada, uma vez que essas partículas contribuem bastante para ionização e excitação de moléculas do ar. Essa quantidade de energia depende das possíveis reações que a partícula passaria em seu caminho e, portanto, do tipo da partícula. Por exemplo, antipartículas, aniquilam-se e provavelmente liberam muito mais energia do que a sua energia cinética (normalmente baixa, nessas condições).

Por essas razões, o CORSIKA usa o conceito de energia “disponível” (“*releasable energy*”) E_d para cada espécie de partícula. A energia disponível é a energia que a partícula perderia se não fosse submetida aos cortes da simulação.

Capítulo 4

Durante a simulação, esta energia disponível, que consiste ao menos da energia cinética (E_c) da partícula, é somada ao depósito de energia quando a partícula cai abaixo do limiar. No CORSIKA, elétrons e núcleons não liberam mais do que sua energia cinética ($E_d = E_c$). Devido a aniquilação, pósitrons tem uma energia disponível maior que os elétrons ($E_d = E_c + 2m_e = E_c + 1.022 \text{ MeV}$). Entretanto, se o par de fótons resultante da aniquilação estiver acima do limiar de energia para os fótons, nenhuma energia será depositada e os fótons serão seguidos explicitamente nos processos que se seguirem.

Múons e mésons são instáveis e podem liberar mais que sua massa de repouso em vários processos. Uma parte dessa energia será carregada por neutrinos provenientes dos decaimentos respectivos. Antibárions devem aniquilar-se com um núcleon emitindo vários píons, de forma que sua energia disponível será acrescida da massa de repouso do antibárion e do núcleon. No caso dessas partículas instáveis, o CORSIKA considera que 1/3 da energia disponível transformar-se-á em ionização e os 2/3 restantes perder-se-ão no canal de neutrinos. Tal aproximação justificava-se no fato de que corresponde a uma pequena fração da energia do primário [4.1].

4.3 Balanço de Energia

4.3.1 As equações que representam o balanço

Como parte desse trabalho escrevemos o balanço de energia nas equações apresentadas abaixo. Para tanto, o método adotado foi escrever as quantidades de energia perdida (E_{miss}) e energia calorimétrica (E_{cal}) para todas as componentes e, daí obter uma parametrização para a fração E_{cal}/E_0 como função de E_0 . Usaremos uma nomenclatura para distribuição de energia que é semelhante à das soluções analíticas de equações de difusão. O número de partículas do tipo i , com energia no intervalo $[E, E+dE]$ e profundidade X , é $N_i(E,X)dE$. Portanto, a energia total dessas partículas é dada por $F_i(E,X)dE = EN_i(E,X)dE$. A forma integral dessas distribuições pode ser escrita:

$$F_i(E < E_0, X)dX = \int_0^{E_0} F_i(E, X)dE . \quad (4.5)$$

Capítulo 4

Para cada componente i do chuveiro, definiremos h para hádrons, μ para múons, ν para neutrinos e em para componente eletromagnética. O depósito de energia por ionização, até uma profundidade X , é dado por $D_i(<X)^2$ e é devido a vários fatores: ionização(maior parte), transformação de massa (aniquilação), etc [4.1]

Então, para qualquer profundidade, nós podemos escrever a expressão que relacione a energia do primário com a energia de cada componente:

$$E_0 = \sum_{i=\mu,\nu,h,em} F_i(E > 0, X) + \sum_{i=\mu,\nu,h,em} D_i(< X). \quad (4.6)$$

Introduzindo os limiares de energia³, teremos:

$$E_0 = \sum_i F_i(E > E_{thr}^i, X) + \sum_i F_i(E \leq E_{thr}^i, X) + \sum_i D_i(< X). \quad (4.7)$$

Como as partículas submetidas aos cortes de energia e ângulo não são mais seguidas, a expressão acima não é exata. No programa CORSIKA, a energia dessas partículas é computada como depósito de energia local. Portanto, a equação exata deve considerar explicitamente a soma da energia de todas as partículas abaixo do limiar, $F_i^*(E \leq E_{thr}^i, X)$, somadas até a profundidade X , e a energia depositada apenas pelas partículas acima do limiar, $D_i^*(< X)$:

$$E_0 = \sum_i F_i(E > E_{thr}^i, X) + \sum_i F_i^*(E \leq E_{thr}^i, X) + \sum_i D_i^*(< X). \quad (4.8)$$

Agora, podemos definir energia calorimétrica e energia perdida na forma como as usaremos. Nós chamamos de energia calorimétrica a energia depositada no ar por ionização. A energia na componente eletromagnética sempre será considerada como calorimétrica independente do estágio de desenvolvimento do chuveiro. A razão disso é que

² Definimos $D(< X) = \int_0^X D(x') dx'$

³ Por simplicidade, mesmo havendo cortes angulares, escrevemos $E < E_{thr}$.

Capítulo 4

ao calcularmos a integral do perfil de partículas carregadas integramos até o infinito. A quantidade de energia que não causa ionização é a Energia Perdida (E_{miss}) (utilizaremos a notação E_{miss} em inglês por ser universalmente usada, também podemos chamá-la de Energia Não-Vista).

Quando a partícula atinge um limite, sua energia é “retirada” da simulação. Contudo, uma parte de sua energia poderá causar ionização e a parte restante contribuirá para a energia perdida. Nós tomaremos essas frações como constantes, para cada componente, ao calcularmos como médias de um grande número de partículas de baixa energia. Dessa forma, $f_i F_i^*(E \leq E_{thr}^i, X)$ é a fração de energia que as partículas de uma das componentes do chuveiro perderão via ionização. O restante $(1 - f_i)$ vai para energia perdida. Os valores das constantes f_i serão especificados mais tarde. Foi necessário fazer uma diferenciação entre hádrons com energias acima do limiar (f'_h) que chegam ao solo dos hádrons com energia abaixo do limiar (que são retirados da simulação) (f_h) que será explicada abaixo.

Das equações acima, podemos definir a energia calorimétrica a uma profundidade X como:

$$\begin{aligned}
 E_{cal}(X) = & F_{em}(E > E_{thr}, X) + F_{em}^*(E \leq E_{thr}, X) + \\
 & f'_h F_h(E > E_{thr}^h, X) + f_h F_h^*(E \leq E_{thr}^h, X) + \quad , \quad (4.9) \\
 & + f_\mu F_\mu^*(E \leq E_{thr}^\mu, X) + \sum_i D_i^*(< X)
 \end{aligned}$$

os termos restantes irão compor a Energia Perdida:

$$\begin{aligned}
 E_{miss}(X) = & (1 - f'_h) F_h(E > E_{thr}^h, X) + (1 - f_h) F_h^*(E \leq E_{thr}^h, X) + \\
 & F_\mu(E > E_{thr}^\mu, X) + (1 - f_\mu) F_\mu^*(E \leq E_{thr}^\mu, X) + F_\nu(E > 0, X) \quad , \quad (4.10)
 \end{aligned}$$

onde, E_{cal} e E_{miss} podem ser calculadas para cada intervalo de profundidade.

Agora iremos tratar dos valores das frações utilizadas em nosso estudo, para as partículas submetidas aos cortes de energia. É importante conhecer os tipos de partículas,

Capítulo 4

abaixo do limiar, que estarão contribuindo com ionização. Entretanto, como essa informação não está disponível, nós modificamos o programa CORSIKA, para que cada partícula, submetida aos cortes, tivesse registrado seu tipo, energia cinética e energia disponível.

Simulamos 100 chuveiros para cada combinação de primários próton e ferro, com os ângulos zenitais 0° , 30° , 45° e 60° e energias de 10^{18} a 10^{20} eV, usando o modelo de interação hadrônica QGSJET01 [4.15]. Nessas simulações, empregamos *thinning* otimizado [4.16], usando o *thinning* 10^{-4} , com peso máximo de $10^{-4} E_0 / \text{GeV}$ para partículas eletromagnéticas e $10^{-6} E_0 / \text{GeV}$ para múons e hádrons. O limiar de energia para partículas eletromagnéticas era de 50 keV e para múons e hádrons de 50 MeV . Trabalhamos com dois níveis de observação, nível do mar (0 m) e 300m (nível usado no trabalho de Song et al). Também simulamos com o modelo de interação hadrônica SIBYLL2.1 [4.17].

De posse desses dados, nós conseguimos calcular as contribuições na perda de ionização total de diferentes tipos de partículas e seus respectivos espectros de energia. A tabela 4.1 mostra a energia cinética média e as contribuições relativas calculadas de 500 chuveiros de prótons de energia 10 EeV e 45° de ângulo zenital do primário. A contribuição relativa é a razão da energia depositada por um dado tipo de partícula pela energia depositada total da componente do chuveiro a que a partícula pertence. O nível de *thinning* usado foi de 10^{-4} , sem otimização. Essa informação foi usada posteriormente como entrada no programa Geant4, para que seguissemos essas partículas de baixa energia até onde o código CORSIKA não era capaz de segui-las. O Geant4 [4.18] é um pacote de softwares para simular a passagem de partículas através da matéria. Tem aplicações em simulações de interações de partículas com a matéria que vão desde física de altas energias até física médica. Sua cadeia de simulações é completa: desde a geometria do sistema, todos os processos físicos envolvidos na passagem das partículas até a resposta dos detectores, incluindo a visualização das trajetórias das partículas e dos detectores.

4.3.2 Seguindo partículas a energias abaixo do corte, com o Geant4

Como o CORSIKA não tem, nos seus algoritmos, tratamento detalhado para interações em baixas energias, usamos o pacote Geant4 para encontrar uma melhor

Capítulo 4

estimativa para a partição de energia entre vários processos físicos. Essa partição foi representada por frações de energia, dentre as quais a referente a ionização tem um interesse especial.

Para cada tipo de partícula, simulamos 5000 chuveiros iniciados por essas partículas sub-limiar. O espectro de energia obtido do CORSIKA foi usado no Geant4 como as energias iniciais desses eventos e as partículas secundárias geradas foram seguidas até 1keV, numa atmosfera padrão ao nível do mar. As frações de energia que vão para a ionização estão na tabela 4.1. Para as partículas de baixa energia da componente eletromagnética, nós usamos como uma aproximação bastante próxima do real, que toda energia é depositada ($f_{em} = 1$). Para múons e hádrons, nós usamos, respectivamente, as frações $f_{\mu} = 0,425$ e $f_h = 0,739$.

Também é necessário considerar o que acontece com os hádrons (acima do limiar) que chegam ao solo. Eles possuem composição e espectro de energia significativamente diferentes dos hádrons cortados no ar e, portanto, não podemos contabilizar as mesmas frações ($f'_h \neq f_h$). Novamente, usamos as informações extraídas do CORSIKA sobre as partículas atingindo o solo, como entrada no Geant4 para analisar seu espectro de energia e contribuições relativas dos diferentes tipos de hádrons. Tabela 4.2 mostra os resultados para o mesmo conjunto de 500 chuveiros de próton, para cada partícula. Nesse caso, as energias médias são maiores e encontramos uma dependência de f'_h com a energia como sendo um efeito de segunda ordem. O valor encontrado foi de $f'_h=0,61$.

Portanto, nas próximas seções, usaremos a seguinte prescrição no cálculo da energia perdida:

$$\begin{aligned}
 E_{miss} = & 0,390F_h(E > E_{thr}^h, solo) + 0,261F_h^*(E \leq E_{thr}^h, solo) + \\
 & F_{\mu}(E > E_{thr}^{\mu}, solo) + 0,575F_{\mu}^*(E \leq E_{thr}^{\mu}, solo) + \\
 & F_v(E > 0, solo)
 \end{aligned} \quad . \quad (4.11)$$

Como $E_{cal}/E_0 = 1 - E_{miss}/E_0$, podemos calcular indiretamente a fração da energia do primário que vai ser medida com os telescópios de fluorescência de qualquer experimento que use essa técnica.

Tabela 4. 1 Partículas descartadas no ar: **Energia Cinética média, contribuições relativas e fração da energia perdida por ionização.** As frações f_{em} , f_{μ} e f_h são médias sobre todas as partículas ponderadas pelas respectivas contribuições.

Partícula	E_c (MeV)	Contribuição Relativa(%)	Fração Ionização(%)	Fração Média(%)
γ	0,458	21,0	99,7±0,4	$f_{em}=99,8$
e^+	4,29	20,9	99,7±0,3	
e^-	1,87	58,1	99,8±0,5	
μ^+	8,30	48,7	43±14	$f_{\mu}=42,5$
μ^-	8,26	51,3	42±14	
N	43,2	22,9	57±38	$f_h=73,9$
P	35,6	18,0	98±9	
π_0	86,0	27,5	99,7±0,1	
π^+	88,6	14,6	45±16	
π^-	95,6	13,7	47±16	
^2H	37,2	1,7	99±5	
^3H	43,2	0,8	99±6	
^4H	41,4	0,3	99±3	

Tabela 4. 2. Hádrons no solo. **Energia Cinética média, contribuições relativas e fração da energia perdida por ionização.** A fração f'_h é a média sobre todas as partículas ponderada pelas respectivas contribuições.

Partículas	E_c (GeV)	Contribuição Relativa(%)	Fração Ionização(%)	Fração Média(%)
N	10	7,12	70,1±0,1	$f'_h=61,0$
P	31,6	5,57	75,3±0,1	
\bar{p}	100	3,21	73,2±0,1	
\bar{n}	100	2,92	72,2±0,1	
K^0_L	1000	7,30	36,3±0,2	

K^\pm	1000	8,86	60,4±0,2
π^-	316	32,06	61,7±0,2
π^+	316	33,01	59,3±0,2

4.4 Resultados

Os Resultados obtidos nesse trabalho foram publicados na revista *Astroparticle Physics* [4.19]. Na tabela 4.3 apresentamos os resultados como porcentagem da energia do primário, para cada energia e ângulo simulados. Cada 3 linhas, correspondentes a uma escolha de ângulo e energia, referem-se a 3 contribuições diferentes para a energia depositada: ionização no ar (ION), partículas que atingem o solo (SOLO), partículas cortadas da simulação (CORTE). Cada coluna dá a contribuição das diferentes componentes do chuviros: fótons, elétrons, múons, hádrons e neutrinos. Na tabela, os valores em negrito, (**primeiro**/segundo) referem-se a primários prótons enquanto que os demais referem-se a primários ferro.

A primeira linha leva em conta a perda de energia por ionização, portanto, nessa linha não temos contribuições de gamas e neutrinos. Nós consideramos todas as contribuições dessa linha como energia calorimétrica. A segunda linha fornece a energia total das partículas submetidas a cortes de energia ou angulares. Uma fração dessa energia é gasta em ionização, como já descrevemos. Os neutrinos não são seguidos na simulação e, portanto, no momento em que são criados saem da simulação e sua energia entra nessa linha. Toda sua energia é considerada como energia perdida. A última linha dá a quantidade de energia carregada por partículas que chegam ao nível do solo. Nesse caso, toda a energia eletromagnética e uma fração da energia na componente hadrônica é considerada como sendo calorimétrica. A energia da componente muônica é considerada como energia perdida.

Tabela 4. 3. Contribuição média para a energia depositada das diferentes componentes de um chuveiro. Cada grupo de três linhas corresponde a uma escolha de ângulo e energia, discriminadas: (ION) ionização no ar, (CORTE) cortes da simulação e (SOLO) partículas que chegam ao solo. O primeiro valor (primeiro/segundo) refere-se a chuveiros iniciados por prótons enquanto que o segundo refere-se a chuveiros de ferro.

			Fótons	Elétrons	Múons	Hádrons	Neutrinos
0°	1EeV	ION	-	64,7/65,3	1,0/1,5	0,2/0,3	
		CORTE	1,1/1,2	10,7/10,8	0,1/0,1	0,3/0,5	3,0/4,6
		SOLO	8,4/4,6	4,2/2,1	5,2/8,0	1,1/1,1	
	10EeV	ION	-	62,0/64,9	0,8/1,2	0,2/0,3	
		CORTE	1,1/1,2	10,2/10,7	0,1/0,1	0,3/0,4	2,5/3,6
		SOLO	11,3/7,0	5,9/3,4	4,4/6,2	1,1/1,2	
	100EeV	ION	-	57,7/62,8	0,7/1,0	0,2/0,3	
		CORTE	1,0/1,1	9,4/10,3	0,1/0,1	0,3/0,3	2,1/2,8
		SOLO	15,2/10,1	8,4/5,1	3,7/4,9	1,2/1,3	
			Fótons	Elétrons	Múons	Hádrons	Neutrinos
30°	1EeV	ION		69,8/67,6	1,2/1,8	0,2/0,3	
		CORTE	1,3/1,3	13,0/12,7	0,1/0,1	0,4/0,5	3,3/5,0
		SOLO	3,4/1,7	1,5/0,7	5,3/8,0	0,5/0,4	
	10EeV	ION		69,0/69,1	1,0/1,4	0,2/0,3	
		CORTE	1,3/1,3	12,9/12,9	0,1/0,1	0,4/0,5	2,7/3,9
		SOLO	5,0/2,7	2,4/1,2	4,4/6,2	0,5/0,5	
	100EeV	ION		67,6/69,5	0,8/1,1	0,2/0,2	
		CORTE	1,3/1,3	12,6/13,0	0,1/0,1	0,3/0,4	2,3/3,1
		SOLO	7,0/4,0	3,6/1,8	3,7/5,0	0,5/0,5	

Capítulo 4

			Fótons	Elétrons	Múons	Hádrons	Neutrinos
45°	1EeV	ION		71,2/67,2	1,4/2,0	0,2/0,3	
		CORTE	1,5/1,4	15,6/14,7	0,1/0,1	0,4/0,5	3,6/5,4
		SOLO	0,5/0,3	0,2/0,1	5,2/7,9	0,1/0,1	
	10EeV	ION		72,3/69,8	1,2/1,6	0,2/0,2	
		CORTE	1,5/1,5	15,8/15,3	0,1/0,1	0,4/0,5	3,0/4,2
		SOLO	0,8/0,4	0,3/0,2	4,3/6,1	0,1/0,1	
	100EeV	ION		72,7/71,5	1,0/1,3	0,2/0,2	
		CORTE	1,5/1,5	15,9/15,7	0,1/0,1	0,4/0,4	2,6/3,4
		SOLO	1,2/0,7	0,5/0,2	3,7/4,8	0,1/0,1	

			Fótons	Elétrons	Múons	Hádrons	Neutrinos
60°	1EeV	ION		67,5/63,4	1,7/2,3	0,2/0,2	
		CORTE	1,7/1,6	19,2/18,1	0,1/0,1	0,5/0,6	4,1/6,1
		SOLO	0,0/0,0	0,0/0,0	5,1/7,6	0,0/0,0	
	10EeV	ION		69,3/66,2	1,4/1,9	0,1/0,2	
		CORTE	1,7/1,7	19,7/18,8	0,1/0,1	0,4/0,5	3,3/4,7
		SOLO	0,0/0,0	0,0/0,0	4,0/5,8	0,0/0,0	
	100EeV	ION		70,1/68,2	1,2/1,6	0,1/0,2	
		CORTE	1,8/1,7	19,9/19,4	0,1/0,1	0,4/0,5	2,9/3,8
		SOLO	0,0/0,0	0,0/0,0	3,5/4,6	0,0/0,0	

4.4.1 Parametrização para Energia perdida

A fim de calcularmos a energia perdida, usando a equação 4.11, para cada caso de nossas simulações, usamos os dados presentes na tabela 4.3. Na figura 4.1, mostramos o

fator de correção para energia calorimétrica (e conseqüentemente para energia perdida), como a fração E_{cal}/E_0 como função de E_{cal} . Nós podemos ver que a variação na quantidade de energia perdida é fracamente dependente com o ângulo e cai com a energia do primário. Em 10^{18} eV, a razão E_{cal}/E_0 varia entre 90,8 e 91,3 % para prótons e entre 86,4 e 87,0% para ferro.

Já a razão E_{cal}/E_0 é bastante dependente da massa do primário. Para um ângulo zenital fixo, a diferença entre as quantidades de energia perdida para chuviros de próton e ferro diminui com a energia. Por exemplo, em 45° essa diferença é de 4,9% para 10^{18} eV, 3,3% para 10^{19} eV e 2,1% a 10^{20} eV.

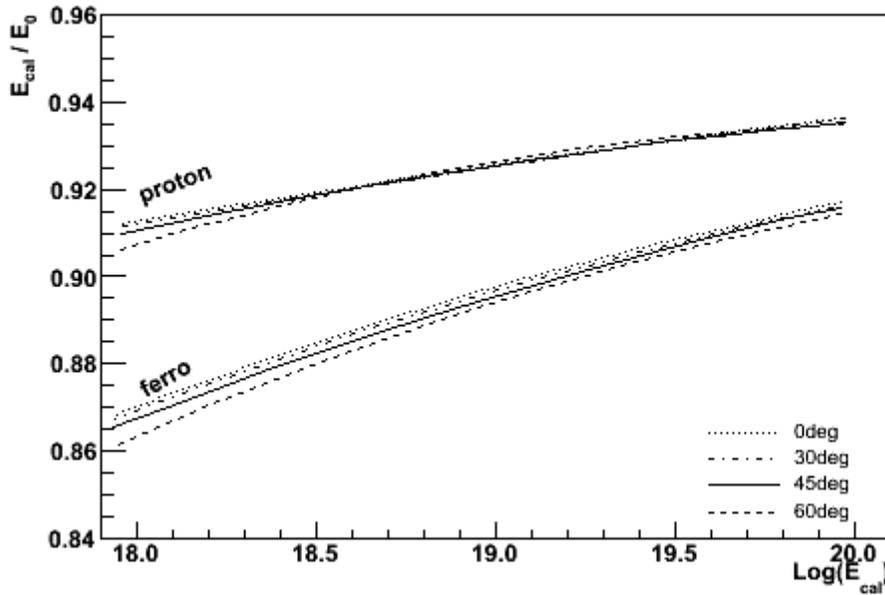


Figura 4. 1. Energia calorimétrica (E_{cal}) como fração de E_0 , como função de E_{cal} . As curvas são para prótons e ferro para quatro diferentes ângulos.

Na reconstrução de chuviros, normalmente usa-se uma parametrização média de E_{cal}/E_0 como uma mistura de 50% chuviros de próton e 50% chuviros de ferro a 45° . Na tabela 4.4, temos os parâmetros do ajuste da função de correção da energia perdida para diferentes escolhas de simulação. Os parâmetros utilizados em nosso ajuste (equação 4.12) correspondem aos de chuviros de ângulo zenital 45° , como pode ser visto na mesma tabela.

$$\frac{E_{cal}}{E_0} = 0.967 - 0.078 \left(\frac{E_{cal}}{1EeV} \right)^{-0.140} . \quad (4.12)$$

O erro sistemático no valor de E_{cal}/E_0 , usando a parametrização média é menor que $\pm 2,5\% \pm 0,5\%$ a 10^{18} eV e diminui com a energia. As flutuações chuvaire a chuvaire foram calculadas e são independentes da energia. O valor rms é 1,1% da energia do primário para chuvaire de próton e 0,4% para chuvaire de primário ferro.

Tabela 4. 4. Parâmetros de ajuste para diferentes condições de simulação, apresentadas na Figura 4.1. As colunas centrais correspondem a uma mistura de ferro e próton 50% / 50%. Os valores em negrito correspondem ao ângulo de 45°.

Ângulo	Coeficientes								
	Ferro			Ferro/Próton			Próton		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C
0°	0,970	0,100	0,139	0,977	0,085	0,117	0,984	0,071	0,089
30°	0,971	0,102	0,137	0,979	0,088	0,114	0,986	0,074	0,088
45°	0,977	0,109	0,130	0,967	0,078	0,140	0,958	0,048	0,162
60°	0,962	0,098	0,161	0,948	0,062	0,220	0,942	0,035	0,337

A Figura 4.2 mostra com detalhes a correção para energia perdida média, calculada para uma mistura de 50% próton e 50% ferro. Como é possível notar, há um pequeno desvio nas curvas relativas às previsões de Song e Linsley. O resultado obtido por Song é baseado em simulações Monte Carlo, e a mesma composição mista que usamos é mostrada. Os resultados obtidos por Linsley são empíricos, baseados na medida de número de múons e são independentes da composição química. Os resultados concordam dentro de 1%, mas não foram obtidos nas mesmas condições.

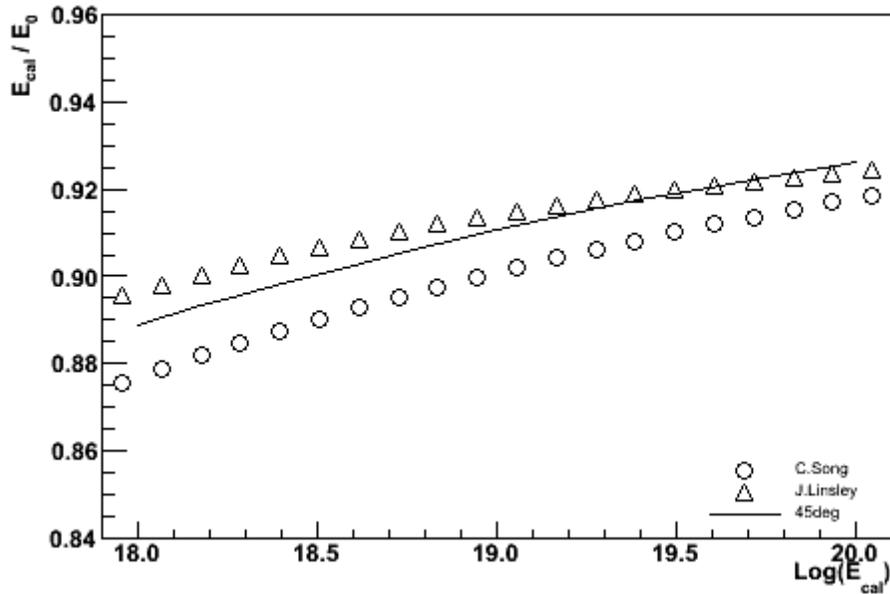


Figura 4. 2. Energia calorimétrica em relação à energia do primário calculada para ângulo de 45°, obtida por nós (linha), comparada com as parametrizações de Linsley (triângulo) e de Song (círculos).

Na Figura 4.3 nós comparamos, para 45°, as curvas de correção de energia perdida obtidas para dois níveis de observação: 0m (nível do mar) e 300m, que é o mesmo usado por Song et al. Como pode ser visto, o nosso resultado é praticamente independente do nível de observação.

A dependência com o modelo de interação é considerável, como o mostrado na Figura 4.4. Nós comparamos, para próton e ferro a 45° as curvas de energia calorimétrica obtidas usando-se os modelos QGSJET01 e SIBYLL2.1. A diferença é praticamente constante: em torno de 1,6% para próton e 1,2% para ferro. Em todos os casos, SIBYLL prevê menos energia perdida que o modelo QGSJET01.

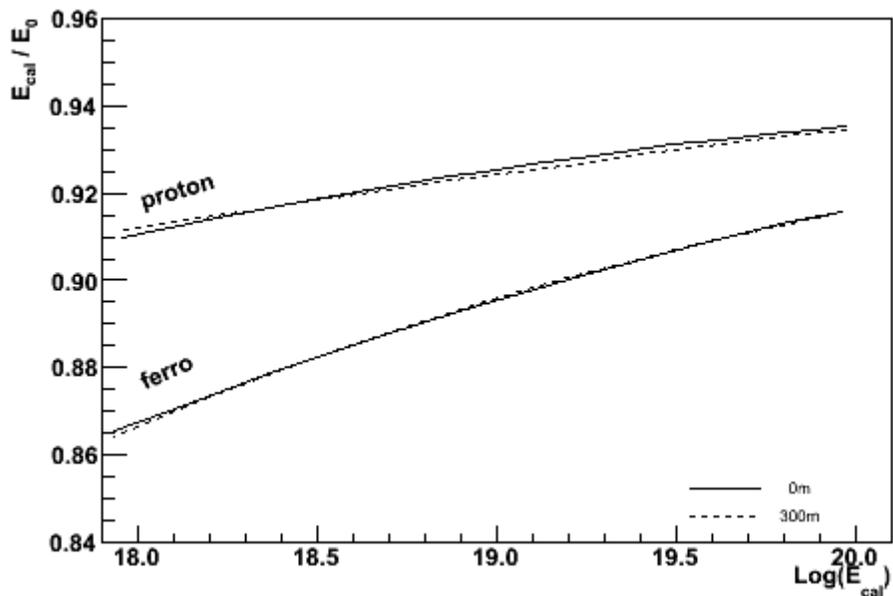


Figura 4. 3. Energia calorimétrica em relação à energia do primário (45°), calculada para dois níveis de observação (nível do mar e 300 m acima).

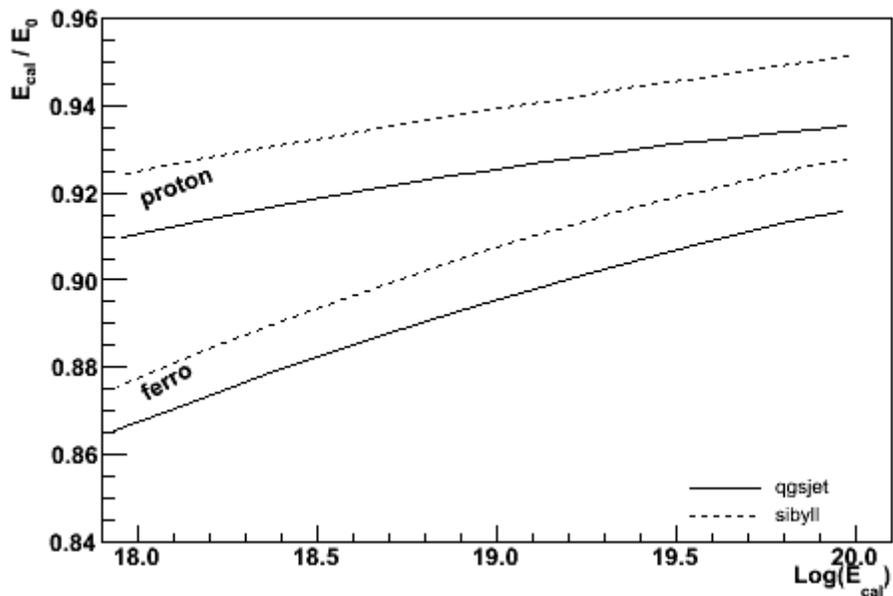


Figura 4. 4. Energia calorimétrica com relação à E_0 (45°), comparando-se os modelos QGSjet01 e SIBYLL2.1.

4.5 Conclusão

Estudamos o depósito de energia de chuueiros atmosféricos extensos com o objetivo de melhorar a reconstrução de energia da partícula primária, para tal usamos o balanço de energia apresentado no programa CORSIKA. Nossos resultados no cálculo de energia perdida concordam com resultados anteriores dentro de 1%. A dependência encontrada desta função com o ângulo e com o nível de observação fica em torno de 0,7%. Comparamos os modelos de interações hadrônicas QGSJET e SIBYLL. Os resultados diferem de 1,6%. A maior dependência vem com o tipo do primário, sendo menor que 5% em 1 EeV, diminuindo com a energia.

Nós encontramos uma parametrização média de E_{cal}/E_0 , usando como primários uma composição média de 50% de prótons e 50 % de núcleos de ferro com ângulo zenital de 45° , como é usual em procedimentos de reconstrução.

Considerando apenas o modelo QGSJET, nós estimamos que o erro sistemático total introduzido pelo uso dessa parametrização é apenas 3% em 1 EeV e abaixo de 2% em 100 EeV. Esse erro é da ordem das flutuações estatísticas chuueiro a chuueiro. Para chuueiros de próton o valor do desvio rms é de 1,1% da energia do primário, enquanto que para chuueiros de primários de ferro é da ordem de 0,4%.

5. Conclusão

Os chuueiros atmosféricos extensos são fenômenos complexos e, diante desse desafio, várias frentes de estudo, tanto teóricas quanto experimentais, devem ser adotadas. Estudar o seu desenvolvimento longitudinal (perfil) é uma das principais maneiras de se obter informações a respeito desses eventos. Através do perfil, pode-se determinar a energia do primário e, utilizando-se da posição na atmosfera do máximo do chuueiro, inferir-se a massa e composição química desse primário. A observação direta do desenvolvimento longitudinal do chuueiro é possível graças à emissão de luz de fluorescência do nitrogênio, produzida pela passagem das partículas carregadas pela atmosfera; e, desde a experiência pioneira do Fly's Eye, o interesse nessa técnica tem crescido, principalmente em virtude do Observatório Auger.

O objetivo dessa tese foi estudar o perfil longitudinal sob vários ângulos que pudessem fornecer mais detalhes desse fenômeno e, a partir disso, seus desdobramentos tanto na técnica de detecção do desenvolvimento longitudinal quanto no estudo da composição química dos raios cósmicos de ultra-alta energia.

5.1 O perfil longitudinal

Alguns resultados deste trabalho foram publicados no artigo da revista *Astroparticle Physics*: “*Statistical methods applied to composition studies of ultrahigh energy cosmic rays*” [4.19]. Desde o início de nossa pesquisa, tratamos da descrição detalhada do desenvolvimento longitudinal do chuueiro. Inicialmente, estudamos o comportamento das variáveis do perfil longitudinal X_{\max} , X_0 , X_{10} e FWHM^4 e de suas flutuações. Estudamos as relações entre essas variáveis para um mesmo primário. Observamos as relações X_0 / X_{\max} , entre X_{10} / X_{\max} , comparamos FWHM e $(X_{\max}-X_0)$, $\text{FWHM}/(X_{\max}-X_0)$, FWHM/ X_{\max} , $(X_{\max}-X_{10})/ \text{FWHM}$ e $(X_{\max}-X_{10})/ X_{\max}$.

Em seguida, comparamos as variáveis entre primários diferentes. Analisamos X_0 Ferro/ X_0 Próton, A razão entre os X_{\max} de chuueiros de ferro e de próton,

⁴ Para a definição das variáveis ver capítulo 2, seções 2.2 e 2.4.1, e capítulo 3, seção 3.2.

Conclusão

$FWHM_{\text{Ferro}}/FWHM_{\text{próton}}$. Importante notar que enquanto os valores de X_{max} dos perfis de chuueiros de ferro e próton se aproximam com o aumento da energia, suas larguras (FWHM) diferenciam-se mais. As razões entre $X_{\text{max}} - X_0$ para os 2 tipos de chuueiros também se aproximam em 10^{20} eV. Comparamos também as flutuações dessas variáveis tanto para chuueiros iniciados por ferro e próton. Nesse estudo, usamos os modelos de interação hadrônica QGSJET01 e SIBYLL2.1.

Procurando buscar novas informações que permitam a identificação da partícula primária, estudamos novos parâmetros extraídos do perfil longitudinal. A partir dessa parte, usamos X_{max} e N_{max} e incluímos, em nossa análise, as seguintes variáveis: largura da gaussiana que ajusta o perfil (o sigma padrão), assimetria do ajuste, *skewness* e *kurtose*.

Usamos análise de componentes principais (PCA) para estudar a relevância (em termos da variância) de cada um desses parâmetros na composição das características gerais de um perfil longitudinal, encontrando diferenças para chuueiros de ferro e próton no peso relativo de cada um desses parâmetros na composição das características gerais dos perfis. Em seguida, buscando distinguir diferentes primários, usamos o método estatístico análise de discriminantes lineares (em inglês, LDA) para encontrar a combinação linear dos 6 parâmetros usados que apresente a melhor discriminação entre chuueiros gerados por ferro de chuueiros gerados por próton.

A LDA procura combinações lineares de variáveis observadas que separem objetos de classes diferentes o máximo possível. As técnicas de LDA tratam da classificação de uma nova observação em grupos pré-determinados. Analisamos chuueiros com perfis completos (60°). Dentre as variáveis estudadas, *skewness* e *kurtose*, isoladamente, apresentam melhor capacidade de discriminação que X_{max} , tradicionalmente usada no estudo de composição química. Para quantificar essa separação usamos o fator de mérito, que avalia a distância entre as médias de duas distribuições. Uma combinação linear desses parâmetros obtida através da Análise de Discriminantes Lineares (LDA) mostrou-se um parâmetro ainda mais eficiente na tarefa de discriminação entre chuueiros de ferro e de prótons, e entre chuueiros hadrônicos e eletromagnéticos. Também consideramos uma situação mais realista, onde apenas parte do perfil é vista e, mesmo assim, a LDA consegue melhores fatores de mérito que X_{max} isoladamente.

Conclusão

Os próximos passos dessa análise devem seguir na direção de uma simulação ainda mais realista e completa do perfil observado por um detector, a influência da atmosfera e, em seguida, a utilização de dados reais.

5.2 A energia perdida

Os resultados deste trabalho foram publicados no artigo da revista *Astroparticle Physics*: “*Determination of the calorimetric energy in extensive air showers*” [3.5].

A Técnica de Fluorescência distingue-se de várias técnicas utilizadas em física de raios cósmicos pela sua capacidade de observar diretamente o perfil longitudinal de chuviros atmosféricos e, através disso, realizar uma medida calorimétrica da energia do primário. Entretanto uma fração da energia do primário não é observada, levada principalmente por neutrinos e múons que chegam ao solo. À essa fração dá-se o nome de Energia Perdida (“*missing energy*”). Portanto, a determinação precisa da energia do primário depende necessariamente do conhecimento exato dessa fração de energia não detectada.

A primeira parametrização da energia perdida, como uma função da energia calorimétrica foi feita por J.Linsley e pelo Grupo Fly’s Eye. Linsley. Recentemente, Song e outros recalcularam a energia perdida usando simulações de chuviros atmosféricos. A integral do perfil era calculada utilizando uma taxa média de energia depositada. Apesar de fornecer bons resultados em termos de uma parametrização da energia perdida, ainda não estava clara a contribuição exata das contribuições de cada componente de um chuviro no total de energia perdida.

Em vista disso, estudamos as contribuições das diferentes componentes de um chuviro na energia depositada total. Essa abordagem é diferente das anteriores uma vez que usamos diretamente a energia depositada na atmosfera para cada componente do chuviro. Conhecer detalhadamente esses processos de deposição de energia na atmosfera torna-se importante devido ao papel da energia total depositada por ionização na produção da luz de fluorescência. Esse conhecimento é importante na reconstrução de energia da partícula primária. Nossos resultados no cálculo de energia perdida concordam com resultados anteriores dentro de 1%. Comparamos os modelos de interações hadrônicas

Conclusão

QGSJET e SIBYLL. Os resultados diferem de 1,6%. A maior dependência vem com o tipo do primário, sendo menor que 5% em 1 EeV, diminuindo com a energia. Essa parametrização por nós obtida está sendo usada na reconstrução da energia do primário, na técnica de fluorescência, pelo observatório Auger [5.1-5.3].

Referências

Capítulo 1.

Nota: Excepcionalmente incluímos os títulos das publicações das referências 3 a 8 por tratarem-se de artigos de difícil acesso e de interesse histórico para a física brasileira.

- 1.1. <http://www.mpi-hd.mpg.de/hfm/CosmicRay/CosmicRaySites.html>.
- 1.2. P. Auger, R. Maze T. Grivet-Meyer, Academie dès Sciences, Paris, 206 (1938) 1721.
- 1.3. "Sulla produzione degli sciami in profondità", G. Wataghin, M. Damy de Souza Santos, **La Ricerca Scientifica**, Anno IX, Serie 2, v.2, n.5-6, p.01-04, 1938
- 1.4. "Sobre a técnica das medidas referentes a contagem de partículas elementares e a radiação cósmica", G. Wataghin, M. Damy de Souza Santos, **Boletim da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo. Física 1**, Separata de Boletim, n.5, p.03-09, 1938
- 1.5. "Sui gruppi simultanei di particelle penetranti nella radiazione cosmica", G. Wataghin, M. Damy de Souza Santos, P. A. Pompeia, **La Ricerca Scientifica**, Anno X, n.12, p.1150-1151, 1939
- 1.6. "Cosmic-Ray Showers at Great Depths", G. Wataghin, M. Damy de Souza Santos, **Annaes da Academia Brasileira de Sciencias**, v.11, n.1, p.1-9, 1939
- 1.7. "Simultaneous Penetrating Particles in the Cosmic Radiation", P. A. Pompeia, M. Damy de Souza Santos, G. Wataghin, **The Physical Review**, v.57, n.1, p.61, 1939
- 1.8. "Showers of penetrating particles", M. Damy de Souza Santos, P. A. Pompeia, G. Wataghin, **The Physical Review**, v.59, n.11, p.902-903, 1941
- 1.9. E. Fermi Phys. Rev. 75 (1949) 1169.
- 1.10. J. Linsley Phys. Rev. Lett. 10 (1963) 146.
- 1.11. K. Greisen, Phys. Rev. Lett. 16 (1966) 748.
- 1.12. Z. T. Zatsepin, V. A. Kuzmin, Zh. Eksp. Teor. Fis. Pis'na Red. 4 (1966) 144.
- 1.13. D. Bird et al. Ap. J. 441 (1995) 144.
- 1.14. <http://www.pi1.physik.uni-erlangen.de/~kappes/lehre/WS05-VAT/>
- 1.15. M. Nagano et al., Astropart. Phys. 22 (2004) 235.
- 1.16. D. Edge et al, in: Proceedings 15^a ICRC, Plovdiv, Bulgária 9 (1977) 167.
- 1.17. C. McCusker M. Winn Nuovo Cimento 28 (1963) 175.
- 1.18. J. Bellido et al, Astropart. Phys., 15 (2001) 16.
- 1.19. B. N. Afanasiev et al., in: *Proceedings of the Tokyo workshop on techniques for the study of Extremely high energy cosmic rays.* (1993) 32.
- 1.20. N. Chiba, Nucl. Instrum. and Methods Phys. Res. A 311 (1992) 338.
- 1.21. R. M. Baltrusaitis et al, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A 240 (1985) 410.
- 1.22. T. Abu-Zayyad t al., Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A 450 (200) 253.
- 1.23. J. Abraham et al, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A 523 (2004) 50.
- 1.24. M.A.L. de Oliveira, V.de Souza, H.C. Reis e R. Sato, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A 522 (2004) 360.
- 1.25. T. K. Gaisser e T. Stanev, Nuclear Physics A, 777 (2006) 98-110.
- 1.26. S. D. Hunter et al, Ap.J. 481 (1997) 205
- 1.27. J. Horandel, preprint astro-ph/ 0611387.
- 1.28. T. K. Gaisser, *Cosmic Ray and Particle Physics*, 1990, Cambridge university press.

Referências

- 1.29. Protheroe, R.J. & Clay, R.W. 2003, Publ.Astron.Soc.Pac. 21 (2004) 1-22, preprint astro-ph/0311466.
- 1.30. P. Blasi, preprint astro-ph/0610951.
- 1.31. A. Haungs et al, Acta Phys.Polon. B35 (2004) 331-339, preprint astro-ph/0312295.
- 1.32. V. S. Berezhinsky A Gazizov S Grigorieva Phys. Lett. B 612 (2005) 147
- 1.33. K. H. Kampert, preprint astro-ph/0611884, trabalho apresentado CRIS 2006.
- 1.34. R. Aloisio et al, Astropart. Phys., 27 (2007) 76-91.
- 1.35. D. Allard et al, Astropart. Phys., 27 (2007) 61-75.
- 1.36. J. L. Puget et al, Ap. J, 205 (1976) 638.
- 1.37. G. R. Blumenthal, Phys. Rev. D 1 (1970) 1596.
- 1.38. F. W. Stecker M. H. Salamon, ApJ. 512 (1999) 521.
- 1.39. Pierre Auger Design Report, http://www.auger.org/technical_info/design_report.html.
- 1.40. M. Takeda et al., Phys Rev. Lett. 81 (1998) 1163.
- 1.41. R. U. Abbasi et al., Phys. Lett. B 619 (2005) 271.
- 1.42. M. Teshima, in: Proceedings CRIS 2006, Catânia, Itália.
- 1.43. G. Sigl, preprint astro-ph/0609257.
- 1.44. A. M. Hillas , preprint astro-ph/0607109 v2.
- 1.45. S. Inoue, preprint astro-ph/0701835.
- 1.46. A. Dar A. De Rújula ,preprint astro-ph/0606199.
- 1.47. R. Aloisio et al., Astropart.Phys. 27 (2007) 76-91.
- 1.48. D. Torres, L. Anchordoqui, Rept.Prog.Phys. 67 (2004) 1663-1730.
- 1.49. J. P. Rachen P. L. Biermann, Astron. Astrophys. 272 (1993) 161.
- 1.50. T. Weiler, Astropart. Phys. 11 (1999) 303
- 1.51. D. Fargion et al, ApJ 517 (1999) 725
- 1.52. T. Yamamoto et al., in: Proceedings 30^a ICRC , 2007, México.
- 1.53. J. Abraham et al., Astropart. Phys.27 (2007) 155.
- 1.54. Colaboração Pierre Auger, Science 318, 5852, (2007) 938.

Capítulo 2.

- 2.1. J. Abraham et al., Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A, 523 (2004) 50.
- 2.2. T. K. Gaisser, “*Cosmic Rays and Particle Physics*”, Cambridge University Press, 1990
- 2.3. M. S. Longair, “*High Energy Astrophysics*” vol. 1, Cambridge University Press, 1992
- 2.4. P. Sokolsky, “*Introduction to Ultra High Energy Cosmic Ray Physics*”, Addison-Wesley, 1989.
- 2.5. A. M. Hillas, J. Phys.G: Nucl. Phys., 8, 1982, 59.
- 2.6. T.K.Gaisser e A. M.Hillas, in: Proc. 15th ICRC, Plovdiv, Bulgária, 1977, vol 8, 353.
- 2.7. R. U. Abbasi, ApJ, 622 (2005) 910.
- 2.8.T.Pierog R. Engel e D. Heck, Czech. J. Phys. 56 (2006) A161.
- 2.9. D. Heck et al., Report FZKA 6019, Forschungszentrum, Karlsruhe, 1998.
- 2.10. W.R. Nelson, H. Hirayama, D.W.O. Rogers, Report SLAC 265, 1985.
- 2.11. N. N. Kalmykov et al., Yad. Fiz., 56 (1993) 105.
- 2.12. N.N. Kalmykov, S.S. Ostapchenko, Phys. Atom. Nucl., 56 (1993) 346.
- 2.13. S. Ostapchenko, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 151 (2006) 143.
- 2.14. R. Engel, T.K.Gaisser, P. Lipari, T.Stanev. in: Proc. 26th ICRC, Vol. 1, Salt Lake City, 1999, 415.

Referências

- 2.15. R.S. Fletcher, T.K.Gaisser, P. Lipari, T.Stanev, Phys. Rev. D, 50 (1994) 5710.
- 2.16. H. Fesefeldt, Report PITHA-85/02, RWTH Aachen (1985).
- 2.17. A.M.Hillas, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 52 (1997) 29.
- 2.18. J. Knapp et al, Astroparticle Phys. 19 (2003) 77.
- 2.19. D. Heck M. Risse e J. Knapp, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 122 (2003) 362.
- 2.20. A. Haungs et al, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 151 (2006) 167.
- 2.21. M. Risse, pre-print astro-ph/0402300.
- 2.22. L. Anchordoqui et al, pre-print hep-ph/0407020 v2.
- 2.23. A.D.Erlykin, Astroparticle Physics, 27 (2007) 521.

Capítulo 3.

- 3.1. M. Ave et al, Astropart. Phys. 19 (2003) 61.
- 3.2. M. Nagano e al, J. Phys. G: Nucl. Phys. 12 (1986) 69.
- 3.3. K. Shinozaki e M. Teshima, Nuclear Physics B (Suppl.) 136 (2004) 18
- 3.4. R.U. Abbasi et al, ApJ. 622 (2005) 910.
- 3.5. F. Catalani, J.A. Chinellato, V. De Souza, J. Takahashi, G.M.S. Vasconcelos, Astroparticle Physics 28 (2007) 357.
- 3.6. M. Ambrosio et al., Nuclear Physics B (Proc. Suppl.) 136 (2004) 301.
- 3.7. L. Sachs, “*Applied Statistics – A Handbook of Techniques*”, 2th ed., Springer Verlag, 1984.
- 3.8. R.A. Johnson and D. Wichern, “*Applied Multivariate Statistical Analysis*”, 5th ed. Prentice Hall, New Jersey.
- 3.9. J. Berian et al, Mon. Not. R. Astron. Soc. 370 (2006) 933.
- 3.10. K. Glazebrook, A. Offer, K. Deeley, ApJ 492 (98) 98.
- 3.11. Z. Bagolly et al. Il Nuovo Cimento, 28 (2005) 295.
- 3.12. E. Linder e D. Huterer, Physical Review D 72 (2005) 043509.
- 3.13. I. Ferreras et al., Mon. Not. R. Astron. Soc. 370 (2006) 828
- 3.14. E. Faleiro et al, ApJ. 155 (2004) 167.
- 3.15. J. L. Contreras et al, Astropart. Phys. 26 (2006) 50.

Capítulo 4.

- 4.1. M. Risse D. Heck, Astropart. Phys. 20 (2004) 661.
- 4.2. M. Nagano et al., Astropart. Phys. 22 (2004) 235.
- 4.3. P. Colin et al, Astropart. Phys. 27 (2007) 317-325.
- 4.4. M. Ave et al, Astropart. Phys. a ser publicado (2007).
- 4.5. T.K.Gaisser e A. M.Hillas, in: Proc. 15th ICRC, Plovdiv, Bulgária, 1977, vol 8, 353.
- 4.6. J. Linsley, in: Proc. 18^a ICRC, Vol 12, Bangalore, 1983, 135.
- 4.7 J. Linsley, in: Proc. 19^a ICRC, Vol 2, La Jolla, 1985, 154.
- 4.8.R. M. Baltrusaitis et al, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A 240 (1985) 410.
- 4.9. C. Song et al., Astropart. Phys. 14 (2000) 7.
- 4.10. D. Heck et al., Report FZKA 6019, Forschungszentrum Karlsruhe, 1998.
- 4.11. 10. W.R. Nelson, H. Hirayama, D.W.O. Rogers, Report SLAC 265, 1985.
- 4.12. A. B. Migdal, Phys. Rev. 103 (1956) 1811.
- 4.13 M.J. Berger and S.M. Seltzer, Report NASA-SP-3012 (1964)

Referências

- 4.14 R.M. Sternheimer et al., Phys. Rev. B26 (1982) 6067
- 4.15. N.N. Kalmykov, S.S. Ostapchenko, Phys. Atom. Nucl., 56 (1993) 346.
- 4.16. A.M.Hillas, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 52 (1997) 29.
- 4.17. R. Engel, T.K.Gaisser, P. Lipari, T.Stanev. in: Proc. 26th ICRC, Vol. 1, Salt Lake City, 1999, 415.
- 4.18. S. Agostinelli et al., Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 506 (2003) 250-303.
- 4.19. H. Barbosa, F. Catalani, J. A. Chinellato, C. Dobrigkeit, Astroparticle Physics 22 (2004) 159.

Conclusão.

- 5.1. J. Abraham et al., Astropart. Phys.27 (2007) 155.
- 5.2. T. Yamamoto et al., in: Proceedings 30^a ICRC, 318, 2007, México.
- 5.3. M. Roth et al, in: Proceedings 30^a ICRC , 313, 2007, México.

Apêndice

Seja o vetor X ,

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad (2)$$

A matriz de covariância é dada por:

$$\Sigma = \frac{1}{n-1} \bar{X}\bar{X}^t; \quad (3)$$

Σ é uma matriz quadrada simétrica $n \times n$. Os termos da diagonal são a variância e os demais correspondem à covariância. O objetivo da PCA é diagonalizar essa matriz, de forma que a redundância entre as variáveis, medida pela covariância, seja minimizada enquanto que as informações relevantes, dadas pela variância, sejam maximizadas.

Os autovalores que diagonalizam a matriz de covariância são $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n \geq 0$ e os autovetores correspondentes são dados por:

$$\bar{Y} = \bar{A}^t \bar{X}, \quad (4)$$

de forma que a matriz de covariância seja diagonal. As componentes principais são as combinações lineares y_1, \dots, y_n que maximizam a variância. A primeira componente principal é a combinação linear com a maior variância, relativa ao autovalor de maior valor. A segunda componente principal está relacionada ao segundo maior autovalor e assim por diante, de tal forma que a i -ésima componente principal é dada por:

$$y_i = a_i^t \bar{X} = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + a_{i3}x_3 + \dots + a_{in}x_n, \text{ na qual } i = 1, \dots, n \quad (5)$$

sujeita a:

$$Var(Y_i) = a_i^t \Sigma a_i = \lambda_i, \text{ na qual } i = 1, \dots, n \quad (6).$$

Apêndice

$$\text{Cov}(Y_i) = a_i^t \Sigma a_j = 0, \text{ na qual } i \neq j.$$

Para eliminar possíveis indeterminações entre os autovetores, devem ser usados vetores de módulo unitário.

A soma dos termos da diagonal é a soma das variâncias de cada componente de tal forma que:

$$\sigma_{11} + \sigma_{22} + \dots + \sigma_{nn} = \sum_{i=1}^n \text{Var}(X_i) = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = \sum_{i=1}^n \text{Var}(Y_i) \quad (7)$$

Conseqüentemente, é possível calcular a proporção da variância carregada pela j -ésima componente principal com relação à variância total:

$$\frac{\lambda_j}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} \quad (8)$$

2. Análise de Discriminantes Lineares (LDA)

LDA (“*linear discriminant analysis*”) é um método de discriminação usado para encontrar combinações de variáveis que melhor separem duas ou mais populações ou classes de eventos.

Separar 2 classes de objetos ou classificar um novo objeto como pertencente a uma de duas classes. Chamando as classes de π_1 e π_2 , os objetos serão separados baseados em medidas de p variáveis aleatórias associadas $\mathbf{X}^t = [x_1, x_2, \dots, x_p]$. Todos os valores de x que pertencem à classe π_1 , consideraremos como sendo a população relativa a π_1 e assim por diante.

Sejam as funções de densidade de probabilidade $f_1(x)$ e $f_2(x)$ associadas aos vetores $\vec{X}_{p \times 1}$ para as populações π_1 e π_2 , respectivamente.

Apêndice

Um objeto com medidas associadas X deve ser associado com uma população π_1 ou π_2 . Seja Ω o espaço amostral, R_1 o conjunto de valores X para os quais classificamos os objetos como π_1 ; então R_2 é dado por : $R_2 = \Omega - R_1$.

A probabilidade condicional de classificar um objeto como π_2 quando na verdade é π_1 é dada por:

$$P(2 | 1) = P(X \in R_2 | \pi_1) = \int_{R_2 = \Omega - R_1} f_1(x) dx \quad (1)$$

Similarmente a probabilidade de classificar um objeto como π_1 quando na verdade é π_2 é:

$$P(1 | 2) = P(X \in R_1 | \pi_2) = \int_{R_1} f_2(x) dx \quad (2)$$

Se a probabilidade a priori de encontrar um evento de π_1 é dada por p_1 e a probabilidade de encontrar um evento de π_2 é dada por p_2 , então a probabilidade de classificar corretamente um objeto que pertence à π_1 é:

$$P(x \in R_1 | \pi_1)P(\pi_1) = P(1 | 1)p_1;$$

A probabilidade de classificar erroneamente um objeto que pertence à π_2 como pertencente à π_1 é:

$$P(x \in R_1 | \pi_2)P(\pi_2) = P(1 | 2)p_2$$

A probabilidade de classificar corretamente um objeto que pertence à π_2 é

$$P(x \in R_2 | \pi_2)P(\pi_2) = P(2 | 2)p_2$$

Apêndice

A probabilidade de classificar erroneamente um objeto que pertence à π_1 como pertencente à π_2 é:

$$P(x \in R_2 | \pi_1)P(\pi_1) = P(2|1)p_1$$

Um procedimento de classificação razoável deve levar em conta os custos de uma classificação errada, que podem ser definidos por uma matriz de custos:

	classificação		
População verdadeira		π_1	π_2
	π_1	0	C(2 1)
	π_2	C(1 2)	0

Os custos de classificar corretamente são zero enquanto que C(1|2) e C(2|1) são os custos de classificação errônea.

Definindo o custo esperado de classificação errônea (ECM) como a multiplicação dos elementos fora da diagonal pelas respectivas probabilidades de ocorrência, temos:

$$ECM = C(2|1)P(2|1)p_1 + C(1|2)P(1|2)p_2. \quad (3)$$

Uma boa classificação deve ter ECM mínimo. As regiões que minimizam o ECM são definidas por:

$$R_1: \frac{f_1(x)}{f_2(x)} \geq \frac{C(1|2) p_2}{C(2|1) p_1}; \quad (4)$$

$$R_2: \frac{f_1(x)}{f_2(x)} < \frac{C(1|2) p_2}{C(2|1) p_1};$$

2.1 Classificação de duas populações Normais

Apêndice

Assumindo que $f_1(x)$ e $f_2(x)$ são densidades multi-variáveis normais, com vetores médias e matrizes de covariância respectivamente iguais a μ_1, Σ_1 e μ_2, Σ_2

Supondo que a matriz de covariância de π_1 e π_2 seja a mesma Σ e usando a densidade de probabilidade de $\mathbf{X}' = [x_1, x_2, \dots, x_p]$ para π_1 e π_2 como:

$$f_i(x) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} |\Sigma_i|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}(x - \mu_i)' \Sigma^{-1}(x - \mu_i)\right];$$

na qual $i = 1, 2$;

Então a equação 4 fica:

$$R_1: \exp\left[-\frac{1}{2}(x - \mu_1)' \Sigma^{-1}(x - \mu_1) + \frac{1}{2}(x - \mu_2)' \Sigma^{-1}(x - \mu_2)\right] \geq \frac{C(1|2) p_2}{C(2|1) p_1},$$

$$R_2: \exp\left[-\frac{1}{2}(x - \mu_1)' \Sigma^{-1}(x - \mu_1) + \frac{1}{2}(x - \mu_2)' \Sigma^{-1}(x - \mu_2)\right] < \frac{C(1|2) p_2}{C(2|1) p_1},$$

A regra de classificação que minimiza o ECM é:

Alocar x_0 em π_1 se:

$$(\mu_1 - \mu_2)' \Sigma^{-1} x_0 - \frac{1}{2}(\mu_1 - \mu_2)' \Sigma^{-1}(\mu_1 + \mu_2) \geq \ln\left[\frac{C(1|2) p_2}{C(2|1) p_1}\right],$$

do contrário alocar x_0 em π_2 .

Em geral, as médias e a matriz de covariância da população não podem ser determinadas, usam-se, então, as médias e a matriz de covariância das amostras, que podem ser determinadas respectivamente como:

Apêndice

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij} ; S_i = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_i)(x_{ij} - \bar{x}_i)^t .$$

Normalmente assume-se que as populações têm a mesma matriz de covariância, As matrizes de covariância das amostras são combinadas formando a matriz de covariância “*Pooled*”, que é uma estimativa não viesada de Σ .

$$\mathbf{S}_{pooled} = \left[\frac{n_1 - 1}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)} \right] \mathbf{S}_1 + \left[\frac{n_2 - 1}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)} \right] \mathbf{S}_2 ;$$

Então a regra fica:

Alocar x_0 em π_1 se:

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)^t S_{pooled}^{-1} \cdot x_0 - \frac{1}{2} (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)^t S_{pooled}^{-1} \cdot (\bar{x}_1 + \bar{x}_2) \geq \ln \left[\frac{C(1|2) p_2}{C(2|1) p_1} \right], \quad (5)$$

2.2 Custo Esperado mínimo de Classificação Errônea

Seja $f_i(x)$ a densidade de probabilidade associada com a população π_i e p_i a probabilidade de ocorrência de π_i (“probabilidade a priori”), $C(k|i)$ o custo de alocar um evento pertencente a π_i como π_k . Sejam g diferentes populações.

O ECM condicional de classificar um evento x de π_1 como sendo de $\pi_2, \pi_3, \dots, \pi_g$ é:

$$ECM(1) = P(2|1)C(2|1) + P(3|1)C(3|1) + \dots + P(g|1)C(g|1) = \sum_{k=2}^g P(k|1)C(k|1),$$

a probabilidade de ocorrência desse custo é p_1 , a probabilidade a priori de ocorrência de um evento π_1 . O custo esperado total é:

$$ECM_{Total} = ECM(1)p_1 + ECM(2)p_2 + \dots + ECM(p)p_p ;$$

Apêndice

$$ECM_{total} = p_1 \left(\sum_{k=2}^g P(k|1)C(k|1) \right) + p_2 \left(\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq 2}}^g P(k|2)C(k|2) \right) + \dots + p_g \left(\sum_{k=1}^{g-1} P(k|g)C(k|g) \right)$$

$$ECM_{total} = \sum_{i=1}^g p_i \left(\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^g P(k|i)C(k|i) \right). \quad (6)$$

Para um procedimento de classificação ótima, devemos escolher regiões de classificação R_1, R_2, \dots, R_g mutuamente exclusivas tais que (6) é mínimo.

As regiões de classificação que minimizam o ECM (6) são definidas de tal forma que alocar x à população π_k , $k = 1, 2, \dots, g$ quando:

$$\sum_{\substack{i=1 \\ k \neq i}}^g p_i \cdot f_i(x) \cdot C(k|i), \quad (7)$$

é mínimo (ver equação 4).

Sem perda de generalidade podemos supor que os custos $C(k|i)$ são iguais e podemos tomá-los como iguais a 1.

Então, a regra de classificação (4) torna-se:

Alocar x à população π_k , $k = 1, 2, \dots, g$ quando:

$$\sum_{\substack{i=1 \\ k \neq i}}^g p_i \cdot f_i(x), \quad (8)$$

é o menor possível, que ocorre quando o k -ésimo termo $p_k f_k(x)$ for o maior possível. Conseqüentemente, a regra de classificação pelo Custo Mínimo Esperado de má-classificação assume a forma simples:

Apêndice

Alocar x à população π_k se:

$p_k f_k(x) > p_i f_i(x)$ para todo $i \neq k$ ou equivalentemente, quando:

$$\ln(p_k f_k(x)) > \ln(p_i f_i(x)), \quad (9)$$

Usando o resultado acima em funções de densidade de probabilidade normais multi-variáveis:

$$f_i(x) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} |\Sigma_i|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}(x - \mu_i)' \Sigma_i^{-1} (x - \mu_i)\right], \quad i = 1, 2, \dots, g.$$

então, usando (9) a regra de classificação fica:

$$\ln p_k f_k = \max \ln p_i f_i(x)$$

$$\ln p_k - \frac{p}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln |\Sigma_k| - \frac{1}{2} (x - \mu_k)' \Sigma_k^{-1} (x - \mu_k) = \max \ln p_i f_i(x),$$

o termo constante $\frac{p}{2} \ln(2\pi)$ pode ser ignorado, pois é igual para todos os termos.

Podemos definir o pontuador discriminante:

$$d_i(x) = -\frac{1}{2} \ln |\Sigma_i| - \frac{1}{2} (x - \mu_i)' \Sigma_i^{-1} (x - \mu_i) + \ln p_i, \quad (10)$$

se as matrizes de covariância forem iguais $\Sigma_i = \Sigma$, então podemos escrever (10) da seguinte forma:

Apêndice

$$d_i(x) = -\frac{1}{2} \ln |\Sigma| - \frac{1}{2} x^t \Sigma^{-1} x + \mu_i^t \Sigma^{-1} x - \frac{1}{2} \mu_i^t \Sigma^{-1} \mu_i + \ln p_i, \quad (11)$$

os dois primeiros termos da equação 11 podem ser desconsiderados uma vez que são iguais para todas as i populações, os termos restantes $\mu_i^t \Sigma^{-1} x - \frac{1}{2} \mu_i^t \Sigma^{-1} \mu_i + \ln p_i$, consistem em uma combinação linear de componentes de x e dois termos constantes $\frac{1}{2} \mu_i^t \Sigma^{-1} \mu_i + \ln p_i$. Definem-se, então, os pontuadores discriminantes lineares:

$$d_i(x) = \mu_i^t \Sigma^{-1} x - \frac{1}{2} \mu_i^t \Sigma^{-1} \mu_i + \ln p_i, \text{ para } i=1,2,\dots, g. \quad (12)$$

Se usarmos no lugar de Σ , a matriz de covariância “Pooled”, o pontuador discriminante linear passa a ser:

$$d_i(x) = \bar{x}_i^t S_{Pool}^{-1} x - \frac{1}{2} \bar{x}_i^t S_{Pool}^{-1} \bar{x}_i + \ln p_i, \text{ para } i = 1,2,\dots,g. \quad (13)$$

Uma vez definido o pontuador discriminante linear, a regra de classificação torna-se:

Alocar x à população π_k se a pontuação linear discriminante $d_k(x)$ for a maior entre todas as pontuações.